ISSN 0002-3035

ФИЗИКА · ՖԻԶԻԿԱ · PHYSICS

ИЗВЕСТИЯ
НАЦИОНАЛЬНОЙ АКАДЕМИИ НАУК АРМЕНИИ

ՏԵՂԵԿԱԳԻՐ
ՀԱՅԱՍՏԱՆԻ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԶԳԱՅԻՆ ԱԿԱԴԵՄԻԱՅԻ

PROCEEDINGS
OF NATIONAL ACADEMY OF SCIENCES OF ARMENIA

39, N2, 2004

ՀԱՅԱՍՏԱՆԻ ՀԱՆՐԱՊԵՏՈՒԹՅԱՆ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԶԳԱՅԻՆ ԱԿԱԴԵՄԻԱ
НАЦИОНАЛЬНАЯ АКАДЕМИЯ НАУК РЕСПУБЛИКИ АРМЕНИЯ

ՏԵՂԵԿԱԳԻՐ ИЗВЕСТИЯ
ՖԻԶԻԿԱ ФИЗИКА

ՀԱՏՈՐ ТОМ
39

№ 2

ՀՀ ԳԱԱ «ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆ» ՀՐԱՏԱՐԱԿՉՈՒԹՅՈՒՆ ИЗДАТЕЛЬСТВО "ГИТУТЮН" НАН РА
ԵՐԵՎԱՆ ЕРЕВАН
2004

Журнал издается с 1966 г.
Выходит 6 раз в год
на русском и английском языках

Адрес редакции: Республика Армения, 375019,
Ереван, пр. Маршала Баграмяна, 24-г.

Խմբագրության հասցեն՝ Հայաստանի Հանրապետություն,
375019, Երևան, Մարշալ Բաղրամյան պող., 24-գ:

Editorial address: 24-g, Marshal Bagramyan Av.,
Yerevan, 375019, Republic of Armenia.

Известия НАН Армении, Физика, т.39, №2, с.71-77 (2004)

УДК 535.016

ПРЕДЕЛ СИЛЬНОГО ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ В ФОТОАССОЦИАЦИИ ХОЛОДНЫХ АТОМОВ

А.М. ИШХАНЯН

Инженерный центр НАН Армении

(Поступила в редакцию 3 ноября 2003 г.)

Рассмотрен предел сильной связи в модельной нелинейной двухуровневой задаче, описывающей фотоассоциацию атомарного Бозе-Эйнштейновского конденсата. Для класса моделей пересечения термов с постоянной амплитудой внешнего поля разработана общая стратегия решения задачи, основанная на сведении начальной системы уравнений, написанных для полуклассических амплитуд вероятностей атомного и молекулярного состояний, к нелинейному дифференциальному уравнению третьего порядка, которое в общем случае переменных расстроек затем сводится к некоторому предельному нелинейному уравнению первой степени.

1. Введение

Двухмодовая фотоассоциация Бозе-Эйнштейновского конденсата [1] описывается следующей системой *нелинейных* полуклассических уравнений, задающих эволюцию атомарного и молекулярного состояний:

$$i\frac{da_1}{dt}=U(t)e^{-i\delta(t)}\overline{a}_1a_2, \quad i\frac{da_2}{dt}=\frac{U(t)}{2}e^{i\delta(t)}a_1a_1, \tag{1}$$

где a_1 и a_2 являются амплитудами, соответственно, атомарного и молекулярного состояний, $U=U(t)$ – частота Раби, а $\delta=\delta(t)$ – функция модуляции соответствующей расстройки. Начальными условиями являются $|a_1(-\infty)|^2=1$, $|a_2(-\infty)|^2=0$. Система (1) сохраняет общее число частиц, которое мы нормируем на единицу: $|a_1|^2+2|a_2|^2=\mathrm{const}=1$.

Нетрудно показать, что временная эволюция вероятности молекулярного состояния $p(t)=|a_2(t)|^2$ определяется следующим нелинейным обыкновенным дифференциальным уравнением третьего порядка:

$$p_{ttt}-\left(\frac{\delta_{tt}}{\delta_t}+2\frac{U_t}{U}\right)p_{tt}+\left[\delta_t^2+4U^2(1-3p)-\left(\frac{U_t}{U}\right)_t+\frac{U_t}{U}\left(\frac{\delta_{tt}}{\delta_t}+\frac{U_t}{U}\right)\right]p_t+$$
$$+\frac{U^2}{2}\left(\frac{\delta_{tt}}{\delta_t}-\frac{U_t}{U}\right)(1-8p+12p^2)=0. \tag{2}$$

В случае постоянной амплитуды поля, $U=U_0=\mathrm{const}$, это уравнение существенно упрощается:

$$p_{ttt} - \frac{\delta_{tt}}{\delta_t} p_{tt} + \left[\delta_t^2 + 4U_0^2(1-3p)\right] p_t + \frac{U_0^2}{2}\frac{\delta_{tt}}{\delta_t}\left(1 - 8p + 12p^2\right) = 0\,. \qquad (3)$$

Ранее нами было показано [2], что полученное уравнение эквивалентно некоторому нелинейному уравнению Вольтерра второго рода [3]. Последнее уравнение позволяет в случае малых U_0^2 построить решение задачи в виде равномерно сходящегося ряда, используя последовательные приближения Пикара [3]. Мы применяли этот подход при рассмотрении задачи Ландау–Зинера [4]. С помощью данного интегрального уравнения Вольтерра могут быть изучены и другие аналогичные модели. Тем самым метод может быть принят в качестве общей стратегии подхода к решению нелинейных двухуровневых задач в пределе слабых взаимодействий. Противоположный же предел *сильного* взаимодействия представляет собой намного более сложную задачу. Исследование именно этого предела является целью настоящей работы. В данном случае эволюция вероятности перехода как функции времени обнаруживает значительные отклонения от линейного случая.

Наше рассмотрение предела сильной связи существенным образом основано на уравнении (3), где в данном случае имеется большой параметр – интенсивность поля U_0^2. Анализ данного уравнения наводит на мысль, что наиболее важными членами являются последние два, т.е. в первом приближении можно пренебречь двумя первыми членами с производными второго и третьего порядков. Как будет показано ниже, в большинстве случаев это справедливо: при высоких интенсивностях поля поведение системы существенным образом описывается нелинейным уравнением первого порядка, составленным из двух последних членов уравнения (3). Задача Раби ($\delta_t = \mathrm{const}$) является исключением, поскольку, как непосредственно видно, последний член уравнения (а также второй) в данном случае отсутствует. Следовательно, в этом случае мы должны рассматривать нелинейное уравнение третьего порядка. В результате, в значительной мере меняется структура решения. Как мы увидим, некоторые черты, характерные для задачи Раби, выражены также и в представленных нами моделях с периодическим пересечением термов.

По вышеуказанным причинам мы сначала изучаем задачу Раби и родственные модели с периодическими пересечениями термов. Далее будет рассмотрен общий случай переменных расстроек и разработан общий подход, применимый ко всем задачам с переменной функцией модуляции расстройки. С помощью данного подхода мы выводим простую приближенную формулу для конечной вероятности перехода в молекулярное состояние для первой экспоненциальной модели Никитина [5] и показываем, что в данном случае предел сильной связи не оптимален для перевода атомов в молекулярное состояние. Подобное поведение, конечно, совершенно отличается от отклика линейной двухуровневой системы на возбуждение сильным лазерным полем.

2. Задача Раби и модели с периодическими пересечениями термов

При постоянной расстройке, $\delta_t = \delta_0$, уравнение (3) принимает вид

$$p_{ttt} + [\delta_0^2 + 4U_0^2(1-3p)]p_t = 0\,. \qquad (4)$$

Это уравнение легко интегрируется один раз:

$$p_{tt} + [\left(\delta_0^2 + 4U_0^2\right)p - 6U_0^2 p^2] = C_1 / 2\,. \qquad (5)$$

Затем, полагая $p_t = \Phi(p)$, имеем

$$\Phi^2 + [\left(\delta_0^2 + 4U_0^2\right)p^2 - 4U_0^2 p^3] = C_1 p + C_0\,, \qquad (6)$$

что приводит к выражению

$$t - t_0 = \int \frac{dp}{\sqrt{C_0 + C_1 p - \left(\delta_0^2 + 4U_0^2\right)p^2 + 4U_0^2 p^3}}\,, \qquad (7)$$

где следует положить $C_0 = 0$ и $C_1 = U_0^2$ согласно начальным условиям $p(t_0) = p_t(t_0) = 0$, $p_{tt}(t_0) = U_0^2 / 2$. Появившийся здесь интеграл сводится к эллиптическому интегралу первого рода, и в результате окончательное решение выражается через эллиптическую функцию Якоби [6]:

$$p = p_1 \operatorname{sn}^2[\sqrt{p_2}\,U_0(t-t_0); m]\,, \qquad (8)$$

где

$$p_{1,2} = \frac{1}{2}\left(\frac{\delta_0^2}{4U_0^2} + 1\right) \mp \sqrt{\frac{1}{4}\left(\frac{\delta_0^2}{4U_0^2} + 1\right)^2 - \frac{1}{4}}\,, \quad m = \frac{p_1}{p_2}\,. \qquad (9)$$

Это – периодическое решение с периодом, задаваемым формулой

$$T(m) = \frac{\pi}{\sqrt{p_2}\,U_0}\,{}_2F_1(1/2, 1/2; 1; m)\,. \qquad (10)$$

В режиме слабого взаимодействия $m \approx 0$, и мы имеем слегка возмущенные линейные синусоидальные осцилляции Раби. Однако, с увеличением интенсивности поля появляется все больше и больше гармоник, вид функции все более приближается к прямоугольному с увеличивающейся длиной (рис.1). В конечном счёте, в пределе сильной связи $U_0^2 \to \infty$ $(m \to 1)$ получаем

$$p = \frac{1}{2}\tanh^2\left[\frac{U_0(t-t_0)}{\sqrt{2}}\right], \qquad (11)$$

т.е. полный перевод в молекулярное состояние при $t \to \infty$, если стартовать с чисто атомарного конденсата при $t = t_0$ (рис.1). Очевидно, что предел $U_0^2 \to \infty$ эквивалентен случаю точного резонанса при конечных интенсивностях поля $(U_0^2 < \infty)$.

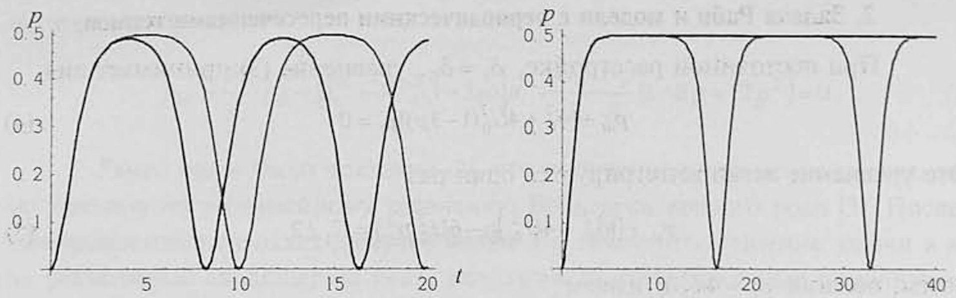

Рис.1. Решение Раби: промежуточный режим, $U_0^2/\delta_0^2 \sim 1$ (слева) и предел сильной связи, $U_0^2/\delta_0^2 >> 1$ (справа).

Полагая $\delta_t = f(p)$ (или в более общем случае $U = U(t)$ и $\delta_t = U(t)f(p)$, см. [7]), получим родственные, *точно решаемые классы* моделей *с периодическими пересечениями* термов. Это легко можно понять, если переписать уравнение (2) в эквивалентной форме:

$$\left(\frac{p_{tt}}{\delta_t}\right)_t + \delta_t p_t - \frac{U_0^2}{2}\left(\frac{1-8p+12p^2}{\delta_t}\right)_t = 0\,. \tag{12}$$

Легко видеть, что при $\delta_t = \delta_t(p)$ данное уравнение интегрируется, давая

$$p_{tt} + \delta_t(p)\int_{t_0}^{t}\delta_t(p)dp - \frac{U_0^2}{2}(1-8p+12p^2) = C_1\delta_t(p)\,, \quad C_1 = \mathrm{const}\,, \tag{13}$$

где теперь для выполнения начальных условий должно быть $C_1 = 0$. Это приводит к решению вида [ср. с (7)]

$$t - t_0 = \int\frac{dp}{\sqrt{-2Q(p) + U_0^2(p-4p^2+4p^3)}}\,, \quad Q(p) = \int_{t_0}^{t}\delta_t(p)\left(\int_{t_0}^{t}\delta_t(p)dp\right)dp\,. \tag{14}$$

Как хорошо известно, если $Q(p)$ по p является полиномом третьей или четвертой степени, то решение $p(t)$ выражается через эллиптические функции [6] и представляет собой, в общем случае, периодическую функцию времени. Следовательно, модуляция соответствующей расстройки $\delta_t = \delta_t(p)$ задает модель с *периодическими* пересечениями термов. Подбирая разные функции $Q(p)$, можно вывести ряд подобных моделей.

Как непосредственно видно из уравнений (14) и (7), у этих моделей много общего с вышеприведенным решением Раби. [В определенном смысле модель Раби также может быть включена в рассматриваемый список в качестве частного предельного случая (он соответствует выбору $Q(p) = \delta_0^2 p^2/2$)]. Например, если

$$U = U_0 = \mathrm{const},\ \delta_t = \delta_1\sqrt{p}\,, \tag{15}$$

то тогда $Q(p)=2\delta_1^2 p^3/9$ и решение будет задаваться формулой

$$p = b\,\mathrm{sn}^2\left[\frac{1}{2\sqrt{b}}U_0(t-t_0);m\right], \tag{16}$$

где
$$m = -\frac{b}{a} = \frac{3-\delta_1/U_0}{3+\delta_1/U_0}, \tag{17}$$

$$a,b = \frac{3}{2(\delta_1/U_0 \mp 3)}. \tag{18}$$

[Интересно, что при $\delta_1 = 3U_0$ $(m=0)$ $\Leftrightarrow$ $\delta_t = 3U_0\sin[U_0(t-t_0)]$ решение выражается через элементарные функции: $p=\sin^2[U_0(t-t_0)/4]$]. Видно, что у этого решения, действительно, та же структура, что и у решения Раби (8). И в пределе сильной связи мы имеем ту же предельную функцию (11). Так как период и амплитуда лазерного поля не являются независимыми, то очевидно, что представленные модели с периодическими пересечениями являются несколько вырожденными. И все же они могут быть полезными при построении решений невырожденных задач методами теории возмущений.

3. Общий случай

Рассмотрим теперь предел сильного взаимодействия в общем случае, когда δ_t не есть постоянная, так что $\delta_{tt} \neq 0$. Учитываая порядки членов, входящих в (3), сохраним в этом уравнении два последних слагаемых:

$$\left[\delta_t^2 + 4U_0^2(1-3p)\right]p_t + \frac{U_0^2}{2}\frac{\delta_{tt}}{\delta_t}\left(1-8p+12p^2\right) = 0. \tag{19}$$

Простое, на первый взгляд, это уравнение, однако, обладает богатой структурой. У него два тривиальных решения: p=1/6 и p=1/2. Эти решения, играющие важную роль в установлении асимптот, представляют собой стационарные решения уравнения (3). Общее решение уравнения (19), зависящее от некоторой произвольной постоянной C, довольно сложное. Выбором различных значений постоянной получаются различные решения. Рассмотрим, например, случай первой экспоненциальной модели пересечения термов Никитина

$$\delta_t = \Delta(1-e^{-at}). \tag{20}$$

Здесь точка пересечения термов перенесена в начало координат. Как видно, в этой области функция модуляции расстройки ведет себя как линейная функция Ландау–Зинера: $\delta_t \approx \Delta at$. В качестве эффективного параметра Ландау–Зинера здесь выступает $\lambda_{\text{eff}} = 2U_0^2/|a\Delta|$. С другой стороны, при $t \gg 1$ a ($a>0$) расстройка практически постоянна. Следовательно, можно ожидать, что эта модель будет проявлять черты обеих моделей – Ландау–Зинера и Раби.

Для функции модуляции расстройки (20) предельное уравнение (19) примет вид

$$\left[\Delta^2(1-e^{-at})^2+4U_0^2(1-3p)\right]p_t+\frac{U_0^2}{2}\frac{a}{(e^{at}-1)}(1-8p+12p^2)=0\,. \tag{21}$$

Соответствующее решение этого уравнения, удовлетворяющее начальному условию $p(-\infty)=0$, записывается как

$$p_0=\frac{1}{6}+\frac{(1-e^{-at})}{18U_0^2/\Delta^2}\left((1-e^{-at})+\sqrt{(1-e^{-at})^2+\frac{6U_0^2}{\Delta^2}}\right). \tag{22}$$

Это решение показано на рис.2 наряду с соответствующим численным решением. Как видно, согласие в нулевом приближении хорошее.

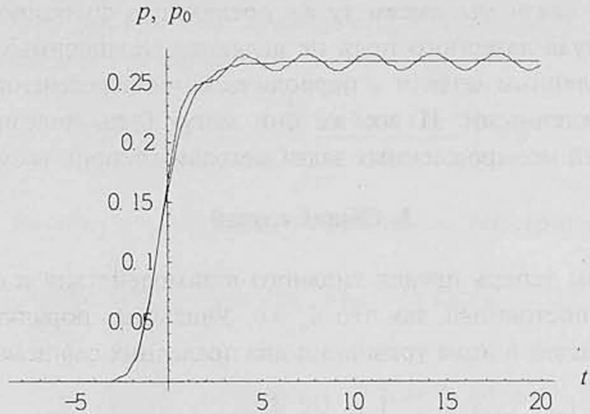

Рис.2. Первая экспоненциальная модель Никитина: вероятность перехода при $U_0^2/\Delta^2=4$; монотонная кривая – решение (22).

Конечная вероятность перехода есть

$$p_0(+\infty)=\frac{1}{6}+\frac{\Delta^2}{18U_0^2}\left(1+\sqrt{1+\frac{6U_0^2}{\Delta^2}}\right). \tag{23}$$

Это – монотонно убывающая функция от параметра U_0^2/Δ^2. Начиная от $U_0^2/\Delta^2=4/3$, она меньше 1/3. Как видно, при $U_0^2\to\infty$ конечная вероятность стремится к значению 1/6 (всегда оставаясь больше 1/6). [Напомним, что 1/6 есть одно из стационарных решений уравнения (3).]

Это довольно неожиданное поведение, поскольку в случае Ландау–Зинера мы имеем нормальный интуитивный предел $p_{0LZ}(\lambda\to\infty)=1/2$. Очевидно, что это следствие ограниченности конечного значения расстройки Δ в модели (20). Такая ограниченная расстройка стремится вызвать осцилляции Раби, которые, взаимодействуя с нелинейными членами уравнения (3), подавляют заселение второго состояния. Непосредственный вывод из этих наблюдений состоит в том, что предел сильного взаимодействия не оптимален для перехода в молекулярное состояние, когда имеем дело с ограниченной конечной расстройкой поля. Очевидно, что для любого заданного Δ должна существовать некоторая оптимальная интенсивность поля $U_0^2 = U_0^2(\Delta)$, при которой переход в молекулярное состояние максимален.

4. Заключение

В заключение отметим, что мы представили анализ режима сильной нелинейности для моделей пересечения термов для нелинейной версии двухуровневой задачи, возникающей при рассмотрении фотоассоциации атомарного Бозе-Эйнштейновского конденсата. Показано, что в пределе сильного взаимодействия, когда нелинейность выражена сильнее всего, определяющие уравнения можно эффективным образом заменить на некоторое нелинейное обыкновенное дифференциальное уравнение первого порядка. Получено общее решение этого уравнения.

Мы проанализировали модель пересечения термов Никитина и показали, что из-за наличия ограниченной конечной расстройки лазерного поля в пределе больших интенсивностей конечная вероятность перехода стремится к 1/6. Таким образом, предел сильного взаимодействия в данном случае не оптимален для образования молекул.

Работа выполнена при поддержке грантов Фонда Гражданских Исследований и Разработок США No. NFSAT PH 100-02 и PA No. 0591-2002.

ЛИТЕРАТУРА

1. **M.Kostrun, M.Mackie, R.Cote**, and **J.Javanainen**. Phys. Rev. A, **62**, 063616 (2000); **M.Mackie** and **J.Javanainen**. Phys. Rev. A, **60**, 3174 (1999).
2. **А.М.Ишханян, Г.П. Черников**. Изв. НАН Армении, Физика, **39**, 3 (2004).
3. **F.G.Tricomi**. Integral Equations. New York, Dover, 1985; **R.K.Miller**. Nonlinear Volterra Integral Equations. New York, Benjamin, 1971.
4. **А.М.Ишханян**. Доклады НАН Армении, **104**, 132 (2004).
5. **Е.Е.Никитин**. Оптика и спектроскопия, **13**, 761 (1962); **E.E.Nikitin**, Discuss. Faraday Soc., **33**, 14 (1962).
6. **M.Abramowitz** and **I.A.Stegun**. Handbook of Mathematical Functions. New York, Dover, 1965.
7. **A.M.Ishkhanyan, M.Mackie, Ph.Gould**, and **J.Javanainen**. Interactions in Ultracold Gases: From Atoms to Molecules (eds. M.Weidemuller and C.Zimmerman). Berlin, Wiley, p.470, 2003.

STRONG COUPLING LIMIT IN THE PHOTOASSOCIATION OF COLD ATOMS

A.M. ISHKHANYAN

The strong coupling limit for a model nonlinear two state problem describing the photoassociation of an atomic Bose-Einstein condensate is considered. For the class of term-crossing models with constant external field amplitude a general strategy for attacking the problem is developed based on the reduction of the initial system of equations for the semi-classical atom-molecule amplitudes to a third order non-linear differential equation which in the general case of variable detunings is further reduced to a limit first-order nonlinear equation.

Известия НАН Армении, Физика, т.39, №2, с.78-86 (2004)

УДК 534.29

ВОЗДЕЙСТВИЕ ПРОДОЛЬНЫХ ГИПЕРЗВУКОВЫХ КОЛЕБАНИЙ НА ПОТЕНЦИАЛЬНУЮ ЭНЕРГИЮ РЕЛЯТИВИСТСКОЙ ЧАСТИЦЫ ПРИ ПЛОСКОСТНОМ КАНАЛИРОВАНИИ

Л.Ш. ГРИГОРЯН, Г.Ф. ХАЧАТРЯН, С.Р. АРЗУМАНЯН, К.С. БАГДАСАРЯН

Институт прикладных проблем физики НАН Армении

(Поступила в редакцию 18 августа 2003 г.)

Исследовано воздействие продольных гиперзвуковых (ГЗ) колебаний на энергию взаимодействия релятивистской, планарно каналированной частицы с монокристаллом. Показано, что после усреднения (в плоскости каналирования) на расстояниях много меньше длины ГЗ волны воздействие ГЗ описывается дополнительным множителем в энергии взаимодействия, который не зависит от параметров монокристалла.

1. Введение

При прохождении заряженных частиц вблизи кристаллографических плоскостей или осей кристалла под углами меньшими, чем некоторый критический угол каналирования, возможно соответственно плоскостное или осевое каналирование. В этом случае частицы относительно долгое время движутся вдоль каналов, образованных кристаллографическими плоскостями или осями, где потенциальная энергия взаимодействия с кристаллом имеет минимум. Нерелятивистское движение поперек канала (осцилляции для случая планарного и вращение для случая осевого каналирования) ограничено размерами порядка межатомных расстояний.

Предсказанное Кумаховым [1,2] и подтвержденное экспериментально [2-9] интенсивное рентгеновское и гамма-излучение каналированнных релятивистских частиц может оказаться недорогим и компактным источником рентгеновского излучения, имеющим важные практические применения. Возможно также увеличение интенсивности этого излучения воздействием гиперзвуковых (ГЗ) колебаний на монокристалл (см. [10-22] и приведенные там ссылки). Настоящая работа посвящена исследованию воздействия продольных ГЗ колебаний (этот случай представляет наибольший практический интерес) на энергию взаимодействия планарно каналированной частицы с монокристаллом.

2. Непрерывный потенциал при наличии ГЗ колебаний

Направим ось OZ декартовой системы координат x,y,z вдоль направления каналирования релятивистской частицы, а ось OX – вдоль направления ее поперечных осцилляций в канале. Плоскость YOZ будем называть плоскостью каналирования.

В теории излучения каналированной частицы используется замена

$$qV(x,y,z) \to q\langle V(x)\rangle \tag{1}$$

энергии взаимодействия частицы с монокристаллом (q – заряд частицы) на упрощенное выражение $q\langle V\rangle$, где

$$\langle V\rangle = \lim_{l_y,l_z\to\infty} \frac{1}{4l_y l_z} \int_{-l_y}^{l_y} d\bar{y} \int_{-l_z}^{l_z} d\bar{z}\, V(x, y+\bar{y}, z+\bar{z}) \tag{2}$$

есть т.н. непрерывный потенциал в случае планарного каналирования (см., например, [2,6,7,9]). Он получается усреднением "дискретного потенциала" $V(x,y,z)$ по всей плоскости каналирования.

В случае планарного каналирования частица движется вдоль плоскости каналирования со скоростью, близкой к скорости света:

$$\mathrm{v_y} \cong 0\,, \quad \mathrm{v_z} \cong c \Rightarrow y \cong 0\,, \quad z \cong ct\,, \tag{3}$$

и осциллирует в поперечном направлении с нерелятивистской скоростью $|\mathrm{v_x}| << c$. После подстановки (3) в $V(x,y,z)$ имеем

$$V(x,y,z) \cong V(x,0,ct)\,. \tag{4}$$

По существу, частица совершает одномерные осцилляции в поле $V(x,0,ct)$. Частота ν_x этих осцилляций определяется выражением

$$\nu_x \sim \frac{c}{\delta_x}\sqrt{2\frac{q\Delta V}{E}} \tag{5}$$

(см., например, [2,6,7,9]), где δ_x – период кристаллической решетки вдоль направления оси OX, ΔV – амплитуда осцилляций потенциала вдоль этого направления, а E – энергия каналированной частицы. Частота ν_1 вариации $V(x,0,ct)$ во времени очень большая:

$$\nu_1 \sim c/\delta_1 >> \nu_x\,, \quad \text{где} \quad 2\pi/\delta_1 = \min\{|\mathbf{g}|; \mathbf{g} \neq 0; g_x = 0\} \tag{6}$$

(см.(26)). По этой причине поперечное движение частицы представляет собой перемещение вдоль некоторой сравнительно плавной траектории (осциллирующей с частотой ν_x) с одновременными малыми и быстрыми осцилляциями (с частотой ν_1) вокруг нее. При этом с удовлетворительной точностью можно считать [2-9], что движение частицы происходит в усредненном поле (2). Ситуация изменяется после включения ГЗ колебаний.

Для простоты рассмотрим гармоническую ГЗ волну

$$\Delta \mathbf{r} = \mathbf{a}_{*} \sin(\mathbf{k}_s \mathbf{r} + \varphi_{*}), \tag{7}$$

возбужденную в направлении каналирования: $\mathbf{k}_s = (0,0,k_s)$, и поляризованную в плоскости XOZ так, что смешение $\Delta \mathbf{r}$ частиц определяется вектором $\mathbf{a}_{*} = (a_{*x}, 0, a_{*z})$. Зависимость от времени учитывается в $\mathbf{a}_{*}$ и φ_{*}. Например, для стоячей ГЗ волны

$$\mathbf{a}_{*} = \mathbf{a}_0 \sin \omega_s t, \quad \varphi_{*} = \varphi_0, \tag{8}$$

а для бегущей ГЗ волны

$$\mathbf{a}_{*} = \mathbf{a}_0, \quad \varphi_{*} = \varphi_0 - \omega_s t \tag{9}$$

(a_0, ω_s и φ_0 – амплитуда, циклическая частота и начальная фаза ГЗ колебаний).

Благодаря воздействию ГЗ в вариациях $V(x,0,ct)$ во времени появляется дополнительная (управляемая) частота

$$\nu_2 = c/\lambda_s, \tag{10}$$

где $\lambda_s = 2\pi / k_s$ – длина ГЗ волны. Эта частота намного меньше ν_1, так как $\lambda_s >> \delta_1$, и поэтому возможен резонанс [11-22]

$$\nu_2 \sim \nu_x. \tag{11}$$

Частота резонансных ГЗ колебаний

$$\nu_s = \frac{\mathrm{v_s}}{\lambda_s} \sim 1.5\alpha \text{ ГГц}, \quad \text{где} \quad \alpha = \frac{5\,\mathring{\mathrm{A}}}{\delta_x} \frac{\mathrm{v_s}}{\text{км/с}} \sqrt{\frac{q\Delta V}{30\text{эВ}} \frac{100\text{МэВ}}{E}}, \tag{12}$$

а $\mathrm{v_s}$ – скорость распространения ГЗ в монокристалле. В связи с этим возможно заметное влияние ГЗ на каналированную частицу. Между тем $\langle V(x) \rangle$ не описывает воздействие ГЗ, так как после усреднения (2) зависимость от y и $z \equiv ct$ исчезает. Можно исправить положение, заменив (2) более общим выражением

$$\overline{V}(x,z) = \lim_{l_y \to \infty} \frac{1}{4 l_y l_z} \int_{-l_y}^{l_y} d\overline{y} \int_{-l_z}^{l_z} d\overline{z}\, V(x, y+\overline{y}, z+\overline{z}) \tag{13}$$

(оно переходит в (2) в пределе $l_z \to \infty$). В этом случае переход к непрерывному потенциалу осуществляется заменой

$$V(x,y,z) \to \overline{V}(x,z). \tag{14}$$

В (13) усреднение ведется по области, имеющей вдоль оси OZ конечный размер

$$l_z << k_s^{-1}, \tag{15}$$

и поэтому длинноволновые вариации $V(x,y,z)$, вызванные ГЗ волной (7), учитываются: $\overline{V}=\overline{V}(z)$. Дополнительно к (15) мы будем полагать

$$a_{*} \le l_z \quad \text{и} \quad \delta \ll l_z, \tag{16}$$

где δ определяется векторами $\mathbf{g}$ обратной решетки монокристалла:

$$2\pi/\delta = \min\{|\mathbf{g}|; \mathbf{g} \ne 0\} \le 2\pi/\delta_1 . \tag{17}$$

Условия (16) (они легко удовлетворяются) будут использованы в разделе 4.

3. Взаимодействие с монокристаллом

Масса электрона много меньше массы ядра, и поэтому связанные электроны быстро реагируют на смещения ядер относительно положений равновесия, увлекаясь их движением. Можно говорить о движении каждого ядра и окружающих его электронов как о движении единого целого (rigid atom approximation) и полагать, что релятивистская каналированная частица встречает на своем пути мгновенную картину смещения атомов вокруг их положений равновесия. В соответствии с этим энергия взаимодействия $qV(\mathbf{r})$ определяется потенциалом

$$V(\mathbf{r}) = \sum_{i=1}^{N} \sum_{\alpha=1}^{s} V_{\alpha}(\mathbf{r}-\mathbf{r}_{i\alpha}), \tag{18}$$

где

$$V_{\alpha}(\mathbf{r}) = \int \widetilde{V}_{\alpha}(\mathbf{k}) \exp(i\mathbf{k}\mathbf{r}) d\mathbf{k} \tag{19}$$

– потенциал атома сорта $\alpha = 1,2,...s$, а

$$\mathbf{r}_{i\alpha} = \mathbf{R}_i + \mathbf{r}_{\alpha} + \mathbf{u}_{i\alpha} + \Delta\mathbf{r}_{i\alpha} \tag{20}$$

– радиус-вектор атома α-го сорта в элементарной ячейке. Мы пренебрегаем влиянием на поле атома химических связей, обычно искажающих его периферийную область. Относительное число электронов, ответственных за формирование монокристалла, мало, и поэтому (18) является достаточно хорошим приближением [2,6,7,9]. В (20) $\mathbf{R}_i$ – радиус-вектор i-го узла решетки Браве, $\mathbf{r}_{\alpha}$ – радиус-вектор атома α-го сорта в элементарной ячейке (в положении равновесия и при отсутствии ГЗ колебаний). Полное смещение $\mathbf{u}_{i\alpha} + \Delta\mathbf{r}_{i\alpha}$ (по отношению к положению равновесия $\mathbf{R}_i + \mathbf{r}_{\alpha}$) определяется тепловыми колебаниями ($\mathbf{u}_{i\alpha}$), происходящими с некоторой плотностью вероятности $P_{i\alpha}(u_{i\alpha})$, и ГЗ колебаниями, которые описываются смещением

$$\Delta\mathbf{r}_{i\alpha} = \mathbf{a}_{*} \sin[\mathbf{k}_s(\mathbf{R}_i + \mathbf{r}_{\alpha}) + \varphi_{*}] \tag{21}$$

(см.(7), в котором $\mathbf{r} = \mathbf{R}_i + \mathbf{r}_{\alpha}$).

Теперь подставим (19),(20) и (21) в (18) и затем усредним по тепловым колебаниям (флуктуациям) атомов. Введя фактор Дебая–Валлера[1]

$$P_\alpha(\mathbf{k}) \equiv \int P_\alpha(\mathbf{u}) \exp(-i\mathbf{k}\cdot\mathbf{u}) d\mathbf{u} \tag{22}$$

(Фурье-образ с точностью до постоянной) и воспользовавшись известным разложением [23]

$$\exp(ia \sin b) = \sum_{m=-\infty}^{+\infty} J_m(a) \exp(imb), \tag{23}$$

находим

$$V(\mathbf{r}) = \sum_m \exp(-im\varphi_*) \int d\mathbf{k} J_m(\mathbf{k}\mathbf{a}_*) \exp(i\mathbf{k}\mathbf{r}) \left\{ \sum_\alpha \widetilde{V}_\alpha(\mathbf{k}) P_\alpha(\mathbf{k}) \exp[-i(\mathbf{k}+m\mathbf{k}_s)\mathbf{r}_\alpha] \right\} \times \\ \times \sum_i \exp[-i(\mathbf{k}+m\mathbf{k}_s)\mathbf{R}_i], \tag{24}$$

где $J_m(x)$ – функция Бесселя целого порядка. Используя равенство

$$\sum_{i=1}^{N} \exp(-i\mathbf{q}\mathbf{R}_i) = N \sum_{\mathbf{g}} \delta_{\mathbf{q},\mathbf{g}} = (2\pi)^3 n \sum_{\mathbf{g}} \delta(\mathbf{q}-\mathbf{g}), \tag{25}$$

которое справедливо при большом числе узлов N решетки (см., например, [24]), интегрирование по $\mathbf{k}$ заменим суммированием по векторам

$$\mathbf{g} = 2\pi n (g_1 \mathbf{b}\times\mathbf{c} + g_2 \mathbf{c}\times\mathbf{a} + g_3 \mathbf{a}\times\mathbf{b}) \tag{26}$$

обратной трехмерной решетки монокристалла. Здесь $\delta_{\mathbf{q},\mathbf{g}}$ – символ Кронекера, $\delta(\mathbf{q})$ – дельта-функция Дирака, $g_{1,2,3} = 0, \pm1, \pm2, \ldots,$ $\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c}$ – основные векторы трансляций монокристалла, а

$$n = |\mathbf{a}(\mathbf{b}\times\mathbf{c})|^{-1} \tag{27}$$

– плотность числа элементарных ячеек. В результате

$$V(\mathbf{r}) = (2\pi)^3 n \sum_{m=-\infty}^{+\infty} \sum_{\mathbf{g}} J_m(\mathbf{G}\mathbf{a}_*) \overline{VP}(\mathbf{G};\mathbf{g}) \exp[i(\mathbf{G}\mathbf{r} - m\varphi_*)], \tag{28}$$

где

$$\overline{VP} = \sum_{\alpha=1}^{s} \widetilde{V}_\alpha(\mathbf{G}) P_\alpha(\mathbf{G}) \exp(-i\mathbf{g}\mathbf{r}_\alpha). \tag{29}$$

В (28), по существу, суммирование ведется по

$$\mathbf{G} = \mathbf{g} - m\mathbf{k}_s \equiv \mathbf{g} + \mathbf{g}_s, \tag{30}$$

т.е. по всем векторам $\mathbf{g}$ обратной трехмерной решетки монокристалла и по всем векторам

$$\mathbf{g}_s = -m\mathbf{k}_s \tag{31}$$

[1] Симметрия кристалла требует, чтобы $P_{i\alpha} = P_\alpha$.

обратной одномерной ГЗ решетки. В последнем случае основной вектор трансляции прямой решетки

$$\boldsymbol{\lambda}_s \equiv \lambda_s \mathbf{k}_s / k_s \qquad (32)$$

соответствует периоду $\lambda_s >> a, b, c$. В этом смысле можно говорить о сверхрешетке, возбужденной ГЗ волной.

4. Усреднение в плоскости каналирования

Перейдем к усреднению (13). Согласно (28)

$$\overline{V} = (2\pi)^3 n \sum_{m;\mathbf{g};g_y=0} S_m(\mathbf{g}) \overline{VP}(\mathbf{G};\mathbf{g}) \exp[i(\mathbf{Gr} - m\varphi_*)], \qquad (33)$$

где

$$S_m = J_m(\mathbf{Ga}_*) \frac{\sin u}{u}, \qquad (34)$$

а $u = (g_z - mk_s) l_z$. Далее мы ограничимся случаем продольной ГЗ волны: $\mathbf{a}_* = (0, 0, a_*)$, поскольку он представляет наибольший практический интерес.

Имеются две возможности:

$$S_m = \begin{cases} J_m(-mk_s a_*) \dfrac{\sin mk_s l_z}{mk_s l_z} & \text{при} \quad g_z = 0, \\ J_m(u a_* / l_z) \dfrac{\sin u}{u} & \text{при} \quad g_z \neq 0. \end{cases} \qquad (35)$$

В случае $g_z = 0$

$$S_m \cong \begin{cases} J_m(-mk_s a_*) & \text{при} \quad |m| << (k_s l_z)^{-1} \equiv M_z, \\ 0 & \text{при} \quad |m| \geq M_z >> 1, \end{cases} \qquad (36)$$

поскольку для больших $|m|$ и $k_s a_* << 1$ (на практике реализуется именно этот случай) $J_m(mk_s a_*)$ экспоненциально мало [23]. В случае $g_z \neq 0$

$$J_m \frac{\sin u}{u} \cong 0. \qquad (37)$$

Последнее соотношение очевидно, если $|u| >> 1$. В обратном случае ($|u| \leq 1$) имеем

$$|g_z - mk_s| \leq \frac{1}{l_z} << \frac{1}{\delta} \leq \frac{|g_z|}{2\pi} \Rightarrow |m| k_s \cong |g_z| \geq \frac{2\pi}{\delta} \qquad (38)$$

(использовано (16)), и поэтому $|m| \geq \lambda_s / \delta >> 1$. Однако

$$J_m(z) \sim \frac{1}{\sqrt{2\pi m}} \left(\frac{ez}{2m} \right)^m, \qquad (39)$$

когда $m \to \infty$,, а z фиксировано (согласно (16) имеем $|z| = |u| a_* / l_z \leq 1$) [17], и поэтому J_m, а вместе с ним и (37) пренебрежимо малы.

Объединяя оба случая, получаем

$$S_m \cong \delta_{0,g_z} \begin{cases} J_m(-mk_s a_*) & \text{при} \quad |m| << M_z , \\ 0 & \text{при} \quad |m| \geq M_z . \end{cases} \tag{40}$$

Подставив это выражение в (33), приходим к равенству

$$\overline{V} \cong (2\pi)^3 n \sum_{|m|<<M_z} \sum_{\mathbf{g}; g_y = g_z = 0} J_m(-mk_s a_*) \overline{VP}(\mathbf{g} - m\mathbf{k}_s; \mathbf{g}) \exp\{i[xg_x - m(k_s z + \varphi_*)]\} . \tag{41}$$

Слагаемые с $g_x = 0$ можно опустить, ибо они не зависят от x и поэтому не влияют на поперечные осцилляции в канале. К тому же

$$\mathbf{g} - m\mathbf{k}_s \cong \mathbf{g} \quad \text{при} \quad \mathbf{g} \neq 0, \quad |m| << M_z \tag{42}$$

(это следует из (16)). В результате получаем, что непрерывный потенциал

$$\overline{V}(x,z) \cong \langle V(x) \rangle \Lambda(z) , \tag{43}$$

где

$$\Lambda = \sum_{|m|<<M_z} J_{-m}(mk_s a_*) \exp[im(k_s z + \varphi_*)] , \tag{44}$$

$$\langle V \rangle = (2\pi)^3 n \sum_{\mathbf{g}; g_y = g_z = 0} \overline{VP}^{(0)}(\mathbf{g}) \exp(ixg_x) , \tag{45}$$

а $\overline{VP}^{(0)} = \overline{VP}(\mathbf{g};\mathbf{g})$ не зависит от параметров ГЗ[2].

Как видим, благодаря воздействию ГЗ в непрерывном потенциале появился дополнительный множитель

$$\Lambda \cong 1 + 2 \sum_{m=1,2...} (-1)^m J_m(mk_s a_*) \cos[m(k_s z + \varphi_*)] , \tag{46}$$

не зависящий от параметров монокристалла. В (46) предел суммирования ($<< M_z$) не указан, поскольку с возрастанием m слагаемые в сумме стремятся к нулю экспоненциально. Как видим, $\Lambda(z)$ не зависит от l_z, что является следствием (15), (16).

Если формально заменить (15) обратным условием $k_s^{-1} << l_z \to \infty$ (усреднение по всей плоскости каналирования), то $M_z = (k_s l_z)^{-1} \to 0$ и в (44) останется слагаемое с $m = 0$. В результате $\Lambda(z) = 1$, а (43) перейдет в (45).

5. Заключение

При наличии продольной ГЗ волны энергия взаимодействия реляти-

[2] Выражение (43) верно и в том случае, когда слагаемые с $g_x = 0$ не отбрасываются, поскольку $\widetilde{V}_\alpha(m\mathbf{k}_s) P_\alpha(m\mathbf{k}_s) \cong \widetilde{V}_\alpha(0) P_\alpha(0)$. Последнее следует из того, что a_{sc}; $a_T << 1/|m|k_s$ при $|m| << M_z$, где a_{sc} и a_T – (по порядку величины) радиус экранирования и амплитуда тепловых колебаний ядер монокристалла, соответственно.

вистской, планарно каналированной частицы с монокристаллом после усреднения (13), при условиях (15), (16) определяется выражением (43). При отсутствии резонанса (11) воздействие ГЗ мало. В этом случае можно перейти к пределу $l_z \to \infty$ (усреднение по всей плоскости каналирования) и тогда $\overline{V}(x,z)$ переходит в (45).

Согласно (43)-(45): 1) переменные x и z разделяются для произвольного монокристалла, 2) множитель $\Lambda(z)$ не зависит от параметров монокристалла, а $\langle V(x)\rangle$ – непрерывный потенциал при отсутствии ГЗ.

Если в (46) опустить малые слагаемые с $m = 2;3...$, то

$$\overline{V} \approx \langle V(x)\rangle[1 - 2J_1(k_s a_*)\cos(k_s z + \varphi_*)]. \tag{47}$$

В [11,13,14], следуя [25], использована аппроксимация

$$q\overline{V} \approx c_0 + b_0 \cos k_s z + b_1(1 - \mu \cos k_s z)x^2 \tag{48}$$

для планарно каналированного позитрона. Подгоночные параметры b_0, b_1 и μ оставались неопределенными (c_0 – несущественная постоянная). Приравняв (47) и (48), находим

$$\mu = 2J_1(k_s a_*) \cong k_s a_* << 1, \tag{49}$$

$b_0 = -2c_0 J_1(k_s a_*)$, $\varphi_* = 0$, а $q\langle V(x)\rangle = c_0 + b_1 x^2$.

Авторы выражают признательность академику А.Р.Мкртчяну за ценные обсуждения.

Работа выполнена в рамках проекта А-100.2 Международного научно-технического центра и гранта 1361 Министерства образования и науки РА.

ЛИТЕРАТУРА

1. **M.A.Kumakhov**. Phys. Lett. A, **57**, 17 (1976).
2. **М.А.Кумахов**. Излучение каналированных частиц в кристаллах. М., Энергоатомиздат, 1986.
3. **V.V.Beloshitsky, F.F.Komarov**. Phys. Rep. **93**, 117 (1982).
4. **J.U.Andersen, E.Bonderup, R.H.Pantell**. Ann. Rev. Nucl. Part. Sci., **33**, 453 (1983).
5. **B.L.Berman, S.Datz**. In: Coherent Radiation Sources, eds. A.W.Saenz and H. Uberall, Berlin-Heidelberg-New York-Tokyo, Springer-Verlag, 1985, p.165.
6. **В.А.Базылев, Н.К.Жеваго**. Излучение быстрых частиц в веществе и во внешних полях. М., Наука, 1987.
7. **В.Н.Байер, В.М.Катков, В.М.Страховенко**. Электромагнитные процессы при высокой энергии в ориентированных монокристаллах. Новосибирск, Наука, 1989.
8. **M.A.Kumakhov, R.Wedell**. Radiation of Relativistic Light Particles during Interaction with Single Crystals, Heidelberg-Berlin-New York, Spektrum Akademischer Verlag, 1991.
9. **А.И.Ахиезер, Н.Ф.Шульга**. Электродинамика высоких энергий в веществе. М., Наука, 1993.
10. **H.Ikezi, Y.R.Lin-Liu, T.Ohkawa**. Phys. Rev. B, **30**, 1567 (1984).
11. **A.R.Mkrtchyan, R.H.Gasparyan, R.G.Gabrielyan**. Phys. Lett. A, **115**, 410 (1986).
12. **А.Р.Мкртчян, Р.А.Гаспарян, Р.Г.Габриелян, А.Г.Мкртчян, А.А.Асланян, К.Г.Галоян, Л.А.Кочарян, Х.С.Меграбян**. Излучение каналированных позитронов и электронов энергии 4,5 ГэВ в пьезоэлектрических кристаллах. Препринт ИППФ АН Арм. ССР, 1987, с.1÷31.

13. **А.Р.Мкртчян, Р.А.Гаспарян, Р.Г.Габриелян**. ЖЭТФ, **93**, 432 (1987).
14. **A.R.Mkrtchyan, R.H.Gasparyan, R.G.Gabrielyan, A.G.Mkrtchyan**. Phys. Lett. A, **126**, 528 (1988).
15. **А.Р.Мкртчян**. Усиление излучения каналированных частиц и параметрического рентгеновского излучения гиперзвуковыми сверхрешетками, доклад на Рабочем Совещании “Рентгеновское излучение электронных пучков”, февраль 2000г., Розендорф, Германия.
16. **L.Sh.Grigoryan, A.H.Mkrtchyan, H.F.Khachatryan, R.P.Vardapetian, H.Prade, W.Wagner**. Radiation Effects & Defects in Solids, **152**, 225 (2000).
17. **L.Sh.Grigoryan, A.R.Mkrtchyan, B.V.Khachatryan, H.F.Khachatryan, H.Prade, W.Wagner**. Radiation Effects & Defects in Solids, **152**, 269 (2000).
18. **L.Sh.Grigoryan, A.R.Mkrtchyan, H.F.Khachatryan, A.H.Mkrtchyan, H.Prade, W.Wagner**. Radiation Effects & Defects in Solids, **153**, 13 (2000).
19. **A.R.Mkrtchyan, A.H.Mkrtchyan, L.Sh.Grigoryan**, et al. “Influence of external hypersonic fields on the channeling radiation of 20 MeV electrons in quartz single crystal”, Proceedings of the V Int. Symp. on “Radiation from Relativistic Electrons in Periodic Structures” (RREPS-01), Sept. 10-14, 2001, Lake Aya, Altai Mountains, Russia, p.15.
20. **L.Sh.Grigoryan, A.R.Mkrtchyan, A.H.Mkrtchyan, H.F.Khachatryan, W.Wagner, M.A.Piestrup**. Radiation Effects & Defects in Solids, **153**, 221; 289; 307 (2001).
21. **L.Sh.Grigoryan, A.R.Mkrtchyan, A.H.Mkrtchyan, H.F.Khachatryan, H.Prade, W.Wagner, M.A.Piestrup**. Nucl. Instr. & Meth. B, **173**, 132; 184 (2001).
22. **L.Sh.Grigoryan, A.H.Mkrtchyan, H.F.Khachatryan, V.U.Tonoyan, W.Wagner**. Nucl. Instr. & Meth. B, **201**, 25 (2003).
23. Справочник по специальным функциям. Под ред. М. Абрамовица и И. Стиган. М., Наука, 1979.
24. **А.С.Давыдов**. Теория твердого тела. М., Наука, 1976.
25. **M.A.Kumakhov, R.Wedell**. Phys. Stat. Sol. B, **76**, 119 (1976).

ԵՐԿԱՅՆԱԿԱՆ ՀԻՊԵՐՁԱՅՆԱՅԻՆ ՏԱՏԱՆՈՒՄՆԵՐԻ ԱԶԴԵՑՈՒԹՅՈՒՆԸ ՊԼԱՆԱՐ ԿԱՆԱԼԱՑՎԱԾ ՌԵԼՅԱՏԻՎԻՍՏԱԿԱՆ ՄԱՍՆԻԿԻ ՊՈՏԵՆՑԻԱԼ ԷՆԵՐԳԻԱՅԻ ՎՐԱ

Լ.Շ. ԳՐԻԳՈՐՅԱՆ, Հ.Ֆ. ԽԱՉԱՏՐՅԱՆ, Ս.Ռ. ԱՐԶՈՒՄԱՆՅԱՆ, Կ.Ս. ԲԱՂԴԱՍԱՐՅԱՆ

Հետազոտված է երկայնական հիպերձայնային (ՀՁ) տատանումների ազդեցությունը ռելյատիվիստական պլանար կանալացված մասնիկի և մոնոբյուրեղի միջև փոխազդեցության էներգիայի վրա: Ցույց է տրված, որ ՀՁ ալիքի երկարությունից շատ փոքր հեռավորությունների վրա միջինացնելուց հետո (կանալացման հարթության մեջ) ՀՁ ազդեցությունը նկարագրվում է փոխազդեցության էներգիայում լրացուցիչ արտադրիչով, որը կախված չէ մոնոբյուրեղի պարամետրերից:

INFLUENCE OF LONGITUDINAL HYPERSONIC VIBRATIONS ON THE POTENTIAL ENERGY OF A PLANARLY CHANNELED RELATIVISTIC PARTICLE

L.SH. GRIGORYAN, H.F. KHACHATRYAN, S.R. ARZUMANYAN, K.S. BAGHDASARYAN

The influence of longitudinal hypersonic (HS) vibrations on the energy of interaction between a relativistic planarly channeled particle and single crystal is investigated. It is shown that after averaging (in the plane of channeling) at the distances much smaller than the wavelength of HS wave the action of HS wave is described by an additional factor in the interaction energy which does not depend on single crystal parameters.

Известия НАН Армении, Физика, т.39, №2, с.87-92 (2004)

УДК 621.372

ВОЗБУЖДЕНИЕ РЕЗОНАТОРА С КОНЕЧНОЙ ДОБРОТНОСТЬЮ

Э.Д. ГАЗАЗЯН, Г.Г. ОКСУЗЯН, А.Д. ТЕР-ПОГОСЯН

Ереванский физический институт

(Поступила в редакцию 28 июля 2003 г.)

Развита теория возбуждения регулярного цилиндрического металлического резонатора с учетом конечной проводимости его стенок. Получены выражения для напряженности поля в резонаторе с конечной добротностью и величины энергии, накапливаемой в таком резонаторе.

1. Введение

При использовании в измерительных схемах объемных резонаторов часто возникает вопрос о величине напряженности электромагнитных полей, а также о величине накапливаемой в них энергии. Например, в работах [1,2] разработано сканирующее устройство, использующее объемные резонаторы для развертки электронного сгустка с целью его мониторинга. Эффективность работы этого устройства обусловлена величиной напряженности магнитного (электрического) поля в резонаторе, которая в свою очередь обусловлена величиной добротности этого резонатора. В работах [3,4] исследовалась проблема двухпучковой схемы ускорения, основанная на эффекте переходного излучения в цепочке слабосвязанных резонаторов. В этом случае величина ускоряющей напряженности (градиент ускорения) обусловлена числом сгустков в ускоряющем пучке и величиной добротности резонаторов в цепочке, обеспечивающей эффективное ускорение второго (ускоряемого) пучка. Таким образом, знание величины добротности резонаторов в первом случае необходимо для выбора нужного источника питания, а также для обеспечения работоспособности схемы измерений, особенно, когда накапливаемые предельные энергии могут привести к перегреву резонатора. В случае двухпучковой схемы ускорения величина добротности резонаторов в цепочке диктует выбор пучка (числа сгустков в пучке) для достижения нужного темпа ускорения: как было показано в работе [3], число эффективно излучающих сгустков в их периодической последовательности оказывается порядка добротности и вклад остальных сгустков сводится к компенсации потерь в стенках резонатора и поддержанию напряженности поля в резонаторе.

Хотя очевидно, что реальные значения напряженностей полей в резонаторах должны быть обусловлены их добротностью, тем не менее теоретически обоснованные оценки в известной нам литературе отсутствуют. В настоящей работе мы пытаемся восполнить этот пробел на примере осесимметричного цилиндрического резонатора.

2. Поле в резонаторе

Если объемный резонатор имеет идеально проводящие стенки, то его добротность бесконечна, а собственные колебания имеют бесконечно тонкую ширину по частоте. Однако любая реальная система обладает конечной проводимостью стенок, т.е. спектральные линии частот имеют конечную ширину $\Delta\omega_n = \omega_n / Q_n$, где n – номер моды, ω_n – собственные частоты, Q_n – добротность резонатора, соответствующая данной моде [5-8]. В таком резонаторе структура поля остается практически неизменной, т.е. будет описываться выражениями для идеального резонатора.

Не умаляя общности, рассмотрим некоторый осесимметричный резонатор с осью z. Пусть такой резонатор возбуждается внешним током $\mathbf{j}(x, y, z, t)$ с компонентами

$$j_x = 0, \quad j_y = 0, \quad j_z = j_0(x, y, z) e^{-i\omega_0 t}\theta(t), \quad \theta(t) = \begin{cases} 1, & t \geq 0, \\ 0, & t < 0, \end{cases} \tag{1}$$

где $\theta(t)$ – функция Хевисайда. Такой ток в резонаторе будет генерировать E-волну, начиная с момента времени $t = 0$.

Из уравнений Максвелла

$$\mathrm{rot}\mathbf{E} = -\frac{1}{c}\frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t}, \qquad \mathrm{rot}\mathbf{H} = \frac{1}{c}\frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} + \frac{4\pi}{c}\mathbf{j}, \quad \mathrm{div}\mathbf{E} = 0, \quad \mathrm{div}\mathbf{H} = 0 \tag{2}$$

следует уравнение для E_z-компоненты поля:

$$\Delta E_z - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 E_z}{\partial t^2} = \frac{4\pi}{c^2}\frac{\partial j_z}{\partial t}, \tag{3}$$

причем

$$\frac{\partial j_z}{\partial t} = -i\omega_0 j_0 \theta(t) e^{-i\omega_0 t} + j_0 \theta'(t) e^{-i\omega_0 t}.$$

Заметим, что $\theta'(t)$ – дельта функция Дирака $\delta(t)$.

Разложим поле и ток в интегралы Фурье по частоте:

$$E_z = \int E_{z\omega} e^{-i\omega t} d\omega, \qquad j_z = \int j_{z\omega} e^{-i\omega t} d\omega, \qquad \frac{\partial j_z}{\partial t} = \int \left(\frac{\partial j_z}{\partial t}\right)_{\varpi} e^{-i\omega t} d\omega. \tag{4}$$

Отсюда

$$\left(\frac{\partial j_z}{\partial t}\right)_{\omega} = \frac{1}{2\pi}\int \frac{\partial j_z}{\partial t} e^{i\omega t} dt = \frac{j_0}{2\pi}\left(1 - 2\pi i \omega_0 \delta_+(\omega - \omega_0)\right), \tag{5}$$

где

$$\delta_+(\omega - \omega_0) = \frac{1}{2\pi}\int_0^\infty e^{i(\omega - \omega_0)t} dt.$$

Собственные частоты ω_n и собственные функции $\Psi_n(x,y,z)$ резонатора удовлетворяют уравнению

$$\Delta\Psi_n + \frac{\omega_n^2}{c^2}\Psi_n = 0 .$$

Представив далее $E_{z\omega}$ в виде разложения по ортонормированным собственным функциям резонатора Ψ_n

$$E_{z\omega} = \sum_n a_n \Psi_n \tag{6}$$

и подставив в (3) выражение для правой части в виде (5), приходим к уравнению

$$\left(-\omega_n^2 + \omega^2\right) a_n \Psi_n = 2 j_0 \left(1 - 2\pi i \omega_0 \delta_+(\omega - \omega_0)\right). \tag{7}$$

Умножив правую и левую части уравнения (7) на $\Psi_m(x,y,z)$, проинтегрировав затем по объему резонатора V и воспользовавшись свойством ортонормированности собственных функций $\Psi_n(x,y,z)$, получаем

$$a_n = \frac{2[j_0\Psi_n]\left(1 - 2\pi i \omega_0 \delta_+(\omega - \omega_0)\right)}{\omega^2 - \omega_n^2},$$

где через $[j_o\Psi_n]$ обозначен интеграл $\int j_0 \Psi_n dV$ по области $j_0 \neq 0$.

Окончательно, для n-ой моды E_{nz} получаем

$$E_{nz}(x,y,z,t) = \int_{-\infty}^{\infty} E_{z\omega} e^{-i\omega t} d\omega = 2[j_0\Psi_n]\Psi_n \int_{-\infty}^{-\infty} \frac{1 - 2\pi i \omega_0 \delta_+(\omega - \omega_0)}{\omega^2 - \omega_n^2} e^{-i\omega t} d\omega . \tag{8}$$

Из (8) следует, что при $\omega = \omega_n$ амплитуда поля расходится, что обусловлено допущением идеальности резонатора (резонанс). В действительности, при $\omega \sim \omega_n$ амплитуда поля должна расти, оставаясь, однако, конечной. При этом в резонаторе будет возбуждаться только n-ая мода. Как было отмечено выше, наличие добротности приводит к уширению спектральной линии, т.е. частоты ω_n следует описывать как

$$\omega_n\left(1 - \frac{i}{2Q}\right) \equiv \omega_n - i\eta , \qquad \eta = \frac{\omega_0}{2Q} > 0 \tag{9}$$

(см., например, [5-8]). Подробно рассмотрим интеграл в правой части (8):

$$\int \frac{\left(1 - 2\pi i \omega_0 \delta_+(\omega - \omega_0)\right) e^{-i\omega t}}{\omega^2 - \omega_n^2} d\omega =$$
$$= \int \frac{e^{-i\omega t}}{(\omega - \omega_n + i\eta)(\omega + \omega_n - i\eta)} d\omega + \omega_0 \int \frac{e^{-i\omega t}}{(\omega - \omega_n + i\eta)(\omega + \omega_n - i\eta)(\omega - \omega_0 + i\varepsilon)} d\omega , \tag{10}$$

где подставлено (см., например, [9])

$$2\pi i\delta_+(\omega-\omega_0) = -\frac{1}{\omega-\omega_0+i\varepsilon}, \qquad \varepsilon \to +0 .$$

Перейдем в (10) к интегрированию в комплексной плоскости ω (см.рис.1).

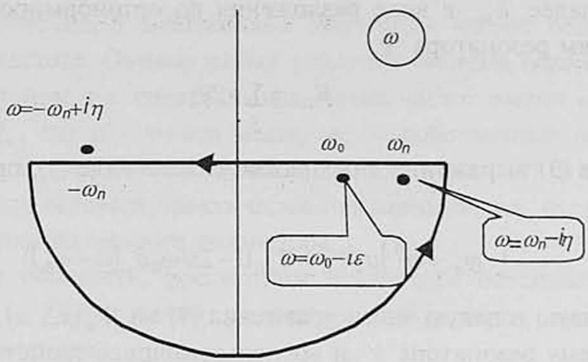

Рис.1.

Замкнув контур интегрирования в нижней полуплоскости (т.к. $t>0$ и поэтому удовлетворяется условие Жордана), видим, что вклад в интеграл (10) дают полюса $\omega_0 - i\eta$ и $\omega_0 - i\varepsilon$, т.е.

$$\int = -2\pi i\left(\frac{e^{-i(\omega_n-i\eta)t}}{2(\omega_n-i\eta)} + \frac{\omega_0 e^{-i(\omega_n-i\eta)t}}{2(\omega_n-i\eta)(\omega_n-i\eta-\omega_o+i\varepsilon)} + \frac{\omega_0 e^{-i(\omega_0-i\varepsilon)t}}{(\omega_o-i\varepsilon-\omega_n+i\eta)(\omega_o+\omega_n-2i\eta)}\right).$$

Устремляя далее $\varepsilon \to 0$ и $\omega_0 \to \omega_n$, получаем

$$\int = -\frac{\pi}{\eta}\left(1-e^{-\eta t}+\frac{i\eta}{\omega_n}e^{-\eta t}\right)e^{-i\omega_n t} = -\frac{2\pi Q}{\omega_n}\left(1-e^{-\omega_n t/2Q}+\frac{i}{2Q}e^{-\omega_n t/2Q}\right)e^{-i\omega_n t} \approx$$
$$\approx -\frac{2\pi Q}{\omega_n}\left(1-e^{-\omega_n t/2Q}\right)e^{-i\omega_n t}. \qquad (11)$$

Окончательно, из (8) и (11) имеем:

$$E_{zn} = -\frac{4\pi Q}{\omega_n}\Psi_n\left[j_0\Psi_n\right]\left(1-e^{-\omega_n t/2Q}\right)e^{-i\omega_n t}. \qquad (12)$$

Как видно, при $\omega_0 \sim \omega_n$ амплитуда поля растет пропорционально Q (см. также [7]). Содержание этого утверждения сводится к следующему: если в замкнутый резонатор непрерывно будет поступать энергия электромагнитного поля в виде монохроматической волны на частоте, совпадающей с одной из ее собственных частот ($\omega_o = \omega_n$), то напряженность поля в резонаторе на этой частоте будет вначале расти, при $t \ll 2Q/\omega_o$, линейно, пропорционально времени t поступления мощности в резонатор:

$$E_{zn} = -2\pi t\Psi_n\left[j_0\Psi_n\right]e^{-i\omega_n t}, \tag{12a}$$

а для времен $t >> 2Q/\omega_0$ она примет значение

$$E_{zn} = -\frac{4\pi Q}{\omega_n}\Psi_n\left[j_0\Psi_n\right]e^{-i\omega_n t}, \tag{12b}$$

пропорциональное добротности Q. В резонаторе устанавливается динамическое равновесие, т.е. дальнейший рост напряженности будет компенсирован потерями в стенках. В случае идеально проводящих стенок напряженность в течение бесконечного времени должна была бы расти бесконечно, что является математической идеализацией.

3. Энергия, накопленная в резонаторе

Перейдем к рассмотрению энергетических характеристик резонатора с конечной добротностью, возбуждаемого монохроматическим источником (1).

Будем исходить из теоремы Пойнтинга

$$\frac{\partial W}{\partial t} = -\int \mathbf{j}\,\mathbf{E}dV - \frac{c}{4\pi}\int\left[\mathbf{EH}\right]d\mathbf{S}. \tag{13}$$

В (13) $W = \frac{1}{8\pi}\int(\mathbf{E}^2 + \mathbf{H}^2)dV$ суть энергия в резонаторе, среднее значение которой принято называть "запасенной" энергией. Первый член в правой части (13) – работа, совершаемая полем излучения над током возбуждения, т.е. энергия, накапливаемая в резонаторе в процессе возбуждения его током (1), и, наконец, последний член – поток вектора Пойнтинга через стенки резонатора, если они обладают конечной проводимостью. Эта часть энергии соответствует омическим потерям и затрачивается на нагрев стенок резонатора.

Вследствие комплексности выражений $\mathbf{j}$ и $\mathbf{E}$ можно записать (см., например, [10])

$$\mathrm{Re}\int j_z^* E_z dV = 2\int\overline{\mathrm{Re}\,E_z\,\mathrm{Re}\,j_z dV}. \tag{14}$$

Воспользовавшись далее выражениями (1) и (12), получаем при $\omega_0 = \omega_n$:

$$\mathrm{Re}\,E_z = -\frac{4\pi Q}{\omega_n}\left[j_0\Psi_n\right]\Psi_n\left(1 - e^{-\frac{\omega_n t}{2Q}}\right)\cos(\omega_n t), \qquad \mathrm{Re}\,j_z = j_0\theta(t)\cos\omega_n t.$$

Тогда для первого члена в правой части (13), т.е. для энергии, накопленной в резонаторе, будем иметь:

$$-\mathrm{Re}\int j_z^* E_z dV = \frac{8\pi Q}{\omega_n^2}\left[j_0\Psi_n\right]^2 \lim_{T\to\infty}\frac{1}{T}\int_0^T\left[1 - \exp\left(-\frac{\omega_n t}{2Q}\right)\right]\cos^2\omega_n t\,d(\omega_n t) = \frac{4\pi Q}{\omega_n^2}\left[j_0\Psi_n\right]^2, \tag{15}$$

если учесть, что вклад второго слагаемого в квадратных скобках стремится к нулю при $T \to \infty$. Таким образом, энергия, накапливаемая в резонаторе с добротностью Q при непрерывном питании источником (1), будет увеличиваться в Q раз. Дальнейший рост ограничивается потерями, обусловленными последним членом в (13).

4. Заключение

Таким образом, амплитуда напряженности поля в резонаторе с конечной добротностью Q при непрерывном питании его $(t >> Q/\omega_0)$ монохроматическим точечным источником электромагнитных волн оказывается ограниченной значением этой добротности. При этом в резонаторе будут существовать электромагнитные колебания, если частота источника питания (ω_0) будет совпадать (резонанс) с частотой одной из собственных мод (ω_n) резонатора (см. формулы (11-14).

С другой стороны, поскольку с увеличением напряженности поля увеличиваются также потери в стенках резонатора, то накопленная в резонаторе энергия при его непрерывном питании монохроматическим источником увеличивается только в Q раз (15). Заметим, далее, что вычисленная в [6] мощность потерь оказывается обратно пропорциональной добротности, что очевидно: при $Q \to \infty$ потери в стенках стремятся к нулю.

Работа выполнена при поддержке гранта МНТЦ А-372.

ЛИТЕРАТУРА

1. **V.Guidi, L.Guidi, L.Tecchio, P.Bak, P.Logachev, E.Pyta, S.Gurov, Yu.Chernousov**. Proc. Third Int. Symp.—MPLP (Modern Problems of Laser Physics), Novosibirsk, pp.156-161 (2000).
2. **A.V.Aleksandrov, N.S.Dikansky, V.Guidi**, et al. Proc. of the 1999 Particle Accelerator Conference, New York, pp.2948-2950 (1999).
3. **Э.А.Беглоян, Э.Д.Газазян, В.Г.Кочарян, Э.М Лазиев**. Изв. ВУЗ-ов, Радиофизика, **35**, 79 (1992).
4. **E.D.Gazazyan, M.I.Ivanyan**. EPAC-2000, Vienna, talk TUP 4A11, pp.477-479 (2000).
5. **Л.А.Вайнштейн**. Электромагнитные волны. М., Радио и связь, 1988.
6. **Дж.Джексон**. Классическая электродинамика, М., Мир, 1965.
7. **В.В.Батыгин, И.Н.Топтыгин**. Сборник задач по электродинамике. М., Наука, 1970.
8. **Б.З.Каценеленбаум**. Высокочастотная электродинамика. М., Наука, 1966.
9. **Н.Н.Боголюбов, Д.В.Ширков**. Введение в теорию квантованных полей. ГИТТЛ, М., 1957.
10. **Л.Д.Ландау, Е.М.Лифшиц**. Теория поля. М., ГИФМЛ, 1960.

EXCITATION OF CAVITY HAVING A FINITE QUALITY

E.D. GAZAZYAN, G.G. OKSUZYAN, A.D. TER-POGHOSYAN

The theory of excitation of regular cylindrical cavity is developed, taking into account the finite conductivity of cavity walls. It is shown that the field strength in the cavity as well as the energy accumulated in it increase proportionally to the quality factor Q.

Известия НАН Армении, Физика, т.39, №2, с.93-98 (2004)

УДК 537.531

ВЛИЯНИЕ ИЗМЕНЕНИЯ СКОРОСТИ ДВИЖЕНИЯ СГУСТКОВ НА СВОЙСТВА ИЗЛУЧЕНИЯ ЧЕРЕНКОВА В ВОЛНОВОДЕ

В.Г. КОЧАРЯН

Ереванский физический институт

(Поступила в редакцию 30 сентября 2003 г.)

Разработана методика, основанная на программах Matlab-а, которая позволяет оценить влияние неравномерности движения сгустков в поле излучения предыдущих сгустков на эффект генерации излучения Вавилова-Черенкова. Проведен детальный анализ изменения спектра и величины поля излучения в случае последовательности излучающих сгустков.

1. Введение

Теория черенковского излучения развита для равномерно движущихся частиц и обоснована тем обстоятельством, что релятивистский заряженный сгусток при изменении энергии тем не менее практически не меняет своей скорости, чем и достигается выполнение условия излучения Черенкова – равенство фазовой скорости излученной волны и скорости движения заряда [1]. В случае последовательности излучающих сгустков возникает проблема влияния поля излучения каждого предыдущего сгустка на последующие, что приводит к модуляции скорости движения сгустков. Строго говоря, речь идет о самосогласованном решении задачи. Поиск такого решения может быть заменен моделированием закона движения и взаимодействия излучающих сгустков, исходя в каждом конкретном случае из величины заряда, формы сгустков и среднего расстояния между их центрами.

2. Расчетные выражения

Рассмотрим цилиндрический волновод радиуса R, заполненный однородной средой с диэлектрической проницаемостью ε и с прорезанным в центре волновода круглым каналом радиуса a. Ось канала совпадает с осью z цилиндрической системы координат (r,φ,z). Ток, возбуждающий излучение в волноводе, представим как последовательность из N одинаковых заряженных цилиндрических сгустков с радиусом поперечного сечения $r_0 < a$, длиной l и зарядом q, движущихся вдоль оси z со скоростью $v = \beta c$, где c – скорость света в вакууме. Если выбрать частоту следования сгустков равной f, то расстояние между центрами сгустков будет $d = v / f$. В случае однородного

распределения заряда для продольной составляющей электрического поля черенковского излучения имеем:
в канале, при $0 \le r \le a$:

$$E_z^c(r,\theta,z,t)=\frac{8\pi q v^2\sqrt{\varepsilon\beta^2-1}}{r_0 l a}\sum_S\frac{I_1(\lambda_{1S}b)I_0(\lambda_{1S}r)\Phi_0(\lambda_{2S},a,R)}{I_0(\lambda_{1S}a)D(\omega_S)\omega_S^2}F_1(\frac{\omega_S}{v},t) \quad (1a)$$

в диэлектрике, при $a \le r \le R$:

$$E_z^d(r,\theta,z,t)=\frac{8\pi q v^2\sqrt{\varepsilon\beta^2-1}}{r_0 l a}\sum_S\frac{I_1(\lambda_{1S}b)\Phi_0(\lambda_{2S},r,R)}{D(\omega_S)\omega_S^2}F_1(\frac{\omega_S}{v},t), \quad (1b)$$

где ω_S – собственные частоты мод, а соответствующие поперечные волновые числа $\lambda_{1S}=\omega_S\sqrt{1-\beta^2}/v$, $\lambda_{2S}=\omega_S\sqrt{\varepsilon\beta^2-1}/v$ определяются из дисперсионного уравнения

$$\varepsilon\sqrt{1-\beta^2}I_0(\lambda_{1S}a)\Phi_{10}(\lambda_{2S},a,R)-\sqrt{\varepsilon\beta^2-1}I_1(\lambda_{1S}a)\Phi_{00}(\lambda_{2S},a,R)=0;$$

$$\Phi_{00}(\lambda_2,a,R)=J_0(\lambda_2 a)N_0(\lambda_2 R)-N_0(\lambda_2 a)J_0(\lambda_2 R);$$

$$\Phi_{10}(\lambda_2,a,R)=J_1(\lambda_2 a)N_0(\lambda_2 R)-N_1(\lambda_2 a)J_0(\lambda_2 R);$$

$I_0(x)$, $I_1(x)$ – модифицированые функции Бесселя первого рода, $J_0(x)$, $J_1(x)$ и $N_0(x)$, $N_1(x)$ – функции Бесселя и Неймана нулевого и первого порядка,

$$D(\omega)=\varepsilon R\sqrt{1-\beta^2}\sqrt{\varepsilon\beta^2-1}I_0(\lambda_1 a)\Phi_{11}(\lambda_2,a,R)-a(\varepsilon-1)I_1(\lambda_1 a)\Phi_{10}(\lambda_2,a,R)-$$
$$-(\varepsilon-1)a\sqrt{1-\beta^2}\sqrt{\varepsilon\beta^2-1}I_0(\lambda_1 a)\Phi_{00}(\lambda_2,a,R)-R(\varepsilon\beta^2-1)I_1(\lambda_1 a)\Phi_{01}(\lambda_2,a,R),$$

$$\Phi_{01}(\lambda_2,a,R)=J_0(\lambda_2 a)N_1(\lambda_2 R)-N_0(\lambda_2 a)J_1(\lambda_2 R);$$

$$\Phi_{11}(\lambda_2,a,R)=J_1(\lambda_2 a)N_1(\lambda_2 R)-N_1(\lambda_2 a)J_1(\lambda_2 R);$$

в области N-ого сгустка при $|z-vt|\le l/2-(N-1)d$

$$F_1\left(\frac{\omega_S}{v},t\right)=\sin\left(\frac{\omega_S}{v}\left(z-vt-\frac{(N-1)d+l}{2}\right)\right)-$$
$$-2\sin\left(\frac{\omega_S l}{2v}\right)\frac{\sin\left(\frac{\omega_S L}{2v}(N-1)\right)}{\sin\left(\frac{\omega_S L}{2v}\right)}\cos\left(\frac{\omega_S}{v}\left(z-vt-\frac{(N-1)d+l}{2}\right)\right),$$

за сгустком

$$F_1\left(\frac{\omega_S}{v},t\right)=\sin\left(\frac{\omega_S l}{2v}\right)\frac{\sin\left(\frac{\omega_S L}{2v}(N-1)\right)}{\sin\left(\frac{\omega_S L}{2v}\right)}\cos\left(\frac{\omega_S}{v}\left(z-vt-\frac{(N-1)L}{2}+\frac{l}{2}\right)\right).$$

Анализ влияния излучения последовательности предыдущих сгустков на динамику движения и излучение пробного сгустка в волноводе с однородной средой и с прорезанным каналом проводился программой, написаной на языке Matlab. Уравнения движения сгустков решались в приближении, когда изменения скорости за просчетный шаг времени Δt намного меньше скорости света, т.е. $\frac{w_z \Delta t}{c} << 1$, где $w_z = \frac{d}{dt}\frac{v}{\sqrt{1-\beta^2}}$ – ускорение сгустка. Тогда, согласно выражениям, полученным в [2], имеем

$$z = v_0 t + \frac{w_z t^2}{2}\left(1 - \frac{v_0^2}{c^2}\right)^{3/2}; \qquad v = v_0 + w_z t\left(1 - \frac{v_0^2}{c^2}\right)^{3/2}, \tag{2}$$

где $w_z = q\langle E_z \rangle / m$, а $\langle E_z \rangle$ – среднее поле на сгустке за просчетный шаг программы. В течение каждого шага скорость сгустка считается постоянной, что и допускает использование выражений (1a) и (1b) для вычислений продольной составляющей электрического поля черенковского излучения. К особенностям расчета надо отнести многократный просчет выражений (1a) и (1b) при N=1 в моменты времени, соответствующие пролету последовательности отдельных сгустков, и интерполяцию дискретных значений скорости. Размеры волновода выбирались с использованием экстраполяционной формулы для определения "резонансных" радиусов каналов и обеспечения одномодового режима [3].

3. Анализ результатов

Динамика сгустков достаточно разнообразна и зависит от начальной энергии и заряда. Чем больше заряд и меньше его энергия, тем чувствительнее изменение скорости, в этом случае даже наблюдается эффект приобретения энергии сгустком без дополнительных сдвигов в периоде следования (задержек относительно фазы ускоряющего поля). На рис.1 показан случай, когда по оси волновода длиною 1 м и радиусом R=0.5302 см, заполненного однородной средой с диэлектрической проницаемостью ε и с прорезанным каналом радиуса a =0.4 см, пролетают цилиндрические сгустки с радиусом $r_0 = 0.1$ см, длиною l = 0.075 см, с начальной скоростью $\beta = 0.99$ и зарядом $q = 3 \cdot 10^{11}$ элекронов, частота следования 30 ГГц. Размеры волновода выбраны из критериев, приведенных в [4], что позволило суммировать всего лишь 3 моды, хотя последние две моды существенного вклада в поле не давали.

Как можно видеть, уже первый сгусток теряет энергию и излучает на более высоких частотах, а амплитуда поля понижается на расстоянии 80-90 см от сгустка. Скорость изменяется от $\beta_0 = 0.99$ до $\beta_{\min} = 0.897$.

Как видно из рис.2, второй сгусток при пролете расстояния около 30см теряет энергию, далее, попав в ускоряющую фазу поля излучения первого сгустка, приобретает энергию, которая на расстоянии более 60см превышает его начальную энергию. Изменение скорости $\beta_0 = 0.99$, $\beta_{\min} = 0.9723$,

$\beta_{max} = 0.996$. Здесь же представлена зависимость продольной компоненты поля E_z от расстояния за время пролета двух сгустков.

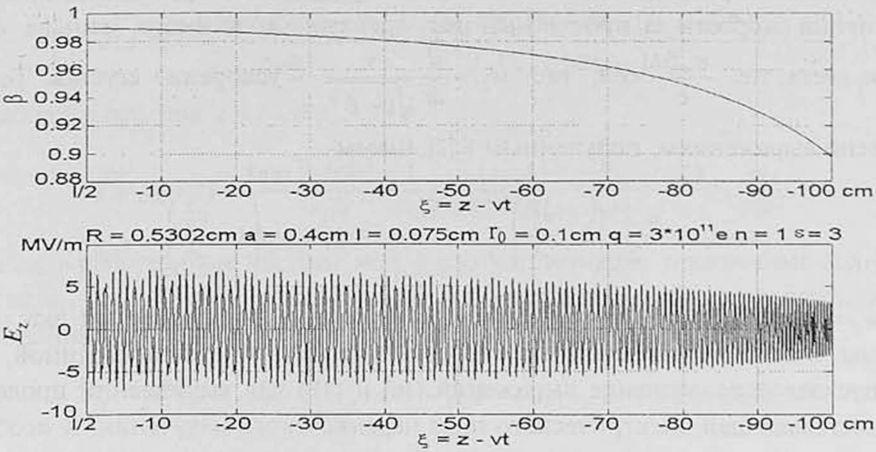

Рис.1. Зависимость скорости и компоненты E_z поля излучения первого сгустка от расстояния $\xi = z - vt$.

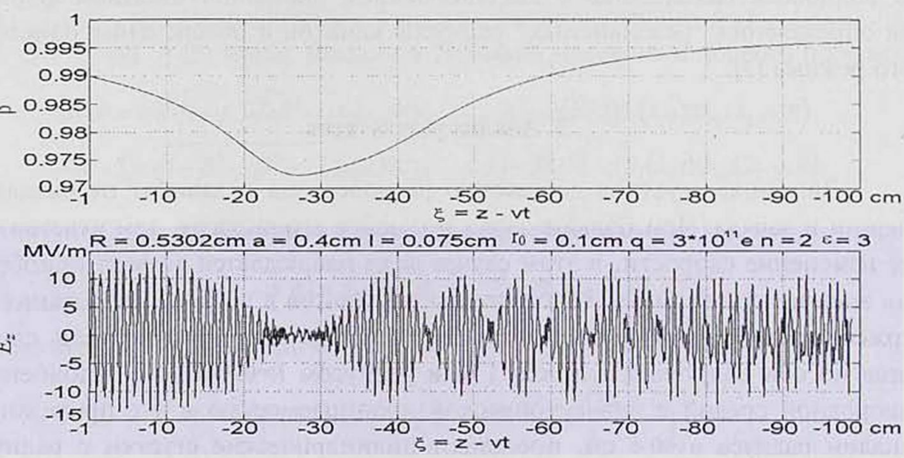

Рис.2. Зависимость скорости второго сгустка и компоненты E_z поля излучения последовательности из двух сгустков от расстояния $\xi = z - vt$.

На рис.3 показан спектр интенсивности излучения, полученный методом FFT (fast Fourier transform), для полей излучения при пролете 1,2,10 и 20 сгустков. Как следует из первого графика, при торможении первого сгустка спектр смещен в сторону высоких частот от резонансной $f_o = 30.00$ ГГц, а при наличии ускорения для остальных сгустков смещается в область низких частот. В то время как без учета влияния излучения на изменение скорости сгустков максимум один и приходится на 30 ГГц.

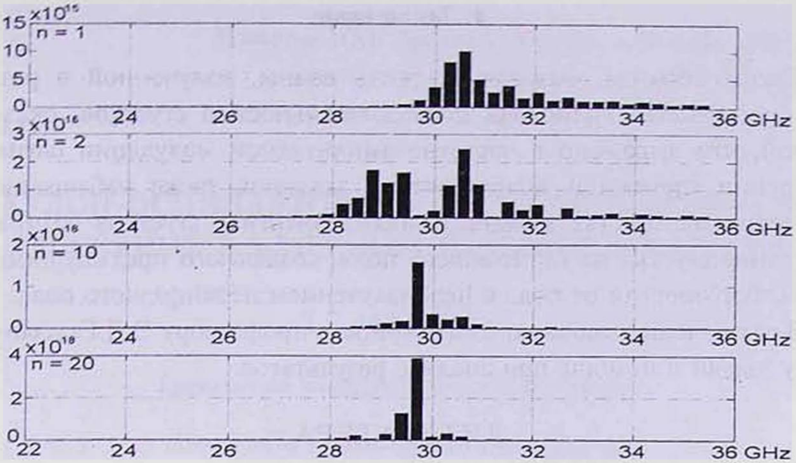

Рис.3. Спектр интенсивности излучения при пролете 1,2,10 и 20 сгустков (β=0.99).

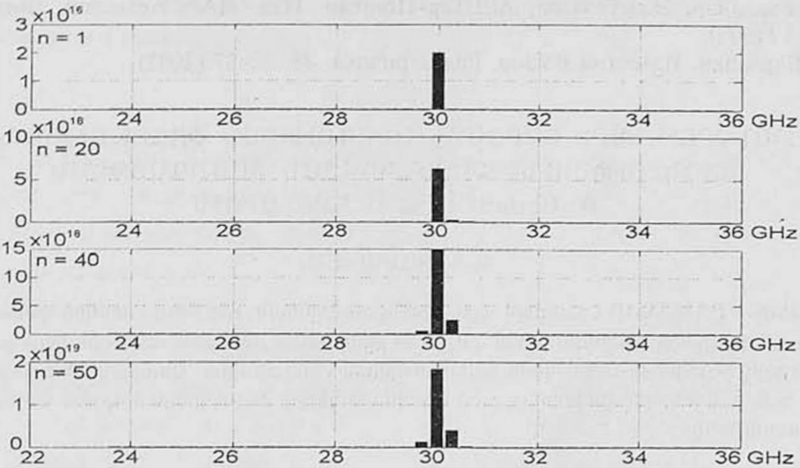

Рис.4. Спектр интенсивности излучения для высокоэнергетичных сгустков ($\beta = 0.9999$).

Для высокоэнергетичных $\beta_0 = 0.9999$ сгустков поле излучения более стабильно растет от сгустка к сгустку (эффект когерентного сложения полей), поскольку изменения скорости сгустков не велики. Спектр интенсивности поля излучения показан на рис.4. Он достаточно стабилен, т.е. вклад в поле дает только одна мода. Здесь проиллюстрированы случаи прохождения 1,20, 40 и 50 сгустков. Появление низкочастотных составляющих спектра интенсивности излучения свидетельствует о наличии ускорения сгустка, а высокочастотных – торможения.

Максимум на резонансной частоте свидетельствует о малом влиянии излучения последовательности предыдущих сгустков на динамику движения данного сгустка.

4. Заключение

Таким образом, фазовая скорость волны, излученной в различных точках пространства волновода последовательностью сгустков, оказывается различной, что выражено в частотно-амплитудной модуляции сигнала при рассмотрении временной зависимости в заданной точке наблюдения. При экзотических плотностях зарядов и малых энергиях сгустков возможно соскальзывание сгустка из тормозящего поля, созданного предыдущими сгустками, и отбор энергии от поля с переизлучением несинфазного поля.

В заключение выражаю благодарность профессору Э.Д.Газазяну за постановку задачи и помощь при анализе результатов.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Э.А Беглоян, В.Г.Кочарян, Э.М.Лазиев**. Известия ВУЗов, Радиофизика, **43**, 715-722 (2000).
2. **Э.А Беглоян, Э.Д.Газазян, В.Г.Кочарян, Э.М.Лазиев**. Вопросы атомной науки и техники. Серия: Ядерно-физические исследования, **7**, 115-117 (1990).
3. **А.С.Варданян, Э.Д.Газазян, А.Д.Тер-Погосян**. Изв. НАН Армении, Физика, **34**, 35-43 (1999).
4. **А.С.Варданян**. Известия ВУЗов, Радиофизика, **45**, 33-37 (2002).

ԹԱՆՁՐՈՒԿՆԵՐԻ ՇԱՐԺՄԱՆ ԱՐԱԳՈՒԹՅԱՆ ՓՈՓՈԽՈՒԹՅԱՆ ԱԶԴԵՑՈՒԹՅՈՒՆԸ ՉԵՐԵՆԿՈՎՅԱՆ ՃԱՌԱԳԱՅԹՄԱՆ ԲՆՈՒՅԹԻ ՎՐԱ ԱԼԻՔԱՏԱՐՈՒՄ

Վ.Գ. ՔՈՉԱՐՅԱՆ

Մշակված է MATLAB ծրագրերի վրա հիմնված եղանակ, որը թույլ է տալիս գնահատել նախորդող թանձրուկների ճառագայթման դաշտում թանձրուկի շարժման անհավասարաչափության ազդեցությունը Վավիլով-Չերենկովի ճառագայթման էֆեկտի վրա: Մանրակրկիտ վերլուծվում է ճառագայթման սպեկտրի փոփոխությունը և թանձրուկների հաջորդականության ճառագայթման դաշտի մեծությունը:

INFLUENCE OF THE BUNCHES VELOCITY VARIATION ON THE FEATURES OF THE CHERENKOV RADIATION IN WAVEGUIDE

V.G. KOCHARYAN

A method is developed based on MATLAB program, which permits one to estimate the influence of the velocity irregularity of bunches moving in the radiation field of the previous bunches on the features of the Vavilov-Cherenkov radiation effect. The radiation spectrum variation is analyzed and the radiation field change for the train of radiating bunches is estimated.

Известия НАН Армении, Физика, т.39, №2, с.99-106 (2004)

УДК 530.145

КУЛОН-ОСЦИЛЛЯТОРНАЯ ДУАЛЬНОСТЬ И ЗАДАЧА РАССЕЯНИЯ В 5-МЕРНОМ КУЛОНОВСКОМ ПОЛЕ

Л.Г. МАРДОЯН

Ереванский государственный университет

(Поступила в редакцию 28 июля 2003 г.)

Показано, что преобразование Гурвица связывает задачу восьмимерного репульсивного осциллятора с пятимерной задачей Кулона в непрерывном спектре. Вычислены гиперсферические и параболические базисы этой системы. Решена квантовомеханическая задача рассеяния заряженных частиц в 5-мерном кулоновском поле.

1. Введение

Известно, что 8-мерный изотропный осциллятор со связью дуален 5-мерной кулоновской задаче в дискретном спектре [1-4]. Это свойство является частным случаем более общего утверждения, гласящего, что 8-мерный изотропный осциллятор (без дополнительной связи) дуален 5-мерному неабелевому монополю Янга [5-7]. Аналогично можно показать, что 8-мерный репульсивный изотропный осциллятор $(U=-\mu\omega^2 r^2/2)$ со связью дуален 5-мерной задаче Кулона в непрерывном спектре. Этот факт, как и в случае связанных состояний, в дальнейшем назовем кулон-осцилляторной дуальностью. В силу $SO(5,1)$ скрытой симметрии задача Кулона факторизуется не только в сферических, но и в параболических координатах. Наличие параболического базиса позволяет построить точную теорию рассеяния заряженных частиц в 5-мерном кулоновском поле.

Настоящая статья построена следующим образом. В §2 показано, что 8-мерный репульсивный осциллятор дуален 5-мерной кулоновской задаче в непрерывном спектре. В §3 получены волновые функции 5-мерной кулоновской задачи для непрерывного спектра в гиперсферических и параболических координатах определенных типов. В §4 рассмотрена квантовомеханическая задача рассеяния заряженной частицы в 5-мерном кулоновском поле, получены формулы для амплитуды и сечения рассеяния. В заключении мы возвращаемся к дион-осцилляторной дуальности и приводим дополнительную информацию, относящуюся к этому интересному свойству.

2. Кулон-осцилляторная дуальность

Рассмотрим преобразование Гурвица [1]:

$$
\begin{aligned}
x_0 &= u_0^2 + u_1^2 + u_2^2 + u_3^2 - u_4^2 - u_5^2 - u_6^2 - u_7^2, \\
x_2 + ix_1 &= 2\left[(u_0 + iu_1)(u_5 + iu_4) + (u_2 - iu_3)(u_7 - iu_6)\right], \\
x_4 + ix_3 &= 2\left[(u_0 + iu_1)(u_7 + iu_6) - (u_2 - iu_3)(u_5 - iu_4)\right].
\end{aligned} \tag{1}
$$

Здесь $u_\mu (\mu = 0,1,...,7)$ – координаты пространства $\Re^8(u_\mu)$, а $x_i (i = 0,1,...,4)$ – пространства $\Re^5(x_\mu)$. Из (1) легко заметить, что имеет место равенство

$$
u^4 = (u_0^2 + u_1^2 + u_2^2 + u_3^2 + u_4^2 + u_5^2 + u_6^2 + u_7^2)^2 = x_0^2 + x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + x_4^2 = r^2, \tag{2}
$$

которое называется тождеством Эйлера. Согласно [1] связь между операторами Лапласа в пространствах $\Re^8(u_\mu)$ и $\Re^5(x_i)$ имеет вид

$$
\Delta_8 = 4r\Delta_5 - \frac{4}{r}\hat{J}^2, \tag{3}
$$

где $\hat{J}^2 = \hat{J}_1{}^2 + \hat{J}_2{}^2 + \hat{J}_3{}^2$, а

$$
\hat{J}_1 = \frac{i}{2}\left(u_1\frac{\partial}{\partial u_0} - u_0\frac{\partial}{\partial u_1} + u_3\frac{\partial}{\partial u_2} - u_2\frac{\partial}{\partial u_3} + u_5\frac{\partial}{\partial u_4} - u_4\frac{\partial}{\partial u_5} + u_7\frac{\partial}{\partial u_6} - u_6\frac{\partial}{\partial u_7}\right),
$$

$$
\hat{J}_2 = \frac{i}{2}\left(u_2\frac{\partial}{\partial u_0} - u_3\frac{\partial}{\partial u_1} - u_0\frac{\partial}{\partial u_2} + u_1\frac{\partial}{\partial u_3} - u_6\frac{\partial}{\partial u_4} + u_7\frac{\partial}{\partial u_5} + u_4\frac{\partial}{\partial u_6} - u_5\frac{\partial}{\partial u_7}\right),
$$

$$
\hat{J}_3 = \frac{i}{2}\left(u_3\frac{\partial}{\partial u_0} + u_2\frac{\partial}{\partial u_1} - u_1\frac{\partial}{\partial u_2} - u_0\frac{\partial}{\partial u_3} - u_7\frac{\partial}{\partial u_4} - u_6\frac{\partial}{\partial u_5} + u_5\frac{\partial}{\partial u_6} + u_4\frac{\partial}{\partial u_7}\right).
$$

Пользуясь явным видом операторов $\hat{J}_a$, можно прямым вычислением показать, что они удовлетворяют коммутационным соотношениям $[\hat{J}_a, \hat{J}_b] = i\varepsilon_{abc}\hat{J}_c$, где $a,b,c = 1,2,3$.

Теперь свяжем 8-мерную задачу репульсивного осциллятора

$$
\left(-\frac{\hbar^2}{2\mu}\Delta_8 - \frac{\mu\omega^2 u^2}{2}\right)\psi(u_\mu) = E\psi(u_\mu) \tag{4}
$$

с 5-мерной задачей Кулона. Так как операторы $\hat{J}_a$ не зависят от координат x_i, допустим, что волновую функцию $\psi(u_\mu)$ 8-мерного репульсивного осциллятора можно представить в следующем факторизованном виде:

$$
\psi(u_\mu) = \psi(x_i)\Phi(\Omega_a), \tag{5}
$$

где через Ω_a обозначены углы, от которых зависят операторы $\hat{J}_a$, а $\Phi(\Omega_a)$ является собственной функцией оператора $\hat{J}^2$, т.е.

$$
\hat{J}^2\,\Phi(\Omega_a) = J(J+1)\Phi(\Omega_a). \tag{6}
$$

Здесь $J(J+1)$ – собственные значения оператора $\hat{J}^2$. Теперь, подставляя в (4) формулу (3) и учитывая соотношения (5) и (6), приходим к уравнению

$$\left(-\frac{\hbar^2}{2\mu}\Delta_5-\frac{e^2}{r}+\frac{\hbar^2}{2\mu\, r^2}J(J+1)\right)\psi(x_i)=\varepsilon\psi(x_i), \tag{7}$$

где $\varepsilon=\mu\,\omega^2/8$, а $4e^2=E$. Таким образом, мы получили, что 8-мерный репульсивный осциллятор дуален бесконечному числу 5-мерных кулоновских систем с дополнительным членом $1/r^2$ и константой связи $\hbar^2 J(J+1)/2\mu$. При $J=0$ мы получим уравнение для 5-мерной задачи Кулона:

$$\left(-\frac{\hbar^2}{2\mu}\Delta_5-\frac{e^2}{r}\right)\psi(x_i)=\varepsilon\,\psi(x_i). \tag{8}$$

Условие $J=0$ равносильно требованию $\hat{J}_a\psi(x_i)=0$. Кроме того, из (1) следует, что $\psi(x_i)$ есть четная функция переменных u_μ: $\psi(x_i(-u_\mu))=\psi(x_i(u_\mu))$.

3. Гиперсферический и параболический базисы

Определим 5-мерные гиперсферические координаты $r\in[0,\infty)$, $\theta\in[0,\pi]$, $\alpha\in[0,2\pi)$, $\beta\in[0,\pi]$, $\gamma\in[0,4\pi)$ в $\Re^5(x)$ следующим образом:

$$x_0=r\cos\theta,\quad x_2+ix_1=r\sin\theta\sin\frac{\beta}{2}e^{i\frac{\alpha-\gamma}{2}},\quad x_4+ix_3=r\sin\theta\cos\frac{\beta}{2}e^{i\frac{\alpha+\gamma}{2}}. \tag{9}$$

Элемент объема и оператор Лапласа в координатах (9) имеют вид

$$dV_5=\frac{r^4}{8}\sin^3\theta\sin\beta\,dr\,d\theta\,d\alpha\,d\beta\,d\gamma\,,$$

$$\Delta_5=\frac{1}{r^4}\frac{\partial}{\partial r}\left(r^4\frac{\partial}{\partial r}\right)+\frac{1}{r^2\sin^3\theta}\frac{\partial}{\partial\theta}\left(\sin^3\theta\frac{\partial}{\partial\theta}\right)-\frac{4}{r^2\sin^2\theta}\hat{L}^2,$$

где

$$\hat{L}^2=-\left[\frac{\partial^2}{\partial\beta^2}+\cot\beta\frac{\partial}{\partial\beta}+\frac{1}{\sin^2\beta}\left(\frac{\partial^2}{\partial\alpha^2}-2\cos\beta\frac{\partial^2}{\partial\alpha\,\partial\gamma}+\frac{\partial^2}{\partial\gamma^2}\right)\right].$$

Компоненты оператора момента $\hat{L}$ имеют вид

$$\hat{L}_1=i\left(\cos\alpha\cot\beta\frac{\partial}{\partial\alpha}+\sin\alpha\frac{\partial}{\partial\beta}-\frac{\cos\alpha}{\sin\beta}\frac{\partial}{\partial\gamma}\right),$$

$$\hat{L}_2=i\left(\sin\alpha\cot\beta\frac{\partial}{\partial\alpha}-\cos\alpha\frac{\partial}{\partial\beta}-\frac{\sin\alpha}{\sin\beta}\frac{\partial}{\partial\gamma}\right),$$

$$\hat{L}_3=-i\frac{\partial}{\partial\alpha},\qquad \hat{L}_{3'}=-i\frac{\partial}{\partial\gamma}.$$

Решение уравнения (8) в гиперсферических координатах (9) имеет вид

$$\psi_{k\lambda Lmm'}(r,\theta,\alpha,\beta,\gamma)=\sqrt{\frac{2L+1}{2\pi^2}}\,R_{k\lambda}(r)\,Z_{\lambda L}(\theta)\,D^{L}_{mm'}(\alpha,\beta,\gamma),$$

где нормированная условием

$$\frac{1}{8}\int\left|D^{L}_{mm'}(\alpha,\beta,\gamma)\right|^2\sin\beta\,d\alpha\,d\beta\,d\gamma=\frac{2\pi^2}{2L+1}$$

функция Вегнера $D^{L}_{mm'}(\alpha,\beta,\gamma)$ является собственной функцией взаимно коммутирующих операторов $\hat{L}^2,\hat{L}_3,\hat{\tilde{L}}_3$ [8]. Функция $Z_{\lambda L}(\theta)$ дается формулой [3]

$$Z_{\lambda L}(\theta)=2^{2L+1}\Gamma\left(2L+\frac{3}{2}\right)\sqrt{\frac{(2\lambda+3)(\lambda-2L)!}{2\pi(\lambda+2L+2)!}}\,(\sin\theta)^{2L}\,C^{2L+3/2}_{\lambda-2L}(\cos\theta),$$

где C^{λ}_{n} – полином Гегенбауэра, а квантовое число λ принимает значения $\lambda=2L,2L+1,\ldots$ Радиальная волновая функция непрерывного спектра имеет вид

$$R_{k\lambda}(r)=C_{k\lambda}\frac{(2ikr)^{\lambda}}{(2\lambda+3)!}e^{-ikr}F\left(\lambda+2+\frac{i}{ak};2\lambda+4;2ikr\right).$$

Здесь $k=\sqrt{2\mu\varepsilon/\hbar^2}$, $a=\hbar^2/\mu e^2$ – радиус Бора. Далее, пользуясь следующим представлением вырожденной гипергеометрической функции [9]:

$$F(a;c;z)=\frac{\Gamma(c)}{\Gamma(c-a)}(-z)^{-a}G(a;a-c+1;-z)+\frac{\Gamma(c)}{\Gamma(a)}e^{z}z^{a-c}G(c-a;1-a;z),\qquad(10)$$

где

$$G(a;c;z)=1+\frac{ac}{1!z}+\frac{a(a+1)c(c+1)}{2!z^2}+\cdots,$$

для радиальной волновой функции $R_{k\lambda}(r)$ получим выражение

$$R_{k\lambda}(r)=C_{k\lambda}\frac{(-i)^{\lambda}}{2k^2r^2}e^{-\frac{\pi}{2ak}}\operatorname{Re}\left\{\frac{e^{-i\left[kr-\frac{\pi}{2}(\lambda+2)+\frac{1}{ck}\ln 2kr\right]}}{\Gamma\left(\lambda+2-\frac{i}{ak}\right)}G\left(\lambda+2-\frac{i}{ak};\frac{i}{ak}-\lambda-1;-2ikr\right)\right\}.\qquad(11)$$

Если радиальную волновую функцию нормировать условием

$$\int_0^\infty r^4R^{*}_{k'\lambda}(r)\,R_{k\lambda}(r)\,dr=2\pi\,\delta(k-k'),$$

то нормировочный коэффициент $C_{k\lambda}$ равен

$$C_{k\lambda}=(-i)^{\lambda}\,4k^2\,e^{\frac{\pi}{2ak}}\left|\Gamma\left(\lambda+2-\frac{i}{ak}\right)\right|.$$

Асимптотическое выражение $R_{k\lambda}(r)$ при больших r (первый член разложения (11)) имеет вид

$$R_{k\lambda}(r) \approx \frac{2}{r^2}\sin\left[kr + \frac{1}{ak}\ln 2kr - \frac{\pi}{2}(\lambda+1) + \delta_\lambda\right],$$

где

$$\delta_\lambda = \arg\Gamma\left(\lambda + 2 - \frac{i}{ak}\right).$$

Теперь определим параболические координаты в $\Re^5(x_i)$ следующим образом:

$$x_0 = \frac{1}{2}(\xi-\eta), \quad x_2 + ix_1 = \sqrt{\xi\eta}\sin\frac{\beta}{2}e^{i\frac{\alpha-\gamma}{2}}, \quad x_4 + ix_3 = \sqrt{\xi\eta}\cos\frac{\beta}{2}e^{i\frac{\alpha+\gamma}{2}},$$

где $\xi,\eta \in [0,\infty)$. В этих координатах элемент объема и лапласиан имеют вид

$$dV_5 = \frac{\xi\eta}{32}(\xi+\eta)\sin\beta\, d\xi\, d\eta\, d\alpha\, d\beta\, d\gamma,$$

$$\Delta_5 = \frac{4}{\xi+\eta}\left[\frac{1}{\xi}\frac{\partial}{\partial\xi}\left(\xi^2\frac{\partial}{\partial\xi}\right) + \frac{1}{\eta}\frac{\partial}{\partial\eta}\left(\eta^2\frac{\partial}{\partial\eta}\right)\right] - \frac{4}{\xi\eta}\hat{L}^2.$$

Тогда уравнение (8) можно записать в виде

$$\left\{\frac{4}{\xi+\eta}\left[\frac{1}{\xi}\frac{\partial}{\partial\xi}\left(\xi^2\frac{\partial}{\partial\xi}\right) + \frac{1}{\eta}\frac{\partial}{\partial\eta}\left(\eta^2\frac{\partial}{\partial\eta}\right)\right] - \frac{4\hat{L}^2}{\xi\eta}\right\}\psi + \frac{2\mu}{\hbar^2}\left(\varepsilon + \frac{2e^2}{\xi+\eta}\right)\psi = 0. \qquad (12)$$

После подстановки

$$\psi(\xi,\eta,\alpha,\beta,\gamma) = \Phi_1(\xi)\Phi_2(\eta)D^L_{mm'}(\alpha,\beta,\gamma)$$

переменные в уравнении (12) разделяются и мы приходим к следующей системе уравнений:

$$\begin{aligned}
&\frac{1}{\xi}\frac{d}{d\xi}\left(\xi^2\frac{d\Phi_1}{d\xi}\right) + \left[\frac{k^2}{4}\xi - \frac{L(L+1)}{\xi} + \frac{\sqrt{\mu}}{2\hbar}\Omega + \frac{1}{2a}\right]\Phi_1 = 0,\\
&\frac{1}{\eta}\frac{d}{d\eta}\left(\eta^2\frac{d\Phi_2}{d\eta}\right) + \left[\frac{k^2}{4}\eta - \frac{L(L+1)}{\eta} - \frac{\sqrt{\mu}}{2\hbar}\Omega + \frac{1}{2a}\right]\Phi_2 = 0,
\end{aligned} \qquad (13)$$

где Ω – параболическая постоянная разделения. Если функцию $\psi_{k\Omega Lmm'}(\xi,\eta,\alpha,\beta,\gamma)$ нормировать условием

$$\frac{1}{4}\int\psi^*_{k'\Omega' Lmm'}(\xi,\eta,\alpha,\beta,\gamma)\psi_{k\Omega Lmm'}(\xi,\eta,\alpha,\beta,\gamma)\,\xi\mu(\xi+\eta)\,d\xi\,d\eta = 2\pi\delta(k-k')\delta(\Omega-\Omega'),$$

то параболический базис будет иметь вид

$$\psi_{k\Omega Lmm'}(\xi,\eta,\alpha,\beta,\gamma)=\sqrt{\frac{2L+1}{2\pi^2}}\,C_{k\Omega L}\,\Phi_{k\Omega L}(\xi)\Phi_{k,-\Omega L}(\eta)\,D^L_{mm'}(\alpha,\beta,\gamma), \tag{14}$$

где

$$\Phi_{k\Omega L}(x)=\frac{(ikx)^L}{(2L+1)!}e^{-ikx/2}\,F\left(L+1+\frac{i}{2ak}+\frac{i\sqrt{\mu}}{2\hbar k}\Omega;2L+2;ikx)\right), \tag{15}$$

$$C_{k\Omega L}=(-1)^L\sqrt{\frac{\hbar^2k^3}{2\pi\mu}}\,e^{\frac{\pi}{2ak}}\left|\Gamma\left(L+1-\frac{i}{2ak}-\frac{i\sqrt{\mu}}{2\hbar k}\Omega\right)\Gamma\left(L+1-\frac{i}{2ak}+\frac{i\sqrt{\mu}}{2\hbar k}\Omega\right)\right|. \tag{16}$$

Отметим, что при вычислении нормировочного множителя (16) мы использовали представление вырожденной гипергеометрической функции (10).

4. 5-мерное обобщение формулы Резерфорда

Теперь рассмотрим рассеяние заряженной частицы в 5-мерном кулоновском поле. Поскольку движение в кулоновском поле произвольной размерности $d\geq 3$ является двумерной задачей, то волновая функция не зависит от углов α, β и γ, т.е. от квантовых чисел L, m и m'. Подставляя в уравнения (13) L=0, получим

$$\begin{aligned}&\frac{1}{\xi}\frac{d}{d\xi}\left(\xi^2\frac{d\Phi_1}{d\xi}\right)+\left[\frac{k^2}{4}\xi+\frac{\sqrt{\mu}}{2\hbar}\Omega+\frac{1}{2a}\right]\Phi_1=0,\\&\frac{1}{\eta}\frac{d}{d\eta}\left(\eta^2\frac{d\Phi_2}{d\eta}\right)+\left[\frac{k^2}{4}\eta-\frac{\sqrt{\mu}}{2\hbar}\Omega+\frac{1}{2a}\right]\Phi_2=0.\end{aligned} \tag{17}$$

Мы должны найти такие решения уравнений (17), чтобы решение уравнения Шредингера при отрицательных $x_0\in(-\infty;0)$ и больших $r\to\infty$ имело вид плоской волны

$$\psi_{k\Omega}(\xi,\eta)\approx e^{ikx_0}=e^{\frac{ik}{2}(\xi-\eta)}.$$

Этому условию можно удовлетворить, если считать, что параболическая постоянная разделения равна

$$\Omega=-\frac{\hbar}{a\sqrt{\mu}}-i\frac{2\hbar k}{\sqrt{\mu}}.$$

Подставляя последнее соотношение в уравнения (17), находим следующее решение уравнения Шредингера, которое описывает рассеяние заряженной частицы в 5-мерном поле Кулона:

$$\psi_k(\xi,\eta)=C_k\,e^{\frac{ik}{2}(\xi-\eta)}\,F\left(\frac{i}{ak};2;ik\eta\right), \tag{18}$$

где C_k – постоянная нормировки. Для того чтобы выделить в функции (18) падающую и рассеянную волны, надо рассмотреть ее поведение на больших расстояниях от кулоновского рассеивающего центра. Воспользовавшись первыми двумя членами представления (10) для вырожденной гипергеометрической функции, при больших η получим

$$F\left(\frac{i}{ak};2;ik\eta\right) \approx e^{-\frac{\pi}{2ak}} \left\{ \frac{e^{-\frac{i}{ak}\ln k\eta}}{\Gamma\left(2-\frac{i}{ak}\right)} \left[1+\frac{1+iak}{ia^2k^3\eta} - \frac{1+a^2k^2}{2a^4k^6\eta^2}\right] - \frac{i(ak+i)}{\Gamma\left(2+\frac{i}{ak}\right)} \frac{e^{ik\eta}}{a^2k^4\eta^2} e^{\frac{i}{ak}\ln k\eta} \right\}.$$

Теперь, подставляя последнее соотношение в волновую функцию (18), постоянную нормировки C_k выбирая в виде

$$C_k = \Gamma\left(2-\frac{i}{ak}\right)e^{\frac{\pi}{2ak}},$$

чтобы падающая плоская волна имела единичную амплитуду, а также переходя к гиперсферическим координатам согласно формулам $r=(\xi+\eta)/2$, $\eta = r - x_0 = r(1-\cos\theta)$, получим

$$\psi_k(\xi,\eta) = \left[1+\frac{1+iak}{2ia^2k^3 r\sin^2\theta/2} - \frac{1+a^2k^2}{8a^4k^6r^2\sin^2\theta/2}\right]\times$$
$$\times \exp\left[ikx_0 - \frac{i}{ak}\ln\left(2kr\sin^2\frac{\theta}{2}\right)\right] + \frac{f(\theta)}{r^2}\exp\left[ikr+\frac{i}{ak}\ln 2kr\right],$$

где $f(\theta)$ – амплитуда рассеяния, имеющая вид

$$f(\theta) = -\frac{i(ak+i)}{4a^2k^4\sin^4\theta/2} \frac{\Gamma\left(2-\frac{i}{ak}\right)}{\Gamma\left(2+\frac{i}{ak}\right)} \exp\left(\frac{2i}{ak}\ln\sin\frac{\theta}{2}\right).$$

Таким образом, для сечения рассеяния $d\sigma = |f(\theta)|^2\, d\Omega$ ($d\Omega$ – элемент телесного угла) получим формулу

$$d\sigma = \frac{1+a^2k^2}{16a^4k^8\sin^8\theta/2}d\Omega.$$

5. Заключение

Выше была построена квантовая теория рассеяния заряженной квантовой частицы в 5-мерном кулоновском поле. Эта задача, с физической точки зрения, была спровоцирована дион-осцилляторной дуальностью, присущей математической структуре квантовой механики, и доказывающей, что в ее рамках есть место неабелевому магнитному монополю Янга [10]. Однако, свойство дион-осцилляторной дуальности присуще не только отображению

$\mathfrak{R}^8 \to \mathfrak{R}^5$, но и отображениям $\mathfrak{R}^1 \to \mathfrak{R}^1$, $\mathfrak{R}^2 \to \mathfrak{R}^2$ и $\mathfrak{R}^4 \to \mathfrak{R}^3$, причем в первых двух случаях на выходе возникают одномерный и двумерный анион [11,12], а в третьем – абелев монополь Дирака [13-16].

Работа выполнена при поддержке гранта ANSEF № PS-81.

ЛИТЕРАТУРА

1. **L.S.Davtyan, L.G.Mardoyan, G.S.Pogosyan, A.N.Sissakian, V.M.Ter-Antonyan**. J. Phys., **A20**, 6121 (1987).
2. **D.Lambert, M.Kibler**. J. Phys., **A21**, 303 (1988).
3. **Х.Г.Караян, Л.Г.Мардоян, В.М.Тер-Антонян**. Изв. НАН Армении, Физика, **38**, 78 (2003).
4. **Kh.H.Karayan, L.G.Mardoyan, V.M.Ter-Antonyan**. Phys. Part. Nucl., **33**(7), 202 (2002).
5. **L.G.Mardoyan, A.N.Sissakian, V.M.Ter-Antonyan**. Phys. Atom. Nucl., **61**, 1859 (1998).
6. **L.G.Mardoyan, A.N.Sissakian, V.M.Ter-Antonyan**. Mod. Phys. Lett., **A14**, 1303 (1999).
7. **L.G.Mardoyan**. Phys. Atom. Nucl., **65**, 1063 (2002).
8. **Д.А.Варшалович, А.Н.Москалев, В.К.Херсонский**. Квантовая теория углового момента. Л., Наука, 1975.
9. **Л.Д.Ландау, Е.М.Лифшиц**. Квантовая механика. М., Наука, 1974.
10. **C.N. Yang**. J. Math. Phys., **19**, 320 (1978).
11. **V.M.Ter-Antonyan**. Dyon-oscillator duality. quant-ph/0003106.
12. **A.Nersessian, V.Ter-Antonyan, M.Tsulaya**. Mod. Phys. Lett., **A11**, 1605 (1996).
13. **T.Iwai, Y.Uwano**. J. Phys., **A21**, 4083 (1988).
14. **A.Nersessian, V.Ter-Antonyan**. Mod. Phys. Lett., **A9**, 2431 (1994).
15. **A.Nersessian, V.Ter-Antonyan**. Mod. Phys. Lett., **A10**, 2633 (1995).
16. **L.G.Mardoyan, A.N.Sissakian, V.M.Ter-Antonyan**. Int. J. Mod. Phys., **A12**, 237 (1997).

ԿՈՒԼՈՆ-ՕՍՑԻԼՅԱՏՈՐԱՅԻՆ ԴՈՒԱԼՈՒԹՅՈՒՆԸ ԵՎ ՑՐՄԱՆ ԽՆԴԻՐԸ 5-ՉԱՓԱՆԻ ԿՈՒԼՈՆՅԱՆ ԴԱՇՏՈՒՄ

Լ.Գ. ՄԱՐԴՈՅԱՆ

Ցույց է տրված, որ Հուրվիցի ձևափոխությունը ութ չափանի ռեպուլսիվ օսցիլյատորի խնդիրը կապում է հինգ չափանի Կուլոնի խնդրի հետ անընդհատ սպեկտրի դեպքում: Հաշվված են այդ համակարգի հիպերգնդաձև և պարաբոլային բազիսները: Լուծված է 5-չափանի կուլոնյան դաշտում լիցքավորված մասնիկների ցրման քվանտամեխանիկական խնդիրը:

COULOMB-OSCILLATOR DUALITY AND SCATTERING PROBLEM IN THE FIVE-DIMENSIONAL COULOMB FIELD

L.G. MARDOYAN

It is shown that the Hurwitz transformation connects the eight-dimensional repulsive oscillator problem with the five-dimensional Coulomb problem for continuous spectrum. The hyperspherical and parabolic bases for this system are calculated. The quantum-mechanical scattering problem of charged particles in the five-dimensional Coulomb field is solved.

Известия НАН Армении, Физика, т.39, №2, с.107-113 (2004)

УДК 548.0

СРЕДЫ С ОТКРЫТОЙ ПОВЕРХНОСТЬЮ ВОЛНОВЫХ ВЕКТОРОВ КАК ВОЗМОЖНЫЕ ОБЪЕКТЫ ДЛЯ СОЗДАНИЯ ПЛОСКИХ ЛИНЗ

О.С. ЕРИЦЯН

Ереванский государственный университет

(Поступила в редакцию 27 декабря 2002 г.)

Показано, что анизотропные среды, у которых поверхность волновых векторов в отсутствие поглощения не замкнутая, как в традиционной оптике, а открытая (благодаря присутствию отрицательной компоненты у диэлектрического тензора), могут служить для осуществления фокусировки расходящегося пучка света при его преломлении на плоской границе. Рассмотрены также среды с анизотропными тензорами диэлектрической и магнитной проницаемостей, имеющими отрицательные компоненты.

1. Введение

В последнее время уделяется большое внимание проблеме создания искусственных сред с одновременно отрицательными значениями скалярных диэлектрической и магнитной проницаемостей ε и μ. Эти исследования связаны, в частности, с проблемой создания плоских линз, осуществляющих фокусировку расходящегося от точечного источника светового пучка (электромагнитной волны) при его преломлении на плоской границе [1,2]. Требование, чтобы энергия преломленной на границе волны утекала от границы, а не притекала к ней, приводит к тому, что при $\varepsilon<0$, $\mu<0$ в соотношении $n=\pm\sqrt{\varepsilon\mu}$ следует брать отрицательный знак; поэтому такие среды названы средами с отрицательным показателем преломления. Среды с одновременно отрицательными скалярными ε, μ теоретически рассмотрены в [3].

С другой стороны, как показано в [4,5], в одноосных кристаллах, у которых $\varepsilon_{\parallel}$ и $\varepsilon_{\perp}$ имеют разные знаки ($\varepsilon_{\parallel}$, $\varepsilon_{\perp}$ – диэлектрические проницаемости вдоль оптической оси и в перпендикулярных к ней направлениях), а магнитная проницаемость – положительная скалярная величина, имеют место следующие особенности, также дающие возможность создавать плоские линзы.

а) Во-первых, поверхность волновых векторов (ПВВ), являющаяся замкнутой в традиционной классической оптике, превращается в открытую поверхность – гиперболоид; при этом, вне зависимости от того, какое из $\varepsilon_{\parallel}$ и $\varepsilon_{\perp}$ положительно и какое отрицательно, в кристалле имеется область направлений, вдоль которых необыкновенная волна распространяется без затухания, несмотря на присутствие отрицательного $\varepsilon_{\parallel}$ или $\varepsilon_{\perp}$.

б) В случае одноосных кристаллов ПВВ для необыкновенной волны является гиперболоидом, и с приближением направления распространения к его асимптотам фазовая скорость стремится к нулю, так как модуль k_e волнового вектора стремится к бесконечности.

в) Если $\varepsilon_{\parallel} < 0, \varepsilon_{\perp} > 0$, а граница раздела перпендикулярна оптической оси, то вектор Пойнтинга и волновой вектор преломленной необыкновенной волны лежат по разные стороны от нормали к границе, что обусловлено вогнутой формой ПВВ.

Перед тем, как перейти к задаче фокусировки при преломлении на плоской границе сред с такими особенностями, сделаем одно замечание относительно терминологии. Если поглощение имеется, но действительные части $\varepsilon'_{\parallel}$ и $\varepsilon'_{\perp}$ величин $\varepsilon_{\parallel}$ и $\varepsilon_{\perp}$ имеют разные знаки, то хотя ПВВ для однородных волн замыкается, но вогнутая форма ПВВ остается. Поэтому ниже среду будем называть средой с открытой ПВВ и при наличии поглощения, если только $\varepsilon'_{\parallel}$ и $\varepsilon'_{\perp}$ имеют разные знаки.

В настоящей работе, в пунктах 2,3 рассматривается возможность фокусировки на немагнитных диэлектрических анизотропных средах, у которых имеется отрицательная компонента диэлектрического тензора. В пункте 2 проведено геометрическое рассмотрение. Пункт 3 посвящен расчету фокусирующего действия плоской границы. В пункте 4, в отличие от предыдущих, рассматриваются среды с анизотропией диэлектрических и магнитных свойств при наличии отрицательной компоненты у обоих тензоров. Такие среды в определенных направлениях распространения воспроизводят свойство сред с отрицательными ε и μ, заключающееся в антипараллельности волнового вектора и вектора Пойнтинга.

Отметим, что полученные соотношения и, следовательно, все свойства, относящиеся к немагнитным средам с диэлектрической анизотропией, имеют место также для сред с анизотропией магнитной проницаемости при скалярной диэлектрической проницаемости. Это – следствие принципа дуальности, согласно которому сотношения электродинамики остаются справедливыми при замене: $\mathbf{E} \to \mathbf{H}$, $\mathbf{H} \to -\mathbf{E}$, $\hat{\varepsilon} \leftrightarrow \hat{\mu}$.

2. Преломление лучей, падающих из точечного источника А на границу $z = 0$

Геометрическое рассмотрение проведем с помощью рис.1,2.

Пусть из точки А на границу $z = 0$ кристалла с $\varepsilon_{\parallel} < 0$, $\varepsilon_{\perp} > 0$ падает луч с волновым вектором $\mathbf{k}_{\mathrm{i}}$ (рис.1). Волновой вектор преломленной необыкновенной волны (e-волна) должен иметь ту же тангенциальную компоненту k_x, что и падающая. Этому требованию удовлетворяют волновые векторы $\mathbf{k}_{\mathrm{e}}^{(1)}$ и $\mathbf{k}_{\mathrm{e}}^{(2)}$ (рис.2), у которых z-компоненты отличаются знаком:

$$k_{ez} = \pm\sqrt{\left(\frac{\omega^2}{c^2} - \frac{k_x^2}{\varepsilon_{\parallel}}\right)\cdot \varepsilon_{\perp}} \qquad (1)$$

(показанная на рис.2 гипербола – суть сечение ПВВ плоскостью, проходящей через оптическую ось (ось z) кристалла (см. [3,4])). Векторами Пойнтинга будут $\mathbf{S}_e^{(1)}$ и $\mathbf{S}_e^{(2)}$, которые, как обычно, направлены по внешней нормали к ПВВ [6]. Из них реальной преломленной волне соответствует $\mathbf{S}_e^{(1)}$, так как энергия преломленной волны утекает от границы в глубь среды именно в этом случае. Если волновым вектором падающей волны является $\mathbf{k}_i'$ (рис.1), то вектором Пойнтинга преломленной волны будет, соответственно, $\mathbf{S}_e'$ на рис.2. Таким образом, падающие лучи расходятся от точки А, а преломленные лучи направлены в сторону проходящей через точку А нормали к границе; последнее обстоятельство необходимо для фокусировки.

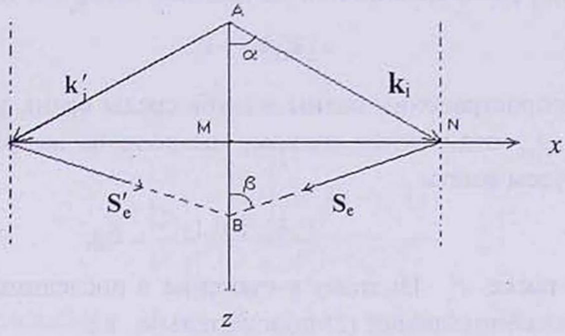

Рис.1.

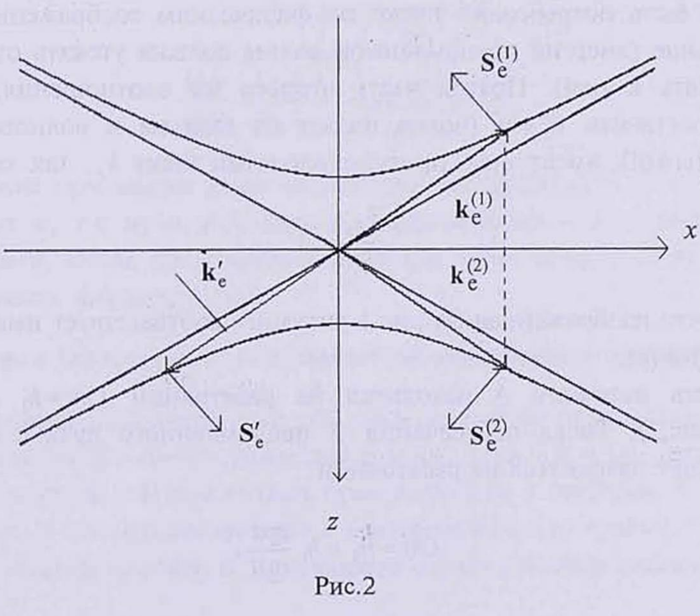

Рис.2

3. Расчет фокусирующего действия границы

Проекции $\overline{S}_{ex}$ и $\overline{S}_{ez}$ усредненного по периоду волны вектора Пойнтинга преломленной необыкновенной волны на оси x и z равны (значок при $\mathbf{S}_e$ опускаем)

$$\overline{S}_{ez} = \frac{\omega}{8\pi|k_{ez}|^2}|E_{ex}|^2 \exp(-2\mathbf{k}''_e\mathbf{r})\left(\varepsilon'_\perp k'_{ez} + \varepsilon''_\perp k''_{ez}\right),$$

$$\overline{S}_{ex} = \frac{\omega}{8\pi|k_{ez}|^2}|E_{ex}|^2 \exp(-2\mathbf{k}''_e\mathbf{r})\left|\frac{\varepsilon_\perp}{\varepsilon_{||}}\right|^2 \left(\varepsilon'_{||} k'_x + \varepsilon''_{||} k''_x\right), \tag{2}$$

где E_{ex} – амплитуда x-компоненты электрического поля преломленной необыкновенной волны.

В равновесной среде энергия волны может только поглощаться. Из этого требования, равносильного соотношению $\operatorname{div}\overline{\mathbf{S}}_e < 0$, получаем

$$\varepsilon'_\perp k'_{ez} k''_{ez} > 0\,. \tag{3}$$

Так как при распространении волны в глубь среды волна затухает, то из двух $\mathbf{k}_e$, у которых k_{ez} отличаются знаком, мы должны выбрать то, у которого $k''_{ez} > 0$. Тогда будем иметь

$$\varepsilon'_\perp k'_{ez} > 0\,. \tag{4}$$

Положительно также $\varepsilon''_\perp$. Поэтому выражение в последних скобках в правой части первого из соотношений (2) положительно, т.е.

$$\overline{S}_{ez} > 0\,, \tag{5}$$

что могло быть потребовано также по физическим соображениям, как это сделано выше (энергия преломленной волны должна утекать от границы, а не притекать к ней). Правая часть второго же соотношения, в котором следует подставить $k''_x = 0$ (волна падает из вакуума и волновой вектор – действительный), имеет знак, противоположный знаку k_x, так как $\varepsilon'_{||} < 0$:

$$\frac{\overline{S}_{2x}}{k_x} < 0\,. \tag{6}$$

Отметим, что изображенная на рис.1 ситуация соответствует именно соотношениям (5) и (6).

Пусть источник A находится на расстоянии $\mathrm{OA} = h_1$ от границы раздела (рис.3). Точка пересечения B преломленного луча с нормалью к границе будет находиться на расстоянии

$$\mathrm{OB} = h_2 = h_1 \frac{\operatorname{tg}\alpha}{\operatorname{tg}\beta}\,. \tag{7}$$

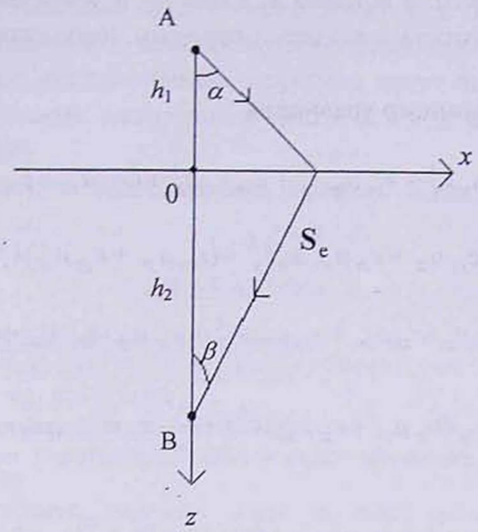

Рис.3.

С помощью (2) получаем

$$\mathrm{tg}\beta = \left|\frac{S_{ez}}{S_{ex}}\right| = \frac{\left|\dfrac{\varepsilon_{\perp}}{\varepsilon_{\parallel}}\right|^2 \left(\varepsilon'_{\parallel} k'_x + \varepsilon''_{\parallel} k''_x\right)}{k'_{ez}\varepsilon'_{\perp} + k''_{ez}\varepsilon''_{\perp}} . \tag{8}$$

Будем считать отношения $\varepsilon''_{\parallel} / \varepsilon'_{\parallel}$ и $\varepsilon''_{\perp} / \varepsilon'_{\perp}$ малыми. Пренебрегая величинами, пропорциональными этим отношениям, и имея в виду, что $k''_x = 0$, получаем:

$$\frac{\mathrm{tg}\alpha}{\mathrm{tg}\beta} = \left|\frac{\varepsilon_{\parallel}}{\varepsilon_{\perp}}\right| \frac{\sqrt{\varepsilon_{\perp}\left(1 + \dfrac{\sin^2\alpha}{|\varepsilon_{\parallel}|}\right)}}{\sqrt{1 - \sin^2\alpha}} . \tag{9}$$

Это выражение при малых углах постоянно. Следовательно, согласно (7), h_2 не зависит от α, т.е. лучи, исходящие из одной точки А над кристаллом под малыми углами, после преломления проходят через одну и ту же точку (В), т.е. преломляясь, фокусируются.

4. Среды с диэлектрической и магнитной анизотропией одновременно

Если среда изотропна и ее обе проницаемости отрицательны, то, как известно, имеет место антипараллельность векторов **k** и **S** [3]. Это следует из того, что векторы **E** и **H** составляют правую тройку с вектором **S**, в то время как при $\varepsilon < 0$, $\mu < 0$ они составляют с вектором **k** левую тройку. Можно убедиться, что этим свойством, в зависимости от направления распространения, обладают также среды, в которых условие $\varepsilon < 0$, $\mu < 0$ выполняется не во всех направлениях. Ограничимся здесь примером, отражающим сущность этого свойства.

Из дисперсионного уравнения

$$\frac{\omega^2}{c^2}\{\varepsilon_{zz}\mu_{zz}k_z^4 + \varepsilon_{yy}\mu_{yy}k_y^4 + \varepsilon_{xx}\mu_{xx}k_x^4 + (\varepsilon_{xx}\mu_{zz} + \varepsilon_{zz}\mu_{xx})k_x^2k_z^2 +$$

$$+ (\varepsilon_{yy}\mu_{zz} + \varepsilon_{zz}\mu_{yy})k_y^2k_z^2 + (\varepsilon_{xx}\mu_{yy} + \varepsilon_{yy}\mu_{xx})k_x^2k_y^2\} -$$

$$-\frac{\omega^4}{c^4}\{\varepsilon_{zz}\mu_{zz}(\varepsilon_{xx}\mu_{yy} + \varepsilon_{yy}\mu_{xx})k_z^2 + \varepsilon_{yy}\mu_{yy}(\varepsilon_{xx}\mu_{zz} + \varepsilon_{zz}\mu_{xx})k_y^2 +$$

$$+ \varepsilon_{xx}\mu_{xx}(\varepsilon_{yy}\mu_{zz} + \varepsilon_{zz}\mu_{yy})k_x^2\} + \frac{\omega^6}{c^6}\varepsilon_{xx}\varepsilon_{yy}\varepsilon_{zz}\mu_{xx}\mu_{yy}\mu_{zz} = 0$$

при распространении вдоль оси z получаем $k_z^2 = \dfrac{\omega^2}{c^2}\varepsilon_{yy}\mu_{xx}$, $k_z^2 = \dfrac{\omega^2}{c^2}\varepsilon_{xx}\mu_{yy}$.

Пусть $\varepsilon_{xx}<0$, $\mu_{yy}<0$ или $\varepsilon_{xx}>0$, $\mu_{yy}<0$, а остальные компоненты произвольны. Тогда для волны, у которой **E** направлено вдоль оси x, а **H** – вдоль оси y, получаем ($\varepsilon_{xx}=-|\varepsilon_{xx}|$, $\mu_{yy}= -|\mu_{yy}|$):

$$H_y = -\frac{\omega}{ck_z}|\varepsilon_{xx}|E_x, \quad E_x = -\frac{\omega}{ck_z}|\mu_{yy}|H_y, \tag{10}$$

т.е. направления векторов **E** и **H** составляют левую тройку с направлением волнового вектора. Между тем вектор Пойнтинга, безотносительно к знакам ε_{ij} и μ_{ij}, составляет с **E** и **H** правую тройку. Следовательно, **k** и **S** антипараллельны.

5. Обсуждение

Решение проблемы фокусировки при преломлении на плоской границе, как отмечено выше, связывается со средами с отрицательными значениями скалярных диэлектрической и магнитной проницаемостей. Ведутся исследования по созданию искусственных сред с $\varepsilon < 0$, $\mu < 0$ одновременно, так как таких сред, по-видимому, в природе нет.

Кристаллы с $\varepsilon'_{\parallel}\varepsilon'_{\perp} < 0$, на которых также может быть осуществлена фокусировка при преломлении на плоской границе, в природе имеются. Так, в [7] рассчитаны $\varepsilon_{\parallel}$ и $\varepsilon_{\perp}$ для кристаллов MgF_2 и TiO_2. У обоих кристаллов имеются интервалы частот, в которых $\varepsilon'_{\parallel}$ и $\varepsilon'_{\perp}$ имеют противоположные знаки. Однако мнимые части у $\varepsilon_{\parallel}$ и $\varepsilon_{\perp}$ велики, что затрудняет возможность использования этих кристаллов. Во всяком случае, не исключена возможность найти или синтезировать кристаллы с $\varepsilon'_{\parallel}\varepsilon'_{\perp} < 0$ и слабым поглощением в сколь угодно малом частотном интервале. Что касается создания искусственных анизотропных сред с $\varepsilon_{\parallel}\varepsilon_{\perp} < 0$, то это, на наш взгляд, на фоне созданных уже искусственных сред с отрицательным ε (и $\mu>0$) проще, чем создание сред со скалярными, одновременно отрицательными ε и μ. Дело в том, что анизотропные искусственные структуры могут быть сконструированы на основании обычных изотропных сред с $\varepsilon > 0$ и искусственных изотропных сред с $\varepsilon < 0$ [8].

Выражаю глубокую благодарность проф. Р.Б.Костаняну за ценные обсуждения результатов.

ЛИТЕРАТУРА

1. **D. Smith** et al. Phys. Rev. Lett., **84**, 4184 (2000).
2. **J. Pendry** et al. Phys. Rev. Lett., **76**, 1773 (1996).
3. **В.Г. Веселаго**. УФН, **92**, 517 (1967).
4. **О.С. Ерицян**. Кристаллография, **23**, 461 (1978).
5. **О.С. Ерицян**. Оптика гиротропных сред и холестерических жидких кристаллов. Ереван, Айастан, 1988.
6. **Л.Д. Ландау, Е.М. Лифшиц**. Электродинамика сплошных сред. М., ГИТТЛ, 1957.
7. **В.В. Брыксин** и др. ФТТ, **15**, 1118 (1973).
8. **М.Борн, Э.Вольф**. Основы оптики. М., Наука, 1970.

ԲԱՑ ԱԼԻՔԱՅԻՆ ՎԵԿՏՈՐՆԵՐԻ ՄԱԿԵՐԵՎՈՒՅԹՈՎ ՄԻՋԱՎԱՅՐԵՐԸ ՈՐՊԵՍ ՀԱՐԹ ՈՍՊՆՅԱԿՆԵՐԻ ՍՏԵՂԾՄԱՆ ՀՆԱՐԱՎՈՐ ՕԲՅԵԿՏՆԵՐ

Հ.Ս. ԵՐԻՑՅԱՆ

Ցույց է տրված, որ բաց ալիքային վեկտորների մակերևույթով միջավայրերը կարող են ծառայել էլեկտրամագնիսական ալիքի կետային աղբյուրից տարամիտող փունջը ֆոկուսացնելու համար, երբ այդ փունջը բեկվում է նշված միջավայրերի հարթ սահմանին: Քննարկված է ինչպես ոչ մագնիսական, այնպես էլ մագնիսական անիզոտրոպ միջավայրերի դեպքը:

MEDIA WITH OPEN SURFACES OF WAVE VECTORS AS POSSIBLE OBJECTS FOR CREATION OF PLATE LENSES

H.S. ERITSYAN

It is shown that media with open surfaces of wave vectors may be used for focusing of diverge rays by refraction at a plane boundary. The cases of non-magnetic and magnetic anisotropic media are considered.

Известия НАН Армении, Физика, т.39, №2, с.114-118 (2004)

УДК 535.14

ОПТИЧЕСКИЙ ПАРАМЕТРИЧЕСКИЙ ОСЦИЛЛЯТОР ПОД ДЕЙСТВИЕМ МОДУЛИРОВАННОГО ПОЛЯ

А.О. АДАМЯН

Ереванский государственный университет

(Поступила в редакцию 16 декабря 2003 г.)

Рассмотрена схема невырожденного параметрического осциллятора, основанного на процессе расщепления фотона в резонаторе под действием модулированного по амплитуде поля накачки. Показано, что порог генерации мод выражается через усредненную по периоду модуляции амплитуду поля накачки. Найдены аналитические выражения для средних чисел фотонов двух мод генерации.

1. Оптический параметрический осциллятор (ОПО), основанный на процессе расщепления фотона в резонаторе под действием когерентного лазерного поля, является хорошо известным источником излучения с рядом примечательных свойств. ОПО предоставляет метод перестройки частоты лазерного излучения, а также является источником неклассических состояний света, в том числе сжатых состояний света и света с суб-пуассоновской статистикой [1,2]. Невырожденный оптический параметрический осциллятор (НОПО), основанный на процессе расщепления фотона с фазовым синхронизмом второго рода, приводит к генерации двух мод с одинаковыми частотами и ортогональными поляризациями. НОПО является источником излучения перепутанных состояний света, которые в последнее время широко используются в области квантовой информации [3]. НОПО обычно реализуется в трехмодовом резонаторе, содержащем нелинейную среду с $\chi^{(2)}$-восприимчивостью под действием непрерывного или импульсного лазерного излучения.

В настоящей работе предлагается новая схема НОПО, в которой как возмущающее поле используется интенсивное, модулированное по амплитуде электромагнитное поле. Рассматривается НОПО в трехмодовом резонаторе, который содержит моду накачки на частоте ω_3 и две моды с одинаковыми частотами $\omega_1 = \omega_2 = \omega_3/2$ и с взаимно-ортогональными поляризациями. Мода ω_3 возбуждается внешним полем с напряженностью

$$E_{ext} = f(t)\cos(\omega_L t), \tag{1}$$

где $f(t)$ – периодическая по времени, действительная амплитуда следующей формы:

$$f(t) = f_1 + f_2 \cos(\delta t), \tag{2}$$

то есть с периодом $T = 2\pi / \delta$, причем $\delta << \omega_L$. Предполагается, что мода накачки затухает намного быстрее мод генерации, то есть $\gamma_3 >> \gamma_1, \gamma_2$ где γ_i – постоянные затухания мод.

Цель настоящей работы состоит в разработке полуклассической теории такого НОПО, в том числе исследовании режимов и порога генерации и интенсивностей двух мод генерации в условиях амплитудной модуляции поля накачки.

2. Конкретные расчеты выполнены в рамках стандартных методов, предложенных для исследования нелинейно-оптических процессов в различных резонаторах. Один из методов основан на решении стохастических дифференциальных уравнений движения для амплитуд мод в резонаторе [4,5]. Для рассматриваемой модели, в резонансном приближении взаимодействия трех мод, а также без учета квантовых эффектов, уравнения для амплитуд двух мод взаимно-ортогональных поляризаций имеют следующий вид:

$$\dot{\alpha}_1 = \varepsilon(t)\alpha_2^* - \lambda|\alpha_2|^2 \alpha_1 - \gamma\alpha_1 , \tag{3}$$

$$\dot{\alpha}_2 = \varepsilon(t)\alpha_1^* - \lambda|\alpha_1|^2 \alpha_2 - \gamma\alpha_2 , \tag{4}$$

где $\varepsilon(t) = \varepsilon_1 + \varepsilon_2 \cos(\delta t)$, $\varepsilon_{1,2} = k f_{1,2} / \gamma_3$, $\lambda = k^2 / \gamma_3$ и k – постоянная параметрического взаимодействия трех мод, пропорциональная восприимчивости $\chi^{(2)}$. Амплитуда поля накачки в адиабатическом приближении, при $\gamma_3 >> \gamma_1, \gamma_2$, равна $\alpha_3 = \varepsilon - \lambda\alpha_1\alpha_2$. Для простоты рассмотрен случай нулевых расстроек резонанса от частоты поля накачки ($\omega_3 = \omega_L$) и равных постоянных затухания мод ($\gamma_1 = \gamma_2 = \gamma$). В случае $f_2 = 0$ модуляция отсутствует, то есть $\varepsilon(t) = \varepsilon_1$ и уравнения (3), (4) совпадают с хорошо известными уравнениями для НОПО в случае когерентного поля.

3. Вначале рассмотрим режим генерации ниже порога, когда система имеет нулевое решение, $\alpha_1 = \alpha_2 = 0$. Для исследования устойчивости нулевого решения следует учесть динамику малых поправок к этому решению $\delta\alpha_1$, $\delta\alpha_2$ на основе линеаризованных по этим поправкам уравнений (3), (4). Эти уравнения записываются в следующем виде:

$$\delta\dot{\alpha}_1 = \varepsilon(t)\delta\alpha_2^* - \gamma\delta\alpha_1, \tag{5}$$

$$\delta\dot{\alpha}_2 = \varepsilon(t)\delta\alpha_1^* - \gamma\delta\alpha_2. \tag{6}$$

Легко заметить, что после замены переменных $\delta\alpha_\pm = \frac{1}{\sqrt{2}}(\delta\alpha_1 \pm \delta\alpha_2)$ и разделения реальной и мнимой частей новых переменных $\delta\alpha_\pm = X_\pm + iY_\pm$ уравнения разделяются. В итоге получаем следующие независимые линейные уравнения, описывающие динамику малых поправок:

$$\dot{X}_{\pm} = (\pm\varepsilon(t) - \gamma)X_{\pm}, \qquad (7)$$

$$\dot{Y}_{\pm} = (\mp\varepsilon(t) - \gamma)Y_{\pm}. \qquad (8)$$

Необходимо отметить, что полученные уравнения для малых поправок имеют одинаковую структуру. Общие решения для них можно представить в следующей форме, описывающей временную эволюцию начальных значений $X_{\pm}(t_0)$, $Y_{\pm}(t_0)$:

$$X_{\pm}(t) = \exp(\pm\int_{t_0}^{t}\varepsilon(t')dt' - \gamma(t - t_0))X_{\pm}(t_0), \qquad (9)$$

$$Y_{\pm}(t) = \exp(\mp\int_{t_0}^{t}\varepsilon(t')dt' - \gamma(t - t_0))Y_{\pm}(t_0). \qquad (10)$$

Заметим, что решения (9), (10) получены в общем виде, независимо от формы амплитуды поля накачки $\varepsilon(t)$. Для выбранной формы $\varepsilon(t) = \varepsilon_1 + \varepsilon_2\cos(\delta\, t)$, получаем

$$\int_{t_0}^{t}\varepsilon(t')dt' = \bar{\varepsilon}(t - t_0) + E(t) - E(t_0), \qquad (11)$$

где $\bar{\varepsilon} = \varepsilon_1$ – среднее по периоду значение, а $E(t) = \frac{\varepsilon_2}{\delta}\sin(\delta\, t)$ – периодическая функция. Для устойчивости нулевого решения $\alpha_1 = \alpha_2 = 0$ необходимо, чтобы малые поправки $X_{\pm}, Y_{\pm}$ затухали при $t \to \infty$.. Отсюда непосредственно находится порог генерации, а именно: экспоненты в выражениях (9), (10) стремятся к нулю при $\varepsilon_1 < \gamma$. Таким образом, порог генерации определяется через среднее значение $\bar{\varepsilon}$ и равен $\bar{\varepsilon} = \gamma$.

4. Рассмотрение режима выше порога генерации $\varepsilon_1 > \gamma$ удобно проводить на языке среднего числа фотонов n_k и фаз φ_k ($\alpha_k = \sqrt{n_k}\, e^{i\varphi_k}$, $k = 1, 2$). В этом представлении уравнения (3), (4) приобретают следующий вид:

$$\begin{aligned} \dot{n}_1 &= 2\varepsilon(t)(n_1 n_2)^{\frac{1}{2}}\cos(\varphi_1 + \varphi_2) - 2\lambda n_1 n_2 - 2\gamma n_1, \\ \dot{n}_2 &= 2\varepsilon(t)(n_1 n_2)^{\frac{1}{2}}\cos(\varphi_1 + \varphi_2) - 2\lambda n_1 n_2 - 2\gamma n_2, \end{aligned} \qquad (12)$$

$$\begin{aligned} \dot{\varphi}_1 &= -(n_2 / n_1)^{\frac{1}{2}}\varepsilon(t)\sin(\varphi_1 + \varphi_2), \\ \dot{\varphi}_2 &= -(n_1 / n_2)^{\frac{1}{2}}\varepsilon(t)\sin(\varphi_1 + \varphi_2). \end{aligned} \qquad (13)$$

Легко видеть, что в асимптотике больших временных интервалов $t >> \gamma^{-1}$ имеем $n_1(t) = n_2(t) = n(t)$ в силу симметрии системы. Это соотношение существенно упрощает анализ исходных уравнений (12), (13). В итоге получаем:

$$\dot{n}(t) = -2\gamma n(t) + 2n(t)[\varepsilon(t)\cos\varphi_+(t) - \lambda n(t)], \tag{14}$$

$$\dot{\varphi}_+(t) = -2\varepsilon(t)\sin\varphi_+(t), \tag{15}$$

$$\varphi_-(t) = \text{const}, \tag{16}$$

где $\varphi_\pm = \varphi_1 \pm \varphi_2$. Как показывает анализ уравнений (14), (15), устойчивое ненулевое решение для среднего числа фотонов и фаз в режиме выше порога $\bar{\varepsilon} > \gamma$ имеет следующий вид:

$$\begin{gathered} n(t) = \frac{1}{2\lambda Z(t)} \exp\left[\frac{2\varepsilon_2}{\delta}\sin(\delta t)\right](1 - \exp(2(\gamma - \varepsilon_1)T)), \\ Z(t) = \int_0^T \exp[2(\gamma - \varepsilon_1)(T - \tau)] \exp\left[\frac{2\varepsilon_2}{\delta}\sin\delta(t + \tau)\right] d\tau, \end{gathered} \tag{17}$$

$$\varphi_+ = 2\pi m. \tag{18}$$

Напомним, что полученные результаты для n и φ_+ применимы для временных интервалов, превышающих характерные времена переходного режима $t >> \gamma^{-1}$. Чтобы проиллюстрировать временное поведение $n(t)$ также в переходной области, на рис.1 приводится численное решение уравнений (12), (13) для случая, когда начальные значения чисел фотонов равны: $n_1(0) = n_2(0)$. В этом случае $n_1(t) = n_2(t) = n(t)$ для всех временных интервалов.

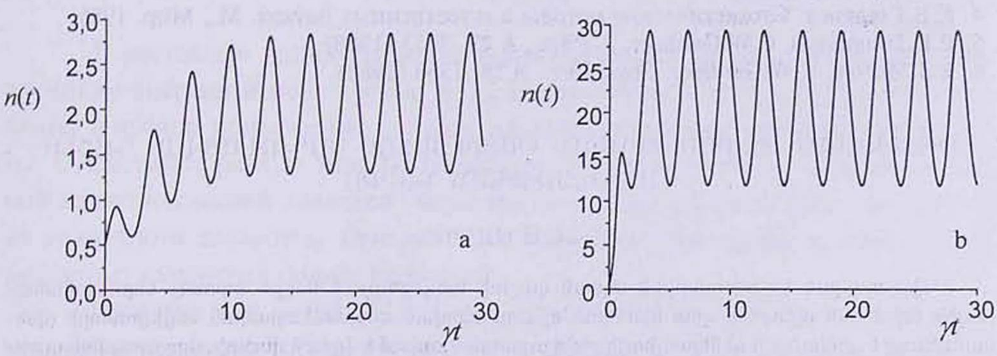

Рис.1. Временная зависимость среднего числа фотонов от параметра γt для следующих значений параметров: $\delta / \gamma = 2$, $\lambda / \gamma = 0.1$; (a) $\varepsilon_1 / \gamma = 1.2$, $\varepsilon_2 / \gamma = 0.4$, (b) $\varepsilon_1 / \gamma = 3$, $\varepsilon_2 / \gamma = 1$.

5. Перейдем к исследованию полученного выражения для среднего числа фотонов в модах. Легко проверить, что $n(t)$ является периодическим по t и при $\varepsilon_2 = 0$ переходит в известное стационарное решение для стандартного НОПО с нулевыми расстройками частот мод от частот резонатора $n = (\varepsilon_1 - \gamma) / \lambda$, для режима выше порога генерации $\varepsilon_1 > \gamma$. Интересно также рассмотреть поведение числа фотонов в области вблизи порога генерации, для параметров $\varepsilon_1 - \gamma << \delta$. В этой области асимптотическое выражение для временной зависимости числа фотонов принимает следующий вид:

$$n(t) = \frac{(\varepsilon_1 - \gamma)}{\lambda \overline{Z}} \exp\left[\frac{2\varepsilon_2}{\delta} \sin(\delta\, t)\right], \tag{19}$$

где $\overline{Z} = \frac{1}{T} \int_0^T \exp\left[\frac{2\varepsilon_2}{\delta} \sin \delta\tau\right] d\tau$. Как видно, среднее число фотонов обращается в нуль на пороге генерации и проявляет периодическую временную зависимость при $\varepsilon_1 > \gamma$. Амплитуда колебаний растет линейно с ростом ε_1 вблизи порога.

Таким образом, в работе продемонстрировано, что задача НОПО под действием периодически модулированного поля накачки может быть решена аналитически для случая нулевых расстроек резонанса и равных постоянных затухания мод.

Работа поддержана грантами МНТЦ А-823 и NFSAT PH 098-02 / CRDF 12052. Автор выражает благодарность Г.Ю.Крючкяну за полезные обсуждения.

ЛИТЕРАТУРА

1. J. Opt. Soc. Am., **B 4** (1987).
2. **M.C.Teich, B.E.Salen**, Prog. Opt., **26**, 3 (1988).
3. Quantum Information Theory with Continuous Variables. S. L. Braunstein and A.K.Pati, eds. Kluwer, Dordrecht, 2003.
4. **К.В.Гардинер**. Стохастические методы в естественных науках. М., Мир, 1986.
5. **P.D.Drummond, C.W.Gardiner**. J. Phys., **A 13**, 2353 (1980).
6. **K.J.McNeil, C.W.Gardiner**. Phys. Rev., **A28**, 1560 (1983).

ՕՊՏԻԿԱԿԱՆ ՊԱՐԱՄԵՏՐԱԿԱՆ ՕՍՑԻԼՅԱՏՈՐ ՄՈԴՈՒԼԱՑՎԱԾ ԴԱՇՏԻ ԱԶԴԵՑՈՒԹՅԱՆ ՆԵՐՔՈ

Հ.Հ. ԱԴԱՄՅԱՆ

Դիտարկված է մոդուլացված մղման դաշտի ազդեցության ներքո ֆոտոնի ներռեզոնատորային տրոհման պրոցեսի վրա հիմնված ոչ-այլասերված պարամետրական օսցիլյատորի սխեման: Ցույց է տրված, որ գեներացիայի շեմը արտահայտվում է մղման դաշտի, մոդուլացման պարբերությունով միջինացված, ամպլիտուդով: Ստացված են անալիտիկ արտահայտություններ գեներացման մոդերի միջին ֆոտոնների թվերի համար:

OPTICAL PARAMETRIC OSCILLATOR DRIVEN BY MODULATED FIELD

H.H. ADAMYAN

The scheme of a non-degenerate parametric oscillator based on the process of the photon down conversion in the cavity driven by the modulated pump field is considered. It is shown that the threshold of the generation depends on the mean over the period of modulation amplitude of the pump field. Analytic expressions for the mean photon numbers of two generation modes are obtained.

Известия НАН Армении, Физика, т.39, №2, с.119-123 (2004)

УДК 621.3

О ВОЗМОЖНОСТИ ПРИМЕНЕНИЯ ДИЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЗЕРКАЛ В СОЛНЕЧНЫХ ЭЛЕМЕНТАХ В КАЧЕСТВЕ АНТИОТРАЖАЮЩИХ ПОКРЫТИЙ

Х.С. МАРТИРОСЯН

Ереванский государственный университет

(Поступила в редакцию 24 декабря 2003 г.)

Исследована возможность применения диэлектрических зеркал в кремниевых солнечных элементах в качестве антиотражающих покрытий, проведены расчеты спектров отражения этих структур. Результаты расчетов для случая диэлектрического зеркала показывают, что по сравнению со стандартными антиотражающими покрытиями удается не только сохранить малое отражение в видимой и ИК-областях спектра, но и расширить спектр в коротковолновую область (до 400 нм), что делает применение этой конструкции перспективным.

1. Введение

В настоящее время большое внимание уделяется альтернативным источникам энергии и повышению КПД использования этих источников. Особенно широкое применение сегодня нашли кремниевые солнечные элементы. Существуют разные методы повышения КПД солнечных элементов. Одной из возможностей является уменьшение отражения солнечного излучения от солнечного элемента, которое можно реализовать путем использования различных антиотражающих покрытий.

Известно (см. рис.1 [1,2,3]), что структуры с известными антиотражающими покрытиями обладают малым коэффициентом отражения только в видимой и инфракрасной (ИК) областях спектра, чему соответствует 47% солнечной постоянной. Следовательно, возникает необходимость поиска таких конструкций, которые характеризуются малым отражением и в коротковолновой области, что приведет к увеличению доли поглощаемой солнечным элементом энергии.

В настоящей работе исследована возможность применения диэлектрических зеркал в качестве антиотражающего покрытия, рассчитан спектр отражения этой структуры и сравнен со спектром отражения известных антиотражающих покрытий, которые в настоящее время применяются в кремниевых солнечных элементах.

Рис.1. Экспериментальные и расчетные кривые спектров отражения антиотражающих покрытий MgF_2/ZnS (1) и SiO_2/TiO_2 (2).

2. Постановка задачи и метод расчета

Нами рассмотрена возможность применения в кремниевых солнечных элементах в качестве антиотражающего покрытия так называемых диэлектрических зеркал. Диэлектрические зеркала – это конструкции из нескольких пленок, имеющих одинаковую оптическую толщину ($n \cdot d$, где n – коэффициент преломления пленки и d – толщина пленки), но различные коэффициенты преломления, при этом между двумя пленками с большим коэффициентом преломления размещают пленку с малым коэффициентом преломления. Нами проведены теоретические расчеты с помощью метода приближения оптических матриц, который вкратце представлен ниже.

В работах В.М.Арутюняна и др. [1,2] использован этот метод [4], с помощью которого были рассчитаны спектры отражения антиотражающих покрытий MgF_2/ZnS и SiO_2/TiO_2, пористого кремния и др. Метод позволяет рассчитать на ЭВМ такие спектры за очень короткое машинное время с использованием стандартного пакета программы "Mathematica 4.1". Результаты вычисления сравнены с данными, полученными на эксперименте [3,5].

Изложим ниже суть метода [1,2,4]. Рассматриваем взаимодействие плоской волны с тонкими пленками и записываем уравнения Максвелла внутри каждой пленки. Рассматривая случай нормального падения линейно-поляризованной волны, переписав граничные условия в матричной форме и после соответствующих математических преобразований рассматривая каждую пленку по отдельности, получим выражение электрического поля для системы, состоящей из одной пленки. Следуя этим рассуждениям, можно получить уравнение электрического поля для N пленок:

$$\begin{pmatrix} E_+ \\ E_- \end{pmatrix}_{final} = (\hat{S}_a)\hat{B}_N \hat{B}_{N-1} \hat{B}_{N-2} \cdots \hat{B}_1 \hat{S}_a \begin{pmatrix} E_+ \\ E_- \end{pmatrix}_{initial} \quad (1)$$

с матрицами

$$\hat{B}_j = \hat{S}_j \hat{\Phi}_j (\hat{S}) = \begin{pmatrix} \cos\varphi_j & i\dfrac{\sin\varphi_j}{n_j} \\ in_j \sin\varphi_j & \cos\varphi_j \end{pmatrix}, \qquad \varphi_j = n_j \frac{\omega}{c} d_j \quad (2)$$

где j – номер пленки, n_j – коэффициент преломления, $\hat{S}_j$ – поверхностная матрица и $\hat{\Phi}_j$ – диагональная фазовая матрица j-ой пленки, соответственно.

Следовательно, коэффициенты отражения R и пропускания T определяются следующими выражениями:

$$R = \left| \frac{(E_-)_i}{(E_+)_i} \right|^2 = |r|^2; \qquad T = \left| \frac{(E_+)_f}{(E_+)_i} \right|^2 = |r|^2. \quad (3)$$

3. Обсуждение результатов

Расчеты были проведены для нескольких значений, из которых ниже выбраны два. В первом случае параметры пленок были следующими: коэффициенты преломления n_1=1.38; n_2=2.3; n_3=1.38; n_4=2.3; толщины слоев d_1=10нм; d_2=40нм; d_3=98нм; d_4=10нм. Во втором случае n_1=1.41; n_2=2.24; n_3=1.41; n_4 =2.24; d_1=10нм; d_2=44нм; d_3=98нм; d_4=10нм. Для этих значений расчетные кривые спектра отражения показаны на рис.2 и 3. Как показывают результаты расчетов, по сравнению с покрытиями MgF_2/ZnS и SiO_2/TiO_2, удается не только сохранить малое отражение в видимой и ИК-областях, но и уменьшить его в коротковолновой области (до 400 нм). Вместо быстрого монотонного роста

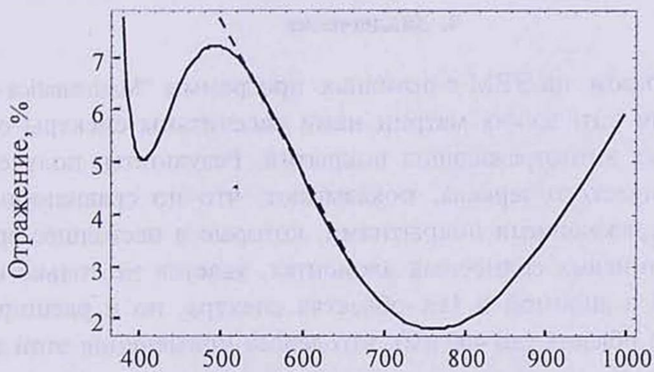

Рис.2. Спектр отражения диэлектрического зеркала при следующих параметрах слоев: n_1=1.38; n_2=2.3; n_3=1.38; n_4=2.3; d_1=10нм; d_2=40нм; d_3=98нм; d_4=10нм. Штриховая линия показывает прямой ход кривой при отсутствии минимума.

коэффициента отражения, при длинах волн ниже 500 нм имеет место минимум отражения в ультрафиолетовой области спектра (при λ=400 нм), что по существу расширяет спектр поглощения солнечного излучения кремниевых солнечных элементов с антиотражающими покрытиями типа диэлектрических зеркал.

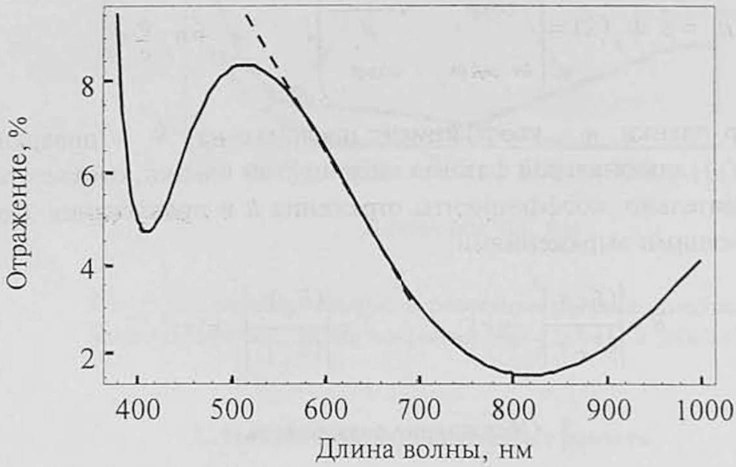

Рис.3. Спектр отражения диэлектрического зеркала при следующих параметрах слоев: n_1=1.41; n_2=2.24; n_3=1.41; n_4=2.24; d_1=10нм; d_2=44нм; d_3=98нм; d_4=10нм. Штриховая линия показывает прямой ход кривой при отсутствии минимума.

Заметим, что области поглощения 400–1000 нм соответствует уже 60.7% солнечной постоянной. Отметим также, что в интервале длин волн 390–1000 нм отражение R от поверхности монокристаллического кремния без антиотражающего покрытия составляет 35% и выше. Легко убедиться из рис.2 и 3, что величина R в нашем случае значительно меньше.

4. Заключение

Таким образом, на ЭВМ с помощью программы "Mathematica 4.1" методом приближения оптических матриц нами рассчитаны спектры отражения для многослойных антиотражающих покрытий. Результаты, полученные для случая диэлектрического зеркала, показывают, что по сравнению со стандартными антиотражающими покрытиями, которые в настоящее время применяются в кремниевых солнечных элементах, удается не только сохранить малое отражение в видимой и ИК-областях спектра, но и расширить его в коротковолновую область (до 400 нм), что делает применение этой конструкции перспективным.

Автор выражает благодарность акад. В.М.Арутюняну за постановку задачи и обсуждение результатов. Работа выполнена в рамках гранта А-322 МНТЦ.

ЛИТЕРАТУРА

1. **V.M.Aroutiounian, K.R.Maroutyan, A.L.Zatikyan, K.J.Touryan.** Thin Solid Films, **403-404**, 517 (2002).
2. **V.M.Aroutiounian, K.R.Maroutyan, A.L.Zatikyan, C.Levy-Clement, K.J.Touryan.** Proc. SPIE on Solar and Switching Materials, **4458**, 61 (2001).
3. **D.Bouhafs, A.Moussi, A.Chikouche, J.M.Ruiz.** Solar Energy Materials and Solar Cells, 52, 79 (1998).
4. **D.A.Romanov, N.Victoria, A.V.Kalameitsev.** Mat. Res. Soc. Symp. Proc., **426**, 587 (1996).
5. **Z.N.Adamyan, A.P.Hakopyan, V.M.Aroutiounian, R.S.Barseghian, K.J.Touryan.** Solar Energy Materials and Solar Cells, **64**, 347 (2000).

ԱՐԵԳԱԿՆԱՅԻՆ ՄԱՐՏԿՈՑՆԵՐՈՒՄ ՈՐՊԵՍ ՀԱԿԱԱՆԴՐԱԴԱՐՁԻՉ ՇԵՐՏԵՐ ԴԻԷԼԵԿՏՐԱԿԱՆ ՀԱՅԵԼԻՆԵՐԻ ԿԻՐԱՌՈՒԹՅԱՆ ՀՆԱՐԱՎՈՐՈՒԹՅՈՒՆԸ

Խ.Ս. ՄԱՐՏԻՐՈՍՅԱՆ

Դիտարկված է արեգակնային մարտկոցներում որպես հակաանդրադարձիչ շերտեր դիէլեկտրական հայելիների կիրառության հնարավորությունը: Այդ կառուցվածքի համար կատարված են անդրադարձման սպեկտրի հաշվարկներ, որոնք ցույց են տալիս, որ ի համեմատ արեգակնային մարտկոցներում ներկայումս կիրառվող հակաանդրադարձիչ շերտերի, հնարավոր է ոչ միայն պահպանել փոքր անդրադարձմամբ տիրույթը սպեկտրի տեսանելի և ինֆրակարմիր տիրույթներում, այլ նաև լայնացնել այն դեպի կարճալիքային տիրույթ:

POSSIBILITY OF APPLICATION OF DIELECTRIC MIRRORS IN SOLAR CELLS AS ANTIREFLECTION COATINGS

KH.S. MARTIROSYAN

We considered the possibility of application of dielectric mirrors in silicon solar cells as antireflection coatings and carried out calculations of the reflection spectrum of these structures. The results of calculations show that in comparison with standard coatings, it is possible not only to preserve the small reflection in the visible and infrared regions of the spectrum, but also enlarge it to the short-wave region (up to 400 nm).

Известия НАН Армении, Физика, т.39, №2, с.124-130 (2004)

УДК 548.732

ЗАВИСИМОСТЬ УГЛОВОЙ АПЕРТУРЫ ПОЛНОСТЬЮ ПЕРЕБРАСЫВАЕМОГО РЕНТГЕНОВСКОГО ИЗЛУЧЕНИЯ ОТ ТОЛЩИНЫ МОНОКРИСТАЛЛА ПРИ НАЛИЧИИ ТЕМПЕРАТУРНОГО ГРАДИЕНТА

С.Н. НОРЕЯН, В.К. МИРЗОЯН, В.Р. КОЧАРЯН

Институт прикладных проблем физики НАН Армении

(Поступила в редакцию 18 декабря 2002 г.)

Исследована двухволновая дифракция монохроматического рентгеновского излучения от отражающих атомных плоскостей $(10\bar{1}1)$ монокристалла кварца при наличии температурного градиента (в режиме полной переброски). Показано, что угловая ширина проходящего рентгеновского излучения, которое полностью перебрасывается в направление отражения, зависит от толщины данного монокристалла и может стать намного больше ширины столика Дарвина данного семейства отражающих атомных плоскостей.

Известно, что наличие внешних воздействий (температурный градиент, акустические колебания) приводит к увеличению интенсивности отраженного рентгеновского излучения в процессе рассеяния рентгеновских лучей в монокристаллах, находящихся в условии Брэгга по геометрии Лауэ, и при определенных параметрах внешних воздействий для отражающих атомных плоскостей $(10\bar{1}1)$ кварца происходит полная переброска рентгеновского излучения из направления прохождения в направление дифракции [1]. Поскольку зависимость интенсивности отраженного рентгеновского излучения от параметров внешнего воздействия дала возможность получить управляемые рентгеновские пучки во времени и в пространстве, в дальнейшем были проведены многочисленные работы для исследования разных характеристик (угловая расходимость, пространственное распределение, энергетическая дисперсия) отраженного рентгеновского излучения [2-4]. С целью изучения угловых характеристик отраженного пучка при наличии температурного градиента в работах [5,6] исследовалось поведение этих пучков вне кристалла и было показано, что отраженный пучок вне кристалла фокусируется. Синусоидальная модуляция кристаллической решетки коротковолновой поверхностной акустической волной приводит к появлению на кривой качания дифракционных сателлитов, угловое положение и интенсивность которых зависят от амплитуды и длины волны ультразвуковой сверхрешетки, а также от энергии падающего рентгеновского излучения и порядка рефлекса [7].

В работе [3] экспериментально исследован ход потока волновой энергии внутри кристалла в зависимости от величины и направления температурного градиента при условии полной переброски (μt~1, где t – толщина кристалла, μ – линейный коэффициент поглощения для данной энергии, $\Delta T/\Delta X$= 160 град·см$^{-1}$) и вблизи этого условия. Показано, что при полной переброске сильно меняется как траектория, так и плотность потока волновой энергии в объеме кристалла, и все восемь пучков, соответствующих ветвям дисперсионной поверхности как для σ-, так и для π-поляризации, протекают по одной локальной области.

Однако в указанных работах [1-6] не рассматривался вопрос угловых ширин падающего рентгеновского излучения, участвующих в дифракции при режиме полной переброски.

В работе [4] показано, что переброска интенсивности только от определенной части падающего монохроматического рентгеновского пучка объясняется тем, что для одних и тех же атомных плоскостей угловая ширина брэгговского отражения в 2-3 раза больше соответствующей ширины лауэвского отражения, а юстировка лауэвского отражения соответствует данной угловой области падающего пучка.

Целью настоящей работы было экспериментальное исследование угловой ширины перебрасываемого монохроматического рентгеновского излучения в зависимости от толщины исследуемого монокристалла. Работа выполнялась по трехкристальной схеме (рис.1.). Рабочим пучком рентгеновского излучения служило монохроматизированное по Брэггу MoK_{α_1} излучение от отражающих атомных плоскостей $(10\bar{1}1)$ монокристалла кварца.

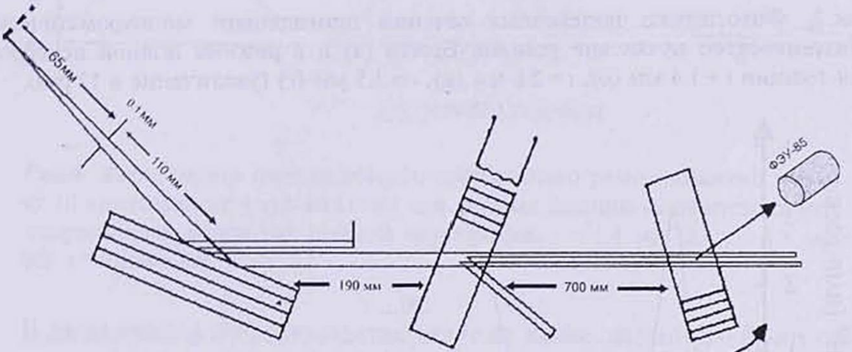

Рис.1. Схема эксперимента (I – кристалл-монохроматор, II – исследуемый образец, III – кристалл-анализатор, детектор ФЭУ-85).

Для исследования угловой ширины перебрасываемого рентгеновского излучения на расстоянии 70 см от исследуемого образца были сделаны фотоснимки фронта поперечного сечения проходящего пучка и параллельно с этим с помощью кристалла-анализатора были сняты зависисимости интенсивности отраженного пучка от III кристалла-анализатора при его качании (т.е. распределения интенсивности в проходящем пучке). В качестве исследуемых образцов использовались монокристаллы кварца X-среза с атомными плоскостями $(10\bar{1}1)$, $(10\bar{1}0)$, $(20\bar{2}3)$ и KDP (200) с разными толщинами и получены аналогичые результаты с атомными плоскостями $(10\bar{1}1)$.

Эксперименты проводились при температурном градиенте, приложенном перпендикулярно отражающим атомным плоскостям данного образца. На рис.2 представлены фронты поперечного сечения проходящего монохроматического рентгеновского излучения в отсутствие условия Брэгга (а) и в режиме полной переброски для исследуемых образцов (б,в,г) с разными толщинами. Как видно из представленных картин, с увеличением толщины исследуемого монокристалла увеличивается часть поперечного сечения, которая соответствует определенной угловой ширине перебрасываемого рентгеновского излучения.

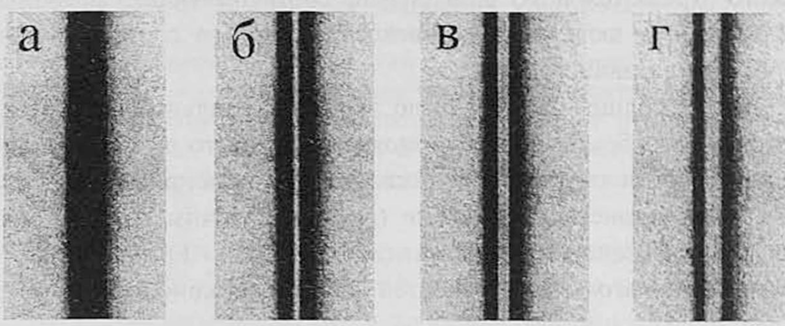

Рис.2. Фотоснимки поперечных сечений проходящего монохроматического рентгеновского пучка вне условия Брэгга (а) и в режиме полной переброски для толщин $t = 1.4$ мм (б), $t = 2.8$ мм (в), $t = 3{,}5$ мм (г) (увеличение в 12 раз).

Рис.3. Зависимость интенсивности отраженного рентгеновского излучения от III кристалла-анализатора при его качании в зависимости от температурного градиента для монокристалла SiO_2 с толщиной $t = 3{,}5$ мм: $\Delta T/\Delta X = 0$ (а), $\Delta T/\Delta X = 15$ град./см (б), $\Delta T/\Delta X = 35$ град./см (в), $\Delta T/\Delta X = 70$ град./см (г).

На рис.3 приведены зависимости интенсивности отраженного рентгеновского излучения от III кристалла-анализатора при его качании в зависимости от величины температурного градиента, приложенного перпендикулярно к отражающим атомным плоскостям II монокристалла кварца с толщиной 3,5 мм. Видно, что с увеличением величины температурного градиента интенсивность проходящего пучка в определенном участке угловых ширин уменьшается, а в режиме полной переброски (рис.3г) интенсивность проходящего пучка в данном участке практически зануляется.

На рис.4 приведены зависимости интенсивности отраженного рентгеновского излучения от плоскости $(10\bar{1}1)$ III кристалла-анализатора при его качании для разных толщин исследуемых монокристаллов в режиме полной переброски. Как видно из приведенных кривых, угловая ширина излучения, которая участвует в дифракции в режиме полной переброски, с увеличением толщины монокристалла увеличивается. Отражение от атомных плоскостей $(10\bar{1}1)$ в геометрии Лауэ от образца кварца толщиной t =3,5 мм практически полностью перебрасывает всю угловую ширину падающего монохроматического излучения, монохроматизированного по Брэггу.

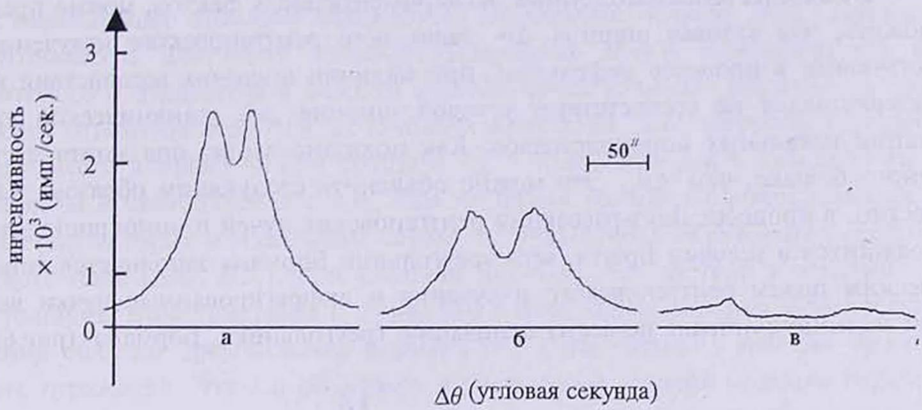

Рис.4. Зависимость интенсивности отраженного рентгеновского пучка от III кристалла при его качании для разных толщин исследуемых монокристаллов в режиме полной переброски; t = 1.4 мм (а), t = 2.8 мм (б), t = 3,5 мм (в).

В дальнейшем с целью подтверждения вышесказанного были проведены также исследования рассеяния монохроматического излучения от клиновидных образцов при наличии температурного градиента, приложенного перпендикулярно отражающим атомным плоскостям. Клиновидные образцы изготовлены таким образом, чтобы направление клина было перпендикулярно плоскости отражения, и толщина образца в данном направлении изменялась от 0,1 мм до 3 мм. Как видно из рис.5, угловая ширина перебрасываемого рентгеновского излучения по длине образца с изменением толщины меняется и в конце клина достигает своего максимального значения.

Рис.5. Поперечное сечение проходящего рентгеновского пучка в режиме полной переброски от клиновидного образца (увеличение в 7 раз).

Исходя из вышеизложенных экспериментальных фактов, можно предположить, что угловая ширина $\Delta\theta$ падающего рентгеновского излучения, участвующая в процессе дифракции, при наличии внешних воздействий на монокристаллах не соответствует угловой ширине $\Delta\theta_0$ динамической дифракции идеальных монокристаллов. Как показано выше, она может стать намного больше, чем $\Delta\theta_0$. Это можно объяснить следующим образом. Как известно, в процессе Лауэ-рассеяния рентгеновских лучей в монокристаллах, находящихся в условии Брэгга, весь треугольник Бормана заполняется динамическим полем рентгеновского излучения и дифрагированные пучки выходят из монокристалла по всему основанию треугольника Бормана (рис.6).

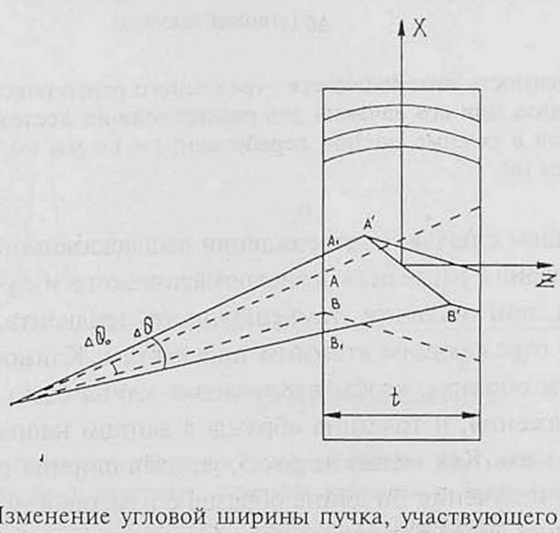

Рис.6. Изменение угловой ширины пучка, участвующего в дифракции рентгеновских лучей в присутствии внешних воздействий.

Однако приложение температурного градиента на монокристалл приводит к ряду изменений в кристаллической решетке: изгибу отражающих атомных плоскостей, изменению межплоскостных расстояний и т.д., т.е. в монокристалле устанавливается деформационное поле, которое в данном случае будет описываться функциями $d(z,x)$ и $\mathbf{n}(z,x)$, где $d(z,x)$ – межплоскостное расстояние, а $\mathbf{n}(z,x)$ – нормали отражающих атомных плоскостей. Эти изменения, в свою очередь, приводят к нарушению условия брэгговского отражения на всей площади треугольника Бормана, и для каждого участка пучка в угловой ширине падающего рентгеновского излучения, в зависимости от $d(z,x)$ и $\mathbf{n}(z,x)$, будет обеспечено условие брэгговского отражения в разных областях монокристалла.

Поскольку при отсутствии внешнего воздействия только угловая ширина $\Delta\theta_0$ участвует в процессе рассеяния рентгеновского излучения и динамическое поле образуется от отрезка АВ входной поверхности монокристалла, то при приложении температурного градиента отражающие атомные плоскости изгибаются и на входной поверхности монокристалла нарушается условие брэгговского отражения. Когда отношение $t/2R$ (R – радиус кривизны отражающих атомных плоскостей) становится больше $\Delta\theta_0$, падающее рентгеновское излучение начинает проникать вглубь монокристалла без брэгговского отражения и каждый участок пучка начинает испытывать брэгговское отражение при разных глубинах кристалла. Динамическое рассеяние имеет место в эффективной толщине $t_{эф} = R\Delta\theta_0$, которая в зависимости от величины R становится меньше, чем истинная толщина t монокристалла. А те пучки, которые в идеальном случае не участвуют в образовании динамического поля (AA_1, BB_1), при наличии внешних воздействий в зависимости от толщины монокристалла и кривизны отражающих атомных плоскостей в разных областях треугольника Бормана будут находиться в условии брэгговского отражения. Этим и объясняется увеличение угловой ширины перебрасываемого рентгеновского излучения в зависимости от толщины исследуемого монокристалла в режиме полной переброски.

Угловая ширина перебрасываемого монохроматического рентгеновского излучения в зависимости от толщины исследуемого образца выражается следующим образом:

$$\Delta\theta = \frac{t}{2L_0}\sin\theta_B ,$$

где L_0 – расстояние между источником рентгеновского излучения и исследуемым образцом, а θ_B – угол Брэгга отражающих атомных плоскостей. Обеспечение условия брэгговского отражения для каждого участка пучка в угловой ширине падающего излучения в разных глубинах монокристалла приводит к образованию линии (A'B'), форма которой зависит от распределения функций $d(z,x)$ и $\mathbf{n}(z,x)$ в монокристалле.

Таким образом, можно сказать, что при внешних воздействиях в процессе образования дифракционного поля участвует лишь часть кристаллической решетки, т.е. объем рассеивающей части кристалла уменьшается в несколько раз.

ЛИТЕРАТУРА

1. **А.Р.Мкртчян, М.А.Навасардян, В.К.Мирзоян**. Письма в ЖТФ, **8**, 677 (1982).
2. **А.Р.Мкртчян, Р.Г.Габриелян, А.А.Асланян** и др. Изв. АН Арм.ССР, Физика, **21**, 297 (1986).
3. **М.А.Навасардян, В.К.Мирзоян, К.Т.Айрапетян** и др. Изв. АН Арм.ССР, Физика, **21**, 217 (1986).
4. **А.Р.Мкртчян, М.А.Навасардян, В.К.Мирзоян**. Изв. АН Арм.ССР, Физика, **21**, 340 (1986).
5. **А.Р.Мкртчян, М.А.Навасардян, Р.Г.Габриелян**. Письма в ЖТФ, **11**, 1354 (1985); Phys. Lett., **A116**, 444 (1986) .
6. **A.R.Mkrtchyan** et al. Solid State Com., **59**, 147 (1986).
7. **Д.В.Иржак, Д.В.Рощупкин, Р.Тукулу, О.Матон**. Поверхность. Рентген., синхротр. и нейтр. исслед., **1**, 10 (2002).

ԼՐԻՎ ՎԵՐԱՄՂՎՈՂ ՌԵՆՏԳԵՆՅԱՆ ՃԱՌԱԳԱՅԹՄԱՆ ԱՆԿՅՈՒՆԱՅԻՆ ԲԱՑՎԱԾՔԻ ԿԱԽՎԱԾՈՒԹՅՈՒՆԸ ՄԻԱԲՅՈՒՐԵՂԻ ՀԱՍՏՈՒԹՅՈՒՆԻՑ ՋԵՐՄԱՅԻՆ ԳՐԱԴԻԵՆՏԻ ԱՌԿԱՅՈՒԹՅԱՆ ՊԱՅՄԱՆՆԵՐՈՒՄ

Ս.Ն. ՆՈՐԵՅԱՆ, Վ.Ղ. ՄԻՐԶՈՅԱՆ, Վ.Ռ. ՔՈՉԱՐՅԱՆ

Ուսումնասիրված է ռենտգենյան մոնոքրոմատային ճառագայթման երկալիքային դիֆրակցիան SiO_2 միաբյուրեղի $(10\bar{1}1)$ հարթությունների ընտանիքից ջերմային գրադիենտի առկայության դեպքում (լրիվ վերամղման պայմանում): Ցույց է տրված, որ առաջնային փնջից վերամղվող ռենտգենյան ճառագայթման անկյունային բացվածքը կախված է վերամղող միաբյուրեղի հաստությունից և կարող է անհամեմատ մեծ լինել տվյալ անդրադարձնող հարթությունների ընտանիքի Դարվինի սեղանի լայնությունից:

DEPENDENCE OF THE ANGULAR APERTURE OF COMPLETELY TRANSFERRED X-RAY RADIATION ON THE THICKNESS OF SINGLE CRYSTAL IN THE PRESENCE OF TEMPERATURE GRADIENT

S.N. NOREYAN, V.GH. MIRZOYAN, V.R. KOCHARYAN

The two-wave diffraction of monochromatic X-ray radiation from reflecting atomic planes of single crystal quartz in the presence of temperature gradient (under the condition of complete transmission) is investigated. It ia shown that the angular width of passing X-ray radiation which is completely transferred into the direction of reflection, depends on the thickness of a given single crystal and it may become much larger than the Darwin's reflection curve width of the given family of reflecting atomic planes.

Известия НАН Армении, Физика, т.39, №2, с.131-134 (2004)

УДК 548.74

КОНТРАСТ КИКУЧИ-ЛИНИЙ ПРИ ОДНОВРЕМЕННОЙ ДИФРАКЦИИ ЭЛЕКТРОНОВ НА ПЛОСКОСТЯХ РАЗНЫХ ЗОН

Р.К. КАРАХАНЯН, К.Р. КАРАХАНЯН

Ереванский государственный университет

(Поступила в редакцию 10 марта 2003 г.)

Получены кикучи-электронограммы тонких монокристаллов кремния с обращением контраста кикучи-линий, принадлежащих одной зоне плоскостей, вблизи точечных рефлексов другой зоны. На основе явления двойной дифракции кикучи-электронов показано, что это обращение контраста обусловлено воздействием на формирование кикучи-линий электронных пучков, дифрагированных на плоскостях другой зоны.

Как известно, образование кикучи-электронограмм является результатом динамического рассеяния электронов, и многие особенности контраста кикучи-линий не могут быть объяснены в рамках элементарного механизма образования кикучи-картин [1]. К таким эффектам относится, в частности, обращение контраста кикучи-линий вблизи точечных рефлексов с другими индексами [2-6]. В [2-4] обращение контраста кикучи-линий объяснено на основе динамической теории дифракции электронов. В [5,6] показано, что обращение контраста кикучи-линий можно наглядно объяснить и в рамках элементарного механизма образования кикучи-картин, если учесть явление двойной дифракции кикучи-электронов [7]. Отметим, что в [2-6] обращение контраста кикучи-линий было получено в случае падения первичного электронного пучка вблизи лишь одного кристаллографического направления исследованных образцов, когда наблюдаемые точечные рефлексы и кикучи-линии были обусловлены дифракцией электронов на плоскостях, принадлежащих одной и той же зоне. Хотя можно предположить, что при образовании кикучи-картин возможно и взаимодействие электронных пучков, сформировавшихся в разных зонах плоскостей, каких-либо экспериментальных данных, свидетельствующих о справедливости такого предположения, в литературе нет. В настоящей работе впервые получено и объяснено обращение контраста кикучи-линий в случае, когда электронный пучок, дифрагированный на плоскостях одной зоны, воздействует на контраст кикучи-линий, обусловленных дифракцией электронов на плоскостях другой зоны.

Исследования были проведены с использованием тонких монокристаллов кремния, изготовленных методом химического травления массивных образцов, а кикучи-электронограммы были получены съемкой на прохождение на электронографе ЭГ-100М при ускоряющем напряжении 100 кВ. На рис.1 приведена кикучи-электронограмма кремния при падении первичного электронного пучка вблизи кристаллографических направлений $[\bar{1}2\bar{4}]$ и $[\bar{1}3\bar{6}]$. Отметим, что угол между этими направлениями близок к 4^0, а из самой электронограммы можно найти, что первичный электронный пучок образует с ними примерно равные углы ($\sim 2^0$). Такая геометрия съемки является достаточной для одновременной дифракции электронов на плоскостях зон с осями $[\bar{1}2\bar{4}]$ и $[\bar{1}3\bar{6}]$. Действительно, на полученной электронограмме точечные рефлексы и кикучи-лииии (462), $(\bar{4}22)$, (840) принадлежат зоне $[\bar{1}2\bar{4}]$, а точечные рефлексы и кикучи-линии (620), $(0\overline{42})$ принадлежат зоне $[\bar{1}3\bar{6}]$. На рис.1 присутствует также пара линий (711), не принадлежащая ни одной из указанных зон. Индексы оси зоны, соответствующей этой паре линий, не были определены из-за отсутствия на электронограмме других отражений от плоскостей этой зоны.

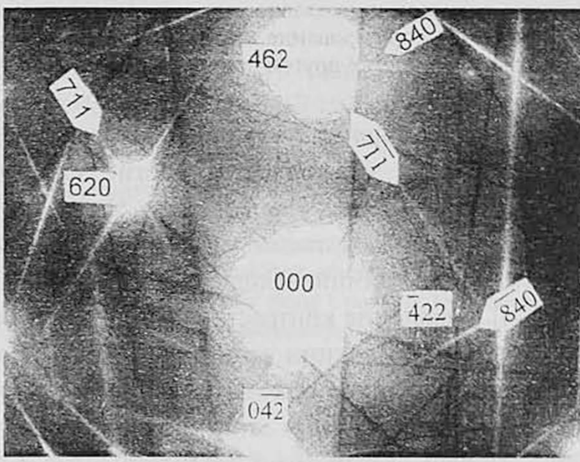

Рис.1. Кикучи-электронограмма кремния с обращением контраста линий (840) и (711).

Перейдем к анализу полученного обращения контраста кикучи-линий. В соответствии с элементарным механизмом образования кикучи-картин на фотографиях темная линия недостаточной интенсивности всегда расположена ближе к нулевому рефлексу, чем соответствующая ей светлая линия избыточной интенсивности. Вопреки этому, на рис.1 кикучи-линия $\overline{840}$, хотя и находится к нулевому рефлексу ближе, чем линия 840, является светлой, а линия 840 – темной. Вблизи точечного рефлекса 620 темная линия недостатка 711 становится светлой, а на противолежащем участке в окрестности рефлекса 462 светлая линия избытка $\overline{711}$ становится темной. Таким образом, на полученной электронограмме имеет место взаимное обращение контраста пар линий (840) и (711).

Согласно [5,6], обращение контраста кикучи-линий имеет место при прохождении линии избытка через интенсивный точечный рефлекс или вблизи него. В этом случае соответствующий интенсивный дифракционный пучок распространяется вдоль или вблизи конуса недостаточной интенсивности, приводящего к образованию кикучи-линий с обращенным контрастом. Вследствие этого интенсивность электронных волн вдоль конуса недостаточной интенсивности может стать больше интенсивности волн вдоль соответствующего конуса избытка, что приведет к обращению контраста кикучи-линий.

В данном случае взаимное обращение контраста линий $\bar{8}\bar{4}0$ и 840 обусловлено распространением вблизи конуса недостаточной интенсивности этих линий сильных дифракционных пучков 462 и 620. Большая интенсивность рефлексов 462 и 620 обусловлена нахождением соответствующих атомных плоскостей вблизи точного отражающего положения, на что указывает прохождение линий избытка 462 и 620, соответственно, вблизи точечных рефлексов 462 и 620 (рис.1). Как видно из электронограммы, линия 840 проходит на некотором удалении от рефлексов 462 и 620, т.е. дифракционные пучки 462 и 620 не совпадают с конусом недостаточной интенсивности линий (840). Исходя из явления двойной дифракции кикучи-электронов [7], можно заключить, что с этим конусом совпадут электронные пучки, образующиеся при неупругом рассеянии пучков 462 и 620. И если неупругорассеянные волны будут обладать достаточной интенсивностью, то они также приведут к взаимному обращению контраста кикучи-линий. При этом рефлексы 462 и 620 приводят к обращению контраста кикучи-линии 840 в своей окрестности и на противолежащих участках линии $\bar{8}\bar{4}0$, соответственно, вблизи рефлексов $\bar{4}22$ и $0\bar{4}\bar{2}$ (образование запрещенного рефлекса $0\bar{4}\bar{2}$ обусловлено двойной дифракцией электронов на плоскостях $3\bar{1}\bar{1}$ и $\bar{3}\bar{3}1$ зоны [$\bar{1}3\bar{6}$]).

Отметим, что если взаимное обращение контраста линий (840) вблизи рефлексов 462 и $\bar{4}22$ обусловлено взаимодействием формирующих эти линии электронных пучков с дифракционным пучком 462 той же зоны [$\bar{1}2\bar{4}$], то обращение контраста этих же линий вблизи рефлексов 620 и $0\bar{4}\bar{2}$ обусловлено аналогичным взаимодействием с дифракционным пучком 620, принадлежащим зоне [$\bar{1}3\bar{6}$].

Если, в соответствии с [7], принять рефлекс 462 в качестве нулевого, т.е. приписать ему нулевые индексы – (000), то рефлекс $\bar{4}22$ примет индексы $\bar{8}\bar{4}0$, т.е. получится, что линия $\bar{8}\bar{4}0$ проходит вблизи рефлекса с теми же индексами, а значит, в соответствии с элементарным механизмом образования кикучи-картин [1], она должна быть линией избыточной интенсивности, т.е. светлой на фотографии вблизи рефлекса $\bar{4}22$ (рис.1). Если принять рефлекс 620 за нулевой, то рефлекс $0\bar{4}\bar{2}$, вблизи которого также происходит обращение контраста кикучи-линии $\bar{8}\bar{4}0$, примет индексы $\bar{6}\bar{6}2$, несовпадающие с индексами кикучи-линии $\bar{8}\bar{4}0$. Это несовпадение обусловлено тем, что рефлекс 620 и линии (840) принадлежат разным зонам.

На электронограмме (рис.1) линия избытка $\bar{7}\bar{1}\bar{1}$ проходит вблизи сильного рефлекса 462, и, следовательно, дифракционный пучок 462, распространяясь вблизи конуса недостаточной интенсивности линий (711), увеличивает его интенсивность на соответствующем участке и должен привести к обращению контраста кикучи-линий (711) в окрестности рефлексов 462 и 620. С другой стороны, кикучи-линия недостатка 711 проходит вблизи другого сильного рефлекса 620, а это значит, что дифракционный пучок 620 распространяется вблизи конуса избыточной интенсивности линий (711) и должен привести к усилению контраста линии избытка $\overline{711}$ вблизи рефлекса 462. Таким образом, при формировании линий (711) дифракционный пучок 462 должен привести к обращению их контраста, а пучок 620, напротив, должен усилить их нормальный контраст. Так как на электронограмме (рис.1) наблюдается обращение контраста кикучи-линий (711), то в их формировании вблизи рефлексов 462 и 620 преобладающую роль играет дифракционный пучок 462, а значит рефлекс 462 должен быть интенсивнее рефлекса 620, что и наблюдается на самой электронограмме (рис.1). Укажем, что рефлексы 462, 620 и кикучи-линии (711) образованы дифракцией электронов на плоскостях трех различных зон, но вследствие распространения соответствующих им электронных волн по одинаковым направлениям происходит их взаимодействие, приводящее к обращению контраста этих лииий.

Можно заключить, что контраст кикучи-линий данной зоны плоскостей может быть обусловлен не только пучками, дифрагированными в этой же зоне [2-6], но и пучками, образованными при дифракции электронов на плоскостях других зон. Тем самым, экспериментально обнаружено взаимодействие пучков электронов, дифрагированных на плоскостях разных кристаллографических зон.

Работа выполнена в рамках научной темы №00-89, финансируемой из государственных централизованных источников Республики Армения.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Г.Томас, М.Дж.Гоpиндж**. Просвечивающая электронная микроскопия материалов. М., Наука, 1983.
2. **J.Gjonnes, D.Watanabe**. Acta Cryst., **21**, 297 (1966).
3. **B.S.Miyake, K.Hayakawa, T. Kawamura, Y.H. Ohtsuki**. Acta Cryst., **31**, 32 (1975).
4. **T. Kawamura**. Phys. Stat. Solidi (a), **27**, 27 (1975).
5. **Р.К.Караханян, П.Л.Алексанян**. Кристаллография, **44**, 438, (1999).
6. **Р.К.Караханян**. Изв. НАН Армении, Физика, **37**, 52 (2002).
7. **R.K.Karakhanyan, P.L.Aleksanyan, J.K.Manoucharova**. Phys. Stat. Solidi (a), **121**, K1 (1999).

KIKUCHI LINES CONTRAST UNDER SIMULTANEOUS ELECTRON DIFFRACTION ON PLANES OF DIFFERENT ZONES

R.K. KARAKHANYAN, K.R. KARAKHANYAN

The Kikuchi patterns of silicon with reversal of Kikuchi lines contrast near the reflections of other zones are obtained. The reversal of contrast is explained in terms of Kikuchi-electrons double diffraction under the influence of electron beams diffracted on the planes of other zones.

ԲՈՎԱՆԴԱԿՈՒԹՅՈՒՆ

CONTENTS

1300 тг.

СОДЕРЖАНИЕ

Тираж 150. Сдано в набор 10.01.2004.
Подписано к печати 15.01.2004. Печ. л. 4,25.
Бумага офсетная. Цена договорная.
Типография НАН РА.
375019, Ереван, пр. Маршала Баграмяна, 24.