ISSN 0002-3035

ФИЗИКА · ՖԻԶԻԿԱ · PHYSICS

ИЗВЕСТИЯ
НАЦИОНАЛЬНОЙ АКАДЕМИИ НАУК АРМЕНИИ

ՏԵՂԵԿԱԳԻՐ
ՀԱՅԱՍՏԱՆԻ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԶԳԱՅԻՆ ԱԿԱԴԵՄԻԱՅԻ

PROCEEDINGS
OF NATIONAL ACADEMY OF SCIENCES OF ARMENIA

39, N3, 2004

ՀԱՅԱՍՏԱՆԻ ՀԱՆՐԱՊԵՏՈՒԹՅԱՆ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԶԳԱՅԻՆ ԱԿԱԴԵՄԻԱ
НАЦИОНАЛЬНАЯ АКАДЕМИЯ НАУК РЕСПУБЛИКИ АРМЕНИЯ

ՏԵՂԵԿԱԳԻՐ ИЗВЕСТИЯ
ՖԻԶԻԿԱ ФИЗИКА

ՀԱՏՈՐ ТОМ
39

№ 3

ՀՀ ԳԱԱ «ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆ» ՀՐԱՏԱՐԱԿՉՈՒԹՅՈՒՆ ИЗДАТЕЛЬСТВО "ГИТУТЮН" НАН РА
ԵՐԵՎԱՆ ЕРЕВАН
2004

Журнал издается с 1966 г.
Выходит 6 раз в год
на русском и английском языках

Адрес редакции: Республика Армения, 375019,
Ереван, пр. Маршала Баграмяна, 24-г.

Խմբագրության հասցեն՝ Հայաստանի Հանրապետություն,
375019, Երևան, Մարշալ Բաղրամյան պող., 24-գ:

Editorial address: 24-g, Marshal Bagramyan Av.,
Yerevan, 375019, Republic of Armenia.

Известия НАН Армении, Физика, т.39, №3, с.139-146 (2004)

УДК 535.016

ПЕРЕХОД ЛАНДАУ–ЗИНЕРА В ФОТОАССОЦИАЦИИ ХОЛОДНЫХ АТОМОВ

А.М. ИШХАНЯН

Инженерный центр НАН Армении

(Поступила в редакцию 5 января 2004 г.)

Изучена нелинейная задача Ландау–Зинера для двухмодовой фотоассоциации холодных атомов. С использованием эквивалентного нелинейного интегрального уравнения Вольтерра для вероятности молекулярного состояния построено первое приближение к решению задачи и выведено приближенное выражение для конечной вероятности перехода в молекулярное состояние в пределе сильной связи.

Система нелинейных полуклассических уравнений, описывающих временную эволюцию атомарного и молекулярного состояний в процессе двухмодовой фотоассоциации атомарного Бозе–Эйнштейновского конденсата в поле квазирезонансного лазерного излучения в приближении вращающейся волны имеет вид [1]:

$$i\frac{da_1}{dt}=U(t)e^{-i\delta(t)}\overline{a}_1 a_2, \quad i\frac{da_2}{dt}=\frac{U(t)}{2}e^{i\delta(t)}a_1 a_1, \tag{1}$$

где a_1 и a_2 являются амплитудами, соответственно, атомарного и молекулярного состояний, $U=U(t)$ – частота Раби, а $\delta=\delta(t)$ – функция модуляции расстройки частоты.

Ранее нами было показано, что для моделей с постоянной амплитудой поля ($U=U_0=\mathrm{const}$) данная система при начальном условии $a_2(-\infty)=0$ эквивалентна следующему нелинейному уравнению Вольтерра для вероятности молекулярного состояния $p=|a_2|^2$ [2]:

$$p(t)=\frac{U_0^2}{2}\int_{-\infty}^{t}K(t,x)(1-8p(x)+12p^2(x))dx, \tag{2}$$

где *ядро* $K(t,x)$ задается формулой

$$K(t,x)=\left(C_\delta(t)-C_\delta(x)\right)\cos\left(\delta(x)\right)+\left(S_\delta(t)-S_\delta(x)\right)\sin\left(\delta(x)\right) \tag{3}$$

с функциями C_δ и S_δ, определяемыми как

$$C_\delta(t)=\int_{-\infty}^{t}\cos\left(\delta(x)\right)dx, \quad S_\delta(t)=\int_{-\infty}^{t}\sin\left(\delta(x)\right)dx. \tag{4}$$

Данное уравнение позволяет в случае малых U_0^2 построить решение задачи в виде равномерно сходящегося ряда, используя последовательные приближения Пикара [3]. Противоположный же предел сильного взаимодействия невозможно трактовать подобным образом. В предыдушей работе [4] мы исследовали этот предел с помощью некоторого предельного нелинейного уравнения первой степени. В настоящей работе мы покажем, что более углубленное рассмотрение режима сильного взаимодействия может быть проведено на основе (точного) интегрального уравнения Вольтерра (2). Ниже мы приводим подобную трактовку, которая к тому же примечательна и тем, что дает обоснование применению предельного уравнения, использованного нами ранее. Хотя мы ограничиваемся здесь лишь рассмотрением модели Ландау–Зинера, представленный подход является общим и с небольшими изменениями может быть применен и в случае других аналогичных моделей пересечения термов.

В модели Ландау–Зинера амплитуда поля постоянна, а расстройка частоты линейно пересекает ноль: $U = U_0 = \text{const}$, $\delta_t = 2\delta_0 t$. Уравнение (2) можно переписать в виде интегрального уравнения второго рода

$$p(t) = \frac{\lambda}{4} f(t) - 4\lambda \int_{-\infty}^{t} K(t,x)\left(p(x) - \frac{3}{2}p^2(x)\right)dx\,, \tag{5}$$

где $\lambda = U_0^2 / \delta_0$ – параметр Ландау–Зинера, а *вынуждающая* функция $f(t)$ имеет вид

$$f(t) = \frac{\pi}{2\delta_0}\left\{\left[\frac{1}{2} + C\left(\sqrt{\frac{2\delta_0}{\pi}}t\right)\right]^2 + \left[\frac{1}{2} + S\left(\sqrt{\frac{2\delta_0}{\pi}}t\right)\right]^2\right\}, \tag{6}$$

где C и S являются функциями Френеля [5].

Нетрудно видеть, что в случае сильной связи, когда $\lambda >> 1$, вынуждающая функция $f(t)$, заданная формулой (6), не может быть использована в качестве приемлемого начального приближения для практических расчетов, используя последовательные приближения Пикара, поскольку в этом случае $p_0(+\infty) = \lambda f(+\infty)/4 = \lambda\pi/4 >> 1$. По этой причине следует искать другие подходы. Рассмотрим преобразование интегрального уравнения (2), используя подстановку $p = p_0 + u$ с некоторой определяемой впоследствии функцией $p_0(t)$. Для функции $u(t)$ имеем следующее интегральное уравнение:

$$u(t) = f_0(t) - 4\lambda \int_{-\infty}^{t} K(t,x)\left[\left(1 - 3p_0(x)\right)u(x) - \frac{3}{2}u^2(x)\right]dx \tag{7}$$

с вынуждающей функцией $f_0(t)$, определяемой как

$$f_0(t) = -p_0 + \frac{\lambda}{2}\int_{-\infty}^{t} K(t,x)(1 - 8p_0(x) + 12p_0^2(x))dx\,. \tag{8}$$

Понятно, что чем лучше приближение $p_0(t)$, тем меньшим окажется $f_0(t)$ [f_0 будет тождественным нулем в случае, если p_0 является точным решением уравнения (2)]. Можно легко проверить, что функция $f_0(t)$ подчиняется следующему линейному неоднородному дифференциальному уравнению:

$$f_0''' - \frac{f_0''}{t} + 4t^2 f_0' = -\left\{ p_0''' - \frac{p_0''}{t} + 4\left[t^2 + \lambda(1-3p_0)\right] p_0 + \frac{\lambda}{2t}\left(1 - 8p_0 + 12p_0^2\right) \right\}. \qquad (9)$$

Заметим, что однородная часть этого уравнения не зависит от λ. Значит, для получения по возможности малого решения мы потребуем, чтобы слагаемые, пропорциональные λ, и член $4t^2 p_0'$, который не ограничен на бесконечном временном интервале, взаимно уничтожались в неоднородной части, которая взята в фигурные скобки. Это даст для $p_0(t)$ *предельное* нелинейное уравнение первого порядка, использованное в [4]:

$$4\left[t^2 + \lambda(1-3p_0)\right] p_0' + \frac{\lambda}{2t}\left(1 - 8p_0 + 12p_0^2\right) = 0. \qquad (10)$$

(Здесь следует обратить внимание на то, что данный выбор p_0 не является единственно возможным. В действительности, к полученному уравнению можно добавить произвольные слагаемые порядка $o(\lambda)$ и меньше, скажем, к примеру, порядка $1/\lambda$ без изменения ведущего асимптотического члена.)

Как уже отмечалось в работе [4], уравнение (10) имеет ряд независимых решений, среди которых присутствуют тривиальные $p_0 = 1/2, 1/6$ и ряд нетривиальных. Для построения подходящего начального приближения можно скомбинировать эти частные решения. В результате получаем

$$p_0(t) = \frac{1}{6} + \frac{2t}{9\lambda}\left(t + \sqrt{t^2 + \frac{3\lambda}{2}}\right), \quad t < \sqrt{\frac{\lambda}{2}}, \qquad (11)$$

$$p_0(t) = \frac{1}{2}, \quad t > \sqrt{\frac{\lambda}{2}}. \qquad (12)$$

Это довольно хорошее, применимое почти повсюду приближение (исключением является точка $t = \sqrt{\lambda/2}$, в которой мы сталкиваемся с разрывом производных). Действительно, уравнение (9) теперь принимает вид

$$f_0''' - \frac{f_0''}{t} + 4t^2 f_0' = -\left\{ p_0''' - \frac{p_0''}{t} \right\}. \qquad (13)$$

Поскольку функция p_0, задаваемая выражением (11), зависит от переменной $t/\sqrt{\lambda}$, а правая часть уравнения (13) содержит только производные p_0 второго и третьего порядков, то ясно, что неоднородная часть полученного уравнения имеет порядок (как минимум) $1/\lambda$. Важно, что этот член ограничен везде, за исключением начала координат. Следовательно, решение уравнения (13) также имеет порядок $1/\lambda$. Значит, решение (11)-(12) обеспечивает довольно хорошую вынуждающую функцию для решения интегрального уравнения для функции первого приближения $u(t)$ – уравнения (7) – последовательными приближениями Пикара [ср. с вынуждающей функцией $p_0 = \lambda f(t)/4$ уравнения (5), которая порядка λ]. Однако здесь мы сталкиваемся с другой проблемой, состоящей в том, что, хотя общее решение однородной части уравнения (13) и находится легко, поскольку это – уравнение S- и C-функций Френеля, частное решение этого уравнения для предельной функции (11) не может быть записано в аналитическом виде. Возможным способом преодоления этой трудности является обращение к дифференциальному уравнению для p:

$$p''' - \frac{p''}{t} + 4\left[t^2 + \lambda(1-3p)\right]p + \frac{\lambda}{2t}(1-8p+12p^2) = 0\,. \qquad (14)$$

Доказав, что предельная функция (11) является хорошим начальным приближением, мы можем линеаризировать это уравнение, применив ту же замену $p = p_0 + u$. В итоге, пренебрегая (малыми) нелинейными членами, получаем линейное уравнение:

$$u_{ttt} - \frac{1}{t}u_{tt} + 4\left[t^2 + \lambda(1-3p_0)\right]u_t - \frac{4\lambda}{t}(1-3p_0+3p_{0t}t)u + \left(p_{0ttt} - \frac{1}{t}p_{0tt}\right) = 0\,. \quad (15)$$

Решение этого уравнения в области $t > \sqrt{\lambda/2}$ получается путем преобразования его заменой $u = 1/2 - v$ в уравнение для линейной задачи Ландау–Зинера с параметром λ, замененным на $-\lambda/2$. Однако, точное решение для области $t < \sqrt{\lambda/2}$ неизвестно. Поэтому обратимся к асимптотическим методам.

Отметим, что в области $0 \le t \le \sqrt{\lambda/2}$ мы встречаем сразу несколько трудностей. В первую очередь, как сразу видно из уравнения (14), это – сингулярность в точке $t = 0$. Именно этой особенностью обусловлен неадиабатический переход в квантовой системе, управляемой исходными уравнениями (1). Во-вторых, в окрестности точки $t = \sqrt{\lambda/2}$ необходимо использовать отдельное приближение нулевого порядка. Кроме того, следует заметить также, что точка $t = \sqrt{\lambda/2}$ является поворотной для линеаризированного уравнения (15), поскольку в этой точке исчезает член $t^2 + \lambda(1-3p_0)$. В линейном случае именно эта поворотная точка ответственна за установление осцилляционного режима в области $t > \sqrt{\lambda/2}$ после неосцилляционной предыстории при $t < \sqrt{\lambda/2}$. Однако в рассматриваемом нелинейном случае из-за нелинейных членов уравнения (14) роль этой поворотной точки в значительной мере меняется. Как следствие, развитие процессов в окрестности критической точки происходит более сложным образом и переход между осцилляционным и неосцилляционным режимами становится более резким.

И все же, мы покажем сейчас, что для всей области изменения времени $-\infty < t < \sqrt{\lambda/2} + \sqrt{1/\lambda}$, включающей окрестности наиболее важных точек $t = 0$ и $t = \sqrt{\lambda/2}$, можно построить *единое*, равномерно сходящееся приближение.

Для достижения этой цели рассмотрим следующую факторизацию уравнения для $u(t)$:

$$\left(\frac{d}{dt}-\frac{1}{t}\right)\left(u''+4\left[t^2+\lambda(1-3p_0)\right]u+p_0''-6\lambda u^2\right)-4tu=0. \qquad (16)$$

Далее заметим, что в области $0<t<\sqrt{\lambda/2}$ функцию $p_0(t)$ можно приближенно представить в виде

$$p_0=\frac{1}{3}\left(\frac{1}{2}+\frac{t}{\sqrt{2\lambda}}+\frac{t^2}{\lambda}\right)+..., \qquad (17)$$

так что $4[t^2+\lambda(1-3p_0)]\approx 2\lambda(1-t/\sqrt{\lambda/2})$ и $p_0''\approx 2/(3\lambda)=\text{const}$. При этом сразу видно, что, если u становится порядка $1/\lambda$, то член $-6\lambda u^2$ становится того же порядка, что и p_0'', т.е. $\sim 1/\lambda$, в то время как последний член остается малым при $t\le\sqrt{\lambda/2}$. Следовательно, в дифференциальном уравнении (16) пренебрежем на время последним членом, понижая таким путем порядок уравнения, а нелинейный член $-6\lambda u^2$ далее будем рассматривать как возмущение. Прямым способом выполнения этой процедуры является замена u^2 на постоянную, которая может быть подобрана впоследствии при подстановке полученного в итоге решения в уравнение (13) для вынуждающей силы $f(t)$, с последующим требованием, чтобы неоднородный член оказался порядка $o(1/\lambda)$, устраняя таким образом члены порядка $1/\lambda$. Заметим, что в ходе последнего действия мы фактически принимаем во внимание также и член $-4tu$, которым мы временно пренебрегли на ранней стадии. Как явствует из изложенного, описанная техника является определенной разновидностью метода растянутых параметров [6] (мы изменяем постоянную $2/(3\lambda)$, порожденную членом p_0''), которая, помимо учета нелинейности, очевидно, правильно учитывает и все другие существенные особенности точного исходного уравнения (14), такие как сингулярность в начале координат, поворотная точка при $t=\sqrt{\lambda/2}$ и все члены с производными.

Таким образом, пренебрегая членом $-4tu$ и заменяя $p_0''-6\lambda u^2$ на постоянную, скажем на B, мы легко интегрируем уравнение (16) один раз и получаем *неоднородное* уравнение Эйри [5]

$$u''+2\lambda(1-t/\sqrt{\lambda/2})u+B+C_0t=0,\quad C_0=\text{const}. \qquad (18)$$

Общее решение этого уравнения выписывается сразу:

$$u_{t\le\sqrt{\lambda/2}}=\frac{C_0}{2\sqrt{2\lambda}}+A_1\mathrm{Ai}(\tau)+A_2\mathrm{Bi}(\tau)+u_0(\tau),\quad \tau=\lambda^{1/6}(\sqrt{2}t-\sqrt{\lambda}), \qquad (19)$$

$$u_0=\frac{(B+C_0\sqrt{\lambda/2})\tau^2}{4\lambda^{1/3}}\times$$
$$\times[{}_0F_1(;2/3;\tau^3/9)\,{}_1F_2(2/3;4/3,5/3;\tau^3/9)-2\,{}_0F_1(;4/3;\tau^3/9)\,{}_1F_2(1/3;2/3,4/3;\tau^3/9)], \qquad (20)$$

где Ai и Bi являются функциями Эйри. Подставляя это решение в уравнение (13) и зануляя члены порядка $1/\lambda$, получаем

$$B = \frac{2/9}{\lambda} + \frac{\ln(\lambda)}{\lambda^2}, \quad C_0 = \frac{1}{\lambda} - \frac{\sqrt{3}\ln(\lambda)}{\lambda^2} \tag{21}$$

и далее из начальных условий находим постоянные $A_{1,2}$ [заметим, что для $\vartheta \gg 1$ имеем $A_1 \approx 0$, а постоянная A_2 определяется из уравнения $u_{t\le\sqrt{\lambda/2}}(0) = -2/(9\lambda^2) + 1/(6\lambda^3)$].

Это исключительно хорошее приближение. Формулы (19-21) обеспечивают для интегрального уравнения (7) вынуждающую функцию $f(t)$ порядка $1/\lambda^2$ во всем диапазоне $t \le \sqrt{\lambda/2}$ даже для $\lambda \approx 1$. Это дает хорошее приближение первого порядка для всей области $t \in (-\infty, \sqrt{\lambda/2})$ и для всех $\lambda \ge 1$ (относительная ошибка повсюду порядка 10^{-3} или меньше).

Последним шагом теперь является вычисление конечной вероятности перехода при $t \to +\infty$. С помощью формул (19-21) получаем, что максимальное значение $p(t)$ достигается примерно в точке $t_m = \sqrt{\lambda/2} + \sqrt{1/\lambda}$, а начальные условия для решения, верного для области $t \ge t_m$, в этой точке будут задаваться в виде

$$u(t_m) = -\frac{1}{12\lambda}, \quad u'(t_m) = 0, \quad u''(t_m) = -\frac{2}{3}\sqrt{\frac{2}{\lambda}}. \tag{22}$$

Процедура сшивки довольно громоздка. Для облегчения этой процедуры удобно выделить фундаментальное решение, которое *неосцилляционно* в области $t > \sqrt{\lambda/2}$. Это *особое* решение выражается через решение линейной задачи Ландау–Зинера, имеющее параметр $-\lambda/2$ вместо λ и аргумент $-t$ вместо t:

$$y_1(t) = \frac{1}{2} - p_{LZ}(-\lambda/2, -t). \tag{23}$$

Нетрудно понять, что данное решение играет особую роль, поскольку только одно это решение может быть самостоятельно использовано в качестве подходящего начального приближения. Далее выберем в качестве двух других фундаментальных решений задачи следующие функции:

$$y_2(t) = \left(\frac{1}{2} - p_{LZ}(-\lambda/2, +t)\right) \Big/ \left(-\frac{1}{2} + e^{\pi\lambda/2}\right), \tag{24}$$

$$y_3(t) = u_3 \Big/ \left[\frac{\pi e^{\pi\lambda/4}}{2} \operatorname{Im}\left(\frac{(-1)^{1/4}}{\Gamma(1/2 - i\pi\lambda/4)\Gamma(1 + i\pi\lambda/4)}\right)\right], \tag{25}$$

$$u_3 = t \operatorname{Im}[{}_1F_1(i\lambda/8; 1/2; i\delta_0 t^2)\, {}_1F_1(1/2 - i\lambda/8; 3/2; -i\delta_0 t^2)]. \tag{26}$$

Отметим, что выбранные функции y_2 и y_3 нормированы на единицу при $t \to +\infty$.

Таким образом, решение задачи в области $t > \sqrt{\lambda/2}$ может быть переписано в виде

$$p_{t>\sqrt{\lambda/2}} = \frac{1}{2} + C_1\left(\frac{1}{2} - p_{LZ}(-\lambda/2, -t)\right) + C_2 y_2 + C_3 y_3 . \tag{27}$$

Теперь, из последних двух условий сшивки этого решения с $p_0 + u_{t\le\sqrt{\lambda/2}}$ следует, что должно иметь место соотношение

$$C_2 + C_3 = 0 . \tag{28}$$

Это условие указывает на то, что в конечную вероятность перехода вносит вклад только неосцилляционное решение y_1 – при этом y_2 и y_3 задают только постепенно исчезающие осцилляции вокруг y_1.

Далее, уравнение для определения коэффициента C_1 решения (27) в явном виде записывается как

$$\frac{1}{2} + C_1\left(\frac{1}{2} - p_{LZ}(-\lambda/2, -t = -\sqrt{\lambda/2})\right) = \frac{1}{2} + \left(\frac{C_0}{2\sqrt{2}\lambda} + A_1 \mathrm{Ai}(0) + A_2 \mathrm{Bi}(0)\right), \tag{29}$$

откуда следует

$$C_1 = \left(\frac{C_0}{2\sqrt{2}\lambda} + \frac{A_1/\sqrt{3} + A_2}{3^{1/6}\Gamma(2/3)}\right) \Big/ \left(\frac{1}{2} - p_{LZ}(-\lambda/2, -t = -\sqrt{\lambda/2})\right). \tag{30}$$

Поскольку $y_1(t \to +\infty) = 1/2$, то мы в конечном итоге приходим к следующему принципиальному результату:

$$p(+\infty) = \frac{1}{2} + \frac{C_1}{2} . \tag{31}$$

Это выражение является искомой формулой конечной вероятности перехода. Как показывает проверка, данная формула определяет вероятность перехода с относительной ошибкой меньше, чем 10^{-2} для всех $\lambda \ge 1$. При достаточно больших λ $(\lambda \ge 4)$ формулы в значительной степени упрощаются, поскольку тогда $A_1 \approx 0$, и A_2 задается в явном виде:

$$\begin{aligned} A_2 = \frac{1}{\mathrm{Bi}(-\lambda^{2/3})}\Bigg(&-\frac{2}{9\lambda^2} - \frac{C_0}{2\sqrt{2}\lambda} - \lambda\frac{(B + C_0\sqrt{\lambda/2})}{4} \times \\ &\times \left[{}_0F_1\left(;\frac{2}{3};\frac{-\lambda^2}{9}\right) {}_1F_2\left(\frac{2}{3};\frac{4}{3},\frac{5}{3};\frac{-\lambda^2}{9}\right) - 2\,{}_0F_1\left(;\frac{4}{3};\frac{-\lambda^2}{9}\right) {}_1F_2\left(\frac{1}{3};\frac{2}{3},\frac{4}{3};\frac{-\lambda^2}{9}\right)\right]\Bigg). \end{aligned} \tag{32}$$

Переходя теперь к асимптотам вовлеченных гипергеометрических функций, используя стандартные разложения [5], получаем, что ведущие члены вовлеченных в решение выражений имеют следующие порядки:

$$\left(\frac{C_0}{2\sqrt{2}\lambda} + \frac{A_1/\sqrt{3} + A_2}{3^{1/6}\Gamma(2/3)}\right) \sim -\frac{1}{2\lambda}, \quad \left(\frac{1}{2} - p_{LZ}(-\lambda/2, -t = -\sqrt{\lambda/2})\right) \sim \frac{3\pi}{8}, \tag{33}$$

так что (31) принимает вид

$$p(+\infty) \approx \frac{1}{2} - \frac{2}{3\pi\lambda}. \tag{34}$$

Таким образом, мы получили интересный результат: конечная вероятность перехода в молекулярное состояние в пределе сильной связи в ведущем порядке обратно пропорциональна параметру Ландау–Зинера. Заметим в заключение, что данная формула описывает монотонно растущую зависимость от λ, в то время как более точные формулы (30-31) показывают, что в зависимости конечной вероятности перехода от параметра Ландау–Зинера в действительности присутствуют малые осцилляции.

Работа выполнена при поддержке грантов Фонда Гражданских Исследований и Разработок США No. NFSAT PH 100-02 и PA No. 0591-2002.

ЛИТЕРАТУРА

1. **M.Kostrun, M.Mackie, R. Cote,** and **J. Javanainen.** Phys. Rev. A, **62**, 063616 (2000); **M.Mackie** and **J.Javanainen**. Phys. Rev. A, **60**, 3174 (1999).
2. **А.М.Ишханян, Г.П.Черников**. Известия НАН Армении, Физика, **39**, 3 (2004).
3. **F.G.Tricomi**. Integral Equations. New York, Dover Publications, 1985; **R.K.Miller.** Nonlinear Volterra Integral Equations. New York, Benjamin, 1971.
4. **А.М.Ишханян**. Известия НАН Армении, Физика, **39**, 71 (2004).
5. **M.Abramowitz** and **I.A.Stegun**. Handbook of Mathematical Functions. New York, Dover, 1965.
6. **A.H.Nayfeh**. Perturbation Methods. New York, Wiley-Interscience, 1985.

ԼԱՆԴԱՈՒ–ԶԵՆԵՐՅԱՆ ԱՆՑՈՒՄԸ ՍԱՌԸ ԱՏՈՄՆԵՐԻ ՖՈՏՈԱՍՈՑԻԱՑԻԱՅՈՒՄ

Ա.Մ. ԻՇԽԱՆՅԱՆ

Ուսումնասիրված է Լանդաու–Զեների ոչ-գծային խնդիրը սառն ատոմների երկմոդ ֆոտոասոցիացիայի համար: Օգտագործելով մի համարժեք Վոլտերրայի ոչ-գծային ինտեգրալ հավասարում մոլեկուլային վիճակի հավանականության համար, կառուցված է խնդրի լուծման առաջին մոտավորությունը եւ արտածված է մոտավոր արտահայտություն մոլեկուլային վիճակի անցման վերջնական հավանականության համար ուժեղ կապի սահմանում:

LANDAU–ZENER TRANSITION IN THE PHOTOASSOCIATION OF COLD ATOMS

A.M. ISHKHANYAN

The nonlinear Landau–Zener problem for the two-mode photoassociation of cold atoms is studied. Using an equivalent nonlinear Volterra integral equation for the molecular state probability, the first-order approximation to the solution of the problem is constructed and an approximate expression for the final transition probability to the molecular state is derived for the strong coupling limit.

Известия НАН Армении, Физика, т.39, №3, с.147-152 (2004)

УДК 539.2

ОДНОЭЛЕКТРОННЫЕ СОСТОЯНИЯ В 2D-СЕКТОРИАЛЬНОЙ КВАНТОВОЙ ЯМЕ

Р.М. МОВСЕСЯН, А.С. СААКЯН

Государственный инженерный университет Армении

(Поступила в редакцию 24 мая 2003 г.)

Исследованы одноэлектронные состояния в 2D-секториальной квантовой яме. Показано, что в зависимости от глубины ямы возможно как выталкивание электрона из острия в область радиальной границы, так и его проникновение в область острия.

1. Хорошо известно, что пространственная ограниченность системы сильно влияет на ее одноэлектронный спектр и, следовательно, на все ее физические свойства [1]. Современные технологии позволяют получать пленки различных веществ толщиной менее 100Å, т.е. вплоть до монослоя; замечательно, что можно контролировать не только толщину пленки, но и ее геометрическую форму [2].

В связи с этим представляет интерес 2D-система атомов, напыленных в виде кругового сектора; дополнительный сектор образован атомами другого сорта. Круговая симметрия системы должна привести к своеобразной 2D-туннельной связи между смежными секторами, что безусловно отразится и на свойствах системы. В настоящей работе рассмотрены простейшие модели, описывающие эти системы, и в их рамках исследован одноэлектронный спектр. Показано, что 2D-электронный газ в такой системе сильно неоднороден.

2. В качестве простейшей модели выберем 2D-бесконечно глубокую потенциальную яму в форме кругового сектора с центральным углом φ_0 и радиусом R:

$$U(r,\varphi)=\begin{cases}0, & 0\le\varphi\le\varphi_0\,,\\ \infty, & \varphi_0\le\varphi\le 2\pi\,.\end{cases} \tag{1}$$

На одноэлектронную волновую функцию следует наложить очевидные граничные условия

$$\begin{aligned}&\Psi(r,0)=\Psi(r,\varphi_0)=0\,,\\ &\Psi(R,\varphi)=0,\end{aligned} \tag{2}$$

последнее из которых обусловлено ограниченностью системы в радиальном направлении.

Тогда волновые функции имеют следующий вид:

$$\Psi(r,\varphi) = C_{nm} \sin\left(\frac{\pi n}{\varphi_0}\varphi\right) J_{\frac{\pi n}{\varphi_0}}(k_{nm} r) , \tag{3}$$

где n пробегает ряд целых чисел, $J_\lambda(z)$ – функция Бесселя действительного аргумента, $k_{nm}{}^2 = 2mE_{nm}/\hbar^2$, E – энергия электрона, $k_{nm} = \chi_{nm}/R$, χ_{nm} – нули функции Бесселя, а собственные значения энергии определяются из (2) и (3):

$$E_{nm} = \frac{\hbar^2 \chi_{nm}}{2m^* R^2} . \tag{4}$$

Физически интересной областью является область больших значений n порядка $n\pi/\varphi_0 >> 1$, что соответствует малому угловому раствору сектора. В этой области

$$\Psi \sim \frac{1}{\pi}\sqrt{\frac{\varphi_0}{2\pi}}\left[\frac{e\varphi_0 k_{nm} r}{2\pi n}\right]^{\frac{\pi n}{\varphi_0}} , \tag{5}$$

то есть волновая функция возрастает по степенному закону в сторону радиальной границы $r = R$. Причина такого поведения достаточно проста: по мере приближения к вершине постепенно уменьшается поперечная область локализации электрона $r\varphi_0$, а его энергия $E \sim \hbar^2/m\varphi_0^2 r^2$ возрастает, то есть продвижение электрона к вершине энергетически невыгодно. С другой стороны, это означает, что на электрон действует квазиклассическая сила $F \sim r^{-3}$, выталкивающая электрон из острия. 2D-электронный газ сильно неоднороден и сконцентрирован в основном в области, ширина которой $a \geq R/\chi_{nm}$; учитывая, что во всяком случае для достаточно больших n $\chi_{nm} \sim \pi n/\varphi_0$, получим $a \geq R\varphi_0/\pi n$, то есть $a << R$.

3. Рассмотрим ту же задачу в рамках модели потенциальной ямы конечной глубины:

$$U(\varphi) = \begin{cases} 0, & 0 \leq \varphi \leq \varphi_0 , \\ U, & \varphi_0 \leq \varphi \leq 2\pi . \end{cases} \tag{6}$$

В этом случае существует туннельная связь между обеими областями и это вносит некоторые изменения в полученные в пункте 2 результаты. Уравнение Шредингера не удается решить точно. Стандартный подход, основанный на разделении переменных, не приводит к конкретным результатам, и решение следует строить, пользуясь следующими простыми соображениями: электрон, движущийся в азимутальном направлении "чувствует" действие потенциала (6), поэтому в отличие от стандартного подхода, потенциал (6) должен войти не в радиальную, а в азимутальную часть уравнения

Шредингера. Такой подход аналогичен хорошо известному адиабатическому приближению [3], а условием адиабатичности системы является $\varphi_0 << 1$. Итак, волновую функцию представим в виде

$$\Psi(r,\phi) = \Psi_1(r,\phi)\Psi_2(r)\,, \tag{7}$$

где $\Psi_1(r,\varphi)$ удовлетворяет "азимутальному" уравнению Шредингера

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\cdot\frac{1}{r^2}\cdot\frac{\partial^2\Psi_1}{\partial\varphi^2} + V(\varphi)\Psi_1 = E_0\Psi_1\,, \tag{8}$$

а E_0 зависит от r как от параметра. Уравнение (8) соответствует ротатору с моментом инерции $I = mr^2$, движущемуся в поле $V(\varphi)$.

Потенциал (6) периодичен с периодом 2π. Учитывая топологию системы, выберем граничные условия в виде

$$\begin{aligned} &\Psi_I(0) = \Psi_{II}(2\pi)\,, && \Psi_I'(0) = \Psi_{II}'(2\pi), \\ &\Psi_I(\varphi_0) = \Psi_{II}(\varphi_0)\,, && \Psi_I'(\varphi_0) = \Psi_{II}'(\varphi_0). \end{aligned} \tag{9}$$

В области I потенциал (6) равен нулю. Тогда волновую функцию в "элементарной ячейке" $0 \le \varphi \le 2\pi$ можно представить в следующем виде:

$$\begin{aligned} &\Psi_I = 2e^{i(\eta+\beta)}\sin(\lambda\varphi - \eta - \beta), \\ &\Psi_{II} = \sqrt{1 + \left(\lambda^2/\mu^2\right)}\,e^{-i(\eta+\beta)}\left[\sin(2\eta+\beta)e^{\mu\varphi} + \sin\beta\, e^{-\mu\varphi}\right], \end{aligned} \tag{10}$$

где введены обозначения:

$$\lambda = \frac{\sqrt{2mE_0}}{\hbar}r, \quad \mu = \frac{\sqrt{2m(V - E_0)}}{\hbar}r\,, \quad \mathrm{tg}\eta = \frac{\lambda}{\mu}\,, \quad \mathrm{tg}\beta = \frac{\sin\lambda\varphi_0}{e^{\mu b} - \cos\lambda\varphi_0}\,, \tag{10a}$$

а дисперсионное уравнение, определяющее собственные значения E_0, имеет вид

$$\begin{gathered} \mathrm{ch}(\mu b)\cos\lambda\varphi_0 + \frac{\mu^2 - \lambda^2}{2\mu\lambda}\mathrm{sh}(\mu b)\sin\lambda\varphi_0 = 1, \\ b = 2\pi - \varphi_0\,, \end{gathered} \tag{11}$$

т.е. внешне совпадает с дисперсионным уравнением модели Кронига–Пенни с равным нулю блоховским волновым вектором. Тот же результат для волновых функций и спектра можно получить, действуя стандартным способом [4].

Уравнение (11) удается решить в некоторых предельных случаях, одним из которых является случай достаточно глубокой ямы и достаточно узкой области ее локализации ($\varphi_0 << 1$). Тогда уровни энергии имеют вид

$$E_0 = \frac{\pi^2\hbar^2 n^2}{2m\varphi_0^2 r^2} \qquad n = 1, 2, \ldots\,, \tag{12}$$

т.е. соответствуют уровням в бесконечно глубокой потенциальной яме. В рассматриваемом приближении параметр λ не зависит от r и уравнение для $\Psi_2(r,\varphi)$ имеет следующий вид в I области:

$$\frac{d^2\Psi_2}{dr^2}+\frac{1}{r}\frac{d\Psi_2}{dr}+\frac{2m}{\hbar}(E-E_0)\Psi_2=0\,, \qquad (13)$$

где E_0 определяется выражением (12).

Уровни энергии E_0 играют роль эффективного потенциала взаимодействия в формировании радиальных состояний $\Psi_2(r)$. Отметим, что в этом случае Ψ_2 в I области зависит только от r. Тогда, решая уравнение (13), получим

$$\Psi_2(r)=J_{\pi l/\varphi_0}(kr)\,. \qquad (14)$$

В области II (область барьера) уравнение для $\Psi_2(r)$ совпадает с уравнением (13) приближенно – при условии $\varphi-\varphi_0<<\pi$. Это значит, что в достаточно узких областях, прилегающих к границам I области, волновую функцию с большой степенью точности можно считать совпадающей с (14). Полученные здесь результаты совпадают с результатами, полученными в п.2, и значит, рассматриваемое приближение работает хорошо.

4. Рассмотрим теперь случай барьера, низкого настолько, что имеет смысл говорить об уровне E_0, расположенном достаточно близко к поверхности ямы: $E_0=V-\delta$, $\delta<<V$. Очевидно, что в рассмотренном в п.3 предельном случае такой уровень отсутствует. Уравнение (11) в этом случае обладает следующим решением:

$$E_0=V+\frac{\varphi_0}{6b}V-\frac{6\hbar^2}{mb^2r^2}\;. \qquad (15)$$

В случае малого углового раствора, а также вблизи вершины сектора второй член можно отбросить, и тогда

$$\delta=\frac{6\hbar^2}{mb^2r^2}\;. \qquad (15a)$$

Полученный результат верен в области $r>>0{,}06\lambda\!\!\!^{-}$, где $\lambda\!\!\!^{-}$ – де-Бройлевская длина волны электрона с энергией вблизи поверхности ямы; это следует из условия $\delta<<V$.

В рассмотренном приближении туннельный фактор μ, определяемый выражением (10а), не зависит от r, что объясняется достаточно сильным проникновением электрона в область барьера. Этим же объясняется и знак минус в третьем слагаемом в (15). Итак, туннельная связь между областями велика и считать ее экспоненциально малой нельзя.

Уравнение Шредингера во II области обладает следующим решением:

$$\Psi_2(r)=J_{i\beta}(kr)-e^{-\pi\beta}J_{-i\beta}(kr), \qquad (16)$$

где $\beta = \chi / b^2$.

Коэффициенты в линейной комбинации выбраны из условия отсутствия на достаточно больших расстояниях от вершины сектора отраженной волны. Этим делается попытка выяснить, существуют ли состояния, когда электрон находится на малых расстояниях от вершины. В области $kr \ll 1$ волновая функция (16) приобретает вид

$$\Psi_2(r) = \sin\left[\beta \ln(kr/2) - \alpha + i(\pi\beta/2)\right], \tag{17}$$

а из условия обращения (17) в ноль на радиальной границе следует, что спектр энергий имеет следующий вид:

$$E = V - \frac{2\hbar^2}{mR^2} e^{\frac{2(\alpha - \pi n)}{\beta}}, \quad n = 0,1,2,\dots ; \tag{18}$$

$$2\alpha = \arg\frac{\Gamma(1+i\beta)}{\Gamma(1-i\beta)}; \quad \Gamma(z) \text{ – гамма-функция.}$$

Отметим, что полученный нами спектр является точным, а не его “длинноволновой” частью, поскольку условие $kr \ll 1$ возникает из-за рассмотрения области, непосредственно прилегающей к вершине сектора $(r \to 0)$. Область проникновения электрона в вершину равна

$$r \ll \mathrm{R}e^{(\pi n - \alpha)/\beta}. \tag{19}$$

Таким образом, в рассмотренном здесь предельном случае электрон может проникнуть в область вблизи вершины. Причиной тому, как показано выше, является сильная туннельная связь между двумя областями, и в конечном счете возникновение эффективного потенциала $U_{ef} \sim -(1/r^2)$, соответствующего притяжению.

Таким образом, процесс проникновения электрона в вершину сектора обусловлен конкуренцией двух факторов – туннелированием и ростом кинетической энергии.

Автор выражает признательность А.О.Меликяну и Х.В.Неркарaряну за обсуждение результатов.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Т.Андо, А.Фаулер, Ф.Стерн.** Электронные свойства двумерных систем. М., Мир, 1985.
2. **Y.Imry.** Introduction to Mesoscopic Physics. Oxford, University Press, 2002.
3. **В.М.Галицкий, Б.М.Карнаков, В.И.Коган.** Задачи по квантовой механике. М., Наука, 1981.
4. **И.И.Гольдман, В.Д.Кривченков.** Сборник задач по квантовой механике. М., ГИТТЛ, 1957.

ՄԻԱԷԼԵԿՏՐՈՆԱՅԻՆ ՎԻՃԱԿՆԵՐԸ 2D-ՍԵԿՏՈՐԻԱԼ ՔՎԱՆՏԱՅԻՆ ՓՈՍՈՒՄ

Ռ.Մ. ՄՈՎՍԵՍՅԱՆ, Ա.Ս. ՍԱՀԱԿՅԱՆ

Դիտարկված է երկու տարբեր նյութերի ատոմներից կազմված և տակդիրի վրա երկու հարակից սեկտորների ձևով փոշեպատված 2D համակարգ: Պարզագույն քվանտային մոդելների սահմաններում հետազոտված է համակարգի էլեկտրոնային սպեկտրը:

ONE-ELECTRON STATES IN 2D-SECTORIAL QUANTIUM WELL

R.M. MOVSESYAN, A.S. SAHAKYAN

One-electron states in a 2D-sectorial quantium well are studied. It is shown that, depending on the well depth, it is possible both the expulsion of an electron from the point to the region of the radial boundary and its penetration to the region of the point.

Известия НАН Армении, Физика, т.39, №3, с.153-159 (2004)

УДК 621.3

ВОЗМУЩЕННАЯ СЕПАРАТРИСА И КОРРЕКЦИЯ НЕЛИНЕЙНЫХ СИНХРОТРОННЫХ КОЛЕБАНИЙ В НАКОПИТЕЛЯХ ЭЛЕКТРОНОВ

Ю.Л. МАРТИРОСЯН

Центр синхротронного излучения CANDLE

(Поступила в редакцию 13 августа 2003 г.)

Исследовано влияние высших членов разложения коэффициента уплотнения орбит на продольную динамику пучка в накопителях электронов. Показано, что нелинейные поправки приводят к искажению сепаратрисы синхротронных колебаний и, как следствие, к уменьшению времени жизни пучка. Результаты исследований применены для расчета реального времени жизни пучка в проектируемом накопителе электронов источника синхротронного излучения CANDLE.

1. Введение

Как известно [1], время жизни электронного пучка в накопительном кольце источников синхротронного излучения третьего поколения обусловлено тремя основными эффектами: внутрипучковое рассеяние (эффект Тушека), рассеяние пучка на остаточном газе и квантовые флуктуации. С увеличением светимости электронных пучков ограничение времени жизни за счет внутрипучкового рассеяния становится доминирующим. Учитывая сильную зависимость эффекта Тушека от энергетического аксептанса накопителя, оценка реального времени жизни пучка требует учета высших членов разложения коэффициента пространственного уплотнения орбит относительно энергетического разброса частиц. Другими словами, речь идет об учете нелинейных синхротронных колебаний частиц при определении сепаратрисы продольных колебаний частиц в накопителе.

В данной работе последовательно изложена нелинейная теория продольных колебаний частиц в накопителях электронов и найдены поправки к форме сепаратрисы и обусловленному ею времени жизни пучка. Показано, что учет нелинейных членов приводит к асимметрии сепаратрисы продольных колебаний и дополнительной области устойчивости на фазовой диаграмме. Проведен анализ условий как подавления возмущений, так и ослабления вклада нелинейных членов, которые приводят к дополнительным требованиям на стабильность частоты ускоряющей системы. Результаты исследований применены для расчета и коррекции нелинейных возмущений в накопителе электронов проектируемого источника синхротронного излучения CANDLE.

2. Нелинейные продольные колебания частиц

При исследовании продольных колебаний частиц в накопителях электронов важную роль играет удлинение длины траектории неравновесных частиц, обусловленное в общем случае отклонением энергии частицы от равновесного значения и вкладом бетатронных колебаний. Длина траектории частицы в криволинейной системе координат, связанной с идеальной орбитой, задается интегралом [2]

$$L = \oint \sqrt{(1+kx)^2 + x'^2 + y'^2}\, ds\,, \tag{1}$$

где k – это кривизна траектории в поворотном магните, x,y – поперечные координаты, а дифференцирование идет по продольной координате вдоль идеальной траектории s.

Из (1), после разложения в ряд по малым отклонениям и углам, для вариации длины траектории получаем выражение

$$\Delta L = \oint (kx + \frac{1}{2}k^2x^2 + \frac{1}{2}x'^2 + \frac{1}{2}y'^2)\, ds\,, \tag{2}$$

где сохранены члены до второго порядка малости.

Амплитуда поперечных колебаний включает вклады от бетатронных колебаний (x_β, y_β), возмущения идеальной орбиты (x_0, y_0), а также хроматический член из-за относительного отклонения импульса $\delta = \Delta p/p$ неравновесной частицы относительно его равновесного значения p:

$$\begin{aligned} x &= x_\beta + x_0 + \eta_0 \cdot \delta + \eta_1 \cdot \delta^2 + \ldots, \\ y &= y_\beta + y_0\,. \end{aligned} \tag{3}$$

Линейная и высшего порядка дисперсионные функции $(\eta_0, \eta_1, \ldots)$ в разложении определяются, как периодические решения неоднородных уравнений движения:

$$\begin{aligned} \eta_0'' + K(s)\cdot\eta_0 &= 1/\rho, \\ \eta_1'' + K(s)\cdot\eta_1 &= -1/\rho + F_1(s), \end{aligned} \tag{4}$$

с

$$F_1(s) = -1/2\cdot m(s)\cdot\eta_0^2 + 2\cdot k_B\eta_0^2/\rho + 1/2\cdot\eta_0'^2/\rho + k_B\cdot\eta_0\,, \tag{5}$$

где $m(s)$ – распределение секступольной компоненты поля по кольцу, k_B – градиент фокусирующего по вертикали дипольного магнита с совмещенными функциями. В (3) мы сделали допущение, что идеальная орбита частицы лежит в горизонтальной плоскости и вертикальная дисперсия отсутствует. Из

(4) периодическое решение для дисперсионной функции можно представить в виде

$$\eta_0(s) = \frac{\sqrt{\beta(s)} \cdot \langle \beta_B \rangle^{3/2}}{2\rho \cdot \sin(\pi \cdot \nu_x)} \cos \nu_x [\varphi(s) + \pi], \tag{6}$$

где $\langle \beta_B \rangle$ есть среднее по поворотному магниту значение бета-функции. После подстановки (3) в (2) и усреднения за оборот окончательно получим

$$\frac{\Delta L}{L_0} = \alpha_c \cdot \delta + \alpha_1 \cdot \delta^2 + \xi, \tag{7}$$

где α_c и α_1 – соответственно, коэффициенты уплотнения орбит первого и второго порядка, а ξ представляет нехроматический вклад:

$$\begin{aligned} \xi &= \frac{1}{4}\left[\varepsilon_x \cdot \langle \gamma_x \rangle + \varepsilon_y \cdot \langle \gamma_y \rangle + \varepsilon_x \cdot \langle k^2 \beta_x \rangle\right], \\ \alpha_1 &= \langle k \cdot \eta_1 \rangle + \frac{1}{2}\langle k^2 \cdot \eta_0{}^2 \rangle + \frac{1}{2}\langle \eta_0'^2 \rangle. \end{aligned} \tag{8}$$

С учетом этих членов уравнения продольных колебаний частицы в переменных отклонение импульса δ и фазы φ представляются в виде [2]

$$\begin{aligned} \frac{d\varphi}{dt} &= -\omega_{rf} \cdot (\eta_c \cdot \delta - \alpha_1 \cdot \delta^2 - \xi), \\ \frac{d\delta}{dt} &= \frac{e \cdot V_{rf}}{E_0 \cdot T_0}(\sin\varphi - \sin\varphi_s), \end{aligned} \tag{9}$$

где $\eta_c = 1/\gamma^2 - \alpha_c$, ω_{rf} – угловая частота ВЧ системы, V_{rf} – пиковая амплитуда ВЧ напряжения, E_0 – энергия равновесной частицы и T_0 – ее период обращения по кольцу, φ и φ_s – фазы неравновесной и равновесной частиц, соответственно.

Систему уравнений (9) можно получить также из гамильтониана продольного движения [2]

$$H(\varphi,\delta) = \frac{eV_{rf}}{T_0 \cdot E_0}[\cos\varphi - \cos\varphi_s + (\varphi - \varphi_s)\sin\varphi_s] - \omega_{rf}[\frac{1}{2}\eta_c\delta^2 - \frac{1}{3}\alpha_1\delta^3 - \xi \cdot \delta], \tag{10}$$

где каноническими переменными являются фаза и отклонение от равновесной энергии (φ, δ). Этот факт характеризует каноничность полученных уравнений (9) и гарантирует симплексность полученных решений.

3. Возмущенная сепаратриса и подавление нелинейных колебаний

В накопителе CANDLE сильноточный (0.35 A) электронный пучок малого эмиттанса (порядка 8,4 нм) состоит из коротких (порядка 6 мм) сгустков и эффект Тушека является определяющим при определении времени жизни пучка. Для суммарного ускоряющего напряжения в 3,3 МВ энергетический аксептанс в накопителе составляет порядка 2,4%, что дает время жизни пучка по Тушеку порядка 39,5 часа. При коэффициенте связи между поперечными колебаниями в 1% это приводит к суммарному времени жизни пучка в кольце 18,4 часа. Эти значения соответствуют линейной теории и коэффициенту уплотнения орбит первого порядка $\alpha_c = 0.002$. Для учета нелинейных синхротронных колебаний и соответствующей редакции времени жизни пучка была применена изложенная выше теория, включающая члены второго и высших порядков разложения. Для численного решения системы уравнений (9) и получения фазовых траекторий продольного движения была использована программа MATLAB [4].

В линейном приближении, когда $\alpha_1 = 0$ и $\xi = 0$, фазовая диаграмма имеет зеркальную симметрию по отношениию к оси отклонения импульса с предельным отклонением ±2% (энергетический аксептанс) и пару стабильной $\varphi_s = 162.9^0$ и нестабильной $\varphi_u = 17.1^0$ стационарных точек на оси фаз $\delta = 0$. С учетом нелинейных членов $(\alpha_1 \neq 0, \xi \neq 0)$ мы получаем две стационарные точки стабильных колебаний и две стационарные точки нестабильных колебаний, которые соответствуют появлению второй зоны стабильного движения на фазовой плоскости продольных колебаний (рис.1).

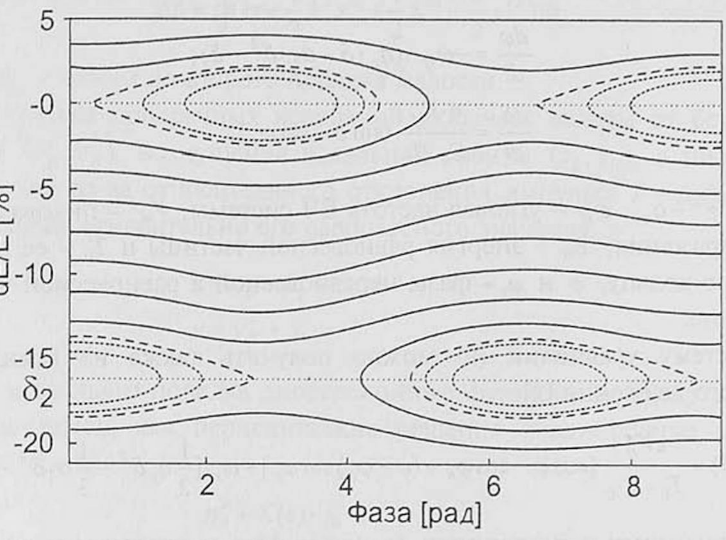

Рис.1. Фазовые диаграммы продольных колебаний.

Для магнитной оптики CANDLE мы имеем $\alpha_1 = 0.0109$, $\langle\beta_x\rangle = 5.1$ м, $\langle\beta_y\rangle = 10.42$ м, $\langle\gamma_x\rangle = 1.49$ м$^{-1}$, $\langle\gamma_y\rangle = 1.34$ м$^{-1}$ и $\xi_x = 0.33 \cdot 10^{-8}$. Ординаты стационарных точек определяются как решения квадратного уравнения

$$\alpha_1 \cdot \delta^2 - \eta_c \cdot \delta + \xi = 0 \tag{11}$$

со значениями

$$\delta_{1,2} = \frac{\eta_c}{2\alpha_1}(1 \pm \sqrt{1-G}), \qquad (12)$$

где $G = 4\xi\alpha_1 / \eta_c^2$. Пренебрегая вкладом малого нехроматичного члена ($\xi \approx 0$), из (12) мы получаем вторую зону стационарных точек $\delta_2 = \eta_c / \alpha_1 = -0.187$, что хорошо согласуется с результатами численного анализа (рис.1). Так как в разложении коэффициента уплотнения орбит отношение коэффициента второго порядка к первому мало, то новая дополнительная пара стационарных точек расположена вдали от равновесного импульса и их влиянием на продольную динамику можно пренебречь. Бетатронные колебания в свою очередь приводят к смещению равновесного импульса на малую величину $\Delta\delta = \xi / \eta_c = 1.65 \cdot 10^{-6}$.

Как видно из рис.2, учет нелинейных членов приводит также к асимметрии фазовых траекторий в положительной и отрицательной областях отклонения импульса частицы. Новые значения предельного отклонения энергии частицы зависят от знака отклонения и равны $\delta^+ = 0.022$ и $\delta^- = -0.025$ для верхнего и нижнего пределов, соответственно.

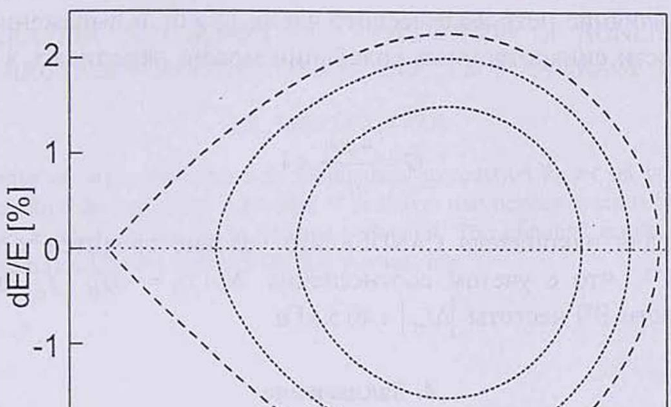

Рис.2. Асимметрия фазовых траекторий продольных колебаний из-за нелинейности синхротронных колебаний.

Для того, чтобы ослабить нелинейность продольных колебаний и тем самым восстановить расчетное время жизни пучка, необходимо уменьшить коэффициент уплотнения орбит второго порядка α_1. Коэффициент уплотнения орбит второго порядка α_1 зависит от возмущения дисперсионной функции через выражение (5), которое содержит слагаемое, характеризуюшее распределение секступольных линз по кольцу. Следовательно, подходящим выбором распределения и величины сил секступольных магнитов по кольцу, а именно,

$$\Delta\alpha_1 = -\frac{\Delta m(s)\cdot\eta_1^3}{L}, \tag{13}$$

можно занулить нелинейный коэффициент уплотнения орбит α_1 [5]. На практике однако трудно добиться выполнения этого условия, т.к. сравнительно большая длина орбиты $L = 216$ м и малое значение дисперсии в местах расположения секступолей требуют существенного изменения сил секступолей, что чревато уменьшением динамической апертуры пучка.

С другой стороны, непосредственный анализ условия "сливания" двух зон сепаратрис областей устойчивого движения (см. рис.1), с учетом выражения (12), показывает, что нелинейные возмущения сепаратрисы становятся в системе пренебрежимо малыми, если выполняется неравенство [2]

$$|\alpha_1| \le \frac{|\eta_c|}{\sqrt{3}}\frac{(1-G)^{3/4}}{\delta_d}, \tag{14}$$

где δ_d – расчетный энергетический аксептанс (2.4% для CANDLE). Принимая во внимание влияние нехроматического члена $(\xi \neq 0)$ и выражение (12), условие стабильности синхротронных колебаний можно переписать в следующем виде:

$$G = \frac{4\xi\alpha_1}{\eta_c^2} < 1. \tag{15}$$

В частности, для накопителя CANDLE это условие сводится к требованию $\Delta L / L_0 < 9.1\cdot 10^{-4}$, что с учетом соотношения $\Delta L / L_0 = -\Delta f_{rf} / f_{rf}$ дает оценку для стабильности ВЧ частоты $|\Delta f_{rf}| < 40.5$ кГц.

4. Заключение

В работе представлены результаты теоретического и численного исследования возмущения сепаратрисы продольных колебаний частиц в накопителях электронов, обусловленных хроматическим и нехроматическим нелинейными колебаниями частицы в кольце. Найдены предельные стационарные точки сепаратрисы, которые асимметричны относительно отклонения импульса неравновесной частицы. Выведены условия подавления нелинейных эффектов, приводящих к требованию на стабильность частоты ускоряющей системы накопителя. Результаты работы легли в основу оптимизации ВЧ и магнитной систем проектируемого накопителя электронов CANDLE.

Автор выражает благодарность В.Цаканову за постоянный интерес к работе и полезные обсуждения.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Г.Брук.** Циклические ускорители заряженных частиц. М., 1970.
2. **H.Wiedemann.** Particle Accelerator Physics-I, Springer, 1999.
3. **T.Suzuki.** "Orbit Hamiltonian, Synchrotron Oscillations and Synchro-betatron Coupling", Proc. of EPAC'02, Paris, p.1302.
4. **L.Shampine** and **M.Reichelt.** "The MATLAB ODE Suite", SIAM Journal on Scientific Computing, **18**, 1 (1997).
5. **A.Piwinski** and **A.Wrulich.** "Excitation of Betatron-Synchrotron Resonances by a Dispersion in the Cavities", DESY 76/07 (1976).

ՍԵՊԱՐԱՏՐԻՍԻ ԱՂԱՎԱՂՈՒՄԸ ԵՎ ՈՉ ԳԾԱՅԻՆ ՍԻՆՔՐՈՏՐՈՆԱՅԻՆ ՏԱՏԱՆՈՒՄՆԵՐԻ ԿԱՐԳԱՎՈՐՈՒՄԸ ԷԼԵԿՏՐՈՆԱՅԻՆ ԿՈՒՏԱԿԻՉ ՕՂԱԿՈՒՄ

Յ.Լ. ՄԱՐՏԻՐՈՍՅԱՆ

Ուսումնասիրված է էլեկտրոնային կուտակիչում հետագծերի խտության գործակցի ոչ գծային անդամների ազդեցությունը փնջի երկայնական դինամիկայի վրա: Ցույց է տրված, որ այդ ոչ գծային անդամները արագացնող փուլային պատկերները դարձնում են ոչ սիմետրիկ, ինչը բերում է փնջի կյանքի տևողության կարճացմանը: Ստացված արդյունքները կիրառված են նախագծվող CANDLE սինքրոտրոնային կենտրոնի կուտակիչ օղակում էլեկտրոնային փնջի կյանքի տևողության հաշվարկման համար:

SEPARATRIX DISTORTION AND CORRECTION OF NONLINEAR SYNCHROTRON OSCILLATIONS IN ELECTRON STORAGE RINGS

Y.L. MARTIROSYAN

The influence of high-order terms of momentum compaction factor on beam longitudinal oscillations in electron storage rings is studied. It is shown that nonlinear terms lead to separatrix distortion and as a result to the beam lifetime reduction. The obtained results are applied for calculation of beam real lifetime in the CANDLE storage ring.

Известия НАН Армении, Физика, т.39, №3, с.160-165 (2004)

УДК 532.14

ИНДУЦИРОВАННЫЙ СТОХАСТИЧЕСКИМ ПОЛЕМ ПЕРЕХОД ФРЕДЕРИКСА В НЖК

Л.С. АСЛАНЯН, В.Б. ПАХАЛОВ

Ереванский государственный университет

(Поступила в редакцию 26 мая 2003 г.)

Теоретически исследовано поведение молекул НЖК во внешнем стохастическом электрическом поле. Рассмотрение проведено для случая чистой Т-деформации, так как при этом полностью отсутствуют гидродинамические движения. Показано, что при наличии стохастической компоненты в изменении электрического поля порог перехода Фредерикса уменьшается. Показана также возможность наблюдения перехода Фредерикса в шумовом электрическом поле.

1. Исследованию индуцированных шумом фазовых переходов в простых системах посвящено много работ. В [1] рассмотрены индуцированные шумом фазовые переходы в физическом маятнике со случайно-колеблющейся осью подвеса. В частности, показано что такие переходы приводят к возникновению более упорядоченного состояния системы, а именно, наличие источников шума в нелинейных динамических системах может индуцировать принципиально новые режимы функционирования, которые не могут быть реализованы в отсутствие шума, например, индуцированные шумом незатухающие колебания.

В работе [2] показано, что простой одномерный гармонический осциллятор в нерелятивистском случае также может быть хаотическим, если возбуждается внешней силой, которая изменяется как в пространстве, так и во времени. О конструктивной роли шума в динамических системах более подробно см., например, в [3-5].

Одной из простых систем, динамические свойства которой хорошо исследованы, являются нематические жидкие кристаллы [6,7]. Основой большинства специфических динамических эффектов в НЖК является переориентация директора оси преимущественной направленности молекул НЖК макроскопического объема вещества под действием различных внешних воздействий (так называемый переход Фредерикса [8]). Построению систематической теории динамики перехода Фредерикса в осциллирующем внешнем магнитном поле посвящены работы [9,10]. Такое рассмотрение позволяет провести подробный анализ регулярного поведения директора НЖК во внешнем осциллирующем поле и осуществить плавный переход от статических к высокочастотным полям. Целью настоящей работы является исследование поведения молекул НЖК во внешнем стохастическом электрическом поле. Рассмотрение проведено для случая чистой Т-деформации, так как при этом полностью отсутствуют гидродинамические движения.

2. Рассмотрим переход Фредерикса для геометрии, соответствующей чистой Т-деформации. Пусть имеем планарно-ориентированную ячейку НЖК (см. рис.1). Молекулы ЖК ориентированы по оси y, тогда как электрическое поле направлено перпендикулярно плоскости рисунка (ось x). Тогда для случая чистой Т-деформации и внешних полей, не слишком сильно превышающих пороговые, можно написать следующее уравнение движения для угла Φ между осью y и директором после переориентации [11,12]:

$$\gamma_1 \frac{\partial \Phi}{\partial t} = K_2 \frac{\partial^2 \Phi}{\partial z^2} + \frac{\varepsilon_a}{4\pi} E^2 (\Phi - \frac{2}{3}\Phi^3), \tag{1}$$

где $\Phi(z=0,t) = \Phi(z=d,t) = 0$ (жесткие граничные условия). Здесь γ_1 – коэффициент вращательной вязкости, ε_a – анизотропия тензора диэлектрической проницаемости, а K_2 – упругая константа Франка, соответствующая деформации кручения. С учетом малости возмущения вблизи точки фазового перехода, решение (1) можно представить в следующем виде:

$$\Phi(z,t) = \vartheta(t) \sin \frac{\pi z}{d}\ , \tag{2}$$

где $\vartheta(t)$ – максимальное отклонение директора в центре слоя толщины d. Подставляя (2) в (1), находим

$$\frac{d\vartheta}{dT} = -\vartheta + \frac{E^2}{E_c^2}(\vartheta - 0.5\vartheta^3)\ , \tag{3}$$

где для сокращения записи введены следующие обозначения:

$$T = t/\tau_0\ , \quad \tau_0 = \gamma_1 d^2 / \pi^2 K_2\ , \quad E_c^2 = 4\pi^3 K_2 / \varepsilon_a d^2\ .$$

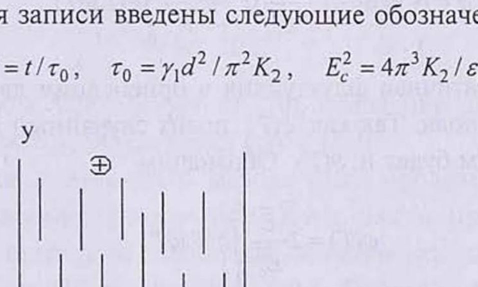

Рис.1. Геометрия задачи. Крестиком указано направление приложенного электрического поля.

Отметим, что τ_0 – время релаксации молекул НЖК при мгновенном выключении электрического поля, а E_c – критическое значение статического поля, выше которого возникает ориентационная деформация.

Рассмотрим аналитическое решение уравнения (3) для начальной стадии процесса нарастания (малые t), когда модуляция электрического поля имеет нерегулярный характер. Представим электрическое поле в следующем виде:

$$E(t) = \overline{E} + \xi(t) . \tag{4}$$

Здесь $\overline{E}$ – постоянная составляющая действующего поля, а $\xi(t)$ – флуктуационная компонента $E(t)$. Мы рассмотрим случай, когда $\xi(t)$ не имеет регулярной составляющей:

$$\langle \xi(t) \rangle = 0$$

($\langle \circ\circ\circ \rangle$ – усреднение по времени).

Предположим также, что $E(t)$ – гауссовский стационарный процесс с корреляционной функцией

$$\langle \xi \xi_\tau \rangle = B(\tau) ,$$

а спектр осцилляций состоит из дискретной линии и непрерывного спектра $G(\omega)$. Отбрасывая в (3) для малых t слагаемое ϑ^3 и учитывая (4), имеем

$$\frac{d\vartheta}{dT} = -(1 - \frac{\overline{E}^2}{E_c^2} - 2\frac{\overline{E}\xi(T)}{E_c^2})\vartheta . \tag{5}$$

Здесь мы учли малость шума $(\xi(T) << \overline{E})$. Решение уравнения (5) имеет следующий вид:

$$\vartheta = \vartheta_0 \exp\{-(1 - \frac{\overline{E}^2}{E_c^2})T + 2\frac{\overline{E}}{E_c^2}\int_0^T \xi(T)dT\} , \tag{6}$$

где ϑ_0^2 – среднеквадратичная флуктуация в ориентации движения директора в момент включения поля. Так как $\xi(T)$ носит случайный характер, то, соответственно, случайным будет и $\vartheta(T)$. Обозначим

$$\varphi(T) = 2\frac{\overline{E}}{E_c^2}\int_0^T \xi(T)dT . \tag{7}$$

Усредним (6) по времени T и учтем, что для гауссовского процесса [13]

$$\langle e^{\varphi} \rangle = e^{\frac{1}{2}\langle \varphi^2 \rangle} .$$

Величина $\langle \varphi^2 \rangle$ выражается через функцию корреляции $B(\tau)$ флуктуаций $\xi(T)$ амплитуды поля:

$$\langle \varphi^2 \rangle = 2\frac{\overline{E}}{E_c^2}\int_0^T dt_1 \int_0^T dt_2 B(t_1 - t_2) = 4\frac{\overline{E}}{E_c^2}\int_0^T (t-\tau)B(\tau)d\tau .$$

Если сплошной спектр имеет лоренцевскую форму [13]

$$G(\omega) = \frac{\sigma^2 D/\pi}{(\omega-\omega_0)^2 + D^2},$$

то $B(\tau) = \sigma^2 e^{-D\tau}$ и

$$\langle \varphi^2 \rangle = \frac{4\sigma^2}{D^2}\frac{\overline{E}^2}{E_c^4}(DT - 1 + e^{-DT}).$$

Тогда окончательно получаем

$$\overline{\vartheta} = \vartheta_0 e^{-(1-\frac{\overline{E}^2}{E_c^2})T} \exp\{\frac{4\sigma^2}{D^2}\frac{\overline{E}^2}{E_c^4}(DT - 1 + e^{-DT})\}. \qquad (8)$$

В предельном случае, когда $DT >> 1$, имеем

$$\overline{\vartheta} = \vartheta_0 \exp\left\{-[1 - \frac{\overline{E}^2}{E_c^2}(1 + \frac{4\sigma^2}{DE_c^2})]T\right\}. \qquad (9)$$

Нетрудно заметить, что экспоненциальный рост угла переориентации начнется, если

$$1 - \frac{\overline{E}^2}{E_c^2}(1 + \frac{4\sigma^2}{DE_c^2}) < 0,$$

что эквивалентно условию

$$\overline{E}^2 \geq \frac{E_c^2}{1 + 4\sigma^2 / DE_c^2} \approx E_c^2 - \frac{4\sigma^2}{D}. \qquad (10)$$

Таким образом, как следует из (10), появление шумовой компоненты понижает порог перехода Фредерикса (ср. с [14]).

Для проверки полученного вывода нами проведено также численное моделирование уравнения (1) как при $\overline{E} \neq 0$, так и при $\overline{E} = 0$. В качестве примера на рис.2 приведена расчетная зависимость динамики угла переориентации директора НЖК при $|\xi|/E_c \approx 0.3$. Параметр выбран $\overline{E}/E_c = 1$, при котором переход Фредерикса без дополнительного шума не наблюдается. Как видно из рисунка, угол переориентации со временем монотонно увеличивается, что свидетельствует о переориентации директора. Таким образом, можно утверждать, что при наличии стохастической компоненты порог перехода Фредерикса уменьшается. Такое уменьшение порога позволяет ожидать, что в принципе должен наблюдаться и переход Фредерикса в присутствии только шумового поля. Это утверждение нами проверено путем численного моделирования. Для наглядности на рис.3 приведено поведение директора в центре слоя в шумовом электрическом поле. Как видно из рисунка, несмотря на стохастическое изменение электрического поля, все же наблюдается переориентация директора, т.е. возможен переход Фредерикса в стохастическом поле.

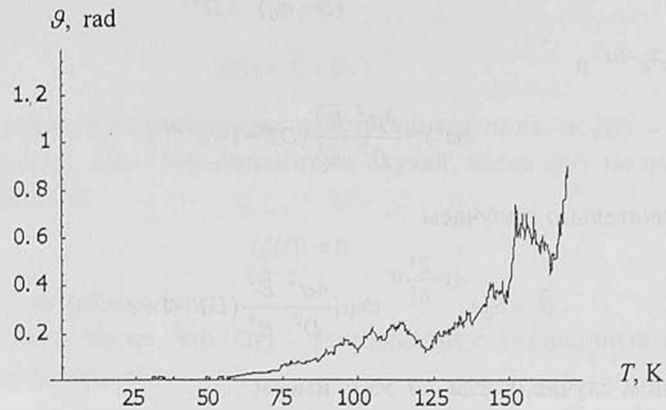

Рис.2. Начальная стадия динамики директора НЖК в электрическом поле в присутствии шумовой составляющей.

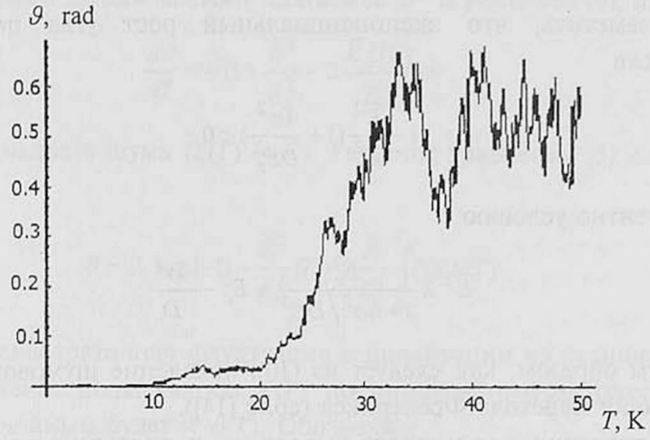

Рис.3. Динамика директора НЖК в хаотическом поле с нулевым средним значением. График получен путем численного решения уравнения (3).

3. Таким образом, из полученных результатов следует, что наличие стохастической составляющей в изменении внешнего электрического поля приводит к уменьшению порога перехода Фредерикса. Заметим, однако, что в настоящей работе расчеты проводились при учете первой пространственной гармоники в переориентации директора. Как показывает анализ, при полях $E > nE_c$, где n – целое число, становятся определяющими также и высшие пространственные моды, и в результате картина переориентации существенно усложняется даже в рамках детерминистического подхода [15,16].

Авторы признательны Ю.С.Чилингаряну за полезные обсуждения.

Работа выполнена в рамках темы №1073, финансируемой правительством РА.

ЛИТЕРАТУРА

1. **П.С.Ланда, А.А. Заикин**. ЖЭТФ, **111**, 358 (1997).
2. **S.W.Lee, H.W.Lee**. Phys. Rev., **56E**, 5245 (1997).
3. **K.Wiesenfeld, F.Jaranillo**. Chaos, **3**, 539 (1998).
4. **L.Gammaitoni, P.Hanggi, P.Jung, F.Marchesoni**. Rev. Mod. Phys., **70**, 223 (1998).
5. **Ю.Л.Климонтович**. УФН, **169**, 39 (1999).
6. **С.М.Аракелян, Ю.С.Чилингарян**. Нелинейная оптика жидких кристаллов. М., Наука, 1984.
7. **I.C.Khoo**. Optics and nonlinear optics of liquid crystals. New York, World Scientific Publishing, 1993.
8. **P.G. de Gennes, J.Prost**. The Physics of Liquid Crystals. Clarendon Press, Oxford, 1993.
9. **Л.С.Асланян**. Оптика и спектроскопия, **91**, 819 (2001).
10. **Л.С.Асланян**. Изв. НАН Армении, Физика, **36**, 203 (2001).
11. **С.А.Пикин**. Структурные превращения в жидких кристаллах. М., Наука, 1984.
12. **P.Pieranski, E.Brochard, E.Guyen**. J. de Phys., **34**, 35 (1973).
13. **С.А.Ахманов, Ю.Е.Дьяков, А.С.Чиркин**. Введение в статистическую радиофизику и оптику. М., Наука, 1981.
14. **О.В.Хорстхемке, Р.Лефевр**. Индуцированные шумом переходы. М., Мир, 1987.
15. **L.Marucci, P.Manddalena, G.Arrone, L.Sirveto, E.Santamato**. Phys. Rev., **57E**, 3033 (1998).
16. **G.Demeter**. Phys. Rev., **61E**, 6678 (2000).

ՍՏՈԽԱՍՏԻԿ ԴԱՇՏՈՎ ՄԱԿԱԾՎԱԾ ՖՐԵԴԵՐԻՔՍԻ ԱՆՑՈՒՄԸ ՆԵՄԱՏԻԿ ՀԵՂՈՒԿ ԲՅՈՒՐԵՂՈՒՄ

Լ.Ս. ԱՍԼԱՆՅԱՆ, Վ.Բ. ՊԱԽԱԼՈՎ

Տեսականորեն ուսումնասիրված է ՆՀԲ մոլեկուլների վարքը ստոխաստիկ էլեկտրական դաշտում: Դիտարկումը կատարված է մաքուր *T*-դեֆորմացիայի դեպքում, քանի որ այդ դեպքում բացակայում են հիդրոդինամիկ շարժումները: Ցույց է տրված, որ էլեկտրական դաշտի փոփոխության մեջ ստոխաստիկ բաղադրիչի առկայությունը հանգեցնում է երևույթի շեմի նվազեցմանը: Ցույց է տրված նաև մաքուր ստոխաստիկ դաշտի ազդեցությամբ Ֆրեդերիքսի երևույթի հնարավորությունը:

STOCHASTIC-FIELD-INDUCED FREEDERICKSZ TRANSITION IN NLC

L.S. ASLANYAN, V.B. PAKHALOV

The behavior of NLC molecules in an external stochastic electric field is studied theoretically. The consideration is carried out for the case of pure T-deformation, because there are no hydrodynamic motions in this case. It is shown that in the presence of stochastic component in variation of an electric field the threshold of the Freedericksz transition decreases. The opportunity of Freedericksz transition in a stochastic electric field is also shown.

Известия НАН Армении, Физика, т.39, №3, с.166-172 (2004)

УДК 621.315

ВНУТРИЗОННЫЕ ОПТИЧЕСКИЕ ПЕРЕХОДЫ В ПОЛУПРОВОДНИКОВОМ НАНОСФЕРИЧЕСКОМ СЛОЕ

В.А. АРУТЮНЯН

Гюмрийский филиал Государственного инженерного университета Армении

К.С. АРАМЯН, Г.Ш. ПЕТРОСЯН

Арцахский государственный университет

(Поступила в редакцию 12 августа 2003 г.)

Для случая "сильного" квантования рассмотрены дипольные переходы между состояниями дискретного спектра одной и той же зоны в полупроводниковом сферическом слое. Рассчитан коэффициент внутризонного-межподзонного поглощения слабой волны. Показано, что величина и частота поглощения существенно зависят от геометрических размеров образца.

1. Введение

В последние годы значительный прогресс в нанотехнологии сделал возможным создание различных сферических наноструктур с размерами от нескольких до сотен нанометров, что в свою очередь стимулировало как экспериментальные, так и теоретические работы в этой области. Наряду со многими квазинульмерными системами в настоящее время интенсивно исследуются полупроводниковые нанокристаллиты в виде различных сферически-симметричных структур (см., напр., [1-8]). Интерес этот обусловлен прежде всего тем, что подобные гетерофазные системы являются очень перспективными материалами для создания оптических и электронных устройств нового поколения [1,5,9,10].

Одним из наиболее эффективных методов определения зонной структуры полупроводников, в том числе и низкоразмерных, как известно, является исследование их спектра оптического поглощения [11,12]. Среди множества оптоэлектронных явлений в низкоразмерных полупроводниках, в том числе наносферических, большой интерес проявляется к исследованию внутризонных переходов между состояниями размерного квантования одной и той же зоны (см., напр., [6,11-14]).

В этой связи определенный интерес представляет исследование внутризонных переходов в "отдельно взятом" нанокристаллическом слое, который может иметь применение как в "чистом виде", так и в качестве составной компоненты при создании слоистых гетероструктур с заранее заданными и требуемыми параметрами для того или иного слоя.

Среди множества подобных работ, касающихся именно сферических наноструктур, отметим, в частности, работы [6,14], где в рамках модели жесткого ротатора для одноэлектронных состояний рассмотрены внутризонные оптические переходы в системе невзаимодействующих электронов, находящихся на поверхности наносферы [6], и исследовано влияние однородного магнитного поля на эти переходы [14]. Цель настоящей работы – рассмотрение внутризонных дипольных переходов в режиме "сильного" квантования, когда энергия размерного квантования носителей заряда в пределах сферического слоя много больше энергии их кулоновского взаимодействия.

2. Одноэлектронные состояния в слое

Структуру будем рассматривать в виде композиции "кор"/слой/среда. Условие "сильного" квантования сводится к требованию

$$L^2 << a_L^2 , \tag{1}$$

где L – толщина слоя, a_L – боровский радиус 3D-экситона в материале слоя. Предположим также, что слой достаточно "удален" от центра, т.е. наряду с условием (1) выполняется также и следующее условие:

$$L << R_1 ; \quad \left(L = R_2 - R_1\right), \tag{2}$$

где R_1 – радиус "кора", R_2 – внешний радиус слоя.

При выполнении условий (1)-(2), по аналогии с фуллереном, слой в радиальном направлении можно аппроксимировать квантовой ямой, "свернутой в сферу" [15]:

$$U(r) = \begin{cases} 0; & \text{при} \quad R_1 < r < R_2, \\ \infty; & \text{при} \quad r \ge R_2 ; r \le R_1. \end{cases} \tag{3}$$

Подобное модельное представление будет физически адекватным, если материал слоя по сравнению с материалом кора и внешней среды является узкозонным, и при перекрывающихся запрещенных зонах контактирующих материалов величина разрыва зонной энергии на интерфейсе много больше энергии размерного квантования носителей заряда в квантовой яме слоя. Типичными в этом смысле можно считать, в частности, композиции CdS/HgS/CdS, CdSe/ZnS/CdSe, CdS/PbS/CdS (см., напр., [2,4,8]). Для нанооболочечной структуры CdS/HgS/CdS, например, глубина квантовой ямы слоя составляет порядка электрон-вольта, боровский радиус 3D-экситона в слое $a_L \sim 50$ нм, а в коре и среде $a_c \sim 3$ нм. Так что, если положить $R_1 \sim a_L$, то для названной структуры условия (1),(2) действительно будут иметь место, и, во всяком случае, для не сильно возбужденных состояний приближение модели (3) будет выполняться с достаточной точностью.

Одноэлектронные огибающие волновые функции в сферических координатах (r,ϑ,φ) будем искать в виде

$$\Psi_{n,l,m}(\mathbf{r})=\frac{\chi(r)}{r}\mathrm{Y}_{l,m}(\vartheta,\varphi), \qquad (4)$$

где n,l,m – соответственно радиальное, орбитальное и азимутальное квантовые числа, $\mathrm{Y}_{l,m}(\vartheta,\varphi)$ – нормированные шаровые функции. Для "радиального" уравнения Шредингера в приближении изотропной эффективной массы (μ) соответственно имеем:

$$\frac{\hbar^2}{2\mu}\frac{d^2\chi}{dr^2}+E\chi(r)-\frac{\hbar^2 l(l+1)}{2\mu r^2}\chi(r)=0, \qquad (5)$$

где E – полная энергия частицы в слое. В случае потенциальной ямы (3) граничные условия для радиальной функции будут иметь следующий вид:

$$\chi(R_1)=\chi(R_2)=0. \qquad (6)$$

При $l=0$ для $\chi(r)$ элементарно получаем:

$$\chi(r)=\sqrt{\frac{2}{L}}\sin\frac{\pi n}{L}(r-R_1). \qquad (7)$$

Для решения же (5) при $l\neq 0$ перейдем к переменной

$$\rho=r-R_1 \qquad (8)$$

и ограничимся, с учетом условия (2), первым порядком по малой величине

$$\frac{\rho}{R_1}\ll 1. \qquad (9)$$

Введя безразмерную переменную

$$\xi=\left(\frac{\varepsilon}{F}+\rho\right)\left(\frac{2\mu F}{\hbar^2}\right)^{1/3}, \qquad (10)$$

вместо (5) приходим теперь к уравнению

$$\chi''(\xi)+\xi\chi(\xi)=0. \qquad (11)$$

Здесь мы использовали обозначения

$$\varepsilon=E-\frac{\hbar^2 l(l+1)}{2\mu R_1^2}; \quad F=\frac{\hbar^2 l(l+1)}{2\mu R_1^2}\frac{2}{R_1}. \qquad (12)$$

С учетом (2),(9) из (10) и (12) нетрудно увидеть, что в интервале $0\le\rho\le L$ для переменной ξ имеем:

$$\xi\gg 1. \qquad (13)$$

Решения уравнения (11), как известно, даются линейной комбинацией функций Эйри первого и второго рода, которую, при выполнении условия (13), можно представить в следующем асимптотическом виде [16]:

$$\chi(\xi) \cong \frac{C_1}{\pi}\xi^{-\frac{1}{4}}\sin\left(\frac{2}{3}\xi^{\frac{3}{2}}+\frac{\pi}{4}\right)+\frac{C_2}{\pi}\xi^{-\frac{1}{4}}\cos\left(\frac{2}{3}\xi^{\frac{3}{2}}+\frac{\pi}{4}\right), \tag{14}$$

где C_1, C_2 – нормировочные константы.

Воспользовавшись теперь граничными условиями (6) и условием нормировки

$$\int_{R_1}^{R_2}|\chi(r)|^2 dr = \int_0^L |\chi(\rho)|^2 d\rho = 1, \tag{15}$$

для энергетического спектра и нормированных радиальных огибающих волновых функций, соответственно, получаем:

$$E \equiv E_{n,l} \cong \frac{\pi^2\hbar^2 n^2}{2\mu L^2}+\frac{\hbar^2 l(l+1)}{2\mu R_1 R_2}; \quad (n=1,2,...), \tag{16}$$

$$\chi_{n,l}(\rho) \cong \sqrt{\frac{2}{L}}(1-\alpha_{n,l}\rho)\sin\beta_{n,l}\rho, \tag{17}$$

где

$$\alpha_{n,l}=\frac{F_l}{4\varepsilon_{n,l}}; \quad \varepsilon_{n,l}=E_{1,0}n^2-\frac{F_l L}{2}; \quad \beta_{n,l}=\frac{\pi}{L}\left(\frac{\varepsilon_{n,l}}{E_{1,0}}\right)^{\frac{1}{2}}, \tag{18}$$

причем

$$\alpha_{n,l}L \ll 1; \quad \beta_{n,l}L \le 1. \tag{19}$$

3. Внутризонные-межподзонные переходы в слое

Для определенности положим, что падающий свет поляризован линейно вдоль оси z. Тогда в дипольном приближении для возмущения $\hat{V}$, связанного со световой волной, будем иметь:

$$\hat{V} = -i\hbar\frac{|e|A_0}{m_0 c}\left(\cos\vartheta\frac{\partial}{\partial r}-\frac{\sin\vartheta}{r}\frac{\partial}{\partial\vartheta}\right), \tag{20}$$

где m_0 – масса свободного электрона, e – его заряд, c – скорость света в вакууме, A_0 – амплитуда световой волны.

Для матричных элементов M_{fi} оператора (20), построенного на волновых функциях (4),(17), при получающихся правилах отбора $\Delta m = 0$; $\Delta l = \pm 1$, в общем виде получаем:

а) $\Delta m = 0;\ \Delta l = -1;\ (l_f = l_i - 1;\ l_i \equiv l = 1,2,...)$

$$M_{f,i} = \hbar \frac{|e|A_0}{m_0 c}\sqrt{\frac{l^2 - m^2}{4l^2 - 1}}\left\{\beta_i f_3 - \beta_i\left(\alpha_i + \alpha_f\right)Lf_2 - \alpha_i f_1 - \beta_i\left(\alpha_i + \alpha_f\right)Lf_1 + \frac{l}{R_1} f_1\right\}; \quad (21)$$

б) $\Delta m = 0;\ \Delta l = 1;\ (l_f = l_i + 1;\ l_i \equiv l = 0,1,2,...)$

$$M_{f,i} = -\hbar \frac{|e|A_0}{m_0 c}\sqrt{\frac{(l+1)^2 - m^2}{4(l+1)^2 - 1}}\left\{\beta_i f_3 - \beta_i\left(\alpha_i + \alpha_f\right)Lf_2 - \alpha_i f_1 - \beta_i\left(\alpha_i + \alpha_f\right)Lf_1 - \frac{l+1}{R_1} f_1\right\}, \quad (22)$$

где индексы i, f относятся, соответственно, к начальному и конечному состояниям, а функции f_1, f_2, f_3 имеют следующий вид:

$$\left.\begin{aligned}
f_1 &\equiv f_1(\beta_f, \beta_i) = \frac{\sin(\beta_f - \beta_i)L}{(\beta_f - \beta_i)L} - \frac{\sin(\beta_f + \beta_i)L}{(\beta_f + \beta_i)L};\\
f_2 &\equiv f_2(\beta_f, \beta_i) = \frac{\cos(\beta_f - \beta_i)L - 1}{L^2(\beta_f - \beta_i)^2} - \frac{\cos\left(\beta_f + \beta_i\right)L - 1}{L^2(\beta_f + \beta_i)^2},\\
f_3 &\equiv f_3(\beta_f, \beta_i) = \frac{\cos(\beta_f - \beta_i)L - 1}{(\beta_f - \beta_i)L} - \frac{\cos\left(\beta_f + \beta_i\right)L - 1}{(\beta_f + \beta_i)L}.
\end{aligned}\right\} \quad (23)$$

С учетом условий (2),(13),(19) выражения (21),(22) можно существенно упростить. Для $M_{f,i}$ теперь получаем:

1. Переходы $l_f = l_i - 1 \quad (l_i \equiv l = 1,2,...)$

а) $n_f = n_i$:

$$M_{f,i} \cong \hbar \frac{|e|A_0}{m_0 c}\frac{l}{R_1}\sqrt{\frac{l^2 - m^2}{4l^2 - 1}} \equiv \hbar \frac{|e|A_0}{m_0 c R_1} l V_{l,l-1}; \quad (24)$$

б) $n_f \neq n_i;\ n_f \pm n_i$ четное:

$$M_{f,i} \cong \hbar \frac{|e|A_0}{m_0 c}\frac{l}{R_1}\sqrt{\frac{l^2 - m^2}{4l^2 - 1}}\left\{\frac{1}{n_f + n_i}\left[\frac{F_{l-1}L}{4E_{1,0}n_f} + \frac{F_l L}{4E_{1,0}n_i}\right] - \frac{1}{n_f - n_i}\left[\frac{F_{l-1}L}{4E_{1,0}n_f} - \frac{F_l L}{4E_{1,0}n_i}\right]\right\}; \quad (25)$$

в) $n_f \neq n_i;\ n_f \pm n_i$ нечетное:

$$M_{f,i} \cong \hbar \frac{|e|A_0}{m_0 c L}\sqrt{\frac{l^2 - m^2}{4l^2 - 1}}\frac{4n_f n_i}{n_f^2 - n_i^2}. \quad (26)$$

2. Переходы $l_f = l_i + 1 \quad (l_i \equiv l = 0,1,2,...)$

а) $n_f = n_i$:

$$M_{f,i} \cong \hbar \frac{|e|A_0}{m_0 c}\frac{\ell + 1}{R_1}\sqrt{\frac{(l+1)^2 - m^2}{4(l+1)^2 - 1}} \equiv \hbar \frac{|e|A_0}{m_0 c R_1}(l+1)V_{l,l+1}; \quad (27)$$

б) $n_f \neq n_i$; $n_f \pm n_i$ четное:

$$M_{f,i} \cong \hbar \frac{|e|A_0}{m_0 c} \frac{l+1}{R_1} \sqrt{\frac{(l+1)^2 - m^2}{4(l+1)^2 - 1}} \left\{ \frac{1}{n_f + n_i} \left[\frac{F_{l+1} L}{4E_{1,0} n_f} + \frac{F_l L}{4E_{1,0} n_i} \right] - \frac{1}{n_f - n_i} \left[\frac{F_{l+1} L}{4E_{1,0} n_f} - \frac{F_l L}{4E_{1,0} n_i} \right] \right\}; \quad (28)$$

в) $n_f \neq n_i$; $n_f \pm n_i$ нечетное:

$$M_{f,i} \cong \hbar \frac{|e|A_0}{m_0 c} \frac{l+1}{L} \sqrt{\frac{(l+1)^2 - m^2}{4(l+1)^2 - 1}} \frac{4 n_f n_i}{n_f^2 - n_i^2}. \quad (29)$$

Опуская постоянные множители, для коэффициента поглощения в общем виде можем записать:

$$\alpha(\omega) \sim \sum_{i,f} \left| M_{f,i} \right|^2 \delta(E_f - E_i - \hbar\omega), \quad (30)$$

где E_i, E_f – энергии соответственно начального и конечного состояний носителей заряда в зоне, $\delta(x)$ – дельта-функция Дирака.

4. Обсуждение результатов

Из результатов, полученных в работе, можно заключить следующее:

1. Из (24),(27),(30) видно, что при $n_f = n_i$ будет наблюдаться итоговое поглощение на равноотстоящих частотах

$$\omega_l = \frac{\hbar}{\mu R_1 R_2}; \frac{2\hbar}{\mu R_1 R_2}; \cdots \frac{l\hbar}{\mu R_1 R_2}; \cdots \quad (l = 1, 2, \cdots). \quad (31)$$

Интенсивность поглощения этой серии при данном l определяется величиной

$$(l+l)^2 \left| V_{l,l+1} \right|^2 - l^2 \left| V_{l,l-1} \right|^2. \quad (32)$$

2. При $n_f \neq n_i$ поглощение и излучение происходят на различных частотах, которые определяются из соотношения

$$E_{n_f, l_f} = E_{n_i, l_i} \pm \hbar\omega, \quad (33)$$

где верхний знак соответствует поглощению, а нижний знак – излучению фотона.

3. Интенсивность переходов при четном $n_f \pm n_i$ существенно меньше интенсивности переходов при нечетном $n_f \pm n_i$ (в L^2 / R_1^2 раз).

4. Из (24)–(30) и (31),(33) нетрудно видеть, что интенсивность и частота внутризонных переходов в слое, кроме всего прочего, в значительной мере определяются геометрическими размерами образца R_1 и L. В частности, при $R_1 \to \infty$ переходы с $n_f = n_i$ и $n_f \pm n_i$ четном вообще будут отсутствовать и полоса поглощения будет характеризоваться чисто “пленочным” фактором $n_f n_i / (n_f^2 - n_i^2)$.

Из сопоставления результатов (21)–(29) и (31)–(33) с результатами поглощения в наносфере [6,11,17] и квантованной пленке [18,19] заключаем также, что рассмотренный нанослой "комбинирует" в себе свойства как квантовой точки - сферы, так и квантованной пленки, в силу чего, варьируя геометрическими размерами образца, можно добиться в определенных границах желаемого и регулируемого изменения оптических характеристик системы.

ЛИТЕРАТУРА

1. **A.P.Alivisatos**. Science, **271**, 933 (1996).
2. **H.S.Zhou, I.Honma, H.Komiyama, J.W.Haus**. Phys. Rev., **B50**, 12052 (1994).
3. **Н.В.Ткач, В.А.Головацкий, О.Н.Войцеховская**. ФТП, **34**, 602 (2000).
4. **A.Mews, A.V.Kadavanich, U.Banin, A.P.Alivasatos**. Phys. Rev., **B53**, R13242 (1996).
5. **D.Nesheva** et al. Nanosc. and Nanotech, **2**, 645 (2002).
6. **Д.В.Булаев, В.А.Маргулис**. ФТТ, **44**, 1557 (2002).
7. **Kai Chang**. Phys. Rev., **B61**, 4743 (2001).
8. **D.Schoos, A.Mews, A.Eychmuller, H.Weller**. Phys. Rev., **B49**, 17072 (1994).
9. **V.Ranjan, V.A.Singh**. Phys. Rev., **B89**, 6415 (2001).
10. **A.P.Alivisatos**. Bull. Mater. Res. Soc., **23**, 183 (1998).
11. **С.В.Гапоненко**. ФТП, **30**, 577 (1996).
12. **V.V.Mitin, V.A.Kochelap, M.A.Stuscio**. Quantum Heterostuctures. Cambridge University Press, 1999.
13. **Э.П.Синявский, С.М.Соковнич**. ФТП, **33**, 828 (1999).
14. **Д.В.Булаев, В.А.Маргулис**. ФТТ, **45**, 349 (2003).
15. **В.В.Роткин, Р.А.Сурис**. ФТТ, **36**, 3569 (1994).
16. Справочник по специальным функциям (ред. М.Абрамовиц, И.Стиган). М., Наука, 1979.
17. **С.И.Покутний**. ФТП, **37**, 743 (2003).
18. **T.Ando, A.Fauler, F.Stern**. Rev., Mod. Phys., **54**, 437 (1982).
19. **D.A.B. Miller, S.Schmit-Rink, D.S.Chemia**. Adv. Phys., **38**, 89 (1989).

ՆԵՐԳՈՏԻԱԿԱՆ ՕՊՏԻԿԱԿԱՆ ԱՆՑՈՒՄՆԵՐԸ ԿԻՍԱՀԱՂՈՐԴՉԱՅԻՆ ՆԱՆՈԳՆԴԱՁԵՎ ՇԵՐՏՈՒՄ

Վ.Ա. ՀԱՐՈՒԹՅՈՒՆՅԱՆ, Կ.Ս. ԱՐԱՄՅԱՆ, Հ. Շ. ՊԵՏՐՈՍՅԱՆ

«Ուժեղ» քվանտացման դեպքի համար դիտարկված են դիպոլային անցումները նույն գոտու դիսկրետ սպեկտրի վիճակների միջև կիսահաղորդչային գնդաձև շերտում: Հաշվարկված է ներգոտիական–միջենթագոտային կլանման գործակիցը թույլ ալիքի անկման դեպքում: Ցույց է տրված, որ կլանման մեծությունը և հաճախությունը էապես կախված են նմուշի երկրաչափական չափերից:

INNERBAND OPTICAL TRANSITIONS IN A SEMICONDUCTOR NANOSPHERICAL LAYER

V.A. HARUTYUNYAN, K.S. ARAMYAN, H.SH. PETROSYAN

In the case of "strong" quantization in a semiconductor spherical layer the transitions between the states of discrete spectrum of the same band are considered. The optical absorption coefficient for innerband–intersubband transitions is calculated. It is shown that the magnitude and frequency of absorption essentially depend on the geometrical sizes of the system.

Известия НАН Армении, Физика, т.39, №3, с.173-177 (2004)

УДК 621.382.2

ВОЛЬТ-АМПЕРНЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ СТРУКТУР С ПОРИСТЫМ КРЕМНИЕМ В ЭЛЕКТРОЛИТЕ

З.О. МХИТАРЯН, А.А. ШАТВЕРЯН, А.З. АДАМЯН, В.М. АРУТЮНЯН

Ереванский государственный университет

(Поступила в редакцию 24 декабря 2003 г.)

Измерены статические вольт-амперные характеристики (ВАХ) образцов из монокристаллического кремния p-типа со слоем пористого кремния в воздухе и структур образец-электролит-контрэлектрод при комнатной температуре. Выпрямляющий характер ВАХ образцов с твердотельным контактом свидетельствует об определяющей роли барьера на границе раздела монокристаллический кремний – пористый кремний. На ВАХ образцов с жидким контактом обнаружены гистерезисные явления. При использовании контрэлектрода из благородного металла ВАХ имеют выпрямляющий характер, при полупроводниковом контрэлектроде ВАХ симметричны.

1. Введение

Несмотря на интенсивные исследования пористого кремния (PS), из-за сложности объекта нет однозначных интерпретаций его физических свойств (см., напр.,[1]). Это диктует необходимость исследования PS в каждом конкретном случае. Особый интерес представляет случай, когда твердотельный электрод к PS заменяется жидким (электролитический контакт – ЭК). Как показано в работе [2], PS с ЭК имеет высокий внешний квантовый выход и управляемый напряжением сдвиг фотолюминесценции (ФЛ) и электролюминесценции (ЭЛ) и требует, в отличие от аналогичных структур с твердотельным контактом (ТК), малых потребляемых напряжений.

2. Образцы и методика эксперимента

В качестве образцов использовались структуры из кремния p-типа со слоем PS, обладающие фотолюминесцентными свойствами. Образцы для измерений изготавливались из кремния p-типа с ориентацией <100> и удельным сопротивлением 10 Ом·см. Анодирование проводилось в стандартном электролите $HF:C_2H_5OH:H_2O$ в соотношениях 1:2:1, соответственно, по технологии, приведенной в [3]. Получено, что пористость по методу, описанному в [3], составляет 57%, толщина слоя – 0.5 мм, диэлектрическая проницаемость – 5.64. В качестве ТК применялись контакты из напыленного алюминия с выводами в виде обычных проводников или специально изготовленного прижимного золотого зонда, перемещаемого с помощью микрометра. В качестве ЭК использовался раствор NaCl в дистиллированной воде с pH = 5.1. Электролитическая ячейка изготовлялась из кварцевого стекла: она состояла, как обычно [4], из исследуемого образца, электролита и контрэлектрода. Образец – кремниевая подложка *p*-типа со слоем PS. Контрэлектрод (КЭ) был сменным – использовались платиновый, золотой, серебряный или монокремниевый электроды, соответственно. Измерения проводились при комнатной температуре. По стандартной методике измерялись статические ВАХ при прямом и обратном смещениях образца. Напряжение на образец подавалось с последовательно соединенных аккумуляторных батарей типа НКН и менялось с шагом 0.1 В по возрастающей и спадающей зависимостям. Контроль напряжения осуществлялся вольтметром DT-830B. Интервал используемых напряжений 0 – 30 В. Ток через образец измерялся миллиамперметром М-254.

3. Экспериментальные данные и обсуждение

На рис.1 приведены статические ВАХ образцов с ТК, снятые при комнатной температуре. При возрастающем и спадающем ходе напряжения и обратные, и прямые ветви ВАХ совпадают, но для некоторых "состаренных" образцов при обратных смещениях больше 12 В на ВАХ наблюдаются осцилляции (вставка на рис.1). Эти осцилляции отсутствовали на ВАХ, снятых на свежеизготовленных образцах. Сами ВАХ имеют выпрямляющий характер, причем пропускное направление соответствует положительному смещению, прилагаемому к кремниевой подложке *p*-типа.

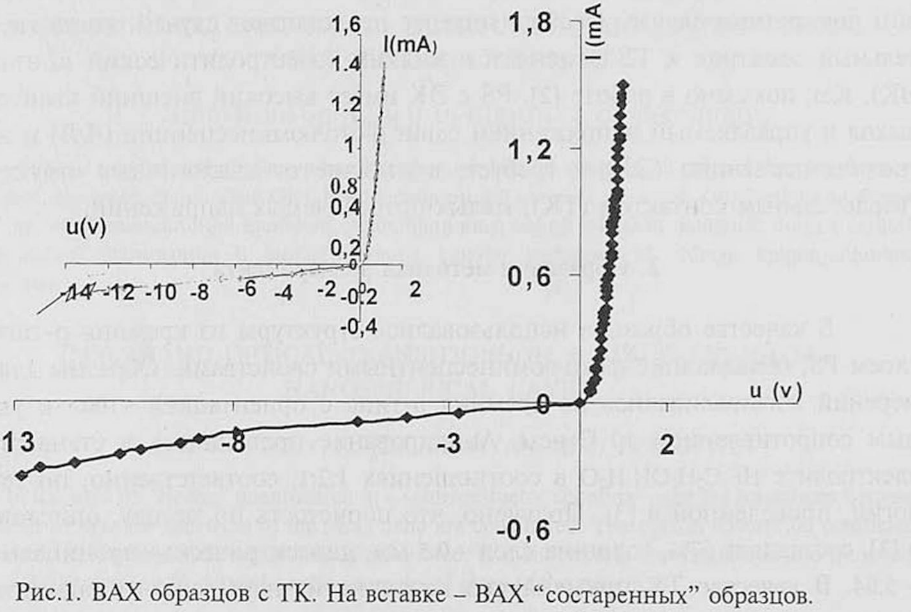

Рис.1. ВАХ образцов с ТК. На вставке – ВАХ "состаренных" образцов.

При опускании образца в электролит между ним и электролитом устанавливается напряжение порядка 0.14 В, причем образец заряжается отрицательно, а контрэлектрод – положительно. Напряжение между электродами зависит от материала контрэлектрода. При золотом КЭ оно равно 0.48 В, при платиновом – 0.54 В, при серебряном – 0.36 В. При использовании полупроводникового КЭ напряжение между электродами 0.09 В.

На рис.2 и 3 приведены статические ВАХ образцов с жидким электродом при комнатной температуре – с золотым КЭ и КЭ из монокристаллического кремния *n*-типа, соответственно. На ВАХ образцов, находящихся в электролите, обнаружен гистерезис, причем ветви ВАХ, снятых при возрастании напряжения, лежат выше ветвей, измеренных при уменьшении напряжения. Это имеет место и при прямом, и при обратном смещениях. Как следует из рисунков, форма и размеры петли гистерезиса зависят от полярности приложенного напряжения. Для КЭ из благородных металлов (платина, золото, серебро) (рис.2) площадь гистерезиса меньше, чем для КЭ из монокристаллического кремния *n*-типа (рис.3). ВАХ образцов с КЭ из благородных металлов имеет в электролите выпрямляющий характер, а при использовании в качестве КЭ монокристаллического кремния имеет симметричный вид.

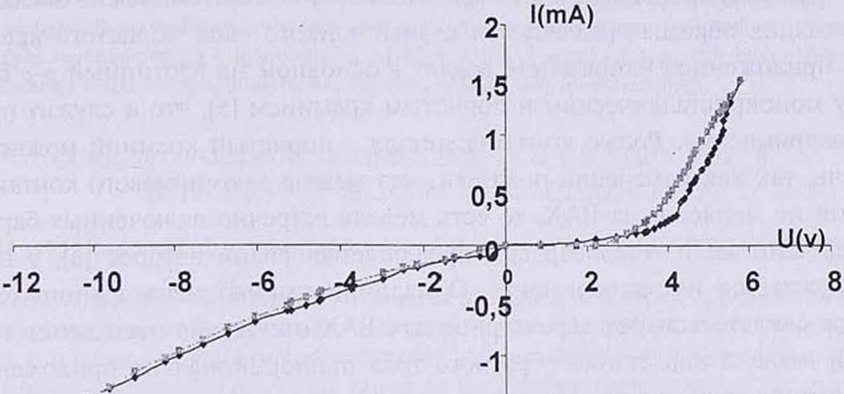

Рис.2. ВАХ образцов с ЭК (КЭ из золота).

Сохранение выпрямляющего характера ВАХ образцов в электролите при использовании КЭ из благородных металлов (рис.2) объясняется тем, что из-за наличия в металлах огромного количества свободных электронов поверхностные состояния не играют особой роли, в отличие от случая полупроводникового электрода. Как видно из рис.3, на ВАХ выпрямление отсутствует, и ВАХ приобретает симметричный вид, что позволяет допустить в этом случае наличие двух встречно включенных барьеров – барьера в гетероструктуре со слоем пористого кремния и межфазного барьера, образующегося на границе монокристаллический кремний – электролит.

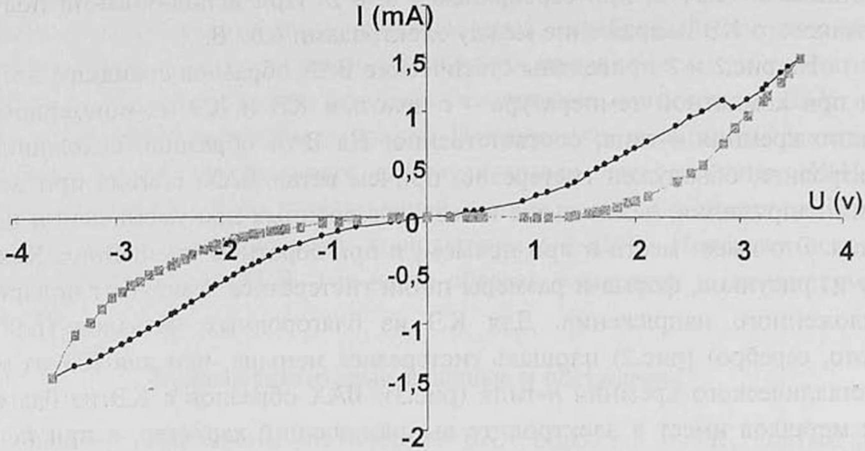

Рис.3. ВАХ образцов с ЭК (КЭ – монокристаллический Si *n*-типа).

По виду ВАХ образцов с твердотельным контактом можно заключить, что в наших образцах реализуется случай тонкого слоя пористого кремния, когда приложенное напряжение падает в основном на изотипный *p-p* барьер между монокристаллическим и пористым кремнием [5], что и служит причиной выпрямления. Ролью контакта металл – пористый кремний можно пренебречь, так как измерения показали, что замена алюминиевого контакта на золотой не меняет вида ВАХ, то есть модель встречно включенных барьеров (барьер Шоттки и гетеробарьер), предлагаемая рядом авторов [6], у нас не подтверждается на эксперименте. О наличии именно неидеального гетеробарьера свидетельствуют характерное для ВАХ отсутствие насыщения на обратной ветви и нарастание обратного тока пропорционально приложенному напряжению, а также возможность аппроксимации прямой ветви экспоненциальной функцией $I \sim \exp(qU/nkT)$, где I – сила тока через образец, q – заряд электрона, U – падение напряжения, n – коэффициент неидеальности, k – постоянная Больцмана, T – абсолютная температура. Наши оценки показали, что для исследованных образцов уже при небольших смещениях n = 20. Большие значения n объясняются высокой концентрацией локализованных электронных состояний в пористом кремнии и его неоднородностью [6].

4. Заключение

1. На статических ВАХ исследованных образцов с жидким контактом обнаружены гистерезисные явления.

2. Форма ВАХ зависит от материала контрэлектрода: при смене

металлического электрода на полупроводниковый выпрямляющий вид ВАХ сменяется на симметричный.

3. Показано, что ВАХ образцов не зависят от материала ТК.

Авторы благодарны З.Н. Адамяну и Р.С. Барсегяну за предоставленные образцы. Работа выполнена в рамках гранта А-322 МНТЦ.

ЛИТЕРАТУРА

1. **O.Bisi, S.Ossicini, L.Pavesi**. Surf. Sci. Rep., **38**, 1 (2000).
2. **B.Gelloz, A.Bsiely**. Appl. Surf. Sci., **135**, 15 (1998).
3. **Z.N.Adamyan** et al. Solar Energy Materials & Solar Cells, **64**, 347 (2000).
4. **Дж.Плэмбек**. Электрохимические методы анализа. Основы теории и применение. М., Мир, 1985.
5. **Э.Б.Каганович, Э.Г.Манойлов, С.В.Свечников**. ФТП, 33, 327 (1999).
6. **А.Н.Лаптев, А.В.Проказников, Н.А.Рудь**. Письма в ЖЭТФ, **23**, 59 (1997).

ԷԼԵԿՏՐՈԼԻՏՈՒՄ ԾԱԿՈՏԿԵՆ ՍԻԼԻՑԻՈՒՄ ՊԱՐՈՒՆԱԿՈՂ ԿԱՌՈՒՑՎԱԾՔՆԵՐԻ ՎՈԼՏ-ԱՄՊԵՐԱՅԻՆ ԲՆՈՒԹԱԳՐԵՐԸ

Զ.Հ. ՄԽԻԹԱՐՅԱՆ, Ա.Ա. ՇԱՏՎԵՐՅԱՆ, Ա.Զ. ԱԴԱՄՅԱՆ, Վ.Մ. ՀԱՐՈՒԹՅՈՒՆՅԱՆ

Չափված են ծակոտկեն սիլիցիում պարունակող նմուշների ՎԱԲ-երը օդում և նմուշ-էլեկտրոլիտ-հակաէլեկտրոդ կառուցվածքները սենյակային ջերմաստիճանում: Կոշտ կոնտակտ ունեցող նմուշների ՎԱԲ-ի ուղղիչ հատկությունը պայմանավորված է մոնոբյուրեղային սիլիցիումի – ծակոտկեն սիլիցիումի բաժանման սահմանի վրա գտնվող արգելքով: Հեղուկ կոնտակտով նմուշների ՎԱԲ-ի վրա հայտնաբերվել է հիստերեզիս: ՎԱԲ-երը ունեն ուղղիչ տեսք, եթե հակաէլեկտրոդը ազնիվ մետաղ է և ՎԱԲ-երը սիմետրիկ են, եթե հակաէլեկտրոդը կիսահաղորդիչ է:

CURRENT-VOLTAGE CHARACTERISTICS OF STRUCTURES WITH POROUS SILICON IN ELECTROLYTE

Z.H. MKHITARYAN, A.A. SHATVERYAN, A.Z. ADAMYAN, V.M. AROUTIOUNIAN

Current-voltage characteristics of samples made of single crystal silicon of p-type with a layer of porous silicon in air and systems sample-electrolyte-counterelectrode at room temperature are measured. It is shown that straightening character of I-V characteristics of samples with solid-state contact testifies a determining role of the barrier on the interface single crystal of silicon–porous silicon. Hysteresis phenomena are found out on the I-V characteristics of samples with liquid contact. With the use of the counterelectrode made of noble metal, I-V characteristics have straightening character, at the semiconductor counterelectrode I-V characteristics are symmetric.

Известия НАН Армении, Физика, т.39, №3, с.178-182 (2004)

УДК 539.216

ИЗМЕРЕНИЕ И КОНТРОЛЬ ТОЛЩИНЫ НАПЫЛЕННЫХ ТОНКИХ ПЛЕНОК МЕТОДОМ КВАРЦЕВОГО РЕЗОНАТОРА

А.С. СТЕПАНЯН, А.З. АДАМЯН

Ереванский государственный университет

(Поступила в редакцию 3 февраля 2004 г.)

Усовершенствован физический метод измерения толщины тонких пленок с помощью кварцевого резонатора. Сравнение предложенного варианта измерений с соответствующими теоретическими расчетами и измерениями, сделанными другими методами, показывает, что с его помощью можно измерять толщины от 1 до 1000 нм с точностью 0.1 нм.

1. Введение

В технологии напыления тонких пленок определение и контроль толщины осаждаемых пленок имеют очень большое значение. Существуют различные физические методы измерения этой толщины, например, методы измерения емкости и электрического сопротивления слоев, оптический, микровесов и др. [1], но метод кварцевого резонатора обладает лучшими характеристиками и применяется чаще [2].

Настоящая работа посвящена изучению возможности управления толщиной тонких пленок путем использования кварцевых резонаторов, причем метод несколько изменен. Если в традиционном методе используются два генератора – эталонный и измерительный, и измеряется разность их частот, получаемая с помощью смесителя, то здесь используется только один – измерительный генератор, и измеряется абсолютная величина его частоты. Обеспечение обработки данных и автоматизация процесса осаждения осуществляется с помощью компьютера, с использованием разработанных нами программных пакетов.

Известно, что резонансная частота кварцевого кристалла изменяется при изменении его массы. Кварцевый резонатор представляет собой разрезанную по специальному срезу AT тонкую кварцевую пластину диаметром $0,8 \div 1,5$ см. Срез AT уменьшает зависимость частоты кварца от температуры [3]. С обеих сторон кварцевой пластины выведены золотые или серебрянные контакты для приложения электрического потенциала. Увеличение массы кварцевого кристалла, обусловленное напылением пленки на ту или другую поверхность, сопровождается смещением резонансной частоты. Измеряя разницу между начальной и конечной частотами кварцевого генератора, можно рассчитать толщину осажденной пленки.

2. Свойства кварцевого резонатора как датчика толщины

Рассмотрим физические основы предложенного метода. Известно [4], что основную резонансную частоту кварцевого резонатора можно представить в следующем виде:

$$f = \frac{N}{h}, \tag{1}$$

где h – толщина пластины, N – частотная постоянная, обусловленная срезом кристалла (N=1,67·10^6 Гц·мм для среза AT). Масса резонатора – $M = h\rho_k S_k$, где ρ_k – плотность кварца ($\rho_k = 2{,}65$ г/см^3), S_k – площадь пластины. Очевидно, что при увеличении толщины кварца на Δh $(\Delta h << h)$ его масса увеличивается на ΔM, а частота резонатора изменяется на Δf, при этом

$$\frac{\Delta f}{f} = -\frac{\Delta h}{h} = -\frac{\Delta M}{M} = -\frac{\Delta hf}{N} = -\Delta M \frac{f}{N\rho_k S_n}, \tag{2}$$

где S_n – площадь осажденной пленки, $\Delta M = \Delta h \rho_k S_k$ – изменение массы. Из (2) следует, что

$$\Delta f = -\frac{\Delta M f^2}{N\rho_k S_k} = -C_M \Delta M, \tag{3}$$

где величину $C_M = \partial f / \partial \Delta M = f^2 / N\rho_k S_k$ называют чувствительностью кристалла по массе [5]. Из выражения (3) следует, что чувствительность по массе не зависит от характера осажденной пленки, а определяется только параметрами кварцевого кристалла.

При изменении толщины осажденного покрытия Δh_n изменение массы равно $\Delta M = \Delta h_n \rho_n S_n$, где ρ_n – плотность тонкой пленки. Отсюда

$$\Delta f = -\frac{\rho_n S_n f^2}{N\rho_k S_k} \Delta h_n = -C_h \frac{S_n}{S_k} \Delta h_n, \tag{4}$$

где $C_h = f^2 \rho_n / N\rho_k$ – чувствительность по толщине.

Очевидно, что зависимость изменения частоты от Δh квазилинейна, если удовлетворяется условие $\Delta h << h$.

Опыты показывают, что значение Δf не должно превышать 5% от значения f. Это означает, что высокие частоты расширяют пределы измерений. С другой стороны, выбор сверхвысоких частот тоже нецелесообразен, потому что кварцевые пластины с резонансной частотой в этом диапазоне бывают очень тонкими, что связано со значительными трудностями при их эксплуатации [6]. Для проведения высокоточных измерений наиболее оптимальным является диапазон $4 \div 10$ МГц. Это ограничивает пределы измерения толщины пленки сверху до $3 \div 5$ мкм, поскольку зависимость частоты от толщины пленки далее выходит за пределы отмеченной выше линейной зависимости.

3. Экспериментальные данные

В наших экспериментах использовались кварцевые кристаллы с резонансной частотой 8 МГц. Блок-схема метода измерения приведена на рис.1. Кварцевый резонатор помещался в специальную кассету с отверстием (центр отверстия совмещен с центром пьезоэлемента), через которое испаряемое вещество осаждалось на электрод пьезоэлемента датчика. Кассета помещалась в вакуумной напылительной установке рядом с подложками, на которые наносилась пленка с тем, чтобы на пьезоэлемент датчика и на подложки осаждалась пленка одинаковой толщины. Нами был разработан и собран специальный измерительный генератор, который обеспечивает малую мощность рассеивания резонатора [7]. За счет этого повышена стабильность генератора, что обеспечивает более точные измерения. Генератор, благодаря своим малым размерам и возможности работы в вакууме, устанавливается рядом с кварцевым датчиком (в отличие от традиционного метода размещения генератора вне объема камеры). Это дает возможность избежать использования длинных коаксиальных кабелей, соединяющих кварцевый датчик с генератором, которые снижают добротность последнего. Точность усовершенствованного нами генератора доведена до 107-%. К выходу генератора подключен частотомер Ч3-64, который измеряет частоту генератора с точностью 0,01 Гц. Данные частотомера вводятся в компьютер, который обеспечен соответствующими программными пакетами, разработанными нами, и определяет текущую толщину пленки. Управляющая программа контролирует процесс напыления, а также при достижении требуемой толщины выключает напылитель.

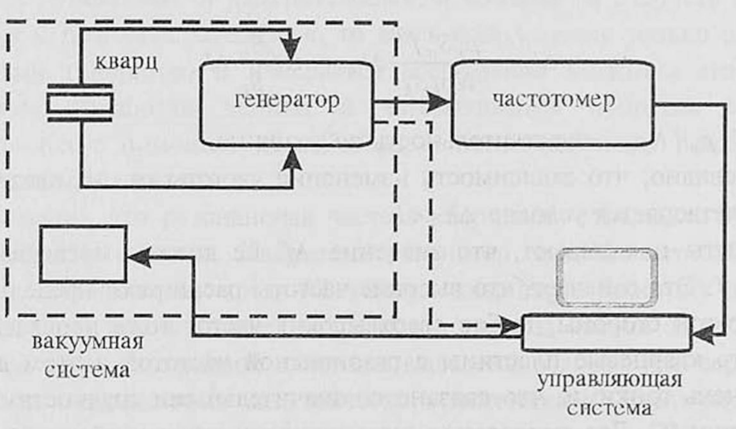

Рис.1. Блок-схема метода измерения.

Для получения точных результатов важной задачей является тепловая компенсация кварцевого генератора, поскольку резонансная частота кварцевого резонатора зависит от температуры. Чтобы снизить зависимость частоты генератора от температуры кристалла, нами применялись указанные ниже два способа одновременно. При этом был реализован теплокомпенсационный узел, который стабилизирует работу генератора в температурном диапазоне $-50 \div +90^0$ С. И поскольку кварц при напылении нагревается в основном вследствие теплового излучения катодов и тигелей, напыление осуществлялось импульсным способом в установке ионно-плазменного распыления УРМЗ-279-040. Блок питания установки, обеспечивающий плазму, периодически включался и выключался с частотой около 1 Гц. В выключенное время измерялось изменение частоты. Этот цикл повторялся до достижения требуемой толщины. Это дало возможность отчасти избежать непрерывного теплового излучения кварца, а также напылять сверхтонкие пленки (порядка нескольких нанометров).

При контроле процесса напыления с помощью кварцевого резонатора были осаждены слои металлов различной толщины и сравнены с результатами измерений другими методами (методом интерферометрии, эллипсометрии, а также зондовым инструментом "Talystep", точность измерений которого достигает 5 нм). Результаты были сравнены также с теоретическими расчетами. На рис.2 приведены теоретические и экспериментальные кривые зависимости частоты от толщины напыляемых пленок. Опыты показали, что с помощью кварцевого резонатора можно измерять толщины от 1 до 1000 нм с точностью 0,1 нм. Экспериментально нами успешно напыляются металлические и оксидные пленки толщиной $1 \div 1000$ нм, которые применяются в различных тонкопленочных структурах, в том числе и в газовых датчиках.

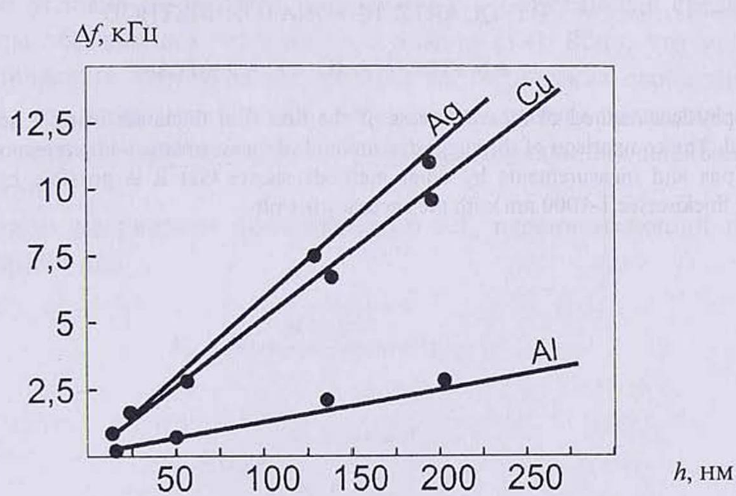

Рис.2. Зависимость частоты кварца от толщины осажденных пленок. Точками отмечены экспериментальные данные, полученные нами.

Авторы благодарят В.М.Арутюняна, З.Н.Адамяна, Р.С.Барсегяна и В.Н.Аветисяна за постановку задачи и обсуждение результатов. Работа выполнена в рамках проекта МНТЦ А-322.

ЛИТЕРАТУРА

1. Измерения и контроль в микроэлектронике. Под ред. А.А.Сазанова. М., Высшая школа, 1984.
2. **G.G.Guilbault, S.S.Lu, A.W.Czadema.** Application of Piezoelectric Quartz Crystal Microbalances. Elsevier, New York, 1984.
3. Технология тонких пленок. Справочник. Под ред. Л.Майссела, Р.Глэнга. М., Советское радио, 1977.
4. **T.Nakamoto, T.Morizumi.** Jpn. J. Appl. Phys., **29**, 963 (1990).
5. **Г.Б.Альтшуллер, Н.Н.Елфимов, В.Г.Шакулин.** Кварцевые резонаторы. М., Радио и связь, 1984.
6. **T.Nakamoto, Y.Suzuki, T.Morizumi.** Sensors and Actuators, **B84**, 98 (2002).
7. **J.Scroder, R.Borngraber, F.Eichelbaum, P.Hauptmann.** "Sophisticated Interface electronics for QCM-s." In: Transducers 01 Eurosensors XV, 11th International Conference on Solid-State Sensors and Actuators, pp.104-107, Munich, Germany, 10-14 June 2001.

ՓՈՇԵՑՐՎՈՂ ԲԱՐԱԿ ԹԱՂԱՆԹՆԵՐԻ ՀԱՍՏՈՒԹՅԱՆ ՉԱՓՈՒՄԸ ԵՎ ՂԵԿԱՎԱՐՈՒՄԸ ԿՎԱՐՑԱՅԻՆ ՌԵԶՈՆԱՏՈՐԻ ՄԵԹՈԴՈՎ

Ա.Ս. ՍՏԵՓԱՆՅԱՆ, Ա.Զ. ԱԴԱՄՅԱՆ

Կատարելագործված է կվարցային ռեզոնատորի միջոցով բարակ թաղանթների հաստության չափման ֆիզիկական մեթոդը: Առաջարկված չափման մեթոդի և համապատասխան տեսական հաշվարկների ու այլ մեթոդներով արված չափումների հետ համեմատությունները ցույց են տվել, որ առաջարկված մեթոդով կարելի է չափել 1-1000 նմ հաստություններ 0,1 նմ ճշտությամբ:

DEPOSITED THIN FILMS THICKNESS MEASUREMENT AND CONTROL BY QUARTZ RESONATOR METHOD

A.S. STEPANYAN, A.Z. ADAMYAN

A physical method of measurements of the thin film thickness using a quartz resonator is improved. The comparison of the suggested method of measurments with corresponding theoretical calculations and measurements by other methods shows that it is possible by our method to measure thicknesses 1-1000 nm with the accuracy 0,1 nm.

Известия НАН Армении, Физика, т.39, №3, с.183-186 (2004)

УДК 621.315

МЕЖЗОННОЕ ПОГЛОЩЕНИЕ СВЕТА В БЕСКОНЕЧНО ГЛУБОКОЙ КВАНТОВОЙ ТОЧКЕ С ПАРАБОЛИЧЕСКИМ ПРОФИЛЕМ ДНА

М.С. АТОЯН

Ереванский государственный университет

(Поступила в редакцию 1 февраля 2004 г.)

Теоретически изучено прямое оптическое поглощение в сферической квантовой точке с модифицированным параболическим ограничивающим потенциалом. Рассмотрены два режима размерного квантования – сильный и слабый. Получены выражения для соответствующих граничных частот поглощения.

При теоретическом описании прямого оптического поглощения в квантовой точке (КТ) важная роль отводится правильному моделированию вида ограничивающего потенциала КТ. Одной из наиболее распространенных моделей ограничивающего потенциала КТ является параболическая (см., напр., [1,2]). Однако ясно, что такая аппроксимация верна только для сравнительно нижних уровней носителей заряда. Поэтому возникает вопрос о такой модификации этого потенциала, при которой имели бы место реальные граничные условия на границе перехода КТ – окружающая среда. Подобные вопросы обсуждались, например, в работах [3,4]. Ясно, что модификация параболического потенциала отразится на оптических свойствах КТ. Следовательно, представляет интерес рассмотреть прямое межзонное оптическое поглощение в сферической КТ с модифицированным параболическим потенциалом.

Рассмотрим сферически симметричную КТ, ограничивающий потенциал которой имеет вид

$$V_{conf}(\mathbf{r}) = \frac{\mu^* \omega_p^2 r^2}{2} + V(\mathbf{r}), \tag{1}$$

$$V(\mathbf{r}) = \begin{cases} 0, & 0 \le r \le R, \\ \infty, & r > R, \end{cases} \tag{2}$$

где ω_p – частота ограничивающего потенциала КТ, R – радиус КТ, μ^* – эффективная масса электрона (дырки, причем $\mu_e \ll \mu_h$). Прямые оптические переходы в рассматриваемой системе будем обсуждать для двух случаев по отдельности: 1) режим сильного размерного квантования: $a_B^e, a_B^h >> R$ (a_B^e, a_B^h – боровские радиусы электрона и дырки); 2) режим слабого размерного квантования: $a_B^e, a_B^h << R$.

В случае сильного размерного квантования кулоновским взаимодействием между электроном и дыркой можно пренебречь и в соответствии с этим волновую функцию этих частиц в КТ записать как

$$\Psi(r,\theta,\varphi)=\begin{cases} Cr^{-1}(\lambda_p r^2)^{\frac{1}{2}(l+1)} \exp\left(-\dfrac{\lambda_p r^2}{2}\right) {}_1F_1\left[-a_l, l+\dfrac{3}{2}; \lambda_p r^2\right] \mathrm{Y}_{lm}(\theta,\varphi), \\ 0, \end{cases} \quad (3)$$

где C – нормировочная постоянная, $l=0,1,2,3\ldots$, $m=0,\pm1,\pm2,\ldots\pm l$, ${}_1F_1[a,b,x]$ – вырожденная гипергеометрическая функция первого рода, $\mathrm{Y}_{lm}(\theta,\varphi)$ – сферические функции, $y_p=\hbar\omega_p/2R_B$, $R_B=e^2/2\varepsilon_0 a_B$ – эффективная энергия Ридберга (взятая в качестве единицы энергии), ε_0 – диэлектрическая проницаемость, $a_B=\hbar^2\varepsilon_0/e^2\mu^*$ – эффективный боровский радиус, который рассматривается в качестве единицы длины, величина a_l определяется из граничного условия равенства нулю волновой функции на границе КТ $(r=R)$:

$${}_1F_1(-a_l, l+3/2; \gamma_p R^2)=0\,. \quad (4)$$

Соответствующие этим волновым функциям энергетические уровни определяются следующим образом:

$$E=\gamma_p(4a_l+2l+3)\,. \quad (5)$$

В соответствии с [5] для коэффициента поглощения можем записать

$$K=A\sum_{\substack{m,m'\\ l,l'}}\left|\int\Psi_{l,m}^e(r,\theta,\varphi)\Psi_{l',m'}^h(r,\theta,\varphi)d\mathbf{r}\right|^2\delta(\hbar\widetilde{\omega}-\varepsilon_g-E_l^e-Ea_{l'}^h)\,, \quad (6)$$

где A – величина, пропорциональная квадрату модуля дипольного матричного элемента, взятого на блоховских функциях, ε_g – ширина запрещенной зоны, $\widetilde{\omega}$ – частота падающего света, $\Psi_{l,m}^e(r,\theta,\varphi), \Psi_{l',m'}^h(r,\theta,\varphi)$ – волновые функции соответственно электрона и дырки, E_l^e, $E_{l'}^h$ – энергетические уровни электрона и дырки. Здесь нужно отметить, что имеют место следующие правила отбора: $m=-m'$, $l=l'$. Таким образом, для коэффициента поглощения имеем

$$K=A\sum_{l,m}\left|\int\Psi_{l,m}^e(r,\theta,\varphi)\Psi_{l,m}^h(r,\theta,\varphi)d\mathbf{r}\right|^2\delta\left(\hbar\widetilde{\omega}-\varepsilon_g-\frac{\hbar\omega_p^e}{2}(4a_l^e+2l+3)-\frac{\hbar\omega_p^h}{2}(4a_l^h+2l+3)\right). \quad (7)$$

С помощью (7) для пороговой частоты поглощения получим

$$\hbar\widetilde{\omega}_{00}=\varepsilon_g+2^{-1}\hbar\omega_p^e(4a_0^e+3)+2^{-1}\hbar\omega_p^h(4a_0^h+3). \quad (8)$$

При слабом размерном квантовании энергия системы в основном обусловлена кулоновским взаимодействием между электроном и дыркой. Вследствие этого волновую функцию системы можно представить в виде

$$f(\mathbf{r}_e, \mathbf{r}_h) = \varphi(\mathbf{r}) \Psi_{l,m}(\mathbf{R}_\#), \tag{9}$$

где $\mathbf{r} = \mathbf{r}_e - \mathbf{r}_h$, $\mathbf{R}_\# = (\mu_e \mathbf{r}_e + \mu_h \mathbf{r}_h)/(\mu_e + \mu_h)$, $\varphi(\mathbf{r})$ – волновая функция относительного движения, $\Psi_{l,m}(\mathbf{R}_\#)$ – волновая функция центра тяжести экситона, определяемая формулой (2), в которой вместо $\mu_{e(h)}$ надо подставить $\mu = \mu_e + \mu_h$. Энергия системы запишется как

$$E = \gamma_p^{ex}\left(4a_l^{ex} + 2l + 3\right) - E_{ex}, \tag{10}$$

где E_{ex} – экситонная энергия в единицах Ридберга.

Ввиду локализации экситона в сравнительно небольшой окрестности центра КТ, для K можем записать [5]

$$K = A\sum_{l,m} |\varphi(0)|^2 \left| \int \Psi_{l,m}(\mathbf{R}_\#)\, d\mathbf{R}_\# \right|^2 \delta(\hbar\widetilde{\omega} - \varepsilon_g - E). \tag{11}$$

С учетом того, что $\varphi(0) \neq 0$ только для основного состояния ($l = m = 0$), для коэффициента поглощения во втором случае можем записать

$$K = A_1 \left| \int \Psi_{0,0}(\mathbf{R}_\#)\, d\mathbf{R}_\# \right| \delta(\hbar\widetilde{\omega} - \varepsilon_g + E_{ex} - 2^{-1}\hbar\omega_p^{ex}(4a_0^{ex} + 3)), \tag{12}$$

где A_1 – некоторая постоянная. Здесь для порога поглощения имеем

$$\hbar\widetilde{\omega} = \varepsilon_g - E_{ex} + 2^{-1}\hbar\omega_p^{ex}(4a_0^{ex} + 3). \tag{13}$$

На рис.1 представлена зависимость граничной частоты поглощения от радиуса КТ при режиме сильного размерного квантования (в единицах $w = (\hbar\widetilde{\omega} - \varepsilon_g)/R_B$ $R = R_0/a_B^*$. Как следует из рисунка, с увеличением радиуса КТ величина граничной частоты поглощения уменьшается. Это связано с тем, что при увеличении радиуса КТ размерное квантование ослабевает и поэтому эффективная запрещенная зона уменьшается. Отметим, что кривая 1 соответствует значению $\gamma = 2.4$, а кривая $2 - \gamma = 7$. При уменьшении радиуса КТ разница в γ становится менее существенной, поэтому кривые 1 и 2 сближаются.

На рис.2 представлена зависимость граничной частоты поглощения от радиуса КТ при режиме слабого размерного квантования (в единицах $W = (\hbar\widetilde{\omega} - \varepsilon_g + E_{ex})/R_B$ $R = R_0/a_B^*$, и кривая 1 соответствует значению $\gamma = 0.7$, а кривая 2 – $\gamma = 2.4$). Здесь также с увеличением радиуса КТ роль различия в параметрах γ_1 и γ_2 увеличивается, так как ослабевает влияние непроницаемых стенок.

Таким образом, в данной работе предложена модель сферической КТ с модифицированным параболическим ограничивающим потенциалом. При

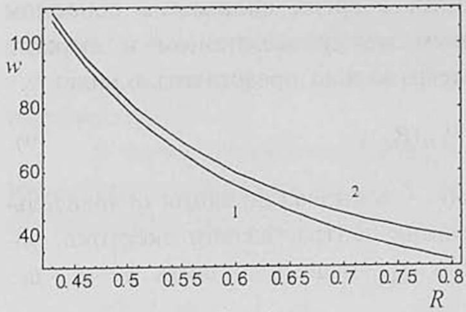

Рис.1.

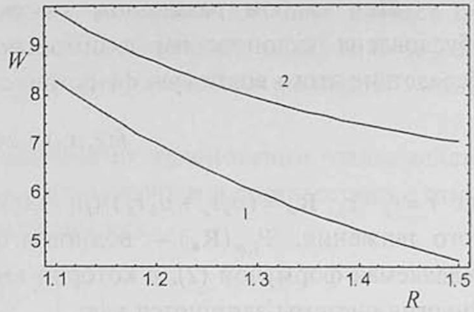

Рис.2.

этом выбран такой модифицированный потенциал, который дает возможность представить в явном виде энергетические уровни уравнения Шредингера для двух режимов размерного квантования. Последнее позволяет дать выражения для коэффициентов поглощения в обоих случаях, а также определить соответствующие граничные частоты поглощений.

Выражаю глубокую благодарность Э.М.Казаряну и А.А.Саркисяну за многочисленные полезные обсуждения.

ЛИТЕРАТУРА

1. **P.Maksym**, and **T.Chakraborty**. Phys. Rev. Lett., **65**, 108 (1990).
2. **F.M.Peeters**. Phys. Rev. **B, 42**, 1486 (1990).
3. **П.Г.Елисеев**. Квантовая электроника, **30**, 152 (2000).
4. **E.M.Kazaryan**, **L.S.Petrosyan**, **H.A.Sarkisyan**. Physics of Particles and Nuclei, **34**, Suppl. 1, S1 (2003).
5. **Ал.Л.Эфрос, А.Л. Эфрос**. ФТП, **16**, 772 (1982).

ՀԱՏԱԿԻ ՊԱՐԱԲՈԼԱՅԻՆ ԿՏՐՎԱԾՔՈՎ ԱՆՎԵՐՋ ԽՈՐԸ ՔՎԱՆՏԱՅԻՆ ԿԵՏՈՒՄ ԼՈՒՅՍԻ ՄԻՋԳՈՏԻԱԿԱՆ ԿԼԱՆՈՒՄԸ

Մ.Ս. ԱԹՈՅԱՆ

Դիտարկված է լույսի ուղիղ օպտիկական միջգոտիական կլանումը ձևափոխված պարաբոլային սահմանափակող պոտենցիալով գնդաձև քվանտային կետում: Քննարկված են չափային քվանտացման երկու ռեժիմներ՝ ուժեղ և թույլ: Կլանման սահմանային հաճախությունների համար ստացված են համապատասխան արտահայտությունները:

LIGHT INTERBAND ABSORPTION IN AN INFINITELY DEEP QUANTUM DOT WITH PARABOLIC PROFILE OF THE BOTTOM

M.S. ATOYAN

Direct interband light absorption in a spherical quantum dot with a modified parabolic confinement potential is investigated theoretically. Two regimes of size quantization are considered: strong and weak. The expressions for corresponding absorption threshold frequencies are obtained.

Известия НАН Армении, Физика, т.39, №3, с.187-194 (2004)

УДК 535.421

ПОЛЯРИЗАЦИОННЫЕ СВОЙСТВА ТОЛСТЫХ АНИЗОТРОПНЫХ ДИФРАКЦИОННЫХ РЕШЕТОК

Р.С. АКОПЯН, А.В. ГАЛСТЯН, Г.Г. ЗАХАРЯН, Ю.С. ЧИЛИНГАРЯН

Ереванский государственный университет

(Поступила в редакцию 4 февраля 2004 г.)

Экспериментально и теоретически изучены поляризационные свойства толстых анизотропных голографических решеток. Получены зависимости дифракционной эффективности, состояния поляризации выходного дифракционного пучка от азимутального угла линейной поляризации падающего пучка в случае падения под углом Брэгга. Показана возможность управления дифракционными характеристиками в большом интервале путем изменения поляризации падающего излучения.

1. Введение

В последние годы большое внимание исследователей привлекают фотополимерные материалы [1-4]. Особый интерес представляют композитные материалы – так называемые полимерно-диспергированные жидкие кристаллы (ПДЖК) [5]. Эти среды интересны тем, что они обладают механическими свойствами полимеров и управляемой анизотропностью жидких кристаллов (ЖК). Дифракция света на объемных фазовых решетках на основе многослойных или голографических материалов исследована довольно подробно [6]. Благодаря потенциальной возможности их применения в различных оптических системах, таких как оптическая запись [7], оптико-волоконные переключатели [5], изучение ПДЖК дифракционных решеток представляет как научный, так и практический интерес. В ПДЖК фиксация голограмм реализуется благодаря полимеризации (которая инициируется в освещенных регионах) и молекулярной диффузии, результатом чего является периодическая модуляция коэффициента преломления как полимера, так и ЖК. Так как эти материалы сильно анизотропны, одним из важнейших вопросов здесь является понимание роли жидкого кристалла в угловой [8-10] и поляризационной зависимостях полученных систем. Температурные свойства таких ПДЖК изучались довольно интенсивно [9,11]. В работе [9] исследована зависимость дифракционной эффективности от температуры ПДЖК, а в [11] изучены зависимости интенсивностей дифракционного и прошедшего пучков от температуры. Однако поляризационные свойства менее изучены [11], а именно, экспериментально исследованы лишь зависимости интенсивностей дифракционного и прошедшего пучков от угла, составленного линейной поляризацией с плоскостью падения при температуре 27°C.

Целью данной работы являлось экспериментальное и теоретическое изучение поляризационных свойств ПДЖК решеток, а именно, зависимость дифракционной эффективности и поляризации дифракционной волны на выходе из решетки от азимутального угла линейной поляризации падающей волны в случае падения под углом Брэгга. Присутствие анизотропных молекул ЖК приводит к сильной зависимости дифракционных и поляризационных характеристик от азимутального угла, что позволяет легко управлять параметрами дифракционной волны.

2. Методика эксперимента

Схема экспериментальной установки показана на рис.1. Пучок He-Ne лазера с длиной волны 628 нм, поляризованный под углом 45° относительно плоскости падения, проходит через $\lambda/4$ пластинку и становится циркулярно поляризованным. Затем луч проходит через поляризатор P1, который закреплен на шаговом двигателе SM1 и программно управляется с персонального компьютера PC с помощью интерфейса CAMAC. Минимальный угол, на который способен вращать SM1 поляризатор P1, порядка 0.77°. С помощью этой системы из персонального компьютера программно можно задавать заранее известную линейную поляризацию падающего пучка.

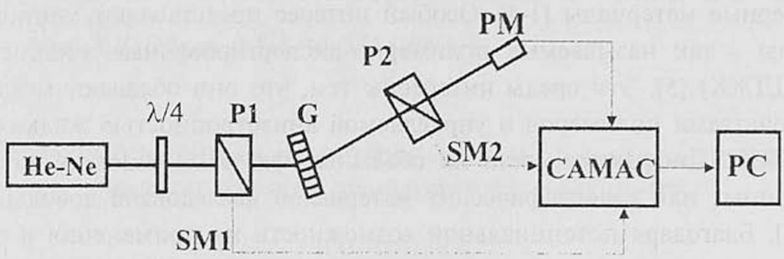

Рис.1. Принципиальная схема экспериментальной установки.

Далее свет падает на голографическую решетку под углом Брэгга ($\theta_B = 18.3^\circ$). Из решетки выходят две волны – прошедшая и дифракционная. Дифрагированный луч проходит через поляризатор P2, который закреплен на шаговом двигателе SM2, управляемый с персонального компьютера PC с тем же минимальным шагом, что и P1. Затем дифрагированный пучок падает на фотоприемник PM, подключенный к аналого-цифровому преобразователю (АЦП) в интерфейсе CAMAC. Поляризатор вращается от 0° до 90° с шагом 4°, за исключением первого шага (2°). При каждой поляризации падающего пучка поляризатор P2 с возможным минимальным шагом вращается на 360° и АЦП снимает показания фотоприемника PM. Сделав перерасчет этих данных, восстанавливается состояние поляризации дифракционного пучка. Например, если в полярных координатах зависимость интенсивности на фотоприемнике от угла поляризатора Р2 имеет вид восьмерки, то значит, поляризация линейная, а угол поляризации равен углу наклона восьмерки. Таким образом, для каждого начального угла падения мы получаем угол поляризации выходного дифракционного пучка. В случае эллиптической поляризации дифракционного пучка этим углом является угол, составленный большой полуосью эллипса и плоскостью падения.

3. Экспериментальные результаты

На рис.2 приведена экспериментальная зависимость (окружности) дифракционной эффективности от азимутального угла поляризации падающего пучка α. Эффективность меняется плавно от $\eta_p = 0.45$ $(\alpha = 0^\circ)$ до $\eta_s = 0.14$ $(\alpha = 90^\circ)$. На рис.3 показана экспериментальная (окружности) зависимость угла ориентации эллипса поляризации β от α. Как видно, ориентация эллипса поляризации дифракционной волны медленно возрастает от 0° до 5° при изменении α от 0° до ~50°, затем в области от 50° до ~60° угол ориентации эллипса поляризации дифракционной волны резко возрастает до 85°, после чего в интервале α от 60° до 90° ориентация эллипса поляризации дифракционной волны медленно возрастает до 90°. На рис.4 приведена экспериментальная (окружности) зависимость эллиптичности μ (отношение малой и большой полуосей эллипса) от α. Видно, что эллиптичность поляризации дифракционной волны возрастает почти линейно от 0 до 96 при азимутальном угле падающей волны от 0° до ~55°, после чего эллиптичность начинает убывать опять почти линейно до нуля.

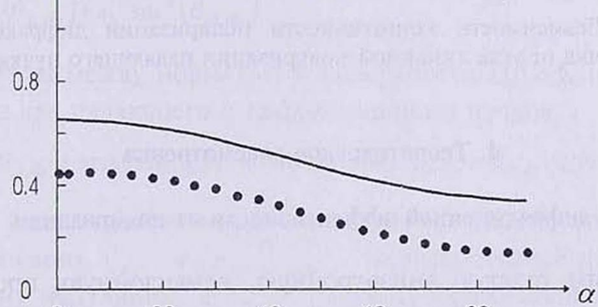

Рис.2. Зависимость дифракционной эффективности от азимутального угла линейной поляризации падающего пучка.

Таким образом, в интервале α от 0° до ~ 55° ориентация эллипса не следит за ориентацией линейной поляризации α, а просто увеличивается эллиптичность. Около 55° поляризация дифракционной волны почти круговая. В интервале 50°-60° слегка сплюснутая окружность поляризации резко меняет ориентацию приблизительно на 80°. В интервале 60°–90° эллиптичность начинает убывать, но при этом ориентация почти не меняется.

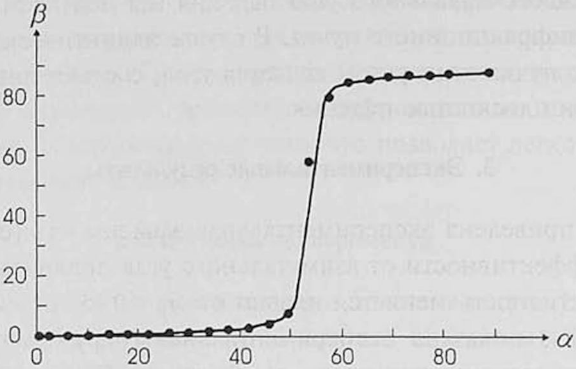

Рис.3. Зависимость ориентации поляризации дифракционного пучка от угла линейной поляризации падающего пучка.

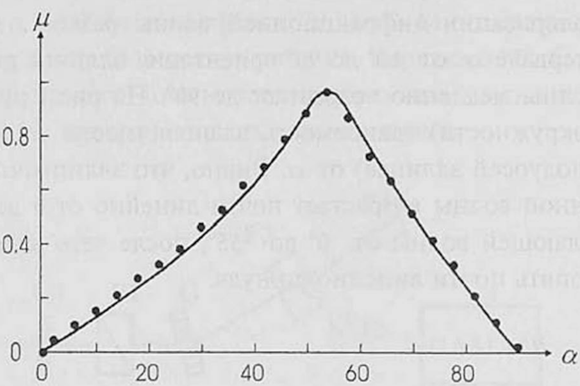

Рис.4. Зависимость эллиптичности поляризации дифракционного пучка от угла линейной поляризации падающего пучка.

4. Теоретическое рассмотрение

4.1. Зависимость дифракционной эффективности от поляризации

Рассмотрим толстую анизотропную, ненаклонную, пропускательную голографическую решетку с толщиной d и периодом Λ, которая записана в ПДЖК. Направим ось y вдоль нормали к поверхности решетки, а ось x – вдоль вектора решетки. Свет падает на ПДЖК под углом θ_i (угол вне решетки). Предполагаем, что падающий свет монохроматичен и линейно поляризован с длиной волны λ_0 в вакууме и волновым вектором $k_0=2\pi/\lambda_0$. Предположим, что модуль электрического поля падающей волны равен E_0. Следуя теории связанных волн [12-14], выходная дифракционная волна имеет следующий вид:

$$E_{dp}(d) = -iE_{0ip}\sqrt{\frac{\chi_{dp}}{\chi_{ip}}}\frac{\sin\sqrt{\nu_p^2+\xi_p^2}}{\sqrt{1+\xi_p^2/\nu_p^2}}\exp(i\xi_p) \quad \text{для } p\text{-волны}, \tag{1}$$

$$E_{ds}(d) = -iE_{0is}\sqrt{\frac{\chi_{ds}}{\chi_{is}}}\frac{\sin\sqrt{\nu_s^2+\xi_s^2}}{\sqrt{1+\xi_s^2/\nu_s^2}}\exp(i\xi_s) \quad \text{для } s\text{-волны}, \tag{2}$$

где $\chi_{ip,dp}$, $\chi_{is,ds}$ являются коэффициентами связи падающей и дифракционной волны:

$$\chi_{ip,dp} = \frac{k_0 A_p}{4g_{ip,dp}n_{ip,dp}\cos\varphi_{ip,dp}} \text{ для } p\text{-волны}, \quad \chi_{is,ds} = \frac{k_0 A_s}{4g_{is,ds}n_{is,ds}\cos\varphi_{is,ds}} \text{ для } s\text{-волны}. \tag{3}$$

В (3) $A_p = \varepsilon_\perp^1\sin\varphi_{ip}\sin\varphi_{dp} - \varepsilon_\parallel^1\cos\varphi_{ip}\cos\varphi_{dp}$ для p-волны, $A_s = \varepsilon_\perp^1$ для s-волны. Здесь $\varepsilon_{\perp,\parallel}^1 = (\varepsilon_{\perp,\parallel}^{LC} - \varepsilon_{pol})(c-a)$, $\varepsilon_{\perp,\parallel}^{LC}$ – перпендикулярная и параллельная компоненты диэлектрической проницаемости ЖК, ε_{pol} – диэлектрическая проницаемость полимера, c – объемная концентрация ЖК, a – часть концентрации ЖК, которая не участвует в модуляции концентрации. $g_{ip,dp}$, $g_{is,ds}$ – косинусы углов между волновыми векторами и векторами Пойнтинга, $n_{ip,dp}$, $n_{is,ds}$ – средний коэффициент преломления для падающего и дифракционного пучков, соответственно:

$$g_{ip,dp} = \frac{\varepsilon_\parallel^0\sin^2(\theta_{ip,dp}) + \varepsilon_\perp^0\cos^2(\theta_{ip,dp})}{\sqrt{(\varepsilon_\parallel^0)^2\sin^2(\theta_{ip,dp}) + (\varepsilon_\perp^0)^2\cos^2(\theta_{ip,dp})}} \text{ для } p\text{-волны}, \quad g_{is,ds} = 1 \text{ для } s\text{-волны}, \tag{4}$$

$$n_{ip,dp}{}^2 = \frac{\varepsilon_\perp^0\varepsilon_\parallel^0}{\varepsilon_\perp^0\cos^2(\theta_{ip,dp}) + \varepsilon_\parallel^0\sin^2(\theta_{ip,dp})} \text{ для } p\text{-волны}, \quad n_{is,ds}^2 = \varepsilon_\perp^0 \text{ для } s\text{-волны}. \tag{5}$$

$\varphi_{ip,dp}$, $\varphi_{is,ds}$ – углы между нормалью к поверхности ПДЖК (ось oy) и вектором Пойнтинга для падающего и дифракционного пучков:

$$\varphi_{ip,dp} = \theta_{ip,dp} + \arccos(g_{ip,dp}) \text{ для } p\text{-волны}, \quad \varphi_{is,ds} = \theta_{is,ds} \text{ для } s\text{-волны}. \tag{6}$$

$\theta_{ip,dp}$, $\theta_{is,ds}$ – углы падения и дифракции внутри образца для s- и p-компонент, соответственно. $\nu_{p,s} = d\sqrt{\chi_{ip,is}\chi_{dp,ds}}$ – модуляционный параметр, описывающий глубину модуляции, а $\xi_{p,s}$ – параметр Брэгговской расстройки, который описывает отклонение от условия Брэгга:

$$\xi_{p,s} = \frac{dg_{dp,ds}\Delta_{p,s}}{4k_0 n_{dp,ds}\cos\varphi_{dp,ds}}, \tag{7}$$

где $\Delta_{p,s} = (k_{dp,ds}^2 - k_{ip,is}^2)/2k_{ip,is}$ – фазовая расстройка от условия Брэгга [12]. Здесь $k_{ip,is}$ и $k_{dp,ds}$ – волновые числа прошедшей и дифрагированной волн для s- и p-компонент. В выражениях (1) и (2) $E_{0ip} = E_0\cos\alpha$, $E_{0is} = E_0\sin\alpha$ –

модули s- и p-компонент падающего пучка, α – азимутальный угол линейной поляризации падающего пучка. Согласно определению дифракционной эффективности [13] и учитывая выражения (1), (2), эффективность можно написать в удобной форме:

$$\eta_{p,s} = \frac{\sin^2 \sqrt{\xi_{p,s}^2 + \nu_{p,s}^2}}{1 + \xi_{p,s}^2 / \nu_{p,s}^2}. \tag{8}$$

Дифракционную эффективность для произвольной поляризации можно выразить через s- и p-компоненты следующим образом:

$$\eta = \frac{\eta_s f_s \sin^2 \alpha + \eta_p f_p \cos^2 \alpha}{f}, \tag{9}$$

где $f_s = n_{is} g_{is} \cos(\varphi_{is}) / n_{ds} g_{ds} \cos(\varphi_{ds})$, $f_p = n_{ip} g_{ip} \cos(\varphi_{ip}) / n_{dp} g_{dp} \cos(\varphi_{dp})$, $f = \cos(\theta_i)/\cos(\theta_d)$, θ_i, θ_d – углы прошедшей и дифрагированной волн вне решетки. Под углом Брэгга имеем $\theta_i = \theta_d$.

На рис.2 приведена также теоретическая зависимость (сплошная кривая) дифракционной эффективности от α при падении под углом Брэгга. Легко видеть, что дифракционная эффективность при $\alpha = 0^\circ$ больше, чем при α=90°. Как видно, поведение теоретической кривой находится в хорошем соответствии с экспериментальными результатами. Однако абсолютное значение теоретической кривой несколько выше экспериментальной. Дело в том, что мы пренебрегаем поглощением решетки и полагаем модуляцию коэффициента преломления синусоидальной, что также является приближением. Поэтому абсолютное значение экспериментальной дифракционной эффективности несколько ниже теоретической.

4.2. Изменение состояния поляризации

Рассмотрим изменение состояния поляризации в толстой анизотропной голографической решетке. Выясним, каковы зависимости ориентации и эллиптичности поляризации дифрагированной волны от азимутального угла поляризации. Задача сводится к вычислению модулей s- и p-волн дифрагированной волны при $y = d$ и фазового набега между s- и p-компонентами из-за анизотропности решетки. Если разложить линейно-поляризованную волну с модулем E_0 на s- и p-компоненты, то для p-волны модули электрических полей падающей и дифрагированной волн в точке $y = 0$ равны $E_{0ip} = E_0 \cos\alpha$, $E_{0dp} = 0$, а для s-волны $E_{0is} = E_0 \sin\alpha$, $E_{0ds} = 0$. Следовательно, выходные компоненты дифракционной волны под углом Брэгга $(\xi = 0)$ примут следующий вид:

$$E_{dp} = -iE_0 \sin\nu_p \cos\alpha, \quad E_{ds} = -iE_0 \sin\nu_s \sin\alpha. \tag{10}$$

Общее поле дифракционной волны можно представить следующим образом:

$$E_d(d) = e_{ds} R_{ds} \exp(i(k_0 r_{ds} - \omega t - \pi/2)) + e_{dp} R_{dp} \exp(i(k_0 r_{dp} - \omega t - \pi/2)), \qquad (11)$$

где e_{ds} и e_{dp} – единичные векторы по направлениям E_{ds} и E_{dp}, R_{ds} и R_{dp} являются модулями дифракционной волны соответственно для s- и p-компонент:

$$R_{ds} = E_0 \sin\nu_s \sin\alpha, \quad R_{dp} = E_0 \sin\nu_p \cos\alpha, \qquad (12)$$

r_{ds} и r_{dp} – оптические пути, которые проходят s- и p-волны. Фазовое расхождение s- и p-волн для дифракционной волны $\delta = k_0 r_{ds} - k_0 r_{dp}$ примет следующий вид:

$$\delta = \frac{2\pi}{\lambda}\left[\frac{d}{\cos\theta_{ds}} n_{ds} + d(\operatorname{tg}\theta_{ds} - \operatorname{tg}\theta_{dp})\sin\theta_i - \frac{d}{\cos\theta_{dp}} n_{dp}\right]. \qquad (13)$$

Из (12), (13) можно найти угол ориентации эллиптической поляризации (угол между главной полуосью эллипса и плоскостью падения) выходного дифракционного пучка

$$\beta = \frac{1}{2}\operatorname{arctg}\left(\frac{2R_{ds}R_{dp}}{R_{dp}^2 - R_{ds}^2}\cos\delta\right). \qquad (14)$$

Определим эллиптичность как отношение малой полуоси выходного эллипса к большой: $\mu = R_{\min}/R_{\max}$. На рис.3 приведена теоретическая (сплошная кривая) зависимость угла ориентации эллипса β от азимутального угла поляризации падающего пучка для следующих параметров решетки: $d = 26.4$ мкм, $\Lambda = 1.0$ мкм, $\lambda = 628$ мкм, $\varepsilon_{pol} = 2.2535$, $\varepsilon_{\perp} = 2.3$, $\varepsilon_{\parallel} = 2.9474$, $c = 0.35$. Поведение теоретической кривой хорошо совпадает с экспериментальными точками. На рис.4 представлена теоретическая (сплошная кривая) зависимость эллиптичности от угла линейной поляризации падающего пучка для вышеуказанных параметров.

5. Заключение

Таким образом, в настоящей работе теоретически и экспериментально исследованы дифракционная эффективность и изменение состояния поляризации линейно-поляризованного света в толстой анизотропной голограмме под углом Брэгга в зависимости от азимутального угла поляризации падающего пучка. Приведено подробное описание экспериментальной установки, с помощью которой проводились исследования. Показано, что меняя поляризацию падающего пучка, можно в некоторых пределах управлять дифракционной эффективностью анизотропной голограммы. Из полученных данных следует, что ориентация эллипса дифракционного пучка в большинстве случаев близка к 0° или 90°. Резкое изменение ориентации от 0° к 90° наблюдается в узком интервале. В толстых анизотропных дифракционных решетках эллиптичность достигает максимума при ~ 55°.

Авторы благодарны Т. Галстяну и С. Харбору из университета Лаваль (Квебек) за предоставление дифракционных решеток на основе ПДЖК, чувствительных в ближней инфракрасной области спектра. Исследования, представленные в настоящей работе, были возможны, в частности, благодаря гранту CRDF №AP2-2302-YE-02.

ЛИТЕРАТУРА

1. **P.Pilot, Y.B.Boiko, T.V.Galstian**. SPIE, **3635**, 143 (1999).
2. **P.Pilot, T.V.Galstian**. Proc. SPIE, **4087**, 1302 (2000).
3. **T.Galstian, A.Tork**. United States Patent **6 398 981**, June 4 (2002).
4. **Н.М.Ганжерми, Ю.Н.Денисюк, С.П.Конол**. Письма в ЖТФ, **26** (16), 22 (2000).
5. **L.H.Domash, Y.M.Chen, C.Gozewski, P.Haugsjaa**, and **M.Oren**. Proc. SPIE, **3010**, 214 (1997).
6. **P.Yeh**. Optical Waves in Layered Media. New York, Wiley, 1988.
7. **H.Lee, X.Gu**, and **D.Psaltis**. J. Appl. Phys., **65**, 2191 (1998).
8. **J.J.Butler, M.A.Rodriguez, M.S.Malcuit**, et al. Opt. Comm., **155**, 23 (1998).
9. **Y.Liu, B. Zhang, Y.Jia, K. Xu**. Opt. Comm., **218**, 27 (2003).
10. **P.Pilot, Y.B. Boiko, T.V.Galstian**. SPIE, **3638**, 26 (1999).
11. **A.Y.-G. Fuh, C.-R.Lee**, and **Y.-H.Ho**. Appl. Opt., **41** (22), 4585 (2002).
12. **H.Kogelnik**. Bell Syst. Tech. J., **48**, 2909 (1969).
13. **G.Montemezzani** and **M.Zgonik**. Phys. Rev. E, **55**, 1035 (1997).
14. **Р.С.Акопян, А.В.Галстян, Т.В.Галстян**. ЖЭТФ, **126**, 1 (2004).

ՀԱՍՏ ԱՆԻԶՈՏՐՈՊ ԴԻՖՐԱԿՑԻՈՆ ՑԱՆՑԵՐԻ ԲԵՎԵՌԱՑՈՒՄԱՅԻՆ ՀԱՏԿՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԸ

Ռ.Ս. ՀԱԿՈԲՅԱՆ, Ա.Վ. ԳԱԼՍՏՅԱՆ, Գ.Գ. ԶԱԽԱՐՅԱՆ, Յու.Ս.ՉԻԼԻՆԳԱՐՅԱՆ

Տեսականորեն և փորձնականորեն հետազոտված են հաստ անիզոտրոպ հոլոգրաֆիկ դիֆրակցիոն ցանցերի բևեռացումային հատկությունները: Ստացված են դիֆրակցիոն էֆեկտիվության և դիֆրակցված փնջի բևեռացման վիճակի կախվածությունները ընկնող փնջի գծային բևեռացման ազիմուտալ անկյունից բրեգգյան անկման դեպքում: Ցույց է տրված դիֆրակցիոն բնութագրերի ղեկավարման հնարավորությունը, ընկնող լույսի բևեռացման փոփոխության լայն տիրույթում:

POLARIZATION PROPERTIES OF THICK ANISOTROPIC DIFFRACTION GRATINGS

R.S.AKOPYAN, A.V.GALSTYAN, G.G.ZAKHARYAN, Yu.S. CHILINGARYAN

Polarization properties of thick anisotropic holographic gratings are investigated experimentally and theoretically. The diffraction beam polarization state and diffraction efficiency dependences on the azimuthal angle of the linear polarization of the incident beam at the Bragg angle are obtained. The opportunity of controlling of diffraction characteristics in a wide interval of the incident beam polarization is shown.

Известия НАН Армении, Физика, т.39, №3, с.195-198 (2004)

УДК 621.391

СНИЖЕНИЕ ВЕРОЯТНОСТИ ОШИБКИ ПРИЕМА ПРИ ПРЯМОМ ПРЕОБРАЗОВАНИИ

В.А. НАГАПЕТЯН

Ереванский государственный университет

(Поступила в редакцию 3 февраля 2004 г.)

Предлагается применение схемы двойного балансного смесителя с синфазным входным сигналом и двойным квадратурным гетеродином в *I/Q* приемниках прямого преобразования. Показано влияние просачивания гетеродинного напряжения на постоянную составляющую сигнала и, следовательно, на среднюю ошибку приема при наличии цифрового сигнала. Разработана модель приемника, показывающая улучшение чувствительных характеристик при применении предлагаемой схемы.

1. Введение

Растущий интерес к приемникам прямого преобразования (далее приемник) обусловлен несколькими особенностями данного типа приема, благодаря которым его применение в разных отраслях связи становится очень удобным [1]. Наличие большого подавления зеркального канала является их главным преимуществом по сравнению с супергетеродинными приемниками, поскольку есть возможность отказаться от применения громоздких и дорогих фильтров, находящихся вне интегральной схемы.

Одной из основных проблем, препятствующих широкому внедрению приемника, является появление постоянной составляющей (DC) на выходе, одной из причин которой может быть просачивание гетеродинного напряжения на вход по причине не идеальной развязки смесителей и входного усилителя.

При приеме цифрового сигнала постоянная составляющая на выходе приемника приводит к увеличению вероятности ошибки принятого бита и, следовательно, к увеличению потерь принимаемой информации.

2. Двойной балансный приемник

Для избавления от проблемы постоянной составляющей были предложены разнообразные компенсационные и балансные методы [1,2]. Предложенный в данной статье приемник с двойными балансными смесителями (ДБП) (рис.1) не компенсирует возникшую DC, а предотвращает его появле-

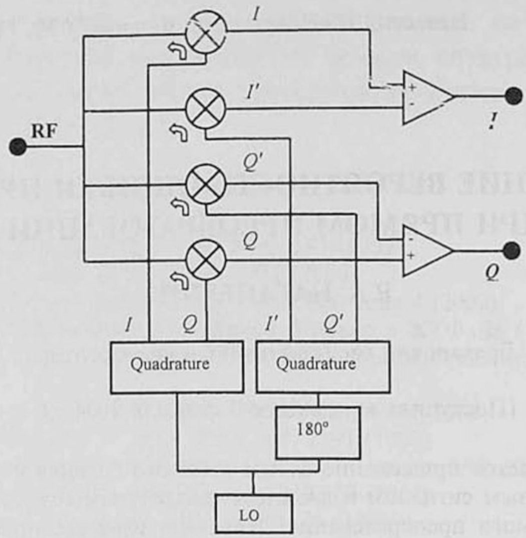

Рис.1. Двойной балансный приемник.

ние. Это является очевидным преимуществом по сравнению с ранее предложенными схемами. В отличие от известной схемы с квадратурным делением входного и гетеродинного напряжения [3], здесь применяется синфазное деление входного сигнала и ортогонально-противофазное деление гетеродина. Подобное построение позволяет подавлять просачивание гетеродина на вход, поскольку на входе синфазного делителя две противофазные компоненты суммируются. Наличие дифференциальных пар (I, I') и (Q, Q') позволяет подавлять постоянное смещение на выходах I и Q. Однако, получение двойного ортогонального гетеродина является наиболее сложной частью данной системы по вине амплитудной и фазовой погрешностей фазовращателей. При наличии не равных амплидудных $(\Delta_{1,2})$ и фазовых $(\Theta_{1,2})$ смещений, получим следующие сигналы [4]:

$$I = \frac{1}{8}(1+\Delta_1)\left[a(t)\sin\Theta_1 + b(t)\cos\Theta_1\right] + \mathrm{DC}_I\,,$$

$$I' = -\frac{1}{8}(1-\Delta_1)\left[-a(t)\sin\Theta_1 + b(t)\cos\Theta_1\right] + \mathrm{DC}_{I'}\,,$$

$$Q = \frac{1}{8}(1+\Delta_2)\left[a(t)\cos\Theta_2 + b(t)\sin\Theta_2\right] + \mathrm{DC}_Q\,,$$

$$Q' = -\frac{1}{8}(1-\Delta_2)\left[a(t)\cos\Theta_2 - b(t)\sin\Theta_2\right] + \mathrm{DC}_{Q'}\,,$$

где DC-величины являются постоянными составляющими в соответствующих ветвях.

Из этих формул видно, что (I, I') и (Q, Q') являются дифференциальными парами. Таким образом, для выходных сигналов будем иметь:

$$I(t) = I - I',$$
$$Q(t) = Q - Q'.$$

Из вышесказанных рассуждений вытекает, что постоянное смещение и I/Q разбаланс сильно зависят от фазовых и амлитудных погрешностей примененных фазовращателей гетеродина. При наличии идеальных фазовращателей постоянная составляюшая принятого сигнала полностью исчезла бы. Тем не менее, существующими на сегодняшний день методами [5,6], возможна реализация фазовращателей с амплитудной и фазовой погрешностями соответственно 0,5° и 0,5 дБ, при применении которых в ДБП достигается подавление просачивания на 90 дБ и подавление постоянной составляющей на 40 дБ по сравнению с традиционным приемником [4].

3. Ошибка приема цифрового сигнала

В последнее время все более широкое применение получает применение цифрового сигнала в разных отраслях связи (сотовая связь, компьютерные сети и т.д). Для рассмотрения работы ДБП с цифровым сигналом разработана модель в среде Matlab с применением широкоизвестного QPSK-модулированного сигнала как для традиционной, так и для предложенной схемы.

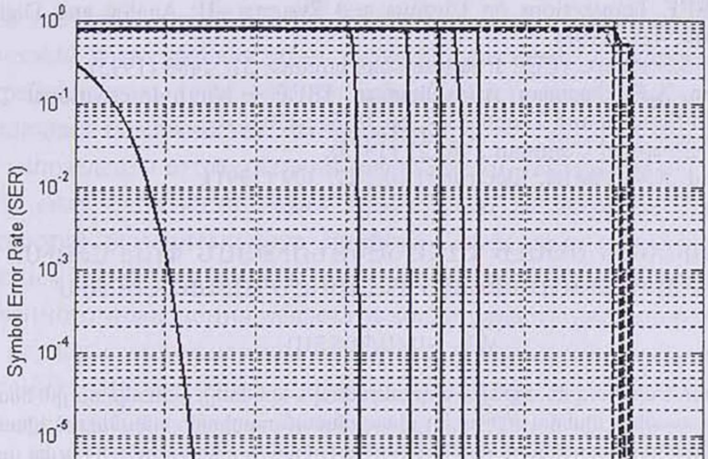

Рис.2. Зависимость ошибки приема от входной мощности.

Четырехуровневый информационный сигнал разделяется на два бинарных потока, которые подаются соответственно на I и Q входы I/Q модулятора. Значение демодулированного бита выдается решающим устройством, которое сравнивает накопленную в одном периоде энергию со значением нейтрального положения. Полученные в результате демодуляции четырехуровневые сигналы вместе с оригинальным информационным сигналом подаются на входы блока выделения ошибки. При постоянном входном уровне шумов (который обусловлен собственными шумами приемника) мощность входных сигналов изменялась в широких пределах как для традиционного, так и для ДБП приемника. Полученные при таких условиях ошибки приема для различных величин фазового разбаланса приведены на рис.2. Сплошные линии характеризуют ДБП соответственно при 0,1,2,3,4,5 градусах фазового разбаланса, а штриховые линии – традиционный приемник.

4. Заключение

Как видно из рис.2, для обеспечения ошибки приема величиной 10^{-6} требуемая входная мощность для ДБП при фазовом разбалансе 1^0 на 30 дБ меньше, чем для традиционного приемника. ДБП более чувствителен к фазовому разбалансу, но даже при большом разбалансе выигрыш очевиден.

Автор выражает благодарность А.Ахумяну, Ю.Аветисяну и Н.Погосяну за многочисленные полезные обсуждения.

ЛИТЕРАТУРА

1. **A.Parssinen.** Direct Conversion Receivers in Wide-Band Systems. Kluwer Academic Publishers, Boston, 2001.
2. **B.Razavi.** IEEE Transactions on Circuits and Systems—II: Analog and Digital Signal Processing, **44**, 428 (1997).
3. **J.Crols, M.S.J.Steyaert.** IEEE J. Solide-state circuits, **31**, 1483 (1995).
4. **V.Nahapetyan, A.Hakhoumian, A.Hakhumyan.** IEEE – Ninth International Conference on HF Radio Systems and Techniques, pp.78-81, 2003.
5. **M.J.Gingell.** Electrical Comman., **48**, 21 (1973).
6. **A.W.Buchwald, K.W.Martin.** Electron. Lett., **27**, 309 (1991).

ԸՆԴՈՒՆՄԱՆ ՍԽԱԼԻ ՀԱՎԱՆԱԿԱՆՈՒԹՅԱՆ ՓՈՔՐԱՑՈՒՄԸ ՈՒՂԻՂ ՁԵՎԱՓՈԽՄԱՆ ՌԱԴԻՈԸՆԴՈՒՆԻՉՆԵՐՈՒՄ

Վ.Ա. ՆԱՀԱՊԵՏՅԱՆ

Առաջարկված է սինֆազ մուտքային ազդանշանով և կրկնակի քառակուսային հետերոդինով երկբալանսային խառնիչի սխեմա *I/Q* ուղիղ ձևափոխման ռադիոընդունիչներում կիրառելու համար: Ցույց է տրված հետերոդինային լարման թափանցման ազդեցությունը ելքային ազդանշանի հաստատուն բաղադրիչի վրա և, հետևաբար, ընդունված թվային ազդանշանի միջին սխալի վրա: Մշակված է ռադիոընդունիչի մոդել, որի միջոցով ցույց է տրված ընդունիչի զգայունության մեծացումն առաջարկվող սխեմայի կիրառման դեպքում:

BER IMPROVEMENT IN DIRECT CONVERSION RECEIVERS

V.A. NAHAPETYAN

The double balance mixer scheme with in-phase signal input and double-quadrature local oscillator is suggested for application in *I/Q* direct conversion receivers. The LO leakage influence on DC component and BER of the digital signal is shown. A model of the receiver illustrating the improvement of sensitivity in the case of usage of the proposed scheme is described.

Известия НАН Армении, Физика, т.39, №3, с.199-206 (2004)

УДК 621.356

МНОГОПОЛЯРИЗАЦИОННЫЙ ПАНОРАМНЫЙ РАДИОМЕТР-СКАТТЕРОМЕТР

К.С. МОСОЯН, Р.В. ВОСКАНЯН, Г.Я. АРУТЮНЯН

Научно-производственный институт "Комета"

(Поступила в редакцию 13 октября 2003 г.)

Приведены описание и принцип работы совмещенного панорамного радиометра-скаттерометра с многополяризационным выходом, позволяющего регистрировать одновременно с одной и той же площадки рассеянный сигнал с четырьмя видами поляризации излучения и приема и две ортогональные компоненты радиояркостной температуры. Приведены результаты предварительной обработки экспериментальных исследований характеристик собственного излучения и рассеяния радиоволн от морской поверхности.

В настоящее время ведутся интенсивные работы по исследованию метеорологических и ресурсных задач радиофизическими методами. Решение этих задач требует детального изучения характеристик радиоизлучения и рассеяния подстилающих поверхностей: их зависимость от гидрофизических параметров, силы и направления ветра, степени поляризации, температуры и т.п.

В силу сложности задач необходимо расширение функциональных возможностей измерительного прибора, связанных с дополнительным наращиванием информативных каналов регистрации. Одним из методов существенного повышения эффективности средств дистанционного зондирования, наряду с совмещением активных и пассивных каналов [1], является обеспечение одновременного приема различных поляризационных компонент рассеянного и собственно-излучаемого сигналов. Это позволяет приблизиться к более точному определению характеристик рассеяния и излучения подстилающих поверхностей и однозначному определению характера возникших слабоконтрастных аномалий [1,2].

Ниже описывается разработанный бортовой панорамный радиометр-скаттерометр, обеспечивающий функциональное совмещение в одном приборе пассивных и активных средств дистанционного зондирования и позволяющий одновременно регистрировать сигнал рассеяния на четырех видах поляризации излучения и приема и две ортогональные компоненты собственного излучения. Структурная схема предлагаемого многополяризационного радиометра-скаттерометра приведена на рис.1. Прибор объединяет в себе модуляционный радиометр и импульсный радиолокатор (скаттерометр). Обе системы работают на одну антенну с использованием для обоих каналов одних и тех же входных СВЧ-узлов.

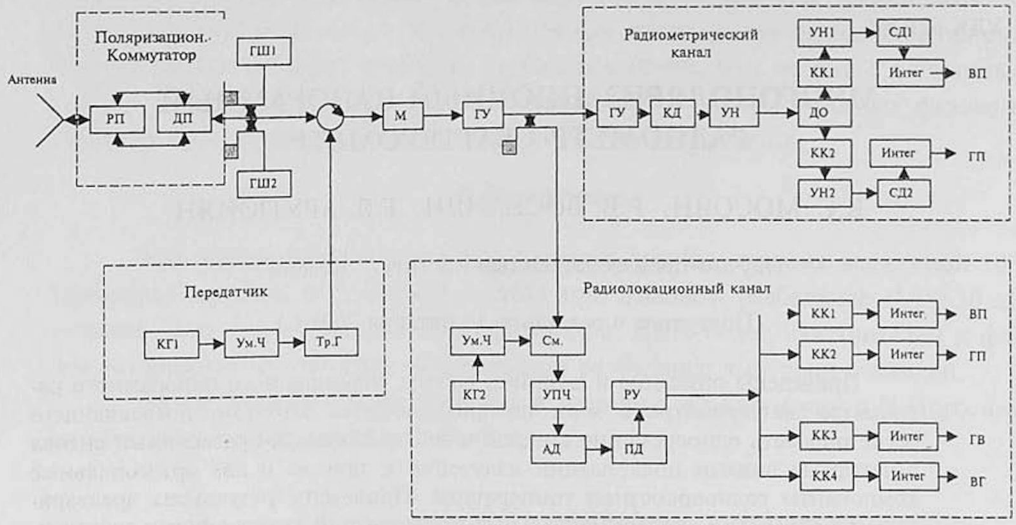

Рис.1. Многополяризационный радиометр-скаттерометр.

Совмещение работы радиометра с радиолокатором и обеспечение одновременного приема поляризационных компонент рассеянного и собственного излучения основывается на временном методе работы и селекции сигналов. На рис.1,2 показаны структурная схема и временная диаграмма работы радиометра-скаттерометра.

Передающее устройство радиолокатора состоит из задающего генератора (КГ1) и умножителей частоты (УЧ). В качестве оконечного каскада для формирования выходной мощности сигнала передатчика используется транзисторный генератор, работающий в режиме внешней синхронизации. На такой же основе построен и гетеродинный тракт.

Для устранения мешающего воздействия гетеродина на радиометрический канал, а также во избежание возможности насыщения усилителя промежуточной частоты (УПЧ) сигналом передатчика, гетеродинирование осуществляется в импульсном режиме, т.е. мощность гетеродина подается на смеситель только в диапазоне вероятного интервала времени прихода рассеянного сигнала. Радиолокационный прием в каждом тактовом периоде ограничивается интервалом t=30 мкс.

В качестве устройства формирования соответствующих поляризационных компонент зондирующего и приемных сигналов используется быстродействующий поляризационный коммутатор. Он обеспечивает поочередное зондирование сигнала передатчика на вертикальной и горизонтальной поляризациях (ВП и ГП) и соответствующий прием ортогональных кроссполяризованных (КП) компонент рассеянного сигнала. При этом между импульсами зондирования и приема радиолокационных сигналов происходит прием радиотепловых сигналов поочередно на двух ортогональных поляризациях в соответствии с тактовой частотой работы радиолокатора.

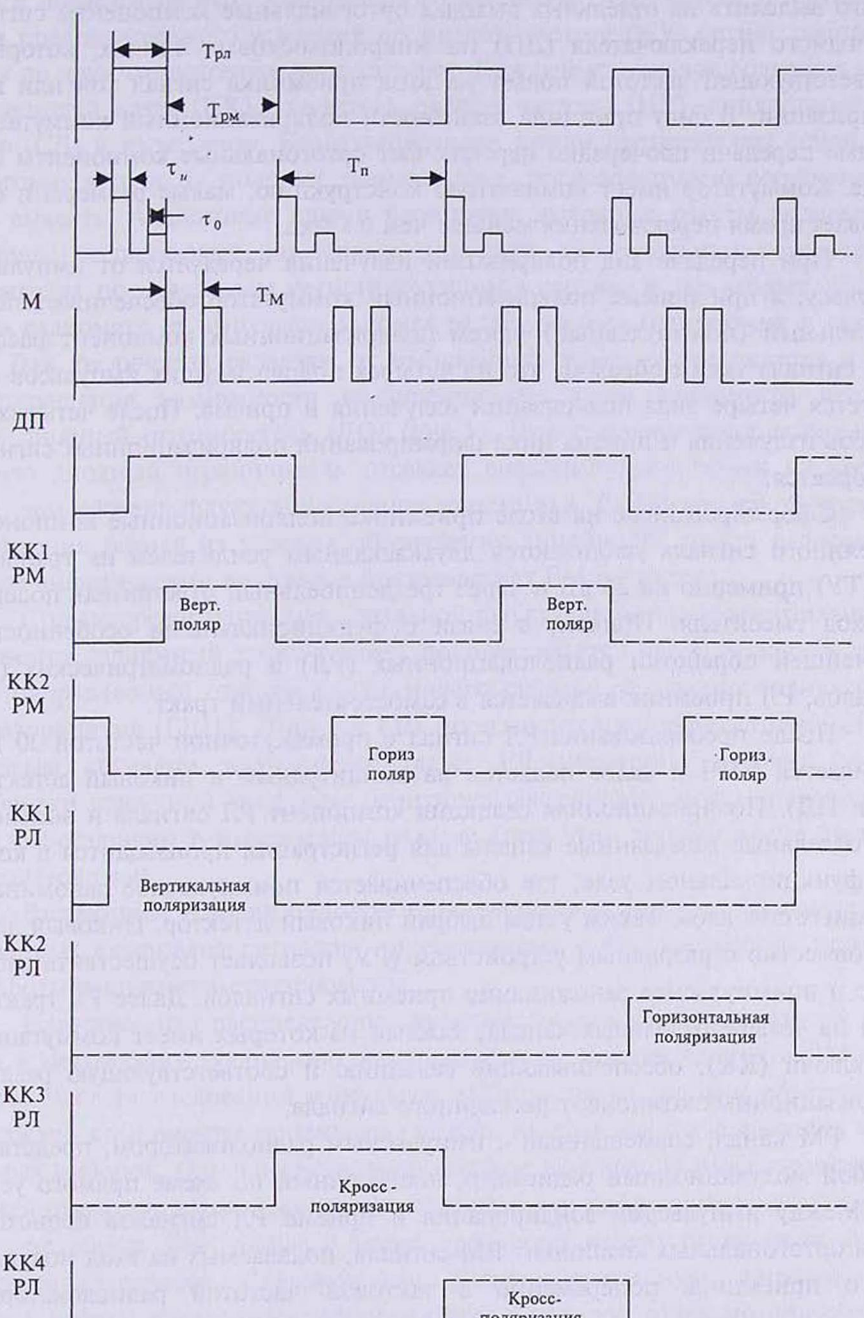

Рис.2. Временная диаграмма работы и управления на ключевых точках схемы.

Поляризационный коммутатор представляет собой быстродействующий диодный переключатель плоскости поляризации, состоящий из разделителя поляризации (РП) на волноводе с квадратным сечением, позволяющего выделить на отдельных выходах ортогональные компоненты сигнала, и диодного переключателя (ДП) на микрополосковых линиях, который с соответствующей частотой подает на вход приемника сигнал той или иной поляризации. В силу принципа взаимности поляризационный коммутатор в режиме передачи поочередно переключает ортогональные компоненты в антенне. Коммутатор имеет компактную конструкцию, малые размеры и обеспечивает время переключения меньше чем 0.5 мкс.

При передаче вид поляризации излучения чередуется от импульса к импульсу, а при приеме поляризационный коммутатор обеспечивает последовательный (поимпулсьный) прием поляризационных компонент рассеянного сигнала таким образом, что из четырех подряд идущих импульсов формируется четыре вида поляризации излучения и приема. После четырех импульсов излучения и приема цикл формирования поляризационных сигналов повторяется.

Сформированные на входе приемника поляризационные компоненты рассеянного сигнала усиливаются двухкаскадным усилителем на транзисторах (ТУ) примерно на 25 дБ и через трехдецибельный ответвитель подаются на вход смесителя. Причем, в связи с функциональными особенностями дальнейшей обработки радиолокационных (РЛ) и радиометрических (РМ) сигналов, РЛ приемник выделяется в самостоятельный тракт.

После преобразования РЛ сигнал с промежуточной частотой 30 МГц усиливается УПЧ и далее подается на амплитудный и пиковый детекторы (АД и ПД). Поляризационная селекция компонент РЛ сигнала и выделение их в отдельные развязанные каналы для регистрации производится в конечном функциональном узле, где обеспечивается поимпульсное запоминание приемных сигналов. Таким узлом выбран пиковый детектор. Пиковый детектор совместно с разрядным устройством (РУ) позволяет осуществить расширение и поимпульсное запоминание приемных сигналов. Далее РЛ тракт делится на четыре отдельных канала, каждый из которых имеет коммутационные ключи (КК), обеспечивающие селекцию и соответствующую развязку поляризационных компонент рассеянного сигнала.

РМ канал, совмещенный с импульсным радиолокатором, представляет собой модуляционный радиометр, построенный по схеме прямого усиления. Между импульсами зондирования и приема РЛ сигналов происходит прием ортогональных компонент РМ сигнала, подаваемых на вход модуляционного приемника попеременно с тактовой частотой радиолокатора в 1 кГц.

Модуляция РМ сигнала осуществляется модулятором (М), установленным на выходе приемника (частота модуляции 10 кГц), одновременно выполняющим и функцию антенного переключателя для радиолокатора, обеспечивая при этом совместно с входным циркулятором развязку прием-передача (60 дБ).

Амплитудно-модулированный шумовой сигнал усиливается ТУ на 50 дБ и подается на вход квадратичного детектора (КД). После детектирования и предварительного усиления по низкой частоте (НУ) сигнал распределяется по двум самостоятельным каналам. Каждый из каналов содержит коммутационный ключ (КК), усилитель низкой частоты (НУ), синхронный детектор (СД) и интегратор. Коммутационные ключи представляют собой три аналоговых ключа на полевых транзисторах, последовательно соединенных через емкость. Аналоговые ключи блокируют выходные тракты радиометра (см. рис.2) и позволяют, во-первых, разделить ортогональные компоненты РМ сигнала по отдельным регистрирующим выходам, и, во-вторых, блокировать радиометр от импульсных помех радиолокатора (передатчик и гетеродин). Для увеличения развязки от импульсных помех радиолокатора и для предотвращения возможности насыщения НЧ части радиометра используется диодный ограничитель (ДО) (рис.1). Порог ограничения выбирается так, что диодный ограничитель отсекает видеоимпульсы помех на уровне выше, чем уровень флуктуации шумов приемника. Выбирают такой уровень ограничения исходя из условия обеспечения линейности тракта радиометра во всем динамическом диапазоне принимаемых РМ сигналов.

С целью реализации максимальной флуктуационной чувствительности радиометра, приемный тракт с входа подшумливается путем подачи в тракт через направленный ответвитель шумового сигнала от полупроводникового генератора шума (ГШ1). Этим же ГШ производится калибровка приемника. Шумовым сигналом калибруется также РЛ приемник, причем сигнал калибровки известной величины, имитируя рассеянный сигнал, подается от ГШ2, работающего в импульсном режиме (при этом зондирование сигнала не производится).

Рассмотрим условия одновременности приема основных и кроссполяризованных компонент сигналов, определяющие выбор временной диаграммы работы радиометра-скаттерометра.

Известно, что распределение времени работы каналами приема приводит к некоторому ухудшению флуктуационной чувствительности РМ приемника. Частота следования импульсов выбирается из условия обеспечения для каждой компоненты приемного сигнала максимального количества независимых выборок. Однако увеличение частоты повторения импульсов зондирования приводит к уменьшению скважности, что неблагоприятно влияет на чувствительность РМ канала, а также затрудняет защиту радиометра от импульса радиолокатора. Следовательно, выбирая временную диаграмму совместной работы радиометра-радиолокатора, в котором отдельно принимаются основные и кроссполяризованные компоненты сигнала, необходимо в каждом конкретном случае применения принимать компромиссное решение при распределении времени работы между пассивным и активным каналами.

Ниже приведены основные реализованные параметры радиометра-скаттерометра 4-х см диапазона, предназначенного для многополяризационного приема рассеянного и собственно-излучаемого сигналов.

Скаттерометр

Мощность передатчика, Вт. 2
Чувствительность приемника по каждому каналу приема (τ=1с), дБ/Вт. −152
Частота следования импульсов зондирования, кГц. 1
Длительность импульса зондирования, мкс. 1.5, 2
Поляризационная развязка между каналами, дБ. 25
Постоянная времени интегрирования выходных сигналов, с. 0.1,0.5,1.0
Частота переключения плоскости поляризации, кГц. 0.5
Время переключения плоскости поляризации, мкс. 0.5

Радиометр

Флуктуационная чувствительность в каждом канале (τ =1с), К. 0.15
Поляризационная развязка между ортогональными каналами, дБ. 23
Постоянная времени интегрирования выходных сигналов, с. 0.1,0.5,1.0

Нами проведена предварительная обработка экспериментальных исследований характеристик собственного излучения и рассеяния морской поверхности (МП) с помощью 8-милучевой, 8-миканальной совмещенной активно-пассивной многополяризационной панорамной системы 4-х см диапазона волн с борта самолета.

Система обеспечивала контрастную чувствительность 0,1-0,2 дБ и флуктуационную чувствительность 0,15 К на элементе разрешения 100×100 м [1].

Исследования МП показали, что наблюдаемый разброс удельной эффективной площади рассеяния (УЭПР) по поляризационным компонентам может достигать 15 дБ. Зависимость среднего значения УЭПР от волнения МП приведена на рис.3 (угол наблюдения 50^0). С увеличением волнения при скорости ветра 5-8 м/с кривая величины УЭПР при вертикальной поляризации вначале быстро возрастает, а затем попадает в область плато. Аналогичная зависимость для кроссполяризованной компоненты ближе к линейной.

Зависимость УЭПР от угла наблюдения приведена на рис.4 (волнение моря 2.5 балла). При возрастании угла наблюдения с 400 до 600 величина УЭПР уменьшается, градиент уменьшения составляет 0.5-0.7 дБ/гр при вертикальной и горизонтальной поляризациях и 0.3-0.4 дБ/гр при кроссполяризации. Такой характер изменения УЭПР объясняется тем, что указанный диапазон углов наблюдения приходится почти на середину области диффузного рассеяния [3].

Обычно при слабом волнении (менее 0.5 балла) и порывистом ветре (4-6 м/с) на поверхности моря образуются полосы ветровой ряби шириной

100-500 м, фиксируемые радиолокатором как аномалии с высокой положительной контрастностью. Регистрограммы поляризационных компонент РЛ-РМ сигналов одного канала, полученные при этих условиях, представлены на рис.5. Радиолокационный контраст может достичь 13-15 дБ. В основном контрастные образования проявляются в виде пространственной гармоники с периодом 100-200 м. Подобного рода аномалии, зафиксированные при различных поляризациях, отличаются только величиной контрастов. Например, контраст при вертикальной поляризации на 2 дБ выше, чем при кроссполяризации.

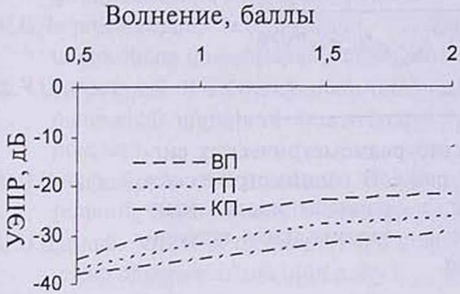

Рис.3. Зависимость УЭПР от волнения МП.

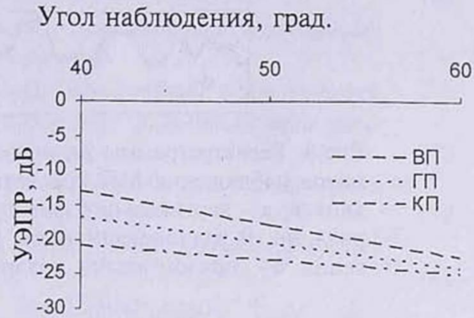

Рис.4. Зависимость УЭПР от угла наблюдения.

На регистрограммах (рис.5) представлены также РМ измерения, полученные при двух ортогональных поляризациях. Из рисунка видно, что горизонтальная компонента РМ сигнала чувствительна к тонким поверхностным эффектам, обусловленным ветровой рябью, в то время как сигнал при вертикальной поляризации не так чувствителен к ним. Отсутствие реакции на рябь при вертикальной поляризации обусловлено близостью угла наблюдения к критическому (57^0), при котором мелкомасштабная рябь не влияет на излучательную способность МП [4].

Принципы и методы реализаций, заложенные в схему построения радиометра-скаттерометра, позволили эффективно решать вопросы электромагнитной совместимости активных и пассивных средств радиолокации при комбинировании их в единую аппаратную систему с привлечением многополяризационных методов регистрации.

Предлагаемая схема реализации комбинированной аппаратуры, позволяющей одновременно как во времени, так и в пространстве осуществлять измерения ортогональных и кроссполяризационных компонент сигнала обратного рассеяния и радиотеплового излучения отличается простотой построения, малыми габаритами и массой. По своим техническим параметрам комбинированная аппаратура не уступает подобным приборам, составленным из самостоятельно действующих радиометров и скаттерометров.

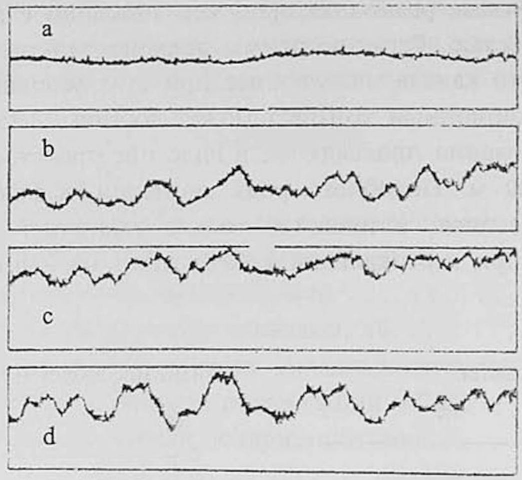

Рис.5. Регистрограммы радиолокационно-радиометрических сигналов наблюдения МП при ветровой ряби. В радиометрическом канале: a – вертикальная поляризация; b – горизонтальная поляризация. В радиолокационном канале: c – вертикальная поляризация; d – горизонтальная поляризация.

Экспериментальные результаты поляризационных исследований МП показали высокую корреляцию ортогональных и кроссполяризованных компонент радиолокационных сигналов. Степень корреляции ортогональных компонент собственного излучения, в общем, зависит от состояния МП и в среднем составляет 0.2.

Использование созданной многополяризационной совмещенной активно-пассивной системы будет способствовать более точному определению характеристик рассеяния и собственного излучения и характера слабоконтрастных образований подстилающих поверхностей.

ЛИТЕРАТУРА

1. **К.С.Мосоян, Г.И.Мариносян**. Изв. НАН Армении, Физика, **38**, 342 (2003).
2. **Г.Г.Бахшян, Г.И.Мариносян, К.С.Мосоян**. Изв. вузов, Радиофизика, **34**, 630 (1991).
3. **А.И.Калмыков, А.С.Курейкин** и др. Препринт №40 ИРЭ АНСССР, Харьков (1974).
4. **М.А.Антипычев, А.М.Шутко**. Радиотехника и электроника, **11**, 2291 (1981).

MULTIPOLARIZATION PANORAMIC RADIOMETER-SCATTEROMETER

K.S. MOSOYAN, R.V. VOSKANYAN, G.Y. HAROUTYUNYAN

We present the description and principle of operation of combined panoramic radiometer-scatterometer with multipolarization output that allows one to register simultaneously a scattered signal with four types of beam and reception polarizations and two orthogonal components of radiobrightness temperature. The processing effect of experimental investigations of characteristics of the self-radiation and radio scattering of the sea surface are presented.

ԲՈՎԱՆԴԱԿՈՒԹՅՈՒՆ

CONTENTS

1300 дг.

СОДЕРЖАНИЕ

Тираж 150. Сдано в набор 5.05.2004.
Подписано к печати 14.05.2004. Печ. л. 4,5.
Бумага офсетная. Цена договорная.
Типография НАН РА.
375019, Ереван, пр. Маршала Баграмяна, 24.