# ФИЗИКА- ShQhuu-PHYSICS



ИЗВЕСТИЯ НАЦИОНАЛЬНОЙ АКАДЕМИИ НАУК АРМЕНИИ

ՏԵՂԵԿՍՉԻՐ ՀԱՅԱՍՏԱՆԻ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱՉԳԱՅԻՆ ԱԿԱԴԵՄԻԱՅԻ

> PROCEEDINGS OF NATIONAL ACADEMY OF SCIENCES OF ARMENIA

39, N1, 2004

ՀԱՅԱՍՏԱՆԻ ՀԱՆՐԱՊԵՏՈՒԹՅԱՆ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱՉԳԱՅԻՆ ԱԿԱԴԵՄԻԱ НАЦИОНАЛЬНАЯ АКАДЕМИЯ НАУК РЕСПУБЛИКИ АРМЕНИЯ

## зьльчифър Известия **БрЭрчц ФИЗИКА**

∠usnr tom **39** 

№ 1

ՀՀ ԳԱԱ «ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆ» ՀՐԱՏԱՐԱԿՉՈՒԹՅՈՒՆ ИЗДАТЕЛЬСТВО "ГИТУТЮН" НАН РА ԵՐԵՎԱՆ ЕРЕВАН

2004

© Национальная Академия наук Армении Известия НАН Армении, Физика

The second s

AMITERA UC

Журнал издается с 1966 г. Выходит 6 раз в год на русском и английском языках

## РЕДАКЦИОННАЯ КОЛЛЕГИЯ

В. М. Арутюнян, главный редактор

- Э. Г. Шароян, зам. главного редактора
- А. А. Ахумян
- Г. А. Вартапетян
- Э. М. Казарян
- А. О. Меликян
- А. Р. Мкртчян
- Д. Г. Саркисян
- Ю. С. Чилингарян

А. А. Мирзаханян, ответственный секретарь

#### ԽՄԲԱԳՐԱԿԱՆ ԿՈԼԵԳԻԱ

Վ. Մ. Հարությունյան, գլխավոր խմբագիր Ե. Գ. Շառոյան, գլխավոր խմբագրի տեղակալ Ա. Ա. Հախումյան Հ. Հ. Վարդապետյան Ե. Մ. Ղազարյան Ա. Հ. Մելիքյան Ա. Ռ. Մկրտչյան Դ. Հ. Սարգսյան Յու. Ս. Չիլինգարյան Ա. Ա. Միրզախանյան, պատասխանատու քարտուղար

EDITORIAL BOARD

V. M. Aroutiounian, editor-in-chief E. G. Sharoyan, associate editor A. A. Hakhumyan H. H. Vartapetian E. M. Ghazaryan A. O. Melikyan A. R.Mkrtchyan D. H. Sarkisyan Yu. S. Chilingaryan

A. A. Mirzakhanyan, executive secretary

Адрес редакции: Республика Армения, 375019, Ереван, пр. Маршала Баграмяна, 24-г.

Խմբագրության հասցեն՝ Հայաստանի Հանրապետություն, 375019, Երևան, Մարշալ Բաղրամյան պող., 24-գ։

Editorial address: 24-g, Marshal Bagramyan Av., Yerevan, 375019, Republic of Armenia.

## К СВЕДЕНИЮ АВТОРОВ

The state of the state of the

В журнале печатаются статьи и краткие сообщения авторов по всем разделам современной физики на русском и армянском языках. Редакция просит авторов при направлении статей придерживаться следующих правил.

1. Статьи, поступающие в редакцию, должны иметь направление от учреждения, в котором выполнена работа, а также акт экспертизы. Название учреждения приводится перед текстом статьи после фамилий авторов.

2. Объем каждой статьи не должен превышать 10 страниц, а краткого сообщения – 3 страниц текста и 2 рисунков. Работы необходимо представлять в двух экземплярах, отпечатанных на машинке или на принтере через 2 интервала.

3. Тексту каждой статьи предшествует индекс УДК, проставленный в левом верхнем углу. Непосредственно перед текстом статьи или краткого сообщения после заглавия помещается аннотация. К работам, представленным на русском языке, должны быть приложены резюме на армянском и английском языках.

4. Следует ограничиваться минимальным количеством рисунков и фотографий. Их размеры не должны превышать 10×15 см. Они должны быть представлены в двух экземплярах, на обороте рисунков необходимо указать фамилии авторов, название статьи и номер рисунка. Подписи к рисункам должны быть собраны на отдельном листе.

5. Формулы следует вписывать четко и крупно, их нумерация должна быть сплошной по всей статье. Греческие буквы надо подчеркивать снизу красной чертой. Векторы не следует помечать стрелкой сверху, а следует подчеркивать снизу синей чертой. В тех случаях, когда заглавные и строчные буквы одинаковы и отличаются только размерами, необходимо в формулах заглавные буквы подчеркивать снизу двумя черточками, а строчные – двумя черточками сверху.

6. Цитируемая литература должна даваться общим списком в конце статьи. В тексте ссылка приводится цифрой в прямых скобках в порядке упоминания в статье. В списке литературы необходимо указать: для книг – инициалы и фамилию автора, название книги, место издания, издательство, год издания; для периодических изданий – инициалы и фамилию автора, название журнала, том, номер выпуска, первую страницу и год издания.

7. Статья должна быть подписана всеми авторами. Необходимо также приложить точный адрес, фамилию, имя, отчество автора и адрес учреждения, где выполнена работа.

8. В случае возвращения автору его рукописи для доработки датой поступления считается день получения редакцией окончательного варианта статьи.

9. Редакция посылает автору одну корректуру. Корректура с подписью автора и датой ее подписания должна быть выслана в редакцию в течение суток с момента ее получения.

Статьи, в которых не соблюдены указанные правила, к рассмотрению приниматься не будут.

Адрес редакции "Известий НАН Армении, Физика": Республика Армения, 375019. Ереван, пр. Маршала Баграмяна, 24-г. Тел. 56-80-67. Известия НАН Армении, Физика, т.39, №1, с.3-10 (2004)

УДК 535.016

## ПРЕДЕЛ СЛАБОГО ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ В ТЕОРИИ ФОТОАССОЦИАЦИИ ХОЛОДНЫХ АТОМОВ

## А.М. ИШХАНЯН<sup>1</sup>, Г.П. ЧЕРНИКОВ<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Инженерный центр НАН Армении, Аштарак, Армения <sup>2</sup>РНЦ "Курчатовский Институт", Институт Ядерного Синтеза, Москва, Россия

#### (Поступила в редакцию 1 августа 2003 г.)

Изучена определенная базовая модель нелинейной двухуровневой задачи, типовой для классических и бозонных теорий поля с кубической нелинейностью. В качестве конкретного примера рассмотрена фотоассоциация атомарного Бозе-Эйнштейновского конденсата. Для классов моделей с постоянной амплитудой внешнего поля разработана общая стратегия решения задачи, основанная на сведении начальной системы уравнений для полуклассических амплитуд вероятностей атомарного и молекулярного состояний к определенному нелинейному интегральному уравнению Вольтерра для вероятности молекулярного состояния.

#### 1. Введение

При изучении фотоассоциации [1] Бозе-Эйнштейновского конденсата [2] рассматривается следующая система полуклассических нелинейных уравнений, описывающих атомарный и молекулярный конденсаты в виде классических полей:

$$i\frac{da_1}{dt} = U(t)e^{-i\delta(t)}a_2a_1^*,$$
  
$$i\frac{da_2}{dt} = \frac{U(t)}{2}e^{i\delta(t)}a_1a_1.$$

(1)

Здесь  $a_1$  и  $a_2$  являются амплитудами, соответственно, атомарного и молекулярного состояний, U=U(t) – частота Раби, а  $\delta = \delta(t)$  – функция модуляции расстройки лазерного поля от частоты перехода. Те же самые уравнения встречаются при контроле длины рассеяния Бозе-Эйнштейновского конденсата посредством Фешбах-резонанса, в задачах нелинейной оптики при генерации второй гармоники, и, вообще, в полевых теориях, где гамильтониан системы имеет типичный вид  $a_2^+a_1a_1$ .

Важным общим свойством системы (1) является то, что, как и в линейном случае, решения данной системы образуют определенный класс [3], в чем можно легко убедиться непосредственной проверкой. Это свойство позволяет записать решение для любого члена класса через решение, написанное для определенного основного представителя этого класса. Такого рода свойство, следовательно, позволяет сократить количество разных рассматриваемых моделей до небольшого количества моделей.

Исключение *a*<sub>1</sub> из системы (1) приводит к нелинейному обыкновенному дифференциальному уравнению второго порядка для *a*<sub>2</sub>:

$$\frac{d^2 a_2}{dt^2} + \left(-i\delta_t - \frac{U_t}{U}\right)\frac{da_2}{dt} + U^2 \left(1 - 2|a_2|^2\right)a_2 = 0, \qquad (2)$$

где U предполагается вещественным.

Система (1) обладает первым интегралом

$$|a_1|^2 + 2|a_2|^2 = I_N = \text{const}$$
 (3)

Нас интересуют решения, которые принадлежат к многообразию  $I_N=1$  и определяются начальными условиями  $|a_1(-\infty)|^2 = 1$ ,  $|a_2(-\infty)|^2 = 0$ . Такая нормировка уже учтена в уравнении (2).

Начальное интуитивное представление о решении задачи может быть получено, исходя из рассмотрения уравнения (2). Как видно, нелинейность имеет локальный характер, т.е. она определяется текущим значением вероятности перехода p(t). Следовательно, можно ожидать, что, если p(t) будет оставаться достаточно малой (заметим, что из-за условия нормировки (3) значение p никогда не превышает 1/2), то роль нелинейности окажется ограниченной. В этом случае, пренебрегая нелинейным членом в уравнении (3), мы получим линейное уравнение, которому удовлетворяет, с точностью до коэффициента, решение линейной задачи. Решение же линейной задачи подсказывает, что нелинейный член все время остается малым, если вероятность заселения второго состояния, вычисленная исходя из линейного решения, мала. Это имеет место, когда интенсивность внешнего поля мала. Таким образом, можно заключить, что в пределе слабого взаимодействия решение нелинейной задачи должно быть близко к промасштабированному решению линейной задачи.

Общие рассуждения, приведенные выше, далее подкрепляются численным счетом, который показывает, что в режиме слабого взаимодействия поведения решений нелинейной и линейной задач действительно довольно схожи. Например, в задаче Ландау–Зенера [4]  $(U(t) = U_0, \delta(t) = \delta_0 t^2)$  численное моделирование, наряду с аналитическими выкладками, выявляет, что в режиме слабого взаимодействия конечную вероятность перехода (при  $t \to +\infty$ ) можно представить в виде [5]

$$p(+\infty) \approx \frac{P_{LZ}(\lambda)}{4} \left( 1 + \frac{\lambda}{\pi} P_{LZ}(\lambda) \right) ,$$
 (4)

где  $\lambda = U_0^2 / \delta_0$  – параметр Ландау–Зенера.

Рассмотрение структуры формулы (4) могло бы создать ощущение, что нелинейность привносит малое возмущение, так что можно было бы попытаться сконструировать приближенные решения уравнения (2) в виде степенного ряда по  $U_0^2$ , взяв в качестве нулевого приближения соответствующее линейное решение. Однако, попытки трактовать нелинейность, пользуясь прямыми методами теории возмущений, терпят неудачу: получающиеся в итоге поправочные члены расходятся. Возможно, что в этом ничего удивительного и нет, если вспомнить опыт, накопленный при изучении нелинейных систем (см., например, [6] и содержащиеся там многочисленные ссылки).

Можно предположить, что расходимость обусловлена чисто фазовыми эффектами, которые не проявляют себя при рассмотрении вероятностей. Одной из возможностей проверки этого предположения является обращение к уравнению, содержащему лишь вероятность p. В итоге мы получим некоторое дифференциальное уравнение третьего порядка. В случае постоянной амплитуды поля,  $U=U_0=$  const, интересующее нас уравнение для молекулярного состояния имеет вид

$$p_{ttt} - \frac{\delta_{tt}}{\delta_t} p_{tt} + \left[\delta_t^2 + 4U_0^2 (1 - 3p)\right] p_t + \frac{U_0^2}{2} \frac{\delta_{tt}}{\delta_t} \left(1 - 8p + 12p^2\right) = 0.$$
 (5)

Однако, можно убедиться, что мы здесь вновь наталкиваемся на те же трудности с расходимостью. И все же, выражение (4) наводит на мысль, что в пределе слабого взаимодействия, когда нелинейный член представляет слабое *регулярное* возмущение [6], должно быть возможным применение некоторых простых методов теории возмущений. В следующем разделе мы продемонстрируем, что это действительно имеет место. Мы выведем некоторое нелинейное интегральное уравнение Вольтерра [7], эквивалентное уравнению (5), которое позволяет избавиться от упомянутой расходимости и построить окончательное решение в виде сходящегося ряда для случая малых интенсивностей внешнего поля. Примечательно, что такая редукция возможна для всех подобных моделей с постоянной амплитудой поля. Следовательно, представленный подход может служить общей стратегией при решении аналогичных нелинейных двухуровневых задач.

#### 2. Нелинейное интегральное уравнение Вольтерра

В качестве первого шага обратимся к модулю и аргументу переменных, вовлеченных в систему (1):  $a_{1,2}(t) = r_{,2}(t)e^{i\theta_{1,2}(t)}$ . Взяв квадрат модуля во втором уравнении, легко получить следующее соотношение:

$$\left(\frac{dr_2}{dt}\right)^2 + r_2^2 \left(\frac{d\theta_2}{dt}\right)^2 = \frac{U^2}{4} (1 - 2r_2^2)^2.$$
(6)

В случае постоянной амплитуды поля,  $U=U_0=$  const, обозначая  $p = r_2^2$  и  $q = 2r_2^2 d\theta_2 / dt$ , из уравнений (2) и (6) можно получить следующую систему:

$$\left(\frac{dp}{dt}\right)^2 + q^2 = U_0^2 (1 - 2p)^2 p, \quad \frac{dq}{dt} = \delta_t \frac{dp}{dt} . \tag{7}$$

Напишем для сравнения соответствующие уравнения для линейного случая:

$$\left(\frac{dp}{dt}\right)^2 + q^2 = U_0^2 (1 - 4p)p, \quad \frac{dq}{dt} = \delta_t \frac{dp}{dt}.$$
(8)

Заметим, что уравнения (7) и (8) довольно удобны для генерации ряда точно решаемых моделей как для линейной, так и для нелинейной задач. Некоторые примеры представлены в работе [8].

После дифференцирования и некоторых несложных преобразований первое уравнение (7) может быть представлено в виде

$$\frac{d^2q}{dt^2} - \frac{\delta_{tt}}{\delta_t}\frac{dq}{dt} + \delta_t^2 q = \frac{U_0^2\delta_t}{2}(1 - 8p + 12p^2).$$
(9)

Общее решение однородного уравнения (т. е. с нулевой правой частью) находится легко:

$$q = C_1 \cos(\delta(t)) + C_2 \sin(\delta(t)). \tag{10}$$

Вронскиан  $q_1q_{2t} - q_2q_{1t}$ , соответствующий фундаментальным решениям  $q_1 = \cos(\delta)$  и  $q_2 = \sin(\delta)$ , просто равен  $\delta_t$ , так что общее решение полного неоднородного уравнения запишется в виде

$$q = \cos(\delta(t)) \left( C_1 - \int_{-\infty}^{t} \sin(\delta(x)) \frac{U_0^2}{2} (1 - 8p + 12p^2) dx \right) + \\ + \sin(\delta(t)) \left( C_2 + \int_{-\infty}^{t} \cos(\delta(x)) \frac{U_0^2}{2} (1 - 8p + 12p^2) dx \right),$$
(11)

где аргумент подынтегрального выражения изменен на x. В силу соотношения  $dq/dt = \delta_t dp/dt$  дифференцирование этого уравнения ведет к интегральному уравнению для p(t), а именно:

$$\frac{dp}{dt} = -C_1 \sin(\delta) + C_2 \cos(\delta) + \cos(\delta) \int_{-\infty}^{t} \cos(\delta) \frac{U_0^2}{2} (1 - 8p + 12p^2) dx + \sin(\delta) \int_{-\infty}^{t} \sin(\delta) \frac{U_0^2}{2} (1 - 8p + 12p^2) dx.$$
(12)

Поскольку ищется решение, удовлетворяющее начальному условию *p*(-∞)=0,

постоянные C<sub>1</sub> и C<sub>2</sub> на самом деле исчезают.

Таким образом, уравнение для вероятности перехода есть

$$\frac{dp}{dt} = \frac{U_0^2}{4} \left\{ \cos(\delta) \int_{-\infty}^{t} \cos(\delta) (1 - 8p + 12p^2) dx + \sin(\delta) \int_{-\infty}^{t} \sin(\delta) (1 - 8p + 12p^2) dx \right\}.$$
 (13)

Естественно, что и с линейной системой может быть выполнена аналогичная процедура по переходу к интегральному уравнению. В результате получится уравнение, в котором члены, пропорциональные  $p^2$ , будут отсутствовать.

Проинтегрировав теперь уравнение (13), мы получим

$$p(t) = \frac{U_0^2}{2} \int_{-\infty}^{t} \cos(\delta(x)) \left( \int_{-\infty}^{x} \cos(\delta(y))(1 - 8p(y) + 12p^2(y)) dy \right) dx + \frac{U_0^2}{2} \int_{-\infty}^{t} \sin(\delta(x)) \left( \int_{-\infty}^{x} \sin(\delta(y))(1 - 8p(y) + 12p^2(y)) dy \right) dx.$$
(14)

Наконец, интегрирование по частям ведет к нелинейному интегральному уравнению Вольтерра второго рода [7]

$$p(t) = \frac{\lambda}{2} \int_{-\infty}^{t} K(t, x) \left( 1 - 8p(x) + 12p^{2}(x) \right) dx, \qquad (15)$$

где  $\lambda$  является "параметром Ландау–Зенера", определяемым как  $\lambda = U_0^2 \tau_0^2$ (здесь  $\tau_0$  – временной масштаб, определяемый масштабным преобразованием  $t \to \tau_0 t$ ; в случае модели Ландау–Зенера  $\delta = \delta_0 t^2$ ,  $\tau_0 = 1/\sqrt{\delta_0}$ ), а ядро K(t,x)задается формулой

$$K(t, x) = (C_{\delta}(t) - C_{\delta}(x))\cos(\delta(x)) + (S_{\delta}(t) - S_{\delta}(x))\sin(\delta(x)),$$
(16)

с функциями  $C_{\delta}$  и  $S_{\delta}$ , определяемыми как

$$C_{\delta}(t) = \int_{-\infty}^{t} \cos(\delta(x)) dx , \quad S_{\delta}(t) = \int_{-\infty}^{t} \sin(\delta(x)) dx .$$
 (17)

Дифференцированием легко можно проверить, что полученное интегральное уравнение (15) эквивалентно дифференциальному уравнению третьего порядка (5).

Вынося первое слагаемое из подынтегрального выражения (15), приходим к следующему уравнению Вольтерра:

$$p(t) = \frac{\lambda}{4} f(t) - 4\lambda \int_{-\infty}^{t} K(t, x) \left( p(x) - \frac{3}{2} p^{2}(x) \right) dx , \qquad (18)$$

где вынуждающая функция f(t) [7] имеет вид

$$f(t) = C_{\delta}^2(t) + S_{\delta}^2(t).$$
<sup>(19)</sup>

Если теперь вынуждающая функция f(t) и ядро K(t,x) ограничены, то можно применить последовательные приближения Пикара

$$p_{0} = \frac{\lambda}{4} f(t), \ p_{n} = \frac{\lambda}{4} f(t) - 4\lambda \int_{-\infty}^{t} K(t, x) \left( p_{n-1} - \frac{3}{2} p_{n-1}^{2} \right) dx$$
(20)

для построения последовательности функций  $p_n(t)$ , которая, согласно общей теории (см., например, [7]), везде равномерно сходится к предельной функции p(t), которая и является единственным решением уравнения (18). Ввиду того, что используются довольно общие условия, интегральные уравнения Вольтерра (15) или (18) обеспечивают систематичный подход к решению нелинейной системы (1). В случае достаточно малых значений параметра Ландау–Зенера  $\lambda$  формулы (20) дают возможность напрямую построить решение в виде достаточно быстро сходящегося степенного ряда.

#### 3. Структура решения при малых $\lambda$

Пусть  $\lambda <<1$  и сначала рассмотрим степенной ряд  $p = p_0 + \lambda p_1 + \lambda^2 p_2 + ...$  Понятно, что этот ряд эквивалентен последовательным приближениям Пикара (20). Мы рассматриваем здесь эту форму лишь для того, чтобы в явном виде выделить порядки входящих в решение членов. Подставляя это разложение в уравнение (15) и приравнивая коэффициенты при одинаковых степенях  $\lambda$ , мы получим  $p_0 = 0$ , а затем – последовательно

$$\lambda: \quad p_1 = \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{t} K(t, x) dx \,, \quad \lambda^2: \quad p_2 = \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{t} K(t, x) (-8p_1) dx \,, \tag{21}$$

$$\lambda^{3}: \quad p_{3} = \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{t} K(t, x) \Big( -8p_{2} + 12p_{1}^{2} \Big) dx \quad \dots \tag{22}$$

Естественно, что *λ*<sub>*p*1</sub> является вынуждающей функцией уравнения Вольтерра (18):

$$p_1 = \frac{C_{\delta}^2(t) + S_{\delta}^2(t)}{4} = \frac{f(t)}{4}.$$
(23)

Аналогичным образом можно вычислить следующие члены разложения. Однако, следует отметить, что предложенная процедура дает чересчур медленное схождение. Это можно понять, если обратить внимание на то, что  $p_1 \rightarrow \pi/4$  при  $t \rightarrow +\infty$ , так что  $\lambda p_1$ , начиная с  $\lambda \approx 0.65$ , уже превышает максимальное значение 1/2, допускаемое нормировкой (3).

Предпочтительнее иной подход. Заметим, что  $p_0$ ,  $p_1$  и  $p_2$  удовлетворяют тем же уравнениям, что и соответствующие члены разложения в линейном случае. Это обстоятельство подсказывает применить к начальному интегральному уравнению (15) подстановку  $p = p_1 + u$ . Тогда мы получим

$$p_L + u = \frac{\lambda}{2} \int_{-\infty}^{t} K(t, x) [1 - 8(p_L + u) + 12(p_L + u)^2] dx .$$
(24)

Зануляя слагаемые, относящиеся к линейной задаче, придем к новому уравнению Вольтерра Хаммерштейновского типа [7]

$$u = 6\lambda \int_{-\infty}^{t} K(t, x) p_{L}^{2} dx - 4\lambda \int_{-\infty}^{t} K(t, x) [(1 - 3p_{L})u - \frac{3}{2}u^{2}] dx$$
(25)

с видоизмененной вынуждающей функцией, которая теперь порядка  $\lambda^3$ . Понятно тогда, что эта вынуждающая функция будет обеспечивать намного более быстрое схождение аппроксимаций. Действительно, испробуем теперь разложение вида

$$u = u_0 + \lambda u_1 + \lambda^2 u_2 + \lambda^3 u_3 + \dots$$
 (26)

Поскольку  $p_L \sim \lambda$  для малых  $\lambda$ , то можно заключить, что  $u_0 = u_1 = u_2 = 0$ . Однако для следующего слагаемого получается важный результат:

$$\lambda^3 u_3 = 6\lambda \int_{-\infty}^{t} K(t, x) p_L^2(x) dx .$$
<sup>(27)</sup>

Замечая, что  $u = \lambda^3 u_3 + O(\lambda^4)$ , мы приходим к основному результату:

$$u \approx 6\lambda \int_{-\infty}^{t} K(t, x) p_{L}^{2} dx .$$
(28)

Это и есть искомая форма первого приближения. Таким образом, мы получаем окончательно, что решение нелинейной задачи фотоассоциации в режиме слабого взаимодействия записывается в первом приближении в виде

$$p(t) = p_{L}(t) + 6\lambda \int_{-\infty}^{t} K(t, x) p_{L}^{2}(x) dx .$$
(29)

Численный расчет показывает, что это хорошее приближение. Вплоть до  $\lambda < 0.5$ , при сравнении с численным решением системы (1) имеет место практическая неразличимость графиков. И в качестве первого приближения оно также хорошо работает вплоть до  $\lambda < 1$ .

#### 4. Заключение

Таким образом, мы представили анализ базовой нелинейной двухуровневой задачи, которая возникает в разных физических ситуациях, таких, например, как фотоассоциация Бозе–Эйнштейновского конденсата, контроль длины рассеяния атомарного конденсата посредством Фешбах-резонанса, генерация второй гармоники, и вообще, в полевых теориях с кубической нелинейностью. Мы показали, что управляющие уравнения могут быть сведены к нелинейному уравнению Вольтерра, которое позволяет избежать трудностей, связанных с расходимостями, возникающими при попытках применения обычных методов возмущений. Это уравнение позволяет построить решение в виде равномерно сходящегося ряда для случая малых интенсивностей внешнего поля.

Примечательно, что данное сведение начальной двухуровневой задачи к нелинейному интегральному уравнению Вольтерра охватывает все модели с постоянной амплитудой поля. Более того, благодаря вышеупомянутому классовому свойству решений рассмотренной системы, такое сведение может быть распространено также на большинство возможных моделей. Следовательно, разработанный подход приобретает значение общей стратегии для решения аналогичных нелинейных двухуровневых задач. С использованием данного метода можно изучить различные важные модели стандартной линейной теории.

Работа выполнена при поддержке грантов Фонда Гражданских Исследований и Разработок США (CRDF) No. NFSAT PH 100-02/12042, Армянского Национального Фонда Науки и Образования (ANSEF) No. PS13 и PA No. 0591-2002.

#### ЛИТЕРАТУРА

- J.Javanainen and M.Mackie. Phys. Rev. A, 59, R3186 (1999); M.Kostrun, M.Mackie, R.Cote, and J.Javanainen. Phys. Rev. A, 62, 063616 (2000).
- M.H.Anderson et al. Science, 269, 198 (1995); K.B.Davis et al. Phys. Rev. Lett., 75, 3969 (1995).
- A.M.Ishkhanyan, J. Phys. A, 33, 5539 (2000); A.M.Ishkhanyan. Opt. Commun., 176, 155 (2000).
- L.D.Landau. Phys. Z. Sowjetunion, 2, 46 (1932); C. Zener. Proc. R. Soc. (London) A, 137, 696 (1932).
- A.M.Ishkhanyan, M.Mackie, A.Carmichael, Ph. Gould, and J. Javanainen. Phys. Rev. A, 69 (2004) (in press).
- 6. A.H.Nayfeh. Perturbation Methods. New York, Wiley-Interscience, 1985.
- F.G.Tricomi. Integral Equations. New York, Dover Publications, 1985; H.Brunner and P.J.van der Houwen. The Numerical Solution of Volterra Equations. Amsterdam, North Holland, 1986; R.K.Miller. Nonlinear Volterra Integral Equations. New York, Benjamin, 1971.
- A.M.Ishkhanyan, M.Mackie, Ph.Gould, and J.Javanainen. In Interactions in Ultracold Gases: From Atoms to Molecules (eds. M.Weidemuller and C.Zimmerman). Berlin, Wiley, p.470, 2003.

#### WEAK INTERACTION LIMIT IN THE THEORY OF PHOTOASSOCIATION OF COLD ATOMS

#### A.M. ISHKHANYAN, G.P. CHERNIKOV

A basic model for the nonlinear two-state problem generic for classical and bosonic field theories with a cubic nonlinearity is studied. As a specific example, the photoassociation of an atomic Bose-Einstein condensate is considered. For the classes of models with constant external field amplitude a general strategy for solving the problem is developed based on the reduction of the initial system of equations for the semi-classical probability amplitudes of atomic and molecular states to a nonlinear Volterra integral equation for the molecular state probability. Известия НАН Армении, Физика, т.39, №1, с.11-16 (2004)

УДК 533.9

## ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ ЭЛЕКТРОННОГО СГУСТКА С ДВИЖУЩЕЙСЯ ПЛАЗМОЙ

#### С.С.ЭЛБАКЯН, М.Л. ПЕТРОСЯН, Э.Д. ГАЗАЗЯН

#### Ереванский физический институт

#### (Поступила в редакцию 27 августа 2003 г.)

В работе предлагается самосогласованное решение задачи о взаимодействии электронного сгустка с движущейся плазмой в одномерном представлении. Получены выражения для кильватерных полей, а также для описания модуляции плотности и скоростей электронов плазмы, характеризующиеся длиной кильватерной волны.

#### 1. Введение

В последние годы в ряде научных центров проводились экспериментальные исследования по ускорению заряженных частиц кильватерной волной в плазме [1]. В большинстве этих работ используется плазма, созданная с помощью тлеющего разряда. Как известно, в такой плазме электроны и ионы двигаются вдоль разряда в противоположных направлениях, т.е., строго говоря, плазма не является неподвижной.

Однако во всех теоретических работах предполагается, что плазма неподвижна, исходя из того, что скорости частиц плазмы только тепловые, хаотические и намного меньше скорости ускоряемых частиц. Между тем, в тлеющем разряде движение частиц плазмы направленное, а скорости намного больше тепловых скоростей. Энергия частиц плазмы достигает десятков кэВ, что может привести к расхождению между экспериментальными и теоретическими результатами.

В данной работе приводятся предварительные оценки влияния движения плазмы на образование кильватерных волн, генерируемых электронными сгустками. Используется методика расчета, разработанная в работе [2].

В общем случае поле кильватерной волны имеет сложную продольную и поперечную структуру и исследуется численными методами. Задача решалась для одномерного случая на основе замкнутой самосогласованнной системы гидродинамических уравнений и уравнений Максвелла. Такая модель представляет ценность, т.к. допускает точное аналитическое решение и позволяет лучше понять физику процесса генерации кильватерной волны и указать способы его оптимизации. Используя метод Фурье, получены ана-

11

литические выражения для напряженности электрического поля кильватерной волны, описаны эффекты модуляции плотности и скорости электронов плазмы. Предложен алгоритм решения этой задачи для случая релятивистской плазмы.

#### 2. Определение поля кильватерной волны

Пусть однородный электронный сгусток, имеющий форму плоского слоя толщиной d, движется со скоростью  $v_0$  вдоль оси z в плазме. В свою очередь плазма движется вдоль той же оси со скоростью  $u_0$ . Рассмотрим сначала случай нерелятивистской плазмы, скорость которой меньше скорости движения сгустка  $|u_0| < v_0$ . Пусть начальная плотность плазмы равна  $n_0$ , а сгустка –  $n_b$ . Предположим также, что взаимодействие сгустка с плазмой достаточно слабо и изменением его плотности и скорости можно пренебречь. Уравнение движения электронного сгустка можно записать в виде  $v_0 t \le z \le v_0 t + d$ . Вычислим *z*-компоненту поля  $E_z$ , генерируемого сгустком в плазме, на основе замкнутой самосогласованной системы уравнений

$$\frac{\partial n_e}{\partial t} + \frac{\partial (n_e v_e)}{\partial z} = 0, \qquad (1)$$

$$\frac{\partial v_e}{\partial t} + v_e \frac{\partial v_e}{\partial z} = -\frac{e}{m} E_z , \qquad (2)$$

$$\frac{\partial E_z}{\partial z} = 4\pi \, e \left( n_0 - n_e - n_b \right). \tag{3}$$

Если напряженность поля  $E_z$  не очень велика, то электронную компоненту плотности плазмы  $n_e$  и ее скорость  $v_e$  можно, как обычно, искать по теории возмущений:

$$n_e = n_0 + n_1, \qquad v_e = u_0 + v_1,$$

где линейные по полю добавки  $n_1 \ll n_0$  и  $v_1 \ll u_0$ . Учитывая, что  $n_e v_e \approx n_0 u_0 + n_0 v_1 + n_1 u_0$ , и линеаризируя систему (1-3), получаем

$$\frac{\partial n_1}{\partial t} + n_0 \frac{\partial v_1}{\partial z} + u_0 \frac{\partial n_1}{\partial z} = 0 , \qquad (1a)$$

$$\frac{\partial v_1}{\partial t} + u_0 \frac{\partial v_1}{\partial z} = -\frac{e}{m} E_z, \qquad (2a)$$

$$\frac{\partial E_z}{\partial z} = -4\pi e \left( n_1 + n_b \right). \tag{3a}$$

Здесь величины  $E_z(z,t)$ ,  $n_1(z,t)$ ,  $v_1(z,t)$  являются функциями от времени *t* и координаты *z*. Разложим поле в интеграл Фурье по координате *z* 

$$E_z(z,t) = \int E_z(k,t) e^{ikz} dk .$$

Будем искать кильватерное решение уравнений (1-3), то есть то решение, которое обращается в ноль при  $z \to +\infty$ . Для этого примем, что волновое

число k имеет небольшую положительную мнимую добавку

$$k = k' + ik'' . (4)$$

Разлагая скорость и плотность плазмы в интеграл Фурье, получаем

$$ikE_{z}(k,t) = -4\pi e \left( n_{1}(k) + \frac{n_{b}i}{2\pi k} e^{-ikv_{0}t} \left( e^{-ikd} - 1 \right) \right) , \qquad (5)$$

$$\frac{\partial n_1(k,t)}{\partial t} - ikn_0 v_1(k,t) + iku_0 n_1(k,t) = 0, \qquad (6)$$

$$\frac{\partial v_1(k,t)}{\partial t} + iku_0 v_1(k,t) = -\frac{e}{m} E_z(k,t).$$
<sup>(7)</sup>

Разложим теперь все величины в интеграл Фурье по переменной *t*. Это приводит к следующей системе алгебраических уравнений для фурье-компонент  $E_z(\omega, k), n_1(\omega, k), v_1(\omega, k)$ :

$$-\omega n_1(k,\omega) + k n_0 v_1(k,\omega) + k u_0 n_1(k,\omega) = 0 , \qquad (8)$$

$$\omega v_1(k,\omega) - k u_0 v_1(k,\omega) = i \frac{e}{m} E_z(k,\omega), \qquad (9)$$

$$ikE_{z}(k,\omega) = -4\pi e \left( n_{1}(k,\omega) + \frac{n_{b}i}{2\pi k} \left( e^{-ikd} - 1 \right) \delta\left( \omega - kv_{0} \right) \right).$$
(10)

Решение этой системы имеет вид

$$v_1(\omega,k) = i \frac{e}{m} \frac{E_z}{\omega - ku_0} , \qquad (11a)$$

$$n_1 = \frac{e}{m} E_z \frac{kn_0}{i(\omega - ku_0)^2} , \qquad (11b)$$

$$E_{z}(k,\omega) = -\frac{2en_{b}i}{k^{2}\varepsilon} \left(e^{-ikd} - 1\right) \delta\left(\omega - kv_{0}\right).$$
(11c)

Здесь введены обозначения  $\varepsilon = 1 - \frac{\omega_p^2}{(\omega - ku_0)^2}$ ,  $\omega_p^2 = \frac{4\pi n_0 e^2}{m}$  – квадрат плаз-

менной частоты электронной плазмы. Совершив обратное преобразование Фурье, получаем выражение для напряженности поля кильватерной волны:

$$E_{z}(z,t) = \iint E_{z}(k,\omega)e^{-i(kz-\omega t)}dkd\omega = \int_{-\infty}^{+\infty} E_{z}(k)e^{-i(kz-kv_{0}t)}dk =$$

$$= -2en_{h}\left(\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{e^{ik(\bar{z}-d)}}{k^{2} - \frac{\omega_{p}^{2}}{(v_{0} - u_{0})^{2}}}dk - \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{e^{ik\bar{z}}}{k^{2} - \frac{\omega_{p}^{2}}{(v_{0} - u_{0})^{2}}}dk\right).$$
(12)

Представим знаменатели в подынтегральных выражениях в виде  $(k - \omega_p / (v_0 - u_0))(k + \omega_p / (v_0 - u_0))$ . Учитывая (4), получаем, что поведение полученных интегралов определяется двумя полюсами

$$k_1' = \frac{\omega_p}{\nu_0 - u_0} - ik'' \quad \mathcal{U} \qquad k_2' = -\frac{\omega_p}{\nu_0 - u_0} - ik'', \tag{13}$$

расположенными в нижней полуплоскости комплексной плоскости k.

Вычислим поле в трех областях:

а) Перед сгустком. В этом случае величина  $\tilde{z} = z - vt \ge d > 0$ . Замыкая контур интегрирования в верхней полуплоскости, получаем на основе теоремы о вычетах

$$E_z(z,t) = 0$$
. (14a)

б) Внутри сгустка. В этом случае величина  $\tilde{z} > 0$ , а величина  $\tilde{z} - d < 0$ . Поэтому контур во втором интеграле следует замкнуть в верхней полуплоскости. Как и в предыдущем случае, величина интеграла равна нулю. В первом интеграле замыкаем контур интегрирования в нижней полуплоскости. На основании теоремы о вычетах имеем

$$E_{z}(z,t) = \frac{\omega_{p}}{e/m} \frac{n_{b}}{n_{0}} (v_{0} - u_{0}) \sin\left(\frac{\omega_{p}}{v_{0} - u_{0}} (d - \widetilde{z})\right).$$
(14b)

в) За сгустком. В этом случае  $\tilde{z} < 0$ ,  $\tilde{z} - d < 0$ . Замыкая оба контура интегрирования в нижней полуплоскости, получаем

$$E_{z}(z,t) = \frac{\omega_{p}}{\frac{e}{m}} \frac{n_{1}}{n_{0}} \left(v_{0} - u_{0}\right) \left[ \sin\left(\frac{\omega_{p}}{v_{0} - u_{0}} \left(d - \widetilde{z}\right)\right) - \sin\left(\frac{\omega_{p}|\widetilde{z}|}{v_{0} - u_{0}}\right) \right].$$
(14c)

Таким образом, поле излучения оказывается равным нулю перед сгустком. Оно отлично от нуля внутри сгустка. Здесь напряженность поля осциллирует вдоль оси *z* с периодом  $2\pi(v_0 - u_0)/\omega_p$ , причем поле обращается в нуль на переднем фронте сгустка. За сгустком поле представляет собой сумму двух полей, осциллирующих на одной и той же частоте, но сдвинутых по фазе на величину  $\omega_p d/(v_0 - u_0)$ , что соответствует двум возмущениям, вызванным началом и концом электронного слоя.

Очевидно, что в случае, когда плазма движется навстречу пучку электронов, скорость  $u_0 < 0$ , и множитель  $v_0 - u_0 = v_0 + |u_0|$  приводит к увеличению напряженности поля кильватерной волны.

#### 3. Модуляции плотности и скорости плазмы

Исследуем теперь выражения для плотности *n*<sub>1</sub> и скорости *v*<sub>1</sub> плазмы. Используя выражения (14), из (3) получаем, что плотность плазмы

$$n_c = n_0 \tag{15a}$$

перед сгустком,

$$n_e = n_0 \left[ 1 - \frac{n_b}{n_0} \left( 1 - \cos\left(\frac{\omega_p}{\nu_0 - u_0} \left(d - \widetilde{z}\right)\right) \right) \right]$$
(15b)

внутри сгустка и

$$n_{e} = n_{0} \left[ 1 - \frac{n_{b}}{n_{0}} \left( \cos \left( \frac{\omega_{p}}{v_{0} - u_{0}} \widetilde{z} \right) - \cos \left( \frac{\omega_{p}}{v_{0} - u_{0}} (d - \widetilde{z}) \right) \right) \right]$$
(15c)

после сгустка. Аналогичные расчеты для скорости плазмы дают

$$v_e = u_0 \tag{16a}$$

перед сгустком,

$$v_e = u_0 - \frac{n_b}{n_0} (v_0 - u_0) \left[ 1 - \cos\left(\frac{\omega_p}{v_0 - u_0} (d - \tilde{z})\right) \right]$$
(16b)

в сгустке и

$$v_e = u_0 - \frac{n_b}{n_0} (v_0 - u_0) \left[ \cos\left(\frac{\omega_p}{v_0 - u_0} \widetilde{z}\right) - \cos\left(\frac{\omega_p}{v_0 - u_0} (d - \widetilde{z})\right) \right]$$
(16c)

после сгустка. Очевидно, что взаимодействие приводит к пространственной модуляции плотности и скорости плазмы с длиной волны  $2\pi (v_0 - u_0) / \omega_p$ .

В релятивистском случае, когда скорость плазмы очень велика, можно использовать тот же подход, однако уравнение (2a) следует заменить на релятивистское уравнение движения, откуда следует:

$$\frac{\partial v_1}{\partial t} + u_0 \frac{\partial v_1}{\partial z} = -\frac{e}{mv^3} E_z ,$$

где  $\gamma_0 = \frac{1}{\sqrt{1 - \beta_0^2}}, \ \beta_0 = \frac{u_0}{c}.$ 

#### 4. Заключение

Из полученных результатов видно, что движение плазмы приводит к изменению как амплитуды, так и длины волны кильватерных волн в плазме. Это изменение для обоих параметров пропорционально величине  $(v_0 - u_0)/v_0$ . Энергия электронов плазмы составляет от одного до нескольких десятков эВ в зависимости от конкретной конструкции и режима работы плазменной камеры. При высоких скоростях движения плазмы ее параметры (плотность, модуляция скоростей электронов в ней) могут значительно изменяться. Например, при энергии 50 кэВ скорость движения электронов плазмы будет равна 0,4*c*, а изменение амплитуды и длины волны кильватерных волн будет порядка 60% ( $v_0 \sim c$ ). Особенно сильное влияние можно наблюдать при рассмотрении двумерной задачи. Как известно, в этом случае амплитуда волны резко зависит также и от отношения диаметра электронного пучка к длине плазменной волны.

Работа выполнена при поддержке гранта МНТЦ А-405.

#### ЛИТЕРАТУРА

- T.Katsouleas. The Questions of Atomic Science and Technique. Nuclear-Physical Investigations, 6, pp.106-114, Yerevan, 1990.
- A.Ts.Amatuni, S.S.Elbakian, E.V.Sekhpossian, R.O.Abramian. Particle accelerators, 41, 153 (1993).

#### ԷԼԵԿՏՐՈՆԱՅԻՆ ԹԱՆՉՐՈՒԿԻ ՓՈԽԱՉԴԵՑՈՒԹՅՈՒՆԸ ՇԱՐԺՎՈՂ ՊԼԱՉՄԱՅԻ ՀԵՏ

#### Ս.Ս. ԷԼԲԱԿՅԱՆ, Մ.Լ. ՊԵՏՐՈՍՅԱՆ, Է.Դ. ԳԱՉԱՉՅԱՆ

Առաջարկված է շարժվող պլազմայի հետ էլեկտրոնային թանձրուկի փոխազդեցության խնդրի ինքնահամաձայնեցված լուծումը միաչափ մոդելի դեպքում։ Ստացված են արտահայտություններ քիլվաթերային դաշտերի համար, ինչպես նաև նկարագրված են պլազմայի խտության և նրա էլեկտրոնների արագության մոդուլյացիաները, որոնք բնութագրվում են քիլվաթերային ալիքի երկարությամբ։

#### INTERACTION OF ELECTRON BUNCH WITH MOVING PLASMA

#### S.S. ELBAKYAN, M.L. PETROSYAN, E.D. GAZAZYAN

The self-consistent solution of the interaction between an electron bunch and moving plasma for the one-dimensional model is obtained. The expressions describing the wake fields as well as the plasma density and plasma electron velocity modulation are derived. These expressions are characterized by the wake field wavelength. Известия НАН Армении, Физика, т.39, №1, с.17-25 (2004)

УДК 539.2

## СВЯЗАННЫЕ ЭЛЕКТРОННЫЕ СОСТОЯНИЯ В ПРОИЗВОЛЬНОЙ ЦЕНТРАЛЬНО-СИММЕТРИЧНОЙ СЛОИСТОЙ КВАНТОВОЙ ЯМЕ

#### Д.М. СЕДРАКЯН, А.Ж. ХАЧАТРЯН

Ереванский государственный университет

#### Государственный инженерный университет Армении

(Поступила в редакцию 2 июля 2003 г.)

Предложен общий метод для нахождения спектра связанных состояний, а также волновой функции электрона в поле произвольного слоистого потенциала, обладающего центральной симметрией. Показано, что данная задача может быть сведена к решению некоторой системы разностных уравнений. Предлагаемый подход обсуждается на примере квантовой точки, содержащей внутри себя однородный сферически-симметричный слой. Показано, что зависимость энергетических уровней от радиуса сферического слоя во многом схожа с зависимостью квадрата модуля волновой функции от радиальной переменной для пустой ямы.

#### 1. Введение

В последнее время в связи с задачами прикладного плана, а также причинами фундаментального характера, возникла необходимость изучения физических явлений в плоских, цилиндрических и сферических слоистых квантовых системах [1-8]. Это связано с возросшими возможностями нанотехнологии по созданию систем со всевозможными встроенными потенциалами, связанными с характером модуляции краев валентной зоны и зоны проводимости в объеме структуры. Последнее достигается путем неоднородного легирования одного элемента другим элементом или же композицией двух или нескольких структурных элементов [9]. В связи с вышесказанным представляет интерес рассмотрение движения квантовой частицы в произвольных потенциальных полях, обладающих определенными симметриями. Так, в работе [10] нами была рассмотрена задача движения электрона в поле произвольного непрерывного потенциала, обладающего центральной симметрией.

Как известно, произвольное стационарное движение в поле центрально-симметричного потенциала  $V(\mathbf{r}) \equiv V(r)$  может быть представлено как суперпозиция парциальных волн:



17

$$\psi(r,\theta,\varphi) = \sum_{l,m} \frac{u_l(r)}{r} Y_{lm}(\theta,\varphi) .$$
<sup>(1)</sup>

Здесь  $Y_{lm}(\theta, \varphi)$  есть известные сферические функции, а функция  $u_l(r)$  удовлетворяет следующему уравнению:

$$\frac{d^2 u_l(r)}{dr^2} + \left[k^2 - \frac{l(l+1)}{r^2} - U(r)\right] u_l(r) = 0, \qquad (2)$$

где  $\hbar^2 k^2 / 2m$  – энергия электрона и  $U(r) = 2m/\hbar^2 V(r)$ .

Целью настоящей работы является определение энергетического спектра и волновой функции электрона для случая произвольного слоистого потенциала, когда значение потенциала внутри каждого слоя принимает постоянное значение. Для рассматриваемой задачи потенциал может быть записан следующим образом:

$$V(r) = V_1 \theta(r_1 - r) + \sum_{n=2}^{N} V_n \theta(r - r_{n-1}) \theta(r_n - 1) + V_{N+1} \theta(r_N - r) + V_{N+1} \theta(r - r_N), \quad (3)$$

где  $r \ge 0$ . В (3) постоянные величины  $V_n$  ( $n = 1, 2, \dots, N + 1$ ) являются значениями потенциала в каждом из слоев, N равно количеству границ раздела слоев, а  $r_n$  ( $n = 1, 2, \dots, N$ ) определяют положения границ раздела. Заметим, что согласно определению потенциала (1) предполагается, что  $r_1 < r_2 \dots < r_N$ . Далее мы ограничимся исследованием только связанных состояний, т.е. будем рассматривать только те решения уравнения (2), которые при удалении от центра симметрии стремятся к нулю ( $u_1(r) \rightarrow 0$  при  $r \rightarrow \infty$ ).

В п.2 работы излагается общий метод получения волновой функции, а также уравнения, определяющего спектр электронных состояний для слоистого центрально-симметричного потенциала. Далее предложенный метод применен для случая квантовой точки, содержащей внутри себя однородный сферический слой. В заключении проводится обсуждение полученных результатов.

#### 2. Волновая функция и уравнение, определяющее спектр электронных состояний

Хорошо известно, что для области с постоянным значением потенциала  $U(r) = U \equiv \text{const}$  линейно независимыми решениями волнового уравнения (2) являются регулярная и нерегулярная в точке r = 0 функции Риккати-Бесселя [11]:  $j_l(qr)$ ,  $n_l(qr)$ , где  $q = \sqrt{k^2 - V}$ . Решение уравнения (2) с энергиями  $k^2 < U_{N+1}$  для уравнения (3) может быть представлено в следующем виде:

$$u_{l}(r) = \begin{cases} A_{l}^{1} j_{l}(q_{1}r), & 0 < r < r_{1}, \\ A_{l}^{2} j_{l}(q_{2}r) + B_{l}^{2} n_{l}(q_{2}r), r_{1} < r < r_{2}, \\ \dots & \dots & \dots \\ A_{l}^{n} j_{l}(q_{n}r) + B_{l}^{n} n_{l}(q_{n}r), r_{n-1} < r < r_{n}, \\ \dots & \dots & \dots \\ A_{l}^{N} j_{l}(q_{n}r) + B_{l}^{N} n_{l}(k_{N}r), r_{N-1} < r < r_{N}, \\ B_{l}^{N+1} k_{l}(\chi_{N+1}r), r > r_{N}, \end{cases}$$
(4)

где  $q_n = \sqrt{k^2 - V_n}$   $(n = 1, 2, \dots, N+1)$ . Заметим, что при  $k^2 < V_n$  в (4)  $q_n$  необходимо заменить на  $i\chi_n = i\sqrt{V_n - k^2}$ , с последующим аналитическим продолжением функций  $j_l(q_lr), n_l(q_lr)$  в комплексную плоскость. Так, функция  $k_l(\chi_{N+1}r)$ , входящая в (4), является экспоненциально убывающим при  $r \to \infty$  решением уравнением (3).

Все 2*N* коэффициента решения (4),  $A_l^1$ ,  $B_l^{N+1}$  и  $A_l^n$ ,  $B_l^n$  ( $n = 2, 3, \dots, N$ ), должны быть определены из требования непрерывности волновой функции и ее производной в точках  $r_n$  ( $n = 1, 2, \dots, N$ ). Как известно, данное требование приводит к линейной системе из 2*N* однородных уравнений для коэффициентов волновой функции (4). Равенство нулю детерминанта данной системы дает уравнение, определяющее энергетический спектр состояния. Далее в качестве нормировочной константы мы выберем  $B_l^{N+1}$  и будем выражать через нее все остальные коэффициенты. Прежде всего, выразим друг через друга коэффициенты решения, соответствующие областям, расположенным левее и правее от границ раздела слоев. Требование непрерывности волновой функции и ее производной для первой и *N*-той границ раздела дает следующие связи:

$$A_l^1 = aA_l^2 + bB_l^2, \qquad a = \frac{j_l(q_2r_1)}{j_l(q_lr_1)}, \qquad b = \frac{n_l(q_2r_1)}{j_l(q_lr_1)}, \tag{5}$$

$$A_{l}^{N} = cB_{l}^{N+1}, \qquad c = \frac{k_{l}(q_{N+1}r_{N})n_{l}'(q_{N}r_{N}) - k_{l}'(q_{N+1}r_{N})n_{l}(q_{N}r_{N})}{j_{l}(q_{N}r_{N})n_{l}'(q_{N}r_{N}) - j_{l}'(q_{N}r_{N})n_{l}(q_{N}r_{N})}, \qquad (6)$$

$$B_l^N = d B_l^{N+1}, \qquad d = \frac{k_l'(q_{N+1}r_N)j_l(q_Nr_N) - k_l(q_{N+1}r_N)j_l'(q_Nr_N)}{j_l(q_Nr_N)n_l'(q_Nr_N) - j_l'(q_Nr_N)n_l(q_Nr_N)}.$$
(7)

Связь между коэффициентами решения левее и правее от *n*-той границы раздела, когда  $n = 2, \dots, N-1$ , может быть выражена с помощью соответствующей матрицы переноса:

$$\begin{pmatrix} A_l^n \\ B_l^n \end{pmatrix} = \frac{1}{\Delta} \begin{pmatrix} t_{11}^{l,n} & t_{12}^{l,n} \\ t_{21}^{l,n} & t_{22}^{l,n} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A_l^{n+1} \\ B_l^{n+1} \end{pmatrix},$$
(8)

$$p_{11}^{l,n} = j_l(q_{n+1}r_n)n_l'(q_nr_n) - j_l'(q_{n+1}r_n)n_l(q_nr_n), \qquad (9)$$

$$t_{12}^{l,n} = n_l(q_{n+1}r_n)n_l'(q_nr_n) - n_l'(q_{n+1}r_n)n_l(q_nr_n),$$
(10)

$$t_{21}^{l,n} = j_l'(q_{n+1}r_n)j_l(q_nr_n) - j_l(q_{n+1}r_n)j_l'(q_nr_n), \qquad (11)$$

$$t_{21}^{l,n} = n_l'(q_{n+1}r_n)j_l(q_nr_n) - n_l(q_{n+1}r_n)j_l'(q_nr_n), \qquad (12)$$

$$\Delta = j_l(q_n r_n) n'_l(q_n r_n) - j'_l(q_n r_n) n_l(q_n r_n) \,. \tag{13}$$

Заметим, что формулы (5)–(13) позволяют легко выразить все коэффициенты волновой функции через нормировочную константу  $B_l^{N+1}$ . Действительно, используя (8) и учитывая (6), (7), можем записать

$$\begin{pmatrix} A_l^p \\ B_l^p \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} T_{11}^{p,l} & T_{12}^{p,l} \\ T_{21}^{p,l} & T_{22}^{p,l} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A_l^N \\ B_l^N \end{pmatrix}, \qquad p = 2, 3, \cdots, N-1,$$
(14)

где введено обозначение

$$\widetilde{T}_{p} \equiv \begin{pmatrix} T_{11}^{p,l} & T_{12}^{p,l} \\ T_{21}^{p,l} & T_{22}^{p,l} \end{pmatrix} = \frac{1}{\Delta^{N-p}} \prod_{N=l}^{n=p} \begin{pmatrix} t_{1n}^{l,n} & t_{12}^{l,n} \\ t_{21}^{l,n} & t_{22}^{l,n} \end{pmatrix}.$$
(15)

Как видно из (14), (15), коэффициенты решения  $A_l^p, B_l^p$  ( $p = 2, 3, \dots, N-1$ ) линейно выражаются через  $A_l^N, B_l^N$ . Коэффициент  $A_l^1$ , линейно связанный с  $A_l^2, B_l^2$  (см. (5)), согласно (14) также выражается через  $A_l^N, B_l^N$ . Последние, в свою очередь, согласно (6), (7), линейно связаны с  $B_l^{N+1}$ . Следовательно, все коэффициенты решения линейно выражаются через  $B_l^{N+1}$ .

Для получения уравнения, определяющего энергетический спектр электронных состояний, воспользуемся условием непрерывности производной волновой функции в точке  $r = r_1$ :

$$A_l^1 = uA_l^2 + vB_l^2, \qquad u = \frac{j_l'(q_2r_1)}{j_l'(q_1r_1)}, \qquad v = \frac{n_l'(q_2r_1)}{j_l'(q_1r_1)}.$$
(16)

Исключая из (5) и (16) A<sub>1</sub><sup>1</sup>, получим

$$aA_l^2 + bB_l^2 = uA_l^2 + vB_l^2 . (17)$$

Подставляя в матричное уравнение (14) p = 2 и раскрывая его, с учетом (6), (7), будем иметь

$$A_l^2 = \left(cT_{11}^{2,l} + dT_{12}^{2,l}\right)B_l^{N+1}, \quad B_l^2 = \left(cT_{21}^{2,l} + dT_{22}^{2,l}\right)B_l^{N+1}.$$
 (18)

Наконец, подставляя (18) в уравнение (17), получим уравнение, определяющее спектр электрона для произвольного центрально-симметричного сло-

истого поля:

$$(a-u)\left(cT_{11}^{2,l}+dT_{12}^{2,l}\right)+(b-v)\left(cT_{21}^{2,l}+dT_{22}^{2,l}\right)=0.$$
(19)

Заметим, что уравнение (19) является сложным трансцендентным уравнением, решение которого даже для весьма частных случаев требует проведения численного расчета. Определяя значения энергетических уровней из (14) и используя (5)-(7), (14), можно полностью определить волновую функцию (4) с точностью до произвольной комплексной константы  $B_I^{N+1}$ .

#### 3. Сферическая квантовая яма с потенциальным барьером внутри

Перейдем к применению предложенного подхода для определения энергетического спектра и волновой функции электрона для случая, когда число слоев системы равно четырем. Заметим, что в данном случае количество границ раздела N равно трем. В частности, рассмотрим сферическую квантовую яму, содержащую внутри себя сферически симметричный однородный потенциальный барьер. Для этой структуры зависимость потенциальной энергии от радиальной переменной имеет вид

$$U(r) = \begin{cases} 0 < r < L, \\ U, L < r < L + d, \\ 0, L + d < r < R, \\ V, r > R. \end{cases}$$
(20)

Как известно, основной трудностью для задач данного типа является проблема нахождения значений энергетических уровней. В случае знания последних задача определения волновой функции не представляет определенной трудности. Поэтому далее для рассматриваемой структуры (20) мы ограничимся только исследованием энергетического спектра.

Рассмотрим зависимость положений энергетических уровней от положения барьера внутри ямы, а также от высоты барьера. В качестве безразмерных параметров, описывающих структуру, а также положения энергетических уровней, нами выбраны следующие величины:  $Vd^2$ ,  $Ud^2$ , L/d, R/d,  $Ed^2$ ,  $\hbar^2 E/2m$  – энергия электрона.

На рис.1 приведены графики зависимости энергетических уровней  $Ed^2$  от положения барьера внутри ямы L/d для различных значений орбитального квантового числа l ( $l = 0, 1, 2, \dots, 7$ ). Расчеты проводились в предположении, что высота барьера равна глубине квантовой ямы. Для значения  $Ud^2 = Vd^2 = 8$  отношение толщины барьера к ширине ямы было выбрано равным пяти (R/d = 5). Как следует из представленных на рисунке графиков, зависимость  $Ed^2$  от L/d в общем случае не является монотонной функцией. Так, при фиксированном значении l для нижних уровней данная зависимость имеет один максимум, в то время как для высших уровней число

максимумов увеличивается прямо пропорционально номеру уровня. Заметим, что для выбранных значений  $Ud^2 = Vd^2 = 8$ , R/d = 5 для любого положения барьера яма содержит четыре l = 0 уровня и три l = 2 уровня, в то время как для остальных l количество уровней зависит от L/d. Так, например, число состояний l = 3 при  $L/d \le 1.26$  равно трем, а при L/d > 1.26 оно равно двум. Легко показать, что максимально возможное количество уровней в яме, получающееся при значениях  $L/d \le 0.4$ , равно 23. При значениях  $L/d \le 3.4$  количество уровней в яме минимально и равно 16. Таким образом, перемещением барьера внутри ямы можно добиться уменьшения количества уровней.



Рис.1. Зависимость положений энергетических уровней  $l = 0, 1, 2, \dots, 7$  от положения барьера внутри ямы.

Необходимо отметить, что зависимость энергетических уровней от радиуса сферического слоя в общих чертах должна повторять зависимость

квадрата модуля волновой функции пустой ямы от радиальной переменной. Действительно, наибольшее взаимодействие между электроном и барьером должно наблюдаться в том случае, когда барьер расположен в области наиболее вероятностного расположения электрона. Это, в частности, означает, что энергия электрона будет максимально увеличиваться при тех значениях параметра L/d, для которых при  $r = L/d |u_l(r)|^2$  максимально. Так, например, для l = 0 состояний  $|u_0(r)|^2$  для первого энергетического уровня имеет один минимум примерно на расстоянии  $r \approx R/2$ , т.е. в середине между центром ямы и ее границей. Для второго уровня  $|u_0(r)|^2$  имеет один минимум и два максимума, причем его минимум расположен над максимумом первого уровня. Как видно из рис.1, зависимость первого l = 0 уровня от L/d имеет один минимум при L/d = R/2d, а зависимость второго уровня имеет два максимума и один минимум, расположенный над максимумом первого уровня. Как легко заметить из графиков, представленных на рис.1, поведение других энергетических уровней от положения барьера может быть легко объяснено аналогичным образом. В конце отметим, что в работе [12] для конкретной гетероструктуры исследовалась зависимость некоторых нижних уровней от положения барьера внутри квантовой точки. Полученные нами результаты качественно согласуются с результатами данной работы.



Рис.2. Зависимость положений энергетических уровней l = 0, 1, 2, 3 от высоты барьера.

Интересно также отметить, что расположение максимумов и минимумов в зависимости  $Ed^2$  от L/d для близлежащих уровней при фиксированном значении l может быть качественно интерпретировано на основе эффекта резонансного туннелирования электрона между областями, расположенными вне и внутри сферического слоя, где значения потенциальной энергии равны нулю. Действительно, согласно приближению сильной связи, при наименьшей удаленности энергетических уровней состояний, локализованных в различных областях квантовой системы, туннелирование электрона через барьер оказывается наиболее эффективным. Вследствие этого волновая функция электрона при значениях L/d, соответствующих точкам экстремума, оказывается наиболее «размазанной» по всему объему системы.

На рис.2 представлена зависимость энергетических уровней от потенциала сферического слоя при его фиксированной толщине и неизменном положении. Расчеты проводились для следующего набора значений безразмерных параметров:  $Vd^2 = 8$ , L/d = 2, R/d = 5. Как видно из представленных графиков, энергия электрона увеличивается с увеличением барьера. Как и следовало ожидать, это увеличение наиболее значительно в тех случаях, когда барьер расположен в точках наиболее вероятного нахождения электрона. Заметим также, что при заданном  $l \ge 1$  с увеличением  $Ud^2$  количество уровней в яме уменьшается.

#### 4. Заключение

В данной работе нами предложен метод определения спектра связанных состояний, а также волновых функций электрона для произвольного центрально-симметричного слоистого потенциала. Показано, что в общем виде рассматриваемая задача сводится к решению некоторой системы разностных уравнений. Получено также уравнение, определяющее энергетический спектр.

Предложенный подход обсуждается на примере квантовой точки, содержащей внутри себя однородный сферически-симметричный квантовый слой. Проведено исследование зависимости энергетических уровней от различных параметров сферического слоя. Показано, что зависимость уровней от радиуса схожа с зависимостью квадрата модуля волновой функции от радиальной переменной. Показано также, что увеличение значения потенциала слоя ведет к однозначному увеличению значений энергетических уровней.

В заключение один из авторов (Д.М.С.) благодарит грант МНТЦ А-353 за финансовую поддержку при выполнении этой работы.

#### ЛИТЕРАТУРА

- 1. Ю.А.Романов. ФТП, 4, 1434 (1971).
- 2. H.C.Liu. J. Appl. Phys., 73, 3062 (1993); B.F.Levine, J. Appl. Phys., 74, R1 (1993)
- H.Akayama, H.Sugavara, Y.Kodoya. A.Lorke, S.Trujino, H.Sakaki. Appl. Phys. Lett., 65, 424 (1994).
- 4. N.Mori, T.Ando. Phys. Rev., B40, 6175 (1989).
- 5. J.M.Rosison. Phys.Rev., B48, 4643 (1994).
- 6. M.M.Agasyan and A.A.Kirakosyan. Physica E, 8, 281 (2000).

- R.R.L. De Carvalho, J.R.Filho, G.A.Farias, V.N.Freire. Super. and Microstructures, 25, 221 (1999).
- 8. Н.В.Ткач, И.В.Пронишин, А.М.Маханец. ФТТ, 40, 577 (1998).
- D.Schooss, A.Mews, A.Eychmuller, H.Weller. Phys. Rev., B 49, 17072 (1994); J.Kim, Lin-Wang Wang, A.Zuger. Phys. Rev., B56, 15541 (1997).
- 10. Д.М.Седракян, А.Ж.Хачатрян. Изв. НАН Армении, Физика, 37, 282 (2002).
- 11. В.В.Бабиков. УФН, 92, 3 (1967).
- А.Л.Затикян, С.Г.Петросян. Материалы Третьей Нац. Конф. «Полупровод. Микроэлектроника», Севан, 2000. Изд. ЕГУ, Ереван, 2000, с.17.

#### ԿԱՊՎԱԾ ԷԼԵԿՏՐՈՆԱՅԻՆ ՎԻճԱԿՆԵՐԸ ԿԱՍԱՅԱԿԱՆ ԿԵՆՏՐՈՆԱՀԱՄԱՉԱՓ ՇԵՐՏԱՎՈՐ ՔՎԱՆՏԱՅԻՆ ՓՈՍՈՒՄ

#### Դ.Մ. ՍԵԴՐԱԿՅԱՆ, Ա.Ժ. ԽԱՉԱՏՐՅԱՆ

Առաջարկված է ընդհանուր մեթոդ կամայական կենտրոնահամաչափ շերտավոր դաշտում էլեկտրոնի կապված վիճակների սպեկտրը, ինչպես նաև ալիքային ֆունկցիան որոշելու համար։ Յույց է տրված. որ այդ խնդիրը կարելի է բերել որոշակի վերջավոր տարբերակային հավասարումների համակարգի լուծման խնդրին։ Առաջարկվող մոտեցումը կիրառված է համասեռ սֆերիկ շերտ պարունակող քվանտային կետի դեպքի համար։ Յույց է տրված նաև, որ էներգիական մակարդակների կախումը սֆերիկ շերտի շառավղից, նման է դատարկ փոսի ալիքային ֆունկցիայի կախմանը շառավղային փոփոխականից։

#### BOUND ELECTRON STATES IN AN ARBITRARY CENTRAL-SYMMETRIC LAYERED QUANTUM WELL

#### D.M. SEDRAKIAN, A.Zh. KHACHATRIAN

A general method for determination of the bound electron states and wave function in the field of an arbitrary layered central-symmetric field is proposed. It is shown that this problem can be reduced to the solution of some system of finite-difference equations. The proposed approach is used for the case of a quantum dot containing a homogeneous spherically symmetric layer. It is shown that the dependence of energy levels on the spherical layer radius in many respects is similar to the dependence of the square of the wave function modulus on the radial variable for an empty well.

УДК 548.0

## СВЕРХСВЕТОВОЕ РАСПРОСТРАНЕНИЕ И АНОМАЛИИ ПОГЛОЩЕНИЯ СВЕТА В ИЗОТРОПНОМ СЛОЕ. II. АНОМАЛИИ ПОГЛОЩЕНИЯ

#### А.А. ГЕВОРГЯН

#### Ереванский государственный университет

#### (Поступила в редакцию 5 марта 2003 г.)

Рассмотрены особенности поглощения излучения в тонком изотропном слое. Выявлены эффекты аномально сильного и аномально слабого поглощения. Показано, что эти эффекты обусловлены увеличением (уменьшением) плотности световой энергии в слое и изменениями групповой скорости. Обсуждены возможности экспериментального наблюдения выявленных эффектов.

#### 1. Введение

При изучении особенностей распространения электромагнитных волн в различных системах в большинстве случаев обычно определяются только поля отраженной и прошедшей волн, тогда как поле внутри самой системы остается неопределенным. Однако во многих, представляющих большой интерес случаях необходимо знание распределения поля не только вне системы, но и также внутри самой системы. Такая необходимость возникает, например, при исследовании распространения излучения в различных волноводах, в неоднородных средах и многослойных системах, при исследовании оптического поглощения в различных сложных многослойных системах и т.д. [1-4]. В этой связи актуальным становится исследование распределения поля внутри тонкого изотропного слоя. Это связано, во-первых, с тем, что эта задача имеет самостоятельный физический интерес и позволяет глубже понять оптику однородного слоя. С другой стороны, понимание явления для однородного слоя открывает возможность его понимания для сложных систем. Изучение особенностей распространения света в тонких слоях с мнимым (а в общем случае комплексным) показателем преломления в последнее время вызывает повышенный интерес также в связи с их широким применением [5-13]. Здесь наблюдаются интересные интерференционные эффекты, сопровождающие процесс распространения излучения в слое. В частности, в работе [13] на основе решения уравнений Максвелла получены выражения для энергетических потоков вне и внутри слоя с комплексным показателем

преломления в случае нормального падения. Показано, что внутри слоя наряду с потоками прямой и обратной волн можно выделить интерференционный поток, величина которого пропорциональна мнимой части показателя преломления.

Ниже исследованы особенности распределения поля внутри изотропного слоя и на его основе объясняются особенности поглощения, вызванные хорошо известными интерференционными явлениями. Показано, что эти особенности аналогичны тем, которые наблюдаются также в периодических средах [14,15].

В работах [14,15] исследованы механизмы аномалии поглощения излучения в периодических средах и показано существование различных механизмов аномалии поглощения. При взаимодействии электромагнитной волны со средой неоднородности последней приводят к модуляции суммарной волны в среде. В соответствии с существованием различных форм модуляции суммарной волны в среде существуют различные механизмы аномалии поглощения. Известен эффект Бормана, заключающийся в аномально слабом (или сильном) поглощении излучения в условиях дифракционного рассеяния. Для рентгеновских лучей в кристаллах этот эффект реализуется за счет амплитудной модуляции суммарной волны [16,17]. В периодически неоднородных спиральных средах (холестерических жидких кристаллах, хиральных смектиках, геликоидальных магнитных структурах) этот эффект обусловлен поляризационной модуляцией суммарной волны в среде [18-20].

Однако, как показано в [14,15], это не единственный механизм аномалий поглощения излучения в периодических средах. Необходимым условием реализации всех разновидностей этого механизма является дискретное (и периодическое) или просто периодическое в пространстве изменение поглощения, либо периодическое в пространстве изменение ориентации осцилляторов поглощения при непрерывном их распределении в пространстве. Иной механизм аномалий поглощения (т.е. аномально сильного и аномально слабого поглощения излучения) действует в случае наличия в среде непрерывно распределенного в пространстве поглощения, имеющего, в частности, изотропную составляющую. Интересно отметить, что этот механизм аномалий поглощения действует также в изотропном слое конечной толщины, и настоящая работа посвящена этому вопросу. Отметим, что, как показано в [14,15] на аномалии поглощения влияют также изменения групповой скорости.

#### 2. Исходные соотношения

Пусть на плоскопараллельный слой с комплексным показателем преломления n = n' + in'', находящийся в среде с показателем преломления  $n_0$ , падает плоская монохроматическая волна с частотой  $\omega$ . Слой занимает область пространства  $0 \le z \le d$ , где ось z ориентирована перпендикулярно поверхности слоя. Рассмотрим случай  $\mu=1$ . Падающая волна распространяется под углом 9 по отношению к оси z и ее поле представим в виде

$$\mathbf{E}_{i} = (A_{i}^{p} \mathbf{n}_{p} + A_{i}^{s} \mathbf{n}_{s}) \exp[i(k_{0} z \cos \theta + k_{0} x \sin \theta - \omega t)], \tag{1}$$

где  $\mathbf{n}_p$  и  $\mathbf{n}_s$  – орты *p*- и *s*-поляризации,  $A_i^p$  и  $A_i^s$  – соответствующие комплексные амплитуды падающей волны,  $k_0 = n_0 \omega/c$ ,  $n_0$  – показатель преломления среды, ограничивающей с обеих сторон рассматриваемый слой. В области *z*<0, кроме падающей, распространяется и отраженная от слоя волна, поле которой представим в виде

$$\mathbf{E}_{r} = (r^{p} A_{i}^{p} \mathbf{n}_{p} + r^{s} A_{i}^{s} \mathbf{n}_{s}) \exp[i(-k_{0} z \cos \vartheta + k_{0} x \sin \vartheta - \omega t)], \qquad (2)$$

а в области z>d распространяется прошедшая через слой волна

$$\mathbf{E}_{t} = (t^{p} A_{i}^{p} \mathbf{n}_{p} + t^{s} A_{i}^{s} \mathbf{n}_{s}) \exp[i(k_{0} z \cos \theta + k_{0} x \sin \theta - \omega t)].$$
(3)

Амплитудные коэффициенты отражения  $r^{p,s}$  и прохождения  $t^{p,s}$  определяются известными соотношениями [5,6] (см. также [21]).

Поле внутри слоя имеет вид

$$\mathbf{E}_{m} = \{ [A_{1}^{p} \exp(ik_{z}z) + A_{2}^{p} \exp(-ik_{z}z)] \mathbf{n}_{p} + [A_{1}^{s} \exp(ik_{z}z) + A_{2}^{s} \exp(-ik_{z}z)] \mathbf{n}_{s} \} \exp[i(k_{0}x \sin \vartheta - \omega t)],$$

$$(4)$$

где

$$A_{1,2}^{p} = \frac{1}{2} A_{i}^{p} \left[ \left( \frac{\cos \vartheta}{\cos \beta} \pm \frac{n_{0}}{n} \right) + r^{p} \left( \frac{\cos \vartheta}{\cos \beta} \mp \frac{n_{0}}{n} \right) \right],$$

$$A_{1,2}^{s} = \frac{1}{2} A_{i}^{s} \left[ \left( 1 \pm \frac{n_{0} \cos \vartheta}{n \cos \beta} \right) + r^{s} \left( 1 \mp \frac{n_{0} \cos \vartheta}{n \cos \beta} \right) \right].$$
(5)

Суммарное поле в каждой среде можно представить в виде модулированной волны и определить характер модуляции в слое и вне слоя:

$$\mathbb{E}^{0,1,2} = [B_{0,1,2}^{p}(z)\exp(iK_{0,1,2}^{p}z)\mathbf{n}_{p} + B_{0,1,2}^{s}(z)\exp(iK_{0,1,2}^{s}z)\mathbf{n}_{s}]\exp[i(k_{0}x\sin\vartheta - \omega t)], \quad (6)$$

где индексами 0,1,2 обозначены параметры, относящиеся соответственно к средам левее слоя, к слою и к среде правее слоя, соответственно, причем

$$B_{0,l,2}^{p,s}(z) = \sqrt{\left(\operatorname{Re} E_{p,s}^{0,l,2}\right)^2 + \operatorname{Im}(E_{p,s}^{0,l,2})}, \qquad (7)$$

$$K_{0,1,2}^{p,s} = \frac{1}{z} \operatorname{arctg}\left(\frac{\operatorname{Im}(E_{p,s}^{0,1,2})}{\operatorname{Re}(E_{p,s}^{0,1,2})}\right),\tag{8}$$

 $E^{0,1,2}$  – суммарное поле соответственно в среде левее слоя, в слое и в среде правее слоя, т.е.

$$\mathbf{E}^{0} = \mathbf{E}_{t} + \mathbf{E}_{r}, \quad \mathbf{E}^{1} = \mathbf{E}_{in}, \quad \mathbf{E}^{2} = \mathbf{E}_{t}.$$
(9)

При рассмотрении взаимодействия световых импульсов с оптически-

ми системами определяются эффективные (усредненные) групповые скорости прошедшего и отраженного световых импульсов, нормированные по *с* [22-25], которые выражаются через комплексные коэффициенты прохождения *t*<sup>*p*,*s*</sup> и отражения *r*<sup>*p*,*s*</sup>:

$$v_{gp,s}^{l,r} = \frac{d}{c \cdot \tau_{p,sg}^{l,r}},$$
(10)

где

$$\tau_{gp,s}^{t} = -\frac{\lambda^{2}}{2\pi c} \frac{\partial \arg t^{p,s}}{\partial \lambda}, \quad \tau_{gp,s}^{r} = -\frac{\lambda^{2}}{2\pi c} \frac{\partial \arg r^{p,s}}{\partial \lambda}.$$
 (11)

Определяемые таким образом нормированные групповые скорости учитывают влияние границ и зависят от параметров сред, от их показателей преломлений, толщины слоя и т.д.

Энергетические коэффициенты отражения  $R^{p,s}$  и пропускания  $T^{p,s}$  определяются выражениями  $R^{p,s} = |r^{p,s}|^2$ ,  $T^{p,s} = |t^{p,s}|^2$ . Определим также величину  $Q^{p,s} = 1 - |R^{p,s} + T^{p,s}|^2$  характеризующую долю световой энергии, поглошенной в слое.

#### 3. Численные расчеты. Обсуждение

Рассмотрим особенности поглощения излучения в изотропном слое, обусловленные интерференционными явлениями в изотропном слое конечной толщины. Как известно, при прохождении света через слой конечной толщины зависимость оптических характеристик (коэффициентов отражения и пропускания, поглощения излучения в слое и т.д.) от длины волны (или от толщины слоя) имеет осцилляционный характер. Эти осцилляции есть следствие многократных отражений от диэлектрических границ и в эксперименте с толстыми (по сравнению с длиною волны) образцами обычно не проявляются из-за усреднения по разбросу толщины слоя и конечной частотной ширины линии источника света. Так, на рис.1 представлены зависимости коэффициента пропускания T (кр.1) и поглощения излучения в слое Q(кр.2) от длины волны для s-волны (штриховые кривые). Сплошные кривые относятся к соответствующим, усредненным по длине волны (за интервал Δλ=0.00002 мкм) зависимостям. Ситуация существенно меняется в случае тонких (*d* порядка λ) слоев. В таких ситуациях эти осцилляции уже могут проявляться также в эксперименте и на одних длинах волн поглощение может быть аномально сильным, а на других – аномально слабым. Перейдем к исследованию именно этих особенностей поглощения.

Вначале будем предполагать, что частота света находится вдали от полосы поглощения, так что n>1 и, кроме того, реальные и мнимые части коэффициента преломления будем считать постоянными и не зависящими от частоты.





На рис.2 представлены кривые зависимостей величин R (кр.1), T (кр.2), Q (кр.3) и  $v'_g$  (кр.4) от длины волны для *s*- (сплошные кривые) и *p*- (штриховые кривые) волн для тонкого слоя. Как видно из рисунка, величина Q осциллирует, на одних длинах волн имеет место аномально сильное поглощение, на других – аномально слабое поглощение. На длине  $\lambda$ =1.416 мкм получается первый максимум величины Q (при дальнейшем увеличении длины волны Q монотонно уменьшается). На длине  $\lambda$ =0.946 мкм наблюдается первый минимум величины Q и т.д., и с уменьшением длины волны период осцилляции Q также уменьшается. Отметим также, что минимумы (максимумы) поглощения получаются на максимумах (минимумах) коэффициента отражения R и на максимумах (минимумах) групповой скорости.



Рис.2. Зависимости коэффициентов отражения R (кр.1), прохождения T (кр.2), поглощения света в слое Q (кр.3) и групповой скорости  $v_g^l$  (кр.4) от длины волны для *s*- (сплошные кривые) и *p*- (штриховые кривые) волн. Угол падения  $\mathcal{B}=30^0$ , толщина слоя d=0.5 мкм,  $n_0=2.25$ ,  $\varepsilon=2.25+i0.1$ .

Нами рассмотрены два случая, а именно,  $n > n_0$  ( $n_0=1$ , n=1.5) и  $n < n_0$  (n=1.5,  $n_0=2.25$ ,). Параметры выбраны таким образом, что при отсутствии поглощения в обоих этих случаях спектры R и T практически идентичны. При наличии поглощения появляются слабые отличия (максимумы и минимумы Q слегка сдвигаются друг относительно друга).



Рис.3. Зависимость амплитуды суммарной волны в слое и вне слоя B(z) от z для длин волн падающего света, соответствующих первому максимуму поглощения Q (a,e), первому минимуму Q (b,f), второму максимуму Q (c,g) и второму минимуму Q (d,h) в случаях,  $n_0=1$  (a,b,c,d) и  $n_0=2.25$  (e,f,g,h), при отсутствии поглощения (сплошные кривые) и при наличии поглощения (штриховые кривые). Толстые кривые соответствуют s-волне, тонкие – p-волне. Параметры те же, что и на рис.2. Рис.3i,j соответствуют случаю  $\varepsilon = -0.5$  с  $n_0=1(i)$  и  $n_0=-0.5(j)$ .

Если спектры отражения в обоих случаях идентичны, то формы модуляции и плотности суммарной электромагнитной волны в слое и вне слоя в этих двух случаях существенно отличаются друг от друга. На рис.3 представлена зависимость B(z) от z для длин волн падающего света, соответствующих первому максимуму (a,e), первому минимуму (b,f), второму максимуму (c,g) и второму минимуму (d,h) поглощения излучения Q и относящихся соответственно к первому случаю ( $n < n_0$ , a,b,c,d) и второму случаю ( $n > n_0$ , e,f,g,h). Сплошные кривые соответствуют случаю отсутствия поглощения, а штриховые кривые – его наличию. Толстые кривые соответствуют *s*-волне, тонкие – *p*-волне. Сначала рассмотрим случай n<n0. Как видно из рисунков, амплитуда суммарной волны в слое осциллирует с изменением z, возникают биения, причем на минимумах отражения с границами слоя z=0 и z=d совпадают минимумы биений, а на максимумах отражения с границей z=0 совпадают максимумы биений, и с границей z=d – минимумы биений. На первом минимуме отражения (максимуме поглощения) возникает только один гребень со значительной высотой. При этом амплитуда суммарной волны в среде в центре слоя намного больше амплитуды падающей волны. Из-за многократных отражений на диэлектрических границах слоя происходит накопление энергии излучения в центре слоя. Поэтому наличие даже малого поглощения (малого Ime) приводит к аномально сильному затуханию. На втором минимуме отражения возникают уже два гребня биений, но сравнительно меньшей высоты. Поэтому на этой длине волны аномальное (сильное) поглощение выражено более слабо. На третьем минимуме отражения возникают три гребня меньшей высоты и т.д. На первом максимуме отражения с границей z=0 совпадает гребень первого биения, а с границей z=d – минимум второго биения. Наличие поглощения практически не влияет на высоту первого гребня и уменьшает высоту второго гребня. Поскольку, к тому же, высоты гребней на максимумах отражения значительно меньше, чем на соответствующих минимумах отражения, то поглощение излучения получается аномально слабым. С увеличением номера максимума увеличивается число гребней и поэтому аномальное (слабое) поглощение выражается все более слабо.

Таким образом, в этом случае аномалии поглощения излучения обусловлены тем, что в среде возникает стоячая волна с узлами на границах слоя (аномально сильное поглощение), с пучностью на первой границе и с узлом на второй границе (аномально слабое поглощение). Иной характер имеет модуляция поля суммарной волны в слое при  $n > n_0$ . Однако общим для этих двух случаев является то, что усредненная по объему плотность энергии суммарной электромагнитной волны  $\overline{w} = \frac{n^2}{4\pi} \frac{1}{V} \int B(z)^2 dV$  на максимумах поглощения и Q (на минимумах коэффициента отражения) больше (в данном случае приблизительно в полтора раза), чем на минимумах поглощения, хотя, как видно из рисунка, характеры модуляции в обоих этих случаях существенно отличаются друг от друга.

Таким образом, аномалии поглощения излучения в изотропном слое объясняются тем, что на минимумах коэффициента отражения излучение проникает в изотропный слой максимально глубоко, вследствие чего плотность энергии электромагнитной волны в слое получается сравнительно большой и поэтому наличие даже слабого поглощения (малого *n*") приводит к большим потерям энергии электромагнитной волны. И, наоборот, на максимумах коэффициента отражения плотность электромагнитной волны в слое получается сравнительно малой и поэтому то же значение *n*" обуславливает сравнительно слабые потери в энергии электромагнитной волны.

Как видно из рис.2, минимумы (максимумы) поглощения получаются на максимумах (минимумах) групповой скорости. Так как в этом случае групповая скорость равна скорости распространения энергии световой волны, то это означает, что, как и в случае периодических сред, изменения скорости распространения энергии также дают вклад в возникновение аномалий поглощения излучения в среде (см. также [15]).

Из рис.3 видно также, что амплитуда *p*-волны на границах слоя претерпевает разрыв. Это естественно, так как в *p*-волне дает вклад также нормальная составляющая поля.

Сравнение представленных результатов показывает, что

1) усредненная по объему плотность энергии суммарной электромагнитной волны  $\overline{w} = \frac{n^2}{4\pi} \frac{1}{V} \int B(z)^2 dV$  в случае  $n > n_0$  в слое больше, чем вне слоя, а в случае  $n < n_0$ , наоборот, больше вне слоя.

2) усредненная по объему амплитуда суммарной электромагнитной волны  $\overline{B} = \frac{1}{V} \int B(z) dV$  имеет обратный характер: в случае  $n > n_0$  она больше вне слоя, а в случае  $n < n_0 - в$  слое.

Теперь рассмотрим случай n<1. Характер модуляции света в случае  $0 < \varepsilon < 1$  (вне слоя и внутри слоя) аналогичен случаю  $\varepsilon > 1$ . Характер модуляции света существенно меняется в случае  $\varepsilon < 0$ . На рис.3i, представлена зависимость B(z) от z при  $\varepsilon = -0.5$ . Как видно из рисунка, характер модуляции света в слое в этом случае аналогичен случаю модуляции света в слоях периодических сред для частот света, попадающих в область дифракционного отражения.

На рис.4 (a,b,c,d) представлена зависимость B(z) от z для s- (сплошные кривые) и p- (штриховые кривые) волн при различных углах падения света на слой. При больших углах падения ( $\vartheta > \arcsin(n/n_0)$ ) происходит полное внутренее отражение и характер зависимости B(z) от z становится такой же, как при  $\varepsilon < 0$ .

Наблюдение эффекта аномально сильного (слабого) поглощения в изотропном слое, по-видимому, проще всего выполнить с такими изотропными слоями, толщины которых меньше длины волны падающего света:  $d < \lambda$ . В толстых слоях период осцилляции коэффициента отражения по час-

тоте (или по длине волны) существенно уменьшается и наблюдение этих эффектов может стать невозможным из-за вариации толщины слоя и из-за конечной частотной ширины линии источника света, используемого в измерениях.



Рис.4. Зависимость B(z) от z для s- (сплошные кривые) и p- (штриховые кривые) волн при различных углах падения света на слой.  $\mathcal{P}=0^{0}$  (a),  $\mathcal{P}=20^{0}$  (b),  $\mathcal{P}=40^{0}$  (c),  $\mathcal{P}=60^{0}$  (d),  $n_{0}=1$ ,  $\lambda=0.4$  мкм.  $\varepsilon=2.25$ .

В заключение отметим еще раз, что проанализированный на примере изотропного поглощающего слоя эффект аномального увеличения (уменьшения) поглощения носит весьма общий характер и может также проявляться при взаимодействии излучения с различными периодическими средами в случае наличия в среде непрерывно распределенного в пространстве поглощения, имеющего, в частности, изотропную составляющую (см. также [15]). Отметим, что существование аналогии между аномалиями поглощения в изотропном слое и в слое периодической среды позволяет утверждать, что многократные отражения от диэлектрических границ есть не что иное, как проявление дифракции света в ограниченном пространстве.

Отметим также, что рассмотренные в настоящей статье эффекты аномалии поглощения могут оказаться полезными для создания условий максимального поглощения излучения (например, при создании инверсионной заселенности возбужденных атомов и молекулярных уровней путем оптической накачки или при исследовании люминесценции).

34

#### ЛИТЕРАТУРА

- 1. A.Yariv and P.Yeh. Optical Waves in Crystals. John Wiley & Sons, N.Y., 1984.
- 2. P.Yeh. Optical Waves in Layered Media. New York, John Wiley & Sons, 1988.
- 3. F.Ramos-Mendieta and P.Halevi. JOSA, B, 14, 370 (1997).
- 4. F.Villa, L.E.Regalado, et al. Opt. Lett., 27, 646 (2002).
- 5. M.Born and E.Wolf. Principles of Optics. Oxford, Pergamon Press, 1964.
- 6. R.M.A.Azzam, N.M.Bashara. Ellipsometry and polarized light. Amsterdam, North-Holland, 1977.
- A.K.Zvezdin and V.A.Kotov. Modern Magnetooptics and Magnetooptical Materials. Bristol and Philadelphia, Institute of Phys. Publ., 1997.
- 8. А.А.Колоколов, Г.В. Скроцкий. УФН, 162, 165 (1982).
- 9. В.В.Сидоренков, В.В.Толмачев. Письма в ЖЭТФ, 15, 34 (1989).
- 10. Д.И.Семенцов, В.В.Ефимов, С.А.Афанасьев. Письма в ЖТФ, 19, 6 (1993).
- 11. В.В.Толмачев, В.В.Савичев, В.В.Сидоренков. Вестник МГТУ, сер. Приборостроение, 19, 125 (1990).
- 12. С.А.Афанасьев, В.В.Ефимов, Д.И.Семенцов. Письма в ЖТФ, 19, 84 (1993).
- 13. В.В.Ефимов, Д.И.Семенцов. Опт. и спектр., 77, 72 (1994).
- 14. В.А.Беляков, А.А.Геворгян, О.С.Ерицян, Н.В.Шипов. Кристаллография. 33, 574 (1988).
- 15. A.H.Gevorgyan. Mol. Cryst. Liq. Cryst., 378, 187 (2002).
- 16. J.Borrman. Z. Phys., 42, 157 (1941).
- 17. А.М.Афанасьев, Ю.М.Каган. ЖЭТФ, 48, 327 (1965).
- R.Nityananda, U.D.Kini, S.Chandrasekhar, et al. In: Proc. of Intern. Liquid Cryst. Conf. Pramana Suppl., Bangalore, 1, 325 (1975).
- 19. В.А.Беляков, В.Е.Дмитриенко. ФТТ, 18, 2880 (1976).
- 20. K.A.Suresh. Mol. Cryst. Liq. Cryst., 35, 267 (1976).
- 21. А.А.Геворгян. Изв. НАН Армении, Физика, 38, 366 (2003).
- 22. S.Longhi, M.Marano, P.Laporta, M.Belmonte. Phys. Rev. E, 64, 055602(R)1 (2001).
- 23. S.Longhi, M.Marano, et al. Phys. Rev. E, 65, 045602(R)1 (2002).
- 24. S.Longhi, P.Laporta, M.Belmonte, E.Recami. Phys. Rev. E, 65, 46610 (2002).
- 25. V.E.Kochergin, E.V.Kochergin. Opt. Comm., 211, 121 (2002).

#### ԼՈՒՅՍԻ ԿԼԱՆՄԱՆ ԱՆՈՄԱԼԻԱՆԵՐԸ ԵՎ ԳԵՐԼՈՒՍԱՅԻՆ ՏԱՐԱԾՈՒՄԸ ԻՉՈՏՐՈՊ ՇԵՐՏՈՒՄ: II. ԿԼԱՆՄԱՆ ԱՆՈՄԱԼԻԱՆԵՐԸ

#### Ա.Հ. ԳԵՎՈՐԳՅԱՆ

Քննարկված են ճառագայթման կլանման անոմալիաները բարակ իզոտրոպ շերտում։ Հայտնաբերվել են անոմալ ուժեղ և անոմալ թույլ կլանման երևույթները։ Յույց է տրված, որ այդ երևույթները պայմանավորված են միջավայրի շերտում լուսային էներգիայի խտության մեծացմամբ (փոքրացմամբ), ինչպես նաև խմբային արագության փոփոխություններով։ Քննարկված են հայտնաբերված երևույթների փորձնական դիտման հնարավորությունները։

#### SUPERLUMINAL PROPAGATION AND ANOMALIES OF ABSORPTION OF LIGHT IN AN ISOTROPIC LAYER. II. ANOMALIES OF ABSORPTION

#### A.H. GEVORGYAN

Features of absorption of light passing through a thin isotropic layer are considered. The effects of anomalously strong and anomalously weak absorption of light are revealed. It is shown that these effects are due to the increase (decrease) in the light energy density in the layer and to the changes in the light group velocity. The possibilities of experimental observation of revealed effects are discussed.

Известия НАН Армении, Физика, т. 39, №1, с. 36-43 (2004)

УДК 535.343.4

## ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ СРАВНЕНИЕ МЕТОДА ПОЛУЧЕНИЯ СУБ-ДОПЛЕРОВСКОЙ РЕЗОНАНСНОЙ ФЛЮОРЕСЦЕНЦИИ С ПОМОЩЬЮ СВЕРХТОНКОЙ ЯЧЕЙКИ С ДРУГИМИ МЕТОДАМИ

# Т.С. ВАРЖАПЕТЯН<sup>1</sup>, Н.Р. БАЛАСАНЯН<sup>2</sup>, А.А. НЕРСИСЯН<sup>2</sup>, А.Д. САРГСЯН<sup>2</sup>, Д.Г. САРКИСЯН<sup>1</sup>

Институт физических исследований НАН Армении

<sup>2</sup>Ереванский государственный университет

(Поступила в редакцию 7 октября 2003 г.)

С помощью одночастотного диодного лазера ( $\lambda$ =780 нм) экспериментально реализовано суб-доплеровское разрешение спектров резонансной флюоресценции  $D_2$  линии атомарных паров Rb следующими методами: с помощью сверхтонкой ячейки с толщиной столба паров атомов рубидия  $L \sim 400$  нм; с помощью реализации видоизмененной схемы насыщения поглощения для получения резонансной флюоресценции; с помощью селективного отражения от границы окно ячейки (YAG) – атомарный пар Rb; с помощью атомного пучка Rb. Приводится анализ спектров резонансной флюоресценции, полученных данными методами при тех же экспериментальных параметрах, с целью выявления преимуществ и недостатков этих методов.

#### 1. Введение

Хорошо известно, что в ячейках обычной длины (1–100 мм), которые содержат пары атомов щелочных металлов, переходы между отдельными атомными уровнями сверхтонкой структуры в спектрах резонансной флюоресценции (РФ) и поглощения спектрально не разрешены из-за доплеровского уширения (ширина спектра отдельного перехода находится в интервале 400–1000 МГц при комнатной температуре, в зависимости от щелочного металла) и если частотное расстояние между атомными уровнями щелочного металла меньше этой величины, то эти переходы "скрыты" под общим доплеровским профилем [1].

В работах [2–4] было продемонстрировано, что используя сверхтонкие ячейки (СТЯ) с толщиной столба паров атомов L~100–500 нм, с помощью диодных лазеров с шириной спектра ~20 МГц, реализуется суб-доплеровское разрешение спектра резонансной флюоресценции и поглошения атомарных паров. Физика этого явления подробно описана в [5–9].

В настоящее время существует ряд методов, также позволяющих спек-

трально разрешить переходы между отдельными атомными уровнями сверхтонкой структуры, т.е. реализовать субдоплеровскую спектроскопию РФ. К наиболее используемым методам следует отнести технику Saturation Absorption (насыщение поглощения) [1]; селективное отражение от границы окно ячейки – атомарный пар [10,11]; применение атомного пучка [12]. Субдоплеровскую спектроскопию РФ можно реализовать также, используя технику "охлажденных" атомов, когда скорости атомов могут быть уменьшены до нескольких см/с, однако его реализация технически достаточно сложна [13]. Отметим также метод, который разработан в последние годы – метод когерентного пленения населенности, с помощью которого получают ширины атомных линий, значительно меньшие натуральных ширин (рекордная величина ~50 Гц) [14]. Однако его реализация также технически сложна.

В настоящей работе экспериментально реализована суб-доплеровская спектроскопия резонансной флюоресценции паров атомов Rb на линии D<sub>2</sub> вышеприведенными методами при тех же экспериментальных параметрах (т.е. фиксированная ширина линии лазера, та же группа атомных переходов D<sub>2</sub> линии Rb) с целью выявления их преимуществ и недостатков.

#### 2. Экспериментальная установка

Схема экспериментальной установки приведена на рис.1. Часть непрерывного излучения лазерного диода направлялась параллельным пучком перпендикулярно поверхности окна СТЯ для реализации лучшего суб-доплеровского спектрального разрешения [2]. Конструкция СТЯ аналогична приведенной в [2]. Длина *L* столба паров Rb составляла ~400 нм. Эта величина определялась с помощью метода, приведенного в работе [3]. СТЯ помещалась в печку, которая имела четыре отверстия: два отверстия – для прохождения лазерного излучения, два других отверстия – для регистрации РФ атомарных паров в направлении, перпендикулярном лазерному пучку. Температура бокового отростка СТЯ, которая определяет плотность *N* атомов Rb, поддерживалась при 120°С, что соответствует  $N \sim 2 \cdot 10^{13}$  см<sup>-3</sup>.



Рис.1. Схема экспериментальной установки. 1 – лазерный диод; 2 – делитель пучка; 3 – ячейка с парами Rb; 4 – фильтр; 5 – зеркало; 6 – сверхтонкая ячейка (СТЯ) с Rb; 7 – печка; 8 – фотоприемники; 9 – осциллограф Tektronix.

Вторая часть излучения лазера направлялась на ячейку с Rb длиною 8 см и с помощью зеркала (отражение от зеркала формирует "пробный пучок") осуществлялась известная схема насыщения поглощения (НП) (рис.1). Для получения резонансной флюоресценции с суб-доплеровским разрешением "пробный пучок" направлялся на вторую ячейку с Rb длиною 8 см (обе ячейки имели комнатную температуру). Сигналы РФ паров регистрировались фотодиодами ФД24К (и усиливались операционными усилителями), подключенными к двухлучевому осциллографу Tektronix TDS 3032B. Для получения спектров РФ частота лазера линейно сканировалась в спектральной области ~7 ГГц вокруг D<sub>2</sub>-линии атомов Rb (780 нм) посредством модуляции тока инжекции. При регистрации спектров РФ применялась пилообразная модуляция с частотой 10 Гц. Мощность лазерного излучения составляла ~5 мВт при диаметре пучка 2 мм. Спектральная ширина излучения лазера составляла 20 МГц. Для увеличения степени линейной поляризации возбуждающего излучения использовалась призма Глана-Томсона.

Для осуществления метода селективного отражения (CO) применялась ячейка с Rb, окна которой были изготовлены из граната (YAG), имеющего клиновидность ~1 градус, для разделения излучений, отраженных от первой границы (воздух – гранатовое окно) и от второй границы (гранат – пары атомов Rb). CO, которое формировалось от второй границы (гранат – пары атомов Rb, линия D<sub>2</sub>), направлялось на фотодиод ФД24К и далее подавалось на осциллограф. Излучение лазера направлялось параллельным пучком перпендикулярно поверхности окна (отклонение от нормали менее 1 градуса) для реализации лучшего суб-доплеровского спектрального разрешения [10]. Ячейка с Rb помещалась в печку, где поддерживалась температура ~120°С.

#### 3. Результаты и обсуждение

В работе [2] отмечалось, что в СТЯ спектральное разрешение отдельных атомных переходов между уровнями сверхтонкой структуры достигается лучше в случае РФ, чем в спектре поглощения. По этой причине проводилась только регистрация спектров РФ. На рис.2,3 приведены спектры РФ в случае использования СТЯ (верхние кривые) и спектры РФ, полученные с помощью видоизмененной схемы НП для получения резонансной флюоресценции. Измерения производились одновременно, при этом часть лазерного пучка (50 %) направлялась в СТЯ, а другая часть (50 %) использовалась для получения РФ с помощью НП (рис.1). Спектры РФ состоят из следующих четырех групп, каждая из которых состоит из трех атомных переходов между уровнями сверхтонкой структуры: <sup>87</sup>Rb  $F_g=2 \rightarrow F_e=1,2,3$ ; <sup>85</sup>Rb  $F_g=3 \rightarrow F_e=2,3,4$ ; <sup>85</sup>Rb  $F_g=2 \rightarrow F_e=1,2,3$ ; <sup>87</sup>Rb  $F_g=1 \rightarrow F_e=0,1,2$ . В случае применения СТЯ (верхние кривые на рис.2,3) в спектрах РФ проявляются только по три субдоплеровских пика, которые соответствуют атомным переходам, в то время как в спектрах РФ (нижние кривые), полученных с помощью НП, проявля-

ются 6 пиков, три из которых соответствуют атомным сверхтонким переходам, а другие 3 пика есть так называемые "cross-over" линии, отмеченные на кривых с-о. При этом амплитуды с-о линий существенно превосходят амплитуды пиков, которые соответствуют атомным переходам. Это является существенным недостатком метода (НП), поскольку с-о линии, находясь близко к пикам, которые соответствуют атомным переходам, могут существенно их "сдвинуть" по частоте, а в некоторых случаях (когда частотное расстояние между переходами мало, как это имеет место для  ${}^{85}$ Rb F<sub>e</sub>=2  $\rightarrow$  F<sub>e</sub>=1,2,3 (рис.2)) пики, которые соответствуют атомным переходам, попадают под крыло с-о линии и не проявляются. Другое преимущество применения СТЯ - соотношение амплитуд РФ для переходов между уровнями сверхтонкой структуры остается линейным (то есть амплитуды соотносятся как вероятности переходов - см. ниже) В случае же использования НП (которое является сильно-нелинейным процессом) соотношение амплитуд переходов сильно зависит от параметров эксперимента и, как правило, не соответствует вероятностям переходов.



Frequency, 50 MHz/div

Рис.2. Спектры РФ <sup>85</sup>Rb D<sub>2</sub> F<sub>g</sub>=2,3 в случае использования СТЯ (верхние кривые), которые содержат по три суб-доплеровских пика, и спектры РФ в случае использования видоизмененной схемы насыщения поглощения (нижние кривые), которые содержат по 6 пиков (ЕТС– extremely thin cell (СТЯ)).



Frequency, 100 MHz/div

Рис.3. Спектры РФ <sup>87</sup>Rb D<sub>2</sub>,  $F_g$ =1,2 в случае использования СТЯ (верхние кривые), которые содержат по три суб-доплеровских пика, и спектры РФ в случае использования видоизмененной схемы НП (нижние кривые), которые содержат по 6 пиков.

Важным преимуществом метода НП является значительно меньшая спектральная ширина пиков (примерно в 4 раза), по сравнению с шириной аналогичных пиков, получаемых при использовании СТЯ.

На рис.4 приведены спектры селективного отражения от границы гранатовое окно – пары атомов Rb для всех переходов атомов Rb линии D<sub>2</sub>. Для оценки коэфициента отражения R можно использовать известную формулу Френеля  $R = \{(n_w - n_a)/(n_w + n_a)\}^2$ , где  $n_w$  – показатель преломления окна-граната (YAG), для длины волны 780 нм n=1.8245, а  $n_a$  – показатель преломления атомов Rb вблизи атомного перехода (величина  $n_a$  зависит от плотности атомов Rb, при этом  $n_a>1$ , когда частота лазера меньше частоты атомного перехода, и  $n_a<1$ , когда частота лазера больше частоты атомного перехода) [1]. Горизонтальная пунктирная линия показывает величину отражения от границы гранатовое окно – пары атомов Rb вдали от атомных резонансов, т.е. когда  $n_a=1$  и составляет ≈8.5%, а пиковое значение вблизи атомного перехода составляет 8.6% (поэтому ось ординат в нижней части содержит знак "прерыватель").



Рис.4. Спектры селективного отражения от границы гранатовое окно – пары атомов Rb для всех 4 групп переходов атомов Rb линии D<sub>2</sub> (каждая группа содержит по 3 атомных перехода).

Как видно из рисунков, спектральная ширина пиков в случае СО примерно в 1,5 раза меньше по сравнению с аналогичными пиками, получаемыми при использовании СТЯ (температура паров Rb в обоих случаях одинаковая). Однако недостатком метода СО являются широкие крылья, которые простираются на несколько сотен МГц (причина заключается в том, что величина  $n_a$  при отходе от резонанса спадает медленно). Кроме того, существенным недостатком метода СО является частотный сдвиг пиков РФ (на 10-15 Мгц) относительно частот атомных переходов.

Для сравнения спектров РФ, полученных с помощью атомного пучка Rb длиною ~1м, и спектров РФ, полученных при использовании СТЯ, нами были использованы результаты работы [12], поскольку создание установки для получения атомного пучка Rb является технически сложной задачей. На рис.5 приведены спектр РФ для переходов <sup>85</sup>Rb, D<sub>2</sub>, F<sub>g</sub>=3  $\rightarrow$  F<sub>e</sub>=2,3,4, полученный с помощью атомного пучка (рис.5б из работы [12]), и спектр РФ для тех же переходов, полученный при использовании СТЯ (рис.5а). Для определения амплитуды и спектральной ширины отдельного атомного перехода между уровнями сверхтонкой структуры нами проводилось "фитирование" этих кривых (пунктирные линии). Как видно из сравнения кривых на рис.5, при использовании СТЯ достигается лучшее спектральное разрешение. Кроме того, в случае применения СТЯ соотношение амплитуд в спектре РФ для переходов между уровнями сверхтонкой структуры остается линейным (то есть амплитуды соотносятся как вероятности переходов). В таблице 1 приведены отношения амплитуд в спектре РФ, полученные из рис.5, и приведено срав-

нение с теоретической величиной. Как видно из таблицы, для отношения амплитуд в спектре РФ при использовании СТЯ достигается лучшее согласие с теорией.

Отметим, что в настоящее время применяются атомные пучки с линейным размером L >3 м, что позволяет уменьшить угловую расходимость атомного пучка и, как следствие, получить натуральную ширину линии Rb, D<sub>2</sub> (~6 МГц).

> сверхтонкой структуры (<sup>85</sup>Rb F<sub>g</sub>=3, F<sub>e</sub>=2,3,4). Теория Раб. [12] в СТЯ А<sub>2</sub>/А<sub>1</sub> 3.51 2.88 3.48

> Таблица 1. Отношение амплитуд переходов между уровнями



Frequency, 100 MHz/div

Рис.5. Спектр РФ, полученный при использовании СТЯ (a), и спектр РФ, полученный с помощью атомного пучка Rb длиною ~ 1м (b).

#### 4. Заключение

В настоящей работе экспериментально реализована суб-доплеровская спектроскопия резонансной флюоресценции паров атомов Rb на D<sub>2</sub> линии различными методами при тех же экспериментальных параметрах: фиксированная ширина линии лазера 20 МГц; та же группа атомных переходов D<sub>2</sub> линии Rb. Это позволило выявить преимущества и недостатки этих методов.

В случае применения СТЯ в спектрах РФ проявляются только субдоплеровские пики, которые соответствуют атомным переходам. Другое преимущество применения СТЯ – соотношение амплитуд РФ для переходов между уровнями сверхтонкой структуры остается линейным. Однако, в зависимости от конкретной задачи, тот или иной приведенный метод суб-доплеровской спектроскопии может быть более предпочтительным. В частности, наиболее простой и удобный частотный репер атомных переходов реализуется с помощью техники НП.

Авторы выражают благодарность А. Саркисяну за изготовление СТЯ и А.В.Папояну за полезные обсуждения. Работа финансирована грантом Республики Армения № 02-1351.

#### ЛИТЕРАТУРА

- 1. В.Демтредер. Лазерная спектроскопия. М., Наука, 1985.
- 2. D.Sarkisyan, D.Bloch, A.Papoyan, M.Ducloy. Opt. Commun., 200, 201 (2001).
- 3. Д.Г.Саркисян, А.В.Папоян, Т.С.Варжапетян, Т.Бекер, Г.Вальтер. Изв. НАН Армении, Физика, 37, 342 (2002).
- 4. D.Sarkisyan, T.Becker, A.Papoyan, P.Thoumany, H.Walther. Appl. Phys. B, 76, 625 (2003).
- 5. S.Briaudeau, D.Bloch, M.Ducloy. Europhys. Lett., 35, 337 (1996) .
- 6. R.H.Romer, R.H.Dicke. Phys. Rev., 99, 532 (1955).
- 8. T.A.Vartanyan, D.L.Lin. Phys. Rev. A, 38, 5197 (1995).
- 9. B.Zambon, G.Nienhuis. Opt. Commun., 143, 308 (1997).
- 10. N.Papageorgiou, M.Fichet, V.A.Sautenkov, D.Bloch, M.Ducloy. Laser Phys., 4, 392 (1994).
- 11. H.Failache, S.Saltiel, M.Fichet, D.Bloch, M.Ducloy. Phys. Rev. Lett., 83, 5467 (1999).
- 12. K.L.Andrew, J.R.Beacham. J. Opt. Soc. Am., 61, 231 (1971).
- 13. J.Reichel, F.Bardou, M.Ben Dahan, et al. Phys. Rev. Lett., 75, 4575 (1995).
- 14. R.Wynands, A.Nagel. Appl. Phys. B, 68, 1 (1999).

#### EXPERIMENTAL COMPARISON OF SUB-DOPPLER FLUORESCENCE REGISTRATION METHOD IN EXTREMELY THIN CELL WITH OTHER METHODS

#### T.S. VARZHAPETYAN, N.R. BALASANYAN, A.A. NERSISYAN, A.D. SARGSYAN, D.H. SARGSYAN

Sub-Doppler fluorescence spectra of Rb  $D_2$  line are obtained with cw diode laser, employing the following techniques: L=400 nm thin layer of Rb atomic vapor in an extremely thin cell; a modified scheme of saturation absorption technique for resonant fluorescence; selective reflection from the interface of cell window (YAG) – Rb atomic vapor; and Rb atomic beam. Spectra recorded by these techniques in the same experimental conditions are presented for revealing advantages and disadvantages of each of them. Известия НАН Армении, Физика, т.39, №1, с.44-52 (2004)

УДК 532.783

## ВОЗБУЖДЕНИЕ ПОВЕРХНОСТНЫХ ГИДРОДИНАМИЧЕСКИХ ВОЛН СОЛИТОННОГО ТИПА НА ПОВЕРХНОСТИ ЖИДКОГО КРИСТАЛЛА ЛАЗЕРНЫМ ИЗЛУЧЕНИЕМ С ГАУССОВСКИМ ПОПЕРЕЧНЫМ ПРОФИЛЕМ

#### Р.С. АКОПЯН, Р.Б. АЛАВЕРДЯН, А.Г. АРАКЕЛЯН, С.Ц. НЕРСИСЯН, К.М. САРКИСЯН, Ю.С. ЧИЛИНГАРЯН

Ереванский государственный университет

(Поступила в редакцию 22 июля 2003 г.)

Приведены результаты экспериментального исследования по возбуждению конвективных движений с тороидальной симметрией в неориентированной жидкокристаллической ячейке с открытой поверхностью, сверху локально нагреваемой излучением гауссовского лазерного пучка. Показано, что в области конвекции возникает радиальное распределение директора нематического жидкого кристалла. При определённых условиях эксперимента, на свободной поверхности нематического жидкого кристалла наблюдаются ориентационные волны солитонного типа. Экспериментально показано, что скорость этих волн не зависит от мощности падающего лазерного излучения и определяется исключительно параметрами жидкого кристалла.

#### 1. Введение

Наиболее характерными проявлениями воздействия мощного лазерного излучения на вещество являются возмущение поверхности и создание рельефа, повышенное внимание к которым обусловлено технологической перспективностью их применения. Образование структур в этом случае происходит из-за развития неустойчивости капиллярных или гравитационных волн в неоднородном интерференционном поле излучения. Наличие сильной корреляции параметров структур с характеристиками лазерного излучения позволяет говорить о них как о лазерноиндуцированных гравикапиллярных волнах. В [1-3] представлены экспериментальные данные по генерации ячеистых и филаментных структур на поверхности вещества при облучении последнего лазерным излучением. Было обнаружено, что на периферии ячеистых структур формируются обширные области мелкомасштабных структур. На основании этого было сделано предположение, что существенную роль в образовании структур могли играть различные гидродинамические неустойчивости, развивающиеся в расплавленной пленке кремния после воздействия лазерного импульса.

Существует огромное количество работ, посвященных исследованию конвекции в слое жидкости, нагреваемой снизу (см., например, монографии [4-6]). Применение лазерного излучения дает возможность не только создать объемное тепловыделение практически с любым желаемым пространственным распределением, но и свободно управлять параметрами такого распределения. Так, впервые в работе [7] была предсказана возможность возбуждения регулярных конвективных движений в нематическом жидком кристалле (НЖК) благодаря поглощению лазерного излучения с пространственнопериодической структурой интенсивности. Было показано также, что гидродинамические движения приводят к переориентации директора и, тем самым, к модуляции диэлектрической проницаемости НЖК. Вклад указанного механизма оптической нелинейности в явление самофокусировки света в НЖК впервые наблюдался в [8]. Экспериментальному наблюдению и теоретическому исследованию гравитационного и термокапиллярного механизмов возбуждения гидродинамических конвекций в изотропных и анизотропных жидкостях, обусловленных поглощением светового излучения с пространственно периодической структурой интенсивности, посвящена работа [9]. В случае, когда создавалась бегущая периодическая структура распределения интенсивности, наблюдались поверхностные гидродинамические волны. Исследовались стабильности конвективных ячеек и поверхностных гидродинамических волн.

В настоящей работе экспериментально исследовано возбуждение гидродинамических движений в неориентированном горизонтальном слое НЖК с открытой поверхностью, обусловленных поглощением сверху падающего лазерного излучения с гауссовским распределением интенсивности. Из-за температурной зависимости коэффициента поверхностного натяжения тепловые градиенты, возникающие в результате локального нагрева, приводят к возмущению поверхности и тороидальному конвективному движению. Конвективные движения в свою очередь приводят к тороидальному распределению директора НЖК. При этом на свободной поверхности НЖК наблюдаются гидродинамические ориентационные волны солитонного типа. Экспериментально показано, что скорость их распространения не зависит от мощности падающего лазерного излучения и определяется исключительно параметрами НЖК.

#### 2. Наблюдение ориентационных солитоноподобных гидродинамических волн на свободной поверхности НЖК

В эксперименте использовались горизонтально установленные ячейки с НЖК 5ЦБ. Верхняя граница слоя НЖК была открытая и сообщалась с воздухом. Температура ячейки поддерживалась постоянной (293±0,3К) с помощью термостата. Ячейки были установлены между скрещенными поляризаторами и освещены сверху нормально падающим пучком непрерывного  $YAG:Nd^{3+}$  лазера с гауссовским в поперечном сечении распределением интенсивности ( $\lambda$ =1,06 мкм, ширина пучка 1,7±0,1 мм). Ячейки освещались также слабым (~3 мВт), расширенным, линейно поляризованным излучением He-Ne лазера (см. рис.1а).



Рис.1. а) Схема экспериментальной установки: 1 – ячейка с жидким кристаллом; 2 – поляризаторы; 3 – термостат; 4 – телескопический расширитель лазерного пучка; 5 – четвертьволновая пластинка; 6,7 – светофильтры; 8 – микроскоп типа МБС; 9 – ССД-камера; 10 – фотоприёмник. б) Фотография поверхностной солитоноподобной волны (а) и волны переключения (б) в скрещенных поляризаторах. Стрелками обозначены направления распространения солитоноподобной волны и волны переключения, соответственно. в) Фотография конвективного тороида в скрещенных поляризаторах.

Гидродинамические движения НЖК наблюдались через микроскоп типа МБС, снабженный ССD-камерой на дисплее персонального компьютера. Визуализация гидродинамических движений производилась путем добавки в НЖК алюминиевого порошка (размеры частиц ~2÷3 мкм) с концентрацией ~10<sup>-3</sup>% по весу. Оптическое поглощение этого комплекса на длине волны  $\lambda = 1,06$  мкм  $\alpha \approx 10$  см<sup>-1</sup>. Скорость гидродинамических движений НЖК определялась как скорость движения частиц порошка.

В эксперименте при облучении образца сверху лазерным излучением с гауссовским распределением интенсивности сначала возбуждалась поверхностная ориентационная волна солитонного типа, а затем возникали гидродинамические движения, которые формировали тороидальную структуру конвективных движений (рис.1б,в). Распределение директора НЖК качественно определялось поляризационным методом с помощью зондирующего излучения He-Ne лазера. Наши исследования показали, что тороидальные конвективные движения приводят к тороидальному распределению директора НЖК.

При включении лазерного излучения наблюдалась следующая картина развития конвективных движений НЖК: сначала возникала термокапиллярная ориентационная поверхностная вслна, которая бежала по поверхности НЖК, затем возникал «зародыш» тороидального конвективного движения, размеры которого увеличивались со временем до определенных значений, которые зависят от толщины слоя НЖК и мощности падающего излучения (об этом см. в следующем разделе).

В нашем эксперименте верхняя граница НЖК является открытой. Поэтому при облучении образца сверху излучением YAG:Nd<sup>3+</sup> лазера поверхность НЖК деформируется из-за температурной зависимости коэффициента поверхностного натяжения. Для экспериментального исследования возмущения поверхности НЖК бесконтактным методом был собран лазерный интерферометр типа Физо. Методика исследования подробно описана в нашей ранней работе [9].

При воздействии на образец излучения YAG:Nd<sup>3+</sup> лазера с гауссовским поперечным распределением интенсивности в поле зрения интерферометра возникала интерференционная картина в виде концентрических колец равной толщины, с центром, совпадающим с максимумом интенсивности падающего лазерного излучения. В эксперименте наблюдалась сложная деформация свободной поверхности НЖК. В начальный момент после включения возбуждающего лазерного излучения за времена ~1с образовывалось углубление, соответствующее максимуму распределения интенсивности возбуждающего излучения. Однако, в центре этого углубления возникает возвышение и практически одновременно наблюдается формирование «зародыша» тороидальной конвекции. Максимальная глубина углубления при мощности падающего излучения ~3 Вт до появления «зародыша» ~10 мкм.

Практически одновременно с деформацией поверхности НЖК возникает поверхностная ориентационная волна, которая за времена ~0,5÷1 с, зависящие от мощности падающего лазерного излучения, отделялась от области неравномерно нагретой лазерным излучением жидкости. На рис.2 приведена зависимость координаты (радиуса) поверхностной волны от времени при толщине слоя НЖК  $L\approx0,55$  мм и различных значениях мощности падающего лазерного излучения. Как видно из рисунка, координата поверхностной волны практически линейно растёт со временем при больших значениях координаты (т.е. вне области неравномерно нагретой поверхности НЖК). Нарушение этой линейности при малых значениях координаты, по нашему мнению, обусловлено процессами образования поверхностной волны.



Рис.2. Зависимость координаты поверхностной волны от времени (толщина слоя НЖК *L*≈0,55 мм) при различных значениях мощности падающего лазерного излучения.



Рис.3. Зависимость скорости поверхностной волны от времени (толщина слоя НЖК *L*≈0,55 мм) при различных значениях мощности падающего лазерного излучения.

Как показывает эксперимент, после включения лазерного излучения сначала скорость поверхностной волны возрастает, через некоторое характерное время  $\tau^*$  принимая максимальное значение, затем через время установления  $\tau_{ycr}\sim0,5\div1,5$  с скорость поверхностной волны уменьшается, принимая некоторое стационарное значение  $u_{ycr}\sim0,5$  мм/с (см. рис.3). Характерное время  $\tau^*$  и  $\tau_{ycr}$  зависят от мощности падающего лазерного излучения и уменьшаются при возрастании последнего (рис.4). После установления скорость

поверхностной волны практически не зависит от времени (от координаты), мощности падающего лазерного излучения и исключительно определяется параметрами НЖК. Вышесказанное позволяет говорить о солитоноподобности наблюдаемой нами поверхностной ориентационной волны директора НЖК.



Рис.4. Зависимость характерного времени ( $\tau^*$ ), через которое скорость солитоноподобной волны достигает своего максимума, и времени установления ( $\tau_{ycr}$ ) скорости солитоноподобной волны от мощности падающего излучения.

#### Возбуждение конвекции в горизонтальном слое НЖК сверху падающим лазерным излучением с гауссовским распределением интенсивности

Как было указано в п.2, при включении лазерного излучения на границе, разделяющей область гидродинамических движений от остального слоя НЖК, образуется гидродинамическая волна переключения. Скорость волны переключения совпадает со скоростью роста радиуса области тороидальной конвекции. Как показывают наши исследования, максимальная скорость волны переключения Wr монотонно возрастает в зависимости от мощности падающего излучения при сравнительно больших значениях толщины слоя НЖК ( $L \ge 1,3$  мм). Эта монотонность нарушается при малых (L≤1,3 мм) толщинах слоя НЖК, что. по-видимому, обусловлено резким уменьшением толщины слоя НЖК в центре падающего лазерного пучка, изза температурной зависимости коэффициента поверхностного натяжения (см. также [10]). Специально поставленные тестовые эксперименты подтверждают вышеуказанные предположения. Определённую роль здесь может играть и взаимодействие «поверхностных» молекул НЖК с твёрдой подложкой. Физика поведения  $W_r^{\max}(L)$  при малых L в настоящее время полностью ещё не понятна и требует дополнительных экспериментов. В частности,

значительное продвижение в этом направлении могут дать эксперименты с разными твёрдыми подложками. Качественно подобное поведение для максимальной скорости волны переключения наблюдалось также при облучении образца снизу лазерным пучком с гауссовским поперечным профилем [10].



Рис.5. Зависимость диаметра установленного конвективного тороида от мощности падающего излучения при различных значениях толщины ячейки.

Через некоторое время ( $\tau \sim 20+30$  с) после включения падающего лазерного излучения устанавливается стационарный режим тороидальной конвекции НЖК с резкими и определенными (при данной толщине слоя НЖК и мощности падающего излучения) границами. На рис.5 приведена зависимость диаметра установленного конвективного тороида от мощности падающего излучения при толщине слоя НЖК  $L\sim0,55$  мм. При малых значениях мощности падающего лазерного излучения ( $P\sim0,5$  Вт) диаметр конвективного тороида  $D\sim2L$ , что совпадает с периодом естественной конвекции, когда горизонтальный слой жидкости равномерно нагревается снизу (см., например, [4-6]). При увеличении мощности падающего лазерного излучения конвекция с «естественным» диаметром тороида не успевает обеспечить соответствующий теплообмен между нагретыми и холодными областями НЖК. В результате этого диаметр конвективного тороида возрастает, увеличивая поверхность теплообмена. Монотонное возрастание диаметра конвективного тороида при больших мощностях P>2,5+3 Вт имеет характер насыщения.

#### 4. Обсуждение и выводы

Таким образом, в настоящей работе показано, что при облучении слоя НЖК сверху лазерным излучением с гауссовским поперечным распределением интенсивности на её свободной поверхности возбуждается солитоноподобная ориентационная волна директора, скорость которой определяется исключительно параметрами НЖК. При больших толщинах слоя НЖК  $L \ge 0,3 \div 0,5$  мм скорость поверхностной волны не зависит от толщины слоя НЖК. При малых толщинах слоя  $L \le 0,3 \div 0,5$  мм скорость резко уменьшается при уменьшении толщины слоя. Уменьшение скорости при малых L, по нашему мнению, связано с взаимодействием «поверхностных» молекул НЖК с твёрдой подложкой.

В настоящей работе экспериментально продемонстрирована также возможность возбуждения тороидальных конвективных движений в горизонтальном слое НЖК. Эти эффекты индуцированы сверху падающим лазерным излучением с гауссовским поперечным распределением интенсивности. Физика наблюдаемых явлений связана с возникновением гидродинамической неустойчивости неподвижной жидкости в условиях создания в ней, радиального в плоскости ячейки, температурного градиента. Однако, в отличие от классических задач Рэлея-Бенара и Марангони, здесь имеется ряд особенностей. Во-первых, кроме вертикального температурного градиента △, Т имеется и горизонтальный градиент △, T, определяемый гауссовой формой лазерного пучка ( $I(r)=I(r=0)\cdot \exp(-r^2/a^2)$ ). Во-вторых, кроме стандартного механизма, связанного с функционирующими гидродинамическими потоками (которые осуществляют энергообмен между различными слоями среды), имеются также дополнительные нелинейные механизмы, обусловленные взаимосвязью индуцированных лазерным излучением ориентационно-гидродинамических и тепловых эффектов. Например, увеличение (уменьшение) тепловыделения после достижения порога неустойчивости из-за положительного (отрицательного) дихроизма поглощения. Они, по-видимому, и определяют сложный характер деформации поверхности НЖК.

Исследования, представленные в настоящей работе, были возможны, в частности, благодаря гранту CRDF № АР2-2302-YE-02 и, частично, благодаря тематическому финансированию РА научно-исследовательских работ №1073 и №1074.

#### ЛИТЕРАТУРА

- 1. А.А.Бугаев, Б.П.Захарченя, М.Г.Иванов, И.А.Меркулов. Письма в ЖТФ, 12, 220 (1984).
- 2. А.А.Бугаев, Б.П.Захарченя, М.Г.Иванов, И.А.Меркулов. ФТТ, 28, 1484 (1986).
- 3. А.А.Бугаев, Б.П.Захарченя, В.А.Лукошкин. Письма в ЖТФ, 12, 710 (1986).
- Г.З.Гершуни, Е.М.Жуховицкий. Конвективная устойчивость несжимаемой жидкости. М., Наука, 1972.
- 5. Й.Джалурия. Естественная конвекция. М., Мир, 1983.
- 6. А.В.Гетлинг. Конвекция Рэлея-Бенара. М., Эдиториал УРСС, 1999.
- 7. Р.С.Акопян, Б.Я.Зельдович. Письма в ЖТФ, 9, 1200 (1983).
- В.Э.Дрноян, Т.В.Галстян, Р.Б.Алавердян, С.М.Аракелян, Ю.С.Чилингарян. ЖЭТФ, 103, 1270 (1993).
- Р.С.Акопян, Р.Б.Алавердян, Л.Х.Мурадян, Г.Е.Сеферян, Ю.С.Чилингарян. Квантовая электроника, 33, 81 (2003).
- 10. Р.С.Акопян, Р.Б.Алавердян, А.Г.Аракелян, С.Ц.Нерсисян, Ю.С.Чилингарян. Квантовая электроника (в печати).

#### 

#### Դ.Ս. ՀԱԿՈԲՅԱՆ, Ռ.Բ. ԱԼԱՎԵՐԴՅԱՆ, Ա.Գ. ԱՌԱՔԵԼՅԱՆ, Ս.Ց. ՆԵՐՍԻՍՅԱՆ, Կ.Մ. ՍԱՐԳՍՅԱՆ, ՅՈՒ.Ս. ՉԻԼԻՆԳԱՐՅԱՆ

Բերված են բաց մակերևույթով չկողմնորոշված հեղուկ բյուրեղում վերևից ընկնող գաուսյան բաշխմամբ լազերային փնջով աորոիդալ համաչափությամբ կոնվեկտիվ շարժումների գրգոման փորձարարական հետազոտությունների արդյունքները։ Յույց է տրված, որ կոնվեկցիայի տիրույթում առաջանում է նեմատիկ հեղուկ բյուրեղի ուղղորդի շառավղային բաշխում։ Փորձի որոշակի պայմանների դեպքում հեղուկ բյուրեղի մակերևույթին առաջանում են սոլիտոնանման կողմնորոշային ալիքներ։ Փորձնականորեն ցույց է տրված, որ այդ ալիքների արագությունը կախված չէ ընկնող լազերային փնջի հզորությունից և որոշվում է բացառապես հեղուկ բյուրեղի հատկություններով։

#### STIMULATION OF HYDRODYNAMIC SOLITON-LIKE SURFACE WAVES ON THE SURFACE OF LIQUID CRYSTALS BY LASER RADIATION WITH GAUSSIAN CROSS-DISTRIBUTION OF INTENSITY

#### R.S. AKOPYAN, R.B. ALAVERDYAN, A.G. ARAKELYAN, S.Ts. NERSISYAN, K.M. SARKISYAN, Yu.S. CHILINGARYAN

The results of experimental investigation of stimulation of convective motions with toroidal symmetry in nonoriented liquid-crystal cells with open surface are presented. Horizontal cells are locally heated by a Gaussian laser beam radiation from the upper side. It is shown that in the zone of convection the radial distribution of nematic liquid crystal director appears. Under certain conditions of experiment, we observe soliton-like hydrodynamic orientational waves on the free surface of the nematic liquid crystal. It is shown experimentally that the speed of wave propagation depends exceptionally on NLC parameters and is independent of the laser radiation power.

Известия НАН Армении, Физика, т.39, №1, с.53-59 (2004)

УДК 541.64

## ПЕРЕХОД СПИРАЛЬ – КЛУБОК В ГЕТЕРОПОЛИМЕРАХ. МИКРОКАНОНИЧЕСКИЙ МЕТОД

#### А.В. БАДАСЯН

#### Ереванский государственный университет

#### (Поступила в редакцию 2 июля 2003 г.)

Построена теория перехода спираль – клубок для ДНК, гетерогенной по энергиям водородных связей. Теория строится на основе трансфер-матричного подхода к одномерной Поттс-подобной модели с многочастичными взаимодействиями, развитой ранее для гомополимерного случая. Для оценки свободной энергии использован т.н. микроканонический метод. Построено характеристическое уравнение для гетерополимера, получены температура и интервал плавления. В приближении малости изменения обратных температур плавления для поли (А-Т) и поли (G-C) получено совпадение с классическими результатами.

#### 1. Введение

Явление перехода спираль-клубок известно с середины прошлого века и многие авторы занимались его экспериментальными и теоретическими исследованиями (см. книги [1-5] и обзоры [6,7]). Однако задача остается интересной и по сей день [7-18], в том числе и из-за богатства физической задачи.

Большинство исследований проведилось с использованием подходов с изначально усредненными параметрами, определяемыми и подставляемыми в теорию из опыта, который данная теория призвана описывать [1,5,6]. В [5] была высказана необходимость в последовательной аналитической теории перехода в гетерополимере, основанной на микроскопических параметрах системы. Главная трудность при построении такой теории возникает при расчете статистической суммы. При использовании трансфер-матричного формализма мы сталкиваемся с вычислением следа от произведения *N* некоммутирующих матриц, что при большом *N* является нетривиальной математической задачей [1,5]. Предлагаемая работа посвящена преодолению этих трудностей.

#### 2. Базовая модель

В работах [16,17] была развита микроскопическая теория на основе од-

номерной Поттс-подобной модели с ∆-частичными взаимодействиями для описания перехода спираль-клубок в гомополипептидах. Эта модель была названа Обобщенной Моделью Полипептидной Цепи (ОМПЦ). Гамильтониан ОМПЦ имеет вид

$$-\beta H = J \sum_{i=1}^{N} \prod_{k=\Delta-1}^{0} \delta(\gamma_{i-k}, \mathbf{l}) = J \sum_{i=1}^{N} \delta_{i}^{(\Delta)} .$$
(1)

(2)

Здесь  $\beta = T^{-1}$  есть обратная температура в энергетических единицах, J = U/T, где U – энергия образования водородной связи,  $\gamma_j = \overline{1,Q}$  – переменная, описывающая состояния *j*-ой повторяющейся единицы, Q – число возможных конформаций каждой повторяющейся единицы,  $\delta(x_j, l)$  – символ Кронекера. Непосредственно из гамильтониана видно, что энергия выделяется, только если  $\Delta$  подряд ближайших соседних повторяющихся единиц находятся в спиральном состоянии (номер 1). Трансфер-матрица модели размером ( $\Delta \times \Delta$ ) имеет вид

	(W)	1	0	0	 0	0)
	0	0	1	0	 0	0
	0	0	0	1	 0	0
$\hat{G} =$					 	
	0	0	0	0	 1	0
	0	0	0	0	 0	Q-1
	1	1	1	1	 1	Q - 1)

где  $W = \exp J$  есть первый элемент первой строки; все элементы верхней псевдодиагонали, кроме последнего, равны 1; все элементы последней строки, кроме последнего, равны 1; последние элементы верхней псевдодиагонали и диагонали равны (Q-1);; все остальные элементы равны нулю.

Затем в [18] тот же подход был использован для гомополимерных ДНК. Суть модели ДНК заключается в запрете на образование петель размером меньше характерного масштаба жесткости  $\Delta$  (в повторяющихся единицах). Таким образом было показано, что одна и та же ОМПЦ может быть использована для описания перехода спираль–клубок как в гомополимерных полипептидах, так и в гомополимерных полинуклеотидах.

#### 3. Модель гетерополимера

По аналогии с (1), (2), гамильтониан и, соответственно, трансфер-матрицу гетерополимерной системы запишем в виде

$$-\beta H = \sum_{i=1}^{N} J_{i} \prod_{k=\Delta-1}^{0} \delta(\gamma_{i-k}, \mathbf{l}) = \sum_{i=1}^{N} J_{i} \delta_{i}^{(\Delta)} , \qquad (3)$$

$$\hat{G}_{i} = \begin{pmatrix} W_{i} & 1 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \dots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 1 & 0 & Q - 1 \\ 1 & 1 & 1 & \dots & 1 & 1 & Q - 1 \end{pmatrix},$$
(4)

где  $W_i = \exp(J_i) = \exp(U_i/T), U_i$  есть энергия образования водородной связи.

Гетерогенность ДНК обусловлена различиями по энергиям пар азотистых оснований Аденин–Тимин и Гуанин–Цитозин (А–Т и G–С). В спиральном состоянии А–Т пара стабилизируется двумя водородными связями, а G–C пара – тремя. То есть на разрыв водородных связей в *j*-ой повторяющейся единице затрачивается энергия  $U_j$ , равная  $U_{AT}$ , если в *j*-ом месте А–Т пара, и равная  $U_{GC}$ , если GC;  $U_{AT} < U_{GC}$ . Известно, что А–Т и G–C пары отличаются по энергиям, а по конформациям они почти неразличимы [1,4,5]. Следовательно, ДНК есть система, неоднородная по энергиям { $U_i$ } и однородная по конформационным параметрам Q и  $\Delta$ . Из-за большей стабильности G–C пар стабильность системы тем выше ( $T_m$  тем выше), чем выше относительная доля G–C пар [1,4-7]. Однако, при одном и том же G–C содержании профиль кривой плавления может быть разным, т.к. он зависит от последовательности пар азотистых оснований [4-6].

#### 4. Расчет свободной энергии с помощью микроканонического метода

При трансфер-матричном подходе статистическая сумма модели может быть записана в виде

$$Z = \operatorname{Tr} \prod_{i=1}^{N} \hat{G}_i , \qquad (5)$$

где  $\hat{G}_j = \hat{G}_{AT}$ , если на *j*-ом месте находится пара A–T, и  $\hat{G}_j = \hat{G}_{GC}$  в противном случае. Как и в рассмотренных ранее случаях [1,5,19], наши трансферматрицы некоммутативны. Таким образом, каждая последовательность пар азотистых оснований имеет уникальные статистические свойства. На первый взгляд, единственное, что можно сделать, это вычислить статистическую сумму для каждой последовательности, однако, следует напомнить, что число перемножаемых матриц равно  $N \sim 10^6 \div 10^7$ , а также, что восстановить последовательность зотистых оснований ДНК такой длины не так-то легко. Значит, надо исследовать величины, общие для некоторого класса последовательностей. Величиной такого рода является т.н. максимальная ляпуновская экспонента [19]

$$l_{1} = \lim_{N \to \infty} \frac{1}{N} < \ln \operatorname{Tr} \prod_{i=1}^{N} \hat{G}_{i} > , \qquad (6)$$

(усреднение проводится по всем последовательностям из данного множества), которая связана со свободной энергией, приведенной к температуре и числу частиц:

$$\lim_{N \to \infty} f = \lim_{N \to \infty} \frac{\langle F \rangle}{NT} = -\lim_{N \to \infty} \frac{\langle \ln Z \rangle}{N} = -\lim_{N \to \infty} \frac{1}{N} \langle \ln \operatorname{Tr} \prod_{i} \hat{G}_{i} \rangle = -l_{1}.$$
(7)

Задачу можно упростить, заменив  $< \ln \operatorname{Tr}\prod \hat{G}_i >$ на  $\ln < \operatorname{Tr}\prod \hat{G}_i >$ при фиксированном числе q – концентрации матриц сорта G–C (всего будет  $N_{AT} = N(1-q)$ матриц сорта A–T и  $N_{GC} = Nq$  матриц сорта G–C), т.к. термодинамические пределы двух этих величин совпадают. Замена "замороженной" свободной энергии на "расплавленную", усредненную по ансамблю последовательностей с одним и тем же G–C содержанием, и есть суть т.н. микроканонического метода, развитого в последнее десятилетие группой Crisanti, Vulpiani, Palladin [19]. С его помощью можно получить (см. [19])

$$l_{1}(y) = q \ln q + (1-q) \ln(1-q) + \ln \left[\frac{\lambda_{1}(y)}{y^{1-q}}\right],$$

$$\frac{\partial \ln \lambda_{1}(y)}{\partial \ln y} = 1 - q,$$
(8)

где  $l_1(y)$  есть максимальная ляпуновская экспонента,  $\lambda_1(y)$  – максимальное собственное число матрицы ( $\hat{G}_{GC} + y\hat{G}_{AT}$ ).

#### 5. Анализ влияния нуклеотидного состава на характеристики перехода

Второе уравнение системы (8) может быть преобразовано к виду

$$\frac{\Theta(y)(1-c)(1+b)}{y+c} - \frac{b}{y} + 1 = 0,$$
(9)

где введены обозначения  $c = W_{\rm GC} / W_{\rm AT}$ , b = (1-q) / q;  $\Theta$  есть степень спиральности эффективной гомополимерной задачи. Рассмотрим зависимость температуры и интервала плавления гетерополимера от гомополимерных параметров. Для изучения влияния гетерогенности системы и исключения других эффектов предположим, что в эффективной гомополимерной задаче переход резкий, т.е.  $\Theta = 0$  при  $T < T_m$  и  $\Theta = 1$  при  $T \ge T_m$ . Здесь T – температура,  $T_m$  – значение температуры в точке полуперехода. Рассмотрим оба эти случая.

1)  $\Theta = 0$ , тогда из уравнения (9) получаем

$$y^{(0)} = b = \frac{1-q}{q};$$
(10)

2)  $\Theta = 1$ , тогда, учитывая, что y > 0, получаем

$$y^{(1)} = cb = \frac{W_{\rm GC}}{W_{\rm AT}} \frac{1-q}{q} \,. \tag{11}$$

Подставив эти два решения в уравнение  $W = \frac{W_{GC} + yW_{AT}}{1+y}$ , получаем, что

 $W_{\Theta=0} = qW_{\rm GC} + (1-q)W_{\rm AT} \ {\rm M} \ W_{\Theta=1} = \frac{W_{\rm AT}W_{\rm GC}}{qW_{\rm AT} + (1-q)W_{\rm GC}}. \ {\rm Toчкa} \ {\rm nepexoda} \ {\rm для} \ {\rm мo-}$ 

дели с гамильтонианом (1) и трансфер-матрицей (2) определяется из соотношения *W=Q*:

$$\begin{cases} W_{\theta=0} = q \exp\left[\frac{U_{GC}}{T_0}\right] + (1-q) \exp\left[\frac{U_{AT}}{T_0}\right] = Q, \\ W^{-1}_{\theta=1} = q \exp\left[-\frac{U_{GC}}{T_1}\right] + (1-q) \exp\left[-\frac{U_{AT}}{T_1}\right] = Q^{-1}, \\ W_{AT} = \exp\left[\frac{U_{AT}}{T_{AT}}\right] = Q, \\ W_{GC} = \exp\left[\frac{U_{GC}}{T_{GC}}\right] = Q. \end{cases}$$
(12)

Здесь  $T_0$  и  $T_1$  есть точки перехода, соответствующие  $\Theta = 0$ , и  $\Theta = 1$ , а  $T_{GC}$  и  $T_{AT}$  – точки переходов для гомополимерных случаев. На рис.1 схематически представлены температурные зависимости W для всех 4 случаев и показаны все 4 температуры перехода. Поскольку кривая  $W_{\Theta=0}$  всегда лежит выше, чем  $W_{\Theta=1}$ , а они обе, как средние от  $W_{GC}$  и  $W_{AT}$ , лежат между ними, то, как это и изображено на рис.1, температуры перехода удовлетворяют соотношениям  $T_{AT} < T_1 < T_0 < T_{GC}$ .





Учитывая, что величина  $(1/T_{AT} - 1/T_{GC})$  мала ввиду того, что эти температуры одного порядка, можно разложить уравнения (12) по малым параметрам  $(1/T_0 - 1/T_{GC})$  и  $(1/T_1 - 1/T_{AT})$ , откуда и получить значения температур  $T_0$  и  $T_1$ . Расчет показывает, что после разложения до линейных членов для температуры плавления гетерополимера получается

$$T_0 = T_1 = T_{\text{hetero}} = qT_{\text{GC}} + (1 - q)T_{\text{AT}} .$$
(13)

Поскольку  $T_1$  есть температура, соответствующая полностью спирализованному состоянию, а  $T_0$  – полностью клубкообразному, то под интервалом плавления гетерополимера следует понимать величину  $T_0 - T_1$ . А так как температуры  $T_1$  и  $T_0$  неразличимы при разложении первого порядка, то для получения интервала необходимо провести разложение до квадратичных членов. Отсюда окончательно получаем

$$\Delta T = T_0 - T_1 = 2q(1-q)T_{\text{hetero}} \ln Q \left(\frac{T_{\text{GC}} - T_{\text{AT}}}{T_{\text{hetero}}}\right)^2.$$
(14)

Формулы (13) и (14) совпадают с результатами, полученными из среднеполевых расчетов, и широко используются для описания процесса плавления в ДНК со случайной последовательностью.

#### 6. Выводы

Таким образом, на основе теории перехода спираль – клубок в гетерополимерной ДНК получены следующие результаты.

В процессе перехода спираль-клубок изменяется режим усреднения температурного параметра *W*. Этот факт был отмечен еще в [1].

Получена температура перехода гетерополимера как линейная комбинация гомополимерных температур перехода и интервал плавления как квадратичная функция от их разности.

Итак, в рамках данного подхода получено большинство известных экспериментально наблюдаемых результатов по плавлению гетерополимера. Предложенная нами теория, в принципе, позволяет описать переход спираль – клубок в гетерополимерной ДНК, исходя из строения ДНК и используя новые математические результаты [19]. Более того, в качестве приближения воспроизводятся давно известные и широко используемые [1,4-7] выражения. Теория позволяет контролировать степень приближения, а, следовательно, и границы ее применимости.

#### ЛИТЕРАТУРА

- 1. D.C.Poland, H.A.Scheraga. In "The Theory of Helix-Coil Transition". Acad. Press, New York, 1970.
- 2. P.J.Flory. In "Statistical Mechanics of Chain Molecules". Interscience, New York, 1969.
- 3. M.V.Volkenstein, in "Molecular Biophysics". Acad. Press, New York, 1977.
- 4. C.R.Cantor, T.R.Shimmel, in "Biophysical Chemistry". Freeman and Co., San-

Francisco, 1980.

- A.Yu.Grosberg, A.R.Khokhlov, in "Statistical Physics of Macromolecules". AIP Press, New York Pb., 1994.
- 6. А.А.Веденов, А.М.Дыхне, М.Д.Франк-Каменецкий. УФН, 105, 479 (1971).
- 7. R.M.Wartell and A.S.Benight. Phys. Rep., 126, 67 (1985).
- 8. T.Garel, C.Monthus, H.Orland. Europhysics Lett., 55, 132 (2001).
- 9. M.Baiesi, E.Carlon, E.Orlandini, A.L.Stella. Cond-Mat/0207122(1) (2002).
- 10. D.Cule, T.Hwa. Phys. Rev. Lett., 79, 2375 (1997).
- 11. M.Takano, K.Nagayama, A.Suyama. J. Chem. Phys., 116, 2219 (2002).
- 12. V.Munoz, L. Serrano. Biopolymers, 41, 495 (1997).
- 13. M.Peyrard, A.R.Bishop. Phys. Rev. Lett., 62, 2755 (1989).
- 14. T.Dauxois, M.Peyrard, A.R.Bishop. Rap. Comm. Phys. Rev. E, 47, 44 (1993).
- 15. T.Dauxois, M.Peyrard, A.R.Bishop. Phys. Rev. E, 47, 684 (1993).
- N.S.Ananikyan, Sh.A.Hayryan, E.Sh.Mamasakhlisov, V.F.Morozov. Biopolymers, 30, 57 (1990).
- 17. Sh.A. Hayryan, E.Sh. Mamasakhlisov, V.F. Morozov. Biopolymers, 35, 75 (1995).
- 18. V.F.Morozov, E.Sh.Mamasakhlisov, Sh.Hayryan, Chin-KunHu. Physica A, 281, 51 (2000).
- 19. A.Crisanti, G.Paladin, A.Vulpiani, in "Products of Random Matrices in Statistical Physics". Springer-Verlag, Berlin, 1993.

#### ՊԱՐՈՒՅՐ – ԿԾԻԿ ԱՆՅՈՒՄԸ ՀԵՏԵՐՈՊՈԼԻՄԵՐՆԵՐՈՒՄ։ ՄԻԿՐՈԿԱՆՈՆԱԿԱՆ ՄԵԹՈԴԸ

#### Ա.Վ. ԲԱԴԱՍՅԱՆ

Կառուցված է ըստ ջրածնային կապի էներգիայի հետերոգեն ԴՆԹ-երի պարույր – կծիկ անցման տեսությունը։ Տեսությունը կառուցվում է հոմոպոլիմերային դեպքի համար մշակված միաչափ, բազմամասնիկային փոխազդեցություններով Փոթսանման մոդելին տրանսֆեր-մատրիցական մոտեցման հիման վրա։ Ազատ էներգիայի գնահատման համար օգտագործված է միկրոկանոնական մեթոդը։ Կառուցված է հետերոպոլիմերի բնութագրական հավասարումը։ Ստացված են հայման ջերմաստիճանն ու ինտերվալը։ Հայման հակադարձ ջերմաստիճանների փոփոխության փոքրության մոտավորությամբ պոլի (A–T) և պոլի (G–C)-ի համար ստացված են դասական արդյունըների հետ համընկնող արդյունըներ։

#### HELIX – COIL TRANSITION IN HETEROPOLYMERS. MICROCANONICAL APPROACH

#### A.V. BADASYAN

A theory of helix – coil transition for DNA's heterogeneous by hydrogen bonding energy is constructed. The theory is constructed on the basis of transfer-matrix approach to the Potts-like model with many-particle interactions, developed earlier for the homopolymeric case. The so-called microcanonical method is employed to evaluate the free energy. The secular equation for the heteropolymer is constructed. Both the melting temperature and interval are obtained. In the limit of small change of inverse melting temperatures of poly(A-T) and poly(G-C) the coincidence with classical results is obtained.

Известия НАН Армении, Физика, т.39, №1, с.60-64 (2004)

УДК 538.975

## ЭЛЕКТРОННО-ЛУЧЕВОЕ НАПЫЛЕНИЕ ПЛЕНОК ГЕКСАБОРИДА ЛАНТАНА-ЦЕРИЯ. ИССЛЕДОВАНИЕ УДЕЛЬНОГО СОПРОТИВЛЕНИЯ И КОЭФФИЦИЕНТА ЗЕЕБЕКА

### С.Р. АРУТЮНЯН<sup>1</sup>, В.О. ВАРТАНЯН<sup>1</sup>, Г.Р. БАДАЛЯН<sup>1</sup>, С.И. ПЕТРОСЯН<sup>1</sup>, В.Р. НИКОГОСЯН<sup>1</sup>, В.Т. ТАТОЯН<sup>1</sup>, А.С. КУЗАНЯН<sup>1</sup>, А.М. ГУЛЯН<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Институт физических исследований НАН Армении,

<sup>2</sup> USRA/NRL, Washington DC, USA

(Поступила в редакцию 10 марта 2003 г.)

На различных подложках методом электронно-лучевого напыления синтезированы тонкие пленки гексаборида лантана с примесью церия – термоэлектрического материала, перспективного для низкотемпературных применений. Исследованы удельное сопротивление и коэффициент Зеебека, пленок в области температур 3÷300 К. При температурах ниже 20 К на зависимостях  $\rho(T)$  и S(T) выявлены свойственные эффекту Кондо особенности. Обнаружено, что характер температурной зависимости коэффициента Зеебека, параметры металличности и Кондо-рассеяния исследованных пленок обусловлены материалом подложки и температурой напыления.

#### 1. Введение

Термоэлектрический эффект имеет многочисленные применения в науке и технике. Задача получения новых материалов с высокими термоэлектрическими свойствами актуальна и может являться основой как для создания более эффективных известных термоэлектрических устройств, так и для разработки новых типов устройств. Эффективность использования в термоэлектрических устройствах зависит от параметра качества материала Z, который определяется из выражения  $Z = S^2 / \rho k$ , где S - коэффициент Зеебека,  $\rho$ электрическое удельное сопротивление и k – коэффициент теплопроводности материала. Гексаборид лантана с примесью церия (~1%) является Кондосистемой с рядом аномалий кинетических свойств при низких температурах. Так, в работах [1-4], посвященных исследованию объемных образцов (La,Ce)В, наблюдались аномальное поведение электросопротивления [1,2], пик теплоемкости и термоэдс [3,4] при низких температурах. Приведенные в работах [3,4] значения коэффициента Зеебека ( $S \sim 80 \text{ мкB/K}$  при  $T \sim 1 \text{K}$ ) и соответствующие им оценки параметра качества Z~0.47 [5] позволяют рассматривать (La,Ce)В, как перспективный материал для создания термоэлектрических холодильников и термоэлектрических детекторов УФ и рентгеновского

диапазона [6,7]. В этом плане актуальна задача синтеза и исследования электрофизических характеристик пленочных образцов (La,Ce)В,

В настоящей работе приводятся результаты исследования температурной зависимости удельного сопротивления и коэффициента Зеебека тонких пленок (LaCe)В<sub>6</sub>, синтезированных на подложках Si, Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>, MgO и ситалла методом электронно-лучевого напыления.

#### 2. Методика эксперимента

Условия синтеза пленок, их микроструктура и рентгеновские характеристики описаны в [8]. Для измерения термоэдс тонких пленок (La,Ce)В<sub>6</sub> был использован метод, основанный на прямом измерении напряжения вдоль пленки, на которой создается температурный градиент. При этом была осуществлена схема измерений, подобная описанной в [9]. Разность температур измерялась дифференциальной термопарой медь – константан. Так как потенциальными выводами служили провода из меди, то коэффициент Зеебека пленок ( $S_{n,n}$ ) определялся из выражения  $S_{n,n} = \Delta U/\Delta T + S_{Cu}$ , где  $\Delta U$  и  $\Delta T$  – измеряемые на образце разность потенциалов и температур,  $S_{Cu}$  – коэффициент зеебека медного провода. Отметим, что  $S_{Cu}$  был определен предварительно из эксперимента в той же схеме, когда пленочным образцом являлась сверхпроводящая пленка YBa<sub>2</sub>Cu<sub>3</sub>0<sub>7-б</sub> с критической температурой  $T_c \sim 90$  К. Как известно, при  $T < T_c$  термоэдс сверхпроводящей пленки зануляется, и можно определить  $S_{Cu}$ . Для температур, превосходящих 90 К, значения  $S_{Cu}$  мало зависят от примесей и взяты из работь: [10].

Удельное сопротивление пленок измерялось стандартным четырехзондовым методом на постоянном токе. Измерения как удельного сопротивления, так и коэффициента Зеебека проводились в вакууме в диапазоне температур 3 – 300 К, который обеспечивался рефрижератором замкнутого цикла ST 405 «Cryomech». Исследованные пленки имели средние размеры 10 мм×10 мм×0.7 мкм. Для сравнения были измерены также характеристики керамического стержня La<sub>0.99</sub>Ce<sub>0.01</sub>B<sub>6</sub> с размерами 14 мм×1,5 мм×1,5 мм.

## 3. Результаты и обсуждение

#### 3.1. Исследование удельного сопротивления

Результаты измерения температурной зависимости удельного сопротивления  $\rho(T)$  пленок (La,Ce)B<sub>6</sub> для различных подложек приведены на рис.1. Сопротивление всех пленок с понижением температуры уменьшается. Наименьшими значениями  $\rho$ , наиболее близкими к величине  $\rho$  объемных образцов, обладают пленки на Si подложках (рис.1b). Удельное сопротивление пленок монотонно уменьшается до температуры 20 К и затем начинает возрастать. Такое поведение  $\rho(T)$  характерно для системы (La,Ce)B<sub>6</sub> и является признаком присутствия эффекта Кондо. Этот эффект в данном соединении обусловлен рассеянием носителей заряда на магнитных (s = 1/2) примесях



Рис.1. Температурная зависимость удельного сопротивления пленок (La,Ce)B<sub>6</sub> на различных подложках и керамики La<sub>0.99</sub>,Ce<sub>0.01</sub>B<sub>6</sub>.

Се<sup>3+</sup>. Для сравнения пленок с монокристаллами мы рассматриваем безразмерные параметры металличности и Кондо-рассеяния, равные соответственно отношениям  $\rho(77 \text{ K})/\rho(300 \text{ K})$ ,  $\Delta \rho/\rho_{min}$ , где  $\Delta \rho = \rho(3 \text{ K}) - \rho_{min}$ ,  $\rho_{min} \approx \rho(20 \text{ K})$ . Монокристаллы  $\text{La}_{0.99}\text{Ce}_{0.01}\text{B}_6$  имеют удельные сопротивления  $\rho(300 \text{ K}) = 8 \div 9 \text{ мкOM} \cdot \text{см}$  и  $\rho(77 \text{ K}) = 1.8 \text{ мкOM} \cdot \text{см}$ , а параметры металличности и Кондо-рассеяния равны соответственно 0,21 и 1,5. Причем, параметр  $\rho(77 \text{ K})/\rho(300 \text{ K})$  минимален, а  $\Delta \rho/\rho_{min}$  максимален при концентрации ионов Се<sup>3+</sup> 1ат.%. Для керамического образца  $\text{La}_{0.99}\text{Ce}_{0.01}\text{B}_6$  параметры  $\rho(77 \text{ K})/\rho(300 \text{ K})$ ,  $\Delta \rho/\rho_{min}$  составили соответственно 0,22 и 0,88. Параметр  $\Delta \rho/\rho_{min}$  у керамики меньше, чем у монокристалла, из-за присутствия дополнительного рассеяния на границах зерен. Пленки (La,Ce)B<sub>6</sub> на Si подложках отличаются наибольшими значениями величин Кондо-рассеяния и лучшей металличностью среди пленок на других подложках, однако даже они уступают керамике по указанным параметрам. Это, вероятно, обусловлено как неоптимальностью концентрации ионов Ce<sup>3+</sup> в пленках, так и присутствием в них неконтролируемых примесей, напряжений и слабосвязанных зерен.

Исследование зависимостей параметров Кондо-рассеяния и металличности от температуры напыления пленок (Т,) показало, что параметр Кондорассеяния независимо от подложки, на которой напылена пленка, имеет тенденцию роста с повышением T<sub>d</sub> и максимален при T<sub>d</sub>~1000°C. Так, полученные максимальные величины параметра Кондо-рассеяния для пленок на подложках Si, Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>, MgO, ситалл составляют 0,16; 0,013; 0,006; 0,002, соответственно. При этом, у пленок на Si при всех T<sub>d</sub> параметр Кондо-рассеяния остается значительно выше, чем у пленок на остальных подложках. Параметр металличности пленок независимо от подложки улучшается по мере увеличения Т, и достигает величин 0,36; 0,74; 0,87; 0,92 для пленок на подложках Si, Al,O., MgO, ситалл, соответственно. При этом параметр металличности пленок на Si во всем интервале температур напыления меньше, чем у пленок на других подложках. Улучшение параметров как Кондо-рассеяния, так и металличности с повышением температуры напыления, вероятно, обусловлено изменением в пленках соотношения La/Ce/B и улучшением межгранулярных связей. Для пленок на Si подложках при высоких T<sub>d</sub> происходит диффузия кремния из пленки в подложку, которая является причиной существенного отличия *р* этих пленок и пленок на других подложках.

#### 3.2. Исследование коэффициента Зеебека

На рис.2 приведены температурные зависимости коэффициента Зеебека S(T) пленок (La,Ce)B<sub>6</sub>. Характер этих кривых определяется как материалом подложки, так и температурой напыления. Отметим, что на каждом рисунке приводятся сведения об образцах – подложка,  $\rho$ ,  $T_d$ , а также S(T) керамического образца La<sub>0.99</sub>Ce<sub>0.01</sub>B<sub>6</sub>.

По виду кривых S(T) пленки разделены на три группы. К первой группе (рис.2а) отнесены пленки, на температурных зависимостях которых не имеется никаких аномалий, характерных для Кондо-систем, и ход кривой S(T) при T > 50 К подобен ходу S(T) керамического образца. Ко второй группе (рис.2b) отнесены пленки, у которых на S(T) не имеется низкотемпературных аномалий, характерных для Кондо-систем, но присутствует выраженный пик коэффициента Зеебека при T = 80 К. К третьей группе отнесены пленки (рис.2с), у которых на S(T) обнаружен несколько меньший по величине, чем для второй группы, пик термоэдс при T = 80 К и довольно резкий подъем значений коэффициента Зеебека при понижении температуры до 4 К. Отметим, что пленки второй и третьей группы синтезированы на Si подложках. Пик термоэдс при T = 80 К мы приписываем наличию фазы, обусловленной взаимодействием (La,Ce)B<sub>6</sub> с подложкой.



Рис.2. Температурная зависимость коэффициента термоэдс пленок (La,Ce) $B_6$  на различных подложках и керамики La $_{0.99}Ce_{0.01}B_6$ .

Величина *S* пленок при T < 25 К меньше, чем у керамики (рис.2с), что может быть обусловлено неоптимальной концентрацией ионов Се, присутствием в пленках неконтролируемых примесей, напряжений, слабосвязанных зерен и фазы, ответственной за максимум *S* при 80К. Присутствие этой фазы может в значительной степени уменьшить величину *S* пленок третьей группы при T > 25 К, поскольку *S*(*T*) образцов второй группы имеют тенденцию перехода значений *S* в отрицательную область (рис.2b).

Величина значений коэффициента Зеебека при T = 4,5 К существенно зависит от температуры напыления  $T_d$ , и для всех измеренных образцов наблюдается увеличение значений S с увеличением  $T_d$ . Изучение зависимостей значений коэффициента Зеебека при T = 4,5 К от  $\rho(300$  К) и параметра Кондорассеяния  $\Delta \rho / \rho_{min}$  показывает, что величины коэффициента термоэдс увеличиваются с уменьшением значений удельного сопротивления при  $\rho(300$  К) и увеличением параметра Кондо-рассеяния. Исследования выявили также, что максимальные значения коэффициента Зеебека при T = 4.5 К получены для пленок, синтезированных на Si подложках.

#### 4. Заключение

Основным результатом работы является обнаружение эффекта Кондо в тонких пленках номинального состава (La,Ce)B<sub>6</sub> при температурах ниже 20 К. Исследованы зависимости  $\rho(T)$  и S(T) пленок, напыленных на различные подложки при различных температурах. Пленки на Si подложках при  $T_d > 800$  К имеют наиболее близкие к объемным образцам значения  $\rho$  (300 K), S(4.5K) и параметров  $\rho(77 \text{ K})/\rho(300 \text{ K}), \Delta \rho/\rho_{min}$ . Однако они ещё уступают по своим электрофизическим характеристикам объемным образцам. Диффузия кремния из подложки в пленку, происходящая при  $T_d > 800$  К, приводит к возникновению максимума на зависимости S(T) при 80 К, что в свою очередь является одной из причин низких значений S(4.5K). Другими факторами, приводящими к низким значениям S(4.5 K) и высоким значениям  $\rho(4,5K)$ пленок, являются отклонение от стехиометрии (соотношение La/Ce/B), наличие неконтролируемых примесей и особенности микроструктуры. Улучшение характеристик пленок связано с дальнейшей оптимизацией условий синтеза и получением монокристаллических пленок (La,Ce)B<sub>6</sub>.

Работа поддержана Министерством науки и образования Армении и грантом NATO SfP No.974082.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. K.Winzer. Solid State Com., 16, 521 (1975).

- 2. K.Sammer and K.Winzer. Physik B, 25, 269 (1976).
- 3. H.J.Ernst, H.Gruhl, T.Krug, and K.Winzer. Proc. Int. Conf. LT-17, AL3, 137 (1984).
- 4. N.E.Bickers, D.I.Cox, and J.W.Wilkins. Phys. Rev. Lett., 54, 230 (1985).
- 5. A.Kuzanyan, G.Badalyan, et al. Mat. Res. Soc. Symp., 626, 43, Z8.21 (2000).
- 6. A.Gulian, K.Wood, G.Fritz, et al. NIMA, 441, 35 (2000).
- G.G.Fritz, K.S.Wood, D.Van Vechten, A.L.Gyulamiryan, A.S.Kuzanyan, et al. Proceedings of SPIE Meeting: X-Ray and Gamma-Ray Instrumentation for Astronomy XI, San Diego, August 2000. SPIE, 4140, 459 (2000).
- 8. Г.Р.Бадалян, С.И.Петросян, С.Р.Арутюнян, В.О.Вартанян, А.С.Кузанян. Изв. НАН Армении, Физика, 38, 409 (2003).
- 9. P.M.Chaikin, J.F.Kwak. Rev. Sci. Instrum., 40, 104 (1975).
- 10. A.V.Cold, D.K.C.MacDonald, et al. Phil. Mag., 5, 765 (1960).

#### ELECTRON-BEAM DEPOSITION OF LANTHANUM-CERIUM HEXABORIDE THIN FILMS. INVESTIGATION OF RESISTIVITY AND SEEBECK COEFFICIENT

## S.R. HARUTYUNYAN, V.O. VARDANYAN, G.R. BADALYAN, S.I. PETROSYAN, V.R. NIKOGHOSYAN, V.T. TATOYAN, A.S. KUZANYAN, A.M. GULYAN

Thin films of lanthanum hexaboride with cerium impurity, the promising thermoelectric material for low-temperature applications, are deposited on various substrates by electron-beam evaporation. The resistivity and Seebeck coefficient are investigated in the temperature range of 3K+300K. The features appropriate to Kondo effect in the dependences  $\rho(i)$  and S(T) are detected at temperatures below 20 K. It is revealed that the nature of the temperature dependence of the Seebeck coefficient, parameters of metallicity and Kondo-scattering of investigated films are conditioned by the material of the substrate and temperature of deposition.

## ԲՈՎԱՆԴԱԿՈՒԹՅՈՒՆ

Ա.Մ.Իշխանյան, Գ.Պ.Չեռնիկով. Թույլ փոխազդեցության սահմանը սառն ատոմների	
ֆոտոասոցիացիայի տեսությունում	3
Ս.Ս.Էլբակյան, Մ.Լ.Պետրոսյան, Է.Դ.Գազագյան, Էլեկտրոնային թանծրուկի փոխազդե-	
ցությունը շարժվող պլազմայի հետ.	11
Դ.Մ.Սեդրակյան, Ա.Ժ.Խաչատրյան. Կապված էլեկտրոնային վիճակները կամայական	
կենտրոնահամաչափ շերտավոր քվանտային փոսումմ	17
Ա.Յ.Գևորգյան. Լույսի կլանման անոմալիաները և գերլուսային տարածումը իզոտրոպ	
շերտում։ II. Կլանման անոմալիաները	26
Տ.Ս.Վարժապետյան, Ն.Ռ.Բալասանյան, Ա.Ա.Ներսիսյան, Ա.Դ.Սարգսյան, Դ.Դ.Սարգս-	
յան. Գերկարճ բջջում սուբ-դոպլերյան ռեզոնանսային ֆլուորեսցենցիայի ստաց-	
ման եղանակի էքսպերիմենտալ համեմատումը այլ եղանակների հետ	36
Ռ.Ս.Յակոբյան, Ռ.Բ.Ալավերդյան, Ա.Գ.Առաքելյան, Ս.Ց.Ներսիսյան, Կ.Մ.Սարգսյան,	
Յու.Ս.Չիլինգարյան. Գաուսյան բաշխմամբ լազերային ճառագայթումով մա-	
կերևույթային հիդրոդինամիկ սոլիտոնանման ալիքների գրգռումը հեղուկ բյու-	
րեղի մակերևույթի վրա	44
Ա.Վ.Բադասյան. Պարույր – կծիկ անցումը հետերոպոլիմերներում։ Միկրոկանոնական	
մեթոդը	53
Ս.Ռ.Չարությունյան, Վ.Չ.Վարդանյան, Գ.Ռ.Բադալյան, Ս.Ի.Պետրոսյան, Վ.Ռ.Նիկո-	
ղոսյան, Վ.Տ.Թաթոյան, Ա.Ս.Կուզանյան, Ա.Մ.Գուլյան. Լանթան – ցերիումի հեք-	
սաբորիդի թաղանթների էլեկտրոնաճառագայթային փոշենստեցումը։ Տեսա-	
կարար դիմադիության և Ջեեբեկի գործակցի հետազոտությունները։	60

# CONTENTS

A.M.Ishkhanyan, G.P.Chernikov. Weak interaction limit in the theory of photo- association of cold atoms.	3
S.S.Elbakyan, M.L.Petrosyan, E.D.Gazazyan. Interaction of electron bunch with	
D M Sedrakian, A Zh Khachatrian, Bound electron states in an arbitrary central-	11
symmetric layered quantum well.	17
A.H.Gevorgyan. Superluminal propagation and anomalies of absorption of light in an	
isotropic layer. II. Anomalies of absorption.	26
T.S.Varzhapetyan, N.R.Balasanyan, A.A.Nersisyan, A.D.Sargsyan, D.H.Sargsyan. Experimental comparison of sub-Doppler fluorescence registration method in	
extemely thin cell with other methods.	36
Yu.S.Chilingaryan. Stimulation of hydrodynamic soliton-like surface waves on the surface of liquid crystals by laser radiation with Gaussian cross-distribution of	
intensity	44
A.V.Badasyan. Helix - coil transition in heteropolymers. Microcanonical approach	53
S.R.Harutyunyan, V.O.Vardanyan, G.R.Badalyan, S.I.Petrosyan, V.R.Nikoghosyan, V.T.Tatoyan, A.S.Kuzanyan, A.M.Gulyan. Electron-beam deposition of lanthanum-cerium hexaboride thin films. Investigation of resistivity and Seebeck	
coefficient.	60

1300 70.

### СОДЕРЖАНИЕ

А.М.Ишханян, Г.П.Черников. Предел слабого взаимодействия в теории	
фотоассоциации холодных атомов.	3
С.С.Элбакян, М.Л.Петросян, Э.Д.Газазян. Взаимодействие электронно-	
го сгустка с движущейся плазмой	11
Д.М.Седракян, А.Ж.Хачатрян. Связанные электронные состояния в	
произвольной центрально-симметричной слоистой квантовой яме.	17
А.А.Геворгян. Сверхсветовое распространение и аномалии поглощения	
света в изотропном слое. II. Аномалии поглощения	26
Т.С.Варжапетян, Н.Р.Баласанян, А.А.Нерсисян, А.Д.Саргсян, Д.Г.Сар-	
кисян. Экспериментальное сравнение метода получения суб-допле-	
ровской резонансной флюоресценции с помощью сверхтонкой	
ячейки с другими методами	36
Р.С.Акопян, Р.Б.Алавердян, А.Г.Аракелян, С.Ц.Нерсисян, К.М.Саркисян,	
Ю.С.Чилингарян. Возбуждение поверхностных гидродинамических	
волн солитонного типа на поверхности жидкого кристалла лазер-,	
ным излучением с гауссовским поперечным профилем.	44
А.В.Бадасян. Переход спираль-клубок в гетерополимерах. Микрокано-	
нический метод	53
С.Р.Арутюнян, В.О.Вартанян, Г.Р.Бадалян, С.И.Петросян, В.Р.Никого-	
сян, В.Т.Татоян, А.С.Кузанян, А.М.Гулян. Электронно-лучевое на-	
пыление пленок гексаборида лантана-церия. Исследование удель-	
ного сопротивления и коэффициента Зеебека	60

Тираж 150. Сдано в набор 10.01.2004. Подписано к печати 15.01.2004. Печ. л. 4,25. Бумага офсетная. Цена договорная. Типография НАН РА. 375019, Ереван, пр. Маршала Баграмяна, 24.

