ISSN 0321 — 1339

ՀԱՅԿԱԿԱՆ ՍՍՀ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԿԱԴԵՄԻԱ
АКАДЕМИЯ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР

ԶԵԿՈՒՅՑՆԵՐ
ДОКЛАДЫ

LXXXV, №1
1987

Խմբագրական կոլեգիա

Դ. Ս. ԱՐԶՈՒՄԱՆՅԱՆ, տեխն. գիտ. թեկնածու (պատ. քարտուղար), Է. Դ. ԱՖՐԻԿՅԱՆ, ՀՍՍՀ ԳԱ ակադեմիկոս, Ա. Թ. ԲԱԲԱՅԱՆ, ՀՍՍՀ ԳԱ ակադեմիկոս, Ա. Հ. ԳԱԲՐԻԵԼՅԱՆ, ՀՍՍՀ ԳԱ ակադեմիկոս, Ա. Ա. ԹԱԼԱԼՅԱՆ, ՀՍՍՀ ԳԱ թղթ. անդամ, Վ. Հ. ՀԱՄԲԱՐՁՈՒՄՅԱՆ, ակադեմիկոս, Վ. Հ. ՂԱԶԱՐՅԱՆ, ՀՍՍՀ ԳԱ ակադեմիկոս (պատ. խմբագրի տեղակալ), Վ. Գ. ՄԽԻԹԱՐՅԱՆ, ՀՍՍՀ ԳԱ թղթ. անդամ, Գ. Ս. ՍԱՀԱԿՅԱՆ, ՀՍՍՀ ԳԱ ակադեմիկոս, Օ. Մ. ՍԱՊՈՆՋՅԱՆ, ՀՍՍՀ ԳԱ թղթ. անդամ. Դ. Մ. ՍԵԴՐԱԿՅԱՆ, ՀՍՍՀ ԳԱ թղթ. անդամ (պատ. խմբագիր), Մ. Լ. ՏԵՐ-ՄԻՔԱՅԵԼՅԱՆ, ՀՍՍՀ ԳԱ ակադեմիկոս, Վ. Բ. ՖԱՆԱՐՋՅԱՆ, ՀՍՍՀ ԳԱ ակադեմիկոս:

Редакционная коллегия

В. А. АМБАРЦУМЯН, академик, Г. А. АРЗУМАНЯН, канд. техн. наук (отв секретарь), Э. Г. АФРИКЯН, академик АН АрмССР, А. Т. БАБАЯН, академик АН АрмССР, А. А. ГАБРИЕЛЯН, академик АН АрмССР, В. О. КАЗАРЯН, академик АН АрмССР (зам. отв. редактора), В. Г. МХИТАРЯН, чл.-корр. АН АрмССР, Г. С. СААКЯН, академик АН АрмССР, О. М. САПОНДЖЯН, чл.-корр. АН АрмССР, Д М. СЕДРАКЯН, чл.-корр. АН АрмССР (отв. редактор), А. А. ТАЛАЛЯН, чл.-корр. АН АрмССР, М. Л. ТЕР-МИКАЕЛЯН. академик АН АрмССР, В. В. ФАНАРДЖЯН, академик АН АрмССР

ՀԱՅԿԱԿԱՆ ՍՍՀ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԿԱԴԵՄԻԱՅԻ ՀՐԱՏԱՐԱԿՉՈՒԹՅՈՒՆ

ԵՐԵՎԱՆ ЕРЕВАН

Доклады Академии наук Армянской ССР, 1987, т. 85, № 1, с. 1—48.

Основан в 1944 г.
Периодичность—10 номеров в год.
На русском языке.

ԲՈՎԱՆԴԱԿՈՒԹՅՈՒՆ

ՄԱԹԵՄԱՏԻԿԱ

Մ. Դ. Տեեննբաում—*Բազմապրոցեսորային հաշվողական համակարգի երկհավասարումային մոդելը* 3

Ֆ. Ա. Շամոյան—*Անկյունագծային արտապատկերում և անիզոտրոպ տարածություններում պոլիդիսկում հոլոմորֆ ֆունկցիաների ներկայացման որոշ հարցեր* . . . 7

Բ. Ս. Նահապետյան, Ա. Ն. Պետրոսյան—*Կենտրոնական սահմանային թեորեմն աճող բազմությունների հետ շաղկապված մարտինգալների համար* 12

Ս. Ս. Ղազարյան—*Զուգամիտության և գումարման մեթոդների որոշ հարցեր Օրլիչի ոնֆլեքսիվ տարածություններում* 16

Ս. Գ. Ղարագեբակյան—*Սուբկոնտարուկտիվ տրամաբանություն* . . . 21

ԿԻՐԱՌԱԿԱՆ ՄԱԹԵՄԱՏԻԿԱ

Ս. Ռ. Վարդանով—*Զուգահեռ տեղադրությունների՝ համընդհանուր խիստ պահպանող համակարգերի և ստացիոնար համակարգերի հարաբերության վերաբերյալ* . 26

ԳՐԱՖԻՆՏՆԵՐԻ ՄԵԽԱՆԻԿԱ

Ս. Ռ. Մեսչյան, Ս. Հ. Հայրոյան—*Ակզբնական խոնավության և ուռչելու բացակայության պայմաններում ջրահագեցվելուց հետո խտացված ու սառքի փորձարկման ենթարկված ուռչող բենտոնիտային կավի սողքը սառքի դեպքում* 30

ՕԳՏԱԿԱՐ ՀԱՆԱԾՈՆԵՐ

Է. Ս. Ղույյան, Պ. Մ. Բարթիկյան—*Բարձր կալիումային հրային ապարների նոր երևակում Հայկական ՍՍՀ-ում* 35

ԿԵՆՍԱԲԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

Ռ. Ա. Բեգլարյան, Ռ. Ա. Ջաֆարյան, Ա. Ս. Աղաբալյան, Լ. Ն. Գրիգորյան—*Հաստատուն մագնիսական դաշտի և երկթևանի ՌՆԹ-ի ազդեցությունը կաթնաթթվային մանրէների աճի և զարգացման վրա* 39

ԲՈՒՅՍԵՐԻ ՖԻԶԻՈԼՈԳԻԱ

Վ. Հ. Ղազարյան, Գ. Վ. Միքայելյան—*Խոտային բույսերի ֆիզիոլոգիական ակտիվության բնույթի հարցի մասին* 43

© Издательство АН АрмССР, Доклады АН АрмССР. 1987.

СОДЕРЖАНИЕ

МАТЕМАТИКА

М. Д. Тененбаум—Двухуровневая модель многопроцессорной вычислительной системы 3

Ф. А. Шамоян—Диагональное отображение и вопросы представления в анизотропных пространствах голоморфных в полидиске функций . . . 7

Б. С. Нахапетян, А. Н. Петросян—Центральная предельная теорема для мартингалов, ассоциированных с последовательностями возрастающих множеств 12

С. С. Казарян—Некоторые вопросы сходимости и суммируемости в рефлексивных пространствах Орлича 16

С. Г. Карагебикян—Субконструктивная логика 21

ПРИКЛАДНАЯ МАТЕМАТИКА

С. Р. Вартанов—О соотношении глобально строго сохраняющих и стационарных систем параллельных подстановок 26

МЕХАНИКА ГРУНТОВ

С. Р. Месчян, С. Г. Айроян—Сдвиговая ползучесть набухающей бентонитовой глины, уплотненной и испытанной на сдвиг при природной влажности и после водонасыщения под арретир 30

ПОЛЕЗНЫЕ ИСКОПАЕМЫЕ

Э. Х. Гулян, П. М. Бартикян—Новое проявление высококалийных пород в Армянской ССР 35

БИОЛОГИЯ

Р. А. Бегларян, Р. А. Захарян, А. С. Агабалян, Л. Е. Григорян—Влияние постоянного магнитного поля и дс-РНК на рост и размножение молочнокислых бактерий 39

ФИЗИОЛОГИЯ РАСТЕНИЙ

В. О. Казарян, Г. В. Михаелян—К вопросу о природе повышенной физиологической активности травянистых растений 43

Индекс

CONTENTS

MATHEMATICS

P.

M. D. Tenenbaum—Bilevel model of the multiprocessor computing system 3

L. A. Shamoyan—Diagonal mappings and problems of representation in anisotropic spaces of functions holomorphic in the polydisk 7

B. S. Nahapetian, A. N. Petrosian—Central limit theorem for martingales assosiated with increasing sets. 12

S. S. Khzarian—Some questions of convergence and summation in Orlicz reflexive spaces. 16

S. G. Caragebakian—Subconstructive logic 21

APPLIED MATHEMATIC

S. R. Vartanov—On correlation of the global strict retaining and the stationary systems of the parallel substitutions 26

SOIL MECHANICS

S. R. Meschian, S. H. Ayroyan—The swelling bentonite clay creep in shear sealed and tested in shear under conditions of natural moisture content and caged water-saturation. 30

MINERAL PRODUCTS

E. Hh. Ghulian, P. M. Bartikian—New occurrence of superpotassium rocks in the Armenian SSR 35

BIOLOGY

R. A. Beglarian, R. A Zacharian, A S. Agabalian, L. E. Grigorian—Influence of constant magnetic field and ds RNA on the growth and development of milk sour bacteriums 39

PLANT PHYSIOLOGY

V. O. Kazarian, G. V. Mickhitellan—The question about the nature of increased physiological activity of grasses 43

Техн. редактор *Азизбекян Л. А.*

Сдано в набор 22.05. 1987 г. Подписано к печати 26.06. 1987 г. ВФ 02979
Бумага № 2, 70 ×108 1/16. Высокая печать. Печ. лист 3,0. Усл. печ. л. 4.2.
Учетно-изд. л. 3,26. Тираж 460. Заказ 818 Издат. 7162
Адр. ред.: 375019, Ереван, пр. Маршала Баграмяна, 24-г., II эт., к. 1, т. 27-97-238.

Издательство Академии наук Армянской ССР. 375019, Ереван,
пр. Маршала Баграмяна, 24-г.
Типография Издательства Академии наук АрмССР, 378310, г. Эчмиадзин

ՀԱՅԿԱԿԱՆ ՍՍՀ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԿԱԴԵՄԻԱՅԻ ԶԵԿՈՒՅՑՆԵՐ
ДОКЛАДЫ АКАДЕМИИ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР

LXXXV 1987 1

УДК 681.3:517.11

МАТЕМАТИКА

М. Д. Тененбаум

Двухуровневая модель многопроцессорной вычислительной системы

(Представлено чл.-корр. АН Армянской ССР Р. Р. Варшамовым 12/XII 1986)

Одним из путей повышения производительности вычислений является включение в состав вычислительного комплекса специализированного процессора, обрабатывающего массивы данных по одной команде. Такой спецпроцессор может представлять собой как многопроцессорное устройство, так и вычислитель иной физической природы. Существующие модели однородных мультипроцессорных вычислительных систем отражают в основном конфликтные ситуации, возникающие при обращении параллельно работающих процессоров к общим ресурсам системы. Основной проблемой, как известно, является обращение нескольких вычислителей к одной ячейке памяти. В данной статье разрабатывается и исследуется модель архитектуры неоднородной вычислительной системы, содержащей совокупность универсальных и специализированных процессоров. Предлагаемая модель вычислений позволяет исключить обращение любой пары процессоров к одному и тому же ресурсу при решении произвольной задачи.

В качестве такой модели используется двухуровневая иерархическая система ([1]), на нижнем уровне которой находятся универсальные процессоры. Вышестоящим элементом является специализированный процессор, осуществляющий координацию работы всей системы таким образом, что нижестоящие элементы работают независимо. Для успешного функционирования двухуровневой системы следует обеспечить координируемость задач, решаемых нижестоящими элементами по отношению к задаче, решаемой вышестоящим элементом, а также координируемость нижестоящих задач по отношению к глобальной задаче, решаемой всей системой в целом. Одновременно с этим должен выполняться постулат совместимости всех трех типов задач. Для исследования условий функционирования рассматриваемой двухуровневой вычислительной системы необходимо определить задачи, решаемые различными ее модулями. Исходный последовательный алгоритм прикладной задачи будем рассматривать как глобальную задачу, решаемую двухуровневой системой. Вышестоящий и нижестоящие элементы реализуют алгоритмы, эквивалентные отдельным частям исходного алгоритма.

Пусть вышестоящий элемент выполняет набор определенных операций над множеством данных, т. е. является специализированным

процессором. Нижестоящие элементы—универсальные процессоры, каждый из которых реализует множество элементарных операций. Задача заключается в следующем. Дана последовательная программа D. Требуется преобразовать D в совокупность программных модулей B_0, $B_i(1 \leqslant i \leqslant n)$, выполняемых последовательно-параллельно. Здесь n—число процессоров нижестоящего уровня. При этом должно выполняться отношение $\tau_p < \tau_n$, где τ_p—время реализации алгоритма двухуровневой системой, τ_n—время реализации алгоритма на однопроцессорной ЭВМ.

Пусть x является вектором исходных данных, y—вектор программных переменных и z—вектор выходных данных. Координированная работа всех модулей двухуровневой системы обеспечивается, если выполняется постулат совместимости

$$(\forall y)(\forall z)((P(y, B(x, y)) \wedge P(z, B_0(y, x))) \Rightarrow P(z, D), \qquad (1)$$

где предикат $P(z, D)$ имеет истинное значение, когда z есть решение задачи D. Формула (1) утверждает, что двухуровневая система решает поставленную перед ней задачу, если скоординирована работа модулей нижнего и верхнего уровней. Выражение (1) описывает работу двухуровневой системы в общем случае. Вместе с тем возможны два частных случая.

1. Решение системой глобальной задачи не зависит от работы модулей нижнего уровня, т. е.

$$(\forall y)(\forall z)((T \wedge P(z, B_0(y, x))) \Rightarrow P(z, D)), \qquad (2)$$

где T—логическая константа, имеющая значение «истина». Задача, решаемая модулем высшего уровня, эквивалентна глобальной задаче.

2. Решение системой глобальной задачи не зависит от работы модуля высшего уровня.

$$(\forall y)(\forall z)((P(z, B(x, y)) \wedge T) \Rightarrow P(z, D)). \qquad (3)$$

В этом случае решение глобальной задачи обеспечивается функционированием только модулей низшего уровня.

В формулах (1)—(3) предикатный символ P использовался для представления задачи в целом. Для более детального описания функционирования модулей различного уровня будем применять следующие символы: $x_1, x_2, \ldots, x_n$—исходные переменные задачи, $y_1, y_2, \ldots, y_m$—программные переменные, $z_1, z_2, \ldots, z_k$—выходные переменные задачи, $a_1, a_2, \ldots, a_l$, $t_1, t_2, \ldots, t_p$—константные символы, $f_1, f_2, \ldots, f_r$—функциональные символы. Пусть $f_1(x_1, y_1) = x_1 + y_1$, $f_2(x_1, y_1) = x_1 - y_1$, $f_3(x_1, y_1) = x_1 \times y_1, \ldots$ p_1, p_2—предикатные символы. Будем использовать трехместные предикаты

$$P_1(x_1\, y_1, t_1) = \begin{cases} 1, & \text{если } x_1 = y_1 \\ 0, & \text{если } x_1 \neq y_1 \end{cases}$$ в момент времени t_1 и

$$P_2(x_2, y_2, t_1) = \begin{cases} 1, & \text{если } x_2 < y_2 \\ 0, & \text{если } x_2 \geqslant y_2 \end{cases}$$ в момент времени t_1. С помощью введенных обозначений есть возможность описать произвольный алгоритм ([2]). Однако в отличие от ([2]) в данной работе важно

еще определять момент времени вычисления каждой программной или выходной переменной. Формула исчисления предикатов, описывающая неразветвляющийся алгоритм, представляющий последовательность двуместных операций, выполняемых в определенные моменты времени, запишется в следующем виде: $\bigwedge_i \exists y_i P_1(y_i, f_{l_i}(x_{j_i}, y_{q_i}), t_i)$. Высказывание $\exists y_i P_1(y_i, f_1(x_1, x_2), t_i)$ утверждает, что в момент времени t_i выполняется операция x_1+x_2 и результат присваивается переменной y_i.

Постулат совместимости, выраженный формулой (1), требует, чтобы исходный алгоритм, представляющий глобальную задачу, являлся логическим следствием задач, решаемых на вышестоящем и нижестоящем уровнях. При проектировании двухуровневой системы проблема состоит в нахождении последовательности задач, реализуемых всеми модулями системы и обеспечивающих получение по заданному вектору x выходного вектора z, соответствующего алгоритму глобальной задачи. Пусть формулы исчисления предикатов первого порядка Q, P, R описывают алгоритмы D, B_0, $\overline{B}$ соответственно и представлены в конъюнктивной нормальной форме, содержащей только однолитерные дизъюнкты. Тогда справедливы следующие утверждения.

Утверждение 1. *Если существует резолютивный вывод из формулы $P \wedge R \wedge \neg Q$, включающий все литеры, входящие в формулу $\neg Q$, то выполняется постулат совместимости* (1) *для задач* D, B_0, $\overline{B}$.

Так как $\neg Q$ имеет только многолитерный дизъюнкт, а P, R состоят из множества только однолитерных дизъюнктов, а также существует резолютивный вывод, включающий все литеры из $\neg Q$, то последней резольвентой вывода является пустой дизъюнкт. Следовательно, для каждой предметной переменной имеет место

Утверждение 2. *Если выполняются условия утверждения* 1 *для формул $P \wedge \neg Q$ или $R \wedge \neg Q$, то выполняется постулат совместимости* (2) *или* (3) *соответственно.*

Утверждение 2 определяет условие работы двухуровневой системы в тех случаях, когда глобальная задача может быть решена одним вышестоящим модулем либо только нижестоящими модулями.

Определение 1. *Под укрупненной операцией будем понимать задачу, решаемую вышестоящим модулем системы и выполняемую по одной инструкции.*

Пусть система команд вышестоящего модуля включает совокупность укрупненных операций. Представляет интерес решение следующей проблемы. Дана исходная последовательная программа, являющаяся глобальной задачей для двухуровневой системы. Требуется построить последовательность укрупненных операций для вышестоящего модуля и последовательности элементарных операций для каждого из модулей нижестоящего уровня, обеспечивающие решение глобальной задачи.

На основе анализа двухуровневой иерархической модели много-

процессорной неоднородной вычислительной системы разработан алгоритм преобразования исходной прикладной последовательной программы в программу со структурой, соответствующей структуре вычислительного комплекса. Реализация предложенного алгоритма позволяет автоматизировать процедуру программирования для неоднородных вычислительных комплексов (например, для комплекса ЕС—1045—ЕС—2345). При этом пользователь составляет последовательную программу на языке высокого уровня (ФОРТРАН) традиционными способами без учета особенностей функционирования вычислительной системы.

Ростовский инженерно-строительный институт

Մ. Դ. ՏԵՆԵՆԲԱՈՒՄ

Բազմապրոցեսորային հաշվողական համակարգի երկհավասարումային մոդելը

Քննարկվում է ոչ համասեռ բազմապրոցեսորային հաշվողական համակարգը, որն ընդգրկում է բազմաթիվ ունիվերսալ պրոցեսորներ և մասնագիտացված պրոցեսոր։ Համալիրը նկարագրելու համար օգտագործվում է երկհավասարումային հիերարխիկ մոդելը։ Վերին մակարդակի մոդուլ է հանդիսանում մասնագիտացված պրոցեսորը։ Ունիվերսալ պրոցեսորները գտնվում են ներքին մակարդակում։

Համակարգի համար կիրառական ծրագիրը կատարում է գլոբալ առաջադրանքի դեր։ Խնդիրը կայանում է նրանում, որպեսզի այդ ծրագիրը ամեն մի մոդուլի համար բաղադրել մանր ծրագրերի։ Համակարգի բոլոր մոդուլների համաձայնեցված աշխատանքի պայմանը ընդհանուր դեպքում գրվում է հաշվման ստորոգյալ լեզվի առաջին կարգի արտահայտությամբ(1)։ Գլոբալ առաջադրանքը լուծվում է պրոցեսորներով միայն վերին և ներքին մակարդակով, ապա ստացված արտահայտությունները ներկայացնում են համակարգի աշխատանքի երկու մասնավոր դեպքեր, ելքային ծրագրի նկարագրումը և հաշվողական համակարգի ստրուկտուրան, հաշվման լեզվով հնարավորություն է տալիս կատարել նրանց համատեղ վերլուծումը և լուծել պրոբլեմը ելքային ծրագրերը բաղադրելով մանր ծրագրերի։ Այդ եղանակով ԵՍ-1045—ԵՍ-2345 հաշվողական համալիրում օգտագործելու համար մշակված է համապատասխան ծրագրային համակարգ։

ЛИТЕРАТУРА—ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

[1] *М. Месарович, Д. Мако, И Такахара.* Теория иерархических многоуровневых систем, Мир, М., 1973. [2] *Ч. Чень, Р. Ли.* Математическая логика и автоматическое доказательство теорем, Наука, М., 1983.

ՀԱՅԿԱԿԱՆ ՍՍՀ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԿԱԴԵՄԻԱՅԻ ԶԵԿՈՒՅՑՆԵՐ
ДОКЛАДЫ АКАДЕМИИ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР

LXXXV 1987 1

УДК 517.537

МАТЕМАТИКА

Ф. А. Шамоян

Диагональное отображение и вопросы представления в анизотропных пространствах голоморфных в полидиске функций

(Представлено академиком АН Армянской ССР М. М. Джрбашяном 12/I 1987)

1. Пусть U—единичный круг на комплексной плоскости, $H(U)$—множество всех голоморфных в U функций. В работах М. М. Джрбашяна ([1,2]) были введены следующие классы функций:

$$H^p(\alpha)=\left\{f\in H(U):\|f\|^p_{H^p(\alpha)}=\int\limits_U|f(\zeta)|(1-|\zeta|)^\alpha dm_2(\zeta)<+\infty\right\},$$

dm_2—плоская мера Лебега на U. Для этих классов было установлено интегральное представление

$$f(z)=\frac{\alpha+1}{\pi}\int\limits_U\frac{(1-|\zeta|^2)^\alpha f(\zeta)dm_2(\zeta)}{(1-\bar\zeta z)^{\alpha+2}},\quad z\in U,\ (p\geqslant 1). \tag{1}$$

В этой заметке мы исследуем анизотропные пространства голоморфных в единичном полидиске $U^n=U\times U\times\ldots\times U$ функций типа пространств $H^p(\alpha)$, при этом для получения результатов существенно используются ядра $D_\alpha(\zeta,z)=\dfrac{(1-|\zeta|^2)^\alpha}{(1-\bar\zeta z)^{\alpha+2}}$ и их многомерные аналоги. С целью изложения основных результатов заметки введем также следующие обозначения: символом S обозначим множество неотрицательных функций из $L^1(0,1)$, для которых $\alpha_\omega=\sup\limits_{x\in(0,1)}\left|\dfrac{\omega'(x)x}{\omega(x)}\right|<+\infty$. Если $\omega_j\in S$, $1\leqslant j\leqslant n$ и $\zeta=(\zeta_1,\zeta_2,\ldots\zeta_n)$, то запись $\omega(1-|\zeta|)$ означает произведение $\prod\limits_1^n\omega_j(1-|\zeta_j|)$, если $\alpha=(\alpha_1,\alpha_2,\ldots,\alpha_n)\in Z^n$, то, как обычно, $\zeta^\alpha=\zeta_1^{\alpha_1}\ldots\zeta_n^{\alpha_n}$, $|E|$ означает лебегову меру измеримого множества E.

В дальнейшем через $H(U^n)$ мы обозначим множество всех голоморфных в U^n функций. Пусть $\omega_j\in S$, $1\leqslant j\leqslant n$, $0<p<+\infty$, положим

$$H^p(\omega_1,\ldots\omega_n)=\left\{f\in H(U^n):\|f\|^p_{H^p(\omega_1,\ldots\omega_n)}=\int\limits_{U^n}|f(\zeta)|^p\omega(1-|\zeta|)dm_{2n}(\zeta)<+\infty\right\},$$

dm_{2n}—$2n$-мерная мера Лебега. Через $L^p(\omega_1,\omega_2,\ldots\omega_n)$ обозначим соответствующее весовое L^p-пространство. Легко видеть, что при $p\geqslant 1$ пространство $H^p(\omega_1,\ldots\omega_n)$ относительно вышеуказанной нормы является банаховым, а при $0<p<1$ можно в $H^p(\omega_1,\ldots\omega_n)$ ввести естест-

венную метрику $\rho(f, g)=\|f-g\|^p_{H^p(\omega_1,\dots\omega_n)}$, относительно которой указанное пространство превращается в локально ограниченное F-пространство (см. ([3])). В этой заметке мы изучим следы функций из классов $H^p(\omega_1, \dots \omega_n)$ на диагонали полидиска U_n, найдем параметрическое представление этих классов и получим полную характеристику линейных непрерывных функционалов на этих пространствах.

2. *Диагональное отображение в пространствах* $H^p(\omega_1, \dots \omega_n)$. Имеет место следующее утверждение.

Теорема 1. *Пусть* $0<p<+\infty$, $\omega_j\in S$, $1\leqslant j\leqslant n$, $\Lambda_n(t)=\prod_{j=1}^{n}\omega_j(t)\cdot t^{2n-2}$, $t\in(0, 1)$. *Если* $f\in H^p(\omega_1, \dots \omega_n)$, *то функция* $\varphi(z)=D(f)(z)=f(z, z, \dots z)$, $z\in U^n$ *принадлежит классу* $H^p(\Lambda_n)$, *при этом* $\|f\|_{H^p(\Lambda_n)}\leqslant C\|f\|_{H^p(\omega_1,\dots\omega_n)}$. *И обратно, для каждой* $\varphi\in H^p(\Lambda_n)$ *можно построить функцию* $f\in H^p(\omega_1, \dots \omega_n)$ *такую, что* $D(f)(z)=\varphi(z)$, $z\in U$, *т. е.* $DH^p(\omega_1, \dots \omega_n)=H^p(\Lambda_n)$, $0<p<+\infty$.

Замечание. *Аналог теоремы* 1 *в случае пространств Харди* $H^p(U^n)$, $0<p<+\infty$ *был установлен в работах* ([4,5]), *а в случае* $\omega_j(t)=t^{\alpha_j}$, $1\leqslant j\leqslant n$ *в* ([6]).

Доказательство теоремы основано на следующих вспомогательных утверждениях.

Лемма 1. *Пусть* $\omega_j\in S$, $\alpha=(\alpha_1, \dots \alpha_n)$, $\alpha_j>\alpha_{\omega_j}$, $1\leqslant j\leqslant n$, $1<p<+\infty$, *тогда оператор* $T_\alpha(f)(z)=\int\limits_{U^n}\frac{f(\zeta)\omega(1-|\zeta|)}{(1-\bar{\zeta}z)^{\alpha+2}}dm_{2n}(\zeta)$, $z\in U^n$, *действует из* $L^p(\omega_1, \dots \omega_n)$ *в* $H^p(\omega_{\alpha_1}, \dots \omega_{\alpha_n})$, *где*

$$\omega_{\alpha_j}(t)=\omega_j(t)\left(\frac{t^{\alpha_j}}{\omega_j(t)}\right)^p, \quad t\in(0, 1). \tag{2}$$

Обозначим

$$k=(k_1, \dots k_n)\in Z^n_+, \quad l_1=(l_1, l_2, \dots l_n)\in Z^n, \quad -2^{k_j}\leqslant l_j\leqslant 2^{k_j}-1, \quad j=1, \dots, n. \tag{3}$$

Положим

$$\Delta_{k_j, l_j}=\left\{z_j\in U: 1-\frac{1}{2^{k_j}}<|z_j|\leqslant 1-\frac{1}{2^{k_j+1}}, \quad \frac{\pi l_j}{2^{k_j}}<\arg z_j\leqslant\frac{\pi(l_j+1)}{2^{k_j}}\right\},$$

$$\Delta_{k,l}=\Delta_{k_1,l_1}\times\dots\times\Delta_{k_n,l_n} \tag{4}$$

Лемма 2. *Пусть* $V\in C(U)$ *и существует положительное число* A *такое, что при* $z\in U^n$ *выполняется оценка*

$$|V(z)|\leqslant\frac{A}{|U^n_\rho(z)|}\int\limits_{U^n_\rho}|V(\zeta)|dm_{2n}(\zeta), \tag{5}$$

где $U^n_\rho(z)$ *полидиск с центром в точке* $z\in U^n$ *радиуса* $\rho:(U^n_\rho\subset U^n)$. *Тогда*

$$\sum_{|k|=0}^{+\infty}\sum_{l_1=-2^{k_1}}^{2^{k_1}-1}\dots\sum_{l_n=-2^{k_n}}^{2^{k_n}-1}\left\{\max_{\zeta\in\bar{\Delta}_{k,l}}|V(\zeta)|\omega_1(|\Delta_{k_1,l_1}|^{\frac{1}{2}})\dots\omega_n(|\Delta_{k_n,l_n}|^{\frac{1}{2}})|\Delta_{k,l}|\right\}\leqslant c\|V\|_{L^1(\omega_1,\dots\omega_n)}.$$

3. *Параметрическое представление классов* $H^p(\omega_1, \dots \omega_n)$.

Пусть $\alpha=(\alpha_1, \dots \alpha_n)$, $(\alpha_j>-1)$, $1\leqslant j\leqslant n$, $z=(z_1, \dots z_n)$, $\zeta=(\zeta_1, \dots \zeta_n)$. Обозначим через $D(\zeta, z)$ многомерное ядро Джрбашяна

$$D_\alpha(\zeta, z)=\prod_{j=1}^{n} D_{\alpha_j}(\zeta_j, z_j).$$

Теорема 2. *Пусть* $\omega_j\in S$, $\alpha_j\geqslant\alpha_{\omega_j}$ *при* $1<p<+\infty$ *и* $\alpha_j>\alpha_{\omega_j}$ *при* $p=1$, $1\leqslant j\leqslant n$. *Тогда класс* $H^p(\omega_1, \dots \omega_n)$ *совпадает с классом функций* f, *допускающих представление*

$$f(z)=\int_{U^n} D_\alpha(\zeta, z)g(\zeta)\omega(1-|\zeta|)dm_2(\zeta),\ z\in U^n,\ g\in L^p(\omega_1, \dots \omega_n).$$

При этом $\|f\|_{H^p(\omega_1\dots\omega_n)}\leqslant c\|g\|_{L^p(\omega_1\dots\omega_n)}$.

Отметим, что в случае единичного шара в C^n, когда $\omega_j(t)\equiv 1$, $1\leqslant j\leqslant n$, аналог этой теоремы можно вывести из результатов работы ([1]). Имеет место соответствующее утверждение и при $0<p<1$, а при $p=1$ справедливо также другое представление.

Теорема 3. *Пусть* $\omega_j\in S$, $\alpha=(\alpha_1, \dots \alpha_n)$, $\alpha_j>\dfrac{\alpha_{\omega_j}+2}{p}$, $1\leqslant j\leqslant n$, $0<p\leqslant 1$. *Тогда следующие утверждения равносильны.*

1) $f\in H^p(\omega_1, \dots \omega_n)$; 2) f *допускает представление*

$$f(z)=\int_{U^n} D_\alpha(\zeta, z)d\mu(\zeta),\ z\in U^n, \tag{6}$$

где μ *—комплекснозначная борелевская мера на* U^n, *для которой*

$$\sum_{|k|=0}^{+\infty}\sum_{l_1=-2^{k_1}}^{2^{k_1}-1}\dots\sum_{l_n=-2^{k_n}}^{2^{k_n}-1}\left\{|\mu(\Delta_{k,l})||\Delta_{k,l}|^{1-p}\omega_1(|\Delta_{k_1,l_1}|^{\frac{1}{2}})\dots\omega_n(|\Delta_{k_n,l_n}|^{\frac{1}{2}}\right\}<+\infty.$$

Из теорем 2, 3 и леммы 2 непосредственно следует.

Теорема 4. *Пусть* $u(z_1, \dots z_n)$ *n-гармоническая функция в* U^n *и пусть* $\omega_j\in S$, $1\leqslant j\leqslant n$, $0<p<+\infty$. *Если* $\int_{U^n}|u(\zeta)|^p\omega(1-|\zeta|dm_{2n}(\zeta)<$ $<+\infty$, *то при* $\alpha_j>\dfrac{\alpha_{\omega_j}+2}{p}$, $1\leqslant j\leqslant n$, *функция* $f(z)=\int_{U^n}D_\alpha(\zeta, z)u(\zeta)dm_{2n}(\zeta)$, $z\in U^n$, *удовлетворяет неравенству*

$$\int_{U^n}|f(\zeta)|^p\omega(1-|\zeta|)dm_{2n}(\zeta)\leqslant C\int_{U^n}|u(\zeta)|^p\omega(1-|\zeta|)dm_{2n}(\zeta).$$

Следствие. *Пусть* $\omega_j\in S$ *и* $f(0, 0, \dots, 0)=0$, $f\in H(U^n)$ *Тогда имеет место оценка* $\int_{U^n}|f(\zeta)|^p\omega(1-|\zeta|)dm_{2n}(\zeta)\leqslant C\int_{U^n}|\mathrm{Re}\, f(\zeta)|^p\omega(1-|\zeta|)dm_{2n}(\zeta)$, $0<p<+\infty$.

Доказательство этого утверждения $(n=1)$ основанное на моле-

кулярном представлении классов $H^p(\alpha)$, приведено в ([8]), а при $\omega(t)=t^\alpha$, $\alpha>-1$, доказательство, основанное на представлении (1), установлено в ([6]).

4. *Представление линейных непрерывных функционалов в пространствах $H^p(\omega_1, \dots \omega_n)$, $(0<p<+\infty)$.*

Здесь мы опишем $(H^p(\omega_1, \dots \omega_n))^*$ при всех $p\in(0, +\infty)$. С этой целью сначала введем операторы D^α, $\alpha=(\alpha_1 \dots \alpha_n)$, $\alpha_j>-1$, $1\leqslant j\leqslant n$. Наше определение незначительно отличается от обычных определений операторов указанного типа (см. ([9])). Пусть $f\in H(U^n)$ и $f(z)=\sum\limits_{|k|=0}^{+\infty} a_k z^k$ $z\in U^n$, положим

$$D^\alpha f(z) \overset{\text{def}}{=} \sum_{|k|=0}^{+\infty} \frac{\Gamma(\alpha+k+1)}{\Gamma(\alpha+1)\Gamma(k+1)} a_k z^k, \quad z\in U^n.$$

Здесь
$$\frac{\Gamma(\alpha+k+1)}{\Gamma(\alpha+1)\Gamma(k+1)} = \prod_1^n \frac{\Gamma(\alpha_j+k_j+1)}{\Gamma(\alpha_j+1)\Gamma(k_j+1)}.$$

Ясно, что $D^\alpha f\in H(U^n)$. Определим функцию

$$l_z(\zeta) = \frac{1}{1-\zeta z} = \frac{1}{(1-\zeta_1 z_1) \dots (1-\zeta_n z_n)}, \quad \zeta=(\zeta_1, \dots \zeta_n), \quad z=(z_1 \dots z_n)\in U^n. \tag{7}$$

Теорема 5. *Пусть Φ — линейный непрерывный функционал на $H^p(\omega_1, \dots \omega_n)$, $1<p<+\infty$ и $g(z)=\Phi(l_z)$. Тогда*

1) (а) $g\in H(U^n)$ и $D^{\alpha+1}g\in H^q(\omega_{\alpha_1}, \dots \omega_{\alpha_n})$, $\alpha_j>\alpha_{\omega_j}$, $1\leqslant j\leqslant n$, $q=\dfrac{p}{p-1}$, *где* $\omega_{\alpha_j}(t) \overset{\text{def}}{=} \omega_j(t)\left(\dfrac{t^{\alpha_j}}{\omega_j(t)}\right)^q$, $t\in(0, 1)$, $1\leqslant j\leqslant n$.

(б) *Функционал Φ представим в виде*

$$\Phi(f) = \lim_{\rho\to 1-0} \frac{1}{(2\pi)^n} \int_{T^n} f(\rho\zeta) g(\rho\bar{\zeta}) dm_n(\zeta), \tag{8}$$

Здесь T^n остов полидиска U^n, кроме того, справедливы оценки

$$c_1(\alpha, p)\|D^{\alpha+1}g\|_{H^q(\omega_{\alpha_1}\dots\omega_{\alpha_n})} \leqslant \|\Phi\| \leqslant C_2(\alpha, p)\|D^{\alpha+1}g\|_{H^q(\omega_{\alpha_1}\dots\omega_{\alpha_n})} \tag{9}$$

2) *И обратно, для любой функции g, $D^{\alpha+1}g\in H^q(\omega_{\alpha_1}, \dots \omega_{\alpha_n})$, $(\alpha_j>\alpha_{\omega_j}, 1\leqslant j\leqslant n)$ формула (8) порождает линейный непрерывный функционал на $H^p(\omega_1, \dots, \omega_n)$, для которого справедливы оценки (9).*

Теперь рассмотрим случай $0<p\leqslant 1$. Пусть $\omega_j\in S$, $1\leqslant j\leqslant n$. Обозначим через $\Delta^p_{\omega_1,\dots,\omega_n}$ класс функций $g\in H(U^n)$, для которых

$$\|g\|_{\Delta^p_{\omega_1\dots\omega_n}} = \sup_{z\in U^n}\left\{\frac{|D^{\alpha+1}g(z)(1-|z|)^{\alpha+2\frac{(p-1)}{p}}}{\omega(1-|z|)}\right\}<+\infty, \left(\alpha_j>\frac{\alpha_{\omega_j}+2}{p}, \ 1\leqslant j\leqslant n\right).$$

Пусть $\Phi\in H^p(\omega_1 \dots \omega_n)^*$ $0<p\leqslant 1$, поскольку $H^p(\omega_1, \dots, \omega_n)$ являются локально ограниченными F-пространствами, то непрерывность Φ эквивалентна ограниченности величины

$$\|\Phi\| = \sup_{\|f\|_{H^p(\omega_1\dots\omega_n)}\leqslant 1} |\Phi(f)|<+\infty,$$

(см. ([3])).

Теорема 6. *Пусть* Φ — *линейный непрерывный функционал на* $H^p(\omega_1, \ldots \omega_n)$ *и* $0<p\leqslant 1$, $g(z)=\Phi(l_z)$, $z\in U^n$. *Тогда*

1) (а) $g\in\Lambda^p_{\omega_1\ldots\omega_n}$; (б) Φ *представим в виде*

$$\Phi(f)=\frac{1}{(2\pi)^n}\int\limits_{T^n} f(\zeta)g(\bar{\zeta})dm_n(\zeta). \tag{10}$$

При этом существуют константы $C_1(p, \alpha)$, $C_2(p, \alpha)$ *такие, что*

$$C_1(p, \alpha)\|g\|_{\Lambda^p_{\omega_1\ldots\omega_n}}\leqslant\|\Phi\|\leqslant C_2(p, \alpha)\|g\|_{\Lambda^p_{\omega_1\ldots\omega_n}}. \tag{11}$$

2) *И обратно, каждая функция* $g\in\Lambda^p_{\omega_1,\ldots,\omega_n}$ *по* (10) *порождает функционал* $\Phi\in H^p(\omega_1, \ldots, \omega_n)^*$, *для которого справедливы оценки* (11).

Замечание. *В том случае, когда* $\omega_j(t)=(1-t)^\beta$, $1\leqslant j\leqslant n$, $\beta>-1$, *в* ([8]) *получено другое представление функционалов на* $H^p(\omega_1, \ldots \omega_n)$, $0<p\leqslant 1$, *в виде суммы некоторого ряда; в анизотропном случае указанное там доказательство не проходит.*

Доказательство теорем 5 и 6 основано на параметрическом представлении классов $H^p(\omega_1, \ldots \omega_n)$ (теоремы 2, 3).

Институт математики
Академии наук Армянской ССР

Ֆ. Ա. ՇԱՄՈՅԱՆ

Անկյունագծային արտապատկերում և անիզոտրոպ տարածություններում պոլիդիսկում հոլոմորֆ ֆունկցիաների ներկայացման որոշ հարցեր

Աշխատանքում ստացված է $H^p(\omega_1, \ldots \omega_n)$ *տարածությունների վրա գծային անընդհատ ֆունկցիոնալների լրիվ բնութագրումը և այդ տարածություններին պատկանող ֆունկցիաների հետքերի նկարագրումը պոլիդիսկի անկյունագծի վրա։ Բացի այդ օգտագործելով Մ. Մ. Ջրբաշյանի կորիզների հատկությունները, աշխատանքում կառուցվում է վերոհիշյալ դասերի պարամետրական տեսքը։*

ЛИТЕРАТУРА — ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

[1] *М. М. Джрбашян*, ДАН АрмССР, т. 3, № 1 (1945). [2] *М. М. Джрбашян*, Сообщ. Ин-та математики и механики АН АрмССР, вып. 2 (1948). [3] *У. Рудин*, Функциональный анализ, М., Мир, 1975. [4] *Ф. А. Шамоян*, ДАН АрмССР, т. 62, № 1 (1976). [5] *Ф. А. Шамоян*, Мат. сб., т. 107, № 3 (1978). [6] *Ф. А. Шамоян*, ДАН СССР, т. 261, № 3 (1978). [7] *F. Forelli, W. Rudin*, Indiana univ Math. J., v. 24, p 296—321 (1974). [8] *R. Coifman, R. Rochberg*, Asterisque, № 7, p. 11—66 (1980). [9] *М. М. Джрбашян*, Интегральные преобразования и представления функций в комплексной области, М., Наука, 1966.

ՀԱՅԿԱԿԱՆ ՍՍՀ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԿԱԴԵՄԻԱՅԻ ԶԵԿՈՒՅՑՆԵՐ
ДОКЛАДЫ АКАДЕМИИ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР

LXXXV 1987 1

УДК 519.214

МАТЕМАТИКА

Б. С. Нахапетян, А. Н. Петросян

Центральная предельная теорема для мартингалов, ассоциированных с последовательностями возрастающих множеств

(Представлено академиком АН Армянской ССР Р. В. Амбарцумяном 13/II 1987)

Пусть Z^ν—целочисленная решетка ($\nu\geqslant 1$) и $W(Z^\nu)$—множество ее конечных подмножеств. Мы скажем, что случайный процесс S_V, $V\in W(Z^\nu)$ образует мартингал, ассоциированный с последовательностью возрастающих множеств $V_0\subset V_1\subset\ldots\subset V_n\subset\ldots$; $V_i\in W(Z^\nu)$; $i=1, 2, \ldots$, если почти всюду выполняются следующие соотношения:

$$E(S_{V_n}/S_{V_1}, S_{V_2}, \ldots, S_{V_{n-1}})=S_{V_{n-1}};\quad n=1, 2, \ldots \tag{1}$$

Имеется много примеров случайных процессов S_V, $V\in W(Z^\nu)$, обладающих этим свойством. Пусть ξ_t, $t\in Z^\nu$—случайное поле с независимыми компонентами и $E\xi_t=0$, $t\in Z^\nu$. Тогда совокупность $S_V=\sum\limits_{t\in V}\xi_t$, $V\in W(Z^\nu)$ образует мартингал, ассоциированный с любой последовательностью возрастающих множеств из $W(Z^\nu)$. Пусть случайное поле ξ_t, $t\in Z^\nu$, таково, что ξ_t и ξ_s независимы при $t\in\Delta_j$, $s\in\Delta_k$, $k\neq j$, $\Delta_j=V_j\setminus V_{j-1}$. Тогда последовательность $S_{V_n}=\sum\limits_{t\in V_n}\xi_t$, $n=1, 2, \ldots$ обладает свойством (1). Этим же свойством обладает совокупность

$$S_{V_n}=\sum_{t\in V_n}\xi_t-\sum_{j=1}^{n}\sum_{t\in\Delta_j}E(\xi_t/S_{\Delta_{k-1}}, 1\leqslant k\leqslant j);\ n=1, 2, \ldots;\ S_{\Delta_0}=0,$$

построенная по некоторому случайному полю ξ_t, $t\in Z^\nu$, $E|\xi_t|<\infty$, $t\in Z^\nu$.

Пусть ξ_t, $t\in Z^\nu$, случайное поле со значениями в некотором метрическом пространстве X с σ-конечной мерой μ на его борелевских подмножествах.

Пусть конечномерные распределения этого случайного поля обладают строго положительными плотностями $p_V(x_t, t\in V)$, $V\in W(Z^\nu)$ относительно мер $\mu^{|V|}$, $(x_t, t\in V)\in X^{|V|}$, соответственно, где $|\cdot|$—число точек в конечном множестве.

Тогда, если $q_V(x_t, t\in V)$, $V\in W(Z^\nu)$—некоторая другая система совместных плотностей, то величины

$$S_V=\frac{q_V(\xi_t, t\in V)}{p_V(\xi_t, t\in X)},\quad V\in W(Z^\nu)$$

образуют мартингал относительно любой последовательности конечных возрастающих подмножеств решетки Z^ν.

Другие примеры мартингалов рассматриваемого вида можно строить следующим образом. Пусть $Z^\nu=\bigcup_{j=1}^{\infty} T_j$, $T_j\cap T_k=\varnothing$, $j\neq k$; $k, j=1, 2, \ldots$ и пусть случайное поле ξ_t, $t\in Z^\nu$, таково, что совокупность $S_V=\sum_{t\in V}\xi_t$, $V\subset T_j$, $|V|<\infty$, при каждом j образует мартингал относительно любой последовательности возрастающих конечных множеств из T_j, а величины S_V и $S_{\tilde V}$ независимы при $V\subset T_j$, $\tilde V\subset T_k$, $k\neq j$. Тогда совокупность S_V, $V\in W(Z^\nu)$ образует мартингал относительно любой возрастающей последовательности конечных подмножеств решетки Z^ν. Интересно также указать условия на потенциал, при которых совокупность $S_V=\sum_{t\in V}\xi_t$, $V\in W(Z^\nu)$, где ξ_t, $t\in Z^\nu$, —гиббсовское случайное поле, обладает свойством (1).

В настоящей работе нас будут интересовать условия справедливости центральной предельной теоремы для мартингалов указанного вида (1).

Всюду далее мы будем рассматривать последовательности возрастающих множеств V_n, $n=1, 2, \ldots$, такие, что

$$\lim_{n\to\infty}\frac{\max\limits_{1\leqslant j\leqslant n}|\Delta_j|}{|V_n|}=0,$$

которые будем называть регулярными последовательностями.

Следствием известных результатов Брауна ([1]) и Дворецкого ([2]) по ц. п. т. для мартингалов является следующий результат.

Теорема 1. *Пусть S_{V_n}, $n=1, 2, \ldots$, мартингал, ассоциированный с некоторой регулярной последовательностью V_n, $n=1, 2, \ldots$, и выполнены следующие условия:*

1) $DS_{\Delta_j}\geqslant\sigma^2|\Delta_j|$, $\sigma^2>0$, $E|S_{\Delta_j}|^{2+\delta}\leqslant C|\Delta_j|^{1+\frac{\delta}{2}}$, $0<C<\infty$, $\delta>0$;

2) $\lim\limits_{n\to\infty}(DS_{V_n})^{-1}\sum\limits_{j=1}^{n}\operatorname{cov}(S^2_{\Delta_j}, \operatorname{sgn} I_j)=0$,

$$I_j=E(S^2_{\Delta_j}/S_{\Delta_1}, \ldots, S_{\Delta_{j-1}})-ES^2_{\Delta_j},\quad j=1, 2, \ldots$$

Тогда

$$\lim_{n\to\infty}P((DS_{V_n})^{-\frac{1}{2}}(S_{V_n}-ES_{V_n})<x)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_{-\infty}^{x}e^{-\frac{t^2}{2}}dt,\quad x\in R^1,$$

т. е. справедлива ц. п. т.

Проверке такого типа условий хорошо поддаются мартингалы S_{V_n}, $n=1, 2, \ldots$, являющиеся одновременно суммами слабо зависимых случайных величин. Данный факт проиллюстрирован в работе Дворецкого ([2]) на примере частичных сумм компонент случайных процессов. Отметим также известную теорему Ибрагимова—Биллингсли о том, что частичные суммы стационарной последовательности мартингал-разностей, имеющих второй момент, асимптотически нормальны, если сама последовательность эргодична (см. ([3,4])).

Учитывая вышесказанное мы ограничимся рассмотрением мартингалов вида (1), которые являются суммами компонент некоторого случайного слабозависимого поля. Наше решение указанного выше вопроса фактически приводит к ослаблению известных достаточных условий справедливости ц. п. т. для случайных полей при наличии у их частичных сумм дополнительно мартингальной структуры относительно некоторой системы возрастающих множеств.

Нас будут интересовать случайные поля ξ_t, $t\in Z^\nu$, удовлетворяющие условиям слабой зависимости типа сильного перемешивания (с. п.). Под этим понимается, что величина $\alpha(\mathfrak{M}_I, \mathfrak{M}_V)=\sup\{|P(AB)-P(A)P(B)|;\ A\in\mathfrak{M}_I,\ B\in\mathfrak{M}_V\}$ мала, когда σ-алгебры $\mathfrak{M}_I=\sigma(\xi_t, t\in I)$, $\mathfrak{M}_V=\sigma(\xi_t, t\in V)$, I, $V\in W(Z^\nu)$, достаточно удалены в том или ином смысле.

Мы будем использовать следующие коэффициенты перемешивания:

$$\alpha(r)=\sup\{\alpha(\mathfrak{M}_I, \mathfrak{M}_V);\ I,\ V\in W(Z^\nu);\ \rho(I, V)\geqslant r\};$$

$$\rho(I, V)=\inf_{s\in I, t\in V}\rho(s, t);\ \rho(s, t)=\max_{1\leqslant i\leqslant\nu}|s^{(i)}-t^{(i)}|;$$

$$\alpha(r, d)=\sup\{\alpha(\mathfrak{M}_I, \mathfrak{M}_V);\ I,\ V\in W(Z^\nu);\ \rho(I, V)\geqslant r;\ D(I)\geqslant d,\ D(V)\geqslant d\}$$

где $D(\cdot)$ — диаметр множества,

$$\alpha_{m,n}(r)=\sup_{m,n\in N\cup\{\infty\}}\{\alpha(\mathfrak{M}_I, \mathfrak{M}_V);\ I,\ V\in W(Z^\nu);\ \rho(I, V)\geqslant r,\ |I|\leqslant m,\ |V|\leqslant n\}$$

Справедливы следующие теоремы.

Теорема 2. *Пусть случайное поле* ξ_t, $t\in Z^\nu$, $E\xi_t=0$ *таково, что* $\alpha(r)\to 0$, $r\to\infty$, $\sum_{j=1}^{\infty} j^{\nu-1}\alpha^{\frac{1}{2}}_{m,n}(j)<\infty$, $m+n=4$ *и* $|\xi_t|<C<\infty$ *с вероятностью* 1.

Тогда, если частичные суммы $S_{V_n}=\sum_{t\in V_n}\xi_t$ *для некоторой регулярной последовательности прямоугольников* V_n, $n=1, 2, \ldots$, $V_n\in W(Z^\nu)$ *образуют мартингал и* $\liminf_{n\to\infty}\frac{DS_{V_n}}{|V_n|}=\sigma_0^2>0$, *то эта последовательность асимптотически нормальна.*

Отметим, что теорема 2 остается справедливой и для полей, удовлетворяющих следующему критерию: $\alpha(d, r)\leqslant\frac{d^k\beta(r)}{r}$, $k>0$, $\beta(r)>0$.

Комментируя условия теоремы 2, отметим, что в отличие от известных достаточных условий справедливости ц. п. т. для случайных полей с с. п. (см. например ([5–7]) здесь фактически не накладывается условий на скорость стремления к нулю коэффициента перемешивания $\alpha(r)$.

Теорема 3. *Пусть случайное поле* ξ_t, $t\in Z^\nu$, $E\xi_t=0$, *удовлетворяет условию с. п. с коэффициентом* $\alpha_{\infty,n}(r)\leqslant n^k\alpha(r)$, $k>0$, $\sum_{j=1}^{\infty} j^{\nu-1}\alpha^{\frac{1}{2}}(j)<\infty$ *и* $|\xi_t|\leqslant C$, $t\in Z^\nu$.

Тогда, если частичные суммы $S_{V_n}=\sum_{t\in V_n}\xi_t$ *образуют мартингал*

относительно регулярной последовательности $V_i \in W(Z^\nu)$, $i=1, 2, \ldots$, *стремящийся к бесконечности,*

$$\frac{\sum_{j=1}^{n} |\Delta_j|^{\frac{k}{2}+1} \alpha^{\frac{1}{2}}(\rho(V_{j-1}, \Delta_j))}{\sum_{j=1}^{n} |\Delta_j|} \to 0, \ n \to \infty,$$

и

то последовательность S_{V_n} *асимптотически нормальна.*

Здесь мы видим, что для рассматриваемого в теореме 3 критерия перемешивания ц. п. т. имеет место, например, в случае, когда приращения $|\Delta_j| \leqslant C < \infty$ и одновременно они удаляются друг от друга при $n \to \infty$.

Отметим также, что представляется возможным в приведенных теоремах заменить условие равномерной ограниченности компонент случайного поля менее обременительными условиями: равномерной интегрируемости семейства $\{|\xi_t|^{2+\delta}, t \in Z^\nu\}$ и $E|\xi_t|^{2+\delta} < C < \infty$, $t \in Z^\nu$.

Институт математики
Академии наук Армянской ССР

Բ. Ս. ՆԱՀԱՊԵՏՅԱՆ, Ա. Ն. ՊԵՏՐՈՍՅԱՆ

Կենտրոնական սահմանային թեորեմն աճող բազմությունների հետ շաղկապված մարտինգալների համար

Դիցուք Z^ν*-ն ամբողջարժեք վանդակն է* $(\nu \geqslant 1)$ *և* $W(Z^\nu)$*-ն նրա վերջավոր բազմությունների դասն է։ Կասենք, որ* S_V, $V \in W(Z^\nu)$ *պատահական պրոցեսը կազմում է մարտինգալ՝ շաղկապված աճող բազմությունների հաջորդականության հետ, եթե հ.ա. տեղի ունեն*

$$E(S_{V_n}/S_{V_1}, \ldots S_{V_{n-1}}) = S_{V_{n-1}}, \ n = 1, 2, \ldots \tag{1}$$

Աշխատանքում տեղ են գտել (1) հատկությամբ օժտված պրոցեսների մի քանի օրինակներ։ Դրանք կարող են ստացվել նաև որպես որոշակի պոտենցիալով օժտված Գիբբսյան դաշտի կոմպոնենտների (ըստ համապատասխան բազմությունների) գումարներ։

Աշխատանքում ներկայացված են կենտրոնական սահմանային թեորեմներ (1) տիպի մարտինգալների համար, որոնք հանդիսանում են ուժեղ խառնուրդով օժտված թույլ կախյալ պատահական դաշտերի կոմպոնենտների գումարներ։

ЛИТЕРАТУРА—ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

[1] *B. M. Brawn*, Ann Math. Statist., v. 42 (1971). [2] *A. Dvoretsky*, Proc. Six h. Berkeley Symp. Math. Stat. Prob., v. 11 (1972). [3] *И. А. Ибрагимов*, Теория вероятностей и ее применения, т. 8, вып. 1 (1963). [4] *R. Billingsley*, Proc. Amer. Math. Soc., v. 12, 5 (1961). [5] *В. В. Городецкий*, ДАН СССР, т. 276, № 4 (1984). [6] *А. В. Булинский, И. Г. Журбенко*, Теория вер. и ее прим., т. 21, вып. 1 (1976). [7] *А. В. Булинский, Н. Г. Журбенко*, ДАН СССР, т. 226, № 1 (1976).

ՀԱՅԿԱԿԱՆ ՍՍՀ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԿԱԴԵՄԻԱՅԻ ԶԵԿՈՒՅՑՆԵՐ
ДОКЛАДЫ АКАДЕМИИ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР

LXXXV 1987 1

УДК 517.5

МАТЕМАТИКА

С. С. Казарян

Некоторые вопросы сходимости и суммируемости в рефлексивных пространствах Орлича

(Представлено чл.-корр. АН Армянской ССР А. А. Талаляном 25/II 1987)

Пусть $\{f_n(x)\}_{n=1}^{\infty}$ замкнутая и минимальная система в $L^p(a, b)$ и $\{f_n, g_n\}_{n=1}^{\infty}$ является биортонормированной системой, определенной на интервале (a, b). Пусть $f(x)$ произвольная функция из пространства L^p, тогда частичные суммы разложения функции $f(x)$ по биортонормированной системе $\{f_n, g_n\}_{n=1}^{\infty}$ имеют вид $\sigma_n(f, x)=\int\limits_a^b f(t)\left|\sum\limits_{k=1}^{n} f_k(x)g_k(t)\right|dt.$

Возьмем такую функцию $w(x)$, чтобы система $\{w(x)f_n(x)\}_{n=1}^{\infty}$ была замкнута и минимальна в $L^p(a, b)$, тогда частичные суммы разложения функции $f(x)$ по биортонормированной системе $\left\{wf_n, \frac{g_n}{w}\right\}$ имеют вид

$$\sigma_{w,n}(f, x)=w(x)\int\limits_a^b \frac{f(t)}{w(t)}\left|\sum_{k=1}^{n} f_k(x)g_k(t)\right|dt.$$

Если мы рассматриваем вопросы сходимости и суммируемости таких систем в пространствах L^p, то это эквивалентно аналогичным вопросам в весовых пространствах L^p_ω, где $\omega(x)=|w(x)|^p$. Но в пространствах Орлича подобные вопросы не эквивалентны.

Впервые весовые оценки, которые связаны с вопросами сходимости и суммируемости в весовых пространствах L^p_ω, изучались в работах Г. Харди и Д. Литтлвуда ([1]), К. И. Бабенко ([2]). Следует отметить также работу В. Ф. Гапошкина ([3]), который нашел достаточные условия для того, чтобы система $\{w(x)e^{inx}\}_{n=-\infty}^{\infty}$ была базисом в $L^2[-\pi, \pi]$. Ю. Чэн ([4]) получил ряд интегральных неравенств, которые имеют важное значение в вопросах сходимости системы $\{w(x)e^{inx}\}_{n=-\infty}^{\infty}$ в более широких классах функций, чем пространства L^p, при некоторых условиях, налагаемых на функцию $w(x)$. Однако полная характеристика весов, при которых справедливы некоторые интегральные неравенства в пространствах L^2_ω и L^p_ω, были соответственно даны в работах Х. Хелсона и Г. Сегё ([5]), Б. Макенхаупта ([6]). Отметим также результат А. С. Кранцберга ([7]), который нашел необходимые и достаточные условия, налагаемые на весовую функцию, чтобы система Хаара была базисом в весовых пространствах

L^p_w. Р. Керман и А. Торчинский ([8]) распространили результат Б. Макенхаупта на классы Орлича. Используя эту работу, Г. Е. Ткебучава ([9]) получил характеристику весов, при которых системы Хаара, Франклина, Уолша—Пэли являются базисами в весовых рефлексивных пространствах Орлича.

В работе ([10]) доказана теорема о необходимых и достаточных условиях, налагаемых на $w(x)$, при которых оператор $H_w(f, x)=$ $=\sup\limits_{x\in Q}\frac{1}{|Q|}|w(x)|\int\limits_Q\left|\frac{f(t)}{w(t)}\right|dt$, где $Q\subset R^n$ произвольный куб, ограничен в рефлексивном пространстве Орлича. С использованием этой работы в настоящей заметке получены результаты, связанные с суммируемостью и сходимостью систем вида $\{w(x)e^{inx}\}_{n=-\infty}^{\infty}$ и $\{w(x)\chi_n(x)\}_{n=0}^{\infty}$, где $\chi_n(x)$ функции системы Хаара в рефлексивных пространствах Орлича.

Отметим, что пространство Орлича L^Φ будет рефлексивным пространством, если функция Юнга $\Phi(s)$ удовлетворяет вместе со своей сопряженной по Юнгу функцией $\Psi(s)$ условию Δ_2.

Следующий результат обобщает теорему Р. Ханта, Б. Макенхаупта и Р. Видена ([11]):

Теорема 1. *Пусть* $\bar{f}_w(x)=-\frac{1}{\pi}\cdot w(x)\cdot\int\limits_{-\pi}^{\pi}\frac{f(t)}{w(t)}\cdot\frac{1}{2\operatorname{tg}\frac{(t-x)}{2}}dt.$

Тогда следующие условия эквивалентны:

(а) *Функция* $w(x)$ *принадлежит классу* B_Φ, *т. е. для всех интервалов* $I\subset[-\pi,\pi]$ *и произвольных чисел* $\varepsilon>0$ $\frac{1}{|I|}\|\chi_I w\|_{L^\Phi_\varepsilon(T)}\cdot$ $\cdot\left\|\frac{\chi_I}{\varepsilon w}\right\|_{L^\Psi_\varepsilon(T)}\leqslant D_\Phi$, *где* $T=\{x:-\pi\leqslant x\leqslant\pi\}$.

(б) *Существует некоторая константа* $C_\Phi>0$ *такая, что для любого* $\varepsilon>0$

$$\|\bar{f}_w\|_{L^\Phi_\varepsilon(T)}\leqslant C_\Phi\|f\|_{L^\Phi_\varepsilon(T)}.$$

(в) *Существует некоторая константа* $C'_\Phi>0$ *такая, что*

$$\int\limits_T\Phi(\bar{f}_w(x))dx\leqslant C'_\Phi\int\limits_T\Phi(f(x))dx.$$

На основе этой теоремы и теоремы 1 ([10]) доказываются следующие теоремы.

Теорема 2. *Пусть* $S_{w,n}(f, x)=\frac{1}{\pi}\cdot w(x)\cdot\int\limits_T\frac{f(t)}{w(t)}\cdot$

$$\cdot\frac{\sin\left[\left(n+\frac{1}{2}\right)(t-x)\right]}{2\sin\frac{(t-x)}{2}}dt.$$

Тогда следующие условия равносильны:

АКАДЕМИЯ НАУК ГРУЗИИ ФУНДАМЕНТАЛЬНАЯ БИБЛИОТЕКА

(а) $w(x)$ *принадлежит классу* B_Φ.

(б) *Существует некоторая константа* $C_\Phi>0$ *такая, что для любого* $\varepsilon>0$

$$\|S_{w,n}(f, x)\|_{L_\varepsilon^\Phi(T)}\leqslant C_\Phi\|f\|_{L_\varepsilon^\Phi(T)}.$$

(в) *Существует некоторая константа* $C'_\Phi>0$ *такая, что*

$$\int_T \Phi(S_{w,n}(f, x))dx\leqslant C'_\Phi \int_T \Phi(f(x))dx.$$

(г) *Имеет место соотношение* $\int_T \Phi(|f(x)-S_{w,n}(f, x)|)dx\to 0$ *при* $n\to\infty$.

Теорема 3. *Пусть* $\overline{S}_{w,n}(f, x)=-\frac{1}{\pi}\cdot w(x)\cdot\int_T \frac{f(t)}{w(t)}\cdot$

$$\cdot\frac{\cos\frac{(t-x)}{2}-\cos\left[\left(n+\frac{1}{2}\right)(t-x)\right]}{2\sin\frac{(t-x)}{2}}dt.$$

Тогда следующие условия равносильны:

(а) $w(x)$ *принадлежит классу* B_Φ.

(б) *Существует некоторая константа* $C_\Phi>0$ *такая, что для любого* $\varepsilon>0$

$$\|\overline{S}_{w,n}(f, x)\|_{L_\varepsilon^\Phi(T)}\leqslant C_\Phi\|f\|_{L_\varepsilon^\Phi(T)}.$$

(в) *Существует некоторая константа* $C'_\Phi>0$ *такая, что*

$$\int_T \Phi(\overline{S}_{w,n}(f, x))dx\leqslant C'_\Phi \int_T \Phi(f(x))dx.$$

(г) *Выполняется соотношение* $\int_T \Phi(|\overline{f}_w(x)-\overline{S}_{w,n}(f, x)|)dx\to 0$ *при* $n\to\infty$.

Из теоремы 1 ([10]) следует также справедливость следующих теорем.

Теорема 4. *Пусть* $\sigma^\delta_{w,n}(f, x)=\frac{1}{\pi}w(x)\int_T \frac{f(t)}{w(t)}K^\delta_n(t-x)dt$, *где* $K^\delta_n(t)$ *ядро метода суммирования Чезаро порядка* δ. *Тогда следующие условия эквивалентны:*

(а) $w(x)$ *принадлежит классу* B_Φ.

(б) $\sigma^\delta_{w,n}(f, x)$ $(\delta>0)$ *удовлетворяет условию* $\|\sigma^\delta_{w,n}(f, x)\|_{L_\varepsilon^\Phi(T)}\leqslant$ $\leqslant C_\Phi\|f\|_{L_\varepsilon^\Phi(T)}$, *где* $C_\Phi>0$ *не зависит от* n *и функции* $f(x)$.

(в) *Существует некоторая константа* $C'_\Phi>0$ *такая, что*

$$\int_T \Phi(\sigma^\delta_{w,n}(f, x))dx\leqslant C'_\Phi \int \Phi(f(x))dx.$$

(г) *Выполняется соотношение* $\int\limits_T \Phi(|f(x)-\sigma^{\delta}_{w,n}(f, x)|)dx \to 0$ *при* $n\to\infty$.

Теорема 5. *Пусть* $f_w(r, x)=\frac{1}{\pi}w(x)\int\limits_T \frac{f(t)}{w(t)}P(r, t-x)dt$, *где* $P(r, t-x)$ *ядро Пуассона. Тогда следующие условия эквивалентны:*

(а) $w(x)$ *принадлежит классу* B_Φ.

(б) $f_w(r, x)$ $(0\leqslant r<1)$ *удовлетворяет условию* $\|f_w(r, x)\|_{L^\Phi_\varepsilon(T)}\leqslant C_\Phi\|f\|_{L^\Phi_\varepsilon(T)}$, *где* $C_\Phi>0$ *не зависит от* r *и функции* $f(x)$.

(в) *Существует некоторая константа* $C'_\Phi>0$ *такая, что*

$$\int\limits_T \Phi(f_w(r, x))dx\leqslant C'_\Phi\int\limits_T \Phi(f(x))dx.$$

(г) *Имеет место соотношение* $\int\limits_T \Phi(|f(x)-f_w(r, x)|)dx\to 0$ *при* $r\to 1$.

Из теоремы 2 работы ([10]) следует теорема, которая является обобщением результата А. С. Кранцберга ([7]).

Теорема 6. *Пусть* $T_{w,n}(f, x)=\frac{1}{|\Delta_n|}w(x)\int\limits_{\Delta_n}\frac{f(t)}{w(t)}dt$, *при* $x\in\Delta_n$, *где* $\Delta_n\in I_{\text{дв}}$. $I_{\text{дв}}$ — *совокупность всех двоичных интервалов вида* $\left(\frac{k-1}{2^n}, \frac{k}{2^n}\right)$ $(1\leqslant k\leqslant 2^n;\ n=0, 1, \ldots)$ *на отрезке* $[0, 1]$. *Тогда следующие условия равносильны:*

(а) $w(x)$ *принадлежит классу* B^*_Φ, *т. е. для всех интервалов* $\Delta\in I_{\text{дв}}$ *и произвольных чисел* $\varepsilon>0$ $\frac{1}{|\Delta|}\|\chi_\Delta w\|_{L^\Phi_\varepsilon}\cdot\left\|\frac{\chi_\Delta}{\varepsilon w}\right\|_{L^{\Psi}_\varepsilon}\leqslant D_\Phi$.

(б) $T_{w,n}(f, x)$ *удовлетворяет условию* $\|T_{w,n}(f, x)\|_{L^\Phi_\varepsilon(0,1)}\leqslant C_\Phi\|f\|_{L^\Phi_\varepsilon(0,1)}$, *где* $C_\Phi>0$ *не зависит от* n *и функции* $f(x)$.

(в) *Существует некоторая константа* $C'_\Phi>0$ *такая, что*

$$\int\limits_0^1 \Phi(T_{w,n}(f, x))dx\leqslant C'_\Phi\int\limits_0^1 \Phi(f(x))dx.$$

(г) *Выполняется соотношение* $\int\limits_0^1 \Phi(|f(x)-T_{w,n}(f, x)|)dx\to 0$ *при* $n\to\infty$.

В работе Ю. Чэна ([3]) функция $\Phi(s)$, фигурирующая в интегральных неравенствах, принадлежит классам $Z(a, b)$ и $M(a, b)$, которые являются более широкими, чем классы Орлича, в которых функция Юнга удовлетворяет Δ_2 условию. Однако в отличие от ре-

зультатов, излагаемых в данной статье, где рассматриваются подобные интегральные неравенства, в работе Ю. Чэна условия, налагаемые на функцию $w(x)$, являются только необходимыми. Поэтому теоремы, изложенные в данной статье, можно считать в некотором смысле развитием результатов Ю. Чэна.

В заключение выражаю благодарность чл.-корр. АН Армянской ССР А. А. Талаляну за ценное обсуждение результатов настоящей работы.

Институт геофизики и инженерной сейсмологии
Академии наук Армянской ССР

Ս. Ս. ՂԱԶԱՐՅԱՆ

Զուգամիտության և գումարման մեթոդների որոշ հարցեր Օրլիչի ռեֆլեքսիվ տարածություններում

Մեր կողմից $w(x)$ ֆունկցիայի վրա դրվել են անհրաժեշտ և բավարար պայմաններ, որոնց դեպքում որոշ տիպի օպերատորների համար.

$$\sigma_{w,n}(f, x) = w(x) \cdot \int_a^b \frac{f(t)}{w(t)} \left[\sum_{k=1}^{n} f_k(x) g_k(t) \right] dt$$

ստացվել են հետևյալ տիպի ինտեգրալ անհավասարություններ.

$$\int_a^b \Phi(\sigma_{w,n}(f, x))dx \leqslant C_\Phi \int_a^b \Phi(f(x))dx:$$

Ստացված անհավասարությունները հնարավորություն են տվել ուսումնասիրել եռանկյունաչափական և Հաարի սիստեմների զուգամիտության որոշ հարցեր Օրլիչի ռեֆլեքսիվ տարածություններում։

ЛИТЕРАТУРА — ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

[1] *G. H. Hardy, I. E. Littlewood*, Acta Math., v. 54 (1930). [2] *К. И. Бабенко*, ДАН СССР, т. 62 (1948). [3] *В. Ф. Гапошкин*, Мат. сб., т. 46 (1958). [4] *Y. Chen*, Math. Ann, v. 140 (1960). [5] *H. Helson, G. Szegö*, Ann. Math. Pura ed appl., v. 51 (1960). [6] *B. Muckenhoupt*, Trans. Amer. Math. Soc., v. 155 (1972). [7] *А. С. Кранцберг*, Тр. МИЭМ, вып. 24 (1971). [8] *R. Kerman, A. Tochinsky*, Studia Math., v. 71 (1982). [9] *Г. Е. Ткебучава*, Сообщ. АН ГССР, т. 121, № 3 (1986). [10] *С. С. Казарян*, Изв. АН АрмССР. Математика, т. 22 №4 (1987). [11] *R. Hunt, B. Muckenhoupt, R. Wheeden*, Trans. Amer. Math. Soc. v. 176 (1973).

ՀԱՅԿԱԿԱՆ ՍՍՀ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԿԱԴԵՄԻԱՅԻ ԶԵԿՈՒՅՑՆԵՐ
ДОКЛАДЫ АКАДЕМИИ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР
LXXXV 1987 1

УДК 510.6:510.25

МАТЕМАТИКА

С. Г. Карагебакян

Субконструктивная логика

(Представлено чл-корр. АН Армянской ССР Р. Р. Варшамовым 28/II 1987)

В традиционной концепции конструктивной реализуемости ([1]) для построения объектов, содержащих в себе информацию о реализуемости логико-арифметических формул, используется достаточно богатый запас алгорифмических средств (например, любые частично-рекурсивные функции). Однако наряду с понятиями вычислимости, основанными на рассмотрении максимально широких классов алгорифмов, существенное значение имеют также и иные понятия вычислимости, где на используемые алгорифмические средства накладываются те или иные ограничения; таково, например, понятие вычислимости с полиномиально ограниченным временем, охватывающее, в соответствии с тезисом Эдмондса ([2]), любые так называемые «эффективные» или «бесперебoрные» алгорифмы.

Основной целью дальнейшего изложения является исследование вводимого ниже понятия реализуемости логико-арифметических формул, основанного на рассмотрении более узких классов алгорифмов по сравнению с упомянутым выше понятием С. К. Клини. Оказывается, что при таком рассмотрении получается логическая система, отличающаяся от традиционной конструктивной логики.

Из технических соображений за основу в дальнейшем берется понятие словарной рекурсивной функции ([3]).

Рассматривается алфавитная нумерация слов в алфавите $\{0, 1\}$ (([3]), § 11), причем слова и их номера иногда отождествляются. Будем отождествлять иногда словарные функции и представляющие их арифметические функции. Употребляемые ниже функции $\sigma_0(x)$ и $\sigma_1(x)$— одноместные словарные функции, добавляющие в конце слова x буквы 0 и 1 соответственно.

Определение 1 (ср. ([3,4])). Если α—n-местная словарная функция, φ и ψ—$(n+2)$-местные словарные функции, γ—$(n+1)$-местная словарная функция, то говорим, что $(n+1)$-местная словарная функция f получается из функций α, φ, ψ, γ с помощью операции ограниченной словарной рекурсии, если при любых значениях $x_1, \ldots, x_n, y$

$$f(x_1, \ldots, x_n, 0) = \min(\alpha(x_1, \ldots, x_n), \gamma(x_1, \ldots, x_n, 0));$$

$$f(x_1, \ldots, x_n, \sigma_0(y)) = \min(\varphi(x_1, \ldots, x_n, y, f(x_1, \ldots, x_n, y)), \gamma(x_1, \ldots, x_n, \sigma_0(y)));$$

$$f(x_1, \ldots, x_n, \sigma_1(y)) = \min(\psi(x_1, \ldots, x_n, y, f(x_1, \ldots, x_n, y)), \gamma(x_1, \ldots, x_n, \sigma_1(y))).$$

Определение 2. Допустимым классом называется любой класс примитивно-рекурсивных словарных функций, замкнутый относительно операции суперпозиции и операции ограниченной словарной рекурсии, содержащий функции $+$, $\dot{-}$, sg, $\overline{sg}$, функции, нумерующие пары c, l, r, функции σ_0 и σ_1 и имеющий универсальную словарную рекурсивную функцию.

Говорим, что арифметический предикат P принадлежит допустимому классу Ω, если его характеристическая функция принадлежит Ω.

Допустимыми классами являются, например, класс всех примитивно-рекурсивных функций, классы E^n А. Гжегорчика при $n \geqslant 2$ ([6]), а также аналогичные классы W^n при $n \geqslant 2$, основанные на ограниченной словарной рекурсии ([7]).

Заметим, что любой допустимый класс для любого натурального числа n содержит функции, нумерующие n-членные наборы c_n, $c_{1n}, \ldots, c_{nn}$ ([3]), §3).

Введем логико-арифметический язык LA_Ω на основе какого-либо фиксированного допустимого класса Ω. В этом языке термы определяются обычным образом (при этом предполагаем, что в языке имеются функциональные символы для всех функций из Ω). Формулы определяются обычным образом на основе предикатных символов для всех предикатов из Ω (в частности, для $=$, $\leqslant$, $<$), логических символов $\&$, $\vee$, $\supset$, $\neg$, $\forall$, $\exists$ и, кроме того, символов для дополнительно вводимых логических операций $\forall z$ и $\supset_z$, где z—произвольный непустой список различных предметных переменных; порождающие правила для этих операций вводятся следующим образом: если A и B формулы, то $\forall z(A)$ (сокращенно $\forall zA$) и $(A \supset_z B)$ (сокращенно $A \supset_z B$) также формулы. Отметим, что формулы вида $\forall x \forall yA$ и $\forall xyA$ не отождествляются друг с другом.

Понятия свободной и связанной переменной для формул, не имеющих вида $A \supset_z B$ и $\forall zA$, где z—непустой набор различных переменных, определяется обычным образом, а для формул $A \supset_z B$ и $\forall zA$ свободными являются только те переменные, входящие в A или в B (или, соответственно, в A), которые не встречаются в списке переменных набора z.

Через LA обозначим логико-арифметический язык, вводимый так же, как в ([1]), но с функциональными и предикатными символами для всех примитивно-рекурсивных функций и предикатов, а также для двухместной общерекурсивной функции, универсальной для класса одноместных примитивно-рекурсивных функций.

Определение 3. Пусть Ω—некоторый допустимый класс, U_Ω—универсальная функция класса Ω. Формула $eR_\Omega A$ языка LA, где A—формула языка LA_Ω, e—переменная, не входящая в A (читается: „натуральное число e реализует формулу A относительно допустимого класса Ω"), определяется индукцией по построению A следующим образом:

(I) если A—элементарная формула, то $eR_\Omega A$ есть $e=0\&A$;

(II) $eR_\Omega(A\&B)$ есть $(l(e)R_\Omega A)\&(r(e)R_\Omega B)$;

(III) $eR_2(A \vee B)$ есть $(l(e)=0 \& r(e) R_2 A) \vee (l(e)=1 \& r(e) R_2 B)$;

(IV) если z—набор (возможно, пустой) переменных $\{x_1, \ldots, x_n\}$, то $eR_2(A \supset_z B)$ есть $\forall x \forall x_1 \ldots \forall x_n | x R_2 A \supset U_2(e, c_{n+1}(x, x_1, \ldots, x_n)) R_2 B|$;

(V) $eR_2(\neg A)$ есть $eR_2(A \supset 1=0)$;

(VI) если z—непустой набор переменных $\{x_1, \ldots, x_n\}$, то $eR_2 \forall z A$ есть $\forall x_1 \ldots \forall x_n U_2(e, c_n(x_1, \ldots, x_n)) R_2 A$;

(VII) если x—переменная, то $eR_2 \exists x A(x)$ есть $l(e) R_2 A(r(e))$.

Определение 4. Замкнутая формула A языка LA_2 называется Ω-реализуемой, если существует натуральное число e такое, что формула $eR_2 A$ реализуема в смысле С. К. Клини ([1]). Если z—набор всех свободных переменных формулы A языка LA_2, то A называется Ω-реализуемой, если Ω—реализуемая формула $\forall z A$; (поскольку существуют различные толкования определения реализуемости по С. К. Клини ([8,9]), мы принимаем, что каждое толкование этого определения порождает соответствующее толкование введенного здесь определения; для дальнейшего изложения различия в этих толкованиях не будут иметь значения)

Естественным образом вводится язык LP исчисления предикатов с функциональными символами (но без равенства), в котором к обычному списку логических операций добавлены операции вида $\supset_z$ и $\forall z$, где z—любой список попарно различных предметных переменных.

Определим теперь исчисление SC в рассматриваемом логическом языке LP.

Схемы логических аксиом исчисления SC.

$SC1.$ $A \supset_y A$

$SC2.$ $(A \& B) \supset_y A$

$SC3.$ $(A \& B) \supset_y B$

$SC4.$ $A \supset_y (A \vee B)$

$SC5.$ $B \supset_y (A \vee B)$

$SC6.$ $((A \& B) \supset_{zu} C) \supset_y (A \supset_z (B \supset_u C))$

$SC7.$ $(A \supset_z (B \supset_u (C \supset_v D))) \supset_y ((A \& B) \supset_{zu} (C \supset_v D))$

$SC8.$ $(A \supset_u (B \supset_v \forall z C)) \supset_y ((A \& B) \supset_{uv} \forall z C)$

$SC9.$ $((A \supset_z B) \& (B \supset_z C)) \supset_y (A \supset_z C)$

$SC10.$ $((A \supset_z B) \& (A \supset_z C)) \supset_y (A \supset_z (B \& C))$

$SC11.$ $((A \supset_z C) \& (B \supset_z C)) \supset_y ((A \vee B) \supset_z C)$

$SC12.$ $(A \supset_{zu} B) \supset_y \forall z (A \supset_u B)$

$SC13.$ $((A \& B) \supset_{zu} C) \supset_y ((\forall z A \& \forall z B) \supset_u \forall z C)$

$SC14.$ $((A \& B) \supset_{xu} C) \supset_y ((A \& \exists x B) \supset_u \exists x C)$

$SC15.$ $(\forall z A \& (A \supset_z B)) \supset_y \forall z B$

$SC16.$ $(A \& \forall z B) \supset_y \forall z (A \& B)$

$SC17.$ $\forall zuvwA \supset_y \forall zvuwA$

$SC18.$ $\forall zuA \supset_y \forall z \forall uA$

$SC19.$ $(A(u) \supset_{zu} B(u)) \supset_y (A(t) \supset_z B(t))$

$SC20.$ $A(t) \supset_y \exists x A(x)$

$SC21.$ $\forall x (\neg A) \supset_y \neg (\exists x A)$

$SC22.$ $(A \supset B) \& (A \supset \neg B) \supset_y \neg A$

$SC23.$ $((\neg A) \& A) \supset_y B$

$SC24.\ (A\&(B\vee C))\supset_y((A\&B)\vee(A\&C))$
$SC25.\ (A\supset_u B)\supset_y(A\supset_{uz} B)$
$SC26.\ (A\supset_{zuvw} B)\supset_y(A\supset_{zvuw} B)$
$SC27.\ \exists xA\supset_y A$
$SC28.\ A\supset_y \forall zV$

Правила вывода

$$SC29.\ \frac{\forall zA(z)}{A(t)} \qquad SC30.\ \frac{A}{B\supset_z A} \qquad SC31.\ \frac{\forall zA,\ A\supset_z B}{\forall zB}$$

В приведенных схемах логических аксиом и правилах вывода предполагается, что в $SC6$, $SC7$ набор u не содержит переменных, входящих свободно в A; в $SC8$ набор v не содержит переменных, входящих свободно в A; в $SC14$ переменная x не входит в A; в $SC15$ множество свободных переменных A и B непусто, z—любой непустой набор свободных переменных A и B; в $SC16$ набор z не содержит переменных, входящих свободно в A; в $SC19$ t—набор термов ($t=(t_1, \ldots, t_m)$), u—набор переменных ($u=(u_1, \ldots, u_m)$) и допустима подстановка t_i вместо u_i в формулу $A(u)\supset_z B(u)$ ($i=1, \ldots, m$); в $SC20$ t—терм; в $SC25$ набор z не содержит переменных, входящих свободно в A или в B; в $SC27$ переменная x не входит свободно в A; в $SC28$ набор z не содержит переменных, входящих свободно в A; в $SC29$ z—набор всех свободных переменных $A(z)$, t—набор термов, подставляемых на соответствующие места переменных набора z; в $SC31$ набор переменных z непуст, если A и B имеют свободные переменные. В остальных схемах A, B, C—произвольные формулы, y, z, u, v, w—произвольные наборы переменных, не имеющие общих элементов.

Понятия вывода и выводимой формулы определяются обычным образом. Подстановка формул языка LA_Ω в формулу языка LP вместо элементарных формул, а также допустимость этой подстановки определяются естественным образом.

Теорема 1. *Если A—формула, выводимая в SC, Ω—допустимый класс и формула B языка LA_Ω получается из A посредством допустимой подстановки формул языка LA_Ω вместо элементарных формул, входящих в A, то формула B Ω-реализуема.*

Следующая теорема показывает специфику введенного аппарата по сравнению с аппаратом традиционной конструктивной логики.

Пусть П—класс арифметических функций, вычислимых за полиномиальное время. Ясно, что П—допустимый класс. Пусть p—трехместный предикатный символ в языке LA_Π, соответствующий предикату $y^x=z$ (ясно, что этот предикат принадлежит классу П, несмотря на то, что показательная функция не принадлежит П).

Предполагаем, что выбрана некоторая „естественная" универсальная функция U_Π для П (например, на основе машин Тьюринга, так же, как в ([10]).

Теорема 2. (I) *Формула $\forall x\forall y\exists zp(x, y, z)$ П-реализуема;* (II) *Формулы $\forall y\forall x\exists zp(x, y, z)$ и $\forall xy\exists zp(x, y, z)$ не П-реализуемы.*

Метод доказательства. (I) Используя аналог теоремы

XXIII из ([1]) (см. ([1]), с. 305, а также ([5,10])), можно показать что существует натуральное число e, такое, что $U_{\Pi}(U_{\Pi}(e, x), y)=C(0, y^x)$. Тогда можно показать, что число e П—реализует формулу $\forall x \forall y \exists z \rho(x, y, z)$.

(II) Легко видеть, что не существует натуральных чисел e_1 и e_2 таких, что $U_{\Pi}(U_{\Pi}(e_1, y), x)=C(0, y^x)$; $U_{\Pi}(e_2, C(x, y))=C(0, y^x)$.

Поэтому формулы $\forall y \forall x \exists z \rho(x, y, z)$ и $\forall xy \exists z \rho(x, y, z)$ не П—реализуемы.

Следствие. *Формулы* $\forall x \forall y P(x, y) \supset \forall y \forall x P(x, y)$ *и* $\forall x \forall y P(x, y) \supset \forall xy P(x, y)$, *где* P*—двухместный предикатный символ, не выводимы в* SC.

Вычислительный центр Академии наук и
Ереванского государственного университета

Ս. Դ. ՂԱՐԱԳԵՐԱԿՅԱՆ

Սուբկոնստրուկտիվ տրամաբանություն

Ուսումնասիրվում է տրամաբանաթվաբանական բանաձևերի իրացնելիության գաղափարը, որը նման է Ս. Կ. Կլինիի սահմանմանը, սակայն հիմնված է ալգորիթմների ավելի նեղ դասերի վրա։ Կառուցվում է այդպիսի իրացնելիության վրա հիմնված տրամաբանական համակարգ, ապացուցվում է այդ համակարգի բովանդակալի անհակասականության թեորեմը և ցույց է տրվում, որ նշված տրամաբանական համակարգը տարբերվում է ավանդական կոնստրուկտիվ տրամաբանությունից։ Մասնավորապես, այդ համակարգում չի արտածվում $\forall x \forall y P(x, y) \supset \forall y \forall x P(x, y)$ *բանաձևը, որտեղ* P*-ն երկու տեղանի պրեդիկատային նշան է։*

ЛИТЕРАТУРА—ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

[1] *С. К. Клини*, Введение в метаматематику, ИЛ, М., 1957 [2] *Р. М. Карп*, Кибернетический сб, Нов. сер. вып. 12, Мир, М., 1975 [3] *А. И. Мальцев*, Алгоритмы и рекурсивные функции, Наука, М., 1986. [4] *Н. К. Косовский*, Зап. науч. семинаров ЛОМИ, т. 20, Исследование по конструктивной математике и математической логике, с.60—66 (1971). [5] *Н. К. Косовский*, Зап. науч. семинаров ЛОМИ, т. 32, с. 29—34 (1972). [6] *А. Гжегорчик*, Некоторые классы рекурсивных функций, Проблемы математической логики, Мир, М., 1972. [7] *F. W. Henke, K. Indermark, G. Rose*. e. a., Computing, v. 15, № 3, p. 217—234 (1975). [8] *Н. А. Шанин*, Тр. Мат. ин-та им. В. А. Стеклова, т. 52, с. 226—311 (1958). [9] *Н. А. Шанин*, К вопросу о конструктивном понимании опорных формул, Тр. Мат. ин-та им. В. А. Стеклова, т. 72, с. 348—379 (1964). [10] *D. J. Monk*, Mathematical Logic, Springer verlag, N.—Y.—Heidelberg—Berlin, 1976.

ՀԱՅԿԱԿԱՆ ՍՍՀ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԿԱԴԵՄԻԱՅԻ ԶԵԿՈՒՅՑՆԵՐ
ДОКЛАДЫ АКАДЕМИИ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР

LXXXV 1987 1

УДК 681.322 0:681.3.06

ПРИКЛАДНАЯ МАТЕМАТИКА

С. Р. Вартачов

О соотношении глобально строго сохраняющих и стационарных систем параллельных подстановок

(Представлено чл.-корр. АН Армянской ССР Р. Р. Варшамовым 14/X 1986 г.)

В работе исследуется свойство глобально строгого сохранения (ГСС) в системах параллельных подстановок (СПП) ([1]). Рассматривается соотношение определенных классов ГСС и стационарных СПП ([1,2]), в связи с чем вводится отношение эквивалентности, на основе которого получены условия равносильности свойств ГСС и стационарности СПП. В частности, показана существенность свойства взаимнооднозначности функций вторых проекций в определении конфигураций (ср. ([1])). Как следствие общих результатов демонстрируется эквивалентность в вводимом смысле классов линейных ГСС и линейных стационарных СПП.

Дадим определение систем параллельных подстановок (ср. ([1, 2])). Пусть A—конечное множество символов (алфавит), M—не более чем счетное множество. $\Phi=\{P_i:\{(a^1_{ij_1}, \varphi^1_{ij_1})\}_{j_1=(1,k^1_i)}*\{(a^2_{ij_2}, \varphi^2_{ij_2})\}_{j_2=(1,k^2_i)}\to\{(a^3_{ij_3}, \varphi^3_{ij_3})\}_{i_3=(1,k^3_i)}\}_{i=(1,n)}$ называется системой параллельных подстановок, где

1) $\varphi^t_{ij_t}: M\to M$, $a^t_{ij_t}\in A$ и для любых $x\in M$, j, j', $j\neq j'$ имеет место $\varphi^t_{ij}(x)\neq\varphi^t_{ij'}(x)$, $t=1, 2, 3$; $S_{it}=\{(a^t_{ij_t}, \varphi^t_{ij_t})\}_{j_t=(1,k^t_i)}$ называется конфигурацией, $Pr1(S_{it})=\{a^t_{ij_t}\}_{j_t=(1,k^t_i)}$—ее первой проекцией, $Pr2(S_{it})=\{\varphi^t_{ij_t}\}_{j_t=(1,k^t_i)}$—второй проекцией, $S_{it}(x)=\{(a^t_{ij_t}, \varphi^t_{ij_t}(x))\}_{j_t=(1,k^t_i)}$, $x\in M$;

2) $\{(a^1_{ij_1}, \varphi^1_{ij_1})\}_{j_1=(1,k^1_i)}*\{(a^2_{ij_2}, \varphi^2_{ij_2})\}_{j_2=(1,k^2_i)}=\{(a^1_{ij_1}, \varphi^1_{ij_1})(a^2_{ij_2}, \varphi^2_{ij_2})\}_{j_1=(1,k^1_i),\ j_2=(1,k^2_i)}$—произведение конфигураций и конфигурация;

3) $W=\{(a_1, x_1)(a_2, x_2)\ldots(a_m, x_m)\}$ называется словом, если $x_r\in M$, $r=(1, m)$, $x_p\neq x_l$, $p\neq l$; $K(A, M)$—множество всех слов над A и M;

4) $P_i: S_{i1}*S_{i2}\to S_{i3}$ называется подстановкой, причем если $\varphi^1_{ij_1}=\lambda x[p^1_{ij_1}]$, $\varphi^2_{ij_2}=\lambda x[p^2_{ij_2}]$—$\lambda$-обозначение Чёрча, то $\varphi^3_{ij_3}=\lambda x[p^3_{ij_3}]$ для $j_t=(1, k^t_i)$, $p^1_{ij_1}$, $p^2_{ij_2}$, $p^3_{ij_3}$—константы;

5) пусть задано W'; если существует $M_i\subseteq M$ такое, что $S_{i1}*S_{i2}(x)\subseteq W$ для всех $x\in M_i$, то P_i называется выполнимой на W с M_i;

6) Φ стационарна, если $P_{r2}(S_{i1})=P_{r2}(S_{i3})$ для всех $i=(1, n)$.

Исполнение Φ на входном W осуществляется по следующей итерационной процедуре:

а) если ни одна подстановка P_i не выполнима на слове W_{p-1} — результате $(p-1)$-ого шага итерации, $W=W_0$, то W_{p-1} — результат вычисления и Ф завершает работу;

б) если P_{i_l}, $l=(1, k)$ — все выполнимые подстановки на W_{p-1}, то

$$W_p=\Phi(W_{p-1})=(W_{p-1}\setminus\bigcup_{l=1}^{k}\bigcup_{x\in M_l}S_{i_l1}(x))\cup(\bigcup_{l=1}^{k}\bigcup_{x\in M_l}S_{i_l3}(x));$$

в) если $W_p\notin K(A, M)$, то Ф называется противоречивой на W и завершает работу.

Обозначим: $\mathrm{In}(P_i)=\{W : P_i$ выполнима на $W\}$ и $\mathrm{In}(\Phi)=\bigcup_{i=1}^{n}\mathrm{In}(P_i)$. $\sigma(\Phi, W)=(W_0, W_1, W_2, \ldots)$, где $W=W_0$, $W_p=\Phi(W_{p-1})$ при $p>0$.

Определение. 1. Ф называется σ_0-эквивалентной Φ', если $\mathrm{In}(\Phi)=\mathrm{In}(\Phi')$ и для любого $W\in\mathrm{In}(\Phi)$ имеет место $\sigma(\Phi, W)=\sigma(\Phi', W)$.

2. Ф — ГСС, если для любого $W\in\mathrm{In}(\Phi)$ и произвольного шага итерации выполнено $Pr2(W_p)=Pr2(W_{p-1})$.

Из определения следует

Лемма. *$\Phi=\{P_i\}_{i=(1,n)}$ — ГСС, если для любого $W\in\mathrm{In}(\Phi)$ и произвольного шага итерации $Pr2(\bigcup_{l=1}^{k}\bigcup_{x\in M_l}S_{i_l1}(x))\subseteq Pr2(\bigcup_{l=1}^{k}\bigcup_{x\in M_l}S_{i_l3}(x))$ при условии, что $Pr2(S_{i3}(x))\subseteq Pr2(S_{i1}*S_{i2}(x))$ для $\forall(x(x\in M))$, $i=(1, n)$.*

Теорема 1. *Для любой ГСС Ф существует σ_0-эквивалентная стационарная Φ'.*

Доказательство. Пусть $\Phi=\{P_i : S_{i1}*S_{i2}\to S_{i3}\}_{i=(1,n)}$ — ГСС. Тогда для каждого $1\leqslant i\leqslant n$ существует набор $X^j\subseteq M$, $j=(1, m_i)$, $\bigcup_{j=1}^{m_i}X^j=M$ такой, что

$$S_{i1}*S_{i2}(X^j)=\begin{cases}S^j_{i_11}*S^j_{i_12}(Y^j_1)\\ \cdot\quad\cdot\quad\cdot\\ S^j_{i_{k_j}1}*S^j_{i_{k_j}2}(Y^j_{k_j})\end{cases}\tag{1}$$

Из (1), условий леммы и теоремы следует, что для $1\leqslant l\leqslant|S_{i1}|=k$ $\varphi_l\in Pr2(Si1)$ определяется как

$$\varphi_l(X^{jl}_r)=\psi^l_r(Y^{jl}_r)\tag{2}$$

для $r=(1, q_l)$ и где $\psi_r\in Pr2(S^j_{i_p3})$, $1\leqslant p\leqslant k_j$, $X^{jl}_r\subseteq X^j$ в (1). Если $X^{jl}_s\cap\cap X^{jl}_{s'}\neq\varnothing$ для $s\neq s'$, то Ф противоречива для всякого $x\in X^{jl}_s\cap X^{jl}_{s'}$, если только для (a_s, ψ^l_s) и $(a_{s'}, \psi^l_{s'})$ выполнено $a_s\neq a_{s'}$. Разобьем область X^j на подобласти по (2) для $l=(1, k)$ и определим в количестве z_j множества

$$\overline{X}^j_v=X^{j1}_{r_1}\cap X^{j2}_{r_2}\cap\ldots\cap X^{jk}_{r_k}\neq\varnothing\tag{3}$$

по всевозможным комбинациям номеров $r_1, r_2, \ldots, r_k$. Ясно, что $\bigcup_{v=1}^{z_j}\overline{X}^j_v=X^j$. Заметим, что $\overline{X}^j_v$ составлены из аргументов, на которых определена и восполнима до ГСС $Pr2(S_{i1})$, т. е. $\{\varphi_1(\overline{X}^j_v), \varphi_2(\overline{X}^j_v), \ldots, \varphi_k(\overline{X}^j_v)\}$. Кроме того, $\overline{X}^j_s\cap\overline{X}^j_{s'}\neq\varnothing$ тогда и только тогда, когда су-

ществуют по крайней мере две области $X^{jl}_{s_1}$ и $X^{jl}_{s_2}$ такие, что $X^{jl}_{s_1}\bigcap$ $\bigcap X^{jl}_{s_2}\neq\varnothing$.

Определим функции

$$\text{а)}\quad \zeta^1_{lv}(\overline{X}^j_v)=\varphi_l(\overline{X}^j_v);$$

$$\text{б)}\quad \zeta^1_{lv}(M\setminus\overline{X}^j_v)=\varphi_l(m_{vj}), \tag{4}$$

если $M\setminus\overline{X}^j_v\neq\varnothing$, в противном случае только а); и где $m_{vj}\in\overline{X}^j_v$ фиксирован произвольным образом для всех $v=(1, z_j)$ и $l=(1, k)$. Тогда $S_{i1}=\{(a_1, \varphi_1)(a_2, \varphi_2)\ldots(a_k, a_k)\}$ будут соответствовать $S^i_{v1}=\{(a_1, \zeta^1_{1v})(a_2, \zeta^1_{2v})\ldots(a_k, \zeta^1_{kv})\}$. Аналогично, если $\varphi_p\in Pr2(S_{i2})$, $1\leqslant p\leqslant|S_{i2}|$, то определяются $\zeta^2_{pv}(\overline{X}^j_v)=\varphi_p(\overline{X}^j_v)$ и $\zeta^2_{pv}(M\setminus\overline{X}^j_v)=\varphi_p(m_{vj})$. Тогда $S_{j1}*S_{i2}$ соответствуют конфигурации $S^i_{v1}*S^i_{v2}$ в смысле σ_0-эквивалентности для $v=(1, z_j)$, и определены $P^i_v: S^i_{v1}*S^i_{v2}\to S^i_{v3}$, где $Pr2(S^i_{v3})=Pr2(S^i_{v1})$, а $Pr1(S^i_{v3})$ образованы в соответствии с (2). Проведя вышеизложенные рассуждения для $i=(1, n)$, мы получим вид стационарной Φ', удовлетворяющей условию теоремы. Теорема доказана.

Теорема 2. *Пусть в определении СПП каждая функция из* 1) *взаимнооднозначна. Тогда для произвольной ГСС* Φ σ_0-*эквивалентная стационарная* Φ' *существует тогда и только тогда, когда для каждой* $\overline{X}^j_v\subseteq M$ *из* (3) *имеет место* $|\overline{X}^j_v|=|M|$ *при* $v=$ $=(1, z_j)$, $j=(1, m_i)$.

Необходимость. Пусть существует $\overline{X}^j_v\subset M$ такая, что $|\overline{X}^j_v|<|M|$. Тогда по теореме 1 и принципу Дирихле существуют x, x', $x\neq x'$ и выполнено $\zeta_{lv}(x)=\zeta_{lv}(x')$, где ζ_{lv} определяется по (4), что противоречит условию.

Достаточность. Пусть для любых v, j $|\overline{X}^j_v|=|M|$. Тогда существуют взаимно-однозначные функции

$$f_{vj}: M\to\overline{X}^j_v. \tag{5}$$

В свою очередь, для каждой $\varphi\in Pr2(S_{i1}*S_{i2})$ (см. (1), (2) и (4)) $\zeta(\overline{X}^j_v)=\varphi(\overline{X}^j_v)$ определяется композицией $\zeta=\varphi(f)$, где f определена по (5) и взаимно-однозначна. Теорема доказана.

Рассмотрим случай, когда каждая φ из 1) линейна (что определяет класс линейных СПП), M — множество целых чисел. По лемме в линейной ГСС Φ $Pr2(S_{i3})\subseteq Pr2(S_{i1}*S_{i2})$ для $1\leqslant i\leqslant n$.

Теорема 3. Для любой линейной ГСС Φ существует линейная σ_0-эквивалентная стационарная Φ'.

Доказательство. Из (1) следует, что в (2) $X^j=X^{jl}_r$ для всех l, r и, следовательно, в (3) $|\overline{X}^j_v|=|M|$, т. е. по теореме 2 имеет место существование Φ'. Одновременно, по ([3]) каждое множество из (3) описывается линейной функцией. По теореме 2 в Φ' достаточно определить каждую ζ из (4) в виде композиции линейных функций. Теорема доказана.

Теорема 3 указывает на возможность конструктивных решений при построении ε_0-эквивалентных линейных стационарных СПП.

Следствие. *Задача принадлежности произвольной линейной СПП к классу ГСС разрешима.*

Доказательство. Следует из возможности алгоритмического разрешения равенств (1), (2) и множеств (3).

Вычислительный центр Министерства автомобильного транспорта Армянской ССР

Ս. Ռ. ՎԱՐԴԱՆՅԱՆ

Զուգահեռ տեղադրությունների՝ համընդհանուր խիստ պահպանող համակարգերի և ստացիոնար համակարգերի հարաբերության վերաբերյալ

Հոդվածում դիտարկվում է զուգահեռ ձևափոխությունների համակարգերի այն հատկությունը, որը պահպանում է մուտքային բառի երկարությունը և վանդակային տարածության բջիջները՝ ամրագրված հաշվարկի ընթացքում։

Այդ կապակցությամբ սահմանվում է զուգահեռ տեղադրությունների համընդհանուր խիստ պահպանող համակարգերի դաս և դիտարկվում այդ դասի հարաբերությունը ստացիոնար համակարգերի դասի հետ։ Ցույց է տրվում, որ այն դեպքում, երբ սահմանափակում ենք կոնֆիգուրացիաների երկրորդ պրոյեկցիաները փոխմիարժեք ֆունկցիաներով, ապա համընդհանուր խիստ պահպանող համակարգերի դասն ավելի լայն է, քան ստացիոնար համակարգերի դասը, իսկ գծային ֆունկցիաների դեպքում՝ նրանք համընկնում են։ Նշենք, որ գծային դեպքում ապացույցը կրում է կոնստրուկտիվ բնույթ։

ЛИТЕРАТУРА — ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

[1] Методы параллельного микропрограммирования, Новосибирск, Наука, 1981. [2] *С. Н. Сергеев,* в кн.: Архитектура вычислительных систем с программируемой структурой, Новосибирск, Наука, 1980, (Вычислительные системы; вып. 82). [3] *И. М. Виноградов,* Основы теории чисел, М., Наука, 1981. [4] *О. Л. Бандман,* Кибернетика, № 2, с. 14—20, 43, 1984.

ՀԱՅԿԱԿԱՆ ՍՍՀ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԿԱԴԵՄԻԱՅԻ ԶԵԿՈՒՅՑՆԵՐ
ДОКЛАДЫ АКАДЕМИИ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР
LXXXV 1987 1

УДК 624.131.439.5.001.5

МЕХАНИКА ГРУНТОВ

С. Р. Месчян, С. Г. Айроян

Сдвиговая ползучесть набухающей бентонитовой глины, уплотненной и испытанной на сдвиг при природной влажности и после водонасыщения под арретир

(Представлено чл.-корр. АН Армянской ССР Г. И. Тер-Степаняном 31/XII 1986)

Определение прочностных и деформационных свойств глинистых грунтов при природной влажности вообще, набухающих глин в частности, является достаточно сложной проблемой, связанной с необходимостью исключения изменяемости их влажности в течение всего опыта. Для решения этой проблемы при определении сопротивления набухающих грунтов сдвигу использована предложенная ранее одним из авторов ([1]) методика предварительного замачивания (водонасыщения) образцов под арретир, в условиях отсутствия изменяемости их объема и плотности скелета ([2]). Было установлено, что независимо от режима уплотнения (по ветви уплотнения или разуплотнения компрессионной кривой) в пределах изменяемости начальной (природной) влажности $w_0 > w_p$ (w_p—предел раскатывания) сопротивления грунтов сдвигу при уплотнении и испытании на сдвиг в условиях сохранения природной (начальной) влажности w_0 и после водонасыщения под арретир практически равны. Это побудило авторов рассмотреть вопрос о возможности определения сдвиговой ползучести набухающих грунтов природной (начальной) влажности путем их уплотнения и испытания на сдвиг после водонасыщения (замачивания) под арретир с замером давления свободного набухания $\sigma_{s,0}$.

Испытаны образцы-близнецы бентонито-песчаной смеси под лабораторным номером 61—86 (бентонитового порошка—60%, песка—40%) при двух различных значениях их начальной влажности—плотности; основные показатели физических свойств образцов приведены в табл. 1.

Определены стандартные сопротивления сдвигу $\tau_{f,st}$ испытанных грунтовых смесей при природной влажности $w=w_0$ и уплотнении и сдвиге после водонасыщения под арретир $w=w_f$ на приборах кручения сплошных образцов М—5 ([3]). Определены давления свободного набухания испытанных грунтовых смесей $\sigma_{s,0}$, которые также приведены в таб . 1. Повторность опытов трехкратная.

Данные об определении сопротивления сдвигу, а также параметров $\operatorname{tg}\varphi$ и c испытанных образцов бентонито-песчаных смесей приведены в табл. 2.

Таблица 1

Основные показатели физических свойств образцов бентонито-песчаных смесей 61—86

w_0	ρ_0, г/см³	ρ_s, г/см³	w_L	w_P	J_P	$\sigma_{s,0}$, МПа
0,170	1,881	2,68	0,950	0,260	0,69	0,395
0,292	1,982	2,68	0,950	0,260	0,69	0,157

Таблица 2

Результаты определения сопротивления сдвигу образцов-близнецов бентонито-грунтовых смесей 61—86 в двух различных условиях испытания

w_0	Испытание при влажности	$\tau_{f,st}$, МПа, при σ_z, МПа				tgφ	c, МПа
		0,2	0,4	0,6	0,8		
0,170	w_0	—	0,335	0,257	0,413	0,194	0,252
	w_f	—	0,202	0,252	0,295	0,233	0,110
0,292	w_0	0,1079	0,1355	0,179	—	0,178	0,0697
	w_f	0,01066	0,1380	0,1675	—	0,152	0,0765

Как видно из табл. 1, при уплотнении и сдвиге образцов бентонито-песчаной смеси с влажностью $w_0 < w_p$ в условиях сохранения начальной влажности $w_0 = \text{const}$ и после водонасыщения под арретир $w = w_f$ их сопротивления сдвигу, в силу адсорбционного понижения прочности, сильно отличаются друг от друга. В случае же, когда $w_0 = 0{,}192 > w_p = 0{,}260$, их сопротивления сдвигу полностью совпадают и подтверждают полученные авторами ранее результаты ([1]).

Сдвиговая ползучесть бентонито-песчаной смеси в двух различных начальных значениях влажности $w_0 = 0{,}17$ и 0,292 исследована на приборах М—5 ([3]) в двух различных условиях их уплотнения и сдвига: а) при постоянной начальной влажности $w = w_0$ и б) после водонасыщения под арретир $w = w_f$. Причем в первом случае полная внешняя нагрузка p_z была равна эффективному давлению $\sigma_z (p_z = \sigma_z)$, а во втором случае $p_z = \sigma_{z,0} + \sigma_z$, где $\sigma_{s,0}$ — давление свободного набухания грунта (табл. 1).

Во всех указанных выше четырех случаях образцы-близнецы испытаны на сдвиг под действием одного и того же эффективного уплотняющего давления $\sigma_z = 0{,}4$ МПа при трех различных по величине постоянных $\tau/\tau_{f,st} = 0{,}25$; 0,5 и 0,75 и возрастающих ступенями 0,25; 0,5 и 0,75 уровнях касательного напряжения (τ — касательное напряжение; $\tau_{f,st}$ — стандартное сопротивление сдвигу). Повторность опытов трехкратная.

Результаты определения сдвиговой ползучести двух испытанных разновидностей бентонито-песчаной смеси в двух различных условиях их испытания при трех различных постоянных и возрастающих ступенями уровнях касательного напряжения $\tau/\tau_{f,st}$ соответственно приведены в табл. 3 и 4. Для наглядности на рисунке показаны предельные (из четырех) кривые ползучести, характеризующие наибольшие и наименьшие значения деформаций — наибольший разброс

данных, определенных при одних и тех же значениях уровня касательного напряжения $\tau/\tau_{f,st}$.

Таблица 3

Усредненные данные испытания образцов бентонито-песчаной смеси 61—86 при σ_z=0,4 МПа под действием постоянных уровней касательного напряжения

t, ч, дни	Деформации ползучести при сдвиге $\gamma(t)$											
	$\tau/\tau_{f,st}$=0,25				$\tau/\tau_{f,st}$=0,50				$\tau/\tau_{f,st}$=0,75			
	w_0=0,170		w_0=0,292		w_0=0,170		w_0=0,292		w_0=0,170		w_0=0,292	
	$w=w_0$	$w=w_f$	$w=w_0$	$w=w_f$	$w=w_0$	$w=w_f$	$w=w_0$	$w=w_f$	$w=w_0$	$w=w_f$	$w=w_0$	$w=w_f$
14	0,0010	0,0008	0,0008	0,0009	0,0069	0,0071	0,0062	0,0066	0,0246	0,0291	0,0247	0,0274
1	0,0011	0,0013	0,0009	0,0011	0,0089	0,0095	0,0083	0,0088	0,0739	0,0878	0,0818	0,0700
2	0,0011	0,0013	0,0010	0,0011	0,0095	0,0111	0,0093	0,0100	0,0754	0,0901	0,0832	0,0782
3	0,0012	0,0013	0,0011	0,0012	0,0100	0,0120	0,0102	0,0108	0,0768	0,0913	0,0843	0,0800
4	0,0012	0,00133	0,0011	0,00125	0,0104	0,0123	0,0109	0,0114	0,0780	0,0926	0,0859	0,0815
5	0,0012	0,00133	0,0011	0,0013	0,0108	0,0134	0,0114	0,0120	0,0795	0,0936	0,0871	0,08 0
6	0,00125	0,00133	0,0011	0,0013	0,0112	0,0139	0,0118	0,0124	0,0807	0,0944	0,0882	0,0844
7	0,0013	0,00136	0,0011	0,0013	0,0117	0,0144	0,0121	0,0128	0,0818	0,0950	0,0892	0,0851
8	0,0013	0,00136	0,0011	0,0013	0,0121	0,0147	0,0124	0,0131	0,0827	0,0957	0,0899	0,0865
9	0,0013	0,00136	0,0011	0,0013	0,0125	0,0151	0,0127	0,0135	0,0835	0,0963	0,0905	0,0875
10	—	—	—	0,00,3	—	—	—	0,0138	—	—	—	0,0884
11	—	—	—	0,0013	—	—	—	0,0141	—	—	—	0,0894

Таблица 4

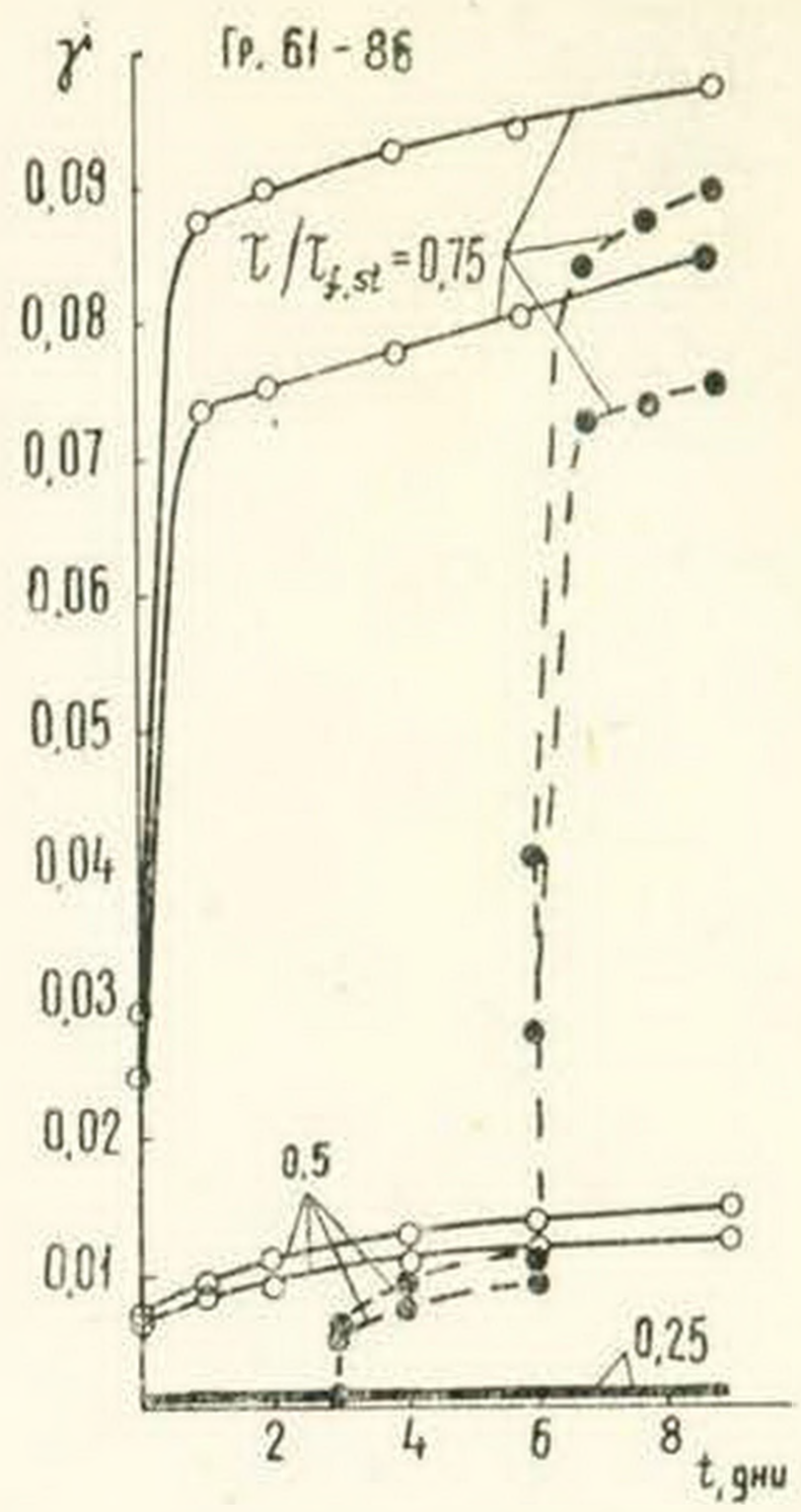
Усредненные данные испытания образцов бентонито-песчаной смеси 61—86 при σ_z=0,4 МПа под действием ступенчато-возрастающих уровней касательного напряжения

t, ч, дни	Деформации ползучести при сдвиге $\gamma(t)$											
	$\tau/\tau_{f,st}$=0,25				$\tau/\tau_{f,st}$=0,50				$\tau/\tau_{f,st}$=0,75			
	w_0=0,170		w_0=0,292		w_0=0,170		w_0=0,292		w_0=0,170		w_0=0,292	
	$w=w_0$	$w=w_f$	$w=w_0$	$w=w_f$	$w=w_0$	$w=w_f$	$w=w_0$	$w=w_f$	$w=w_0$	$w=w_f$	$w=w_0$	$w=w_f$
1ч	0,0009	0,0010	0,0007	0,0009	—	—	—	—	—	—	—	—
1д	0,00094	0,0013	0,0009	0,0011	—	—	—	—	—	—	—	—
2	0,0010	0,0013	0,0011	0,0012	—	—	—	—	—	—	—	—
3	0,0010	0,0014	0,0012	0,0012	—	—	—	—	—	—	—	—
1ч	—	—	—	—	0,0063	0,0050	0,0055	0,0057	—	—	—	—
4	—	—	—	—	0,0092	0,0070	0,0074	0,0075	—	—	—	—
5	—	—	—	—	0,0102	0,0082	0,0084	0,0089	—	—	—	—
6	—	—	—	—	0,0108	0,0113	0,0093	0,0098	—	—	—	—
1ч	—	—	—	—	—	—	—	—	0,0276	0,0382	0,0402	0,0407
7	—	—	—	—	—	—	—	—	0,0726	0,0791	0,0838	0,0844
8	—	—	—	—	—	—	—	—	0,0736	0,0823	0,0861	0,0875
9	—	—	—	—	—	—	—	—	0,0754	0,0846	0,0878	0,0889
10	—	—	—	—	—	—	—	—				0,0912
11	—	—	—	—	—	—	—	—				0,0935

Как и следовало ожидать, деформации сдвиговой ползучести образцов с начальной влажностью w_0=0,292>w_p=0,260 (табл. 3 и 4), обладающие одинаковыми значениями сопротивления сдвигу (табл. 2), при равных уровнях касательного напряжения $\tau/\tau_{f,st}$ практически не отличаются друг от друга. При одинаковых уровнях касательного напряжения совершенно аналогичные результаты получены и при испытании образцов с начальной влажностью w_0=0,17<w_p=0,26, со-

противления сдвигу которых при уплотнении и испытании на сдвиг в условиях сохранения природной влажности и после водонасыщения под арретир сильно отличаются друг от друга (табл. 2).

Результаты, полученные не только при $w_0 \geq w_p$ ([4]), но и при $w_0 < w_p$, существенно расширяют наши знания о сдвиговой ползучести набухающих грунтов. Они полностью подтверждают справедливость установленного одним из авторов ([3]) обобщенного закона сдвиговой ползучести глинистых грунтов, согласно которому независимо от состояния плотности-влажности и сопротивления сдвигу при равных уровнях касательного напряжения $\tau/\tau_{f,st}$ их деформаций ползучести равны. Следовательно, сдвиговую ползучесть набухающего грунта природной влажности можно определить уплотнением и испытанием на сдвиг предварительно водонасыщенных под арретир образцов под действием равных уровней касательного напряжения.



Предельные (из четырех) кривые сдвиговой ползучести бентонитовой набухающей глины, определенные в четырех различных начальных ее состояниях под действием постоянных (сплошные линии с кружочками) и возрастающих ступенями (сплошные линии с точками) уровнях касательного напряжения

Институт геологических наук Академии наук Армянской ССР
Армгидропроект

Ս. Ռ. ՄԵՍՉՅԱՆ, Ս. Հ. ՀՈՎՍԵՓՅԱՆ

Սկզբնական խոնավության և ուշելու բացակայության պայմաններում ջրահագեցվելուց հետո խառնված ու սահքի փորձարկման ենթարկված ուռչող բենտոնիտային կավի սողքի սահքի դեպքում

Հոդվածում բերված են տարբեր սկզբնական խոնավություն ունեցող և ուռչելու բացակայության պայմաններում ջրահագեցվելուց հետո խառնված, ապա սահքի ենթարկված ուռչող բենտոնիտային կավի սողքի հետազոտության արդյունքները։ Տարբեր սկզբնական վիճակներում գտնվող փորձանմուշների սահքի փորձարկումներն իրագործվել են շոշափող լարումների տարբեր հաստատուն մակարդակների ազդեցությունների տակ։

Պարզվել է, որ շոշափող լարումների միևնույն մակարդակների ազդեցության դեպքում ուռչող գետնահողի սողքը, ինչպես և չուռչող կավային գետնահողերի դեպքում, կախված չէ նրա սկզբնական վիճակից ու ամրությունից։

ЛИТЕРАТУРА — ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

[1] *С. Р. Месчян*, ДАН АрмССР, т. 76, № 2 (1983). [2] *С. Р. Месчян, С. Г. Айродян*, Основания, фундаменты и механика грунтов, № 2, 1987. [3] *С. Р. Месчян*, Экспериментальная реология глинистых грунтов, Недра, М., 1985. [4] *С. Р. Месчян, Р. П. Малакян*, ДАН АрмССР, т. 65, № 2 (1977).

ՀԱՅԿԱԿԱՆ ՍՍՀ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԿԱԴԵՄԻԱՅԻ ԶԵԿՈՒՅՑՆԵՐ
ДОКЛАДЫ АКАДЕМИИ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР

LXXXV 1987 1

УДК 533.6(546.32)

ПОЛЕЗНЫЕ ИСКОПАЕМЫЕ

Э. Х. Гулян, П. М. Бартикян

Новое проявление высококалийных пород в Армянской ССР

(Представлено академиком АН Армянской ССР А. А. Габриеляном 15/II 1987)

С целью выявления возможных закономерностей распространения калия в последние годы изучено его поведение в различных геологических формациях территории республики.

Согласно данным большого коллектива исследователей ([1–6] и др.) эволюционное возрастание калия в геологической истории на территории Армянской ССР является одним из характерных признаков магматической деятельности. Магматические комплексы разных тектономагматических этапов обнаруживают некоторые индивидуальные минералогические и петрохимические признаки. Однако эволюция магматизма на протяжении геологической истории Армении характеризуется и общей направленностью. Прежде всего происходит возрастание щелочности пород при переходе от древних к молодым тектономагматическим этапам. Появление богатых магматических комплексов приурочивается во времени к общим поднятиям региона, когда он в основном пережил геосинклинальный режим и вступил в период субплатформенного развития. В эффузивах и интрузивах ранних тектономагматических этапов натрий преобладает над калием, но в кайнозойских породах обеих фаций наблюдается тенденция к выравниванию их содержания, что приводит к возрастанию общей щелочности пород. В составе кайнозойских комплексов участвуют щелочные породы интрузивной и эффузивной фаций, отсутствующие в докайнозойских комплексах.

В истории магматической деятельности территории Армянской ССР вспышка интенсивного проявления щелочности имела место в средне-верхнем эоцене в связи с сиенитовой формацией щелочных магматических пород как в Памбаке и Айоцдзоре, так и Мегринском районе.

Содержание K_2O в изверженных породах республики колеблется в широких пределах, от 0,1 до 8,0—11,0%. Анализ накопленного огромного аналитического материала позволяет выделить площади с высоким содержанием калия. Это, в первую очередь, щелочные, нефелиновые, псевдолейцитовые, кварцевые сиениты и др. (Памбакский, Шванидзорский и другие массивы). Содержание K_2O в главных породах Тежсарского щелочного комплекса в среднем составляет 7,0—7,5%, а в шванидзорских щелочных породах—6,0—6,5%. Соотношение между K_2O и Na_2O в этих щелочных породах, в среднем, 1,3—1,4.

При изучении рудоносных метасоматитов установлено, что гидротермально-измененные рудоносные породы Лорийского рудного района в отличие от подобных пород других районов характеризуются высоким содержанием калия. Проведенные нами геологопоисковые работы показали, что такое высокое содержание калия находится в причинной связи с высоким содержанием калия в продуктах вулканизма (дацитовые туфы, туфобрекчии и др.) Привольненского рудного поля. Аномальные содержания калия на фоне содержаний калия интрузивных и эффузивных пород республики приведены в табл. 1*. Один из интересных выходов высококалийных пород находится между с. Петровка и Круглая шишка и примыкает к палеовулкану Сискятская верхнеэоцен-нижнеолигоценового (29,7±1,5 до 42,3±0,4 млн. лет) возраста, образуя потоки, покровы, экструзивные тела и др.

Высококалийные дацитовые туфы это розово-коричневого цвета породы, образующие крупные выходы площадью около 5 кв. км с хорошо заметной пористой поверхностью. Иногда пористость располагается зонально, образуя хорошо выдержанные прослои, создающие полосчатые текстуры. Наблюдаются разновидности с заметной вкрапленностью белого рыхлого материала и водянопрозрачного кварца. Пустоты в породе имеют определенную вытянутость. Наблюдаются и крупные, пещерообразные пустоты. В северной части участка обнажаются лейкократовые разности дацитовых туфов пемзовидного характера. В этих разностях наблюдается определенная флюидальность, выраженная тонкой полосчатой неоднородностью. В светлой общей массе часто наблюдаются темно-серые сгустки и удлиненные выделения интенсивно окрашенных пород. Внутри этих сгустков и псевдофлюидальных выделений заметны радиально-лучистые выделения калиевого полевого шпата.

Отдельные участки, особенно в юго-западной части выхода высо-

Таблица 1

Название пород, формации	Содержание в весовых процентах		
	K_2O	Na_2O	K_2O/Na_2O
Интрузивные породы			
Гипербазиты	0,09	0,31	0,29
Габброиды	0,43	2,00	0,21
Гранитоиды	2,64	3,50	0,75
Щелочные породы			
а) нефелиновые сиениты	6,64	4,81	1,38
б) щелочные сиениты	5,67	4,40	1,29
в) псевдолейцитовые сиениты	7,82	4,27	1,83
Эффузивные породы			
Базальты	1,57	3,80	0,41
Андезиты	3,11	3,38	0,92
Андезито-дациты	4,15	4,92	0,84
Липариты	4,12	3,96	1,04
Трахиты	5,70	3,20	1,78
Туфы	4,27	4,46	0,96
Вулканический шлак	1,70	3,56	0,48
Дацитовые туфы Привольненского рудного поля	10,50	0,24	44,00

* Таблица составлена по среднехарактерным для отдельных разновидностей пород литературным данным.

кокалийных пород, сильно окремнены, превращены во вторичные кварциты, яшмы.

В петрографическом отношении это риолито-дацитовые туфы, которые характеризуются витрокристаллокластической, иногда игнимбритовой структурой и псевдофлюидальной текстурой. Они состоят в основном из пепловых частиц, которые в различной степени раскристаллизованы с образованием волокон, тончайших иголочек, сферолитов калиевого полевого шпата, криптокристаллического и микрозернистого агрегата кварца. Местами, наподобие порфировых выделений, наблюдаются кристаллы плагиоклаза и редко реликты цветных минералов.

Результаты пересчета химического анализа на количественный минеральный состав показали, что содержание калиевого полевого шпата в них находится в пределах 58,5—77,6, кварца—12,6—32,6, плагиоклаза до 3,19 (часто отсутствует), хлорита—0,6—5,3% и т. д. Наличие калиевого полевого шпата подтверждается также фазовым рентгеноскопическим анализом.

Минералогическое исследование риолит-дацитовых туфов Привольненского рудного поля по данным протолочек показывает наличие пирита, апатита, ильменита, гематита, циркона и др. Все эти минералы в валовом отношении составляют ничтожную часть дробленой и промытой породы. Основная часть представлена минералами легкой фракции.

В табл. 2 приведен средний, из 150 анализов, силикатный состав риолит-дацитовых туфов Привольненского рудного поля.

Таблица 2

SiO_2	TiO_2	Fe_2O_3	FeO	Al_2O_3	CaO	MgO	P_2O_5	Na_2O	K_2O	MnO	nnn	Σ
70,43	0,53	2,21	1,68	12,06	1,11	0,32	0,13	0,24	10,50	0,02	0,83	100,06

Учитывая большие запасы высококалийных туфов, возможность открытой разработки и безотходное производство, можно решить практические задачи, связанные с получением бесхлорных калийных удобрений. Эти породы исследованы в Институте общей и неорганической химии АН Армянской ССР, где синтезированы калийные удобрения замедленного действия. Последние испытаны кафедрой агрохимии Армянского сельскохозяйственного института в полевых и лабораторных условиях. Результаты положительные.

Таким образом, проведенные исследования позволили впервые на территории Армянской ССР выделить новые площади щелочных изверженных пород эффузивной фации, представленных риолит-дацитовыми туфами и туфобрекчиями верхнеэоцен-нижнеолигоценового возраста и имеющих как научное, так и практическое значения.

В отличие от известных щелочных пород республики эти породы характеризуются эффузивной фацией, более высоким содержанием калия и значительно более низким содержанием натрия.

Опытными исследованиями доказано, что эти породы являются новым видом полезных ископаемых и могут быть использованы для

повышения урожайности сельскохозяйственных культур, улучшения агрохимических свойств почвы без нарушения экологического равновесия окружающей среды. Поэтому необходимо в ближайшие годы проводить более детальное и комплексное геолого-технологическое изучение этих высококалийных пород с целью определения путей и способов их практического использования.

Управление геологии Армянской ССР

Է. Հ. ՂՈՒԿԱՍՅԱՆ, Պ. Մ. ԲԱՐԹԻԿՅԱՆ

Բարձր կալիումային հրային ապարների նոր երևակում Հայկական ՍՍՀ-ում

Վերջին ժամանակներս երկրաբանա-որոնողական աշխատանքների միջոցով Հյուսիսային Հայաստանի տարածքում հայտնաբերվել են ռիոլիտ-դացիտային տուֆեր, որոնք պարունակում է ն 10—12% K_2O։ Առաջին անգամ Հայաստանում հայտնաբերվել են էֆուզիվ մագմատիկ բարձր կալիումային ապարներ, որոնք հանդիսանում են օգտակար հանածոյի նոր տեսակ։

Կատարված տեխնոլոգիական և ագրոքիմիական ուսումնասիրությունները ցույց տվեցին, որ վերոհիշյալ տուֆերից կարելի է ստանալ քլոր չպարունակող դանդաղ գործող կալիումական պարարտանյութ, և այն, որ այս տուֆերից ստացած կալիումական պարարտանյութերը լիովին կարող են փոխարինել տրադիցիոն կալիումական պարարտանյութերին, միաժամանակ չխախտելով միջավայրի էկոլոգիական հավասարակշռությունը։

ЛИТЕРАТУРА—ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

[1] *С. Б. Абовян*, Геология и полезные ископаемые северо-восточного побережья оз. Севан, Изд. АН АрмССР, Ереван, 1961. [2] *А. Н. Адамян*, Петрография щелочных пород Мегринского района Армянской ССР, Изд. АН АрмССР, Ереван, 1955. [3] *С. Н. Баласанян*, Основные черты магматизма Армении, Митк, Ереван, 1968. [4] *С. Н. Баласанян*, Магматические формации Армянской ССР, Изд. Ереванского ун-та, 1975. [5] *В. Н. Котляр*, Памбак, Изд. АН АрмССР, Ереван, 1958. [6] *Г. П. Багдасарян*, в кн.: Вопросы вулканизма, Изд. АН СССР, М., 1962.

ՀԱՅԿԱԿԱՆ ՍՍՀ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԿԱԴԵՄԻԱՅԻ ԶԵԿՈՒՅՑՆԵՐ
ДОКЛАДЫ АКАДЕМИИ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР

LXXXV 1987 1

УДК 538.122:547.963.32 (576.852.24+576.851.21)

БИОЛОГИЯ

Р. А. Бегларян, Р. А. Захарян, А. С. Агабалян, Л. Е. Григорян

Влияние постоянного магнитного поля и дс-РНК на рост и размножение молочнокислых бактерий

(Представлено академиком АН Армянской ССР Э. Г. Африкяном 10/II 1987)

Одним из факторов повышения качества, питательной ценности и сокращения сроков созревания пищевых продуктов является применение бактериальных заквасок, состоящих из биологически активных штаммов микроорганизмов ([1]). Одним из известных способов повышения протеолитической, антибиотической активности молочнокислых бактерий, а также синтеза значительного количества свободных аминокислот, летучих жирных кислот, ароматических веществ является получение соответствующих мутантных штаммов бактерий ([1]).

Ранее было установлено, что дс-РНК, введенная в ростовую среду, способствует более быстрому росту и размножению медленно растущих бактерий ([2]). Магнитное поле как фактор изменчивости микроорганизмов и других биологических объектов привлекло к себе внимание в связи с исследованиями в области космической биологии, в частности магнитобиологии. Отмечена зависимость биологической активности бактерий от напряженности магнитного поля (МП) и интенсивности солнечных излучений. Установлено, что естественные магнитные поля повышают скорость роста молочнокислых бактерий и пивных дрожжей, а экранирование МП Земли снижает темпы развития микробов ([3–5]).

Целью настоящей работы является изучение влияния двуспиральных форм РНК и постоянного магнитного поля (ПМП) на рост и размножение молочнокислых бактерий и исследование физико-химических, а также технологических свойств сгустка.

Дс-РНК получили из препарата нуклеината натрия по методу Кроненберга и Хамфри ([6]), включающему обработку тотального препарата РНКазой, фенольную депротеинизацию и фракционирование 4 М хлористым литием, на колонках с целлюлозой.

Количественные и качественные характеристики полученных препаратов РНК определяли спектрофотометрически.

Скорость роста микробов определяли подсчетом колоний на гидролизованном молоке с агаром и методом предельных разведений по А. М. Скородумовой ([7]). Развитие молочнокислых микроорганизмов определяли по интенсивности помутнения сред. Количество микробных клеток в бульоне определяли по интенсивности помутнения сред с помощью калибровочных кривых роста на ФЭК-52-2 с применением зеленого светофильтра, пользуясь графиками зависимости изменения

оптической плотности бактериальных взвесей во времени. Препарат дс-РНК добавляли в питательную среду с последующим термостатированием смеси при температуре 15—20°С в течение 1 ч, после чего бактерии засевали в питательную среду и в течение 24 ч термостатировали 35—45°С в постоянном магнитном поле напряженностью 600—1100 э.

Контролем служили культуры, выращенные в тех же условиях в отсутствие магнитного поля. Кислотность и предельное напряжение сдвига определяли согласно общепринятой методике в сгустках культур ([8]), до начала омагничивания и добавления дс-РНК, через 1 ч от момента воздействия ПМП, затем до конца суток с интервалом в 3 ч.

В качестве тест-микробов использовали по пяти видов молочнокислых стрептококков и палочек: Str. lactis, Str. diacetilactis, Str. faecalis, Str themophilus, Str. cremoris. Lb. plantarum, Lb. casei, Lb. lactis, Lb. acidophilus, Lb. helveticum. Эксперименты повторяли 6—8 раз и учитывали лишь при минимуме технических погрешностей в работе ±5 колоний на параллельных чашках; оптимальная эффективная концентрация дс-РНК которую добавляли в питательную среду с последующим термостатированием в течение 1 ч при температуре 15—20°С, —10мкг/мл. Как видно из таблицы, увеличение и уменьшение концентрации дс РНК не приводило к более положительному эффекту; оптимальная напряженность ПМП—600—1100 э. Увеличение и уменьшение напряженности МП не приводило к более положительному эффекту.

Опыты показали, что при добавлении в питательную среду 10 мкг/мл дс-РНК увеличивается количество клеток молочнокислых стрептококков на 21,8%, палочек на 30,8%, сокращается время сквашивания кокков на 14,6%. палочек на 16,2%. Суточная кислотность кокков повышается на 13,9%, палочек на 29,4%, а предельное напряжение сдвига на 14,8% и 25,4% соответственно.

Для выяснения биологической роли магнитного поля была изучена динамика размножения молочнокислых бактерий в условиях пассирования в магнитном поле напряженностью 600—1100 э с добавлением дс-РНК и без него. Результаты опытов показывают, что без добавления дс-РНК под действием ПМП ускоряется процесс деления клеток молочнокислых стрептококков на 5,5%, палочек на 14,1%, сокращается время сквашивания на 12,9 и 14,9% соответственно, кислотность повышается на 9,9 и 38,9%, а предельное напряжение сдвига на 24,8 и 17,4% соответственно.

Хороший эффект был получен при комбинированном воздействии дс-РНК и постоянного магнитного поля. Исследования показали, что при пассировании в ПМП с добавлением дс-РНК 10 мкг/мл увеличивается количество клеток молочнокислых кокков на 37,8%, палочек на 33,8%, время сквашивания сокращается на 23,8 и 26,1% соответственно. Суточная кислотность омагниченных штаммов молочнокислых кокков повышается на 45,4%, палочек на 70,8%, а предельное напряжение сдвига на 32,4 и 38,8%. Колонии микроорганизмов, пассирован-

Влияние дс-РНК и магнитного поля на рост и размножение молочнокислых бактерий и некоторые физико-химические свойства сгустка

Концентрация дс-РНК, мкг/мл; варианты опытов		Время сквашивания, мин		Количество клеток (млн/мл) за 24 ч.		Кислотность суточная, °Т		Предельное напряжение сдвига, г/см²	
		кокки	палочки	кокки	палочки	кокки	палочки	кокки	палочки
Без добавления дс-РНК (контроль)		287	242	576	602	86	102	1,54	1,76
	5	263	217	607	712	90	123	1,67	1,92
	10	245	203	698	786	98	132	1,94	2,01
	15	256	212	636	734	91	128	1,58	1,86
Пассированные в ПМП (Н=600—1100Э)	5	244	198	676	761	96	137	1,74	2,02
	10	202	181	794	803	125	174	2,14	2,34
	15	212	186	704	782	108	152	1,98	2,17
	Без добавления дс-РНК	250	206	608	687	94	141	1,92	2,06

ных в ПМП, увеличивались в размерах и приобретали различные формы, становились нитевидными с неровными краями.

Известно, что дс-РНК является мембраноактивным соединением и влияет на мембранную функцию и метаболизм клетки ([9]).

Можно предположить, что дс-РНК как ферромагнетик под действием МП лучше проникает в клетку, вызывая активацию обменных процесов. Воздействие же магнитного поля на рост и размножение изученных бактерий может быть объяснено избирательным повышением проницаемости плазматической мембраны клетки, через изменение структуры воды, а также воздействием на атомы, имеющие собственный магнитный момент ([9]).

Таким образом, в результате проведенных исследований установлено, что комбинированное действие дс-РНК и магнитного поля повышает рост, развитие и протеолитическую активность молочнокислых микроорганизмов, что может быть использовано для сокращения технологических процессов производства и улучшения качества молочных продуктов.

Зоотехническо-ветеринарный институт
Госагропрома СССР
Институт экспериментальной биологии
Академии наук Армянской ССР

Ռ. Ս. ԲԵՂԼԱՐՅԱՆ, Ռ. Ա. ՁԱՓԱՐՅԱՆ, Ս. Ս. ԱՂԱԲԱԼՅԱՆ, Լ. Ե. ԳՐԻԳՈՐՅԱՆ

Հաստատուն մագնիսական դաշտի և երկթելանի ՌՆԹ-ի ազդեցությունը կաթնաթթվային մանրէների աճի և զարգացման վրա

Ուսումնասիրված են երկթելանի (ԵԹ) ՌՆԹ-ի ազդեցությունը կաթնաթթվային մանրէների աճի վրա, որոշված է ԵԹ ՌՆԹ-ի ավելացման օպտիմալ քանակը, որը խթանում է մանրէների աճն ու զարգացումը։

Ցույց է տրված հաստատուն մագնիսական դաշտի խթանիչ ազդեցությունը կաթնաթթվային մանրէների աճի և նրանցից պատրաստած մակարդուկի ֆիզիկաքիմիական հատկությունների վրա։

ЛИТЕРАТУРА — ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

[1] *Р. А. Бегларян*, Авт. канд. дис., Ереван, 1973. [2] *А. С. Агабалян, А. Ф. Казанчян, А. С. Сафарян и др.*, ДАН АрмССР, т. 77, № 5 (1983). [3] *С. А. Павлович*, Магниточувствительность и магнитовосприимчивость микроорганизмов, Белорусь, Минск, 1981. [4] *Р. А. Бегларян, Л. Е. Григорян*, XX Международный конгресс по молочному делу, Тезисы, Париж, 1978. [5] *Р. А. Бегларян, Л. Е. Григорян*, Тезисы. докл. научно-производственной конференции, посвященной итогам н.-и. разработок по реализации продовольственной программы. Ереван, 1984. [6] *L. Kronenberg, T. Humphreys*, Biochemistry, v. 11, p. 2020—2026, (1972). [7] *А. М. Скородумова*, Практическое руководство по технической микробиологии молока и молочных продуктов. Пищепромиздат, М., 1963. [8] *Г. С. Инихов*, Биохимия молока и молочных продуктов, Пищепромиздат, М., 1979. [9] *С. Н. Айрапетян, Р. А. Захарян* и др., ДАН СССР, т. 284, № 6 (1985).

ՀԱՅԿԱԿԱՆ ՍՍՀ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԿԱԴԵՄԻԱՅԻ ԶԵԿՈՒՅՑՆԵՐ
ДОКЛАДЫ АКАДЕМИИ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР

LXXXV 1987 1

УДК 581.12:581.132

ФИЗИОЛОГИЯ РАСТЕНИЙ

Академик АН Армянской ССР В. О. Казарян, Г. В. Михаелян

К вопросу о природе повышенной физиологической активности травянистых растений

(Представлено 18/XI 1986)

Травянистые формы будучи конечным звеном эволюционной цепи покрытосеменных отличаются рядом преимуществ по сравнению с деревьями и кустарниками—прежде всего весьма интенсивным ростом, ускоренным прохождением полного цикла индивидуального развития, и, следовательно, быстрой смены поколений, а также выносливостью к экстремальным условиям существования. Эти биологические особенности обеспечивают высокий уровень целостности, обусловливаемый в первую очередь повышенной корне-листовой интеграцией, в силу чего гораздо выше и их продуктивность ([1]).

Энергичный рост и ускоренное прохождение фаз индивидуального развития, а также повышенная продуктивность определяются в первую очередь функциональной активностью листьев, которая в свою очередь зависима от поглотительной и метаболической деятельности корней ([2-6]). Отсюда следует, что эволюция от древесных к травянистым шла в направлении повышения корнеобеспеченности листьев, интенсификации корне-листового обмена, усиления жизнедеятельности указанных полярных органов.

Для экспериментального подтверждения этого предположения нами были предприняты специальные опыты с 4—5 представителями древесных, кустарниковых и травянистых растений из семейства розоцветных. Из древесных форм были взяты: черемуха обыкновенная (Padus racemosa (Lam. Gilib.) слива домашняя (Prunus domestica L.), яблоня обыкновенная (Malus domestica Borkh), вишня магалебская (Cerasus mahaleb (L.) Mill.), груша обыкновенная (Pyrus communis L.).

Из кустарников: пузыреплодник калинолистный (Physocarpus opulifolia (L.) Maxim), ожина (Rubus caesius L.), таволга Вангутта (Spiraea Vanhouttei (Briot). Zbl.), шиповник обыкновенный (Rosa canina L.). Из травянистых: черноголовник многобрачный (Poterium polyganum Waldst et kit), лапчатка прямая (Potentilla recta L.), земляника лесная (Fragaria veska L.), манжетка Гроссгейма (Alchemilla grossheimii Juz.).

Все объекты выращивали в 5-литровых вазонах с садовой почвой. Когда растения достигали примерно одинаковой вегетативной мощности и высоты, были определены: общая поверхность листьев мето-

дом высечек ([7]), общая и рабочая поглотительная поверхность корней по Сабинину и Колосову ([8]), их поглотительная активность по Казаряну ([9]), масса высушиванием при 105°С до получения постоянного веса, фотосинтетическая активность листьев по Саксу ([10]), содержание слабо- и прочносвязанного с липопротеидным комплексом фракций хлорофилла по Осиповой ([11]), со спектрофотометрированием на СФ—26 по Маккини ([12]).

Приведенные данные являются средними 4-кратных определений, проведенных на 4—5 представителях различных жизненных форм растений.

Показатели интенсивности фотосинтеза (рис. 1) наглядно иллюстрируют разницу между древесными, кустарниковыми и травянистыми растениями. Средняя фотосинтетическая активность травянистых растений оказалась примерно в 2,5 раза больше, чем у кустарников, и в 5 раз больше, чем у древесных. Аналогичная разница, хотя и не столь ощутимая, выявлена и в отношении хлорофилла и ассимиляционного числа. Из табл. 1 видно, что содержание всех форм хлорофилла возрастает от древесных к травам. Подобная тенденция более рельефно проявляется в отношении величины ассимиляционного числа, характеризующего активность молекул хлорофилла. Это обстоятельство прежде всего свидетельствует об отсутствии прямой корреляции между содержанием хлорофилла и активностью фотосинтеза, что экспериментально показано ранее ([13]), а также различной представленностью и жизнедеятельностью корневой системы этих растений, ферменты которых участвуют в синтезе хлорофилла ([14, 15]).

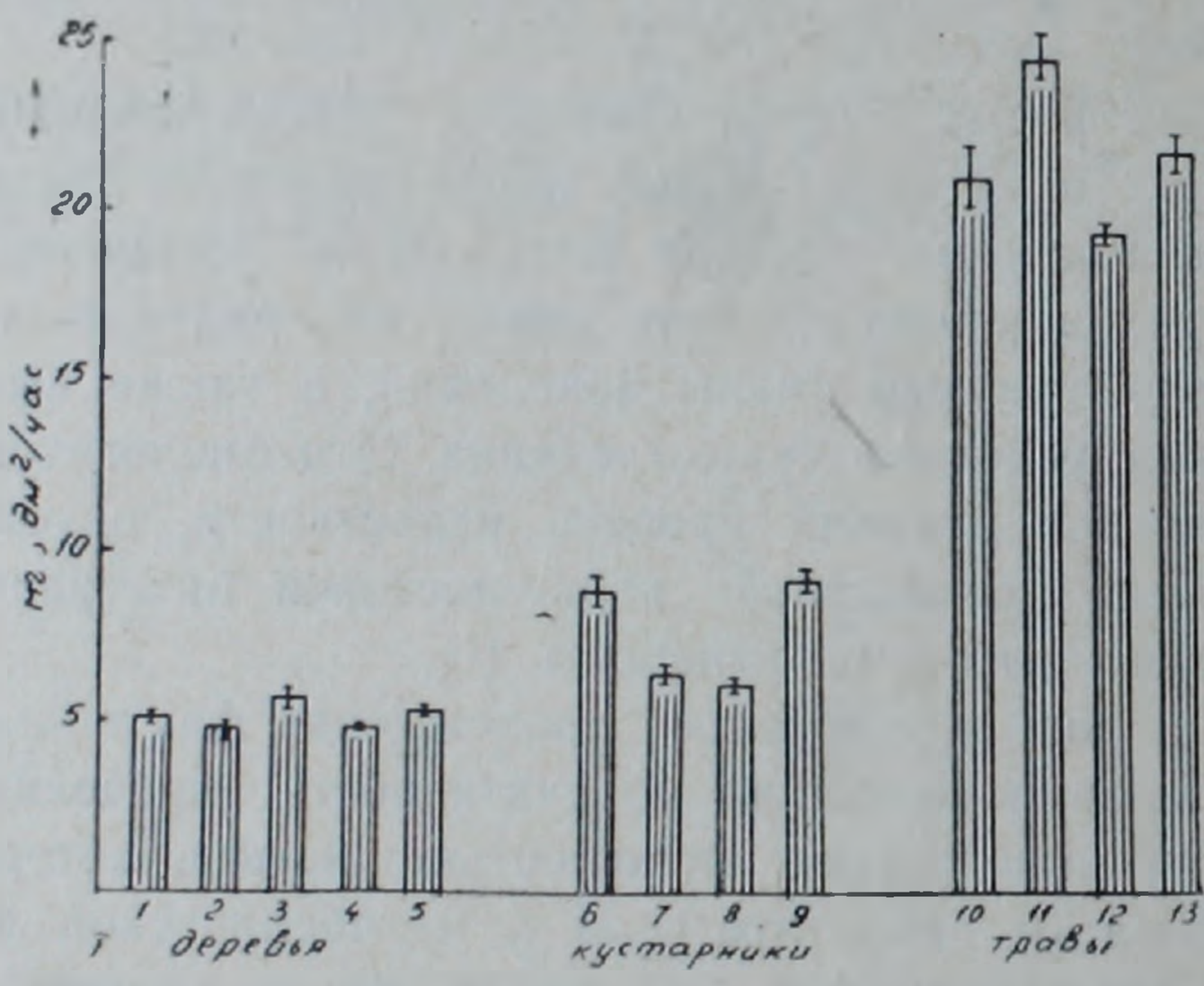


Рис. 1. Фотосинтетическая активность опытных растений. Деревья: *1*—черемуха; *2*—слива; *3*—яблоня; *4*—вишня; *5*—груша; Кустарники: *6*—пузыреплодник, *7*—ожина, *8*—таволга, *9*—шиповник; Травы: *10*—черноголовник; *11*—лапчатка; *12*—земляника; *13*—манжетка

Как энергия фотосинтеза, так и содержание хлорофилла в значительной степени зависимы от поглотительной и метаболической деятельности корней ([16, 17]). Исходя из этого мы вправе полагать, что уровень этих физиологических параметров должен быть совершенно

Содержание хлорофилла и ассимиляционное число листьев опытных растений

Таблица 1

Жизненная форма	Хлорофилл, мг/г сухого веса			Ассимиляционное число
	слабосвязанный	прочносвязанный	общий	
Древесные	1,16	4,45	5,61	0,91
Кустарниковые	1,28	5,79	7,07	1,10
Травянистые	1,51	7,27	8,78	2,49

различным у представителей различных жизненных форм—выше у травянистых и ниже у древесных. Для того чтобы убедиться в этом, мы сначала определяли коэффициент корнеобеспеченности листьев опытных растений, т. е. вес активных корней (мг), приходящийся на единицу поверхности листьев (дм^2), что предложено одним из авторов данной статьи ([18]) в качестве определяющего эндогенного фактора жизнедеятельности листьев. Средние данные представителей трех жизненных форм (табл. 2) наглядно показывают, что от деревьев к травам постепенно увеличивается коэффициент корнеобеспеченности листьев. У травянистых эта величина по сравнению с древесными и кустарниками больше соответственно в 2,8 и 2,7 раза, именно от этой величины зависит активность фотосинтеза листьев растений. Одновременно видно, что коэффициент корнеобеспеченности у кустарников и древесных форм почти не отличается. Это косвенно свидетельствует о том, что эволюционный прыжок от древесных к кустарникам более слабый, чем от кустарников к травам.

Коэффициент корнеобеспеченности листьев древесных, кустарниковых и травянистых форм

Таблица 2

Жизненная форма	Поверхность листьев, дм^2	Корни			Коэффициент корнеобеспеченности, мг/дм^2
		общий сухой вес, мг	сухой вес активных корней, мг	% активной фракции от общей	
Древесные	0,59	604	145	24,0	245
Кустарниковые	3,67	2669	939	35,2	256
Травянистые	1,56	2367	1091	46,1	699

Столь высокий коэффициент корнеобеспеченности листьев травянистых объясняется тем, что у них корни в основном мочковатые и основная их масса оказалась активной в отношении поглотительной и метаболической деятельности. Повышенная корнеобеспеченность должна обуславливать и активную поглотительную деятельность корней травянистых. В действительности лишь два показателя жизнедеятельности корней подтвердили это положение (рис. 2). Поглотительная активность травянистых форм оказалась примерно в 2 раза выше. Однако в отношении процента рабочей поверхности от общей у корней

древесных, кустарниковых и травянистых растений не обнаруживается столь большой разницы. Объяснение этого факта, видимо, следует искать в наличии углеводов в корнях. У древесных представителей,

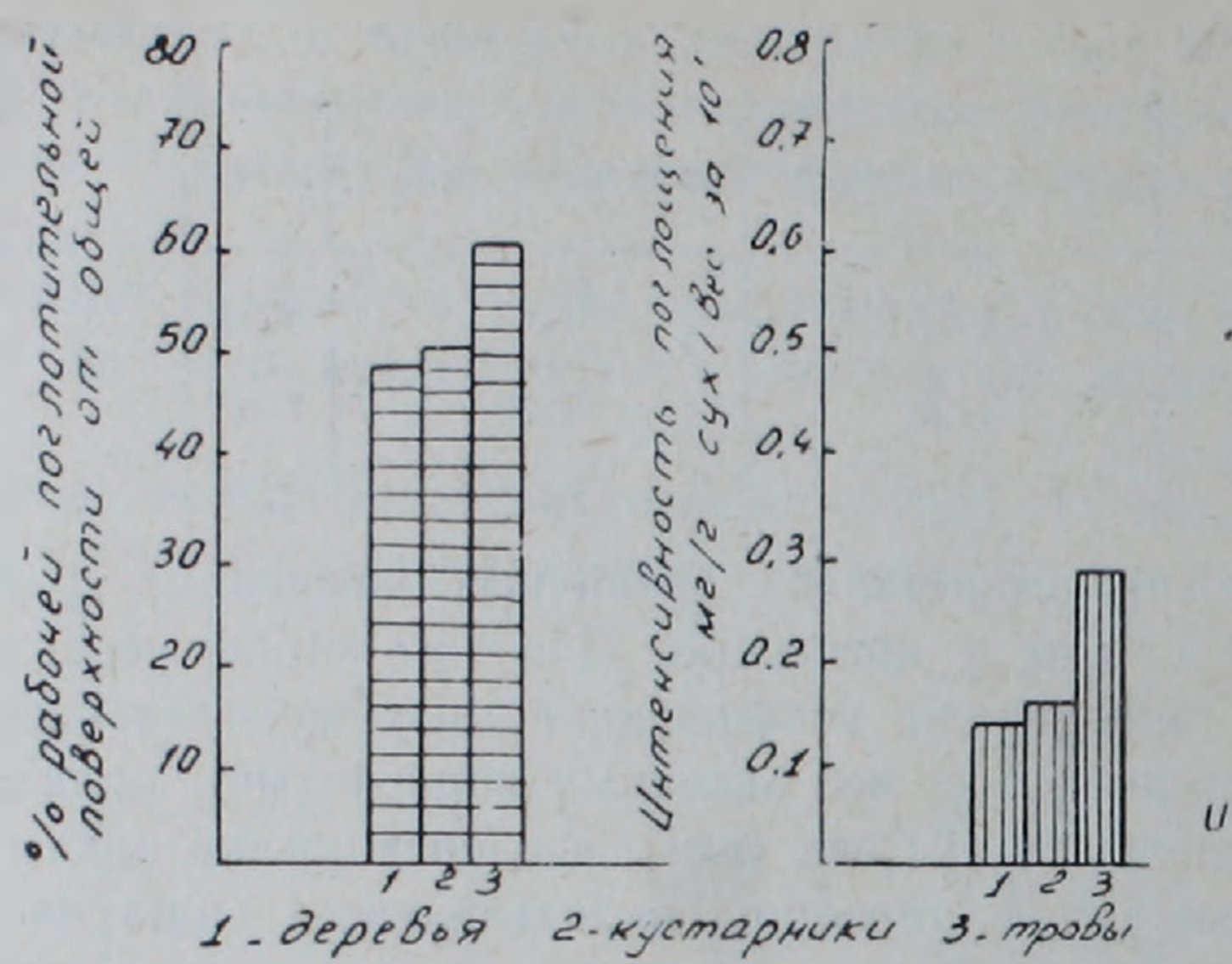


Рис. 2. Процент рабочей поглотительной поверхности от общей и интенсивность поглощения корней жизненных форм

как показали соответствующие анализы, количество углеводов оказалось на 31,5% меньше, чем в корнях травянистых форм; в связи с этим выявлен низкий уровень поглотительной деятельности корней древесных растений.

Повышенная поглотительная деятельность, осуществляемая всасывающими корнями, сочетается с активацией метаболизма азотистых соединений (рис. 3). Как мы видим, синтез корнями аминокислот более энер-

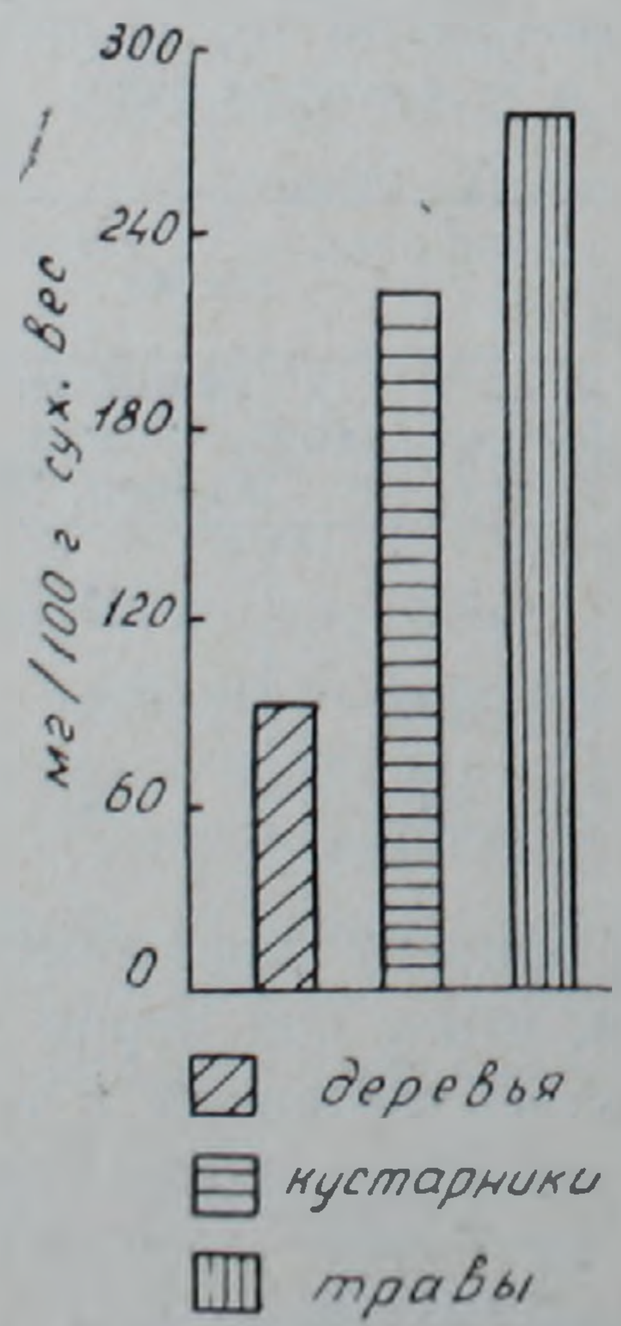


Рис. 3. Содержание свободных аминокислот в корнях опытных растений

гично происходит у травянистых представителей. Средний показатель содержания этих метаболитов у травянистых составляет 280,6, а у древесных 91,6 мг/100 г сухого веса. Такая повышенная представленность поглотительной поверхности и метаболической активности корневой системы травянистых видов обуславливает и изменение жизнедеятельности листьев, в первую очередь фотосинтеза. Приведенные выше данные показали, что активность этого процесса у древесных и кустарников намного слабее, чем у травянистых представителей. В этом существенную роль играет и активность обмена веществ между корнями и листьями. Весьма близкое расположение этих двух ассимилирующих органов у травянистых, а также повышенное содержание в их стеблях хлорофилла, который, как показали специальные опыты, способствует ускорению транспорта веществ ([19]), являются решающими факторами активации корне-листового обмена.

Обобщая результаты полученых данных, мы убеждаемся в том, что в ходе эволюции покрытосеменных существенно активизировалась жизнедеятельность растений, в первую очередь путем повышения уровня корне-листовой интеграции. В этом аспекте возникла весьма ощутимая разница между представителями древесных, кустарниковых и травянистых жизненных форм. Этому способствовали также дегранидизация последних и приближение в результате этого двух полярно расположенных ассимилирующих систем—корней и листьев, а также усиление обменных процессов между ними.

Институт ботаники
Академии наук
Армянской ССР

Հայկական ՍՍՀ ԳԱ ակադեմիկոս Վ. Հ. ՂԱԶԱՐՅԱՆ, Գ. Վ. ՄԻՔԱՅԵԼՅԱՆ

Խոտային բույսերի ֆիզիոլոգիական ակտիվության բնույթի հարցի մասին

Խոտային ձևերը հանդիսանալով ծածկասերմերի էվոլյուցիայի ամենաբարգացած ձևերը ցուցաբերում են բարձր կենսագործունեություն և արդյունավետություն։ Ինտենսիվ աճը և արդյունավետությունն առաջին հերթին կապված են արմատային համակարգի հետ և պետք է ենթադրել, որ էվոլյուցիայի ընթացքում առաջին հերթին մեծացել է տերևների արմատապահովվածությունն ու արմատների կլանող և նյութափոխանակային ֆունկցիան։

Կատարված փորձերը ցույց են տվել, որ ծառից դեպի խոտերը զգալի չափով ուժեղացել է տերևների ֆոտոսինթեզը, քլորոֆիլի քանակը և ասիմիլյացիոն թիվը։ Դրան զուգահեռ մեծացել է տերևների արմատապահովվածությունը, արմատների կլանող և մետաբոլիկ ֆունկցիան։ Այս ճանապարհով բարձրացել է նաև արմատատերևային ինտեգրացիայի մակարդակը։

ЛИТЕРАТУРА—ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

[1] *Л. Е. Родин, Н. И. Базилевич,* Динамика органического вещества и биологический круговорот зольных элементов и азота, Наука, М.—Л., 1965. [2] *В. О. Казарян, В. А. Давтян,* Физиол. растений, т. 14, вып. 5 (1967). [3] *В. О. Казарян, В. А. Давтян,*

Биол. журн. Армении, т. 20, № 11 (1967). [4] *В. О. Казарян, Н. В. Балагезян*, Биол. журн. Армении, т. 23, № 4 (1970). [5] *В. О. Казарян, Ж. М. Акопова*, Тр. Бот. ин-та АН АрмССР, т. 18 (1972). [6] *В. О. Казарян, В. А. Давтян, А. И. Чилингарян*, Физиол. растений, т. 20, вып. 4 (1973). [7] *А. А. Ничипорович, Л. Е. Строгонова, С. Н. Чмора и др.*, Фотосинтетическая деятельность растений в посевах, М., Изд. АН СССР М., 1961. [8] *Д. А. Сабинин, И. И. Колосов*, Тр. ВИУАА, вып. 13 (1935). [9] *В. О. Казарян, А. Г. Абрамян, Г. Г. Габриелян*, Биол. журн. Армении, т. 19, № 6 (1966). [10] *Г. И. Кособокова, Р. А. Андреева, Т. А. Вятлеева и др.*, в кн.: Методика исследований в овощеводстве и бахчеводстве, Сб. Тр. НИИ овощного хоз-ва МСХ РСФСР, М., 1970. [11] *О. П. Осипова*, ДАН СССР, т. 57, № 8 (1947). [12] *Machinney*, J. Biol. Chem., v. 140, № 1. (1941). [13] *В. Н. Любименко*, Тр. СПб. о-ва естествоиспытателей, т. 41, вып. 1—2 (1910). [14] *Б. Н. Рубин, В. Ф. Германова*, ДАН СССР, т. 107, № 5, (1956). [15] *Б. Н. Рубин, В. Ф. Германова*, Успехи современной биологии, вып. 3, 45, 1958. [16] *В. О. Казарян, В. А. Давтян*, Биол. журн. Армении, т. 19, № 1, (1966). [17] *В. О. Казарян, В. А. Давтян*, Биол. журн. Армении, т. 20, № 11, (1967). [18] *В. О. Казарян*, Старение высших растений, Наука, М., 1969. [19] *В. О. Казарян, А. С. Оганян, К. А. Геворкян*, Физиол. растений, т. 33, вып. 4, (1986).