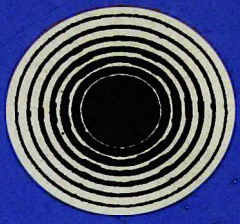
ISSN 0002-3035

ФИЗИКА·ՖԻԶԻԿԱ·PHYSICS



ИЗВЕСТИЯ
НАЦИОНАЛЬНОЙ АКАДЕМИИ НАУК АРМЕНИИ

ՏԵՂԵԿԱԳԻՐ
ՀԱՅԱՍՏԱՆԻ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԶԳԱՅԻՆ ԱԿԱԴԵՄԻԱՅԻ

PROCEEDINGS
OF NATIONAL ACADEMY OF SCIENCES OF ARMENIA

38, N5, 2003

ՀԱՅԱՍՏԱՆԻ ՀԱՆՐԱՊԵՏՈՒԹՅԱՆ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԶԳԱՅԻՆ ԱԿԱԴԵՄԻԱ
НАЦИОНАЛЬНАЯ АКАДЕМИЯ НАУК РЕСПУБЛИКИ АРМЕНИЯ

ՏԵՂԵԿԱԳԻՐ ИЗВЕСТИЯ
ՖԻԶԻԿԱ ФИЗИКА

ՀԱՏՈՐ ТОМ
38

№ 5

ՀՀ ԳԱԱ «ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆ» ՀՐԱՏԱՐԱԿՉՈՒԹՅՈՒՆ ИЗДАТЕЛЬСТВО "ГИТУТЮН" НАН РА
ԵՐԵՎԱՆ ЕРЕВАН
2003

© Национальная Академия наук Армении
Известия НАН Армении, Физика

Журнал издается с 1966 г.
Выходит 6 раз в год
на русском и английском языках

РЕДАКЦИОННАЯ КОЛЛЕГИЯ

В. М. Арутюнян, главный редактор
Э. Г. Шароян, зам. главного редактора
А. А. Ахумян
Г. А. Вартапетян
Э. М. Казарян
А. О. Меликян
А. Р. Мкртчян
Д. Г. Саркисян
Ю. С. Чилингарян
А. А. Мирзаханян, ответственный секретарь

ԽՄԲԱԳՐԱԿԱՆ ԿՈԼԵԳԻԱ

Վ. Մ. Հարությունյան, գլխավոր խմբագիր
Է. Գ. Շառոյան, գլխավոր խմբագրի տեղակալ
Ա. Ա. Հախումյան
Հ. Հ. Վարդապետյան
Է. Մ. Ղազարյան
Ա. Հ. Մելիքյան
Ա. Ռ. Մկրտչյան
Գ. Հ. Սարգսյան
Յու. Ս. Չիլինգարյան
Ա. Ա. Միրզախանյան, պատասխանատու քարտուղար

EDITORIAL BOARD

V. M. Aroutiounian, editor-in-chief
E. G. Sharoyan, associate editor
A. A. Hakhumyan
H. H. Vartapetian
E. M. Ghazaryan
A. O. Melikyan
A. R.Mkrtchyan
D. H. Sarkisyan
Yu. S. Chilingaryan
A. A. Mirzakhanyan, executive secretary

Адрес редакции: Республика Армения, 375019,
Ереван, пр. Маршала Баграмяна, 24-г.

Խմբագրության հասցեն՝ Հայաստանի Հանրապետություն,
375019, Երևան, Մարշալ Բաղրամյան պող., 24-գ:

Editorial address: 24-g, Marshal Bagramyan Av.,
Yerevan, 375019, Republic of Armenia.

К СВЕДЕНИЮ АВТОРОВ

В журнале печатаются статьи и краткие сообщения авторов по всем разделам современной физики на русском и армянском языках. Редакция просит авторов при направлении статей придерживаться следующих правил.

1. Статьи, поступающие в редакцию, должны иметь направление от учреждения, в котором выполнена работа, а также акт экспертизы. Название учреждения приводится перед текстом статьи после фамилий авторов.

2. Объем каждой статьи не должен превышать 10 страниц, а краткого сообщения – 3 страниц текста и 2 рисунков. Работы необходимо представлять в двух экземплярах, отпечатанных на машинке или на принтере через 2 интервала.

3. Тексту каждой статьи предшествует индекс УДК, проставленный в левом верхнем углу. Непосредственно перед текстом статьи или краткого сообщения после заглавия помещается аннотация. К работам, представленным на русском языке, должны быть приложены резюме на армянском и английском языках.

4. Следует ограничиваться минимальным количеством рисунков и фотографий. Их размеры не должны превышать 10×15 см. Они должны быть представлены в двух экземплярах, на обороте рисунков необходимо указать фамилии авторов, название статьи и номер рисунка. Подписи к рисункам должны быть собраны на отдельном листе.

5. Формулы следует вписывать четко и крупно, их нумерация должна быть сплошной по всей статье. Греческие буквы надо подчеркивать снизу красной чертой. Векторы не следует помечать стрелкой сверху, а следует подчеркивать снизу синей чертой. В тех случаях, когда заглавные и строчные буквы одинаковы и отличаются только размерами, необходимо в формулах заглавные буквы подчеркивать снизу двумя черточками, а строчные – двумя черточками сверху.

6. Цитируемая литература должна даваться общим списком в конце статьи. В тексте ссылка приводится цифрой в прямых скобках в порядке упоминания в статье. В списке литературы необходимо указать: для книг – инициалы и фамилию автора, название книги, место издания, издательство, год издания; для периодических изданий – инициалы и фамилию автора, название журнала, том, номер выпуска, первую страницу и год издания.

7. Статья должна быть подписана всеми авторами. Необходимо также приложить точный адрес, фамилию, имя, отчество автора и адрес учреждения, где выполнена работа.

8. В случае возвращения автору его рукописи для доработки датой поступления считается день получения редакцией окончательного варианта статьи.

9. Редакция посылает автору одну корректуру. Корректура с подписью автора и датой ее подписания должна быть выслана в редакцию в течение суток с момента ее получения.

Статьи, в которых не соблюдены указанные правила, к рассмотрению приниматься не будут.

Адрес редакции "Известий НАН Армении, Физика": Республика Армения, 375019, Ереван, пр. Маршала Баграмяна, 24-г. Тел. 56-80-67.

Известия НАН Армении, Физика, т.38, №5, с.283-287 (2003)

УДК 535.016

НЕ-НАТАНЗОНОВО СЕМЕЙСТВО ПОТЕНЦИАЛОВ ДЛЯ РАДИАЛЬНОГО УРАВНЕНИЯ ДИРАКА

В.Р. КАЗАРЯН, А.М. ИШХАНЯН

Инженерный центр НАН Армении

(Поступила в редакцию 1 мая 2003 г.)

Представлено трехпараметрическое семейство потенциалов, не принадлежащее к классу Натанзона, для которого релятивистское радиальное уравнение Дирака точно интегрируется. Общее решение задачи выражается в вырожденных гипергеометрических функциях.

Аналитические решения уравнения Дирака для релятивистской заряженной частицы известны только для немногочисленных специфических видов локальных потенциалов. С первой работы Дирака до 1989г. была точно решена лишь релятивистская задача Кулона [1]. В 1989г. наконец было сформулировано и решено релятивистское обобщение задачи осциллятора [2]. Позднее, совсем недавно, был предложен эффективный подход для решения трехмерного уравнения Дирака для сферически симметричных потенциалов [3,4]. С помощью этого подхода был рассмотрен ряд задач [3-6], были найдены релятивистские аналоги потенциалов гипергеометрических классов Натанзона [7] (играющих, как хорошо известно, особую роль в нерелятивистской теории). В настоящей работе мы представляем интегрируемое семейство, которое не является Натанзоновым. Это трехпараметрический класс, для которого общее решение задачи можно выписать в вырожденных гипергеометрических функциях.

В атомной системе единиц ($m = e = \hbar = 1,\ \ c = \alpha^{-1}$) радиальное уравнение Дирака для верхней спинорной компоненты унитарным преобразованием можно привести к следующему виду [3,4] (об ограничениях на условия применимости этого уравнения см. [5]):

$$\Phi_{rr} + \left(-\frac{\alpha^2}{T^2} V^2 + \frac{\alpha}{T} V_r - 2\varepsilon V + \frac{\varepsilon^2 - 1}{\alpha^2} \right) \Phi = 0 , \qquad (1)$$

где ε – релятивистская энергия частицы, $V(r)$ – потенциал сферически-симметричного статического электромагнитного поля, α – постоянная тонкой структуры, T – вспомогательный свободный параметр – постоянная унитарного преобразования.

Применим теперь стандартную замену переменных [7]:

$$\Phi = \varphi(z)\cdot u(z), \qquad z = z(r) \quad \Leftrightarrow \quad dz/dr = \rho(z), \tag{2}$$

и потребуем совпадения полученного уравнения с уравнением параболического цилиндра (со смещенным аргументом) [8]

$$u_{zz} + (Az^2 + Bz + C)u = 0. \tag{3}$$

В результате получим, что должно быть $\varphi = 1/\sqrt{\rho}$ и

$$-\frac{1}{2}\left(\frac{\rho_z}{\rho}\right)_z - \frac{1}{4}\left(\frac{\rho_z}{\rho}\right)^2 + \frac{1}{\rho^2}\left(-\frac{\alpha^2}{T^2}V^2 + \frac{\alpha}{T}\rho V_z - 2\varepsilon V + \frac{\varepsilon^2 - 1}{\alpha^2}\right) = Az^2 + Bz + C. \tag{4}$$

Анализ структуры данного уравнения показывает, что здесь одним из возможностей является выбор замены независимой переменной как

$$\rho = z^n/\tau. \tag{5}$$

При n=0, 1/2 и 1 эта замена является частным случаем общей замены $\rho = z/\sqrt{a_2 z^2 + a_1 z + a_0}$, предложенной Натанзоном для сведения уравнения Шредингера к вырожденному гипергеометрическому уравнению [7]. В настоящей работе мы рассмотрим случай $n = -1$ ($z^2 = 2r/\tau$), который, очевидно, не является Натанзоновым. Подстановка (5) в (4) показывает, что потенциал в этом случае должен иметь вид

$$V = V_0 + \frac{V_1}{z} + \frac{V_2}{z^2}. \tag{6}$$

При этом уравнение (4) примет следуюший вид:

$$-\frac{3}{4z^2} - \tau^2\frac{\alpha^2}{T^2}\left(V_0^2 z^2 + V_1^2 + \frac{V_2^2}{z^2} + 2V_0V_1 z + 2V_0V_2 + \frac{2V_1V_2}{z}\right) + \tau\frac{\alpha}{T}\left(-\frac{V_1}{z} - \frac{2V_2}{z^2}\right) +$$

$$+ z^2\tau^2\left[-2\varepsilon\left(V_0 + \frac{V_1}{z} + \frac{V_2}{z^2}\right) + \frac{\varepsilon^2 - 1}{\alpha^2}\right] = Az^2 + Bz + C. \tag{7}$$

Вычисляя отсюда параметры уравнения (3), получим

$$A = \tau^2\left(-\frac{\alpha^2}{T^2}V_0^2 - 2\varepsilon V_0 + \frac{\varepsilon^2 - 1}{\alpha^2}\right), \quad B = \tau^2\left(-\frac{\alpha^2}{T^2}2V_0V_1 - 2\varepsilon V_1\right),$$

$$C = \tau^2\left(-\frac{\alpha^2}{T^2}\left(2V_0V_2 + V_1^2\right) - 2\varepsilon V_2\right). \tag{8}$$

Кроме того, для зануления членов, пропорциональных $1/z$ и $1/z^2$, должно быть $V_2 \neq 0$ и $\alpha/T = -1/(2\tau V_2)$. Без ограничения общности можно выбрать $\tau = 2$. Тогда $z^2 = r$ и потенциал имеет вид

$$V = V_0 + \frac{V_1}{\sqrt{r}} + \frac{V_2}{r}. \qquad (9)$$

Как уже было отмечено выше, это семейство не принадлежит к классу Натанзона. Аналогичные классы для уравнения Шредингера были рассмотрены рядом авторов (см., например, [9]). Интересно отметить, что в нерелятивистском случае данные классы всегда содержат дополнительное слагаемое (потенциал центробежного барьера) с фиксированным значением коэффициента, т.е. относятся к типу "условно" интегрируемых моделей (модели, в которых один из параметров потенциала строго зафиксирован [9]). В нашем же случае, казалось бы, мы имеем точно интегрируемый класс. Однако, следует вспомнить, что исходное уравнение (1) получено при дополнительном ограничении $W + k/r = V\sqrt{\alpha^2/T^2 + \alpha^2}$ (см. [3-5]), где k – параметр спин-орбитальной связи, $|k| = 1,2,3...$ [1], а W может рассматриваться, например, как скалярный потенциал – потенциал поля, действующего на гравитационную массу. Положив

$$W = \left(V_0 + \frac{V_1}{\sqrt{r}}\right)\sqrt{\frac{\alpha^2}{T^2} + \alpha^2} + \frac{W_2}{r} \qquad (10)$$

и вспомнив, что для потенциала (9) $\alpha/T = -1/(4V_2)$, получим ограничение на допустимые значения V_2 и W_2:

$$\sqrt{\frac{1}{16} + \alpha^2 V_2^2} - W_2 = k. \qquad (11)$$

Следовательно, семейство (9) представлвяет собой условно интегрируемый класс. Сравнение с известными потенциалами показывает, что данное семейство является релятивистским аналогом второго класса Стиллингера для уравнения Шредингера [9]. Отсутствие потенциала центробежного барьера $\sim 1/r^2$ является характерным свойством всех интегрируемых релятивистских моделей. (Очевидно, что это вызвано наличием в радиальном уравнении Дирака членов V_r и V^2, порождающих при $V \sim 1/r^2$ члены $\sim 1/r^3$ и $\sim 1/r^4$). Отличительной же особенностью семейства (9) является зависимость конкретных значений фиксируемых параметров V_2 или W_2 от квантового числа k. Отметим еще, что из соотношения (11) следует, что V_2 и W_2 одновременно не могут быть равными нулю, то есть кулоновское и ньютоновское поля одновременно не могут отсутствовать.

Общее решение уравнения параболического цилиндра (3) можно записать с помощью вырожденных гипергеометрических функций Куммера ${}_1F_1(a;b;z)$ и Трикоми $U(a;b;z)$ [8] следующим образом:

$$u(z) = (B + 2Az)e^{-\frac{1}{8}\left(\frac{1}{-A}\right)^{3/2}(B+2Az)^2}\left\{C_1\,{}_1F_1\left(\frac{3}{4} - \frac{1}{16}\left(\frac{1}{-A}\right)^{3/2}(B^2 - 4AC); \frac{3}{2}; \frac{1}{4}\left(\frac{1}{-A}\right)^{3/2}(B + 2Az)^2\right) +\right.$$

$$+C_2\cdot U\left(\frac{3}{4}-\frac{1}{16}\left(\frac{1}{-A}\right)^{3/2}(B^2-4AC);\frac{3}{2};\frac{1}{4}\left(\frac{1}{-A}\right)^{3/2}(B+2Az)^2\right)\Bigg\}, \qquad (12)$$

где $C_{1,2}$ – произвольные постоянные. Подставляя сюда значения параметров A,B,C, задаваемые выражениями (8), получим окончательное решение исходного уравнения Дирака (1) для потенциала (9):

$$\Phi(r)=r^{1/4}\sqrt{\tilde{z}}\,e^{-\tilde{z}/2}\left[C_1\cdot{}_1F_1(a;3/2;\tilde{z})+C_2\cdot U(a;3/2;\tilde{z})\right], \qquad (13)$$

где введены следующие обозначения:

$$a=\frac{3}{4}-\frac{1}{2}\left[1\Big/\left(\frac{V_0^2}{16V_2^2}+2\varepsilon V_0+\frac{1-\varepsilon^2}{\alpha^2}\right)\right]^{3/2}\times$$

$$\times\left[\left(\frac{V_0V_1}{16V_2^2}+\varepsilon V_1\right)^2-\left(\frac{V_0^2}{16V_2^2}+2\varepsilon V_0+\frac{1-\varepsilon^2}{\alpha^2}\right)\left(\frac{V_1^2+2V_0V_2}{16V_2^2}+2\varepsilon V_2\right)\right], \qquad (14)$$

$$\tilde{z}=2\left[1\Big/\left(\frac{V_0^2}{16V_2^2}+2\varepsilon V_0+\frac{1-\varepsilon^2}{\alpha^2}\right)\right]^{3/2}\left[\left(\frac{V_0^2}{16V_2^2}+2\varepsilon V_0+\frac{1-\varepsilon^2}{\alpha^2}\right)\sqrt{r}+\left(\frac{V_0V_1}{16V_2^2}+\varepsilon V_1\right)\right]^2.$$

Таким образом, мы представили новое трехпараметрическое семейство потенциалов (9), для которых решение радиального уравнения Дирака задается с помощью вырожденных гипергеометрических функций. Подробное рассмотрение этого потенциала, определение дискретного спектра и построение волновых функций локализованных состояний релятивистской частицы в этом поле мы надеемся провести в ближайшее время.

Работа выполнена при поддержке грантов Фонда Гражданских Исследований и Разработок США (CRDF) №NFSAT PH 100-02/12042, Армянского Национального Фонда Науки и Образования (ANSEF) №PS13 и PA №0591-2002.

ЛИТЕРАТУРА

1. **L.C.Biedenharn.** Phys. Rev., **126**, 845 (1962); **B.G.Wybourne.** Classical Groups for Physicists. New York, Wiley-Interscience, 1974; **B.Goodman and S.R.Ignjatovic.** Am. J. Phys., **65**, 214 (1997).
2. **M.Moshinsky** and **A.Szczepaniak.** J. Phys. A, **22**, L817 (1989).
3. **A.D.Alhaidari.** Phys. Rev. Lett., **87**, 210405 (2001); **88**, 189901 (2002).
4. **A.D. Alhaidari.** J. Phys. A, **34**, 9827 (2001); **35**, 6207 (2002); **A.D.Alhaidari.** Phys. Rev. A, **65**, 042109 (2002); **66**, 019902 (2002).
5. **A.N.Vaidya and R. de L.Rodrigues.** J. Phys. A, **35**, 6205 (2002); **A.N.Vaidya and R. de L.Rodrigues.** Phys. Rev. Lett., **89**, 068901 (2002); **A.S. de Castro.** J. Phys. A, **35**, 6203 (2002).
6. **Guo Jian-You, Fang Xiang Zheng, and Xu Fu-Xin.** Phys. Rev. A, **66**, 062105 (2002); **P.Rozmej and R.Arvieu.** J. Phys. A, **32**, 5367 (1999).
7. **Г.А.Натанзон,** Теор. Мат. Физ., **38**, 146 (1979); Вестник ЛГУ, **10**, 22 (1971).
8. **M.Abramowitz and I.A.Stegun.** Handbook of Mathematical Functions. New York, Dover, 1965.

9. **F.H.Stillinger**. J. Math. Phys. A, **20**, 1891 (1979); **A. de Souza Dutra**. Phys. Rev. A, **47**, R2435 (1993); **C.Grosche**. J. Phys. A, **28**, 5889 (1996); **C.Grosche**. J. Phys. A, **29**, 365 (1996).

ՈՉ-ՆԱԹԱՆԶՈՆՅԱՆ ՊՈՏԵՆՑԻԱԼՆԵՐԻ ՄԻ ԸՆՏԱՆԻՔ ԴԻՐԱԿԻ ՌԱԴԻԱԼ ՀԱՎԱՍԱՐՄԱՆ ՀԱՄԱՐ

Վ.Ռ. ՂԱԶԱՐՅԱՆ, Ա.Մ. ԻՇԽԱՆՅԱՆ

Ներկայացված է Նաթանզոնի դասին չպատկանող եռապարամետրիկ պոտենցյալների մի ընտանիք, որի համար Դիրակի ռադիալ հավասարումը ճշգրիտ ինտեգրելի է: Խնդրի ընդհանուր լուծումն արտահայտվում է այլասերված հիպերերկրաչափական ֆունկցիաներով:

A NON-NATANZON FAMILY OF POTENTIALS FOR THE RADIAL DIRAC EQUATION

V.R. GHAZARYAN, A.M. ISHKHANYAN

A three-parametric family of potentials, that does not belong to the Natanzon class, for which the relativistic radial Dirac equation is exactly integrable, is presented. The general solution of the problem is expressed in terms of confluent hypergeometric functions.

Известия НАН Армении, Физика, т.38, №5, с.288-299 (2003)

УДК 537.87

ИЗЛУЧЕНИЕ ОСЦИЛЛЯТОРА ВНУТРИ ЦИЛИНДРИЧЕСКОГО ВОЛНОВОДА С ДИЭЛЕКТРИЧЕСКИМ НАПОЛНЕНИЕМ

А.А. САРЯН, А.С. КОТАНДЖЯН

Институт прикладных проблем физики НАН Армении

(Поступила в редакцию 23 декабря 2002 г.)

Рассмотрено излучение продольного заряженного осциллятора, равномерно движущегося по оси цилиндрического волновода, наполненного однородным диэлектриком. В соответствии с симметрией задачи излучаются только волны ТМ типа. Вычислен поток энергии излучения через поперечное сечение волновода. Приводятся результаты численных расчетов для соответствующей интенсивности в зависимости от радиуса волновода, диэлектрической проницаемости среды наполнения и параметров осциллятора. Проведено сравнение с интенсивностью излучения осциллятора в однородной среде. Показано, что существуют области значений частоты осцилляций, для которых интенсивность излучения в волноводе существенно превышает соответствующую величину в однородной среде.

1. Введение

Актуальность исследований излучателей различных типов обусловлена, прежде всего, перспективой использования релятивистских частиц в качестве источников электромагнитных волн в различных диапазонах частот. Излучение заряженных осцилляторов в вакууме и в неоднородных средах рассматривалось в целом ряде работ (см., например, [1-6] и приведенные там ссылки) в связи со многими возможными приложениями (генерация излучения, детектирование частиц высоких энергий и т.д.). В частности, излучение осциллятора в безграничной периодической среде исследовано в [1,2]. Частотно-угловое распределение интенсивности излучения осциллятора, движущегося над границей раздела двух сред, рассмотрено в [3,4]. В предыдущей нашей работе [7], на основе найденной в [8] функции Грина, исследовано излучение продольного осциллятора, равномерно движущегося по оси погруженного в однородную среду диэлектрического цилиндра. Выведена формула для спектрально-углового распределения интенсивности излучения, распространяющегося во внешнем, по отношению к цилиндру, пространстве.

В данной статье рассмотрено электромагнитное поле, генерируемое осциллятором внутри диэлектрического цилиндра. Найдены потери энергии на излучение осциллятором, движущимся по оси цилиндрического волновода с идеально проводящими стенками.

2. Поля осциллятора

Для нахождения поля заряда внутри цилиндрического волновода с проводящими стенками, заполненного веществом, диэлектрическая проницаемость которого равна ε_0, рассмотрим сначала более общую задачу. Пусть точечный заряд q движется по оси диэлектрического цилиндра с проницаемостью ε_0 и радиусом ρ_1, погруженого в однородную среду с диэлектрической проницаемостью ε_1. Рассмотрим случай, когда движение заряда является наложением равномерного перемещения со скоростью v_0 и колебания с циклической частотой ω_0 и амплитудой z_0:

$$z = \mathrm{v}_0 t + z_0 \sin\omega_0 t, \quad x = y = 0, \tag{1}$$

где декартова ось z совпадает с осью цилиндра.

В соответствующим образом выбранной цилиндрической системе координат (ρ, φ, z) пространственная часть 4-мерного вектора плотности тока, создаваемого этим зарядом, запишется в виде

$$j_l = \frac{q}{\rho}\mathrm{v}\delta(\rho)\delta(\varphi)\delta(z - \mathrm{v}_0 t - z_0 \sin\omega_0 t)\delta_{lz}, \quad l = \rho, \varphi, z. \tag{2}$$

Соответствующее решение уравнений Максвелла для 4-вектора потенциала выражается через функцию Грина (ФГ) электромагнитного поля (тензор второго ранга):

$$A_l(\mathbf{r}, t) = -\frac{1}{2\pi^2 c}\int G_{il}(\mathbf{r}, t, \mathbf{r}', t') j_l(\mathbf{r}', t) d\mathbf{r}' dt', \quad l = t, \rho, \varphi, z. \tag{3}$$

Вследствие цилиндрической симметрии рассматриваемой задачи удобно представить ФГ в виде следующего фурье-разложения:

$$G_{il}(\mathbf{r}, t, \mathbf{r}', t') = \sum_{m=-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} dk_z d\omega\, G_{il}(m, k_z, \omega, \rho, \rho')\exp[im(\varphi - \varphi') + ik_z(z - z') - i\omega(t - t')]. \tag{4}$$

Фигурирующий в (4) фурье-образ ФГ был найден в работе [8]. Из азимутальной симметрии задачи следует, что ненулевой вклад в векторный потенциал дает только слагаемое $m = 0$ в разложении (4). Соответствующие выражения для $G_{iz}(m = 0, k_z, \omega, \rho, \rho' = 0) \equiv G_{iz}(k_z, \omega, \rho)$ в лоренцевой калибровке приведены в работе [7]. Для рассматриваемой здесь области $\rho < \rho_1$ они принимают вид

$$\begin{aligned}
G_{\rho z}(k_z, \omega, \rho) &= -i\frac{(1 - \varepsilon_0/\varepsilon_1)k_z H_0(\lambda_1\rho_1)H_1(\lambda_1\rho_1)}{\rho_1\lambda_0 W(J_0, H_0)W_\varepsilon(J_0, H_0)}J_1(\lambda_0\rho), \\
G_{\varphi z}(k_z, \omega, \rho) &= 0, \\
G_{zz}(k_z, \omega, \rho) &= \frac{\pi}{2i}\left(H_0(\lambda_0\rho) - \frac{W(H_0, H_0)}{W(J_0, H_0)}J_0(\lambda_0\rho)\right),
\end{aligned} \tag{5}$$

где $J_m(x)$, $H_m(x) \equiv H_m^{(1)}(x)$ – функции Бесселя и Ханкеля первого рода,

соответственно, а

$$\lambda_j^2 = \frac{\omega^2}{c^2}\varepsilon_j - k_z^2, \qquad j = 0,1. \tag{6}$$

В формулах (5) введены следующие обозначения:

$$W(a,b) = a(\lambda_0\rho_1)\frac{\partial b(\lambda_1\rho_1)}{\partial\rho_1} - b(\lambda_1\rho_1)\frac{\partial a(\lambda_0\rho_1)}{\partial\rho_1},$$
$$W_\varepsilon(J_0,H_0) = J_0(\lambda_0\rho_1)H_1(\lambda_1\rho_1) - \frac{\varepsilon_0\lambda_1}{\varepsilon_1\lambda_0}J_1(\lambda_0\rho_1)H_0(\lambda_1\rho_1). \tag{7}$$

Подставив (2) и (4) в формулу (3), для компонент векторного потенциала находим следующее представление:

$$A_i(\rho,z,t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} dk_z \exp[i(k_z z - \omega_n(k_z)t)]A_{ni}(k_z,\rho), \qquad i = \rho,\varphi,z, \tag{8}$$

где

$$\omega = \omega_n(k_z) = n\omega_0 + k_z v_0, \tag{9}$$

а коэффициенты $A_{ni}(k_z,\rho)$ – фурье-образы компонент векторного потенциала электромагнитного поля. В области $\rho < \rho_1$ они определяются соотношениями

$$A_{n\rho} = \frac{qi(\varepsilon_1-\varepsilon_0)\omega_n(k_z)}{\pi c\varepsilon_1\rho_1\lambda_0}\frac{H_0(\lambda_1\rho_1)H_1(\lambda_1\rho_1)}{W_\varepsilon(J_0,H_0)W(J_0,H_0)}J_n(k_z z_0)J_1(\lambda_0\rho),$$
$$A_{nz} = \frac{qi\omega_n(k_z)}{2ck_z}J_n(k_z z_0)\left[H_0(\lambda_0\rho) - \frac{W(H_0,H_0)}{W(J_0,H_0)}J_0(\lambda_0\rho)\right], \quad A_{n\varphi} = 0. \tag{10}$$

Соответствующий скалярный потенциал определяется из условия калибровки Лоренца. Разложения, аналогичные (8), можно написать и для напряженностей электромагнитного поля. Соответствующие фурье-коэффициенты имеют вид

$$E_{n\rho} = -\frac{iq\lambda_0}{2\varepsilon_0}J_n(k_z z_0)\left[B_{\text{osc}}J_1(\lambda_0\rho) - H_1(\lambda_0\rho)\right],$$
$$E_{nz} = \frac{q\lambda_0^2}{2k_z\varepsilon_0}J_n(k_z z_0)\left[B_{\text{osc}}J_0(\lambda_0\rho) - H_0(\lambda_0\rho)\right], \qquad E_{n\varphi} = 0, \tag{11}$$
$$H_{n\varphi} = -\frac{qi\omega_n(k_z)\lambda_0}{2ck_z}J_n(k_z z_0)\left[B_{\text{osc}}J_1(\lambda_0\rho) - H_1(\lambda_0\rho)\right], \quad H_{n\rho} = H_{nz} = 0,$$

где введено обозначение

$$B_{\text{osc}} = \frac{W(H_0,H_0)}{W(J_0,H_0)} - \frac{2ik_z^2}{\pi\lambda_0^2}\frac{\varepsilon_1-\varepsilon_0}{\varepsilon_1\rho_1}\frac{H_0(\lambda_1\rho_1)H_1(\lambda_1\rho_1)}{W(J_0,H_0)W_\varepsilon(J_0,H_0)}. \tag{12}$$

Векторный потенциал электромагнитного поля для цилиндрического волновода с идеально проводящими стенками получается из приведенных общих формул предельным переходом $\varepsilon_1 \to \infty$. Из формул (10) видно, что $\lambda_1(\varepsilon_1)$ входит только в аргумент функции Ханкеля. После ряда преобразований, с учетом асимптотических формул для этой функции при больших значениях аргумента [9], находим, что поле внутри цилиндрического волновода определяется формулой (8), в которой фурье-коэффициенты векторного и скалярного потенциалов имеют вид

$$A_{nz} = \frac{qi\omega_n(k_z)}{2ck_z} J_n(k_z z_0)\left[H_0(\lambda_0\rho) - \frac{H_0(\lambda_0\rho_1)}{J_0(\lambda_0\rho_1)} J_0(\lambda_0\rho)\right],$$
$$A_{n\rho} = A_{n\varphi} = 0, \quad \phi_n = \frac{ck_z A_{nz}}{\omega_n(k_z)\varepsilon_0}. \tag{13}$$

Отметим, что $A_i(\rho, z, t)$ является действительной функцией, и поэтому $A^*_{ni}(k_z, \rho) = A_{-ni}(-k_z, \rho)$.. В результате формулу (8) можно записать в виде

$$A_i(\rho, z, t) = 2\,\mathrm{Re}\sum_{n=0}^{\infty}{}' \int_{-\infty}^{\infty} dk_z \exp[i(k_z z - \omega_n(k_z)t)] A_{ni}(k_z, \rho), \tag{14}$$

где штрих над знаком суммы указывает на то, что слагаемое $n = 0$ следует брать с весом 1/2. Выражения, приведенные в (13), имеют особые точки, соответствующие нулям функции Бесселя:

$$J_0(\lambda_0\rho_1) = 0. \tag{15}$$

Пусть $j_{0,s}, s = 1,2,...$ – s-й положительный нуль функции Бесселя $J_0(x)$: $J_0(j_{0,s}) = 0$. Соответствующие моды $k_z = k_s$ определяются из уравнения $\lambda_0\rho_1 = j_{0,s}$ с учетом выражений (6), (9):

$$(\beta_0^2 - 1)k_s^2 + 2n\frac{\omega_0\sqrt{\varepsilon_0}}{c}\beta_0 k_s + \left(n^2\frac{\omega_0^2\varepsilon_0}{c^2} - \frac{j_{0,s}^2}{\rho_1^2}\right) = 0, \quad \beta_0 = \frac{\mathrm{v}_0}{c}\sqrt{\varepsilon_0}. \tag{16}$$

Это уравнение имеет действительные решения только при условии

$$b_{n,s}^2(1-\beta_0^2) \le 1, \qquad b_{n,s} \equiv \frac{j_{0,s}c}{n\omega_0\rho_1\sqrt{\varepsilon_0}}, \tag{17}$$

и они имеют вид

$$k_s^{(\pm)} = \frac{n\omega_0\sqrt{\varepsilon_0}/c}{1-\beta_0^2}\left[\beta_0 \pm \sqrt{1 - b_{n,s}^2(1-\beta_0^2)}\right]. \tag{18}$$

Заметим, что если условие Черенкова для средней скорости частицы удовлетворяется, т.е. $\beta_0 > 1$, то неравенство (17) выполняется для всех значений $s = 1,2,....$ В случае же $\beta_0 < 1$ условие (17) определяет максимальное значение s, которое мы обозначим через s_m:

$$j_{0,s_m} < \frac{n\omega_0\sqrt{\varepsilon_0}\,\rho_1}{c\sqrt{1-\beta_0^2}} < j_{0,s_{m+1}}. \qquad (19)$$

Значение функции $\omega_n(k_z)$ в точках $k_s^{(\pm)}$ равно

$$\omega_{ns}^{(\pm)} = \omega_n\left(k_s^{(\pm)}\right) = \frac{n\omega_0}{1-\beta_0^2}\left[1 \pm \beta_0\sqrt{1-b_{n,s}^2(1-\beta_0^2)}\right]. \qquad (20)$$

Таким образом, точки $k_z = k_s^{(\pm)}$ являются простыми полюсами фурье-образов (13). Они соответствуют собственным модам цилиндрического волновода ТМ типа. При действительном ε_0 эти полюсы расположены на действительной оси комплексной плоскости k_z, если выполняется условие (17). В формуле (14) для однозначности интеграла по k_z следует указать правила обхода действительных полюсов. Для этого заметим, что в физически реальных ситуациях диэлектрическая проницаемость является комплексной величиной: $\varepsilon_0 = \varepsilon_0' + i\varepsilon_0''$, и мнимая часть ε_0'' определяет затухание в среде. При $|\varepsilon_0''| << \varepsilon_0'$ для мнимой части $k_s^{(\pm)}$ из (18) имеем

$$\operatorname{Im} k_s^{(\pm)} = \pm C_1\varepsilon_0''(\omega_n), \qquad C_1 > 0, \qquad (21)$$

где $\varepsilon_0''(\omega_n) \gtrless 0$ при $\omega_n \gtrless 0$.. Рассмотрим конкретные случаи.

Пусть сначала условие Черенкова для средней скорости осциллятора не выполняется: $\beta_0 = v_0\sqrt{\varepsilon_0'}/c < 1$.. Из формул (18), (20), (21) следует, что

$$\operatorname{Re} k_s^{(+)} > 0, \quad \omega_n(\operatorname{Re} k_s^{(\pm)}) > 0, \quad \operatorname{Im} k_s^{(+)} > 0, \quad \operatorname{Im} k_s^{(-)} < 0,$$

$$\operatorname{Re} k_s^{(-)} > 0 \qquad \text{при} \qquad 1 < b_{n,s} < \frac{1}{\sqrt{1-\beta_0^2}}, \qquad (22)$$

$$\operatorname{Re} k_s^{(-)} < 0 \qquad \text{при} \qquad b_{n,s} < 1.$$

Таким образом, в этом случае полюсы $k_s^{(+)}(k_s^{(-)})$ расположены в верхней (нижней) полуплоскости комплексной плоскости k_z. В пределе $\varepsilon_0'' \to 0$, деформируя контур интегрирования, получаем правило обхода полюсов, приведенное на рис.1.

Теперь допустим, что $\beta_0 > 1$. Соответствующие неравенства имеют вид

$$\operatorname{Re} k_s^{(+)} < 0, \quad \omega_n(\operatorname{Re} k_s^{(+)}) < 0, \quad \operatorname{Im} k_s^{(+)} < 0, \quad \omega_n(\operatorname{Re} k_s^{(-)}) > 0, \quad \operatorname{Im} k_s^{(-)} < 0,$$

$$\operatorname{Re} k_s^{(-)} > 0 \qquad \text{при} \qquad b_{n,s} > 1, \qquad (23)$$

$$\operatorname{Re} k_s^{(-)} < 0 \qquad \text{при} \qquad b_{n,s} < 1.$$

Аналогично предыдущему случаю, непрерывно деформируя контур интегрирования по k_z, получаем правило обхода полюсов, приведенное на рис.2.

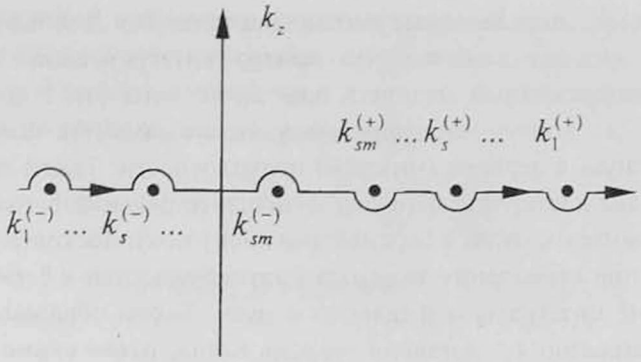


Рис.1. Контур интегрирования в комплексной плоскости k_z при $\beta_0 < 1$.

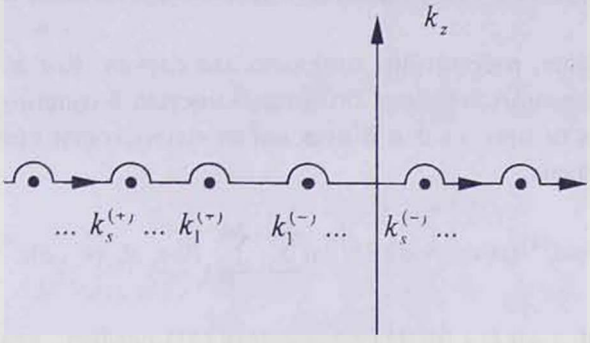


Рис.2. Контур интегрирования в комплексной плоскости k_z при $\beta_0 > 1$.

В действительности стенки волновода имеют конечную проводимость, и поэтому к волновому числу k_z добавляется дополнительная мнимая часть, которая приводит к тем же правилам обхода полюсов, что и на рис.1,2.

3. Интенсивность излучения в волноводе

Рассмотрим поле излучения, распространяющееся внутри цилиндра на больших расстояниях от заряда. Во-первых, покажем, что в (13) член, соответствующий первому слагаемому в квадратных скобках, не дает вклада в поле излучения. Это непосредственно следует из оценки интеграла по k_z в (14) методом стационарной фазы (см., например, [10]). Так как в этом интеграле фаза $k_z z$ не имеет стационарной точки, то при больших $|z|$ интеграл стремится к нулю быстрее любой степени $1/|z|$ при условии, что предэкспоненциальная функция принадлежит классу $C^{\infty}(R)$. Из сказанного следует, что поле излучения определяется особенностями предэкспоненциальной функции. Как уже отмечалось в предыдущем разделе, для интеграла по k_z в (14) единственными особенностями являются полюсы второго слагаемого в

(13) при $k_z = k_s^{(\pm)}$, определяемые соотношениями (18). Для нахождения соответствующих вкладов заметим, что контур интегрирования по k_z в (14) имеет вид, изображенный на рис.1 при $\beta_0 < 1$ и на рис.2 при $\beta_0 > 1$. При $z >> v_0 t$ ($z << v_0 t$) контур интегрирования можно замкнуть полуокружностью большого радиуса в верхней (нижней) полуплоскости. Такой выбор обусловлен тем, что для достаточно больших z подынтегральная функция экспоненциально стремится к нулю в верхней (нижней) полуплоскости при $z > 0 (< 0)$. В результате при стремлении радиусов полуокружностей к бесконечности соответствующие интегралы обращаются в нуль. Таким образом, при больших $|z|$ в (14) интеграл по k_z, согласно теореме Коши, равен сумме вычетов в полюсах, расположенных внутри контура интегрирования, умноженной на $2\pi i \operatorname{sgn} z$. При $\varepsilon_0'' \to 0$ и больших s, когда $b_{n,s}^2 > (1-\beta_0^2)^{-1}$, полюсы $k_s^{(\pm)}$ имеют конечную мнимую часть, и соответствующий вклад экспоненциально стремится к нулю при $z \to \infty$. В результате эти полюсы не дают вклада в поле излучения.

Как и выше, рассмотрим отдельно два случая. Когда $\beta_0 < 1$, , замкнув контур интегрирования на рис.1 полуокружностью большого радиуса в верхней полуплоскости при $z > 0$ и в нижней полуплоскости при $z < 0$, для поля излучения получаем

$$A_i(\rho, z, t) = \alpha A_i^{(\alpha)}(\rho, z, t) \equiv \alpha 2\,\mathrm{Re}\left\{ 2\pi i \sum_{n=0}^{\infty}{}' \sum_{s=1}^{s_m} \operatorname*{Res}_{k_z = k_s^{(\alpha)}} A_{ni}(k_z, \rho) e^{ik_z z - i\omega_n(k_z)t} \right\}, \quad (24)$$

где $\alpha = +(-)$ при $z > 0$ ($z < 0$). Из неравенств (22) следует, что выражение (24) описывает волны, распространяющиеся в положительном направлении оси z при $\alpha = +$ и при $\alpha = -$, $b_{n,s} < 1$ ($k_s^{(-)} < 0$), и волны, распространяющиеся в отрицательном направлении оси z при $\alpha = -$, $1 < b_{n,s} < (1-\beta_0^2)^{-1/2}$. Если же условие Черенкова выполняется ($\beta_0 > 1$), то, замкнув контур интегрирования на рис.2 полуокружностью большого радиуса в верхней или нижней полуплоскости в зависимости от знака z, для векторного потенциала поля излучения получаем

$$\begin{aligned} &A_i(\rho, z, t) = 0, && z >> v_0 t, \\ &A_i(\rho, z, t) = -\sum_{\alpha=\pm} A_i^{(\alpha)}(\rho, z, t), && z < 0. \end{aligned} \quad (25)$$

Первое равенство в (25) является следствием того, что в среднем частица опережает излученное ею поле. Теперь из неравенств (23) получаем, что выражение (25) описывает волны, распространяющиеся в положительном направлении оси z при $\alpha = +$ (с частотой $|\omega_n(k_s^{(+)})|$) и при $\alpha = -$, $b_{n,s} > 1$ ($k_s^{(-)} > 0$), и в отрицательном направлении оси z при $\alpha = -$, $b_{n,s} < 1$ ($k_s^{(-)} < 0$). Заметим, что при $b_{n,s} > 1$ волна, распространяющаяся в отрицательном направлении оси z, отсутствует.

Таким образом, внутри волновода на больших расстояниях от заряда

поле представляется в виде волн с дискретным набором значений проекции волнового вектора на ось волновода, $k_z = k_s^{(\pm)}$, $s = 1,2,...$, определяемых формулами (24) и (25). Вычисление вычета по стандартной формуле комплексного анализа приводит к следующим результатам:

$$A_z^{(\alpha)}(\rho,z,t) = \alpha\frac{2\pi q}{c\rho_1^2}\,\mathrm{Re}\sum_{n=0}^{\infty}{}'\sum_{s=1}^{s_m}\frac{\omega_{ns}^{(\alpha)}J_n(k_s^{(\alpha)}z_0)}{k_s^{(\alpha)}k_sJ_1(j_{0,s})}\times$$
$$\times H_0(j_{0,s})J_0\left(j_{0,s}\rho/\rho_1\right)\exp\left[i\left(k_s^{(\alpha)}z-\omega_{ns}^{(\alpha)}t\right)\right], \tag{26}$$

где

$$k_s = \frac{n\omega_0\sqrt{\varepsilon_0}}{c}\sqrt{1-b_{n,s}^2(1-\beta_0^2)}\,. \tag{27}$$

Для напряженностей электромагнитного поля, соответствующих потенциалу $A_l^{(\alpha)}(\rho,z,t)$, получаем

$$E_\rho^{(\alpha)}(\rho,z,t) = -\alpha\frac{2\pi q}{\varepsilon_0\rho_1^3}\,\mathrm{Re}\sum_{n=0}^{\infty}{}'\sum_{s=1}^{\infty}\exp\left[i\left(k_s^{(\alpha)}z-\omega_{ns}^{(\alpha)}t\right)\right]\times$$
$$\times\frac{j_{0,s}^2J_n(k_s^{(\alpha)}z_0)}{k_sJ_1(j_{0,s})}H_0(j_{0,s})J_0'(j_{0,s}\rho/\rho_1),$$
$$E_z^{(\alpha)}(\rho,z,t) = \alpha\frac{2\pi qi}{\varepsilon_0\rho_1^4}\,\mathrm{Re}\sum_{n=0}^{\infty}{}'\sum_{s=1}^{\infty}\exp\left[i\left(k_s^{(\alpha)}z-\omega_{ns}^{(\alpha)}t\right)\right]\times \tag{28}$$
$$\times\frac{j_{0,s}^3J_n(k_s^{(\alpha)}z_0)}{k_s^{(\alpha)}k_sJ_1(j_{0,s})}H_0(j_{0,s})J_0(j_{0,s}\rho/\rho_1),$$
$$H_\varphi^{(\alpha)}(\rho,z,t) = -\alpha\frac{2\pi q}{c\rho_1^3}\,\mathrm{Re}\sum_{n=0}^{\infty}{}'\sum_{s=1}^{\infty}\exp\left[i\left(k_s^{(\alpha)}z-\omega_{ns}^{(\alpha)}t\right)\right]\times$$
$$\times\frac{\omega_{ns}^{(\alpha)}j_{0,s}^2J_n(k_s^{(\alpha)}z_0)}{k_s^{(\alpha)}k_sJ_1(j_{0,s})}H_0(j_{0,s})J_0'(j_{0,s}\rho/\rho_1),$$

(остальные компоненты равны нулю). Напряженности полей **E** и **H** связаны с функциями $\mathbf{E}^{(\alpha)}$ и $\mathbf{H}^{(\alpha)}$ формулами, аналогичными (24), (25). Рассмотрим средние потери энергии за единицу времени

$$I = -\frac{1}{T}\int_0^T dt\int j_zE_z\rho d\rho d\varphi dz,\quad T = \frac{2\pi}{\omega_0}. \tag{29}$$

Подставив сюда (2), (28) и имея в виду (23), получаем

$$I = \sum_{\alpha=\pm}I^{(\alpha)},\quad I^{(\alpha)} = \frac{2q^2}{\varepsilon_0\rho_1^4}\sum_{n=0}^{\infty}{}'\sum_{s=1}^{s_m}\frac{j_{0,s}^2\left|\omega_{ns}^{(\alpha)}\right|}{k_s^{(\alpha)2}k_s}\frac{J_n^2(k_s^{(\alpha)}z_0)}{J_1^2(j_{0,s})}. \tag{30}$$

При $\beta_0 < 1$ верхний предел суммирования по s определяется соотношением (19). В обратном случае этот предел определяется конкретным законом дисперсии диэлектрической проницаемости ε_0. Согласно (17), необходимым условием наличия излучения на заданной гармонике n является $(n\omega_0 \rho\sqrt{\varepsilon_0}_1 / c)^2 \geq j_{0,s}^2(1-\beta_0^2)$, а соответствующая частота равна $|\omega_{ns}^{(\alpha)}|$. Если $\beta_0 < 1$, а циклическая частота колебания заряда равна $\omega_0 = \omega_{0s} \equiv j_{0,s} c\sqrt{1-\beta_0^2}/(n\rho_1\sqrt{\varepsilon_0})$, то k_s обращается в нуль, и интенсивность излучения, определяемая формулой (30), обращается в бесконечность. Заметим, что при заданных β_0 и n расстояние между соседними частотами $\omega_{0(s+1)} - \omega_{0s}$ уменьшается с увеличением ρ_1. Однако в этих условиях становится важным затухание в среде и в стенках волновода, и поэтому формула (30) справедлива для частот, не слишком близких к ω_{0s}, когда $\bar{k}_s >> \beta_\lambda, n\omega_0\sqrt{\varepsilon_0^*}/c$, где β_λ – постоянная затухания, обусловленная омическими потерями в стенках волновода. При $\beta_0 < 1$, воспользовавшись выражениями (18), (20) и преобразованием Лоренца, нетрудно видеть, что в системе отсчета, движущейся со средней скоростью осциллятора, проекция волнового вектора на ось цилиндра положительна при $\alpha = +$ и отрицательна при $\alpha = -$. Таким образом, в формуле (30) слагаемое $I^{(+)}$ ($I^{(-)}$) описывает интенсивность излучения волн, которые в указанной системе отсчета распространяются в положительном (отрицательном) направлении оси z.

Рассмотрим различные предельные случаи полученной общей формулы для интенсивности излучения. Пусть сначала радиус волновода принимает большие значения $\rho_1 \to \infty$ (аналогичный переход для черенковского и синхротронного излучений см., например, в [11,12]). В этом пределе основной вклад в сумму по s в (30) дают большие значения $j_{0,s}$, когда можно воспользоваться главным членом асимптотического разложения Макмагона для больших нулей $j_{0,s}$ функции Бесселя [9]: $j_{0,s} \approx \pi(s-1/4)$, $s >> 1$ и поэтому $\Delta\lambda_0 = (j_{0,s+1} - j_{0,s})/\rho_1 \approx \pi/\rho_1$. Для функции Бесселя в знаменателе формулы (30) при $s >> 1$ имеем $J_1^2(j_{0,s}) \approx 2/(\pi j_{0,s})$. Теперь, деля и умножая выражение (30) на π/ρ_1, суммирование по s можно заменить интегрированием по λ_0. Перейдя далее к интегрированию по углу ϑ:

$$\lambda_0 = \frac{n\omega_0}{v_0}\frac{\beta_0 \sin\vartheta}{1-\beta_0\cos\vartheta}, \qquad (31)$$

получаем выражение для интенсивности излучения осциллятора, движущегося в однородной среде [7]. При этом, в данном пределе в случае $\beta_0 < 1$ слагаемое $I^{(+)}(I^{(-)})$ описывает излучение, распространяющееся под углами $0 \leq \vartheta \leq \arccos\beta_0$ ($\arccos\beta_0 \leq \vartheta \leq \pi$). В случае же $\beta_0 > 1$ предельное выражение слагаемого $I^{(+)}$ соответствует излучению под углами $\cos\vartheta > 1/\beta_0$ (область аномального эффекта Доплера), а $I^{(-)}$ – излучению, распространяющемуся под углами $\cos\vartheta < 1/\beta_0$ (область нормального эффекта Доплера).

Рассмотрим случай $\omega_0 = 0$, который соответствует равномерному движению заряда по оси волновода. Теперь, согласно (6), (9) и (18), величины

$k_s^{(\pm)}$, $\omega_{ns}^{(\pm)}$ и λ_j не зависят от n, и соответствующий ряд в (30) легко суммируется с помощью известной формулы $\sum J_n^2(k_s^{(\pm)} z_0) = 1$. При $\omega_0 = 0$ величины $k_s^{(\pm)}$ являются действительными только при $\beta_0 > 1$. Таким образом, излучение имеет место только при выполнении условия Черенкова. Соответствующая частота определяется формулой

$$\omega_s = \frac{\mathrm{v}_0 j_{0,s}}{\rho_1 \sqrt{\beta_0^2 - 1}}, \tag{32}$$

а для интенсивности излучения из формулы (30) получаем

$$I^{(\alpha)}_{\omega_0 = 0} = \frac{2q^2 \mathrm{v}_0}{\varepsilon_0 \rho_1^2} \sum_{\beta_0 > 1} J_1^{-2}(j_{0,s}). \tag{33}$$

Здесь суммирование по s ограничено условием $\varepsilon_0(\omega_s) > c^2 / \mathrm{v}_0^2$, и максимальное значение s зависит от конкретного закона дисперсии.

Пусть теперь $\omega_0 \neq 0$, $n = 0$. Как и в предыдущем случае, излучение имеет место только при выполнении условия Черенкова $\beta_0 > 1$. Соответствующая интенсивность равна

$$I^{(\alpha)}_{n=0} = \frac{2q^2 \mathrm{v}_0}{\varepsilon_0 \rho_1^2} \sum_{\beta_0 > 1} J_0^2\left(\frac{j_{0,s} z_0}{\rho_1 \sqrt{\beta_0^2 - 1}} \right) J_1^{-2}(j_{0,s}), \tag{34}$$

(ср. с формулой (33)).

И наконец, пусть осциллятор в среднем покоится, $\mathrm{v}_0 = 0$. Теперь для частоты излучения имеем $\omega = n\omega_0$ и

$$k_s^{(\pm)} = \pm \sqrt{\left(\frac{n\omega_0}{c} \right)^2 \varepsilon_0 - \frac{j_{0,s}^2}{\rho_1^2}} = \pm k_s. \tag{35}$$

В этой формуле верхний (нижний) знак описывает волну, распространяющуюся в положительном (отрицательном) направлении оси z. При заданном n излучение имеет место при условии $j_{0,s} < n\omega_0 \rho_1 \sqrt{\varepsilon_0} / c$. Полная интенсивность излучения легко получается из общей формулы (30), где $I^{(+)} = I^{(-)}$:

$$I_{\mathrm{v}_0 = 0} = \frac{4q^2 \omega_0}{\varepsilon_0 \rho_1^4} \sum_{n=1}^{\infty} n \sum_{s=1}^{s_m} \frac{j_{0,s}^2 J_n^2(k_s z_0 / \rho_1)}{k_s^3 J_1^2(j_{0,s})}. \tag{36}$$

Здесь s_m определяется условием (19), когда $\beta_0 < 1$. Заметим, что в (36) указанные выше бесконечности, соответствующие $k_s = 0$, присутствуют только в слагаемом $n = 1$.

По формулам (30) и (36) нами были проведены численные расчеты интенсивностей $I^{(\pm)}$ для различных значений параметров задачи. На рис.3 приведены результаты этих расчетов для $2\pi c \sqrt{\varepsilon_0} I / (\omega_0^2 q^2)$ при $\beta_0 = 0$ ($I^{(+)} = I^{(-)}$) в зависимости от $\omega_0 z_0 \sqrt{\varepsilon_0} / c$, при $n = 1$, $\rho_1 / z_0 = 5$ (левый график)

и $n=5$, $\rho_1/z_0=1$ (правый график). Пунктирные линии изображают соответствующие величины для однородной среды. Заметим, что $\omega_0 z_0$ есть амплитуда колебаний скорости осциллятора.

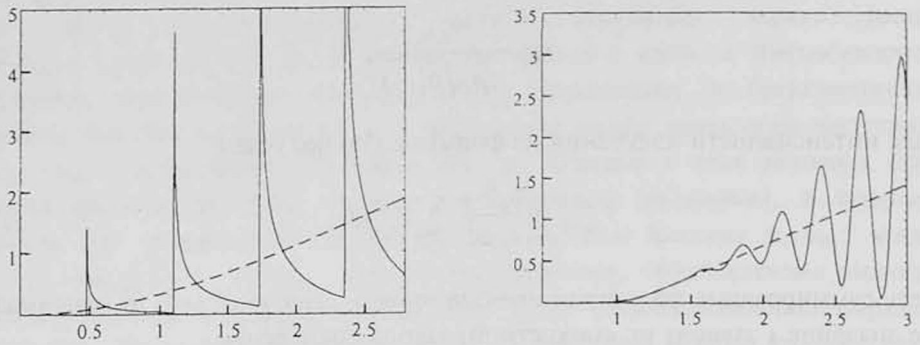


Рис.3. Зависимость величины $2\pi c\sqrt{\varepsilon_0}I/(\omega_0^2 q^2)$ при $\beta_0=0$ от $\omega_0 z_0\sqrt{\varepsilon_0}/c$, при $n=1$, $\rho_1/z_0=5$ (левый график) и $n=5$, $\rho_1/z_0=1$ (правый график). Пунктирные линии изображают соответствующие величины для однородной среды.

Результаты численных расчетов для движущегося осциллятора изображены на рис.4, где приведена зависимость величины $2\pi c\sqrt{\varepsilon_0}I^{(+)}/(\omega_0^2 q^2)$ (левый рисунок) и $2\pi c\sqrt{\varepsilon_0}I^{(-)}/(\omega_0^2 q^2)$ (правый рисунок) от $\omega_0 z_0\sqrt{\varepsilon_0}/c$ при $\beta_0=0.9$, $\rho_1/z_0=3$ на основной гармонике $n=1$. Пунктирная линия на левом (правом) рисунке описывает соответствующую величину для излучения в однородной среде, распространяющегося под углами $0\le\vartheta\le\arccos\beta_0$ ($\arccos\beta_0\le\vartheta\le\pi$) относительно скорости осциллятора. Из приведенных данных следует, что существуют области значений частоты осцилляций, при которых интенсивность излучения в волноводе существенно превышает соответствующую величину для излучения в однородной среде.

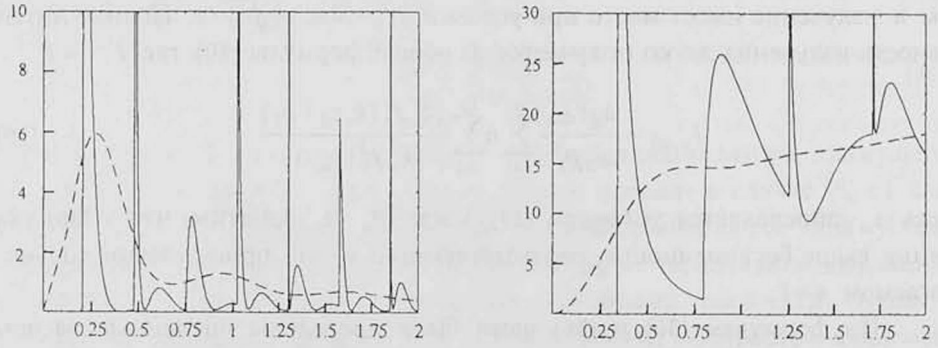


Рис.4. Зависимость величин $2\pi c\sqrt{\varepsilon_0}I^{(+)}/(\omega_0^2 q^2)$ (левый рисунок) и $2\pi c\sqrt{\varepsilon_0}I^{(-)}/(\omega_0^2 q^2)$ (правый рисунок) от $\omega_0 z_0\sqrt{\varepsilon_0}/c$ при $\beta_0=0.9$, $n=1$, $\rho_1/z_0=3$.

Авторы выражают благодарность Л.Ш.Григоряну, Б.В.Хачатряну, С.Р.Арзуманяну и Г.Ф.Хачатряну за интерес к работе и многочисленные обсуждения.

Работа выполнена в рамках гранта 1361 Министерства образования и науки РА.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Б.В. Хачатрян**. Изв. вузов., Радиофизика, **6**, 904 (1963).
2. **Ф.А.Костанян, О.С.Мергелян**. Изв. АН Арм. ССР, Физика, **6**, 481 (1971).
3. **Ф.А.Костанян, О.С.Мергелян**. Изв. АН Арм. ССР, Физика, **6**, 472 (1971).
4. **Ф.А.Костанян, О.С.Мергелян**. Изв. АН Арм. ССР, Физика, **12**, 179 (1977).
5. **М.М.Никитин, В.Я.Эпп**. Ондуляторное излучение. М., Энергоатомиздат, 1988.
6. **А.А.Соколов, И.М.Тернов**. Релятивистский электрон. М., Наука, 1983.
7. **А.С.Котанджян, А.А.Саарян**. Изв. НАН Армении, Физика, **37**, 263 (2002).
8. **Л.Ш.Григорян, А.С.Котанджян, А.А.Саарян**. Изв. НАН Армении, Физика, **30**, 239 (1995).
9. **М.Абрамовиц, И.Стиган**. Справочник по специальным функциям. М., Наука, 1979.
10. **М.В.Федорюк**. Асимптотика: Интегралы и ряды. М., Наука, 1987.
11. **Э.Д.Газазян, Э.М.Лазиев**. Изв. АН Арм. ССР, Физ.-мат. науки, **16**, 79 (1963).
12. **А.С.Котанджян, А.А.Саарян**. Изв. НАН Армении, Физика, **36**, 310 (2001).

ՕՍՑԻԼՅԱՏՈՐԻ ՃԱՌԱԳԱՅԹՈՒՄԸ ԴԻԷԼԵԿՏՐԱԿԱՆ ՆՅՈՒԹՈՎ ԼՑՎԱԾ ԳԼԱՆԱՅԻՆ ԱԼԻՔԱՏԱՐԻ ՆԵՐՍՈՒՄ

Ա.Ա. ՍԱՀԱՐՅԱՆ, Ա.Ս. ՔՈԹԱՆՋՅԱՆ

Դիտարկված է համասեռ դիէլեկտրական նյութ պարունակող գլանային ալիքատարի առանցքով հավասարաչափ շարժվող լիցքավորված երկայնական օսցիլյատորի ճառագայթումը: Խնդրի համաչափությանը համապատասխան ճառագայթվում են միայն TM տիպի ալիքներ: Հաշվված է ճառագայթման էներգիայի հոսքը ալիքատարի լայնական հատույթով: Բերված են համապատասխան ինտենսիվության թվային հաշվարկների արդյունքները՝ կախված ալիքատարի շառավղից, ալիքատարում պարունակվող միջավայրի դիէլեկտրական թափանցելիությունից և օսցիլյատորի պարամետրերից: Ստացված արդյունքները համեմատված են համասեռ միջավայրում օսցիլյատորի ճառագայթման ինտենսիվության հետ: Ցույց է տրված, որ գոյություն ունեն տատանման հաճախության արժեքների տիրույթներ, որոնց դեպքում ալիքատարի ներսում ճառագայթման ինտենսիվությունը էապես գերազանցում է համապատասխան մեծությանը համասեռ միջավայրում:

RADAITION FROM AN OSCILLATOR INSIDE A CYLINDICAL WAVEGUIDE WITH DIELECTRIC FILLING

A.A. SAHARIAN, A.S. KOTANJIAN

The radiation from a longitudinal charged oscillator uniformly moving along the axis of a cylindrical waveguide filled by a homogeneous medium is considered. In accordance with the problem symmetry only the TM type waves are emitted. The radiated energy flux through the cross-section of the wavegauide is calculated. The results of numerical calculations for the corresponding intensity are given in dependence of the waveguide radius, permittivity of the filling medium and oscillator parameters. A comparision is carried out with the radiation intensity of the oscillator in a homogeneous medium. It is shown that ranges of the values of the oscillator frequency exist for which the radiation intensity in the waveguide essentially exceeds the corresponding quantity in a homogeneous medium.

Национальная академия наук Армении
Фундаментальная библиотека

Известия НАН Армении, Физика, т.38, №5, с.300-307 (2003)

УДК 621.372.8

ВОЗБУЖДЕНИЕ ТОРОИДАЛЬНОГО РЕЗОНАТОРА ТОКОМ ВРАЩАЮЩЕЙСЯ ЧАСТИЦЫ

В.Г. КОЧАРЯН

Ереванский физический институт

(Поступила в редакцию 30 мая 2003 г.)

Исследованы свойства переходного и синхротронного излучений, возбуждаемых в тороиде с круглым поперечным сечением при вращении в нем заряженной частицы. Развит метод определения вынужденных электромагнитных колебаний для случая, когда сгусток заряженных частиц движется вдоль окружности с радиусом, совпадающим со средним радиусом тороида. Метод основан на разложении возбуждающих колебаний тока по определяемым собственным функциям.

1. Введение

В последние годы возрос интерес к явлению синхротронного (магнитно-тормозного) излучения [1,2]. Это объясняется огромной прикладной значимостью этого явления как в технологических, так и в научных приложениях, где оно используется как удобный инструмент для проведения исследований. В настоящее время в Ереване проводятся работы по созданию источника синхротронного излучения [3,4].

Излучение заряженной частицы, движущейся вдоль оси тороидального резонатора, является синхротронным излучением, в то же время оно обладает рядом особенностей, связанных с тем обстоятельством, что излучение происходит в тороидальном резонаторе (дискретный спектр частот, своеобразное распределение интенсивности на различных модах и т.д.). Исследованию этих особенностей посвящена настоящая работа.

Определение собственных частот и собственных функций тороидального резонатора является проблематичным, так как переменные не разделяются даже в скалярной задаче. Между тем, ранее в работе [5] были разработаны асимптотические методы разделения переменных и получены асимптотические выражения для электромагнитных полей и частот в приближении большого тора.

Ниже представлена и решается задача по возбуждению тороидального резонатора с круглым поперечным сечением вращающейся по орбите радиуса R заряженной частицей, образующей ток $\mathbf{j} = (0,0,j_\varphi)$ в локальной "квазитороидальной" системе координат [5,6]. В данной задаче используются собст-

венные функции и собственные значения в виде разложений, полученных методом последовательных приближений (МПП) в работе [7] с точностью до $O(\rho_0^3)$, где $\rho_0 = a/R$ – отношение поперечного радиуса a к главному (среднему) радиусу R. Сам метод МПП был развит в работе [8]. В собственных значениях $\omega_{pm} = c\sqrt{\chi_{0p}^2 + (m^2 + 0.75)\rho_0^2}\,/\,a\sqrt{\varepsilon}$ для данной точности присутствует первая поправка на кривизну тороида. Здесь χ_{0p} – p-ый корень функции Бесселя нулевого порядка, ε – диэлектрическая проницаемость среды, заполняющей тороид, $m = 0,1,2...$ – целые числа, определяющие зависимость поля от азимутальной координаты φ в поперечном сечении тороида. При сравнении с результатами симуляции численными методами конечных элементов (FEM) точность данного приближения не хуже 2% вплоть до $\rho_0 = 0.5$. Полнота же полученной системы собственных функций обосновывается: 1) предельным переходом при $\rho_0 \to 0$, приводящим к прямолинейному круглому волноводу с известными собственными функциями; 2) сочетанием и сравнением результатов, полученных методами МПП и FEM; 3) сравнением полученных собственных значений тороидальных колебаний с таковыми в прямоугольном тороидальном резонаторе; 4) удовлетворительным согласованием результатов измерений тороидальных колебаний в резонаторе с прямоугольным поперечным сечением [9].

2. Расчет возбуждения тороидального резонатора

Пусть тороидальный резонатор с круглым поперечным сечением находится в однородном магнитном поле, которое удерживает заряженную частицу на заданной орбите. Частота вращения частицы в магнитном поле определяется [10] как

$$\Omega = \frac{v}{R} = \frac{eH_0}{mc\gamma}, \tag{1}$$

где v – скорость частицы, e, m – заряд и масса частицы, H_0 – напряженность внешнего магнитного поля, γ – Лоренц-фактор. Если в тороид инжектируется заряженная частица, которая в начальный момент времени $t = 0$ имеет в "квазитороидальной" системе координат координаты $\xi = 0$, $\theta = 0$ и $\varphi = 0$, то для плотности тока, образованного точечным зарядом, вращающимся с частотой Ω в тороиде, имеем

$$j_\varphi = \rho v = \frac{e\Omega\delta(\xi)\delta(\varphi - \Omega t)}{a^2\xi}, \tag{2}$$

где $\delta(x)$ – дельта-функция Дирака.

Предполагая, что время существования тока в резонаторе конечно, обозначим через α число оборотов точечного заряда в тороиде, умноженное на 2π. Тогда для времени существования тока в резонаторе $t_{ex} = \alpha/\Omega$. Целочисленное значение α соответствует инжекции и вылету заряженной частицы с координатой $\varphi = 0$, дробное значение – вылету в интервале $0<\varphi<2\pi$. По-

скольку в дальнейшем предполагается использование разложений только по осесимметричным собственным функциям, то под инжекцией и вылетом следует понимать появление и исчезновение заряженной частицы в моменты времени $t=0$ и $t_{ex}=\alpha/\Omega$ с соответствующей координатой φ и $\xi=0,\ \theta=0$. Эти акты, согласно В.Л.Гинзбургу [11], должны сопровождаться переходным излучением

В качестве собственных функций при возбуждении током, проходящим через центр поперечного сечения ($\xi=0$), берутся осесимметричные неоднородные моды [7]. После нормирования они равны

$$\psi_{pm}(\xi,\varphi)=\frac{\sqrt{\varepsilon_m}\,J_0(\chi_{0p}\xi)}{\pi a\sqrt{h_\varphi}\,J_1(\chi_{0p})}\cos(m\varphi)+O(\rho_0^3), \tag{3}$$

где $h_\varphi=R(1-\rho_0\xi\cos\vartheta)\equiv Rh$, $\varepsilon_m=\begin{cases}0{,}5, & m=0,\\ 1, & m\neq 0.\end{cases}$

Из уравнений Максвелла для φ-той компоненты Фурье-образа электрического поля имеем следующее волновое уравнение:

$$\Delta E_{\varphi\omega}+\frac{\omega^2}{c^2}\varepsilon E_{\varphi\omega}=\frac{2ei\omega\delta(\xi)\delta(\theta)}{a^2\varepsilon\,\xi\,h_\varphi^2\nu^2}\left(\beta^2\varepsilon h^2-1\right)\exp\left(-i\frac{\omega}{\Omega}\varphi\right), \tag{4}$$

решение которого ищем в виде разложений по собственным функциям $E_{\varphi\omega}=\sum\sum E^0_{pm}\psi_{pm}(\xi,\varphi)$. Разложим правую часть уравнения (4) по этим собственным функциям:

$$\frac{2ei\omega\delta(\xi)\delta(\theta)}{a^2\varepsilon\,\xi\,h_\varphi^2\nu^2}\left(\beta^2\varepsilon h_\varphi^2-1\right)\exp\left(-i\frac{\omega}{\Omega}\varphi\right)=\sum_p\sum_m j^0_{pm}\psi_{pm}(\xi,\varphi). \tag{5}$$

Для коэффициентов разложения j^0_{pm} получаем:

$$j^0_{pm}=\frac{2ei\omega\sqrt{\varepsilon_m R}}{\pi\varepsilon a J_1(\chi_{0p})\nu^2}\left(\beta^2\varepsilon-1\right)\int_0^\alpha\cos(m\varphi)\exp\left(-i\frac{\omega}{\Omega}\varphi\right)d\varphi, \tag{6}$$

где α, как это было введено выше, число оборотов частицы, умноженное на 2π. Подставляя разложение (5) с учетом (6) в уравнение (4), для коэффициентов разложения E^0_{pm} имеем:

$$E^0_{pm}=\frac{2ie\sqrt{\varepsilon_m}\,c^2\left(\beta^2\varepsilon-1\right)\omega}{\pi\varepsilon^2 aR\sqrt{R}\,J_1^2(\chi_{0p})\left(m^2\Omega^2-\omega^2\right)\left(\omega^2-\omega_{pm}^2\right)}\times$$
$$\times\left[i\frac{\omega}{\Omega}+\left(m\sin(m\alpha)-i\frac{\omega}{\Omega}\cos(m\alpha)\right)\exp\left(-i\frac{\omega}{\Omega}\right)\right]. \tag{7}$$

Интегрирование $\int_{-\infty}^{\infty}E^0_{pm}\exp(i\omega t)d\omega$ будем производить в комплексной плоскости $\omega=\omega'+i\omega''$. Подынтегральная функция E^0_{pm} имеет особенности,

расположенные на действительной оси, в виде простых полюсов на частотах $\omega = \pm\omega_{pm}$, соответствующих собственным частотам резонатора, и $\omega = \pm m\Omega$, кратных частоте вращения. Вводя малое затухание $i\omega''$ и замыкая контур интегрирования по верхней полуокружности с учетом леммы Жордана, обходим полюса под действительной осью. После интегрирования по ω имеем следующие выражения для φ-компоненты возбужденного поля:

$$E_\varphi(\xi,\varphi,t) = -\frac{4ec\left(\beta^2\varepsilon - 1\right)}{\pi a^2 R\beta\sqrt{h_\varphi}\varepsilon^2}\sum_p\sum_m \frac{\varepsilon_m J_0\left(\chi_{0p}\xi\right)}{J_1^2\left(\chi_{0p}\right)}\cos(m\varphi) f_{pm}(t), \qquad (8)$$

где для случая $m\Omega \neq \omega_{pm}$ при $t \le \alpha/\Omega$ $f(t) = \dfrac{\omega_{pm}\sin(\omega_{pm}t) - m\Omega\sin(m\Omega t)}{m^2\Omega^2 - \omega_{pm}^2}$, а при $t \ge \alpha/\Omega$ $f(t) = \dfrac{\omega_{pm}[\sin(\omega_{pm}t) + \cos(m\alpha)\sin(\omega_{pm}(t-\alpha/\Omega))] - m\Omega\sin(m\alpha)\cos(\omega_{pm}(t-\alpha/\Omega))}{m^2\Omega^2 - \omega_{pm}^2}$,

или, в случае целочисленного числа оборотов частицы, при $t \ge \alpha/\Omega$ $f(t) = \dfrac{2\omega_{pm}\cos(\omega_{pm}\alpha/2\Omega)\sin(\omega_{pm}(t-\alpha/\Omega))}{m^2\Omega^2 - \omega_{pm}^2}$. Для членов суммы (8), для которых выполняется равенство $m\Omega = \omega_{pm}$, функция $f(t)$ имеет следующий вид: при $t \le \alpha/\Omega$ $f(t) = \dfrac{\sin(\omega_{pm}t)}{2\omega_{pm}}$, а при $t \ge \alpha/\Omega$ $f(t) = 0$.

3. Анализ полей, возбужденных в тороиде

При компьютерном анализе формулы (8) число суммируемых мод варьировалось для $\rho_0 = 0.02$ и точности $O(\rho_0^3)$ в пределах 2500 – 9000 первых мод, т.е. $0 \le m \le [50-150]$; $1 \le p \le [50-60]$. Число временных точек за оборот бралось равным 2^n, что является необходимым условием для спектрального анализа методом FFT (Fast Fourier Transform). На рис.1 проиллюстрирован случай суммирования 5000 первых мод для компоненты поля E_φ/q и спектральной плотности излучения первых четырех оборотов заряженной частицы с энергией $\varepsilon = mc^2\gamma = 114.26$ МэВ ($\beta = 0.99999$).

Зависимость φ-компоненты возбужденного поля рассчитывалась для точки наблюдения с координатами $r = 0$, $\theta = 0$; $\varphi = 0$. Колебания, возникающие при возбуждении тороида вращающейся частицей, в общем случае носят сложный негармоничный характер с убывающей амплитудой, и, как можно видеть, спектр излучения дискретен.

В целом энергия возбужденного поля в результате несинхронных энергообменных процессов сводится к нулю, и основной вклад в поле дает переходное излучение в моменты появления и обрыва тока $t = 0$ и $t = \alpha/\Omega$, как это показано на рис.2. Там же показаны поля в моменты времени, соответствующие 9-10 оборотам с частицей и 11-12 оборотам без нее.

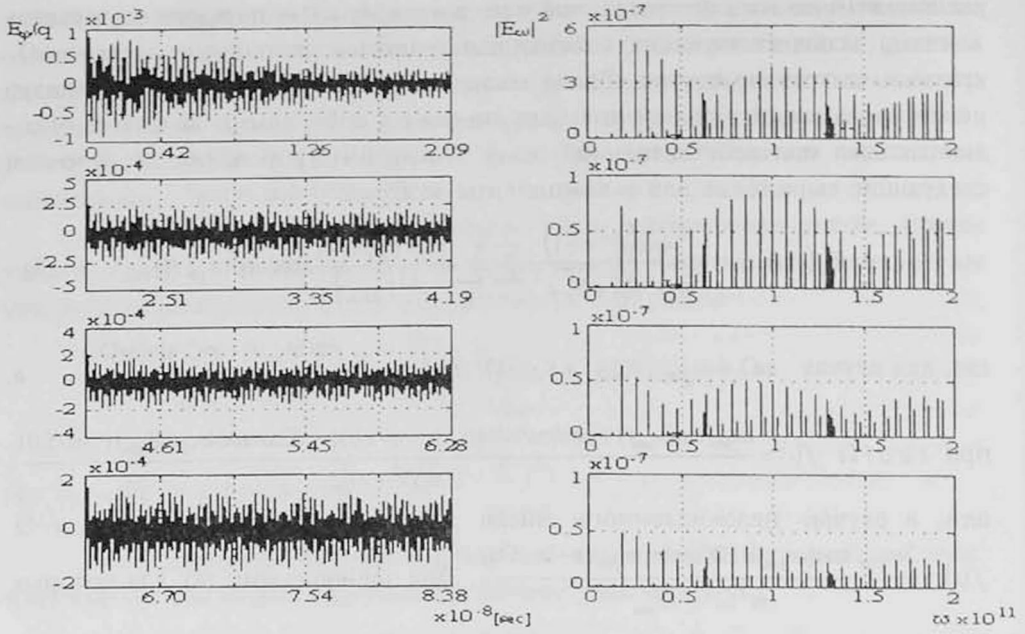


Рис.1. Поле E_φ / q и спектральная плотность излучения для первых четырех оборотов заряженной частицы.

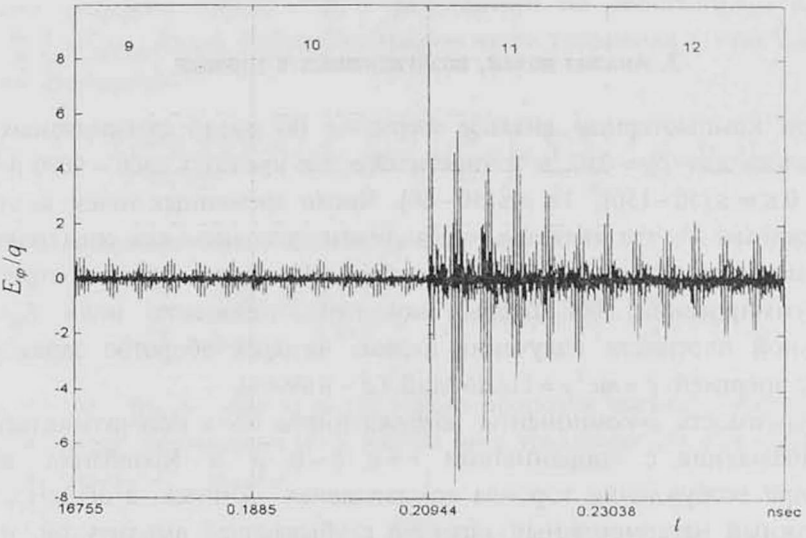


Рис.2. Поле E_φ / q за время, соответствующее 9-10 оборотам с частицей и 11-12 оборотам без частицы.

Одним из условий синхронизма для полого тороида может быть выбор частоты обращения частицы, кратной одной из собственных частот резонатора. Этот режим возбуждения можно получить из условия $K\Omega = \omega_{pm}$, где K – целое число, выбором кривизны тороида из условия

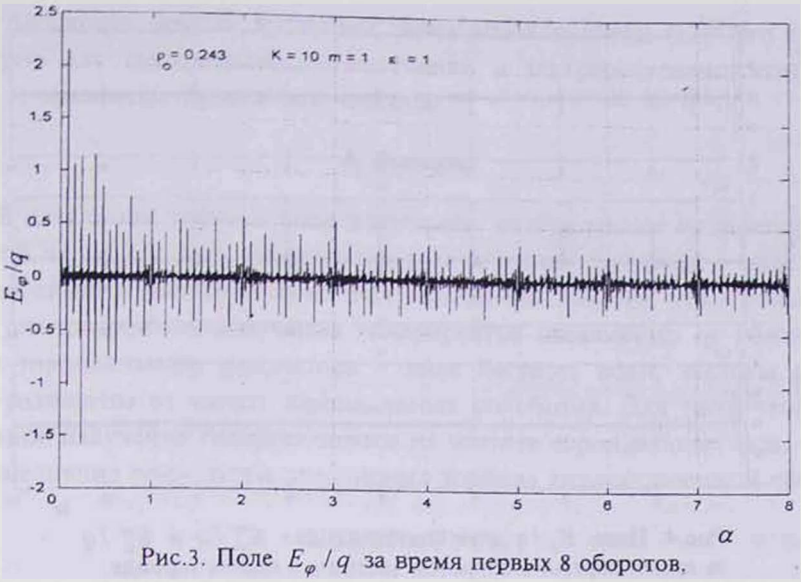


Рис.3. Поле E_φ / q за время первых 8 оборотов.

$$\rho_0 = \frac{\chi_{op}}{\sqrt{K^2\beta^2 - \left(m^2 + 0.75\right)}} \le 1. \qquad (9)$$

Этот случай проиллюстрирован на рис.3 для $\rho_0 = 0.243$, $K = 10$, $m = 1$ в точке наблюдения с координатами $\varphi = 0$, $r = 0$.

Из (8) видно, что поле излучения есть сумма переходного и синхротронного излучений. При $t \le \alpha / \Omega$ переходное излучение записывается в виде разложения

$$E_\varphi^{tr} = -\frac{4ec\left(\beta^2\varepsilon - 1\right)}{\pi a^2 R\beta\sqrt{h\varepsilon^2}} \sum_p \sum_m \frac{\varepsilon_m J_0\left(\chi_{0p}\xi\right)}{J_1^2\left(\chi_{0p}\right)} \frac{\omega_{pm}\sin\left(\omega_{pm}t\right)}{m^2\Omega^2 - \omega_{pm}^2}\cos\left(m\varphi\right), \qquad (10)$$

а синхротронное излучение – в виде

$$E_\varphi^{sc} = \frac{4ec\left(\beta^2\varepsilon - 1\right)}{\pi a^2 R\beta\sqrt{h\varepsilon^2}} \sum_p \sum_m \frac{\varepsilon_m J_0\left(\chi_{0p}\xi\right)}{J_1^2\left(\chi_{0p}\right)} \frac{m\Omega\sin\left(m\Omega t\right)}{m^2\Omega^2 - \omega_{pm}^2}\cos\left(m\varphi\right). \qquad (11)$$

На рис.4 приведены графики для времени, соответствующего первым 8 оборотам заряженной частицы в полом тороиде, по отдельности для E_φ, E_φ^{tr} и E_φ^{sc} при K=11 и m=5 в точке наблюдения с координатами φ =0, r = 0.

На рис.5 показано распределение продольной составляющей электрического поля только синхротронного излучения по среднему радиусу в фиксированные моменты времени, соответствующие началу третьего оборота частицы, с шагом $\Delta t = \pi / 8\Omega$.

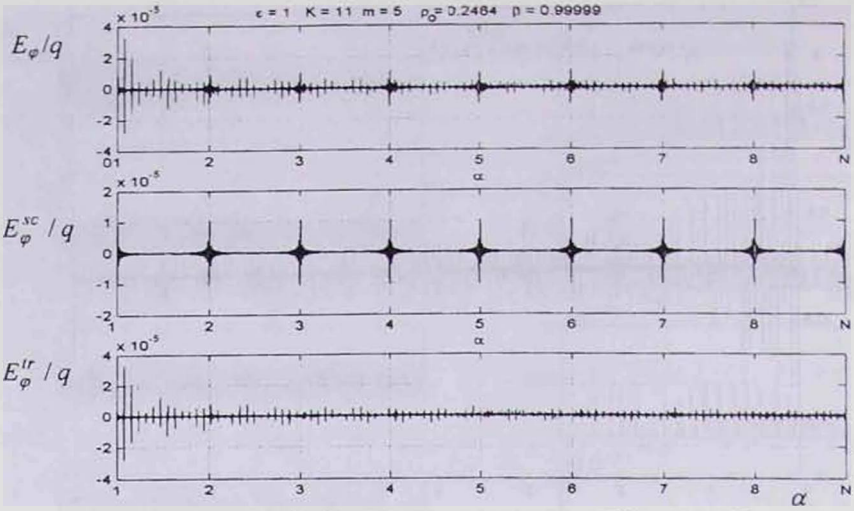


Рис.4. Поле E_φ / q и ее составляющие E_φ^{tr} / q и E_φ^{sc} / q за время первых 8 оборотов частицы в полом тороиде.

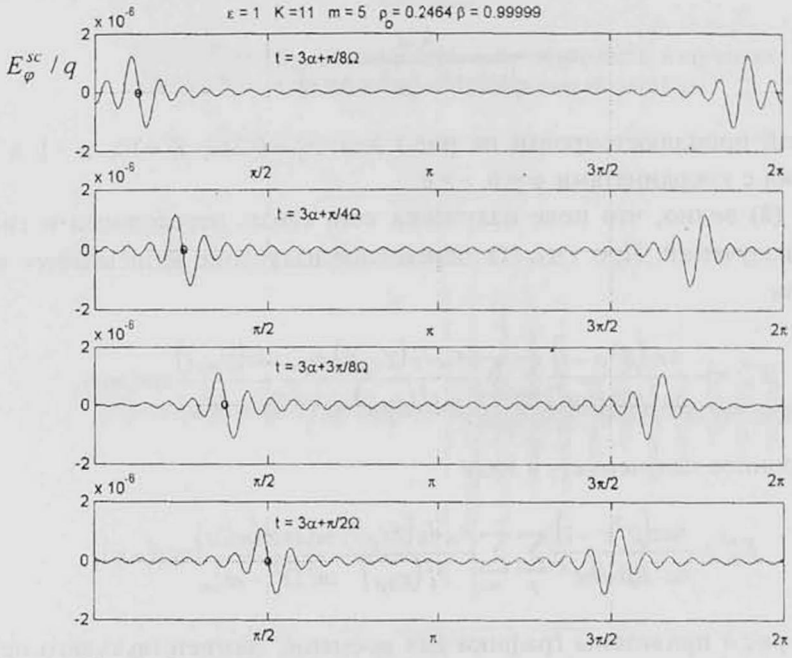


Рис.5. Распределение компоненты поля E_φ^{sc} / q по среднему радиусу в фиксированные моменты времени.

Анализ показывает, что продольная составляющая электрического поля синхротронного излучения состоит из поля излучения частицы и наведенного тока, движущихся в противоположных направлениях. В точках с координатами $\varphi = 0$ и $\varphi = \pi$ поля гасятся и расходятся снова.

Действительно, из рисунков следует, что все излучение сосредоточено

вблизи плоскости орбиты вращения заряженной частицы [12]. Это свойство характерно для синхротронного излучения в ультрарелятивистском случае $1-\beta^2 << 1$ вращения заряженной частицы.

4. Выводы

В идеальном тороиде поле излучения, возбужденное вращающейся заряженной частицей, есть суперпозиция двух типов излучений – переходного и синхротонного. Анализ полученных выражений показал, что в больших тороидах синхротронное излучение генерируется независимо от резонансных свойств тороидального резонатора в виде бегущих волн, частоты которых сильно разнесены от частот тороидальных колебаний. Для того, чтобы синхротронное излучение генерировалось на частоте тороидальных мод, необходимо замедление волн путем заполнения тороида диэлектрической средой.

ЛИТЕРАТУРА

1. **G.Margaritondo**. Introduction to Synchrotron Radiation. New York, Oxford, Oxford University Press, 1988.
2. **A.Hofman**. Diagnostic with Synchrotron radiation. CAS (CERN Accelerator School), Grenoble, CERN 98-04, August, 1998.
3. **V.Tsakanov** et al. Center for the Advancement Natural Discoveries using Light Emission. A New Project for 3 GeV Intermediate Energy Light Source in the Republic of Armenia. Rev. Sci. Instr., **73**, 1411 (2002).
4. Electron-Photon Interaction in Dense Media. Proc. of the NATO Advanced Research Workshop. Nor-Hamberd, Yerevan, Armenia, 25-29 June, 2001. Kluwer Academic Publishers, 2002.
5. **Э.Д.Газазян, М.И.Иванян, А.Д.Тер-Погосян**. О собственных электромагнитных колебаниях в тороидальном резонаторе. Препринт ЕФИ-887(38)-86, Ереван, 1986.
6. **T.Liley, B.Shnizer, R.Kiel**. Perturbation Theory Computation of Toroidal Uniform Modes within Empty Torus. AEU, **37**, 359 (1983).
7. **Э.Д.Газазян, В.Г.Кочарян, Г.Г.Оксузян**. Тороидальные резонаторы с прямоугольным и круглым поперечными сечениями. Препринт ЕФИ-1145(22)-89, Ереван, 1989.
8. **Л.Левин**. Теория волноводов. М., Радио и связь, 1981.
9. **E.D.Gazazyan, V.G.Kocharyan, G.G.Oxuzyan**. Toroidal Cavity as an Accelerative Module. EPAC-94 International conference. London, England, vol.3, p.2125, 1994.
10. **Л.Д Ландау, Е.М.Лифшиц**. Теория поля. М., Наука, 1973.
11. **В.Л.Гинзбург**. Теоретическая физика и астрофизика. М., Наука, 1981.
12. **А.А.Соколов, И.М.Тернов**. Релятивистский электрон. М., Наука, 1983.

EXCITATION OF A TOROIDAL RESONATOR BY THE CURRENT OF A ROTATING PARTICLE

V.G. KOCHARYAN

Features of the synchrotron and transition radiations excited in a toroid with a round cross-section at rotation of a charged particle in it are investigated. The method of definition of electromagnetic oscillations, when the charged particles bunch flies along the orbit radius conterminous to the toroid average radius is developed. The method is based on the expansion of stimulating oscillations of the current over determined eigenfunctions.

Известия НАН Армении, Физика, т.38, №5, с.308-311 (2003)

УДК 537.87

ИЗЛУЧЕНИЕ СИСТЕМЫ ЗАРЯЖЕННЫХ ЧАСТИЦ, ДВИЖУЩИХСЯ С ПРОИЗВОЛЬНЫМИ СКОРОСТЯМИ

Б.В. ХАЧАТРЯН

Ереванский государственный университет

(Поступила в редакцию 15 февраля 2002 г.)

Получена общая формула для расчета углового распределения интенсивности излучения системы зарядов, совершающих движение по произвольным заданным законам $\mathbf{r}_m(t)$.

Рассмотрим систему зарядов, состоящую из N частиц с зарядами $e_m (m = 1,2,...,N)$, движущимися произвольным образом; радиус-векторы $\mathbf{r}_m(t)$ и скорости движения $\mathbf{v}_m(t) = \dot{\mathbf{r}}_m(t)$ зарядов суть заданные произвольные функции времени. Найдем угловое распределение интенсивности излучения такой системы, выраженное непосредственно через скорости и ускорения $\dot{\mathbf{v}}_m(t)$ зарядов. Соответствующая формула для случая одного произвольно движущегося заряда имеется (см., например, [1,2]), а для многих частиц, насколько нам известно, такой формулы в литературе нет.

Будем исходить из общеизвестных формул теории излучения заряженных частиц [1]. Как известно, энергия излучения $dE_{\mathbf{n},\omega}$ в направлении $\mathbf{n}$, в элемент телесного угла $d\Omega$ в виде волн с частотами в интервале ω, $\omega + d\omega$ ($\mathbf{n} = \mathbf{R}/R$, $\mathbf{R}$ – радиус-вектор точки наблюдения) определяется формулами

$$dE_{\mathbf{n},\omega} = \frac{c}{8\pi^2}\left|\mathbf{H}_\omega\right|^2 R^2 \, d\Omega d\omega \tag{1}$$

где

$$\mathbf{A}_\omega = \frac{e^{ikR}}{cR}\int \mathbf{j}(r,t)\, e^{i\omega t - \mathbf{kr}}\, dt d\mathbf{r}, \quad \mathbf{H}_\omega = i[\mathbf{k}\,\mathbf{A}_\omega] \tag{2}$$

есть Фурье-образы векторного потенциала и магнитного поля излученной сферической волны, $\mathbf{k} = k\mathbf{n} = \frac{\omega}{c}\mathbf{n}$. В формуле (1) частота ω принимает значение в интервале $(-\infty, \infty)$.

В нашем случае $\mathbf{j}(\mathbf{r},t) = \sum_m e_m \mathbf{v}_m(t)\delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_m(t))$ и для $\mathbf{A}_\omega$ находим

$$\mathbf{A}_\omega = \frac{e^{ikR}}{cR}\sum_m e_m \int_{-\infty}^{\infty} \mathbf{v}_m(t) e^{i(\omega t - \mathbf{k}\mathbf{r}_m(t))}\,dt. \qquad (3)$$

Если функции $\mathbf{r}_m(t)$ известны, то формула (3) совместно с (1) и (2) дает решение задачи об излучении системы зарядов. Для того чтобы получить компактную формулу, преобразуем выражение (3), проинтегрировав его по частям (мы убедимся, что это даст возможность произвести в дальнейшем интегрирование по частоте; на данном этапе, как легко убедиться, это невозможно):

$$\mathbf{A}_\omega = -i\frac{e^{ikR}}{\omega R}\left(\sum_m e_m \frac{e^{i(\omega t - \mathbf{k}\mathbf{r}_m(t))}}{1-\mathbf{n}\boldsymbol{\beta}_m(t)}\boldsymbol{\beta}_m(t)\right|_{-\infty}^{\infty} - \sum_m e_m \int \frac{d}{dt}\left(\boldsymbol{\beta}_m(1-\mathbf{n}\boldsymbol{\beta}_m)^{-1}\right)e^{i\omega\left(t-\frac{\mathbf{n}\mathbf{r}_m}{c}\right)}dt\Bigg). \qquad (4)$$

Вертикальная черта в первом слагаемом справа означает, что берется разность значений суммы на пределах интегрирования, $\boldsymbol{\beta}_m \equiv \boldsymbol{\beta}_m(t) = \mathbf{v}_m(t)/c$. Введем обозначения

$$\mathbf{P}_m(t) = \boldsymbol{\beta}_m(1-\mathbf{n}\boldsymbol{\beta}_m)^{-1}, \qquad \alpha_m = \frac{-ie_m}{\omega}e^{i(\omega t - \mathbf{k}\mathbf{r}_m(t))} \qquad (5)$$

и произведем калибровочное преобразование потенциала (4), введя вместо $\mathbf{A}_\omega$ новый векторный потенциал

$$\mathbf{A}_\omega - \sum_m \operatorname{grad} f_m\Big|, \qquad f_m = \alpha_m e^{ikR}\left(\ln k\left(R - \boldsymbol{\beta}_m\mathbf{R}\right)\right)\cdot e^{ikR}.$$

Для нового вектора-потенциала в результате получается (обозначение потенциала не меняем)

$$\mathbf{A}_\omega = i\frac{e^{ikR}}{\omega R}\sum_m e \int_{m-\infty}^{\infty} \dot{\mathbf{P}}_m(t) e^{i(\omega t - \mathbf{k}\mathbf{r}_m(t))}dt, \qquad (6)$$

где $\dot{\mathbf{P}}_m = d\mathbf{P}_m/dt$. При получении выражения (6) мы отбросили векторы, параллельные вектору $\mathbf{n}$, поскольку при этом, согласно (2), поле излучения $\mathbf{H}_\omega$ не меняется.

В (6) отсутствует первое слагаемое правой части формулы (4), которое дает излучение в начале и конце интервала времени, в течение которого совершаются интересующие нас движения с законами $\mathbf{r}_m(t)$. (Формулу (6), как отметил в частной беседе А.О.Меликян, можно получить и непосредственно из (3) в результате удачной замены переменных и некоторых преобразований.)

Если теперь вместо (4) в качестве векторного потенциала воспользоваться формулой (6), то появляется возможность проинтегрировать в общем виде спектральную плотность излучения (1) по частоте ω, в результате чего получаем

$$dE_{\mathbf{n}} = \int dE_{\mathbf{n}\omega} = \frac{d\Omega}{4\pi c}\sum_{m,m'} e_m e_{m'} \int \left[\mathbf{n}\dot{\mathbf{P}}_m(t)\right]\left[\mathbf{n}\dot{\mathbf{P}}_m(t')\right]\delta\left(\Psi_m(t)-\Psi_{m'}(t')\right)dt\,dt', \qquad (7)$$

где $\Psi_m(t) = t - \mathbf{n}\mathbf{r}_m(t)/c$.

Появление δ-функции позволяет произвести еще одно интегрирование (по переменной t'). Для выполнения этого интегрирования разобьем двойную сумму на две части: $\sum = \sum_{m=m'} + \sum_{m\neq m'}$. В первой сумме уравнение $\Psi_m(t) = \Psi_{m'}(t')$ (равенство нулю аргумента δ-функции) имеет единственный корень $t = t'$, и результат интегрирования по t' сводится к делению подынтегрального выражения на $\partial\Psi_m(t')/\partial t'\big|_{t'=t} = 1 - \mathbf{n}\boldsymbol{\beta}_m(t)$ (отсутствие другого корня $t' \neq t$ уравнения $\Psi_m(t) = \Psi_{m'}(t')$ легко доказывается, если принять во внимание условие $\beta < 1$). В двойной сумме $m \neq m'$ результат интегрирования сводится к делению подынтегрального выражения на $1 - \mathbf{n}\boldsymbol{\beta}_{m'}(t')$, где $t' = t'(t,m,m')$ – корень уравнения $\Psi_m(t) = \Psi_{m'}(t')$, зависящий, очевидно, от t, m, m' и, конечно, от $\mathbf{n}$ и закона движения. В результате интегрирования из (7) получаем следующую формулу для углового распределения полной энергии излучения $dE_{\mathbf{n}}$ (с целью упрощения формул введены обозначения $\chi_m = 1 - \mathbf{n}\boldsymbol{\beta}_m(t)$, $\chi_{m'} = 1 - \mathbf{n}\boldsymbol{\beta}_{m'}(t')$):

$$dE_{\mathbf{n}} = \sum_m dE_{\mathbf{n}}^{(m)} + \sum_{m\neq m'} dE_{\mathbf{n}}^{(m,m')}, \qquad (8)$$

где

$$dE_{\vec{n}}^{(m)} = d\Omega\frac{e_m^2}{4\pi c}\int_{-\infty}^{\infty}\left\{\frac{\dot{\beta}_m^2}{\chi_m^3} - 2\beta_m\dot{\beta}_m\frac{\chi_m}{\chi_m^4} - \left(1-\beta_m^2\right)\frac{\dot{\chi}^2{}_m}{\chi_m^5}\right\}dt, \qquad (8')$$

(это известный результат для одной частицы с зарядом e_m, движущейся со скоростью $\mathbf{v}_m(t) = c\boldsymbol{\beta}_m^{[1]}$) и

$$dE_{\mathbf{n}}^{(m,m')} = d\Omega\frac{e_m e'_m}{4\pi c}\int_{-\infty}^{\infty}\left\{\frac{\dot{\boldsymbol{\beta}}_m\dot{\boldsymbol{\beta}}_{m'}}{\chi_m\chi_{m'}^2} - \frac{\dot{\boldsymbol{\beta}}_m\boldsymbol{\beta}_{m'}\dot{\chi}_{m'}}{\chi_m\chi_{m'}^3} - \frac{\boldsymbol{\beta}_m\dot{\boldsymbol{\beta}}_{m'}\dot{\chi}_m}{\chi_m^2\chi_{m'}^2} - \left(1-\boldsymbol{\beta}_m\boldsymbol{\beta}_{m'}\right)\frac{\dot{\chi}_m\dot{\chi}_{m'}}{\chi_m^2\chi_{m'}^3}\right\}dt. \qquad (8'')$$

Аргументом всех величин с индексом $m'(m)$ является $t'(t)$. Точка над буквой означает дифференцирование по аргументу.

Рассмотрим конкретный пример применения формул (8). Пример подберем таким образом, чтобы вычисления были простые, их можно было довести до конца и чтобы окончательный результат показал бы, как "работают" полученные формулы.

Пусть имеем N осцилляторов, расположенных на оси x в точках mx_0 $(m = 1,2,...N)$, колеблющихся в плоскости (x,y) параллельно оси y, с одинаковыми частотами ω и амплитудами y_0, и движущимися вдоль оси x со скоростью v_0, т.е. радиус-вектор m-того осцилятора $\mathbf{r}_m(t)$ имеет координаты $\mathbf{r}_m(t) = (mx_0 + v_0 t,\ y_0\sin(\omega t + \varphi_m), 0)$. Посчитаем излучение от этих осцилляторов в точке наблюдения в плоскости (x,z), так что вектор $\mathbf{n} = (\cos\theta, 0, \sin\theta)$, где θ – угол между векторами $\mathbf{n}$ и $\mathbf{v}_0$ (в данном случае естественно вычислить

излучение в течение одного периода). Из формул (8′) и (8″) легко получить для углового распределения излучения следующие выражения:

$$\frac{dE_{\text{п}}^{(m)}}{d\Omega}=\frac{e_m^2 y_0^2 \omega^3}{4c^3(1-\beta_0\cos\theta)^3},\qquad \frac{dE_{\text{п}}^{(m,m')}}{d\Omega}=\frac{e_m e_{m'} y_0^2 \omega^3}{4c^3(1-\beta_0\cos\theta)^3}\cos(\omega\tau+\varphi_m-\varphi_{m'}),\quad (9)$$

где

$$t-t'=\tau=\frac{(m-m')x_0\cos\theta}{c(1-\beta_0\cos\theta)}. \qquad (10)$$

Если все осцилляторы имеют одинаковый заряд, то интерференционная часть излучения $dE_{\text{п}}^{(m,m')}$ для любой пары (m, m') отличается от излучения одного осциллятора лишь множителем $\cos(\omega\tau+\varphi_m-\varphi_{m'})$. А если, вдобавок, одинаковы и все фазы $(\varphi_m=\varphi_{m'})$ то при выполнении "резонансного" условия $\omega\tau=2\pi p$ (p – целое число) из формул (8) и (9) следует, что излучение N осцилляторов в N^2 раза превышает излучение одного осциллятора. Резонансное условие выполняется, когда разность хода волн, излученных любой парой осцилляторов, кратна допплеровски-смещенной длине волны.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Л.Д.Ландау, Е.М.Лифшиц**. Теория поля, М., 1973.
2. **Дж.Джексон**. Классическая электродинамика, М., 1965.

ԿԱՄԱՅԱԿԱՆ ԱՐԱԳՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐՈՎ ՇԱՐԺՎՈՂ ԼԻՑՔԱՎՈՐՎԱԾ ՄԱՍՆԻԿՆԵՐԻ ՀԱՄԱԿԱՐԳԻ ՃԱՌԱԳԱՅԹՈՒՄԸ

Բ.Վ. ԽԱՉԱՏՐՅԱՆ

Ստացված է ընդհանուր բանաձև կամայական արագություններով շարժվող լիցքավորված մասնիկների համակարգի ճառագայթման ինտենսիվության բաշխման համար:

RADIATION FROM A SYSTEM OF CHARGED PARTICLES MOVING WITH ARBITRARY VELOCITIES

B.V. KHACHATRYAN

A general formula is derived for the angular distribution of the radiation intensity from a system of charged particles moving by arbitrary given laws $\mathbf{r}_m(t)$.

Известия НАН Армении, Физика, т.38, №5, с.312-319 (2003)

УДК 548.0

ОПТИКА ОДНООСНЫХ КРИСТАЛЛОВ С ОТКРЫТОЙ ПОВЕРХНОСТЬЮ ВОЛНОВЫХ ВЕКТОРОВ. КОНУС "ОСТАНОВКИ СВЕТА"

О.С. ЕРИЦЯН, О.М. АРАКЕЛЯН

Ереванский государственный университет

(Поступила в редакцию 31 октября 2002 г.)

Рассмотрены оптические свойства кристаллов с разными знаками компонент тензора диэлектрической проницаемости, обусловленные выявленным ранее в работах одного из авторов открытым характером поверхности волновых векторов. В качестве реального объекта рассмотрен кристалл MgF_2.

1. Введение

В работах [1,2] одного из авторов (О.С.Ерицян) были рассмотрены оптические свойства кристаллов с разными знаками компонент тензора диэлектрической проницаемости ε_{ij}. Несмотря на наличие отрицательной компоненты тензора ε_{ij}, волна распространяется в среде без затухания. Наличие отрицательной компоненты ε_{ij} сказывается в том, что, как показано в этих работах, поверхности волновых векторов (ПВВ), описывающие распространение необыкновенной волны и являющиеся обычно замкнутыми, превращаются в открытые поверхности, а направления распространения, соответствующие отсутствию затухания, заполняют не весь телесный угол 4π, а определенные интервалы телесных углов. Как следствие наличия отрицательной компоненты у ε_{ij}, открытыми оказываются, естественно, также характеристические поверхности тензоров ε_{ij}^{-1} и ε_{ij}; известный в традиционной кристаллооптике эллипсоид Френеля (характеристическая поверхность тензора ε_{ij}) превращается в гиперболоид.

В случае одноосного кристалла ПВВ для необыкновенной волны является однополостным или двухполостным гиперболоидом вращения, в зависимости от того, отрицательна или положительна диэлектрическая проницаемость в направлении, параллельном оптической оси кристалла. Новая форма ПВВ и, конечно, других упомянутых поверхностей, диктует среде совершенно необычные свойства, рассмотренные в [1,2]. Так, превращение ПВВ в гиперболоид приводит к тому, что с приближением направления распространения к направлениям асимптот ПВВ модуль волнового вектора необыкновенной волны стремится к бесконечности. Выявлена особая взаимная

ориентация волнового вектора и вектора Пойнтинга, обусловливающая, в свою очередь, особенности в геометрии отражения и преломления, в угловой зависимости коэффициента отражения, в задаче определения полей при отражении и преломлении на границах пластинки из кристалла с открытой ПВВ. В связи с большими значениями модуля волнового вектора указаны границы применимости построенной теории.

Необычно большие значения модуля волнового вектора означают необычно малые фазовые скорости; это, при неучете дисперсии, тривиально означает также малые групповые скорости. В настоящей работе, следуя [1,2], продолжим исследование оптических особенностей сред с открытой ПВВ. Пункт 2 посвящен исследованию зависимости модуля волнового вектора и фазовой скорости от направления распространения. Изучено влияние поглощения на зависимость действительной и мнимой частей волнового вектора от направления распространения для однородных волн. Показано существование направлений, являющихся образующими конуса, с приближением направления распространения к которым фазовая скорость стремится к нулю (так как модуль волнового вектора стремится к бесконечности [1,2]). В пункте 3 вкратце рассмотрены формы характеристических поверхностей тензоров ε_{ij}^{-1} и ε_{ij} (эллипсоид Френеля в традиционной кристаллооптике с $\varepsilon_{ij} > 0$). В пункте 4 проведено дальнейшее исследование взаимного расположения волнового вектора, вектора Пойнтинга и вектора электрического поля в необыкновенной волне, начатое в [1]. В пункте 5, с учетом дисперсии и поглощения, изучена зависимость групповой скорости от угла, задающего направление распространения.

В недавно вышедших работах [3,4] также сообщается о необычно малой групповой скорости. Однако сходство ситуаций, рассматриваемых в [1,2], с одной стороны, и в [3,4] – с другой, лишь внешнее: эффект в [3,4] – нелинейный.

Исследованию распространения электромагнитной волны в кристалле с разными знаками у компонент тензора диэлектрической проницаемости посвящена также работа [5] (без привлечения понятия ПВВ и характеристических поверхностей тензоров ε_{ij} и ε_{ij}^{-1}), автору которой, как следует из цитированных в [5] работ, не была известна статья [1].

2. Поверхность волновых векторов. Конус "остановки света"

Дисперсионное уравнение для нормальной волны (с зависимостью полей от $\mathbf{r}$ и t в виде $\exp i\cdot(\mathbf{kr}-\omega t)$) в одноосном (с оптической осью z) кристалле имеет следующий вид:

$$\left(k^2-\frac{\omega^2}{c^2}\varepsilon_{xx}\right)\left(\frac{k_x^2+k_y^2}{\varepsilon_{zz}}+\frac{k_z^2}{\varepsilon_{xx}}-\frac{\omega^2}{c^2}\right)=0\,. \qquad (1)$$

Привлечение понятия ПВВ дает уравнению (1) интересный геометри-

ческий смысл, на котором мы здесь вкратце остановимся.

Обычно в кристаллооптике рассматривается случай $\varepsilon_{ij} > 0$. Следуя [1], рассмотрим ситуацию, когда ε_{xx} и ε_{zz} имеют разные знаки. Отрицательность какой-либо компоненты ε_{ij} и, вообще, ее отличие от 1 уже означает, что имеется частотная дисперсия и, следовательно, поглощение. В последующем мы корректно учтем дисперсию и поглощение. Но исследование ПВВ мы проведем здесь без учета поглощения. Это целесообразно для того, чтобы в наиболее "чистом виде" выяснить те особенности, которые вытекают из отрицательности одной из компонент ε_{ij}. При таком подходе последующий учет поглощения яснее выявляет роль поглощения как в образовании формы ПВВ для однородных волн, так и в оптических свойствах рассматриваемых здесь сред вообще.

Если $\varepsilon_{xx} > 0, \varepsilon_{zz} < 0$, то ПВВ представляет собой сферу (рис.1, поверхность *a*) и открытую поверхность – гиперболоид вращения (рис.1, поверхность *b*), – вместо обычного для традиционной кристаллоптики эллипсоида. При $\varepsilon_{xx} < 0, \varepsilon_{zz} > 0$ сфера превращается в мнимую (нет обыкновенной волны), а вместо изображенного на рис.1 гиперболоида получаем сопряженный последнему гиперболоид.

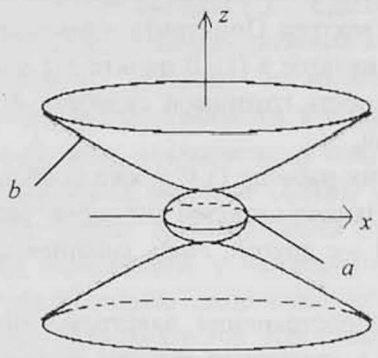


Рис.1. Поверхность волновых векторов в случае, когда отрицательна диэлектрическая проницаемость вдоль оптической оси кристалла.

Области направлений, в которых необыкновенная волна может распространяться, в рассмотренных двух случаях не перекрываются и вместе заполняют весь телесный угол 4π. Это следует из того, что гиперболы, получаемые сечением ПВВ плоскостью, проходящей через ось вращения ПВВ, в случаях $\varepsilon_{zz} > 0, \varepsilon_{xx} < 0$ и $\varepsilon_{xx} > 0, \varepsilon_{zz} < 0$ – сопряженные.

Можно убедиться, что существование необыкновенной волны в любом из двух случаев $\varepsilon_{xx} > 0, \varepsilon_{zz} < 0$ и $\varepsilon_{zz} > 0, \varepsilon_{xx} < 0$ объясняется просто тем, что фазовая скорость этой волны зависит от обеих компонент тензора ε_{ij}.

Из формы ПВВ для необыкновенной волны следует, что с приближе-

нием направления распространения к направлениям асимптот гипербол длина радиуса-вектора, соединяющего начало координат (рис.1) с ПВВ, стремится к бесконечности, т.е. $k_e \to \infty$. Следовательно, $v_p = \omega / k_e \to 0$, т.е. фазовая скорость v_p необыкновенной волны стремится к нулю. Это непосредственно следует также из выражений для k_e и v_p:

$$k_e^2 = \frac{\omega^2}{c^2}\left(\frac{\sin^2\theta}{\varepsilon_{zz}} - \frac{\cos^2\theta}{|\varepsilon_{xx}|}\right)^{-1}, \qquad v_p^2 = c^2 \cdot \left(\frac{\sin^2\theta}{\varepsilon_{zz}} - \frac{\cos^2\theta}{|\varepsilon_{xx}|}\right), \tag{2}$$

согласно которым с приближением θ к θ_0 имеем

$$k_e \to \infty \ (\text{т.е. } \lambda_e \to 0), \qquad v_p \to 0, \tag{3}$$

$$\theta_0 = \operatorname{arctg}\sqrt{\left|\frac{\varepsilon_{zz}}{\varepsilon_{xx}}\right|}, \tag{4}$$

где λ_e – длина необыкновенной волны.

Сотношения (2) соответствуют случаю $\varepsilon_{zz} > 0$, $\varepsilon_{xx} < 0$. Конус с раствором $2\theta_0$ с вершиной в начале координат и осью, совпадающей с осью z, является конусом "остановки света".

Перейдем теперь к учету поглощения. Оно ограничивает модуль k_e сверху и, в соответствии с этим, длину волны и фазовую скорость – снизу. Это следует из того, что в присутствии мнимых частей у ε_{ij} выражения в скобках в (2) не обращаются в нуль ни при каком θ. Не приводя соответствующих выражений для расчета $k_{ex,y}$, $v_{p,x,y}$, на рис.2,3 мы приводим кривые, показывающие зависимость этих величин от угла θ между направлением распространения волны и оптической осью кристалла в случаях слабого (рис.2) и сильного (рис.3) поглощения.

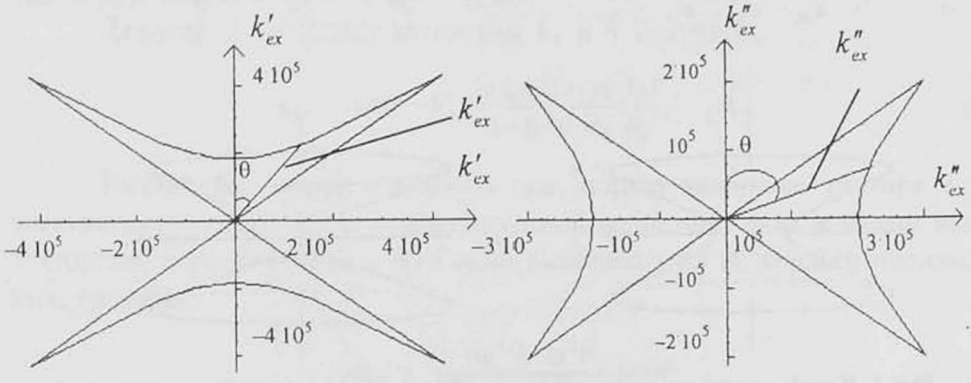


Рис.2. Зависимость k'_e, k''_e от θ при $\varepsilon''_{xx} / \varepsilon'_{xx} = 4 \cdot 10^{-7}$, $\varepsilon''_{zz} / \varepsilon'_{zz} = 4.5 \cdot 10^{-5}$, $\varepsilon'_{xx} = 3.21669$, $\varepsilon'_{zz} = -3.95041$.

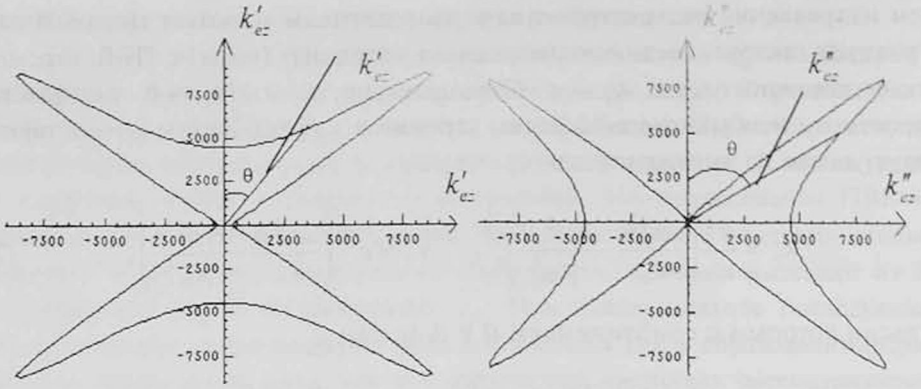


Рис.3. Зависимость k'_e, k''_e от θ при $\varepsilon''_{xx}/\varepsilon'_{xx} = 4.3\cdot10^{-2}$, $\varepsilon''_{xx}/\varepsilon'_{xx} = 0.13$ на частоте $\omega = 5.08\cdot10^{13}$ (кристалл MgF_2, значения ε'_{ij}, ε''_{ij} рассчитаны в [6]).

Как видно из рис.2 и 3, в присутствии поглощения ПВВ замыкаются, но характерная вогнутость этой поверхности остается. Именно такой вогнутостью обусловлено необычное взаимное расположение $\mathbf{k}_e$ и вектора Пойнтинга $\mathbf{S}_e$, выявленное в [1] в случае отсутствия поглощения.

3. Характеристическая поверхность обратного тензора диэлектрической проницаемости и поверхность, заменяющая эллипсоид Френеля

В кристалле с замкнутой поверхностью волновых векторов характеристическая поверхность (ХП) тензора ε_{ij}^{-1}, с помощью которой определяются поляризации и показатели преломления [7], также представляет замкнутую поверхность – эллипсоид. Замкнута также ХП тензора ε_{ij} – эллипсоид Френеля. В кристаллах с открытой поверхностью волновых векторов открыты обе ХП. Они описываются уравнениями

$$\frac{x^2}{\varepsilon_{xx}} + \frac{y^2}{\varepsilon_{xx}} + \frac{z^2}{\varepsilon_{zz}} = 1, \qquad \varepsilon_{xx}\cdot x^2 + \varepsilon_{yy}\cdot y^2 + \varepsilon_{zz}\cdot z^2 = 1. \tag{5}$$

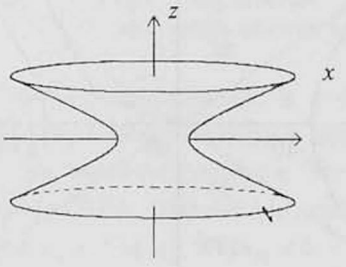


Рис.4. Форма характеристических поверхностей тензоров ε_{ij}^{-1} и ε_{ij} при $\varepsilon_{xx} > 0$, $\varepsilon_{zz} < 0$; превращение эллипсоида Френеля в однополостный гиперболоид.

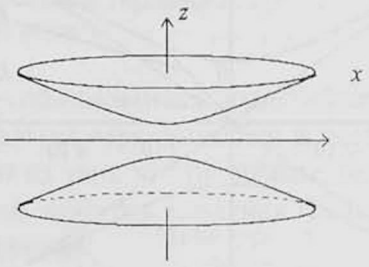


Рис.5. Форма характеристических поверхностей тензоров ε_{ij}^{-1} и ε_{ij} при $\varepsilon_{xx} < 0$, $\varepsilon_{zz} > 0$; превращение эллипсоида Френеля в двухполостный гиперболоид.

Рис.4 качественно передает форму ХП тензора ε_{ij}^{-1} и поверхности, заменяющей эллипсоид Френеля (ХП тензора ε_{ij}), при $\varepsilon_{xx}>0$, $\varepsilon_{zz}<0$, рис.5 – то же при $\varepsilon_{xx}<0$, $\varepsilon_{zz}>0$. Как ХП тензора ε_{ij}^{-1}, так и эллипсоид Френеля превращены в гиперболоиды – однополостные или двухполостные, в зависимости от знаков ε_{ij}.

4. Взаимное расположение вектора фазовой скорости, вектора Пойнтинга и электрического поля в необыкновенной волне. Изменение структуры необыкновенной волны

Как известно, групповая скорость, определяемая как $\partial\omega/\partial\mathbf{k}$, нормальна к поверхности волновых векторов. Скорость переноса энергии, определяемая как отношение $\overline{\mathbf{S}}/\overline{U}$ усредненного по периоду волны вектора Пойнтинга $\mathbf{S}$ к усредненной плотности электромагнитной энергии $\overline{U}$, в средах с симметричными тензорами $\hat{\varepsilon}$ и $\hat{\mu}$ ($\hat{\mu}$ – тензор магнитной проницаемости) совпадает с групповой скоростью [8]. Так как групповая скорость нормальна к ПВВ, то направление $\overline{\mathbf{S}}$ также нормально к ПВВ.

Если ПВВ открытая, то по мере приближения направления $\mathbf{k}_e$ к направлениям асимптот угол между $\mathbf{k}$ и нормалью к ПВВ стремится к $\pi/2$. Действительно, с приближением θ к θ_0 направление $\mathbf{k}$ приближается к направлению асимптоты, и так как последняя приближается к направлению касательной, то нормаль к ПВВ (т.е. нормаль к касательной) становится перпендикулярной к $\mathbf{k}_e$. Описанная геометрическая картина соответствует случаю отсутствия поглощения, при котором получаем

$$\operatorname{tg}\theta_s = -\operatorname{tg}\theta\cdot\operatorname{ctg}^2\theta_0, \qquad (6)$$

где θ_s – угол между вектором Пойнтинга и осью z (согласно уже принятым обозначениям, θ есть угол между $\mathbf{k}_e$ и осью z).

При $\theta\approx\theta_0$ получаем $\operatorname{tg}\theta_s\approx-\operatorname{ctg}\theta_0$, т.е. векторы $\overline{\mathbf{S}}$ и $\mathbf{k}_e$ перпендикулярны друг другу.

Для угла $\theta_s-\theta$ между векторами $\mathbf{k}_e$ и $\overline{\mathbf{S}}$ получаем:

$$\operatorname{tg}(\theta_s-\theta)=\frac{-\operatorname{tg}\theta(1+\operatorname{ctg}^2\theta_0)}{1-\operatorname{tg}^2\theta\cdot\operatorname{ctg}^2\theta_0}. \qquad (7)$$

Рассмотрим теперь взаимную ориентацию волнового вектора $\mathbf{k}_e$ и электрического поля $\mathbf{E}_e$ в необыкновенной волне. Для угла ϕ между этими векторами, определяемого с помощью выражения их векторного произведения, получаем:

$$\sin\phi=\frac{1-\operatorname{ctg}^2\theta_0\cdot\operatorname{tg}^2\theta}{\sqrt{1+\operatorname{ctg}^2\theta_0\cdot\operatorname{tg}^2\theta}}\cdot\cos\theta. \qquad (8)$$

Интервалы допустимых значений θ, соответствующих действительным значениям $\mathbf{k}_e$, определяются соотношениями $-\theta_0\le\theta\le\theta_0$ и

$\pi-\theta_0 \le \theta \le \pi+\theta_0$ в случае $\varepsilon_{xx}>0$, $\varepsilon_{zz}<0$ и соотношениями $\theta_0 \le \theta \le (\pi-\theta_0)$ и $\pi+\theta_0 \le \theta \le 2\pi-\theta_0$ при $\varepsilon_{zz}>0$, $\varepsilon_{xx}<0$.

Пусть, например, $\varepsilon_{xx}>0$, $\varepsilon_{zz}<0$. Тогда, подставив $\theta=0$ (волна распространяется вдоль оси z), получаем $\sin\phi=1$, т.е. $\phi=\pi/2$, волна поперечная. При $\theta=\theta_0$ получаем $\sin\phi=0$, т.е. волна продольная. При $\theta=\theta_0$ величина $k_e=\infty$, поэтому имеет смысл говорить не о совпадении θ с θ_0, а об устремлении $\theta\to\theta_0$. Согласно (8), с приближением θ к θ_0 направление электрического поля приближается к направлению $\mathbf{k_e}$, т.е. волна все меньше и меньше отличается от продольной. Магнитное поле стремится при этом к нулю, что следует из уравнения Максвелла $[\mathbf{k_e H}]=\frac{\omega}{c}\mathbf{D_e}$: так как $\mathbf{D_e}$ ограничено сверху и $\mathbf{k_e}\perp\mathbf{H}$ (магнитная проницаемость – скаляр), то $|\mathbf{H}|=\left|\frac{\omega}{c}\mathbf{D_e}\right|\Big/|\mathbf{k_e}|\to 0$ при $|\mathbf{k_e}|\to\infty$.

5. Зависимость групповой скорости необыкновенной волны от угла, задающего направление распространения

Рассмотрим зависимость $\mathbf{v}_g$ от θ при учете дисперсии и поглощения. Кроме конкретного кристалла MgF_2 с установленными в [6] ε_{ij}, обладающими большими мнимыми частями, мы рассмотрим также ситуацию, когда ε_{ij} обладают малыми мнимыми частями, не имея при этом в виду какой-либо конкретный кристалл, а имея целью выяснить в общих чертах влияние поглощения на $\mathbf{v}_g$.

Компоненты $\mathbf{v}_{gx}$, $\mathbf{v}_{gz}$ могут быть вычислены на основании соотношения [9]

$$\overline{\mathbf{S}}=\overline{U}\cdot\mathbf{v}_g. \qquad (9)$$

На рис.6 представлена зависимость $c/\mathbf{v}'_g$ ($\mathbf{v}'_g$ – модуль действительной части $\mathbf{v}_g$) от θ. Во всем интервале углов θ, охваченном на рис.6, $\mathbf{v}'_g$ больше $\mathbf{v}''_g$ ($\mathbf{v}''_g$ – модуль мнимой части $\mathbf{v}_g$) не менее чем в 10 раз, чем обеспечивается смысл групповой скорости.

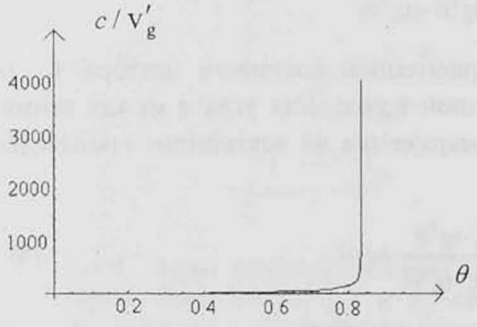


Рис.6. Зависимость $c/\mathbf{v}'_g$ от θ при $\varepsilon''_{xx}/\varepsilon'_{xx}=4\cdot10^{-7}$, $\varepsilon''_{zz}/\varepsilon'_{zz}=4.5\cdot10^{-5}$.

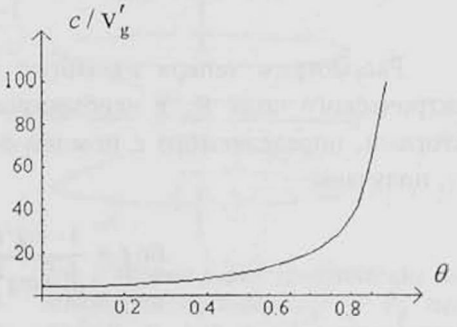


Рис.7. Зависимость $c/\mathbf{v}'_g$ от θ при $\varepsilon''_{xx}/\varepsilon'_{xx}=4.3\cdot10^{-2}$, $\varepsilon''_{zz}/\varepsilon'_{zz}=0.13$.

Рис.7 относится к кристаллу MgF_2 с параметрами, приведенными в [6]. Величина $\mathbf{v}'_g$ больше $\mathbf{v}''_g$ не менее чем в 10 раз в интервале θ от 0 до 0,8 радиан.

В случае, изображенном на рис.6, имеется интервал направлений распространения, в котором $\mathbf{v}'_g$ в несколько тысяч раз меньше скорости света, несмотря на то, что $|\varepsilon_{ij}|$ не превышают 10; при этом в упомянутом интервале $\mathbf{v}''_g$ остается в 10 и более раз меньше $\mathbf{v}'_g$. Для сильно поглощающего кристалла отношение $c/\mathbf{v}'_g$ достигает значений около 10^2 при $\mathbf{v}''_g/\mathbf{v}'_g < 0.1$.

В числе характерных особенностей рассматриваемых здесь сред отметим не только новую, необычную форму оптических индикатрис, описывающих зависимость k_e, $\mathbf{v}_p$, $\mathbf{v}_g$, длины волны λ_e и поляризации от направления распространения, но и связанные с этим необычно малые значении $\mathbf{v}_p$, $\mathbf{v}_g$, k_e и необычно большие значения k_e при обычных, порядка 1÷10 значениях модулей компонент ε_{ij} диэлектрического тензора.

Отметим, что разные знаки у компонент ε'_{ij} осуществляются также в кристалле TiO_2 [6].

Кристаллы с открытой ПВВ могут быть основой для создания плоских линз [10].

ЛИТЕРАТУРА

1. **О.С.Ерицян**. Кристаллография, **33**, 461 (1978).
2. **О.С.Ерицян**. Оптика гиротропных сред и холестерических жидких кристаллов. Ереван, Айастан, 1988.
3. **S.E.Harris**. Phys. Rev. Lett., **82**, 461 (1999).
4. **L.V.Hau, S.E.Harris, Z.Dutton**, and **C.H. Bekroozi**. Nature (London), **397**, 594 (1999).
5. **М.И.Рязанов**. ЖЭТФ, **103**, 1840 (1993).
6. **В.В.Брыксин, Д.Н.Мирлин, И.И.Решина**. ФТТ, **15**, 1118 (1973).
7. **Л.Д.Ландау, Е.М.Лифшиц**. Электродинамика сплошных сред. М., Наука, 1982.
8. **А.Ярив, П.Юх**. Оптические волны в кристаллах. М., Мир, 1987.
9. **В.М.Агранович, В.Л.Гинзбург**. Кристаллооптика с учетом пространственной дисперсии и теория экситонов. М., Наука, 1982.
10. **О.С.Ерицян**. Изв. НАН Армении, Физика (в печати).

OPTICS OF UNIAXIAL CRYSTALS WITH OPEN SURFACES OF WAVE VECTORS. "LIGHT STOPPING" CONE

H.S. ERITSYAN, H.M. ARAKELYAN

Optical properties of media with open surfaces of wave vectors (OSWV) are considered. The traditional optical surfaces (the surface of wave vectors, the characteristic surface of reverse dielectric tensor, the Fresnel's ellipsoide) are investigated and it is shown that these surfaces turn into open ones. Some optical features stipulated by the open character of OSWV are revealed.

Известия НАН Армении, Физика, т.38, №5, с.320-325 (2003)

УДК 548.0

ТЕОРИЯ ИЗЛУЧЕНИЯ В КРИСТАЛЛИЧЕСКИХ ОНДУЛЯТОРАХ

Н.А.КОРХМАЗЯН, Н.Н.КОРХМАЗЯН, Н.Э.БАБАДЖАНЯН

Армянский педагогический университет им. Х.Абовяна

(Поступила в редакцию 23 сентября 2002 г.)

Развита теория излучения в кристаллических микроондуляторах. Показано, что эти ондуляторы могут быть наиболее эффективными, с практической точки зрения, альтернативными источниками излучения в области длин волн $\lambda \le 0.7$ Å.

В последние годы активно исследуется вопрос о возможном осуществлении так называемых кристаллических ондуляторов [1-5]. Как известно [6-8], если монокристалл твердого раствора $Si_{1-x}Ge_x$ выращивать таким образом, чтобы вдоль направления $(1\bar{1}1)$ концентрация раствора имела постоянный градиент, то атомные плоскости будут веерообразно расходиться, а перпендикулярные к ним атомные плоскости (111) – изгибаться, образуя искривленный канал с определенным радиусом кривизны. В работе [5] предлагается рассматривать такой набор плоскопараллельных эквидистантных пластин, у которых направления кривизны периодически меняются (см. рис.1), как микроондулятор. Такие кристаллические ондуляторы в определенных областях рентгеновского излучения по ряду технических причин могут быть предпочтительнее, чем обычные магнитные ондуляторы. Имеется в виду излучение в области длин волн $\lambda \le 0.2 \div 0.7$ Å, применяемое в структурных исследованиях.

Как видно из рис.1, захваченная в канал релятивистская заряженная частица будет двигаться по кусочно-круговой периодической траектории с частотой колебания $\Omega = 2\pi\beta c/L$. Здесь $L = 2(a+b)$ – период ондулятора, a – толщина пластин, b – расстояние между пластинами. Кроме того, внутри пластины частица совершает также колебания с гораздо большей частотой $\Omega_k >> \Omega$. Чтобы оценить эффективность подобных ондуляторов, вычислим частотно-угловое распределение излучения по формуле [9]

$$\frac{dW}{d\omega\, d\mathrm{O}} = \frac{e^2\omega^2}{4\pi^2 c^3}\left|\mathbf{I}\right|^2, \qquad \mathbf{I} = \int_{-\infty}^{+\infty}[\mathbf{nv}]\exp i\left[\omega t - \mathbf{kr}(t)\right]dt, \tag{1}$$

где $\mathbf{r}(t) = \left[x(t), 0, z = \beta ct\right]$ – радиус-вектор частицы, $\mathbf{n} = (\sin\theta\cos\varphi,\ \sin\theta\sin\varphi, \cos\theta)$ – единичный вектор, направленный вдоль пролета излученного кванта, βc –

продольная скорость частицы. Для гладко-сшитой траектории частицы, с точностью до малых порядка $x_0/R << 1$, имеем

$$x = \begin{cases} az/2R, & 0 \le z \le b/2; \\ x_0 - (z-(a+b)/2)^2/2R + a_k \sin\dfrac{\Omega_k}{\beta c}(z-b/2), & b/2 \le z \le (2a+b)/2; \\ a(a+b-z)/2R, & (2a+b)/2 \le z \le a+b. \end{cases} \qquad (2)$$

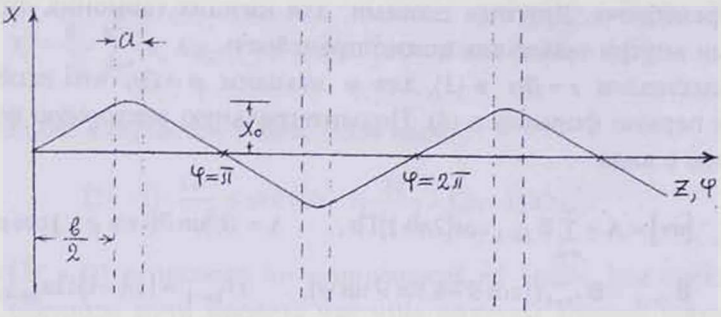


Рис.1. Кривая представляет траекторию частицы в кристаллическом ондуляторе.

Здесь a_k – амплитуда колебаний в канале, которая имеет атомные размеры, а R – радиус кривизны канала. Вводя новую переменную

$$z = \varphi(a+b)/\pi, \qquad (3)$$

вместо (2) имеем

$$x = \begin{cases} a(a+b)\varphi/2\pi R, & 0 \le \varphi \le \pi b/2(a+b) \equiv \varphi_1; \\ x_0 - (a+b)^2(\varphi-\pi/2)^2/2\pi^2 R + a_k \sin\dfrac{\Omega_k}{\Omega}(\varphi - \pi b/L), & \\ \varphi_1 \le \pi b/2(a+b) \le \varphi \le \pi(2a+b)/2(a+b) \equiv \varphi_2; & \\ a(a+b)(\pi-\varphi)/2\pi R, & \varphi_2 \le \varphi \le \pi. \end{cases} \qquad (4)$$

Как известно [10], нечетные периодические функции разлагаются в ряд Фурье только по синусам:

$$x(\varphi) = \sum_{m=1}^{\infty} a_m \sin m\varphi, \qquad a_m = \frac{1}{\pi}\int_0^{2\pi} x \sin m\varphi d\varphi. \qquad (5)$$

С учетом того, что $x(\varphi+\pi) = -x(\varphi)$, получим, что отличными от нуля оказываются только коэффициенты Фурье с нечетными номерами. Поэтому вместо (5) имеем

$$x = \sum_{n=1}^{\infty} a_{2n-1} \sin(2n-1)\varphi, \qquad a_{2n-1} = \frac{2}{\pi} \int_0^{\pi} x \sin(2n-1)\varphi d\varphi . \tag{6}$$

Вклад в коэффициент a_{2n-1} от колебаний в канале имеет вид

$$\frac{2}{\pi} a_k \int_0^{\pi} \sin \frac{\Omega_k}{\Omega} (\varphi - \pi b / L) \sin(2n-1)\varphi d\varphi . \tag{7}$$

В практически осуществимых случаях амплитуда a_k более чем на два порядка меньше, чем x_0, и, кроме того, $\Omega_k >> \Omega$. Поэтому для малых n, для которых $(2n-1) << \Omega_k / \Omega$ и первый синус в (7) быстро осциллирует, этим вкладом можно пренебречь. Другими словами, для низших гармоник ондулятора колебаниями внутри кристалла можно пренебречь.

Подставляя $z = \beta ct$ в (3), для φ находим $\varphi = \Omega t$, что необходимо подставить в первую формулу в (6). Подынтегральную векторную величину в (1) представим в виде

$$\begin{aligned} &[\mathbf{nv}] = \mathbf{A} + \sum_{n=1}^{\infty} \mathbf{B}_{2n-1} \cos(2n-1)\Omega t, \qquad \mathbf{A} = \beta c \sin\theta (\mathbf{i} \sin\varphi - \mathbf{j} \cos\varphi), \\ &\mathbf{B}_{2n-1} = U_{2n-1} (\mathbf{j} \cos\theta - \mathbf{k} \sin\theta \sin\varphi), \qquad U_{2n-1} = (2n-1)\Omega a_{2n-1}, \end{aligned} \tag{8}$$

где $(\mathbf{i}, \mathbf{j}, \mathbf{k})$ – орты по осям x, y, z. Жесткое излучение релятивистских частиц в основном происходит в пределах углов $\theta \approx \sqrt{1-\beta^2} = 1/\gamma$ к направлению скорости. Угол наклона прямолинейных участков траектории равен $a/2R$. Поэтому для получения интерференции из разных участков траектории необходимо выполнение условия

$$a/2R \le 1/\gamma . \tag{9}$$

Для того, чтобы экспоненту в (1) можно было представить в виде

$$\exp[i(\omega t - \mathbf{kr})] = \exp[i\omega(1 - \beta\cos\theta)t](1 - ik_x x), \qquad k_x = \frac{\omega}{c} \sin\theta\cos\varphi , \tag{10}$$

необходимо наложить ограничение на частоту:

$$|ik_x x| \le k_x x_0 = \frac{\omega}{c} x_0 \sin\theta\cos\varphi \le \frac{\omega}{c} \frac{x_0}{\gamma} << 1. \tag{11}$$

С учетом того, что

$$x_0 = \frac{a(a+b)}{4R}, \tag{12}$$

из (11) получим

$$\omega << \frac{4cR}{a(a+b)} \gamma . \tag{13}$$

Заметим, что

$$\int_{-\infty}^{\infty} \mathbf{A} \exp[i\omega(1-\beta\cos\theta)]t dt = 0 .$$

С учетом этого, подставляя (8) и (10) в (1), получим

$$\mathbf{I} = \frac{1}{2}\sum_{n=1}^{\infty}\left(k_x \mathbf{A} a_{2n-1} + \mathbf{B}_{2n-1}\right)\int_{-\infty}^{\infty} \exp i[\omega(1-\beta\cos\theta) - (2n-1)\Omega]t dt . \qquad (14)$$

Возводя это выражение в квадрат и заменяя один интеграл на $2\pi\delta$-функцию, а другой – на время излучения $T \to \infty$, находим

$$|\mathbf{I}|^2 = \frac{\pi T}{2}\sum_{n=1}^{\infty}\left(k_x \mathbf{A} a_{2n-1} + \mathbf{B}_{2n-1}\right)^2 \delta[\omega(1-\beta\cos\theta) - (2n-1)\Omega] . \qquad (15)$$

Каждая гармоника излучается в интервале частот

$$(2n-1)\frac{\Omega}{1+\beta} \le \omega \le (2n-1)\frac{\Omega}{1-\beta} = (2n-1)2\Omega\gamma^2 . \qquad (16)$$

Подставляя (15) в (1) и проведя интегрирование по углам, для спектральной плотности с единицы пути пролета частицы получим хорошо известный из теории ондуляторного излучения результат [11]. Например, для первых двух гармоник имеем:

$$\begin{aligned} I_1 &= \frac{dW_1}{d\omega dz} = \gamma^2 \frac{e^2 a_1^2 \Omega^3}{4c^4}\xi\left[1+(1-2\xi)^2\right], \qquad \xi = \omega/2\Omega\gamma^2, \qquad 0 \le \xi \le 1; \\ I_2 &= \frac{dW_2}{d\omega dz} = \gamma^2 \frac{e^2 a_1^2 \Omega^3}{4c^4} 9\left(\frac{a_3}{a_1}\right)^2 \xi\left[1+\left(1-\frac{2}{3}\xi\right)^2\right], \qquad 0 \le \xi \le 3. \end{aligned} \qquad (17)$$

Подставляя (4) в (6), для коэффициентов Фурье находим

$$a_{2n-1} = -\frac{(-1)^n}{2n-1}\cdot\frac{1}{2\pi R}\left[a^2 + \frac{8}{\pi^2}\cdot\frac{(a+b)^2}{(2n-1)^2}\right]\sin\frac{\pi}{2}\cdot\frac{(2n-1)a}{a+b} . \qquad (18)$$

Для иллюстрации полученных результатов рассмотрим кристаллический ондулятор с параметрами $a = 0.005$ см, $b = 0.1$ см, $R = 200$ см, $\gamma = 4\cdot 10^3$ (E =2 ГэВ), а длина деканалирования $L_D = 0.1$ см. По-видимому, такое значение для толщины пластин находится на грани практически осуществимого. Однако такой подбор оправдан тем, что на длине L_D можно разместить десять периодов ондулятора. Напомним, что спектральное распределение излучения слабо зависит от числа периодов [12,13], и спектр такого ондулятора практически не отличается от спектра бесконечного ондулятора. Для таких параметров для коэффициентов Фурье первых двух гармоник (n=1;2) по формуле (18) получаем

$$a_1 = 5.55\cdot 10^{-7}\text{ см}, \quad a_3 = -5.53\cdot 10^{-8}\text{ см}, \quad (a_3/a_1)^2 = 0.01. \qquad (19)$$

Для сравнения приведем также значение для $x_0 = 6.56 \cdot 10^{-7}$ см. Длина волны излучения в интервале частот $0.9\omega_{1\max} \div \omega_{1\max}$ в среднем будет около 0.7 Å. Здесь $\omega_{1\max} = 2\Omega\gamma^2$ – верхняя граница частоты первой гармоники. Для числа таких квантов с единицы пути пробега имеем $N = 0.5 \cdot 10^{-4}$ кв/см. Для сравнения отметим, что для числа квантов в том же интервале частот от магнитного ондулятора с параметрами $L = 10$ см, $H = 500$ Э, $E \approx 13$ ГэВ имеем $N = 0.36 \cdot 10^{-4}$ кв/см.

Из формул (17) следует, что вблизи пиковой частоты первой гармоники $(\xi = 1)$ излучение второй гармоники пренебрежимо мало; $I_2/I_1 = 0.05$. Интенсивности обеих гармоник в зависимости от частоты изображены на рис.2.

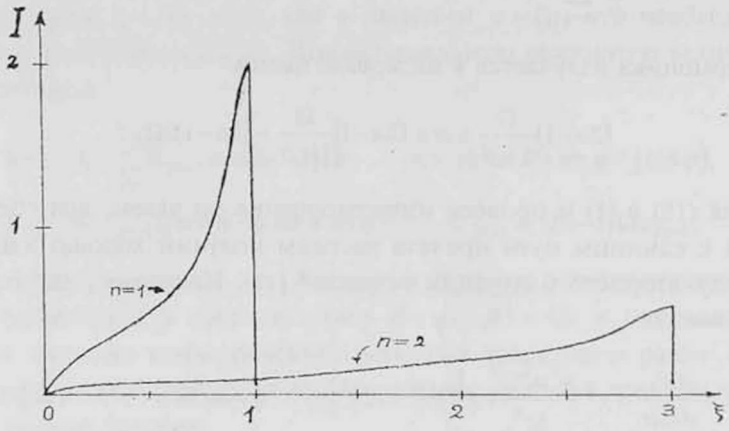


Рис.2. Спектральное распределение излучения первых двух гармоник в кристаллическом ондуляторе. Интенсивность измерена в единицах $\Omega^3(\gamma e a_1/2c^2)^2$, а частота – в единицах $2\Omega\gamma^2$. Здесь a_1 – амплитуда первой гармпники, а Ω – частота колебаний частицы.

Заметим, что для обсуждаемого случая условия (9) и (13) хорошо выполняются. Формулы (17) и (18) пригодны также для частного случая $b = 0$ [3]. Эти формулы не пригодны для обратного случая $b \to \infty$, так как условие (13) не выполняется.

Развитая в данной работе теория показывает, что кристаллические микроондуляторы могут быть более предпочтительными, с практической точки зрения, альтернативными источниками излучения в области длин волн $\lambda \le 0.2 \div 0.7$ Å.

ЛИТЕРАТУРА

1. **A.V.Corol, A.V.Solov'yov,** and **W. Greiner**. Int. J. of Mod. Phys. E, **8**, 49 (1999).
2. **U.Mikkelsen, E.Uggerhшj**. Nucl. Instr. and Meth., **B160**, 435 (2000).
3. **R.O.Avakian, K.T.Avetyan, K.A.Ispirian, E.A.Melikyan**. NATO-Workshop, Nor Amberd, Armenia, **49**, 277 (2001).

4. R.O.Avakian, L.A.Gevorgian, K.A.Ispirian, R.K.Ispirian. Nucl. Instr. and Meth., B173, 112 (2001).
5. Р.О.Авакян, К.Е.Аветян, К.А.Испирян, Э.Г.Меликян. Изв. НАН Армении, Физика, 38, 43 (2003).
6. A.Erko, F.Schafers, W.Gudat, et al. Nucl. Instr. and Meth., A 374, 408 (1996).
7. M.Veldkamp, A.Erko, et al. Materials Science Forum, 308-3, 597 (1999).
8. M.Veldkamp, A.Erko, et al. J. Appl. Phys., 38, 612 (1999).
9. Дж.Джексон. Классическая электродинамика. М., 1965.
10. А.Анго. Математика для электро- и радиоинженеров. М., Наука, 1964.
11. Н.А.Корхмазян. Изв. АН Арм. ССР, Физика, 8, 405 (1973); Radiation Effects, 56, 33 (1981).
12. В.А.Базылев, Н.К.Жеваго. Излучение быстрых частиц в веществе и во внешних полях. М., Наука, 1987.
13. М.М.Никитин, В.Я.Эпп. Ондуляторное излучение. М., Энергоатомиздат, 1988.

ՃԱՌԱԳԱՅԹՄԱՆ ՏԵՍՈՒԹՅՈՒՆԸ ԲՅՈՒՐԵՂԱՅԻՆ ՕՆԴՈՒԼՅԱՏՈՐՆԵՐՈՒՄ

Ն.Ա. ՂՈՐԽՄԱԶՅԱՆ, Ն.Ն. ՂՈՐԽՄԱԶՅԱՆ, Ն.Է. ԲԱԲԱՋԱՆՅԱՆ

Մշակված է բյուրեղային միկրոօնդուլյատորի ճառագայթման տեսությունը: Ցույց է տրված, որ ճառագայթված ալիքների երկարության $\lambda \le 0.7$ Å տիրույթի համար դրանք գործնականում կարող են լինել առավել նպատակահարմար:

THEORY OF RADIATION IN CRYSTALLINE UNDULATORS

N.A. KORKHMAZYAN, N.N. KORKHMAZYAN, N.E. BABAJANYAN

The theory of radiation in crystalline microundulators is developed. It is shown that these microundulators may be more efficient, from the practical point of view, alternative sources of radiation for wavelengths $\lambda \le 0.7$ Å.

Известия НАН Армении, Физика, т.38, №5, с.326-334 (2003)

УДК 537.531

ИССЛЕДОВАНИЕ ВИДИМОСТИ РЕНТГЕНОВСКИХ ДИФРАКЦИОННЫХ МУАРОВЫХ КАРТИН ТРЕХКРАТНЫМ ЧЕТЫРЕХКРИСТАЛЬНЫМ ИНТЕРФЕРОМЕТРОМ

А.О. АБОЯН, А.А. ХЗАРДЖЯН

Государственный инженерный университет Армении

(Поступила в редакцию 30 сентября 2002 г.)

В работе экспериментально исследована видимость рентгеноинтерферометрических картин, полученных от трехкратного четырехкристального интерферометра, в зависмости от разности амплитуд (интенсивностей) интерферирующих волн. Показано, что с уменьшением разности амплитуд интерферирующих волн видимость интерференционных картин увеличивается.

1. Введение

Как известно, контраст (видимость) рентгеноинтерферометрических картин сильно зависит как от разностей амплитуд интерферирующих волн, так и от качества кристаллов интерферометрических систем [1,2]. Рентгеноинтерферометрические картины очень чувствительны к структурным нарушениям кристаллов, являющихся составными частями интерференционных систем.

Если рентгеноинтерферометрическими методами с большим разрешением можно обнаружить ничтожные различия межплоскостных расстояний и ориентаций отражающих плоскостей, то оценивание этими же методами средней плотности точечных дефектов и их различных скоплений – достаточно трудная задача. Между тем в настоящее время эта задача очень актуальна, так как в микроэлектронике и в производстве полупроводниковых приборов применяются бездислокационные кристаллы, содержащие точечные дефекты с различными плотностями.

Видимо, эту задачу можно решить исследованием интенсивности диффузного рассеяния [1,2] или видимости рентгеновских муаровых картин, полученных от рентгеновских интерферометров, так как увеличение плотности микродефектов приводит к уменьшению видимости муаровых картин. Для решения этой актуальной проблемы нами разработан рентгеноинтерферометрический метод определения плотности радиационных (точечных) дефектов в кристаллах [3].

С одной стороны, трудно выращивать монокристаллы, свободные от

точечных дефектов, а с другой – подобные дефекты специально вводятся в некоторых технологических процессах.

В настоящей работе исследована видимость муаровых картин в зависимости от плотности точечных дефектов и их микроскоплений.

Для однозначной интерпретации зависимости видимости рентгеноинтерферометрических картин от плотности точечных дефектов необходимо, в первую очередь, исследовать зависимость этой видимости от разности амплитуд суперпозирующих волн и от отдельных микродефектов, что и сделано в этой (первой) части работы.

Вторая часть посвящена исследованию зависимости видимости от плотности точечных дефектов. Результаты этих исследований будут опубликованы.

2. Исследование видимости интерференционных картин, полученных при суперпозиции двух плоских волн

Для дальнейшего изложения полезно предварительно рассмотреть интерференцию двух плоских волн в вакууме в зависимости от разности их амплитуд, угла между направлениями их распространения и начальных фаз.

Пусть две монохроматические, σ-поляризованные волны с амплитудами

$$E_{01} = E_{02}\exp\{-i[2\pi(\mathbf{k}_1\mathbf{r})+\varphi_1]\} \quad \text{и} \quad E_2 = E_{02}\exp\{-i[2\pi(\mathbf{k}_2\mathbf{r})+\varphi_2]\}$$

в вакууме налагаются друг на друга.

Для нахождения суммарной амплитуды в поле их наложения, сумму $E_1 + E_2$ перепишем в следующем виде (при $E_1 > E_2$):

$$E = E_1 + E_2 = (E_{01} - E_{02})\exp\{-i[2\pi(\mathbf{k}_1\mathbf{r})+\varphi_1]\} +$$

$$+ E_{02}\exp\left\{-i\left[2\pi\frac{(\mathbf{k}_1+\mathbf{k}_2)\mathbf{r}}{2}+\frac{\varphi_1+\varphi_2}{2}\right]\right\}\times$$

$$\times\exp\left\{-i\left[2\pi\frac{(\mathbf{k}_1+\mathbf{k}_2)\mathbf{r}}{2}+\frac{\varphi_1+\varphi_2}{2}\right]\right\}+\exp\left\{-i\left[2\pi\frac{(\mathbf{k}_2-\mathbf{k}_1)\mathbf{r}}{2}+\frac{\varphi_2-\varphi_1}{2}\right]\right\},$$

откуда для амплитуды и интенсивности получим

$$E = (E_{01} - E_{02})\exp\{-i[2\pi(\mathbf{k}_1\mathbf{r})+\varphi_1]\} + 2E_{02}\cos\left[2\pi\frac{(\mathbf{k}_1+\mathbf{k}_2)\mathbf{r}}{2}+\frac{\varphi_1+\varphi_2}{2}\right]\times$$

$$\times\exp\left\{-i\left[2\pi\frac{(\mathbf{k}_1+\mathbf{k}_2)\mathbf{r}}{2}+\frac{\varphi_1+\varphi_2}{2}\right]\right\}, \qquad (1)$$

$$I = |E|^2 = (E_{01} - E_{02})^2 + 4E_{01}E_{02}\cos^2\left[2\pi\frac{(\mathbf{k}_1-\mathbf{k}_2)\mathbf{r}}{2}+\frac{\varphi_1-\varphi_2}{2}\right]. \qquad (2)$$

Как видно из (1), при $E_{01} \neq E_{02}$ в интерференционном поле распространяются две волны: первая – в направлении волнового вектора $\mathbf{k}_1$ (первая волна), вторая – в направлении векторной суммы волновых векторов $\mathbf{k}_1 + \mathbf{k}_2$.

Амплитуда первой волны не зависит от координат, и ее интенсивность в интерференционном поле во всех точках одинакова (общий фон). Амплитуда второй волны косинусоидально модулирована, и период модуляции обратно пропорционален величине $|\mathbf{k}_1 - \mathbf{k}_2|$.

Формула (2) показывает, что видимость V модуляции определяется выражением

$$V = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}} = \frac{2E_{01}E_{02}}{(E_{01} - E_{02})^2 + 2E_{01}E_{02}} . \qquad (3)$$

Отсюда видно, что видимость принимает максимальное значение (равное единице) только при равных амплитудах $(E_{01} = E_{02})$ интерферирующих волн. Выражение (3) показывает также, что с увеличением разности амплитуд $(E_{01} = E_{02})$ видимость быстро падает. Из (2) также видно, что период модуляции не зависит от разности начальных фаз $(\varphi_1 - \varphi_2)$: изменение разности начальных фаз смещает полосы, но не меняет расстояния между ними.

Исследования указанных факторов связаны со следующими трудностями:

а) налагаемые пучки должны быть не только однородными, но и когерентными, поэтому такие исследования, видимо, можно проводить только с помощью идеальных интерферометров.

б) строго говоря, создание идеальных интерферометров практически невозможно. Можно создать интерферометры почти идеальной геометрии с почти идеальными кристаллами, но избежать муаровых картин, обусловленных ничтожными разностями межплоскостных расстояний отражающих плоскостей и их ничтожными поворотами друг относительно друга, практически невозможно.

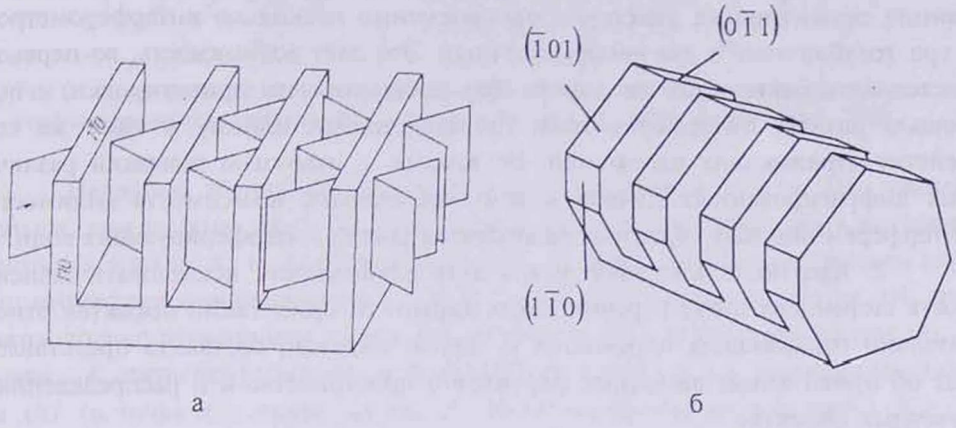
Исследование зависимости видимости интерференционных картин от разностей интенсивностей интерферирующих волн особенно важно для практических применений полиинтерферометров, в которых иногда работают интерферометры с пучками разных интенсивностей.

3. Экспериментальное исследование зависимости видимости рентгеноинтерференционных полос от разности амплитуд интерферирующих волн

Для экспериментального исследования зависимости видимости интерференционных полос от различных факторов удобно пользовться двух и трехкратными четырехкристальными интерферометрами.

Топограммы и интерферограммы, полученные от одного семейства отражающих плоскостей, не дают полной картины несовершенств исследуемого кристалла. Поэтому для более полного описания деформированного состояния кристаллов необходимо получить дефектограмму от одного и того же кристалла с помощью хотя бы двух или трех семейств плоскостей, отличающихся ориентациями. Итак, возникает необходимость разработки рентгеновской дифракционной полной стереометрической топографии несовершенств кристаллов. В работе [4] предложен новый ренгеноинтерферометрический способ, более полно описывающий поля деформации кристаллов. Цель достигается с помощью кратных интерферометров.

Под кратностью интерферометра мы подразумеваем число симметрично эквивалентных семейств плоскостей, удобно расположенных для ЛЛЛЛ отражений, как это показано на рис.1а и 1б.



а б

Рис.1. Кратные интерферометры: а – двухкратный четырехкристальный интерферометр, б – трехкратный четырехкристальный интерферометр.

Для двухкратного интерферометра (два симметрично-эквивалентных семейства отражающих плоскостей) удобно пользоваться семействами $(1\,1\,0)$ и $(1\,\bar{1}\,0)$. Как показывает формула

$$\cos\alpha = \frac{h_1h_2 + k_1k_2 + l_1l_2}{\left(h_1^2 + k_1^2 + l_1^2\right)^{1/2}\left(h_2^2 + k_2^2 + l_2^2\right)^{1/2}}, \qquad (4)$$

при кубической сингонии угол α между плоскостями $(1\,1\,0)$ и $(1\,\bar{1}\,0)$ равен 90^0, как показано на рис. 1а.

Для трехкратного интерферометра (три симметрично-эквивалентных семейства отражающих плоскостей) удобно пользоваться семействами $(1\,\bar{1}\,0)$; $(0\,\bar{1}\,1)$; $(\bar{1}\,0\,1)$. Как видно из (4), угол α между семействами $(1\,\bar{1}\,0)$ и $(0\,\bar{1}\,1)$, а также между $(0\,\bar{1}\,1)$ и $(\bar{1}\,0\,1)$ симметрично-эквивалентных плоскостей равен 60^0 (см. рис.1б).

Нетрудно убедиться, что такой выбор отражающих плоскостей в идеальных кристаллах обеспечивает одинаковость всех факторов интегральных интенсивностей этих семейств кубической сингонии. При одном и том же падающем пучке и указанных ориентациях семейств их интегральные интенсивности могут отличаться только из-за наличия дефектов различно ориентированных относительно отражающих плоскостей этих семейств.

Преимущества таких интерферометров проявляются в следующих исследованиях:

1. Многоблочность (многокристальность) интерферометра дает возможность с помощью одного и того же семейства отражающих плоскостей при одной и той же ориентировке интерферометра провести исследование в нескольких составных интерферометрах. Как мы увидим ниже, предлагаемые интерферометры не только кратные, но и полиинтерферометры – при его данной ориентировке действуют одновременно несколько интерферометров – три трехблочных и два четырехблочных. Это дает возможность, во-первых, исследовать один и тот же дефект (без изменения его ориентировки) с помощью разных интерферометров, принадлежащих одному и тому же семейству отражающих плоскостей. Во-вторых, с помощью задержки различных дифрагированных пучков можно исследовать зависимость видимости интерференционных картин от разности амплитуд интерферирующих волн.

2. Кратность интерферометра дает возможность исследовать зависимость видимости интерференционных картин от ориентации дефектов относительно отражающих плоскостей и, таким образом, составить представление об ориентациях линейных дефектов в пространстве и о распределениях точечных дефектов.

Действительно, поворачивая показанные на рис. 1а и 1б интерферометры вокруг оси, перпендикулярной к большим поверхностям кристаллов интерферометра, мы можем привести его к отражающим положениям одного из семейств $(1\bar{1}0)$, $(0\bar{1}1)$ и $(\bar{1}01)$ симметрично-эквивалентных плоскостей и исследовать зависимость видимости дифракционных изображений дефектов в кристаллах от ориентации семейства отражающих плоскостей.

На рис.2а показан ход лучей в трехкратном четырехблочном интерферометре, расстояния между соседними блоками которого одинаковы. Внимательный осмотр показывает, что в таком полиинтерферометре одновременно могут работать три трехблочных $(BCGEB)$, $(CFIGC)$, $(EGKHE)$ и два четырехблочных $(BCFIGEB)$, $(BCGKHEB)$ интерферометра, причем наложение дифрагированных волн происходит только в трех точках: G, K и I.

Теперь экспериментально исследуем зависимость видимости интерферометрических картин от разности амплитуд интерферирующих волн. Как видно из рис.2а, наложение дифрагированных волн на поверхности четвертого (A_2) кристалла происходит только в точках K и I. В точке K налагаются друг на друга пучки HK и GK, а в точке I – пучки GI и FI.

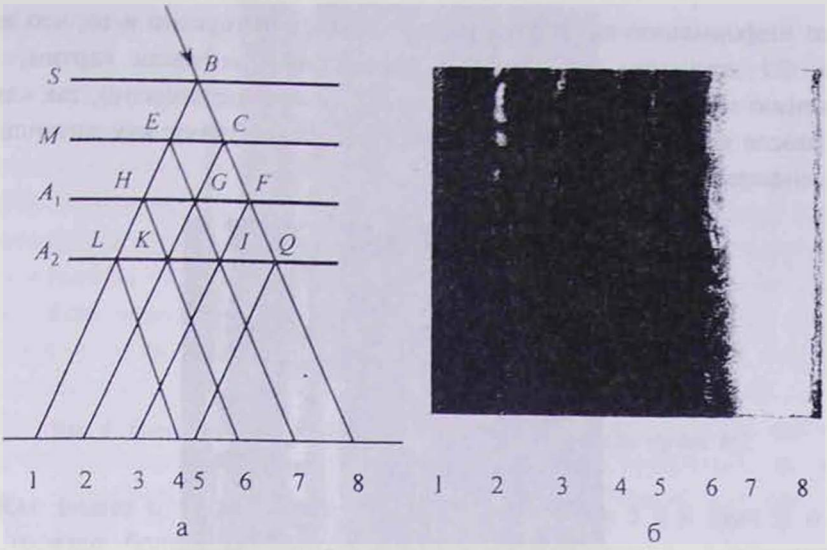
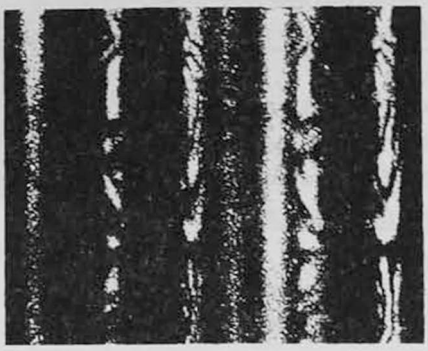


Рис.2. а) ход лучей в трехкратном четырехкристальном интерферометре, б) интерференционные картины без задержки пучков EG и CG (отражение $2\bar{2}0$).

Нетрудно убедиться, что интенсивности пучков GK и GI гораздо больше, чем пучков HK и FI, т.е. амплитуды волн, участвующих в интерференции в точках K и I, отличаются друг от друга, поэтому видимость картин интерферирующих пучков 2, 3, 6 и 7 мала. Действительно, пучок HK питается только отражением пучка EH в третьем (A_1) кристалле (в точке H), а пучок GK питается отражением пучка EG (в точке G) и прохождением пучка CG (в точке G); далее, пучок GI питается прохождением пучка EG (в точке G) и отражением пучка CG (в точке G), а пучок FI питается только отражением пучка CF (в точке F). Если иметь в виду еще и то, что кристаллы интерферометра толстые (толщины 2 мм, излучение MoK_α, в них происходит аномальное прохождение и энергия падающего пучка в каждом кристалле почти поровну делится между отраженным и прохожденным пучками), то будет ясно, что интенсивности пучков GK и GI будут почти в два раза больше, чем интенсивности пучков HK и FI. Поэтому, если задержать пучок CG (см. рис.2а), то интенсивности всех пучков HK, GK, GI и FI будут одинаковыми и, следовательно, видимость интерференционных картин 2, 6, 3 и 7 при задержке этого пучка CG сильно увеличивается. На рис.2б показаны интерференционные картины, полученные от точек K и I без задержки пучка CG, а на рис. 3 – при задержке этого пучка.

Как видно из этих рисунков (фотоснимков), задержка пучка CG приводит к увеличению видимости рентгеноинтерферометрических картин. Из этих снимков также видно, что картины, полученные от одной и той же интерферометрической точки K или I, одинаковы, а картины, полученные от разных интерферометрических точек (разных интерферометров), отличаются друг от друга. Это вполне естественно, так как разные интерферометры по-

лучают информацию по разным каналам. Здесь интересно и то, что задержка пучка *CG* приводит не только к улучшению контраста картин, но и к изменению муаровых фигур этих картин. Это вполне понятно, так как по каналу (после его задержки) интерферометры не получают как интенсивности, так и информации.

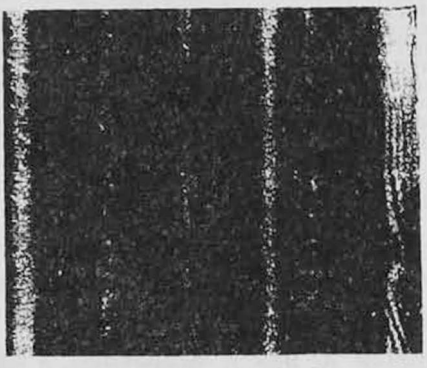


1 2 3 4 5 6 7

Рис.3. Интерференционные картины при задержке пучка *CG*.

Интересен и случай, когда задерживается не пучок *CG*, а пучок *EG* (см. рис.2а). Тогда работают трехкристальный интерферометр *CFIGC* и четырехкристальный интерферометр *BCGKEB*. Как видно из рис.2б и рис.4, задержка пучка *EG* также приводит к увеличению видимости и изменению муаровых картин; конечно, и в этом случае увеличение видимости обусловлено равенством амплитуд интерферирующих волн, а изменение муаровых картин – уменьшением информации, полученной от точек *K* и *I*.

Видимость можно увеличить и с помощью монохроматоров, приводящих к равенству амплитуд интерферирующих волн. Действительно, задержка пучка *BC* (рис.2а и 5) приводит к действию трехкристального интерферометра *EGKHE*, а в результате задержки пучка *BE* будет действовать трехкристальный интерферометр *CFIGC* (рис.2а и 6).



1 2 4 5 6 7 8

Рис.4. Интерференционные картины при задержке пучка *EG*.

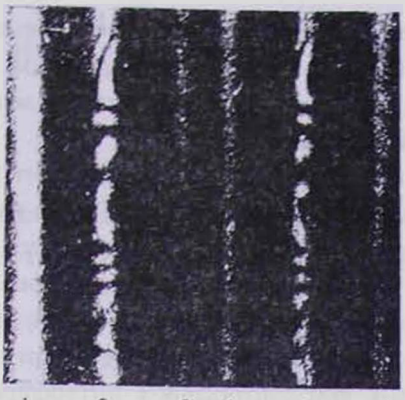


Рис.5. Интерференционные картины при задержке пучка *BC*.

Как видно из фотоснимков, видимости пучков 2 и 6 (рис.5) и 3 и 7 (рис.6) гораздо больше, чем видимости этих же пучков, показанные на рис.2б, где интерферирующие пучки отличались друг от друга интенсивностями (амплитудами).

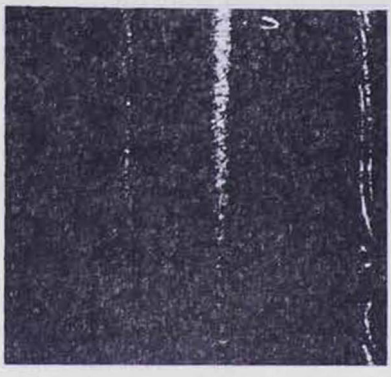


Рис.6. Интерференционные картины при задержке пучка *BE*.

Аналогичные интерференционные картины были получены и от плоскостей $(0\bar{1}1),(\bar{1}01)$. Исходя из фотометрических измерений муаровых картин, полученных от всех трех семейств отражающих плоскостей, нами были оценены видимости трех видов интерференционных картин для отражений $2\bar{2}0$, $\bar{2}02$ и $0\bar{2}2$. Результаты приведены в таблице.

Таблица

Отражение	Видимость без задержки пучков *CG* и *EG*	Видимость (задержан пучок *CG*)	Видимость (задержан пучок *EG*)
$2\bar{2}0$	0.362	0.690	0.71
$\bar{2}02$	0.354	0.70	0.685
$0\bar{2}2$	0.355	0.693	0.70

Ясно, что увеличение видимости обусловлено равенством амплитуд волн, налагаемых в последнем блоке интерферометра.

Таким образом, в результате наших экспериментальных исследований мы можем констатировать следующее:

1. С целью увеличения информативности рентгеноинтерферометрических исследований несовершенств кристаллов были разработаны кратные полиинтерферометры для проведения стереометрических исследований несовершенств кристаллов и видимости рентгеноинтерферометрических картин.

2. С уменьшением разности интенсивностей (или амплитуд) интерферирующих волн видимость интерференционных картин увеличивается.

3. Каждая из волн, фигурирующих в интерферометре, содержит определенную информацию от тех участков кристаллических блоков интерферометра, через которые она проходит. Реальная видимость всегда меньше, чем ее теоретическое значение.

ЛИТЕРАТУРА

1. **U.Bonse** and **J.Graeff.** Appl. Phys., **22**, 93 (1977).
2. **П.А.Безирганян**. Физические основы рентгенографической диагностики несовершенств кристаллов. Изд. Ереванского университета, 1989.
3. **А.О.Абоян**. Заводская лаборатория. Диагностика материалов. **66**, 22 (2000).
4. **A.O.Aboyan**. Cryst. Res. Technol, **31**, 513 (1996).

ՌԵՆՏԳԵՆՅԱՆ ԴԻՖՐԱԿՑԻՈՆ ՄՈՒԱՐԻ ՊԱՏԿԵՐՆԵՐԻ ՏԵՍԱՆԵԼԻՈՒԹՅԱՆ ՀԵՏԱԶՈՏՈՒԹՅՈՒՆԸ ՔԱՌԱԲՅՈՒՐԵՂ ԵՌԱԿԻ ԻՆՏԵՐՖԵՐԱՉԱՓՈՎ

Ա.Հ. ԱԲՈՅԱՆ, Ա.Ա. ԽԶԱՐՋՅԱՆ

փորձնականորեն հետազոտված է քառաբյուրեղ եռակի ինտերֆերաչափից ստացված ռենտգենաինտերֆերաչափական պատկերների տեսանելիությունը կախված ինտերֆերենցող ալիքների լայնույթների (ինտենսիվությունների) տարբերությունից: Ցույց է տրված, որ ինտերֆերենցող ալիքների լայնույթների տարբերության փոքրացման հետ ինտերֆերենցիոն պատկերների տեսանելիությունը մեծանում է:

INVESTIGATION OF VISIBILITY OF X-RAY DIFFRACTION MOIRE PATTERNS BY A TRIPLE FOUR-CRYSTAL INTERFEROMETER

A.O. ABOYAN, A.A. KHZARDZHYAN

The visibility of X-ray interferometric patterns obtained on a triple four-crystal interferometer is experimentally studied depending on the difference of amplitudes (intensities) of interfering waves. It is shown that the visibility of interference patterns increases with the decrease in the difference of interfering wave amplitudes.

Известия НАН Армении, Физика, т.38, №5, с.335-341 (2003)

УДК 539.17

ВЫБОР ОПТИМАЛЬНОЙ КОНФИГУРАЦИИ АКТИВНОЙ ЗОНЫ ДЛЯ ОДНОРЕАКТОРНОЙ ЭЛЕКТРОЯДЕРНОЙ СИСТЕМЫ

С.А. БЗНУНИ, В.М. ЖАМКОЧЯН, А.Г. ХУДАВЕРДЯН

Ереванский государственный университет

(Поступила в редакцию 25 ноября 2002 г.)

Исследованы геометрические компоновки реакторов типа ВВЭР, обеспечивающие повышение среднего значения нейтронного потока в подкритических режимах. Показано, что использование цилиндрического кадмиевого экрана необходимого радиуса приводит к существенному увеличению предельной выделяемой мощности при достаточных уровнях подкритичности и стандартных конструктивных элементах активной зоны.

В работах [1-4] рассматривались однореакторные подкритические электроядерные системы на основе современных энергетических реакторов. Было, в частности, показано, что существует принципиальная возможность создания достаточно экономичной подкритической атомной станции с использованием реакторных блоков типа ВВЭР, при их минимальной реконструкции. В то же время, при уровне подкритичности, обеспечивающем безопасный режим работы станции (k_{eff} = 0,98 [5]), такие системы не позволяли выводить реакторные блоки на мощность, соответствующую их исходному номинальному режиму. Так, максимальные электрические мощности электроядерных систем на основе реакторов ВВЭР-440 и ВВЭР-1000 при k_{eff} = 0,98 составляли соответственно лишь 252 и 459 МВт, с возможностью их роста для реакторов с уменьшенным радиусом активных зон [2,4].

Предложенные далее в работах [6-11] двухреакторные подкритические комплексы обладали рядом уникальных характеристик (по экономичности, выделяемой мощности и уровню подкритичности), достигнутых за счет применения реактора-бустера на быстрых нейтронах. Очевидно, однако, что подобное усложнение конструкции электроядерной системы не всегда может оказаться оправданным, особенно, если учесть прогресс в проектировании сильноточных ускорителей [12]. В принципе, при достаточных уровнях подкритичности и выделяемой мощности, увеличение доли энергии, потребляемой ускорительным блоком, с долей процента [6,7] до нескольких процентов от энергии, вырабатываемой реактором, может оказаться вполне приемлемым, если это достигается в простой однореакторной схеме.

Целью данной работы был анализ возможностей электроядерных сис-

тем, включающих реконструированные реакторы типа ВВЭР, без использования промежуточных реакторов-бустеров. Следует отметить, что выбор именно этого типа реакторов обусловлен результатами работ [2,4]. В частности, для реакторов типа MSBR-1000 нет необходимости в какой-либо дополнительной доработке при использовании в однореакторной схеме ввиду весьма высоких выходных данных систем на их основе [2,4]. С другой стороны, согласно тем же результатам, тяжеловодные реакторы типа CANDU наименее приспособлены для работы в подкритическом режиме и, по-видимому, могут использоваться в электроядерных системах лишь совместно с быстрыми бустерами [6,7,11]. Что касается реакторов типа ВВЭР, то они занимают некоторое промежуточное положение и, как показано ниже, при определенной реконструкции допускают существенное улучшение выходных данных в режиме работы с ускорителями.

На рис.1 представлена схема однореакторной подкритической установки, управляемой протонным ускорителем.

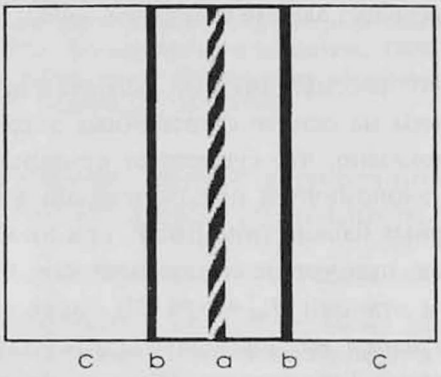


Рис.1. Схема однореакторной подкритической установки. *a* – пассивная мишень, *b* – кадмиевый экран, *c* – активная зона реактора.

Пассивная мишень *a* (природный уран) бомбардируется пучком протонов из ускорителя и является источником внешних нейтронов для активной зоны *c* водо-водяного реактора, работающего в подкритическом режиме. Цилиндрический кадмиевый экран *b* введен в схему для улучшения формы распределения нейтронного потока в зоне *c* при заданном значении коэффициента размножения k_{eff} (см. [4]). Объем пространства между *a* и *b* функционально не является частью активной зоны, это может быть воздушный или какой-либо иной зазор с элементами системы охлаждения мишени и т. п.

В эффективном одногрупповом приближении стационарное уравнение диффузии нейтронов для активной зоны *c* имеет вид

$$\Delta\Phi + \frac{k_\infty - 1}{M^2}\Phi = 0, \qquad (1)$$

где Φ – скалярный поток нейтронов, k_∞ и M^2 – коэффициент размножения и площадь миграции нейтронов для данной среды.

Граничное условие на внешней поверхности кадмиевого экрана записывается в виде

$$j = [\Phi / 4 - \frac{D}{2}\partial\Phi / \partial r]_{r=r_0}, \qquad (2)$$

где j – плотность потока быстрых нейтронов, излучаемых поверхностью экрана в направлении активной зоны, D – коэффициент диффузии для среды активной зоны, r_0 – внешний радиус экрана. Условие (2), справедливое в приближении Фика, учитывает прозрачность кадмиевого экрана для быстрых нейтронов, выбиваемых из мишени, и его "черноту" для тепловых нейтронов из зоны c.

Максимальная электрическая мощность подкритического реактора может быть определена из условия

$$\Phi(r) \le \Phi_{\max}(0), \qquad (3)$$

где $\Phi_{max}(0)$ – максимальный поток нейтронов при работе того же реактора в номинальном критическом режиме.

Другой стандартной характеристикой, используемой для оценки эффективности работы электроядерной системы, является коэффициент усиления энергии (или коэффициент выигрыша),

$$G = W_{el} / W_{acc}, \qquad (4)$$

где W_{el} – электрическая мощность, вырабатываемая системой, W_{acc} – мощность, потребляемая ускорительным блоком.

Если, как и в [2-4], принять, что распределение по вертикальной координате для плотности потока j имеет вид, близкий к $j = j_0 \cos(\pi z/H)$ (H – экстраполированная высота активной зоны), то математически задача определения параметров подкритических режимов рассматриваемой установки становится практически эквивалентной задаче [2]. Единственное отличие заключается в том, что величина r_0 в данной задаче соответствует радиусу кадмиевого экрана, который может существенно превосходить радиус мишени. По этой причине мы опускаем дальнейшие выражения для скалярного потока Φ и коэффициента усиления G (см. выражения (3)-(9) работы [2]).

Как уже указывалось, основным недостатком подкритических систем на основе водо-водяных реакторов является недостаточный коэффициент выделяемой мощности, обусловленный (при приемлемых значениях k_{eff}) резко спадающей формой распределения нейтронного потока [2,4]. Если иметь в виду изменение геометрической конфигурации активной зоны, то относительное выравнивание поля нейтронного потока при заданной подкритич-

ности может быть достигнуто как за счет уменьшения эффективного радиуса R активной зоны, так и за счет увеличения радиуса кадмиевого экрана r_0 при неизменных внешних размерах зоны. Первый из указанных способов вкратце обсуждался в [2,4]. Напомним, что одновременно он предполагал сохранение исходной суммарной массы M_u активного изотопа в реакторе, т.е. увеличение среднего обогащения ρ.

В данной работе эффект уменьшения R рассчитывался для подкритического реактора на базе ВВЭР-1000 при фиксированном r_0=10 см и k_{eff}=0,98. Энергия ускоренных протонов здесь и ниже принималась равной T_p=960 МэВ, с выходом нейтронов из урановой мишени n =38 нейтрон/протон [13] при КПД ускорительного блока 1/3.

Отметим, что в работах [8-11] для тех же целей предполагалось использование мишени из свинцово-висмутовой эвтектики, обеспечивающей ряд технических и эксплуатационных преимуществ [8]. В то же время величина n для такой мишени существенно ниже [14], чем для урановой мишени, что заметно уменьшает коэффициент выигрыша G и увеличивает ток ускорителя. Для систем с быстрым бустером [8-11] это не имеет принципиального значения ввиду их исключительно высокой экономичности, однако для рассматриваемых систем целесообразность применения таких мишеней не представляется очевидной.

Что касается энергии ускоренных протонов, то, с учетом n = 17,3 нейтрон/протон при T_p = 470 МэВ [13], она может быть уменьшена вдвое без значительных потерь в коэффициентах усиления (G(470 МэВ)/G (960 МэВ) ≈ 0,93). Однако необходимые токи ускорителя возрастают при этом более, чем вдвое: I(470 МэВ)/I(960 МэВ) ≈ 2,2. Выбор конкретного значения T_p не является принципиальным для расчетов данной работы и, очевидно, должен учитывать экономическую и техническую стороны проблемы при проектировании ускорительного блока.

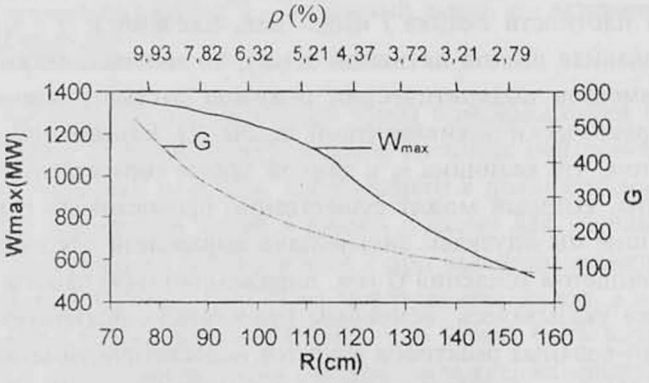


Рис.2. Максимальные электрические мощности W_{max} и коэффициенты усиления энергии G для подкритических систем на основе ВВЭР-1000 в зависимости от эффективного радиуса активной зоны R и среднего обогащения ρ при k_{eff} = 0,98.

На рис.2 представлены полученные результаты для максимальной электрической мощности системы W_{max} и коэффициента усиления энергии G в зависимости от эффективного радиуса R и связанного с ним среднего обогащения ρ (при M_u = const).

Напомним, что радиус активной зоны стандартного ВВЭР-1000 – 156 см. Формально, с уменьшением R выходные данные системы непрерывно улучшаются. Так, уже при R = 120 см (ρ = 4,37%) W_{max} = 972 МВт, I_{max} = 2,05 мА, G = 165,9, что, в принципе, позволяет рассматривать данную систему как вполне эффективную и безопасную. Следует, однако, учесть ряд проблем, связанных с возможной реализацией таких комплексов. Увеличение среднего обогащения и уменьшение R, фактически, означает не реконструкцию стандартного ВВЭР, а переход к существенно новой конструкции реакторного блока, с увеличенным удельным энерговыделением в объеме активной зоны. Весь вопрос в том, насколько это окажется технически и экономически целесообразным на начальном этапе внедрения подкритических систем. (Заметим также, что ограничение (3), используемое для определения W_{max}, соответствует неизменным конструктивным характеристикам элементов активной зоны и в данном случае может, вообще говоря, не выполняться. Поэтому приведенные на рис.2 значения для W_{max} носят условный характер. Мощность конструктивно нового реактора может быть не связана с данным ограничением).

Очевидно далее, что, если при уменьшении эффективного радиуса R использовать стандартные ТВС ВВЭР-1000 со средним обогащением ρ_0 = 2,57% [15], то при аналогичных токе ускорителя и потоке нейтронов выделяемая мощность и коэффициент выигрыша будут в ρ_0/ρ раз меньше по сравнению с данными рис.2.

Рассмотрим теперь вторую схему изменения геометрии активной зоны. Фиксируем радиус R на его конструктивной отметке и сделаем переменным радиус r_0 кадмиевого экрана. При этом целесообразно задать интересующие нас значения k_{eff} и затем определять величины r_0, обеспечивающие требуемую подкритичность при прочих неизменных параметрах активной зоны. В этом случае распределение нейтронного потока при $r > r_0$ не будет отличаться от аналогичного распределения в обычном критическом режиме, с точностью до нормировочного множителя, определяемого из условия (3).

На рис.3 приведена кривая, описывающая указанную зависимость r_0 от k_{eff}, совместно с кривой, определяющей максимальную электрическую мощность реактора на базе ВВЭР-1000.

Видно, что с помощью кадмиевого экрана необходимого радиуса, с использованием стандартных ТВС, оказывается возможным повысить мощность системы практически до номинального значения при k_{eff} = 0,98 и до приемлемых значений при меньших значениях k_{eff}.

Результаты расчетов для коэффициентов усиления энергии и максимальных токов ускорителя в рассмотренной системе представлены на рис.4.

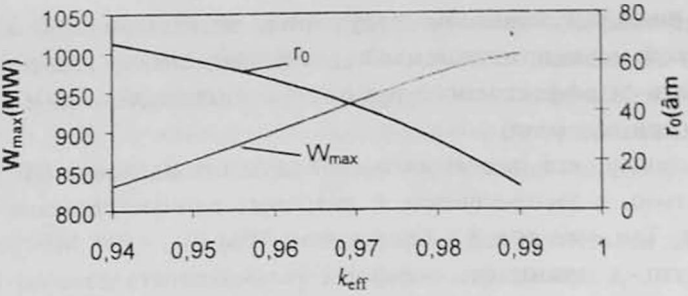


Рис.3. Радиусы кадмиевого экрана r_0 и максимальные электрические мощности W_{max} в зависимости от k_{eff} для подкритических систем на основе ВВЭР-1000.

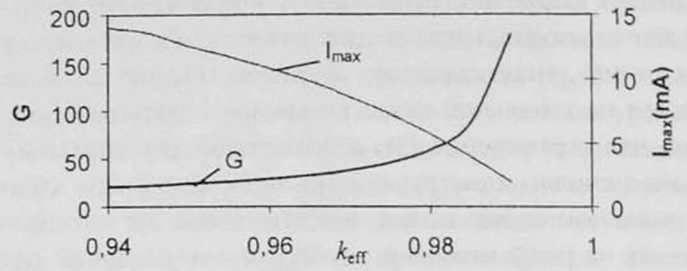


Рис.4. Токи ускорителя в максимальном режиме I_{max} и коэффициенты усиления энергии G для подкритических систем рис.3.

При сравнении с данными [2,4] для ВВЭР-1000 с минимальным r_0 можно прийти к выводу о некотором ухудшении данных характеристик. Однако это ухудшение не столь значительно и, на наш взгляд, вполне допустимо, если учесть принципиальное преимущество рассмотренной системы в максимальной выделяемой мощности. Так, при k_{eff} = 0,98 коэффициент усиления G для новой системы составляет 59,3, т.е. на питание ускорителя должно уходить менее 1,7% вырабатываемой реактором мощности 972 МВт. При k_{eff} = 0,96 эта цифра возрастает всего лишь вдвое, что также может оказаться приемлемым с учетом $W_{max}\approx$ 900 МВт (см. рис.3) и роста безопасности системы.

Аналогичные закономерности обнаруживаются и для подкритических реакторов на базе ВВЭР-440. Здесь, например, значение k_{eff} = 0,98 достигается при радиусе кадмиевого экрана r_0 = 21,3 см, обеспечивающего при тех же условиях предельную электрическую мощность W_{max} = 432 МВт при токе ускорителя I_{max}= 2,26 мА и коэффициенте усиления G = 66,3.

В целом, как следует из приведенных результатов, использование простого элемента конструкции – кадмиевого экрана необходимого радиуса позволяет устранить наиболее существенные недостатки однореакторных подкритических систем на основе ВВЭР при незначительном ухудшении экономичности и сохранении всех остальных преимуществ. На наш взгляд, такие системы могут быть реализованы в ближайшем будущем, с учетом того

факта, что постройка протонных ускорителей с требуемыми параметрами не должна вызвать серьезных проблем [12]. Очевидно также, что дальнейшее уточнение результатов данной работы в многогрупповом подходе с Монте-Карло моделированием нейтронных потоков [8-11] не приведет к качественной переоценке представленных выводов. (В качестве довода можно сослаться на принципиальное согласие предварительных данных [6,7] с результатами точных расчетов [8-11]).

ЛИТЕРАТУРА

1. **А.Р.Туманян, А.Г.Худавердян.** Изв. НАН Армении, Физика, **29**, 58 (1994), Атомная энергия, **79**, 748 (1995).
2. **В.М.Жамкочян, А.Г.Худавердян.** Изв. НАН Армении, Физика, **33**, 31 (1998).
3. **В.М.Жамкочян, А.Г.Худавердян.** Изв. НАН Армении, Физика, **33**, 141 (1998).
4. **A.G.Khudaverdyan, V.M.Zhamkochyan.** Preprint ICTP TC/IR/98/1,1998.
5. **П.Н.Алексеев** и др. Препринт ИАЭ-5857/2, 1995. **S.S.Abalin** et al. AIP Conf. Proc. 346. Las-Vegas, July 1994, p.527.
6. **С.А.Бзнуни, В.М.Жамкочян, В.Р.Назарян, А.Г.Худавердян.** Изв. НАН Армении, Физика, **35**, 90 (2000).
7. **С.А.Бзнуни, В.М.Жамкочян, А.Г.Худавердян.** Атомная энергия, **88**, 316 (2000).
8. **С.А.Бзнуни** и др. Препринт ОИЯИ Р2-2001-124, 2001.
9. **С.А.Бзнуни** и др. Атомная энергия, **92**, 344 (2002).
10. **С.А.Бзнуни** и др. Препринт ОИЯИ Р2-2002-105, 2002.
11. **S.A.Bznuni** et al. Journal of Computational Methods in Sciences and Engineering, **2**, 21 (2002).
12. **H.Klein**. Proc. of the 1994 Intern. Linac Conf., 21-26 Aug. 1994. Tsukuba, Japan, v.1, p.322. **A.R.Tumanyan et al.** Nucl. Inst. and Meth., **482**, 1 (2002).
13. **Ю.М.Адо и др.** Атомная энергия, **77**, 300 (1994).
14. **Ф.П.Денисов, В.Н.Мехедов.** Ядерные реакции при высоких энергиях. М., Атомиздат, 1972.
15. **Б.А.Дементьев.** Ядерные энергетические реакторы. М., Энергоатомиздат, 1990.

ՄԻԱՌԵԱԿՏՈՐՈՎ ԷԼԵԿՏՐԱՄԻՋՈՒԿԱՅԻՆ ՀԱՄԱԿԱՐԳԻ ԱԿՏԻՎ ԳՈՏՈՒ ՕՊՏԻՄԱԼ ԴԱՍԱՎՈՐՈՒԹՅԱՆ ԸՆՏՐՈՒԹՅՈՒՆԸ

Ս.Ա. ԲԶՆՈՒՆԻ, Վ.Մ. ԺԱՄԿՈՉՅԱՆ, Ա.Հ. ԽՈՒԴԱՎԵՐԴՅԱՆ

Հետազոտված են ՎՎԷՌ տիպի ռեակտորների երկրաչափական կառուցվածքները, որոնց միջոցով ապահովվում է նեյտրոնային միջին հոսքի աճ ենթակրիտիկական ռեժիմների դեպքում: Ցույց է տրված, որ համապատասխան շառավղով գլանաձև կադմիից կլանիչի օգտագործումը բերում է ռեակտորի հզորության զգալի աճի բավական խոր ենթակրիտիկական ռեժիմների դեպքում:

CHOOSING OF OPTIMAL CONFIGURATION OF THE ACTIVE CORE FOR A ONE-REACTOR ELECTRONUCLEAR SYSTEM

S.A. BZNUNI, V.M. ZHAMKOCHYAN, A.H. KHUDAVERDYAN

Geometrical configurations of VVER-type reactors are investigated which provide the increment of the neutron flux mean value in subcritical regimes. It is shown that the use of the cadmium screen of necessary radius leads to the essential increase in the maximum extracted power at sufficient subcriticality level and standard constructive elements of the active core.

Известия НАН Армении, Физика, т.38, №5, с.342-349 (2003)

УДК 551.463

ИССЛЕДОВАНИЕ СЛАБОКОНТРАСТНЫХ АНОМАЛИЙ МОРСКОЙ ПОВЕРХНОСТИ С ПОМОЩЬЮ ПАНОРАМНОЙ АКТИВНО-ПАССИВНОЙ СОВМЕЩЁННОЙ СИСТЕМЫ

К.С. МОСОЯН, Г.И. МАРИНОСЯН

Научно-производственный институт "Комета"

(Поступила в редакцию 5 июля 2003 г.)

Приведены результаты экспериментального исследования фоновых слабоконтрастных аномалий морской поверхности с помощью восьмилучевой-восьмиканальной совмещенной активно-пассивной панорамной системы. Система обеспечивала контрастную чувствительность 0,1-0,2 дБ и флуктуационную чувствительность 0,1К на элементе разрешения 100×130 м. Построено и проанализировано большое количество гистограмм распределений размеров и контрастов аномальных образований, наблюдаемых в радиолокационном и радиометрическом каналах. Определены условия сходимости распределений размеров аномальных образований к генеральному распределению, показаны возможные границы изменения частных распределений. Показано, что активный и пассивный сигналы частично коррелированы.

Дистанционные радиофизические исследования морской поверхности с помощью радиолокационных и радиометрических устройств в последние десятилетия проводятся весьма активно. Исследование закономерностей рассеянного и собственного излучения морской поверхности в зависимости от гидрофизических параметров, силы и направления ветра, температуры, внутренних волн, степени загрязнения и т.п. при решении ряда народнохозяйственных задач обещает несомненный экономический эффект.

Обычно исследования проводятся и полученные данные обрабатываются отдельно по локационным [1] и теплолокационным [2] наблюдениям. В последние годы возрос интерес к комплексированным, не совмещенным активно-пассивным системам и рассматриваются вопросы оптимальной обработки рассеянных полей и полей собственного радиотеплового излучения [3]. Эффективность решения вышеуказанных задач несомненно повысится при проведении исследований с помощью совмещённых активно-пассивных панорамных систем с высокой фоно-контрастной чувствительностью в активном и флуктуационной чувствительностью в пассивном каналах [4].

В настоящей работе приводятся результаты экспериментального исследования фоновых слабоконтрастных аномалий морской поверхности с помощью 8-милучевой, 8-миканальной совмещенной активно-пассивной пано-

рамной системы 4-х см диапазона волн, разработанной в научно-производственном институте "Комета".

Аппаратура обеспечивает излучение высокочастотной энергии, прием, регистрацию рассеянного и собственного излучения подстилающей поверхности параллельно по 8-ми каналам. Каналы организованы так, что каждый является общим для активного и пассивного сигналов, т.е. активный (рассеянный) и пассивный (собственное излучение) сигналы принимаются одновременно из одной и той же области подстилающей поверхности на одной и той же частоте, проходят через антенно-фидерный тракт, СВЧ приёмное устройство и разделяются только после предварительного усиления на сверхвысоких частотах. В СВЧ и низкочастотном блоках предприняты специальные меры для разделения активного и пассивного сигналов.

Приёмно-передающие устройства каждого канала выполнены в гибридно-интегральном исполнении и имеют очень малые размеры. Все восемь каналов размещаются под рефлектором антенны. Рефлектор 8-милучевой антенны представляет собой усечённое сферо-параболическое зеркало (прямоугольная вырезка из параболического тороида). Такой профиль позволяет получить фокальную линию, вдоль которой расположена система рупорных облучателей, формирующих в одной плоскости 8 независимых лучей. Рупоры запитываются через устройство разводки, собранное на квадратных волноводах. В антенно-фидерный тракт встроены также ферритовые вращатели плоскости поляризации.

При решении многих из вышеперечисленных задач особенно важное место занимают исследования статистических характеристик естественных фоновых образований. С помощью активно-пассивной панорамной системы были проведены многочисленные радиолокационные и радиотепловые измерения естественного морского фона. Самолёт летал на высотах от 200 м до 1 км. Обработке подвергались записи, полученные на участках полёта без крена и тангажа. Поскольку точность измерения контрастов в радиолокационном канале аппаратуры составляла 0,1...0,2 дБ (при постоянной времени накопления τ = 1с и разрешении на поверхности r = 100...130 м) при построении гистограмм учитывались только неоднородности фона с контрастом больше 0,5 дБ и протяженностью свыше 500 м. В радиотепловом канале учитывались контрасты, превышающие по абсолютной величине порог 0,5 К.

Фоновые исследования проводились на Черном море при температуре ~22^{0}С и солености S ~18%, на Тихом океане при температуре ~18^{0}С, S ~35%. Общая статистика составляла 24 галса с общей протяженностью 1150 км для Черного моря и 46 галсов протяженностью 2800 км на Тихом океане.

Все регистрограммы фоновых галсов, полученные на Черном море, были разделены на две группы, в зависимости от степени взволнованности моря, и по ним определялись средние значения контрастов неоднородностей и их протяженность.

В качестве аномальных образований рассматривались участки регис-

трограмм радиолокационных (РЛ) и радиометрических (РМ) сигналов, в которых уровень сигналов превышал (положительный контраст) или не достигал (отрицательный контраст) среднефонового уровня. Значения радиолокационных ($\Delta\sigma$) и радиотепловых (ΔT_b) контрастов определялись по формулам

$$\Delta\sigma = 10\lg\left(\frac{\bar{x}}{\bar{x}_\phi}\right), \qquad \Delta T_b = (\bar{y} - \bar{y}_\phi)\frac{\beta_k}{y_k},$$

где $\bar{x}$ и $\bar{y}$ – средние значения амплитуд РЛ и РМ сигналов в аномальном образовании, а $\bar{x}_\phi$ и $\bar{y}_\phi$ – среднефоновые уровни РЛ и РМ сигналов для галса, β_k и y_k – параметры калибровочного сигнала на регистрограмме.

Были построены гистограммы распределений размеров L и контрастов k_σ (k_σ=$\Delta\sigma$) аномальных образований, наблюдаемых в радиолокационном канале, при скорости ветра 2÷5 м/с и 8÷14 м/с, для Черного моря. Анализ гистограмм (рис.1 и 2) показывает, что при слабом волнении, при скорости ветра от 2 до 5 м/с, наиболее вероятные размеры неоднородностей морского фона сосредоточены в интервале 0,5÷2,5 км, при средних контрастах 1,5 дБ. С увеличением волнения, при скоростях ветра U=8÷14 м/с, протяженность их несколько уменьшается (до 2 км), а контрастность растет (k_σ = – 2,0 ÷ +1,7).

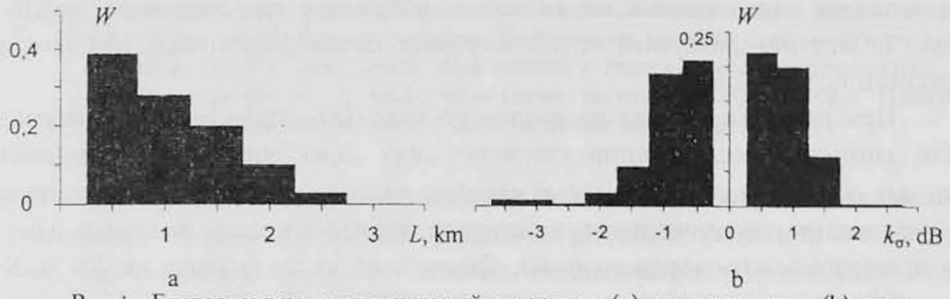


Рис.1. Гистограммы распределений размеров (a) и контрастов (b) аномальных образований фона при слабом волнении (U=2÷5 м/с). W – число аномальных образований в интервале ΔL или Δk_σ, отнесенное к общему числу аномалий.

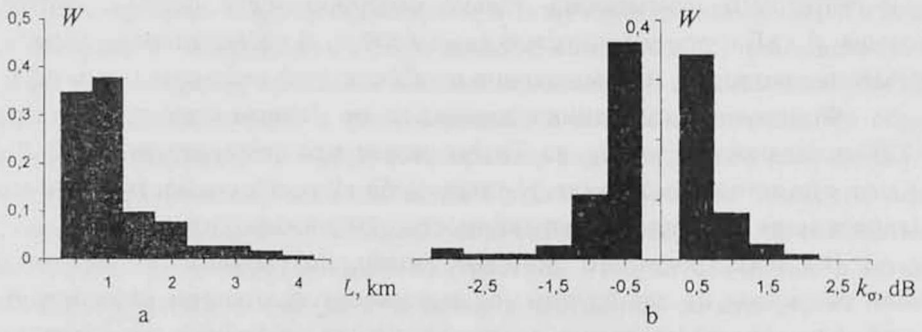


Рис.2. Гистограммы распределений размеров (a) и контрастов (b) аномальных образований фона при среднем волнении (U=8÷14 м/с).

При этом средняя протяженность неоднородностей для слабого волнения составляет M/L =1,2 км, а среднеквадратичное значение σ/L = 0,63 км. При среднем волнении соответственно имеем M/L =1,0 км, σ/L =0,5 км. Для распределений контрастов следует: $M(k_\sigma) = 0$, $\sigma(k_\sigma) = 0{,}6$ дБ для слабого волнения, $M(k_\sigma) = 0$, $\sigma(k_\sigma) = 1{,}1$ дБ для среднего волнения.

Из рассмотрения гистограмм видно, что при увеличении абсолютных значений контрастов и пространственных размеров неоднородностей наблюдается резкое уменьшение вероятности их появления.

Сопоставительный анализ распределений размеров и контрастов аномальных образований показал, что для акватория Тихого океана наблюдается заметное различие, заключающееся в большей протяженности (до 15... 20 км) и контрастности. Анализ условных распределений контрастов неоднородностей при фиксированных размерах и различных скоростях ветра показал, что условные распределения приближенно описываются гауссовским законом.

При штилевой погоде неоднородности морского фона, наблюдаемые в радиолокационном канале под углами 40...60^0, обусловлены, в основном, нестационарностью ветрового поля. Возникающая при этом рябь приводит к резкому увеличению отраженного сигнала, которая регистрируется в виде сильноконтрастных образований со значением контрастов до 10 дБ и более. Пространственные размеры этих неоднородностей могут составлять от нескольких сотен метров до нескольких километров.

Оценка «поперечных» (поперек трассы полета) размеров неоднородностей фона производилась по наблюдаемости в соседних лучах, каждая из которых представляла собой одномерную реализацию поля распределений. Почти всегда неоднородности фона наблюдались во всех 8-ми лучах аппаратуры, пространственная разнесенность (зона обзора) которых равнялась высоте полета и составляла порядка 1 км. Вследствие этого можно заключить, что подавляющее большинство неоднородностей естественного морского фона представляют собой крупномасштабные образования с характерными размерами, большими (0,7...1) км.

В ходе специальных экспериментов на Чёрном море оценивалась сходимость частных распределений к генеральному, соответствующему конкретным условиям волнения, и определялись границы возможных изменений этих распределений. С целью определения минимального количества галсов или эквивалентной площадки морской поверхности, на которой частные, одномерные распределения размеров сходятся к генеральному, отдельно для положительных и отрицательных контрастных образований фона были построены гистограммы, усредненные по 12 реализациям (рис.3).

Там же приведены границы возможных отклонений частных распределений. Их сравнение показывает, что имеется некоторое различие по размерам для отрицательных и положительных контрастов. Неоднородности фона с отрицательной контрастностью несколько более протяженные. Анализ

подобных распределений, полученных для различных условий волнения при скоростях ветра от 3 до 12 м/с, показал, что для сходимости частных распределений к генеральному с ошибкой, не превышающей 10%, необходимо, по крайней мере, усреднение по 12...15 галсам.

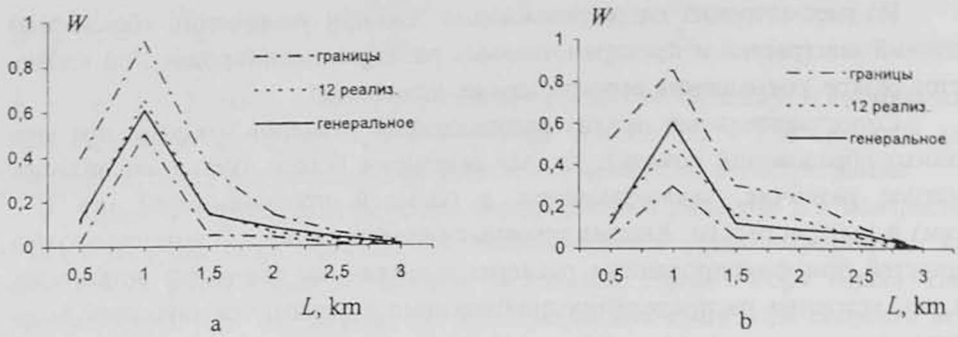


Рис.3. Возможные границы изменений частных распределений, сравнительные характеристики распределений, усредненных по 12 реализациям, генеральные распределения для положительных (a) и отрицательных (b) контрастных образований фона.

В радиотепловом канале на средних углах также наблюдается значительная неоднородность морского фона. Пространственная и временная неоднородность ветрового поля, температуры воды, степени загрязнения, наличия сликов (визуально наблюдаемых «выглаженных» участков поверхности), пены и т.д. приводят к изменению радиоизлучения и образованию на морском фоне большого количества радиотепловых контрастных образований, размеры которых достигают нескольких километров. Контрасты радиояркостной температуры на вертикальной поляризации, в основном, сосредоточены в интервале от –1,5 К до +1,5К. Максимальные же наблюдаемые контрасты достигают 4 К на вертикальной поляризации и 6К на горизонтальной. Эти результаты хорошо согласуются с расчетными данными, согласно которым на углах 45...50^0 при изменении ветра от 0 до 8 м/с ветровые приращения составляют 2...4К на вертикальной поляризации и 5...6К на горизонтальной [4].

Установлено, что статистика распределений радиотепловых неоднородностей весьма слабо зависит от состояния волнения. На рис.4 приведены гистограммы распределений контрастов $k_T (k_T = \Delta T_b)$ и размеров радиотепловых неоднородностей фона.

Наиболее вероятные размеры и контрасты образований фона при слабом и умеренном волнении составляют 0,6...1,5 км и ±(0,5...1,5)К. Сходимость частных распределений по размерам и контрастам к генеральным в радиотепловом канале такая же, как и в радиолокационном, т.е. для достижения в пределах 10% генеральной статистики необходимо усреднение примерно 12...15 галсов протяженностью 25÷30 км.

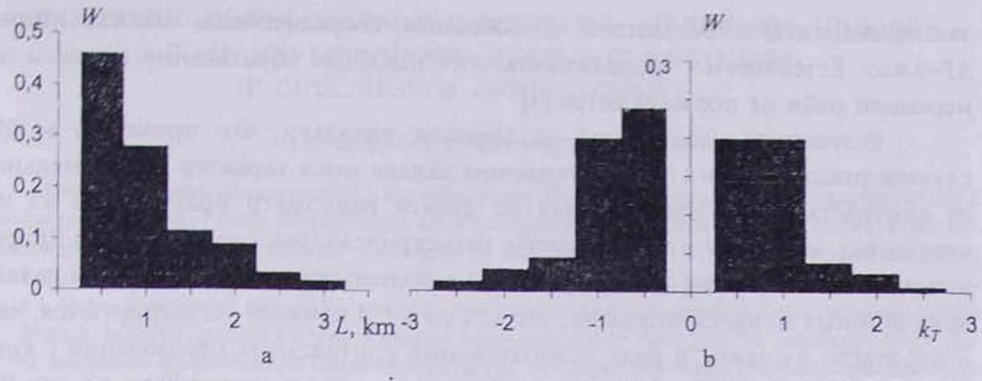


Рис.4. Гистограммы распределений размеров (a) и контрастов (b) радиотепловых аномалий морского фона.

Эксперименты с сопоставлением радиотепловых образований морского фона с визуальными наблюдениями показали, что пенные образования регистрировались в виде положительных приращений радиояркостной температуры, величина которых пропорциональна площади, занимаемой пенной областью, а также зависит от толщины и структуры пены. При слабом и умеренном волнении измеренные всплески радиотеплового сигнала не превышают нескольких градусов.

Так как аппаратура позволяла одновременно получать РЛ и РМ изображения морской поверхности, то представляло интерес исследование вопроса о взаимосвязи радиолокационных и радиотепловых контрастных образований.

Совместное рассмотрение результатов РЛ и РМ наблюдений показало, что относительное число аномалий, регистрируемых только в РЛ канале или только в РМ канале, достаточно большое и составляет примерно 80% для Черного моря и 63% для Тихого океана. При сильной нестационарности фона относительное число аномалий, регистрированных только в РЛ или РМ каналах составляет примерно 40% от общего числа аномалий. Кроме того, анализ результатов, полученных при скорости ветра 5-7 м/с, показал, что аномальные образования, одновременно регистрируемые в РЛ и РМ каналах на вертикальной поляризации, не всегда подчиняются условию одинаковости знаков радиолокационных и радиотепловых контрастов. Этот результат вполне объясним в рамках двухмасштабной модели и расчетных активно-пассивных корреляционных связей, приведенных в [4], откуда следует, что коэффициент корреляции зависит от скорости ветра и степени взволнованности морской поверхности. Помимо этого аномалии могут быть вызваны не только изменением мелкомасштабной структуры волнения, но также и влиянием крупной структуры, нефтяных пленок, загрязнений и т.д.

Сопоставление значений контрастов всех аномалий, обнаруженных в РЛ и РМ каналах при штилевой погоде, показало, что имеет место достаточно уверенная корреляция между ними. На плоскости $\Delta T \leftrightarrow \Delta\sigma$ полученные

экспериментально результаты в основном сосредоточены вблизи линии $\Delta T \approx 0.4\Delta\sigma$. Естественно предположить, что подобные образования вызваны генерацией ряби от порывов ветра [4].

Результаты наблюдений за сликами показали, что примерно в 50% случаев отклик на них в радиотепловом канале имел характер положительного контраста. В четырех случаях из десяти радиометр практически их не чувствовал, и только в одном случае регистрировалось отрицательное приращение. Сопоставление этих результатов с соответствующими данными радиолокационных каналов показало, что слики в РЛ каналах регистрируются, как и следовало ожидать, в виде отрицательных контрастных образований с контрастом от –2 до –4 дБ. Вероятным объяснением здесь может быть то, что РЛ канал, при данном угле наблюдения, преимущественно реагирует на изменения мелкомасштабной компоненты волнения, в то время как РМ канал реагирует не только на рябь, но и на наличие пленок поверхностно активных веществ, в том числе и нефтяных. Возможно, именно наличие нефтяной пленки привело к тому, что в некоторых экспериментах по наблюдению сликов отрицательному контрасту в РЛ канале соответствовал положительный контраст в РМ канале. Естественно, при таких простейших случаях декорреляции РЛ и РМ сигналов при обучении системы возможно определить характер аномалий.

Анализ полученных нами результатов позволяет сделать следующие выводы. На морской поверхности существует множество аномальных образований естественного происхождения. Значительная часть этих аномалий (~60%) наблюдается только в одном из каналов: либо в РЛ канале, либо в РМ канале. Пространственные размеры фоновых аномалий сосредоточены в интервале 0,5÷2,5 км, а в некоторых случаях могут достигать 35...40 км. Величина РЛ контрастов фоновых образований может изменяться в пределах от 6 до +3,5 дБ. Величина РМ контрастов фоновых аномалий может составлять от –3 до +2 К. Условные распределения контрастов приближенно описываются гауссовским законом. Использование активно-пассивной одновременной радиолокации даёт возможность определить класс слабоконтрастных аномалий на морской поверхности, а в некоторых простейших случаях при обучении системы можно определить характер аномалий.

Сигналы активного и пассивного каналов нельзя считать независимыми, они до 40% коррелированы.

ЛИТЕРАТУРА

1. **М.И.Митигна, В.Г.Пунгин** и др. Известия АН СССР, ФАО, **5**, 37 (1991).
2. **В.Е.Венславский, Н.М.Масленников** и др. Исследование Земли из космоса, **5**, 25 (1990).
3. **В.К.Волосюк, В.Ф.Кравченко**. Зарубежная радиоэлектроника. Успехи современной радиоэлектроники. № 2 (2002).
4. **Г.Г.Бахшян, Г.И.Мариносян, К.С.Мосоян**. Изв. вузов, Радиофизика, **34**, 630 (1991).

ՄԻԱՎՈՐՎԱԾ ԱԿՏԻՎ-ՊԱՍԻՎ ՊԱՆՈՐԱՄԱՅԻՆ ՀԱՄԱԿԱՐԳԻ ՄԻՋՈՑՈՎ ԾՈՎԻ ՄԱԿԵՐԵՎՈՒՅԹԻ ԹՈՒՅԼ ԿՈՆՏՐԱՍՏԱՅԻՆ ԱՆՈՄԱԼԻԱՆԵՐԻ ՀԵՏԱԶՈՏՈՒԹՅՈՒՆԸ

Կ.Ս. ՄՈՍՈՅԱՆ, Գ.Ի. ՄԱՐԻՆՈՍՅԱՆ

Բերված են ութճառագայթային և ութկանալային միավորված ակտիվ-պասիվ պանորամային համակարգի միջոցով ծովի մակերևույթի թույլ-կոնտրաստային անոմալիաների փորձնական հետազոտությունների արդյունքները: Համակարգը ապահովում է 0,1 – 0,2 դԲ կոնտրաստային և 0,1K ֆլուկտուացիոն զգայունություններ 100x130մ տարբերակիչ էլեմենտների դեպքում: Կառուցված և հետազոտված են մեծ քանակությամբ ռադիոլոկացիոն և ռադիոմետրային անոմալիաների չափերի և կոնտրաստների բաշխվածության հիստոգրամներ: Որոշված են անոմալիաների չափերի բաշխման զուգամիտման պայմանները: Ցույց են տրված մասնակի բաշխման սահմանների հնարավոր փոփոխությունները: Փորձնականորեն հաստատված է, որ ակտիվ և պասիվ ազդանշանները մասնակի կորելացված են:

INVESTIGATION OF THE MARINE SURFACE WEAK-CONTRASTING ANOMALIES BY PANORAMIC COMBINED ACTIVE-PASSIVE SYSTEM

K.S. MOSOYAN, G.I. MARINOSYAN

The results of experimental investigation of the sea surface weak-contrasting anomalies by the eight beam–eight channel combined active-passive panoramic system are presented. It provides the contrast sensitivity 0.1-0.2 dB and fluctation sensitivity 0.1K on the element of resolving power 100×130 m. A lot of histograms of distributions of sizes and contrasts of abnormal formations, observed in radio-locating and radiometric channels are constructed and analyzed. The possible boundaries of marginal distribution changes are shown. It is shown that active and passive signals are partly correlated.

ԲՈՎԱՆԴԱԿՈՒԹՅՈՒՆ

Վ.Ռ.Ղազարյան, Ա.Մ.Իշխանյան. Ոչ-Նաթանզոնյան պոտենցիալների մի ընտանիք Դիրակի ռադիալ հավասարման համար. 283
Ա.Ա.Սահարյան, Ա.Ս.Քոթանջյան. Դիէլեկտրական նյութով լցված գլանային ալիքատարի ներսում օսցիլյատորի ճառագայթումը. 288
Վ.Հ.Քոչարյան. Տորոիդային ռեզոնատորի գրգռումը նրանում պտտվող լիցքի ստեղծած հոսանքով. 300
Բ.Վ.Խաչատրյան. Կամայական արագություններով շարժվող լիցքավորված մասնիկների համակարգի ճառագայթումը. 308
Հ.Ս.Երիցյան, Հ.Մ.Առաքելյան. Բաց ալիքային վեկտորների մակերևույթով միառանցք բյուրեղների օպտիկան: «Լույսի կանգառքի» կոնը. 312
Ն.Ա.Ղորխմազյան, Ն.Ն.Ղորխմազյան, Ն.Է.Բաբաջանյան. Ճառագայթման տեսությունը բյուրեղային օնդուլյատորներում. 320
Ա.Հ.Աբոյան, Ա.Ա.Խզարջյան. Ռենտգենյան դիֆրակցիոն Սուարի պատկերների տեսանելիության հետազոտությունը քառաբյուրեղ եռակի ինտերֆերաչափով. 326
Ս.Ա.Բզնունի, Վ.Մ.Ժամկոչյան, Ա.Հ.Խուդավերդյան. Միառեակտորային էլեկտրամիջուկային համակարգի ակտիվ գոտու օպտիմալ դասավորության ընտրությունը. . . 335
Կ.Ս.Մոսոյան, Գ.Ի.Մարիննոսյան. Միավորված ակտիվ-պասիվ պանորամային համակարգի միջոցով ծովի մակերևույթի թույլ կոնտրաստային անոմալիաների փորձնական հետազոտությունը. 342

CONTENTS

V.R.Ghazaryan, A.M.Ishkhanyan. A non-Natanzon family of potentials for the radial Dirac equation. 283
A.A.Saharian, A.S.Kotanjian. Radaition from an oscillator inside a cylindical waveguide with dielectric filling. 288
V.G.Kocharyan. Excitation of a toroidal resonator by the current of a rotating particle
B.V.Khachatryan. Radiation from a system of charged particles moving with arbitrary velocities. 300
H.S.Eritsyan, H.M.Arakelyan. Optics of uniaxial crystals with open surfaces of wave vectors. "Light stopping" cone. 308
N.A.Korkhmazyan, N.N.Korkhmazyan, N.E.Babajanyan. Theory of radiation in crystalline undulators. 320
A.O.Aboyan, A.A.Khzardzhyan. Investigation of visibility of X-ray diffraction moire patterns by a triple four-crystal interferometer. 326
S.A.Bznuni, V.M.Zhamkochyan, A.H.Khudaverdyan. Choosing of optimal configuration of the active core for a one-reactor electronuclear system. 335
K.S.Mosoyan, H.B.Petrosyan. Investigation of the marine surface weak-contrasting anomalies by panoramic combined active-passive system. 342

СОДЕРЖАНИЕ

В.Р.Казарян, А.М.Ишханян. Не-Натанзоново семейство потенциалов для радиального уравнения Дирака. 283

А.А.Саарян, А.С.Котанджян. Излучение осциллятора внутри цилиндрического волновода с диэлектрическим наполнением. 288

В.Г.Кочарян. Возбуждение тороидального резонатора током вращающейся частицы. 300

Б.В.Хачатрян. Излучение системы заряженных частиц, движущихся с произвольными скоростями. 308

О.С.Ерицян, О.М.Аракелян. Оптика одноосных кристаллов с открытой поверхностью волновых векторов. Конус "остановки света". 312

Н.А.Корхмазян, Н.Н.Корхмазян, Н.Э.Бабаджанян. Теория излучения в кристаллических ондуляторах. 320

А.О.Абоян, А.А.Хзарджян. Исследование видимости рентгеновских дифракционных муаровых картин трехкратным четырехкристальным интерферометром. 326

С.А.Бзнуни, В.М.Жамкочян, А.Г.Худавердян. Выбор оптимальной конфигурации активной зоны для однореакторной электроядерной системы. 335

К.С.Мосоян, Г.И.Мариносян. Исследование слабоконтрастных аномалий морской поверхности с помощью панорамной активно-пассивной совмещённой системы. 342

Тираж 150. Сдано в набор 5.08.2003.
Подписано к печати 29.08.2003. Печ. л. 4,5.
Бумага офсетная. Цена договорная.

Типография НАН РА.
375019, Ереван, пр. Маршала Баграмяна, 24.