

ISSN 0002-3035

ФИЗИКА · ՖԻԶԻԿԱ · PHYSICS



ИЗВЕСТИЯ  
НАЦИОНАЛЬНОЙ АКАДЕМИИ НАУК АРМЕНИИ

ՏԵՂԵԿԱԳԻՐ  
ՀԱՅԱՍՏԱՆԻ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԶԳԱՅԻՆ ԱԿԱԴԵՄԻԱՅԻ

PROCEEDINGS  
OF NATIONAL ACADEMY OF SCIENCES OF ARMENIA

39, N5, 2004

ՀԱՅԱՍՏԱՆԻ ՀԱՆՐԱՊԵՏՈՒԹՅԱՆ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԶԳԱՅԻՆ ԱԿԱԴԵՄԻԱ  
НАЦИОНАЛЬНАЯ АКАДЕМИЯ НАУК РЕСПУБЛИКИ АРМЕНИЯ

ՏԵՂԵԿԱԳԻՐ ИЗВЕСТИЯ  
ՖԻԶԻԿԱ ФИЗИКА

ՀԱՏՈՐ ТОМ

**39**

**№ 5**

ՀՀ ԳԱԱ «ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆ» ՀՐԱՏԱՐԱԿՉՈՒԹՅՈՒՆ ИЗДАТЕЛЬСТВО "ГИТУТЮН" НАН РА  
ԵՐԵՎԱՆ ЕРЕВАН

2004

© Национальная Академия наук Армении  
Известия НАН Армении, Физика

Журнал издается с 1966 г.  
Выходит 6 раз в год  
на русском и английском языках

#### РЕДАКЦИОННАЯ КОЛЛЕГИЯ

В. М. Арутюнян, главный редактор  
Э. Г. Шароян, зам. главного редактора  
А. А. Ахумян  
Г. А. Вартапетян  
Э. М. Казарян  
А. О. Меликян  
А. Р. Мкртчян  
Д. Г. Саркисян  
Ю. С. Чилингарян  
А. А. Мирзаханян, ответственный секретарь

#### ԽՄԲԱԳՐԱԿԱՆ ԿՈՒԵԳԻԱ

Վ. Մ. Հարությունյան, գլխավոր խմբագիր  
Է. Գ. Շառոյան, գլխավոր խմբագրի տեղակալ  
Ա. Ա. Հախումյան  
Հ. Հ. Վարդապետյան  
Է. Մ. Ղազարյան  
Ա. Հ. Մելիքյան  
Ա. Ռ. Մկրտչյան  
Գ. Հ. Սարգսյան  
Յու. Ս. Չիլինգարյան  
Ա. Ա. Միրզախանյան, պատասխանատու քարտուղար

#### EDITORIAL BOARD

V. M. Aroutiounian, editor-in-chief  
E. G. Sharoyan, associate editor  
A. A. Hakhumyan  
H. H. Vartapetian  
E. M. Ghazaryan  
A. O. Melikyan  
A. R. Mkrтчyan  
D. H. Sarkisyan  
Yu. S. Chilingaryan  
A. A. Mirzakhanyan, executive secretary

Адрес редакции: Республика Армения, 375019,  
Ереван, пр. Маршала Баграмяна, 24-г.

Խմբագրության հասցեն՝ Հայաստանի Հանրապետություն,  
375019, Երևան, Մարշալ Բաղրամյան պող., 24-գ:

Editorial address: 24-g, Marshal Bagramyan Av.,  
Yerevan, 375019, Republic of Armenia.

УДК.530.145

## РАССЕЯНИЕ ЭЛЕКТРОНОВ НА $SU(2)$ -МОНОПОЛЕ ЯНГА-КУЛОНА

Л.Г. МАРДОЯН, М.Г. ПЕТРОСЯН

Ереванский государственный университет

(Поступила в редакцию 2 февраля 2004 г.)

Решена квантовомеханическая задача рассеяния заряженных частиц в поле  $SU(2)$ -монополя Янга-Кулона.

Пятимерная система заряд- $SU(2)$ -монополю Янга-Кулона описывается уравнением [1]

$$\frac{1}{2\mu} \left( -i\hbar \frac{\partial}{\partial x_i} - \hbar A_i^a \hat{T}_a \right)^2 \psi + \frac{\hbar^2}{2\mu r^2} \hat{T}^2 \psi - \frac{e^2}{r} \psi = E \psi, \quad (1)$$

где  $i = 0, 1, 2, 3, 4$ ,  $a = 1, 2, 3$ . Здесь операторы  $\hat{T}_a$  – генераторы группы  $SU(2)$  и  $[\hat{T}_a, \hat{T}_b] = \varepsilon_{abc} \hat{T}_c$ . Триплет пятимерных векторов  $A_i^a$  имеет вид

$$A_i^1 = \frac{1}{r(r-x_0)} (0, -x_4, x_3, -x_2, x_1),$$

$$A_i^2 = \frac{1}{r(r-x_0)} (0, -x_3, -x_4, x_1, x_2),$$

$$A_i^3 = \frac{1}{r(r-x_0)} (0, x_2, -x_1, -x_4, x_3).$$

Каждый член триплета  $A_i^a$  совпадает с вектор-потенциалом пятимерного монополя Дирака [2] с единичным топологическим зарядом и с осью сингулярности, направленной вдоль неотрицательной части оси  $x_0$ . Векторы  $A_i^a$  ортогональны как друг к другу:

$$A_i^a A_i^b = \frac{r+x_0}{r^2(r-x_0)} \delta_{ab}, \quad (2)$$

так и к вектору  $\mathbf{r} = (x_0, x_1, x_2, x_3, x_4)$ .

Теперь, пользуясь условием ортогональности (2) и замечая, что

$$iA_i^a \frac{\partial}{\partial x_i} = \frac{2}{r(r-x_0)} \hat{L}_a,$$

где

$$\begin{aligned}\bar{L}_1 &= \frac{i}{2} \left( -x_4 \frac{\partial}{\partial x_1} + x_3 \frac{\partial}{\partial x_2} - x_2 \frac{\partial}{\partial x_3} + x_1 \frac{\partial}{\partial x_4} \right), \\ \bar{L}_2 &= \frac{i}{2} \left( -x_3 \frac{\partial}{\partial x_1} - x_4 \frac{\partial}{\partial x_2} + x_1 \frac{\partial}{\partial x_3} + x_2 \frac{\partial}{\partial x_4} \right), \\ \bar{L}_3 &= \frac{i}{2} \left( x_2 \frac{\partial}{\partial x_1} - x_1 \frac{\partial}{\partial x_2} - x_4 \frac{\partial}{\partial x_3} + x_3 \frac{\partial}{\partial x_4} \right),\end{aligned}$$

можно записать уравнение (1) в следующем виде:

$$\left[ \Delta_5 - \frac{4}{r(r-x_0)} \hat{\mathbf{L}} \hat{\mathbf{T}} - \frac{2}{r(r-x_0)} \bar{T}^2 \right] \psi + \frac{2\mu}{\hbar^2} \left( E + \frac{e^2}{r} \right) \psi = 0. \quad (3)$$

Известно [3], что система заряд- $SU(2)$ -монополю Янга-Кулона обладает скрытой симметрией, и что группой скрытой симметрии для дискретного спектра является  $SO(6)$ , а для непрерывного спектра –  $SO(5,1)$ . В силу скрытой симметрии переменные в уравнении (1) разделяются как в гиперсферических координатах

$$x_0 = r \cos \theta, \quad x_2 + ix_1 = r \sin \theta \sin \frac{\beta}{2} e^{i \frac{\alpha-\gamma}{2}}, \quad x_4 + ix_3 = r \sin \theta \cos \frac{\beta}{2} e^{i \frac{\alpha+\gamma}{2}}, \quad (4)$$

где  $r \in [0, \infty)$ ,  $\theta \in [0, \pi]$ ,  $\alpha \in [0, 2\pi)$ ,  $\beta \in [0, \pi]$ ,  $\gamma \in [0, 4\pi)$ , так и в параболических координатах

$$x_0 = \frac{1}{2}(\xi - \eta), \quad x_2 + ix_1 = \sqrt{\xi\eta} \sin \frac{\beta}{2} e^{i \frac{\alpha-\gamma}{2}}, \quad x_4 + ix_3 = \sqrt{\xi\eta} \cos \frac{\beta}{2} e^{i \frac{\alpha+\gamma}{2}}, \quad (5)$$

где  $\xi, \eta \in [0, \infty)$ . Оператор Лапласа в координатах (5) имеет вид

$$\Delta_5 = \frac{4}{\xi + \eta} \left[ \frac{1}{\xi} \frac{\partial}{\partial \xi} \left( \xi^2 \frac{\partial}{\partial \xi} \right) + \frac{1}{\eta} \frac{\partial}{\partial \eta} \left( \eta^2 \frac{\partial}{\partial \eta} \right) \right] - \frac{4}{\xi \eta} \bar{L}^2.$$

Здесь

$$\bar{L}^2 = - \left[ \frac{\partial^2}{\partial \beta^2} + \cot \beta \frac{\partial}{\partial \beta} + \frac{1}{\sin^2 \beta} \left( \frac{\partial^2}{\partial \alpha^2} - 2 \cos \beta \frac{\partial^2}{\partial \alpha \partial \gamma} + \frac{\partial^2}{\partial \gamma^2} \right) \right].$$

Теперь вместо уравнения (3) имеем

$$\left[ \Delta_{\xi\eta} - \frac{4\bar{L}^2}{\xi(\xi+\eta)} - \frac{4\bar{J}^2}{\eta(\xi+\eta)} \right] \psi + \frac{2\mu}{\hbar^2} \left( E + \frac{e^2}{\xi+\eta} \right) \psi = 0, \quad (6)$$

где

$$\Delta_{\xi\eta} = \frac{4}{\xi + \eta} \left[ \frac{1}{\xi} \frac{\partial}{\partial \xi} \left( \xi^2 \frac{\partial}{\partial \xi} \right) + \frac{1}{\eta} \frac{\partial}{\partial \eta} \left( \eta^2 \frac{\partial}{\partial \eta} \right) \right]$$

и  $\hat{J} = \hat{L} + \hat{T}$ . Заметим, что имеют место следующие коммутационные соотношения:

$$[\hat{L}_a, \hat{L}_b] = i\varepsilon_{abc} \hat{L}_c, \quad [\hat{J}_a, \hat{J}_b] = i\varepsilon_{abc} \hat{J}_c.$$

Решение уравнения (6) можно выбрать как собственную функцию коммутирующих операторов  $\hat{L}^2$ ,  $\hat{T}^2$  и  $\hat{J}^2$  с собственными значениями  $L(L+1)$ ,  $T(T+1)$  и  $J(J+1)$  [4]

$$\psi = \Phi(\xi, \eta) D_{LTmt}^{JM}(\alpha, \beta, \gamma; \alpha_T, \beta_T, \gamma_T) = \Phi_1(\xi) \Phi_2(\eta) D_{LTmt}^{JM}(\alpha, \beta, \gamma; \alpha_T, \beta_T, \gamma_T), \quad (7)$$

где

$$D_{LTmt}^{JM}(\alpha, \beta, \gamma; \alpha_T, \beta_T, \gamma_T) = \sum_{M=m'+t'} C_{L,m;T,t}^{JM} D_{mm'}^L(\alpha, \beta, \gamma) D_{tt'}^T(\alpha_T, \beta_T, \gamma_T).$$

Здесь  $C_{L,m;T,t}^{JM}$  – коэффициенты Клебша–Гордана,  $D_{mm'}^L$  и  $D_{tt'}^T$  – функции Вигнера, а  $\alpha_T, \beta_T$  и  $\gamma_T$  – координаты группового пространства  $SU(2)$ .

После подстановки (7) в (6) переменные разделяются и приходим к следующей системе уравнений:

$$\begin{aligned} \frac{1}{\xi} \frac{d}{d\xi} \left( \xi^2 \frac{d\Phi_1}{d\xi} \right) + \left[ \frac{k^2}{4} \xi - \frac{L(L+1)}{\xi} + \frac{\sqrt{\mu}}{2\hbar} \Omega + \frac{1}{2a} \right] \Phi_1 &= 0, \\ \frac{1}{\eta} \frac{d}{d\eta} \left( \eta^2 \frac{d\Phi_2}{d\eta} \right) + \left[ \frac{k^2}{4} \eta - \frac{J(J+1)}{\eta} - \frac{\sqrt{\mu}}{2\hbar} \Omega + \frac{1}{2a} \right] \Phi_2 &= 0, \end{aligned} \quad (8)$$

где  $k = \sqrt{2\mu \varepsilon / \hbar^2}$ ,  $a = \hbar^2 / \mu e^2$  – радиус Бора,  $\Omega$  – параболическая постоянная разделения.

Теперь рассмотрим рассеяние заряженной частицы в поле  $SU(2)$ -монополя Янга–Кулона. Так как  $SU(2)$ -монополя Янга–Кулона – кулоновоподобная система, и движение в кулоновском поле произвольной размерности  $d \geq 3$  является двумерной задачей, то волновая функция  $SU(2)$ -монополя Янга–Кулона не зависит от углов  $\alpha, \beta$  и  $\gamma$ , т.е.  $L=0, J=T$ . Мы должны найти такие решения уравнений (8), чтобы решение уравнения Шредингера при отрицательных  $x_0 \in (-\infty; 0)$  и больших  $r \rightarrow \infty$  имело вид плоской волны

$$\Phi(\xi, \eta) \approx e^{ikx_0} = e^{\frac{ik}{2}(\xi - \eta)}.$$

Этому условию можно удовлетворить, если считать, что параболическая постоянная разделения равна

$$\Omega = -\frac{\hbar}{a\sqrt{\mu}} - i\frac{2\hbar k}{\sqrt{\mu}}.$$

Подставляя последнее соотношение в уравнение (8), при  $L=0$  находим следующее решение уравнения Шредингера, которое описывает рассеяние заряженной частицы в поле  $SU(2)$ -монополя Янга-Кулона:

$$\psi = \Phi_{kT}(\xi, \eta) D_{\alpha_T, \beta_T, \gamma_T}^T.$$

Здесь

$$\Phi_{kT}(\xi, \eta) = C_{kT} e^{\frac{ik}{2}(\xi-\eta)} (ik\eta)^T F\left(T + \frac{i}{ak}; 2T + 2; ik\eta\right), \quad (9)$$

где  $C_{kT}$  – постоянная нормировки. Для того, чтобы выделить в функции (9) падающую и рассеянную волны, надо рассмотреть ее поведение на больших расстояниях от рассеивающего центра. Пользуясь следующим представлением вырожденной гипергеометрической функции [5]:

$$F(a; c; z) = \frac{\Gamma(c)}{\Gamma(c-a)} (-z)^{-a} G(a; a-c+1; -z) + \frac{\Gamma(c)}{\Gamma(a)} e^z z^{a-c} G(c-a; 1-a; z),$$

где

$$G(a; c; z) = 1 + \frac{ac}{1!z} + \frac{a(a+1)c(c+1)}{2!z^2} + \dots,$$

и ограничиваясь первыми двумя членами при больших  $\eta$ , получим

$$F\left(T + \frac{i}{ak}; 2T + 2; ik\eta\right) \approx e^{-\frac{\pi}{2ak}} \Gamma(2T + 2) (ik\eta)^{-T} \left\{ \frac{e^{i\pi T/2}}{\Gamma\left(T + 2 - \frac{i}{ak}\right)} \times \right. \\ \times \left[ 1 + \frac{1 + iak + a^2 k^2 T(T+1)}{ia^2 k^3 \eta} - \frac{(1 + a^2 k^2 (T+1))^2}{2a^4 k^6 \eta^2} \right] \exp\left(-\frac{i}{ak} \ln k\eta\right) - \\ \left. - \frac{(akT + i)[ak(T+1) + i]}{\Gamma\left(T + 2 + \frac{i}{ak}\right)} \frac{e^{ik\eta}}{a^2 k^4 \eta^2} \exp\left(\frac{i}{ak} \ln k\eta\right) \right\}.$$

Теперь, подставляя последнее соотношение в волновую функцию (9), постоянную нормировки  $C_{kT}$  выбирая в виде

$$C_{kT} = \frac{\Gamma\left(T + 2 - \frac{i}{ak}\right)}{\Gamma(2T + 2)} \exp\left[\pi\left(\frac{1}{2ak} - i\frac{T}{2}\right)\right],$$

чтобы падающая плоская волна имела единичную амплитуду, и переходя затем к гиперсферическим координатам (4) согласно формулам  $r = (\xi + \eta)/2$ ,  $\eta = r - x_0 = r(1 - \cos\theta)$ , получим

$$\Phi_{kT}(\xi, \eta) = \left[ 1 - \frac{1 + iak + a^2 k^2 T(T+1)}{2a^2 k^3 r \sin^2 \theta/2} - \frac{(1 + a^2 k^2 T^2) [1 + a^2 k^2 (T+1)^2]}{8a^4 k^6 r^2 \sin^2 \theta/2} \right] \times \\ \times \exp \left[ ikx_0 - \frac{i}{ak} \ln(2kr \sin^2 \theta) \right] + \frac{f(\theta)}{r^2} \exp \left[ ikr + \frac{i}{ak} \ln(2kr) \right],$$

где  $f(\theta)$  – амплитуда рассеяния и имеет вид

$$f(\theta) = - \frac{e^{-i\pi T/2} (akT + i) [ak(T+1) + i]}{4a^2 k^4 \sin^4 \theta/2} \frac{\Gamma \left( T + 2 - \frac{i}{ak} \right)}{\Gamma \left( T + 2 + \frac{i}{ak} \right)} \exp \left( \frac{2i}{ak} \ln \sin \frac{\theta}{2} \right).$$

Таким образом, для сечения рассеяния  $d\sigma = |f(\theta)|^2 d\Omega$  ( $d\Omega$  – элемент телесного угла) получим формулу

$$d\sigma = \frac{(1 + a^2 k^2 T^2) [1 + a^2 k^2 (T+1)^2]}{16a^4 k^8 \sin^8 \theta/2} d\Omega.$$

В заключение отметим, что все формулы, полученные в этой работе, при  $T=0$  переходят в соответствующие формулы работы [6].

Работа выполнена при поддержке гранта ANSEF № PS-81.

## ЛИТЕРАТУРА

1. L.G.Mardoyan, A.N.Sissakian, V.M.Ter-Antonyan. Phys. Atom. Nucl., **61**, 1859 (1998).
2. C.N.Yang. J. Math. Phys., **19**, 320 (1978).
3. L.G.Mardoyan, A.N.Sissakian, V.M.Ter-Antonyan. Mod. Phys. Lett., **A14**, 1303 (1999).
4. L.G.Mardoyan. Phys. Atom. Nucl., **65**, 1063 (2002).
5. Л.Д.Ландау, Е.М.Лифшиц. Квантовая механика. М., Наука, 1974.
6. L.G.Mardoyan. Coulomb-Oscillator Duality and Scattering Problem in 5-Dimensional Coulomb Field. quant-ph/0308097.

ԷԼԵԿՏՐՈՆՆԵՐԻ ՑՐՈՒՐ SU(2)-ՅԱՆԳ-ԿՈՒԼՈՆԻ ՄՈՆՈՊՈԼԻ ԳԱՇՏՈՒՄ

Լ.Գ. ՄԱՐԴՈՅԱՆ, Մ.Գ. ՊԵՏՐՈՍՅԱՆ

Լուծված է SU(2)-Յանգ-Կուլոնի մոնոպոլի դաշտում լիցքավորված մասնիկների ցրման քվանտամեխանիկական խնդիրը:

## SCATTERING OF ELECTRONS ON THE SU(2)-YANG-COULOMB MONOPOLE

L.G. MARDOYAN, M.G. PETROSYAN

The quantum mechanical scattering problem of charged particles in the SU(2)-Coulomb field is solved.

УДК 592.12

## О ДИФРАКЦИОННОМ ИЗЛУЧЕНИИ БЫСТРЫХ ЧАСТИЦ

М.Г. ПОГОСЯН

Ереванский государственный университет

(Поступила в редакцию 20 апреля 2004 г.)

В приближении Гюйгенса исследовано дифракционное излучение равномерно движущейся быстрой точечной заряженной частицы при пролете под произвольным углом через отверстие произвольной формы в плоском, бесконечно тонком и идеально проводящем экране.

### 1. Введение

Как известно, если поле заряженной частицы, движущейся в пустоте равномерно и прямолинейно, представить в виде совокупности гармоник со всеми возможными частотами (т.е. разложить поле в интеграл Фурье по времени), то по мере удаления от траектории все гармоники затухают в пространстве по экспоненциальному закону (заряженная частица, движущаяся в пустоте равномерно и прямолинейно, не излучает). Поле частицы переносится вместе с ней, с той же скоростью. Когда частица пролетает мимо неоднородности, увлекаемое ею поле создает в этой неоднородности переменные токи (или переменную поляризацию), и неоднородность становится источником излучения, которое называют дифракционным излучением (см., например, [1]). Дифракционное излучение заряженной частицы при частных геометриях задачи – при перпендикулярном пролете через круглое отверстие на бесконечном экране [2] и мимо полубесконечного и идеально проводящего экрана (под определенными углами) изучалось точным методом Винера–Хопфа в работах [3,4]. Эти задачи являются обобщением аналогичных задач о дифракции света. Несмотря на полноту и привлекательность точных методов, круг задач, поддающихся точному решению, ограничен, а сами решения требуют сложных вычислений. Однако, как было указано в работах [5,6] (см. также обзорную статью [7]), для быстрых частиц, когда поле затухающих гармоник становится эквивалентным набору плоских волн (происходит дифракция затухающих гармоник и могут возникнуть не затухающие в пространстве волны, уходящие в бесконечность, т.е. может возникнуть излучение), при решении задач вышеуказанного рода можно использовать приближенный метод, аналогичный широко известному методу расчета дифракции световых волн, основанному на принципе Гюйгенса. Результаты этих работ при малых

углах излучения ( $\theta \ll 1$ ) и больших скоростях ( $v \approx c$ ) совпадают с результатами работ [2-4] с большой точностью. Однако, вычисление дифракционного излучения с помощью принципа Гюйгенса в работах [5,6] проведено для случая перпендикулярного пролета заряженной частицы к плоскости экрана.

В последнее время в литературе появились работы (см. [8]), в которых с помощью дифракционного излучения изучались две проблемы. Первая из них – интенсивное излучение от периодически расположенных параллельных полуплоскостей (так называемое когерентное или резонансное дифракционное излучение) в диапазоне от миллиметровых до ультрафиолетовых и рентгеновских длин волн. Вторая проблема касается диагностики пучков заряженных частиц. Но в обоих случаях надо иметь в виду такие факторы, как размер пучка, угловое распределение частиц, монохроматичность и т.д. Поэтому требуется знать свойства дифракционного излучения в общем случае произвольного угла пролета и произвольной формы отверстия. Изучению этих вопросов и посвящена настоящая работа.

## 2. Поле излучения равномерно движущейся точечной заряженной частицы при пролете под произвольным углом через отверстие произвольной формы в плоском, бесконечно тонком и идеально проводящем экране

Будем исходить из метода Кирхгофа, который является математическим обобщением принципа Гюйгенса–Френеля, суть которого состоит в том, что волновое возмущение в некоторой точке пространства есть результат интерференции волн, испускаемых вторичными источниками, которые расположены на поверхности, находящейся между точкой наблюдения и реальным источником волн.

Пусть  $f(\mathbf{r})$  и  $G(\mathbf{r})$  – комплексные функции координат точки  $\mathbf{r}$ , имеющие непрерывные первые и вторые частные производные как внутри объема  $V$ , так и на поверхности  $S$ , ограничивающей объем  $V$ . Согласно теореме Грина

$$\int_V (G\Delta f - f\Delta G) dV = \int_S \left( G \frac{\partial f}{\partial n} - f \frac{\partial G}{\partial n} \right) dS, \quad (1)$$

где  $\partial/\partial n$  означает производную по направлению внешней нормали к объему  $V$ . Ниже везде в качестве объема  $V$  будем брать бесконечное полупространство  $z > 0$  ( $z < 0$ ), а в качестве поверхности  $S$  – плоскость  $z = 0$  (направление оси  $z$  выбирая таким образом, что  $v_z > 0$ ), которую можно считать замыкающейся на бесконечности, поскольку в правой части соотношения (1) мы будем иметь функции, экспоненциально убывающие на бесконечности (см. ниже формулу (8)).

Пусть функция  $f(\mathbf{r})$  – одна из тангенциальных ( $\tau$ ) компонент электрической напряженности поля излучения  $\mathbf{E}^0(\mathbf{r}, \omega)$  (Фурье-образ по времени)

и удовлетворяет волновому уравнению

$$(\Delta + k^2)f = 0. \quad (2)$$

В качестве функции  $G(\mathbf{r})$  выберем функцию, удовлетворяющую уравнению

$$(\Delta + k^2)G = 4\pi\{\delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_1) - \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_2)\}, \quad (3)$$

где точка  $\mathbf{r}_2 = (x_0, y_0, -z_0)$  – зеркальное изображение произвольной точки  $\mathbf{r}_1 = (x_0, y_0, z_0)$  по отношению к плоскости экрана. Частным решением уравнения (3) является функция

$$G = \frac{\exp\{ik|\mathbf{r} - \mathbf{r}_1|\}}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}_1|} - \frac{\exp\{ik|\mathbf{r} - \mathbf{r}_2|\}}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}_2|}, \quad (4)$$

которая обращается в нуль на поверхности экрана. Имея в виду, что в качестве функции  $f(\mathbf{r})$  мы выбрали одну из компонент поля излучения  $\mathbf{E}_r^0(\mathbf{r}, \omega)$  и подставляя уравнения (2)-(4) в уравнение (1), получим

$$\mathbf{E}_r^0(\mathbf{R}, \omega) = \pm \frac{1}{4\pi} \int_S \frac{\partial G}{\partial n} \mathbf{E}_r^0(\mathbf{r}, \omega) dS, \quad (5)$$

что является аналогом интегральной теоремы Кирхгофа–Гельмгольца. Знак  $\pm$  зависит от того, в каком полупространстве выбирается объем интегрирования (т.е. точка наблюдения). Знак плюс соответствует полупространству  $z > 0$  ( $\mathbf{R} = \mathbf{r}_1$ ), а знак минус – полупространству  $z < 0$  ( $\mathbf{R} = \mathbf{r}_2$ ).

Выбирая начало координат в произвольной точке внутри отверстия экрана и обозначая через  $\rho$  радиус-векторы точек плоскости  $z = 0$ , для достаточно отдаленных точек наблюдения (в волновой зоне, при  $kR \gg 1$ ) получим

$$\frac{\partial G}{\partial n} = -2ik_z \frac{e^{ikR}}{R} e^{-ik\rho}. \quad (6)$$

Подставляя (6) в (5), получим

$$\mathbf{E}_r^0(\mathbf{R}, \omega) = \mp \frac{ik_z}{2\pi} \frac{e^{ikR}}{R} \int_S \mathbf{E}_r^0(\mathbf{r}, \omega) e^{-ik\rho} dS. \quad (7)$$

Так как экран предполагаем идеально проводящим, то для тангенциальных компонент электрического поля излучения получим, что они должны удовлетворять на поверхности экрана условию

$$\mathbf{E}_r^0(\rho, \omega) = -\mathbf{E}_r^e(\rho, \omega), \quad (8)$$

где

$$\mathbf{E}^e(\mathbf{r}, \omega) = \frac{ie}{2\pi^2} \int \left[ \frac{\omega \mathbf{v}}{c^2} - \mathbf{k} \right] \frac{\delta(\omega - \mathbf{k}\mathbf{v})}{\omega^2 - \mathbf{k}^2/c^2} e^{-i\mathbf{k}\mathbf{r}} d\mathbf{k} \quad (9)$$

есть поле заряженной частицы с зарядом  $e$ , движущейся в пустоте равномерно и прямолинейно со скоростью  $\mathbf{v}$ , а  $\omega$  и  $\mathbf{k}$  – частота и волновой вектор

псевдофотонов (см. [1]). Предположим, что поле излучения равно нулю в точках отверстия, т.е. суммарное поле в точках отверстия равно полю падающей частицы, которое было бы таким же, как и при отсутствии экрана, что фактически сводится к известному приближению Кирхгофа в теории дифракции световых волн.

Третью же компоненту  $E_z^0(\mathbf{r}, \omega)$  найдем из условия поперечности поля излучения

$$E_z^0 = -\frac{(\mathbf{k}\mathbf{E}_\tau^0)}{k_z}, \quad (10)$$

и для поля излучения равномерно движущейся точечной заряженной частицы при пролете под произвольным углом через отверстие произвольной формы в плоском, бесконечно тонком и идеально проводящем экране окончательно получим:

$$E_\tau^0(\mathbf{R}, \omega) = \pm \frac{iek_z \omega}{2\pi^2 \gamma v^3} \frac{e^{ikR}}{R} \int_{\Sigma_K} \frac{\rho v^2 - (\rho \mathbf{v}) \mathbf{v}_\tau}{|[\mathbf{v}\rho]|} K_1 \left( \frac{\omega |[\mathbf{v}\rho]|}{\gamma v^2} \right) e^{i \left( \frac{\omega}{v^2} \mathbf{v} \cdot \mathbf{k} \right) \rho} dS, \quad (11a)$$

$$E_z^0(\mathbf{R}, \omega) = \mp \frac{ie\omega}{2\pi^2 \gamma v^3} \frac{e^{ikR}}{R} \int_{\Sigma_K} \frac{\mathbf{k}(\rho v^2 - (\rho \mathbf{v}) \mathbf{v}_\tau)}{|[\mathbf{v}\rho]|} K_1 \left( \frac{\omega |[\mathbf{v}\rho]|}{\gamma v^2} \right) e^{i \left( \frac{\omega}{v^2} \mathbf{v} \cdot \mathbf{k} \right) \rho} dS, \quad (11b)$$

где  $K_1$  – функция Ганкеля от мнимого аргумента.

Как видно из формул (11), тангенциальные составляющие поля излучения для излучения вперед ( $k_z > 0$ ) и назад ( $k_z < 0$ ) одинаковы, а нормальная компонента меняет знак, откуда следует, что распределение поля излучения симметрично относительно плоскости экрана.

Формулы (11) при нормальном ( $\mathbf{v}_\tau = 0$ ) падении частицы переходят в результаты работ [5,6].

Вычислим энергию дифракционного излучения, определяемую полями (11), при пролете мимо полубесконечного экрана. Для этого выберем начало координат в точке пересечения траектории частицы с плоскостью  $z = 0$ , а ось  $x$  направим параллельно границе экрана. Полярные углы будем отсчитывать от оси  $x$ , а азимутальные – от оси  $y$ , как показано на рис.1. Непосредственной подстановкой (9) в (7) и после несложных вычислений нетрудно получить, что энергия излучения при пролете на расстоянии  $a$  от края полубесконечного экрана дается выражением

$$\frac{d\mathcal{E}_\omega}{d\omega d\Omega} = \frac{e^2 \beta^2 \sin^2 \phi \cos^2 \psi}{4\pi^2 c \Gamma^2} \exp \left\{ -2 \frac{a\omega \sin \vartheta}{v \sin \phi} \Gamma \right\} \times \left( 1 - \frac{\beta \cos \phi}{\cos \psi} \right)^2 \sin^2 \varphi + \left[ (\beta \cos \phi - \cos \psi) (\cos \varphi - \operatorname{tg} \psi \operatorname{ctg} \phi \cos \vartheta) - \frac{\operatorname{tg} \psi \cos \vartheta}{\gamma^2 \beta \sin \phi} \right]^2 + \left( \frac{\operatorname{tg} \psi \sin \vartheta}{\beta \sin \phi} \Gamma \right)^2 \quad (12)$$

$$\times \frac{1}{\Gamma^2 \sin^2 \vartheta + [\beta \sin \phi \sin \psi \cos \varphi - \cos \vartheta (1 - \beta \cos \psi \cos \varphi)]^2},$$

где  $\Gamma = \sqrt{(1 - \beta \cos \phi \cos \psi)^2 - \beta^2 \sin^2 \phi \sin^2 \psi}$ ,  $\beta = v/c$ .

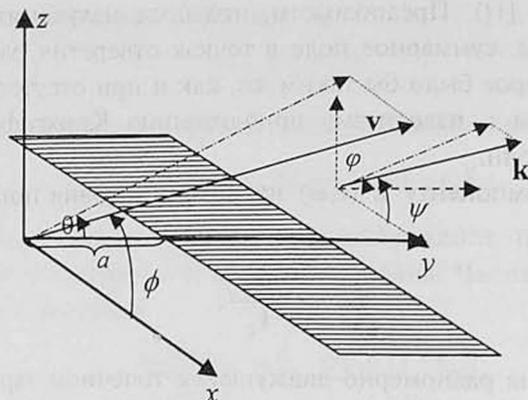


Рис.1.

Сравним (12) с результатами работ [3,4], где, как уже было сказано, методом Винера–Хопфа найдены точные формулы для дифракционного излучения при частной геометрии пролета частицы мимо полубесконечного и идеально проводящего экрана: при  $\phi = \pi/2$  и  $\vartheta = \pi/2$ , соответственно. Численный анализ показывает, что разница значений плотностей энергий, полученных в [3,4] и в настоящей работе (формула (12)), на полуширине распределения не превышает 0.01%.

В заключение автор выражает благодарность проф. Г.К.Аветисяну за постановку задачи и помощь в работе.

Работа финансировалась грантом NFSAT PH 082-02 / CRDF 12023.

## ЛИТЕРАТУРА

1. М.Л.Тер-Микаелян. Влияние среды на электромагнитные процессы при высоких энергиях. Ереван, изд. АН Арм.ССР, 1969.
2. Ю.Н.Днестрянский, Д.П.Костомаров. ДАН СССР, **124**, 1026 (1959).
3. А.П.Казанцев, Г.И.Сурдутович. ДАН СССР, **147**, 74 (1962).
4. Д.М.Седракян. Изв. АН Арм.ССР (серия физ.-мат. наук), **16**, 115 (1963). **17**, 103 (1964).
5. М.Л.Тер-Микаелян, Б.В.Хачатрян. ДАН Арм.ССР, **40**, 13 (1965).
6. Б.В.Хачатрян. Изв. АН Арм.ССР (серия физ.-мат. наук), **18**, 133 (1965).
7. Б.М. Болотовский, Е.А. Галстян. УФН, **170**, 809 (2000).
8. M.J.Moran, V.Chang. Nucl. Instr. and Meth. B, **40/41**, 970 (1989). M.Castellano. Nucl. Instr. And Meth. A, **394**, 275 (1997). D.W.Rule, R.B.Fiorito, W.D.Kimura. in: A.H.Lumpkin, C.Eyberger (eds.), AIP Conference Proceedings, **390**, 510 (1997). R.B.Fiorito, D.W.Rule. Nucl. Instr. and Meth. B, **173**, 67 (2001). A.P.Potylitsyn, N.A.Potylitsyn. Preprint, lanl. arXiv physics/0002034 (2000). Y.Shibata et al. Phys. Rev. E, **52**, 6787 (1995). B.Feig et al. Nucl. Instr. and Meth. A, **475**, 492 (2001).

## ON THE DIFFRACTION RADIATION OF FAST PARTICLES

M.G. POGHOSYAN

Based on the Huygens approach the diffraction radiation of a fast particle passing at an arbitrary angle through the aperture with an arbitrary shape on an ideally conducting screen is studied.

УДК 621.384

## СВЯЗАННАЯ НЕУСТОЙЧИВОСТЬ ЭЛЕКТРОНОВ В СИЛЬНОТОЧНЫХ НАКОПИТЕЛЯХ

Д.К. КАЛАНТАРЯН<sup>1,2</sup>, Ю.Л. МАРТИРОСЯН<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Центр синхротронного излучения CANDLE

<sup>2</sup>Ереванский государственный университет

(Поступила в редакцию 13 августа 2003 г.)

Исследовано влияние пространственного заряда на динамику электронного пучка в накопительном кольце. Разработана методика расчета смещения числа бетатронных колебаний в случае нормально ориентированного пучка и наличия связи горизонтальных и вертикальных колебаний. Показано, что при наличии связи поперечных колебаний близость к разностному резонансу существенно ограничивает предельный ток в кольце. Результаты исследований применены для оценки предельного тока пучка в накопителе CANDLE и диагностики нестабильности пучка.

### 1. Введение

Получение интенсивных электронных пучков большой яркости в источниках синхротронного излучения (СИ) третьего поколения требует обеспечения малых эмиттансов пучка и большого циркулирующего тока в кольце. Увеличение плотности частиц в единице фазового объема поперечных колебаний частиц в свою очередь приводит к усилению коллективных эффектов, среди которых важное место занимают эффекты взаимодействия частиц с собственными полями пространственного заряда пучка.

В настоящей работе исследовано смещение числа бетатронных колебаний в накопителе электронов, вызванных силами пространственного заряда. Разработана методика линейного матричного формализма, которая применена для оценки этих эффектов в накопителе электронов источника СИ CANDLE. Для учета связи поперечных колебаний анализ проведен в четырехмерном фазовом пространстве, что позволяет замкнуть область устойчивости поперечных колебаний частиц в пучке и детектировать возможные потери.

### 2. Уравнения движения

Как известно [1], лагранжиан заряженной частицы с импульсом  $p$  и зарядом  $e$  в магнитном поле с векторным потенциалом  $A(x, y, s)$  имеет вид

$$L = \left| \frac{d\mathbf{r}}{ds} \right| + \frac{e}{p} \cdot \frac{d\mathbf{r}}{ds} \cdot \mathbf{A}. \quad (1)$$

В натуральной системе координат  $(x, y, s)$ , связанной с идеальной орбитой в накопителе (рис.1), уравнения траектории частицы в фазовом пространстве  $(x, p_x, y, p_y)$  принимают вид

$$\frac{dx}{ds} = \frac{1 - h_0 \cdot x}{\sqrt{1 - p_x^2 - p_y^2}} \cdot p_x, \quad \frac{dy}{ds} = \frac{1 - h_0 \cdot x}{\sqrt{1 - p_x^2 - p_y^2}} \cdot p_y \quad (2)$$

$$\frac{dp_x}{ds} = -h_0 \sqrt{1 - p_x^2 - p_y^2} + \frac{e}{p} (1 - h_0 \cdot x) \left\{ \frac{p_y}{\sqrt{1 - p_x^2 - p_y^2}} B_s - B_y \right\} + \frac{1}{p \cdot v} \frac{1 - h_0 \cdot x}{\sqrt{1 - p_x^2 - p_y^2}} F_{x,s},$$

$$\frac{dp_y}{ds} = \frac{e}{p} \cdot (1 - h_0 \cdot x) \cdot \left\{ B_x - \frac{p_x}{\sqrt{1 - p_x^2 - p_y^2}} \cdot B_s \right\} + \frac{1}{p \cdot v} \cdot \frac{1 - h_0 \cdot x}{\sqrt{1 - p_x^2 - p_y^2}} \cdot F_{y,s},$$

где  $p_x, p_y$  – сопряженные импульсы,  $h_0(s) = -(e/p) \cdot B_y(0,0,s)$  – кривизна траектории в поворотных магнитах,  $s$  – продольная координата вдоль идеальной замкнутой орбиты. Последние члены в правых частях двух последних уравнений представляют собой отталкивающие силы, обусловленные пространственным зарядом пучка.

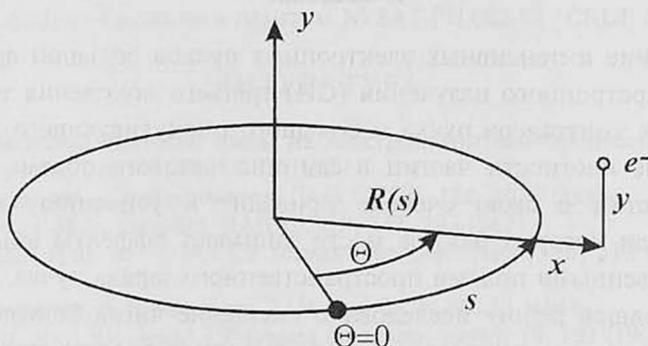


Рис.1. Натуральная система координат.

Систему уравнений (2) мы будем решать в линейном приближении, включая в уравнения движения только поперечные магнитные поля и пренебрегая эффектами краевых магнитных полей. Так как в общем случае эти уравнения связаны, то мы будем использовать четырехмерную матричную теорию динамики частиц в ускорителях. Однако для дальнейшего продвижения вперед, наряду с хорошо известными внешними силами от поворотных и квадрупольных магнитов, нам понадобятся также явные выражения для сил, вызванных пространственным зарядом пучка. Этому посвящен следующий раздел статьи.

### 3. Силы пространственного заряда пучка

Для явного представления сил пространственного заряда пучка мы сделаем следующие предположения о распределении частиц в пучке. 1) Приближение непрерывного релятивистского протяженного пучка, т.е. продольный размер пучка во много раз больше, чем его поперечные размеры (для пучка CANDLE этот параметр равен 50). Таким образом учитываются только поперечные силы пространственного заряда и игнорируются продольные силы. 2) Электронный пучок имеет эллиптическое поперечное сечение, внутри которого частицы имеют однородное распределение по двум координатным осям (в таком пучке силы меняются линейно от поперечных координат). 3) Допускается приближение монохроматичности пучка и пренебрегается малым разбросом (порядка  $10^{-3}$ ) частиц по импульсам внутри пучка.

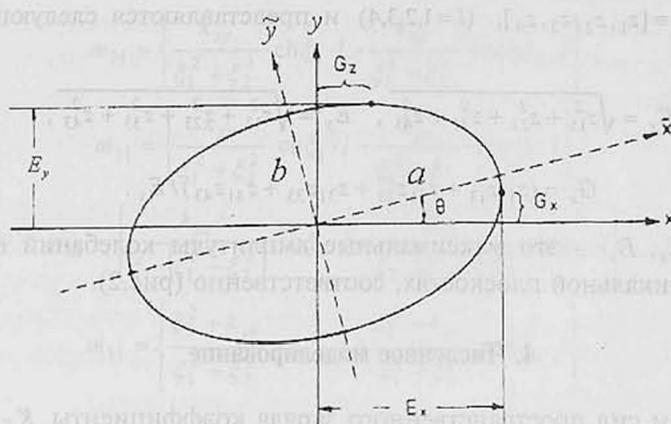


Рис.2. Поперечное сечение пучка с наклонным эллипсом.

С учетом этих предположений, силы пространственного заряда можно представить в виде [2]

$$F_{x,s} = \frac{e \cdot \lambda}{\pi \cdot \epsilon_0 \cdot \gamma^2} \cdot (F_{xx} \cdot x + F_{xy} \cdot y), \quad F_{y,s} = \frac{e \cdot \lambda}{\pi \cdot \epsilon_0 \cdot \gamma^2} \cdot (F_{yx} \cdot x + F_{yy} \cdot y), \quad (3)$$

где

$$F_{xy} = F_{yx} = \frac{1}{a+b} \cdot \left( \frac{1}{a} - \frac{1}{b} \right) \cdot \sin \Theta \cdot \cos \Theta, \quad (4)$$

$$F_{xx} = \frac{1}{a+b} \cdot \left( \frac{1}{a} \cdot \cos^2 \Theta + \frac{1}{b} \cdot \sin^2 \Theta \right); \quad F_{yy} = \frac{1}{a+b} \cdot \left( \frac{1}{a} \cdot \sin^2 \Theta + \frac{1}{b} \cdot \cos^2 \Theta \right).$$

Здесь  $\lambda$  – линейная плотность заряда, а смысл остальных параметров показан на рис.2. Как показано в [3], зависимость уравнений огибающих траекторий от типа распределения (гауссовское или равномерное) частиц внутри пучка несущественна. Поэтому в наших дальнейших расчетах мы будем пред-

полагать равномерное распределение частиц внутри пучка.

Как видно из (4), при нормальной ориентации пучка ( $\Theta = 0$ ), когда оси эллипса совпадают с осями поперечных координат и/или для пучка с круглым поперечным сечением члены, характеризующие связь поперечных колебаний, исчезают, уравнения движения частиц становятся независимыми.

Величина угла наклона эллипса поперечного сечения пучка в точке  $s$  вдоль орбиты определяется из характеристических параметров эллипса по формуле

$$\tan 2\Theta = \frac{2E_x G_x}{E_x^2 - E_y^2}, \quad (5)$$

где характеристические параметры эллипса  $E_x, E_y, G_x$  в свою очередь определяются вектором состояния частицы в заданной точке орбиты  $z_i = [x, x', y, y']_i \equiv [z_1, z_2, z_3, z_4]_i$  ( $i = 1, 2, 3, 4$ ) и представляются следующим образом:

$$E_x = \sqrt{z_{11}^2 + z_{21}^2 + z_{31}^2 + z_{41}^2}, \quad E_y = \sqrt{z_{13}^2 + z_{23}^2 + z_{33}^2 + z_{43}^2}, \quad (6)$$

$$G_x = (z_{11}z_{13} + z_{21}z_{23} + z_{31}z_{33} + z_{41}z_{43}) / E_x.$$

В частности,  $E_x, E_y$  – это максимальные амплитуды колебаний в горизонтальной и вертикальной плоскостях, соответственно (рис.2).

#### 4. Численное моделирование

С учетом сил пространственного заряда коэффициенты  $K_E$  в уравнениях движения, характеризующие фокусирующие свойства магнитов, можно представить в виде

$$K_E = k_E - k_s, \quad (7)$$

где  $k_E$  и  $k_s$  – фокусирующие параметры для внешних и собственных полей, соответственно. Такая замена позволяет получить четырехмерные матрицы перехода для всех типов магнитов и свободного промежутка. В частности, явный вид элементов матрицы перехода фокусирующего квадруполь с длиной  $l$  имеет вид

$$M_{FQ} = [m_{ij}], \quad i, j = 1 \dots 4, \quad (8)$$

$$m_{11} = \left\{ \frac{\xi_2^2 - k_{xx}}{\xi_1^2 + \xi_2^2} \cdot \text{ch} \xi_1 \cdot l + \frac{\xi_1^2 + k_{xx}}{\xi_1^2 + \xi_2^2} \cdot \cos \xi_2 \cdot l \right\},$$

$$m_{12} = \left\{ \frac{\xi_2^2 - k_{xx}}{\xi_1 \cdot (\xi_1^2 + \xi_2^2)} \cdot \text{sh} \xi_1 \cdot l + \frac{\xi_1^2 + k_{xx}}{\xi_2 \cdot (\xi_1^2 + \xi_2^2)} \cdot \sin \xi_2 \cdot l \right\},$$

$$\begin{aligned}
m_{13} &= \left\{ \frac{k_{xy}}{\xi_1^2 + \xi_2^2} \cdot \operatorname{ch} \xi_1 \cdot l - \frac{k_{xy}}{\xi_1^2 + \xi_2^2} \cdot \cos \xi_2 \cdot l \right\}, \\
m_{14} &= \left\{ \frac{k_{xy}}{\xi_1 \cdot (\xi_1^2 + \xi_2^2)} \cdot \operatorname{sh} \xi_1 \cdot l - \frac{k_{xy}}{\xi_2 \cdot (\xi_1^2 + \xi_2^2)} \cdot \sin \xi_2 \cdot l \right\}, \\
m_{21} &= \left\{ \xi_1 \cdot \frac{\xi_2^2 - k_{xx}}{\xi_1^2 + \xi_2^2} \cdot \operatorname{sh} \xi_1 \cdot l - \xi_2 \cdot \frac{\xi_1^2 + k_{xx}}{\xi_1^2 + \xi_2^2} \cdot \sin \xi_2 \cdot l \right\}, \\
m_{22} &= \left\{ \frac{\xi_2^2 - k_{xx}}{\xi_1^2 + \xi_2^2} \cdot \operatorname{ch} \xi_1 \cdot l + \frac{\xi_1^2 + k_{xx}}{\xi_1^2 + \xi_2^2} \cdot \cos \xi_2 \cdot l \right\}, \\
m_{23} &= \left\{ \xi_1 \cdot \frac{k_{xy}}{\xi_1^2 + \xi_2^2} \cdot \operatorname{sh} \xi_1 \cdot l + \xi_2 \cdot \frac{k_{xy}}{\xi_1^2 + \xi_2^2} \cdot \sin \xi_2 \cdot l \right\}, \\
m_{24} &= \left\{ \frac{k_{xy}}{\xi_1^2 + \xi_2^2} \cdot \operatorname{ch} \xi_1 \cdot l - \frac{k_{xy}}{\xi_1^2 + \xi_2^2} \cdot \cos \xi_2 \cdot l \right\}, \\
m_{31} &= \left\{ \frac{k_{yx}}{\xi_1^2 + \xi_2^2} \cdot \operatorname{ch} \xi_1 \cdot l - \frac{k_{yx}}{\xi_1^2 + \xi_2^2} \cdot \cos \xi_2 \cdot l \right\}, \\
m_{32} &= \left\{ \frac{k_{yx}}{\xi_1 \cdot (\xi_1^2 + \xi_2^2)} \cdot \operatorname{sh} \xi_1 \cdot l - \frac{k_{yx}}{\xi_2 \cdot (\xi_1^2 + \xi_2^2)} \cdot \sin \xi_2 \cdot l \right\}, \\
m_{33} &= \left\{ \frac{\xi_2^2 + k_{yy}}{\xi_1^2 + \xi_2^2} \cdot \operatorname{ch} \xi_1 \cdot l + \frac{\xi_1^2 - k_{yy}}{\xi_1^2 + \xi_2^2} \cdot \cos \xi_2 \cdot l \right\}, \\
m_{34} &= \left\{ \frac{\xi_2^2 + k_{yy}}{\xi_1 \cdot (\xi_1^2 + \xi_2^2)} \cdot \operatorname{sh} \xi_1 \cdot l + \frac{\xi_1^2 - k_{yy}}{\xi_2 \cdot (\xi_1^2 + \xi_2^2)} \cdot \sin \xi_2 \cdot l \right\}, \\
m_{41} &= \left\{ \xi_1 \cdot \frac{k_{yx}}{\xi_1^2 + \xi_2^2} \cdot \operatorname{sh} \xi_1 \cdot l + \xi_2 \cdot \frac{k_{yx}}{\xi_1^2 + \xi_2^2} \cdot \sin \xi_2 \cdot l \right\}, \\
m_{42} &= \left\{ \frac{k_{yx}}{\xi_1^2 + \xi_2^2} \cdot \operatorname{ch} \xi_1 \cdot l - \frac{k_{yx}}{\xi_1^2 + \xi_2^2} \cdot \cos \xi_2 \cdot l \right\}, \\
m_{43} &= \left\{ \xi_1 \cdot \frac{\xi_2^2 + k_{yy}}{\xi_1^2 + \xi_2^2} \cdot \operatorname{ch} \xi_1 \cdot l - \xi_2 \cdot \frac{\xi_1^2 - k_{yy}}{\xi_1^2 + \xi_2^2} \cdot \sin \xi_2 \cdot l \right\}, \\
m_{44} &= \left\{ \frac{\xi_2^2 + k_{yy}}{\xi_1^2 + \xi_2^2} \cdot \operatorname{ch} \xi_1 \cdot l + \frac{\xi_1^2 - k_{yy}}{\xi_1^2 + \xi_2^2} \cdot \cos \xi_2 \cdot l \right\},
\end{aligned} \tag{9}$$

где

$$\xi_{1,2} = \left( \frac{\sqrt{(k_{yy} - k_{xx})^2 + (k_{xx} \cdot k_{yy} + k_{xy} \cdot k_{yx})} \pm (k_{yy} - k_{xx})}{2} \right)^{1/2}, \tag{10}$$

$$k_{xx} = k_F - A \cdot F_{xx}; \quad k_{yy} = k_F + A \cdot F_{yy}, \quad k_{xy} = -A \cdot F_{xy}; \quad k_{yx} = -A \cdot F_{yx},$$

$$A = \frac{\lambda \cdot r_e}{\gamma^3} \cdot f; \quad \lambda = \frac{N_b}{l_b}.$$

Здесь  $\gamma$  – Лоренц-фактор электрона,  $r_e = 2.82 \cdot 10^{-15}$  м – классический радиус электрона,  $l_b$  – длина одного сгустка,  $N_b$  – число частиц в сгустке. Для остальных элементов магнитной системы матрицу перехода можно получить подходящей заменой обозначений.

Параметр  $f$  отражает влияние стенок вакуумной камеры и полюсных наконечников магнитов:

$$f = 1 / \{1 + b(a + b)[E_1(1 + B \cdot \beta^2 \cdot \gamma^2) / h^2 + E_2(1 + C_m \cdot B \cdot \beta^2 \cdot \gamma^2) / g^2]\}, \quad (11)$$

где  $a$  – большая (горизонтальная) полуось эллиптического пучка,  $b$  – малая (вертикальная) полуось эллиптического пучка,  $h$  – полувысота вакуумной камеры,  $g$  – полувысота зазора магнита,  $C_m$  – отношение суммарной длины магнитов к периметру кольца,  $B$  – коэффициент, учитывающий эффект группировки пучка [4]. Для параметров вакуумной камеры CANDLE  $B = 0,012$ ,  $E_1 = 0,172$ ,  $E_2 = 0,2$  и величина  $f = 0,48$ .

На примере накопительного кольца CANDLE было проведено численное моделирование эффектов пространственного заряда на базе MATLAB [5].

Накопительное кольцо CANDLE с периметром 216 м состоит из 16 идентичных суперпериодов [6], которые представляют собой ахроматичные ячейки типа Чесмана-Грина. Параметры магнитных элементов накопителя CANDLE приведены в табл.1.

Таблица 1. Параметры магнитных элементов накопителя CANDLE.

Магнит	Диполь	Квадруполь QF	Квадруполь QFC	Квадруполь QD
Длина, L (mm)	1450	380	500	160
Градиент, G (Тл/м)	3,3	16,5	17,0	12,9
Вписанный радиус, R (mm)	44	35	35	35

Ограничение на значение предельного тока в кольце 0.35А в основном связано с эффектом внутрипучкового рассеяния (эффект Тушека [7]), который определяет время жизни пучка равным 18,4 часа. Из-за нестабильности, связанной с концентрацией ионов остаточного газа в вакуумной камере, в накопителе CANDLE заполняются только 282 пучка из 360 возможных [6]. Это соответствует значению предельного числа частиц в одном сгустке  $N_b = 0,56 \cdot 10^{10}$ .

Как показывают численные результаты, ограничение на предельное число частиц в пучке сильно проявляется в случае наклонного в поперечном сечении пучка из-за разностного резонанса. Это хорошо видно на рис.3, где

приведен график зависимости частот вертикальных и горизонтальных бетатронных колебаний от числа частиц в пучке. Резонансному значению соответствует предельное число частиц в сгустке  $N_b = 2.7 \cdot 10^{11}$ . Причиной возбуждения разностного резонанса является близость дробных частей частот горизонтальных и вертикальных колебаний (13.22 и 4.26, соответственно), а также, как следует из (4), сильное влияние сил пространственного заряда на вертикальные колебания частиц (рис.3). Однако данное ограничение далеко от предельного расчетного числа частиц  $0.56 \cdot 10^{10}$  и не представляет опасности для устойчивого движения пучка в ускорителе.

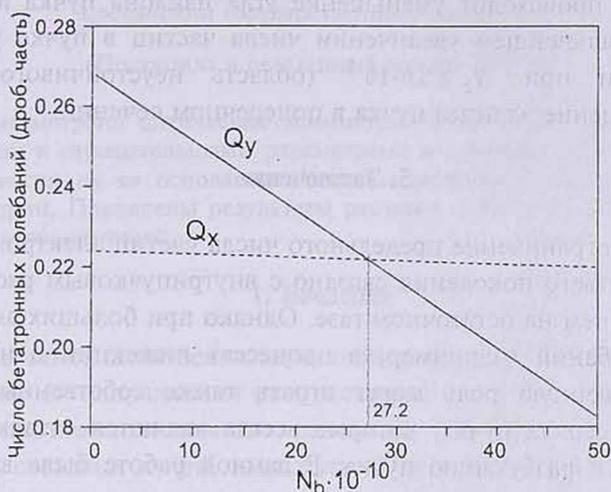


Рис.3. Зависимость горизонтальных и вертикальных чисел бетатронных колебаний от популяции частиц в пучке.

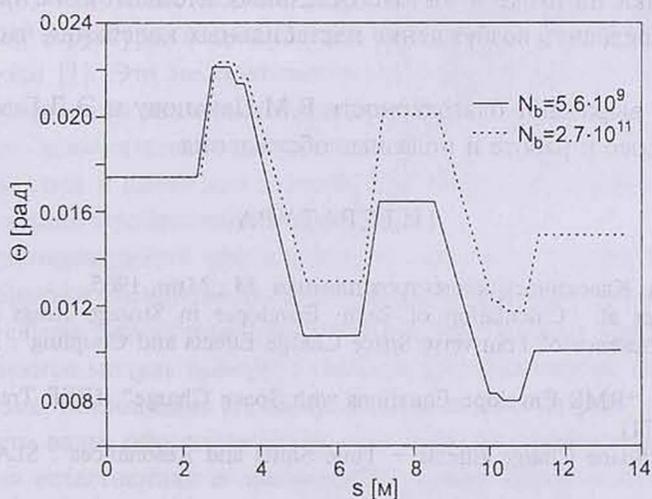


Рис.4. Зависимость угла наклона пучка от продольной координаты: а) при  $N_b = 0.56 \cdot 10^{10}$ , б) при  $N_b = 2.7 \cdot 10^{10}$ .



На рис.4 показано изменение угла наклона поперечного эллипса пучка в зависимости от продольной координаты на входе/выходе каждого элемента магнитной структуры одного суперпериода для расчетных параметров пучка.

Для начального угла наклона пучка в поперечном сечении было выбрано значение 1 град, что приблизительно соответствует величине коэффициента связи один процент. На рисунке можно заметить колебания угла наклона с малой амплитудой порядка 0,005 рад после прохождения пучком квадрупольных магнитов. При расчетном значении частиц в пучке, как видно из рис.4, происходит уменьшение угла наклона пучка в поперечном сечении. При дальнейшем увеличении числа частиц в пучке угол наклона увеличивается и при  $N_b \geq 5,6 \cdot 10^{11}$  (область неустойчивого движения), происходит вращение эллипса пучка в поперечном сечении.

## 5. Заключение

Обычно ограничение предельного числа частиц электронного пучка в накопителях третьего поколения связано с внутривпучковым рассеянием частиц или рассеянием на остаточном газе. Однако при больших амплитудах бетатронных колебаний (например, в процессах инжекции в накопительное кольцо) существенную роль могут играть также собственные силы пространственного заряда пучка, которые всегда являются отталкивающими и могут привести к разбуханию пучка. В данной работе была выявлена важность учета разностного резонанса, возникающего из-за связи поперечных колебаний, индуцируемой пространственным зарядом пучка. Результаты исследования и приведенная методика расчета позволяют оценить физические параметры пучка на входе и выходе отдельных элементов магнитной структуры и предопределить возбуждение нестабильных колебаний частиц в накопителе.

Авторы выражают благодарность В.М.Цаканову и Э.Д.Газазяну за постоянный интерес к работе и полезные обсуждения.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Дж. Джексон. Классическая электродинамика. М., Мир, 1965.
2. I.Borchardt et al. "Calculation of Beam Envelopes in Storage Rings and Transport Systems in Presence of Transverse Space Charge Effects and Coupling", DESY 87-161, 1987.
3. F.J.Sacherer. "RMS Envelope Equations with Space Charge". IEEE Trans. Nucl. Sci., 18, 1105 (1971).
4. W.T.Weng. "Space Charge Effects – Tune Shifts and Resonances". SLAC-PUB-4058, 1986.
5. MATLAB. The Language of Technical Computing, <http://www.mathworks.com>.
6. CANDLE-Conceptual Design Report, Yerevan, 2002.
7. A.Piwinski. The Touschek effect in Strong Focusing Storage Rings. DESY 98-179, Nov. 1998, ISSN 0418-9833, 22 p.

УДК.548.0

## ОПТИКА НЕОБРАТИМЫХ И ДИФРАКЦИОННЫХ АСИММЕТРИЧНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ И НАКОПИТЕЛЕЙ

О.С. ЕРИЦЯН, О.М. АРАКЕЛЯН

Ереванский государственный университет

(Поступила в редакцию 8 января 2003 г.)

Рассмотрена оптическая асимметрия спиральных структур с положительными и отрицательными параметрами и показана возможность накопления энергии на ее основании. Указаны различные механизмы оптической асимметрии. Приведены результаты расчетов оптически асимметричных элементов и накопителей.

### 1. Введение

Как известно, оптические характеристики сред, будучи, вообще говоря, зависящими от направления распространения света, одинаковы для любых взаимно противоположных направлений. Это связано с общеизвестной обратимостью световых лучей, выражаемой тем, что дисперсионное уравнение содержит только четные степени волнового вектора. Обратимость имеет место для негиротропных и гиротропных однородных и неоднородных кристаллов, для магнитоактивных сред, для сред со спиральной структурой.

Однако, как известно, в средах с право-левой асимметрией пространственной структуры в присутствии магнитного поля имеет место необратимость волн [1]. Эта необратимость, заключающаяся в нецентросимметричности поверхности волновых векторов (ПВВ), приводит, в свою очередь, к оптической асимметрии – неодинаковости ряда оптических параметров безграничных сред и слоев для взаимно противоположных направлений распространения (или прохождения через слой).

В настоящей работе продолжено исследование установленных авторами ранее эффектов указанной выше неодинаковости оптических параметров.

А. В случае однородных естественно гиротропных сред такими параметрами являются модуль поворота плоскости поляризации, величина кругового дихроизма, поглощение [1]. Возникновение асимметрии, вытекающей из необратимости волн, обусловлено тем, что если при одном направлении распространения естественная и магнитооптическая активности складываются, то при обратном направлении распространения они вычитаются [1].

Б. В средах со спиральной структурой (холестерические жидкие кристаллы, среды со спиральной магнитной структурой) в присутствии магнитно-

го поля механизм необратимости и вытекающей из нее асимметрии имеет тот же характер, что и в случае А, причем вместо естественной гиротропии выступает вращательная способность, обусловленная закрученностью среды. В оптическую асимметрию, по сравнению со случаем изотропных однородных естественно гиротропных сред в магнитном поле, добавляется, в частности, асимметрия коэффициентов отражения и прохождения в связи с дифракционным характером взаимодействия волны со средой [1].

Следующие два проявления асимметрии не связаны с необратимостью волн (которая имеет место также в магнитоэлектрических средах [2,3] и указанных выше магнитоактивных средах при учете неаддитивных вкладов естественной и магнитооптической активностей в материальные уравнения [4]) и имеют дифракционное происхождение.

В. В слоях со спиральной структурой с градиентом параметров асимметрия обусловлена дифракцией в объеме право-лево асимметричной среды. Асимметрия проявляется благодаря двум взаимосвязанным эффектам: эволюции поляризации в слое и поляризационной зависимости характеристик каждого подслоя [5].

Г. Асимметрия из-за дифракции на непрозрачном экране на границе раздела двух сред. Этот вариант будет рассмотрен в пункте 4.

В настоящей работе, следуя [5], продолжим исследование возможностей создания оптически асимметричных элементов (АЭ) – диодов со спиральной структурой и накопителей на их основании – в присутствии и в отсутствие необратимости волн.

В пункте 2 проведен численный расчет асимметричных элементов. В третьем пункте рассмотрены различные варианты накопителей. Предложен также способ вывода пучка из накопителя. В четвертом пункте рассмотрена оптическая асимметрия при дифракции на непрозрачном экране на границе двух сред с разными электромагнитными параметрами. В конце работы приводится краткое обсуждение.

## 2. Дисперсионное уравнение. Граничная задача

В спиральной среде с осью  $z'$  введем локальные оси  $x'$ ,  $y'$ , направленные в каждой точке среды вдоль главных направлений тензоров диэлектрической и магнитной проницаемостей ( $\varepsilon_{x'x'} = \varepsilon_1$ ,  $\varepsilon_{y'y'} = \varepsilon_2$ ,  $\mu_{x'x'} = \mu_1$ ,  $\mu_{y'y'} = \mu_2$ ).

Рассмотрим распространение волны частоты  $\omega$  вдоль оси  $z'$ . Связь между компонентами  $\mathcal{E}_{mx}$ ,  $\mathcal{E}_{my}$  полей, отнесенными к осям  $x'$ ,  $y'$ , и лабораторными компонентами  $E_x$ ,  $E_y$  дается соотношениями

$$\begin{aligned} E_x &= \left\{ \left( \sum_m \mathcal{E}_{mx} e^{iK_m Z} \right) \cos az + \left( \sum_m \mathcal{E}_{my} e^{iK_m Z} \right) \sin az \right\}, \\ E_y &= \left\{ \left( \sum_m \mathcal{E}_{my} e^{iK_m Z} \right) \cos az - \left( \sum_m \mathcal{E}_{mx} e^{iK_m Z} \right) \sin az \right\}. \end{aligned} \quad (1)$$

Перейдя в волновом уравнении к компонентам  $\mathcal{E}_{mx,my}$ , приходим к следующе-

му дисперсионному уравнению [1]:

$$K^4 - PK^2 - Q = 0, \quad (2)$$

где  $P = 2a^2 + \frac{\omega^2}{c^2}(\varepsilon_1\mu_2 + \varepsilon_2\mu_1)$ ,  $Q = -a^4 + \frac{\omega^2}{c^2}a^2(\varepsilon_1\mu_1 + \varepsilon_2\mu_2) - \frac{\omega^4}{c^4}\varepsilon_1\varepsilon_2\mu_1\mu_2$ ,

$a = 2\pi/\sigma$ ,  $\sigma$  – шаг спирали,  $K = 2\pi/\lambda'$ ,  $\lambda'$  – пространственный период поля в локальной системе. В соответствии с тем, что уравнение (2) – четвертой степени, в (1) величина  $m$  пробегает значения от 1 до 4.

Соотношения (1) и (2) дают возможность решить граничную задачу отражения и прохождения для многослойных и слоистых структур.

В случае слоистого спирального слоя, из-за присутствия градиентов параметров, волновое уравнение не имеет точного решения даже в локальной системе координат [5]. Поэтому граничная задача решается разбиением слоя на подслои, в каждом из которых параметры можно считать постоянными.

Расчет для самой простой системы – двухслойной немагнитной пластинки (параметры слоев: шаги спирали  $\sigma_1 = 0.42$  мкм,  $\sigma_2 = 0.41$  мкм, толщины слоев соответственно  $d_1 = 10\sigma_1$ ,  $d_2 = 10\sigma_2$ , компоненты диэлектрического тензора для обоих подслоев  $\varepsilon_1 = 2.29$ ,  $\varepsilon_2 = 2.143$ ) показали присутствие асимметрии, в соответствии с [5].

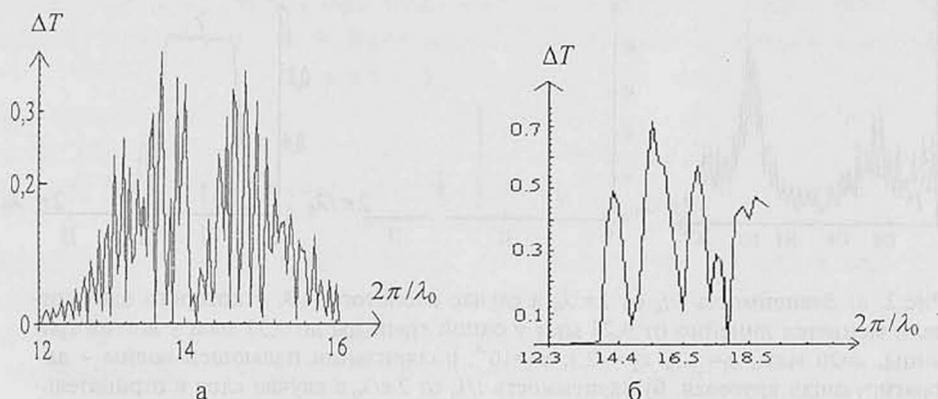


Рис.1. Зависимость  $\Delta T$  от  $2\pi/\lambda_0$  для слоистой среды. а)  $\varepsilon_1 = 2.29$ ,  $\varepsilon_2 = 2.143$ , шаг спирали  $\sigma$  меняется по линейному закону от 0.28 мкм до 0.32 мкм [5]. б)  $\varepsilon_1 = 1.5$ ,  $\varepsilon_2' = -2.1$ ,  $\varepsilon_2'' = 10^{-6}$ , шаг спирали  $\sigma$  меняется по кубическому закону от значения 0.28 мкм на одной границе до 1.7 мкм на другой границе. В обоих случаях толщина слоев  $d = 20$  мкм, поляризация – круговая дифрагирующая.

На рис.1 показана зависимость  $\Delta T$  от  $2\pi/\lambda_0$  ( $\lambda_0$  – длина волны в вакууме в микронах) для более общего случая – для слоистой пластинки ( $\Delta T = |T_1 - T_2|$ ,  $T_1, T_2$  – коэффициенты прохождения по интенсивности во взаимно противоположных направлениях;  $T_1$  – коэффициент прохождения в слу-

чае, когда волна падает со стороны той границы, на которой шаг спирали наименьший). Поляризация падающих с обеих сторон волн – дифрагирующая круговая.

Как показывают наши расчеты, закон изменения параметров слоистой среды, а также внешние воздействия, являются факторами, влияющими на диодный эффект (ср., например, рис.1а с рис.1б).

### 3. Расчет накопителей

Асимметрия энергетического пропускания (диодный эффект) может служить для создания накопителей энергии. Асимметрия пропускания в накопителях I, II, III (см. ниже) обусловлена как асимметрией пропускания отдельного АЭ, так и изменением поляризации при отражениях между разными элементами в накопителе.

I. Накопители со слоистым асимметричным элементом и зеркалом; накопление происходит в объеме между ними.

Результаты численных расчетов приведены на рис.2а,б, где  $I_0$  – интенсивность излучения, падающего со стороны спирального слоя на накопитель,  $I$  – суммарная интенсивность прямой и обратной волн в области накопления.

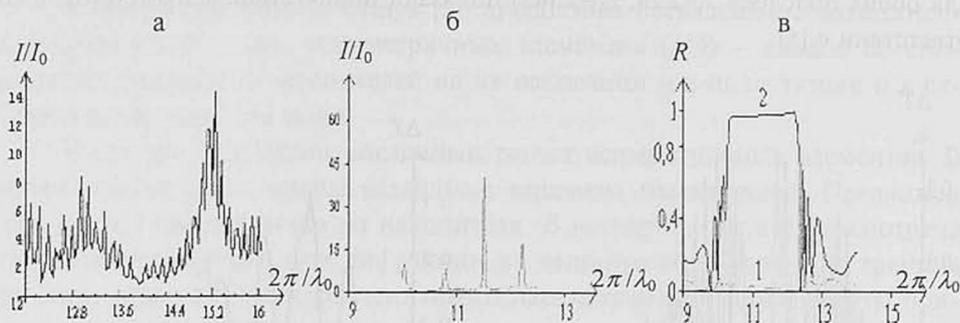


Рис.2. а) Зависимость  $I/I_0$  от  $2\pi/\lambda_0$  в случае слоистого АЭ, у которого шаг спирали меняется линейно от 0,28 мкм у одной границы до 0,32 мкм у другой границы,  $d=20$  мкм,  $\epsilon_1=1.5$ ,  $\epsilon_2=-2.1$ ,  $\epsilon''_2=10^{-6}$ , поляризация падающей волны – дифрагирующая круговая. б) Зависимость  $I/I_0$  от  $2\pi/\lambda_0$  в случае слоя с отрицательными параметрами:  $\epsilon_1=-1.5$ ,  $\epsilon''_1=10^{-4}$ ,  $\epsilon_2=-2.1$ ,  $\epsilon''_2=10^{-4}$ ,  $\mu_1=\mu_2=-1$ ,  $\mu''_1=\mu''_2=10^{-4}$ ,  $d=100\sigma$ ,  $\sigma=0,42$  мкм, поляризация падающей волны – плоская. в) Селективность отражения к поляризации: 1 –  $\epsilon_1=1.5$ ,  $\epsilon''_1=10^{-4}$ ,  $\epsilon_2=2.1$ ,  $\epsilon''_2=10^{-4}$ ,  $\mu_1=\mu_2=1$ ,  $\mu''_1=\mu''_2=10^{-4}$ , 2 –  $\epsilon_{ij}$  и  $\mu_{ij}$  те же, что и для кривой 1, но с обратным знаком их действительных частей; в обоих случаях  $d=100\sigma$ ,  $\sigma=0,42$  мкм.

Не приводя соответствующей кривой, отметим относительно рис.2а, что при замене  $\epsilon_2=-2.1$  на  $\epsilon_2=2.1$  при неизменных значениях остальных параметров максимум  $I/I_0$  снижается приблизительно до 5.

Заметим, что в случае спирального слоя с отрицательными параметрами (рис.2б) для величины  $I/I_0$  получено максимальное значение около 50. На рис.2в показана одна из особенностей такой спиральной структуры. На этом

рисунке приведена зависимость коэффициента отражения для левозакрученных спиральных слоев при падении на них волны с круговой поляризацией, недифрагирующей в случае слоя с положительными параметрами. Кривая 1 соответствует спиральному слою с  $\epsilon_{ij} > 0$ ,  $\mu_{ij} > 0$ , кривая 2 – слою с  $\epsilon_{ij} < 0$ ,  $\mu_{ij} < 0$ . Отметим, что в настоящее время ведутся исследования по созданию веществ с  $\epsilon_{ij} < 0$ ,  $\mu_{ij} < 0$  [6,7].

II. Накопители с безградиентным спиральным слоем и зеркалом. Этот случай представлен на рис.3а. Рис.3б описывает зависимость  $I/I_0$  от расстояния между зеркалом и АЭ, изменяющегося из-за изменения толщины спирального слоя (при изменении толщины слоя меняется положение только его границы, обращенной к зеркалу). Рис.3б рассчитан для спирального слоя с компонентами диэлектрического тензора  $\epsilon_{ij}$ , равными таковым для кристалла  $MgF_2$ , у которого имеется компонента  $\epsilon_{ij}$  с отрицательной действительной частью [8]. Частота волны  $\omega = 5.6 \cdot 10^{13}$  сек<sup>-1</sup> попадает в инфракрасную область.

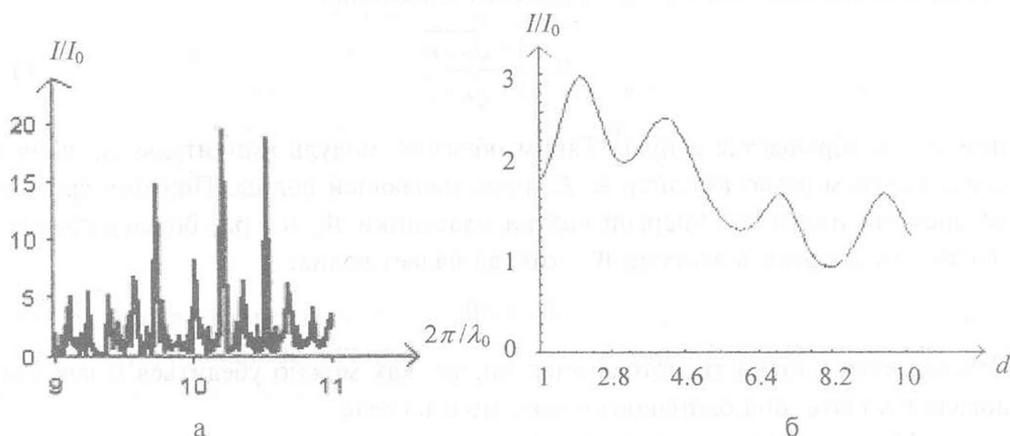


Рис.3. а) Зависимость  $I/I_0$  от  $2\pi/\lambda_0$  для накопителя с безградиентным спиральным слоем с параметрами  $d=100\sigma$ ,  $\sigma = 0,42$  мкм,  $\epsilon'_1 = 1.5$ ,  $\epsilon''_1 = 10^{-4}$ ,  $\epsilon'_2 = -2$ ,  $\epsilon''_2 = 10^{-4}$ . б) Изменение  $I/I_0$  при изменении толщины спирального слоя с компонентами  $\epsilon_{ij}$ , равными таковым для кристалла  $MgF_2$ , частота волны  $\omega = 5.6 \cdot 10^{13}$  сек<sup>-1</sup>.

III. Накопители с двумя асимметричными элементами. Накопление происходит между двумя спиральными слоями. Отношение  $I/I_0$  для таких накопителей в зависимости от  $2\pi/\lambda_0$  представлено на рис.4. При учете поглощения в  $\epsilon_2$  ( $\epsilon''_2 = 10^{-4}$ ) максимум  $I/I_0$  снижается (примерно на единицу).

IV. Накопление внутри слоев вещества. Выше мы рассмотрели накопление в объеме между спиральным слоем и зеркалом и в объеме между двумя спиральными слоями. Накопление можно осуществить также в слое вещества при прохождении волны через него, без спиральных слоев. Простейшим вариантом является однородный изотропный слой с диэлектрической и магнитной проницаемостями  $\epsilon$  и  $\mu$ , равными друг другу и отличными

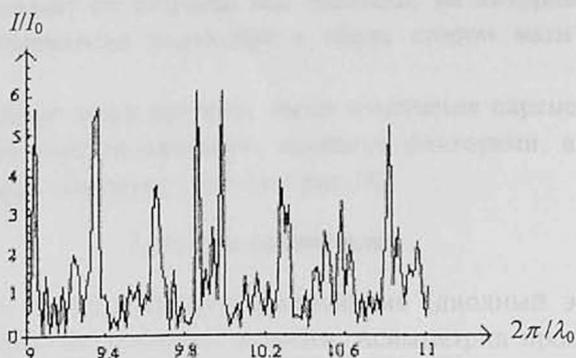


Рис.4. Зависимость  $I/I_0$  от  $2\pi/\lambda_0$  для накопителя с двумя АЭ. Параметры обоих АЭ:  $\sigma_1 = 0,42$  мкм,  $d_1 = 100\sigma_1$ ,  $\epsilon'_1 = 1,5$ ,  $\epsilon'_2 = -2$ ,  $\epsilon''_2 = 10^{-4}$ . Расстояние между слоями 10 мкм.

от 1. При нормальном падении волны на такую пластинку отражения на границах отсутствуют, так как коэффициент отражения

$$R = \frac{1 - \sqrt{\epsilon/\mu}}{1 + \sqrt{\epsilon/\mu}} \quad (3)$$

при  $\epsilon = \mu$  обращается в нуль. Таким образом, модуль амплитуды  $E_i$  поля в среде равен модулю амплитуды  $E_e$  поля падающей волны. Поэтому средняя во времени плотность энергии внутри пластинки  $W_i$  в  $\epsilon$  раз больше средней плотности энергии в вакууме  $W_e$ , откуда падает волна:

$$W_i = \epsilon W_e. \quad (4)$$

Что касается плотности потока энергии, то, как можно убедиться и как следовало ожидать, она одинакова в вакууме и в среде.

Наши расчеты показывают, что накопление энергии в накопителях имеет место не только в рассмотренных выше промежутках между спиральными слоями и зеркалом или между двумя спиральными слоями, но и в самих спиральных слоях во время работы накопителей, причем оно не определяется простой формулой (4).

Рассмотрим вопрос о выводе пучка из накопителя. Если зеркало заменить призмой полного внутреннего отражения, то можно вывести пучок из области накопления (рис.5), не нарушая процесса накопления в пространстве между спиральным слоем и зеркалом или между двумя спиральными слоями. Для этого, по-видимому, можно пользоваться методом нарушенного полного внутреннего отражения (см. [9]), управляя оптическими параметрами пластинки 4. Основание призмы считается зеркально отражающим.

Для сохранения фазовых соотношений, соответствующих отражению от зеркала, параллельного слою АЭ, необходимо, чтобы при полном отражении от гипотенузной грани призмы обе компоненты ( $p$ - и  $s$ -) претерпевали одинаковые скачки фаз, как это имело место при отражении от зеркала.

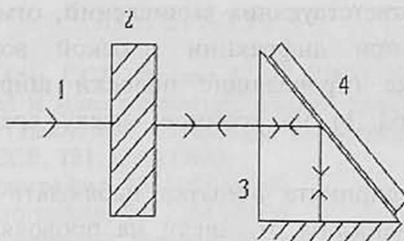


Рис.5. К выводу пучка из накопителя. 1 – падающий луч, 2 – АЭ, 3 – призма ПВО, 4 – управляемый элемент для нарушения ПВО.

#### 4. Асимметрия при дифракции на щелях в непрозрачном экране между двумя средами

Обычно дифракция на непрозрачных экранах со щелями рассматривается в случае, когда по обе стороны экрана вакуум. Если по обе стороны экрана разные среды, то появляется асимметрия.

Рассмотрим дифракцию Фраунгофера в ситуации, когда первичная волна падает из вакуума, который граничит со средой с  $\epsilon_2 = \mu_2 \neq 1$ . На границе имеется непрозрачный экран со щелью шириной  $a$ . Тогда вместо формулы [10]

$$dI = I_0 \frac{1}{\pi a k} \cdot \frac{\sin^2(ka\theta)}{\theta^2} d\theta \quad (5)$$

( $I_0$  – падающая интенсивность,  $\theta$  – угол дифракции,  $k = \omega/c$ ,  $dI$  – интенсивность, дифрагировавшая в интервале углов  $\theta \div \theta + d\theta$ ), соответствующей вакууму по обе стороны экрана, получаем:

$$dI' = I_0 \frac{1}{\pi a k n} \cdot \frac{\sin^2(kna\theta)}{\theta^2} d\theta, \quad (6)$$

где  $n = \sqrt{\epsilon_2 \mu_2}$ . В этом случае интенсивность, дифрагировавшая в интервале углов  $-\theta_0 \leq \theta \leq \theta_0$ , равна

$$I' = \frac{2I_0}{\pi} \int_{x=0}^{kna\theta_0} \frac{\sin^2 x}{x^2} dx. \quad (7)$$

Она при  $n > 1$  больше, чем в случае, когда по обе стороны экрана вакуум или когда первичная волна падает из среды с  $\epsilon_2 = \mu_2 \neq 1$  и дифрагирует в вакуум.

В случае дифракции от круглого отверстия радиуса  $a$  также получаем результат, показывающий наличие асимметрии:

$$I' = 2I_0 \int_0^{\theta_0} \frac{J_1^2(a \frac{\omega}{c} n \theta)}{\theta^2} \sin \theta d\theta. \quad (8)$$

Не приводя соответствующих вычислений, отметим, что асимметрия имеет место также при дифракции плоской волны на одномерной периодической решетке (проводящие полосы шириной  $a$ , разделенные промежутками шириной  $b$ ) на границе между средами с показателями преломления  $n_1$  и  $n_2$ .

Нами была предпринята попытка наблюдать асимметрию при дифракции волн СВЧ диапазона от щели на проводящем экране, прилегающем вплотную к диэлектрической пластинке. Согласно нашим измерениям, интенсивности дифрагированных волн при падении волны на пластинку со стороны экрана и с обратной стороны были неодинаковыми. Исследования были проведены при сотрудничестве с М.А.Ганапетяном, Р.Б.Костяном и А.А.Лалаяном, за что мы благодарны им.

## 5. Обсуждение

Рассмотренные диоды и накопители могут найти применения, например, в оплотехнике и в фотоэлектрических преобразователях. Увеличение плотности потока может влиять на к.п.д. преобразования, например, в случае зависимости поглощаемой интенсивности от самой интенсивности.

Дифракционная асимметрия, рассмотренная в пункте 4, может быть применена не только для электромагнитных волн, но и механических.

Спиральными слоями, о которых говорилось выше, могут служить не только жидкокристаллические, но и твердотельные вещества (например, спиральные магнитные кристаллы (СМК)). Например, двухслойная система, состоящая из слоя СМК и приложенного к нему неспирального слоя, является простым асимметричным элементом. С помощью внешних воздействий можно управлять характеристиками АЭ и накопителей. Так, изменением показателя преломления неспирального слоя в каком-нибудь направлении, перпендикулярном направлению распространения луча, можно изменять параметры, характеризующие АЭ, при зависимости этих параметров от поляризации (а такая зависимость, как показали наши расчеты, результаты которых не приведены здесь, имеет место), так как изменение показателя преломления неспирального анизотропного слоя влияет на поляризацию. Такое изменение может быть осуществлено, например, посредством электрооптического эффекта. Таким же образом можно управлять также отношением  $III_0$  накопителя. При помещении электрооптического кристалла в области накопления и изменении его показателя преломления в направлении распространения луча его действие, при пренебрежении отражениями на его границах, эквивалентно изменению расстояния от АЭ до зеркала, что, как мы видели выше, влияет на значение  $III_0$ . Сказанное подтверждает принципиальную возможность создания управляемых АЭ и накопителей.

Отметим, что накопитель не является аддитивным сочетанием асимметричных элементов или асимметричного элемента и зеркала.

## ЛИТЕРАТУРА

1. О.С.Ерицян. Изв. АН Арм. ССР, Физика 3, 217 (1968). УФН, 138, 645 (1982). Оптика гиротропных сред и холестерических жидких кристаллов, Ереван, Айастан, 1988. ЖЭТФ, 117, 115 (2000). Mol. Crystals and Liq. Crystals, E9, 348, 79 (2000).
2. В.Н.Любимов. ДАН СССР, 181, 858 (1968).
3. В.Н.Любимов. Кристаллография, 13, 1008 (1968).
4. М.А.Новиков. Кристаллография, 34, 1354 (1989).
5. О.С.Ерицян. Изв. НАН Армении, Физика, 37, 244 (2002).
6. J.V.Pendry, A.J.Holden, W.J.Stewart, J.Youngs. Phys. Rev. Lett., 76, 4773 (1996).
7. D.R.Smith, W.J.Padilla, D.C.Vier, S.C.Nemat-Nasser, S.Schultz. Phys. Rev. Lett., 84, 4184 (2000).
8. В.В.Брыксин, Д.Н.Мирлин, И.И.Решина. ФТТ, 15, 1118 (1973).
9. M.Bosh, I.Liakatas, C.Cai, Ch.Bosshard, P.Gunter. Abstracts of 5th International Conf. on organic nonlinear optics, Davos, Switzerland, 2000, paper C2.
10. Л.Д.Ландау, Е.М.Лифшиц. Теория поля. М., Физматгиз, 1960.

### ԱՆՇՐՁԵԼԻ ԵՎ ԴԻՖՐԱԿՑԻՈՆ ԱՍԻՄԵՏՐԻԿ ՏԱՐՐԵՐԻ ԵՎ ԿՈՒՏԱԿԻՉՆԵՐԻ ՕՊՏԻԿԱՆ

Հ.Ս. ԵՐԻՑՅԱՆ, Հ.Ս. ԱՌԱԶԵԼՅԱՆ

Հետազոտված է դրական և բացասական պարամետրերով պարուրային միջավայրերի օպտիկական ասիմետրիան և ցույց է տրված էլեկտրամագնիսական էներգիայի կուտակիչներ ստեղծելու հնարավորությունը: Մատնանշված են հեղինակների կողմից ավելի վաղ և այս աշխատանքում բացահայտված ասիմետրիայի տարբեր մեխանիզմները: Բերված են ասիմետրիկ տարրերի և կուտակիչների հաշվարկման արդյունքները:

### OPTICS OF IRREVERSIBLE AND DIFFRACTIVE ASYMMETRIC ELEMENTS AND ACCUMULATORS

H.S. ERITSYAN, H.M. ARAKELYAN

Optical asymmetry in helical structures with positive and negative parameters is investigated and the possibility of energy accumulation due to such asymmetry is established. Different mechanisms of optical asymmetry are pointed out. The results of calculations of asymmetric elements and accumulators are presented.

УДК 621.373

## РОЛЬ ДИСПЕРСИИ В ПРОЦЕССЕ СПЕКТРАЛЬНОЙ КОМПРЕССИИ

А.А. КУТУЗЯН, Г.С. МАНУКЯН, Г.Л. ЕСАЯН, Л.Х. МУРАДЯН

Ереванский государственный университет

(Поступила в редакцию 2 февраля 2004 г.)

Проанализирована роль дисперсии групповых скоростей в процессе спектральной компрессии. Показано, что влияние дисперсии в световоде может существенно изменить физическую картину процесса.

Прогресс современной лазерной физики в области генерации ультракоротких импульсов (УКИ) стимулирует исследования фазовой само- и кросс-модуляции излучения (ФСМ и ФКМ), направленные на решение задач управления и регистрации фемтосекундных сигналов [1-4]. Особый интерес, с этой точки зрения, вызывает явление спектральной компрессии (СК) излучения, основанное на нелинейной ФСМ/ФКМ первоначально chirпированных УКИ [5-10]. Система СК УКИ, предложенная в [5], состоит из дисперсионной линии задержки (ДЛЗ) и одномодового волоконного световода (ОВС). В ДЛЗ с аномальной дисперсией УКИ удлиняются, приобретая отрицательный chirп. Дальнейшее самовоздействие УКИ в ОВС с керровской нелинейностью, в результате ФСМ, приводит к гашению chirпа и спектральному сжатию. Первые экспериментальные наблюдения СК пико- и фемтосекундных УКИ представлены в [7] и [8], соответственно. В общем случае, наряду с ФСМ, при исследовании распространения УКИ в ОВС следует учитывать такие факторы, как дисперсия (второго и третьего порядка), нестационарность и релаксация нелинейности, которые могут приводить к деформациям временного и спектрального профилей УКИ, формированию ударных волн [8,11]. Исследование влияния этих факторов на СК позволит выработать рекомендации для реализации экспериментальных схем СК, направленных на конкретные применения.

В настоящей работе представлены результаты исследования влияния дисперсии второго порядка на СК излучения в системе ДЛЗ – ОВС. В отличие от [6,8], мы дифференцируем вклад различных физических факторов на процесс СК. Во-первых, керровская нелинейность в кварце имеет электронную природу с временем релаксации порядка нескольких фемтосекунд [11]. Поэтому для субпикосекундных УКИ (длительности  $\sim 100$  фс) можно

пренебречь влиянием релаксации нелинейности на процесс. Для таких УКИ, в области длин волн  $\lambda \sim 1 \mu\text{м}$ , можно пренебречь также вкладом волновой нестационарности ( $\sim 10^{-2}$ ), задаваемым отношением периода световой волны к длительности УКИ [11]. В кварцевых ОВС вклад дисперсии второго и третьего порядка для УКИ с указанными параметрами становится существенным на расстояниях  $L_D^{(2)} = \tau^2/k_2 \sim 0.3 \text{ м}$  и  $L_D^{(3)} = 2\tau^3/k_3 \sim 20 \text{ м}$ , соответственно ( $\tau$  – полуширина УКИ на уровне  $1/e$  от максимального значения,  $k_j = |d^j k/d\omega^j|$  – абсолютное значение  $j$ -той производной волнового числа  $k$  по частоте  $\omega$  на центральной частоте излучения  $\omega_0$  [11]).

Таким образом, для субпикосекундных УКИ микронной области длин волн выбор длины ОВС  $l \sim 1 \text{ м}$  позволяет выделить влияние дисперсии второго порядка на СК, и свести описание процесса к нелинейному уравнению Шредингера [11]:

$$i \frac{\partial \psi}{\partial \zeta} = -\frac{1}{2} \frac{\partial^2 \psi}{\partial \eta^2} + R |\psi|^2 \psi. \quad (1)$$

Здесь  $\psi(\zeta, \eta)$  – медленно меняющаяся амплитуда, нормированная на свое пиковое значение на входе в систему,  $\zeta = z/L_D$  – безразмерное расстояние,  $\eta = (t - z/u)/\tau_0$  – бегущее время ( $z$  – пространственная координата,  $L_D \equiv L_D^{(2)}$ ,  $\tau_0$  – начальная длительность УКИ,  $u$  – групповая скорость). Параметр нелинейности  $R$  определяется как  $R \equiv L_D/L_{NL}$ , где  $L_{NL} = (kn_2 I_0)^{-1}$  – длина ФСМ,  $n_2 = 3.2 \cdot 10^{-16} \text{ см}^2/\text{Вт}$  – коэффициент нелинейности кварца,  $I_0$  – пиковое значение интенсивности на входе. Первый член в правой части уравнения (1) описывает дисперсионные, а второй – нелинейные эффекты самовоздействия. Описание ДЛЗ приводится к уравнению (1) с  $R=0$  и  $\zeta = -Z$ , где  $Z$  – длина ДЛЗ (следует также заменить  $k_2$  для ОВС на  $k_2^d$  для ДЛЗ).

При численном решении уравнения (1) был использован метод расщепления по физическим факторам, с применением алгоритма быстрого преобразования Фурье на дисперсионном шаге. Определялись временные распределения интенсивности  $I(\eta) = |\psi(\eta)|^2$  и частоты  $\Omega(\eta)$  (чирп), а также спектр УКИ  $S(\Omega) = |f(\Omega)|^2$  на выходе из системы СК и на выходе ДЛЗ, в зависимости от мощности излучения, задаваемой параметром  $R$  ( $f(\Omega)$  – Фурье-образ комплексной амплитуды  $\psi(\eta)$ ,  $\Omega = (\omega - \omega_0)\tau_0$  – безразмерная частота). На рис.1 приведены результаты численных исследований, показывающие изменение спектра  $S(\Omega)$  на выходе системы в зависимости от  $R$  в нелинейном (а,в,д) и дисперсионном (б,г,е) режимах. При этом длина ДЛЗ  $Z=3$  (а,б),  $Z=6$  (в,г) и  $Z=12$  (д,е), а длина ОВС  $\zeta=3$ . Из рисунков видно, что с увеличением  $R$  спектр сжимается, достигая максимального значения компрессии, после чего энергия переходит из центрального пика в спектральные сателлиты. Из сравнения дисперсионного и нелинейного режимов при различных длинах ДЛЗ видно, что дисперсия играет существенную роль при малых  $Z$ , тогда как при  $Z=12$  вклад дисперсии ОВС пренебрежимо мал. Влияние дисперсии проявляется в сглаживании динамической картины нелинейного режима: в дис-

персионном режиме спектральные сателлиты выражены более слабо и максимальная СК достигается при меньших значениях  $R$ . Отметим, что в нелинейном режиме величина  $R\xi - I_0 I$  является инвариантом процесса [5], и картину рис. 1а,в,д можно интерпретировать так же, как эволюцию спектра излучения вдоль ОВС при заданной  $I_0$ .

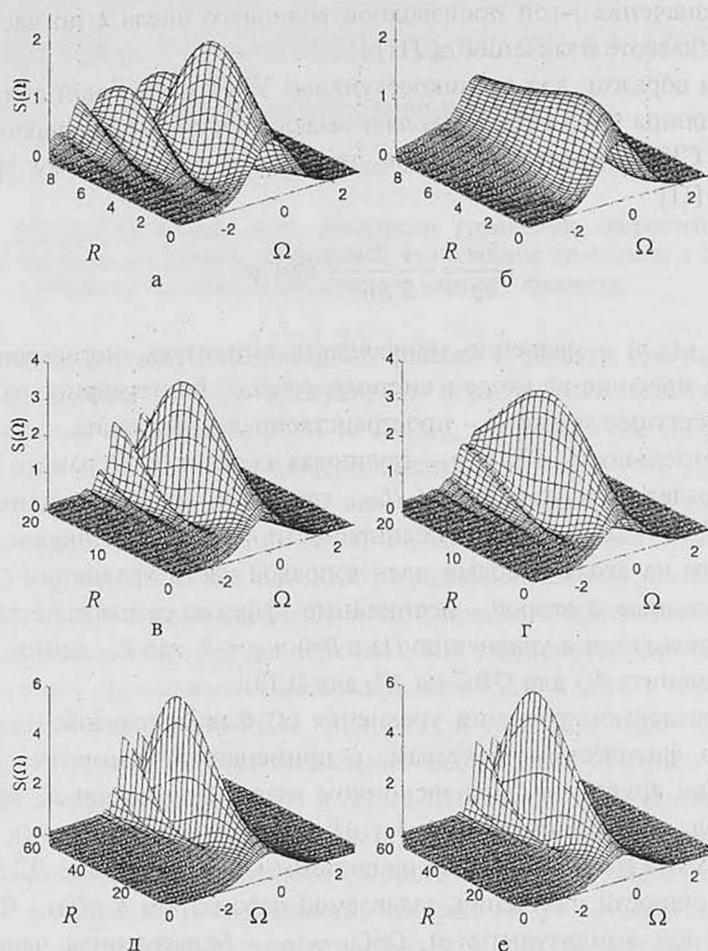


Рис.1. Спектр УКИ  $S(\Omega)$  на выходе системы СК в зависимости от параметра нелинейности  $R$ , в нелинейном (а,в,д) и дисперсионном (б,г,е) режимах, при длине ОВС  $\xi=3$  и длине ДЛЗ  $Z=3$  (а,б),  $Z=6$  (в,г),  $Z=12$  (д,е).

Для обсуждения механизма воздействия дисперсии второго порядка на процесс, на рис.2 представлены временной профиль интенсивности (а,б,в), чирп (г,д,е) и спектр (ж,з,и) при оптимальных для СК значениях  $R$ , для нелинейного (пунктир) и дисперсионного (сплошная линия) режимов. Кривые рассчитаны при длинах ДЛЗ  $Z=3$  (а,г,ж),  $Z=6$  (б,д,з)  $Z=12$  (в,е,и), и при длине ОВС  $\xi=3$ , а значения  $R$  выбраны оптимальными для достижения максималь-

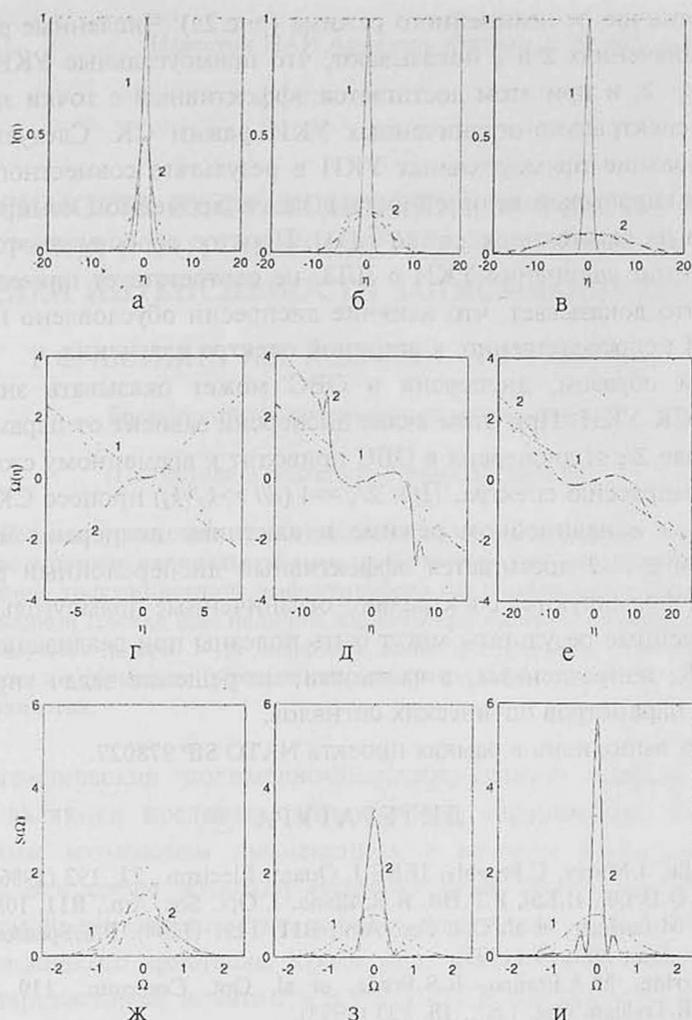


Рис.2. Временной профиль интенсивности (а,б,в), chirп (г,д,е) и спектр (ж,з,и) на входе в систему СК (1) и выходе из нее (2), в нелинейном (пунктир) и дисперсионном (сплошная линия) режимах:  $\zeta=3$ ; а,г,ж –  $Z=3$ ,  $R=2$  (дисперсионный режим),  $R=3.5$  (нелинейный режим); б,д,з –  $Z=6$ ,  $R=2$  (дисперсионный режим),  $R=12$  (нелинейный режим); в,е,и –  $Z=12$ ,  $R=39$  (дисперсионный режим),  $R=40$  (нелинейный режим).

ной степени СК. Как видно из рис.2а,г,ж, при малых длинах ДЛЗ ( $Z=3$ ) нормальная дисперсия ОВС сжимает УКИ во времени, препятствуя этим СК. В другом предельном случае больших ДЛЗ ( $Z=12$ ), представленных на рис.2в,е,и, вклад дисперсии ОВС не существен, и гашение chirпa и СК происходит практически так же, как и в нелинейном режиме. Рис.2б,д,з ( $Z=6$ ) иллюстрирует комбинированное действие дисперсии и керровской нелинейности, приводящее к деформации временной огибающей  $I(\eta)$  с тенденцией формирования прямоугольных УКИ. По этой причине гашение chirпa в дисперсионном режиме происходит практически по всей энергонесущей час-

ти УКИ в отличие от нелинейного режима (рис.2д). Численные расчеты при различных значениях  $Z$  и  $\zeta$  показывают, что прямоугольные УКИ формируются при  $Z/\zeta \sim 2$ , и при этом достигается эффективный с точки зрения формирования спектрально-ограниченных УКИ режим СК. Следует отметить, что формирование прямоугольных УКИ в результате совместного действия дисперсии и керровской нелинейности в задаче временной компрессии УКИ наблюдается на расстояниях  $\zeta \approx 1.8R^{1/2}$  [11]. Простое обобщение этого соотношения, с учетом удлинения УКИ в ДЛЗ, не соответствует приведенным результатам. Это доказывает, что влияние дисперсии обусловлено не длительностью УКИ непосредственно, а шириной спектра излучения.

Таким образом, дисперсия в ОВС может оказывать значительное влияние на СК УКИ. При этом вклад дисперсии зависит от параметров системы. В случае  $Z/\zeta \leq 1$  дисперсия в ОВС приводит к временному сжатию УКИ, блокируя компрессию спектра. При  $Z/\zeta \gg 1$  ( $d/l \gg k_2^d/k_2$ ) процесс СК протекает так же, как и в нелинейном режиме и влиянием дисперсии можно пренебречь. При  $Z/\zeta \sim 2$  достигается эффективный дисперсионный режим СК, при котором формируются спектрально-ограниченные прямоугольные УКИ.

Полученные результаты могут быть полезны при реализации конкретных схем СК, направленных, в частности, на решение задач управления и регистрации параметров оптических сигналов.

Работа выполнена в рамках проекта NATO Sfp 978027.

## ЛИТЕРАТУРА

1. M.Vampouille, J.Marty, C.Froehly. IEEE J. Quant. Electron., 22, 192 (1986).
2. Q.Z.Wang, Q.D.Lui, D.Lui, P.P.Ho, R.R.Alfano. J. Opt. Soc. Am., B11, 1084 (1994).
3. G.R.Boyer, M.Lachger, et al. Opt. Soc. Am., B11, 1451 (1994). P.S.Spenser, K.A.Score. J. Opt. Soc. Am., B12, 67 (1995).
4. E.T.J.Niberring, M.A.Franco, B.S.Prade, et al. Opt. Commun., 119, 479 (1995). D.J.Kane, R.Trebino. Opt. Lett., 18, 823 (1993).
5. Н.Л.Маркарян, Л.Х.Мурадян и др. Квант.Электрон., 18, 865 (1991); CLEO'90, 120, СТУН32 (1990).
6. S.A.Planas, N.L.Pires Mansur, C.H.Brito Cruz, H.L.Frangnito. Opt. Lett., 18, 669 (1993).
7. А.В.Зограбян, Л.Х.Мурадян. Квант. Электрон. 22, 695 (1995); Изв. НАН Армении, Физика, 29, 246 (1992).
8. M.Oberthaler, R.A.Hopfel. Appl. Phys. Lett., 63, 1017 (1993).
9. Н.Л.Маркарян, Л.Х.Мурадян, Т.А.Папазян и др. Изв. НАН Армении, Физика, 27, 128 (1992).
10. Н.Л.Маркарян, Л.Х.Мурадян. Квант. Электрон., 22/11, 1111, (1995).
11. С.А.Ахманов, В.А.Выслоух, А.С.Чиркин. Оптика фемтосекундных лазерных импульсов. М., Наука, 1988.

## ROLE OF DISPERSION IN THE SPECTRAL COMPRESSION PROCESS

A.A. KUTUZYAN, G.S. MANUKYAN, G.L. YESAYAN, L.KH. MOURADIAN

Studying the role of group velocity dispersion in the spectral compression process, we show that the impact of fiber dispersion can change essentially the physical pattern of the process.

УДК 537.87

## ЗАВИСИМОСТЬ ДИФРАКЦИОННОЙ ЭФФЕКТИВНОСТИ ГОЛОГРАММ В ФОТОПОЛИМЕРИЗУЕМЫХ МАТЕРИАЛАХ ОТ СРЕДНЕЙ ИНТЕНСИВНОСТИ ЗАПИСЫВАЮЩЕГО ЛАЗЕРА

Р.С. АКОПЯН, А.Л. АСЛАНЯН, А.В. ГАЛСТЯН

Ереванский государственный университет

(Поступила в редакцию 3 февраля 2004 г.)

Решены уравнения полимеризации с учетом диффузии мономера и полимера в рамках нелокальной модели. Теоретически рассмотрена зависимость конечной дифракционной эффективности голографической решетки в фотополимерной пленке при наличии жидкого кристалла от средней интенсивности пишущего лазера. Учет диффузии полимера приводит к качественным изменениям в динамике образования голограмм в фотополимере при малых интенсивностях.

Голографические полимерно-диспергированные жидкие кристаллы (Г-ПДЖК) являются предметом интенсивных исследований благодаря их разнообразным возможным применениям в качестве запоминающих устройств [1-6]. Эти среды обладают механическими свойствами полимеров и контролируемой анизотропностью жидких кристаллов за счет переориентации молекул жидкого кристалла. Кроме того, в отличие от фотографических пленок, фоторезисторов, желатинов и т.п. Г-ПДЖК позволяют наблюдать за записью голограммы в реальном времени. Однако имеется множество необъясненных явлений, происходящих в процессе записи голограмм. В рамках существующей нелокальной диффузионной полимеризационной модели, при малых интенсивностях записывающего лазера, получается большая дифракционная эффективность [7], что не согласуется с предварительными экспериментальными результатами. Существует немало работ, посвященных динамике полимеризации. К примеру, в работах [8,9] рассмотрено локальное диффузионное уравнение, однако пренебрегается диффузией полимера.

В настоящей работе рассматривается трехкомпонентная система: полимер + мономер + жидкий кристалл. Кювета с таким раствором освещается интерференционной картиной двух плоских когерентных волн. В более освещенных местах мономер полимеризуется, и в этих областях концентрация мономера уменьшается. Из менее освещенных областей мономер диффундирует в более освещенные области. Таким образом создаются диффузионные потоки и пространственная модуляция плотности конечного полимера, а

значит, и коэффициента преломления. Нами предлагается модель, в которой учет диффузии полимера приводит к падению дифракционной эффективности при малых интенсивностях. Сущность модели состоит в том, что при малых интенсивностях света полимеризация идет достаточно долго и полимер из освещенных участков успевает диффундировать в мало освещенные участки, тем самым модуляция концентраций убывает.

Диффузионное уравнение нелокальной полимеризации рассматривалось ранее [7]. Однако в указанной работе не учитывается диффузия полимера. Хотя коэффициент диффузии полимера намного меньше и по мере полимеризации убывает быстрее, чем коэффициент диффузии мономера, но при малых интенсивностях записи полимеризация идет долго и даже при малом коэффициенте диффузии полимер успевает диффундировать в темные области и усреднить свою концентрацию. Очевидно, что при этом пренебречь диффузией полимера нельзя. При учете диффузии полимера уравнения для концентрации мономера и полимера можно получить следующим образом. Пусть  $U(x,t)$  – концентрация мономера,  $N(x,t)$  – концентрация полимера, а  $L(x,t)$  – концентрация жидкого кристалла. Если предположить, что рост концентрации полимера  $N(x,t)$  прямо пропорционален концентрации мономера, то с учетом диффузии полимера уравнение концентрации полимера примет следующий вид:

$$\frac{\partial N(x,t)}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left[ D_p(x,t) \frac{\partial N(x,t)}{\partial x} \right] + \int_{-\infty}^{+\infty} R(x,x') F(x') U(x',t) dx', \quad (1)$$

где  $F(x)$  является коэффициентом пропорциональности, называемым “локальным порядком полимеризации”,  $R(x-x') = \exp(-(x-x')^2/2\sigma) / \sqrt{2\pi\sigma}$  есть гауссовская функция, описывающая нелокальность полимеризации,  $\sigma$  – ширина гауссовского распределения. Пространственно-временное изменение концентрации мономера дается стандартным уравнением диффузии, но с дополнительным членом в его правой стороне, представляющим уменьшение концентрации мономера из-за полимеризации:

$$\frac{\partial U(x,t)}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left[ D_m(x,t) \frac{\partial U(x,t)}{\partial x} \right] - \frac{\partial N(x,t)}{\partial t}. \quad (2)$$

Здесь  $D_p$  и  $D_m$  – коэффициенты диффузии полимера и мономера. Так как ЖК не влияет на протекание процесса полимеризации, то его распределение можно найти из условия нормировки  $U + N + L = 1$ . При записи стандартных голограмм кювета освещается интерференционной картиной двух плоских волн, при этом распределение света является периодическим и описывается выражением  $I(x) = I_0(1 + V \cos(Kx))$ , где ось  $x$  направлена вдоль линии пересечения плоскости падения пучков и ПДЖК пленки,  $I_0$  – средняя интенсивность света,  $V$  – глубина модуляции,  $K = 2\pi/\Lambda$ ,  $\Lambda$  – период модуляции.

Подставив уравнение (1) в (2), получим дифференциальное уравнение в частных производных для концентрации мономера. Полагая, что косинусоидально-модулированный свет приводит к подобной или кратной модуляции концентрации мономера и полимера, можно  $U(x,t)$  и  $N(x,t)$  разложить в ряд Фурье и подставить в уравнение для концентрации мономера [7,10]. Расчеты показывают, что Фурье-гармоники выше второго порядка приводят к малым поправкам, следовательно, в Фурье-разложении  $U(x,t)$  и  $N(x,t)$  можно оставить первые три члена. Сделав подстановку в уравнения для  $U(x,t)$  и  $N(x,t)$ , получим шесть связанных дифференциальных уравнений, которые можно решить численными методами. Очевидно, что конечная концентрация мономера равна нулю. Получив среднюю концентрацию полимера  $N_0$  и модуляцию концентрации  $N_1$ , при помощи формулы Лорентц-Лоренца и условия нормировки можно найти распределение коэффициента преломления конечной решетки [10] и дифракционную эффективность [11-13]. На рис.1 приведены зависимости дифракционной эффективности от средней интенсивности записывающего лазера  $I_0$ . Пунктирная кривая показывает зависимость дифракционной эффективности от  $I_0$  без учета диффузии полимера, а сплошная кривая показывает ту же зависимость с учетом диффузии. Как видно, без учета диффузии полимера при малых интенсивностях эффективность растет, что противоречит физическим представлениям, а при учете диффузии при малых интенсивностях полимер успевает диффундировать в малоосвещенные области и усреднить свою концентрацию, и эффективность начинает убывать. Существует оптимальная интенсивность записи голограмм порядка  $20 \text{ мВт/см}^2$ . Качественные эксперименты показывают существование оптимальной интенсивности записи голограмм того же порядка.

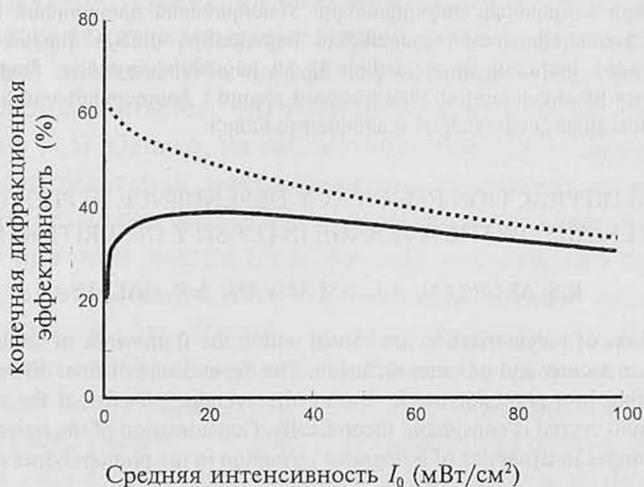


Рис.1. Зависимость дифракционной эффективности от интенсивности пишущего лазера с учетом (сплошная кривая) и без учета (точки) диффузии полимера.

Таким образом, мы решили диффузионное уравнение полимеризации, учитывая диффузию полимера. Рассмотренная нами модель корректно описывает зависимость дифракционной эффективности от интенсивности пишущего лазера. Показано, что при малых интенсивностях получается малая дифракционная эффективность и существует оптимальная интенсивность записи голограмм.

## ЛИТЕРАТУРА

1. P. Pilot, Y. Boiko, T. V. Galstian. SPIE, **3635**, 143 (1999).
2. P. Nagtegaele, T. V. Galstian. Synthetic Metals, **127**, 85 (2002).
3. Р. Капуто, А. В. Сухов, Ч. Уметон, и др. ЖЭТФ, **118**, 1374 (2000).
4. Ю. Н. Денисюк, Н. М. Ганжерми, Д. Ф. Черных. Письма в ЖТФ, **26**, 25 (2000).
5. Н. М. Ганжерми, Ю. Н. Денисюк, С. П. Конол. Письма в ЖТФ, **26**, 22 (2000).
6. R. L. Sutherland, V. P. Tondiglia, L. V. Natarajan, et al. Opt. Lett., **20**, 1325 (1995).
7. J. T. Sheridan, J. R. Lawrence. J. Opt. Soc. Am., **17**, 1108 (2000).
8. G. Zhao and P. Mouroulis. J. Mod. Opt., **41**, 1939 (1994).
9. I. Aubrecht, M. Miler, I. Koudela. J. Mod. Opt., **45**, 1477 (1998).
10. I. Aubrecht, M. Miler, I. Koudela. J. Mod. Opt., **45**, 1465 (1998).
11. H. Kogelnik. Bell Syst. Tech. J., **48**, 2909 (1969).
12. T. V. Galstian, R. S. Akopyan, A. V. Galstyan, et al. Opt. Comm. (in press).
13. G. Montemezzani and M. Zgonik. Phys. Rev. E, **55**, 1035 (1997).

ՖՈՏՈՏՊՈՒԼԻՍԵՐՎՈՂ ՆՅՈՒԹԵՐՈՒՄ ՀՈՒՆԳՐԱՄՆԵՐԻ  
ԴԻՖՐԱԿՑԻՈՆ ԱՐԴՅՈՒՆԱՎԵՏՈՒԹՅԱՆ ԿԱԽՈՒՄԸ  
ԳՐՈՂ ԼԱՁԵՐԻ ՄԻՋԻՆ ԻՆՏԵՆՍԻՎՈՒԹՅՈՒՆԻՑ

Ռ.Ս. ՀԱՎՈՐՅԱՆ, Ա.Լ. ԱՍԼԱՆՅԱՆ, Ա.Վ. ԳԱԼՍՅԱՆ

Լուծված են պոլիմերիզացիայի հավասարումները ոչ լոկալ մոդելում, որտեղ հաշվի է առնված մոնոմերի և պոլիմերի դիֆուզիաները: Տեսականորեն դիտարկված է հեղուկ բյուրեղի առկայությամբ ֆոտոպոլիմերային քաղաքում հոլոգրաֆիկ ցանցի վերջնական դիֆրակցիոն արդյունավետության կախումը գրող լազերի միջին ինտենսիվությունից: Պոլիմերի դիֆուզիայի հաշվառումը փոքր ինտենսիվությունների դեպքում բերում է ֆոտոպոլիմերում հոլոգրաֆիկ ցանցի առաջացման դինամիկայի որակական փոփոխությունների:

## HOLOGRAM DIFFRACTION EFFICIENCY DEPENDENCE IN PHOTOPOLYMERIC MATERIALS ON THE AVERAGE INTENSITY OF WRITING LASER

R.S. AKOPYAN, A.L. ASLANYAN, A.V. GALSTYAN

The equations of polymerization are solved within the framework of nonlocal model, taking into account the monomer and polymer diffusion. The dependence of final diffraction efficiency of holographic grating in a photopolymeric film on the average intensity of the writing laser in the presence of a liquid crystal is considered theoretically. Consideration of the polymer diffusion leads to qualitative changes in dynamics of holograms formation in the photopolymer at low intensities.

УДК.533.932

## ОПРЕДЕЛЕНИЕ КОЭФФИЦИЕНТА ТЕПЛОПЕРЕДАЧИ И ПРОФИЛЯ ПЛОТНОСТИ ТОКА ГАЗОРАЗРЯДНОЙ ПЛАЗМЫ

О.С. ТОРОСЯН, М.К. МУСАХАНЯН

Институт прикладных проблем физики НАН Армении

(Поступила в редакцию 20 мая 2004 г.)

Теоретически исследовано пространственное распределение температуры газа в цилиндрической разрядной трубке с учетом теплоотвода, как за счет теплопроводности газа, так и за счет теплообмена с окружающей средой. На основании полученных результатов показана возможность экспериментального определения коэффициента теплопередачи газоразрядной плазмы и радиального профиля плотности электронов, плотности разрядного тока и источников тепловыделения.

Тепловой режим газоразрядной плазмы имеет важное значение для кинетики процессов, протекающих в ней и, следовательно, для ее физических свойств. В частности, сильный разогрев препятствует усилению акустических волн в газоразрядной плазме [1,2], а также приводит к срыву лазерной генерации в тлеющем разряде [3,4]. Пространственное распределение температуры газа в разрядной трубке определяется мощностью тепловыделения за счет разрядного тока (джоулев нагрев) и процессов теплоотвода, приводящих к диссипации этой энергии. Обычно, при исследовании теплового режима газоразрядной плазмы считается, что теплоотвод определяется только теплопроводностью газа [4,5]. Однако, на основе теоретических исследований пространственного распределения температуры газа [1] можно заключить, что теплопроводность не может обеспечивать достаточный теплоотвод, так как температура газа при этом должна быть слишком высокой, что препятствует усилению звука, а также противоречит экспериментальным данным [6] по измерению температуры газа. Поэтому можно заключить, что тепловой баланс положительного столба газового разряда должен определяться не только теплопроводностью, но и энергообменом плазмы с окружающей средой.

В данной работе нами подробно исследовано радиальное распределение температуры газа в разрядной трубке с цилиндрической симметрией с учетом теплоотвода как за счет теплопроводности газа, так и за счет энергообмена с окружающей средой.

Отметим, что газоразрядная плазма, будучи термодинамически неравновесной, одновременно является и пространственно неоднородной средой

[4]. Поэтому при исследовании распределения температуры газа мы задаем распределение плотности электронов и, следовательно, распределение плотности разрядного тока и удельной мощности тепловыделения в газе параметрически, с целью выяснения реакции температурного поля в разрядной трубке на изменение этих распределений. Для определенности отметим, что, так как плотность электронов, плотность разрядного тока и удельная мощность тепловыделения связаны друг с другом линейной зависимостью, то эти величины обладают одинаковым характером или профилем радиального распределения. Показано, что на основании полученных результатов возможно экспериментальное измерение как коэффициента теплопередачи, так и профиля разрядного тока.

Рассмотрим тепловой баланс плазмы газового разряда, предполагая, что теплоотвод определяется как теплопроводностью, так и теплообменом с окружающей средой. Тогда стационарное уравнение баланса тепла газового компонента плазмы в цилиндрической разрядной трубке будет иметь вид

$$\frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left( \chi(T) r \frac{dT}{dr} \right) + Q(r) - L = 0, \quad (1)$$

где  $\chi(T)$  – коэффициент теплопроводности газа,  $Q(r) = i(r)E$  – удельная мощность тепловыделения,  $i(r)$  – плотность разрядного тока,  $E$  – продольная компонента напряженности электрического поля в разряде,  $L$  – мощность теплоотвода в окружающую среду, приходящаяся на единицу объема плазмы. Будем считать, что теплопередача между разрядной трубкой и окружающей средой определяется как произведение

$$q = \alpha(\bar{T} - T_c), \quad (2)$$

где  $q$  – плотность потока тепла через поверхность трубки,  $\alpha$  – так называемый коэффициент теплопередачи,  $\bar{T}$  и  $T_c$  – характерные температуры трубки и окружающей среды, соответственно. В данном случае  $\bar{T}$  – средняя по объему температура трубки,  $T_c$  – средняя температура среды в ближайшем окружении трубки:

$$\bar{T} = \frac{2}{R_0^2} \int_0^{R_0} r T(r) dr, \quad (3)$$

где  $R_0$  – радиус разрядной трубки.

Вычислив скорость потерь энергии через поверхность трубки посредством теплопередачи с помощью (2) и разделив на объем трубки, получим выражение для  $L$ :

$$L = \frac{2\alpha}{R_0} (\bar{T} - T_c). \quad (4)$$

Далее, полагая, что распределение электронной плотности по сече-

нию определяется решением Шоттки уравнения баланса заряженных частиц [7], для распределения объемной интенсивности источников тепла  $Q(r)$  будем иметь бесселевый радиальный профиль:

$$Q(r) = Q_0 J_0 \left( \frac{2.4r}{R_0} \right). \quad (5)$$

Подставляя (4) и (5) в уравнение (1) и полагая степенную температурную зависимость для коэффициента теплопроводности  $\chi(t) = aT^n$ , где константы  $a$  и  $n$  зависят от сорта газа (причем  $n$  – близкая к единице величина), получим:

$$\frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left( r \frac{dT^{n+1}}{dr} \right) = -\frac{n+1}{a} J_0 \left( \frac{2.4r}{R_0} \right) + \frac{2\alpha(n+1)}{aR_0} (\bar{T} - T_c). \quad (6)$$

Решение этого уравнения, конечное при  $r=0$  и удовлетворяющее условию  $T = T_0$  при  $r = R_0$ , есть

$$T(r) = T_0 \left\{ 1 + \frac{0.13(n+1)Q_1 J_0(2.4r/R_0)}{aT_0^{n+1}} - \frac{(n+1)\alpha R_0 (\bar{T} - T_c)}{2aT_0^{n+1}} \left( 1 - \frac{r^2}{R_0^2} \right) \right\}^{\frac{1}{1+n}}, \quad (7)$$

где  $Q_1 = IE = 1.35Q_0 R_0^2$  – мощность, выделяемая на единице длины разрядной трубки,  $I$  – разрядный ток. Заметим, что найденное распределение температуры зависит от ее среднего значения  $\bar{T}$ , которое в свою очередь определяется температурой  $T(r)$  согласно соотношению (3). Умножив уравнение (7) на  $r$  и интегрируя по  $dr$  в пределах 0 до  $R_0$ , с учетом (3) и после элементарных преобразований находим уравнение для определения  $\bar{T}$ :

$$\bar{T} = 2T_0 \int_0^1 \left\{ 1 + \frac{0.13(n+1)Q_1 J_0(2.4x)}{aT_0^{n+1}} - \frac{(n+1)\alpha R_0 (\bar{T} - T_c)}{2aT_0^{n+1}} (1 - x^2) \right\}^{\frac{1}{1+n}} x dx. \quad (8)$$

Из соотношения (7) можно получить выражение для перепада температур между осью и стенками разрядной трубки:

$$T(0) - T_0 = T_0 \left\{ 1 + \frac{0.13(n+1)Q_1}{aT_0^{n+1}} - \frac{(n+1)\alpha R_0 (\bar{T} - T_c)}{2aT_0^{n+1}} \right\}^{\frac{1}{1+n}} - T_0. \quad (9)$$

Уравнения (7)-(9) позволяют исследовать температурное поле в разрядной трубке с учетом теплоотвода за счет теплопроводности и обмена энергией с окружающей средой для случая бесселевого радиального профиля удельной мощности тепловыделения. Кроме того, считается, что выделяемое джоулево тепло полностью передается от электронного компонента плазмы к нейтральному, т.е. пренебрегается долей энергии, уносимой излучением.

Рассмотрим теперь более общий случай, когда распределение плотности тока  $I(r)$ , а следовательно, и удельная мощность тепловыделения зада-

ются параметрически – параметром, определяющим форму (профиль) распределения по сечению трубки. Используем параболический профиль для  $Q(r)$ , полагая, что

$$Q(r) = Q_0 \left( 1 - \frac{r^2}{R_0^2} \right)^\nu, \quad (10)$$

где  $\nu$  – характерный параметр, определяющий остроту распределения (peaking parameter), а  $Q_0$  связан с мощностью тепловыделения, приходящейся на единицу длины разрядной трубки  $Q_1$  следующим образом:

$$Q_0 = \frac{(\nu+1)Q_1}{\pi R_0^2} = \frac{(\nu+1)IE}{\pi R_0^2}. \quad (11)$$

Подставляя (10) в уравнение (1) и решая с учетом (3), (4), (11) и граничных условий ( $T = T_0$  при  $r = R_0$  и  $T$  конечна при  $r = 0$ ) при целом неотрицательном  $\nu$ , получим следующие выражения для радиального распределения  $T(r)$ , среднего значения  $\bar{T}$  и перепада температур между осью и стенками разрядной трубки  $T(0) - T_0$ :

$$T(r) = T_0 \left\{ 1 - \frac{(n+1)\alpha R_0(\bar{T} - T_c)}{2aT_0^{n+1}} \left( 1 - \frac{r^2}{R_0^2} \right) + \frac{(n+1)(\nu+1)Q_1}{\pi a T_0^{n+1}} \sum_{k=0}^{\nu} \frac{(-1)^k C_\nu^k}{(2k+2)^2} \left( 1 - \left( \frac{r}{R_0} \right)^{2k+2} \right) \right\}^{\frac{1}{1+\nu}}, \quad (12)$$

$$\bar{T} = T_0 \int_0^1 \left\{ 1 - \frac{(n+1)\alpha R_0(\bar{T} - T_c)}{2aT_0^{n+1}} (1-x) + \frac{(n+1)(\nu+1)Q_1}{\pi a T_0^{n+1}} \sum_{k=0}^{\nu} \frac{(-1)^k C_\nu^k}{(2k+2)^2} (1-x^{k+1}) \right\}^{\frac{1}{1+\nu}} dx, \quad (13)$$

$$T(0) - T_0 = T_0 \left\{ 1 - \frac{(n+1)\alpha R_0(\bar{T} - T_c)}{2aT_0^{n+1}} + \frac{(n+1)(\nu+1)Q_1}{\pi a T_0^{n+1}} \sum_{k=0}^{\nu} \frac{(-1)^k C_\nu^k}{(2k+2)^2} \right\}^{\frac{1}{1+\nu}} - T_0. \quad (14)$$

Уравнения (12) и (14) позволяют легко определить радиальное распределение и перепад температур в разряде, если известно решение уравнения (13) относительно  $\bar{T}$ . Мы провели подробный численный анализ уравнений (13) и (14) для случаев  $\nu = 0, 1, 2$ . Случай  $\nu = 0$ , как следует из соотношения (10), соответствует однородному распределению:  $Q(r) = Q_0$ . Результаты этих расчетов представлены на рис.1-6. Отметим, что при проведении расчетов мы полагали  $n=1$  и  $T_c = T_0$ , а для коэффициента теплопроводности  $a$  использовали значение  $a = 5.5 \cdot 10^{-5}$  Вт/МК<sup>2</sup>, которое приблизительно соответствует значению для газа аргона. Отметим также, что в случаях  $\nu = 0$  и 1 можно провести аналитически интегрирование в (13) и получить алгебраическое уравнение для определения  $\bar{T}$ , а для случая  $\nu \geq 2$  уравнение (13) следует решить численно. Из сравнения зависимостей  $\bar{T}$  и  $T(0) - T_0$  от параметров  $a$ ,  $Q_1$  и  $R_0$  на рис.1-3 и 4-6, соответственно, можно видеть, что средняя температура слабо чувствительна к характеру распределения удельной мощности тепловыделе-

ния, т.е. слабо зависит от  $\nu$ , тогда как зависимость перепада температур от  $\nu$  существенна. Из соотношений (8),(9),(13) и (14) можно видеть, что при  $\alpha = 0$  как средняя температура, так и перепад температур не зависят от радиуса трубки и определяются величиной вводимой мощности  $Q_1$ . Однако, при  $\alpha \neq 0$  возникает зависимость  $\bar{T}$  и  $T(0)-T_0$  от  $R_0$ . Это видно также на рис.1, где приведены зависимости  $\bar{T}$  от  $\alpha$  при двух значениях  $R_0$ . При этом, при фиксированных значениях остальных параметров, чем меньше  $R_0$ , тем больше  $\bar{T}$  и  $T(0)-T_0$  в разрядной трубке.

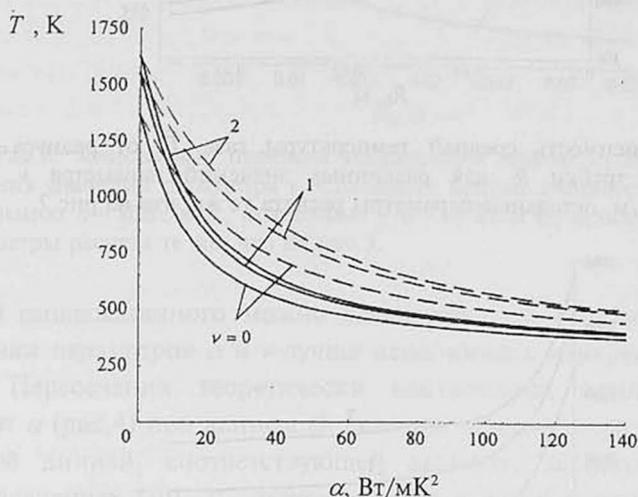


Рис.1. Зависимость средней температуры газа  $\bar{T}$  от коэффициента теплопередачи  $\alpha$  для различных значений параметра  $\nu$ . Сплошные кривые соответствуют значению  $R_0 = 0.02\text{м}$ , штриховые —  $R_0 = 0.01\text{м}$ . Значения остальных параметров:  $Q_1 = 1380\text{Вт/м}$ ,  $T_0 = 300\text{К}$ .

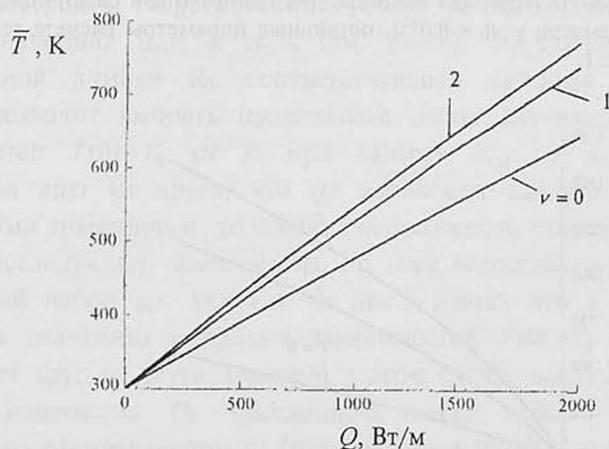


Рис.2. Зависимость средней температуры газа  $\bar{T}$  от мощности тепловыделения, приходящейся на единицу длины разрядной трубки  $Q_1$ , для различных значений параметра  $\nu$ . Значения остальных параметров:  $\alpha = 80\text{Вт/м}^2\text{К}$ ,  $R_0 = 0.01\text{м}$ ,  $T_0 = 300\text{К}$ .

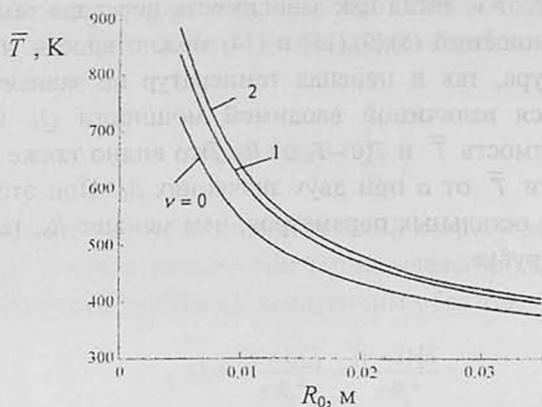


Рис.3. Зависимость средней температуры газа  $\bar{T}$  от радиуса разрядной трубки  $R_0$  для различных значений параметра  $\nu$ .  $Q_1 = 1400 \text{ Вт/м}$ , остальные параметры расчета те же, что на рис.2.

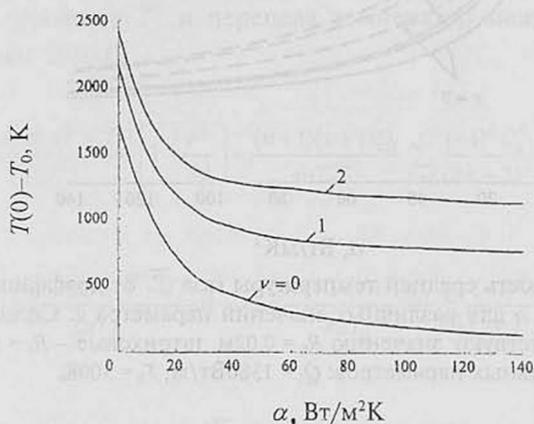


Рис.4. Зависимость перепада температуры газа от  $\alpha$  для различных значений параметра  $\nu$ .  $R_0 = 0.02 \text{ м}$ , остальные параметры расчета те же, что на рис.1.

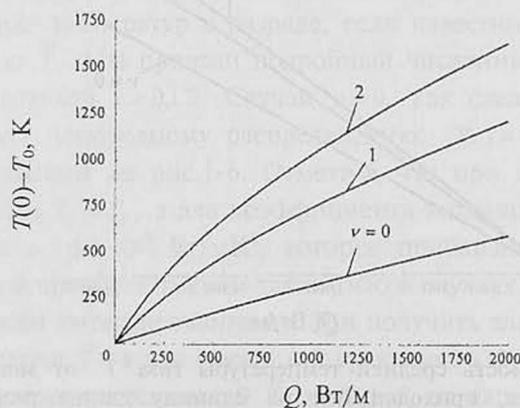


Рис.5. Зависимость перепада температуры газа от  $Q_1$  для различных значений параметра  $\nu$ . Параметры расчета те же, что на рис.2.

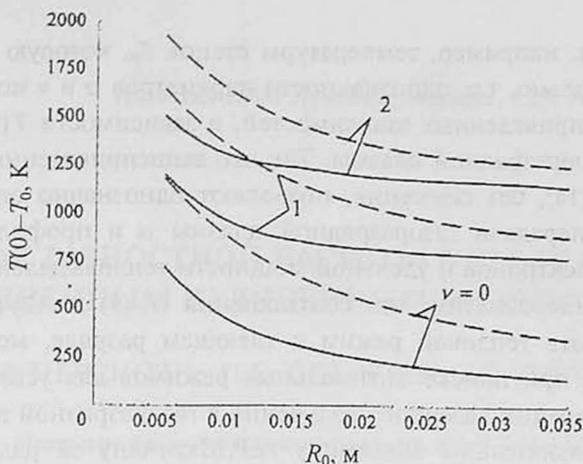


Рис.6. Зависимость перепада температуры газа от  $R_0$  для различных значений параметра  $\nu$ . Сплошные кривые соответствуют значению  $\alpha = 80 \text{ Вт/м}^2\text{К}$ , штриховые –  $\alpha = 30 \text{ Вт/м}^2\text{К}$ , остальные параметры расчета те же, что на рис.3.

Из вышесказанного можно заключить, что при экспериментальном определении параметров  $\alpha$  и  $\nu$  лучше использовать измерения перепада температур. Пересечения теоретически построенных кривых зависимостей  $T(0) - T_0$  от  $\alpha$  (рис.4) при данном  $Q_1$  (т.е. при данном разрядном токе) с горизонтальной линией, соответствующей данному, экспериментально измеренному значению  $T(0) - T_0$ , дают значения  $\alpha$  и  $\nu$ . В зависимости от величины  $T(0) - T_0$  возможно пересечение с одной или с несколькими кривыми. Пересечение с одной кривой позволяет однозначно определить  $\alpha$  и  $\nu$ . В случае пересечений с несколькими кривыми будем иметь несколько возможных значений  $\alpha, \nu$ , например,  $\alpha_1, \nu_1$  и  $\alpha_2, \nu_2$ . Для однозначного определения  $\alpha, \nu$  следует построить теоретические кривые зависимостей  $T(0) - T_0$  от  $R_0$  при данных значениях  $\alpha_1, \nu_1$  и  $\alpha_2, \nu_2$  (см. рис.6). Пересечение этих кривых с вертикальной линией  $R_0$ , соответствующей данному радиусу разрядной трубки, позволит выбрать правильный набор значений  $\alpha, \nu$ . Если кривые зависимостей  $T(0) - T_0$  от  $R_0$  при данных  $\alpha_1, \nu_1$  и  $\alpha_2, \nu_2$  настолько мало отличаются друг от друга, что не позволяют сделать правильный выбор между этими значениями, то следует использовать зависимость  $T(0) - T_0$  от  $Q_1$  (рис.5). Исследуя эту зависимость, по всей вероятности, можно определить правильный набор  $\alpha, \nu$ , так как из рис.5 видно, что в данном случае при различных значениях  $\nu$  кривые зависимостей  $T(0) - T_0$  достаточно сильно отличаются друг от друга. Однако, в этом случае следует иметь в виду, что сильное изменение  $Q_1$  (разрядного тока) может изменить характер радиального распределения  $\nu$ . Поэтому, если необходимо определить  $\nu$  при данном  $Q_1^*$ , то следует использовать теоретическую зависимость  $T(0) - T_0$  от  $Q_1$  при непосредственной близости к  $Q_1^*$ . Кроме того, на основании соотношений (9) и (14) можно исследовать также зависимость  $T(0) - T_0$  от

других параметров, например, температуры стенок  $T_0$ , которую можно изменить экспериментально, т.е. однозначности параметров  $\alpha$  и  $\nu$  можно достичь, используя, кроме приведенных зависимостей, и зависимости  $T(0)-T_0$  от других параметров газоразрядной плазмы. Так что вышеприведенные соотношения (7)-(9) и (12)-(14), без сомнения, позволяют однозначно определить коэффициент теплопередачи газоразрядной плазмы  $\alpha$  и профиль разрядного тока, плотности электронов и удельной мощности тепловыделения.

В заключение отметим, что соотношения (7)-(9) и (12)-(14), позволяющие анализировать тепловой режим в тлеющем разряде, могут быть использованы также при поиске оптимальных режимов для усиления акустических волн и генерации лазерного излучения в газоразрядной плазме.

Авторы признательны академику А.Р.Мкртчяну за ряд полезных и плодотворных обсуждений работы.

## ЛИТЕРАТУРА

1. А.Р.Мкртчян, О.С.Торосян. Акуст. журн., **45**, 633 (1999).
2. А.Р.Мкртчян, О.С.Торосян. Proc. of the XIII Intern. Conference on Gas Discharges and their Applications. Glasgow, **2**, 443 (2000).
3. А.В.Елецкий, Б.М.Смирнов. Физические процессы в газовых лазерах. М., Энергоатомиздат, 1985.
4. А.В.Елецкий, Б.М.Смирнов. УФН, **166**, 1197 (1996).
5. А.В.Елецкий. Химия плазмы, **9**, 151 (1982).
6. Г.А.Галечян. УФН, **165**, 1357 (1995).
7. W. Shottky. Phys. Zs., **25**, 635 (1924).

## ԳԱԶԱՊԱՐԴՈՒՄԱՅԻՆ ՊԼԱԶՄԱՅԻ ՋԵՐՄԱՀԱՂՈՐԴՄԱՆ ԳՈՐԾԱԿՑԻ ԵՎ ՀՈՍԱՆՔԻ ԽՏՈՒԹՅԱՆ ՊՐՈՖԻԼԻ ՈՐՈՇՈՒՄԸ

Հ.Ս. ԹՈՐՈՍՅԱՆ, Մ.Բ. ՄՈՒՍԱԿԻԱՆՅԱՆ

Տեսականորեն որոշված է գլանաձև պարպման խողովակում գազի ջերմաստիճանային բաշխումը հաշվի առնելով ջերմահեռացումն ինչպես գազի ջերմահաղորդականության, այնպես էլ շրջակա միջավայրի հետ ջերմափոխանակման հաշվին: Ստացված արդյունքների հիման վրա ցույց է տրված գազապարպումային պլազմայի ջերմահաղորդման գործակցի և էլեկտրոնների խտության, պարպման հոսանքի խտության ու ջերմանջատման աղբյուրների շառավղային պրոֆիլի փորձարարական ողջման հնարավորությունը:

## DETERMINATION OF THE HEAT-TRANSFER COEFFICIENT AND CURRENT DENSITY PROFILE OF GAS-DISCHARGE PLASMA

H.S. TOROSYAN, M.K. MUSAKHANYAN

The spatial distribution of gas temperature in a cylindrical discharge tube is theoretically investigated in respect of heat transfer due to gas thermal conduction and heat exchange with surrounding medium. Based on the obtained results the facilities for experimental determination of the heat-transfer coefficient of gas-discharge plasma and radial profiles of the electron density, discharge current density and radiants are shown.

УДК 535.13

## ГЕНЕРАЦИЯ РАЗНОСТНОЙ ЧАСТОТЫ В СРЕДЕ С КАНАЛОМ, ЗАПОЛНЕННЫМ НЕЛИНЕЙНЫМ ДИЭЛЕКТРИКОМ

М.Н. НЕРСИСЯН, П.С. ПОГОСЯН, С.С. ПОГОСЯН

Институт физических исследований НАН Армении

(Поступила в редакцию 2 июня 2004 г.)

Рассмотрены характерные особенности генерации разностной частоты в среде с каналом, заполненным нелинейным диэлектриком. Рассмотрен случай, когда разностное излучение возбуждается в структуре, состоящей из линейных пластин, между которыми помещена нелинейная среда. Показано, что при достаточно малой толщине нелинейного материала эффективность генерации будет определяться потерями в линейных пластинах.

В настоящее время для генерации разностной частоты в ТГц-овой области спектра широко применяется черенковский механизм излучения [1-3]. Как известно [4], в этом случае потери излучения в нелинейном кристалле определяются его поперечными размерами. Кроме того, черенковское излучение происходит под углом полного внутреннего отражения от границ нелинейного кристалла. В результате, пластины, используемые в качестве нелинейной среды, превращаются в диэлектрический волновод. Обычно, с целью получения больших нелинейностей, на практике используются сегнетоэлектрические нелинейные кристаллы, однако они обладают большими диэлектрическими потерями в ГГц – ТГц области спектра.

В настоящей работе предлагается простой способ для повышения эффективности генерации разностной частоты. Его сущность заключается в следующем: разностное излучение возбуждается в “сэндвиче”, состоящем из двух пластин линейного диэлектрика, между которыми находится пластина из нелинейного диэлектрика. Как будет показано ниже, если толщина нелинейного диэлектрика значительно меньше, чем длина волны излучения, то будем иметь волновод из линейного диэлектрика. Такая схема позволит существенно увеличить эффективность генерации разностной частоты.

Пусть на структуру, которая состоит из двух пластин, линейного диэлектрика с толщиной  $a$  и с диэлектрической проницаемостью  $\epsilon_2$ , между которыми помещена пластина из нелинейного материала с толщиной  $2d$  и с диэлектрической проницаемостью  $\epsilon_1$ , падает ультракороткий лазерный импульс (см. рис.1).

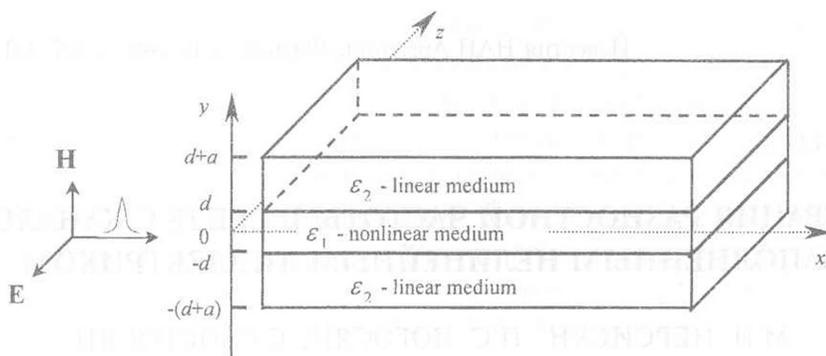


Рис.1. Схема волноводной структуры:  $2d$  – толщина нелинейной среды с диэлектрической проницаемостью  $\epsilon_1$ ,  $a$  – толщина линейных сред с диэлектрической проницаемостью  $\epsilon_2$ .

Рассмотрим двумерную задачу и будем считать, что поляризация падающего поля направлена параллельно оси  $z$  (перпендикулярно плоскости рисунка). В первом приближении теории дисперсии для электрического поля падающего импульса получим следующее выражение:

$$E = \frac{1}{2} A \left( t - \frac{x}{v} \right) \exp \left[ -i \omega_0 \left( t - \frac{x}{v_p} \right) \right] + \text{с.с.}, \quad (1)$$

где  $A$  – амплитуда,  $\omega_0$  – центральная частота лазерного импульса,  $v$  и  $v_p$  – его групповая и фазовая скорости. В реальных ситуациях дисперсией в полосе частот падающего импульса можно пренебречь, т.е. можно считать, что  $v_p = v = c/\sqrt{\epsilon_0}$ , где  $\epsilon_0$  – диэлектрическая проницаемость нелинейной среды на центральной частоте падающего излучения.

Если пренебречь также дисперсией нелинейной восприимчивости  $\chi$  в области возбуждаемого излучения, то для низкочастотной части нелинейной поляризации  $P^{NL}$  можно написать

$$P^{NL}(x, y, t) = g(y) \frac{1}{2} \chi A \left( t - \frac{x}{v} \right) A^* \left( t - \frac{x}{v} \right), \quad (2)$$

где функция  $g(y)$  имеет вид

$$g(y) = \begin{cases} 1, & |y| \leq d, \\ 0, & |y| > d. \end{cases}$$

Разлагая в интеграл Фурье выражение (2), для спектральных компонент нелинейной поляризации получим

$$P_{\omega}^{NL}(x, y) = g(y) \chi G(\omega) \exp \left( i \frac{\omega}{v} x \right), \quad (3)$$

где введено следующее обозначение:

$$G(\omega) = \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{+\infty} A(\omega') A^*(\omega' - \omega) d\omega'.$$

Возбужденное поле найдем из уравнений Максвелла. В области  $|y| \leq d$  для электрического поля получим следующее уравнение:

$$\left( \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\varepsilon_1 \omega^2}{c^2} \right) E_\omega(x, y) = -\frac{4\pi}{c^2} \omega^2 P_\omega^{NL}(x, y). \quad (4)$$

В областях  $d \leq |y| \leq d + a$  и  $|y| \geq d + a$  они находятся из соответствующих однородных волновых уравнений.

Для нахождения решения уравнения (4) поступим следующим образом. Вначале, считая, что структура однородна, т.е.  $\varepsilon_1 = \varepsilon_2$  и  $a \rightarrow \infty$ , решение уравнения (4) найдем методом разложения по плоским волнам [5]. При этом получим

$$E_\omega(x, y) = -\frac{4\pi}{c^2} \omega^2 \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{P_\omega^{NL}(k_x, k_y)}{\varepsilon_1 \omega^2 / c^2 - k_x^2 - k_y^2} \exp(i(k_x x + k_y y)) dk_x dk_y, \quad (5)$$

где  $P_\omega^{NL}(k_x, k_y)$  представляет собой Фурье-образ нелинейной поляризации и определяется по формуле

$$P_\omega^{NL}(k_x, k_y) = \frac{1}{(2\pi)^2} \int_{-\infty}^{+\infty} P_\omega^{NL}(x, y) \exp[-i(k_x x + k_y y)] dx dy. \quad (6)$$

Подставляя значение  $P_\omega^{NL}(x, y)$  из (3) в (6) и проведя в выражении (5) интегрирование по  $k_x$ , будем иметь

$$E_\omega(x, y) = -\frac{4\pi}{c^2} \omega^2 \chi G(\omega) e^{i\frac{\omega}{v}x} \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\sin(dk_y)}{k_y(p^2 - k_y^2)} \exp(ik_y y) dk_y, \quad (7)$$

где  $p = (\omega/c) \cdot \sqrt{\varepsilon_1 - \varepsilon_0}$ . Проинтегрировав выражение (7), для области  $|y| \leq d$  получим:

$$E_\omega(x, y) = -\frac{4\pi}{c^2} \omega^2 \chi G(\omega) e^{i\frac{\omega}{v}x} \frac{1}{p^2} \{1 - \cos(pd) \cos(py)\}. \quad (8)$$

В дальнейшем будем считать, что  $\varepsilon_1 > \varepsilon_2$ , т.е. выполняется черенковское условие излучения. Чтобы получить полное решение задачи при  $\varepsilon_1 \neq \varepsilon_2$ , необходимо к (8) добавить общее решение однородного уравнения в пластине из нелинейного диэлектрика и полученное выражение сшить с общими решениями уравнений линейных участков рассматриваемой структуры. Опуская подробности вычислений, запишем окончательные результаты для спектральных компонент электрического поля:

в области  $|y| \leq d$

$$E_{\omega}(x, y) = -\frac{4\pi}{c^2} \omega^2 \chi G(\omega) e^{i\frac{\omega}{v}x} \frac{1}{p^2} \left\{ 1 - \frac{s \sin(\gamma) \cos(py)}{p \cos(\gamma) \sin(pd) + s \sin(\gamma) \cos(pd)} \right\}, \quad (9)$$

в области  $d \leq |y| \leq d + a$

$$E_{\omega}(x, y) = -\frac{4\pi}{c^2} \omega^2 \chi G(\omega) e^{i\frac{\omega}{v}x} \frac{\sin(pd)}{p} \frac{\cos(sd - s|y| + \gamma)}{p \cos(\gamma) \sin(pd) + s \sin(\gamma) \cos(pd)}, \quad (10)$$

в области  $|y| \geq d + a$

$$E_{\omega}(x, y) = -\frac{4\pi}{c^2} \omega^2 \chi G(\omega) e^{i\frac{\omega}{v}x} \frac{\sin(pd)}{p} \frac{s}{\sqrt{s^2 + h^2}} \frac{e^{-h[|y| - (d+a)]}}{p \cos(\gamma) \sin(pd) + s \sin(\gamma) \cos(pd)}, \quad (11)$$

где

$$s = \frac{\omega}{c} \sqrt{\varepsilon_2 - \varepsilon_0}, \quad h = \frac{\omega}{c} \sqrt{\varepsilon_0 - 1}, \quad \gamma = sa - \varphi, \quad \tan(\varphi) = \frac{h}{s}.$$

Из выражений (9)-(11) видно, что дисперсионное уравнение структуры имеет вид

$$s \tan(sa - \varphi) + p \tan(pd) = 0. \quad (12)$$

Как видно из дисперсионного уравнения, возбуждение мод волноводной структуры существенно зависит от соотношения величин  $sa$  и  $pd$ . Так, например:

1) Предположим, что  $sa - \varphi = \pi n$  ( $n=0, 1, \dots$ ). Тогда получим  $pd = \pi n$ , т.е. в этом случае  $TE_0$  мода в нелинейном кристалле не будет возбуждаться.

2) В случае  $pd \ll 1$  получим  $sa = \arctan[(h/s)\{1 - pd(ph/s^2 - p/h)\}] + \pi n$ .

В предельном случае, когда  $d \rightarrow 0$ , получаем, что  $sa = \arctan[h/s] + \pi n$ , т.е. в волноводной структуре возбуждаются моды линейной пластины.

Таким образом, в случае очень тонких нелинейных пластин волноводная структура превращается в волновую антенну или в антенну "Беверджа" [6].

Потери в волноводной структуре можно учесть, если в полученных выражениях ввести небольшие положительные мнимые части в диэлектрических проницаемостях, т.е. считать, что  $\varepsilon_1 = \varepsilon'_1 + i\varepsilon''_1$ ,  $\varepsilon_2 = \varepsilon'_2 + i\varepsilon''_2$ .

Для иллюстрации потерь на эффективность генерации разностного излучения рассмотрим случаи, когда нелинейную поляризацию можно представить в виде дельта-функции, т.е. положить, что  $g(y) = \delta(y)$ . При  $a \rightarrow 0$  структура фактически превращается в диэлектрический волновод, представляющий собой нелинейную пластину. Для поля внутри такого волновода получим следующее выражение:

$$E_{\omega}(x, y)_{a \rightarrow 0} = -\frac{4\pi}{c^2} \omega^2 \chi G(\omega) e^{i\frac{\omega}{v}x} \frac{\sqrt{p^2 + h^2}}{2p} \frac{\cos[p(d - |y|) - \varphi_1]}{p \sin(pd) - h \cos(pd)}, \quad (13)$$

где  $\tan(\varphi_1) = h/p$ . Во втором случае, когда  $d \rightarrow 0$ , получим

$$E_{\omega}(x, y)_{d \rightarrow 0} = -\frac{4\pi}{c^2} \omega^2 \chi G(\omega) e^{i\frac{\omega}{v}x} \frac{\sqrt{s^2 + h^2}}{2s} \frac{\cos[s(a - |y|) - \varphi]}{s \sin(sa) - h \cos(sa)}. \quad (14)$$

Для отношения максимальных значений полей в первом приближении получим следующее выражение:

$$\frac{[E_{\omega}(x, y)_{d \rightarrow 0}]_{\max}}{[E_{\omega}(x, y)_{a \rightarrow 0}]_{\max}} = C \frac{\tan \delta_1}{\tan \delta_2}, \quad (15)$$

где  $\tan \delta_1$  и  $\tan \delta_2$  – тангенсы углов потерь нелинейного и линейного диэлектриков соответственно, а постоянная  $C$  для основных мод полей определяется из выражения

$$C = \frac{\varepsilon'_1(\varepsilon'_2 - 1)p'd\sqrt{\varepsilon'_2 - \varepsilon_0}}{\varepsilon'_2(\varepsilon'_1 - 1)s'a\sqrt{\varepsilon'_1 - \varepsilon_0}} \left[ \frac{\varepsilon'_1 - 1}{\sqrt{\varepsilon'_1 - \varepsilon_0}} + \frac{\sqrt{\varepsilon_0 - 1}}{p'd} \right] \left[ \frac{\varepsilon'_2 - 1}{\sqrt{\varepsilon'_2 - \varepsilon_0}} + \frac{\sqrt{\varepsilon_0 - 1}}{s'a} \right]^{-1}. \quad (16)$$

Таким образом, отношение максимальных значений полей пропорционально отношению тангенсов углов потерь нелинейного и линейного диэлектриков. Учитывая это обстоятельство, можно существенно увеличить эффективность генерации, если в волноводной структуре в качестве линейной среды применить пластины с малыми диэлектрическими потерями. Так, например, если нелинейная пластина состоит из кристалла ниобата лития, а в качестве линейной пластины использовать сапфир, то имеем  $\tan \delta_1 = 0.01$ ,  $\tan \delta_2 = 0.0001$ ,  $\varepsilon_0 = 5$ ,  $\varepsilon'_1 = 28$ ,  $\varepsilon'_2 = 9.4$ . Подставляя эти значения в (15) и (16), для отношения максимальных значений полей получим  $\approx 30$ .

Таким образом, применение предложенной нами структуры приводит к увеличению эффективности генерации разностной частоты примерно в 30 раз. На практике вместо тонкой нелинейной пластины может оказаться более эффективным использование планарных световодов для падающего оптического излучения [7].

## ЛИТЕРАТУРА

1. Г.А.Аскаръян. ЖЭТФ, **42**, 1360 (1962).
2. Д.А.Багдасарян, А.О.Макарян, П.С.Погосян. Письма в ЖЭТФ, **37**, 498 (1983).
3. D.H.Auston, K.P.Cheung, J.A.Valdmanis, D.A.Kleinman. Phys. Rev. Lett., **53**, 1555 (1984).
4. У.А.Абдулин, Г.А.Ляхов, О.В.Руденко, А.С.Чиркин. ЖЭТФ, **66**, 1295 (1974).
5. П.С.Погосян, С.С.Погосян. Изв. НАН Армении, Физика, **36**, 326 (2001).
6. Ч.Г.Папаз. Теория распространения электромагнитных волн. Ереван, изд. АН Арм. ССР, 1974.
7. Ю.О.Аветисян, А.Ж.Бабаджян, К.Н.Кочарян, Х.В.Неркарян. Изв. НАН Армении, Физика, **34**, 75 (1999).

УДК 621.378

## ИЗМЕРЕНИЕ ДИЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ ПРОНИЦАЕМОСТИ КРИСТАЛЛА $\text{LiNbO}_3$ В МИЛЛИМЕТРОВОЙ ОБЛАСТИ ДЛИН ВОЛН МЕТОДОМ ГЕНЕРАЦИИ РАЗНОСТНОЙ ЧАСТОТЫ ЛАЗЕРНЫХ ИМПУЛЬСОВ

К.М. МОВСИСЯН, А.О. МАКАРЯН

Ереванский государственный университет

(Поступила в редакцию 10 декабря 2003 г.)

Предложен метод для определения диэлектрической проницаемости нелинейных кристаллов в СВЧ диапазоне посредством генерации разностной частоты лазерного излучения. С его помощью экспериментально определена диэлектрическая проницаемость кристалла ниобата лития в миллиметровом диапазоне длин волн. Ошибка измерений в условиях эксперимента порядка 15%.

### 1. Введение

Изучение диэлектрических свойств вещества представляет как научный, так и практический интерес. Выбор метода измерений определяется многими факторами, среди которых особое значение имеют частотный диапазон, свойства исследуемого материала и способ воздействия на образец. Имеют значение также величины диэлектрической проницаемости и потерь, так как методы, пригодные для образцов с небольшой величиной проницаемости, оказываются непригодными для образцов с высокими значениями  $\epsilon$  и  $\text{tg } \delta$ .

Известные методы, особенно в СВЧ диапазоне [1], могут быть лишь крайне осторожно и ограниченно применимы при исследовании сегнетоэлектрических материалов, для которых из-за большого значения  $\epsilon$  возникают трудности, связанные с вводом СВЧ поля в образец. В связи с этим, высокие значения диэлектрической проницаемости у кристаллов сегнетоэлектриков требуют создания новых методов измерения их параметров. Успешное экспериментальное осуществление генерации разностной частоты (ГРЧ) лазерного излучения в широком диапазоне длин волн (см., например, [2-6]) открывает возможности для определения параметров нелинейных кристаллов в СВЧ диапазоне.

Предлагаемый в работе метод измерения диэлектрической проницаемости нелинейных кристаллов (большинство которых составляют сегнето-

электрики) с помощью ГРЧ лазерного излучения качественно отличается от известных методов. Основное различие этого метода состоит в том, что СВЧ поле не вводится извне, а генерируется в самом кристалле.

Целью настоящей работы являлось определение диэлектрической проницаемости сегнетоэлектрического кристалла ниобата лития этим методом. Интерес к кристаллу  $\text{LiNbO}_3$  обусловлен множеством его свойств, имеющих большое практическое приложение: использование для генерации второй гармоники, генерации разностной частоты, параметрической генерации света, электрооптических модуляторов, акусто-оптических элементов и т.д. Исследованию диэлектрических свойств этого кристалла в СВЧ диапазоне посвящен ряд работ (см., напр., [7]), но, несмотря на это, до настоящего времени нет полной ясности относительно дисперсии  $\epsilon$  в этом диапазоне длин волн.

## 2. Методика измерений

Ниже обсудим возможность экспериментального осуществления измерения диэлектрической проницаемости кристалла  $\text{LiNbO}_3$  в миллиметровой области длин волн с использованием процесса ГРЧ лазерных импульсов. Такие измерения могут дать также информацию о дисперсии  $\epsilon$ . Так как в этой области длин волн наблюдается заметная дисперсия диэлектрической проницаемости многих сегнетоэлектрических материалов, к которым относится также ниобат лития, то ясно, что исследование дисперсии в указанном диапазоне имеет важное практическое значение.

Из выражения для углового распределения мощности разностного излучения можно получить информацию о диэлектрической проницаемости нелинейного кристалла в СВЧ диапазоне. Для параллельных лазерных пучков гауссового профиля угловое распределение мощности дается выражением [8]

$$P(r, \lambda, \theta) = K \frac{r^4 \sin 2\theta \sin^2 \left[ \frac{\pi l}{\lambda} (\cos \theta_0 - \cos \theta) \right]}{\lambda^2 (\cos^2 \theta_0 - \cos^2 \theta)^2} \exp \left( - \frac{\pi^2 n^2 r^2 \sin^2 \theta}{\lambda^2} \right), \quad (1)$$

где  $r$  – радиус пучков,  $\cos \theta_0 = n_0 / n$ ,  $n$  и  $n_0$  – коэффициенты преломления кристалла для РЧ и оптического диапазонов, соответственно,  $l$  – длина кристалла, а  $K$  – параметр, зависящий от свойств нелинейного кристалла и мощностей излучения лазеров.

Величину  $\epsilon = n^2$  можно было бы непосредственно определить экспериментально, измеряя абсолютное значение мощности ГРЧ в зависимости от радиусов лазерных пучков. Однако такое измерение связано с определенными трудностями и в этом случае можно допустить значительную ошибку при определении  $\epsilon$ . Поэтому удобно провести относительное измерение мощности излучения разностной частоты. Зная отношение мощностей для различных значений диаметра лазерных пучков  $D$  и пользуясь выражением для

углового распределения мощности (1), нетрудно получить следующее соотношение для  $\varepsilon$ :

$$\varepsilon = \frac{4\lambda^2 \ln\left(\frac{P_2 D_1^4}{P_1 D_2^4}\right)}{\pi^2 (D_1^2 - D_2^2) \sin^2 \theta} \quad (2)$$

Таким образом, экспериментально измерив  $D_{1,2}$  и  $P_{1,2}$ , можно определить величину диэлектрической проницаемости кристалла  $\varepsilon$  для различных длин волн.

### 3. Экспериментальная часть и результаты

Эксперимент осуществлялся на установке, блок-схема которой показана на рис.1. Генерация разностной частоты происходит за счет нелинейного взаимодействия излучений двух частотно-расстроенных рубиновых лазеров. Модуляция добротности резонаторов, образованных зеркалами (1-1), осуществлялась электрооптическими затворами 2. С помощью блока синхронизации 3 добивались полного временного перекрытия лазерных импульсов. Сдвиг частот излучения лазеров осуществлялся нагреванием одного из рубинов 4. С помощью терморегулятора 5 стабильность разности температур поддерживалась с точностью  $0,1^\circ\text{C}$ , что соответствует сдвигу частоты на 400 МГц. Лазерные пучки через диафрагмы 6 падали на кристалл  $\text{LiNbO}_3$  длиной 7 мм, который был помещен в прямоугольный волновод 7 с поперечными размерами  $7,2 \times 3,4$  мм. Оптическая ось кристалла и плоскость поляризации возбуждающих пучков были перпендикулярны широкой стенке волновода. В этом случае ГРЧ определяется наибольшей компонентой тензора нелинейной восприимчивости  $d_{33}$  кристалла  $\text{LiNbO}_3$ , и возбуждаемая в волноводе волна типа  $H_{10}$  является основной волной.

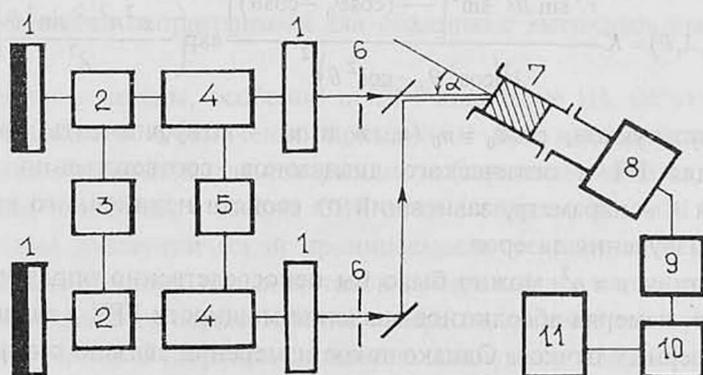


Рис.1. Блок-схема экспериментальной установки.

Излучение разностной частоты через аттенюатор 8 поступало на детекторную секцию 9, выполненную на основе диодов D407 и D607. Сигнал с

выхода детектора через усилитель 10 типа УЗ-33 подавался на осциллограф С8-12. Длительность лазерных импульсов была ~30 нс. Профили пучков были близки к гауссовому. Угловое распределение мощности РЧ в миллиметровой области длин волн имеет четко выраженную лепестковую структуру. Очевидно, что эффективность ГРЧ будет наибольшей, если направление максимальной мощности излучения РЧ в кристалле совпадет с направлением распространения парциальной волны данной частоты в волноводе. Следовательно, экспериментально подбирая углы падения  $\alpha$  параллельных лазерных пучков на кристалл, можно обеспечить соответствующие углы распространения  $\theta$  излучения РЧ в волноводе. Измерения проводились на длинах волн  $\lambda=4$  мм и 8 мм, которым соответствуют углы распространения в волноводе  $\theta \approx 5^\circ$  и  $10,5^\circ$ , где сконцентрирована основная часть мощности РЧ [9].

На рис.2 приводятся результаты эксперимента в виде графика зависимости  $\ln A$  от  $B$ , где использованы обозначения

$$A = \frac{P_2}{P_1} \frac{D_1^4}{D_2^4}, \quad B = \frac{\pi^2}{4} \frac{\sin^2 \theta}{\lambda^2} (D_1^2 - D_2^2).$$

Как видно из рисунка, эта зависимость хорошо аппроксимируется линейной функцией. В соответствии с (2), тангенс угла наклона прямой определяет величину  $\varepsilon$ . Измеренное таким образом значение диэлектрической проницаемости для кристалла LiNbO<sub>3</sub> в миллиметровом диапазоне оказалось равным  $30 \pm 4,5$ . Заметим, что в силу логарифмического характера соотношения (2), даже небольшие отклонения отношения мощностей от истинного значения могут вызвать сильное изменение наблюдаемой величины  $\varepsilon$ . Поэтому, для уменьшения ошибки при определении диэлектрической проницаемости кристалла ниобата лития, в пределах возможностей эксперимента мы использовали опытные данные, которые соответствовали наибольшему возможному значению отношения диаметров лазерных пучков. Ошибка измерения при этом была порядка 15%.

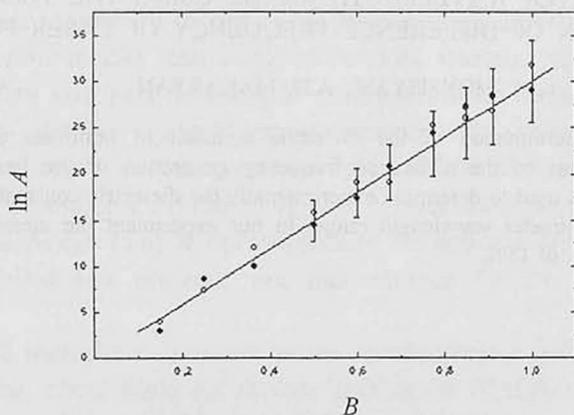


Рис.2. Экспериментальные результаты при  $\lambda = 4$  мм (точки) и  $\lambda = 8$  мм (светлые кружки).

При той же ориентации кристалла  $\text{LiNbO}_3$ , при которой эффективно работает компонента тензора квадратичной нелинейной восприимчивости  $d_{33}$ , нами была также измерена диэлектрическая проницаемость кристалла для длины волны  $\lambda = 2$  см. В этом случае ГРЧ осуществлялась с помощью лазера на неодимовом стекле, который работает в одномодовом пикосекундном режиме (длительность пуга  $\sim 150$  нс). Отметим, что ГРЧ в кристалле возникает вследствие нелинейного взаимодействия спектральных компонент излучения неодимового лазера. Измеренное таким образом значение  $\epsilon$  для  $\text{LiNbO}_3$  на длине волны  $\lambda = 2$  см оказалось равным  $49 \pm 7,3$ . Ошибка измерения при этом также была порядка 15%. Пиковая мощность СВЧ излучения составляла  $10 \div 20$  мВт. Все измерения проводились при комнатной температуре.

В заключение еще раз обратим внимание на то, что предложенный способ может стать эффективным методом определения диэлектрической проницаемости нелинейных кристаллов в СВЧ диапазоне, если добиться достаточной точности в измерениях.

## ЛИТЕРАТУРА

1. А.А.Брандт. Исследование диэлектриков на сверхвысоких частотах. М., Физматгиз, 1963.
2. A.Koster, A.Vossoughi. J. Phys. E. Instrum., 9, 340 (1976).
3. Ю.О.Аветисян, Р.М.Мартirosян, Э.Г.Мирзабекян, П.С.Погосян. Квантовая электроника, 5, 659 (1978).
4. Ю.О.Аветисян, А.О.Макарян, К.М.Мовсисян, П.С.Погосян. Письма в ЖТФ, 5, 233 (1979).
5. K.Kawase, T.Taniuchi, H.Ito. Opt. Lett., 24, 1605 (1999).
6. Y.S.Lee, T.Mead, et al. Appl. Phys. Lett., 76, 2505 (2000).
7. Ю.М.Поплавко, В.В.Мериакри и др. ФТТ, 15, 1473 (1973).
8. У.А.Абдулин, Г.А.Ляхов, О.В.Руденко, А.С.Чиркин. ЖЭТФ, 66, 1295 (1974).
9. А.О.Макарян, К.М.Мовсисян, П.С.Погосян. ЖПС, 41, 908 (1984).

## MEASUREMENT OF THE DIELECTRIC CONSTANT OF $\text{LiNbO}_3$ CRYSTAL IN THE MILLIMETER WAVELENGTH RANGE USING THE TECHNIQUE OF GENERATION OF DIFFERENCE FREQUENCY OF LASER PULSES

К.М. MOVSISYAN, А.Н. MAKARYAN

A technique for determination of the dielectric constant of nonlinear crystals in the microwave range by means of the difference frequency generation of the laser radiation is proposed. The method was used to determine experimentally the dielectric constant of the lithium niobate crystal in the millimeter wavelength range. In our experiment the measurements were performed with an accuracy of 15%.

УДК.537.611

## ВЫСОКОТЕМПЕРАТУРНЫЙ МОЛЕКУЛЯРНЫЙ МАГНЕТИЗМ, ОБУСЛОВЛЕННЫЙ $\pi$ -ЭЛЕКТРОНАМИ: ФТАЛОЦИАНИНЫ МЕДИ И ЦИНКА, ДОПИРОВАННЫЕ ЩЕЛОЧНЫМИ МЕТАЛЛАМИ

Э.Г. ШАРОЯН<sup>1</sup>, В.Э. ШАРОЯН<sup>2</sup>, А.С. МАНУКЯН<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Институт физических исследований НАН Армении

<sup>2</sup>Университет медицины и стоматологии, Нью-Джерси, США

(Поступила в редакцию 2 апреля 2004 г.)

Исследованы спектры электронного парамагнитного резонанса фталоцианинов меди и цинка, допированных щелочными металлами ( $A_xCuPc$  и  $A_xZnPc$ ). Температурная зависимость ЭПР спектров указывает на ферромагнитное поведение образцов  $A_xCuPc$  и  $A_xZnPc$ . В зависимости от стехиометрии образцов ( $x$ ), температура Кюри-Вейсса меняется от 30К до 115К. Показано, что наблюдаемый магнетизм обусловлен неспаренными  $\pi^*$ -электронами анионов фталоцианина на дважды вырожденной  $7E_g$  молекулярной орбитали. Наблюдаемый ферромагнетизм может быть понят в рамках модели МакКоннелл-2, предложенной для органических ферромагнитных комплексов с переносом заряда. Высокие значения температуры Кюри ( $T_C$ ) интерпретированы в рамках механизма зинеровского двойного обмена между молекулярными анионами фталоцианина различной валентности.

### 1. Введение

Молекулярный магнетизм – новая ветвь магнетизма, усиленно развивающаяся в последние 10-15 лет [1,2]. Молекулярные магнитные материалы состоят из органических или неорганических молекул и/или молекулярных ионов, ансамбли которых проявляют кооперативные магнитные явления, такие как ферро-, ферри- и антиферромагнетизм. Эти материалы можно условно классифицировать на три главные группы: магнитные материалы на основе солей с переносом заряда [3,4], магнитные материалы на основе биметаллических молекул [5,6] и органические магнитные материалы, не содержащие металлических атомов, так называемые “чисто органические магниты” [7,8].

Особый интерес вызывают чисто органические молекулярные магнитные материалы, состоящие из легких элементов (С,Н,Н,О) и не содержащие металлических элементов. Обменные взаимодействия в органических магнитах могут быть обусловлены только внешними  $s$  и/или  $p$ -электронами. Си-

туация уникальна и чрезвычайно отлична по сравнению с традиционными неорганическими магнитами, в которых магнитные свойства обусловлены внутренними  $d$  и/или  $f$ -электронами. Существует ряд трудностей, связанных с созданием чисто органических молекулярных ферро- или ферримагнетиков. Во-первых, есть значительные трудности из-за их химической активности. Во-вторых, обычно имеет место антиферромагнитное упорядочение между соседними молекулами. В-третьих, важна также вторичная магнитная структура в пределах одного домена [9].

Теоретические подходы по созданию органических молекулярных ферромагнетиков развиты в работах МакКоннелла и др. [10-15]. Для получения ферромагнитного порядка необходимо иметь неспаренные спины на вырожденной молекулярной орбитали (МО) [11]. Однако, часто эффект Яна-Теллера, а также локальные искажения в кристалле снимают это вырождение и приводят к низкоспиновому состоянию [9,15]. Тем не менее в 1991г. появились два сообщения о наблюдении ферромагнетизма в стабильном органическом радикале  $p$ -NPNN [7] и в соли с переносом заряда на основе фуллерена  $C_{60}$ :  $[TDAE]C_{60}$  [8]. Температура Кюри в  $p$ -NPNN – 0,6К, и несмотря на дальнейшие многочисленные работы, значения  $T_C$  в чисто органических радикалах очень низки – они не превышают 2К [7]. Последнее достижение в этой области – 6,7К [16]. В случае  $[TDAE]C_{60}$   $T_C=16,1$ К. Были проведены многочисленные исследования для выявления природы магнетизма в этом соединении. Недавно были обнаружены ян-теллеровские искажения в отрицательных моноанионах  $C_{60}^-$  и, по-видимому, кооперативный эффект Яна-Теллера и обуславливает ферромагнетизм этого соединения [17,18].

Для получения высокопроводящих и сильномагнитных материалов мы разработали технологию допирования металл-фталоцианинов ( $MPc$ , где  $Pc=C_{32}H_{16}N_8$ ) в твердой фазе – донорами и акцепторами электронов (соответственно щелочными металлами и йодом) [19-21]. Используя эту технологию, был получен и исследован ряд соединений с переносом заряда на основе фталоцианинов. Металл-фталоцианины, допированные щелочными металлами –  $A_xMPc$  (при  $x>1,5$ ), резко выделяются своими необычными магнитными свойствами [19,21-25]. Самая замечательная особенность  $A_xMPc$  магнитов – это необычно высокие значения  $T_C$ , которые иногда превышают комнатную температуру. Магнитные свойства  $A_xMPc$  соединений меняются в широком интервале: они сильно зависят от степени допирования  $x$  ( $0 \leq x \leq 4$ ), от природы центрального металла  $M$  ( $M=Zn, Cu, Ni, Co, Fe, Mn$ ), а также от природы щелочного металла  $A$  ( $A=Na, K, Rb, Cs$ ).

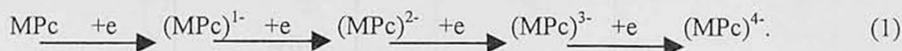
В 80-х годах мы обнаружили и исследовали комнатнотемпературный ферромагнетизм в образцах  $A_xFePc$ ,  $A_xCoPc$ ,  $A_xNiPc$  ( $x \gg 1$ ) [19,22]. Магнетизм в этих соединениях обусловлен или а) молекулярным ферромагнетизмом  $\pi$ -электронов анионов  $MPc$ , или б) ферромагнетизмом металлических наночастиц  $Fe$ ,  $Co$  или  $Ni$ , которые образуются в процессе допирования соответствующих  $MPc$ . Линейные размеры этих наночастиц меньше разрешающей

способности рентгенодифракционного метода. В зависимости от условий синтеза представляется возможным осуществить оба эти сценария.

В настоящей статье мы сообщаем о ферромагнитном поведении образцов  $A_xCuPc$  и  $A_xZnPc$ , исследованных методом ЭПР. Случай ферромагнетизма наночастиц в образцах  $A_xCuPc$  и  $A_xZnPc$  исключается, т.к. Cu и Zn являются диамагнитными металлами (здесь не рассматривается слабый паулиевский парамагнетизм электронов проводимости). Для понимания природы ферромагнитного упорядочения в этих соединениях нами использована модель МакКоннелл-2 (модификация Вудла) для органических комплексов с переносом заряда [11,26]. Чтобы объяснить необычно высокие значения  $T_C$  в этих образцах, нами рассмотрен зинеровский механизм двойного обмена, который ранее был использован для объяснения ферромагнетизма в неорганических кристаллах, содержащих ионы со смешанной валентностью [27,28]. Мы также представляем схему различных методов гетерофазного допирования фталоцианинов щелочными металлами.

## 2. Гетерофазный синтез образцов. Методы допирования

Допирование металлфталоцианинов (MPc) щелочными металлами (A) приводит к восстановлению MPc молекул [29-35]. В растворе (обычно используют тетрагидрофуран- (ТНФ)) имеет место последовательное восстановление моно-, ди-, три- и тетра-анионов MPc, что может быть представлено следующей схемой:



Допирование фталоцианинов в твердой фазе может быть представлено аналогичной реакцией:



Однако соединения, полученные в результате допирования моно- и поликристаллов и пленок MPc щелочными металлами, существенно отличаются от продуктов жидкофазного синтеза. При допировании MPc в растворе можно получить анионы  $(MPc)^{n-}$  только с целочисленным зарядом  $n=1,2,3,4$ . При допировании твердотельных фталоцианинов возможно получение молекул и с дробными зарядами (например, при  $n=1,5; 2,5$  и т.д.). Здесь возникает возможность получения молекул (анионов) с разной валентностью (см. ниже), а также фаз с разной стехиометрией, возможно "расслоение" фаз, аналогично твердым растворам манганитов [36,37]. Изменяя величину  $x$ , можно получить ряд соединений с различными структурными и, соответственно, электрическими и магнитными свойствами.

Для синтеза  $A_xMPc$  соединений в широком интервале значений  $x$  ( $0 \leq x \leq 4$ ) нами использована интеркаляционная техника допирования. На рис.1 приведена схема установки для синтеза и температурные профили вдоль

реакционной ампулы. Здесь  $T_A$  и  $T_{MPc}$  – температуры щелочного металла и MPc, соответственно. Три различных режима были предложены и разработаны в нашей лаборатории: режим 1, когда  $T_A > T_{MPc}$ , режим 2, когда  $T_A = T_{MPc}$ , и режим 3, когда  $T_A < T_{MPc}$ . Первый режим приводит к конденсации и образованию жидкой фазы щелочного металла на поверхности фталоцианinov. Он соответствует допированию из жидкой фазы (так называемое жидкофазное допирование). В режиме 3 конденсация и образование жидкой фазы исключаются и он соответствует допированию из газовой фазы (так называемое газофазное допирование). В настоящей работе для получения образцов  $A_xMPc$  мы использовали 2-ой режим. В этом случае результаты допирования сильно зависят также от геометрии реакционной ампулы, навесок A и MPc и пр. Поликристаллические образцы медного фталоцианина ( $\alpha$ -CuPc и  $\beta$ -CuPc) и цинкового фталоцианина ( $\beta$ -ZnPc) допировались натрием (Na) и рубидием (Rb). Было синтезировано более 50 образцов. Температура синтеза для  $Na_xCuPc$  и  $Na_xZnPc$  была  $350^\circ C$ , а для образцов  $Rb_xCuPc$  и  $Rb_xZnPc$  –  $220^\circ C$ . Время реакции варьировалось от 2 до 7 часов для  $Na_xCuPc$  и  $Na_xZnPc$ , и от 15 минут до нескольких часов для  $Rb_xCuPc$  и  $Rb_xZnPc$ . Трудно получить однороднодопированные образцы, если вообще это в принципе возможно. Для получения “однородных” образцов и для удаления излишнего количества щелочного металла (деинтеркаляции) применялись различные режимы отжига.

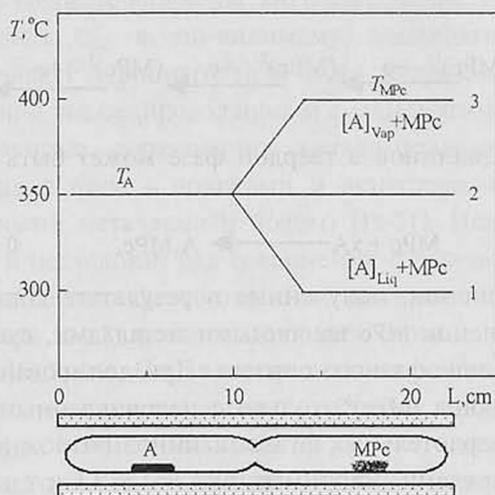


Рис.1. Схема аппаратуры для синтеза и температурные профили вдоль реакционной ампулы.

### 3. Температурная зависимость спектров ЭПР

Для магнитных исследований был использован ЭПР-спектрометр X-диапазона, который является наиболее информативным для определения

степени восстановления МРС. Для каждого образца было измерено соотношение интегральных интенсивностей ЭПР-сигнала при  $T=77\text{K}$  и  $T=293\text{K}$ . Наиболее интересные образцы, в которых наблюдается сильное отклонение от закона Кюри, были исследованы в широком интервале температур от  $3,5\text{K}$  до  $300\text{K}$  на радиоспектрометре "JEOL-JES-PE-3X".

Основные результаты ЭПР измерений представлены на рис.2-5. На рис.2а приведены спектры ЭПР поликристаллических образцов  $\alpha\text{-CuPc}$  и  $\beta\text{-CuPc}$ . Эти спектры хорошо совпадают с известными литературными данными. Сигнал ЭПР обусловлен ионами  $\text{Cu}^{2+}(d^9)$  на  $11b_{1g}$  молекулярной орбитали (МО) (рис.2б). При допировании интенсивность этого «широкого» сигнала монотонно падает и возникает узкий сигнал при  $g \approx 2$ , интенсивность которого растет (рис.3). Конечная интегральная интенсивность узкого сигнала  $\sim 10^{20}$  спин/г. Сигнал обусловлен  $\pi^*$ -электронами на вырожденной  $7e_g$  МО (рис.4).

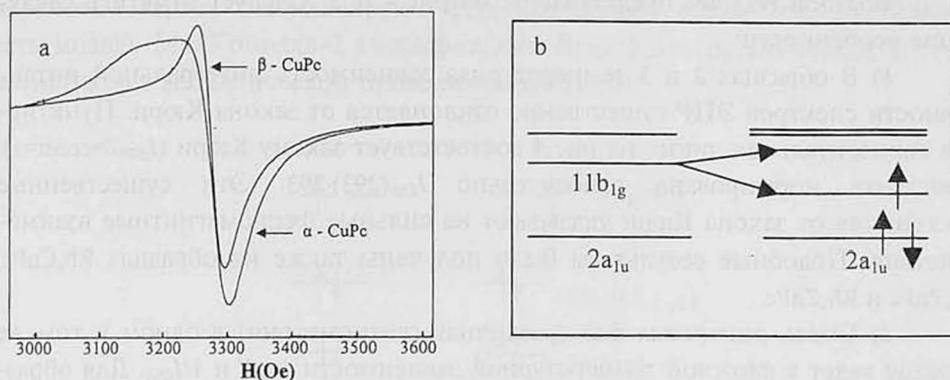


Рис.2. а) Спектры ЭПР  $\alpha\text{-CuPc}$  и  $\beta\text{-CuPc}$ . б) Одноэлектронные орбитальные энергетические уровни  $\text{CuPc}$  с учетом поляризации спинов [38].

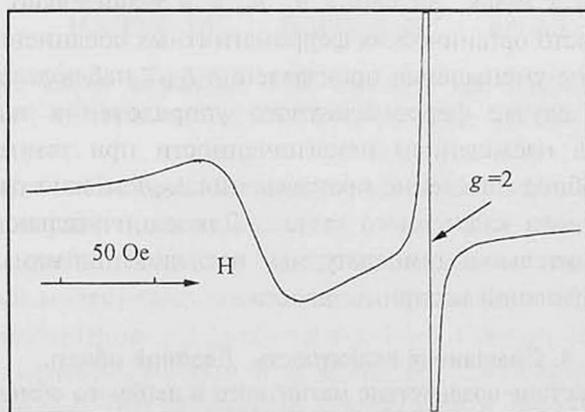


Рис.3. Спектры ЭПР образцов  $\text{Na}_x\text{CuPc}$  ( $x < 2$ ).

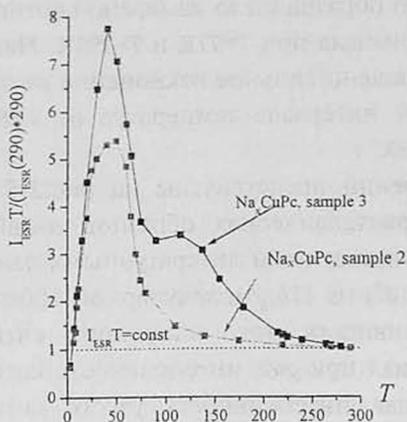


Рис.4. Зависимость  $(I_{ESR}T)$  от  $T$ .

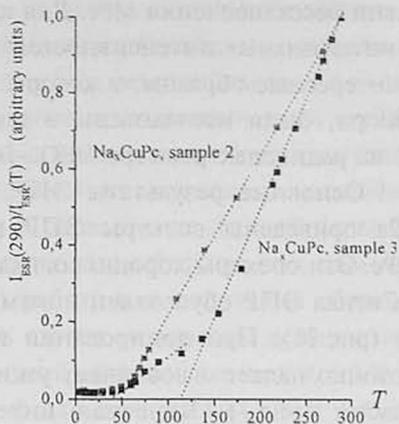


Рис.5. Зависимость  $1/I_{ESR}$  от  $T$ .

Температурные зависимости магнитной восприимчивости ( $I_{ESR}T$  и  $1/I_{ESR}$ ) образцов  $\text{Na}_x\text{CuPc}$  представлены на рис.4 и 5. Следует отметить следующие особенности:

1) В образцах 2 и 3 температурная зависимость интегральной интенсивности спектров ЭПР существенно отклоняется от закона Кюри. Пунктирная горизонтальная линия на рис.4 соответствует закону Кюри ( $I_{ESR}T = \text{const} = 1$ ). Константа нормирована относительно  $I_{ESR}(293) \cdot 293$ . Эти существенные отклонения от закона Кюри указывают на сильные ферромагнитные взаимодействия. Подобные результаты были получены также на образцах  $\text{Rb}_x\text{CuPc}$ ,  $\text{Na}_x\text{ZnPc}$  и  $\text{Rb}_x\text{ZnPc}$ .

2) Смесь различных фаз (различная стехиометрия) в одном и том же образце ведет к сложной температурной зависимости  $I_{ESR}T$  и  $1/I_{ESR}$ . Для образца 3 рассчитаны два значения констант Кюри-Вейсса:  $\theta_1 = 115\text{K}$  и  $\theta_2 = 40\text{K}$ . Некоторые частицы образца 3 притягивались к слабому магниту при температуре чуть выше  $77\text{K}$ , что также подтверждает, что  $T_C$  в этих частицах выше  $77\text{K}$ . Для образца 2  $\theta = 50\text{K}$ . Значения  $\theta_1$ ,  $\theta_2$ , и  $\theta$  значительно превышают  $T_C$  существующих чисто органических ферромагнитных соединений.

3) Линейное уменьшение произведения  $I_{ESR}T$  наблюдалось при низких температурах. В случае ферромагнитного упорядочения такое поведение можно объяснить насыщением намагниченности при температурах ниже, чем  $25\text{-}30\text{K}$ . Подобное поведение произведения  $I_{ESR}T$  можно ожидать и в случае ферромагнитного кластерного стекла. Для окончательного анализа необходимы дополнительные температурные исследования намагниченности и динамической магнитной восприимчивости.

#### 4. Смешанная валентность. Двойной обмен. Совместное воздействие магнитного и двойного обменов

Чтобы объяснить магнитные свойства допированных фталоцианинов, рассмотрим энергетические уровни  $\text{MPc}$  [38,39]. При окислении неспаренные

$\pi^*$ -электроны образуются на невырожденной  $2a_{1u}$  молекулярной орбитали (НОМО) МРс. При восстановлении  $\pi^*$ -электроны заполняют дважды вырожденную открытую  $7e_g$ МО (LUMO). Очевидно, что магнитные свойства  $A_x$ МРс соединений сильно зависят от степени допирования  $x$ , которая, в свою очередь, определяет степень заполнения  $7e_g$ МО. Наша технология позволяет изменять степень допирования в очень широких пределах:  $0 \leq x \leq 4$ . Настоящая работа, как и наши предыдущие исследования [34], показывают, что температурная зависимость интегральной интенсивности сигналов ЭПР соединений  $A_x$ СuРс и  $A_x$ ЗnРс существенно отклоняется от закона Кюри. Наибольшие отклонения имеют место при  $x=1.5$  в случае  $Na_xZnPc$  и  $x=2.5$  для  $Na_xCuPc$ . Для обоих соединений степень заполнения  $7e_g$ МО одинакова и меньше половины (рис.6). Оба эти случая могут быть связаны с молекулами, имеющими разную валентность, с одним и двумя  $\pi^*$ -электронами, соответственно. На рис.6 представлена схема МО двух соседних анионов с разной валентностью. В основном состоянии их суммарный спин  $S=3/2$ , т.к. виртуальные переходы с переносом заряда стабилизируют ферромагнитную связь. Это фактически есть модель МакКоннелл-2 (модификация Вудла) для органических ферромагнетиков с металлической проводимостью [11,26].

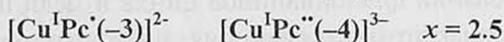
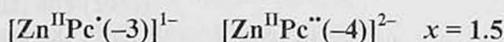
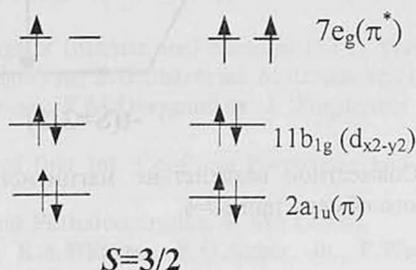


Рис.6. Схема валентных МО соседних пар  $[Zn^{II}Pc^{(-3)}]^{1-}$ ,  $[Zn^{II}Pc^{(-4)}]^{2-}$  при  $x=1.5$  и  $[Cu^I Pc^{(-3)}]^{2-}$ ,  $[Cu^I Pc^{(-4)}]^{3-}$  при  $x=2.5$ .

Система ( $\pi^{*1}-\pi^{*2}$ ) очень напоминает неорганические магнитные димеры ( $d^1-d^2$ ), в которых, помимо обычного магнитного обмена, существенен также механизм двойного обмена [40]. Делокализация “лишнего” электрона между соседними молекулярными анионами, имеющими спин  $S_0=1/2$ , приводит к их ферромагнитному упорядочению с  $S=3/2$ . Следует отметить, что стабилизация ферромагнитного состояния из-за двойного обмена намного сильнее гейзенберговской [40]. Совместное воздействие магнитного обмена и двойного обмена приводит к следующим уровням энергии:

$$E = -JS(S+1) + t(S+1/2)(2S_0+1), \quad (3)$$

где  $J$  – многоэлектронный обменный параметр,  $t$  – интеграл переноса, а  $S_0$  – значение спина остова [40]. В случае  $\pi^*1-\pi^*2$  системы и  $J$ , и  $t$  больше нуля. Оба взаимодействия дают ферромагнитный вклад. Результат совместного воздействия магнитного обмена и двойного обмена показан на рис.7. Здесь приведен случай, когда отношение  $t/J=6$ . Для оценок мы брали  $t=0.3\text{eV}$ ,  $J=0.05\text{eV}$  ( $U_{\text{eff}}=1.5\text{eV}$ ). Таким образом, в  $A_xMPC$  соединениях двойной обмен, сильно стабилизируя ферромагнитное состояние, приводит к высоким значениям  $T_C$ .

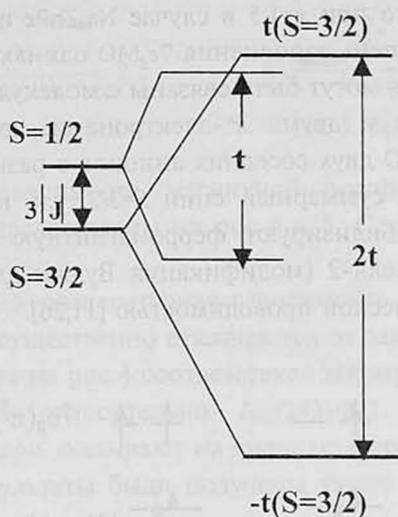


Рис.7. Совместное воздействие магнитного обмена и двойного обмена при  $t/J=6$ .

## 5. Заключение

При допировании фталоцианинов цинка и меди щелочными металлами получены ферромагнитные соединения, в которых температура Кюри выше 77К. Значения  $T_C$  в  $A_xCuPc$  и  $A_xZnPc$  значительно превышают  $T_C$  известных органических радикалов. В  $A_xCuPc$  и  $A_xZnPc$ , при  $x>1$ ,  $d$ -орбитали ионов  $Zn(II)$  и  $Cu(I)$  полностью заполнены ( $d^{10}$ ). Мы полагаем, что высокотемпературное ферромагнитное поведение образцов  $A_xCuPc$  и  $A_xZnPc$  обусловлено  $\pi^*$ -электронами на дважды вырожденной  $7e_gMO$ , смешанной валентностью анионов  $MPc$  и механизмом двойного обмена, который впервые наблюдается в молекулярных ферромагнетиках.

Авторы благодарят Г.Р.Асатряна за помощь при проведении низкотемпературных ЭПР измерений в Физ.-тех. институте им. А.Иоффе (Санкт-Петербург), а также А.Г.Малояна и С.Г.Геворгияна за полезные обсуждения и техническую помощь. Работа поддержана грантом ANSEF №PS139-01 и грантом №00-386 Министерства Образования и Науки РА.

## ЛИТЕРАТУРА

1. O.Kahn. *Molecular Magnetism*. VCH, New York, 1993.
2. E.Coronado, P.Delhaes, D.Gatteschi and J.S.Miller (eds.), *Molecular Magnetism: From Molecular Assemblies to the Devices*. NATO ASI Series E, 381, Kluwer, Dordrecht, 1996.
3. A.J.Epstein and J.S.Miller, in [2], pp.415-424 (1996).
4. J.S.Miller and A.J.Epstein. *Angew. Chem. Int. Ed. Engl.*, **33**, 385 (1994).
5. O.Kahn in [2], pp.243-288 (1996).
6. O.Kahn. *Comments Cond. Mat. Phys.*, **17**, 39 (1994).
7. M.Kinoshita, in [2], pp.449-472.
8. P.-M. Allemand et al. *Science*, **253**, 301 (1991).
9. J.Veciana, in [2], pp.425-448.
10. H.M. McConnell. *J.Chem.Phys.*, **39**, 1910 (1963).
11. H.M.McConnell. *Proc. R. Welch Found. Chem. Res.*, **11**, 114 (1967).
12. N.Mataga. *Teor. Chem. Acta*, **10**, 372 (1968).
13. А.А.Овчинников. *Доклады АН СССР*, **236**, 928 (1977).
14. P.S.Bagus and J.V.Torrance. *Phys. Rev. B*, **39**, 7301 (1989).
15. T.LePage, R.Breslow. *J. Am. Chem. Soc.*, **109**, 6412 (1987).
16. W.Fujia, K.Awaga. *Chem. Phys. Lett.*, **357**, 385 (2002).
17. T.Kawamoto. *Solid State Com.*, **101**, 231 (1997).
18. R.Blinc et al. *Phys. Rev. Lett.*, **88**, 086402 (2002).
19. А.Р.Арутюнян, Л.С.Григорян и Э.Г.Шароян. Авторские свидетельства СССР №1385583, 1385584, 1385585, 1385586 (1987).
20. Л.С.Григорян, М.В.Симонян и Э.Г.Шароян. Авторское свидетельство СССР №120686 (1984).
21. E.G. Sharoyan. *Proceedings of International Seminar ISTC, Yerevan-2000*, pp.199-202.
22. A.R.Harutyunyan, L.S.Grigoryan, E.G.Sharoyan. *Materials Science*, **14**, 121 (1988).
23. E.G.Sharoyan, V.E.Sharoyan, F.M.Ovsyannikov. *J. Porphyrins and Phthalocyanines*, **2**, 237 (1998).
24. E.G.Sharoyan. *Abstracts of first Int. Conf. on Porphyrins and Phthalocyanines, Dijon, 2000*, p.170.
25. J.A.Ibers. *J. Porphyrins and Phthalocyanines*, **4**, 425 (2000).
26. E.Dormann, M.J.Nowak, K.A.Williams, R.O.Angus, Jr., F.Wudl. *J. Am. Chem. Soc.*, **109**, 2594 (1987).
27. C.Zener. *Phys. Rev.*, **82**, 403 (1951).
28. P.W.Anderson, H.Hasegawa. *Phys. Rev.*, **100**, 675 (1955).
29. R.Taube. *Z. Chem.*, **6**, 8 (1966).
30. А.Н.Сидоров. *Доклады АН СССР*, **215**, 1349 (1974).
31. А.Н.Сидоров. *Оптика и спектроскопия*, **40**, 492 (1976).
32. J.Simon, J-J.Andre. *Molecular Semiconductors*. Springer-Verlag, Berlin-Heidelberg, 1985.
33. А.Р.Арутюнян, Л.С.Григорян, Э.Г.Шароян, *Известия АН АрмССР, Физика*, **22**, 160 (1987).
34. А.Р.Арутюнян, Л.С.Григорян, Э.Г.Шароян, *Известия АН АрмССР, Физика*, **22**, 109 (1987).
35. J.Mack, M.J.Stillman. *J. Porphyrins and Phthalocyanines*, **5**, 67 (2001).
36. Л.П.Горьков. *УФН*, **168**, 665 (1998).
37. Ю.А.Изюмов, Ю.Н.Скрябин. *УФН*, **171**, 121 (2001).
38. L.Guo, D.E.Ellis, K.C.Mundim, and V.M.Hoffman. *J. Porphyrins and Phthalocyanines*, **3**, 196 (1999).
39. A.Rosa, E.J.Baerends. *Inorg. Chem.*, **31**, 4717 (1992).
40. J.J.Borras-Almenar, E.Coronado, B.S.Tsukerblat, R.Georges, in [2], pp.105-139.

ԲԱՐՁՐ ՋԵՐՄԱՍՏԻՃԱՆԱՅԻՆ ՄՈԼԵԿՈՒԼԱՅԻՆ ՄԱԳՆԻՍԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ  
ՊԱՅՄԱՆԱՎՈՐՎԱԾ  $\pi$ -ԷԼԵԿՏՐՈՆՆԵՐՈՎ ԱԼԿԱԼԻԱԿԱՆ ՄԵՏԱԳՆԵՐՈՎ  
ԼԵԳԻՐՎԱԾ ՊՂՆՁԻ ԵՎ ՑԻՆԿԻ ՖՏԱԼՈՑԻԱՆԻՆՆԵՐ

Է.Գ. ՇԱՌՈՅԱՆ, Վ.Է. ՇԱՌՈՅԱՆ, Ա.Ս. ՄԱՆՈՒԿՅԱՆ

Հետազոտված են ալկալիական մետաղներով լեգիրված պղնձի և ցինկի ֆտալոցիանինների ( $A_xCuPc$  և  $A_xZnPc$ ) էլեկտրոնային պարամագնիսական ռեզոնանսի սպեկտրները: ԷՊՈ սպեկտրների ջերմաստիճանային կախվածությունը ցույց է տալիս  $A_xCuPc$  և  $A_xZnPc$  մուշների ֆեռոմագնիսական վարքը: Կախված մուշների ստեխիոմետրիայից ( $x$ ) Կյուրի-Վեյսի ջերմաստիճանը փոփոխվում է 30-ից մինչև 115 K: Ցույց է տրված, որ դիտվող մագնիսականությունը պայմանավորված է կրկնակի այլասերված  $7E_g$  մոլեկուլային օրբիտալում գտնվող ֆտալոցիանինի անիոնների չզուգավորված  $\pi^*$  էլեկտրոններով: Դիտվող ֆեռոմագնիսականությունը կարելի է հասկանալ McConnell-2 մոդելի սահմաններում, որն առաջարկվել է լիցքի տեղափոխմամբ օրգանական ֆեռոմագնիսական կոմպլեքսների համար:  $T_C$ -ի բարձր արժեքները մեկնաբանվում են որպես կրկնակի փոխանակմամբ զինեռյան մեխանիզմի արդյունք, որը տեղի է ունենում տարբեր վալենտականություն ունեցող ֆտալոցիանինի մոլեկուլային անիոնների միջև:

HIGH-TEMPERATURE MOLECULAR MAGNETISM CAUSED BY  $\pi$ -ELECTRONS:  
COPPER AND ZINC PHTHALOCYANINES DOPED WITH ALKALINE METALS

E.G. SHAROYAN, V.E. SHAROYAN, A.S. MANUKYAN

We report the peculiarities of electron spin resonance spectra of copper and zinc phthalocyanines doped with alkaline metals ( $A_xCuPc$  and  $A_xZnPc$ ). The temperature dependence of ESR spectra indicates the ferromagnetic behavior. The Curie-Weiss temperature varies from 30K to 115K depending on the stoichiometry of samples. The observed magnetism is pre-conditioned by unpaired  $\pi^*$ -electrons on the  $7E_g$  doubly degenerated molecular orbital of phthalocyanine anion-radicals. The observed ferromagnetism can be understood within the framework of the McConnell model of ferromagnetic organic charge-transfer complexes. The high values of  $T_{Curie}$  are considered as a result of the Zener mechanism of double exchange between phthalocyanine anions of different valence.

УДК 535.343

## ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ ВОДА–ИОННЫЙ КАНАЛ

В.Б. АРАКЕЛЯН<sup>1</sup>; К.С. АРАМЯН<sup>2</sup>, А.В. АРАКЕЛЯН<sup>3</sup>, Э.В. АВАНЕСЯН<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Ереванский физический институт

<sup>2</sup>Арцахский государственный университет

<sup>3</sup>Ереванский государственный университет

Вычислена свободная энергия взаимодействия вода–ионный канал, как энергия искажения структуры воды в переходном слое, имеющем некоторую характерную длину у поверхности канала. Вычислено поверхностное натяжение на границе раздела вода–ионный канал и показано, что с уменьшением радиуса канала поверхностное натяжение стремится к нулю. Показано также, что с увеличением характерной длины уменьшается энергия взаимодействия вода–ионный канал.

### 1. Введение

При анализе процессов транспорта воды и ионов через ионные каналы мембран приходится оценивать энергию взаимодействия воды со стенками канала [1,2]. Эту оценку легко провести как для ионных каналов, имеющих атомарные размеры (микроскопический подход), так и для каналов, имеющих достаточно большой радиус (макроскопический подход). В области промежуточных размеров, когда радиус канала сравним с радиусом действия поверхностных сил [3], оценка сопряжена с определенными трудностями. Макроскопический подход оказывается слишком упрощенным, поскольку в этом случае не оправдано использование поверхностного натяжения на границе вода–ионный канал. Микроскопическое описание затруднено, так как приходится учитывать взаимодействие большого числа молекул воды в канале. В данной работе проведена оценка энергии взаимодействия вода–ионный канал в промежуточной области размеров канала.

### 2. Теоретическая часть

Граница раздела вода–ионный канал обладает дополнительной энергией по той причине, что на этой границе искажается структура воды по сравнению с ее структурой в глубине водной фазы [4]. Молекула воды у границы раздела вода–ионный канал взаимодействует, с одной стороны, с полярными группами, выстилающими поверхность канала, а с другой стороны, – с молекулами воды в водной фазе, и это приводит к плавному искажению структуры воды в некотором слое  $\xi$  у поверхности канала по сравнению с ее

структурой в глубине водной фазы. Представим канал в виде цилиндра радиуса  $R$ , пронизывающего мембрану, имеющую толщину  $h$ . Введем скалярный параметр порядка  $\eta$ , который описывает структуру воды у границы раздела вода-ионный канал. На самой границе раздела он отличен от нуля и принимает некоторое значение  $\eta = \eta_0$ , а вдали от границы он равен нулю ( $\eta = 0$ ). Введем цилиндрическую систему координат  $(z, r, \varphi)$  с осью  $z$  вдоль оси симметрии канала. Для каналов малого радиуса ( $R < h$ ), разложив свободную энергию в ряд по степеням параметра порядка  $\eta$  так, как это было впервые сделано в теории фазовых переходов второго рода [5], можно получить следующее выражение для изменения свободной энергии, обусловленного искажением структуры воды у границы раздела вода-ионный канал:

$$G = 2ah\pi \int_0^R \left( \eta^2 + \xi^2 \left( \frac{d\eta}{dr} \right)^2 \right) r dr, \quad (1)$$

где  $a$  – некоторая константа. Значение  $\eta$  определяется из минимума интеграла (1) при фиксированных граничных условиях:

$$\frac{\xi^2}{r} \frac{d}{dr} \left( r \frac{d\eta}{dr} \right) - \eta = 0. \quad (2)$$

Ограниченное при  $r = 0$  решение уравнения (2) при граничном условии  $\eta(R) = \eta_0$  имеет вид

$$\eta(r) = \eta_0 \frac{I_0(r/\xi)}{I_0(R/\xi)}, \quad (3)$$

где  $I_n(x)$  – функция Бесселя мнимого аргумента  $n$ -го порядка. Подставив (3) в (1), получим следующее окончательное выражение для свободной энергии воды в ионном канале:

$$G = 2\pi h R \sigma(R), \quad (4)$$

$$\sigma(R) = \sigma(\infty) \frac{I_1(R/\xi)}{I_0(R/\xi)},$$

где  $\sigma(\infty) = \xi \eta_0^2 a$  – поверхностное натяжение на плоской границе раздела фаз. Из (4) при  $R \ll \xi$  можно получить приближенное выражение для поверхностного натяжения  $\sigma(R) \approx \sigma(\infty) R / (2\xi)$ , из которого видно, что при  $R = 0$  оно равно нулю.

### 3. Обсуждение результатов

Поверхностное натяжения и свободная энергия взаимодействия воды с ионным каналом существенным образом зависят от характеристической длины  $\xi$ , на которой происходит изменение структуры воды. На величину толщины слоя влияет тип контактирующей с водой поверхности [6]. Экспериментально показано, что в случае сильно гидратирующей поверхности ха-

ракетрическая длина  $\xi$  изменяется в пределах от 8 до 10 Å [3]. Поскольку точных значений  $\xi$  для ионного канала нет, то представляется целесообразным исследовать зависимость поверхностного натяжения  $\sigma(R)$  и свободной энергии взаимодействия воды с ионным каналом  $G(R)$  как от  $R$ , так и от  $\xi$  (рис.1).

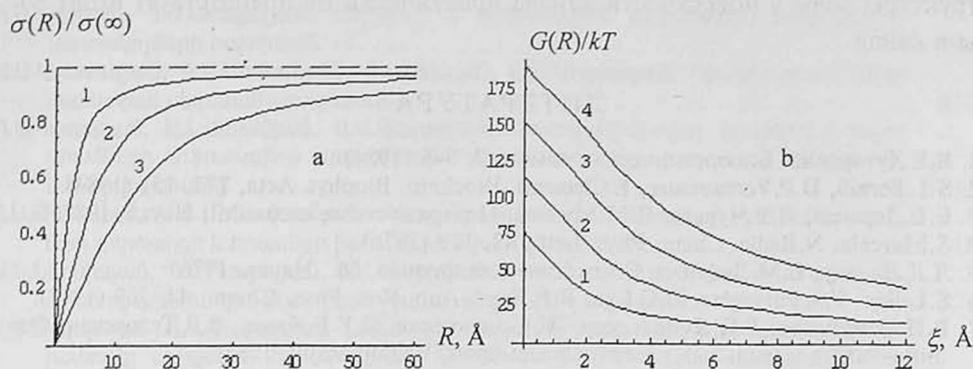


Рис.1. а) Зависимость поверхностного натяжения на границе вода–ионный канал от радиуса канала при различных значениях характеристической длины  $\xi$ . Кривые 1, 2, 3 построены при  $\xi$ , равном 2,5,10 Å, соответственно. Штриховой линией показано значение  $\sigma(\infty) = 50$  дин/см [7]. б) Зависимость энергии взаимодействия вода–ионный канал (в единицах  $kT$ ,  $k$  – постоянная Больцмана,  $T$  – температура) от характеристической длины  $\xi$  при различных значениях радиуса канала. Кривые 1,2,3 и 4 построены при  $R$ , равном 2,3,4 и 5 Å соответственно. Кривые пересекают ось ординат в точках, которые соответствуют энергии взаимодействия вода–ионный канал, вычисленной по формуле  $G = 2\pi h R \sigma(\infty)$ .

Из рис.1а видно, что при одном и том же значении радиуса канала поверхностное натяжение  $\sigma(R)$  на границе вода–ионный канал растет с уменьшением характерной длины  $\xi$ . Так, при  $R = 3$  Å поверхностное натяжение равно примерно 29,8 дин/см, когда  $\xi = 2$  Å, и равно 7,4 дин/см при  $\xi = 10$  Å. Поскольку ионный канал заполнен водой, то при оценке поверхностного натяжения границы раздела вода–ионный канал следует брать значение характеристической длины для сильногидратирующей поверхности 10 Å [3]. Из рис.1а видно также, что для канала, имеющего диаметр 6 Å, поверхностное натяжение на границе раздела вода–ионный канал равно 7,4 дин/см, что почти в 7 раз меньше значения поверхностного натяжения на плоской границе (50 дин/см). Этот результат указывает на то, что численные оценки поверхностной энергии, в которых используется значение поверхностного натяжения на плоской макроскопической границе раздела фаз, могут привести к слишком завышенному значению энергии. Это продемонстрировано на рис.1б, где видно, что с увеличением характеристической длины  $\xi$  резко уменьшается энергия взаимодействия вода–ионный канал. Из рис.1б видно также, что, если взять значение характеристической длины  $\xi$ , равное

10Å, то для ионного канала с диаметром 6Å (кривая 2) получим энергию взаимодействия  $16.9kT$ , т.е. учет уменьшения поверхностного натяжения приводит к уменьшению энергии более, чем в 6 раз. Можно показать, что для цилиндрического канала с диаметром 6 Å и длиной 50 Å энергия, приходящаяся на одну молекулу воды, составляет  $0.3kT$ , т.е. энергия искажения структуры воды у поверхности канала практически не препятствует входу воды в канал.

## ЛИТЕРАТУРА

1. В.Е.Хуторский. Биоорганическая химия, **9**, 946 (1984).
2. S.L.Fornili, D.P.Vercautener, E.Clementi. Biochem. Biophys. Acta, **771**, 151 (1984).
3. Б.В.Дерягин, Н.В.Чураев, В.М.Муллер. Поверхностные силы. М., Наука, 1987.
4. S.Marcela, N.Radic. Chem. Phys. Lett., **42**, 129 (1976).
5. Л.Д.Ландау, Е.М.Лифшиц. Статистическая физика. М., Наука, 1976.
6. S.Leikin, V.A.Parsegian, D.C.Rau, R.P.Rand. Ann. Rev. Phys. Chem., **44**, 369 (1993).
7. В.Н.Измайлова, Г.П.Ямпольская, Ж.К.Анганская, Л.Е.Боброва, З.Д.Туловская. Физико-химия модельных клеточных мембран. Владивосток, 1981.

## ՋՈՒՐ - ԻՈՆԱՅԻՆ ԿԱՆԱԼ ՓՈԽԱԶԳԵՑՈՒԹՅՈՒՆԸ

Վ.Բ. ԱՐԱԿԵԼՅԱՆ, Կ.Ս. ԱՐԱՄՅԱՆ, Ա.Վ. ԱՐԱԿԵԼՅԱՆ, Է.Վ. ԱՎԱՆԵՍՅԱՆ

Հաշվարկված է ջուր-իոնային կանալ փոխազդեցության ազատ էներգիան, որը ներկայացվում է ինչպես կանալի մակերևույթի վրա բնութագրական երկարություն ունեցող անցումային շերտում ջրի կառուցվածքի աղավաղման էներգիա: Հաշվարկված է ջուր-իոնային կանալ սահմանի մակերևույթային լարվածությունը և ցույց է տրված, որ իոնային կանալի շարավիղի փոքրացման հետ, մակերևույթային լարվածությունը ձգտում է գրոհ: Ցույց է տրված նաև, որ բնութագրական երկարություն մեծացման հետ նվազում է ջուր-իոնային կանալ փոխազդեցության էներգիան:

## INTERACTION WATER-IONIC CHANNEL

V.B.ARAKELYAN, K.S.ARAMYAN, A.V.ARAKELYAN, E.V.AVANESYAN

Free energy of water-ionic channel interaction is calculated as the energy of water structure deformation in a transient layer having some characteristic length at the channel surface. The surface tension on the water-ionic channel boundary is calculated and it is shown that, when the channel radius decreases, the surface tension vanishes. It is shown also that the increase in the characteristic length leads to the decrease in the water-ionic channel interaction energy.

ԲՈՎԱՆԴԱԿՈՒԹՅՈՒՆ

Է.Ա.Չակոբյան, Ռ.Ա.Գևորգյան. Արտաքին էլեկտրական ուժեղ դաշտի ազդեցությունը անշարժ լիցքի էկրանավորման վրա պլազմայում. . . . .	211
Ռ.Ա.Ալանակյան. Տրիպլետ Յիգգսի բոզոնների զույգերի և նրանց սուպերպարտ-նյորոնների ծնունդը $W_R^\pm$ բոզոնների տրոհումներում. . . . .	216
Շ.Ա.Խաչատրյան. Յանգ-Բաքստերի հավասարումների լուծումները մի ինտեգրվող մոդելի համար. . . . .	221
Ա.Գ.Գևորգյան. Բազմաշերտ համակարգը որպես լուսային էներգիայի խտացուցիչ. . . . .	225
Յ.Յ.Աղամյան, Գ.Յու.Կրյուչկյան. Քվանտային խճճվածության բարձր աստիճանով լուսային դաշտերի գեներացիան. . . . .	234
Շ.ժ.Մարտիրոսյան. Օպտիկական ազդանշանների ազդեցությունը կիսահաղորդչային բազմավիճակ կառուցվածքի վրա. . . . .	242
Է.Ա.Ջանուց, Ա.ժ.Բաբաջանյան, Ռ.ժ.Խաչատրյան, Խ.Վ.Ներկարարյան. Մակերևույթային պլազմոն-պոլյարիտոնի ռեզոնանսային զրգռումը օպտիկական ալիքատարի ոսկեպատ զագաթին. . . . .	249
Ա.Ս.Սուսայեյան. Եզրային դիսլոկացիայի կողմից էլեկտրոնների օժե-զավթումը կիսահաղորդիչներում. . . . .	254
Ա.Ս.Ոսկանյան, ժ.Ռ.Փանոսյան. Ածխածնային $\alpha$ -C:H բարակ թաղանթների ստացումը և որոշ հատկությունների ուսումնասիրությունը. . . . .	258
Ա.Գ.Գրիգորյան, Մ.Վ.Բալյան, Լ.Գ.Գասպարյան, Մ.Ս.Աղասյան. Կոշտ ռենտգենյան ճառագայթման նոր դիֆրակտային-ռեֆրակտային ոսպնյակի ստեղծման հնարավորությունը. . . . .	262
Ա.Վ.Գրիգորյան, Ա.Վ.Բաղասյան, Վ.Ֆ.Մորոզով, Ե.Շ.Մամասախիսով. Փակ շրջանային ՂՆՑ-ների պարույր-կծիկ անցման վերլուծությունը վիճակագրական մոդելի հիման վրա. . . . .	265
Կ.Գ.Մովսիսյան, Ռ.Ա.Գասպարյան. Վերափոխված պոլիմերների բյուրեղացման կինետիկան. . . . .	270

CONTENTS

E.A.Acopian, R.A.Gevorkyan. Influence of strong electric field on the shielding of immovable charge in plasma. . . . .	211
R.A.Alanakyann. Production of pairs of triplet Higgs bosons and their superpartners in decays of $W_R^\pm$ -bosons. . . . .	216
Sh.A.Khachatryan. Solutions of the Yang-Baxter equations for an integrable model. . . . .	221
A.H.Gevorgyan. Multilayer system as a light energy compactor. . . . .	225
H.H.Adamyan, G.Yu.Kryuchkyan. Generation of light fields with high degree of quantum entanglement. . . . .	234
Sh.J.Martirosyan. Influence of optical signals on semiconductor multistable structure. . . . .	242
E.A.Janunts, A.J.Babajanyan, R.J.Khachatryan, Kh.V.Nerkararyan. Resonance excitation of surface plasmon-polariton on gold-coated conical apex of optical fiber. . . . .	249
A.S.Musaelyan. Auger capture of electrons by an edge dislocation in semiconductors. . . . .	254
A.S.Voskanyan, Zh.R.Panosyan. Production and investigation of some properties of thin carbon $\alpha$ -C:H films. . . . .	258
A.H.Grigoryan, M.K.Balyan, L.G.Gasparyan, M.M.Aghasyan. Possibility of construction of novel refractive-diffractive lens for hard X-rays. . . . .	262
A.V.Grigoryan, A.V.Badasyan, V.F.Morozov, E.Sh.Mamasakhlisov. Analysis of helix-coil transition of circular closed DNA on the basis of statistical model. . . . .	265
K.A.Movsisyan, R.A.Gasparyan. Crystallization thermokinetics of modified polymers. . . . .	270

## СОДЕРЖАНИЕ

Э.А.Акопян, Р.А.Геворкян. Влияние сильного электрического поля на экранировку неподвижного заряда в плазме. . . . .	211
Р.А.Аланиян. Рождение пар триплетных хиггсовских бозонов и их суперпартнеров в распадах $W_R^\pm$ -бозонов. . . . .	216
Ш.А.Хачатрян. Решения уравнений Янга-Бакстера для одной интегрируемой модели. . . . .	221
А.А.Геворкян. Многослойная система как уплотнитель световой энергии. . . . .	225
А.О.Адамян, Г.Ю.Крючкян. Генерация световых полей с высокой степенью квантовой перепутанности. . . . .	234
Ш.Ж.Мартirosян. Влияние оптических сигналов на полупроводниковую мультистабильную структуру. . . . .	242
Э.А.Джанунц, А.Ж.Бабаджаниян, Р.Ж.Хачатрян, Х.В.Неркарарян. Резонансное возбуждение поверхностного плазмон-поляритона на коническом конце оптического волокна, покрытого слоем золота. . . . .	249
А.С.Мусаелян. Оже-захват электронов краевой дислокацией в полупроводниках. . . . .	254
А.С.Восканян, Ж.Р.Паносян. Получение и исследование некоторых свойств тонких углеродных $\alpha$ -С:Н пленок. . . . .	258
А.Г.Григорян, М.К.Балян, Л.Г.Гаспарян, М.М.Агасян. О возможности создания новой дифракционно-рефракционной линзы для жесткого рентгеновского излучения. . . . .	262
А.В. Григорян, А.В.Бадасян, Е.Ш.Мамасахлисов, В.Ф.Морозов. Анализ перехода спираль-клубок в кольцевой замкнутой ДНК на основе статистической модели. . . . .	265
К.А.Мовсисян, Р.А.Гаспарян. Термокинетика кристаллизации модифицированных полимеров. . . . .	270

Тираж 150. Сдано в набор 12.06.2004.

Подписано к печати 24.06.2004. Печ. л. 4,5.

Бумага офсетная. Цена договорная.

Типография НАН РА.

375019, Ереван, пр. Маршала Баграмяна, 24.