

ՀԱՅԱՍՏԱՆԻ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԶԳԱՅԻՆ ԱԿԱԴԵՄԻԱ
НАЦИОНАЛЬНАЯ АКАДЕМИЯ НАУК АРМЕНИИ

ԶԵԿՈՒՅՑՆԵՐ ДОКЛАДЫ

Том 99 № 3

1999

Խմբագրական խորհուրդ

Գ.Ա.ԱՐՁՈՒՄԱՆՅԱՆ, տեխն. գիտ. թեկնածու (պատ. քարտուղար), Է.Գ.ԱՖՐԻԿՅԱՆ, Հայաստանի ԳԱԱ ակադեմիկոս, Գ.Ե.ԲԱԴԴԱՍՅԱՆ, Հայաստանի ԳԱԱ ակադեմիկոս, Է.Ս.ԳԱԲՐԻԵԼՅԱՆ, Հայաստանի ԳԱԱ ակադեմիկոս, Վ.Վ.ԴՈՎԼԱՏՅԱՆ, Հայաստանի ԳԱԱ ակադեմիկոս (պատ. խմբագրի տեղակալ), Ա.Ա.ԹԱԼԱԼՅԱՆ, Հայաստանի ԳԱԱ ակադեմիկոս, Վ.Հ.ՂԱԶԱՐՅԱՆ, Հայաստանի ԳԱԱ ակադեմիկոս, Վ.Գ.ՂԱՐԱԳՅՈՋՅԱՆ, Հայաստանի ԳԱԱ ակադեմիկոս, Յու.Հ.ՇՈՒԹՈՒՐՅԱՆ, Հայաստանի ԳԱԱ ակադեմիկոս, Ֆ.Տ.ՍԱՐԳՍՅԱՆ, Հայաստանի ԳԱԱ ակադեմիկոս, Ղ.Ս.ՍԵՂՈՒԿՅԱՆ, Հայաստանի ԳԱԱ ակադեմիկոս (պատ. խմբագիր), Վ.Բ.ՖԱՆԱՐԺՅԱՆ, Հայաստանի ԳԱԱ ակադեմիկոս

Редакционная коллегия

Դ.Ա.ԱՐՅՈՒՄԱՆՅԱՆ, канд. техн. наук (отв. секретарь), Э.Г.АФРИКЯН, академик НАН Армении, Г.Е.БАГДАСАРЯН, академик НАН Армении, Э.С.ГАБРИЭЛЯН, академик НАН Армении, В.В.ДОВЛАТЯН, академик НАН Армении (зам. отв. редактора), В.О.КАЗАРЯН, академик НАН Армении, К.Г.КАРАГЕЗЯН, академик НАН Армении, Ф.Т.САРКИСЯН, академик НАН Армении, Д.М.СЕДРАКЯН, академик НАН Армении (отв. редактор), А.А.ТАЛАЛЯН, академик НАН Армении, Ю.Г.ШУКУРЯН, академик НАН Армении, В.В.ФАНАРДЖЯН, академик НАН Армении

ՀՀ ԳԱԱ «ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆ» ՀՐԱՏԱՐԱԿՉՈՒԹՅՈՒՆ

ԵՐԵՎԱՆ

ЕРЕВАН

ՄԱԹԵՄԱՏԻԿԱ

Ա.Ա. Նիզիյան, Լ.Է. Բուդաղյան – Փոքրագույն լուծման գլխավոր ֆունկցիայի հաշվարկման կանոններ ռեկուրսիվ հավասարումների համակարգերի մի դասի համար	197
---	-----

ՄԵԽԱՆԻԿԱ

Ա.Ա. Հարությունյան, Մ.Ա. Չադոյան – Պլաստիկության գոտիները կոնական խողովակում	204
--	-----

Ս.Ա. Համբարձումյան, Ս.Վ. Սարգսյան – Երկշերտ սալի տատանումը արտաքին մագնիսական դաշտում	212
---	-----

Ս.Հ. Սարգսյան – Առաձգականության մոմենտային տեսությամբ բարակ սալի ծոման խնդրի ասիմպտոտիկական տեսությունը և վարիացիոն հավասարումը	216
---	-----

ԱՌԱՉԳԱԿԱՆՈՒԹՅԱՆ ՏԵՍՈՒԹՅՈՒՆ

Մ.Ս. Մկրտչյան – Կամայական թվով համագիծ ճաքերով կամ բացարձակ կոշտ ներդրակներով կտոր առ կտոր համասեռ տարածության լարվածային վիճակը հարթ և հակահարթ դեֆորմացիաների դեպքում	226
---	-----

Ա.Հ. Բաբլոյան, Լ.Մ. Վարդանյան, Վ.Տ. Ավանյան – Լարումների վարքը անիզոտրոպ առաձգական մարմինների անկյունային կետերի մոտակայքում	233
--	-----

ԷԼԵԿՏՐԱԿԱՆԱՉԳԱԿԱՆՈՒԹՅԱՆ ՏԵՍՈՒԹՅՈՒՆ

Ս.Ա. Մելքումյան – Կիսաանվերջ ճեղքերով թուլացված բաղադրյալ հարթության էլեկտրաառաձգականության տեսության համաչափ խնդիրը՝ լիցքավորված էլեկտրոդի առկայությամբ	240
--	-----

ՖԻԶԻԿԱ

Դ.Մ. Սեդրակյան, Ա.Ժ. Խաչատրյան – Էլեկտրոնի շարժումը միաչափ պատահական պոտենցիալի դաշտում	247
---	-----

ՇԻՆԱՐԱՐԱԿԱՆ ԿՈՆՍՏՐՈՒԿՑԻԱՆԵՐ

Վ.Ս. Սարգսյան, Ս.Շ. Նուրիջանյան, Ն.Ա. Բաբայան, Պ.Հ. Տեր-Պետրոսյան – Չմեռային պայմաններում տաքացվող բետոնային կոնստրուկցիաների ջերմային ռեժիմը	252
---	-----

ԱՆԱԼԻՏԻԿ ԶԻՄԻԱ

Ն.Օ. Գյուկչյան, Կ.Խ. Ավագյան, Ա.Ա. Եղիազարյան, Ջ.Ա. Միքայելյան, Հ.Գ. Խաչատրյան – Ոսկու(III) էքստրակցիոն-արսորբցիոնետրական որոշումը ռիվանոլով ադաքսվային միջավայրում	258
---	-----

ՀԱՆՔԱԲԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

Կ. Գ. Շիրինյան – Արևելյան Լճասար հրաբխի էքսպլոզիվ առաջացումներում հայտնաբերված նոնաքարի մասին	262
---	-----

ԿԵՆՍԱԲԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

Մ.Շ. Մուրադյան – Նեյրոհորմոն “C”-ի ազդեցությունը [^{35}S] տաուրինի կլանման վրա առնետների տարբեր օրգանների կտրվածքներում ռեցեպտորների բլոկադայի դեպքում	266
---	-----

ՄՈԼԵԿՈՒԼԱՅԻՆ ԿԵՆՍԱԲԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

Ա.Չ. Փեփոյան, Մ.Ա. Փարսադանյան, Պ.Հ. Վարդևանյան, Ն.Ա. Հովհաննիսյան, Կ. Գ. Ղարազյոզյան – Ստեարիլ-ֆոսֆատիդիլսոլինի ազդեցությունը Salmonella derby-ի բջիջների աճման և բազմացման վրա	273
--	-----

Լ.Ա. Ավանեսյան, Տ.Կ. Դավթյան, Յու.Թ. Ալեքսանյան – Մարդու լիմֆոցիտների կողմից իմունոգլոբուլինների սինթեզը կոլտուրայի պայմաններում ադրիամիցինի և նրա Fe^{3+} , Cu^{2+} և Co^{2+} միացությունների ազդեցության տակ	277
---	-----

ԲՈՒՅՍԵՐԻ ՖԻԶԻՈԼՈԳԻԱ

Վ.Վ. Ղազարյան, Լ.Ն. Հովհաննիսյան – Մթության և լույսի ազդեցությունը էվոլյուցիոն տարբեր առաջխաղացված բույսերում քլորոֆիլի և ԱԵՖ-ի վրա	283
---	-----

Վ.Ա. Դավթյան – Արևելյան հաճարենու տարահասակ ծառերի քսիլեմային հյուսի որակական տարբերության և ֆոթոսինթեզի վրա նրա ազդեցության մասին	288
--	-----

ՖԻԶԻՈԼՈԳԻԱ

Զ.Վ. Ղազարյան, Վ.Յ. Վանցյան, Ս.Վ. Ֆանարջյան, Ա.Ս. Տիրայան, Ռ.Ռ. Հակոբյան – Դիմեղրուլի դերը կատվի միզածորանի պեյսմեկերային ակտիվության հիստամինային կարգավորման արգելակման գործում	293
---	-----

СОДЕРЖАНИЕ

МАТЕМАТИКА

- С.А. Нигиян, Л.Э. Будагян* — Правила вычисления главной функции наименьшего решения для одного класса систем рекурсивных уравнений 197

МЕХАНИКА

- С.А. Арутюнян, М.А. Задоян* — Зона пластичности в конической трубе 204
- С.А. Амбарцумян, С.В. Саркисян* — Колебание двухслойной пластинки во внешнем магнитном поле 212
- С.О. Саркисян* — Асимптотическая теория и вариационное уравнение задачи изгиба упругой тонкой пластинки по моментной теории упругости 216

ТЕОРИЯ УПРУГОСТИ

- М.С. Мкртчян* — Напряженное состояние бесконечного кусочно-однородного пространства с произвольным числом коллинеарных трещин или абсолютно жестких включений при плоской и антиплоской деформациях 226

- А.А. Баблоян, Л.М. Варданян, В.Т. Аванян* — Характер напряженного состояния вблизи угловых точек анизотропных упругих тел 233

ТЕОРИЯ ЭЛЕКТРОУПРУГОСТИ

- С.А. Мелкумян* — Симметричная задача электроупругости для составной плоскости с полубесконечными разрезами, при наличии заряженного электрода . . 240

ФИЗИКА

- Д.М. Седракян, А.Ж. Хачатрян* — Движение электрона в поле одномерного случайного потенциала 247

СТРОИТЕЛЬНЫЕ КОНСТРУКЦИИ

- В.С. Саркисян, С.Ш. Нуридджанян, Н.А. Бабаян, П.А. Тер-Петросян* — Тепловой режим бетонных конструкций при электропрогреве в зимних условиях . . . 252

АНАЛИТИЧЕСКАЯ ХИМИЯ

- Н.О. Геокчян, К.Х. Авакян, А.А. Егиазарян, Дж.А. Микаелян, А.Г. Хачатрян* — Экстракционно-абсорбциометрическое определение золота(III) риванолом в солянокислой среде 258

МИНЕРАЛОГИЯ

- К.Г. Ширинян* — Гранат из эксплозивных образований вулкана Восточный Лчасар 262

БИОХИМИЯ

- М.Ш. Мурадян* — Влияние нейрого르몬а "С" на захват $[^{35}\text{S}]$ таурина в изолированных органах крыс при блокаде рецепторов 266

МОЛЕКУЛЯРНАЯ БИОЛОГИЯ

- А.З. Пепоян, М.А. Парсаданян, П.О. Вардеванян, Н.А. Оганесян, К.Г. Карагезян* — Влияние стеарил-фосфатидилхолина на рост и размножение клеток *Salmonella derby* 273

- Л.А. Аванесян, Т.К. Давтян, Ю.Т. Алексанян* — Синтез иммуноглобулинов лимфоцитами человека в культуре под влиянием адриамицина и его комплексов с Fe^{3+} , Cu^{2+} и Co^{2+} 277

ФИЗИОЛОГИЯ РАСТЕНИЙ

- В.В. Казарян, Л.Н. Оганесян* — Влияние темноты и света на хлорофилл и АТФ листьев древесных, кустарниковых и травянистых растений 283

- В.А. Давтян* — О качественном различии ксилемного сока и его влиянии на фотосинтез у разновозрастных деревьев бука восточного 288

ФИЗИОЛОГИЯ

- К.В. Казарян, В.Ц. Ванцян, С.В. Фанарджян, А.С. Тираян, Р.Р. Акопян* — Воздействие димедрола на активацию гистаминных рецепторов мочеочника кошки 293

CONTENTS

MATHEMATICS

- S.A.Nigijan, L.E.Budagyan* – Computation rules for the principal function of the least solution for a class of recursive equation systems 197

MECHANICS

- S.A.Harutyunyan, M.A.Zadoyan* – The plastic zone in the conical tube 204
- S.A.Ambartsumian, S.V.Sarkisian* – Vibration of two-layered plate in the external magnetic field 212
- S.O.Sarkisyan* – Asymptotic theory and variational equation of the bending problem of an elastic plate on momental theory of elasticity 216

THEORY OF ELASTICITY

- M.S.Mkrtchian* – Stress state of a nonfinal piecewise homogeneous space with an arbitrary number of collinear cracks or absolutely rigid inclusions under plane or antiplane deformations 226
- A.H.Babloyan, L.M.Vardanian, B.T.Avanian* – The behavior of tensions near by angular point of anisotropic elastic bodies 233

THEORY OF ELECTROELASTICITY

- S.A.Melkumyan* – Symmetric problem of electroelasticity for compound plane with semi-infinite cuts and charged electrode covering 240

PHYSICS

- D.M.Sedrakian, A.Zh.Khachatrian* – Motion of an electron in one dimensional potential field 247

BUILDING CONSTRUCTIONS

- V.S.Sarkisyan, S.Sh.Nurijanyan, N.A.Babayan, P.A.Ter-Petrosyan* – The thermal rate of concrete constructions with electroheating in winter conditions 252

ANALYTIC CHEMISTRY

- N.O.Geokchian, K.Kh.Avakian, A.A.Eghiazarian, G.A.Mikaelian, A.G.Khachatrian* – Extraction-absorbtometric determination of gold(III) using rivanol in hydrochloric acid medium 258

MINERALOGY

- K.G.Shirinian* – Garnet from the explosive deposits of the East Lhasar volcano 262

BIOCHEMISTRY

- M.Sh.Muradian* – Effect of neurohormone "C" on $[^{35}S]$ taurine uptake in rat slices of different organs of the blockade of receptores 266

MOLECULAR BIOLOGY

- A.Z.Pepoyan, M.A.Parsadanian, P.O.Vardevanian, N.A.Hovhanisian, K.G.Karagezian* – Influence of stearyl-fosfatidylcholine on growth and multiplication of Salmonella derby cells 273
- L.A.Avanessian, T.K.Davtyan, Yu.T.Alexanyan* – Immunoglobulin synthesis by human lymphocytes in culture during the action of adriamycin and it's complexes with Fe^{3+} , Cu^{2+} and Co^{2+} 277

PLANT PHYSIOLOGY

- V.V.Kazaryan, L.N.Hovhannisyan* – The influence of darkness and light upon chlorophyll and ATF of the leaves of trees bushes and grass 283
- V.A.Davtyan* – On qualitative difference of xylem sap and of its influence on photosynthesis of various age trees of *Fagus orientalis* Lipsky 288

PHYSIOLOGY

- K.V.Kazarjan, V.Ts.Vantsian, S.V.Fanardjian, A.S.Tirayan, R.R.Hakobian* – The effect of dimedrole upon the histamine receptor of the cat ureter 293

Отпечатано на копи-принтере Rex Rotary CP1280 фирмы RICOH

Заказ № 015. Тираж 200. Сдано в набор 09.06.2000. Подписано к печати 29.06.2000.

Печ. лист 6,25. Бумага КУМ-ultra. Цена договорная.

Издательство "Гитутюн" НАН РА 375019, Ереван, пр. Маршала Баграмяна, 24-г.

Адр.ред. 375019, Ереван, пр. Маршала Баграмяна 24-г, IIIэт, к.13, т.27-36-95

УДК 519.68:510

С. А. Нигиян, Л. Э. Будагян

Правила вычисления главной функции наименьшего решения для одного класса систем рекурсивных уравнений

(Представлено академиком НАН Армении А.Б.Нерсисяном 23/XII 1998)

В работе рассматривается класс систем уравнений Σ , использующих переменные монотонных типов любых порядков и монотонные константы порядков ≤ 1 , причем константы порядка 1 являются вычислимыми функциями. Каждое уравнение системы $P \in \Sigma$ имеет вид $F = \tau$, где F – переменная, τ – λ -терм и тип терма τ согласован с типом переменной F . Из (1) следует, что всякая система $P \in \Sigma$ имеет наименьшее решение. Главную функцию этого решения (функцию, соответствующую первому уравнению системы и принадлежащую монотонному типу порядка 1) будем считать функцией, определяемой системой P , и обозначать f_P . Нами вводится понятие правила вычисления ρ , основанного на подстановке правых частей уравнений системы вместо некоторых свободных вхождений переменных и последующем редуцировании полученного терма. Показано, что для любых $P \in \Sigma$ и ρ функция f_P является продолжением функции, соответствующей правилу вычисления ρ . Определяется пять конкретных правил вычисления и доказывается, что лишь два из них являются полными, то есть соответствующие им функции совпадают с f_P .

1. Термы, эквивалентность, редукция, нормальная форма. Зафиксируем непустое множество M . Введем понятие типа: 1) множество M есть тип; 2) любое непустое подмножество типа есть тип; 3) если $\beta, \alpha_1, \dots, \alpha_k$ ($k > 0$) – типы то множество всех отображений из $\alpha_1 \times \dots \times \alpha_k$ в β (обозначим $\{\alpha_1 \times \dots \times \alpha_k \rightarrow \beta\}$) есть тип; 4) других типов кроме определенных согласно 1-3, нет. Каждому типу α сопоставим натуральное число $ord(\alpha)$, называемое его порядком. Если $\alpha \subset M$, то $ord(\alpha) = 0$, если же $\alpha \subset \{\alpha_1 \times \dots \times \alpha_k \rightarrow \beta\}$, где $\beta, \alpha_1, \dots, \alpha_k$ ($k > 0$) – типы, то $ord(\alpha) = \max(ord(\alpha_1), \dots, ord(\alpha_k))$,

$ord(\beta)) + 1$. Если x — переменная типа α , $c \in \alpha$ и $ord(\alpha) = n \geq 0$, то x — переменная порядка n ($ord(x) = n$), а c — константа порядка n ($ord(c) = n$). Будем считать, что для каждого типа α мы имеем счетное множество переменных типа α .

Введем понятие термина. Каждому терму t сопоставим:

- множество свободных переменных термина t — $Var(t)$;
- тип термина t — $Type(t)$;
- если $Var(t) \subset \{y_1, \dots, y_n\}$, $n > 0$, $\bar{y}_0 = \langle y_1^0, \dots, y_n^0 \rangle$, где $y_i^0 \in \alpha_i$, α_i — тип переменной y_i , то терму t сопоставим константу $Val_{\bar{y}_0}(t)$, $i = 1, \dots, n$.

Определение термина:

1. Всякая константа c есть терм, $Var(c) = \emptyset$, $Val_{\bar{y}_0}(c) = c$, $Type(c) = \{c\}$.
2. Всякая переменная x есть терм, $Var(x) = \{x\}$, $Val_{\bar{y}_0}(x) = y_i^0$, если $x = y_i$ ($1 \leq i \leq n$), $Type(x) = \alpha$, где α — тип переменной x .
3. Пусть $\tau, t_1, \dots, t_k$ — термы, $k > 0$, $\beta, \alpha_1, \dots, \alpha_k$ — типы, такие, что $Type(\tau) \subset \{\alpha_1 \times \dots \times \alpha_k \rightarrow \beta\}$, $Type(t_i) \subset \alpha_i$, $i = 1, \dots, k$, тогда $\tau(t_1, \dots, t_k)$ есть терм и $(t_1, \dots, t_k)$ есть область действия аппликатора τ .

$$Var(\tau(t_1, \dots, t_k)) = Var(\tau) \cup Var(t_1) \cup \dots \cup Var(t_k),$$

$$Val_{\bar{y}_0}(\tau(t_1, \dots, t_k)) = Val_{\bar{y}_0}(\tau)(Val_{\bar{y}_0}(t_1), \dots, Val_{\bar{y}_0}(t_k)),$$

$$Type(\tau(t_1, \dots, t_k)) = \{Val_{\langle y_1^0, \dots, y_n^0 \rangle}(\tau(t_1, \dots, t_k)) \mid y_i^0 \in Type(y_i), i = 1, \dots, n\}.$$

4. Пусть τ — терм, $x_1, \dots, x_k$ — переменные ($k > 0$) и, если $i \neq j$, то $x_i \neq x_j$ ($1 \leq i, j \leq k$), тогда $\lambda x_1 \dots x_k [\tau]$ есть терм и терм τ есть область действия абстрактора $\lambda x_1 \dots x_k$.

$$Var(\lambda x_1 \dots x_k [\tau]) = Var(\tau) \setminus \{x_1, \dots, x_k\},$$

$$Val_{\bar{y}_0}(\lambda x_1 \dots x_k [\tau]) \in \{Type(x_1) \times \dots \times Type(x_k) \rightarrow Type(\tau)\}$$

и, если $Var(\lambda x_1 \dots x_k [\tau]) = \{y_1, \dots, y_m\}$, $0 \leq m \leq n$, $\bar{y}_0' = \langle y_1^0, \dots, y_m^0 \rangle$, то для всяких $x_j^0 \in Type(x_j)$, $j = 1, \dots, k$, $Val_{\bar{y}_0}(\lambda x_1 \dots x_k [\tau])(\bar{x}_0) = Val_{\bar{x}_0, \bar{y}_0'}(\tau)$, где $\bar{x}_0 = \langle x_1^0, \dots, x_k^0 \rangle$, $Type(\lambda x_1 \dots x_k [\tau])$ определяется так же, как в п.3.

5. Никаких других термов, кроме определенных согласно 1—4, нет.

Пусть t — терм, тогда некоторое вхождение переменной x в терм t назовем связанным, если оно либо принадлежит некоторому абстрактору, либо находится в области действия абстрактора, использующего x . Любое другое вхождение переменной x в терм t назовем свободным.

Пусть t_1, t_2 – термы и $Var(t_1) \cup Var(t_2) = \{y_1, \dots, y_m\}$ ($m \geq 0$), термы t_1 и t_2 назовем эквивалентными (обозначим $t_1 \sim t_2$), если для любого $\bar{y}_0 = \langle y_1^0, \dots, y_m^0 \rangle$, где $y_i^0 \in Type(y_i)$, $i = 1, \dots, m$, имеем: $Val_{\bar{y}_0}(t_1) = Val_{\bar{y}_0}(t_2)$.

Через t_{τ_1} обозначим терм t с некоторым фиксированным вхождением подтерма τ_1 , а через t_{τ_2} – терм, полученный в результате замены данного вхождения τ_1 на τ_2 .

Теорема 1 (о замене). Пусть τ_1, τ_2 – термы, t_{τ_1} – терм с некоторым фиксированным вхождением τ_1 , тогда

$$\tau_1 \sim \tau_2 \Rightarrow t_{\tau_1} \sim t_{\tau_2}.$$

Доказательство проводится индукцией по глубине фиксированного вхождения подтерма τ_1 .

Пусть t – терм, $Var(t) \subset \{y_1, \dots, y_n\}$ и $t_1, \dots, t_n$ ($n > 0$) – некоторые термы. Одновременную подстановку термов $t_1, \dots, t_n$ в терм t вместо некоторых свободных вхождений переменных $y_1, \dots, y_n$ соответственно назовем допустимой, если ни одно из рассматриваемых вхождений переменной y_i не находится в области действия абстрактора, использующего некоторую свободную переменную терма t_i , $i = 1, \dots, n$.

Пусть t – терм, $Var(t) \subset \{y_1, \dots, y_n\}$ и $t_1, \dots, t_n$ ($n > 0$) – некоторые термы. Рассмотрим все свободные вхождения переменных $y_1, \dots, y_n$ в терм t и предположим, что одновременная подстановка термов $t_1, \dots, t_n$ вместо всех свободных вхождений переменных $y_1, \dots, y_n$ соответственно является допустимой. Тогда терм, полученный в результате такой подстановки, условимся обозначать $t\{t_1 / y_1, \dots, t_n / y_n\}$.

Терм вида $\lambda x_1 \dots x_k [\tau]$ назовем α -редексом, а терм $\lambda x_1 \dots x'_i \dots x_k [\tau\{x'_i / x_i\}]$, где x'_i – переменная, $Type(x'_i) = Type(x_i)$, $x'_i \notin \{x_1, \dots, x_k\}$ и x'_i не свободна в τ , – α -сверткой терма $\lambda x_1, \dots, x_k [\tau]$, $i = 1, \dots, k$, $k > 0$.

Терм вида $\lambda x_1 \dots x_k [\tau] (t_1, \dots, t_k)$ назовем β -редексом, а терм $\tau\{t_1 / x_1, \dots, t_k / x_k\}$ – β -сверткой терма $\lambda x_1 \dots x_k [\tau] (t_1, \dots, t_k)$, $k > 0$.

Терм вида $f(t_1, \dots, t_k)$, где f – константа, $k > 0$, назовем δ -редексом, если либо а) $Type(f(t_1, \dots, t_k)) = \{c\}$, где c – константа, либо б) $f(t_1, \dots, t_k) \sim \tau$, где τ – собственный подтерм терма $f(t_1, \dots, t_k)$. Если $f(t_1, \dots, t_k)$ – δ -редекс, то δ -сверткой терма $f(t_1, \dots, t_k)$ назовем константу c в случае а) и терм τ – в случае б).

Введем понятие редукции $\varepsilon \in \{\alpha, \beta, \delta\}$.

$$\varepsilon = \{ \langle \tau_1, \tau_2 \rangle \mid \tau_1 - \varepsilon\text{-редекс, } \tau_2 - \varepsilon\text{-свертка терма } \tau_1 \}$$

Будем говорить, что терм t' получен посредством одношаговой ε -редукции из терма t (обозначим $t \rightarrow_\varepsilon t'$), если существуют такие термы τ_1 и τ_2 , что t есть t_{τ_1} , t' есть t_{τ_2} и $\langle \tau_1, \tau_2 \rangle \in \varepsilon, \varepsilon \in \{\alpha, \beta, \delta\}$.

Будем говорить, что терм t' получен посредством редукции из терма t (обозначим $t \rightarrow^* t'$), если либо t совпадает с t' , либо существует последовательность одношаговых редукций $t \rightarrow_{\varepsilon_0} t_1 \rightarrow_{\varepsilon_1} \dots \rightarrow_{\varepsilon_{n-1}} t_n \rightarrow_{\varepsilon_n} t'$, где t_i — терм, $\varepsilon_i \in \{\alpha, \beta, \delta\}, i = 0, \dots, n, n \geq 0$.

Теорема 2 (о редукции). Пусть t, t' — термы, тогда

$$t \rightarrow^* t' \Rightarrow t \sim t'.$$

Доказательство использует теорему 1.

Будем говорить, что терм t находится в нормальной форме, если t не содержит β и δ -редексов.

Теорема 3 (о нормальной форме). Для всякого терма t существует терм τ , находящийся в нормальной форме такой, что $t \rightarrow^* \tau$.

Доказательство основано на том, что типовое λ -исчисление является сильно нормализуемой теорией (2).

2. Системы уравнений, главная функция наименьшего решения, правила вычисления, полнота. Рассмотрим систему уравнений P :

$$\begin{cases} F_1 = \tau_1 \\ \dots \\ F_n = \tau_n, \end{cases} \quad (1)$$

где F_i — переменная и, если $i \neq j$, то $F_i \neq F_j$, τ_i — терм, $Type(\tau_i) \subset Type(F_i)$, $Var(\tau_i) \subset \{F_1, \dots, F_n\}$, $i, j = 1, \dots, n, n \geq 1$. Отображение $\Psi_P: Type(F_1) \times \dots \times Type(F_n) \rightarrow Type(F_1) \times \dots \times Type(F_n)$ такое, что $\Psi_P(\bar{g}) = \langle Val_{\bar{g}}(\tau_1), \dots, Val_{\bar{g}}(\tau_n) \rangle$, где $\bar{g} \in Type(F_1) \times \dots \times Type(F_n)$, назовем отображением, соответствующим системе уравнений (1); через $(\bar{g})_i$ условимся обозначать i -ую компоненту вектора $\bar{g}$, $i = 1, \dots, n$. Будем говорить, что $\bar{f} \in Type(F_1) \times \dots \times Type(F_n)$ есть решение системы (1), если $\Psi_P(\bar{f}) = \bar{f}$. Легко заметить, что не всякая система уравнений вида (1) имеет решение. Нас будут интересовать так называемые монотонные системы уравнений вида (1), для которых решение существует всегда.

Пусть A, B — частично упорядоченные множества и f, g — некоторые отображения из A в B , тогда $f \prec g$, если для любого $a \in A$, $f(a) \prec g(a)$

($\prec$ — символ частичного порядка); f — монотонное отображение, если для любых $a, b \in A$ таких, что $a \prec b$, имеем $f(a) \prec f(b)$.

Пусть M — частично упорядоченное множество, содержащее наименьший элемент $\perp$, и каждый элемент из M сравним только с $\perp$ и с самим собой. Введем понятие монотонного типа: 1) множество M есть монотонный тип; 2) если $\beta, \alpha_1, \dots, \alpha_k$ ($k > 0$) — монотонные типы, то множество всех монотонных отображений из $\alpha_1 \times \dots \times \alpha_k$ в β (обозначим $[\alpha_1 \times \dots \times \alpha_k \rightarrow \beta]$) есть монотонный тип; 3) других монотонных типов, кроме определенных согласно 1–2, нет. Константы и переменные монотонных типов условимся называть монотонными; термы, использующие только монотонные константы и переменные, — монотонными термами; системы уравнений (1), использующие только монотонные константы и переменные, — монотонными системами уравнений. В (1) показано, что всякая монотонная система уравнений имеет наименьшее решение (теорема 2). Определим интересующее нас подмножество монотонных систем уравнений Σ . Монотонная система уравнений P вида (1) принадлежит к классу Σ , если всякая константа порядка 1, используемая системой P , является вычислимой функцией, система P не использует констант, порядок которых > 1 , и $Type(F_1) = [M^k \rightarrow M]$ для некоторого $k \geq 1$. Уравнение $F_1 = \tau_1$ назовем главным уравнением системы P , а функцию $f_p = (\bar{f})_1$, где $\bar{f}$ — наименьшее решение системы P , главной функцией наименьшего решения системы P .

Лемма 1 (о главной функции наименьшего решения). Для любой системы уравнений $P \in \Sigma$, имеющей вид (1), и $\bar{m} \in M^k$, где $Type(F_1) = [M^k \rightarrow M]$ ($k \geq 1$), имеем:

$$f_p(\bar{m}) = \sup \left\{ \left(\Psi_p^i(\Omega) \right)_1(\bar{m}) \mid i < \omega \right\},$$

где Ω — наименьший элемент множества $Type(F_1) \times \dots \times Type(F_n)$, $\Psi_p^0(\Omega) = \Omega$, $\Psi_p^{i+1}(\Omega) = \Psi_p(\Psi_p^i(\Omega))$, $i < \omega$, ω — ординал, соответствующий натуральному ряду.

Доказательство следует из работы (3) (лемма 2).

Введем понятие правила вычисления ρ . Пусть система уравнений $P \in \Sigma$ имеет вид (1). Правило вычисления ρ по каждому терму t такому, что $Var(t) \subset \{F_1, \dots, F_n\}$, определяет, какие именно свободные вхождения переменных $F_1, \dots, F_n$ следует одновременно заменить на термы $\tau_1, \dots, \tau_n$ соответственно. Результат такой замены условимся обозначать $\rho(t)$. Естественно, что подстановка предполагается допустимой. Опреде-

лим вычислительную последовательность $t_1, t_2, \dots$, соответствующую системе $P \in \Sigma$, правилу ρ и $\bar{m} \in M^k$, где $Type(F_1) = [M^k \rightarrow M]$ ($k \geq 1$):

t_1 есть терм $F_1(\bar{m})$;

t_{i+1} есть терм, находящийся в нормальной форме, такой, что $\rho(t_i) \rightarrow \rightarrow t_{i+1}, i \geq 1$.

Корректность данного определения следует из теоремы 3. Определим функцию f_ρ^P , соответствующую системе P и правилу ρ : если для всех $i \geq 1$ $t_i \notin M$, то $f_\rho^P(\bar{m}) = \perp$; если для некоторого $i_0 \geq 1$ $t_{i_0} \in M$, то $f_\rho^P(\bar{m}) = t_{i_0}$.

Теорема 4 (о функции, соответствующей правилу вычисления). Для всяких системы уравнений $P \in \Sigma$ и правила вычисления ρ имеем:

$$f_\rho^P \prec f_\rho.$$

Доказательство использует теорему 2 и лемму 1.

Правило вычисления ρ назовем полным, если для всякой системы уравнений $P \in \Sigma$ имеем: $f_\rho^P = f_\rho$. Перед тем как определить конкретные правила вычисления, введем два понятия.

Свободное вхождение переменной F в терм t назовем внутренним, если оно не входит в аппликатор τ , область действия которого содержит свободное вхождение (в терм t) некоторой переменной.

Свободное вхождение переменной F в терм t назовем внешним, если оно не входит в область действия аппликатора τ , содержащего свободное вхождение (в терм t) некоторой переменной.

Определим пять правил вычисления.

1. **Правило самой левой внутренней замены:** заменяется самое левое внутреннее свободное вхождение переменной.

2. **Правило параллельной внутренней замены:** заменяются одновременно все внутренние свободные вхождения переменных.

3. **Правило самой левой (внешней) замены:** заменяется самое левое (внешнее) свободное вхождение переменной.

4. **Правило параллельной внешней замены:** заменяются одновременно все внешние свободные вхождения переменных.

5. **Правило полной замены:** заменяются одновременно все свободные вхождения переменных.

Теорема 5 (о правилах вычисления).

Правила 1, 2, 3 не являются полными.

Правила 4, 5 — полные.

Правило 3 является полным для систем уравнений, использующих только естественно расширенные функции (константы порядка 1).

Заметим, что функция $f \in [M^k \rightarrow M]$ ($k \geq 1$) называется естественно расширенной, если $f(\dots, \perp, \dots) = \perp$.

Ереванский государственный университет

Ա. Ա. ՆԻԳԻՅԱՆ, Լ. Է. ԲՈՒԴԱՂՅԱՆ

Փոքրագույն լուծման գլխավոր ֆունկցիայի հաշվարկման կանոններ ռեկուրսիվ հավասարումների համակարգերի մի դասի համար

Աշխատանքում դիտարկվում է այնպիսի հավասարումների համակարգերի Σ դաս, որոնք օգտագործում են ցանկացած կարգի մոնոտոն տիպի փոփոխականներ $k \leq 1$ կարգի մոնոտոն հաստատումներ, ընդ որում առաջին կարգի հաստատումները հաշվարկելի ֆունկցիաներ են: $P \in \Sigma$ համակարգի ամեն մի հավասարում ունի $F = \tau$ տեսք, որտեղ F -ը փոփոխական է, τ -ն —տերմ է, և τ տերմի տիպը համաձայնեցված է F փոփոխականի տիպի հետ: Հայտնի է, որ ցանկացած $P \in \Sigma$ համակարգ ունի փոքրագույն լուծում: Այդ լուծման գլխավոր ֆունկցիան (ֆունկցիան, որը համապատասխանում է համակարգի առաջին հավասարմանը և որի կարգը հավասար է 1-ի) կհամարենք P համակարգով որոշվող ֆունկցիա և նշանակենք այն f_P -ով: Մեր կողմից ներմուծվում է ρ հաշվարկման կանոնի հասկացություն, որը հիմնված է տերմի փոփոխականների որոշ ազատ մուտքերը P համակարգի հավասարումների աջ մասերով փոխարինման և ստացված տերմի հետագա պարզեցման (ռեդուկցիայի) վրա: Ցույց է տրվել, որ ցանկացած $P \in \Sigma$ համակարգի և ρ հաշվարկման կանոնի համար f_P -ն հանդիսանում է ρ հաշվարկման կանոնին համապատասխանող ֆունկցիայի շարունակություն: Սահմանվում է հինգ հաշվարկման կանոններ և ապացուցվում է, որ դրանցից միայն երկուսն են լրիվ, այսինքն՝ դրանց համապատասխանող ֆունկցիան համընկնում է f_P -ի հետ:

ЛИТЕРАТУРА — ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

- ¹ С.А.Нигиян, Программирование, 1991, №5, с.77-86 (англ. пер. S.A.Nigiyany, Programming and Computer Software, v.17, №5, p.290-297 (1992)). ² H.P.Barendregt, The lambda calculus, its syntacs and semantics, Amsterdam, North Holand, 1981 (рус. пер. Х.Барендрегт Ламбда-исчисление, его синтаксис и семантика, М., Мир, 1985). ³ С.А.Нигиян, Программирование, №2, с.58-68, 1993 (англ. пер. S.A.Nigiyany, Programming and Computer Software, v.20, №2, p.69-75 (1994)).

УДК 539.3

С. А. Арутюнян, академик НАН Армении М. А. Задоян

Зона пластичности в конической трубе

(Представлено 6/XI 1998)

У многих металлических материалов, таких, как углеродные стали и их сплавы, медь и др., по диаграмме растяжения после зоны текучести наступает зона упрочнения, когда материал проявляет новые способности заметно повышать сопротивляемость при дальнейшем пластическом деформировании до разрушения. Тем самым возникает задача определения напряженного состояния, а также критических значений внешних сил, соответствующих временно-му сопротивлению данного материала (1,2).

Полагаем, что материал трубы после площадки текучести упрочняется по линейному закону, причем по схематизированной диаграмме одноосного растяжения, показанной на рис.1. Здесь σ_s — предел текучести, σ_u — напряжение временного сопротивления, G и H — модули упругости и упрочнения. Эти параметры определяются экспериментально по одноосному растяжению или при кручении тонкостенных цилиндрических труб.

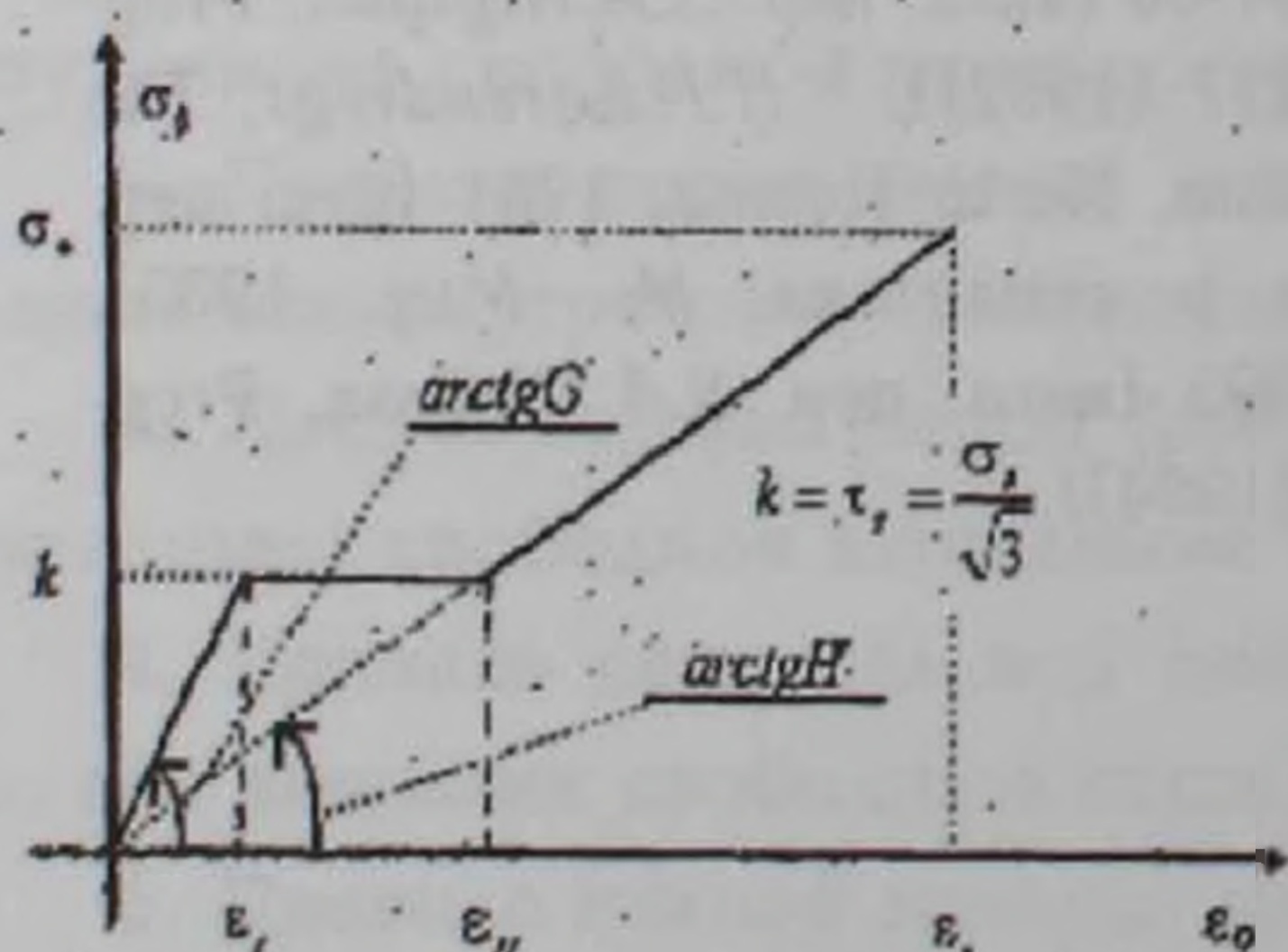


Рис.1.

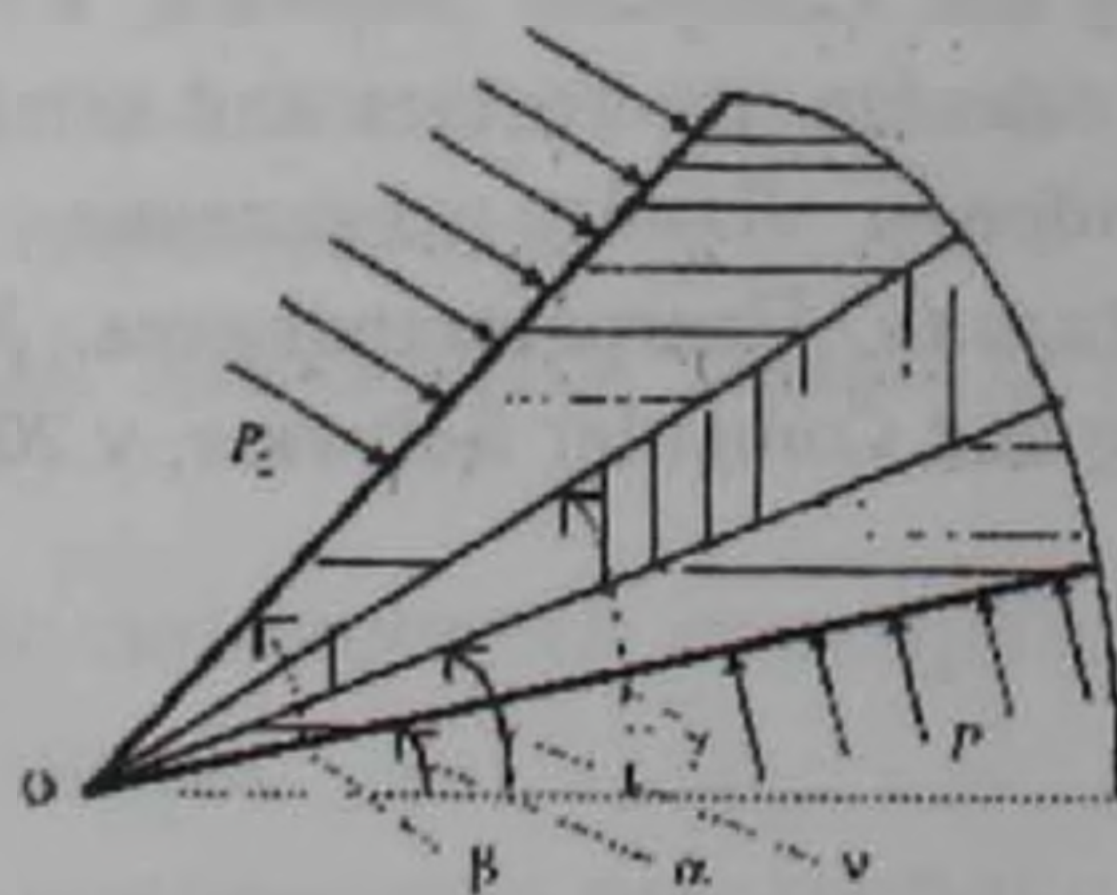


Рис.2.

Исследуется напряженное состояние длинной толстостенной конической трубы из несжимаемого материала, характеризующегося указанной диаграм-

мой. Принимаем, что труба находится под совместным воздействием нормальных и кольцевых касательных, равномерно распределенных на внутренней $\theta = \alpha$ и внешней $\theta = \beta$ конических поверхностях сил (рис.2)

$$\sigma_\theta = -P_i, \quad \tau_{\theta\varphi} = q_i \text{ при } \theta = \alpha; \beta, \quad (1)$$

где индексы $i = 1, 2$ относятся, соответственно, к внутренней и внешней поверхностям (3,4).

Полагаем, что уровень указанных внешних сил таков, что труба находится в трехзонном напряженном состоянии, причем вокруг внутренней конической поверхности материал находится в стадии упрочнения, вокруг внешней конической поверхности — в упругом состоянии, а между этими слоями — в состоянии текучести.

Исходя из соображений осесимметричности деформирования, полагаем, что граничные поверхности между зонами упрочнения и текучести $\theta = \nu$ и зонами текучести и упругости $\theta = \gamma$, положения которых следует определить в ходе решения задачи, также являются коническими.

Зависимость между интенсивностями напряжений и деформаций принимается в форме

$$\sigma_0 = f(\varepsilon_0)\varepsilon_0,$$

$$\sigma_0 = \frac{1}{\sqrt{6}} \sqrt{(\sigma_r - \sigma_\theta)^2 + (\sigma_\theta - \sigma_\varphi)^2 + (\sigma_\varphi - \sigma_r)^2 + 6(\tau_{r\theta}^2 + \tau_{\theta\varphi}^2 + \tau_{r\varphi}^2)},$$

$$\varepsilon_0 = \sqrt{\frac{2}{3}} \sqrt{(\varepsilon_r - \varepsilon_\theta)^2 + (\varepsilon_\theta - \varepsilon_\varphi)^2 + (\varepsilon_\varphi - \varepsilon_r)^2 + 6(\gamma_{r\theta}^2 + \gamma_{\theta\varphi}^2 + \gamma_{r\varphi}^2)}.$$

В области упругости имеем $f = G$, $0 \leq \varepsilon_0 \leq \varepsilon_s$, в области текучести $f = \sigma_s / \varepsilon_0$, $\varepsilon_s \leq \varepsilon_0 \leq \varepsilon_u$, в области упрочнения $f = H$, $\varepsilon_u \leq \varepsilon_0 \leq \varepsilon_*$, параметры, характеризующие деформативные свойства материала. Зависимости между компонентами деформаций и напряжений при условии несжимаемости материала

$$\varepsilon_r + \varepsilon_\theta + \varepsilon_\varphi = 0 \quad (2)$$

принимая в форме

$$\sigma_{ij} - \sigma \delta_{ij} = 2f(\varepsilon_0)\varepsilon_{ij}, \quad (3)$$

где σ среднее напряжение.

Перемещения, удовлетворяющие условию несжимаемости (2), представим в виде

$$v_i = \frac{A_i r}{\sin \theta}, \quad w_i = r \psi_i \sin \theta, \quad u_i = 0, \quad (4)$$

где $\psi_i = \psi_i(\theta)$; A_i — неизвестные функции и постоянные, а индексы $i = 1, 2, 3$ соответствуют зонам упрочнения, текучести и упругости соответственно.

Используя условия непрерывности перемещения на граничных поверхностях $\theta = \nu$ и $\theta = \gamma$, получаем

$$A_i = A, \quad \psi_1(\nu) = \psi_2(\nu), \quad \psi_2(\gamma) = \psi_3(\gamma).$$

Отличные от нуля деформации будут

$$\varepsilon_{\varphi i} = -\varepsilon_{\theta i} = \frac{A \cos \theta}{\sin^2 \theta}, \quad 2\gamma_{\theta\varphi i} = \psi'_i \sin \theta. \quad (5)$$

Компоненты напряжения на (3) и (5) представляются в следующем виде:

$$\sigma_{\varphi i} = \sigma_{\theta i} + 4fA \frac{\cos \theta}{\sin^2 \theta}, \quad \sigma_{ri} = \sigma_{\theta i} + 2fA \frac{\cos \theta}{\sin^2 \theta}, \quad (6)$$

$$\tau_{\theta\varphi i} = f\psi'_i \sin \theta.$$

Система дифференциальных уравнений равновесия сводится к следующим уравнениям:

$$\frac{\partial \sigma_{\theta i}}{\partial \theta} + (\sigma_{\theta i} - \sigma_{\varphi i}) \operatorname{ctg} \theta = 0, \quad (7)$$

$$\frac{\partial \tau_{\theta\varphi i}}{\partial \theta} + 2\tau_{\theta\varphi i} \operatorname{ctg} \theta = 0.$$

1. *Решение в зоне упрочнения* ($\alpha \leq \theta \leq \nu$). Используя первое уравнение равновесия (7), зависимости (6) для нормальных напряжений, полагая в них $f = H$, а также применяя граничное условие при $\theta = \alpha$ согласно (1), получаем

$$\sigma_{\varphi 1} = \sigma_{\theta 1} + 4HA \frac{\cos \theta}{\sin^2 \theta}, \quad \sigma_{r1} = \sigma_{\theta 1} + 2HA \frac{\cos \theta}{\sin^2 \theta},$$

$$\sigma_{\theta 1} = -P_1 + 2HA \left(\frac{\cos \alpha}{\sin^2 \alpha} - \frac{\cos \theta}{\sin^2 \theta} - \ln \frac{\operatorname{tg} \frac{\theta}{2}}{\operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}} \right), \quad \alpha \leq \theta \leq \nu. \quad (8)$$

Из второго уравнения (7) путем интегрирования и использования условия $\tau_{\theta\varphi}$ согласно (1) будем иметь

$$\tau_{\theta\varphi 1} = q_1 \frac{\sin^2 \alpha}{\sin^2 \theta} = \tau, \quad \alpha \leq \theta \leq \nu. \quad (9)$$

Сопоставляя полученное выражение $\tau_{\theta\varphi 1}$ с соответствующей формулой в (6) при $f = H$, интегрированием находим

$$\psi_1 = \psi_1(\nu) + \frac{1}{H} \int_{\theta}^{\nu} \frac{\tau}{\sin \theta} d\theta,$$

где $\psi_1(\nu)$ — неизвестная постоянная. Интегрированием получаем

$$\psi_1 = \psi_1(\nu) - \frac{q_1 \sin^2 \alpha}{2H} \left(\frac{\cos \nu}{\sin^2 \nu} - \frac{\cos \theta}{\sin^2 \theta} + \ln \frac{\operatorname{tg} \frac{\theta}{2}}{\operatorname{tg} \frac{\nu}{2}} \right). \quad (10)$$

Таким образом, полученное решение (8), (9), (4), (10) содержит неизвестные постоянные $A, \nu, C = \psi_1(\nu)$.

2. Решение в зоне текучести ($\nu \leq \theta \leq \gamma$). В этой зоне имеем условие Губера-Мизеса

$$(\sigma_{\varphi 2} - \sigma_{\theta 2})^2 + 4\tau_{\theta\varphi 2}^2 = 4k^2, \quad (11)$$

где $k = \sigma_s / \sqrt{3}$. Отсюда

$$\sigma_{\varphi 2} - \sigma_{\theta 2} = 2\sqrt{k^2 - \tau_{\theta\varphi 2}^2}. \quad (12)$$

Из второго уравнения (7) путем интегрирования и использования условия непрерывности $\tau_{\theta\varphi}$ при $\theta = \nu$ будем иметь

$$\tau_{\theta\varphi 2} = \tau(\theta), \quad \nu \leq \theta \leq \gamma. \quad (13)$$

Интегрируя далее, из первого уравнения (7) с учетом (12) и (13) получим

$$\sigma_{\theta 2} = \sigma_{\theta 2}(\nu) + 2 \int_{\nu}^{\theta} \sqrt{k^2 - \tau^2} \operatorname{ctg} \theta d\theta.$$

Используя условие непрерывности $\sigma_{\theta 1}(\nu) = \sigma_{\theta 2}(\nu)$, получим

$$\sigma_{\theta 2} = -p_1 + 2HAB(\nu) + kN(\theta, \nu), \quad (14)$$

где

$$B(\nu) = \frac{\cos \alpha}{\sin^2 \alpha} - \frac{\cos \nu}{\sin^2 \nu} - \ln \frac{\operatorname{tg} \frac{\nu}{2}}{\operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}},$$

$$N(\theta, \nu) = 2 \ln \frac{\sin \theta}{\sin \alpha} + \ln \frac{1 + \sqrt{1 - q^2} \frac{\sin^4 \alpha}{\sin^4 \theta}}{1 + \sqrt{1 - q^2} \frac{\sin^4 \alpha}{\sin^4 \nu}} -$$

$$- \sqrt{1 - q^2} \frac{\sin^4 \alpha}{\sin^4 \theta} + \sqrt{1 - q^2} \frac{\sin^4 \alpha}{\sin^4 \nu}, \quad q = q_1 / k.$$

На поверхности $\theta = \nu$ имеет место условие Губера-Мизеса

$$(\sigma_{\varphi 1} - \sigma_{\theta 1})^2 + 4\tau_{\theta\varphi 1}^2 = 4k^2, \quad \text{при} \quad \theta = \nu$$

Или же

$$4A^2h^2 \frac{\cos^4 \nu}{\sin^4 \nu} + q^2 \frac{\sin^4 \alpha}{\sin^4 \nu} = 1, \quad (15)$$

причем $h = H/k$. Из зависимостей (12) и (6) для $\tau_{\theta\varphi 2}$ находим

$$\psi_2 = \psi_2(\nu) + 2A \int_{\nu}^{\theta} \frac{\tau}{\sqrt{k^2 - \tau^2}} \frac{\cos \theta}{\sin^3 \theta} d\theta.$$

3. Решение в упругой зоне ($\gamma \leq \theta \leq \beta$). В упругой области принимаем в (6) $f = G$; будем иметь

$$\begin{aligned} \sigma_{\varphi 3} &= \sigma_{\theta 3} + 4AG \frac{\cos \theta}{\sin^2 \theta}, \quad \sigma_{r3} = \sigma_{\theta 3} + 2AG \frac{\cos \theta}{\sin^2 \theta}, \\ \tau_{\theta\varphi 3} &= q_2 \frac{\sin^2 \beta}{\sin^2 \theta} = \tau, \quad q_2 \sin^2 \beta = q_1 \sin^2 \alpha, \quad \gamma \leq \theta \leq \beta. \end{aligned} \quad (16)$$

Здесь использованы граничные условия для $\tau_{\theta\varphi 3}$ на поверхностях $\theta = \beta$ и $\theta = \gamma$. Интегрируя первое уравнение (7) с использованием выражения $\sigma_{\varphi 3} - \sigma_{\theta 3}$ из (16), находим

$$\sigma_{\theta 3} = -p_2 + 2AG \left(\frac{\cos \beta}{\sin^2 \beta} - \frac{\cos \theta}{\sin^2 \theta} - \ln \frac{\operatorname{tg} \frac{\theta}{2}}{\operatorname{tg} \frac{\beta}{2}} \right), \quad \gamma \leq \theta \leq \beta. \quad (17)$$

Здесь учтено граничное условие на поверхности $\theta = \beta$. Далее используя условие непрерывности напряжений $\sigma_{\theta 3}(\gamma) = \sigma_{\theta 2}(\gamma)$, получаем

$$p = 2A[hB(\nu) + gD(\gamma)] + N(\gamma, \nu), \quad (18)$$

где

$$D(\gamma) = \frac{\cos \gamma}{\sin^2 \gamma} - \frac{\cos \beta}{\sin^2 \beta} - \ln \frac{\operatorname{tg} \frac{\beta}{2}}{\operatorname{tg} \frac{\gamma}{2}},$$

$$p = (p_1 - p_2)/k, \quad h = H/k, \quad g = G/k.$$

Из (18) определяем

$$A = \frac{1}{2} \cdot \frac{P - N(\gamma, \nu)}{hB(\nu) + gD(\gamma)}. \quad (19)$$

На граничной поверхности между упругой и пластической зонами имеем условие пластичности Губера–Мизеса

$$(\sigma_{\varphi 3} - \sigma_{\theta 3})^2 + 4\tau_{\theta 3}^2 = 4k^2, \text{ при } \theta = \gamma$$

Отсюда согласно (16), (19) находим

$$\frac{(P - N)^2 \mu^2 \cos^2 \gamma}{(B + \mu D)^2 \sin^2 \gamma} + q^2 \frac{\sin^4 \alpha}{\sin^4 \gamma} = 1, \quad (20)$$

где $\mu = G / H$; $q = q_1 / k$. Далее, из (15) и (19) получаем

$$\frac{(P - N)^2 \cos^2 \nu}{(B + \mu D)^2 \sin^4 \nu} + q^2 \frac{\sin^4 \alpha}{\sin^4 \nu} = 1. \quad (21)$$

Система уравнений (20)–(21) определяет неизвестные постоянные ν и γ в зависимости от p и q . В частности, когда $q = 0$, из (20)–(21) находим

$$\cos \gamma = \sqrt{1 + \frac{\mu^2 \sin^4 \nu}{4 \cos^2 \nu}} - \frac{\mu \sin^2 \nu}{2 \cos \nu}$$

$$p = 2 \ln \frac{\sin \gamma}{\sin \nu} + \frac{\sin^2 \gamma}{\mu \cos \gamma} [B(\nu) + \mu D(\gamma)].$$

Задавая значения ν , находим значения γ , а затем и p .

4. *Второе предельное давление.* Пусть на внутренней конической поверхности материал переходит в стадию временного сопротивления. Принимаем, что интенсивность напряжения на этой поверхности достигает критического значения, т.е.

$$\sigma_0(\alpha) / k = \sigma_*$$

Принимая в (19)–(21) $\nu = \nu_*$ и $\gamma = \gamma_*$, из условия Губера–Мизеса имеем

$$4h^2 A_*^2 \frac{\cos^2 \alpha}{\sin^4 \alpha} + q_*^2 = \sigma_*^2,$$

откуда согласно (19) находим второе предельное давление $p = p_*$,

$$p_* = N_* + (B_* + \mu D_*) \frac{\sin^2 \alpha}{\cos \alpha} \sqrt{\sigma_*^2 - q_*^2}. \quad (22)$$

Здесь N_* , B_* , D_* — значения этих параметров при $\nu = \nu_*$ и $\gamma = \gamma_*$.

Система уравнений (20)–(21) в этом предельном состоянии примет следующий вид:

$$(\sigma_*^2 - q_*^2) \frac{\sin^4 \alpha \cos^2 \nu_*}{\cos^2 \alpha \sin^4 \nu_*} + q_*^2 \frac{\sin^4 \alpha}{\sin^4 \nu_*} = 1,$$

$$\mu^2(\sigma_*^2 - q_*^2) \frac{\sin^4 \alpha \cos^2 \gamma_*}{\cos^2 \alpha \sin^4 \gamma_*} + q_*^2 \frac{\sin^4 \alpha}{\sin^4 \gamma_*} = 1.$$

В частности, когда $q = 0$, находим

$$\frac{\sin^2 \gamma_*}{\cos \gamma_*} = \mu \sigma_* \frac{\sin^2 \alpha}{\cos \alpha}, \quad \frac{\sin^2 \nu_*}{\cos \nu_*} = \sigma_* \frac{\sin^2 \alpha}{\cos \alpha}.$$

Отсюда получаем

$$\nu_* = \arccos \left(\sqrt{1 + \frac{\sigma_*^2 \sin^4 \alpha}{4 \cos^2 \alpha}} - \frac{\sigma_* \sin^2 \alpha}{2 \cos \alpha} \right),$$

$$\gamma_* = \arccos \left(\sqrt{1 + \mu^2 \frac{\sigma_*^2 \sin^4 \alpha}{4 \cos^2 \alpha}} - \mu \frac{\sigma_* \sin^2 \alpha}{2 \cos \alpha} \right).$$

Значение второго предельного давления будет

$$p_* = 2 \ln \frac{\sin \gamma_*}{\sin \nu_*} + \sigma_* (B_* + \mu D_*) \frac{\sin^2 \alpha}{\cos \alpha},$$

где

$$B_* = \frac{\cos \alpha}{\sin^2 \alpha} - \frac{1}{\sigma_*} \cdot \frac{\cos \alpha}{\sin^2 \alpha} - \ln \frac{\operatorname{tg} \frac{\nu}{2}}{\operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}},$$

$$D_* = \frac{1}{\mu \sigma_*} \cdot \frac{\cos \alpha}{\sin^2 \alpha} - \frac{\cos \beta}{\sin^2 \beta} - \ln \frac{\operatorname{tg} \frac{\beta}{2}}{\operatorname{tg} \frac{\gamma_*}{2}}.$$

Предельное давление зависит от σ_* и $\mu = G/H$.

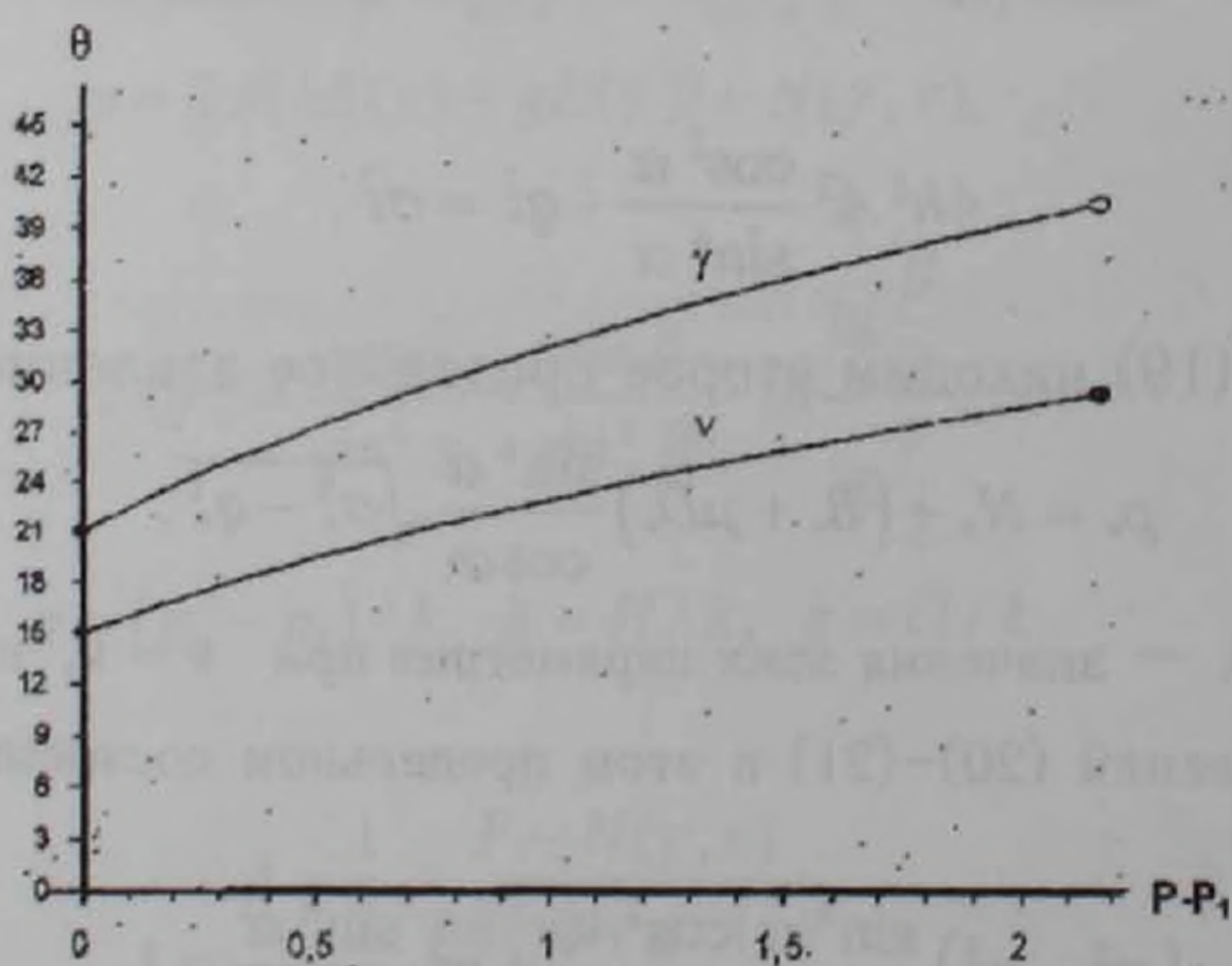


Рис.3.

Для значений параметров $\alpha = 15^\circ$, $\beta = 45^\circ$, $\mu = 2$, $\sigma_* = 4$ на рис.3 построены кривые γ и ν в зависимости от роста давления p . Когда с внутренней поверхности трубы начинается распространение зоны упрочнения, $p_1 = 1,35$, а в предельном состоянии, когда исчерпывается несущая способность трубы, $p_* = 3,5$. Соответственно $\nu_* = 29,44^\circ$ и $\gamma_* = 40,5^\circ$.

Институт механики НАН Армении

Ա. Ա. ՀԱՐՈՒԹՅՈՒՆՅԱՆ, Հայաստանի ԳԱԱ ակադեմիկոս Մ. Ա. ԶԱԴՈՅԱՆ

Պլաստիկության գոտիները կոնական խողովակում

Շատ մետաղական նյութերում ձգման դիագրամներում հոսունության միջակայքին հաջորդում են ամրապնդման գոտիները, որտեղ նյութերը հանդես են բերում պլաստիկական դեֆորմացիաներին դիմադրելու ամրության զգալի պաշարներ: Ուսումնասիրվում է կոնական հաստապատ խողովակի լարվածային վիճակը նորմալ և շոշափող ուժերի ազդեցության տակ, երբ նյութն օժտված է հետհոսունության գծային ամրապնդումով: Ընդունվում է, որ կոնական խողովակում առաջանում են ամրապնդման, հոսունության և առաձգական գոտիներ, որոնք տարածվում են արտաքին ուժերի աճման հետ միասին: Որոշվում է երկրորդ սահմանային ճնշումը, որի դեպքում խողովակի ներքին մակերևույթում առաջանում են ժամանակավոր դիմադրությանը համապատասխան լարումներ:

ЛИТЕРАТУРА – ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

¹ В.В.Клюшников, в сб. Статическая и динамическая прочность элементов машиностроительных конструкций, М., ВЗМИ, 1986. ² М.А.Задоян, Изв. НАН Армении. Механика, т.50, №3-4(1997). ³ Д.Д.Ивлев, Теория идеальной пластичности, М., Наука, 1966. ⁴ М.А.Задоян, Пространственные задачи теории пластичности, М., Наука, 1992.

УДК 539.3

Академик НАН Армении С. А. Амбарцумян, С. В. Саркисян

Колебание двухслойной пластинки во внешнем магнитном поле

(Представлено 1/XII 1998)

Рассматривается задача колебания тонкой двухслойной пластинки, составленной из двух однородных изотропных материалов, во внешнем постоянном поперечном магнитном поле $\vec{B}_0(0,0,B)$. Примем, что координатная плоскость xoy совпадает с плоскостью спая слоев, которая параллельна внешним плоскостям пластинки. Будем считать также, что слои после деформации остаются упругими и работают совместно без скольжения. Первый слой характеризуется модулем упругости E_1 , коэффициентом Пуассона ν_1 , плотностью ρ_1 и толщиной h_1 , а второй, являясь магнитоэлектроактивным, — E_2 , ν_2 , ρ_2 , h_2 и проводимостью σ . Примем, что свойства среды, омывающей второй слой пластинки, отождествлены со свойствами вакуума. Трехмерная задача магнитоупругих колебаний двухслойной пластинки сводится к совместному интегрированию следующих систем дифференциальных уравнений ⁽¹⁾:

— уравнения электродинамики для области, занимаемой телом $(-h_2 \leq z < 0)$,

— уравнения электродинамики для среды, окружающей второй слой пластинки $(z \geq 0, \infty < z < -h_2)$,

— уравнения теории упругости с учетом объемных сил электромагнитного происхождения.

К приведенным уравнениям следует присоединить условия на внешних плоскостях и на плоскостях контакта двух слоев пластинки ⁽²⁾:

$$\begin{aligned} \sigma_{zz}^{(1)} &= \sigma_{xz}^{(1)} = \sigma_{yz}^{(1)} = 0 \text{ при } z = h_1, \\ \sigma_{zz}^{(1)} &= \sigma_{zz}^{(2)}, \sigma_{xz}^{(1)} = \sigma_{xz}^{(2)}, \sigma_{yz}^{(1)} = \sigma_{yz}^{(2)} \text{ при } z = 0, \\ \sigma_{zz}^{(2)} &= \sigma_{xz}^{(2)} = \sigma_{yz}^{(2)} = 0 \text{ при } z = -h_2, \\ h_x &= h_x^{(e)}, h_y = h_y^{(e)}, h_z = h_z^{(e)}, e_x = e_x^{(e)}, e_y = e_y^{(e)} \text{ при } z = 0; -h_2, \end{aligned} \tag{1}$$

где σ_{ij} – компоненты тензора напряжений; h_x, h_y, h_z, e_x и e_y – компоненты вектора индуцированного электромагнитного поля (величины, отмеченные индексом (e), относятся к внешней области второго слоя пластинки), а также граничные условия на торцах пластинки и условия на бесконечности.

Для приведения трехмерной задачи магнитоупругих колебаний двухслойной пластинки к двумерной примем гипотезу Кирхгофа для пакета в целом, а для электродинамических величин – гипотезу магнитоупругости тонких тел ⁽¹⁾, которые аналитически запишутся в виде

$$u_x = u(x, y, t) - z \frac{\partial w}{\partial x}, \quad u_y = v(x, y, t) - z \frac{\partial w}{\partial y}, \quad u_z = w(x, y, t), \quad (2)$$

$$e_x = \varphi(x, y, t), \quad e_y = \psi(x, y, t), \quad h_z = f(x, y, t),$$

где u, v, w – искомые перемещения точек координатной плоскости xoy пластинки, φ, ψ, f – искомые функции индуцированного электромагнитного поля.

Осредняя уравнения теории упругости с учетом объемных сил электромагнитного происхождения, согласно (1) и (2), получим следующие уравнения движения пластинки в перемещениях:

$$\begin{aligned} & \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{1+\nu_3}{2} \cdot \frac{\partial^2 v}{\partial x \partial y} + \frac{1-\nu_3}{2} \cdot \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} - K \frac{\partial}{\partial x} \Delta w + \\ & + \frac{\sigma B h_2}{c(C_1 + C_2)} \left(\psi - \frac{B}{c} \cdot \frac{\partial u}{\partial t} - \frac{h_2 B}{2c} \cdot \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial t} \right) = \frac{n^*}{C_1 + C_2} \cdot \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} - \frac{k^*}{C_1 + C_2} \cdot \frac{\partial^3 w}{\partial x \partial t^2}, \\ & \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + \frac{1+\nu_3}{2} \cdot \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} + \frac{1-\nu_3}{2} \cdot \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} - K \frac{\partial}{\partial y} \Delta w - \\ & - \frac{\sigma B h_2}{c(C_1 + C_2)} \left(\varphi + \frac{B}{c} \cdot \frac{\partial v}{\partial t} + \frac{h_2 B}{2c} \cdot \frac{\partial^2 w}{\partial y \partial t} \right) = \frac{n^*}{C_1 + C_2} \cdot \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} - \frac{k^*}{C_1 + C_2} \cdot \frac{\partial^3 w}{\partial y \partial t^2}, \\ & (D_1 + D_2) \Delta^2 w + n^* \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} - \\ & - (K_1 - K_2) \Delta \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right) - \frac{\sigma B h_2^2}{c} \left(\frac{h_2 B}{3c} \cdot \frac{\partial}{\partial t} \Delta w + \right. \\ & \left. + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \varphi}{\partial y} - \frac{\partial \psi}{\partial x} \right) + \frac{B}{2c} \cdot \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right) \right) + \\ & + k^* \frac{\partial^2}{\partial t^2} \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right) - m^* \frac{\partial^2}{\partial t^2} \Delta w = 0. \end{aligned} \quad (3)$$

Из систем уравнений электродинамики для внутренней и внешней областей получим следующие уравнения:

$$\begin{aligned}
\frac{\partial \psi}{\partial x} - \frac{\partial \varphi}{\partial y} + \frac{1}{c} \cdot \frac{\partial f}{\partial t} &= 0, \\
\frac{\partial f}{\partial x} + \frac{4\pi\sigma}{c} \left(\psi - \frac{B}{c} \cdot \frac{\partial u}{\partial t} - \frac{h_2 B}{2c} \cdot \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial t} \right) &= \frac{h_x^0 - h_x^-}{h_2}, \\
\frac{\partial f}{\partial y} - \frac{4\pi\sigma}{c} \left(\varphi + \frac{B}{c} \cdot \frac{\partial v}{\partial t} + \frac{h_2 B}{2c} \cdot \frac{\partial^2 w}{\partial y \partial t} \right) &= \frac{h_y^0 - h_y^-}{h_2}, \\
\left(\Delta - \frac{1}{c^2} \cdot \frac{\partial^2}{\partial t^2} \right) (h_x^0 - h_x^-) &= \frac{2}{\lambda} \left(\frac{\partial f}{\partial x} - \frac{1}{c} \cdot \frac{\partial \psi}{\partial t} \right), \\
\left(\Delta - \frac{1}{c^2} \cdot \frac{\partial^2}{\partial t^2} \right) (h_y^0 - h_y^-) &= \frac{2}{\lambda} \left(\frac{\partial f}{\partial y} - \frac{1}{c} \cdot \frac{\partial \varphi}{\partial t} \right). \tag{4}
\end{aligned}$$

Здесь c — электродинамическая постоянная,

$$\begin{aligned}
\Delta &\equiv \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}, \quad K = \frac{K_1 - K_2}{C_1 + C_2}, \quad n^* = \rho_1 h_1 + \rho_2 h_2, \\
k^* &= \frac{\rho_1 h_1^2 - \rho_2 h_2^2}{2}, \quad m^* = \frac{\rho_1 h_1^3 + \rho_2 h_2^3}{3}, \quad C_i = \frac{E_i h_i}{1 - \nu_i^2}, \\
K_i &= \frac{E_i h_i^2}{2(1 - \nu_i^2)}, \quad D_i = \frac{E_i h_i^3}{3(1 - \nu_i^2)}, \quad \nu_3 = \frac{\nu_2 C_2 + \nu_1 C_1}{C_1 + C_2} \quad (i = 1, 2).
\end{aligned}$$

Присоединяя к полученной системе уравнений (3)–(4) граничные и начальные условия задачи (1,2), можно решать задачи колебаний и распространения волны в двухслойной пластинке при наличии внешнего поперечного магнитного поля. Однако в общем виде эти задачи почти неразрешимы. Целесообразнее рассматривать отдельные частные случаи.

Рассмотрим преимущественно поперечные колебания двухслойной пластинки-полосы во внешнем поперечном магнитном поле. Удовлетворяя граничным условиям шарнирного опирания по краям $x = 0$ и $x = a$ (1,2), из уравнений (3) и (4) для определения величины ω , характеризующей частоту колебаний и затухания, получим следующее характеристическое уравнение:

$$\begin{aligned}
\left(\lambda_m + \frac{2\pi\sigma h_2 \omega}{c^2} \right) \cdot \left[n^* \omega^2 + (D_1 + D_2 - K(K_1 - K_2)) \lambda_m^4 + \right. \\
\left. + \frac{\sigma B^2 h_2^2 \lambda_m^2}{c^2} \left(K + \frac{2h_2}{3} \omega \right) \right] = 0. \tag{5}
\end{aligned}$$

Здесь принято, что $\frac{\omega^2}{c^2} \ll \lambda_m^2$, $\frac{4\pi\sigma\omega}{c^2} \gg \lambda_m^2$, $\lambda_m = \frac{m\pi}{a}$, m — целое число.

Отсюда легко заметить, что первое уравнение (равенство нулю первой скобки уравнения (5)) описывает затухание электромагнитного поля с указанной выше точностью. Частоты преимущественно поперечных колебаний двухслойной пластинки во внешнем магнитном поле определяются из второго уравнения $[]=0$ (5). Слоистость пластинки и внешнее магнитное поле приводят к затухающим во времени колебаниям пластинки.

Теперь рассмотрим случай, когда в законе Ома для движущейся среды напряжением электрического поля можно пренебречь ⁽³⁾. Это приближение применимо для задач, в которых эффект магнитотермоупругости в основном приводит к демпфированию возмущений. В этом случае система уравнений движения двухслойной пластинки в магнитном поле упрощается, а характеристическое уравнение (5) сводится к следующему уравнению:

$$n^2 \omega^2 + (D_1 + D_2 - K(K_1 - K_2)) \lambda_m^4 + \frac{\sigma B^2 h_2^2 \lambda_m^2}{c^2} \left(\frac{h_2}{3} + \frac{1}{2} K \right) \omega = 0. \quad (6)$$

Сравнивая уравнения (5) и (6), легко заметить, что при данном приближении отсутствует затухание электромагнитного поля, а демпфирующие свойства колебания, обусловленные слоистостью пластинки и влиянием внешнего магнитного поля, уменьшаются в два раза.

Выше мы рассмотрели весьма частный пример колебания двухслойной пластинки в магнитном поле. Полную картину колебания двухслойной пластинки во внешнем поперечном магнитном поле можно получить из подробного анализа системы уравнений (3) и (4).

Настоящее исследование выполнено по гранту INTAS-94-1210.

Ереванский государственный университет

Հայաստանի ԳԱԱ ակադեմիկոս Ս. Ա. ՀԱՄԲԱՐՇՈՒՄՅԱՆ, Ս. Վ. ՍԱՐԳՍՅԱՆ

Երկչերտ սալի տատանումը արտաքին մագնիսական դաշտում

Դիտարկվում է երկչերտ սալի տատանման խնդիրը արտաքին լայնական մագնիսական դաշտում: Ստացված է երկչերտ սալի շարժման հավասարումների համակարգը, երբ շերտերից մեկը մագնիսաէլեկտրաակտիվ է: Երկչերտ սալի գերակշռող լայնական տատանումների հաճախությունը և մարումը որոշելու համար ստացված է հավասարում:

ЛИТЕРАТУРА — ՓՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

- ¹ С.А.Амбарцумян, Г.Е.Багдасарян, М.В.Белубекян, Магнитоупругость тонких оболочек и пластин, М., Наука, 1977. ² С.А.Амбарцумян, Теория анизотропных пластин, М., Наука, 1987. ³ С.А.Амбарцумян, М.В.Белубекян, Колебания и устойчивость токонесущих упругих пластин, Ереван, Изд-во АН Армении, 1992.

УДК 539.3

С. О. Саркисян

**Асимптотическая теория и вариационное уравнение
задачи изгиба упругой тонкой пластинки
по моментной теории упругости**

(Представлено академиком НАН Армении С.А.Амбарцумяном 5/І 1999)

Построению теории изгиба тонких пластин по моментной теории упругости посвящены работы (1-4). Обзор работ в этом направлении представлен в (5). В работах (6,7) на основе уравнений трехмерной несимметричной теории упругости построена теория изгиба пластин моментной теории упругости с независимыми полями перемещений и вращений на уровне общеизвестной уточненной теории пластин (8). Построение прикладной теории изгиба тонких пластин по несимметричной теории упругости можно осуществить, применяя асимптотический метод интегрирования трехмерных уравнений несимметричной теории упругости в области тонкой пластинки (9,10).

В данной работе излагается асимптотическая теория изгиба (обратно-симметричная по x_3 задача) тонкой пластинки по моментной теории упругости. Построен функционал общего вариационного принципа прикладной теории изгиба пластин по несимметричной теории упругости, на основе которого выводятся основные разрешающие уравнения и граничные условия указанной теории. При построении и изучении асимптотических разложений в трехмерной области тонкой пластинки будем руководствоваться общеизвестным асимптотическим методом (11-13) изучения проблем теории тонких пластин и оболочек.

Рассмотрим изотропную пластинку постоянной толщины $2h$ как трехмерное упругое тело. Отнесем срединную плоскость к декартовой прямоугольной системе координат Ox_1, Ox_2 . Ось Ox_3 будет направлена по нормали к срединной плоскости пластинки. Будем исходить из основных уравнений теории несимметричной упругости с независимыми полями перемещений и вращений (14):

уравнения равновесия

$$\nabla_j \sigma'' = 0, \quad \nabla_j \mu'' + \varepsilon^{jk} \cdot \sigma_{jk} = 0, \quad (1)$$

физические соотношения

$$\begin{cases} \sigma_{ij} = (\mu + \alpha)\gamma_{ij} + (\mu - \alpha)\gamma_{ji} + \lambda\gamma_{kk}\delta_{ij}, \\ \mu_{ij} = (\gamma + \varepsilon)\chi_{ij} + (\gamma - \varepsilon)\chi_{ji} + \beta\chi_{kk}\delta_{ij}, \end{cases} \quad (1.2)$$

либо в обратной форме

$$\begin{cases} \gamma_{ij} = (\mu' + \alpha')\sigma_{ij} + (\mu' - \alpha')\sigma_{ji} + \lambda'\delta_{ij}\sigma_{kk}, \\ \chi_{ij} = (\gamma' + \varepsilon')\mu_{ij} + (\gamma' - \varepsilon')\mu_{ji} + \beta'\delta_{ij}\mu_{kk}, \end{cases} \quad (1.3)$$

геометрические соотношения

$$\gamma_{ij} = \nabla_i u_j - \varepsilon_{kij}\omega^k, \quad \chi_{ij} = \nabla_i \omega_j, \quad (1.4)$$

где σ^{ij}, μ^{ij} — компоненты силовых и моментных напряжений, γ_{ij}, χ_{ij} — компоненты тензора деформации и тензора изгиба-кручения, u — вектор перемещения, ω — вектор независимого поворота точек тела, $\lambda, \mu, \alpha, \beta, \gamma, \varepsilon$ или $\lambda', \mu', \alpha', \beta', \gamma', \varepsilon'$ — упругие постоянные материала пластинки.

На плоскостях $x_3 = \pm h$ пластинки заданы условия

$$\sigma_{3i} = p_i^\pm, \quad \mu_{3i} = m_i^\pm \quad \text{при } x_3 = \pm h. \quad (1.5)$$

На боковой поверхности пластинки ($\Sigma = \Sigma_1 \cup \Sigma_2$) заданы условия смешанного типа

$$\begin{cases} \sigma^{ij}n_j = p_i^*, \quad \mu^{ij}n_j = m_i^* \quad \text{на } \Sigma_1, \\ u = u_*(x_i), \quad \omega = \omega_*(x_i) \quad \text{на } \Sigma_2. \end{cases} \quad (1.6)$$

Решение поставленной задачи складывается из суммы решений симметричной по x_3 и обратно-симметричной задач.

Рассмотрим обратно-симметричную по x_3 задачу (теория изгиба).

1. В уравнениях трехмерной несимметричной теории упругости перейдем к безразмерной координатной системе (11-13)

$$\xi = \frac{x_1}{l}, \quad \eta = \frac{x_2}{l}, \quad \zeta = \frac{x_3}{h}, \quad (2.1)$$

где l — характерный размер пластинки. В результате на основе (1.1)–(1.4) получим сингулярно-возмущенную систему дифференциальных уравнений с малым параметром $\delta = \frac{h}{l}$, решение которой складывается из двух типов решений: незатухающего при удалении от боковой поверхности в глубь области и типа погранслоя.

Рассмотрим определение незатухающего (внутреннего) напряженно-деформированного состояния.

Решение внутренней задачи ищем в виде

$$Q = \delta^{-q} \sum_{s=0}^S \delta^s Q^{(s)}, \quad (2.2)$$

где Q – любое из напряжений (силовых и моментных), перемещений и поворотов.

После подстановки (2.2) в систему уравнений (1.1)–(1.4) с учетом (2.1) получим непротиворечивую систему относительно коэффициентов $Q^{(S)}$ разложения при обратно-асимметричной по ζ задаче, лишь при

$$\begin{cases} q = 1 & \text{для } \sigma_{13}, \sigma_{23}, \sigma_{31}, \sigma_{32}, \mu_{11}, \mu_{22}, \mu_{12}, \mu_{21}, \mu_{33}, \omega_1, \omega_2, u_3, \\ q = 0 & \text{для } \sigma_{11}, \sigma_{22}, \sigma_{12}, \sigma_{21}, \sigma_{33}, \mu_{31}, \mu_{32}, \mu_{13}, \mu_{23}, u_1, u_2, \omega_3. \end{cases} \quad (2.3)$$

Полученную систему уравнений можно интегрировать по ζ в результате чего получим

$$\begin{cases} u_3^{(S)} = w^{(S)}(\xi, \eta) + u_3^{*(S)}, \quad u_1^{(S)} = \zeta v_1^{(S)}(\xi, \eta) + u_1^{*(S)}, \quad (1 \leftrightarrow 2), \\ \omega_1^{(S)} = \Omega_1^{(S)}(\xi, \eta) + \omega_1^{*(S)}, \quad (1 \leftrightarrow 2), \quad \omega_3^{(S)} = \zeta \Omega_3^{(S)}(\xi, \eta) + \omega_3^{*(S)}, \end{cases} \quad (2.4)$$

$$\begin{cases} \sigma_{11}^{(S)} = \zeta \tau_{11}^{(S)}(\xi, \eta) + \sigma_{11}^{*(S)}, \quad \sigma_{12}^{(S)} = \zeta \tau_{12}^{(S)}(\xi, \eta) + \sigma_{12}^{*(S)}, \quad (1 \leftrightarrow 2), \\ \sigma_{31}^{(S)} = T_{31}^{(S)}(\xi, \eta) + \sigma_{31}^{*(S)}, \quad \sigma_{13}^{(S)} = T_{13}^{(S)}(\xi, \eta) + \sigma_{13}^{*(S)}, \quad (1 \leftrightarrow 2), \\ \sigma_{33}^{(S)} = T_{33}^{(S)}(\xi, \eta) + \sigma_{33}^{*(S)}, \end{cases} \quad (2.5)$$

$$\begin{cases} \mu_{13}^{(S)} = \zeta \nu_{13}^{(S)}(\xi, \eta) + \mu_{13}^{*(S)}, \quad \mu_{31}^{(S)} = \zeta \nu_{31}^{(S)}(\xi, \eta) + \mu_{31}^{*(S)}, \\ \mu_{11}^{(S)} = \nu_{11}^{(S)}(\xi, \eta) + \mu_{11}^{*(S)}, \quad (1 \leftrightarrow 2), \\ \mu_{12}^{(S)} = \nu_{12}^{(S)}(\xi, \eta) + \mu_{12}^{*(S)}, \quad (1 \leftrightarrow 2), \quad \mu_{33}^{(S)} = \nu_{33}^{(S)}(\xi, \eta) + \mu_{33}^{*(S)}, \end{cases} \quad (2.6)$$

$$\begin{cases} v_1^{(S)} = l[\Omega_2^{(S)} + (\mu' + \alpha')T_{31}^{(S)} + (\mu' - \alpha')T_{13}^{(S)}], \quad (1 \leftrightarrow 2), \\ \Omega_3^{(S)} = l[(2\gamma' + \beta')\nu_{33}^{(S)} + \beta'(\nu_{11}^{(S)} + \nu_{22}^{(S)})], \end{cases} \quad (2.7)$$

где

$$\begin{cases} T_{13}^{(S)} = \frac{1}{\mu' + \alpha'} \frac{1}{l} \frac{\partial w^{(S)}}{\partial \zeta} + \frac{1}{\mu' + \alpha'} \Omega_2^{(S)} - \frac{\mu' - \alpha'}{\mu' + \alpha'} T_{31}^{(S)}, \quad (1 \leftrightarrow 2), \\ T_{33}^{(S)} = -\left(\frac{\partial T_{13}^{(S)}}{\partial \xi} + \frac{\partial T_{23}^{(S)}}{\partial \eta} \right), \end{cases} \quad (2.8)$$

$$\begin{cases} \nu_{11}^{(S)} = \frac{\beta' + 2\gamma'}{(\beta' + 2\gamma')^2 - \beta'^2} \frac{1}{l} \frac{\partial \Omega_1^{(S)}}{\partial \xi} - \frac{\beta'}{(\beta' + 2\gamma')^2 - \beta'^2} \frac{1}{l} \frac{\partial \Omega_2^{(S)}}{\partial \eta} - \\ - \frac{2\beta'\gamma'}{(\beta' + 2\gamma')^2 - \beta'^2} \nu_{33}^{(S)}, \quad (1 \leftrightarrow 2), \\ \nu_{12}^{(S)} = \frac{\gamma' + \varepsilon'}{4\gamma'\varepsilon'} \frac{1}{l} \frac{\partial \Omega_2^{(S)}}{\partial \xi} - \frac{\gamma' - \varepsilon'}{4\gamma'\varepsilon'} \frac{1}{l} \frac{\partial \Omega_1^{(S)}}{\partial \eta}, \quad (1 \leftrightarrow 2), \end{cases} \quad (2.9)$$

$$\left\{ \begin{aligned} \tau_{11}^{(S)} &= \frac{2\mu' + \lambda'}{(2\mu' + \lambda')^2 - \lambda'^2} \frac{1}{l} \frac{\partial v_1^{(S)}}{\partial \xi} - \frac{\lambda'}{(2\mu' + \lambda')^2 - \lambda'^2} \frac{1}{l} \frac{\partial v_2^{(S)}}{\partial \eta} - \\ &\quad - \frac{2\mu'\lambda'}{(2\mu' + \lambda')^2 - \lambda'^2} T_{33}^{(S)}, \quad (1 \leftrightarrow 2), \end{aligned} \right. \quad (2.10)$$

$$\tau_{12}^{(S)} = \frac{\mu' + \alpha'}{4\mu'\alpha'} \frac{1}{l} \frac{\partial v_2^{(S)}}{\partial \xi} - \frac{\mu' - \alpha'}{4\mu'\alpha'} \frac{1}{l} \frac{\partial v_1^{(S)}}{\partial \eta} - \frac{1}{2\alpha'} \Omega_3^{(S)}, \quad (1 \leftrightarrow 2),$$

$$\left\{ \begin{aligned} v_{31}^{(S)} &= - \left[\frac{\partial v_{11}^{(S)}}{\partial \xi} + \frac{\partial v_{21}^{(S)}}{\partial \xi} + l(T_{23}^{(S)} - T_{32}^{(S)}) \right], \quad (1 \leftrightarrow 2) \\ v_{13}^{(S)} &= \frac{1}{\gamma' + \varepsilon'} \frac{1}{l} \frac{\partial \Omega_3^{(S)}}{\partial \xi} - \frac{\gamma' - \varepsilon'}{\gamma' + \varepsilon'} v_{31}^{(S)}, \quad (1 \leftrightarrow 2), \end{aligned} \right. \quad (2.11)$$

Величины со звездочками определяются по формулам

$$\left\{ \begin{aligned} u_1^{*(S)} &= l \int_0^\zeta \omega_2^{*(S)} d\zeta + l \int_0^\zeta [(\mu' + \alpha') \sigma_{31}^{*(S)} + (\mu' - \alpha') \sigma_{13}^{*(S)}] d\zeta, \quad (1 \leftrightarrow 2), \\ u_3^{*(S)} &= l \int_0^\zeta [\lambda' (\sigma_{11}^{(S-2)} + \sigma_{22}^{(S-2)}) + (\lambda' + 2\mu') \sigma_{33}^{(S-2)}] d\zeta, \end{aligned} \right. \quad (2.12)$$

$$\omega_3^{*(S)} = l \int_0^\zeta [\beta' (\mu_{11}^{*(S)} + \mu_{22}^{*(S)}) + (\beta' + 2\gamma') \mu_{33}^{*(S)}] d\zeta,$$

$$\omega_1^{*(S)} = l \int_0^\zeta [(\gamma' + \varepsilon') \mu_{31}^{(S-2)} + (\gamma' - \varepsilon') \mu_{13}^{(S-2)}] d\zeta, \quad (1 \leftrightarrow 2),$$

$$\left\{ \begin{aligned} \sigma_{31}^{*(S)} &= - \int_0^\zeta \left(\frac{\partial \sigma_{11}^{(S-2)}}{\partial \xi} + \frac{\partial \sigma_{21}^{(S-2)}}{\partial \eta} \right) d\zeta, \quad (1 \leftrightarrow 2), \quad \sigma_{33}^{*(S)} = - \int_0^\zeta \left(\frac{\partial \sigma_{13}^{(S)}}{\partial \xi} + \frac{\partial \sigma_{23}^{(S)}}{\partial \eta} \right) d\zeta, \\ \sigma_{13}^{*(S)} &= \frac{1}{\mu' + \alpha'} \frac{1}{l} \frac{\partial u_3^{*(S)}}{\partial \xi} + \frac{1}{\mu' + \alpha'} \omega_2^{*(S)} - \frac{\mu' - \alpha'}{\mu' + \alpha'} \sigma_{31}^{*(S)}, \quad (1 \leftrightarrow 2), \end{aligned} \right. \quad (2.13)$$

$$\left\{ \begin{aligned} \mu_{33}^{*(S)} &= - \int_0^\zeta \left[\left(\frac{\partial \mu_{11}^{(S-2)}}{\partial \xi} + \frac{\partial \mu_{23}^{(S-2)}}{\partial \eta} \right) + l(\sigma_{12}^{(S-2)} - \sigma_{21}^{(S-2)}) \right] d\zeta, \\ \mu_{11}^{*(S)} &= \frac{\beta' + 2\gamma'}{(\beta' + 2\gamma')^2 - \beta'^2} \frac{1}{l} \frac{\partial \omega_1^{*(S)}}{\partial \xi} - \frac{\beta'}{(\beta' + 2\gamma')^2 - \beta'^2} \frac{1}{l} \frac{\partial \omega_2^{*(S)}}{\partial \eta} - \\ &\quad - \frac{2\beta'\gamma'}{(\beta' + 2\gamma')^2 - \beta'^2} \mu_{33}^{*(S)}, \quad (1 \leftrightarrow 2), \\ \mu_{12}^{*(S)} &= \frac{\gamma' + \varepsilon'}{4\gamma'\varepsilon'} \frac{1}{l} \frac{\partial \omega_2^{*(S)}}{\partial \xi} - \frac{\gamma' - \varepsilon'}{4\gamma'\varepsilon'} \frac{1}{l} \frac{\partial \omega_1^{*(S)}}{\partial \eta}, \quad (1 \leftrightarrow 2), \end{aligned} \right. \quad (2.14)$$

$$\left\{ \begin{aligned} \sigma_{11}^{*(S)} &= \left[\frac{2\mu' + \lambda'}{(2\mu' + \lambda')^2 - \lambda'^2} \frac{1}{l} \frac{\partial u_1^{*(S)}}{\partial \xi} - \frac{\lambda'}{(2\mu' + \lambda')^2 - \lambda'^2} \frac{1}{l} \frac{\partial u_2^{*(S)}}{\partial \eta} \right] - \\ &\quad - \frac{2\mu'\lambda'}{(2\mu' + \lambda')^2 - \lambda'^2} \sigma_{33}^{*(S)}, (1 \leftrightarrow 2), \\ \sigma_{12}^{*(S)} &= \frac{\mu' + \alpha'}{4\mu'\alpha'} \frac{1}{l} \frac{\partial u_2^{*(S)}}{\partial \xi} - \frac{\mu' - \alpha'}{4\mu'\alpha'} \frac{1}{l} \frac{\partial u_1^{*(S)}}{\partial \eta} - \frac{1}{2\alpha'} \omega_3^{*(S)}, (1 \leftrightarrow 2), \end{aligned} \right. \quad (2.15)$$

$$\left\{ \begin{aligned} \mu_{31}^{*(S)} &= - \int_0^s \left[\left(\frac{\partial \mu_{11}^{*(S)}}{\partial \xi} + \frac{\partial \mu_{21}^{*(S)}}{\partial \xi} \right) + l(\sigma_{23}^{*(S)} - \sigma_{32}^{*(S)}) \right] d\zeta, (1 \leftrightarrow 2), \\ \mu_{13}^{*(S)} &= \frac{1}{\gamma' + \varepsilon'} \frac{1}{l} \frac{\partial \omega_3^{*(S)}}{\partial \xi} - \frac{\gamma' - \varepsilon'}{\gamma' + \varepsilon'} \mu_{31}^{*(S)}, (1 \leftrightarrow 2), \end{aligned} \right. \quad (2.16)$$

и являются полиномами по ζ (при $S=0;1$ они равны нулю). Формулы (2.12)–(2.16) имеют рекуррентный характер и позволяют определить величины со звездочкой для приближения S , если известны все величины, относящиеся к приближениям $0, 1, \dots, (S-1)$.

При $S=0$ и $S=1$, как это следует из выражений (2.4), будем иметь следующую качественную картину распределения перемещений и поворотов по толщине пластинки. При этом нормальная компонента вектора перемещения и тангенциальные компоненты вектора поворота по толщине пластинки постоянны (не зависят от координаты x_3). Эти качественные результаты можно принимать как гипотезу для построения прикладной теории изгиба тонких пластин по моментной теории упругости.

Будем требовать, чтобы определяемые по формулам (2.5), (2.6) силовые и моментные напряжения удовлетворяли граничным условиям (1.5) (в смысле обратно-симметричной по x_3 задачи), в результате получим

$$\left\{ \begin{aligned} T_{31}^{(S)} &= \frac{1}{2} X_2^{(S)}, \quad T_{32}^{(S)} = \frac{1}{2} Y_2^{(S)}, \quad T_{33}^{(S)} = \frac{1}{2} Z_2^{(S)}, \\ U_{31}^{(S)} &= \frac{1}{2} m_2^{(S)}, \quad U_{32}^{(S)} = \frac{1}{2} p_2^{(S)}, \quad U_{33}^{(S)} = \frac{1}{2} q_2^{(S)}, \end{aligned} \right. \quad (2.17)$$

где

$$\left\{ \begin{aligned} X_2^{(0)} &= X_2, \quad X_2^{(1)} = 0, \quad X_2^{(k)} = -2\sigma_{31}^{*(k)}(\zeta=1), \quad k > 1, \\ m_2^{(0)} &= m_2, \quad m_2^{(1)} = 0, \quad m_2^{(k)} = -2\mu_{31}^{*(k)}(\zeta=1), \quad k > 1, \\ X_2 &= p_1^+ - p_1^-, \quad m_2 = m_1^+ + m_1^-, \quad (1 \leftrightarrow 2), (X \leftrightarrow Y \leftrightarrow Z), (m \leftrightarrow p \leftrightarrow q). \end{aligned} \right. \quad (2.18)$$

Уравнения (2.4)–(2.18) составляют полную систему относительно неизвестных

$$v_1^{(S)}, v_2^{(S)}, w^{(S)}, \Omega_1^{(S)}, \Omega_2^{(S)}, \Omega_3^{(S)}, \tau_{11}^{(S)}, \tau_{22}^{(S)}, \tau_{12}^{(S)}, \tau_{21}^{(S)}, \tau_{31}^{(S)}, \tau_{32}^{(S)}, \tau_{13}^{(S)}, \tau_{23}^{(S)}, \tau_{33}^{(S)}, \\ U_{13}^{(S)}, U_{23}^{(S)}, U_{31}^{(S)}, U_{32}^{(S)}, U_{33}^{(S)}, \nu_{11}^{(S)}, \nu_{22}^{(S)}, \nu_{12}^{(S)}, \nu_{21}^{(S)}, T_{31}^{(S)}, T_{32}^{(S)}, T_{33}^{(S)}.$$

При этом основная разрешающая система уравнений относительно величин $T_{13}^{(S)}, T_{23}^{(S)}, \nu_{11}^{(S)}, \nu_{22}^{(S)}, \nu_{12}^{(S)}, \nu_{21}^{(S)}, \Omega_1^{(S)}, \Omega_2^{(S)}, w^{(S)}$ будет:

$$\begin{cases} \frac{\partial T_{13}^{(S)}}{\partial \xi} + \frac{\partial T_{23}^{(S)}}{\partial \eta} = -\frac{1}{2} Z_2^{(S)}, \\ \frac{\partial \nu_{11}^{(S)}}{\partial \xi} + \frac{\partial \nu_{21}^{(S)}}{\partial \eta} + l(T_{23}^{(S)} - T_{32}^{(S)}) = -\frac{1}{2} m_2^{(S)}, \quad (1 \leftrightarrow 2) \end{cases} \quad (2.19)$$

$$\begin{cases} T_{13}^{(S)} = \frac{1}{\mu' + \alpha'} \frac{1}{l} \frac{\partial w^{(S)}}{\partial \xi} + \frac{1}{\mu' + \alpha'} \Omega_2^{(S)} - \frac{\mu' - \alpha'}{\mu' + \alpha'} T_{31}^{(S)}, \quad (1 \leftrightarrow 2), \\ \nu_{11}^{(S)} = \frac{2\gamma' + \beta'}{(2\gamma' + \beta')^2 - \beta'^2} \frac{1}{l} \frac{\partial \Omega_1^{(S)}}{\partial \xi} - \frac{\beta'}{(2\gamma' + \beta')^2 - \beta'^2} \frac{1}{l} \frac{\partial \Omega_2^{(S)}}{\partial \eta} - \\ - \frac{2\gamma'\beta'}{(2\gamma' + \beta')^2 - \beta'^2} \nu_{33}^{(S)}, \quad (1 \leftrightarrow 2), \\ \nu_{12}^{(S)} = \frac{\gamma' + \varepsilon'}{4\gamma'\varepsilon'^2} \frac{1}{l} \frac{\partial \Omega_2^{(S)}}{\partial \xi} - \frac{\gamma' - \varepsilon'}{4\gamma'\varepsilon'} \frac{1}{l} \frac{\partial \Omega_1^{(S)}}{\partial \eta}, \quad (1 \leftrightarrow 2), \end{cases} \quad (2.20)$$

Систему (2.19), (2.20), в свою очередь, можно свести к трем уравнениям относительно $\Omega_1^{(S)}, \Omega_2^{(S)}$ и $W^{(S)}$. Найдя неизвестные, входящие в (2.19), (2.20), по соответствующим формулам определим все величины внутренней задачи.

3. Вводим теперь интегральные по толщине пластинки усилия и моменты. Для обратно-симметричной (по ζ) задачи этими понятиями будут моменты $L_{11}, L_{22}, L_{12}, L_{21}$ и перерезывающие усилия N_{13}, N_{23} , которые определяются по формулам

$$L_{11} = \int_{-h}^h \mu_{11} dx_3, \quad L_{12} = \int_{-h}^h \mu_{12} dx_3, \quad N_{13} = \int_{-h}^h \sigma_{13} dx_3, \quad (1 \leftrightarrow 2). \quad (3.1)$$

Обозначим через $L_{11}^{(S)}, L_{22}^{(S)}, L_{12}^{(S)}, L_{21}^{(S)}, N_{13}^{(S)}, N_{23}^{(S)}$ значения этих величин для приближения S . Учитывая (2.5), (2.6) и (3.1), для этих величин получим

$$\begin{aligned} L_{11}^{(S)} &= 2l\delta^S \nu_{11}^{(S)} + l\delta^S L_{11}^{*(S)}, \quad L_{12}^{(S)} = 2l\delta^S \nu_{12}^{(S)} + l\delta^S L_{12}^{*(S)}, \\ N_{13}^{(S)} &= 2l\delta^S T_{13}^{(S)} + l\delta^S N_{13}^{*(S)}, \quad (1 \leftrightarrow 2) \end{aligned} \quad (3.2)$$

где $\begin{cases} (L_{11}^{*(S)}, L_{22}^{*(S)}, L_{12}^{*(S)}, L_{21}^{*(S)}) = \int_{-1}^1 (\mu_{11}^{*(S)}, \mu_{22}^{*(S)}, \mu_{12}^{*(S)}, \mu_{21}^{*(S)}) d\zeta, \\ (N_{13}^{*(S)}, N_{23}^{*(S)}) = \int_{-1}^1 (\sigma_{13}^{*(S)}, \sigma_{23}^{*(S)}) d\zeta, \end{cases} \quad (3.3)$

причем

$$L_{11} = \sum_{S=0}^S L_{11}^{(S)}, \quad L_{12} = \sum_{S=0}^S L_{12}^{(S)}, \quad N_{13} = \sum_{S=0}^S N_{13}^{(S)}, \quad (1 \leftrightarrow 2), \quad (3.4)$$

Используя (3.1), выразим $U_{11}^{(S)}, U_{22}^{(S)}, U_{12}^{(S)}, U_{21}^{(S)}, T_{13}^{(S)}, T_{23}^{(S)}, \tau_{11}^{(S)}, \tau_{22}^{(S)}, \tau_{12}^{(S)}, \tau_{21}^{(S)}, U_{13}^{(S)}, U_{23}^{(S)}$ через усилия, моменты соответственно и, подставляя их в систему (2.19), (2.20), будем иметь

$$\begin{cases} \frac{\partial N_{13}^{(S)}}{\partial x_1} + \frac{\partial N_{23}^{(S)}}{\partial x_2} = -\delta^S Z_2^{(S)} + l\delta^S \left(\frac{\partial N_{13}^{*(S)}}{\partial x_1} + \frac{\partial N_{23}^{*(S)}}{\partial x_2} \right), \\ \frac{\partial L_{11}^{(S)}}{\partial x_1} + \frac{\partial L_{21}^{(S)}}{\partial x_2} + N_{23}^{(S)} = -\delta^S m_2^{(S)} + \\ + l\delta^S \left(\frac{\partial L_{11}^{*(S)}}{\partial x_1} + \frac{\partial L_{21}^{*(S)}}{\partial x_2} + N_{23}^{*(S)} + Y_2^{(S)} \right), \quad (1 \leftrightarrow 2) \end{cases} \quad (3.5)$$

$$\begin{cases} L_{11}^{(S)} = 2h \frac{2\gamma' + \beta'}{(2\gamma' + \beta')^2 - \beta'^2} k_{11}^{(S)} - 2h \frac{\beta'}{(2\gamma' + \beta')^2 - \beta'^2} k_{22}^{(S)} - \\ - l\delta^S \frac{2\gamma'\beta'}{(2\gamma' + \beta')^2 - \beta'^2} q_2^{(S)} + l\delta^S L_{11}^{*(S)}, \quad (1 \leftrightarrow 2), \\ L_{12}^{(S)} = 2h \frac{\gamma' + \varepsilon'}{4\gamma'\varepsilon'^2} k_{12}^{(S)} - 2h \frac{\gamma' - \varepsilon'}{4\gamma'\varepsilon'^2} k_{21}^{(S)} + l\delta^S L_{12}^{*(S)}, \quad (1 \leftrightarrow 2), \\ N_{13}^{(S)} = \frac{2h}{\mu' + \alpha'} \Gamma_{13}^{(S)} - \lambda\delta^S \frac{\mu' - \alpha'}{\mu' + \alpha'} X_2^{(S)} + l\delta^S N_{13}^{*(S)}, \quad (1 \leftrightarrow 2), \end{cases} \quad (3.6)$$

где

$$\begin{aligned} \Gamma_{13}^{(S)} &= \delta^{-1+S} \left(\frac{\partial w^{(S)}}{\partial x_1} + \Omega_2^{(S)} \right), \quad k_{11}^{(S)} = \delta^{-1+S} \frac{\partial \Omega_1^{(S)}}{\partial x_1}, \\ k_{12}^{(S)} &= \delta^{-1+S} \frac{\partial \Omega_2^{(S)}}{\partial x_2}, \quad (1 \leftrightarrow 2). \end{aligned} \quad (3.7)$$

Здесь $\Gamma_{13}^{(S)}, \Gamma_{23}^{(S)}$ — компоненты сдвиговой деформации, $k_{11}^{(S)}, k_{22}^{(S)}, k_{12}^{(S)}, k_{21}^{(S)}$ — компоненты изгиба-кручения срединной плоскости пластинки.

Если подставить (3.6) и (3.7) в (3.5), получим систему из трех дифференциальных уравнений относительно величин $\Omega_1^{(S)}, \Omega_2^{(S)}, w^{(S)}$.

4. Построение математически обоснованной теории тонких пластин по несимметричной теории упругости, в рамках приближений получаемой асимптотической теории, требует также применения общего вариационного принципа.

Функционал общего вариационного принципа трехмерной теории несимметричной упругости имеет вид

$$\begin{aligned} I &= \int_V \left\{ W(\gamma_{ij}, \chi_{ij}) - \sigma_{ij} [\gamma_{ij} - (\nabla_i u_j - \varepsilon_{kij} \omega_k)] - \mu_{ji} (\chi_{ij} - \nabla_i \omega_j) \right\} dv - \\ &- \int_{S^+} \left(\bar{p}_i^+ u_i + \bar{m}_i^+ \omega_i \right) dS - \int_{S^-} \left(\bar{p}_i^- u_i + \bar{m}_i^- \omega_i \right) dS - \int_{\Sigma_1} \left(\bar{p}_i^1 u_i + \bar{m}_i^1 \omega_i \right) dS - \end{aligned} \quad (4.1)$$

$$- \int_{\Sigma_1} [p'(u_i - u_i^*) + m'(\omega_i - \omega_i^*)] dS,$$

где $W(\gamma_{ij}, \chi_{ij})$ — плотность потенциальной энергии деформации (13).

Варьируя функционал (4.1) по всем функциональным аргументам, приходим (в качестве уравнений Эйлера и естественных эйлеровых граничных условий) к уравнениям (1.1)–(1.4) и граничным условиям (1.5), (1.6) трехмерной теории несимметричной упругости.

На основе результатов асимптотической теории тонких пластин возможно приведение функционала (4.1) к двумерному континuumу.

После перехода к координатам (2.1) и подстановки (2.2) в выражение (4.1) будем удерживать в нем члены, имеющие наибольший асимптотический порядок (т.е. δ^{-1}), в итоге получим формулу, определяющую функционал теории изгиба тонких пластин по несимметричной теории упругости

$$\begin{aligned} I_0 = & \int_S \left\langle W_0 - \left[N_{13} \left[\Gamma_{13} - \left(\frac{\partial w}{\partial x_1} + \Omega_2 \right) \right] + N_{23} \left[\Gamma_{23} - \left(\frac{\partial w}{\partial x_2} - \Omega_1 \right) \right] + \right. \right. \\ & + L_{11} \left(k_{11} - \frac{\partial \Omega_1}{\partial x_1} \right) + L_{22} \left(k_{22} - \frac{\partial \Omega_2}{\partial x_2} \right) + \\ & \left. \left. + L_{21} \left(k_{21} - \frac{\partial \Omega_1}{\partial x_2} \right) + L_{12} \left(k_{12} - \frac{\partial \Omega_2}{\partial x_1} \right) \right] \right\rangle dS - \int_S (X_2 h \Gamma_{31} + Y_2 h \Gamma_{32} + q_2 h k_{33}) dS - \\ & - \int_S (Z_2 w + (m_2 - Y_2 h) \Omega_1 + (p_2 + X_2 h) \Omega_2) dS - \int_{l_1} (N_v^* w + L_{vv}^* \Omega_v + L_{v\alpha}^* \Omega_\alpha) dl - \\ & - \int_{l_2} [N_v (w - w^*) + L_{vv} (\Omega_v - \Omega_v^*) + L_{v\alpha} (\Omega_\alpha - \Omega_\alpha^*)] dl, \end{aligned} \quad (4.2)$$

где плотность (поверхностная) потенциальной энергии деформации выражается так:

$$\begin{aligned} W_0 = & \frac{1}{2} \mu 2h (\Gamma_{32} + \Gamma_{23})^2 + \frac{1}{2} \alpha 2h (\Gamma_{32} - \Gamma_{23})^2 + \frac{1}{2} 2h \mu (\Gamma_{31} + \Gamma_{13})^2 + \\ & + \frac{1}{2} 2h \alpha (\Gamma_{31} - \Gamma_{13})^2 + \frac{1}{2} 2\gamma 2h (k_{11}^2 + k_{22}^2 + k_{33}^2) + \\ & + \frac{1}{2} 2h \beta (k_{11} + k_{22} + k_{33})^2 + 2h \frac{1}{2} \gamma (k_{21} + k_{12})^2 + \frac{1}{2} 2h \epsilon (k_{21} - k_{12})^2. \end{aligned} \quad (4.3)$$

Здесь $\Gamma_{13}, \Gamma_{23}, k_{11}, k_{22}, k_{21}, k_{12}$ — компоненты сдвиговой деформации и изгиба-кручения срединной плоскости пластинки; w — прогиб; Ω_1, Ω_2 — повороты (независимые) соответственно осей Ox_1 и Ox_2 точек срединной плоскости пластинки (отметим, что в данном случае, т.е. в случае, соответствующем исходному приближению асимптотического метода, перемещение по оси Ox_3 и повороты вокруг осей Ox_1 и Ox_2 постоянны по координате x_3).

L_{uv}, L_u, N_v^* – внешние контурные усилия и моменты (на l_1); $w^*, \Omega_1^*, \Omega_2^*$ – перемещения и повороты (на l_2) точек контура срединной плоскости пластинки.

Следует отметить, что $\Gamma_{31}, \Gamma_{32}, k_{33}$ не содержат дополнительных степеней свободы, они выражаются формулами

$$\begin{cases} \Gamma_{31} = -\frac{\mu - \alpha}{\mu + \alpha} \Gamma_{13} + \frac{1}{2(\mu + \alpha)} X_2, & (1 \leftrightarrow 2), (X \leftrightarrow Y), \\ k_{33} = \frac{\beta'}{2(\gamma' + \beta')} (k_{11} + k_{22}) + \frac{\gamma'(2\gamma' + 3\beta')}{\gamma' + \beta'} \frac{1}{2} m_3. \end{cases} \quad (4.4)$$

Варьируя функционал (4.3) по всем функциональным аргументам, приходим к уравнениям теории изгиба пластин по несимметричной теории упругости, а именно:

уравнения равновесия

$$\begin{cases} \frac{\partial N_{13}}{\partial x_1} + \frac{\partial N_{23}}{\partial x_2} + Z_2^* = 0, \\ \frac{\partial L_{11}}{\partial x_1} + \frac{\partial L_{21}}{\partial x_2} + N_{23} + (m_2 + X_2 h) = 0, & (1 \leftrightarrow 2), (X \leftrightarrow Y), \end{cases} \quad (4.5)$$

соотношения упругости

$$\begin{cases} N_{13} = 2h \frac{4\mu\alpha}{\mu + \alpha} \Gamma_{13} + X_2 h \frac{\mu - \alpha}{\mu + \alpha}, & (1 \leftrightarrow 2), (X \leftrightarrow Y), \\ L_{11} = 2h \frac{2\gamma' + \beta'}{4\gamma'(\gamma' + \beta')} k_{11} - 2h \frac{\beta'}{4\gamma'(\gamma' + \beta')} k_{22} - \\ - \frac{\beta'}{2(\gamma' + \beta')} h q_2, & (1 \leftrightarrow 2), \\ L_{12} = 2h(\gamma + \varepsilon) k_{12} + 2h(\gamma - \varepsilon) k_{21}, & (1 \leftrightarrow 2), \end{cases} \quad (4.6)$$

геометрические соотношения

$$\Gamma_{13} = \frac{\partial w}{\partial x_1} + \Omega_2, \quad k_{11} = \frac{\partial \Omega_1}{\partial x_1}, \quad k_{21} = \frac{\partial \Omega_1}{\partial x_2}, \quad (1 \leftrightarrow 2) \quad (4.7)$$

граничные условия

$$\begin{aligned} \text{на } l_1: & N_v = N_v^*, \quad L_{uv} = L_{uv}^*, \quad L_u = L_u^*. \\ \text{на } l_2: & w = w^*, \quad \Omega_v = \Omega_v^*, \quad \Omega_l = \Omega_l^*. \end{aligned} \quad (4.8)$$

При подстановке (4.6), (4.7) в (4.5) получим уравнение прикладной теории изгиба тонких пластин по несимметричной теории упругости в перемещениях и независимых поворотах.

Гюмрийский государственный педагогический институт им. М.Налбандяна

Ս. Հ. ՍԱՐԳՍՅԱՆ

Առաձգականության մոմենտային տեսությամբ բարակ սալի ծոման խնդրի
ասիմպտոտիկական տեսությունը և վարիացիոն հավասարումը

*Աշխատանքում շարադրվում է առաձգականության մոմենտային տեսությամբ
բարակ սալի ծոման ասիմպտոտիկական տեսությունը: Կառուցվում է առաձգակա-
նության մոմենտային տեսությամբ բարակ սալի ծոման կիրառական տեսության
վարիացիոն հավասարումը, որի հիման վրա արտածվում են այդ տեսության հիմ-
նական դիֆերենցիալ հավասարումները և եզրային պայմանները:*

ЛИТЕРАТУРА – ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

¹ Г.А.Геворкян, ПМ, т.2, в.7, с.74-79 (1966). ² A.E.Green, P.M.Naghdi, Q.J.Mech. appl. Math., v.20, p.183-199 (1967). ³ E.Reissner, Int.J.Solids Structures, v.5, p.525-532 (1969). ⁴ A.G.Eringen, Z.angew. Math. Phys., v.18, p.12-30 (1967). ⁵ Ю.В.Кириллов, А.А.Постников, А.И.Тюленев, в сб. Исследования по теории пластин и оболочек, Казань, Изд-во КГУ, с.18-43 (1990). ⁶ С.А.Амбарцумян, Механика композиционных материалов, т.32, №1, с.42-52 (1996). ⁷ С.А.Амбарцумян, Изв. АН ПФ, МТТ, №1, с.152-153 (1997). ⁸ С.А.Амбарцумян, Теория анизотропных пластин. М., Наука, 1987. ⁹ В.А.Дудников, С.А.Назаров, ДАН СССР, т.262, №2, с.306-309 (1982). ¹⁰ С.О.Саркисян, Актуальные проблемы механики оболочек. Тр.международ.конф., посвященной памяти засл. деят. науки ТАССР проф.А.В.Саченкова, Казань: 9-11 сентября 1998г. Казанское мат. о-во, Унипресс, с.198-203 (1998). ¹¹ А.Л.Гольденвейзер, Теория упругих тонких оболочек, М., Наука, 1976. ¹² Л.А.Агаловян, Асимптотическая теория анизотропных пластин и оболочек, М., Наука, 1997. ¹³ С.О.Саркисян, Общая двумерная теория магнитоупругости тонких оболочек, Ереван, Изд-во АН Армении, 1992. ¹⁴ В.Новачкий, Теория упругости, М., Мир, 1975. 1975.

ТЕОРИЯ УПРУГОСТИ

УДК 529.3.01

М. С. Мкртчян

Напряженное состояние бесконечного кусочно-однородного пространства с произвольным числом коллинеарных трещин или абсолютно жестких включений при плоской и антиплоской деформациях

(Представлено академиком НАН Армении Б.Л.Абрамяном 2/XI 1998)

Рассматриваются задачи о напряженном состоянии упругой кусочно-однородной плоскости, содержащей на линии соединения однородных полуплоскостей произвольное число математических щелей и абсолютно жестких тонких включений, а также соответствующие задачи о напряженном состоянии кусочно-однородного пространства при антиплоской деформации.

Основные достижения этой области теории упругости отражены в (1-4). Укажем также работы (5,6).

1. Для кусочно-однородной упругой плоскости рассмотрим две родственные между собой задачи. В первой задаче пусть упругая бесконечная неоднородная плоскость, отнесенная к правой прямоугольной системе координат Oxy и состоящая из верхней и нижней полуплоскостей $y > 0$ и $y < 0$ с модулями сдвигов $\mu_{\pm}$ и коэффициентами Пуассона $\nu_{\pm}$ соответственно, на линии соединения полуплоскостей $y = 0$ содержит систему L произвольного конечного числа N взаимно не пересекающихся математических щелей:

$$L = \left\{ y = 0; \bigcup_{k=1}^N L_k \right\}; L_k (L_k = [a_k, b_k], a_k < b_k, (k = 1, \dots, N), \\ b_k < a_{k+1}, (k = 1, \dots, N-1)).$$

Пусть далее упругая бесконечная плоскость, напряженно-деформированное состояние которой описывается известными уравнениями плоской деформации, на бесконечности в направлении осей Ox и Oy подвержена воздействию равномерно распределенных нормальных и касательных напряжений

$$\sigma_y|_{y=\pm\infty} = \sigma_0, \tau_{yx}|_{y=\pm\infty} = \tau_0, \sigma_x|_{x=\pm\infty} = \begin{cases} \sigma_1^+ & (y > 0), \\ \sigma_1^- & (y < 0); \end{cases} \tau_{xy}|_{x=\pm\infty} = \tau_0,$$

удовлетворяющих известному соотношению (2). Кроме того, на верхних ($y = +0$) и нижних ($y = -0$) краях щелей действуют нормальные и касательные распределенные силы различных интенсивностей, а именно:

$$\sigma_y|_{y=\pm 0} = -\sigma_{\pm}(x), \tau_{yx}|_{y=\pm 0} = -\tau_{\pm}, \quad (x \in L).$$

Требуется определить плотность дислокаций смещений на берегах щелей, раскрытия трещин, нормальные и касательные напряжения вне системы щелей на линии их продолжения, а также коэффициенты интенсивностей этих напряжений на концах щелей.

Во второй задаче описанная выше составная упругая бесконечная плоскость на линии соединения верхней и нижней полуплоскостей $y = 0$ вместо математических щелей содержит систему L произвольного конечного числа N взаимно не пересекающихся тонких абсолютно жестких включений. Пусть на упругую плоскость на бесконечности действуют указанные выше силовые факторы, а в точках $M_0^{\pm}(x_0^{\pm}, y_0^{\pm})$ ($y_0^+ > 0, y_0^- < 0$) верхней и нижней полуплоскости действуют сосредоточенные силы $\bar{P}_{\pm}(X_{\pm}, Y_{\pm})$. Кроме того, на абсолютно жесткое включение L_k ($L_k = [a_k, b_k]$, $k = 1, 2, \dots, N$) действующие внешние силы имеют главный вектор $\bar{R}_k(X_k, Y_k)$ и главный момент M_k . Требуется определить скачки нормальных и касательных напряжений на верхних и нижних краях включений, а также эти же напряжения вне системы включений на их линии продолжения.

В первой задаче известным способом влияние действующих на бесконечности усилий перенесем на края щелей, воспользуемся линейным принципом суперпозиции и, разрезая бесконечную плоскость вдоль горизонтальной оси Ox на верхнюю и нижнюю полуплоскости, введем следующие обозначения:

$$\begin{aligned} -\sigma_y|_{y=\pm 0} &= P_{\pm}(x) = \begin{cases} \sigma_{\pm}(x) + \sigma_0 & (x \in L), \\ \sigma(x) & (x \in L'); \end{cases} \\ -\tau_{yx}|_{y=\pm 0} &= T_{\pm}(x) = \begin{cases} \tau_{\pm}(x) + \tau_0 & (x \in L), \\ \tau(x) & (x \in L'); \end{cases} \\ \chi_{\pm}(x) &= T_{\pm}(x) + iP_{\pm}(x) \quad (x \in R) \quad \chi(x) = \tau(x) + i\sigma(x) \quad (x \in L') \\ R &= \{y = 0; -\infty < x < +\infty\}; \quad L' = R / L. \end{aligned} \quad (1.1)$$

Введем в рассмотрение также функции скачков смещений на щелях $\Phi(x) = u_+(x) - u_-(x)$ и $\Psi(x) = v_+(x) - v_-(x)$,

$$\Phi(x) = \begin{cases} \varphi(x) & (x \in L), \\ 0 & (x \in L'); \end{cases} \quad \Psi(x) = \begin{cases} \psi(x) & (x \in L), \\ 0 & (x \in L'); \end{cases} \quad (1.2)$$

Здесь $u_{\pm}(x)$ – горизонтальные, $v_{\pm}(x)$ – вертикальные смещения граничных точек верхней (+) и нижней (-) полуплоскостей. Для производных смещений $u'_{\pm}(x)$; $v'_{\pm}(x)$; по известному методу (7) находим

$$u'_{\pm}(x) + i v'_{\pm}(x) = \pm \frac{A_{\pm}}{\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\chi_{\pm}(u) du}{u-x} + i B_{\pm} \chi_{\pm}(x) \quad (x \in R), \quad (1.3)$$

$$A_{\pm} = (1 - v_{\pm}) \mu_{\pm}^{-1}, \quad B_{\pm} = (1 - 2v_{\pm}) (2\mu_{\pm}^{-1})^{-1},$$

где интеграл при $u = x$ понимается в смысле главного значения по Кюши.

При помощи (1.3) и интегрального преобразования Фурье получим следующее ключевое уравнение задачи:

$$-i B_1 \Omega(x) + \frac{A_{\pm}}{\pi} \int_L \frac{\Omega(u) du}{u-x} = F(x) \quad (|x| < \infty); \quad \Omega(x) = \Phi'(x) + i \Psi'(x), \quad (1.4)$$

$$F(x) = i \frac{A_2}{\pi} \int_L \frac{[\chi_+(u) - \chi_{-+}(u)] du}{u-x} + (B_2 + 1) \chi_+(u) - B_2 \chi_{-+}(u) \quad (x \in R),$$

где A_k и B_k ($k = 1, 2$) – известные постоянные.

Рассматривая ключевое уравнение (1.4) на системе щелей L , приходим к сингулярному интегральному уравнению

$$-i B_1 \Omega(x) + \frac{A_1}{\pi} \int_L \frac{\Omega(u) du}{u-x} = F(x) \quad (x \in L), \quad (1.5)$$

при условиях

$$\int_{L_k} \Omega(x) dx = 0 \quad (k = 1, 2, \dots, N), \quad (1.6)$$

выражающих условия непрерывности смещений в концевых точках щелей.

Рассматривая же ключевое уравнение (1.4) вне щелей, согласно (1.1) и (1.3) будем иметь

$$\chi(x) = \frac{A_1}{\pi} \int_L \frac{\Omega(u) du}{u-x} - i \frac{A_2}{\pi} \int_L \frac{[\chi_+(u) - \chi_{-+}(u)] du}{u-x} \quad (x \in L'). \quad (1.7)$$

Обращаясь ко второй задаче, отметим, что на включениях имеют место условия

$$u_+(x) = u_-(x) = \delta_k, \quad v_+(x) = v_-(x) = \gamma_k + \alpha_k x \quad (x \in L_k), \quad (k = 1, \dots, N)$$

где δ_k – жесткое смещение k -того включения вдоль оси Ox , γ_k – вдоль оси Oy , а α_k – его угол поворота против часовой стрелки.

Введя обозначения

$$-\sigma_y|_{y=\pm 0} = \tilde{P}_{\pm}(x) = \begin{cases} \tilde{\sigma}_{\pm}(x) & (x \in L) \\ \tilde{\sigma}(x) & (x \in L'); \end{cases}$$

$$-\tau_{yx}|_{y=\pm 0} = \tilde{T}_{\pm}(x) = \begin{cases} \tilde{\tau}_{+}(x) & (x \in L) \\ \tilde{\tau}(x) & (x \in L'); \end{cases}$$

и используя принцип линейной суперпозиции, аналогичным путем получим ключевое уравнение второй задачи:

$$-iB_3\chi_0(x) + \frac{A_3}{\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\chi_0(u)du}{u-x} = F_0(x) \quad (-\infty < x < +\infty);$$

$$F_0(x) = -i \frac{A_4}{\pi} \int_L \frac{f_1(u)du}{u-x} + (B_4 + 1)f_1(x) - \tilde{f}_1(x) + \tilde{\Omega}(x) \quad (-\infty < x < +\infty); \quad (1.8)$$

$$\chi_0(x) = \tilde{\chi}_+(x) - \tilde{\chi}_-(x), \quad \tilde{\chi}_{\pm}(x) = \tilde{T}_{\pm}(x) + iP_{\pm}(x),$$

где A_k и B_k ($k = 3, 4$) — известные постоянные, функции $f_1(x), \tilde{f}_1(x)$ учитывают действующие силовые факторы, а функция $\tilde{\Omega}(x)$ учитывает смещения на линии соединения верхней и нижней полуплоскостей.

Рассматривая теперь ключевое уравнение (1.8) на системе включения L , приходим к сингулярному интегральному уравнению

$$-iB_3\chi_0(x) + \frac{A_3}{\pi} \int_L \frac{\chi_0(u)du}{u-x} = F_0(x) \quad (x \in L) \quad (1.9)$$

при условиях

$$\int_L \chi_0(x)dx = X_k + iY_k; \quad \int_L x \operatorname{Im} \chi_0(x)dx = M_k \quad (k = 1, \dots, N). \quad (1.10)$$

Далее напряжения вне системы включений на их линии продолжения определяются формулой

$$\tilde{\chi}(x) = \tilde{\tau}(x) + i\tilde{\sigma}(x) = iB_1f_1(x) - \frac{A_1}{\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{f_1(u)du}{u-x} - \frac{A_2}{\pi} \int_L \frac{\chi_0(u)du}{u-x} \quad (x \in L'). \quad (1.11)$$

При помощи известных методов из (7) запишем решение для задачи (1.5)–(1.6)

$$\Omega(x) = i \frac{B_1}{B_1^2 - A_1^2} F(x) + \frac{A_1 X_0^+(x)}{\pi(B_1^2 - A_1^2)} \int_L \frac{F(t)dt}{X_0^+(t)(t-x)} +$$

$$+ X_0^+(x)P_{N-1}(x) \quad (x \in L),$$

$$X_0(z) = \prod_{k=1}^N (z-a_k)^{-\frac{1}{2}+i\beta} (z-b_k)^{-\frac{1}{2}-i\beta},$$

$$P_{N-1}(x) = C_0 + C_1x + \dots + C_{N-1}x^{N-1}, \quad (1.12)$$

$$\beta = \frac{1}{2\pi} \ln \frac{A_1 + B_1}{A_1 - B_1},$$

где $X_0^+(t)$ граничное значение $X_0(z)$ на верхнем берегу L , а $C_0, \dots, C_{N-1}$ произвольные постоянные, определяющиеся из условий (1.6).

Теперь при помощи формул (1.12) и (1.7) для разрушающих напряжений будем иметь

$$\begin{aligned} \chi(x) = \tau(x) + i\sigma(x) = & -i \frac{(A_1 B_2 - A_2 B_1) X_0(x)}{\pi(B_1 - A_1)} \int_L \frac{[\chi_+(t) - \chi_-(t)] dt}{X_0^+(t)(t-x)} + \\ & + \frac{A_1 X_0(x)}{\pi(B_1 - A_1)} \int_L \frac{\chi_+(t) dt}{X_0^+(t)(t-x)} + i \frac{A_2 X_0(x)}{\pi} \int_L Q_{N-1}(t, x) [\chi_+(t) - \chi_-(t)] dt + \\ & + i(A_1 + B_1) X_0(x) P_{N-1}(x), \quad (x \in L'); \quad Q_{N-1}(t, x) = \sum_{k=1}^N a_k \sum_{l=1}^k t^{k-l} x^{l-1}. \end{aligned} \quad (1.13)$$

Здесь коэффициенты $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_N$ определяются известной методикой ⁽⁷⁾ при помощи разложения функции $1/X_0(z)$ в окрестности бесконечно удаленной точки.

Далее, как в (2.8,9), исходя из (1.13) определим коэффициенты интенсивностей по формулам

$$K_{b_l} = K_1^{b_l} - iK_2^{b_l} = i \frac{2\pi}{\text{ch}(\pi\beta)} \lim_{x \rightarrow b_l+0} (x - b_l)^{-\frac{1}{2}+i\beta} \chi(x); \quad (l = 1, \dots, N)$$

$$K_{a_l} = K_1^{a_l} - iK_2^{a_l} = i \frac{2\pi}{\text{ch}(\pi\beta)} \lim_{x \rightarrow a_l-0} (a_l - x)^{-\frac{1}{2}-i\beta} \chi(x)$$

и в результате получим их явные выражения:

$$\begin{aligned} K_{c_l} = \frac{\sqrt{2\pi} I_1^{(l)}}{\text{ch}(\pi\beta)} \left\{ - \frac{(A_1 B_2 - A_2 B_1)}{\pi(B_1 - A_1)} \int_L \frac{[\chi_+(t) - \chi_-(t)] dt}{X_0^+(t)(t-c_l)} - \frac{A_1}{\pi(B_1 - A_1)} \int_L \frac{\chi_+(t) dt}{X_0^+(t)(t-c_l)} - \right. \\ \left. - \frac{A_2}{\pi} \int_L Q_{N-1}(t, c_l) [\chi_+(t) - \chi_-(t)] dt - (A_1 + B_1) P_{N-1}(c_l) \right\}; \\ (c_l = b_l, \quad j = 1; \quad c_l = a_l, \quad j = 2) \quad (l = 1, \dots, N) \\ I_1^{(1)} = (b_l - a_l)^{-\frac{1}{2}+i\beta} \prod_{\substack{k=1 \\ k \neq l}}^N (b_l - a_k)^{-\frac{1}{2}+i\beta} (b_l - b_k)^{-\frac{1}{2}-i\beta}; \\ I_1^{(2)} = i e^{\pi\beta} (a_l - b_l)^{-\frac{1}{2}-i\beta} \prod_{\substack{k=1 \\ k \neq l}}^N (a_l - a_k)^{-\frac{1}{2}+i\beta} (a_l - b_k)^{-\frac{1}{2}-i\beta}. \end{aligned} \quad (1.14)$$

Отметим также, что раскрытие трещины на участке L_k ($k = 1, \dots, N$) определяется по формуле

$$\varphi(x) + i\psi(x) = \int_{a_k}^x \Omega(u) du, \quad (x \in L_k).$$

Вполне аналогичным способом построим решение сингулярного интегрального уравнения задачи о включениях (1.9)–(1.10), а затем из (1.11) найдем напряжения вне включений на линии их продолжения.

Коэффициенты интенсивности (1.14), содержащие осциллирующие интегралы, можно вычислить с большой точностью.

2. Теперь вкратце остановимся на соответствующих задачах о трещинах и включениях при антиплоской деформации. Пусть кусочно-однородное пространство, отнесенное к правой прямоугольной системе координат $Oxyz$ и находящееся в условиях антиплоской деформации в направлении оси Oz , состоит из верхнего и нижнего полупространства ($y > 0$, $y < 0$) с модулями сдвигов $\mu_{\pm}$ соответственно и в плоскости $y = 0$ ослаблено системой сквозных трещин

$$\omega = \left\{ y = 0; \bigcup_{k=1}^N \omega_k, -\infty < z < +\infty \right\}; \omega_k = [a_k, b_k], k = 1, \dots, N;$$

$$a_k < b_k, (k = 1, \dots, N), b_k < a_{k+1}, (k = 1, \dots, N-1).$$

Пусть далее края трещин нагружены силами произвольных интенсивностей

$$-\tau_{yz} \Big|_{y=\pm 0} = -\tau_{\pm}(x) \quad (x \in \omega),$$

вызывающими продольный сдвиг упругого пространства в направлении оси Oz с базовой плоскостью Oxy . Требуется определить плотность дислокаций смещений на краях щелей раскрытия трещин, разрушающие напряжения и коэффициенты интенсивности напряжений.

Во второй задаче описанное выше составное упругое бесконечное пространство на плоскости соединения $y = 0$ вместо системы сквозных трещин содержит систему ω произвольных взаимно не пересекающихся тонких абсолютно жестких включений. Пусть в точках $M_0^{\pm}(x_0^{\pm}, y_0^{\pm})$ ($y_0^+ > 0$, $y_0^- < 0$) верхнего и нижнего полупространства приложены сосредоточенные силы $\bar{P}_{\pm}$, а на включениях ω_k действуют силы с равнодействующим $\bar{P}_k$, направленным вдоль оси Oz . Требуется определить скачки напряжений на верхних и нижних берегах включений, а также эти же напряжения вне системы включений, на их линии продолжения.

Далее описанным выше способом можно получить определяющие уравнения поставленных задач и построить их решения, которые вполне аналогичны приведенным выше решениям.

Կամայական թվով համագլիծ ճաքերով կամ բացարձակ կոշտ ներդրակներով
կտոր առ կտոր համասեռ տարածության լարվածային վիճակը հարթ և
հակահարթ դեֆորմացիաների դեպքում

Աշխատանքում դիտարկվում են կտոր առ կտոր համասեռ առաձգական հար-
թության լարվածային վիճակի վերաբերյալ հարթ և կտոր առ կտոր համասեռ ա-
ռաձգական տարածության լարվածային վիճակի վերաբերյալ հակահարթ դեֆոր-
մացիաներով պայմանավորված խնդիրները: Ընդ որում ենթադրվում է, որ տարա-
սեռ կիսահարթությունների կամ կիսատարածությունների միացման գծերի կամ
մակերևույթների վրա, համապատասխանաբար, կան կամայական թվով ճաքեր, ո-
րոնց ափերը բեռնավորված են նորմալ և շոշափող լարումներով, կամ բարակա-
պատ բացարձակ կոշտ ներդրակներով: Ֆուլերի ինտեգրալ ձևափոխության, անա-
լիտիկ ֆունկցիաների եզրային խնդիրների տեսության և սինգուլյար ինտեգրալ հա-
վասարումների մաթեմատիկական մեթոդների օգնությամբ կառուցված են լրված
խնդիրների փակ լուծումները: Բացահայտ տեսքերով ներկայացված են լարումնե-
րի ուժգնության գործակիցները, ճաքերի բացվածքները, լարումների թռիչքները
ներդրակների վրա և մյուս մեխանիկական բնութագրիչները:

ЛИТЕРАТУРА – ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

¹ Развитие теории контактных задач в СССР, М., Наука, 1976. ² М.П.Саврук, Ко-
эффициенты интенсивности напряжений в телах с трещинами. Механика разрушения
и прочность материалов. Спр. пособие под общей ред. В.В.Панасюка, т.2. Киев, Науко-
ва думка, 1988. ³ Справочник по коэффициентам интенсивности напряжений. Под ре-
дакцией Ю.Мураками, т.1, М., Мир, 1990. ⁴ В.В. Панасюк, Л.Т.Бережницкий,
Н.Г.Стащук, Взаимодействие жестких линейных включений и трещин в деформируе-
мом теле, Киев, Наукова думка, 1983. ⁵ М.С.Мкртчян, С.М.Мхитарян, ДНАН Арме-
нии, т.94, №2, с.104-110 (1993). ⁶ М.С.Мкртчян, С.М.Мхитарян, ДНАН Армении,
т.94, №3, с.147-153 (1993). ⁷ Н.И.Мусхелишвили, Некоторые основные задачи мате-
матической теории упругости, М., Наука, 1966. ⁸ С.Райс, Прикладная механика. Тр.
Амер. о-ва инженеров-механиков, сер.Е, т.32, №2, с.186-192 (1965). ⁹ Эрдоган, При-
кладная механика. Тр. Амер. о-ва инженеров-механиков, сер.Е, т.30, №2, с.83-87
(1963).

ТЕОРИЯ УПРУГОСТИ

УДК 539.3

А. А. Баблоян, Л. М. Варданян, В. Т. Аванян

Характер напряженного состояния вблизи угловых точек анизотропных упругих тел

(Представлено академиком НАН Армении Э.Е.Хачияном 10/XII 1998)

Исследуется характер напряжений в малых окрестностях угловых точек анизотропного тела, когда анизотропия прямолинейная и ее главные оси составляют произвольные углы со сторонами угла.

Аналогичные вопросы для изотропных или составных тел подробно изучены в работах (1-3).

1. Построение общего решения уравнений равновесия трансверсально-изотропного материала. Известно (4), что уравнения равновесия для трансверсально-изотропного материала при плоскодеформированном состоянии имеют вид

$$\begin{aligned} c_{11} \frac{\partial^2 u_x}{\partial x^2} + c_{44} \frac{\partial^2 u_x}{\partial z^2} + (c_{13} + c_{44}) \frac{\partial^2 u_z}{\partial x \partial z} &= 0; \\ (c_{13} + c_{44}) \frac{\partial^2 u_x}{\partial x \partial z} + c_{44} \frac{\partial^2 u_z}{\partial x^2} + c_{33} \frac{\partial^2 u_z}{\partial z^2} &= 0, \end{aligned} \quad (1.1)$$

где u_x, u_z – проекции вектора перемещений $\bar{U}$, $c_{i,j}$ – упругие постоянные. В (1.1) было принято, что главные направления анизотропии совпадают с осями координат ox, oz . Компоненты тензора напряжений определяются через вектора $\bar{U}$ уравнениями состояния (обобщенного закона Гука)

$$\begin{aligned} \sigma_x &= c_{11} \frac{\partial u_x}{\partial x} + c_{13} \frac{\partial u_z}{\partial z}; \quad \sigma_y = c_{12} \frac{\partial u_x}{\partial x} + c_{13} \frac{\partial u_z}{\partial z}; \\ \sigma_z &= c_{13} \frac{\partial u_x}{\partial x} + c_{33} \frac{\partial u_z}{\partial z}; \quad \tau_{xz} = c_{44} \left(\frac{\partial u_z}{\partial x} + \frac{\partial u_x}{\partial z} \right). \end{aligned} \quad (1.2)$$

Вводим полярные (r, φ) и приведенные полярные (ρ, θ) координаты:

$$x = r \cos \varphi = \rho \cos \theta, \quad \alpha z = \alpha r \sin \varphi = \rho \sin \theta. \quad (1.3)$$

Отсюда следует, что

$$\rho = r b(\varphi); \quad \operatorname{tg} \theta = \alpha \operatorname{tg} \varphi, \quad b^2(\varphi) = \cos^2 \varphi + \alpha^2 \sin^2 \varphi, \quad (1.4)$$

$$\operatorname{Re} \alpha > 0, \quad \operatorname{Re} \beta(\varphi) > 0.$$

Значение параметра α определяется при построении общего решения уравнений (1.1).

Будем считать, что значения углов φ и $\operatorname{Re} \theta$ находятся в одной и той же четвертьплоскости.

Решение уравнения (1.1) в координатах (1.3) ищем в виде

$$u_x = \gamma_0(\alpha) \lambda^{-1} \Phi'(\lambda, \theta) \rho^{-\lambda}, \quad u_z = \Phi(\lambda, \theta) \rho^{-\lambda}, \quad \Phi''(\lambda, \theta) + \lambda^2 \Phi(\lambda, \theta) = 0, \quad (1.5)$$

где λ — произвольный комплексный параметр, а функция $\gamma_0(\alpha)$ определяется в ходе решения. Подставляя (1.5) в (1.1), после ряда преобразований получим

$$\gamma_0(\alpha) = \frac{(c_{13} + c_{44})\alpha}{c_{11} - \alpha^2 c_{44}} = -\frac{c_{44} - \alpha^2 c_{33}}{(c_{13} + c_{44})\alpha}, \quad (1.6)$$

$$\Delta_0(\alpha) = (c_{11} - \alpha^2 c_{44})(c_{44} - \alpha^2 c_{33}) + (c_{13} + c_{44})^2 \alpha^2 = 0.$$

На основе (1.5) и (1.6) общее решение уравнения (1.1) для клиновидных областей будем представлять в виде интегралов Мелина

$$u_x = \frac{1}{2\pi i} \int \sum_{p=1}^2 \gamma_0(\alpha_p) \lambda^{-1} \Phi'_p(\lambda, \theta_p) b_p^{-\lambda}(\varphi) r^{-\lambda} d\lambda; \quad (1.7)$$

$$u_z = \frac{1}{2\pi i} \int \sum_{p=1}^2 \Phi_p(\lambda, \theta_p) b_p^{-\lambda}(\varphi) r^{-\lambda} d\lambda.$$

Пользуясь уравнениями состояния (1.2), а также формулами поворота для компонент перемещений и напряжений ⁽⁶⁾, для компонент напряжений в полярной системе координат (1.3) получим

$$\sigma_\varphi = \frac{1}{2\pi i} \int \sum_{p=1}^2 \frac{\gamma_3(\alpha_p)}{\alpha_p} [\Phi'_p(\lambda, \theta_p) \cos \theta_p + \lambda \Phi_p(\lambda, \theta_p) \sin \theta_p] b_p^{-\lambda+1}(\varphi) r^{-\lambda-1} d\lambda;$$

$$\tau_{\varepsilon\varphi} = \frac{1}{2\pi i} \int \sum_{p=1}^2 \gamma_3(\alpha_p) \left[\frac{1}{\alpha_p^2} \Phi'_p(\lambda, \theta_p) \sin \theta_p - \right. \quad (1.8)$$

$$\left. - \lambda \Phi_p(\lambda, \theta_p) \cos \theta_p \right] b_p^{-\lambda+1}(\varphi) r^{-\lambda-1} d\lambda;$$

$$\sigma_r + \sigma_\varphi = \frac{1}{2\pi i} \int \sum_{p=1}^2 \frac{\alpha_p^2 - 1}{\alpha_p} \gamma_3(\alpha_p) [\lambda \Phi_p \sin \theta_p - \Phi'_p \cos \theta_p] b_p^{-\lambda-1}(\varphi) r^{-\lambda-1} d\lambda;$$

$$u_r = u_x \cos \varphi + u_z \sin \varphi; \quad v_\varphi = -u_x \sin \varphi + u_z \cos \varphi;$$

$$\begin{aligned}\gamma_3(\alpha) &= c_{44}\gamma_2(\alpha) = c_{11}\alpha^{-1}\gamma_0(\alpha) - c_{13} = c_{33}\alpha^2 - c_{13}\alpha\gamma_0(\alpha), \\ \gamma_2(\alpha) &= \alpha\gamma_0(\alpha) + 1.\end{aligned}$$

2. *Вывод трансцендентных уравнений.* Применение теории вычетов к формулам (1.8) для малой окрестности вершины угла приводит к формулам вида

$$(\sigma_\varphi, \sigma_r, \tau_{r\varphi}) = \sum_k \Psi_p(\varphi, \lambda_k) r^{\lambda_k-1}, \quad (0 < r \ll 1), \quad (2.1)$$

где λ_k — корни трансцендентной целой функции.

Из (2.1) следует, что характер напряженного состояния в малой окрестности вершины угла анизотропного материала определяется значениями λ_k , а точнее значением $\operatorname{Re} \lambda_1$. Ясно, что значением $\operatorname{Im} \lambda_1$ определяются скорость осцилляции напряжений вблизи вершины угла. Вид этой функции с точностью до множителя определяется из вида граничных условий и не зависит от значений граничных функций.

Ниже приводятся некоторые трансцендентные функции, связанные с различными типами граничных условий на сторонах упругого анизотропного клина. Эти функции приводятся для общего случая, когда главные направления анизотропии составляют произвольные углы со сторонами клина.

Задача А. Граничные условия:

$$\begin{aligned}\sigma_\varphi(r, \varphi_1) &= 0; \quad \tau_{r\varphi}(r, \varphi_1) = 0; \quad \sigma_\varphi(r, \varphi_2) = 0; \quad \tau_{r\varphi}(r, \varphi_2) = 0 \\ (0 \leq r < \infty, \varphi_1 < \varphi < \varphi_2).\end{aligned} \quad (2.2)$$

Представим решение уравнения (1.5) в виде

$$\Phi_p(\lambda, \theta) = A_p(\lambda) \sin \lambda \theta + B_p(\lambda) \cos \lambda \theta \quad (p=1;2)$$

Удовлетворяя граничным условиям (2.2) и применяя к формулам (1.8) обратное преобразование Мелина, для определения функций A_p и B_p получим однородную систему из четырех линейных уравнений. Для существования нетривиального решения требуем, чтобы основной детерминант этой системы D_A равнялся нулю.

$$\begin{aligned}D_A(\lambda) &= \frac{(\alpha_p - \alpha_m)^2}{4\alpha_p\alpha_m} \cos \lambda(\theta_{po} + \theta_{mo}) - \\ &- \frac{(\alpha_p + \alpha_m)^2}{4\alpha_p\alpha_m} \cos \lambda(\theta_{po} - \theta_{mo}) + \frac{\chi_p^\lambda + \chi_m^\lambda}{2}.\end{aligned} \quad (2.3)$$

Ясно, что при неоднородных граничных условиях (2.2) вид трансцендентной функции $D_A(\lambda)$ не изменится.

Задача В. Граничные условия:

$$\sigma_{\varphi}(r, \varphi_1) = 0; \quad \tau_{r\varphi}(r, \varphi_1) = 0; \quad u_r(r, \varphi_2) = 0; \quad v_r(r, \varphi_2) = 0. \quad (2.4)$$

Аналогичным образом для трансцендентной функции $D_B(\lambda)$ этой задачи получим

$$\begin{aligned} D_B(\lambda) = & \frac{\alpha_p - \alpha_m}{2\alpha_p\alpha_m} [\gamma_0(\alpha_p) - \gamma_0(\alpha_m)] \cos \lambda(\theta_{po} + \theta_{mo}) + \\ & + \frac{\alpha_p + \alpha_m}{2\alpha_p\alpha_m} [\gamma_0(\alpha_p) + \gamma_0(\alpha_m)] \cos \lambda(\theta_{po} - \theta_{mo}) - \\ & - \left[\frac{\gamma_2(\alpha_p)\gamma_0(\alpha_m)}{\alpha_p\gamma_2(\alpha_m)} \chi_p^\lambda + \frac{\gamma_2(\alpha_m)\gamma_0(\alpha_p)}{\alpha_m\gamma_2(\alpha_p)} \chi_m^\lambda \right]. \end{aligned} \quad (2.5)$$

Задача С. Граничные условия:

$$u_r(r, \varphi_1) = 0; \quad v_{\varphi}(r, \varphi_1) = 0; \quad u_r(r, \varphi_2) = 0; \quad v_{\varphi}(r, \varphi_2) = 0 \quad (2.6)$$

Трансцендентная функция

$$\begin{aligned} D_C(\lambda) = & \frac{[\gamma_0(\alpha_p) - \gamma_0(\alpha_m)]^2}{4\gamma_0(\alpha_p)\gamma_0(\alpha_m)} \cos \lambda(\theta_{po} + \theta_{mo}) - \\ & - \frac{[\gamma_0(\alpha_p) + \gamma_0(\alpha_m)]^2}{4\gamma_0(\alpha_p)\gamma_0(\alpha_m)} \cos \lambda(\theta_{po} - \theta_{mo}) + \frac{\chi_p^\lambda + \chi_m^\lambda}{2}. \end{aligned} \quad (2.7)$$

Задача D. Граничные условия:

$$\tau_{r\varphi}(r, \varphi_1) = 0; \quad v_{\varphi}(r, \varphi_1) = 0; \quad \sigma_{\varphi}(r, \varphi_2) = 0; \quad \tau_{r\varphi}(r, \varphi_2) = 0. \quad (2.8)$$

Трансцендентная функция

$$\begin{aligned} D_D(\lambda) = & (\alpha_p - \alpha_m) \left\{ \frac{\sin 2\varphi_1}{2} C_{pm}^+ \left[\frac{\gamma_0(\alpha_p)}{\gamma_2(\alpha_p)} - \frac{\alpha_p^{-1}}{\gamma_2(\alpha_m)} \right] - \right. \\ & - \frac{\sin 2\varphi_1}{2} C_{pm}^- \left[\frac{\gamma_0(\alpha_m)}{\gamma_2(\alpha_m)} - \frac{\alpha_m^{-1}}{\gamma_2(\alpha_p)} \right] + S_{pm}^+ \cos^2 \varphi_1 [\gamma_2^{-1}(\alpha_p) - \gamma_2^{-1}(\alpha_m)] - \\ & - \left. \left[\frac{\gamma_0(\alpha_p)}{\alpha_m\gamma_2(\alpha_p)} - \frac{\gamma_0(\alpha_m)}{\alpha_p\gamma_2(\alpha_m)} \right] \cdot S_{pm}^- \cdot \sin^2 \varphi_1 \right\} + \\ & + \sin 2\varphi_1 \left[\frac{1 - \alpha_m\gamma_0(\alpha_m)}{\chi_p^\lambda\gamma_2(\alpha_m)} + \frac{1 - \alpha_p\gamma_0(\alpha_p)}{\chi_m^\lambda\gamma_2(\alpha_p)} \right]. \end{aligned} \quad (2.9)$$

Задача D'. Граничные условия:

$$\sigma_{\varphi}(r, \varphi_1) = 0; \quad \tau_{r\varphi}(r, \varphi_1) = 0; \quad \tau_{r\varphi}(r, \varphi_2) = 0; \quad v_{\varphi}(r, \varphi_2) = 0. \quad (2.10)$$

Трансцендентная функция

$$\begin{aligned}
 D'_{D'}(\lambda) = & (\alpha_p - \alpha_m) \frac{\sin 2\varphi_2}{2} \left\{ C_{pm}^+ \left[\frac{\gamma_0(\alpha_p)}{\gamma_2(\alpha_p)} - \frac{\alpha_p^{-1}}{\gamma_2(\alpha_m)} \right] - \right. \\
 & \left. - C_{pm}^- \left[\frac{\gamma_0(\alpha_m)}{\gamma_2(\alpha_m)} - \frac{\alpha_m^{-1}}{\gamma_2(\alpha_p)} \right] \right\} - (\alpha_p - \alpha_m) \times \\
 & \times \left\{ \left[\gamma_2^{-1}(\alpha_p) - \gamma_2^{-1}(\alpha_m) \right] S_{pm}^+ \cos^2 \varphi_2 + \left[\frac{\gamma_0(\alpha_m)}{\alpha_p \gamma_2(\alpha_m)} - \frac{\gamma_0(\alpha_p)}{\alpha_m \gamma_3(\alpha_p)} \right] S_{pm}^- \sin^2 \varphi_2 \right\} + \\
 & + \sin 2\varphi_2 \left[\frac{1 - \alpha_p \gamma_0(\alpha_p)}{\chi_p^\lambda \gamma_2(\alpha_p)} + \frac{1 - \alpha_m \gamma_0(\alpha_m)}{\chi_m^\lambda \gamma_2(\alpha_m)} \right].
 \end{aligned} \tag{2.11}$$

В формулах (2.3)–(2.11) были использованы следующие обозначения

$$\begin{aligned}
 \operatorname{tg} \theta_p &= \alpha_p \operatorname{tg} \varphi, \quad \operatorname{tg} \theta_{pk} = \alpha_p \operatorname{tg} \varphi_k, \quad b_p(\varphi_k) = \\
 &= \left(\cos^2 \varphi_k + \alpha_p^2 \sin^2 \varphi_k \right)^{\frac{1}{2}} = \left(\cos^2 \theta_{pk} + \alpha_p^{-2} \sin^2 \theta_{pk} \right)^{\frac{1}{2}} \\
 \theta_{po} &= \theta_{p2} - \theta_{p1}, \quad \operatorname{Re} b_p(\varphi_k) > 0 \quad (k; p = 1, 2),
 \end{aligned} \tag{2.12}$$

$$\begin{aligned}
 C_{pm}^\pm &= \cos \lambda(\theta_{po} + \theta_{mo}) \pm \frac{\alpha_p + \alpha_m}{\alpha_p - \alpha_m} \cos \lambda(\theta_{po} - \theta_{mo}), \\
 S_{pm}^\pm &= \sin \lambda(\theta_{po} + \theta_{mo}) \pm \frac{\alpha_p + \alpha_m}{\alpha_p - \alpha_m} \sin \lambda(\theta_{po} - \theta_{mo}).
 \end{aligned}$$

$$\chi_p = \frac{b_p(\varphi_2) b_m(\varphi_1)}{b_p(\varphi_1) b_m(\varphi_2)}; \quad S_{pm}^\pm = S_{mp}^\pm; \quad C_{pm}^\pm = C_{mp}^\pm; \quad \chi_p \chi_m = 1 \quad (p + m = 3; p = 1, 2)$$

В формулах (2.3)–(2.11) α_p и α_m ($p + m = 3; p = 1, 2$) являются корнями уравнения (1.6), для которых $\operatorname{Re} \alpha_p > 0$. Кроме того, значениями углов φ_1, φ_2 определяются как угол раствора клина $(\varphi_2 - \varphi_1)$, так и углы между главными направлениями анизотропии со сторонами границ упругого клина.

Корни биквадратного уравнения (1.6) могут быть действительными, комплексными и совпадающими. Приведенные трансцендентные функции сохраняют свою силу для всех этих случаев.

В частном случае, когда корни уравнения (1.6) совпадают ($\alpha_1 = \alpha_2$), функции $D_A(\lambda)$ и $D_B(\lambda)$ другим методом были получены соответственно в работах (7) и (8). В работе (8) введением двух приведенных упругих постоянных автору удалось представить функцию $D_B(\lambda)$ в таком виде, в каком она получается для изотропного материала.

Рассмотрим частный случай, когда $\varphi_2 = \varphi_1 + \pi$. При этом корни функций $D_B(\lambda)$ будут определяться из уравнения

$$\sin^2 \lambda \pi = (\alpha_p - \alpha_m)^{-1} \left[\frac{\alpha_p \gamma_0(\alpha_p)}{\gamma_2(\alpha_p)} - \frac{\alpha_m \gamma_0(\alpha_m)}{\gamma_2(\alpha_m)} \right] \frac{\gamma_2(\alpha_p) - \gamma_2(\alpha_m)}{\gamma_0(\alpha_p) - \gamma_0(\alpha_m)}. \quad (2.13)$$

Отсюда следует, что на концах жесткого штампа, сцепленного с границей полуплоскости или упругого клина, особенности напряжений не зависят от главных направлений анизотропии упругого материала. Если же $\varphi_2 \neq \varphi_1 + \pi$ или $\varphi_2 \neq \varphi_1 + 2\pi$, то в общем случае корни $D_B(\lambda)$ зависят от направления анизотропии.

Рассмотрим теперь случай, когда жесткий штамп давит на упругую полуплоскость или на клин без трения. Принимая в формулах (2.9) и (2.11) $\varphi_2 = \varphi_1 + \pi$, для корней этих функций получим ($\lambda_k > 0$)

$$\begin{aligned} D_D(\lambda) = 0, \quad \lambda_k &= \frac{1}{\pi} \operatorname{arctg} \frac{2\beta_2}{\beta_1 \sin 2\varphi_1} + k; \quad D_{D'}(\lambda) = 0, \\ \lambda_k &= -\frac{1}{\pi} \operatorname{arctg} \frac{2\beta_2}{\beta_1 \sin 2\varphi_2} + k; \\ \beta_1 &= \frac{2\alpha_p \alpha_m}{\alpha_p - \alpha_m} \left[\frac{\gamma_0(\alpha_p)}{\gamma_2(\alpha_p)} - \frac{\gamma_0(\alpha_m)}{\gamma_2(\alpha_m)} + \frac{\alpha_m^{-1}}{\gamma_2(\alpha_p)} - \frac{\alpha_p^{-1}}{\gamma_2(\alpha_m)} \right]; \\ \beta_2 &= \frac{4\alpha_p \alpha_m}{\alpha_p - \alpha_m} \left[\left(\frac{1}{\gamma_2(\alpha_p)} - \frac{1}{\gamma_2(\alpha_m)} \right) \cos^2 \varphi_1 - \left(\frac{\gamma_0(\alpha_p)}{\alpha_m \gamma_2(\alpha_p)} - \frac{\gamma_0(\alpha_m)}{\alpha_p \gamma_2(\alpha_m)} \right) \sin^2 \varphi_1 \right]. \end{aligned} \quad (2.14)$$

Как видно из (2.14), особенности напряжений вблизи концов гладкого жесткого штампа в общем случае отличны от общеизвестных корневых особенностей. Корневые особенности получаются только в том случае, когда главные направления анизотропии параллельны (перпендикулярны) границе полуплоскости или клина. Отметим, что в различных концах гладкого штампа степени особенностей напряжений отличны друг от друга, но сумма этих степеней, как следует из (2.14), равна целому числу (-1; 0; 1).

Ереванский архитектурно-строительный институт

Ա. Հ. ԲԱԲԼՈՅԱՆ, Լ. Մ. ՎԱՐԴԱՆՅԱՆ, Վ. Տ. ԱՎԱՆՅԱՆ

Լաբումների վարքը անիզոտրոպ առաձգական մարմինների անկյունային կետերի մոտակայքում

Ուսումնասիրվում է լաբումների վարքը կամայական բացվածքով անիզոտրոպ սեպի զագաթի փոքր շրջակայքում, երբ անիզոտրոպիայի զիսավոր ուղղությունները սեպի կողմերի հետ կազմում են կամայական անկյուններ:

Դիտարկվում է այն դեպքը, երբ անիզոտրոպիան ուղղագծային է: Հավասարակշռության հավասարումների ընդհանուր լուծումները սկզբում կառուցվում են դեկարտյան կոորդինատական համակարգում: Այնուհետև, օգտագործելով պրոտման բանաձևերը, այդ լուծումները ներկայացվում են բևեռային կոորդինատական համակարգում, որը հնարավորություն է տալիս ստանալ աշխատանքում դիտարկված եզրային խնդիրների լուծումները: Որպես հիմնական արդյունք, աշխատանքում բերված են մի շարք դեպքերի համար այն տրանսցենդենտ ֆունկցիաների տեսքերը, որոնց արմատներով բնորոշվում են լարումների վարքերը անիզոտրոպ սեպի գազաթի փոքր շրջակայքում: Որոշ դեպքերի համար ստացված են արմատների անալիտիկ բանաձևեր՝ կախված անիզոտրոպիայի գործակիցներից և սեպի անկյան բացվածքից:

ЛИТЕРАТУРА – ՓՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

- ¹ Д.Б.Боджи, Тр. ASME т. 35 сер.Е, №2, с.29-37 (1968). ² К.С.Чобанян, Напряже-
ние в составных упругих телах, Ереван, Изд. АН АрмССР, 1987. ³ В.С.Саркисян,
В.Ж.Айрапетян, Новые классы задач теории упругости анизотропного тела, Ереван,
1997. ⁴ А.Ф.Улитко, Метод собственных векторных функций в пространственных за-
дачах теории упругости, Киев, Наукова думка, 1979. ⁵ В.З.Партон, Б.А.Кудрявцев,
Электромагнитоупругость, М., Наука, 1988. ⁶ С.Г.Лехницкий, Теория упругости анизо-
тропных тел, М., Наука, 1977. ⁷ Р.К.Алексамян, ДАН АрмССР, т.61, №4 (1975).
⁸ В.А.Едоян, ДАН АрмССР, т.71, №1, с.22-27 (1980).

ТЕОРИЯ ЭЛЕКТРОУПРУГОСТИ

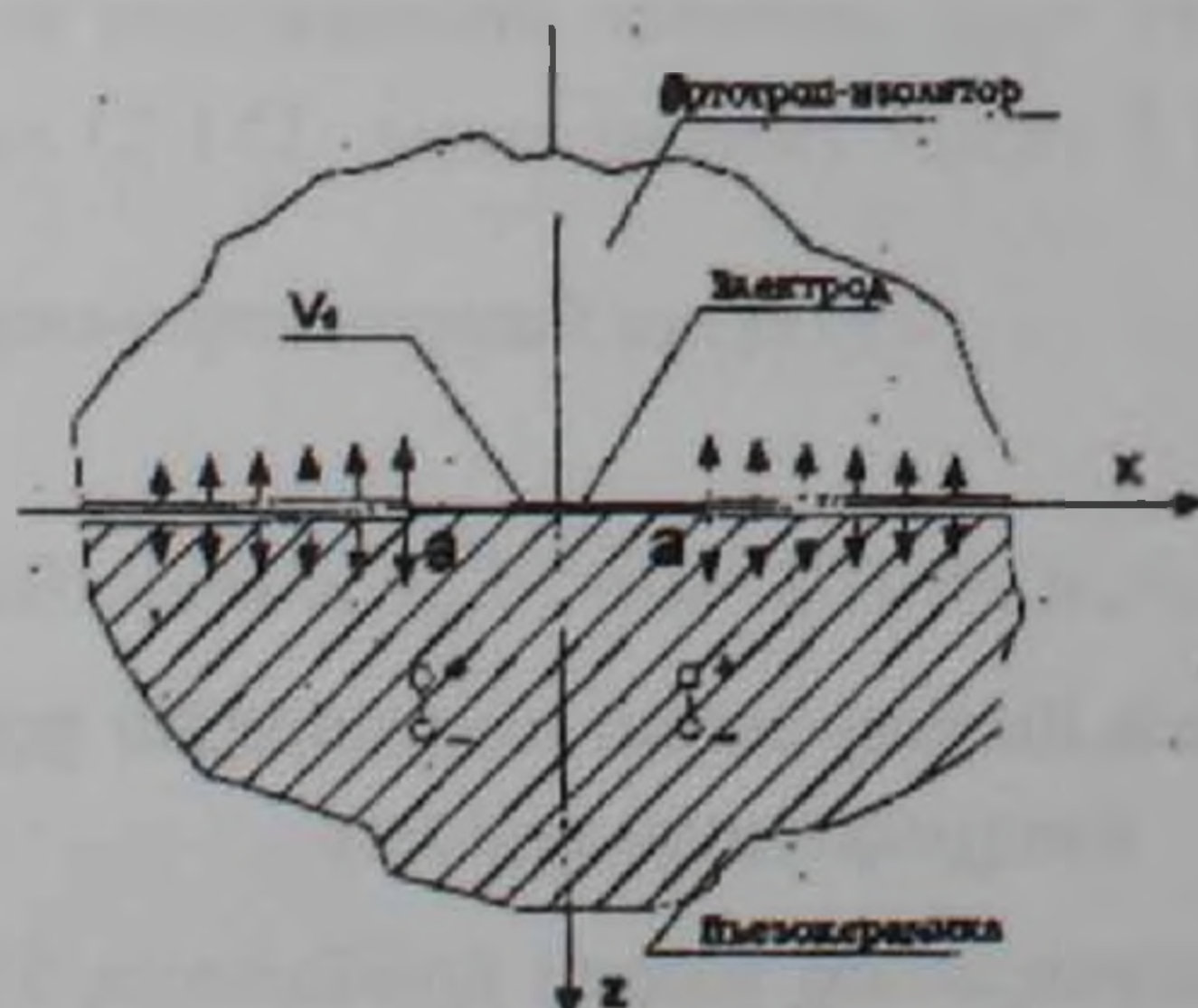
УДК 539.3.31

С. А. Мелкумян

Симметричная задача электроупругости для составной плоскости с полубесконечными разрезами, при наличии заряженного электрода

(Представлено академиком НАН Армении Л.А.Абрамяном 30/VI 1998)

Рассматривается симметричная плоская задача электроупругости для составной плоскости с полубесконечными разрезами ($|x| > a$). Плоскость состоит из двух полуплоскостей, одна из которых представляет собой предварительно поляризованную упругую пьезокерамику ($z \geq 0$, $|x| < \infty$), а другая – упругий ортотропный изолятор ($z \leq 0$, $|x| < \infty$), которые жестко сцепляются друг с другом в конечной зоне ($|x| < a$). Принимается, что в этой зоне плоскость электродирована заряженным тонким, гибким электродом и на берегах полубесконечных разрезов действуют симметричные внешние затухающие в бесконечности механические давления. Рассматривается плоское деформированное состояние $\left(U_y = 0, \frac{\partial \bar{U}}{\partial y} = 0, \frac{\partial \Psi}{\partial y} = 0 \right)$ (рисунок). Предполагается, что направление предварительной поляризации пьезокерамики перпендикулярно к линии сцепления полуплоскостей ($z = 0$) и совпадает с положительным направлением оси OZ .



С использованием метода парных интегральных уравнений задача решена точно в замкнутом виде.

Для решения за основные неизвестные принимаем упругие перемещения $(U_x(x, z), U_z(x, z))$ и электростатический потенциал $(\Psi_r(x, z))$. Все величины, которые принадлежат пьезокерамической полуплоскости $(z \geq 0, (|x| < \infty))$, будем писать с индексом один, а для упругого ортотропного изолятора $(z \leq 0, (|x| < \infty))$ — с индексом два.

Отметим, что диэлектрическая проницаемость обычного (несегнетоэлектрического) диэлектрика в сотни раз меньше диэлектрической проницаемости пьезокерамики. Имея в виду симметричность задачи относительно оси oz , решение ее ищем в виде интегралов Фурье:

$$U_x^{(1)}(x, z) = \frac{1}{c_{11}^E} \int_0^\infty \alpha \bar{U}^{(1)}(\alpha, z) \sin \alpha x d\alpha, \quad U_z^{(1)}(x, z) = \frac{1}{c_{44}^E} \int_0^\infty \alpha \bar{W}^{(1)}(\alpha, z) \cos \alpha x d\alpha,$$

$$\Psi(x, z) = \frac{1}{e_{15}} \int_0^\infty \alpha \bar{\Psi}(\alpha, z) \cos \alpha x d\alpha, \quad (z \geq 0, \quad x \geq 0) \quad (1)$$

$$U_x^{(2)}(x, z) = \frac{1}{A_{44}} \int_0^\infty \alpha \bar{U}^{(2)}(\alpha, z) \sin \alpha x d\alpha, \quad (2)$$

$$U_z^{(2)}(x, z) = \frac{1}{A_{11}} \int_0^\infty \alpha \bar{W}^{(2)}(\alpha, z) \cos \alpha x d\alpha, \quad (z < 0, \quad x > 0)$$

Затухающие в бесконечности неизвестных плотности интегралов Фурье (1), (2) представляются в виде:

$$\bar{U}_{(\alpha, z)}^{(1)} = \sum_{k=1}^3 t_k \Delta_1(t_k) A_k(\alpha) e^{-\alpha t_k z}, \quad \bar{W}_{(\alpha, z)}^{(1)} = \sum_{k=1}^3 \Delta_2(t_k) A_k(\alpha) e^{-\alpha t_k z},$$

$$\bar{\Psi}_{(\alpha, z)} = \sum_{k=1}^3 \Delta_3(t_k) A_k(\alpha) e^{-\alpha t_k z}, \quad \bar{W}_{(\alpha, z)}^{(2)} = \sum_{m=1}^2 \Delta_4(\xi_m) C_m(\alpha) e^{\alpha \xi_m z}, \quad (3)$$

$$\bar{W}_{(\alpha, z)}^{(2)} = \sum_{m=1}^2 \Delta_4(\xi_m) C_m(\alpha) e^{\alpha \xi_m z},$$

Определение $\Delta_1(t_k)$, $\Delta_2(t_k)$, $\Delta_3(t_k)$ и t_k дано в работе (1), $\Delta_4(\xi_m)$, $\Delta_5(\xi_m)$ и ξ_m — в (2). Пользуясь (1), (2), (3) и уравнением электроупругости в декартовых координатах (3), а также основными соотношениями теории упругости для ортотропного материала (4), можно все компоненты сопряженного электроупругого и упругого полей выразить соответственно через неизвестные функции интегрирования $A_k(\alpha)$ и $C_m(\alpha)$, которые нужно определить из граничных условий

$$\Psi(x, 0) = V_0 \quad (0 \leq x \leq a), \quad D_z(x, 0) = 0 \quad (0 < x < \infty) \quad (4)$$

$$\sigma_z^{(1)}(x, 0) = \sigma_z^{(2)}(x, 0) = f(x), \quad \tau_{xz}^{(1)}(x, 0) = \tau_{xz}^{(2)}(x, 0) = 0, \quad (a < x < \infty) \quad (5)$$

и условия полного контакта полуплоскостей:

$$U_x^{(1)}(x, 0) = U_x^{(2)}(x, 0), \quad U_z^{(1)}(x, 0) = U_z^{(2)}(x, 0) \quad (0 \leq x \leq a) \quad (6)$$

$$\sigma_z^{(1)}(x, 0) = \sigma_z^{(2)}(x, 0), \quad \tau_{xz}^{(1)}(x, 0) = \tau_{xz}^{(2)}(x, 0), \quad (0 < x < a). \quad (7)$$

Из (5) и (7) вытекают условия

$$\sigma_z^{(1)}(x, 0) = \sigma_z^{(2)}(x, 0), \quad \tau_{xz}^{(1)}(x, 0) = \tau_{xz}^{(2)}(x, 0), \quad (0 < x < \infty). \quad (8)$$

Удовлетворяя условию (8), получим

$$C_m(\alpha) = \sum_{k=1}^3 a_m^{(k)} A_k(\alpha) \quad (m = 1, 2), \quad (9)$$

где

$$\delta_0 a_1^{(k)} = b_{22} a_{1k} + b_{12} a_{2k}, \quad \delta_0 a_2^{(k)} = b_{21} a_{1k} + b_{11} a_{2k}, \quad \delta_0 = b_{11} b_{22} - b_{12} b_{21}; \quad (10)$$

здесь

$$\begin{aligned} a_{1k} &= \frac{c_{44}^E}{c_{11}^E} \Delta_1(t_k) t_k^2 + \Delta_2(t_k) - \Delta_3(t_k), \\ a_{2k} &= t_k \left[\frac{c_{13}^E}{c_{11}^E} \Delta_1(t_k) - \frac{c_{33}^E}{c_{44}^E} \Delta_2(t_k) + \frac{e_{33}}{e_{15}} \Delta_3(t_k) \right], \\ b_{1m} &= \frac{\Delta_5(\xi_m)}{\xi_m} - \frac{A_{44}}{A_{11}} \Delta_4(\xi_m), \quad b_{2m} = \frac{\Delta_4(\xi_m)}{\xi_m} + \frac{A_{13}}{A_{44}} \Delta_5(\xi_m). \end{aligned} \quad (11)$$

Имея в виду (9), удовлетворяя условиям (4), (5) и (6), получаем систему из трех парных интегральных уравнений:

$$\begin{cases} \int_0^\infty \alpha \left[\sum_{k=1}^3 \Delta_3(t_k) A_k(\alpha) \right] \cos \alpha x d\alpha = e_{15} V_0 & (0 \leq x \leq a) \\ \int_0^\infty \alpha^2 \left[\sum_{k=1}^3 a_{3k} A_k(\alpha) \right] \cos \alpha x d\alpha = 0 & (a < x < \infty) \end{cases} \quad (12)$$

$$\begin{cases} \int_0^\infty \alpha \left[\sum_{k=1}^3 a_{4k} A_k(\alpha) \right] \cos \alpha x d\alpha = 0 & (0 \leq x \leq a) \\ \int_0^\infty \alpha^2 \left[\sum_{k=1}^3 a_{2k} A_k(\alpha) \right] \cos \alpha x d\alpha = f(x) & (a < x < \infty) \end{cases} \quad (13)$$

$$\begin{cases} \int_0^\infty \alpha \left[\sum_{k=1}^3 a_{5k} A_k(\alpha) \right] \sin \alpha x d\alpha = 0 & (0 \leq x \leq a) \\ \int_0^\infty \alpha^2 \left[\sum_{k=1}^3 a_{1k} A_k(\alpha) \right] \sin \alpha x d\alpha = f(x) & (a < x < \infty), \end{cases} \quad (14)$$

где

$$\begin{aligned} a_{3k} &= t_k \left[\frac{e_{31}}{e_{15}} \Delta_1(t_k) - \frac{c_{11}^E}{c_{44}^E} \Delta_2(t_k) - \frac{c_{11}^E}{e_{15}} \frac{\varepsilon_{33}^S}{e_{15}} \Delta_3(t_k) \right], \\ a_{4k} &= \frac{1}{c_{44}^E} \Delta_2(t_k) - \frac{1}{A_{11}} \sum_{m=1}^2 \Delta_4(\xi_m) a_m^{(k)}, \\ a_{5k} &= \frac{1}{c_{11}^E} t_k \Delta_1(t_k) - \frac{1}{A_{44}} \sum_{m=1}^2 \Delta_5(\xi_m) a_m^{(k)}. \end{aligned} \quad (15)$$

Для решения системы (12)–(14) введем неизвестные функции касательных $(\tau_x^{(1)}(x, 0) = \tau_x^{(2)}(x, 0) = S(x))$, нормальных $(\sigma_z^{(1)}(x, 0) = \sigma_z^{(2)}(x, 0) = H(x))$ напряжений и нормальных составляющих вектора индукции электрического поля $(D_x(x, 0) = P(x))$ в зоне полного контакта (сцепления) квадрантов $(0 < x < \alpha)$. После этого вторые уравнения (12)–(14) допускают обратное интегральное преобразования Фурье, из которого получаем

$$\begin{aligned} A_k(\alpha) &= -\frac{2}{\pi} \frac{P_{1k}}{\alpha^2} \int_0^a S(t) \sin \alpha t dt + \frac{2}{\pi} \frac{P_{2k}}{\alpha^2} \int_0^a H(t) \cos \alpha t dt + \\ &+ \frac{2}{\pi} \frac{P_{3k}}{\alpha^2} \frac{c_{11}^E}{e_{15}} \int_0^a P(t) \cos \alpha t dt + \frac{2}{\pi} \frac{P_{2k}}{\alpha^2} \int_0^a f(t) \cos \alpha t dt. \end{aligned} \quad (16)$$

Здесь коэффициенты P_{jk} ($j = 1, 2, 3$) выражаются через коэффициенты a_{jk} ($j = 1, 2, 3, 4, 5$).

Подставив $A_k(\alpha)$ из (16) в первые уравнения (12)–(14), далее продифференцировав по x и воспользовавшись известными соотношениями для обобщенной функции Дирака (5), получаем следующую систему сингулярных интегральных уравнений:

$$\begin{aligned} g_{11} S(x) + \frac{1}{\pi} g_{12} \int_0^a H(t) \left[\frac{1}{x-t} + \frac{1}{x+t} \right] dt + \frac{1}{\pi} g_{13} \int_0^a P(t) \left[\frac{1}{x-t} + \frac{1}{x+t} \right] dt &= f_1(x), \\ g_{21} S(x) + \frac{1}{\pi} g_{22} \int_0^a H(t) \left[\frac{1}{x-t} + \frac{1}{x+t} \right] dt + \frac{1}{\pi} g_{23} \int_0^a P(t) \left[\frac{1}{x-t} + \frac{1}{x+t} \right] dt &= f_2(x), \\ \frac{1}{\pi} g_{31} \int_0^a S(t) \left[\frac{1}{t-x} + \frac{1}{t+x} \right] dt + g_{32} H(x) + g_{33} P(x) &= 0, \quad 0 < x < a, \end{aligned} \quad (17)$$

где g_{jk} выражаются через a_{jk} и P_{jk} , а $f_1(x) = g_{12} F_1(x)$, $f_2(x) = g_{22} F_1(x)$. В свою очередь $F_1(x)$ выражаются через $f(x)$. Если продолжить $S(x)$ нечетно, $H(x)$ и $P(x)$ четно на интервале $-a < x < 0$, система (17) приводится к виду

$$\begin{aligned}
g_{11}S(x) - \frac{1}{\pi}g_{12} \int_{-a}^a \frac{H(t)}{t-x} dt - \frac{1}{\pi}g_{13} \int_{-a}^a \frac{P(t)}{t-x} dt &= f_1(x), \\
g_{21}S(x) - \frac{1}{\pi}g_{22} \int_{-a}^a \frac{H(t)}{t-x} dt - \frac{1}{\pi}g_{23} \int_{-a}^a \frac{P(t)}{t-x} dt &= f_2(x), \\
\frac{1}{\pi}g_{31} \int_{-a}^a \frac{S(t)}{x+t} dt + g_{32}H(x) + g_{33}P(x) &= 0, \quad -a < x < a.
\end{aligned} \tag{18}$$

Из первого и второго уравнения (18) можно получить следующее сингулярное интегральное уравнение:

$$\frac{1}{\pi} \int_{-a}^a \frac{H(t) - g^* P(t)}{t-x} dt = -F_1(x) \quad (-a < x < a). \tag{19}$$

$$\text{Здесь} \quad (g_{22}g_{11} - g_{12}g_{21})g^* = g_{13}g_{21} - g_{23}g_{11}. \tag{20}$$

Из точного решения уравнений (19) получаем (6)

$$P(x) = \frac{1}{g^*} H(x) + \varphi(x), \tag{21}$$

$$\text{где} \quad \varphi(x) = \frac{1}{\pi g^* \sqrt{a^2 - x^2}} \int_{-a}^a \frac{\sqrt{a^2 - \tau^2}}{\tau - x} F_1(\tau) d\tau + \frac{1}{g^*} \frac{C_0}{\sqrt{a^2 - x^2}}. \tag{22}$$

$$\text{Постоянная } C_0 \text{ определяется из условия } \int_{-a}^a D_z(x, 0) dx = Q_0. \tag{23}$$

Здесь Q_0 — электрический заряд электрода.

Подставляя (21) в третье уравнение (18), можно привести его к виду

$$\frac{1}{\pi}n_{11} \int_{-a}^a \frac{S(t)}{t-x} dt + n_{12}H(x) = \varphi(x), \quad -a < x < a, \tag{24}$$

а из первого и второго уравнения (18) получается следующее сингулярное интегральное уравнение:

$$n_{21}S(x) - \frac{n_{22}}{\pi} \int_{-a}^a \frac{H(t)}{t-x} dt = \varphi_2(x), \quad -a < x < a, \tag{25}$$

где

$$\begin{aligned}
n_{11} &= g_{31}g^*, \quad n_{12} = g_{32}g^* + g_{33}, \quad \varphi_1(x) = -g_{33}g^*\varphi(x), \\
n_{21} &= g_{11}g_{23} - g_{21}g_{13}, \quad n_{22} = -(g_{22}g_{13} - g_{12}g_{23}), \quad \varphi_2(x) = n_{22}F_1(x).
\end{aligned} \tag{26}$$

Решение задачи сведено к решению системы сингулярных интегральных уравнений (24), (25), которые можно привести к следующему сингулярному интегральному уравнению:

$$\chi(x) + \frac{g}{\pi i} \int_{-a}^a \frac{\chi(t)}{t-x} dt = F(x), \quad -a < x < a. \tag{27}$$

Здесь

$$\chi(x) = H(x) + iS_1(x), \quad S_1(x) = g_1 S(x),$$

$$F(x) = \frac{1}{n_{12}} \varphi_1(x) + \frac{g_1}{n_{21}} \varphi_2(x), \quad g = \frac{n_{22}}{n_{12}} g_1, \quad g_1 = \sqrt{\frac{n_{11} n_{21}}{n_{12} n_{22}}}. \quad (28)$$

Получая решение (27) в замкнутом виде (7), разделяя вещественные и мнимые части, получаем (8):

$$\begin{aligned} \tau_{xz}^{(1)}(x, 0) = \tau_{xz}^{(2)}(x, 0) = S(x) = \frac{S_1(x)}{g_1} = k_{11} \varphi_2(x) + \frac{c}{g_1 \sqrt{a^2 - x^2}} \sin \gamma \ln \frac{a+x}{a-x} + \\ + \frac{1}{\pi} \frac{k_{12}}{\sqrt{a^2 - x^2}} \cos \gamma \ln \frac{a+x}{a-x} \int_{-a}^a \frac{\sqrt{a^2 - t^2}}{t-x} \varphi_1(t) \cos \gamma \ln \frac{a+t}{a-t} dt + \\ + \frac{1}{\pi} \frac{k_{12}}{\sqrt{a^2 - x^2}} \sin \gamma \ln \frac{a+x}{a-x} \int_{-a}^a \frac{\sqrt{a^2 - t^2}}{t-x} \varphi_1(t) \sin \gamma \ln \frac{a+t}{a-t} dt + \\ + \frac{1}{\pi} \frac{k_{13}}{\sqrt{a^2 - x^2}} \sin \gamma \ln \frac{a+x}{a-x} \int_{-a}^a \frac{\sqrt{a^2 - t^2}}{t-x} \varphi_2(t) \cos \gamma \ln \frac{a+t}{a-t} dt - \\ - \frac{1}{\pi} \frac{k_{13}}{\sqrt{a^2 - x^2}} \cos \gamma \ln \frac{a+x}{a-x} \int_{-a}^a \frac{\sqrt{a^2 - t^2}}{t-x} \varphi_2(t) \sin \gamma \ln \frac{a+t}{a-t} dt; \quad (-a < x < a) \end{aligned} \quad (29)$$

$$\begin{aligned} \sigma_{xz}^{(1)}(x, 0) = \sigma_{xz}^{(2)}(x, 0) = H(x) = k_{21} \varphi_1(x) + \frac{c}{\sqrt{a^2 - x^2}} \cos \gamma \ln \frac{a+x}{a-x} + \\ + \frac{1}{\pi} \frac{k_{22}}{\sqrt{a^2 - x^2}} \sin \gamma \ln \frac{a+x}{a-x} \int_{-a}^a \frac{\sqrt{a^2 - t^2}}{t-x} \varphi_1(t) \cos \gamma \ln \frac{a+t}{a-t} dt + \\ + \frac{1}{\pi} \frac{k_{22}}{\sqrt{a^2 - x^2}} \cos \gamma \ln \frac{a+x}{a-x} \int_{-a}^a \frac{\sqrt{a^2 - t^2}}{t-x} \varphi_1(t) \sin \gamma \ln \frac{a+t}{a-t} dt - \\ - \frac{1}{\pi} \frac{k_{23}}{\sqrt{a^2 - x^2}} \cos \gamma \ln \frac{a+x}{a-x} \int_{-a}^a \frac{\sqrt{a^2 - t^2}}{t-x} \varphi_2(t) \cos \gamma \ln \frac{a+t}{a-t} dt - \\ - \frac{1}{\pi} \frac{k_{23}}{\sqrt{a^2 - x^2}} \sin \gamma \ln \frac{a+x}{a-x} \int_{-a}^a \frac{\sqrt{a^2 - t^2}}{t-x} \varphi_2(t) \sin \gamma \ln \frac{a+t}{a-t} dt; \quad (-a < x < a) \end{aligned} \quad (30)$$

где

$$\begin{aligned} k_{11} = \frac{1}{1-g^2} \frac{1}{n_{21}}, \quad k_{21} = \frac{1}{1-g^2} \frac{g}{g_1} \frac{1}{n_{21}}, \quad k_{13} = g k_{11}, \quad k_{21} = \frac{1}{1-g^2} \frac{1}{n_{12}}, \\ k_{22} = g k_{21}, \quad k_{23} = \frac{1}{1-g^2} \frac{g}{n_{12}} g_1, \quad \gamma = \frac{1}{2\pi} \ln \frac{g+1}{g-1}, \end{aligned} \quad (31)$$

а постоянная c определяется из условия

$$\int_{-a}^a \sigma_z^{(1)}(x, 0) dx = F_0,$$

здесь

$$F_0 = 2 \int_a^\infty f(x) dx. \quad (32)$$

Используя (21) и (30), можно определить нормальные составляющие вектора электрической индукции ($D_x(x, 0) = P(x)$). Используя (30), (29), (21), (16) и (9), можно определить все искомые функции. Далее по формулам (3), (2), (1) и основным соотношениям электроупругости (3), ортотропного изолятора (4) можно определить соответственно все компоненты сопряженного электроупругого поля в любой точке пьезокерамики и упругого поля в ортотропном изоляторе. Из (29), (30) и (21) видно, что на концах зоны полного контакта полуплоскостей механические напряжения, нормальные составляющие электрической индукции сопровождаются осцилляциями со значительными механическими и электрическими полями.

Ереванский архитектурно-строительный институт

Ս. Ա. ՄԵԼԻՔՈՒՄՅԱՆ

Կիսաանվերջ ճեղքերով թուլացված բաղադրյալ հարթության
էլեկտրաառածգականության տեսության համաչափ խնդիրը՝ լիցքավորված
էլեկտրոդի առկայությամբ

Դիտարկվում է պիեզակերամիկական կիսահարթությունից և նրան վերջավոր երկարությամբ կառչած օրթոտրոպ մեկուսիչ կիսահարթությունից բաղկացած բաղադրյալ հարթության հարթ դեֆորմացիոն վիճակի համաչափ խնդիրը: Միացման զծում հարթությունը ունի երկու կիսաանվերջ ճեղքեր, որոնցում գործում են անվերջությունում մարտդ արտաքին մեխանիկական նորմալ լարումներ: Երկու հարթությունների կառչման տեղում առկա է բարակ, ճկուն լիցքավորված էլեկտրոդ: Ենթադրվում է, որ պիեզակերամիկայի նախնական բնեռացման ուղղությունը կիսահարթության յուրաքանչյուր կետում ուղղահայաց է կիսահարթության միացման զծին:

Օգտվելով զույգ ինտեգրալ հավասարումների մեթոդից, խնդրի լուծումը ստացվում է ճշգրիտ, փակ տեսքով:

ЛИТЕРАТУРА – ՓՐԱՎԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

- ¹ С.А.Мелкуян, А.Ф.Улитко, Прикладная механика, т.23, №9, с.44-51 (1987).
- ² В.С.Тоноян, С.А.Мелкумян, ДНАН Армении, т.92, №3, с.133-137 (1991).
- ³ В.Т.Гринченко, А.Ф.Улитко, Н.А.Шульга, Механика связанных полей в элементах конструкции. Т.5. Электроупругость, Киев, Наукова думка, 1989. ⁴ Р.Кристensen, Введение в механику композитов. М., Мир, 1982. ⁵ В.З.Партон, Б.А.Кудрявцев, Электромагнитоупругость пьезоэлектрических и электропроводных тел, М., Наука, 1988. ⁶ Ф.Д.Гахов, Краевые задачи, М., Физматгиз, 1963. ⁷ С.Г.Михлин, Интегральные уравнения, М.-Л., ОГИЗ, 1949. ⁸ И.С.Градштейн, И.М.Рыжик, Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений, М., Изд.физ.-мат. лит., 1971.

УДК 467

Академик НАН Армении Д.М. Седракян, А. Ж. Хачатрян

**Движение электрона в поле одномерного
случайного потенциала**

(Представлено 25/V 1999)

Как известно, задача движения квантовой частицы в поле одномерного случайного потенциала является одной из важных проблем теории переноса различных элементарных возбуждений в случайно-неоднородных средах. В связи с тем, что математические трудности, с которыми сталкивается задача вычисления средних кинетических характеристик двухмерных и трехмерных систем, являются значительными, особую важность имеют одномерные модели, допускающие точные решения и вместе с тем обладающие достаточной физической общностью (¹).

В данной работе рассматривается задача определения среднего сопротивления системы из конечного числа случайно расположенных случайных рассеивателей, когда параметры, характеризующие поле системы, являются независимыми друг от друга случайными переменными. Рассмотрим пространство реализаций случайного поля, имеющего общую форму вида

$$V(x) = \sum_{n=1}^N V_n(x - x_n), \quad (1)$$

где $V_n(x - x_n)$ неперекрывающиеся друг с другом и локализованные возле точек x_n одиночные потенциалы. Точки x_n образуют некоторую решетку, в которой расстояния $x_n - x_{n-1} (n = 2, 3, \dots, N)$ заданы случайным независимым друг от друга образом и имеют одинаковое среднее значение a ;

$$\langle x_n - x_{n-1} \rangle = a \text{ и } \int f(\Delta x_{n-1}) \Delta x_{n-1} d\Delta x_{n-1} = 0, \quad (2)$$

где $\Delta x_{n-1} = x_n - x_{n-1} - a$ и $f(\Delta x_{n-1})$ четная нормированная на единицу функция распределения случайной величины Δx_{n-1} .

Одиночные потенциалы $V_n(x)$ являются случайными независимыми функциями, одинаково распределенными, с плотностью распределения P в

некотором пространстве возможных реализаций E . Так например, среднее поле одиночного потенциала может быть записано в виде

$$\langle V_n(x) \rangle = \int_E P[V_n(x)] V_n(x) DV_n(x). \quad (3)$$

Модель неупорядоченной системы со случайным статическим полем (1)–(3) описывает большой класс систем с так называемым смешанным беспорядком, в которых сочетаются структурный беспорядок с композиционным. Так, случайные параметры Δx_{n-1} характеризуют структурный беспорядок системы, функции $V_n(x)$ – композиционный беспорядок. Физически важными частными случаями рассматриваемой модели являются всевозможные идеальные решетки, определяемые как системы, обладающие одновременно структурным и композиционным порядками.

Согласно эргодической гипотезе теории неупорядоченных систем средняя физическая величина, относящаяся к системе в целом, вычисляется как среднее по случайному полю, реализующемуся в объеме системы. Процедура усреднения физической величины по ансамблю возможных реализаций случайного поля (1)–(3) записывается в виде

$$\langle \rho_N \rangle = \int \cdots \int \rho_N f(\Delta x_1) \cdots f(\Delta x_{N-1}) P[V_1(x)] \cdots P[V_N(x)] \cdot d\Delta x_1 \cdots d\Delta x_N DV_1(x) \cdots DV_N(x). \quad (4)$$

В дальнейшем под ρ_N мы будем понимать сопротивление системы при нулевой температуре.

Для вычисления ρ_N воспользуемся формулой Ландауера, определяющей сопротивление системы конечных размеров как отношение коэффициентов отражения и прохождения электрона через потенциал системы ⁽²⁾

$$\rho = |R|^2 / |T|^2, \quad (5)$$

где R и T амплитуды отражения и прохождения электрона.

Как было показано в работе ⁽³⁾, задача определения R_N и T_N амплитуды отражения и прохождения электрона поля (1) в общем виде может быть сведена к задаче решения системы конечно-разностных уравнений

$$D_N = r_N / t_N \bar{D}_{N-1} e^{i2kx_N} + 1/t_N D_{N-1}, \quad (6a)$$

$$\bar{D}_N = r_N^* / t_N^* D_{N-1} e^{-i2kx_N} + 1/t_N^* \bar{D}_{N-1}, \quad (6b)$$

где $D_N = 1/T_N$ и $\bar{D}_N = R_N^* / T_N^*$. В коэффициентах уравнений (6a,б) параметры r_N и t_N соответствуют амплитудам отражения и прохождения одиночного потенциала $V_N(x)$. Отметим, что в (6) N есть величина переменная, так что $D_{N-1}, \bar{D}_{N-1}$ соответствуют первым $N-1$ потенциалам поля (1).

Вследствие сохранения плотности тока ($|T_N|^2 + |R_N|^2 = 1$) сопротивление системы может быть записано через величины $D_N, \bar{D}_N$ в виде

$$\rho_N = |D_N|^2 - 1 \text{ или } \rho_N = |\bar{D}_N|^2. \quad (7)$$

Прежде чем вычислять среднее сопротивление $\langle \rho_N \rangle$, введем вспомогательную величину

$$S_N = D_N \bar{D}_N^* e^{-2ikx_N}. \quad (8)$$

Тогда для величин ρ_N и S_N из (6)-(8) можно получить следующую систему разностных уравнений:

$$\rho_N = (2\alpha_N - 1)\rho_{N-1} + \beta_N^* \eta_{N-1}^* S_{N-1} + \beta_N \eta_{N-1} S_{N-1}^* + \alpha_N - 1, \quad (9a)$$

$$S_N = 2\gamma_N \rho_{N-1} + \chi_N \eta_{N-1}^* S_{N-1} + \delta_N \eta_{N-1} S_{N-1}^* + \gamma_N, \quad (9b)$$

где

$$\alpha_N = 1/|t_N|^2, \beta_N = r_N/|t_N|^2, \gamma_N = r_N/t_N^2, \delta_N = r_N^2/t_N^2, \quad (10)$$

$$\chi_N = 1/t_N^2, \eta_{N-1} = e^{i2k(a+\Delta x_{N-1})}.$$

Как видно, коэффициенты уравнений (9a), (9b) содержат параметры рассеяния только N -ого одиночного потенциала поля (1) и расстояние Δx_{N-1} . Так как по определению величины ρ_{N-1} и S_{N-1} зависят только от первых $N-1$ потенциалов системы и расстояний Δx_{n-1} ($n = 2, 3, \dots, N-1$), то при усреднении системы уравнений (9), согласно (4), все коэффициенты и соответствующие им переменные усредняются отдельно. Так например,

$$\langle (2\alpha_N - 1)\rho_{N-1} \rangle = \langle (2\alpha_N - 1) \rangle \langle \rho_{N-1} \rangle \text{ и т.д.}$$

Если ввести обозначения

$$\alpha = \langle \alpha_N \rangle, \beta = \langle \beta_N \rangle, \gamma = \langle \gamma_N \rangle, \delta = \langle \delta_N \rangle, \chi = \langle \chi_N \rangle, \eta = \langle \eta_{N-1} \rangle, \quad (11)$$

то усредненная по случайному полю (1)-(3) система уравнений (9) запишется в виде

$$\langle \rho_N \rangle = (2\alpha - 1)\langle \rho_{N-1} \rangle + \beta^* \eta^* \langle S_{N-1} \rangle + \beta \eta \langle S_{N-1}^* \rangle + \alpha - 1, \quad (12a)$$

$$\langle S_N \rangle = 2\gamma \langle \rho_{N-1} \rangle + \chi \eta^* \langle S_{N-1} \rangle + \delta \eta \langle S_{N-1}^* \rangle + \gamma. \quad (12b)$$

Система уравнений (12) позволяет в общем виде получить рекуррентные уравнения отдельно для $\langle \rho_N \rangle$ и $\langle S_N \rangle$. Так, расписывая (12a) для $\langle \rho_{N-1} \rangle, \langle \rho_{N-2} \rangle$ и (12b) для $\langle S_{N-1} \rangle, \langle S_{N-2} \rangle, \langle S_{N-3} \rangle$ и их комплексно сопряженных величин, мы получим систему из семи линейных неоднородных уравнений относительно величин $\langle \rho_N \rangle, \langle \rho_{N-1} \rangle, \langle \rho_{N-2} \rangle, \langle \rho_{N-3} \rangle, \langle S_{N-1} \rangle, \langle S_{N-2} \rangle,$

$\langle S_{N-3} \rangle, \langle S_{N-1}^* \rangle, \langle S_{N-2}^* \rangle, \langle S_{N-3}^* \rangle$. Исключая величины $\langle S \rangle$ из этих уравнений, получим уравнение для искомой величины $\langle \rho_N \rangle$ в виде

$$\langle \rho_N \rangle = A \langle \rho_{N-1} \rangle + B \langle \rho_{N-2} \rangle + C \langle \rho_{N-3} \rangle + D, \quad (13)$$

где

$$A = 2\alpha - 1 + \theta, B = 2d - v - (2\alpha - 1)\theta,$$

$$C = (2\alpha - 1)v + 2u, D = (\alpha - 1)(1 - \theta + v) + d - u$$

и
$$d = \beta^* \eta^* \gamma + \beta \eta \gamma^*, u = \Gamma^* \eta^* \gamma + \Gamma \eta \gamma^*, v = |\eta|^2 (|\chi|^2 - |\delta|^2),$$

$$\Gamma = \eta^* (\chi \beta - \delta \beta^*), \theta = 2 \operatorname{Re}(\eta^* \chi).$$

Решение уравнения (13) можно искать в виде

$$\langle \rho_N \rangle = \sum_{j=1}^3 A_j x_j^N - 1/2. \quad (14)$$

Подставляя решение (14) в уравнение (13) получим характеристическое уравнение определяющее величины $x_j, j = 1, 2, 3$;

$$x_j^3 - A x_j^2 - B x_j - C = 0. \quad (15)$$

Коэффициенты A_j в решении (14) можно выразить через корни уравнения (15) x_j и $\langle \rho_2 \rangle, \langle \rho_1 \rangle$, разрешив систему уравнений

$$\begin{cases} A_1 + A_2 + A_3 = \frac{1}{2}, \\ A_1 x_1 + A_2 x_2 + A_3 x_3 = \rho_1 + \frac{1}{2}, \\ A_1 x_1^2 + A_2 x_2^2 + A_3 x_3^2 = \rho_2 + \frac{1}{2}. \end{cases} \quad (16)$$

Входящие в (16) $\langle \rho_2 \rangle, \langle \rho_1 \rangle$ можно найти прямо из (4) и (6):

$$\langle \rho_1 \rangle = \alpha - 1, \langle \rho_2 \rangle = 2\alpha(\alpha - 1) + d. \quad (17)$$

Решение системы (16) дает

$$A_1 = \frac{2d - (2\alpha - 1)(x_2 + x_3 - 2\alpha - 1) + x_2 x_3}{(x_2 - x_1)(x_3 - x_1)}, \quad (18)$$

A_2 и A_3 получаются из (18) циклической перестановкой букв x_1, x_2, x_3 .

В конце заметим, что в случае структурного беспорядка для энергий электрона, для которых одиночный потенциал является безотражательным, т.е.

$$\alpha = 1, \beta = 0, \gamma = 0, \delta = 0, \chi = \langle \chi_N \rangle, \eta = \langle \eta_{N-1} \rangle, \quad (19)$$

$\langle \rho_N \rangle = 0$ для любого N . Это означает, что в одномерной структурно-неупорядоченной системе существуют делокализованные одноэлектронные состояния.

Авторы выражают благодарность профессору Д.А.Бадалян за обсуждение полученных результатов.

Ереванский государственный университет
Государственный инженерный университет Армении

Հայաստանի ԳԱԱ ակադեմիկոս Դ. Մ. ՍԵՂՐԱԿՅԱՆ, Ա. Ժ. ԽԱՇԱՏՐՅԱՆ

Էլեկտրոնի շարժումը միաչափ պատահական պոտենցիալի
դաշտում

Հաշված է միաչափ վերջավոր թվով պատահական դասավորվածություն ունեցող պատահական պոտենցիալներից բաղկացած ցանցի դիմադրությունը:

ЛИТЕРАТУРА – ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

¹ I.M.Lifshits, S.A.Gredeskul, L.A.Pastur, Introduction to the Theory of Disordered Systems. Wiley, Now York, 1988. ² P.W.Anderson, D.J.Thouless, E.Abrahams et al., Phys. Rev., v. B22, p.3519 (1980). ³ Д.М.Седракян, А.Ж.Хачатрян, ДНАН Армении, т.98, №4, с.301-306 (1998).

СТРОИТЕЛЬНЫЕ КОНСТРУКЦИИ

УДК 624.012

В. С. Саркисян, С. Ш. Нуридзян, Н. А. Бабаян, П. А. Тер-Петросян

**Тепловой режим бетонных конструкций при электропрогреве
в зимних условиях**

(Представлено академиком НАН Армении Б.К.Карапетяном 17/XII 1998)

Ускорение твердения бетона позволяет быстрее получить изделия с требуемой прочностью, повысить оборачиваемость форм и другого оборудования, а также эффективнее использовать производственные площади.

Основным методом ускорения твердения бетона является тепловая обработка. Она позволяет получить в необходимые сроки прочность изделий, допускающую их транспортирование, монтаж в зданиях и сооружениях и др. Поэтому такая обработка, несмотря на дополнительные затраты, повышенный расход цемента, а иногда некоторое снижение прочности бетона, является необходимым условием, особенно для бетонов на известково-песчаных, а также на малоактивных смешанных и шлаковых вяжущих, поскольку без тепловой обработки такие бетоны в практически приемлемые сроки не могут получить необходимую прочность.

В сейсмоактивных районах большой интерес представляет монолитное строительство зданий и сооружений как наиболее сейсмостойких с точки зрения их эксплуатации. Учитывая, что в Армении температура воздуха в зимние месяцы опускается ниже нуля, для осуществления такого строительства обязательным является подогрев.

Рассмотрим тепловой режим в бетонных конструкциях, осуществленных монолитным бетонированием с применением греющих опалубок.

В случае одномерной задачи (стена, плита), с учетом экзотермии гидратируемого цемента и постоянства теплофизических параметров, температурный процесс описывается следующим уравнением (1,2):

$$\frac{\partial T(x,t)}{\partial t} = a \frac{\partial^2 T(x,t)}{\partial x^2} + f(x,t), \quad a = \lambda / c\rho \quad (1)$$

где T — температура тела в момент времени t на расстоянии x , λ — коэффициент теплопроводности, c — удельная теплоемкость, ρ — плотность бетона, $f(x, t)$ — источник тепла, связанный с гидратацией цемента, a — коэффициент температуропроводности.

Вводя безразмерные параметры $\tau = at / \delta^2$, $\bar{x} = x / \delta$, запишем уравнение (1) в виде

$$\frac{\partial T(\bar{x}, \tau)}{\partial \tau} = \frac{\partial^2 T(\bar{x}, \tau)}{\partial \bar{x}^2} + \bar{f}(\bar{x}, \tau), \quad (2)$$

где $\bar{f}(\bar{x}, \tau) = (\delta^2 / a) f(x, t)$.

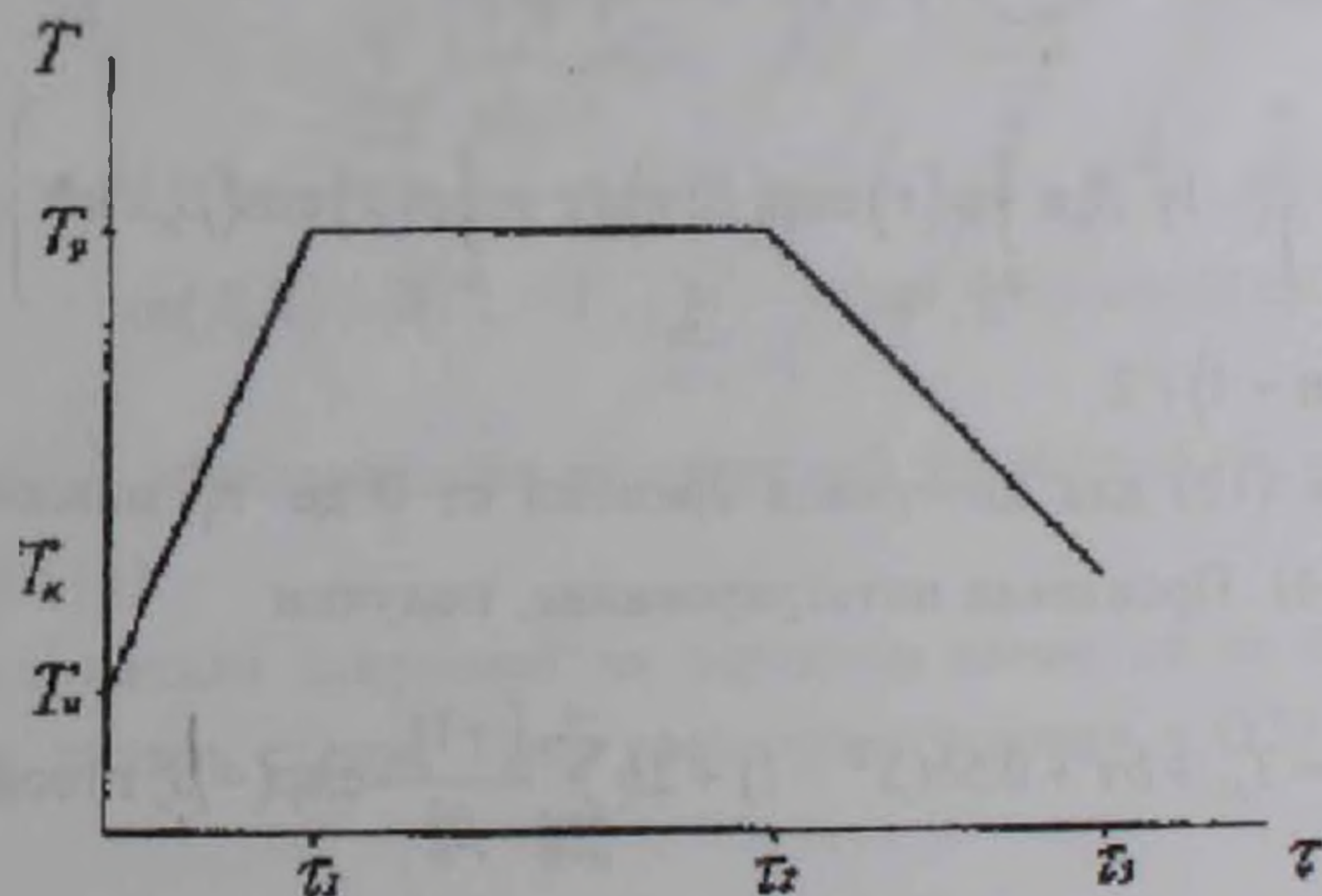
Для конкретности допустим, что с обеих сторон осуществляется тепловая обработка бетонной стены толщиной 2δ . Тогда с учетом симметрии краевые условия для решения (1) будут (начало оси x расположено на оси симметрии)

$$T(\bar{x}, 0) = \varphi(\bar{x}); \quad T(1, \tau) = \psi(\tau); \quad \partial T(0, \tau) / \partial \bar{x} = 0. \quad (3)$$

Допустим, что в начальный момент времени ($t = 0$ или $\tau = 0$) распределение температуры в стене описывается уравнением

$$\varphi(\bar{x}) = T_B + (T_H - T_B)\bar{x},$$

а в сечениях $\bar{x} = \pm 1$ нагрев стены осуществляется по закону (рисунок)



Изменение температуры на поверхности стены во времени

$$\psi(\tau) = T_H + b\tau, \quad 0 \leq \tau \leq \tau_1; \quad (4)$$

$$\psi(\tau) = T_H + b\tau_1 = T_P, \quad \tau_1 \leq \tau \leq \tau_2; \quad (5)$$

$$\psi(\tau) = b_2 + b_1\tau, \quad \tau_2 \leq \tau \leq \tau_3, \quad (6)$$

где

$$b = (T_p - T_H) / \tau_1; \quad b_1 = (T_K - T_p) / (\tau_3 - \tau_2); \quad b_2 = (T_p \tau_3 - T_K \tau_2) / (\tau_3 - \tau_2).$$

Для решения задачи представим функцию $T(\bar{x}, \tau)$ в виде

$$T(\bar{x}, \tau) = T_1(\bar{x}, \tau) + T_2(\bar{x}, \tau), \quad (7)$$

где $T_1(\bar{x}, \tau)$ является решением уравнения

$$\frac{\partial T_1(\bar{x}, \tau)}{\partial \tau} = \frac{\partial^2 T_1(\bar{x}, \tau)}{\partial \bar{x}^2}, \quad (8)$$

при краевых условиях

$$T_1(\bar{x}, 0) = \varphi(\bar{x}); \quad T_1(1, \tau) = \psi(\tau); \quad \partial T_1(0, \tau) / \partial \bar{x} = 0, \quad (9)$$

а $T_2(\bar{x}, \tau)$ удовлетворяет уравнению

$$\frac{\partial T_2(\bar{x}, \tau)}{\partial \tau} = \frac{\partial T_2(\bar{x}, \tau)}{\partial \bar{x}^2} + \bar{f}(\bar{x}, \tau), \quad (10)$$

при следующих краевых условиях:

$$T_2(\bar{x}, \tau) = T_2(1, \tau) = \partial T_2(0, \tau) / \partial \bar{x} = 0. \quad (11)$$

Решение уравнения (8) при условиях (9) имеет вид (3)

$$T_1(\bar{x}, \tau) = 2 \sum_{n=0}^{\infty} \exp(-\beta_n^2 \tau) \cos(\beta_n \bar{x}) \times \\ \times \left\{ (-1)^n \beta_n \pi \int_0^{\tau} \psi(\tau) \exp(\beta_n^2 \tau) d\tau + \int_0^1 \varphi(\bar{x}) \cos(\beta_n \bar{x}) d\bar{x} \right\}, \quad (12)$$

где $\beta_n = \pi(2n + 1) / 2$.

Уравнение (12) для интервала времени от 0 до τ_1 можно решить, взяв $\psi(\tau)$ в виде (4). Произведя интегрирование, получим

$$T_{1,1}(\bar{x}, \tau) = T_H + b\tau + 0.5b(\bar{x}^2 - 1) + 2b \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\beta_n^3} \exp(-\beta_n^2 \tau) \cos(\beta_n \bar{x}) + \\ + 2(T_B - T_H) \cdot \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{\beta_n^2} \exp(-\beta_n^2 \tau) \cos(\beta_n \bar{x}); \quad 0 \leq \tau \leq \tau_1. \quad (13)$$

Для интервала $\tau_1 \leq \tau \leq \tau_2$ в (12) интегрирование производится с учетом (4) и (5), т.е

$$\int_0^{\tau} \dots d\tau = \int_0^{\tau_1} (T_H + b\tau) \exp(\beta_n^2 \tau) d\tau + T_p \int_{\tau_1}^{\tau} \exp(\beta_n^2 \tau) d\tau, \quad (14)$$

а для интервала $\tau_2 \leq \tau \leq \tau_3$ учитывается (4), (5), (6)

$$\int_0^{\tau} \dots d\tau = \int_0^{\tau_1} (T_H + b\tau) \exp(\beta_n^2 \tau) d\tau + T_p \int_{\tau_1}^{\tau_2} \exp(\beta_n^2 \tau) d\tau + \\ + \int_{\tau_2}^{\tau} (b_2 + b_1 \tau) \exp(\beta_n^2 \tau) d\tau \quad (15)$$

Проинтегрировав (14) и (15) и подставив полученный результат в (12), найдем

$$T_{1,2}(\bar{x}, \tau) = T_p + \frac{2(T_p - T_H)}{\tau_1} + \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\beta_n^3} \left(\exp(-\beta_n^2 \tau) - \exp(-\beta_n^2 (\tau - \tau_1)) \right) \cdot \\ \cdot \cos(\beta_n \bar{x}) + \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{\beta_n^2} \exp(-\beta_n^2 \tau) \cos(\beta_n \bar{x}), \quad \tau_1 \leq \tau \leq \tau_2; \quad (16)$$

$$T_{1,3}(\bar{x}, \tau) = b_2 + b_1 \tau + 0.5b_1(\bar{x}^2 - 1) + \\ + 2 \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\beta_n^3} \cdot \left[b \left(\exp(-\beta_n^2 \tau) - \exp(-\beta_n^2 (\tau - \tau_1)) \right) + \right. \\ \left. + b_1 \exp(-\beta_n^2 (\tau - \tau_2)) \right] \cos(\beta_n \bar{x}) + 2(T_p - b_2 - b_1 \tau_1) \cdot \\ \cdot \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\beta_n} \exp(-\beta_n^2 (\tau - \tau_2)) \cdot \\ \cdot \cos(\beta_n \bar{x}) + 2(T_B - T_H) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\beta_n^2} \exp(\beta_n^2 \tau) \cos(\beta_n \bar{x}). \quad (17)$$

Температура, обусловленная экзотермией цемента $T_2(\bar{x}, \tau)$, находится из решения (10), (11).

Перенесем начало координат из середины стены на ее поверхность, направив ось x внутрь стены. Тогда граничные условия в (11) необходимо заменить на

$$T_2(0, \tau) = T_2(2, \tau) = 0.$$

Решение (10) при указанных краевых условиях имеет вид (4)

$$T_2(\bar{x}, \tau) = \sum_{i=1}^{\infty} \exp(-\beta_i^2 \tau) \sin(i\pi\bar{x}/2) \cdot \int_0^{\tau} \left\{ \int_0^2 \bar{f}(\bar{x}, \tau) \sin(i\pi\bar{x}/2) dx \right\} \exp(\beta_i^2 \tau), \quad (18)$$

где $\beta_i = i\pi/2$.

Определение температуры в бетоне с учетом экзотермии цемента требует задания в аналитической форме скорости тепловыделения, входящей в правую часть уравнения (10) в виде функции $f(\bar{x}, \tau)$. Так как скорость экзотермии зависит от температуры бетона, то и количество выделившегося тепла в

данный момент в различных его точках не одинаково. Если в начальный момент твердения бетона тепловыделение одинаково по всему объему, то в последующие моменты вблизи поверхности тела оно начинает отставать от тепловыделения в ядре, поскольку в силу теплообмена распределение температуры по объему тела становится неравномерным. Однако, учитывая небольшую толщину стены, допускаем, что функция $f(x, \tau)$ является функцией только времени.

Величина, учитывающая источник тепла за счет экзотермии цемента $f(\bar{x}, \tau)$, определяется так (1,2):

$$f(x, \tau) = f(t) = \frac{CQ}{\rho c} B^2 t \exp(-Bt) = DB^2 t \exp(-Bt),$$

где C — количество цемента в бетоне; Q — максимальное тепловыделение цемента; B — коэффициент темпа тепловыделения цемента; c и ρ — удельная теплоемкость и насыпная плотность бетона; $D = CQ / \rho c$.

При переходе к безразмерным параметрам функция $\bar{f}(\bar{x}, \tau)$ примет вид

$$\bar{f}(\bar{x}, \tau) = DK^2 \tau \exp(-K\tau), \quad K = B\delta^2 / a. \quad (19)$$

Подставив (19) в (18) и произведя интегрирование, получим

$$T_2(\bar{x}, \tau) = 2DK^2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin((2n+1)\pi\bar{x}/2)}{\beta_n} \cdot \frac{((\beta_n - K)\tau - 1)\exp(-K\tau) + \exp(-\beta_n^2\tau)}{(\beta_n^2 - K)^2}.$$

Введя значения $T_1(\bar{x}, \tau)$ и $T_2(\bar{x}, \tau)$ в (7), найдем температуру $T(\bar{x}, \tau)$. Полученные формулы позволяют определить температуру в любой точке бетона в любой момент времени.

Величина теплового потока в единицу времени через единицу площади поверхности в данной точке стены будет

$$Q = -\lambda \frac{\partial T}{\partial x},$$

где λ — коэффициент теплопроводности, T — температура.

Ереванский архитектурно-строительный институт

Վ. Ս. ՍԱՐԳՍՅԱՆ, Ս. Շ. ՆՈՒՐԻՋԱՆՅԱՆ, Ն. Ա. ԲԱԲԱՅԱՆ, Պ. Հ. ՏԵՐ-ՊԵՏՐՈՍՅԱՆ

Ձմեռային պայմաններում տաքացվող բետոնային
կոնստրուկցիաների ջերմային ռեժիմը

Հոդվածում քննարկվում է շենքերի միաձույլ պատերի կառուցումը, երբ շրջապատի ջերմաստիճանը ցածր է և պրոցեսի արագացման համար կիրառվում է ջերմատաքացուցիչ վահանային կաղապարամած: Ենթադրվում է, որ տեղադրվող բետոնը $t = 0$ մոմենտին ունի T_B , իսկ պատի տաքացման սկզբնական ջերմաստիճանը T_H է: $0 < t \leq t_1$ ժամանակահատվածում 2δ հաստությամբ պատը երկու կող-

միջ տաքացվում է այնպես, որ այդ ընթացքում ջերմաստիճանը փոփոխվում է $T = t_H + \alpha t$ օրենքով, իսկ երբ $t_1 < t \leq t_2$, ջերմաստիճանը $\chi = \pm \delta$ մակերևույթի վրա պահպանվում է հաստատուն $T = T_p = \text{const}$, որից հետո տեղի է ունենում ջերմաստիճանի իջեցում գծային օրենքով:

Այսպիսի ջերմային ռեժիմի համար լուծված է ջերմահաղորդականության դիֆերենցիալ հավասարումը, հաշվի առնելով ցեմենտի էկզոթերմիան:

Ստացված են լուծումներ, որոնք հնարավորություն են տալիս որոշելու պատի ցանկացած կետում ջերմային դաշտը ժամանակի ցանկացած պահի համար: Այդ լուծումները հնարավորություն են տալիս նաև մշակել նյութերի ջերմաֆիզիկական բնութագրերը որոշելու համար մեթոդներ:

ЛИТЕРАТУРА – ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

¹ С.В.Александровский., Расчет бетонных и железобетонных конструкций на температурные и влажностные воздействия, М., Стройиздат, 1966. ² Г.В.Бадеян, В.С.Абрамов, Ш.А.Нуриджанян, Греющие опалубки с токопроводящими покрытиями в монолитном строительстве, Ереван, Айастан, 1987. ³ Г.Карслоу, Д.Егер, Теплопроводность твердых тел, М., Наука, 1964. ⁴ Н.С.Кошляков, Э.Б.Глинер, М.М.Смирнов, Уравнения в частных производных математической функции, М., Высшая школа, 1970.

АНАЛИТИЧЕСКАЯ ХИМИЯ

УДК 543.4+542.65+546.59+668.813

Н. О. Геокчян, К. Х. Авакян, А. А. Егиазарян,
Дж. А. Микаелян, А. Г. Хачатрян

**Экстракционно-абсорбциометрическое определение
золота(III) риванолом в солянокислой среде**

(Представлено академиком НАН Армении К.А.Костаняном 22/IX 1998)

Акридиновые красители ранее применялись для экстракционно-абсорбциометрического определения микрограммовых количеств золота(III): в частности были использованы акридиновый оранжевый (1,2), акридиновый желтый (3,4) и акрифлавин (5,6) соответственно в солянокислой и сернокислой средах. Акридиновые красители являются довольно избирательными реагентами, более чувствительными, чем родаминовые красители. Кроме того, акридиновые красители отличаются также низкими пределами обнаружения золота и других элементов.

Риванол (2-этоксиг-6,9-диаминоакридина лактата-моногоидрат) нашел широкое применение в медицине как наружное антисептическое средство. Он обладает более высокой активностью, чем другие производные акридина, в частности флавакридин (трипафлавин, акрифлавин) и аргофлавин. В аналитической практике риванол применялся редко, а для экстракционно-абсорбциометрического определения золота в качестве аналитического реагента применяется нами впервые.

Настоящая работа посвящена изучению взаимодействия золота(III) с риванолом и разработке экстракционно-абсорбциометрического метода определения микроколичеств золота в рудах, катализаторах и др.

Стандартный раствор золота(III) готовили растворением навески препарата золотохлористоводородной кислоты ($\text{HAuCl}_4 \cdot 4\text{H}_2\text{O}$ – 48,7%) в разбавленной (0,5 моль/л) соляной кислоте. Концентрацию полученного раствора золота(III) устанавливали с помощью красителя тиазинового ряда метиленового голубого (7). Кислотность водной фазы регулировали добавлением разбавленной соляной кислоты. Раствор риванола готовили, растворяя навеску медицинского препарата, перекристаллизованного из дистиллированной воды. Равновесные значения рН водной фазы измеряли милливольтметром рН-121.

Спектры светопоглощения органических экстрактов снимали на спектрофотометре СФ-16.

Для выбора наиболее подходящего экстрагента были испытаны различные органические растворители и их бинарные смеси. В пробирку с притертой пробкой вместимостью 25 мл отбирали стандартный раствор хлораурата(III), соляной кислоты, риванола, доводили объем до 6,0 мл дистиллированной водой и добавляли 6,0 мл органического растворителя-экстрагента. После одноминутного встряхивания и разделения фаз измеряли оптическую плотность органических экстрактов. Аналогичным способом готовили "холостые", не содержащие золота(III) экстракты. Наиболее подходящим экстрагентом оказался дихлорэтан, который обеспечивает максимальную оптическую плотность экстрактов ионных ассоциатов при минимальной оптической плотности "холостых" экстрактов.

На спектрах светопоглощения водного раствора риванола, дихлорэтановых экстрактов хлораурата(III) красителя и экстрактов простой соли риванола ("холостых" экстрактов) максимальное светопоглощение наблюдается при длине волны 370 нм, что косвенным образом подтверждает факт образования ионного ассоциата.

Интервал кислотности, в котором наблюдаются исключительно низкие значения оптической плотности "холостых" экстрактов и высокие – образующегося ионного ассоциата, рН 3,0-0,5 моль/л. В дальнейшем экстракцию проводили при кислотности водной фазы 0,5 моль/л по соляной кислоте исходя из практических соображений.

Для количественного извлечения образующегося соединения достаточно однократного экстрагирования в течение одной минуты. Степень извлечения $R=85,0\%$. Органические экстракты устойчивы в течение суток. Практически полное извлечение хлораурата(III) риванола в органическую фазу имеет место при концентрации красителя $(2,0-3,1) \cdot 10^{-3}$ моль/л в конечном объеме водной фазы.

В найденных оптимальных для образования и экстракции хлораурата(III) условиях зависимость $A=f(C)$ прямолинейна при содержании золота(III) 0,3-1,8 мкг в 1,0 мл водной фазы. Среднее значение молярного коэффициента светопоглощения, рассчитанное из данных градуировочного графика, $E_{(370)} = 3,0 \cdot 10^4 = 3,0 \cdot 10^4$.

Молярное соотношение компонентов в экстрагирующемся ионном ассоциате было установлено методом прямой линии Асмуса. Зависимость $1/VRn=f(1/A)$ прямолинейна только для $n=1$, что позволяет утверждать, что хлоридный анионный комплекс золота(III) – тетрахлораурат(III) взаимодействует с катионом риванола в молярном соотношении 1:1.

В оптимальных условиях образования и экстракции хлораурата(III) риванола было изучено влияние ряда катионов и анионов на избирательность экстракции. Данные сведены в таблицу.

**Допустимые молярные соотношения сопутствующих ионов
при экстракционно-абсорбциометрическом определении
14,4 мкг золота(III) в 6,0 мл водной фазы**

Ион элемента	Соотношение [элемент]: Au(III)]
Co ²⁺	4,1·10 ⁴
Mn ²⁺	5,0·10 ⁴
Zn ²⁺	5,0·10 ⁴
Cu ²⁺	2,5·10 ⁴
Ni ²⁺	5,0·10 ⁴
Ca ²⁺	4,5·10 ⁴
Mg ²⁺	5,5·10 ⁴
Cd ²⁺	4,1·10 ⁴
Al ³⁺	1,6·10 ⁴
Cl ⁻	2,5·10 ⁵
Определению мешают платина(IV) и сурьма(V)	

Как видно из таблицы, риванол обеспечивает высокую избирательность определения золота(III).

На основании полученных результатов разработан экстракционно-абсорбциометрический метод определения золота, который был апробирован на золотосодержащих производственных растворах Ереванской ювелирной фабрики. Аликвотный объем анализируемого производственного раствора (20,0 мл) переносят в коническую колбу вместимостью 100 мл, добавляют 10-25 мл смеси 10%-ных растворов соляной и азотной кислот. Упаривают содержимое колбы до объема 5-6 мл на электроплитке, время от времени перемешивая. Далее проводят денитрацию дистиллированной водой или разбавленным раствором (0,1 моль/л), снова упаривая до объема примерно 10 мл. Указанную операцию повторяют три-четыре раза. К полученному раствору объемом 10 мл добавляют 50-60 мл горячей дистиллированной воды и раствор фильтруют. Остаток на фильтре промывают горячей дистиллированной водой, собирают фильтраты и доводят общий объем до 100 мл при помощи 0,1 моль/л раствора соляной кислоты. Отбирают аликвотную часть этого раствора, создают оптимальные для экстракции условия, добавляя 2,0 мл 0,04%-ного раствора риванола, доводят объем водной фазы до 10 мл при помощи 0,5 моль/л раствора соляной кислоты, после чего добавляют 6,0 мл дихлорэтана, встря-

хивают в течение одной минуты и после разделения фаз измеряют оптическую плотность органического экстракта при 370 нм.

Содержание золота в производственных растворах определяют из градуировочного графика или методом добавок.

Ереванский государственный университет

Ն. Օ. ԳՅՈՎԶԱՆ, Կ. Խ. ԱՎԱԳՅԱՆ, Ա. Ա. ԵՂԻԱԶԱՐՅԱՆ, Ջ. Ա. ՄԻՔԱՅԵԼՅԱՆ,
Հ. Գ. ԽԱՉԱՏՐՅԱՆ

Ոսկու(III) էքստրակցիոն-աբսորբցիոնետրական որոշումը ռիվանոլով
աղաթթվային միջավայրում

Աղաթթվային միջավայրից ռիվանոլով քլորաուրատը լուծահանելու համար առավել արդյունավետ էքստրակցիոն է հանդիսանում դիքլորէթանը, որն ապահովում է իոնական ասոցիատի օրգանական էքստրակտների օպտիկական խտության առավել բարձր, իսկ “կույր” էքստրակտների օպտիկական խտության՝ նվազագույն արժեքներ: Լուսակլանման մաքսիմումը դիտվում է 370 նմ ալիքի տակ: Ջրային ֆազի օսմոնմալ թթվության տիրույթն է՝ рН 3,0 – 0,5 մոլ/լ ըստ աղաթթվի: Ռիվանոլի օսմոնմալ կոնցենտրացիան կազմում է $(2,0-3,1) \cdot 10^{-5}$ մոլ/լ, կորզման աստիճանը $R=85,0\%$: Իոնական ասոցիատը կայուն է մեկ օրվա ընթացքում:

Ոսկու(III) որոշվող կոնցենտրացիաների սահմաններն են՝ 0,3-1,8 մկգ ջրային ֆազի մեկ միլիլիտրում: Լուսակլանման թվացող մոլային գործակիցը՝ $E_{(370)} = 3,0 \cdot 10^4$: Փոխադրող բաղադրամասերի մոլային հարաբերությունը գոյացող իոնական ասոցիատում 1:1 է:

Ուսումնասիրվել է ոսկուն ուղեկցող և խանգարող մի շարք իոնների ազդեցությունը ռիվանոլով նրա լուծահանման գործընթացի վրա: Որոշմանը խանգարում են $Pt(IV)$ և $Sb(V)$ իոնները:

Մշակված է ռիվանոլով ոսկու որոշման էքստրակցիոն-աբսորբցիոնետրական եղանակ, որը կիրառվել է Երևանի ոսկու ֆաբրիկայի արտադրական ջրերում ոսկին որոշելու համար:

ЛИТЕРАТУРА – ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

- ¹ Дж.А.Микаелян, Л.А.Мехалян, Молодой научный работник ЕГУ, №16, с.79-82 (1972). ² Дж.А.Микаелян, А.Г.Хачатрян, Уч. зап. ЕГУ, №2 (171), с.72-74 (1989). ³ В.М.Тараян, Дж.А.Микаелян, Арм. хим. журн., т.34, №7, с.545-549 (1981). ⁴ Дж.А.Микаелян, А.Г.Хачатрян, Уч. зап. ЕГУ, №2 (165), с.105-108 (1987). ⁵ В.М.Тараян, Дж.А.Микаелян, Уч. зап. ЕГУ, №3 (145), с.96-99 (1980). ⁶ Дж.А.Микаелян, А.Г.Хачатрян, Уч. зап. ЕГУ, №2 (174), с.92-95 (1990). ⁷ В.М.Тараян, Дж.А.Микаелян, Арм. хим. журн., т.21, №10, с.829-835 (1968).

МИНЕРАЛОГИЯ

УДК 549.1

К. Г. Ширинян

**Гранат из эксплозивных образований вулкана
Восточный Лчасар**

(Представлено академиком НАН Армении Р.Т.Джрбашяном 10/II 1999)

Вулкан Восточный Лчасар, вместе с вулканами Мец и Покр Лчасар, находится в северной периферии Гегамского вулканического нагорья. Эти три вулканических центра расположены несколько изолированно от вулканов водораздельной части нагорья. Их объединяет сходство возраста, состава продуктов извержений, строения и, по-видимому, единство магматического очага. В этой связи совокупность всех трех центров следует рассматривать как многоосевое вулканическое сооружение.

Возникновение вулканических построек такого типа связано с перманентными извержениями при незначительных перемещениях магмовыводящего канала ⁽¹⁾.

Группа вулканов Лчасар представляет участок, где смыкаются две контролирующие вулканизм Гегамского нагорья структуры, имеющие северо-западное и северо-восточное простирание. С первой из них связаны все вулканические центры водораздельной линии нагорья, а со второй — такие крупные вулканические сооружения, как Менаксар, Гутансар, Атис, и ряд относительно небольших центров, как Мгуб, Ариндж, Аван и др.

Вулкан Восточный Лчасар представляет собой согласно ⁽²⁾ симметричный конус с вершинным кратером размерами 60 × 300 м по гребню. Основание вулкана овальной формы (2,3 × 1,4 км), вытянуто в широтном направлении. Абсолютная высота его 2220 м, относительное превышение конуса — 220 м. Возраст среднечетвертичный. В строении вулкана основную массу составляют лапилли, пески и пеплы, реже встречается грубообломочный материал шлаков и вулканических бомб, из-под основания конуса отмечается излияние лав. Состав продуктов извержений базальт-андезито-базальтовый. Строение вулканического конуса В.Лчасар хорошо видно в песчаном карьере восточного склона, вскрывшем сотни последовательно отложившихся горизонтов рыхлых выбросов, монотонных извержений вулкана.

Под микроскопом песчаные отложения характеризуются как пористые образования, имеющие гиалопилитовую структуру. В стекле, составляющем матрицу породы, встречаются редкие микролиты плагиоклаза, пироксена, оливина и ксеногенного кварца. В одном из нижних горизонтов рыхлых песчаных отложений обнаружен гранат в виде ксенокристов. Макроскопически гранат представлен зернами и полупрозрачными кристаллами размером до 2,0-2,5мм. Цвет светло-желтый с зеленоватым оттенком и стеклянным жирным блеском. Под микроскопом гранат обнаруживает изотропность с высоким рельефом и слабым двупреломлением; наблюдаются зональность и секториальное двойникование. Рентгеновские исследования граната проведены на установке Дрон-2, при $\text{Fe } \alpha \beta$ отфильтрованном излучении, при скорости сканирования 2° в минуту. Согласно полученным данным гранат может быть отнесен к андрадиту. Минералы группы граната составляют, как правило, изоморфный ряд, и разновидности, имеющие состав конечных членов, редки, а входящие в их состав элементы (Mg, Fe, Al, Mn и др.) неограниченно заменяют друг друга, обуславливая полное или непрерывное изменение состава. В этой связи названия их определяются преобладающим в них компонентом (3,4).

Для определения соотношений элементов, входящих в состав интересующего нас граната, минерал был исследован на микрозонде "Camebax". Ускоряющее напряжение 20 кВ тока зонда 10 кА и время отсчета в точке 10 с. Определяли среднее из трех отсчетов в точке. Установлены следующие количественные соотношения входящих в состав граната компонентов (таблица).

**Химический состав андрадита
по данным рентгеноспектрального микроанализа**

SiO ₂	TiO ₂	Al ₂ O ₃	ΣFeO	MnO	MgO	CaO	Сумма
35,2	0,1	3,3	22,4	0,3	8,0	32,0	101,3

Количество ионов в пересчете на 24(0)

$$\left. \begin{array}{l} - 5,975 \\ - 0,025 \end{array} \right\} 6,000 \qquad \left. \begin{array}{l} - 0,628 \\ - 3,181 \\ - 0,010 \end{array} \right\} 3,819$$

$$\left. \begin{array}{l} - 2,019 \\ - 0,041 \\ - \\ - 5,811 \end{array} \right\} 7,871$$

Молекулярные проценты состава
Андрадит – 85,08 Пироп – 14,92

Приведенные данные свидетельствуют, что гранат из песков вулкана В.Лчасар представлен магнезиальным андрадитом. Внутри кристалла, в тре-

щине, определены K-Na шпат и магнезиальный серпентин (с крайне низким содержанием Fe (~1,9 весовым % FeO).

Приближенно-количественным спектральным анализом определен микрокомпонентный состав магнезиального андрадита:

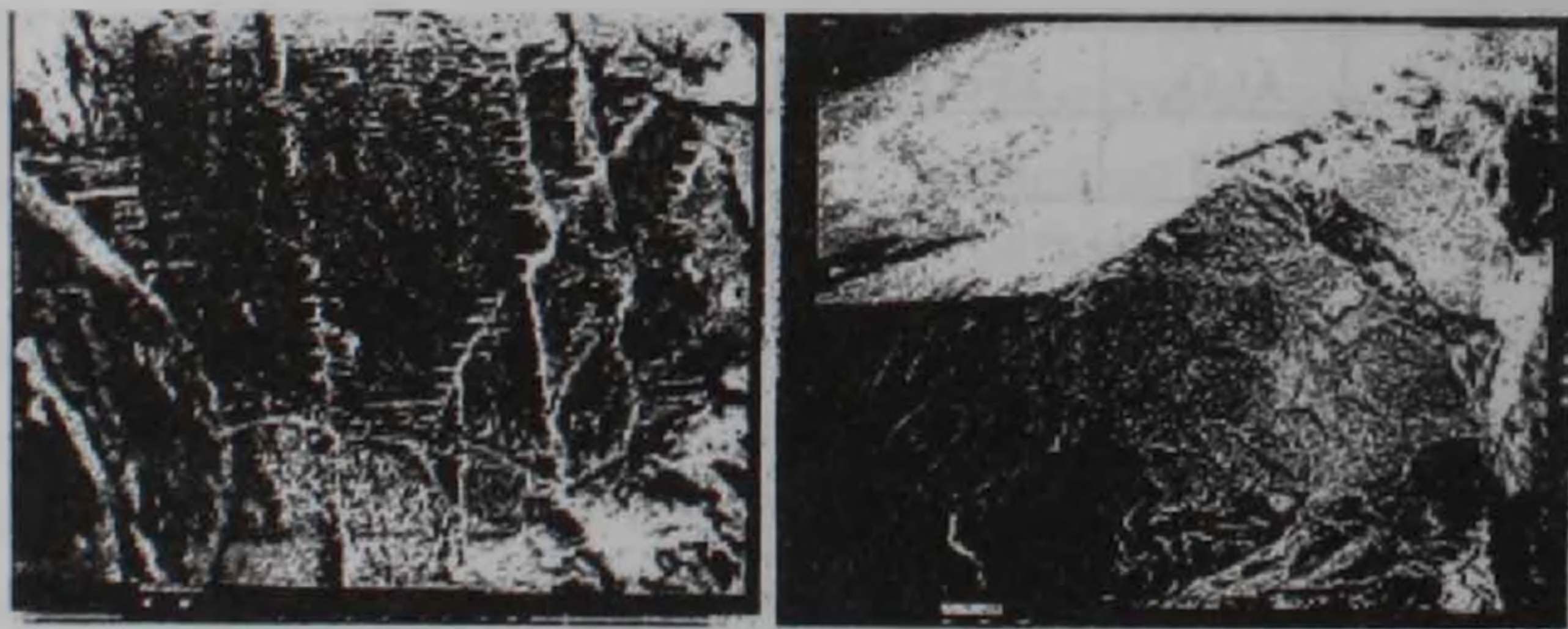
Ni – 0,00075, Co – 0,0013, V – 0,056, Mo – 0,00075, Zn – 0,0013,
Cu – 0,24, Ag – 0,000075, Zn – 0,54, Cd – 0,010, Sr – 0,0010, Pb – 0,00042,
Ga – 0,0024, I – 0,0018, Ib – 0,00018, La – 0,0075, Ba – 0,0024.

Известно, что андрадит считается минералом контактово-метасоматического происхождения, хотя он встречается и в изверженных породах (4).

В пределах Гегамского вулканического нагорья андрадит был описан ранее (5) в породах Абовянского апатит-магнетитового месторождения, на склоне вулкана Атис. Андрадит здесь был обнаружен в маломощных прожилках мощностью до 1,0 см, протяженностью до 60 см, размер кристаллов до 2,0 мм в метасоматически измененных андезито-дацитах, образовавшихся в условиях средних и приповерхностных глубин.

Андрадит вулкана Атис отличается от лчашенского меньшей магнезиальностью и представлен следующим процентным составом входящих в него компонентов: андрадит – 95,30, пироп – 3,29, альмандин – 1,07, гроссуляр – 0,34.

Изучение морфологии зерен лчашенского граната проводилось на сканирующем электронном микроскопе фирмы "Джеол"-УЕМ-25, при ускоряющем напряжении 25 кВ. В результате было выяснено, что зерна граната очень слабо корродированы, имеют прямолинейные ребра, точечные – острые вершины, не притупленные и не закругленные (рисунок). Все это говорит о том, что время контакта граната с вмещающей породой (магмой) было непродолжительным.



Электронно-микроскопические изображения магнезиального андрадита из песков вулкана В.Лчасар. На правом снимке видны прямолинейные, острые ребра кристалла (ромбического додекаэдра) и слабо измененные грани, на левом – микротрещины в кристалле.

Масштаб: два квадрата на снимках соответствуют 100 мкр.

По имеющимся данным (7), вулканические центры типа лчасарской группы шлаковых конусов связаны со вторичными (периферическими) очагами, расположенными на глубинах 0,5-1,5 км, следовательно, ксенокристы из пес-

ков В.Лчасар могли быть захвачены из метасоматически измененных пород с глубин. Одновременно относительно высокое содержание магния в андрадите вулкана В.Лчасар позволяет предполагать, что родоначальным для граната могли быть метасоматически измененные породы основного состава типа метабазитов. Кроме того, образование андрадита возможно в контактах известняков с метабазитами, серпентинитами (7). Последние отмечены в виде глубинных ксенолитов основного и ультраосновного составов в лавах Гегамского хребта (8). Одновременно о возможной связи описанного нами андрадита с метабазитами и серпентинитами свидетельствует также, как было отмечено выше, присутствие в его микротрещинах серпентина.

Институт геологии НАН Армении

Կ. Գ. ՇԻՐԻՆՅԱՆ

Արևելյան Լճասար հրաբխի էքսպլոզիվ առաջացումներում հայտնաբերված նոնաբարի մասին

Հոդվածում շարադրվում է Գեղամա հրաբխային մարզում գտնվող Արևելյան Լճասար հրաբխի ավազային գոյացումներում առաջին անգամ հայտնաբերված նոնաբարի մանրամասն նկարագրությունը:

Ելնելով օպտիկական, սպեկտրալ, ռենտգենասպեկտրալ և էլեկտրոնային միկրոսկոպի միջոցով ստացված տվյալներից, հայտնաբերված նոնաբարը կարգվում է, որպես մագնեզիումային անդրադիտ, որի կազմը, համաձայն մոլեկուլյար քանակությունների տոկոսային հաշվարկի, ներկայացված է 85,08% անդրադիտից $[Ca_3(Fe^{+3}, Ti)_2Si_3O_{12}]$ և 14,92% պիրոպից $[Mg_3Al_2Si_3O_{12}]$:

Համաձայն Գեղամա լեռնազանգվածի հրաբխային օջախների խորությունների մասին եղած տվյալների (0,5-1,5 կմ), հետևություն է արվում, որ մագնեզիումային անդրադիտն առաջացել է երկրակեղևի փոքր խորություններում տեղի ունեցած մետամորֆիզմի պրոցեսների հետևանքով, որոնք ընթացել են կրաքարերի հիմքային և գերհիմքային ապարների կոնտակտի սահմաններում: Այդ մասին են վկայում Գեղամա հրաբխային բարձրավանդակի լավաներում գտնված մետաքազիտների պիրոքսենիտների, սերպենտինիտների քսենոլիտներն, ինչպես նաև ռենտգենասպեկտրալ հետազոտությամբ անդրադիտի միկրոճեղկվածքներում հայտնաբերված սերպենտինիտը:

ЛИТЕРАТУРА – ՓՐԱՇԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

- ¹ В.И.Влодавец, Справочник по вулканологии, М., Наука, 1984.
- ² К.И.Карапетян, в кн.: Позднеорогенный кислый вулканизм Армянской ССР, Ереван, Изд. АН АрмССР, 1971.
- ³ А.Г.Бетехтин, Минералогия, М., Госгеолиздат, 1950.
- ⁴ У.А.Дир, Р.А.Хауи, Д.Ж.Зусман, Породообразующие минералы, М., Мир, 1985.
- ⁵ Л.Б.Саруханян, Минералогия, геохимия и генезис Абовянского апатит-магнетитового месторождения, Ереван, Изд.АН АрмССР, 1991.
- ⁶ К.Г.Ширинян, С.Г.Карапетян, М.С.Бадалян, в кн.: 27-й Международный геологический конгресс. Тезисы, часть 08, 09, М., 1984.
- ⁷ F.Rost, Fortschr. mineral., 56 Beih.1, S.116-117 (1978).
- ⁸ Ю.С.Геншафт, А.К.Юханян, Р.Г.Геворкян, в сб.: Физико-химические исследования продуктов глубинного магматизма, М., Наука, 1982.

УДК 577.17

М. Ш. Мурадян

**Влияние нейрого르몬а "С" на захват [^{35}S] таурина
в изолированных органах крыс при блокаде рецепторов**

(Представлено академиком НАН Армении А.А.Галояном 10/IX 1998)

Показано, что коронарорасширяющий нейрого르몬 "С", выделенный из гипоталамуса крупного рогатого скота, является специфическим регулятором сердечного кровообращения без изменения кровяного давления (^{1,2}). НС* является уникальным внутриклеточным ингибитором Ca^{2+} – калмодулин зависимой (ФДЭ) 3',5' цАМФ мозга и сердца (^{3,4}). НС в концентрациях 10^{-9} – 10^{-12} М в несколько раз (10–20) усиливает биосинтез дофамина и норадреналина в срезах гипоталамуса и стриатума (⁵). НС является регулятором ионов Ca^{2+} , стимулируя выход кальция (подобно IP_3) из саркоплазматического ретикулума в саркоплазму, а из саркоплазмы во внеклеточное пространство (⁶).

Этот сложный гликопептид одинаково увеличивает чувствительность гладкой мускулатуры кишечника как в отношении норадреналина, так и ацетилхолина (^{7,8}). В сокращении и релаксации гладкой и сердечной мышцы принимает участие эндогенная серусодержащая нейромедиаторная аминокислота – таурин (^{9,10}). Известно, что под влиянием таурина увеличивается проницаемость мембран для Ca^{+} в миокарде (^{11,12}).

В литературе имеются данные о том, что таурин может включаться в некоторые воспроизводительные и эндокринные функции организма (^{13,14}). Предполагается, что таурин является неспецифическим регулятором чувствительности миокардиальных клеток к биологически активным веществам (¹⁵).

В предыдущих наших исследованиях (¹⁶), как и в работах других авторов (^{17,18}) было показано, что интенсивность захвата таурина в разных частях организма разная.

* Принятые сокращения: НС – нейрого르몬 "С", ПП – пропранолол, ФА – фетоламин, КОК – кокаин, НА – налоксон, НТ – налтрексон, АМ – амизил, АТ – атропин, ТК – тонкая кишка, СВП – семявыносящий проток, НА – надпочечники, СКМ – скелетная мускулатура.

Одной из важнейших задач современной нейробиологии, и в частности нейрехимии, является исследование особенностей процесса захвата нейромедиаторных аминокислот, его взаимодействия с соответствующими рецепторами. Поскольку и таурин, и НС изменяют реакцию гладкой мускулатуры на ацетилхолин и адреналин (7,19,20), можно предположить, что оба они оказывают влияние на соответствующие рецепторы клетки и взаимоотношение таурина и НС происходит на уровне их рецепторов.

Основным доказательством существования захвата нейромедиатора является повышение их содержания в синаптических нервных окончаниях (нейрональный захват), в везикулах (везикулярный захват) или в экстранейрональных участках тканей. О захвате можно судить также по уменьшению количества в инкубируемой среде.

Установлено, что через адренорецепторы может осуществляться регуляция некоторых процессов, происходящих в пресинаптическом звене.

В свете вышесказанного представляет интерес изучение взаимодействия НС и таурина в изолированных органах крыс при блокировании рецепторов.

Цель настоящей работы – изучить влияние НС на захват таурина гладкой мускулатуры, тонкой кишки, семявыносящего протока, а также скелетной мускулатуры и надпочечника при блокировании холино-, адрено- и опиоидных рецепторов.

Опыты проводили на белых крысах-самцах и самках породы Вестер массой 180-200 г. Крыс оглушали электрическим током и декапировали. Навески срезов ТК, СВП, СКМ, НА инкубировали в растворе Тироде (в мМ): NaCl – 153,9, KCl – 41,5, CaCl₂ – 2,5, MgCl₂ – 1,0, NaHCO₃ – 11,9, NaH₂PO₄ – 1,0, глюкозы – 5,5, аскорбиновой кислоты – 2,8. Инкубацию проводили в течение 30 мин в камере объемом 10 мл при 37°C, насыщенной кислородом. Затем заменяли этот раствор и проводили преинкубацию ингибиторами адрено-, холино- и опиоидных рецепторов в течение 20 мин. После чего срезы по 30 мин инкубировали в свежем растворе Тироде в присутствии НС (0,2 МЕ ФДЭ) и [³⁵S] таурина в концентрации 0,02 мк кюри/мл ($3 \cdot 10^{-9}$ М). По окончании инкубации проводили пятикратную промывку препаратов раствором Тироде, затем препараты помещали в сцинтилляционные кюветы, заливали 1 мл этилового спирта и оставляли на 16-18 ч, после чего добавляли в кюветы 10 мл сцинтилляционной жидкости, содержащей 4 г ППО (2,5 дифенилоксазол) и 100 мг ПОПОП (1,4, ди-5фенил-2-оксазолил бензол) на 1 мл толуола (21). Радиоактивность измеряли на жидкостном сцинтилляционном счетчике "Интертекник" СЛ-30 (Франция) с внешним стандартом, что позволило выразить захват [³⁵S] таурина в распадах 1 мин на 1 г ткани. В опытах был использован [³⁵S] таурин фирмы "Амершам" с удельной активностью 8,2 кю-

ри/ммоль. Обработку полученных результатов проводили методом вариационной статистики Фишер-Стьюдента. Инкубационная среда содержала $[^{35}\text{S}]$ таурина (10^{-9} М) и немеченую аминокислоту таурина в концентрации 10^{-5} М. Степень захвата аминокислот выражали отношением числа распадов осадка фракции (мин/мг) к числу распадов среды поглощения (мин/мкл).

Под влиянием НС наблюдается различная степень изменения захвата таурина семявыносящим протоком, тонкой кишкой, скелетной мускулатурой и надпочечниками. Захват таурина в СВП достигает 134%, однако в ТК, НА, СКМ заметного изменения захвата таурина не наблюдалось (таблица). В первой серии опытов исследовалось влияние адrenoблокатора пропранолола в концентрации $5 \cdot 10^{-7}$ М на содержание таурина в различных органах животного. Из таблицы видно, что пропранолол вызывает снижение концентрации таурина в тонкой кишке на 37%, СКМ – на 27%, а в НА заметного изменения не происходит. Органы с преимущественной β -рецепцией (СКМ) и смешанной рецепцией (ТК) реагируют на введение пропранолола почти одинаковым снижением содержания таурина.

При блокаде рецепторов пропранололом в сочетании с НС наблюдается угнетение захвата в СВП и ТК, в то время как в СКМ, наоборот, его захват усиливается на 211%.

В надпочечниках, для гормонов которых эффекторные системы имеют различную рецепцию, получено значительное увеличение содержания таурина – на 82%.

Опыты были проведены также с ингибитором A -адrenoблокатора фентоламина в концентрации $5 \cdot 10^{-7}$ М. Установлено, что ФА вызывает угнетение захвата таурина $[^{35}\text{S}]$ в СКМ на 18%, НА – на 41%, ТК – на 48%, а в СКП наблюдается положительный захват – 64%.

Из таблицы видно, что при совместной инкубации фентоламина в присутствии НС захват таурина активизируется только в надпочечниках – на 42%, тогда как в остальных изучаемых органах происходит его угнетение. Согласно результатам наших опытов, как при блокировании β -адренорецепторов пропранололом, так и A -рецепторов ФА НС стимулирует захват таурина в надпочечниках.

Особый интерес представляют данные о влиянии ингибитора нейронального захвата кокаина, который в концентрации $5 \cdot 10^{-7}$ М приводит к достоверному снижению захвата таурина $[^{35}\text{S}]$ всеми исследуемыми органами: в СКМ – на 34%, ТК – на 74%, НА – на 46%. Кокаин действует в испытуемых органах, по-видимому, как конкурентный ингибитор его захвата.

**Влияние НС на захват $[^{35}S]$ таурина в изолированных органах крыс при блокаде рецепторов,
счет мин/г**

Концен- трация	$3 \cdot 10^{-9}$ и $3 \cdot 10^{-6}$ М	$5 \cdot 10^{-7}$ М		$5 \cdot 10^{-7}$ М		$5 \cdot 10^{-5}$ М		$0,3 \cdot 10^{-8}$ М		$0,3 \cdot 10^{-8}$ М		$0,15 \cdot 10^{-8}$ М		$0,29 \cdot 10^{-8}$ М	
Органы	НС-0,28 ФДЭ	ПП	ПП+ НС	ФА	ФА+ НС	КОК	КОК+ НС	НТ	НТ+ НС	НА	НА+ НС	АТР	АТР+Н С	АМ	АМ+Н С
Скелет- ная мус- кулатура	-4	-27 ⁺⁺	+211 ⁺⁺⁺⁺	+18 ⁺⁺	-10 ⁺	-34 ⁺⁺	+117 ⁺⁺⁺	-7	-87 ⁺⁺⁺⁺	-75 ⁺⁺⁺	+83 ⁺	+12	-52 ⁺⁺⁺⁺	-22	-38 ⁺⁺⁺
Семявы- носящий проток	+134 ⁺⁺⁺	97 ⁺⁺⁺	-6	+64 ⁺	-20 ⁺	+34 ⁺	+23	+6 ⁺	-72 ⁺⁺⁺	-26	+142 ⁺⁺⁺	+55 ⁺⁺	+62 ⁺	+114 ⁺⁺⁺	+36 ⁺
Надпо- чечники	-4	+28	+82 ⁺⁺⁺⁺	-41 ⁺⁺	+42 ⁺	-46 ⁺⁺⁺⁺	+6	-37 ⁺	-41 ⁺⁺⁺	-55 ⁺⁺⁺⁺	+148 ⁺⁺⁺⁺	-25 ⁺⁺	-31 ⁺	-7	-16 ⁺
Тонкая кишка	-1	-37	-3	-48 ⁺⁺⁺	-39 ⁺⁺⁺	-74 ⁺⁺⁺⁺	87 ⁺⁺⁺	-44 ⁺	-71 ⁺⁺⁺⁺	-81 ⁺⁺⁺⁺	+3	-15	-15	-24	+12

Примечания. Вероятность ингибиторов и НС приведена в сравнении с контролем, а сочетание ингибиторов +НС – с результатами соответствующих ингибиторов. Разница с контролем статистически достоверна: *P<0,05; **P<0,02; ***P<0,01; +++P<0,001. Средние данные по 6-12 опытам.

Как видно из таблицы, НС не только снимает угнетающий эффект кокаина, но и приводит к заметному усилению захвата: в СКМ – на 117%, в ТК – на 87%, в СВП – на 23%. Вместе с тем в НА увеличения захвата не наблюдается.

В следующей серии опытов исследовалось влияние блокатора опиоидных рецепторов налтрексона в дозе $0,3 \cdot 10^{-8}$ М. Последний в СКМ и СВП на захват таурина заметно не воздействует, а в НА и ТК снижает его на 37% и 44% соответственно. Сочетание НТ и НС приводит к глубокому снижению захвата во всех исследуемых органах: в СКМ – на 87%, СВП – на 72%, НА – на 41% и ТК – на 71%. НС действует в органах как конкурентный ингибитор захвата нейромедиаторов, конкурируя с ним за точку приложения на пресинаптической мембране.

Другой ингибитор опиоидных рецепторов налоксан – аналог налтрексона в той же дозе вызывает гораздо более глубокое угнетение захвата: в СКМ – на 75%, СВП – на 26%, НА – на 55% и ТК – на 81%. Интересно отметить, что при отдельной инкубации в присутствии НС и НТ захват таурина резко снижается, в то время как при совместной инкубации НС и НА происходит достоверная активация интенсивности процессов захвата таурина: в СКМ – на 83%, СВП – на 142%, НА – на 148%. Эти данные свидетельствуют о влиянии НА и НТ на различные изорецепторы морфина и действии НС на эти процессы, возможно, благодаря наличию разных опиум рецептров, которые чувствительны к различным веществам.

Холинолитики амизил и атропин не действуют на процесс захвата таурина в указанных органах и только лишь в СВП усиливают захват на 114 и 55% соответственно.

Из таблицы видно, что разные органы по-разному реагируют на захват при блокаде рецепторов в сочетании с НС. В случае ТК НС не играет существенной роли в накоплении таурина, тогда как в других исследуемых органах наблюдается положительный захват.

Сравнивая данные по захвату таурина при блокаде разных рецепторов в другой гладкой мышце – тонкой кишке, можно отметить диаметрально противоположную картину. Если в СВП НС резко увеличивал захват таурина – на 134%, то в тонкой кишке он абсолютно инертен.

Если все блокаторы α , β -рецепторов, рецепторов морфина и холинорецепторов заметно повышают захват таурина, а НС (при сочетании) – понижает, то в тонкой кишке все блокаторы резко уменьшают захват таурина, а НС во всех случаях имеет тенденцию увеличивать захват, приближая его к нормальному состоянию. Особенно это видно при использовании кокаина, ингибитора нейронального захвата, при сочетании с НС как в тонкой кишке, так и в скелетной мускулатуре. НС снимает ингибирующее влияние кокаина, резко увеличивая его захват от 34 до 117%.

а в ТК – от –84 до +87% (т.е. на 170%). Это вещество, вероятно, может служить хорошим средством в борьбе с кокаином или вообще с опиоидными веществами.

Большой экспериментальный материал, полученный в нашей лаборатории по изучению блокаторов различных рецепторов, дает основание А.А.Галояну выдвинуть гипотезу о том, что НС действует на определенный рецептор, по-видимому, на мембраны гладких мышц или других органов, как бы состоящие из большой молекулы, в которой имеются множественные участки, сходные по структуре с рядом рецепторов, и через этот рецептор регулируется чувствительность опиатных рецепторов, т.е. как бы существует связь рецептор-рецептор или общий рецептор для НС и подобных соединений, через который происходит регуляция функций других рецепторов, чувствительных к медиаторам.

Таким образом, имеющиеся в настоящее время экспериментальные данные позволяют считать, что НС играет существенную роль в регулировании выделения и синтеза нейромедиаторных аминокислот таурина в адренергическом и холинэргическом нейроне. Влияние НС на содержание таурина можно рассматривать и на уровне рецепторов таурина.

Институт биохимии им. Г.Х.Бунятыана НАН Армении

Մ. Շ. ՄԱՌՐԱԴՅԱՆ

Նեյրոհորմոն «С»-ի ազդեցությունը $[^{35}\text{S}]$ տաուրինի կլանման վրա առնետների տարբեր օրգանների կտրվածքներում ռեցեպտորների բլոկադայի դեպքում

Նեյրոհորմոն «С»-ն տաուրինի վրա տարբեր օրգաններում ազդում է ոչ միատեսակ: Այսպես, եթե սերմնածորանում նկատվում է 134% տաուրինի կլանման ինտենսիվացում, ապա մյուս օրգաններում կլանման էական տեղաշարժ չի նկատվում: Մորֆինո-խլորինո-ադրենալինո-ռեցեպտորների բլոկադայի ժամանակ համարյա բոլոր ուսումնասիրված օրգաններում նկատվում է տաուրինի կլանման ճնշում, մինչդեռ նեյրոհորմոն «С»-ի համակցության պայմաններում նկատվում է կլանման ինտենսիվացում, որոշ դեպքերում ընդհուպ մինչև 1,5-2 անգամ:

Ըստ երևույթին ամինաթթվի կլանման ուժեղացումը նեյրոհորմոն «С»-ի ազդեցության ներքո կարելի է դիտել նեյրոնում տաուրինի ֆունկցիոնալ և մետաբոլիկ փոխանակության կարգավորումով:

ЛИТЕРАТУРА – ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

- ¹ А.А.Галоян, ДАН АрмССР, т.34, №3, с.109-111 (1963). ² С.С.Абрамян, М.А.Ростомян, А.А.Галоян, Кровообращение, т.8, с.12 (1975). ³ А.А.Галоян, Б.Я.Гурвиц, Р.Т.Галстян, Вопр. биохимии мозга, Ереван, Изд.АН АрмССР, вып.11, с.197 (1977). ⁴ А.А.Галоян, Б.Я.Гурвиц, М.А.Погосян, Вопр. биохимии мозга, Ереван, Изд.АН АрмССР, вып.10, с.197 (1976). ⁵ А.А.Галоян, М.Д.Чифликян, М.Ш.Мурадян и др., Нейрохимия, т.5, №1, с.45-48 (1986). ⁶ А.А.Galoyan, G.A.Kevorkian, L.H.Voskanian et al.,

J. Neurochem. Res., v.13, №5, p.493-497 (1988). ⁷ Р.О.Каранетян, М.Ш.Мурадян, Т.В.Попова и др., Биол. ж. Армении, т.6, №43, с.483-488 (1990). ⁸ Т.Н.Путинцева, Р.О.Каранетян, ДАН АрмССР, т.69, №2, с.119-124 (1979). ⁹ А.А.Галоян, М.Ш.Мурадян, Биол. ж. Армении, т.32, №2, с.104-110 (1979). ¹⁰ J.D.Welty, W.O.Read, J.Pharmacol. Exp.Theor., v.144, p.110 (1964). ¹¹ M.J.McBroom, J.D.Welty, J. Neurochem. Res., v.24, p.853-859 (1977). ¹² J.H.Knover, J.P.Chovan, S.W.Schaftan, Am. J.Physiolody, 240, ph.238, h-246. ¹³ K.Kuriama, K.Nakagava, In Taurine, ed. by R.Huxtable and A.Barbeau, Raven Press, N.Y., 1976. ¹⁴ N.Yasuo, Y.Yokio, L.Walter, Biochem. Pharmacol., v.27, №23, p.2689 (1978). ¹⁵ Л.Мальчикова, Н.В.Сперанская, Е.Р.Елизарова, Бюлл. эксп. биологии, №12, с.135-138 (1979). ¹⁶ М.Ш.Мурадян, А.Н.Едигарян, Р.О.Каранетян, ДАН АрмССР, т.76, №5, с.225-230 (1983). ¹⁷ J.A.Awarara, B.Michael, In Taurine ed. by R.Huxtable and A.Barbeau, Raven Press, 1976. ¹⁸ C.L.Skelton, G.S.Levy, S.F.Epstein, Circul.Res., v.26, p.35-44 (1970). ¹⁹ Z.K.Kaczmarec, A.N.Davissau, J. Neurochem., v.19, p.2355-2362 (1972). ²⁰ S.Fujimoto, H.Iwata, Y.Yonada, Jap. J Pharm., v.26, p.105 (1976). ²¹ J.J.Coule, J.Axelrod, J. Neurochem., v.18, p.2061 (1971).

МОЛЕКУЛЯРНАЯ БИОЛОГИЯ

УДК 577.14, 547.95, 576.851

А. З. Пепоян, М. А. Парсаданян, П. О. Вардеванян,
Н. А. Оганесян, академик НАН Армении К. Г. Карагезян

**Влияние стеарил-фосфатидилхолина на рост и размножение
клеток *Salmonella derby***

(Представлено 20/VI 1998)

Известно, что цепь событий, ведущих к ингибированию размножения в суспензионных культурах микроорганизмов при переходе клеток из log фазы в стационарную в основном определяется критической частотой динамических межклеточных контактов (¹), для чего эндогенными регуляторами могут оказаться жирные кислоты фосфолипидов (ФЛ) (²⁻⁴). Было установлено, что при формировании межклеточных взаимодействий в клетках *S. derby* (⁶), не содержащих R-плазмиды, определенную роль могут играть фосфолипидные молекулы (в частности фосфатидилхолина (ФХ)) клеточных стенок этих бактерий (⁵).

Целью настоящей работы было выявление влияния основных мембранных ФЛ на рост и размножение штаммов *S. derby*. Поскольку известно, что R-плазмиды бактерий могут влиять на разные метаболические процессы клеток-хозяев (⁶), нами использованы клетки *S. derby*, различные по плазмидоносительству. В работе использованы плазмидосодержащий штамм *S. derby* K134, его неплазмидосодержащий вариант *S. derby* K95 (полученный обработкой 2%-ным этилметаносульфонатом), а также R-плазмидосодержащие клетки штамма *E. coli* K12.

Исследование ФЛ проводили на ацетоновых порошках клеток *S. derby*, сухой вес биомассы культуры 350 мг. Фракционирование индивидуальных ФЛ проводили одномерной восходящей хроматографией в тонком слое силикагеля (марки КСК) с использованием системы растворителей хлороформ – метанол – аммиак (65:35:5). ФЛ пятна идентифицировали с помощью соответствующих свидетелей. Минерализацию липидного фосфора осуществляли в среде серной и азотной кислот и выражали в мкг фосфора на 1 мг ацетонового порошка.

Питательными средами для выращивания бактериальных культур служили 2%-ный мясопептонный агар, в качестве жидкой среды использовали питательный бульон. Характер взаимодействия фосфолипида с бактериальными клетками в питательном бульоне определялся спектрофотометрически, с помощью ФЭК КФК-2МП.

Для определения влияния стеарил-фосфатидилхолина на рост и размножение исследуемых клеток клетки выращивали в жидкой среде, содержащей 0,25 М стеарил-фосфатидилхолин. Рост клеток определяли в разные моменты инкубационного времени с помощью ФЭК КФК-2 МП.

Данные табл.1 свидетельствуют о влиянии R-плазмиды на качественный и количественный состав ФЛ клеток *S.derby*. Из таблицы явствует также, что в плазмидных клетках *S.derby* преобладающими являются ФХ. Количество ФХ резко снижается в бесплазмидных штаммах этих клеток.

Таблица 1

Качественный и количественный фосфолипидный состав клеток *S.derby*

Штаммы	ЛФХ	ФХ	ФЭ	ФГ	Общее содержание ФЛ
<i>S.derby</i> K134 Плазмидный радиочувствительный мутантный штамм	а) $23,4 \pm 1,4$	$710 \pm 64,1$	$112,6 \pm 10,1$	$274,5 \pm 10,1$	1204,32
	б) $1,57 \pm 0,1$	$47,5 \pm 2,04$	$7,53 \pm 0,7$	$18,4 \pm 0,74$	
<i>S.derby</i> K95 Бесплазмидный радиорезистентный мутантный штамм	а) $7,13 \pm 0,24$	$10,1 \pm 0,12$	$8,22 \pm 0,08$	$24,67 \pm 0,71$	61,17
	б) $8,85 \pm 0,2$	$12,5 \pm 0,21$	$10,2 \pm 0,1$	$17,5 \pm 0,65$	
<i>E.coli</i> K12 Плазмидный штамм	а) $45,4 \pm 2,5$	$104,5 \pm 10,4$	$464,5 \pm 25,2$	$234,18 \pm 25,14$	1014,21
	б) $22,3 \pm 1,6$	$10,3 \pm 1,04$	$45,8 \pm 2,4$	$23,1 \pm 1,2$	

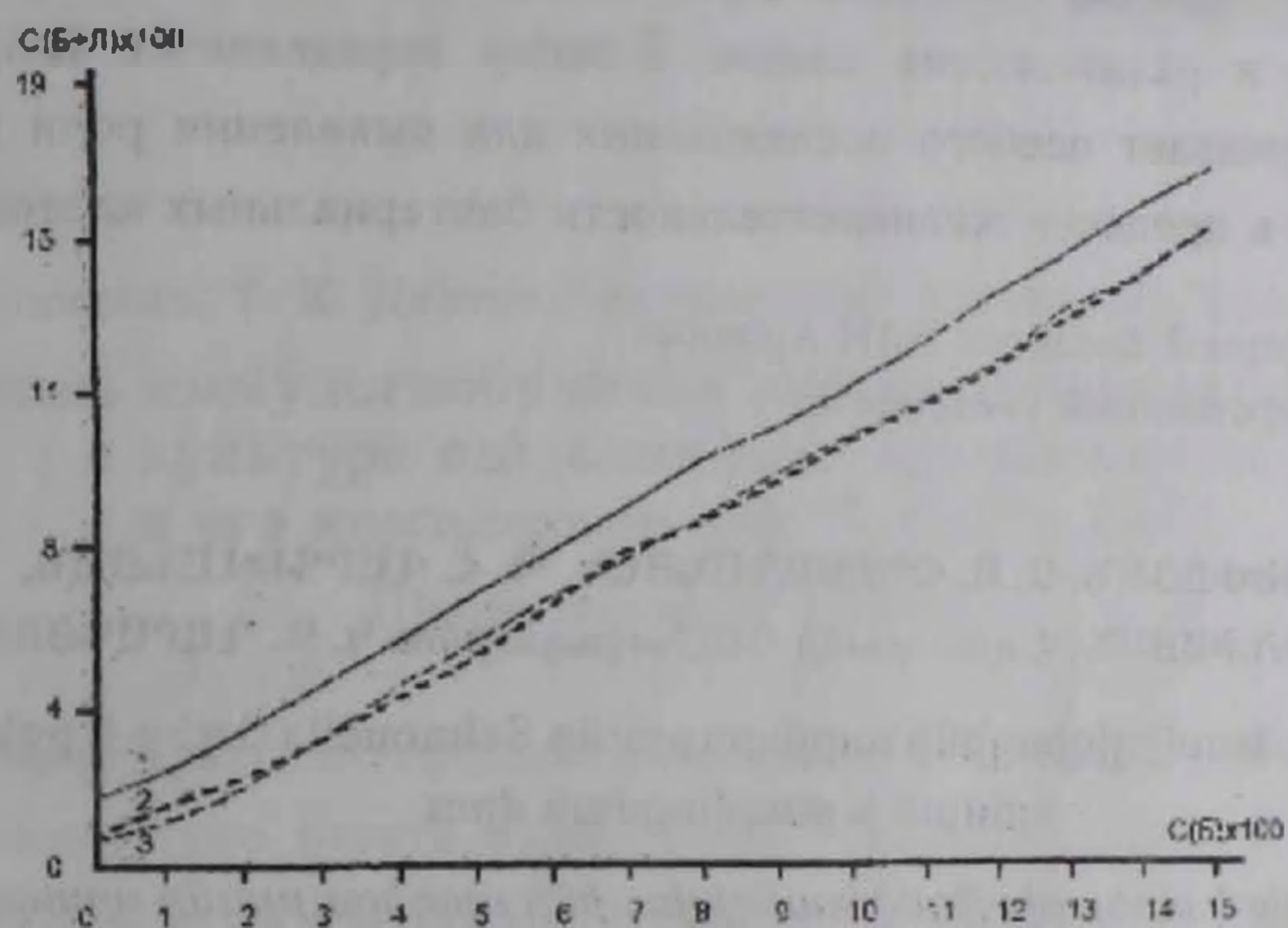
Примечание: а) выраженное в мкг количество фосфора на 1 мг ацетонового порошка;

б) относительное процентное содержание индивидуальных фосфолипидов к общему содержанию фосфолипидов.

Одновременно в этих клетках наблюдается увеличение процентного содержания фосфатидилглицеринов (ФГ), фосфатидилэтаноламинов (ФЭ). Помимо уменьшения количества ФХ в бесплазмидном штамме отмечено также увеличение процентного содержания лизофосфатидилхолинов (ЛФХ).

Как видно из калибровочных кривых (рисунок), характер взаимодействия 0,25 М стеарил-фосфатидилхолина с бактериальными клетками не определяется R-плазмидой *S.derby* и одинаков для всех клеток *S.derby* и *E.coli*. Данные табл.2 показывают, что если ФХ не оказывают существенного влияния на рост и размножение плазмидных клеток *S.derby* K134 и *E.coli* K12, то их влияние на рост клеток *S.derby* K95, не содержащих R-плазмиду, очевидно. Как свидетельствуют данные табл.2, в инкубационной среде с ФХ уже после 2,5-3,5 ч инкубационного периода у бесплазмидных клеток наблюдается повыше-

ние роста. Несмотря на это, результаты экспериментов доказывают, что наличие 0,25 М ФХ в инкубационной среде бактерий не влияет на относительные скорости роста как плазмидосодержащих клеток *S.derby* и *E.coli*, так и клеток *S.derby* K95, не содержащих R-плазмиду, что, по всей вероятности, свидетельствует об отсутствии влияния 0,25 М ФХ на характер межклеточных взаимодействий штаммов *S.derby* при log фазе роста этих клеток.



Зависимость концентрации клеток *S.derby* в 0,25 М ФХ от концентрации клеток:

1 – штамм *E.coli* K12; 2 – штамм *S.derby* K95; 3 – штамм *S.derby* K134.

Таблица 2

Влияние 0,25 М стеарил-фосфатидилхолина на рост и размножение клеток *S.derby* и *E.coli* K12

Время инкуба- ции, ч	Концентрация бактерий, плотность клеточной суспензии по ФЭК x100					
	<i>S.derby</i> K134	* <i>S.derby</i> K134 в 0,25М ФХ	<i>S.derby</i> K95	* <i>S.derby</i> K95 в 0,25М ФХ	<i>E.coli</i> K12	<i>E.coli</i> K12 в 0,25М ФХ
1,5	0,5±0,01 (12,2)	0,5±0,04 (12)	3,8±0,01 (1,3)	4,2±0,04 (1,07)	1,5±0,2 (3,5)	1,4±0,25 (3,6)
2,5	6,1±0,21 (1,87)	6,0±0,01 (1,9)	3,9±0,04 (2,28)	4,5±0,01 (2,27)	20,25±1,2 (6)	18,9±2,2 (6)
3,5	11,4±0,28 (1,58)	11,4±0,31 (1,58)	8,7±0,03 (1,26)	10,2±0,02 (1,21)	121,5±10,1 (4,2)	113,4±20,2 (4,4)
4,5	18,0±0,31	18,1±1,08	11,2±0,04	12,3±0,11	523±20,45	498,96±15,4

Примечание: *количество клеток *S.derby* и *E.coli* в 0,25 М ФХ среде, определенное по кривой 1. В скобках – относительные скорости роста клеток *S.derby* и *E.coli*.

Данные табл.2 показывают также, что несмотря на влияние ФХ у клеток *S.derby*, не содержащих R-плазмиду, рост и размножение замедлены по сравнению с плазмидосодержащими клетками. Как отмечено выше, в штаммах, не содержащих R-плазмиды, наблюдается увеличение содержания ЛФХ. По всей

вероятности, большие количества этих ФЛ в клетках должны участвовать в развитии мембранотоксичных эффектов, влияя на метаболизм (включая процессы роста и размножения) микроорганизмов, а наличие в инкубационной среде ФХ каким-то образом способствует повышению уровня роста и размножению неплазмидосодержащих штаммов.

Все вышеизложенное свидетельствует о том, что влияние стеарил-ФХ на процессы роста и размножения клеток *S.derby* определяется R-плазмидой *S.derby* и заслуживает особого исследования для выявления роли фосфолипидных молекул в процессе жизнедеятельности бактериальных клеток.

Институт молекулярной биологии НАН Армении
Ереванский государственный университет

**Ա. Չ. ՓԵՓՈՅԱՆ, Մ. Ա. ՓԱՐՍԱԴԱՆՅԱՆ, Պ. Հ. ՎԱՐԴԵՎԱՆՅԱՆ,
Ն. Ա. ՀՈՎՀԱՆՆԻՍՅԱՆ, Հայաստանի ԳԱԱ ակադեմիկոս Կ. Գ. ՂԱՐԱԳՅՈՉՅԱՆ**

**Ստեարիլ-ֆոսֆատիդիլխոլինի ազդեցությունը *Salmonella derby*-ի բջիջների
ածման և բազմացման վրա**

Ուսումնասիրվել է ստեարիլ-ֆոսֆատիդիլխոլինի ազդեցությունը պլազմիդակրության և ճառագայթազայունության տարբերվող S.derby և E.coli բջիջների ածման և բազմացման պրոցեսների վրա: Յույց է տրվել, որ ստեարիլ-ֆոսֆատիդիլխոլինը չի ազդում պլազմիդային բջիջների ածման և բազմացման պրոցեսների վրա այն դեպքում, երբ նրա ազդեցությունը ոչ պլազմիդային S.derby-ի բջիջների նույն պրոցեսների վրա ակնառու է:

Ստեարիլ-ֆոսֆատիդիլխոլինը բոլոր ուսումնասիրված բակտերիալ շտամների մոտ ածման log ֆազի ժամանակ ածի հարաբերական արագությունների վրա էական ազդեցություն չունի, որը վկայում է միջբջջային փոխազդեցությունների բնույթի վրա այդ ֆոսֆոլիպիդի ազդեցության բացակայության մասին:

ЛИТЕРАТУРА – ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

¹ С.В.Конев, Т.К.Янчевская, Н.В.Гализо, Биофизика, т.36,с.2-7(1991). ² Д.Хюлзер, Ю.Цемпель, Б.Ройс и др., Биол. мембраны, т.11, с.50-61(1994). ³ А.З.Пепоян, М.А.Бадалян, Ж.А.Кцоян и др., ДАН Армении,т.90, с.219-225(1990). ⁴ А.З.Пепоян, Ж.А.Кцоян, А.А.Шагинян и др., Биофизика, т.36, с.475-479(1991). ⁵ А.М.Седракян, А.З.Пепоян, Ж.А.Кцоян и др., ДНАН Армении, т.96, с.62-68(1996). ⁶ М.А.Балаян, П.О.Вардеванян, А.З.Пепоян и др., Биол. мембраны, т.14, с.5-10(1997).

МОЛЕКУЛЯРНАЯ БИОЛОГИЯ

УДК 612.017.1

Л. А. Аванесян, Т. К. Давтян, академик НАН Армении Ю. Т. Алексанян

**Синтез иммуноглобулинов лимфоцитами человека
в культуре под влиянием адриамицина
и его комплексов с Fe^{3+} , Cu^{2+} и Co^{2+}**

(Представлено 16/XII 1998)

Одной из актуальных проблем современной иммунологии является формирование иммунного ответа лимфоцитов в условиях индукции адаптивных реакций клеток в культуре. Иммунокомпетентные клетки, молекулярные механизмы активации, пролиферации и дифференцировки которых хорошо изучены, представляют собой удобную модель для изучения взаимоотношений адаптивного и иммунного ответов. Некоторые ДНК-повреждающие ксенобиотики, например адриамицин (АДР), вызывают индукцию адаптивного ответа клеток (¹). В низких нецитотоксических концентрациях АДР способен индуцировать дифференцировку клеток различных линий (²), в том числе и В-клеток (³), а также оказывает иммуномодулирующее воздействие (⁴). Показано, что АДР способен стимулировать как конститутивный, так и индуцибельный синтез иммуноглобулинов (Ig) лимфоидными клетками в культуре, что, возможно, имеет адаптивное значение (⁵). Обратимое усиление АДР синтеза Ig требовало наличия свободных ионов железа в лимфоидных клетках, что свидетельствует об участии свободных радикалов в этих процессах.

Целью настоящей работы явилось изучение синтеза Ig лимфоцитами человека в культуре под влиянием АДР и его модифицированных форм путем комплексообразования с ионами металлов переходной валентности Fe^{3+} , Cu^{2+} и Co^{2+} .

В качестве объектов исследования были использованы тонзиллярные лимфоциты человека, выделенные путем центрифугирования в градиенте плотности Ficoll-раque (Pharmacia). Лимфоциты ($3,5 \cdot 10^6$ /мл) культивировали в среде RPMI-1640 (Serva), содержащей 15% эмбриональной телячьей сыворотки (Serva), 2mM L-глутамина, $5 \cdot 10^{-5}$ М 2-меркаптоэтанола и 80 мкг/мл гентамицина. Индукцию гуморального иммунного ответа лимфоцитов проводили в течение трех или шести дней по ранее описанной методике (⁶). Комплексы АДР

с Fe^{3+} , Cu^{2+} и Co^{2+} готовили в молярном соотношении АДР–металл 3:1 (7). Конечная концентрация АДР и его комплексов в среде культивирования клеток составляла 2 мкг/мл. При индукции антигенспецифического гуморального иммунного ответа и митогенной стимуляции лимфоцитов в среду инкубации добавляли 5 мкг/мл митогена лаконоса (МЛ) (Sigma). В качестве антигенов при индукции антигенспецифического иммунного ответа были использованы фиксированные формалином микроорганизмы: *Staphylococcus aureus* (штамм ИНМИА 5233), *Yersinia enterocolitica* (штамм О3), *Klebsiella pneumoniae*, *Shigella Flexneri* в разведении 1:200 маточной бактериальной суспензии с $\text{ОП}_{620}=0,7$. Для выявления отдельных антителообразующих клеток (АОК) в культурах лимфоцитов использовали метод иммуноферментного анализа на нитроцеллюлозных фильтрах, покрытых антителами против IgA, IgM и IgG или бактериальными антигенами (6). Выживаемость лимфоцитов определяли с помощью 0,1% трипанового синего (Sigma).

В работе исследовалось влияние АДР, АДР- Fe^{3+} , АДР- Cu^{2+} и АДР- Co^{2+} на синтез Ig классов А, М и G нестимулированными, МЛ-стимулированными лимфоцитами, а также на синтез антигенспецифических антител тонзиллярными лимфоцитами человека на 3-й и 6-й дни культивирования клеток.

Как показали исследования выживаемости лимфоцитов в присутствии указанных препаратов, используемая концентрация (2 мкг/мл) АДР, АДР- Fe^{3+} и АДР- Co^{2+} не являлась цитотоксической на 3-й день культивирования как нестимулированных, так и МЛ-стимулированных клеток. Незначительная гибель клеток отмечалась в присутствии АДР- Cu^{2+} на 3-й день инкубации клеток. На 6-й день культивирования проявляется незначительный цитотоксический эффект АДР и его комплексов.

Результаты исследования влияния АДР и его комплексов на синтез IgA, IgM и IgG нестимулированными тонзиллярными лимфоцитами в культуре представлены в табл. 1.

Таблица 1

Влияние АДР и его комплексов с Fe^{3+} , Cu^{2+} и Co^{2+} на синтез IgA, IgM и IgG нестимулированными тонзиллярными лимфоцитами в культуре

Условия эксперимента	Ig A		Ig A		Ig G	
	3-й день	6-й день	3-й день	6-й день	3-й день	6-й день
АДР	18±4	59,1±8,2	–	56,3±6,2	51±7,1	25,6±0,7
АДР- Fe^{3+}	61±9,2	52,5±7,8	–	74±3,3	51±7,4	55,15±1,5
АДР- Cu^{2+}	71±5	54,2±14,7	–	58,3±10,1	62,6±1,2	42,6±4,4
АДР- Co^{2+}	6±1	27,25±0,5	–	63,9±18,5	52,3±1,8	30,3±4,5

Примечание. Цифры в табл.1-3 обозначают индекс стимуляции = (1–число АОК в контроле/число АОК в опыте)×100; (–)– отсутствие стимуляции.

Как видно из табл.1, АДР и его комплексы стимулируют синтез IgA и IgG на 3-й и 6-й дни и IgM на 6-й день инкубации лимфоцитов. Отсутствие влияния АДР и его комплексов на синтез IgM на 3-й день инкубации, по-видимому, связано с длительной антигенной стимуляцией тонзиллярных лимфоцитов и небольшим количеством IgM⁺ лимфоцитов в миндалинах *in vivo*. Максимальный стимулирующий эффект на синтез IgA и IgG на 3-й день инкубации проявлял комплекс АДР- Cu^{2+} . Влияние АДР- Fe^{3+} на синтез IgA и IgG было менее выраженным, однако более стабильным в динамике. В отличие от синтеза IgA значения синтеза IgG на 3-и сутки под влиянием АДР, АДР- Fe^{3+} и АДР- Co^{2+} оказались близки. Максимальное число АОК, синтезирующих IgM, на 6-й день инкубации обнаруживалось в присутствии АДР- Fe^{3+} , минимальное – АДР, а АДР- Co^{2+} и АДР- Cu^{2+} по своему действию занимали промежуточное положение.

Таблица 2

Влияние АДР и его комплексов с Fe^{3+} , Cu^{2+} и Co^{2+} на синтез IgA, IgM и IgG МЛ-стимулированными тонзиллярными лимфоцитами в культуре

Условия эксперимента	Ig A		Ig M		Ig G	
	3-й день	6-й день	3-й день	6-й день	3-й день	6-й день
АДР	–	78,2±1,5	57,5±1,5	46,9±7,6	50,3±2	13,6±0,2
АДР- Fe^{3+}	30±2,2	71±2,9	33±2	39,4±2,1	29,7±6,5	55,7±5,9
АДР- Cu^{2+}	29,7±6	65,2±8,9	25±2	57,4±9,6	23±7	28±2,9
АДР- Co^{2+}	54,3±4,6	74,9±7	46±1,1	53±3,7	56,3±2,9	28±4,1

Как показали результаты экспериментов, представленные в табл.2, комплексы АДР с Fe^{3+} , Cu^{2+} и Co^{2+} стимулировали синтез IgA, М и G на 3-й и 6-й дни инкубации лимфоцитов. Максимальный стимулирующий эффект на синтез IgA на 3-й день проявлял АДР- Co^{2+} . АДР ингибировал синтез IgA МЛ-стимулированными лимфоцитами на 3-й день инкубации, а на 6-й день синтез IgA МЛ-стимулированными лимфоцитами значительно возрастал (примерно в равной степени), как в присутствии АДР, так и трех его комплексов. При сравнении синтеза IgA нестимулированными и МЛ-стимулированными лимфоцитами обнаруживается тенденция ингибировать синтез при совместном действии АДР, АДР- Fe^{3+} и АДР- Cu^{2+} и митогена на 3-й день и аддитивный эффект на 6-й день культивирования клеток. АДР- Co^{2+} стимулировал синтез IgA в присутствии МЛ более выражено как на 3-й, так и 6-й дни инкубации. Эффект АДР- Co^{2+} на IgG синтез МЛ-стимулированными лимфоцитами также наиболее выражен на 3-й день культивирования клеток. Действия комплексов АДР с Fe^{3+} и Cu^{2+} на IgG синтез были близки. На 6-й день стимуляция АДР и АДР- Co^{2+} снижалась, а АДР- Fe^{3+} и, в меньшей степени, АДР- Cu^{2+} , наоборот, возрастала. При сравнении IgG синтеза МЛ-стимулированными и нестимулированными лимфоцитами выявлена максимальная стимуляция на 6-й день АДР- Fe^{3+} синтеза IgG в обеих моделях индукции. Результаты экспери-

ментов по влиянию АДР и его комплексов на IgM синтез МЛ-стимулированными лимфоцитами показали, что на 3-й день АДР проявлял максимальный эффект. На 6-й день влияние АДР снижалось, а влияние его комплексов, наоборот, увеличивалось. Необходимо отметить, что если стимулирующие эффекты АДР и его комплексов на синтез IgM проявляются лишь на 6-й день культивирования нестимулированных лимфоцитов, то число АОК, синтезирующих IgM, при совместном действии митогена и АДР и его комплексов увеличивалось уже на 3-й день инкубации.

Результаты исследования влияния АДР и его комплексов на синтез антигенспецифических антител тонзиллярными лимфоцитами в культуре представлены в табл.3. Как видно из таблицы, тонзиллярные лимфоциты способны к образованию антигенспецифичных антител в описанных условиях индукции *in vitro*.

Таблица 3

Влияние АДР и его комплексов с Fe³⁺, Cu²⁺ и Co²⁺ на синтез антигенспецифических антител тонзиллярными лимфоцитами в культуре

Условия эксперимента	S.flexneri		Y.enterocolitica		S.aureus		K.pneumoniae	
	3-й день	6-й день	3-й день	6-й день	3-й день	6-й день	3-й день	6-й день
АДР	50±1,8	41±6	40±0,9	16±1,9	37±1,4	76±2,6	30±0,34	58±0,14
АДР-Fe ³⁺	72,3±2	60,6±6	51±0,5	45±6,2	44±0,17	65±1,2	45±0,1	85±0,5
АДР-Cu ²⁺	66±0,1	54,4±5	17,5±1	49±1,5	45±1,1	63±6	16±2,2	52±0,5
АДР-Co ²⁺	58±0,7	46,8±6	48,4±1	12,4±1	48±1,3	65±1	49±0,59	67±0,29

АДР и его комплексы с Fe³⁺, Cu²⁺ и Co²⁺ стимулируют синтез антигенспецифических антител тонзиллярными лимфоцитами в культуре как на 3-й, так и на 6-й дни инкубации клеток. Стимулирующее действие этих препаратов на S.aureus растет в динамике, причем если на 3-й день исследования металлокомплексы обладали более выраженными эффектами, чем АДР, то на 6-й день, напротив, АДР действовал сильнее. Влияние комплексов АДР с Fe³⁺, Cu²⁺ и Co²⁺ на синтез анти-S.flexneri антител оказалось несколько сильнее, чем чистого АДР на 3-й и 6-й дни инкубации клеток. Стимулирующие эффекты АДР и его комплексов на 3-й день индукции иммунного ответа к K.pneumoniae оказались ниже, чем к S.flexneri. Стимулирующие эффекты АДР, АДР-Fe³⁺ и АДР-Co²⁺ возрастали в динамике при использовании в качестве антигенов S.aureus и K.pneumoniae и снижались при использовании S.flexneri и Y.enterocolitica. В то же время стимулирующие эффекты АДР-Cu²⁺ возрастали в динамике при использовании в качестве антигенов S.aureus, Y.enterocolitica и K.pneumoniae и незначительно снижались при использовании S.flexneri. На 3-й день индукции максимальная стимуляция образования антигенспецифических АОК в культуре тонзиллярных лимфоцитов наблюдалась в присутствии АДР-Fe³⁺ при использовании S.flexneri и Y.enterocolitica, а при использовании S.aureus и K.pneumoniae – АДР-Co²⁺. На 6-й день

индукции гуморального иммунного ответа максимальный стимулирующий эффект наблюдался в присутствии АДР- Fe^{3+} при использовании *S.flexneri* и *K.pneumoniae*; АДР- Cu^{2+} при использовании *Y.enterocolitica* и АДР при использовании *S.aureus*.

Таким образом, на основании проведенных экспериментов можно сделать заключение о том, что АДР и его комплексы с Fe^{3+} , Cu^{2+} и Co^{2+} способны стимулировать синтез IgA, IgM и IgG нестимулированными и МЛ- и антиген-индуцированными тонзиллярными лимфоцитами в культуре. Стимуляция АДР и его комплексами продукции Ig тонзиллярными лимфоцитами не обусловлена освобождением внутриклеточных молекул Ig вследствие гибели клеток, а соответствует увеличению количества АОК в культуре. Комплексообразование АДР с металлами переходной валентности, особенно с Fe^{3+} и Cu^{2+} , приводит в основном к усилению эффектов АДР, что возможно является следствием увеличения свободных радикалов, а также свидетельствует о роли окислительно-восстановительного состояния молекулы АДР в его влиянии на синтез Ig. Модификации окислительно-восстановительного состояния АДР путем ее комплексообразования с металлами переходной валентности, способными служить донорами и акцепторами электронов, могут влиять на NADH оксидазу и транспорт электронов (8). Предполагается, что окислительно-восстановительное состояние хинона в молекуле оксидазы контролирует тирозин киназы (8). Адриамицин в цитотоксических дозах ингибирует электронный транспорт в чувствительных, но не устойчивых клетках. В то же время добавление солей железа восстанавливает активность NADH оксидазы и рост клеток (8). Кроме того увеличение внутриклеточного Ca^{2+} и активности фосфолипазы D и уменьшение цАМФ, являющихся важными вторичными мессенджерами в передаче активационных сигналов, также может опосредовать стимулирующее влияние АДР и его металлокомплексов на синтез Ig (9). Устойчивость клеток к АДР может быть связана с активностью тирозин киназ или протенин киназы C (10). Действуя через вторичные мессенджеры, АДР и его комплексы могут активировать транс-факторы и их переход в ядро и тем самым стимулировать транскрипцию Ig генов (3). Таким образом, АДР и его комплексы с Fe^{3+} , Cu^{2+} и Co^{2+} , индуцируя дифференцировку В лимфоцитов, способны стимулировать синтез Ig в культуре лимфоцитов человека, что, возможно, опосредовано их влиянием на пути передачи сигналов в лимфоцитах.

Институт эпидемиологии, вирусологии и медицинской паразитологии
им. А.Б.Алексаияна Минздрава РА

**Լ. Ա. ԱՎԱՆԵՍՅԱՆ, Տ. Կ. ԴԱՎԹՅԱՆ,
Հայաստանի ԳԱԱ ակադեմիկոս Յու. Թ. ԱԼԵԲՍԱՆՅԱՆ**

Մարդու լիմֆոցիտների կողմից իմունոգլոբուլինների սինթեզը կուլտուրայի պայմաններում ադրիամիցինի և նրա Fe^{3+} , Cu^{2+} և Co^{2+} միացությունների ազդեցության տակ

Արդի իմունոլոգիայի ակտուալ հարցերից մեկն է լիմֆոցիտների իմուն պատասխանի ինդուկցիան քիմիկատիկ պատասխանի զարգացման պայմաններում:

Հոդվածում ցույց է տրված մարդու տոնզիլյար լիմֆոցիտների կողմից իմունոգլոբուլինների սինթեզը ադրիամիցինի և նրա Fe^{3+} , Cu^{2+} և Co^{2+} մետաղային իոնների միացությունների ազդեցության տակ: Ադրիամիցինը և նրա Fe^{3+} , Cu^{2+} և Co^{2+} միացությունները խթանում են *A*, *M* և *G* դասերի իմունոգլոբուլինների սինթեզը ոչ ստիմուլյացված և միթոգեն – ստիմուլյացված լիմֆոցիտների, ինչպես նաև անտիգենսպեցիֆիկ հակամարմինների սինթեզը մարդու տոնզիլյար լիմֆոցիտների կողմից *in vitro* պայմաններում: Այդ խթանումը կարող է պայմանավորված լինել երկրորդական մեսենջերների ակտիվացումով նշված նյութերի ազդեցության տակ:

ЛИТЕРАТУРА – ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

¹ L.N.Hartwell, T.A.Weinert, Science. v.246, p.629-634 (1989). ² R.Hoffman, S.Newlands, Cancer Chemother, Pharmacol., v.28, p.102-109 (1991). ³ M.B.Meliksetian, T.K.Davtyan, e.a., Cell. Biol. Intern., v.21, N2, p.69-74 (1997). ⁴ J.L.Teillaud e.a., Cancer Res., v.49 p.5123-5129 (1989). ⁵ Т.К.Давтян, М.Б.Меликсетян, Ю.Т.Алексанян и др. Цитология т.35, N4, с.54-60 (1993). ⁶ Т.К.Давтян, Ю.Т.Алексанян и др. Иммунология N5, с.33-37 (1994). ⁷ T.K.Davtyan, A.V.Gyulkhandanyan e.a., Biophys.Biochim. Acta., v.1297, p.182-190 (1996). ⁸ F.L.Crane e.a., Mol.Aspects Med., v.15, p.1-14 (1994). ⁹ N.Mestdagh e.a., Biochem.Pharmacol., v.48, N4, p.709-716 (1994). ¹⁰ I.Utz e.a., Int.J. Cancer, v.57, N1, p.104-110 (1994).

ФИЗИОЛОГИЯ РАСТЕНИЙ

УДК 581.581.45

В. В. Казарян, Л. Н. Оганесян

**Влияние темноты и света на хлорофилл и АТФ листьев
древесных, кустарниковых и травянистых растений**

(Представлено академиком НАН Армении В.О.Казаряном 16/XI 1998)

Морфологами растений с давних пор установлено, что филогенетическое направление эволюции покрытосеменных шло от древесных к травам (¹⁻³ и др.).

При рассмотрении особенностей филогенетического развития покрытосеменных обращает на себя внимание то обстоятельство, что эволюционные преобразования морфологических органов и физиологических структур у различных представителей осуществлялись с неодинаковой скоростью. В этом аспекте наглядным примером является хлорофилл, который у ныне существующих жизненных форм в целом своими физиологическими и биохимическими параметрами идентичен, кроме некоторых второстепенных особенностей. В фитофизиологической литературе приводятся данные о различиях в фотосинтетической активности хлорофилла, о неодинаковой прочности его связи с липопротеидным комплексом (^{4,5}), а также устойчивости в условиях темноты (^{6,7} и др.).

Как известно, синтез хлорофилла осуществляется на свету, тогда как в условиях темноты происходит его распад.

Исходя из того, что растения с различной степенью эволюционной подвижности в физиологическом отношении отличаются друг от друга (⁴), у них должна быть неодинаковая активность процессов распада и обновления хлорофилла в условиях света и темноты. С целью подтверждения этого предположения нами предприняты некоторые опыты, результаты которых излагаются ниже.

Наряду с определением активности распада и обновления хлорофилла в темноте и на свету нами определялось также содержание аденозинтрифосфорной кислоты (АТФ) как важнейшего энергетического компонента, обеспечивающего синтез и транспорт хлорофилла (⁸).

В качестве объектов исследования были взяты интактные листья представителей основных жизненных форм. Из древесных: 1) яблоня обыкновенная

(*Malus domestica* Borkh); 2) вишня махалебская (*Gerasus mahaleb* (L.) Mill); 3) груша обыкновенная (*Pyrus communis* L.); из кустарников: 4) таволга Вангутта (*Spiraea Vanhouttei* (Briot. Zbl.)); 5) шиповник обыкновенный (*Rosa canina* L.); 6) пузыреплодник калинолистный (*Physocarpus opulifolia* (L.) Maxim); из травянистых: 7) земляника лесная (*Fragaria vesca* L.); 8) манжетка Гроссгейма (*Alchemilla grossheimii* Juz.); 9) лапчатка прямая (*Potentilla recta* L.).

Одноярусные листья опытных растений помещали в светонепроницаемые бумажные пакеты на 48 ч, после этого их переносили в условия естественного света на 2, 4 и 6 ч. По истечении указанных сроков в опытных листьях определяли содержание хлорофилла спектрофотометрическим методом (9), прочность связи хлорофилла с липопротеидным комплексом (ЛПК) листа методом Осиповой (10), а также содержание АТФ люциферин-люциферазным методом (11).

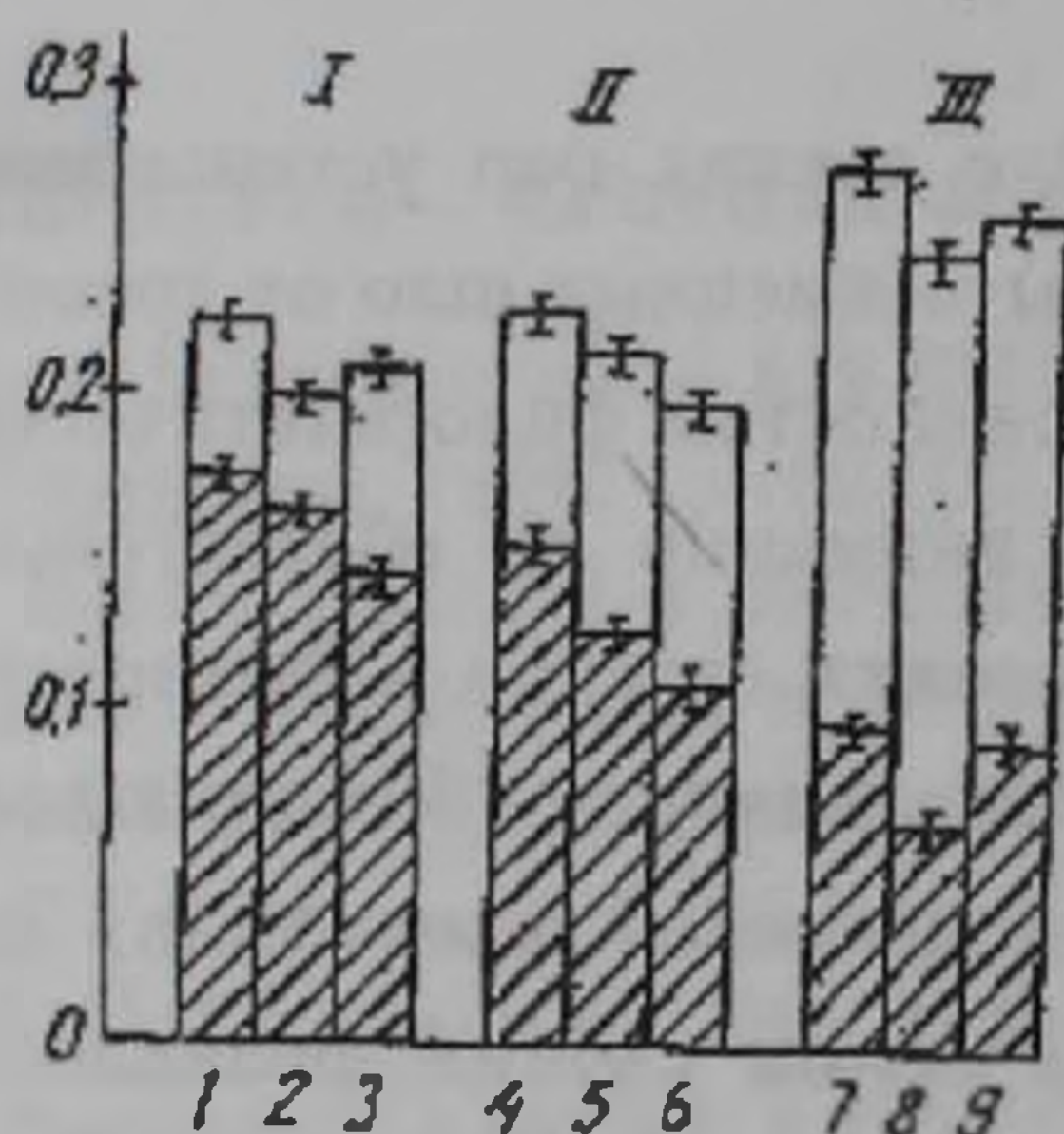


Рис.1. Изменение содержания хлорофилла в листьях различных жизненных форм после 48-часовой темноты: 1–9 – объекты, см. в тексте; I – деревья; II – кустарники; III – травы; весь столбец – контроль, заштрихованная часть – затемнение.

По оси ординат – мг/г сырого вещества.

Результаты проведенных анализов по изменению содержания хлорофилла в листьях опытных растений показаны на рис.1. Как видно, за 48-часовой темновой период листья проявляют различную физиологическую активность в отношении синтеза хлорофилла в условиях света и распада в условиях темноты. У контрольных вариантов максимальное содержание хлорофилла выявлено в листьях травянистых, минимальное – в листьях древесных. После 48-часового затемнения убыль количества хлорофилла в листьях травянистых оказалась гораздо больше (примерно в два раза), чем в листьях древесных. Следовательно, устойчивость хлорофилла листьев травянистых в темноте заметно слабее, чем у древесных.

При перенесении листьев в условия естественного освещения происходит постепенное восстановление разрушенного в темноте хлорофилла. У травянистых количество хлорофилла увеличивается, достигая уровня контроля в условиях 2-часовой экспозиции, тогда как у кустарников и деревьев – соот-

ветственно через 4 и 6 ч, при этом за счет слабосвязанной ЛПК формы (рис.2).



Рис.2. Влияние светового фактора на восстановление количества хлорофилла в листьях различных жизненных форм: I – деревья; II – кустарники; III – травы; 1 – контроль; 2 – 48 ч темноты; 3 – 2 ч света; 4 – 4 ч света; 5 – 6 ч света; заштрихованная часть – прочносвязанный; белая – слабосвязанный. По оси ординат – мг/г сырого вещества.

В данном опыте одновременно устанавливается, что в листьях древесных, менее пластичных к изменяющимся факторам среды, преобладающая часть хлорофилла была представлена прочносвязанной с ЛПК формой, более устойчивой в условиях темноты.

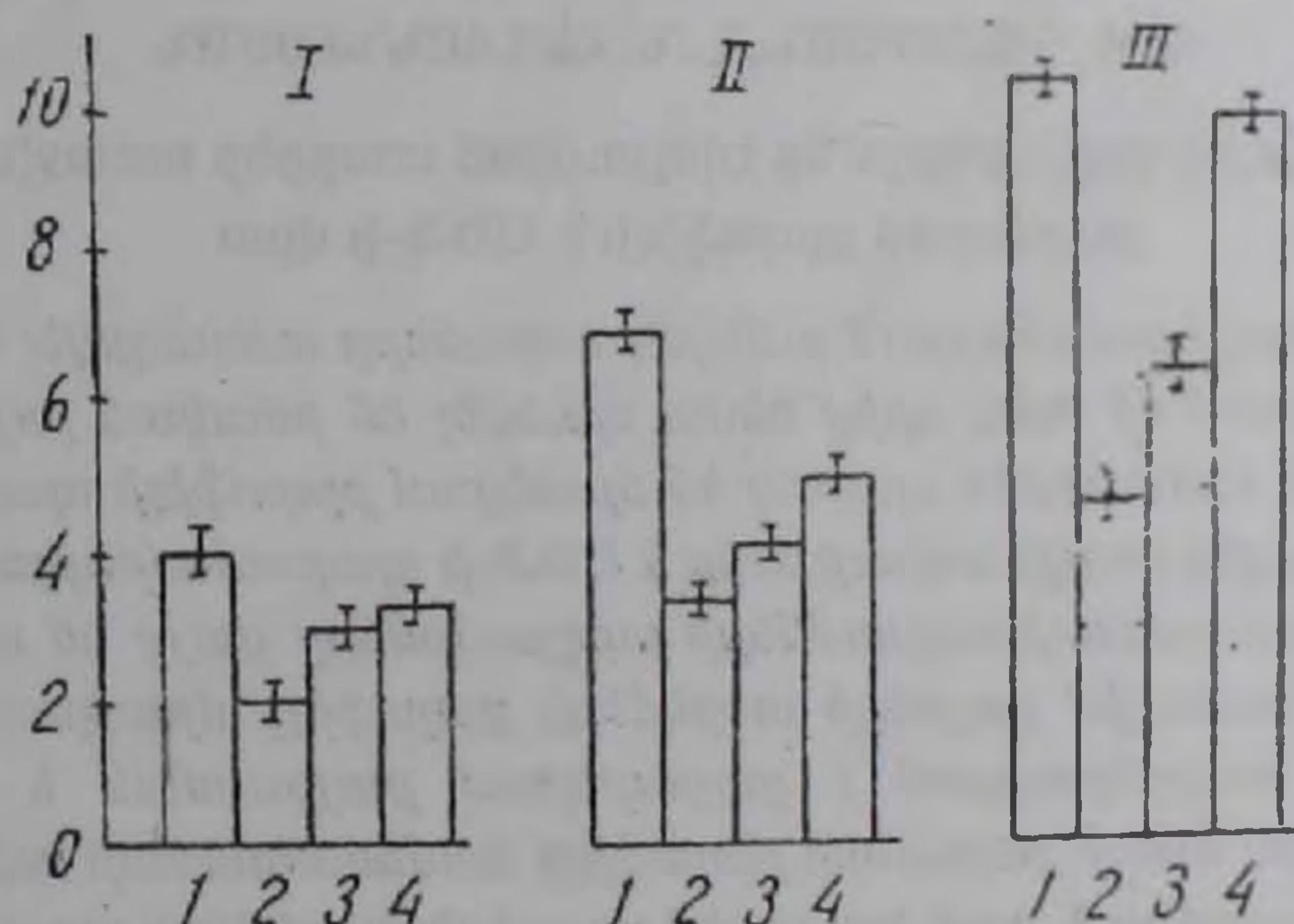


Рис.3. Влияние светового фактора на процесс восстановления количества АТФ в листьях различных жизненных форм: I – контроль; 2 – 48 ч темноты; 3 – 2 ч света; 4 – 6 ч света; I – деревья; II – кустарники; III – травы. По оси ординат – мкг/г сырого вещества.

Столь же примечательной оказалась изменчивость содержания АТФ в листьях опытных растений. Как видно из диаграммы (рис.3), наибольшее содержание АТФ обнаружено в контрольных листьях травянистых видов, минимальное – у древесных. После перенесения растений из темноты в условия естественного света через 6 ч имело место полное восстановление содержания АТФ у трав. В листьях деревьев за этот промежуток времени полного

восстановления АТФ не отмечалось. Заметное количественное преобладание АТФ и высокая активность ее синтеза в листьях травянистых в условиях света свидетельствует как о повышенной их обеспеченности этим высокомолекулярным энергетическим соединением, так и их жизнедеятельности.

Таким образом, травянистые виды будучи конечным звеном эволюционной цепи покрытосеменных, как мы убеждаемся, отличаются не только физиологической пластичностью в отношении восприятия светового или темнового факторов, но и более слабой прочностью связи хлорофилла с ЛПК, что способствует энергичному распаду хлорофилла в условиях темноты и столь же интенсивному его восстановлению в условиях света.

Теоретический разбор полученных данных приводит нас к выводу о том, что активность распада и синтеза хлорофилла в условиях темноты или света полностью соответствует активности всех без исключения процессов онтогенетического развития данной эволюционной группы покрытосеменных. Травянистые, занимая последнюю ступень эволюционных преобразований покрытосеменных, отличаются более высокой активностью физиологических процессов, которые обеспечивают ускоренный ход генеративного развития и формирования более обильного семенного поколения.

Институт ботаники НАН Армении

Վ. Վ. ՂԱԶԱՐՅԱՆ, Լ. Ն. ՀՈՎՀԱՆՆԻՍՅԱՆ

Մթության և լույսի ազդեցությունը էվոլյուցիոն տարբեր առաջխաղացված բույսերում քլորոֆիլի և ԱԵՖ-ի վրա

Բույսերի նորմալ հաաունություն ունեցող տերևները տեղադրվել են լուսաանթափանցիկ ծրարներում 48 ժամ, որից հետո պահվել են բնական լույսի պայմաններում 2, 4 և 6 ժամ: Այնուհետև որոշվել են նրանցում քլորոֆիլի պարունակությունն ու լիպոպրոտեիդային կապի ամրությունը և ԱԵՖ-ի պարունակությունը:

Կատարված ուսումնասիրությունների արդյունքները ցույց են տվել, որ ծառային, թփային ու խոտային բույսերի տերևների քլորոֆիլը մթության և լույսի պայմաններում մեծ տարբերություն է ցուցաբերում քայքայման և վերականգնման առումով: Ծառային ձևերի տերևների քլորոֆիլը համեմատաբար ավելի մեծ դիմացկանություն է ցուցաբերում, քան խոտային բույսերի տերևների քլորոֆիլը:

Քլորոֆիլի քայքայման և վերականգնման պատկերը բոլորովին այլ է: Խոտային ձևերի տերևները լույսի պայմաններում արագությամբ վերականգնում են քլորոֆիլի նախկին պարունակությունը:

Համանման տվյալներ են ստացվել նաև ԱԵՖ-ի պարունակության փոփոխության վերաբերյալ: Խոտային բույսերի մոտ մթության պայմաններում նշված մակրոէրգիկ միացությունը արագ քայքայվում է և նույնքան արագությամբ էլ սինթեզվում լույսի պայմաններում:

ЛИТЕРАТУРА – ՔՐԸՇԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

- ¹ J.W.Biley, J.Arnold Arboretum, v.38, №1, (1957). ² А.Л.Тахтаджян, Основы эволюционной морфологии растений, Л., Изд.АН СССР, 1964. ³ И.Г.Серебряков, Морфология вегетативных органов высших растений, М., Сов. наука, 1952. ⁴ В.О.Казарян, Физиологические аспекты эволюции от древесных к травам, Л., Наука, 1990. ⁵ В.О.Казарян, Г.В.Михаелян, ДАН АрмССР, т.85, №1 (1987). ⁶ А.А.Петренко, Физиолого-биохимические основы регулирования и обмена веществ в растении, Минск, 1981. ⁷ Т.Н.Годнев, Е.Ф.Шаминская, Физиология растений, т.14, вып.1 (1957). ⁸ А.Л.Курсанов, Транспорт ассимилятов в растении, М., Наука, 1976. ⁹ G.Masckiney, J.Biol. Chem., v.140, №1 (1941). ¹⁰ О.П.Осипова, ДАН, СССР, т.57, №8 (1938). ¹¹ М.В.Ладыгина, А.Б.Рубин, Биофизические методы в физиологии растений, М., Наука, 1971.

ФИЗИОЛОГИЯ РАСТЕНИЙ

УДК 581.132: 581.193

В. А. Давтян

О качественном различии ксилемного сока и его влиянии на фотосинтез у разновозрастных деревьев бука восточного

(Представлено академиком НАН Армении В.О.Казаряном 22/XII 1998)

Одним из характерных показателей поглотительной и метаболической активности корневой системы растений является биохимический состав ксилемного сока (КС). Через него транспортируются в надземные органы разнообразные корневые метаболиты (^{1,2}), вещества гормональной природы (³), минеральные элементы (⁴) и т.п., которые в листьях участвуют в процессах синтеза белков, нуклеиновых кислот, хлорофилла и других соединений.

Метаболическая деятельность корневой системы меняется с возрастом растений. В начальном периоде индивидуальной жизни она характеризуется повышенной физиологической активностью, в дальнейшем, в ходе старения, корневая активность постепенно затухает (²). При этом с возрастом заметно изменяется и биохимический состав КС. У молодых деревьев в КС меньше содержится азота и фосфора и выше активность пероксидазы и полифенолоксидазы, а у старых — наоборот. В результате сухой вес КС молодых деревьев намного меньше, чем у суховершинных, а листья первых отличаются более высокой способностью ассимиляции CO₂ (^{5,6}).

Этот факт дает основание полагать, что между концентрацией КС и интенсивностью фотосинтеза существует обратная связь.

С целью экспериментальной проверки этого предположения нами были определены содержание хлорофилла и интенсивность фотосинтеза листьев молодых деревьев под влиянием КС разновозрастных особей.

Объектом исследования служили молодые (25-30 лет) и суховершинные (220-240 лет) деревья бука восточного (*Fagus orientalis* Lipsky), произрастающих на территории Ноемберянского лесхоза в Армении.

В период интенсивного роста (в начале июля) в 9 ч утра из верхнего яруса стволов трех модельных деревьев по ранее разработанной методике (⁷) собирали КС, в котором немедленно определяли содержание сухих веществ в

вакуум-сушильном шкафу. Одновременно из верхнего яруса рядом стоящих молодых одновозрастных деревьев срезали побеги одинаковой длины и с одинаковым числом листьев и срезанными концами погружали в колбы, наполненные 100 мл КС молодых и суховершинных деревьев. Листья заранее закрывали бумажными светонепроницаемыми пакетами. Спустя 3 ч пакетики снимали и проводили определение содержания хлорофилла по Маккинни (8) и интенсивности фотосинтеза по Чатскому и Славику (9). Повторность определений 4-кратная.

Результаты исследований показали, что старение деревьев приводит к резкому повышению концентрации КС (табл.1).

Таблица 1

Концентрация КС молодых и старых деревьев
бука восточного

Возраст деревьев, лет	Содержание, мг/100 мл (M±m)	
	сухих веществ	зола
25-30	58,3±3,17	16,4±1,66
220-240	120,5±5,55	36,7±1,95

Как следует из приведенных данных, содержание сухих веществ в КС 220-240-летних суховершинных деревьев в 2,06, а зола в 2,23 раза больше, чем в КС молодых особей. Это, видимо, следует объяснить ослаблением избирательной способности корней старых деревьев к разнообразным элементам, растворенным в почвенной воде. Вместе с этим корни старых деревьев должны удовлетворять усиленную потребность ксероморфных листьев в воде. В результате эти листья обогащаются метаболитами и иными веществами, которые в той или иной степени снижают активность фотосинтеза и синтез хлорофилла в листьях. Приведенные в табл.2 данные подтверждают это предположение.

Таблица 2

Содержание хлорофилла и интенсивность фотосинтеза листьев
верхнего яруса разновозрастных деревьев бука восточного*
(M±m)

Возраст деревьев, лет	Высота яруса, м	Содержание хлорофилла в 15 ч, мг/дм ²	Интенсивность фотосинтеза, мг СО ₂ /дм ² ч		Ассимиляци- онное число
			в 12 ч	в 15 ч	
25-30	9,7	5,49±0,15	9,6±0,15	8,3±0,32	1,51
220-240	16,4	4,31±0,10	6,7±0,31	4,6±0,12	1,06

* Освещенность в 12 ч 75,8±7,3, в 15 ч 78,2±5,0 тыс.лк, температура воздуха соответственно 33,3±2,0 и 24,8±1,3°С.

Из данных табл.2 видно, что листья верхнего яруса молодых деревьев содержали намного больше хлорофилла, чем листья суховершинных индивидов. Листья молодых деревьев с высоким содержанием хлорофилла проявляли гораздо большую (на 58,4%) способность ассимиляции СО₂, чем листья старых

особей, что объясняется повышенной “работоспособностью” зеленых пигментов, выражающейся ассимиляционным числом фотосинтеза.

Аналогичные данные получены при погружении срезанных концов листоносных побегов верхнего яруса молодых деревьев как в собственный КС, так и КС старых деревьев. При этом для экспериментальной проверки влияния концентрации КС на ассимиляционную деятельность листьев в исследования включался третий вариант опыта. Он заключался в том, что КС старых деревьев разбавляли водой в 2,06 раза и тем самым его концентрация выравнивалась с таковой у молодых (табл.3).

Таблица 3

Содержание хлорофилла и интенсивность фотосинтеза листьев молодых деревьев бука восточного при погружении в КС разновозрастных деревьев на 3 и 6 ч*

Варианты опыта	Содержание хлорофилла в 15 ч, (M±m)	Интенсивность фотосинтеза, мг СО ₂ /дм ² (M±m)		Ассимиляционное число в 15 ч
		в 12 ч	в 15 ч	
В КС молодых деревьев	5,20±0,12	8,7±0,36	6,8±0,18	1,31
В КС суховершинных деревьев	4,34±0,07	5,4±0,25	3,9±0,18	0,90
В разбавленном КС суховершинных деревьев	4,67±0,11	7,6±0,12	5,3±0,19	1,13

* Условия опыта те же, что и в табл. 2.

Данные табл.3 показывают, что листья молодых деревьев, снабжавшиеся собственным, менее концентрированным КС, содержали намного больше зеленых пигментов и при этом соответственно повышалась активность ассимиляции СО₂. При искусственном же снижении концентрации КС суховершинных деревьев получены промежуточные данные.

Изменение содержания хлорофилла в листьях сочеталось с изменением интенсивности фотосинтеза. В одних и тех же условиях высокую фотосинтетическую активность проявляли листья молодых деревьев, получивших собственный КС, тогда как КС, полученный у суховершинных деревьев, заметно подавлял активность фотосинтеза даже высокожизнеспособных листьев молодых деревьев.

Разбавление КС суховершинных деревьев до концентрации КС молодых, вероятно, ослабляло это влияние, в результате чего значительно усиливалась фотосинтетическая деятельность листьев. При этом, хотя последняя через 3 и 6 ч соответственно на 12,7 и 22% отставала от фотосинтетической деятельности листьев, получивших КС молодых деревьев, тем не менее в указанные периоды опыта на 40,7 и 35,9% превышала таковую листьев, погруженных в неразбавленный КС суховершинных деревьев.

Приведенные в табл.3 данные убеждают в том, что концентрация КС является одним из внутренних факторов, обуславливающих физиологическую активность листьев в ходе индивидуального развития растений.

Полученные данные дают основание полагать, что ассимиляционное число также зависит от возрастного состояния деревьев. Видимо, снабжение листьев менее концентрированным, но физиологически более активным КС молодых деревьев приводит к увеличению доли физиологически активных молекул хлорофилла и ассимиляционного числа и наоборот.

Таким образом, онтогенетическое состояние деревьев в сочетании с соответствующей концентрацией КС играет известную роль в процессах фотосинтетической деятельности листьев. При этом в молодом возрасте растений концентрация КС по вертикали ствола имеет отрицательный, а при старении и возникновении суховершинности положительный градиент, что говорит о его физиологической сущности (5). Она заключается в том, что листья разновозрастных деревьев проявляют неодинаковую потребность к веществам КС. При этом полагается, что листья молодых деревьев поглощают из последнего относительно больше метаболитов и минеральных веществ, нежели воды, тогда как листья старых деревьев, будучи физиологически менее активными и имея более ксероморфную структуру, поглощают больше воды для энергичной транспирации.

Теоретический анализ полученных данных показывает, что одним из неблагоприятных внутренних факторов, приводящих к ослаблению основного процесса жизнедеятельности древесного растения, является концентрация КС. Возрастные изменения приводят к тому, что постепенно изменяется концентрация и качество ксилемного потока, вследствие чего постепенно ослабляется синтез хлорофилла и, соответственно, фотосинтетическая активность листьев.

Институт ботаники НАН Армении

Վ. Ա. ԴԱՎԹՅԱՆ

Արևելյան հաճարենու տարահասակ ծառերի քսիլեմային հյուսի որակական տարբերության և ֆորօսինթեզի վրա նրա ազդեցության մասին

Տերևների ֆունկցիոնալ ակտիվությունը մեծ չափով պայմանավորված է արմատներից ստացված մետաբոլիտների որակական և քանակական կազմով: Եղնելով դրանից ենթադրվել է, որ ծառային բույսերի անհատական զարգացման ընթացքում որոշակի կապ գոյություն ունի արմատների կենսագործունեությունն արտահայտող քսիլեմային հյուսի խտության և տերևների ֆիզիոլոգիական ակտիվության միջև:

Այդ ենթադրությունը ստուգելու նպատակով արևելյան հաճարենու երիտասարդ (25-30 տարեկան) և ծեր, չորագագաթ (220-240 տարեկան) ծառերի բնի վերին հարկից ստացվել է քսիլեմային հյուս, որի խտությունը ծեր անհատների մոտ գերազանցել է երիտասարդներին 2,06 անգամ: Այնուհետև երիտասարդ ծառերի վերին հարկից կտրվել են տերևակիր ընձյուղներ և 3 և 6 ժամ ընկղմվել ինչպես սեփական, այնպես էլ ծեր ծառերից ստացված քսիլեմային հյուսի մեջ: Փորձի երրորդ տարբե-

րակում ծեր ծառերի քսիլեմային հյուսիս խտությունը ջրով 2,06 անգամ նոսրացնելով հասցվել է երիտասարդ ծառերի քսիլեմային հյուսիս խտությանը:

Ուսումնասիրությունների արդյունքները ցույց են տվել, որ քսիլեմային հյուսիս խտությունն իրար ազդում է տերևներում քլորոֆիլի սինթեզի և ֆոտոսինթեզի ակտիվության վրա: Երիտասարդ ծառերի քսիլեմային հյուսիսը նպաստում է այդ պրոցեսների խթանմանը, այն ժամանակ, երբ ծեր անեատները, որոնց բնորոշ է նրա բարձր խտությունը, բացասական կերպով է անդրադառնում նույնիսկ երիտասարդ ծառերի ֆիզիոլոգիապես ակտիվ տերևների ֆունկցիոնալ գործունեության վրա:

Ծեր ծառերի քսիլեմային հյուսիս նոսրացման դեպքում ստացվել են միջանկյալ տվյալներ:

Ստացված արդյունքների տեսական վերլուծությունը ցույց է տալիս, որ ծառային բույսերի տերևների կենսագործունեության համար կարևոր ներքին գործոն է հանդիսանում քսիլեմային հյուսիս խտությունը: Հասակային փոփոխությունները բերում են քսիլեմային հյուսիս խտության և որակի աստիճանական փոփոխմանը, որի հետևանքով տերևներում թուլանում է քլորոֆիլի սինթեզը և ֆոտոսինթեզի ինտենսիվությունը:

ЛИТЕРАТУРА – ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

- ¹ А.Л.Курсанов, Транспорт ассимилятов в растении, М., Наука, 1976. ² В.О.Казарян, Физиологические аспекты эволюции от древесных к травам, Л., Наука, 1990. ³ Т.В. Лухолат, Регуляторы роста древесных растений, М., Лесная промышленность, 1983. ⁴ Н.Th.Wolterbeek, M.de Bruin, M.van Gettevink – Holboorn, Int. Conf. Ahens., v.1, p.521-523, (1985). ⁵ В.О.Казарян, П.А.Хуршудян, В.А.Давтян и др. ДАН АрмССР, т.75, №4, с.186-191 (1982). ⁶ В.О.Казарян, В.А.Давтян, Р.Г.Арутюнян, Тез.докл.Всес.конф. "Проблемы физиологии и биохимии древесных растений", Красноярск, ч.2, с.40, 1982. ⁷ А.И.Федорова, В.О.Казарян, В.А.Давтян, в кн.: Исследование обмена веществ древесных растений, Новосибирск, Наука, с.117-122, 1985. ⁸ G.Mackinney, J. Biol. Chem., v.140, №1, p.315-321, (1941). ⁹ И. Чатский, Б.Славик, Biol. Plantarum. v.2 (2), p.107-112, (1960).

ФИЗИОЛОГИЯ

УДК 611.61.61.617.621

К. В. Казарян, В. Ц. Ванцян, С. В. Фанарджян, А. С. Тираян, Р. Р. Акопян

**Воздействие димедрола на активацию гистаминных
рецепторов мочеочника кошки**

(Представлено академиком НАН Армении В.В.Фанарджяном 10/VIII 1998)

Известно, что гладкомышечная ткань находится под воздействием высоко-специфичных рецепторных молекул, способных регулировать ионные каналы и таким образом контролировать их функции (1,2).

Гистамин относится к группе физиологически активных соединений, способных не только регулировать спонтанную активность, но и непосредственно создавать медленноволновую пейсмекерную активность (3). В частности, для клеток мочеочника под воздействием гистамина специфически увеличивается проводимость мембраны к ионам Na^+ через медленные потенциалчувствительные каналы генеза спонтанной активности (4,5). Специфичная роль гистамина в регуляции электрической активности мочеочника, возможно, обусловлена присутствием в тканях этого органа большого количества mast-клеток, способных выделять гистамин (6,7).

Анализ имеющихся на сегодняшний день литературных данных свидетельствует о наличии трех типов гистаминных рецепторов: H_1 , H_2 , H_3 и реже H_4 в зависимости от воздействия на них специфических блокаторов (8,9). Обнаружение димедрола как блокатора H_1 -рецептора послужило основой для выяснения вопроса о влиянии данного ингибитора на гистаминную регуляцию как медленноволновой, так и быстрой спайковой пейсмекерной активностей мочеочника.

В условиях *in situ* работа выполнена на кошках массой 3-4 кг, наркотизированных нембуталом (50-60 мг/кг). Путем перерезки корешков чревного и тазового нервов мочеочник денервировался. Внутриаартериальную перфузию почек проводили введением стеклянных канюль в почечную артерию и почечную вену соответственно для подачи и оттока растворов. Скорость перфузирующих растворов была постоянной и равнялась 20-25 мл/мин. Температура растворов поддерживалась около 36-37°C.

Активность пейсмекерной области мочеточника регистрировали с помощью монополярного шарикового серебряного электрода, погруженного в участок пиелоуретерального соустья. Распространяющиеся спайковые разряды отводили биполярными электродами из средних отделов мочеточника.

Известно, что пейсмекерная активность гладкомышечных клеток мочеточника представляет собой ритмичные медленноволновые и спайковые изменения мембранного потенциала. Медленные колебания потенциала (рис.1,1 – верхняя кривая) зарождаются в истинной пейсмекерной зоне органа, расположенной в участке пиелоуретерального соустья, на фоне которых возникают спайковые распространяющиеся разряды (¹⁰) (рис.1,1 – средняя и нижняя кривые). При переключении на перфузию раствором Кребса отмечается урежение ритмики (до 3,5-5 раз) и увеличение амплитуды колебаний (от $1,5 \pm 0,2$ до $2,1 \pm 0,2$ мВ) и более четко проявляется двухфазная структура волны сравнительно с кровотоком. Наблюдается заметное ухудшение проводимости (соответственно показателей спайковых разрядов) (рис.1,2).

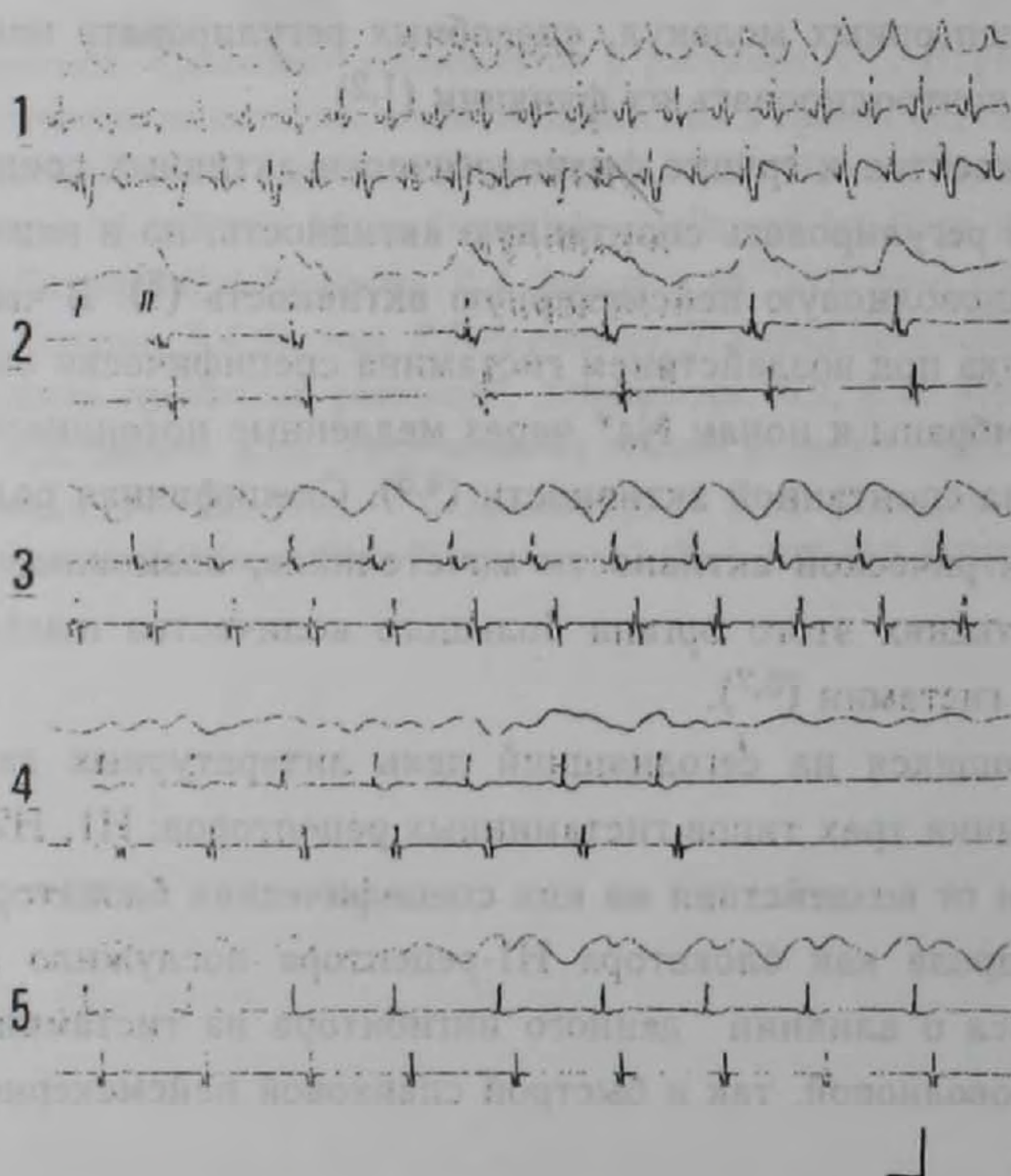


Рис.1. Влияние димедрола на спонтанную активность мочеточника кошки.

Верхняя кривая – пейсмекерная, средняя и нижняя кривые соответственно средняя и околопузырная области мочеточника. 1 – спонтанная активность при кровотоке; 2,3 – перфузия раствором Кребса и введение гистамина;

4 – последующее введение димедрола (10^{-4} моль/л); 5 – восстановление активности в нормальном растворе Кребса. I и II – соответственно первая и вторая фазы волны. Калибровка: 2 с, 2 мВ.

Введение гистамина (10^{-7} - 10^{-4} моль/л) в перфузирующий раствор приближает картину активности к наблюдаемой при кровотоке. При этом отмечается

также выраженная концентрационная зависимость наблюдаемой активации ритмогенеза. На рис.1,3 показаны изменения активности при концентрации гистамина 10^{-5} моль/л. Ритмика электрических волн возрастает в 2,5-3,5 раза по сравнению с раствором Кребса до введения гистамина и несколько урежается (в 0,5-0,7 раза) сравнительно с кровотоком. В дальнейших сериях экспериментов использовалась указанная концентрация гистамина, при которой наблюдается наиболее оптимальная картина регуляции активности.

Выявление роли H1-гистаминного рецептора в модуляции спонтанной активности мочеточника проводили при последующем введении в гистаминный раствор димедрола. Исходя из данных литературы (11,12) в работе использованы концентрации димедрола 10^{-6} - 10^{-4} моль/л. Введение 10^{-6} моль/л димедрола практически не повлияло на регуляцию активности гистамином (рисунок не приводится).

Использование более высокой концентрации димедрола (10^{-4} моль/л) минуты через 2-3 приводит к полному ингибированию как медленноволновой активности, так и проходящих спайков (рис.1,4). Последующая отмывка препарата чистым раствором Кребса обратимо восстанавливала активность мочеточника.

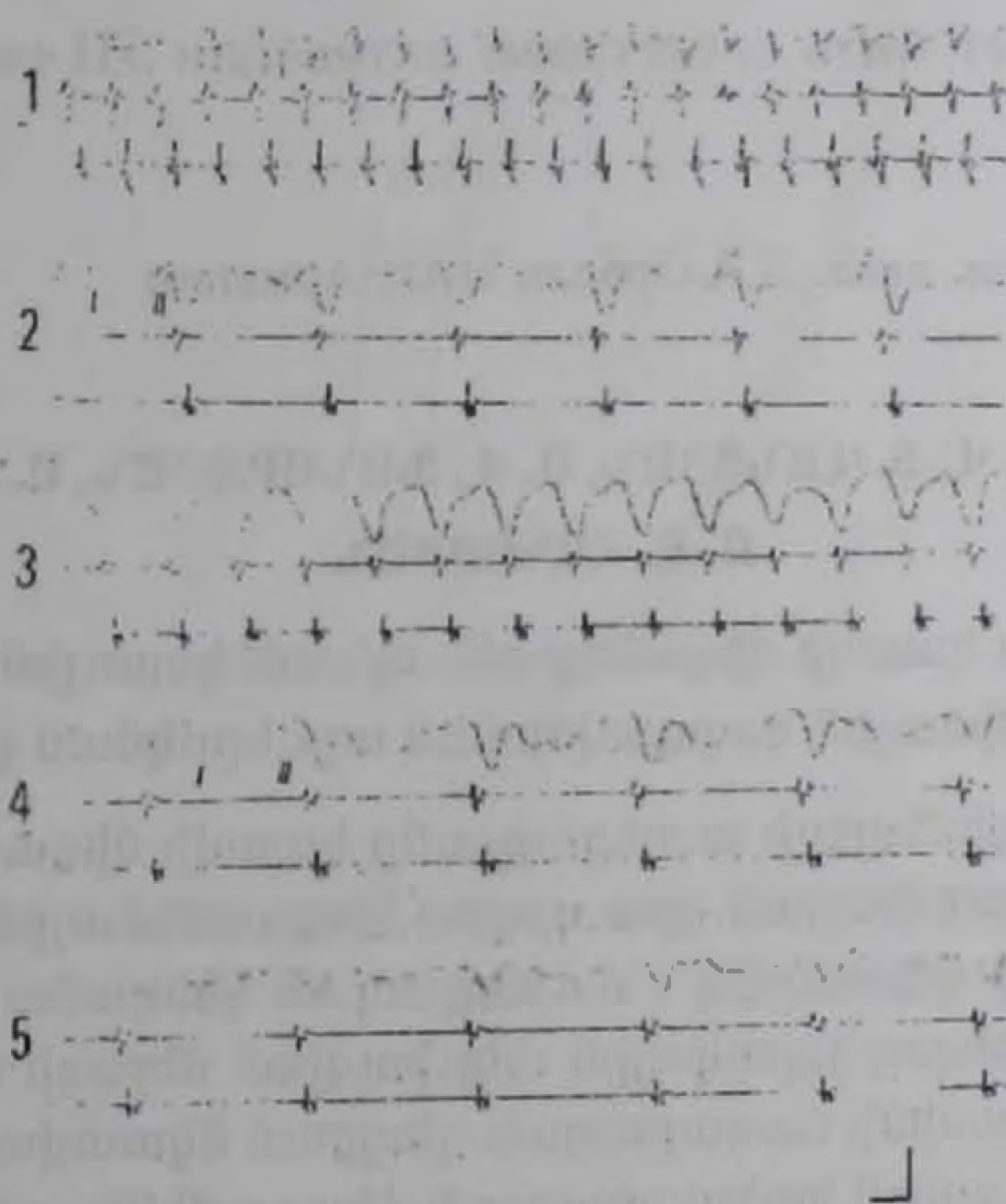


Рис.2. Влияние димедрола на спонтанную активность мочеточника кошки. Верхняя кривая — пейсмекерная, средняя и нижняя кривые соответственно средняя и околопузырная области мочеточника. 1 — спонтанная активность при кровотоке; 2,3 — перфузия раствором Кребса и введение гистамина; 4 — последующее введение димедрола ($0,5 \cdot 10^{-6}$ моль/л); 5 — восстановление активности в нормальном растворе Кребса. I и II — соответственно первая и вторая фазы волны. Калибровка: 2 с, 2 мВ.

Приведенные результаты свидетельствуют о концентрационной зависимости ингибиторного влияния димедрола на регуляторную роль гистаминных рецепторов. В связи с этим в последующей серии экспериментов мы попыта-

лись выявить условия, при которых возможно подавление возбуждающего действия гистамина.

Исследование концентрационной зависимости пейсмекерной активности от наличия димедрола в перфузирующем растворе показало, что $0,5 \cdot 10^{-6}$ моль/л димедрола способно нейтрализовать гистаминную активацию медленноволновой активности мочеочника кошки (рис.2). Как видно из сравнения кривых (рис.2,2 и рис.2,4), наблюдается обратимое возвращение активности к отмеченной ранее.

Анализ имеющихся на сегодняшний день литературных данных показал, что H1-гистаминные рецепторы способны значительно увеличивать внутриклеточную концентрацию ионов Ca^{++} на ряде гладкомышечных образований, и в том числе в культуре клеток мочевого пузыря (¹³). Вместе с тем известно, что спонтанная активность мочеочника является результатом взаимодействия нескольких электрогенных ионных механизмов, обеспечивающих цикл перемещения ионов Ca^{++} , Na^{+} и K^{+} между клеткой и средой (¹⁴). В таком случае увеличение внутриклеточной концентрации Ca^{++} может привести к стимуляции данного цикла (^{15,16}) и, как следствие, учащению ритмогенеза. Описанная в работе регуляция медленноволновой пейсмекерной активности мочеочника кошки может быть следствием активации H1-гистаминных рецепторов.

Институт физиологии им. акад. Л.А.Орбели НАН Армении

**Ք. Վ. ՂԱԶԱՐՅԱՆ, Վ. Ց. ՎԱՆՅՅԱՆ, Ս. Վ. ՖԱՆԱՐՋՅԱՆ, Ա. Ս. ՏԻՐԱՅԱՆ,
Ռ. Ռ. ՀԱԿՈԲՅԱՆ**

**Դիմեղրոլի դերը կատվի միզածորանի պեյսմեկերային ակտիվության
հիստամինային կարգավորման արգելակման գործում**

Ուսումնասիրվել է դիմեղրոլի ազդեցությունը կատվի միզածորանի դանդաղալիքային ինքնաբուխ ակտիվության վրա որպես հիստամինային H1-ռեցեպտորի արգելակիչ: Աշխատանքը կատարվել է ամբողջական կենդանու վրա Կրեբսի նորմալ լուծույթով երիկամի ներզարկերակային պերիտոզիոն մեթոդի օգնությամբ: Պերիտոզիոն լուծույթում հիստամինի առկայության դեպքում նկատվում է ռիթմոգենեզի ակտիվության կոնցենտրացիոն կախվածություն: Հիստամինի օգնությամբ ձևի և ռիթմի փոփոխությունը, լուծույթում դիմեղրոլի ավելացումից հետո, նույնպես կախված է արգելակիչի կոնցենտրացիայից (10^{-7} - 10^{-4} մոլ/լ): Այդ դեպքում նկատվում է ինչպես ակտիվության անփոփոխելիության պահպանում, այնպես էլ ալիքի, և համապատասխանաբար, սպայկային ալիքի լրիվ անհետացում: Բացահայտվել է դիմեղրոլի որոշակի կոնցենտրացիա ($0,5 \cdot 10^{-6}$ մոլ/լ), որը չեզոքացնում է դանդաղալիքային ակտիվության հիստամինային կարգավորումը: Ցույց է տրվել, որ հիստամինային մոդուլացիայի, ինչպես նաև կատվի միզածորանի պեյսմեկերային ակտիվության, դանդաղալիքային նատրիումի գենեզի մեխանիզմների գործում ընդգրկված են H1-ռեցեպտորները:

ЛИТЕРАТУРА – ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

- ¹ М.Ф.Шуба, Физиол.журн. АН УССР, т.27 (6), с.533-541 (1981). ² Т.В.Bolton, *Physiol.Rev.*, v.59 (3), p.606-718 (1979). ³ С.Т.Kirkpatrick, *J.Physiol. (L.)*, v.244, p.263-286 (1975). ⁴ М.Ф.Шуба, *J.Physiol. (L.)*, v.264 (3), p.853-864 (1977). ⁵ К.В.Казарян, В.Ц.Ванцян, А.С.Тираян и др., Физиол.журн. им. И.М.Сеченова, т.83 (8), с.121-126 (1997). ⁶ А.Soll, М.Тоomey, D.Gulp e.a., *Am.J.Physiol.*, v.254: p.G.40-47 (1988). ⁷ L.Ugaily-Thuoesius, O.Thuiesius, M.Angelo-Khattar e.a., *Urol.Res.*, v.16, p.287-293 (1988). ⁸ Т.Takeda, Y.Yamashita, S.Shimazaki e.a., *J.Cell.Sci.*, v.101 (pt4), p.745-750 (1992). ⁹ М.Oike, К.Kitamura, Н.Kuriyama, *J.Physiol. (L.)*, v.448, p.133-152 (1992). ¹⁰ С.А.Бакунц, Вопросы физиологии мочеточников, Л., 1970. ¹¹ L.Atzori, G.Bannenberg, A.M.Corrada e.a., *Respiration*, v.59 (5), p.272-278 (1992). ¹² R.Seifert, A.Hoer, J.Schwaneer e.a., *Mol.Pharmacol.*, v.42 (2), p.235-242 (1992). ¹³ P.Chambers, D.E.Neal, J.I.Gillespie, *Exp.Physiol.*, v.81 (4), p.553-564 (1996). ¹⁴ К.В.Казарян, S.М.Мартirosou, N.И.Маркевич, *BEBO*, v.22, p.175-186 (1989). ¹⁵ Т.Ashida, М.Blaustein, *J.Physiol. (L.)*, v.392, p.617-635 (1987). ¹⁶ J.B.Smith, L. Smith, *J.Biological Chemistry*, v.262 (36), p.17455-17460 (1987).