

ԶԵԿՈՒՅՑՆԵՐ
ДОКЛАДЫ

LXXXV, № 2

1987

Խմբագրական կոլեգիա

Դ. Ա. ԱՐՁՈՒՄԱՆՅԱՆ, տեխն. գիտ. բեկնածու (պատ. ֆաբրիկար), Է. Դ. ԱՅՐԻԿՅԱՆ, ՀՍՍՀ ԳԱ ակադեմիկոս, Ա. Թ. ԲԱՐԱՅԱՆ, ՀՍՍՀ ԳԱ ակադեմիկոս, Ա. Հ. ԳԱՐՐԻՆԵԼՅԱՆ, ՀՍՍՀ ԳԱ ակադեմիկոս, Ա. Ա. ԹԱԼԱԼՅԱՆ, ՀՍՍՀ ԳԱ քղբ. առդամ, Վ. Հ. ՀԱՄԲԱՐՉՈՒՄՅԱՆ, ակադեմիկոս, Վ. Հ. ՂԱԶԱՐՅԱՆ, ՀՍՍՀ ԳԱ ակադեմիկոս (պատ. խմբագրի տեղակալ), Վ. Գ. ՄԽԻԹԱՐՅԱՆ, ՀՍՍՀ ԳԱ քղբ. առդամ, Գ. Ս. ՍԱՀԱԿՅԱՆ, ՀՍՍՀ ԳԱ ակադեմիկոս, Օ. Մ. ՍԱՊՈՆԺՅԱՆ, ՀՍՍՀ ԳԱ քղբ. առդամ, Դ. Մ. ՍԵԴՐԱԿՅԱՆ, ՀՍՍՀ ԳԱ քղբ. առդամ (պատ. խմբագիր), Մ. Լ. ՏԵՐ-ՄԻՔԱՅԵԼՅԱՆ, ՀՍՍՀ ԳԱ ակադեմիկոս, Վ. Բ. ՖԱՆԱՐԺՅԱՆ, ՀՍՍՀ ԳԱ ակադեմիկոս:

Редакционная коллегия

В. А. АМБАРЦУМЯН, академик, Г. А. АРЗУМАНЯН, канд. техн. наук (отв секретарь), Э. Г. АФРИКЯН, академик АН АрмССР, А. Т. БАБАЯН, академик АН АрмССР, А. А. ГАБРИЕЛЯН, академик АН АрмССР, В. О. КАЗАРЯН, академик АН АрмССР (зам. отв. редактора), В. Г. МХИТАРЯН, чл.-корр. АН АрмССР, Г. С. СААКЯН, академик АН АрмССР, О. М. САПОНДЖЯН, чл.-корр. АН АрмССР, Д. М. СЕДРАКЯН, чл.-корр. АН АрмССР (отв. редактор), А. А. ТАЛАЛЯН, чл.-корр. АН АрмССР, М. Л. ТЕР-МИКАЕЛЯН, академик АН АрмССР, В. В. ФАНАРДЖЯН, академик АН АрмССР.

ՀԱՅԿԱԿԱՆ ՍՍՀ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԿԱԴԵՄԻԱՅԻ ՀՐԱՏԱՐԱԿՉՈՒԹՅՈՒՆ

ԵՐԵՎԱՆ

ЕРЕВАН

Доклады Академии наук Армянской ССР, 1987, т. 85, № 2, с. 49—96

ԲՈՎԱՆԴԱԿՈՒԹՅՈՒՆ

ՄԱԹԵՄԱՏԻԿԱ

- Ս. Ս. Սարգսյան—Մի քանի կոմպլեքս փոփոխականների ֆունկցիաների կարգի մասին և մասնակի ածանցյալներով հանրահաշվական դիֆերենցիալ հավասարումների ամբողջ լուծումների կարգի գնահատումը 51
- Ս. Ն. Մարկոսյան, Գ. Ս. Գաուպարյան—Բերժի հիպոթեզի մասին 56
- Ս. Հ. Մառտիրոսյան—Խույլ գրգռված գառայան պիսյան դաշտի անալիտիկ կախվածությունը գրգռման պարամետրերից 60
- Ս. Կ. Կյուրեղյան—Վարչամովի մի թեորեմի կիրառության մասին 64

ՇԻՆԱՐԱՐԱԿԱՆ ՄԵՆԱՆԻԿԱ

- Ռ. Ա. Կոտիկյան—Հնդկայնական ամրոնավորման ազդեցությունը բարձրահարկ շենքերի երկաթբետոնյա կոշտության միջուկների լարվածային-դեֆորմացված վիճակի վրա 69

ՖԻԶԻԿԱ

- Մ. Ա. Անդրիասյան, Ռ. Բ. Կոստանյան—Մղման էներգիայի սպեկտրալ բաղադրության ազդեցությունը էրբիումային լազերի էֆեկտիվության վրա 75

ԲԻՈՖԻԶԻԿԱ

- Մ. Ա. Սարգսյան, Ս. Է. Հակոբով, Բ. Գ. Բալայան—Մարդու միջին ուղեղային զարկերակների բիոմեխանիկական հատկությունների հետազոտությունը և առանձնահատկությունները ուղեղի ինֆարկտի դեպքում 78

ՄՈՐՖՈԼՈԳԻԱ

- Հ. Մ. Զիլինգարյան, Ջ. Հ. Մառտիրոսյան, Ի. Բ. Մելիֆսեթյան—Բջջային օրթոֆոսֆատների հիստոքիմիական ուսումնասիրությունը կառավի ուղեղի նյարդային բջիջներում ֆորմալինով ֆիքսված կտրվածքների վրա 83
- Վ. Ի. Պողոսյան—Կառվի կողմնային վնասվածությամբ կորիզի աֆերենտ մուտքերը 87

ՖԻԶԻՈԼՈԳԻԱ

- Հ. Պ. Քոստյան, Ա. Հ. Բաճախյան—Կամրջի նախաուղեղիկային փոխարկող գոյակցությունների ներդրումային կազմակերպության համեմատական վերլուծությունը 92

СОДЕРЖАНИЕ

МАТЕМАТИКА

- С. Ц. Саркисян*—О порядке роста целых функций многих переменных и оценка порядка целых решений алгебраических дифференциальных уравнений в частных производных 51
- С. Е. Маркосян, Г. С. Гаспарян*—О гипотезе Бержа 56
- М. Р. Мартиросян*—Об условиях аналитической зависимости слабо возмущенного гауссовского гиббсовского поля от параметров возмущения . . . 60
- М. К. Кюрегян*—Об одном приложении теоремы Варшавова 64

СТРОИТЕЛЬНАЯ МЕХАНИКА

- Р. А. Котикян*—Влияние поперечного армирования на напряженно-деформированное состояние железобетонных ядер жесткости многоэтажных зданий 69

ФИЗИКА

- М. А. Андриасян, Р. Б. Костанян*—Влияние спектрального состава накачки на эффективность эрбиевого лазера 75

БИОФИЗИКА

- М. А. Саркисян, С. Э. Акопов, Б. Г. Балаян*—Исследование биомеханических свойств среднемозговых артерий человека и их особенностей при инфаркте мозга 78

МОРФОЛОГИЯ

- А. М. Чилингарян, Дж. Мартиросян, И. Б. Меликсетян*—Гистохимическое изучение клеточных ортофосфатов в нейронах мозга кошки на срезах из формалинфиксированного материала 83
- В. И. Погосян*—Источники афферентных входов латерального вестибулярного ядра кошки 87

ФИЗИОЛОГИЯ

- О. П. Косоян, А. О. Бантикян*—Сравнительный анализ нейронной организации предмозжечковых релейных образований моста 92

C O N T E N T S

MATHEMATICS

	P.
<i>S. Ts. Sarkisian</i> —On the order of growth of meromorphic functions and asymptotic properties of meromorphic solutions of algebraic differential equations.	51
<i>S. E. Markosian, G. S. Gasparian</i> —On the conjecture of Berge . . .	56
<i>M. H. Martirosian</i> —On analytic dependence of the weak perturbed caustic field of perturbation parameters.	60
<i>M. K. Kureghian</i> —An application of Varshamov's theorem . . .	64

ENGINEERING MECHANICS

<i>R. A. Kotikian</i> —Effect of shaft transverse reinforcement on the stress and strain state of multistorey reinforced concrete cores	69
---	----

PHYSICS

<i>M. A. Andriasian, R. B. Kostanian</i> —The influence of pump spectral composition efficiency of erbium laser	75
---	----

BIOPHYSICS

<i>M. A. Sarkisian, S. E. Akopov, B. G. Balayan</i> —The study of biomechanical properties of middle-cerebral artery and their peculiarities under condition of cerebral infarction	78
---	----

MORPHOLOGY

<i>A. M. Chilingarian, J. A. Martirosian, I. B. Meliksetian</i> —Histochemical investigation of cell orthophosphate in the neurons of cat's brain in section of formaline fixed materials	83
<i>V. I. Pogosian</i> —Afferent inputs of the cat's lateral vestibular nucleus .	87

PHYSIOLOGY

<i>H. P. Kosoyan, A. H. Bantikian</i> —Comparative analysis of neuronal organization of precerebellar pontine relay nuclei	92
--	----

Техн. редактор Азизбекян Л. А.

Сдано в набор 16.06. 1987 г. Подписано к печати 30.09. 1987 г. ВФ 08308

Бумага № 2, 70 × 108¹/₁₆. Высокая печать. Печ. лист 3,0. Усл. печ. л. 4.2.

Учетно-изд. л. 3,36. Тираж 460. Заказ 913. Издат. 7192

Адр. ред.: 375019, Ереван, пр. Маршала Баграмяна, 24-г., II эт., к. 1, т. 27-97-238.

Издательство Академии наук Армянской ССР. 375019, Ереван,
пр. Маршала Баграмяна, 24-г.

Типография Издательства Академии наук АрмССР, 378310, г. Эчмиадзин

УДК 517.53+517.916

МАТЕМАТИКА

С. Ц. Саркисян

О порядке роста целых функций многих переменных и
 оценка порядка целых решений алгебраических дифференциальных
 уравнений в частных производных

(Представлено чл.-корр. АН Армянской ССР Н. У. Аракеляном 1/III 1987)

Целью данной работы является получение аналогов теорем Ви-
 мана—Валирона ⁽¹⁾. Введено понятие порядка роста целых функций
 многих комплексных переменных, обобщающее понятие порядка роста
 целой функции одной переменной.

Далее, полученные теоремы применены для оценки порядка роста
 целых решений алгебраических дифференциальных уравнений в част-
 ных производных.

1. Пусть

$$w(z_1, \dots, z_n) = \sum_{i_1=0}^{\infty} \dots \sum_{i_n=0}^{\infty} a_{i_1, \dots, i_n} \cdot z_1^{i_1} \dots z_n^{i_n} \quad (1)$$

целая трансцендентная функция n комплексных переменных. Обоз-
 начим через $M(r, w) = \max |w(z_1, \dots, z_n)|$ на множестве $\{G: |z_1| = \dots =$
 $= |z_n| = r\}$, а через $m(r, w) = \max_{i_1, \dots, i_n} |a_{i_1, \dots, i_n}| \cdot r^{i_1 + \dots + i_n}$ и назовем максималь-

ным членом w на G . Ясно, что $m(r, w)$ существует и достигается на
 конечном множестве членов ряда (1). Пусть $m(r, w)$ достигается
 на конечном множестве $\{i_{k_1}, \dots, i_{k_n}\}$. Обозначим через $\nu(r, w) =$
 $= \max(i_{k_1} + \dots + i_{k_n})$ и назовем центральным индексом w на G .

Существует несколько определений максимального члена и цен-
 трального индекса (см. ^(2,3)).

С помощью этих понятий получен ряд результатов, среди которых
 важнейшими являются следующие теоремы (см. еще ⁽⁴⁾).

Теорема 1. Пусть $w(z_1, \dots, z_n)$ — целая трансцендентная
 функция и $|w(\xi_1, \dots, \xi_n)| = M(r, w)$, $|\xi_1| = \dots = |\xi_n| = r$, тогда при $r \geq 0$
 вне некоторого множества конечной логарифмической меры по r
 имеют место

$$\nu(r, w) < A [\ln m(r, w)]^{1+\delta_1}; \quad (2)$$

$$m(r, w) \leq M(r, w) \leq B \cdot m(r, w) [\ln m(r, w)]^{\frac{3}{2} + \delta_1}; \quad (3)$$

$$\lim_{r \rightarrow \infty} \left[\frac{\sum_{i=1}^n \xi_i w'_{z_i}(\xi_1, \dots, \xi_n)}{\nu(r, w) \cdot w(\xi_1, \dots, \xi_n)} \right] = 1, \quad (4)$$

причем

$$\lim_{r \rightarrow \infty} \frac{\xi_i \omega'_{z_i}(\xi_1, \dots, \xi_n)}{\nu(r, \omega) \cdot \omega(\xi_1, \dots, \xi_n)} = \vartheta_{0, \dots, 1, \dots, 0}, \quad (5)$$

где $A=A(\delta)$, $B=B(\delta)$ постоянные, $\delta > 0$ сколь угодно малая величина, $0 \leq \vartheta_{0, \dots, 1, \dots, 0} \leq 1$ ($i=1, \dots, n$), $\vartheta_{1, 0, \dots, 0} + \dots + \vartheta_{0, 0, \dots, 1} = 1$.

Теорема 2. Пусть $\omega(z_1, \dots, z_n)$ — целая трансцендентная функция и $|\omega(\xi_1, \dots, \xi_n)| = M(r, \omega)$, $|\xi_1| = \dots = |\xi_n| = r$, тогда при $r \geq 0$ вне некоторого множества конечной логарифмической меры по r имеет место

$$\lim_{r \rightarrow \infty} \frac{\xi_1^{p_1} \dots \xi_n^{p_n} \cdot \omega_{(\xi_1, \dots, \xi_n)}^{(p_1 + \dots + p_n)}}{[\nu(r, \omega)]^{p_1 + \dots + p_n} \cdot \omega(\xi_1, \dots, \xi_n)} = \vartheta_{p_1, \dots, p_n}, \quad (6)$$

где $p_i \geq 0$ ($i=1, 2, \dots$) конечные целые, а $0 \leq \vartheta_{p_1, \dots, p_n} \leq 1$ — постоянные числа. В частности, при $n=2$

$$\vartheta_{p, 0+p_1} \vartheta_{p_1-1, 1} + \frac{p_1(p_1-1)}{1 \cdot 2} \vartheta_{p_1-2, 2} + \dots + \vartheta_{0, p_2} = 1. \quad (7)$$

Имея в виду более общие ситуации, введем следующие обозначения. Обозначим через

$$S(z_1, \dots, z_n) = \frac{z_1 \omega'_{z_1}}{\omega(z)} + \dots + \frac{z_n \omega'_{z_n}}{\omega(z)} \quad (8)$$

и назовем S -характеристикой функции ω .

В этих обозначениях из теорем 1 и 2 получаем: если $\omega = \omega(z_1, \dots, z_n)$ — целая трансцендентная функция, то вне некоторого множества конечной логарифмической меры по r , на множестве $\{X_\omega : |\xi_1| = \dots = |\xi_n| = r, |\omega(\xi_1, \dots, \xi_n)| = M(r, \omega)\}$

$$S(\xi_1, \dots, \xi_n) = \nu(r, \omega) + \delta(r); \quad (9)$$

$$\omega_{(\xi_1, \dots, \xi_n)}^{(k_1 + \dots + k_n)} = \frac{S_{(\xi_1, \dots, \xi_n)}^{k_1 + \dots + k_n}}{\xi_1^{k_1} \dots \xi_n^{k_n}} \cdot \omega(\xi_1, \dots, \xi_n) (1 + \varepsilon(\xi_1, \dots, \xi_n)), \quad (10)$$

где $\delta(r)$ и $\varepsilon(\xi_1, \dots, \xi_n) \rightarrow 0$ при $r \rightarrow \infty$.

Определение 1. Будем говорить, что аналитическая функция $\omega(z_1, \dots, z_n)$ принадлежит классу $S(x)$, если существует неограниченное множество $X_\omega = \{\xi_1, \dots, \xi_n : |\xi_1| = \dots = |\xi_n| = r\}$ такое, что при любых натуральных $k_1 \geq 0, \dots, k_n \geq 0$

$$\lim_{r \rightarrow \infty} \left\{ \frac{\xi_1^{k_1} \dots \xi_n^{k_n}}{S^{k_1 + \dots + k_n}(\xi_1, \dots, \xi_n)} \cdot \frac{\omega_{(\xi_1, \dots, \xi_n)}^{(k_1 + \dots + k_n)}}{\omega(\xi_1, \dots, \xi_n)} \right\} = \vartheta_{p_1, \dots, p_n}, \quad (11)$$

где $\vartheta_{p_1, \dots, p_n} = \text{const}$, $(\xi_1, \dots, \xi_n) \in X_\omega$.

Множество X_ω назовем характеристическим множеством, а функцию $\omega = \omega(z_1, \dots, z_n)$ S -целой функцией.

Определение 2. Пусть $\omega(z_1, \dots, z_n)$ S -целая функция. S -порядком ω назовем

$$\rho_S = \overline{\lim}_{r \rightarrow \infty} \frac{\ln |S(\xi_1, \dots, \xi_n)|}{\ln r}, \quad (\xi_1, \dots, \xi_n) \in X_\omega, \quad (12)$$

где $S(z_1, \dots, z_n)$ S -характеристика, а X_w — характеристическое множество функции w .

Если w целая функция, то из (2), (3) и (9) получаем, что $w \in S(X)$, т. е. S -целая функция, и ее S -порядок равен

$$\rho_S = \overline{\lim}_{r \rightarrow \infty} \frac{\ln \ln M(r)}{\ln r},$$

т. е. S -порядок функции w отождествляется с обычным порядком функции $M(r, w)$.

2. Приведем некоторые теоремы, которые показывают, как можно исследовать рост решения дифференциальных уравнений в частных производных с помощью приведенных выше понятий и теорем.

Рассмотрим дифференциальное уравнение в частных производных

$$F\left(z_1, \dots, z_n, \frac{\partial w}{\partial z_1}, \dots, \frac{\partial w}{\partial z_n}, \dots, \frac{\partial^k w}{\partial z_n^k}\right) = 0, \quad (13)$$

где F — многочлен от своих переменных и неприводим.

Если $w(z_1, \dots, z_n) \in S(X)$, из (11) следует

$$w_{z_1^{k_1} \dots z_n^{k_n}}^{(k_1 + \dots + k_n)}(\xi_1, \dots, \xi_n) = c_{k_1, \dots, k_n} \left(\frac{S^{k_1 + \dots + k_n}(\xi_1, \dots, \xi_n)}{\xi_1^{k_1} \dots \xi_n^{k_n}} \right) w(\xi_1, \dots, \xi_n) (1 + \varepsilon(\xi_1, \dots, \xi_n)), \quad (14)$$

где $\xi_1, \dots, \xi_n \in X_w$, $\varepsilon_k(\xi_1, \dots, \xi_n) \rightarrow 0$ при $|\xi_1| = \dots = |\xi_n| = r \rightarrow \infty$, т. е.

$$w_{z_1^{k_1} \dots z_n^{k_n}}^{(k_1 + \dots + k_n)} = \beta_{k_1, \dots, k_n}(\vartheta_1, \dots, \vartheta_n) \cdot \left(\frac{S(\xi_1, \dots, \xi_n)}{r} \right)^{k_1 + \dots + k_n} w(\xi_1, \dots, \xi_n) \times \\ \times (1 + \varepsilon(\xi_1, \dots, \xi_n)), \quad (15)$$

где $\vartheta_i = \arg \xi_i (i = 1, \dots, n)$.

При $(z_1, \dots, z_n) \in X_w$, в предположении, что уравнение (13) имеет решение из класса $S(X)$, в силу (15) из (13) получаем

$$O_F(z_1, \dots, z_n, S, w) \equiv F(z_1, \dots, z_n, w, \beta_{1,0,\dots,0} r^{-1} S w, \dots, \beta_{0,0,\dots,k} r^{-k} S^n w) = \\ = 0. \quad (14)$$

$O_F(z_1, \dots, z_n, S, w)$ многочлен относительно S и w , и он неприводим.

В зависимости от поведения S -целого решения уравнения (13) из класса $S(X)$ при $(z_1, \dots, z_n) \in X_w$ и $r \rightarrow \infty$ имеется несколько случаев.

I. Пусть w S -целое решение уравнения (13) из класса $S(X)$ и для него

$$\lim_{|z_1| = \dots = |z_n| = r \rightarrow \infty} w(z_1, \dots, z_n) = \infty, \quad (z_1, \dots, z_n) \in X_w^\infty \subset X_w. \quad (15)$$

Скажем, что S -целое решение уравнения (13) из класса $S(X)$ принадлежит классу $S^\infty(X)$, если для этого решения имеет место (15).

Пусть $O_F(z, S, w)$ — многочлен степени m относительно w . После деления левой и правой части (14) на w^m при $r \rightarrow \infty$ получим асимптотическое уравнение

$$R_F^\infty(r, \vartheta, S) \equiv \sum_{i=0}^q a_{m_i} \cdot r^{m_i} \cdot S^i = 0, \quad (z_1, \dots, z_n) \in X_m^\infty, \quad (16)$$

где m_1, \dots, m_q — действительные числа. $a_{m_j}(\beta)$, $j=1, 2, \dots, q$ — непрерывные функции в любой ограниченной области G комплексного пространства переменных $(\vartheta_1, \dots, \vartheta_n) = \vartheta$. Уравнение (16) назовем характеристическим уравнением, а многочлен R_F^∞ — характеристическим многочленом уравнения (13) на множестве X_w в классе $S^\infty(X)$. В дальнейшем предположим, что многочлен R_F^∞ неприводим. нас будет интересовать асимптотическое поведение решений уравнения (16) при $r \rightarrow \infty$.

Определение. Скажем, что характеристический многочлен $R_F^\infty(r, \vartheta, S)$ уравнения (13)

- 1) вырождается, если он одночлен и в (16) $a_{m_q} \neq 0$,
- 2) не вырождается, если он отличен от одночлена и в (16) $a_{m_q} \neq 0$.

Теорема 1. Пусть задано алгебраическое дифференциальное уравнение (13), где F неприводимый многочлен от своих переменных, и пусть характеристический многочлен R_F^∞ уравнения (6) неприводим, тогда

1) если характеристический многочлен R_F^∞ уравнения (13) вырождается, то уравнение (13) S -целых решений из класса $S^\infty(X)$ не имеет,

2) если характеристический многочлен R_F^∞ уравнения (13) не вырождается, то всякое S -целое решение уравнения (13) из класса $S^\infty(X)$ имеет конечный S -порядок.

Замечание. Условия неприводимости характеристического многочлена, и то, что в (16) $a_{m_q} \neq 0$, в теореме 1 существенны. В противном случае уравнение (13) может иметь S -целые решения как конечного, так и бесконечного S -порядка.

II. Пусть w S -целое решение уравнения (13) из класса $S(X)$ и для него

$$\lim_{|z_1|=\dots=|z_n|=r \rightarrow \infty} w(z_1, \dots, z_n) = 0, \quad (z_1, \dots, z_n) \in X_w^0 \subset X_w. \quad (17)$$

Скажем, что S -целое решение уравнения (13) из класса $S(X)$ принадлежит классу $S^0(X)$, если для этого решения имеет место (17).

Аналог теоремы 1 имеет место и в классе $S^0(X)$, который не будем формулировать.

III. Пусть w S -целое решение уравнения (13) из класса $S(X)$ и для него

$$\lim_{|z_1|=\dots=|z_n|=r \rightarrow \infty} w(z_1, \dots, z_n) = c, \quad 0 < |c| < \infty, \quad z \in X_w^c \subset X_w. \quad (18)$$

Скажем, что S -целое решение уравнения (13) из класса $S(X)$ принадлежит классу $S^c(X)$, если для этого решения имеет место (18).

Аналогично п. I получаем, что S -целые решения уравнения (13) из класса $S^c(X)$ асимптотически равны решениям уравнения

$$R_F^c(r, \vartheta, S) \equiv \sum_{l=0}^q a_{m_l} \cdot r^{m_l} \cdot S^l = 0, \quad (z_1, \dots, z_n) \in X_w^c. \quad (19)$$

Уравнение (19) назовем характеристическим уравнением, а многочлен R_F^c характеристическим многочленом уравнения (13) в классе $S^c(X)$.

Имеет место следующая теорема.

Теорема 2. Пусть задано алгебраическое дифференциальное уравнение (13), где F — неприводимый многочлен от своих переменных, и пусть характеристический многочлен R_F^c уравнения (13) неприводим, тогда

1) если характеристический многочлен R_F^c уравнения (13) вырождается, то уравнение (13) S -целых решений из класса $S^c(X)$ не имеет,

2) если характеристический многочлен R_F^c уравнения (13) не вырождается, то всякое мероморфное решение уравнения (13) из класса $S^c(X)$ имеет конечный S -порядок.

Ереванский политехнический
институт им. К. Маркса

Ս. Մ. ՍԱՐԳՍՅԱՆ

Մի քանի կոմպլեքս փոփոխականների ֆունկցիաների կարգի մասին
և մասնակի ածանցյալներով հանրահաշվական դիֆերենցիալ
հավասարումների ամբողջ լուծումների կարգի գնահատումը

Սույն աշխատանքում ստացված է այսպես կոչված Վիման-Վալիրոնի
մաթսիմալ անդամի տեսության ընդհանրացումը և մտցված է ամբողջ ֆունկ-
ցիաների S -կարգի հասկացությունը: Այնուհետև այս ընդհանրացումը կի-
րառված է հանրահաշվական դիֆերենցիալ հավասարումների ամբողջ
լուծումների կարգի գնահատման համար:

ЛИТЕРАТУРА — ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

- ¹ G. Vallron, Bull. des sciences math., v. 47, p. 177—192 (1923). ² И. Ф. Битлян, А. А. Гольдберг, Вестн. Ленинградского ун-та, т. 13, с. 27—41 (1959).
³ III. И. Стрелиц, Литовский мат. сб. т. 1, II, с. 315—326 (1961). ⁴ С. Ц. Саркисян, в кн.: Некоторые аналоги теорем Вимана—Валирона. Метрические вопросы теории функций. Наукова думка, Киев, 1980.

УДК 519.1

МАТЕМАТИКА

С. Е. Маркосян, Г. С. Гаспарян

О гипотезе Бержа

(Представлено чл.-корр. АН Армянской ССР Р. А. Александрияном 12/III 1987)

В настоящей статье исследуются совершенные графы в связи с сильной гипотезой Бержа: граф совершенный тогда и только тогда, когда граф и его дополнение не содержат нечетных дырок (¹). Доказана ранее высказанная гипотеза (^{2,3}): если критически несовершенный граф (Р-граф) G и его дополнение содержат неполную критическую компоненту, то G — нечетная дырка или ее дополнение. Из этого следует, что нижеприведенные утверждения равносильны гипотезе Бержа.

С1. Граф G совершенный тогда и только тогда, когда критические компоненты любого подграфа полные.

С2. Граф G совершенный тогда и только тогда, когда для любого подграфа $G' \subseteq G$, $k(G') \geq \alpha(G')$, где $k(G')$ — число критических компонент, а $\alpha(G')$ — число независимости G' .

С3. Граф G совершенный тогда и только тогда, когда для любого подграфа $G' \subseteq G$ $k(G') \geq \sigma(G')$, где $\sigma(G')$ — кликоматическое число G' .

Приведем необходимые определения и обозначения. Пусть $G = (V, E)$ — обыкновенный конечный граф, а $\alpha(G)$, $\varphi(G)$, $\chi(G)$, $\sigma(G)$ — соответственно число независимости, плотность, хроматическое число и кликоматическое число. Граф G называется совершенным, если для любого подграфа $G' \subseteq G$, $\chi(G') = \varphi(G')$. Из справедливости первой гипотезы Бержа (^{4,5}) следует что это определение равносильно выполнению условия: $\sigma(G') = \alpha(G')$. G называется Р-графом (критически несовершенным), если он несовершенный, но любой его подграф совершенный. Нечетной дыркой будем называть простой цикл нечетной длины ≥ 5 , который не содержит диагоналей. Ребро $u = (x, y)$ называется критическим, если $\alpha(G \setminus u) > \alpha(G)$. Обозначим через $G_k = (V, E')$, где $E' \subseteq E$, подмножество всех критических ребер. Подграф графа G , порожденный множеством вершин компоненты связности графа G_k , назовем критической компонентой (²). В работах (^{2,3,6-8}) изучаются свойства критических ребер и критических компонент в связи с совершенными графами.

В (^{2,3}) сформулированы две гипотезы, которые вместе взятые равносильны гипотезе Бержа:

С1. Граф совершенный тогда и только тогда, когда критические компоненты любого подграфа полные.

C1¹. Критические компоненты любого подграфа полные тогда и только тогда, когда, граф и его дополнение не содержат нечетных дырок.

В настоящей работе доказывается, что только C1 уже равносильна гипотезе Бержа. Для этого достаточно доказать следующую теорему:

Теорема 1. *Если Р-граф G и его дополнение содержат неполные критические компоненты, то G или нечетная дырка, или ее дополнение.*

До того как перейдем к доказательству этой теоремы, приведем известные основные свойства Р-графов, которые получены в работах (³⁻¹⁰).

A1. Граф G и его дополнение \bar{G} одновременно совершенные или несовершенные (первая гипотеза Бержа), и число вершин Р-графа $|V(G)| = \alpha(G)\varphi(G) + 1$.

A2. В Р-графе вне произвольной клики Q мощности $\varphi(G)$ (φ -клика) есть точно одно независимое множество S мощности $\alpha(G)$ (α -независимое множество) такое, что $S \cap Q = \emptyset$, и наоборот (¹⁰).

A3. Через каждое критическое ребро Р-графа проходит $\varphi(G) - 1$, φ -клик (³).

A4. Если число вершин в критической компоненте Р-графа $\leq \varphi(G)$, то эта компонента полная (полный граф). Любая критическая цепь длины $< \varphi(G)$ (состоящая из критических ребер) порождает полный подграф (⁷).

A5. В Р-графе не существует подмножество, содержащее $\alpha(G) + \varphi(G) - 1$ вершин, пересечение которого непусто с каждой φ -кликой и с каждым α -независимым множеством (⁹).

Переходим к доказательству теоремы 1. Пусть G Р-граф и его дополнение \bar{G} содержит неполную критическую компоненту. Если $\alpha(G) = 2$ или $\varphi(G) = 2$, то теорема верна, так что будем предполагать: $\alpha(G) > 2$, $\varphi(G) > 2$.

Пусть $\alpha = \alpha(G)$, $\varphi = \varphi(G)$, $\bar{\alpha} = \alpha(\bar{G})$, $\bar{\varphi} = \varphi(\bar{G})$. Тогда $\alpha = \bar{\varphi}$, $\varphi = \bar{\alpha}$. Если Р-граф \bar{G} содержит неполную критическую компоненту, то из свойства A4 следует, что существует критическая цепь длины $\alpha = \bar{\varphi}$, $(v_1, v_2), \dots, (v_\alpha, v_{\alpha+1})$, все вершины которой смежны, кроме v_1 и $v_{\alpha+1}$. Для каждого критического ребра (v_i, v_{i+1}) существует независимое множество $\bar{S}_{i,i+1}$ $|\bar{S}_{i,i+1}| = \bar{\alpha} - 1$ такое, что $\bar{S}_{i,i+1} \cup \{v_i\}$ и $\bar{S}_{i,i+1} \cup \{v_{i+1}\}$ $\bar{\alpha}$ -независимые множества. Исходя из свойств Р-графа, нетрудно убедиться, что $\bar{S}_{1,2}, \dots, \bar{S}_{\alpha,\alpha+1}$ попарно не пересекаются и $V(\bar{G}) = \{\bigcup_{i=1}^{\alpha} \bar{S}_{i,i+1}\} \cup \{v_1, v_2, \dots, v_\alpha, v_{\alpha+1}\}$ (⁶).

Из свойства A3 следует, что существует единственная φ -клика Q , которая содержит вершины $v_{i+1}, \dots, v_{\alpha+1}$ и не содержит вершины v_1, \dots, v_i . Очевидно, что единственное $\bar{\alpha}$ -независимое множество вне Q , совпадает с $\bar{S}_{i,i+1} \cup \{v_i\}$. Точно так же α -независимое множество вне Q , $\{v_1, \dots, v_i\} \subseteq Q$, $\{v_{i+1}, \dots, v_{\alpha+1}\} \cap Q = \emptyset$ является $\bar{S}_{i,i+1} \cup \{v_{i+1}\}$.

Вершину v в \bar{G} назовем типа $i, i+1$, если $v \in \{v_i, v_{i+1}\} \cup \bar{S}_{i,i+1}$. Пусть $Q_{i,i+1}$, $i=1, 2, \dots, \alpha$, полные подграфы в G , соответствующие независимым множествам $\bar{S}_{i,i+1}$ в \bar{G} , ребро $(v_1, v_{\alpha+1})$ критическое, $S_{1,\alpha+1} = \{v_2, \dots, v_\alpha\}$, вершины v_i, v_{i+1} не смежны для $i=1, \dots, \alpha$. Вершина v_i с $Q_{i,i+1}$ и вершина v_{i+1} с $Q_{i,i+1}$ образуют φ -клику. G также содержит неполную критическую компоненту, значит, содержит критическую цепь $(u_1, u_2), \dots, (u_\varphi, u_{\varphi+1})$ длины φ . Для любого критического ребра (u_i, u_{i+1}) , $i=1, 2, \dots, \varphi$, в силу АЗ, не может быть, чтобы $u_i \in Q_{k,k+1}$, $u_{i+1} \in Q_{k,k+1} \cup \{v_k, v_{k+1}\}$, так как $u_i \in Q_{k,k+1} \cup \{v_k\}$, $u_i \in Q_{k,k+1} \cup \{v_{k+1}\}$.

Из свойства А4 следует, что если вершина $v_j = u_p$, $v_{j+1} = u_q$, то $p=1$, $q=\varphi+1$, для любого $j=1, 2, \dots, \alpha$. В противном случае вершины v_j и v_{j+1} связаны критической цепью длины $< \varphi$, и они должны быть смежными в силу А4. Если вершины v_j и v_{j+1} принадлежат критической цепи $(u_1, u_2, \dots, u_{\varphi+1})$, то критическая цепь проходит через все вершины $\{v_j\} \cup Q_{j,j+1} \cup \{v_{j+1}\}$.

Значит, могут быть три случая:

1) критическая цепь состоит из вершины v_j , части из $Q_{j-1,j}$ и части $Q_{j,j+1}$;

2) критическая цепь совпадает с подграфом G_k , порожденным вершинами $\{v_j\} \cup Q_{j,j+1} \cup \{v_{j+1}\}$;

3) критическая цепь проходит через ребро $(v_1, v_{\alpha+1})$.

Пусть $S_{i,i+1}$ — независимое множество из $(\alpha-1)$ вершин, соответствующее критическому ребру (u_i, u_{i+1}) , $i=1, 2, \dots, \varphi$. Тогда ясно, что $Q_{j,j+1}$ для любого $j=1, \dots, \alpha$ содержат вершины всех типов, кроме вершины одного типа.

Случай 1. Пусть $u_k = v_j$, $k \neq 1, \varphi+1$ и $j \neq 1, \alpha+1$. Пусть $x_i \in Q_{i-1,i}$, $i=2, \dots, j-1$ вершины типа $k-1, k$, а $y_l \in Q_{l,l+1}$, $l=j+1, \dots, \alpha$ вершины типа $k, k+1$. Не нарушая общности можно предполагать, что $Q_{j,j+1} \neq \{u_{k+1}, \dots, u_{\varphi+1}\}$ (в противном случае $Q_{j-1,j} \neq \{u_1, \dots, u_{k-1}\}$). Легко можно показать, что α -независимое множество вне φ -клики $Q_{j-1,j} \cup \{v_j\}$ есть $\{v_1, \dots, v_{j-1}, u_{k+1}, y_{j+1}, \dots, y_\alpha\}$, а вне φ -клики $Q_{j,j+1} \cup \{v_j\}$ есть $\{x_2, \dots, x_{j-1}, u_{k-1}, v_{j+1}, \dots, v_{\alpha+1}\}$. Берем $P = \{u_k, x_2, \dots, x_{j-1}, y_{j+1}, \dots, y_\alpha, v\} \cup \{(Q_{j-1,j} \cup Q_{j,j+1}) \setminus \{u_\alpha, \dots, u_{\varphi+1}\}\}$, где $v = v_1$, если $j > 2$, и $v = v_{\alpha+1}$, если $j = 2$. Ясно, что $|P| = \alpha + \varphi - 1$. α -независимое множество S в $G \setminus P$ не может быть вне $Q_{j-1,j} \cup \{v_j\}$ или вне $Q_{j,j+1} \cup \{v_j\}$. Значит, S содержит одну вершину из u_2, \dots, u_{k-1} и из $u_{k+1}, \dots, u_{\varphi+1}$, что невозможно. φ -клика Q в $G \setminus P$ не может совпадать с $Q_{j-1,j} \cup \{v_j\}$ или с $Q_{j,j+1} \cup \{v_j\}$. Следовательно, она должна содержать вершину из $v_{j+1}, \dots, v_{\alpha+1}$ и из v_1, \dots, v_{j-1} , значит, $\{v_1, v_{\alpha+1}\} \subset Q$, что опять невозможно. Аналогичным образом доказывается случай 2.

Случай 3. Пусть $v_1 = u_k$, $v_{\alpha+1} = u_{k+1}$. Рассмотрим граф \bar{G} . В нем множества $\{v_1, \dots, v_{\alpha+1}\}$ и $\{u_1, \dots, u_{\varphi+1}\}$ меняются ролями, и теперь уже $\{v_1, \dots, v_{\alpha+1}\}$ критическая цепь, которая не проходит через критическое ребро $(u_1, u_{\varphi+1})$. Так как \bar{G} тоже типа Р, то этот случай мы уже рассматривали. Теорема 1 полностью доказана.

Нетрудно убедиться, что теорема 1 является обобщением теоремы, приведенной в (⁹). Из теоремы 1 следует.

Теорема 2. Утверждение $C1$ равносильно гипотезе Бержа. Покажем, что $C2$ и $C3$ тоже равносильны гипотезе Бержа.

Теорема 3. $C2$ равносильно гипотезе Бержа.

Из справедливости гипотезы Бержа следует $C2$, так как из условия $G' \subseteq G$, $k(G') \geq \alpha(G')$ следует, что G не содержит нечетных дырок и их дополнения. Предположим, что P -граф не содержит нечетных дырок и их дополнения. Тогда, согласно теореме 1, или $k(G) \geq \alpha(G)$, или $k(\bar{G}) \geq \alpha(\bar{G})$. Так как G является P -графом, то для любого $G' \in G$, $k(G') \geq \alpha(G')$ и $k(\bar{G}') \geq \alpha(\bar{G}')$, но это противоречит $C2$.

Теорема 4. $C3$ равносильно гипотезе Бержа.

Доказательство аналогично доказательству теоремы 3.

Ереванский государственный
университет

Ս. Ն. ՄԱՐԿՈՍՅԱՆ, Գ. Ս. ԳԱՍՊԱՐՅԱՆ

Բերժի հիպոթեզի մասին

Հոգվածում ուսումնասիրվում են կատարյալ գրաֆները՝ կապված Բերժի ուժեղ հիպոթեզի հետ՝ գրաֆը կատարյալ է այն և միայն այն դեպքում, երբ գրաֆը և նրա լրացումը չեն պարունակում կենտ խոռոչներ: Ապացուցված է նախկինում ձևակերպված հետևյալ հիպոթեզը՝ եթե կրիտիկական ոչ կատարյալ G -գրաֆը և նրա լրացումը պարունակում են ոչ լրիվ կրիտիկական կոմպոնենտ, ապա G -ն կամ կենտ խոռոչ է, կամ կենտ խոռոչի լրացում: Այստեղից հետևում է, որ հետևյալ պնդումները համարժեք են Բերժի հիպոթեզին:

1. G -գրաֆը կատարյալ է այն և միայն այն դեպքում, երբ նրա կամայական ենթագրաֆի կրիտիկական կոմպոնենտները լրիվ են:

2. G -գրաֆը կատարյալ է այն և միայն այն դեպքում, երբ G -ի կամայական G' ենթագրաֆի համար, $k(G') \geq \alpha(G')$, որտեղ $k(G')$ -ը G' -գրաֆի կրիտիկական կոմպոնենտների թիվն է, իսկ $\alpha(G')$ -ը G' -ի անկախության թիվն է:

3. G -գրաֆը կատարյալ է այն և միայն այն դեպքում, երբ G -ի կամայական G' ենթագրաֆի համար, $k(G') \geq \alpha(G')$, որտեղ $\alpha(G')$ -ը G' -գրաֆի ժածկույթի թիվն է:

ЛИТЕРАТУРА — ԿՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

- ¹ C. Berge, Graphs et hypergraphes. Dunod, Paris, 1970. ² С. Е. Маркосян, ДАН АрмССР, т. 60, № 4 (1975). ³ С. Е. Маркосян, Прикладная математика, 1, Межвуз. сб., ЕрГУ 1981. ⁴ L. Lovasz, and the Perfect Graph Discrete Mathematics, v. 2 p. 253—268 (1972). ⁵ L. Lovasz, Journal of Combinatorial Theory (B), v. 13, p. 95—98 (1972). ⁶ А. С. Маркосян, Ученые записки, ЕГУ, № 1, (1985). ⁷ С. Е. Маркосян, И. А. Каранетян, ДАН АрмССР, т. 63, № 5 (1976). ⁸ С. Е. Маркосян, И. А. Каранетян, Прикладная математика, № 3 Межвуз. сб., ЕрГУ, 1984. ⁹ V. Chvatal, J. Combinatorial Theory (B), v. p. 139—141 (1976). ¹⁰ M. Padberg, Math. Programming, v. 6, p. 180—196 (1974).

УДК 519.248

МАТЕМАТИКА

М. Р. Мартиросян

Об условиях аналитической зависимости слабо возмущенного гауссовского гиббсовского поля от параметров возмущения

(Представлено академиком АН Армянской ССР Р. В. Амбарцумяном 8/V 1987)

Одной из основных задач теории гиббсовских случайных полей является нахождение точек фазового перехода. Известный подход Янга и Ли к решению этой задачи отождествляет точки фазового перехода с предельными точками нулей статистических сумм при стремлении объема к бесконечности. В настоящей заметке рассматриваются малые возмущения (при помощи потенциала U с бесконечным радиусом взаимодействия) гиббсовского гауссовского случайного поля. Указывается условие малости возмущаемого потенциала, при котором статистические суммы не обращаются в ноль. Отсюда вытекает также аналитичность свободной энергии как функции от параметров возмущения.

Пусть Z^v — v -мерная целочисленная решетка с метрикой

$$d(x^{(1)}, x^{(2)}) = \sum_{i=1}^v |x_i^{(1)} - x_i^{(2)}|, \quad x^{(j)} = (x_1^{(j)}, \dots, x_v^{(j)}) \in Z^v, \quad j = 1, 2$$

и R^k — k -мерное линейное пространство со стандартным скалярным произведением. Элементы множества $(R^k)^\Lambda$, $\Lambda \subset Z^v$, будем называть конфигурациями на Λ .

Гауссовское гиббсовское поле в объеме Λ (под объемом понимается конечное подмножество Z^v) задается при помощи теплицевой $k|\Lambda| \times k|\Lambda|$ -матрицы ($|\Lambda|$ — число точек в объеме Λ) Φ^Λ , относительно элементов которой мы будем предполагать, что $\Phi_{s,t}^\Lambda = 0$ при $d(s, t) > r$, где $r > 0$ — фиксированное число (радиус взаимодействия). Кроме того будем считать выполненным так называемое условие „положительности массы“ $Q \sum_{i \in \Lambda} |x_i|^2 \leq \sum_{s,t \in \Lambda} (\Phi_{s,t}^\Lambda x_s, x_t)$ с некоторым $Q > 0$. Пусть

$\Lambda^c = Z^v \setminus \Lambda$, $\partial\Lambda = \{t \in \Lambda^c : \text{dist}(t, \Lambda) \leq r\}$. Для произвольного объема Λ и конфигурации $\tau \in (R^k)^{\partial\Lambda}$ (граничное условие) плотность гауссовского гиббсовского распределения вероятностей в объеме Λ задается формулой

$$P_\tau^\Lambda(x_\Lambda) = [Z_\Lambda(\Phi^\Lambda, \tau)]^{-1} \exp \left\{ -\frac{1}{2} \sum_{s,t \in \Lambda} (\Phi_{s,t}^\Lambda x_s, x_t) - \sum_{s \in \Lambda, u \in \partial\Lambda} (\Phi_{s,u}^\Lambda x_s, \tau_u) \right\},$$

где статистическая сумма

$$Z_{\Lambda}(\Phi^{\Lambda}, \tau) = \int_{(R^k)^{\Lambda}} \exp \left\{ -\frac{1}{2} \sum_{s, t \in \Lambda} (\Phi_{s, t}^{\Lambda} x_s, x_t) - \sum_{s \in \Lambda, u \in \partial \Lambda} (\Phi_{s, u}^{\Lambda} x_s, \tau_u) \right\} dx_{\Lambda}.$$

Плотность P_{τ}^{Λ} можно представить в виде

$$P_{\tau}^{\Lambda}(x_{\Lambda}) = \left(\frac{\det \Phi^{\Lambda}}{\pi^{k|\Lambda|}} \right)^{\frac{1}{2}} \exp \{ -(\Phi^{\Lambda}(x_{\Lambda} - \bar{x}_{\Lambda}(\tau)), x_{\Lambda} - \bar{x}_{\Lambda}(\tau)) \}$$

где $x_{\Lambda} = (x_t, t \in \Lambda)$ и $\bar{x}_{\Lambda}(\tau)$ — решение системы линейных уравнений $\sum_{t \in \Lambda} \Phi_{s, t}^{\Lambda} \bar{x}_t + \sum_{u \in \partial \Lambda} \Phi_{u, s}^{\Lambda} \tau_u = 0, s \in \Lambda$.

Пусть \mathcal{F} — класс всевозможных отображений $F: \bigcup_{A \subset Z^v} (R^k)^A \rightarrow \bigcup_{A \subset Z^v} (R^k)^A$ таких, что $F(x_A) \in (R^k)^A$. Пусть $A \subset Z^v$ и $\sigma \in (R^k)^A$. Обозначим через I_{σ} отображение из класса \mathcal{F} такое, что $I_{\sigma}(x) = x_{B \cap A^c} \cup \sigma_{B \cap A}$ для любых $B \subset Z^v, x \in (R^k)^B$ ($x_{B \cap A^c}, \sigma_{B \cap A}$ — суть ограничения конфигураций x и σ на соответствующие множества). Для произвольного $F \in \mathcal{F}$ через $\text{supp}_{Z^v} F$ обозначим множество всех точек $t \in Z^v$ таких, что для некоторых $A \subset Z^v, t \in A$ и $x_A^{(1)}, x_A^{(2)} \in (R^k)^A$ — конфигураций, отличающихся лишь в точке $t, F(x_A^{(1)}) \neq F(x_A^{(2)})$.

Рассмотрим комплекснозначный потенциал

$$U = \{U_A(x_A), A \subset Z^v, |A| < \infty, x_A \in (R^k)^A\} \quad (1)$$

и для произвольного $F \in \mathcal{F}$ определим потенциал U^F системой равенств $U_A^F(x_A) = U(F(x_A)), A \subset Z^v, |A| < \infty, x_A \in (R^k)^A$. Пусть $V \subset Z^v$ — произвольный объем и $F \in \mathcal{F}$ с $\text{supp}_{Z^v} F \subset V$. Условным гамильтонианом (энергией) для потенциала U (в объеме V , при условии F) назовем величину

$$H_U(x_V|F) = \sum_{A \subset Z^v} U_A^F(x_{A \cap V}). \quad (2)$$

Пусть далее $\tau \in (R^k)^{\partial V}$ — граничное условие. Условной статистической суммой, отвечающей потенциалу U (в объеме V , при условиях F и τ) назовем величину

$$Z_V(U|F, \tau) = \int_{(R^k)^V} \exp \{ -H_U(x_V|F) \} P_{\tau}^V(x_V) dx_V. \quad (3)$$

В соответствии с этим гамильтониан $H_{\Phi+U}(x_V|F, \tau) = H_U(x_V|F) + \frac{1}{2} \sum_{s, t \in V} (\Phi_{s, t}^V x_s, x_t) + \sum_{s \in V, u \in \partial V} (\Phi_{s, u}^V x_s, \tau_u)$ можно трактовать как энергию возмущенного (при помощи потенциала U) гауссовского поля и величину $Z_V(\Phi+U|F, \tau) = Z_V(\Phi^V, \tau) Z_V(U|F, \tau)$ как статистическую сумму, отвечающую потенциалу $\Phi+U$ (в объеме V , при условиях F и τ).

Сформулируем основной результат.

Теорема 1. Пусть потенциал (1) удовлетворяет условию

$$\sum_{A \subset Z^v: t \in A} \|U_A\| \exp \{ \kappa |A| \} < \gamma_t, t \in Z^v, \quad (4)$$

где $\kappa > 0$ — некоторое фиксированное число, $0 \leq \gamma_t < 1, t \in Z^v$, и $\|U_A\| =$

$= \sup_{x_A \in (R^k)^A} |U_A(x_A)|$. Тогда существуют константы C и γ , зависящие лишь от κ и характеристик ν, k, r и Q основного гауссовского поля, такие, что равномерно по всем Λ и внешним условиям $F \in \mathcal{F}$ с $\text{supp}_{Z^\nu} F \subset \Lambda$

$$|\ln Z_\Lambda(U|F, \tau \equiv 0)| \leq C \sum_{t \in \Lambda} \gamma_t, \quad (5)$$

если только $\gamma_t \leq \gamma, t \in Z^\nu$ (логарифм в (5) понимается в смысле главного значения).

Следствие. Пусть потенциал $U(z_1, \dots, z_m)$ зависит от комплексных параметров z_1, \dots, z_m , причем в некоторой области $D \subset \mathbb{C}^m$ значений этих параметров, представляющей собой полукруг с центром в нуле, все функции $U_A(x_A; z_1, \dots, z_m), A \subset Z^\nu, |A| < \infty, x_A \in (R^k)^A$ аналитичны и при $(z_1, \dots, z_m) \in D \cap \mathbb{R}^m$ вещественны. Тогда, если потенциал $U(z_1, \dots, z_m)$ удовлетворяет условию (4) и γ достаточно мало, то свободная энергия

$$F(z_1, \dots, z_m) = \lim_{\Lambda \rightarrow \infty} |\Lambda|^{-1} \ln Z_\Lambda(\Phi + U|F, \tau \equiv 0)$$

существует и является аналитической функцией в D .

Оценка (4) является в некотором смысле неулучшаемой, а именно, справедлива

Теорема 2. Пусть $\varphi: Z^+ \rightarrow R^+$, причем при всех $\kappa > 0$

$$\liminf \varphi(n) \exp\{-\kappa n\} = 0.$$

Тогда для любого $\gamma > 0$ существует потенциал $U^{(\gamma)} = \{U_A^{(\gamma)}(x_A), A \subset Z^\nu, x_A \in (R^k)^A\}$ такой, что

$$\sum_{A: t \in A} \|U_A^{(\gamma)}\| \varphi(|A|) < \gamma, t \in Z^\nu$$

и для некоторой последовательности объемов $\Lambda_n \rightarrow \infty$ (в смысле Ван Хова)

$$Z_{\Lambda_n}(\Phi + U|F_{\Lambda_n}^0, \tau \equiv 0) = 0,$$

где $F_{\Lambda_n}^0, n = 1, 2, \dots$ таковы, что ограничение любой конфигурации $F_{\Lambda_n}^0(x_A)$ на Λ_n^c равно 0.

Доказательство теоремы 1 основано на получении индуктивных (по величине объема) оценок статистических сумм и соотношений между ними.

Отметим, что аналогичный результат для моделей с компактным множеством значений в случае независимого возмущаемого поля был получен ранее в ⁽¹⁾ методом кластерных разложений. Кроме того, в ⁽¹⁾ исследовались возмущения специального вида.

В заключение автор выражает благодарность Р. Л. Добрушину за постановку задачи и полезные обсуждения.

Вычислительный центр
Академии наук Армянской ССР и
Ереванского государственного
университета

Թույլ զրգոված գաուսյան գիբսյան դաշտի անալիտիկ կախվածությունը
զրգուման սլարամետրեներից

Անխատանքում դիտարկվում են Z^γ — γ -չափանի ամբողջաթիվ ցանցի
վրա որոշված պատահական գաուսյան գիբսյան դաշտերի ոչ ֆինիտ զրգը-
ռումները կոմպլեքս-արժեք

$$U = \{U_A(x_A), x_A \in (R^k)^A, \text{card}(A) < \infty\}$$

պոտենցիալի միջոցով: Ցույց է տրվում, որ եթե U գրգռող պոտենցիալը
բավարարում է

$$\sum_{A: i \in A} |U_A| \exp\{z|A|\} < \gamma_i < \gamma$$

պալմանին (ինչ-որ $z > 0$ և γ -ի համար), ապա վիճակագրական գումարը հա-
վասար չէ 0-ի: Այստեղից հետևվում է ազատ էներգիայի գոյությունը: Բացի
այդ, եթե բոլոր $U_A(x_A)$, $A \subset Z^\gamma$, $x_A \in (R^k)^A$ անալիտիկորեն կախված են
 z_1, \dots, z_n պարամետրներից, վերջիններիս փոփոխման $D \subset C^n$ տիրույթում
(D -ն պոլիշրջան է), ապա նույն հատկությամբ օժտված է նաև ազատ
էներգիան:

ЛИТЕРАТУРА — ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

¹ В. А. Малышев, Р. А. Минлос, Гиббсовские случайные поля. Метод кластер-
ных разложений, Наука, М., 1985.

УДК 512.62

МАТЕМАТИКА

М. К. Кюрегян

Об одном приложении теоремы Варшамова

(Представлено чл-корр. АН Армянской ССР Р. Р. Варшамовым 22/V 1987)

Одной из наиболее важных и актуальных проблем современной алгебры является проблема построения неприводимых полиномов высоких степеней в явном виде.

В настоящей работе разработан новый метод построения неприводимых полиномов высоких степеней в явном виде над полями Галуа с помощью результатов Р. Р. Варшамова ^(1,2)

Пусть $GF(q)$ — поле Галуа порядка $q = p^s$, p — простое число, s — натуральное число.

Будем говорить, что степень элемента α над полем $GF(q)$ равна k или же α является собственным элементом поля $GF(q^k)$, если $\alpha \in GF(q^k)$ и $\alpha \notin GF(q^d)$, где d — любой собственный делитель k . В этом случае пишется $\deg_q(\alpha) = k$.

Введем в рассмотрение оператор Варшамова ⁽¹⁾

$$L^{\theta} f(x) = \frac{1}{\theta(x)} \sum_{u=0}^n \sum_{v=0}^m a_u \theta_v x^{vq^u},$$

$$\text{где } f(x) = \sum_{u=0}^n a_u x^u \text{ и } \theta(x) = \sum_{v=0}^m \theta_v x^v (\theta \neq 0), a_u, \theta_v \in GF(q).$$

Пусть $\Sigma_{\sigma} = \{f_1(x), f_2(x), \dots, f_{\sigma}(x)\}$ множество из σ примитивных над полем $GF(2)$ полиномов с попарно взаимно простыми степенями $n_1,$

n_2, \dots, n_{σ} , ($n_i > 1$) соответственно, $T = \prod_{i=1}^{\sigma} (2^{n_i} - 1)$, $\varphi(x)$ — неприводимый в

поле $GF(2)$ полином степени n , $(n, T) = 1$, G_{σ} — совокупность всевозможных последовательностей $\varepsilon = (\varepsilon_1, \varepsilon_2, \dots, \varepsilon_{\sigma})$ длины σ , где $\varepsilon_i = 0$ или 1.

Пусть, далее, для любой последовательности $\varepsilon \in G_{\sigma}$, $f(x, \varepsilon, \Sigma_{\sigma}) = L^x \prod_{i=1}^{\sigma} f_i(x)^{\varepsilon_i}$, $xf(x, \varepsilon, \Sigma_{\sigma}) \equiv R^{(\varepsilon)}(x) \pmod{\varphi(x)}$ и $\psi^{(\varepsilon)}(x) = \sum_{u=0}^n \psi_u^{(\varepsilon)} x^u$, где

$\psi_u^{(\varepsilon)}$ — нетривиальное решение сравнения

$$\sum_{u=0}^n \psi_u^{(\varepsilon)} R^{(\varepsilon)}(x)^u \equiv 0 \pmod{\varphi(x)}^*.$$

Тогда

Теорема 1. Полиномы

* В данных условиях это сравнение всегда имеет решение.

$$F(x) = (\varphi(x))^{(-1)^T} \left(\prod_{\substack{\varepsilon \in G_\sigma \\ 2 + \sigma - |\varepsilon|}} \psi^{(\varepsilon)}(xf(x, \varepsilon, \Sigma_\sigma)) \right)^{-1} \left(\prod_{\substack{\varepsilon \in G_\sigma \\ 2|\sigma - |\varepsilon|}} \psi^{(\varepsilon)}(xf(x, \varepsilon, \Sigma_\sigma)) \right) \quad (1)$$

и $\psi^{(v)}(x)$ степени nT и n соответственно, где $|\varepsilon| = \sum_{i=1}^{\sigma} \varepsilon_i$ и $v \in G_\sigma$ неприводимы над полем $GF(2)$.

Доказательство. При $n=1$ справедливость теоремы непосредственно вытекает из (1). Поэтому докажем ее для $n > 1$. Согласно (1) полином степени T .

$$H(x) = \left(\prod_{\substack{\varepsilon \in G_\sigma \\ 2 + \sigma - |\varepsilon|}} f(x, \varepsilon, \Sigma_\sigma) \right)^{-1} \left(\prod_{\substack{\varepsilon \in G_\sigma \\ 2|\sigma - |\varepsilon|}} f(x, \varepsilon, \Sigma_\sigma) \right)$$

неприводим над полем $GF(2)$. Но $(n, T)=1$, а поэтому $H(x)$ неприводим также и над полем $GF(2^n)$. Нетрудно видеть, что

$$H(x) = x^{(-1)^T} \left(\prod_{\substack{\varepsilon \in G_\sigma \\ 2 + \sigma - |\varepsilon|}} xf(x, \varepsilon, \Sigma_\sigma) \right)^{-1} \left(\prod_{\substack{\varepsilon \in G_\sigma \\ 2|\sigma - |\varepsilon|}} xf(x, \varepsilon, \Sigma_\sigma) \right).$$

Поэтому, если α — корень уравнения $\varphi(\alpha)=0$, то среди коэффициентов полинома $H(x-\alpha) = h(x) = \sum_{u=0}^T h_u x^u$ согласно (3) найдется хотя бы один коэффициент h_u такой, что $\deg_2(h_u) = n$. Стало быть, $h(x)$ неприводим над полем $GF(2^n)$. Далее, поскольку $h^{(v)}(x) = H(x-\alpha^{2^v}) = \sum_{u=0}^T h_u^{2^v} x^u$, то

согласно (4) полином $H_1(x) = \prod_{v=0}^{n-1} h^{(v)}(x)$ — неприводим над полем $GF(2)$. Стало быть,

$$H_1(x) = \prod_{v=0}^{n-1} (x - \alpha^{2^v})^{(-1)^T} \left(\prod_{\substack{\varepsilon \in G_\sigma \\ 2 + \sigma - |\varepsilon|}} (xf(x, \varepsilon, \Sigma_\sigma) - \beta_\varepsilon^{2^v}) \right)^{-1} \left(\prod_{\substack{\varepsilon \in G_\sigma \\ 2|\sigma - |\varepsilon|}} (xf(x, \varepsilon, \Sigma_\sigma) - \beta_\varepsilon^{2^v}) \right),$$

$$\text{где } f(x, \varepsilon, \Sigma_\sigma) = \sum_{v=0}^{r_\varepsilon} b^{(\varepsilon)} x^{2^v}, \quad \beta_\varepsilon = \sum_{v=0}^{r_\varepsilon} b^{(\varepsilon)} \alpha^{2^v} \text{ и } r_\varepsilon = \sum_{i=1}^{\sigma} \varepsilon_i n_i$$

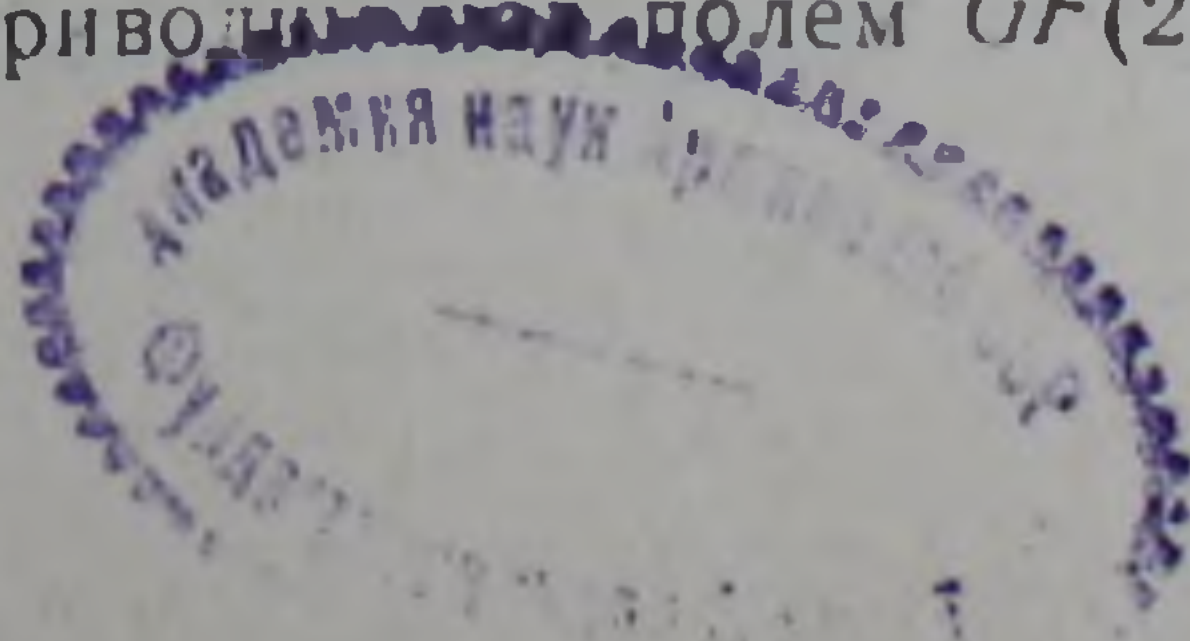
или

$$H_1(x) = \varphi(x)^{(-1)^T} \left(\prod_{\substack{\varepsilon \in G_\sigma \\ 2 + \sigma - |\varepsilon|}} \prod_{v=0}^{n-1} (xf(x, \varepsilon, \Sigma_\sigma) - \beta_\varepsilon^{2^v}) \right)^{-1} \left(\prod_{\substack{\varepsilon \in G_\sigma \\ 2|\sigma - |\varepsilon|}} \prod_{v=0}^{n-1} (xf(x, \varepsilon, \Sigma_\sigma) - \beta_\varepsilon^{2^v}) \right). \quad (2)$$

Покажем теперь, что для любого $\varepsilon \in \beta_\varepsilon$ является собственным элементом поля $GF(2^n)$. Допустим противное, а именно, предположим, что степень элемента β_ε над полем $GF(2)$ равна d , т. е. $\deg_2(\beta_\varepsilon) = d$, где d — собственный делитель n . Пусть $\Sigma_k = \{f_{i_1}(x), f_{i_2}(x), \dots, f_{i_k}(x)\}$ — любое подмножество Σ_σ , состоящее из k элементов $f_{i_1}(x), f_{i_2}(x), \dots, f_{i_k}(x)$, тогда согласно (1) полином

$$\lambda(x, \Sigma_k) = \left(\prod_{\substack{\varepsilon \in G_k \\ 2 + k - |\varepsilon|}} f(x, \varepsilon, \Sigma_k) \right)^{-1} \left(\prod_{\substack{\varepsilon \in G_k \\ 2|k - |\varepsilon|}} f(x, \varepsilon, \Sigma_k) \right)$$

степени $T_k = \prod_{u=0}^k (2^{n_i u} - 1)$ неприводим над полем $GF(2)$. Учитывая, что



$(L^x g_1(x), L^x g_2(x)) = L^x(g_1(x), g_2(x))$, а также сепарабельность выражения $f(x, \varepsilon, \Sigma_k)$ ⁽²⁾, находим $(\lambda(x, \Sigma_k), f(x, \varepsilon, \Sigma_\sigma)) = 1$, если $|\varepsilon| < k$, и $(\lambda(x, \Sigma_k), f(x, \varepsilon, \Sigma_\sigma)) = \lambda(x, \Sigma_k)$, если $\Sigma_k \subseteq \Sigma_{|\varepsilon|=t} = \{f_{j_1}(x), f_{j_2}(x), \dots, f_{j_t}(x)\}$. Существует в точности $C_{\sigma-k}^{t-k}$ подмножеств $\Sigma_{|\varepsilon|=t}$, включающих Σ_k .

Значит, $\lambda(x, \Sigma_k)$ является делителем полинома $\prod_{|\varepsilon|=t} f(x, \varepsilon, \Sigma_\sigma)$ кратности $C_{\sigma-k}^{t-k}$. Стало быть, если обозначить $\varphi = \sum_{2|u} C_{\sigma-k}^u$ и $\varphi_1 = \sum_{2 \nmid u} C_{\sigma-k}^u$, то

$\lambda(x, \Sigma_k)$ является делителем полинома $\prod_{\substack{\varepsilon \in G_\sigma \\ 2 + \sigma - |\varepsilon|}} f(x, \varepsilon, \Sigma_\sigma)$ и $\prod_{\substack{\varepsilon \in G_\sigma \\ 2|\sigma - |\varepsilon|}} f(x, \varepsilon, \Sigma_\sigma)$

кратности φ и φ_1 , если σ нечетно и φ_1 и φ соответственно, если σ

четно. Из разложения $(x-1)^{\sigma-k} = \sum_{u=0}^{\sigma-k} C_{\sigma-k}^u x^u$ видно, что φ есть сумма

коэффициентов при четных, а φ_1 — при нечетных степенях x . Поэтому

$\varphi - \varphi_1 = (1-1)^{\sigma-k} = 0$. Значит $\lambda(x, \Sigma_k)$ входит в $\prod_{\substack{\varepsilon \in G_\sigma \\ 2 + \sigma - |\varepsilon|}} f(x, \varepsilon, \Sigma_\sigma)$ и

$\prod_{\substack{\varepsilon \in G_\sigma \\ 2|\sigma - |\varepsilon|}} f(x, \varepsilon, \Sigma_\sigma)$ с одинаковой кратностью, а поэтому с нулевой крат-

ностью в их частное.

Теперь, применяя процедуру, описанную выше, для любого ε , например, $|\varepsilon| = t$ и $\varepsilon_{i_1} = 1, \varepsilon_{i_2} = 1, \dots, \varepsilon_{i_t} = 1$, получим

$$\lambda(x, \Sigma_{|\varepsilon|=t}) = \frac{L^x \prod_{u=1}^t f_{i_u}(x)}{\prod_{k=1}^{t-1} \prod_{\Sigma_k \subset \Sigma_t} \lambda(x, \Sigma_k)},$$

где полиномы $\lambda(x, \Sigma_{|\varepsilon|})$ и $\lambda(x, \Sigma_k)$ степени $T_t = \prod_{u=1}^t (2^{n_{i_u}} - 1)$ и $T_k =$

$= \prod_{u=1}^k (2^{n_{i_u}} - 1)$ соответственно неприводимы над полем $GF(2)$. Так

как $(n, T_t) = 1$ и $(n, T_k) = 1$, то полиномы $\lambda(x, \Sigma_t)$ и $\lambda(x, \Sigma_k)$ неприводимы также и над полем $GF(2^n)$. Тогда среди коэффициентов полиномов

$$\lambda(x - \alpha, \Sigma_t) = \prod_{u=0}^{T_t} \lambda_u x^u$$

и

$$\lambda(x - \alpha, \Sigma_k) = \prod_{v=0}^{T_k} \lambda'_v x^v$$

(3)

в силу ⁽³⁾ и поскольку $n > 1$ найдутся коэффициенты λ_u и λ'_v такие, что $\deg_2(\lambda_u) = n$, $\deg_2(\lambda'_v) = n$ и полиномы (3) неприводимы над полем $GF(2^n)$. Если учесть также следующую легко доказываемую формулу:

$$\lambda(x - \alpha^{2^v}, \Sigma_t) = \sum_{u=0}^{T_t} \lambda_u^{2^v} x^u$$

и

$$\lambda(x - \alpha^{2^v}, \Sigma_k) = \sum_{r=0}^{T_k} \lambda'_r^{2^v} x^r,$$

то согласно (4) полиномы $F_1(x, \Sigma_t) = \prod_{u=0}^{n-1} \lambda(x - \alpha^{2^u}, \Sigma_t)$ и $F_1(x, \Sigma_k) = \prod_{v=0}^{n-1} \lambda(x - \alpha^{2^v}, \Sigma_k)$ будут неприводимы над полем $GF(2)$. Следовательно, будем иметь

$$F_1(x, \Sigma_t) = \frac{\prod_{v=0}^{n-1} \left(x L^x \prod_{j=1}^t f_{i_j}(x) - \left(\sum_{u=0}^N V_u \alpha^{2^u} \right)^{2^v} \right)}{\varphi(x) \prod_{k=1}^{t-1} \prod_{\Sigma_k \subset \Sigma_t} F_1(x, \Sigma_k)}, \quad (4)$$

где $x L^x \prod_{j=1}^t f_{i_j}(x) = \sum_{u=0}^N V_u x^{2^u}$ и $N = \sum_{u=1}^t n_{i_u}$. Заметим, что, так как полином $x L^x \prod_{v=0}^t f_{i_v}(x) - \sum_{u=0}^N V_u x^{2^u}$ сепарабелен, то полиномы $\lambda(x - \alpha, \Sigma_t)$ и $\lambda(x - \alpha, \Sigma_k)$ ($k < t$) — различные, а это значит, что при попарно взаимно простых n_1, n_2, \dots, n_s ($n_i > 1$) полиномы $F_1(x, \Sigma_t)$ и $F_1(x, \Sigma_k)$ ($k < t$) тоже различны. Тогда, если $\deg_2 \left(\sum_{u=0}^N V_u \alpha^{2^u} \right) = d$, то $\prod_{v=0}^{n-1} \left(x - \left(\sum_{u=0}^N V_u \alpha^{2^u} \right)^{2^v} \right) = (\psi(x, \Sigma_t))^M$, где $n = dM$ и $M > 1$. Следовательно, согласно (4) будем иметь

$$F_1(x, \Sigma_t) = \frac{\psi \left(x L^x \prod_{u=1}^t f_{i_u}(x), \Sigma_t \right)^M}{\varphi(x) \prod_{k=1}^{t-1} \prod_{\Sigma_k \subset \Sigma_t} F(x, \Sigma_k)}.$$

Но поскольку полиномы $\varphi(x)$ и $F_1(x, \Sigma_k)$ ($\Sigma_k \subset \Sigma_t$) различны и неприводимы над полем $GF(2)$, то имеем $F_1(x, \Sigma_t) = \psi \left(x L^x \prod_{u=1}^t f_{i_u}(x), \Sigma_t \right)^M G(x)$, что невозможно, так как $F_1(x, \Sigma_t)$ неприводим над полем $GF(2)$. Значит $M=1$ и для любого $\varepsilon \in \beta_\varepsilon$ является собственным элементом поля $GF(2^n)$, что в свою очередь для любого ε устанавливает неприводимость полиномов $\psi^{(\varepsilon)}(x) = \prod_{u=0}^{n-1} (x - \beta_\varepsilon^{2^u})$ над полем $GF(2)$. Таким образом, в силу (2) полином (1) неприводим над полем $GF(2)$. Теперь нетрудно убедиться в том, что $\psi^{(\varepsilon)}(R^{(\varepsilon)}(x)) \equiv 0 \pmod{\varphi(x)}$ или $\sum_{u=0}^n \psi_u^{(\varepsilon)}(R^{(\varepsilon)}(x))^u \equiv 0 \pmod{\varphi(x)}$. Итак, теорема доказана полностью.

Опираясь на работы (1-4), можно доказать аналогично теореме 1 следующий факт.

Теорема 2 Пусть $\theta \in \{0; 1; 2;\}$, $(n, 2^\theta \prod_{i=1}^s (2^{n_i} - 1)) = 1$, $f(\theta, \varepsilon, \Sigma_s) = \theta(x) L^\theta \prod_{i=1}^s f_i(x)^{\varepsilon_i}$, $\theta(x) = x L^x (x + 1)^\theta + 1$, $(\theta(x) + 1) L^{\theta+1} \prod_{i=1}^s f_i(x)^{\varepsilon_i} \equiv R^{(\theta)}(x) \pmod{\varphi(x)}$, $\theta(x) + 1 \equiv W(x) \pmod{\varphi(x)}$, $\psi^{(\theta)}(x) = \sum_{u=0}^n \psi_u^{(\theta)} x^u$ и $\omega(x) =$

$= \sum_{u=0}^n \omega_u x^u$, где $\psi_u^{(s)}$ и ω_u нетривиальные решения сравнений

$\sum_{u=0}^n \psi_u^{(s)} (R^{(s)}(x))^u \equiv 0 \pmod{\varphi(x)}$ и $\sum_{u=0}^n \omega_u (W(x))^u \equiv 0 \pmod{\varphi(x)}$ соответственно. Тогда полиномы $\psi^{(v)}(x)$, $\omega(x)$ степени n и полином

$$F(x) = (\omega(\theta(x))^{(-1)^{\sigma}} \left(\prod_{\substack{\varepsilon \in G_{\sigma} \\ 2 + \sigma - |\varepsilon|}} \psi^{(\varepsilon)}(f(\theta, \varepsilon, \Sigma_{\sigma})) \right)^{-1} \left(\prod_{\substack{\varepsilon \in G_{\sigma} \\ 2|\sigma - |\varepsilon|}} \psi^{(\varepsilon)}(f(\theta, \varepsilon, \Sigma_{\sigma})) \right)$$

степени $2^n n T$ неприводимы над полем $GF(2)$.

Автор считает своим приятным долгом выразить благодарность чл.-корр. АН Армянской ССР Р. Р. Варшамову за полезные советы в процессе работы над статьей.

Вычислительный центр Академии наук Армянской ССР
и Ереванского государственного университета

Մ. Կ. ԿՅՈՒՐԵՂՅԱՆ

Վարչամովի մի բեռեմի կիրառության մասին

Վերջավոր դաշտերի վրա չվերածվող բազմանդամների տեսության կարևորագույն խնդիրներից մեկը հանդիսանում է բացահայտ տեսքով բարձր աստիճանների ալգաիսի բազմանդամների կառուցման պրոբլեմը:

Աշխատանքում դիտարկվում է Վարչամովի L^0 գծային օպերատորը, որի որոշման տիրույթը՝ Գալուայի $GF(q)$ դաշտից վերցված գործակիցներով բազմանդամներն են: L^0 օպերատորի օգնությամբ ապացուցվում են մի շարք թեորեմներ, որոնք թույլ են տալիս բացահայտ տեսքով բարձր աստիճանների չվերածվող բազմանդամներ կառուցել Գալուայի $GF(2)$ դաշտի վրա:

ЛИТЕРАТУРА — ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

- ¹ Р. Р. Варшамов ДАН СССР, т. 156, № 6 (1964). ² Р. Р. Варшамов, ДАН АрмССР, т. 79, № 1 (1984). ³ М. К. Кюрегян, ДАН АрмССР, т. 83, № 2 (1986). ⁴ М. К. Кюрегян, ДАН АрмССР, т. 81, № 2 (1985).

УДК 69.057.45

СТРОИТЕЛЬНАЯ МЕХАНИКА

Р. А. Котикян

Влияние поперечного армирования на напряженно-деформированное состояние железобетонных ядер жесткости многоэтажных зданий

(Представлено чл.-корр. АН Армянской ССР О. М. Сапонджяном 1/IV 1987)

Одним из перспективных направлений индустриального строительства является возведение многоэтажных зданий с применением ядер жесткости. Пространственная конструкция ядер жесткости обеспечивает прочность, жесткость и устойчивость здания. Определение напряженно-деформированного состояния таких железобетонных конструкций, работающих с трещинами, представляет значительные трудности.

Настоящая работа посвящена экспериментальному исследованию на крупномасштабных моделях прочности и деформативности железобетонных ядер жесткости 16-этажных зданий в зависимости от насыщения ствола поперечной арматурой. Испытанные модели представляли собой жестко заделанные в фундамент тонкостенные стволы постоянного замкнутого поперечного сечения с регулярно расположенными по высоте дверными проемами. При проектировании моделей принят метод простого механического подобия ⁽¹⁾ с сохранением материалов оригинала (масштаб моделей — 1/10, тяжелый бетон М—250, 300, арматура из стали класса А—III, $R_a = 360$ МПа).

Исследования проводили на специально спроектированном испытательном стенде ⁽²⁾. Поперечная нагрузка изменялась по высоте ствола по треугольному закону и действовала в направлении, перпендикулярном плоскости одного из проемов (рис. 1). Были испытаны 4

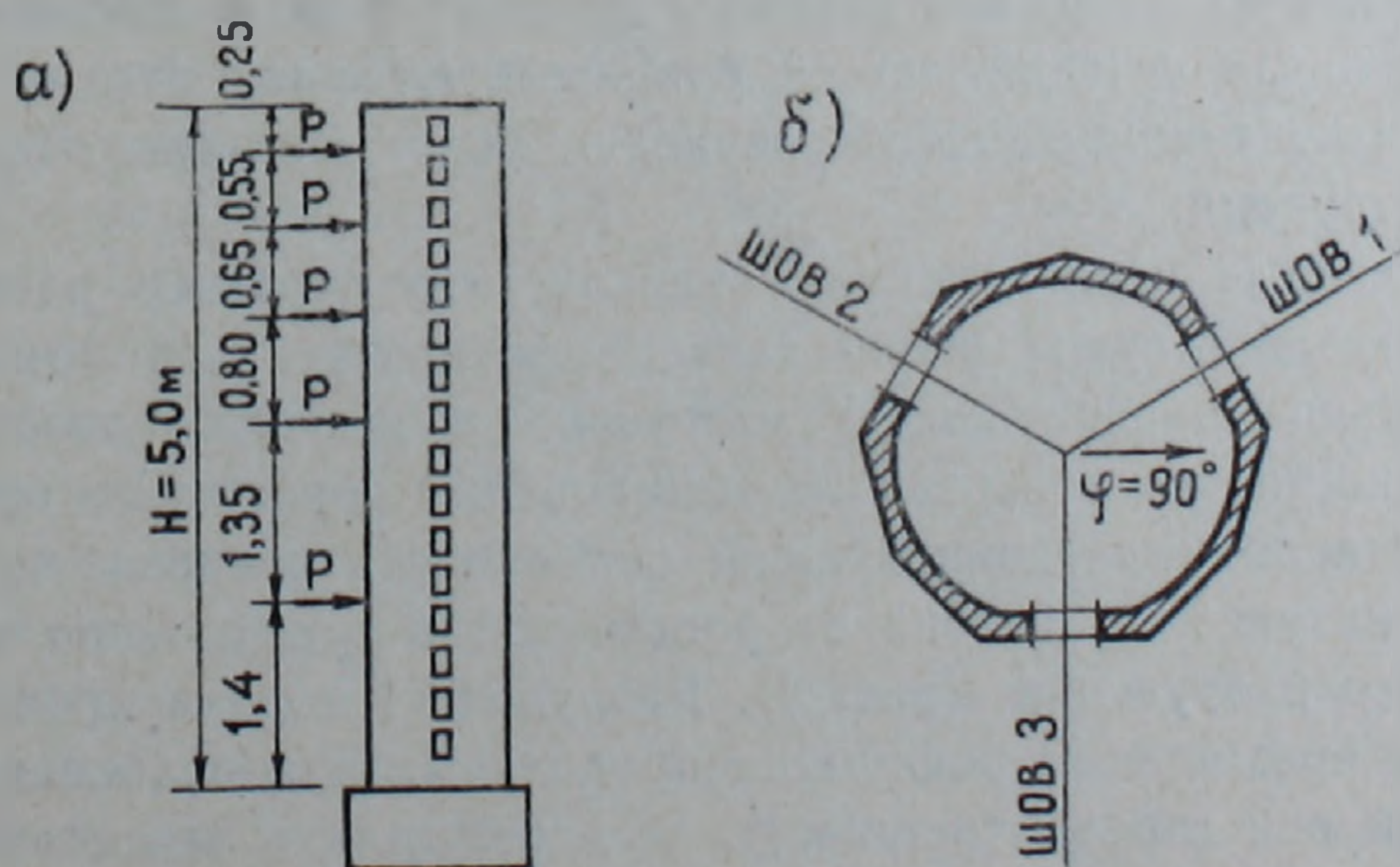


Рис. 1. Схема нагружения модели (а) и направление приложения внешней поперечной нагрузки (б).

модели: модель без поперечного армирования (М—III—Iп); модель, поперечное армирование которой осуществлено согласно требованиям СНиП II—В. 1—62 (М—IV—Iп); модель, поперечное армирование которой осуществлено согласно требованиям СНиП II—21—75 (М—I—5п), и модель, в которой поперечная нагрузка воспринималась только поперечной арматурой (М—V—Iп) без учета бетона. Таким образом, модели отличались друг от друга условным коэффициентом поперечного армирования μ_x (таблица). Экспериментальные данные были подвергнуты статистической обработке по методике (1).

Индекс моделей	μ_x , %	Шаг хому- тов, мм	$q_{раз}$, кН/м	$R_{пр.}$, МПа	$E_b \times 10^3$, МПа
М—III—Iп	0		36	33,1	319
М—IV—Iп	0,13	120	45,6	22,5	257
М—I—5п	0,28	100	48,0	23,2	191
М—V—Iп	0,4	70	48,0	22,5	222

В работе (3) было показано, что поперечное армирование оказывает существенное влияние на ширину раскрытия нормальных к продольной оси ствола трещин. С увеличением условного коэффициента поперечного армирования ширина раскрытия этих трещин уменьшается. При испытании железобетонных моделей ядер жесткости на горизонтальные воздействия выявлено, что в зависимости от степени насыщения ствола поперечной арматурой образуются продольные или слабонаклонные к продольной оси ядра жесткости трещины, отделяющие сжатую зону бетона от растянутой арматуры. Этим в большой мере обусловлено снижение несущей способности изгибаемых железобетонных ядер жесткости.

Количественная оценка условий образования продольных трещин рассмотрена в работе (4). На основании теоретических исследований авторы заключают, что влияние условий образования продольных трещин позволяет по-новому оценить роль поперечного армирования в железобетонных изгибаемых конструкциях.

Как видно из данных таблицы, хомуты не только повышают прочность наклонных сечений, но и препятствуют развитию продольных трещин и в конечном счете обеспечивают более высокую общую прочность конструкций.

Проведенные исследования показали, что характер раскрытия и развития трещин существенно зависит от поперечного армирования. При действии горизонтальной нагрузки в железобетонной модели ядра жесткости без поперечного армирования образуются продольные или слабонаклонные к продольной оси ствола трещины, четко отделяющие сжатую зону бетона от растянутой и существенно влияющие на характер разрушения (рис. 2). Разрушение модели происходило в результате чрезмерного раскрытия продольных или слабонаклонных к продольной оси ствола трещин, т. е. в результате недостаточной сопротивляемости модели поперечной силе (2). Максимальная ширина продольных или слабонаклонных к продольной оси ствола модели

трещин в данном случае на порядок больше, чем максимальная ширина нормальных к продольной оси ствола трещин.

Наличие поперечного армирования существенным образом меняет характер развития трещин в моделях. Хомуты препятствовали разви-

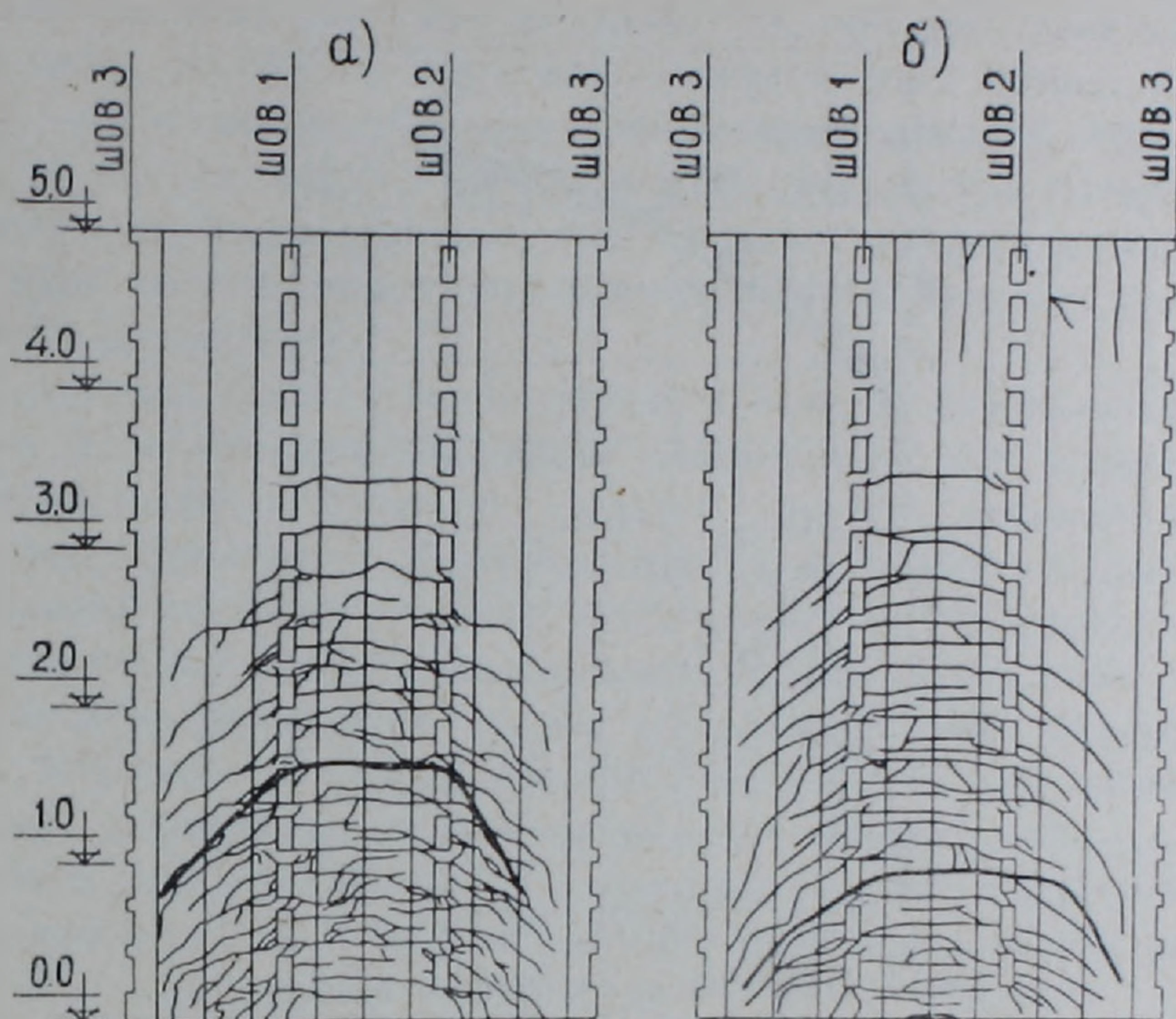


Рис. 2. Развертка железобетонных моделей с проемами с показом трещин в стволе при разрушении. Жирными линиями показаны разрушающие трещины. а—модель М—V—Iп; б—модель М—III—Iп

тию продольных трещин, которые сразу после их появления в пределах шага хомутов превращались в наклонные к продольной оси ствола трещины. Малый процент поперечного армирования ($\mu_x = 0,13\%$) привел к тому, что модель М—IV—Iп не смогла оказать достаточное сопротивление по наклонному сечению. Разрушение модели произошло по наклонным сечениям в результате резкого увеличения ширины наклонных трещин. Несущая способность модели с малонасыщенным поперечным армированием по сравнению с моделью без хомутов увеличилась примерно на 24% (таблица), однако оказалась меньше, чем у модели, поперечное армирование которой осуществлено согласно требованиями СНиП П—21—75.

В моделях серии М—I—5п и М—V—Iп схемы разрушения идентичны (рис. 2). Их разрушение происходило при поперечной нагрузке, превышающей расчетную почти вдвое. При этом разрушение этих моделей происходило в результате недостаточной сопротивляемости нормальных сечений.

Разрушающие трещины в этих моделях располагались более близко к заделке, чем у модели с ослабленными хомутами. Исследования показали также, что чем выше процент поперечного армирования в стволах ядер жесткости с проемами, тем больше число наклонных трещин и меньше их максимальная ширина раскрытия.

На рис. 3,а изображены экспериментальные кривые относительных деформаций наиболее растянутой продольной арматуры железобетонных моделей ядер жесткости в зависимости от внешней горизонтальной нагрузки. Отношения относительных деформаций наиболее растл-

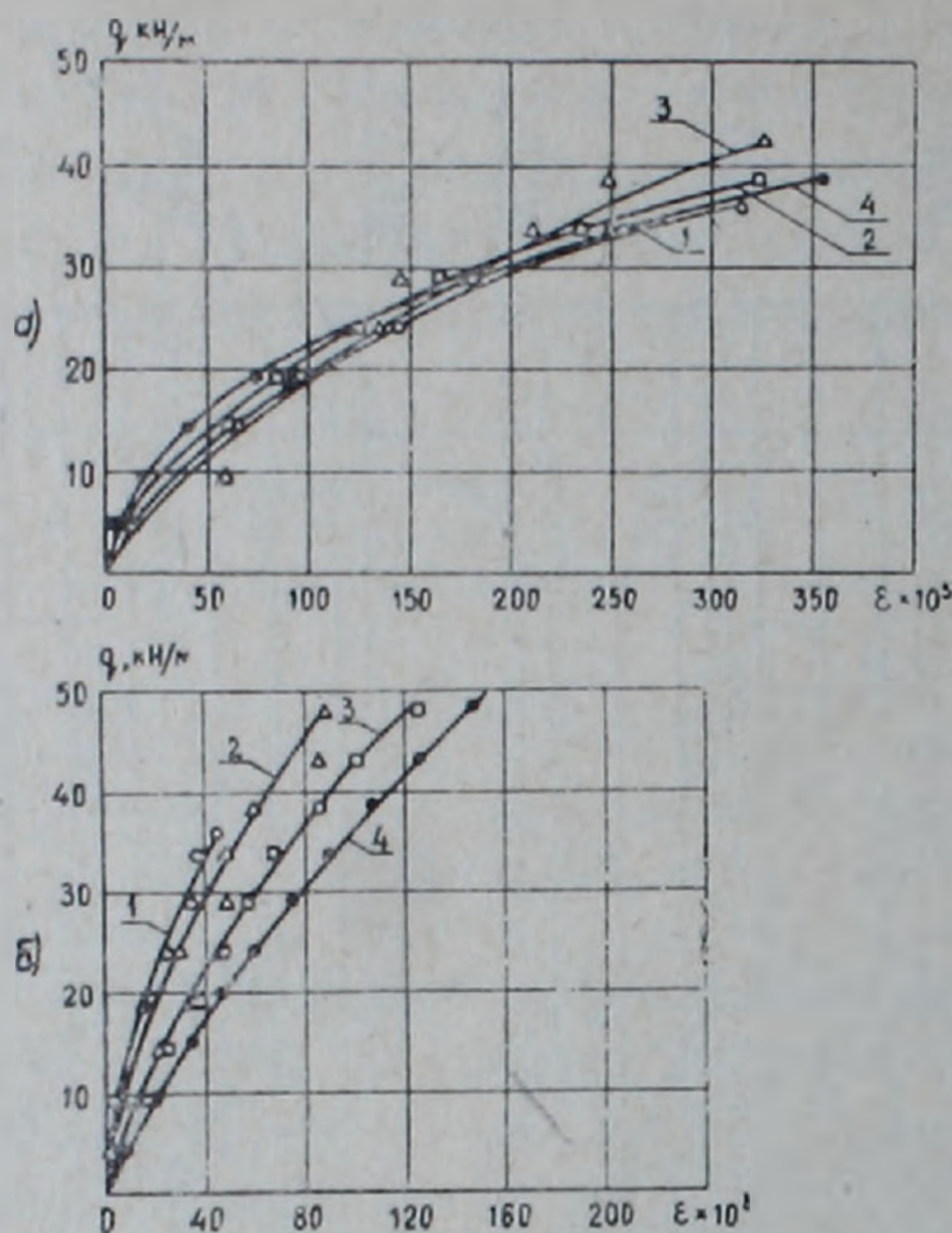


Рис. 3 Зависимости деформаций наиболее растянутой продольной арматуры (а) и крайнего волокна сжатого бетона (б) моделей ядра жесткости от нагрузки на уровне $z=0,5$ м. 1— $\mu_x=0$; 2— $\mu_x=0,13\%$; 3— $\mu_x=0,28\%$; 4— $\mu_x=0,4\%$

нутой продольной арматуры моделей с $\mu_x=0, 0,13$ и $0,28\%$ к продольным деформациям сильнонасыщенной хомутами модели ($\mu_x=0,4\%$) при $q=20$ кН/м составляют: 1,34; 1,25 и 1,12, а в стадиях, непосредственно предшествующих разрушению моделей, разница между этими отношениями уменьшается. Однако такое явление не оказывает существенного влияния на разрушающую нагрузку тех железобетонных ядер жесткости с проемами, стволы которых содержат поперечную арматуру. Несмотря на то, что наиболее растянутая продольная арматура модели без поперечной арматуры сравнительно быстрее достигает предела текучести, чем арматурные стержни моделей с поперечным армированием, это не может служить критерием исчерпания несущей способности конструкции. Последнее обусловлено свойством многорядного армирования при текучести стержней перераспределять усилия с более нагруженных стержней в менее нагруженные, а хомуты оказывают активное участие в перераспределении напряжений.

Таким образом, можно заключить, что влияние хомутов на напряженно-деформированное состояние продольной арматуры имеет большое теоретическое и практическое применение: при проектировании железобетонных ядер жесткости насыщенностью ствола поперечной арматурой можно регулировать распределение напряжений в нормальных и наклонных сечениях.

На рис. 3,б показаны экспериментальные кривые деформаций сжа-

того бетона испытанных моделей в зависимости от величины внешней горизонтальной нагрузки. Исследования показали, что относительные деформации бетона сжатой зоны в сильнонасыщенной хомутами модели существенно превышают относительные деформации в нормально- и малонасыщенных хомутами моделях. Так, при расчетной нагрузке ($q=24$ кн/м) отношение деформаций сжатой зоны бетона модели серии М—V—Iп к соответствующим деформациям моделей серии М—I—5п и М—IV—Iп составляют 1,25 и 2,00. Причем при нагружении моделей вплоть до их разрушения относительные деформации сжатого бетона по мере увеличения внешней горизонтальной нагрузки увеличивались без резких скачков.

Таким образом, с увеличением процента поперечного армирования (при частом расположении наклонных к продольной оси ствола трещин) относительные деформации сжатого бетона железобетонных ядер жесткости с проемами увеличиваются, и тем самым несущая способность сжатой зоны конструкции используется более рационально. При этом предельные деформации сжатого бетона значительно увеличиваются по мере увеличения степени насыщения ствола поперечной арматурой. Аналогичные результаты были получены и при сравнении относительных деформаций сжатой арматуры. Это еще раз подтверждает тот вывод, что сжатая зона в более насыщенной поперечной арматурой железобетонной модели ядра жесткости используется рационально.

Представляет большой практический интерес исследование влияния насыщенности поперечного армирования на прогибы моделей железобетонных ядер жесткости с проемами.

На рис. 4 приведены экспериментальные кривые прогибов по высоте ствола моделей при расчетной нагрузке. Аналогичные кривые были получены и при остальных уровнях внешней горизонтальной

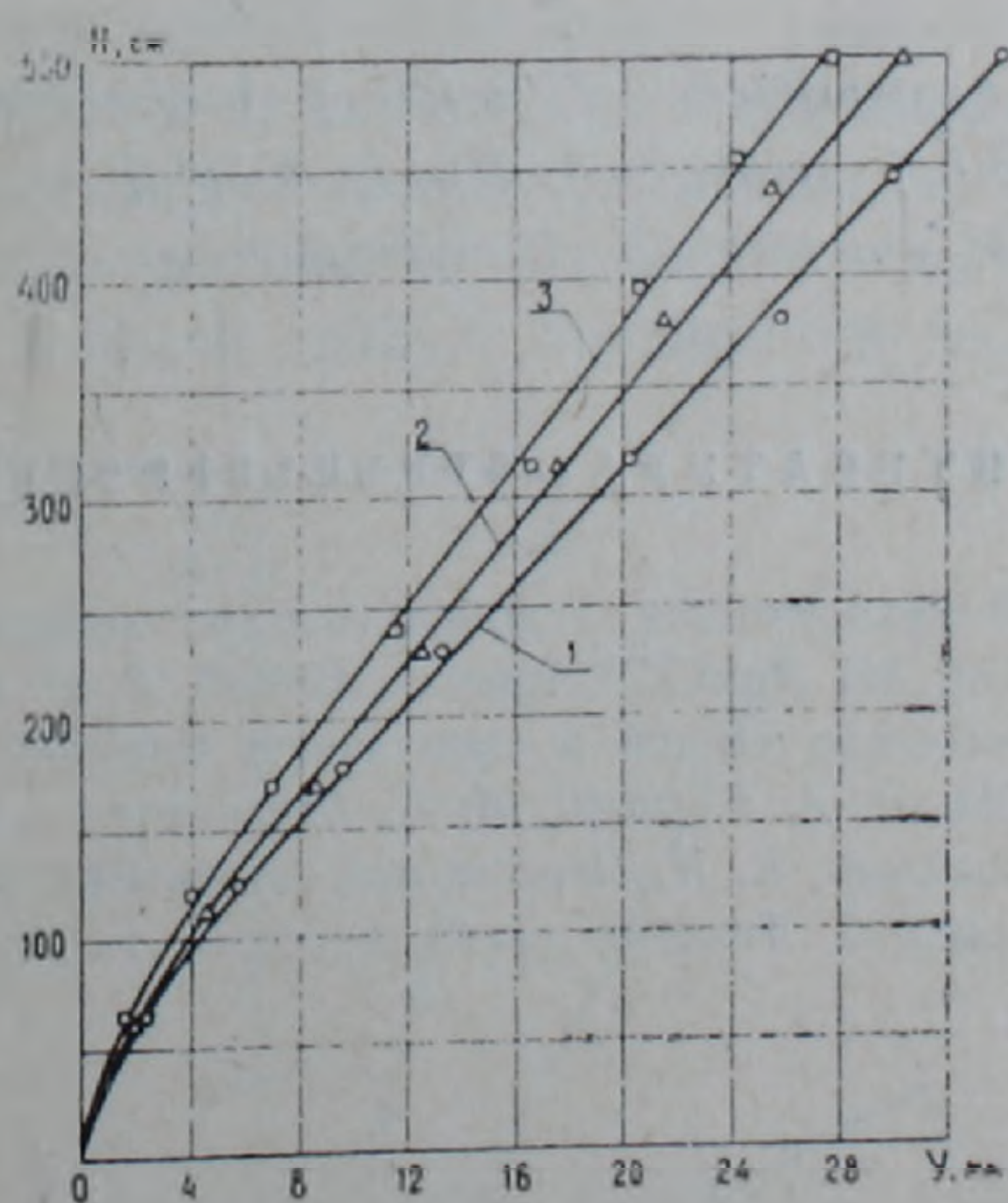


Рис. 4. Прогибы (Y) по высоте ствола (H) моделей при расчетной нагрузке.
1— $\mu_x=0$; 2— $\mu_x=0,13\%$; 3— $\mu_x=0,28\%$

нагрузки. Как видно из приведенных графиков, с увеличением условного коэффициента поперечного армирования μ_x прогибы железобетонных моделей ядер жесткости уменьшаются.

Таким образом, поперечная арматура оказывает существенное влияние на деформации крайней растянутой продольной арматуры, сжатой арматуры, сжатого бетона и на прогибы по высоте ствола. С увеличением процента поперечного армирования деформации крайней растянутой арматуры и прогибы по высоте ствола уменьшаются, а деформации сжатой арматуры и сжатой зоны бетона увеличиваются.

Всесоюзный проектно-экспериментальный
конструкторский и технологический
институт

Ռ. Ա. ԿՈՏԻԿՅԱՆ

Ընդլայնական ամրանավորման ազդեցությունը բազմահարկ շենքերի երկաթբետոնյա կոշտության միջուկների լարվածային-դեֆորմացված վիճակի վրա

Աշխատանքը նվիրված է բազմահարկ շենքերի երկաթբետոնյա կոշտության միջուկների ամրության և դեֆորմատիվության կախման էքսպերիմենտալ հետազոտությանը փողի ընդլայնական ամրանավորման հազեցվածության աստիճանից:

Ստացված է, որ ընդլայնական ամրանը մեծ ազդեցություն է թողնում բազմահարկ շենքերի երկաթբետոնյա կոշտության միջուկների ամրության և դեֆորմատիվության վրա:

Ընդլայնական ամրանավորման տոկոսի ավելացումից կախված փոքրանում է կոշտության միջուկների ճկվածքները և ձգված ամրանների դեֆորմացիաները, իսկ սեղմված ամրանների և բետոնի դեֆորմացիաները մեծանում են:

Երկաթբետոնյա կոշտության միջուկների նախագծման ժամանակ բնի ընդլայնական ամրանների հազեցվածությամբ կարելի է կարգավորել նորմալ և թեք կտրվածքների լարումների վերաբաշխումը:

ЛИТЕРАТУРА — ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

- ¹ А. Г. Назаров, О механическом подобии твердых деформируемых тел (к теории моделирования), Изд. АН АрмССР, Ереван, 1965. ² А. О. Саакян, Р. О. Саакян, С. Х. Шахназарян, Возведение зданий и сооружений методом подъема, Стройиздат, М., 1982. ³ А. О. Саакян, Р. А. Котикян, А. С. Шахназарян, ДАН АрмССР, т. 79, № 4 (1984). ⁴ П. И. Васильев, Е. Н. Пересыпкин, Строительство и архитектура, № 9, 1983. ⁵ А. К. Митропольский, Техника статистического вычисления, Физматгиз, М., 1961,

УДК 621.373.826.038.825

ФИЗИКА

М. А. Андриасян, Р. Б. Костанян

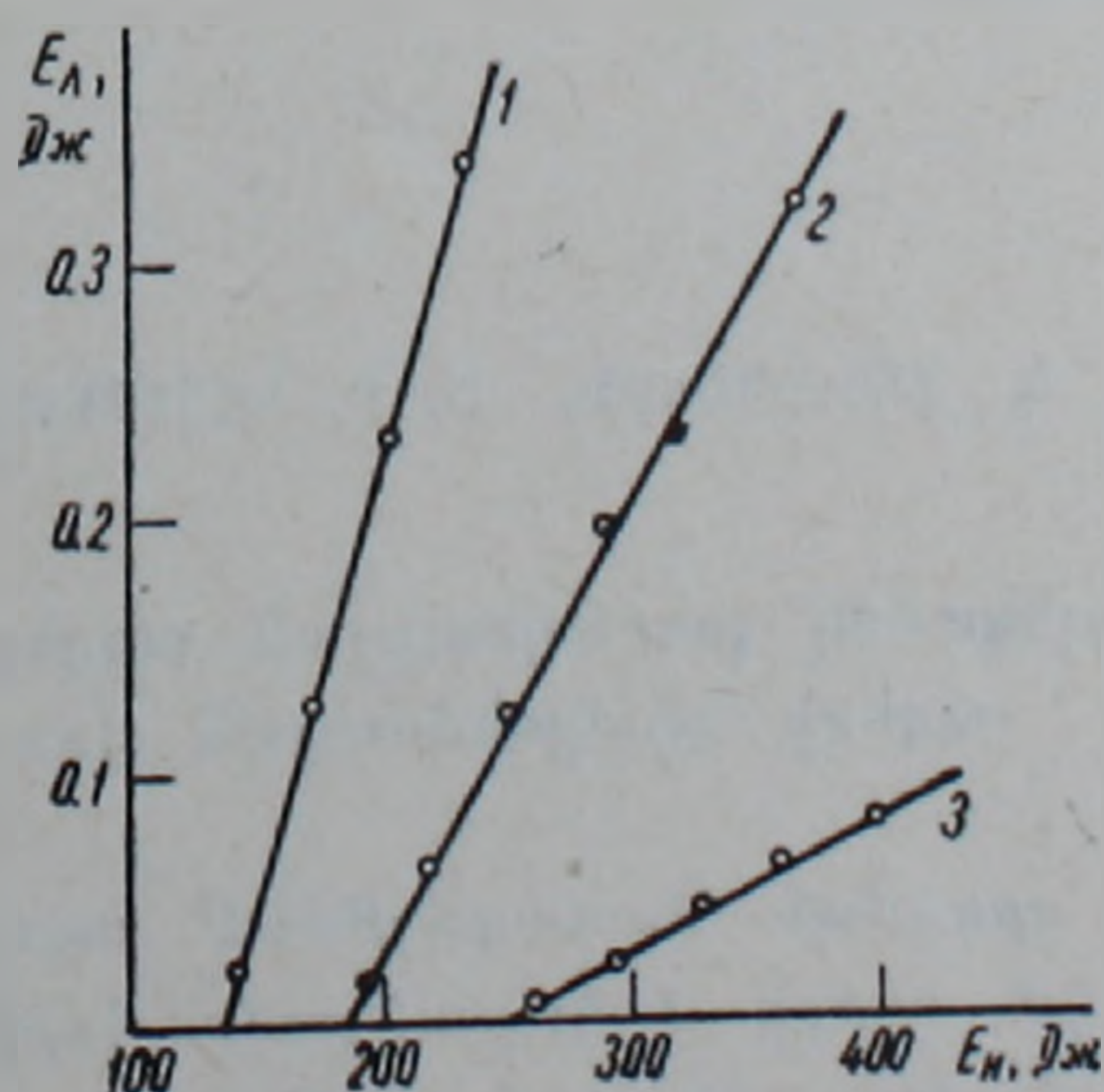
Влияние спектрального состава накачки на эффективность эрбиевого лазера

(Представлено академиком АН Армянской ССР М. Л. Тер-Микаеляном 17/XI 1986)

Эффективность работы лазера в значительной степени зависит от согласования спектра излучения лампы накачки с полосами поглощения активаторных ионов. При этом следует учитывать поглощение энергии возбуждения ионами как с основного, так и с возбужденных уровней. В кристаллах $\text{Lu}_3\text{Al}_5\text{O}_{12}:\text{Er}^{3+}$ (50%), генерирующих лазерное излучение на самоограниченном переходе $^4\text{I}_{11/2} - ^4\text{I}_{13/4}$ с длиной волны 2,94 мкм, основную роль играют процессы поглощения энергии возбуждения с основного $^4\text{I}_{15/2}$ и долгоживущего нижнего лазерного $^4\text{I}_{13/2}$ ($\tau \approx 2$ мс) уровней, так как время жизни состояний, энергетически расположенных выше уровня $^4\text{I}_{11/2}$, при высоких концентрациях ионов Er^{3+} меньше 1 мкс, и поглощение с них практически не влияет на эффективность лазера.

Для исследования вклада различных участков спектра излучения лампы накачки в эффективность работы лазера на кристалле $\text{Lu}_3\text{Al}_5\text{O}_{12}:\text{Er}^{3+}$ (50%) изучены его энергетические характеристики в зависимости от спектрального состава возбуждающего излучения. С этой целью в отражатель лазера между лампой накачки и активным элементом помещались оптические фильтры для изменения спектрального состава энергии возбуждения. Длительность импульсов накачки составляла 0,2 мс по уровню 0,5 от максимальной интенсивности.

На рисунке показан график зависимости выходной энергии ла-



ра от энергии накачки при использовании различных фильтров. Прямая 1 соответствует случаю, когда на активный элемент падает весь спектр излучения лампы накачки. Прямые 2 и 3 получены при использовании оптических фильтров из кварца, легированного европием, и типа СЗС—22, которые поглощали, соответственно, ультрафиолетовую и 530—700 нм спектральные области излучения лампы накачки.

Наиболее интенсивные полосы поглощения ионов Er^{3+} соответствуют переходам $^4\text{I}_{15/2} \rightarrow (^4\text{G}_{11/2} - ^4\text{F}_{1/2})$ (1) и лежат в сине-зеленой области диапазона длин волн. Фильтр СЗС—22 позволяет отсекал ту часть спектра излучения лампы накачки, которая могла бы эффективно поглотиться ионами с нижнего лазерного уровня $^4\text{I}_{13/2}$, расположенного выше основного состояния на 6000 см^{-1} . Из рисунка видно, что влияния ультрафиолетовой и 530—700 нм спектральных областей в излучении возбуждения на эффективность лазера сильно отличаются. Применение в качестве фильтра кварца, легированного европием, приводит к увеличению пороговой энергии накачки и уменьшению дифференциальной эффективности лазера в 1,3 раза, а фильтра СЗС—22 — к увеличению пороговой энергии накачки в 1,8 раза и уменьшению дифференциальной эффективности в 3,5 раза, по сравнению с аналогичными характеристиками лазера в отсутствие фильтров.

Генерационные характеристики лазера на кристаллах $\text{Lu}_3\text{Al}_5\text{O}_{12}:\text{Er}^{3+}$ и $\text{Y}_3\text{Al}_5\text{O}_{12}:\text{Er}^{3+}$ с долгоживущим нижним лазерным уровнем $^4\text{I}_{13/2}$ в основном определяются дезактивацией этого уровня в течение импульса возбуждения. Дезактивация уровня $^4\text{I}_{13/2}$ может происходить как вследствие резонансных кросс-релаксационных процессов (2,3), так и из-за поглощения излучения накачки (4,5). Изменение дифференциальной эффективности в зависимости от спектрального состава излучения накачки, по-видимому, связано только с поглощением энергии возбуждения ионами с уровня $^4\text{I}_{13/2}$.

Таким образом, для повышения эффективности эрбиевого лазера, работающего на переходе $^4\text{I}_{11/2} \rightarrow ^4\text{I}_{13/2}$, необходимо оптимизировать спектр излучения лампы накачки, учитывая поглощение активаторных ионов как с основного, так и с нижнего лазерного уровней.

Институт физических исследований
Академии наук Армянской ССР

Մ. Ա. ԱՆԻՐԻԱՅԱՆ, Բ. Բ. ԿՈՍՏԱՆՅԱՆ

Մղման էներգիայի սպեկտրալ բաղադրության ազդեցությունը էրբիումային լազերի էֆեկտիվության վրա

Հետազոտված է գրգռման ճառագայթման սպեկտրալ բաղադրության ազդեցությունը 2,94 մկմ ալիքի երկարությամբ էրբիումային լազերի գեներացիոն բնութագրերի վրա: Ցույց է տրված, որ (530—700) նմ ալիքի

երկարության տիրույթում գրգռման ճառագայթումը, որը համասլաշա-
խանում է էրբիումի իոնների ներքին լավերային մակարդակի կլանմանը,
զգալիորեն ազդում է լազերի էֆեկտիվության վրա:

ЛИТЕРАТУРА — ԿՐԱՇԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

¹ Т. И. Бутаева Спектроскопия лазерных кристаллов с ионами Ег , канд. дис.,
Аштарак, 1983, ² В. И. Жеков, В. А. Лобачев, Т. М. Мурина и др., Квантовая элек-
троника, т. 10, № 9 (1983). ³ Х. С. Багдасаров, В. И. Жеков, В. А. Лобачев и др.,
Изв. АН СССР. Сер. физ., т. 48, № 9 (1984). ⁴ М. А. Андриасян, Н. В. Варданян,
Р. Б. Костанян, Квантовая электроника, т. 9, № 3 (1982). ⁵ М. А. Андриасян, Н. В.
Варданян, Р. Б. Костанян, Квантовая электроника, т. 9, № 6 (1982).

УДК. 612.76:616.133:33:616.831—005.1

БИОФИЗИКА

М. А. Саркисян, С. Э. Акопов, Б. Г. Балаян

Исследование биомеханических свойств среднемозговых артерий человека и их особенностей при инфаркте мозга

(Представлено чл.-корр. АН Армянской ССР Э. С. Габриеляном 29/IX 1986)

Исследование механизмов регуляции мозгового кровообращения и патогенеза его расстройств требует детального изучения закономерностей функциональной организации церебральной сосудистой сети. Целью данной работы явился сравнительный анализ биомеханических свойств сосудов в зоне инфаркта мозга и контрлатеральном полушарии и выявление параметров, наиболее чувствительных к патологическим изменениям.

Исследования проведены на сегментах среднемозговой артерии человека, полученных при аутопсии 10 умерших от инфаркта мозга в возрасте 50—65 лет, в течение 2—6 ч после смерти. Анатомически строго определенные участки среднемозговой артерии получали по общепринятой методике (^{1,2}). Продольное растяжение сосуда устанавливали по его исходной величине. Исследования биомеханических и сократительных свойств сосудистого сегмента проводили на установке, описанной Хаяши (¹). Наружный диаметр сосуда контролировался инфракрасной аппаратурой, модель 275К (ФРГ). Исходную толщину стенки сосуда определяли микрометрически, а ее изменения в процессе нагружения рассчитывали исходя из условия несжимаемости материала стенки сосуда и постоянства его длины (³).

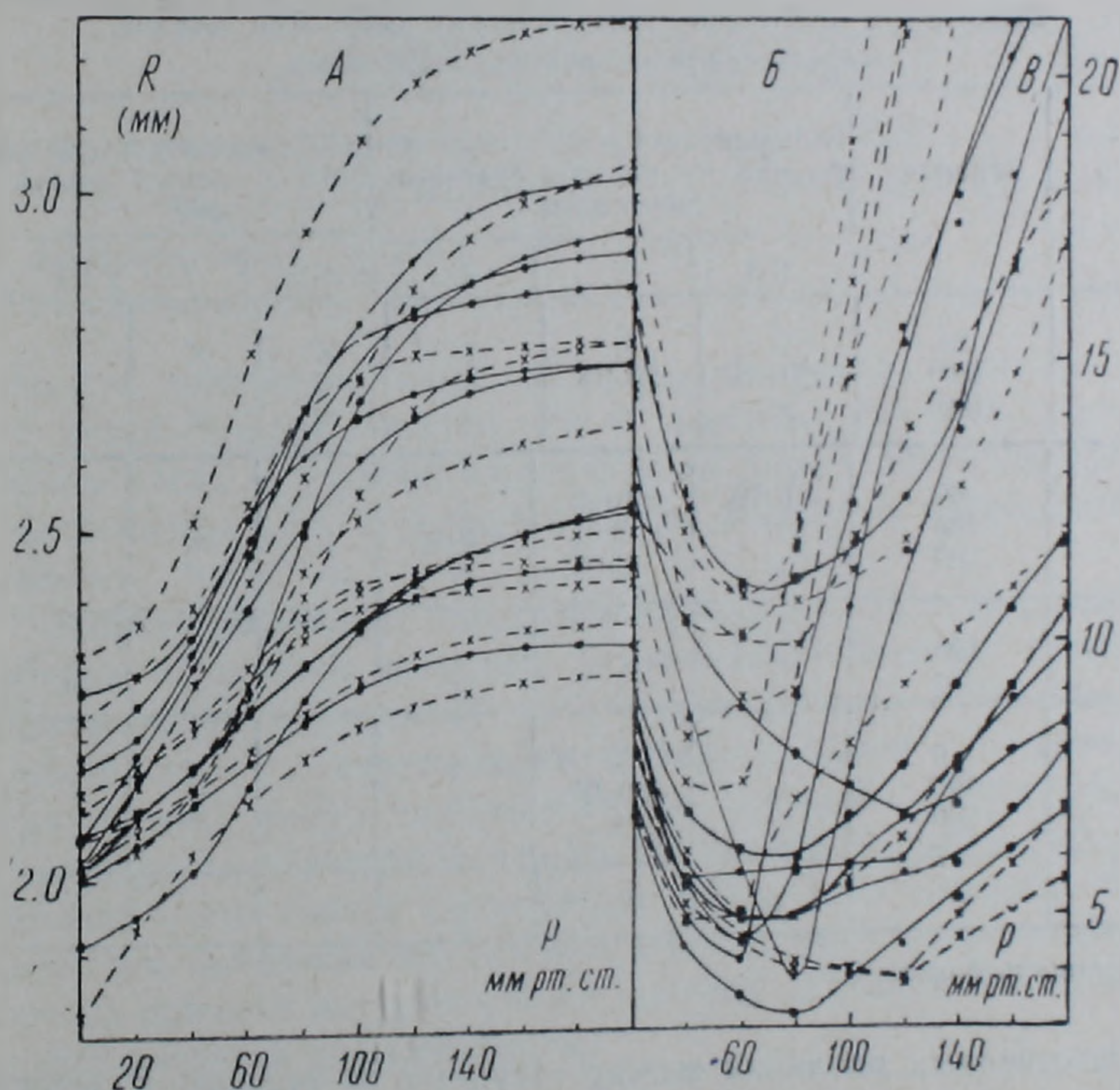
Структурная сложность исследуемого объекта, приводящая к анизотропии (⁴), а точнее, цилиндрической ортотропии (⁵), упругих свойств материала стенки и нелинейной зависимости напряжение—деформация (⁶), относительно большие деформации даже в пределах физиологических нагрузок (⁷) исключают возможность применения теории механики сплошных сред без определенных модельных допущений. Это определяет отсутствие универсального методического подхода в изучении биомеханических свойств сосуда. Нами рассчитывались следующие параметры, определяющие эластические свойства сосудов: 1) конструктивная жесткость сосуда K , определяющая его жесткость как конструкции без учета свойств материала стенки (⁸); 2) дифференциальный модуль упругости Юнга E в окружном направлении, рассчитываемый для сосуда, не меняющего длину и имеющего однородный, анизотропный, несжимаемый материал стенки (⁹); 3) плотность энергии деформации W , характеризующая накопленную в процессе деформации энергию и рассчитанная для сосуда, не меняющего длину, с однородным и изотропным материалом стенки (²); 4) параметр жесткости B , характеризующий (в отличие от модуля Юнга) кажущуюся жесткость сосуда, зависящую как от его геометрических параметров, так и от характеристик материала стенки сосуда (¹).

Исследования сосудорасширяющего эффекта простагличина (PGI_2) (10^{-10} — 10^{-7}M) проводили методом накопления кривых с расчетом ED_{50} (¹⁰). Данное исследование проводили при внутрисосудистом давлении $P=100$ мм рт. ст. После расчета ED_{50} оценивали относительное увеличение диаметра сосуда под действием PGI_2 в этой дозе, причем для этого исследования проводили индивидуальную оценку средней эффективной дозы для каждого из использованных препаратов среднемозговой артерии.

Статическую значимость различий между выборками определяли критерием зна-

ков (K3) и парным критерием Вилкоксона (Γ), принимая выборки связанными, или критерием Вилкоксона—Манна—Уитни (U), принимая их независимыми.

На рисунке показаны зависимости наружного радиуса сосудов от внутрисосудистого давления. Видно, что в поведении сосудов в области низких, средних и высоких давлений нет однозначного соответствия, что обусловлено различиями состояния их инфраструктуры, определяющими соответствующие участки кривой растяжимости ⁽²⁾. При этом исследованная популяция сосудов больных с цереброваскулярными заболеваниями оказалась по своим характеристикам давление—радиус весьма полиморфной, что свидетельствует о значительной вариабельности биомеханических свойств. Анализ исходных геометрических характеристик показал, что при внутрисосудистом давлении 100 мм рт. ст. наблюдается определенная группировка сосудов по их наружно-



Зависимости наружного радиуса R (А) и параметра B (Б) от внутрисосудистого давления P . —х— сосуд из зоны инфаркта мозга; — сосуд из контрлатерального полушария

му диаметру. Однако значения конструктивной жесткости сосуда и дифференциального модуля упругости в окружном направлении характеризовались значительным разбросом и отсутствием совпадений в распределениях. Это значит, что изменения биомеханических свойств сосудов могут быть связаны как с особенностями их геометрических характеристик, так и с вариациями свойств материала сосудистой стенки. Поэтому целесообразно проводить анализ изменений биомеханических свойств с использованием параметра жесткости B , отражающего как свойства материала, так и геометрические характеристики сосуда.

Исследования зависимости этого параметра от внутрисосудистого давления показали, что величина B также меняется при различных значениях P , отражая различия в поведении сосудов при низких и высоких величинах внутрисосудистого давления (рисунок, B). При этом, как видно из рисунка, по характеру этой зависимости сосуды гораздо четче подразделялись минимум на две группы, резко отличающиеся по своим биомеханическим свойствам.

С целью выявления возможной роли изменений биомеханических свойств сосудов в развитии инфаркта мозга было проведено их сравнение для отрезков среднемозговой артерии, извлеченных из зоны инфаркта мозга и из контрлатерального полушария. Из табл. 1 видно,

Таблица 1

Вероятности отсутствия различий между выборками сосудов, определяемые различными критериями

Параметр	Давление	Выборки сосудов из зоны инфаркта и контрлатерального полушария			Выборки сосудов из правого и левого полушарий		
		КЗ	Т	U	КЗ	Т	U
E	60	×	×	×	×	×	×
	100	<0,05	<0,01	×	×	×	×
	160	×	×	×	×	×	×
B	60	<0,05	<0,05	×	×	×	×
	100	×	<0,01	<0,05	×	×	×
	160	×	0,05	×	×	×	×
W	100	×	×	×	×	×	×
	220	×	×	×	×	×	×
R	0	×	×	×	×	×	×
	100	×	<0,05	×	×	×	×
	200	×	×	×	×	×	×
K	0	×	×	×	×	×	×

×—вероятность больше 0,05

что существенных различий между сосудами из правого и левого полушария по биомеханическим свойствам не наблюдалось. По биомеханическим свойствам сосудов из зоны инфаркта мозга и из контрлатерального полушария достоверные отличия, в основном, оказались при $P=100$ мм рт. ст., причем для параметра B они были существенней, что связано с большей широтой охвата параметром B свойств сосуда. При этом оказалось, что сосуды на стороне инфаркта характеризуются большей жесткостью, потерей эластичности, а это, как известно, является одним из факторов риска развития дисциркуляторных растройств (¹).

Однако необходимо указать, что не существовало абсолютной закономерности между жесткостью сосуда и его нахождением в зоне инфаркта. В некоторых случаях сосуды из обоих полушарий были сравнимы по своим биомеханическим свойствам или даже более жестким

был сосуд в контрлатеральном полушарии. По-видимому, это связано с тем, что эти свойства являются не единственным фактором, определяющим поведение сосуда и его возможное участие в патогенезе дисциркуляции. Другим фактором такого рода может быть состояние гладкой мускулатуры сосуда, ее способность к расслаблению и развитию расширения сосуда. Анализ этих свойств показал, что на стороне инфаркта чувствительность гладкой мускулатуры сосуда к воздействию вазодилататора—простациклина ниже, чем в здоровом полушарии (табл. 2). При этом величина относительного увеличения диаметра со-

Таблица 2
Биомеханические характеристики и степень расширения
сосудов под действием ПГІ₂

	ЕД ₅₀ , 10 ⁻⁹ м	В	Е×10 ⁶ , дин/см ²	W ₁₀₀ ×10 ⁸ , дин/см ²	W ₂₀₀ ×10 ⁸ , дин/см ²	ΔД/Д
На стороне инфаркта	9,7	10,4	5,1	11,2	18,7	0,11
На контрлатеральной стороне	3,5	8,1	3,9	13,0	21,5	0,13

суда под действием ПГІ₂ в дозе ЕД₅₀ на стороне инфаркта также более низка. Анализ показал, что в некоторых случаях на стороне инфаркта сосуд с хорошей эластичностью может почти полностью утрачивать способность к расширению под действием простациклина и наоборот.

Можно заключить, что функциональное состояние среднемозговой артерии на стороне инфаркта мозга характеризуется существенными нарушениями, связанными либо с изменениями ее биомеханических свойств, либо с нарушениями функционального состояния гладкой мускулатуры, либо с сочетанием обоих факторов. Эти данные раскрывают один из механизмов нарушений мозгового кровообращения и показывают, что оценка биомеханических свойств сосуда в не меньшей мере, чем изменения его гладкой мускулатуры, может позволить выявить те причины его дисфункции, которые определяют сосудистый компонент развития дисциркуляций.

Ереванский государственный медицинский институт

Մ. Ա. ՍԱՐԳՍՅԱՆ, Ս. Է. ՀԱԿՈԲՈՎ, Բ. Դ. ԲԱԼԱՅԱՆ

Մաղդու միջին ուղեղային զարկերակների բիոմեխանիկական հատկությունների հետազոտությունը և առանձնահատկությունները ուղեղի ինֆարկտի դեպքում

Ցույց է տրված, որ ուղեղի աջ և ձախ կիսագնդերի անոթների ուսումնասիրվող հատկությունների միջև էական տարբերությունների բացակայության դեպքում տեղի ունեն ինֆարկտի օջախից վերցված անոթների բիոմեխանիկական հատկությունների որոշակի փոփոխություններ:

Ամենաստույգ փոփոխությունը ստացվել է կոշտության պարամետրի(В)

համար, որի արժեքը մեծանում է: Բայց այնուամենայնիվ առանձին դեպքերում օրինաչափությունը իրախտվում է, որն ըստ երևույթին պայմանավորված է հարթ մկանունքի վիճակով: Ստացված արդյունքները վկայում են, որ հարթ մկանունքի հետ մեկտեղ, զարկերակների բիոմեխանիկական հատկությունների փոփոխությունը զգալի դեր է կատարում արյան հոսքի խանգարումների զարգացմանը:

ЛИТЕРАТУРА — ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

- ¹ K. Hayashi, S. Nagasawa, Y. Naruo e. a. Biorheology, v. 17, №3 (1980).
² A. Hudetz, Kiserl. Orvostud., v. 31, №2 (1980). ³ D. J. Patell, J. S. Janicki, Circulation Res., v. 27, №2 (1970). ⁴ W. O. Fenn, in: Tissue elasticity, Ed. by J. W. Remington, Washington, 1957. ⁵ D. J. Patell, D. L. Fry, Circulation Res., v. 24, №1 (1969). ⁶ R. N. Vaishav, J. T. Yong, J. S. Janicki e. a. Biophys. J., v. 8, №8 (1972). ⁷ J. C. Greenfield, D. J. Patel, Circulation Res., v. 10, №5 (1962). ⁸ С. М. Шендеров, А. Н. Рогоза, в кн.: Физиология человека и животных. т. 23, Изд-во ВИНТИ, М., 1979. ⁹ D. H. Bergel, J. Physiol., v. 156, №3 (1961). ¹⁰ J. M. Rossum, Arch. int. Pharmacol., v. 143, №3 (1963).

УДК 611.576

МОРФОЛОГИЯ

А. М. Чилингарян, Дж. А. Мартиросян, И. Б. Меликсетян

Гистохимическое изучение клеточных ортофосфатов в нейронах мозга кошки на срезах из формалинфиксированного материала

(Представлено академиком АН Армянской ССР В. В. Фанарджяном 2/IV 1987)

Выявление клеточного неорганического фосфора (ортофосфатов) со свинцом на кусочках свежей ткани позволило установить, что преципитация свинца происходит в различных клеточных структурах: на стенках сосудов, глиальных и нервных клеток. При этом весьма четко выявлялись перикарионы, дендриты и шипики нервных клеток, и результат в определенной степени напоминал картину, полученную по общеизвестному методу Гольджи (¹). На основании этих исследований можно было заключить, что выявление фосфора представляет особый интерес не только в гистохимическом, но и морфологическом аспекте. Однако на кусочках преципитация происходила лишь на поверхностных участках, на небольшой глубине, поэтому применять эти методические приемы в экспериментальных исследованиях было крайне трудно. Целесообразнее было бы проводить выявление фосфора на срезах, где легче стандартизировать все этапы обработки материала. На срезах удалось получить преципитацию на стенках сосудов мозга и некоторых других органов, в нейронах вегетативной нервной системы; для изучения этих структур разработаны соответствующие элективные морфогистохимические методы исследования (^{2,3}).

Однако в отличие от вышеуказанных структур преципитация свинца в нейронах мозга на срезах или не происходила, или носила крайне непостоянный характер. Выяснению этого вопроса и посвящается настоящее сообщение.

Для исследования было использовано 60 половозрелых кошек. После легкого нембуталового наркоза животных декапитировали, удаляли головной и спинной мозг. Кусочки фиксировали 24—48 ч в 5%-ном формалине при 4°C. Из коры полушарий, промежуточного, среднего, продолговатого, спинного мозга и мозжечка готовили замороженные срезы, толщиной 60 мкм. Срезы из мозжечка готовили с таким расчетом, чтобы охватить и кору и центральные ядра. Далее срезы переносили в инкубационные свинцовые смеси с учетом закономерности концентрационного взаимоотношения в количественном буферном ряду (¹). В настоящем исследовании из множества возможных вариантов были использованы свинцовые смеси следующих составов: к 100 мл 0,01 М раствора уксуснокислого свинца добавлялся 1 М ацетатный буфер с pH 5,6 от 5 до 65 мл с интервалом 5 мл. Срезы в этих смесях

инкубировали от 3 до 20 дней, после чего выявляли сернистым натрием и заключали по ранее описанным методам (2, 3).

В зависимости от количества буфера в смеси наблюдаются качественные изменения в локализации образованного осадка. На срезах, инкубированных в смесях с 5 мл буфера, преципитация происходит на стенках сосудов и капилляров. С 10—15 мл буфера осадок образуется в ядрах глиальных клеток. Иногда преципитат можно наблюдать в ядрах с 20—30 мл буфера. В этих условиях преципитация часто наблюдается в осевых цилиндрах нервных волокон с незначительным количеством нервных клеток с зернистым перикарионом. Однако просмотр срезов, инкубированных в смесях, где количество буфера повышается до 40 мл и более, показывает, что основной преципитационный пик нервных клеток соответствует этим и большим количествам буфера. Причем если эти пики для нейронов коры полушарий соответствуют 55—60 мл буфера, то для нейронов спинного и продолговатого мозга оптимальная преципитация происходит с 40—45 мл буфера в смеси.

Результат в морфологическом отношении является весьма своеобразным и существенно отличается от данных, полученных общеизвестными морфологическими и гистохимическими методами исследования.

В итоге настоящей реакции на полученных препаратах основной реагирующей структурой являются перикарионы и отростки нервных клеток. Последние выявляются за счет мелкозернистого осадка, откладывающегося в перикарионе и дендритах различного порядка. Кроме того на препаратах наблюдается наличие черного мелкозернистого осадка, обусловленного следовой реакцией осевых цилиндров нервных волокон.

Хотя проведенные исследования позволили установить преципитационные пики нервных клеток различных отделов мозга, тем не менее нельзя не отметить значительное отличие в равномерности окраски нейронов различных формаций.

В коре полушарий реакция нервных клеток крайне неравномерная, осадок в основном выявляется в перикарионах нейронов верхних слоев. В коре мозжечка выявляются перикарионы клеток Пуркинье и единичные клетки Гольджи. В противоположность коре нейроны центральных ядер мозжечка реагируют четко и осадок можно наблюдать как в перикарионах, так и в отростках. В среднем мозге осадок образуется в нейронах глазодвигательного нерва и частично в перикарионах и отростках нейронов красного ядра. В изученных отделах наиболее четкой и равномерной реакцией отличаются нервные клетки продолговатого мозга. Особенно хорошо выявляются нейроны ретикулярной формации, среди которых по скорости образования осадка, а также по четкости выявления отличаются крупные нервные клетки и их отростки, которые прослеживаются на значительном расстоянии (рис. 1). Сходная реакция наблюдается также в нейронах ядер лицевого, подъязычного, блуждающего нервов. Нейроны оливы выявляются равномерно, однако осадок в них образуется только в перикарионах. Важным следует считать то обстоятельство, что в метамерных ядрах характер образованного осадка и окраска нейронов весьма идентичны.

Реакция мотонейронов спинного мозга постоянная и равномерная (рис. 2), чего нельзя сказать в отношении других нейронов серого вещества спинного мозга.

Говоря о скорости образования осадка, необходимо отметить, что реакция идет медленно и, как это имеет место при других свинцовых

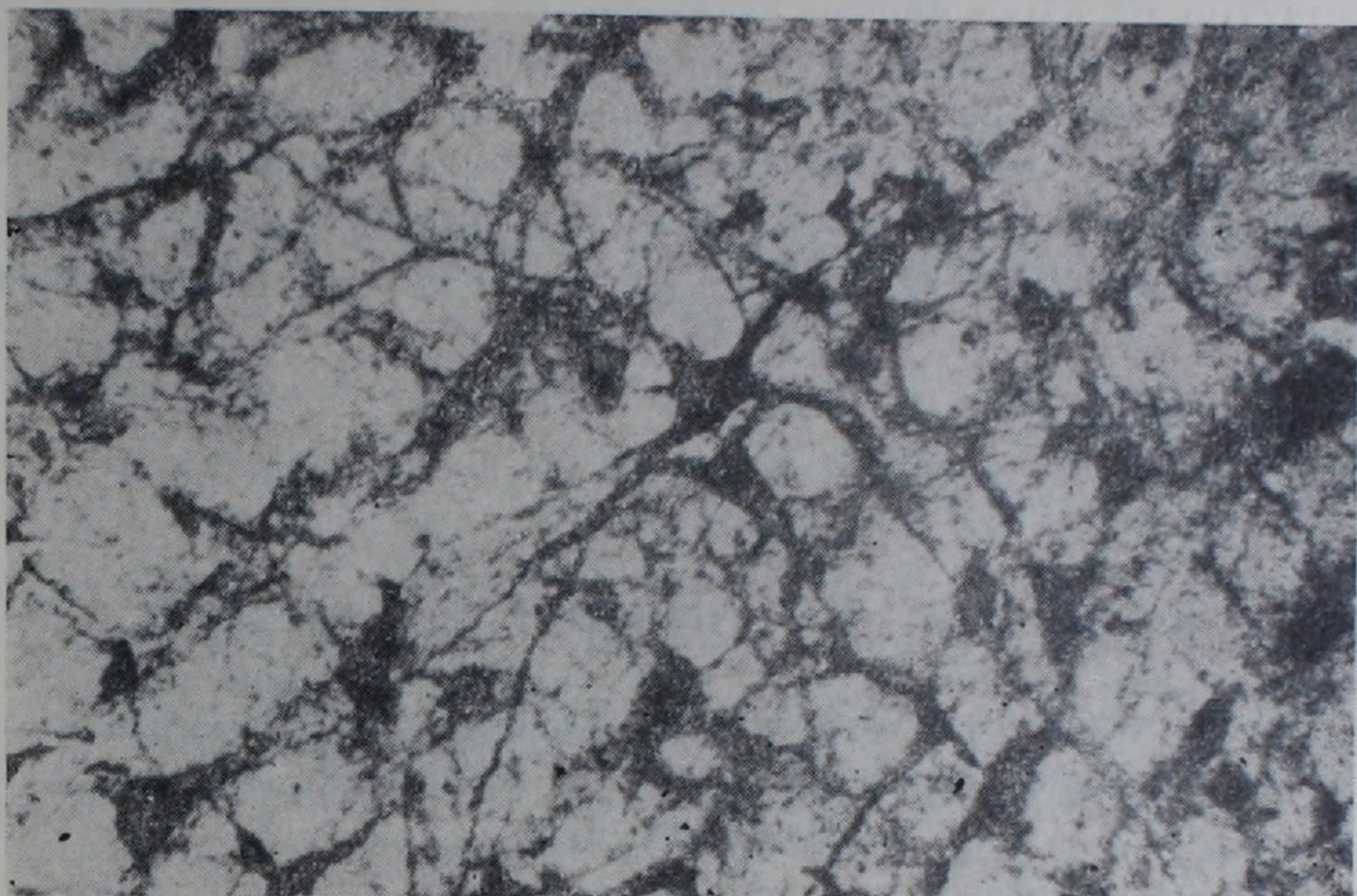


Рис. 1. Продолговатый мозг кошки. Показана крупная клетка ретикулярной формации с окраской перикарионов и дендритов различного порядка; ок. 8х, об. 24х

методах, первые три дня являются латентным периодом, при котором реакция почти полностью отсутствует. С 4-го дня начинается отложение осадка, достигающее максимума на 10—15-й день инкубации. При этих сроках иногда наблюдается наличие осадка в ядрах нейро-

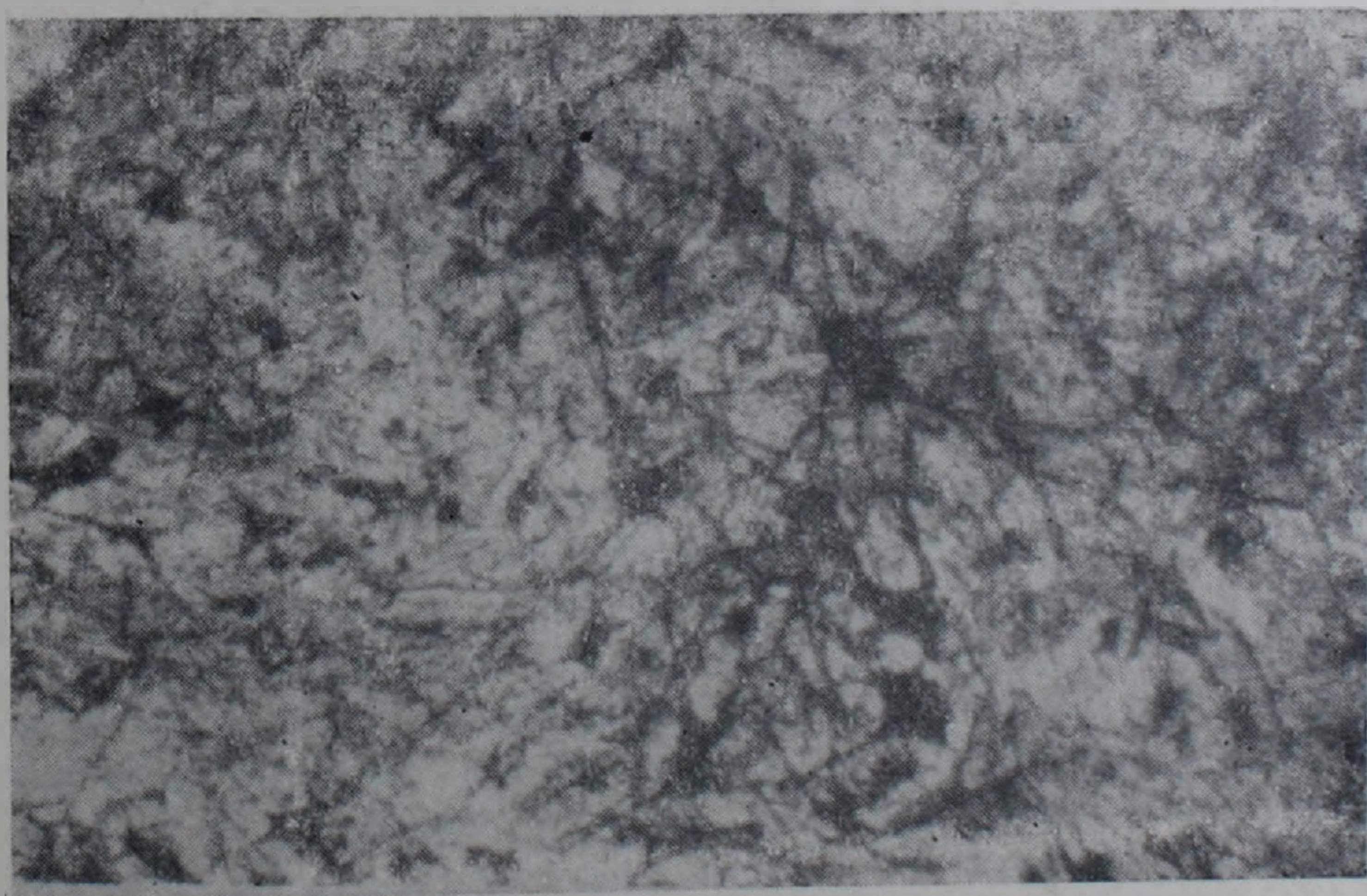


Рис. 2. Спинной мозг кошки. Показана реакция перикарионов и дендритов крупных мотонейронов; ок. 8х, об. 6х

нов, большей частью отсутствующего при 5—7-дневной инкубации.

Полученные в настоящем сообщении данные показывают, что преципитационные пики ортофосфатов в нейронах различных отделов мозга резко отличаются от преципитационных пиков других структур. Использование формалиновой фиксации (различные сроки), по всей вероятности, является далеко неадекватным, чем и, возможно, обуславливается неравномерная реакция нейронов во многих отделах мозга. Однако четкая и равномерная реакция нейронов большинства нервных ядер продолговатого мозга и мотонейронов спинного мозга говорит о принципиальной возможности гистохимического выявления ортофосфатов в нервных структурах мозга на срезах из фиксированного материала.

Институт физиологии им. Л. А. Орбели
Академии наук Армянской ССР

Հ. Մ. ԶԻԼԻՆԳԱՐՅԱՆ, Ջ. Հ. ՄԱՐՏԻՐՈՍՅԱՆ, Ի. Բ. ՄԵԼԻՔՍԵՅԱՆ

Բջջային օրթոֆոսֆատների հիստոքիմիական ուսումնասիրությունը
կատվի ուղեղի նյարդային բջիջներում ֆորմալինով ֆիքսված
կտրվածքների վրա

Նեյրոնային օրթոֆոսֆատների հիստոքիմիական ուսումնասիրության արդյունքները ցույց են տալիս, որ օրթոֆոսֆատների նստեցման պիկերը ուղեղի զանազան հատվածներում ղգալիորեն տարբերվում են: Հիմնականում ցայտուն տվյալներ են ստացվել երկարավուն ուղեղի ցանցանման դոյացության բջիջներում և ողնուղեղի շարժիչ նեյրոններում: Ստացված տվյալները ցույց են տալիս օրթոֆոսֆատների հիստոքիմիական ուսումնասիրության հեռանկարները նյարդային բջիջների մորֆոլոգիական և հիստոքիմիական ուսումնասիրության ասպարեզում:

ЛИТЕРАТУРА — ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

¹ А. М. Чилингарян, Микроскопическое изучение кровеносных сосудов и нервной ткани, основанное на применении соединений свинца, Докт. дисс. Л., 1968. ² А. М. Чилингарян, ДАН Арм. ССР, т. 40, № 2 (1965). ³ А. М. Чилингарян, Журн. exper. и клинич. медицины, т. 5, № 1 (1965).

УДК 611.85

МОРФОЛОГИЯ

В. И. Погосян

Источники афферентных входов латерального вестибулярного
ядра кошки

(Представлено академиком АН Армянской ССР В. В. Фанарджяном 12/V 1987)

При исследовании афферентных проекций различных структур мозга на латеральное вестибулярное ядро Дейтерса (ЛВЯ) кошки с использованием импрегнационных методов (¹⁻⁸) и метода ретроградного маркирования пероксидазой хрена (ПХ) нейронов-мишеней (^{7, 9, 10}) получены противоречивые данные. Целью настоящей работы было изучение указанных проекций с помощью локальных микроионофоретических введений ПХ в дорсальные отделы ядра Дейтерса.

Опыты были проведены на 6 взрослых кошках под нембуталовым наркозом (50 мг/кг, внутривенно). По стереотаксическим координатам (^{11, 12}) под углом 20° в мозг вводили стеклянную микропипетку (диаметр кончика 50—100 мкм), заполненную 10%-ным раствором ПХ. Для растворения фермента применяли буферный раствор (¹³) в сочетании с диметилсульфоксидом (0,5%), который титровали 1 Н-ным раствором соляной кислоты до pH 8,3. Через 48 ч после микроионофоретического введения ПХ в ЛВЯ проводили повторную наркотизацию животного и перфузию мозга. Из извлеченного мозга получали фронтальные срезы (75 мкм), которые в тот же день окрашивали по методу Мезулама (¹⁴). Для определения топографии меченых нейронов-мишеней были использованы атласы мозга кошки (^{11, 12}).

На рис. 1 и 2 схематически показаны проекции различных структур центральной нервной системы на вентральные и дорсальные отделы ЛВЯ. Отмеченные связи были выявлены посредством изучения топографии распределения в целом мозге нейронов, ретроградно аккумуляировавших ПХ после соответствующих локальных микроионофоретических инъекций фермента в ядро Дейтерса. Как видно из рисунков, на все отделы ЛВЯ билатерально проецируются коронарная, крестовидная и супрасильвиевая борозды коры больших полушарий, тогда как пресильвиевая и латеральная проецируются только на вентральные отделы ядра, а эктосильвиевая образует афферентные входы в дорсальных отделах ядра Дейтерса. Полученные нами данные полностью опровергают мнение авторов (^{15, 16}), отрицающих существование корковых проекций на ЛВЯ, и подтверждают точку зрения тех исследователей, которые импрегнационными методами выявили отмеченные афферентные входы коры мозга в ядро Дейтерса (^{2, 3}).

Большинство исследователей, также использовавшие импрегна-

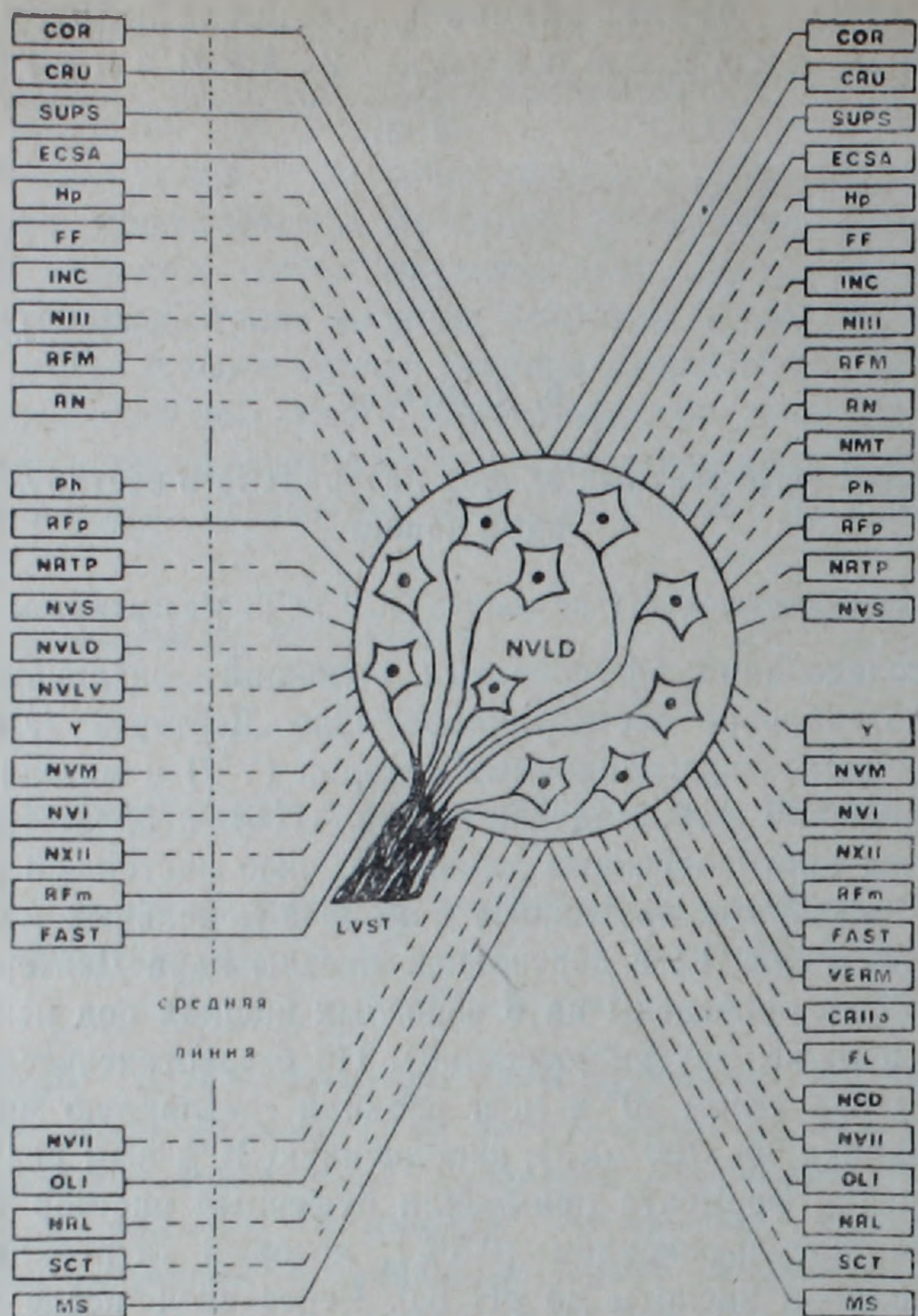


Рис. 1. Схематические связи дорсальных отделов латерального вестибулярного ядра кошки, выявленные посредством ретроградного маркирования пероксидазой хрена нейронов-мишеней. COR—коронарная, CRU—крестовидная, SUPS—супрасильвиевая, ECSA—эктосильвиевая борозды коры больших полушарий; Hp—заднее гипоталамическое ядро; FF—поле Фореля, INC—интерстициальное ядро Кахаля; NIII—ядро глазодвигательного нерва; RFM—ретикулярная формация среднего мозга, RFp—варолиевого моста, NRTP—покрышки варолиевого моста и RFm—продолговатого мозга; RN—красное ядро; NMT—мезенцефалическое и SCT—каудальное ядра тройничного тракта; Ph—препози- тарное ядро подъязычного нерва; NVS—верхнее, NVM—ме- диальное, NVi—нижнее (нисходящее) вестибулярные ядра; NVLD—дорсальный и NVLV—вентральный отделы ядра Дейтерса; Y—группа «Y» вестибулярного комплекса; N XII— ядро подъязычного нерва, FAST—фастигиальное ядро моз- жечка; VERM—червь, CR II a—ножка II а петлевидной дольки полушария и FL—флоккулус (кочок) коры мозжеч- ка; NCD—дорсальное ядро улитки; и N VII—ядро лице- вого нерва; OLI—нижняя олива; NRL—латеральное рети- кулярное ядро продолговатого мозга; MS—шейный отдел спинного мозга; LVST—латеральный вестибуло-спинальный тракт. Непрерывной линией обозначены подтвержденные связи, пунктирной—выявленные впервые

ра лицевого нерва и каудального ядра тройничного тракта. На ипсилатеральной стороне мозга выявлены нейроны-мишени в ножке II и петлевидной доли полушария мозжечка; на контралатеральной—в латеральном ретикулярном ядре и в ЛВЯ. Обнаружены также проекции только на вентральные отделы ядра Дейтерса из непарного образования—ядра Эдингера—Вестфала; ипсилатеральные—медиальной части вентрального ядра улитки и дорсальных отделов нижней оливы. Только на дорсальные отделы ЛВЯ проецируются билатерально заднее гипоталамическое ядро, ретикулярная формация среднего мозга и покрышки варолиевого моста; ипсилатерально—мезенцефалическое ядро тройничного тракта и частично дорсальное ядро улитки. Следует подчеркнуть, что имеются электрофизиологические данные относительно контралатеральных афферентных входов в ядро Дейтерса из интерстициального ядра Кахаля, ретикулярной формации покрышки варолиевого моста, нижней оливы ⁽²⁰⁾ и каудального ядра тройничного тракта ⁽²¹⁾. Импрегнационными методами выявлены комиссуральные связи ЛВЯ ⁽²²⁾. Использование же обширных гидравлических инъекций ПХ в комплекс вестибулярных ядер привело некоторых исследователей к заключению, что ядро подъязычного нерва не проецируется на ядро Дейтерса ⁽⁷⁾.

Из обобщения результатов проведенного исследования следует, что афферентные проекции многих структур мозга на вентральные и дорсальные отделы ЛВЯ топически организованы. Выявлено выраженное многообразие афферентных входов ядра Дейтерса, что, вероятно, играет существенную роль в интегративных процессах мозжечкового контроля над двигательными реакциями на уровне ЛВЯ, которое выступает в качестве звена экстрапирамидной системы.

Институт физиологии им. Л. А. Орбели
Академии наук Армянской ССР

Վ. Ի. ՊՈՂՈՍՅԱՆ

Կատվի կողմնային վեստիբուլյար կորիզի աֆերենտ մուտքերը

Մովաբողկի պերօքսիդազայի միկրոհիոնոֆորետիկ ներմուծման մեթոդով ուսումնասիրվել է կողմնային վեստիբուլյար կորիզի պրոյեկցիաների աղբյուրը հանդիսացող՝ նշված նեյրոնների տեղակայումը ուղեղում:

Բացահայտվել են դեպի կորիզի բոլոր բաժինները եկող երկկողմանի պրոյեկցիաներ միջին ուղեղի հետևյալ կառուցվածքներից՝ Ֆորելի զաշտից, Կախալի ինտերստիցիալ կորիզից, ակնաշարժիչ կորիզից և կարմիր կորիզից: Պրոյեկցիաներ են բացահայտված նաև ավելի հետին կառուցվածքներից՝ վերին միջային և ստորին վեստիբուլյար կորիզներից, վեստիբուլյար համախմբի «Y» խմբից, դիմային և ենթալեզվային նյարդերի կորիզներից, ենթալեզվային նյարդի պրեպոզիտոր կորիզից, հոորակ տրակտի հետին կորիզից, համակողմային՝ ուղեղիկի կիսագնդի օղակաձև բլթի II ա ոտիկից և հակակողմային՝ երկարավուն ուղեղի կողմնային վեստիբուլյար կորիզից:

Երկկողմանի պրոյեկցիաներ են բացահայտված միայն դեպի կողմնային

վեստիբուլյար կորիզի դորսալ բաժինները հետևյալ կառուցվածքներից՝ հետին հիպոթալամիկ կորիզից, միջին ուղեղի ցանցանման գոյացությունից և վարոլյան կամրջի ծածկից, հակակողմային՝ եռորակ տրակտի միջինուղեղային (մեզենցեֆալիկ) կորիզից և խխունջի դորսալ կորիզից: Աֆերենտ մուտքեր են ցույց տրված նաև կողմնային վեստիբուլյար կորիզի միայն վենտրալ բաժինները էդինգեր-վեստֆալի կորիզից, համակողմային՝ խխունջի վենտրալ կորիզի միջնային մասից և ստորին ձիթապտղի դորսալ բաժիններից:

Ստացված տվյալները հաստատում են նույնպես գրականության մեջ նկարագրված կենտրոնական նյարդային համակարգության մի շարք կառուցվածքների պրոյեկցիաները Դեյտերսի կորիզի վրա:

ЛИТЕРАТУРА — ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

- ¹ А. Бродал, Ф. Вальберг, О. Помпеано, Вестибулярные ядра, Наука, М.—Л., 1966.
- ² В. В. Ермолаева, в кн.: Морфология путей и связей центральной нервной системы, Наука, М.—Л., 1965.
- ³ Т. Ф. Кулешова, Арх анат., т. 60, с. 74—78 (1971)
- ⁴ P. Angaut, A. Brodal, Arch. Ital. Biol., v. 105, p. 441—479 (1967).
- ⁵ M. B. Carpenter, G. M. Brittin, J. Pines, J. Comp. Neurol., v. 109, p. 65—89 (1958).
- ⁶ G. E. Korte, J. Comp. Neurol., v. 184, p. 279—292 (1979).
- ⁷ O. Pompeiano, T. Mergner, N. Corvaja, Arch. Ital. Biol., v. 116, p. 130—172 (1978).
- ⁸ F. Walberg, D. Bowsher, A. Brodal, J. Comp. Neurol., v. 110, p. 391—419 (1958).
- ⁹ N. Corvaja, O. Pompeiano, Neurosci., v. 4, p. 507—515 (1979).
- ¹⁰ J. Ito, M. Sasa, I. Matsuoka e. a., Brain Res., v. 231, p. 427—432 (1982).
- ¹¹ A. L. Berman, The brain stem of the cat: A cytoarchitectonic atlas with stereotaxic coordinates, Medison etc., Univ. Wisc. press, 1968.
- ¹² F. Reinoso-Suarez, Torographischer Hirnatlas der Katze, Darmstadt, Merck, 1961.
- ¹³ В. И. Погосян, В. В. Фанарджян, Нейрофизиология, т. 18, с. 35—45 (1986).
- ¹⁴ М.-М. Mesulam, J. Histochem. and Cytochem., v. 26, p. 106—117 (1978).
- ¹⁵ В. А. Майский, Структурная организация и интеграция нисходящих нейронных систем головного и спинного мозга, Научова думка, Киев, 1983.
- ¹⁶ O. Pompeiano, F. Walberg, J. Comp. Neurol., v. 108, p. 465—503 (1957).
- ¹⁷ F. Walberg, O. Pompeiano, A. Brodal e. a., J. Comp. Neurol., v. 118, p. 49—76 (1962).
- ¹⁸ D. Cohen, W. W. Chambers, J. M. Sprague, J. Comp. Neurol., v. 109, p. 233—259 (1958).
- ¹⁹ Y. Sato, T. Kawasaki, K. Ikarashi, Brain Res., v. 234, p. 430—434 (1982).
- ²⁰ V. A. Sarkisian, V. V. Fanardjian, Neurosci., v. 16, p. 957—968 (1985).
- ²¹ D. Troiani, L. Petrosini, Exp. Neurol., v. 72, p. 12—24 (1981).
- ²² R. Ladpli, A. Brodal, Brain Res., v. 8, p. 65—96 (1968).

УДК 612.827+612.826.8+612.822.3

ФИЗИОЛОГИЯ

О. П. Косоян, А. О. Бантикян

Сравнительный анализ нейронной организации предмозжечковых релейных образований моста

(Представлено академиком АН Армянской ССР В. В. Фанарджяном 10/IV 1987)

Афферентная и эфферентная организация собственных ядер моста (СЯМ) и ретикулярного ядра покрышки моста Бехтерева (РЯПМ) адекватно приспособлена для передачи корковых командных и корректирующих сигналов в мозжечок (^{1,2}). В количественном отношении мосто-мозжечковая проекция занимает центральное место среди других систем мшистых афферентов, являясь крупным источником этого входа у высших позвоночных (^{3,4}). В свою очередь проекция из центральных ядер мозжечка в структуры моста обеспечивает наличие положительной обратной связи (⁵⁻⁸). В различных полях коры мозга берут начало мощные корково-мостовые входы (⁹⁻¹¹). Однако четкого разделения функций СЯМ и РЯПМ относительно опосредования корково-мозжечковой передачи до настоящего времени последовательно не проводилось. В настоящей работе дан сравнительный анализ нейронной организации предмозжечковых релейных образований моста.

Опыты проводили на 116 взрослых кошках, наркотизированных нембуталом. Методические особенности исследования приведены в (¹²).

Общее в эфферентной организации собственных ядер моста и ретикулярного ядра покрышки моста у кошки заключается в следующем (рис. 1).

Нейроны обоих ядер подавляющее большинство своих эфферентов направляют в мозжечок, используя для этой цели в качестве коллекторов его среднюю и верхнюю ножки. Мосто-мозжечковая информация поступает во все три центральных ядра мозжечка. Для нейронов ядер моста характерна выраженная дивергенция их аксонов. Она обусловлена наличием в составе этих ядер нейронов, которые: а) проецируются в мозжечок через обе его ножки, б) используя одну или две из указанных ножек, направляют свои аксоны двум или всем центральным ядрам мозжечка, в) обладают аксонами, которые, разветвляясь, направляются как в сенсомоторную кору, так и в мозжечок.

Наряду с общими свойствами имеются также и некоторые отличия в эфферентной организации собственного и ретикулярного ядер моста. У РЯПМ соотношение аксонов эфферентных нейронов, проецирующихся в мозжечок через среднюю и верхнюю ножки, составляет 1,7:1; у СЯМ эта корреляция представлена соотношением 4,4:1, т. е. верхняя ножка мозжечка в качестве коллектора мосто-мозжечковой информации используется гораздо реже нейронами СЯМ.

Нейроны РЯПМ, проецируясь в кору мозжечка, отдают большее число аксонных коллатералей, чем нейроны СЯМ. Проекция нейронов СЯМ в ядра мозжечка будучи относительно слабо выраженной, распределена неравномерно и с явным преобладанием проекции в латеральное ядро мозжечка.

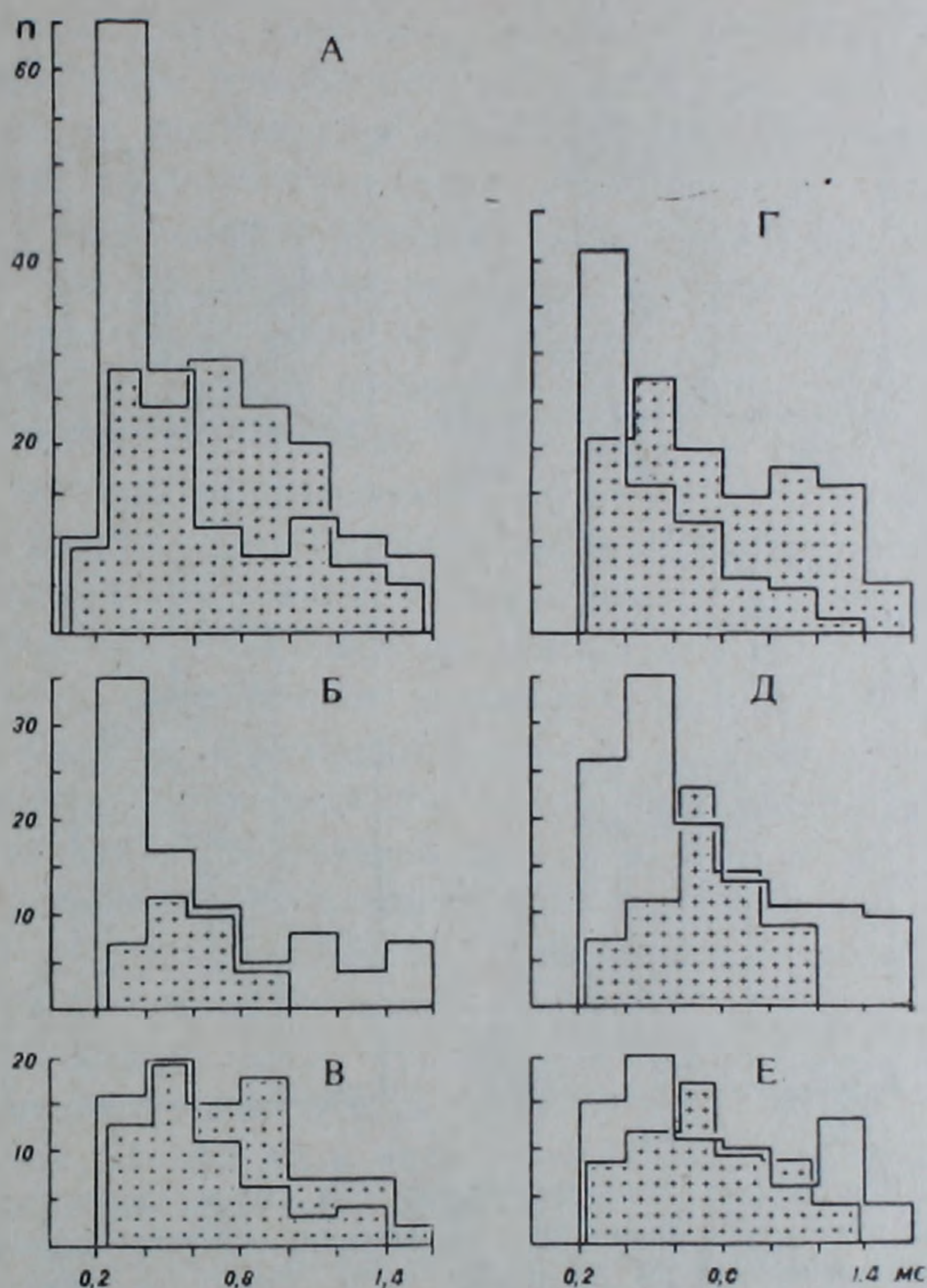


Рис. 1. Сравнительные гистограммы распределения скрытых периодов антидромных потенциалов действия нейронов ретикулярного ядра покрышки моста (белые столбики) и собственных ядер моста (столбики с крестиками), вызванных раздражением средней (А), верхней (Б) ножек мозжечка, пирамидного тракта (В), латерального (Г), промежуточного (Д) и фастигиального (Е) ядер мозжечка. По оси абсцисс время в мс, по оси ординат—количество нейронов (п)

Общее в афферентной организации СЯМ и РЯПМ выражается в способности нейронов указанных образований отвечать моно- и полисинаптической активацией на раздражение одних и тех же источников, а также возникновении у определенного количества нейронов обоих ядер сочетанных анти- и ортодромных потенциалов действия (рис. 2).

Нейроны СЯМ и РЯПМ реагируют моносинаптическим возбуждением на раздражение всех трех центральных ядер мозжечка и его верхней ножки. Для моносинаптических ответов, вызванных раздражением мозжечка, характерна относительно короткая длительность фазы нарастания возбуждающего постсинаптического потенциала (ВПСП), что, вероятно, обусловлено локализацией мозжечково-мосто-

вых синаптических окончаний более проксимально к соме нейронов. Олиго- и полисинаптические ортодромные ответы характерны для нейронов обоих исследованных ядер моста. Сочетанное возникновение анти- и ортодромных потенциалов действия может быть результатом

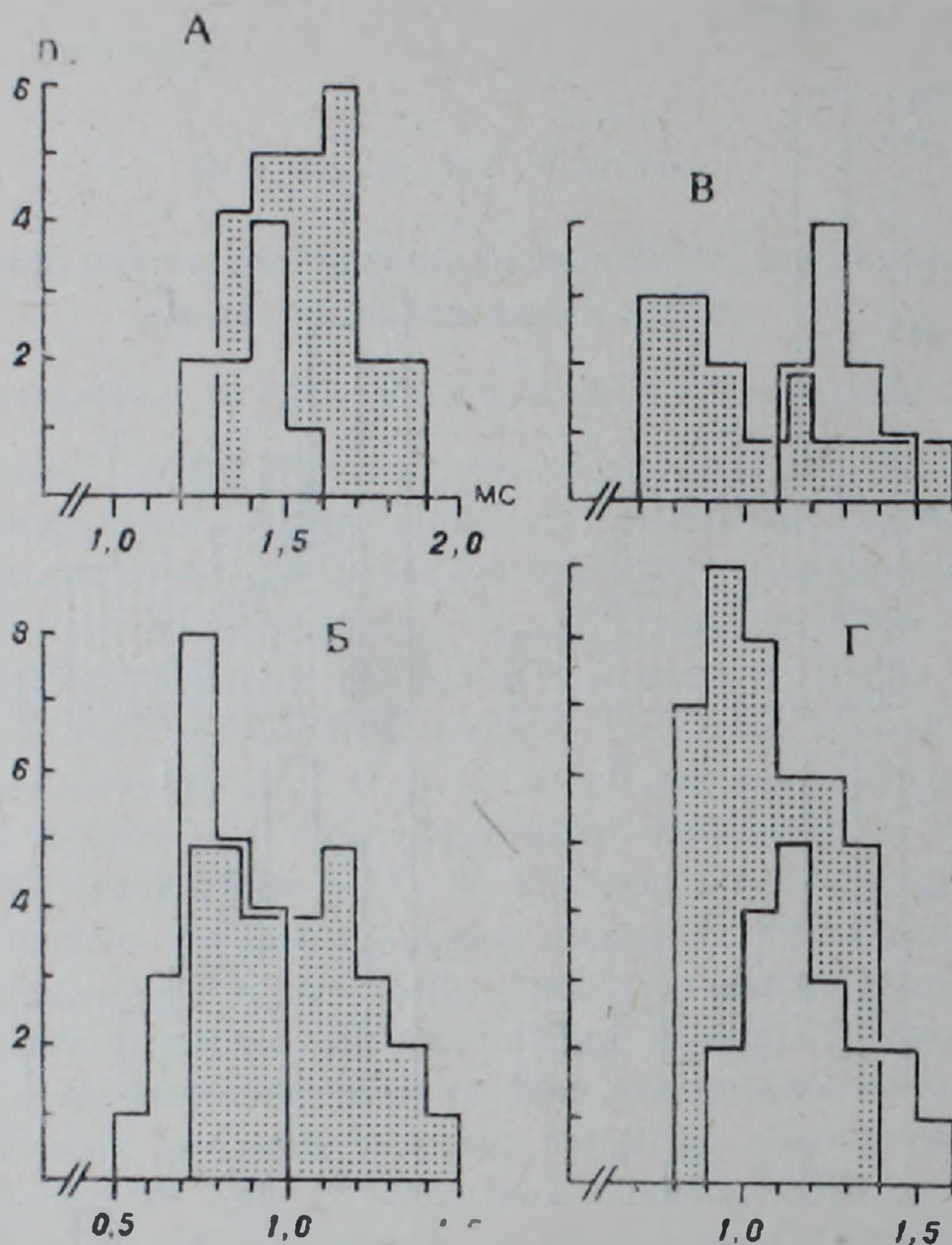


Рис. 2. Сравнительные гистограммы распределения скрытых периодов ортодромных потенциалов действия нейронов ретикулярного ядра покрышки моста (белые столбики) и собственных ядер моста (столбики с крестиками), вызванных раздражением латерального (А), промежуточного (Б), фастигиального (В) ядер мозжечка и пирамидного тракта (Г). По оси абсцисс время в мс, по оси ординат количество нейронов (n)

двусторонней связи между образованиями моста и мозжечком. Моно-, олиго- и полисинаптическая активация, иногда сочетанное возникновение анти- и ортодромных потенциалов действия также наблюдались в нейронах СЯМ и РЯПМ в ответ на раздражение сенсомоторной области коры мозга и пирамидного тракта. Однако для корково вызванных моносинаптических ВПСП характерны более длительные периоды фазы нарастания по сравнению с мозжечково вызванными моносинаптическими ВПСП, что, по-видимому, обусловлено более удаленным расположением кортико-мостовых аксоновых окончаний от сомы. Нейроны исследованных ядер моста представляют сложно организованные интегративные центры, на которых оканчиваются синапсы волокон различных афферентных источников: а) в составах исследованных ядер моста имеются нейроны, на которых конвергируют синаптические

входы из двух или трех центральных ядер мозжечка; б) нейроны ядер моста получают синаптический вход как из коры мозга, так и из одного или нескольких мозжечковых источников. Для всех исследованных нейронов указанных ядер моста начальная реакция на раздражение как мозжечковых, так и корковых структур является исключительно возбудительной. Некоторые нейроны обоих ядер моста на одиночное раздражение как корковых, так и мозжечковых образований способны генерировать вспышечный разряд. В этих случаях вслед за начальным спайком формируется деполяризующее плато, на фоне которого возникает последующая группа из пяти—шести спайков.

Различие в эфферентной организации СЯМ и РЯПМ прежде всего заключается в том, что несмотря на широкую конвергенцию афферентных входов из различных источников для каждого из указанных ядер имеются различия в основном источнике. Для СЯМ и РЯПМ эти источники соответственно представлены корой мозга и мозжечком (13).

Большинство идентифицированных нейронов СЯМ ортодромно возбуждается на раздражение структур коры мозга—его сенсомоторной области и пирамидного тракта. В корково-мостовой проекции участвуют как кортико-мостовые нейроны, так и аксонные коллатерали пирамидного тракта. Совокупность указанных волокон обеспечивает генерацию как простых (гомогенных), так и сложных (гетерогенных) ВПСП. Восходящая фаза последних осложнена выемкой, которая, вероятно, обусловлена конвергенцией на одном нейроне кортикофугальных аксонов различного происхождения и с различными скоростями проведения. В отличие от СЯМ в РЯПМ подавляющее большинство составляют нейроны, синаптическая активация которых вызывается раздражением экстракорковых структур. У этих нейронов регистрируются корково вызванные ВПСП только простой формы. Афферентный вход из центральных ядер мозжечка является основным для нейронов РЯПМ. Характерно для мозжечково вызванных моносинаптических ВПСП выраженное облегчение при применении парной стимуляции. В противоположность этому имеется большое количество нейронов СЯМ, которые на раздражение мозжечка не реагируют синаптическим возбуждением, а реагирующие на мозжечковое раздражение нейроны СЯМ при парной стимуляции не обнаруживают облегчения. Для нейронов СЯМ среди мозжечковых проекций своими многочисленными афферентами выделяется латеральное ядро, проекции из ядер мозжечка для нейронов РЯПМ почти равнозначны. Конвергентность входов из различных афферентных источников сильнее выражена для нейронов РЯПМ. В составе этого ядра в количественном отношении преобладают нейроны, на которых имеются синаптические окончания из различных структур мозжечка, и часто такие нейроны получают и корковый вход. Поскольку нейроны СЯМ обладают хорошо развитым интернейронным аппаратом и обильно развитой системой аксонных коллатералей, вполне возможно, что в отличие от нейронов РЯПМ в этих нейронах сочетанное возникновение анти- и ортодромных спайков наряду с двусторонними связями между СЯМ, с одной стороны, и корой или мозжечком, с другой, очевидно, обусловлено также и другими факторами.

Таким образом, имея некоторые функциональные различия (их функции неравнозначны в организации отдельных звеньев кортико-мозжечковой системы, т. е. в формировании кортико-мостовых и мосто-мозжечковых петель они имеют неравноценный вклад), нейроны СЯМ и РЯПМ не только дополняют, но и в определенной степени дублируют функции друг друга. Несомненно, подобный дублиаж способствует оптимальному осуществлению предъявленной программы и является свидетельством высокой надежности организации кортико-мосто-мозжечковой системы.

Институт физиологии им. Л. А. Орбели
Академии наук Армянской ССР

Հ. Պ. ԳՈՍՈՅԱՆ, Ա. Հ. ԲԱՆՏԻԿՅԱՆ

Կամրջի կեղևաուղեղիկային փոխարկող գոյակցությունների նեյրոնային կազմակերպության համեմատական վերլուծությունը

Ներկայացված նյութում ղեկավարված են կամրջի սեփական կորիզների և կամրջի ծածկի ցանցային կորիզի նեյրոնների կենտրոնաձիգ և կենտրոնախույս կազմակերպությունների համեմատական բնութագրերը: Հետևությունները բխում են կամրջային կորիզների ներքջային արտածման մեթոդով իրագործված հետևողական ուսումնասիրություններից: Բացահայտված է, որ նշված գոյակցությունները ունեն անվիճելի տարբերություններ, որոնք պայմանավորված են կեղևաուղեղիկային փոխհարաբերությունների ապահովման մեջ նրանց ունեցած տարբեր դերով և մասնավորապես կեղևակամրջային և ուղեղիկակամրջային ենթահամակարգերի ձևավորման մեջ նրանց ոչ համարժեք մասնակցությամբ: Այնուհանդերձ նշված կորիզների կազմակերպության մասնակցությամբ: Այնուհանդերձ նշված կորիզների կազմակերպության այս գոյակցությունները լրացնում և որոշ իմաստով կրկնօրինակում են միմյանց դերերը: Նման կազմակերպությունը, անկասկած, բացառիկ հուսալի բնույթ է տալիս կեղևակամրջաուղեղիկային համակարգին:

ЛИТЕРАТУРА—ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

- ¹ J. R. Bloedel, Progress in Neurobiology, v. 2, p. 1—68 (1973). ² M. Wiesendanger, Exp. Brain Res., suppl., 7 (1983). ³ J. Thomach, Brain Res., v. 13, p. 476—484 (1969). ⁴ A. Brodal, J. J. Jansen. J. Comp. Neurol., v. 118, p. 34—118 (1946). ⁵ G. I. Allen, T. Oshima, K. Toyama, Exp. Brain Res., v. 29, p. 123—136 (1977). ⁶ S. T. Kitai, J. D. Kocsis, T. Kiyohara, Exp. Brain Res., v. 24, p. 195—209 (1976). ⁷ A. Brodal, A. M. Lacerda, J. Destombes e. a. Exp. Brain Res., v. 16, p. 140—160 (1972). ⁸ N. Tsukahara, T. Bando, Brain. Res., v. 33, p. 233—237 (1971). ⁹ G. I. Allen, H. Korn, T. Oshima e. a. Exp. Brain Res., v. 24, p. 15—36 (1975). ¹⁰ K. Sasaki, S. Kawaguchi, T. Shimono e. a., Brain Res., v. 20, p. 425—438 (1970). ¹¹ P. Brodal, Exp. Brain Res., v. 5, p. 210—234 (1968). ¹² В. В. Фанарджян, А. О. Бантукян, О. П. Косоян, Физиол. журн. СССР, т. 73, с. 1593—1601 (1986). ¹³ A. Brodal, P. Brodal, Exp. Brain Res., v. 13, p. 90—110 (1971).