

ФИЗИКА • ՖԻԶԻԿԱ • PHYSICS



ИЗВЕСТИЯ
НАЦИОНАЛЬНОЙ АКАДЕМИИ НАУК АРМЕНИИ

ՏԵԽՆԻԿԱԿԱՆ
ՀԱՅԱՍՏԱՆԻ ՊԵՏԱԿԱՆԱԿԱԴԵՄԻԱՅԻ ՈՍԿԱՐԻԿ ԳԻՏԱԿԱՆ ԺՈՐՈՒՅԻՆ

PROCEEDINGS
OF NATIONAL ACADEMY OF SCIENCES OF ARMENIA

ՀԱՅԱՍՏԱՆԻ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ
ԱԶԳԱՅԻՆ ԱԿԱԴԵՄԻԱ

НАЦИОНАЛЬНАЯ АКАДЕМИЯ
НАУК АРМЕНИИ

ՏԵՂԵԿԱԳԻՐ ИЗВЕСТИЯ
ՖԻԶԻԿԱ ФИЗИКА

ՀԱՏՈՐ ТОМ

38

№ 1

ՀԱՅԱՍՏԱՆԻ ԳԱՍ ՀՐԱՏԱՐԱԿՉՈՒԹՅՈՒՆ
ԵՐԵՎԱՆ

ИЗДАТЕЛЬСТВО НАН АРМЕНИИ
ЕРЕВАН

2003

Журнал издается с 1966 г.
Выходит 6 раз в год
на русском и английском языках

РЕДАКЦИОННАЯ КОЛЛЕГИЯ

В. М. Арутюнян, главный редактор
Э. Г. Шароян, зам. главного редактора
А. А. Ахумян
Г. А. Вартапетян
Э. М. Казарян
А. О. Меликян
А. Р. Мкртчян
Д. Г. Саркисян
Ю. С. Чилингарян
А. А. Мирзаханян, ответственный секретарь

ԽՄԲԱԳՐԱԿԱՆ ԿՈՒԵԳԻԱ

Վ. Մ. Հարությունյան, գլխավոր խմբագիր
Է. Գ. Շառոյան, գլխավոր խմբագրի տեղակալ
Ա. Ա. Հախումյան
Հ. Հ. Վարդապետյան
Է. Մ. Ղազարյան
Ա. Հ. Մելիքյան
Ա. Ռ. Սկրտչյան
Գ. Հ. Սարգսյան
Յու. Ս. Չիլինգարյան
Ա. Ա. Միրզախանյան, պատասխանատու քարտուղար

EDITORIAL BOARD

V. M. Aroutiounian, editor-in-chief
E. G. Sharoyan, associate editor
A. A. Hakhumyan
H. H. Vartapetian
E. M. Ghazaryan
A. O. Melikyan
A. R. Mkrtchyan
D. H. Sarkisyan
Yu. S. Chilingaryan
A. A. Mirzakhanyan, executive secretary

Адрес редакции: Республика Армения, 375019,
Ереван, пр. Маршала Баграмяна, 24-г.

Խմբագրության հասցեն՝ Հայաստանի Հանրապետություն,
375019, Երևան, Մարշալ Բաղրամյան պող., 24-գ:

Editorial address: 24-g, Marshal Bagramyan Av.,
Yerevan, 375019, Republic of Armenia.

К СВЕДЕНИЮ АВТОРОВ

В журнале печатаются статьи и краткие сообщения авторов по всем разделам современной физики на русском и армянском языках. Редакция просит авторов при направлении статей придерживаться следующих правил.

1. Статьи, поступающие в редакцию, должны иметь направление от учреждения, в котором выполнена работа, а также акт экспертизы. Название учреждения приводится перед текстом статьи после фамилий авторов.

2. Объем каждой статьи не должен превышать 10 страниц, а краткого сообщения — 3 страниц текста и 2 рисунков. Работы необходимо представлять в двух экземплярах, отпечатанных на машинке или на принтере через 2 интервала.

3. Тексту каждой статьи предшествует индекс УДК, проставленный в левом верхнем углу. Непосредственно перед текстом статьи или краткого сообщения после заглавия помещается аннотация. К работам, представленным на русском языке, должны быть приложены резюме на армянском и английском языках.

4. Следует ограничиваться минимальным количеством рисунков и фотографий. Их размеры не должны превышать 10×15 см. Они должны быть представлены в двух экземплярах, на обороте рисунков необходимо указать фамилии авторов, название статьи и номер рисунка. Подписи к рисункам должны быть собраны на отдельном листе.

5. Формулы следует вписывать четко и крупно, их нумерация должна быть сплошной по всей статье. Греческие буквы надо подчеркивать снизу красной чертой. Векторы не следует помечать стрелкой сверху, а следует подчеркивать снизу синей чертой. В тех случаях, когда заглавные и строчные буквы одинаковы и отличаются только размерами, необходимо в формулах заглавные буквы подчеркивать снизу двумя черточками, а строчные — двумя черточками сверху.

6. Цитируемая литература должна даваться общим списком в конце статьи. В тексте ссылка приводится цифрой в прямых скобках в порядке упоминания в статье. В списке литературы необходимо указать: для книг — инициалы и фамилию автора, название книги, место издания, издательство, год издания; для периодических изданий — инициалы и фамилию автора, название журнала, том, номер выпуска, первую страницу и год издания.

7. Статья должна быть подписана всеми авторами. Необходимо также приложить точный адрес, фамилию, имя, отчество автора и адрес учреждения, где выполнена работа.

8. В случае возвращения автору его рукописи для доработки датой поступления считается день получения редакцией окончательного варианта статьи.

9. Редакция посылает автору одну корректуру. Корректурa с подписью автора и датой ее подписания должна быть выслана в редакцию в течение суток с момента ее получения.

Статьи, в которых не соблюдены указанные правила, к рассмотрению приниматься не будут.

Адрес редакции "Известий НАН Армении, Физика": Республика Армения, 375019, Ереван, пр. Маршала Баграмяна, 24-г. Тел. 56-80-67.

УДК 539.1

АНОМАЛЬНАЯ ПРОНИЦАЕМОСТЬ БЛОХОВСКИХ СОСТОЯНИЙ ВБЛИЗИ ВЕРШИН ПЕРИОДИЧЕСКОГО ПОТЕНЦИАЛА

А.Ж. МУРАДЯН, Г.А. МУРАДЯН

Ереванский государственный университет

(Поступила в редакцию 26 апреля 2002 г.)

Рассмотрены стационарные (блоховские) состояния частицы в поле периодического потенциала бипараболической формы. Получено, что с уменьшением энергии в пределах одной энергетической зоны волновая функция частицы в подбарьерной части периодического потенциала не уменьшается, как следовало бы ожидать исходя из однобарьерных закономерностей, а, наоборот, растет. Это "аномальное" поведение есть прямое следствие суперпозиции вероятностных волн, отраженных от и проходящих через периодически повторяющиеся потенциальные барьеры.

1. Введение

Блоховские функции составляют основу теории периодических систем, в частности, физики кристаллических твердых тел [1] и оптических кристаллов [2]. С целью высокоточной аппроксимации потенциала периодической стоячей волны (синусоидального потенциала) одним из авторов была предложена бипараболическая форма [3], блоховские функции которой выражаются через вырожденные гипергеометрические функции. Такое приближение для потенциала было использовано при вычислении скорости спонтанного излучения в поле стоячей волны в работе [4], где показано наличие пространственной анизотропии в излучении, а также для вычисления критической температуры Бозе-Эйнштейновской конденсации идеального газа в периодическом поле в [5], где выявлено понижение этой температуры с углублением потенциала.

В настоящей работе бипараболический периодический потенциал используется для исследования самих блоховских функций – более конкретно, для анализа закономерностей поведения волновых функций подбарьерных состояний при изменении энергии частицы в близлежащих к потенциальным вершинам энергетических зонах. В случае единичного потенциального барьера или при переходе из одной зоны в другую в случае периодического потенциала эта закономерность общеиз-

вестна: подбарьерные волновые функции уменьшаются с уменьшением энергии частицы. Нами же рассматриваются и сопоставляются изменения волновых функций внутри одной и той же энергетической зоны. Как ни странно, этот вопрос выпал из поля зрения исследователей; во всяком случае, в доступной нам научной литературе нам не удалось найти работ, касающихся данной проблемы. Аргументом для исследования этого вопроса является для нас то, что блоховские состояния образуются за счет интерференции проходящих и отраженных де бройлевских волн частицы от многих (в пределе – бесконечного числа) потенциальных барьеров и, следовательно, в установлении закономерностей, помимо энергии, существенную роль играет также интерференция. Следует отметить, что отражение и интерференция подбарьерных волн имеют место и в случае одного потенциального барьера, однако амплитуды волн при этом сильно отличаются, эффективность интерференции мала и доминирующей является энергетическая закономерность. В случае же периодического потенциала, когда имеют место многократные наложения волн от разных барьеров, доминирующей, особенно в пределах одной и той же зоны, может оказаться интерференционная закономерность, и если она не совпадает с энергетической, то тогда и общая закономерность будет отличаться от известной (энергетической). Наши расчеты показывают, что действительно, при уменьшении энергии частицы в пределах определенной зоны волновая функция (вероятность нахождения) в подбарьерной области не уменьшается, как следовало бы ожидать исходя из энергетических соображений, а наоборот, растет. При этом, как и предполагалось, темп роста наибольший для зон, близлежащих к вершинам периодического потенциала.

2. Бипараболический потенциал и приближение околовершинных блоховских состояний

Стационарное уравнение Шредингера исследуемой задачи можно записать в стандартной форме

$$\left[\frac{d^2}{dz^2} + E - V(z) \right] \psi(z) = 0, \quad (1)$$

где координата частицы $\bar{z}$ нормирована на период потенциала L с коэффициентом 2π ($z = 2\pi \bar{z} / L = k\bar{z}$, k есть постоянная обратной одномерной решетки), а полная энергия E и потенциальная энергия $V(z)$ нормированы на квант энергии отдачи решетки $E_r = \hbar^2 k^2 / 2M$, где M – масса частицы. Выбирая для удобства нулевую энергию на уровне минимумов потенциальной энергии, бипараболический потенциал можно записать в виде (см. более подробно [5] или [3])

$$V(z) = \frac{1+(-1)^m}{2} V - (-1)^m \chi(z - m\pi)^2, \quad (2)$$

где $V(z)$ – высота периодического потенциала, $\chi = 2V/\pi^2$, $m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$, а z для определенного m лежит в пределах $(m-1/2)\pi \leq z \leq (m+1/2)\pi$. Вид потенциала показан на рис.1, где область I (и подобные ей) будем в дальнейшем называть ямоподобной, а область II (и подобные ей) – барьероподобной.

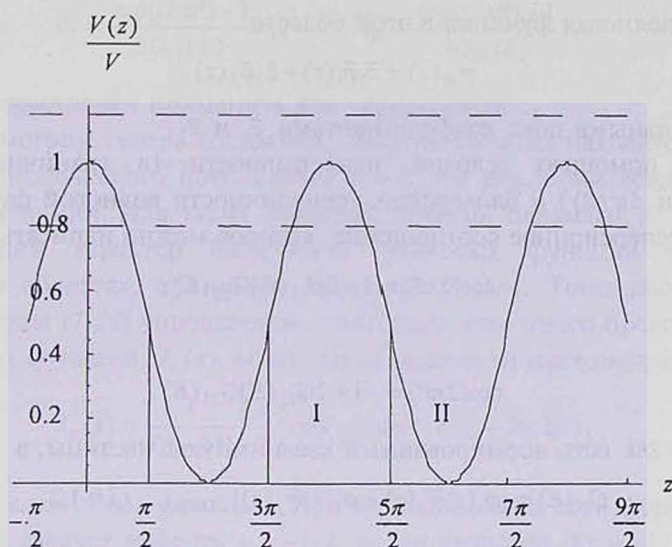


Рис.1. Вид бипараболического потенциала с указанием ямоподобной (I) и барьероподобной (II) областей.

Линейно-независимые решения уравнения (1) (блоховские состояния) в ямоподобной области I записываются в виде [3,5]

$$\varphi_1(z) = \exp(-\sqrt{\chi} z_1^2 / 2) \Phi(\alpha, 1/2; \sqrt{\chi} z_1^2), \quad (3)$$

$$\varphi_2(z) = z_1 \exp(-\sqrt{\chi} z_1^2 / 2) \Phi(\alpha + 1/2, 3/2; \sqrt{\chi} z_1^2), \quad (4)$$

где $z_1 = z - \pi$, $\pi/2 \leq z \leq 3\pi/2$, $\Phi(.,.;.)$ – вырожденная гипергеометрическая функция,

$$\alpha = \frac{1}{4} \left(1 - \frac{E}{\sqrt{\chi}} \right). \quad (5)$$

Полная волновая функция при этом будет

$$\psi_I(z) = c_1 \varphi_1(z) + c_2 \varphi_2(z), \quad (6)$$

где c_1 и c_2 – неизвестные пока постоянные коэффициенты.

Аналогичные решения в барьероподобной области II имеют вид

$$\bar{\varphi}_1(z) = \exp(i\sqrt{\chi}z_2^2/2)\Phi(\beta, 1/2; -i\sqrt{\chi}z_2^2), \quad (7)$$

$$\bar{\varphi}_2(z) = z_2 \exp(i\sqrt{\chi}z_2^2/2)\Phi(\beta + 1/2, 3/2; -i\sqrt{\chi}z_2^2), \quad (8)$$

где $z_2 = z - 2\pi$, $3\pi/2 \leq z \leq 5\pi/2$,

$$\beta = \frac{1}{4}(1 - i\frac{E - V}{\sqrt{\chi}}), \quad (9)$$

а полная волновая функция в этой области

$$\psi_{II}(z) = \bar{c}_1 \bar{\varphi}_1(z) + \bar{c}_2 \bar{\varphi}_2(z), \quad (10)$$

с произвольными пока коэффициентами $\bar{c}_1$ и $\bar{c}_2$.

С помощью условий непрерывности (в граничных точках $z = 3\pi/2$ и $5\pi/2$) и блоговской периодичности волновой функции получаем дисперсионное соотношение, которое можно написать в виде

$$\cos(2\pi P) = 1 + 2G_{11}(E)G_{22}(E), \quad (11a)$$

или

$$\cos(2\pi P) = -1 + 2G_{12}(E)G_{21}(E), \quad (11b)$$

где $P = p/2\hbar k$ есть нормированный квазиимпульс частицы, а

$$G_{ij}(E) = \{\varphi_i(z)\bar{\varphi}_j'(z) + \varphi_i'(z)\bar{\varphi}_j(z)\}_{z=\pi/2}, \quad i, j = 1, 2. \quad (12)$$

Те же условия, дополненные условием нормировки

$$\int_{\pi/2}^{3\pi/2} |\psi_I(z)|^2 dz + \int_{3\pi/2}^{5\pi/2} |\psi_{II}(z)|^2 dz = 1, \quad (13)$$

определяют и все коэффициенты $c_{1,2}$ и $\bar{c}_{1,2}$.

Граничные значения энергетических зон, согласно (11a) и (11b), определяются как решения трансцендентных уравнений

$$G_{ij}(E) = 0. \quad (14)$$

Анализ этих условий показывает, что лево- и правосторонние граничные точки зон на положительной оси квазиимпульсов (расширенное представление зон) определяются условиями $G_{11}(E) = 0$ и $G_{12}(E) = 0$ для четных номеров зон (для сохранения аналогии с гармоническим потенциалом зона с наименьшей энергией обозначена $n=0$) и условиями $G_{22}(E) = 0$ и $G_{21}(E) = 0$ для нечетных номеров зон.

Для зон с четными номерами целесообразно остальные коэффициенты выразить через c_1 :

$$c_2 = \frac{G_{11}(E) \exp(i2\pi P) + 1}{G_{21}(E) \exp(i2\pi P) - 1} c_1, \quad (15)$$

$$\bar{c}_1 = \frac{\exp(i2\pi P) + 1}{2G_{21}(E)} c_1, \quad \bar{c}_2 = \frac{\exp(i2\pi P) - 1}{2G_{22}(E)} c_1, \quad (16)$$

а c_1 определить из условия нормировки. Для зон же с нечетными номерами целесообразно выразить коэффициенты через c_2 ,

$$c_1 = \frac{G_{21}(E) \exp(i2\pi P) - 1}{G_{11}(E) \exp(i2\pi P) + 1} c_2, \quad (17)$$

$$\bar{c}_1 = \frac{\exp(i2\pi P) - 1}{2G_{11}(E)} c_2, \quad \bar{c}_2 = \frac{\exp(i2\pi P) + 1}{2G_{12}(E)} c_2, \quad (18)$$

а условие нормировки применить для определения c_2 :

Рассмотрим теперь состояния, энергия которых находится вблизи вершин периодического потенциала: $E \approx V$. На рис.1 они лежат внутри пунктирных линий. Для таких значений энергий параметр β (см. (9)), определяющий характер блоховских волновых функций в барьероподобных областях, принимает значение $\beta = 1/4$. Тогда соответствующие формулы (7), (8) упрощаются с помощью известного представления бесселевских функций $J_\nu(x)$ через вырожденные гипергеометрические:

$$J_\nu(x) = \frac{1}{\Gamma(\nu+1)} \left(\frac{x}{2}\right) \exp(-ix) \Phi\left(\frac{1}{2} + \nu, 1 + 2\nu, 2ix\right), \quad (19)$$

где $\Gamma(\nu+1)$ есть гамма-функция. При использовании этой формулы для функций (7) следует выбрать $\nu = -1/4$, а для функций (8) $\nu = 1/4$. После соответствующих замен получаем

$$\bar{\varphi}_1(z) = \Gamma(3/4) (\sqrt{\chi} z^2 / 4)^{1/4} J_{-1/4}(\sqrt{\chi} z^2 / 2), \quad (20)$$

$$\bar{\varphi}_2(z) = \Gamma(5/4) (\sqrt{\chi} z^2 / 4)^{-1/4} J_{1/4}(\sqrt{\chi} z^2 / 2). \quad (21)$$

Во избежание недоразумений отметим, что хотя линейно-независимые решения $\bar{\varphi}_1(z)$ и $\bar{\varphi}_2(z)$ в рассматриваемом приближении не зависят от энергии частицы, полная блоховская волновая функция $\psi_{II}(z)$ все же зависит от энергии через коэффициенты $\bar{c}_1$ и $\bar{c}_2$.

Что касается волновых функций $\varphi_1(z)$ и $\varphi_2(z)$ в ямоподобной области, то для упрощения их вида мы пользуемся вторым разложением Трикоми [6]

$$\exp(-x/2) \Phi(a, \sigma+1; x) = \Gamma(\sigma+1) (\chi x)^{-\sigma/2} \sum_{n=0}^{\infty} A_n(\chi, \frac{\sigma+1}{2}) \left(\frac{x}{4\chi}\right)^{n/2} J_{\sigma+n}(2\sqrt{x\chi}), \quad (22)$$

где $\chi = (1+\sigma)/2 - a$, $A_0(\chi, \lambda) = 1$, $A_1(\chi, \lambda) = 0, \dots$, и ограничиваемся первым членом, соответствующим достаточно глубоким потенциалам ($\chi \gg 1$). Бесселевы функции при этом выражаются через элементарные триго-

нометрические функции и мы получаем

$$\varphi_1(z) = \cos(\sqrt{E}z), \quad \varphi_2(z) = \frac{1}{\sqrt{E}} \sin(\sqrt{E}z). \quad (23)$$

Существенные упрощения претерпевают также выражения коэффициентов $c_{1,2}$ и $\bar{c}_{1,2}$, а дисперсионное соотношение ((11a) или (11b)) записывается в виде

$$\cos(2\pi P) = \frac{\pi/4}{\sin(\pi/4)} \left\{ \begin{aligned} &2u[J_{-1/4}(u)J_{-3/4}(u) - J_{1/4}(u)J_{3/4}(u)]\cos(\pi\sqrt{E}) - \\ &- J_{-1/4}(u)J_{1/4}(u) \frac{\pi}{2} \sqrt{E} \sin(\pi\sqrt{E}) - \\ &- 4u^2 J_{-3/4}(u)J_{3/4}(u) \frac{2}{\pi\sqrt{E}} \sin(\pi\sqrt{E}) \end{aligned} \right\}, \quad (24)$$

где $u = \sqrt{\chi} \pi^2 / 8$.

3. Результаты численных расчетов

Для выявления искомой зависимости, то есть поведения блоховской волновой функции при изменении энергии в пределах одной определенной зоны, мы исходили, во-первых, из вышеприведенного близвершинного приближения. С помощью компьютерных численных расчетов мы предварительно определили глубину потенциала V таким образом, чтобы последняя внутриволновое потенциальная разрешенная зона находилась непосредственно вблизи вершин периодического потенциала (рис.2а, например, соответствует значению $V = 1.4494$). Далее с помощью формул (6) и (10) для блоховских функций (включающих явные выражения (23) и (7), (8) для линейно независимых решений, выражения (15), (16) или (17), (18) для коэффициентов $c_{1,2}$ и $\bar{c}_{1,2}$, дисперсионное соотношение (24) и нормировочное условие (13)) вычислили искомые значения квадрата модуля блоховских функций $|\psi_I|^2$ и $|\psi_{II}|^2$ в зависимости от координаты z вдоль одного пространственного периода. Повторяя цикл этих расчетов для разных энергий из рассматриваемой зоны, получили последовательность графиков, сопоставление которых и показывает искомую закономерность.

В действительности мы такие расчеты проводили неоднократно, меняя глубину потенциала V (но каждый раз выбирая его таким, чтобы, как уже указывалось выше, последняя внутриволновое потенциальная зона находилась вблизи потенциальных вершин). Часть результатов показана на рис.2а и 2б. Для рис.2а внутри периодического потенциала имеются две зоны, одна из которых находится глубже в потенциале и для которой развитое выше околосвершинное приближение не применимо. Трехмерный график соответствует как раз второй, околосвершинной зоне. Ле-

вая половина передней оси (z) соответствует ямоподобной области потенциала, а правая половина – барьероподобной. Значения энергии растут при удалении от переднего фронта рисунка к заднему фронту. Наибольшее значение энергии зоны соответствует одновременно и высоте потенциала. Как хорошо видно из правой половины рисунка (барьероподобная область) при углублении внутрь потенциала (при движении от заднего фронта к переднему фронту) квадрат модуля волновой функции не уменьшается, а наоборот, растет. Это означает, что вероятность нахождения частицы глубже под потенциальным барьером (оставаясь, правда, в пределах одной зоны) больше, чем вероятность при меньших глубинах! Такое поведение прямо противоположно широко известной закономерности поведения вероятности при переходах из более высоко лежащих зон к менее высоко лежащим или поведения стационарных состояний в случае одного изолированного барьера. Кстати, чтобы лишний раз убедиться в этих известных закономерностях, мы рассчитали блоховские функции с помощью наших точных решений бипараболического потенциала, а также стационарные волновые функции для одного потенциального барьера бипараболической формы. Внутризонного, названного нами аномальным, характера поведения нет ни при межзонных переходах по энергиям, ни при монотонном уменьшении энергии в случае однобарьерного потенциала.

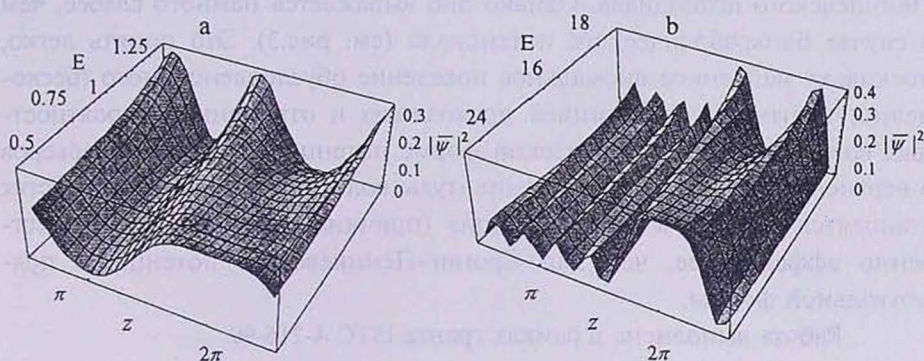


Рис.2. Распределение блоховских состояний на плоскости энергия (E) – координата (z) для околосвершинной зоны при двух разных глубинах периодического потенциала: $V=1.4494$ (a) и 18.65 (b). Число внутриволновых зон при этом равно двум и четырем соответственно.

Следующий вопрос, который представляет интерес, заключается в том, как скорость аномального роста блоховской волновой функции в барьероподобной области зависит от местоположения зоны внутри или вне периодического потенциала. Для таких расчетов приближение околосвершинных энергий, естественно, не применимо и нам пришлось исходить из точных формул. Подробный анализ этой закономерности и

сопоставление с однобарьерным случаем мы приведем в другой публикации. Отметим только, что с удалением от околорешеточной области как внутрь, так и вне периодического потенциала скорость (по шкале энергий) аномального роста уменьшается.

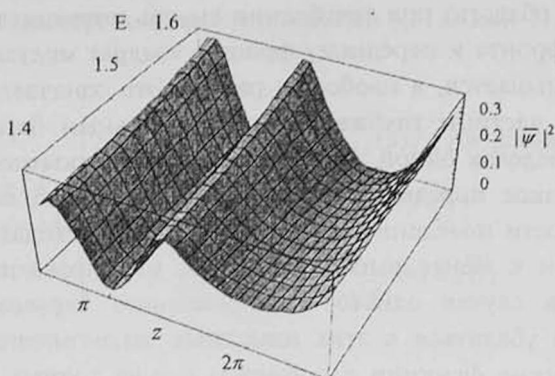


Рис.3. Распределение, аналогичное рис.2, для прямоугольного периодического потенциала (Крониг-Пенни); $V = 1.668$.

Отметим, наконец, что вопрос аномального поведения для подбарьерных волновых функций мы получили также в случае Крониг-Пенниевского потенциала. Однако оно выражается намного слабее, чем в случае бипараболического потенциала (см. рис.3). Это понять легко, поскольку найденное аномальное поведение обусловлено много (бесконечно) кратной суперпозицией проходящих и отраженных вероятностных волн. При бипараболической форме потенциала толщина барьеров в верхней части уменьшается, амплитуды волн в подбарьерных областях становятся больше, а интерференция (причина аномалии) – соответственно эффективнее, чем для Крониг-Пенниевского потенциала прямоугольной формы.

Работа выполнена в рамках гранта ISTC A-215-99.

ЛИТЕРАТУРА

1. Н.Ашкрофт, Н.Мермин. Физика твердого тела, т.1, М., Мир, 1979; Дж.Займан. Принципы теории твердого тела. М., Мир, 1974.
2. K.Berg-Sorensen, Y.Castin, K.Molmer, J.Dalibard. Europhys. Lett., **22**, 663 (1993); G.Grynberg, C.Triche. Proc. Int. School of Phys. "Enrico Fermi". Course CXXXI, Ed. by A.Aspect, W.Barrieta, R.Bonifacio, IOS Press, Amsterdam, 1996, p.243; G.Raithel, W.D.Phillips, S.L.Rolston. Phys. Rev. Lett., **81**, 3615 (1998); M.Horne, I.Jex, A.Zeillinger. Phys. Rev. A, **59**, 2190 (1999).
3. А.Ж.Мурадян. ФТТ, **41**, 1317 (1999).
4. А.Ж.Мурадян. Optics and Spectroscopy, **89**, 376 (2000).
5. А.Ж.Мурадян. Изв. НАН Армении, Физика, **35**, 3 (2000).
6. H.Bateman, A.Erdelyi. Higher Transcendental Functions. v.I. New York, London, 1963.

ԲԼՈԽՅԱՆ ՎԻՃԱԿՆԵՐԻ ԱՆՈՄԱԼ ԹԱՓԱՆՑԵԼԻՈՒԹՅՈՒՆ
ՊԱՐԲԵՐԱԿԱՆ ՊՈՏԵՆՑԻԱԼԻ ԳԱԳԱԹՆԵՐԻ ՄՈՏ

Ա.Ժ. ՄՈՒՐԱԴՅԱՆ, Գ.Ա. ՄՈՒՐԱԴՅԱՆ

Զննարկված են մասնիկի ստացիոնար (բոխյան) վիճակները պարբերական պոտենցիալի զազաքներին մոտ էներգիաների դեպքում: Ցույց է տրված, որ նույն էներգիական գոտում էներգիայի նվազմանը զուգընթաց պոտենցիալային արգելքների տակ ընկած ալիքային ֆունկցիան աճում է, ինչը ճիշտ հակառակն է գոտուց գոտի անցման համար լայնորեն հայտնի օրինաչափությանը:

ANOMALOUS TRANSPARENCY OF NEAR-TOP BLOCH STATES
OF PERIODIC POTENTIAL

A.ZH. MURADYAN, G.A. MURADYAN

It is shown that the Bloch states exhibit anomalous, counterintuitive behavior of transparency for energies laying in definite, near-top bands of the periodic potential: the decreasing of energies there is accompanied by the increasing of the wave function in barrier-type regions of the potential.

УДК 531.19

ФЕРРОМАГНИТНАЯ РЕДУЦИРОВАННАЯ N -ВЕКТОРНАЯ МОДЕЛЬ С КУБИЧЕСКОЙ СИММЕТРИЕЙ НА РЕШЕТКЕ БЕТЕ

Н.С. АНАНИКЯН¹, В.Р. ОГАНЯН^{1,2}¹Ереванский физический институт²Ереванский государственный университет

(Поступила в редакцию 16 июля 2002 г.)

Рассмотрена дискретизированная версия N -векторной модели, обладающая кубической симметрией на решетке Бете. Получена система рекуррентных соотношений, посредством которой вычисляются термодинамические характеристики модели. Для ферромагнитного случая получена линия фазовых переходов ферро-пара.

1. Введение

Как известно, наиболее адекватное микроскопическое описание магнитных свойств вещества осуществляется посредством решеточных моделей, основанных на гамильтониане Гейзенберга [1]

$$H = J \sum_{\langle i,j \rangle} \hat{s}_i \cdot \hat{s}_j, \quad (1)$$

где $\hat{s}_i$ обозначает оператор спина, находящегося в i -ом узле (для $s=1/2$ $\hat{s}=(\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z)$, где σ_α – матрицы Паули). Сумма в простейшем случае распространяется только на пары ближайших соседей. Несмотря на значительные достижения последних лет в области точно решаемых моделей в статмеханике (см., например, [2]), решение целого ряда реалистических задач теории магнетизма с использованием (1) натывается на серьезные математические затруднения. В связи с этим возникает необходимость в том или ином приближении модельного гамильтониана Гейзенберга. Одним из таких приближений является так называемая $O(3)$ -модель, или классическая модель Гейзенберга, сущность которой заключается в формальной замене операторов $\hat{s}_i$ в (1) на классические трехмерные векторы единичной длины. Можно рассмотреть естественное обобщение данной системы, считая спиновую переменную не трехмерным, а N -мерным вектором с длиной равной 1 [3]. Такую модель называют N -векторной или $O(N)$ -моделью, поскольку группой симметрии в

этом случае является ортогональная группа в N -мерии.

Среди моделей с N компонентными спиновыми переменными немаловажную роль играют такие, в которых непрерывные переменные редуцируются к дискретным. Так, в начале 70-х годов было показано [4], что модели, обладающие кубической симметрией, могут быть успешно использованы для описания критического поведения некоторых соединений редкоземельных элементов, в частности, антимонида гольмия HoSb.

Рассмотрим решетку, в каждом узле которой находится N -мерный вектор s , число возможных ориентаций которого ограничено положениями, ортогональными граням N -мерного гиперкуба:

$$s \in \{(\pm 1, 0, \dots, 0), (0, \pm 1, \dots, 0), \dots, (0, \dots, 0, \pm 1)\}, \quad (2)$$

всего $2N$ ориентаций. Аналогом гамильтониана (1) для такой системы будет

$$H = J \sum_{\langle i, j \rangle} s_i \cdot s_j = J \sum_{\langle i, j \rangle} \sigma_i \sigma_j \delta_{\alpha_i \alpha_j}, \quad (3)$$

где $\sigma_i = \pm 1$, $\alpha_i = 1, \dots, N$, а $\delta_{\alpha_i \alpha_j}$ — символ Кронекера. Данную модель, обладающую кубической симметрией, принято называть FC_N -моделью (Face Cubic) [4,5].

В настоящей работе исследуется FC_N -модель с ферромагнитным взаимодействием ($J < 0$) на решетке Бете [6]. Техника расчетов с использованием решеток типа Бете (рекуррентных решеток) является одним из приближенных методов в статмеханике, в основу которого положено не упрощение характера или интенсивности взаимодействия между элементами системы, а изменение топологии самой решетки. При надлежащем учете граничных условий расчеты, выполненные на подобных решетках, являются неплохим приближением для стандартных решеток. Эффективность данного подхода была продемонстрирована для целого ряда систем [7-21].

2. Решетка

Рассмотрим следующее построение: выберем некоторую центральную точку O , затем соединим ее ребрами с еще q точками. Данную совокупность q точек назовем первой оболочкой. Вторая оболочка строится повторением вышеописанной процедуры для каждой из точек первой оболочки: каждая из q точек последней соединяется ребрами с $q-1$ новыми точками.

Построенная таким образом вторая оболочка состоит из $q(q-1)$ точек. Таким образом, продолжая построение некоторое число шагов n , мы получим некий связный граф, который не содержит замкнутых петель, с координационным числом q и полным числом узлов

$$N_n = \sum_{k=1}^n q(q-1)^{k-1} + 1 = \frac{q(q-1)^n - 2}{q-2}. \quad (4)$$

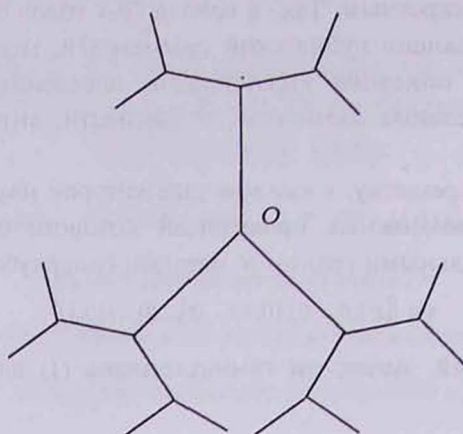


Рис.1 Дерево Кейли с координационным числом $q=3$. Показаны первые три оболочки.

Граф, построенный подобным образом, принято называть деревом Кэйли. Отличительной особенностью моделей, рассматриваемых на дереве Кэйли, является невозможность пренебрежения граничными эффектами. Как легко видеть, все точки графа, которые принадлежат первым $n-1$ оболочкам, совершенно эквивалентны, поскольку имеют по q ближайших соседей каждая, точки же последней n -ой оболочки имеют лишь по одному соседу. Более того, отношение числа граничных точек к полному числу точек графа не стремится к нулю при $n \rightarrow \infty$:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{N_{n-1}}{q(q-1)^{n-1}} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{q(q-1)^{n-1} - 2}{(q-2)q(q-1)^{n-1}} = \frac{1}{q-2}. \quad (5)$$

Решеткой Бете называется объект, тесно связанный с деревом Кэйли, но, в отличие от него, лишенный последнего недостатка. При вычислениях на решетке Бете за основу берется дерево Кэйли, но при написании статсуммы уклад граничных узлов просто не учитывается и, таким образом, все узлы рассматриваются как идентичные. Эта ситуация аналогична тому, как если бы мы находились глубоко внутри дерева Кэйли, вдали от граничных точек, так чтобы их влияние на термодинамические свойства было пренебрежительно малым. Таким образом, можно сказать, что решетка Бете представляет из себя "внутренность" дерева Кэйли.

3. Рекуррентные соотношения

Рассмотрим FC_N -модель, описываемую гамильтонианом (3) на

решетке Бете во внешнем магнитном поле:

$$-\beta H = J \sum_{\langle i,j \rangle} \sigma_i \sigma_j \delta_{\alpha_i \alpha_j} + h \sum_i \sigma_i \delta_{\alpha_i 1}. \quad (6)$$

Здесь предполагается, что поле направлено параллельно одной из осей N -мерной декартовой системы координат.

Статсумма для модели, описываемой гамильтонианом (6) на графе, изображенном на рис.1, можно представить в виде

$$Z = \sum_{(\sigma, \alpha)} \exp \left\{ J \sum_{\langle i,j \rangle} \sigma_i \sigma_j \delta_{\alpha_i \alpha_j} + h \sum_i \sigma_i \delta_{\alpha_i 1} \right\}. \quad (7)$$

Первое суммирование в экспоненте выполняется по всем ребрам графа, а второе – по всем узлам. На рис.1 видно, что если разрезать граф в точке O , то он распадется на q совершенно идентичных ветвей (подграфов). Если в (7) сначала осуществить суммирование по всем спиновым конфигурациям на каждом из этих подграфов, а затем просуммировать по состояниям центрального спина, то выражение (7) примет вид

$$Z = \sum_{(\sigma_0, \alpha_0)} \exp \{ h \sigma_0 \delta_{\alpha_0 1} \} g_n^q(\sigma_0, \alpha_0). \quad (8)$$

Здесь $g_n(\sigma_0, \alpha_0)$ обозначает частичную статсумму, посчитанную для одной ветки; индекс n отражает тот факт, что исходный граф состоит из n оболочек, а q – координационное число.

Если мы повторим вышеописанную процедуру для одного из подграфов, то он в свою очередь распадется на $q-1$ подграфов, каждый из которых состоит из $n-1$ оболочек. Выписав соотношения, аналогичные (8), можно получить рекуррентные соотношения, связывающие g_n и g_{n-1} :

$$g_n(\sigma, \alpha) = \sum_{(\sigma', \alpha')} \exp \{ J \sigma \sigma' \delta_{\alpha \alpha'} + h \sigma' \delta_{\alpha' 1} \} g_{n-1}^{q-1}(\sigma', \alpha'). \quad (9)$$

Легко заметить, что для данного подграфа $g_n(\sigma, \alpha) = g_n(\sigma', \alpha')$, если $\alpha \neq 1$. Таким образом, (9) представляет из себя систему из 3-х рекуррентных соотношений

$$\begin{aligned} g_n(+, 1) &= e^{J+h} g_{n-1}^{q-1}(+, 1) + e^{-J-h} g_{n-1}^{q-1}(-, 1) + 2(N-1) g_{n-1}^{q-1}(\sigma, \alpha \neq 1), \\ g_n(-, 1) &= e^{-J+h} g_{n-1}^{q-1}(+, 1) + e^{J-h} g_{n-1}^{q-1}(-, 1) + 2(N-1) g_{n-1}^{q-1}(\sigma, \alpha \neq 1), \\ g_n(\sigma, \alpha \neq 1) &= e^h g_{n-1}^{q-1}(+, 1) + e^{-h} g_{n-1}^{q-1}(-, 1) + (e^J + e^{-J} + 2(N-2)) g_{n-1}^{q-1}(\sigma, \alpha \neq 1). \end{aligned} \quad (10)$$

Введя новые переменные

$$x_n = \frac{g_n(+, 1)}{g_n(\sigma, \alpha \neq 1)} \quad \text{и} \quad y_n = \frac{g_n(-, 1)}{g_n(\sigma, \alpha \neq 1)}, \quad (11)$$

число рекуррентных соотношений можно сократить до двух:

$$\begin{cases} x_n = f_1(x_{n-1}, y_{n-1}), \\ y_n = f_2(x_{n-1}, y_{n-1}), \end{cases} \quad (12)$$

где

$$\begin{aligned} f_1 &= \frac{\mu z x^{q-1} + \mu^{-1} z^{-1} y^{q-1} + 2(N-1)}{\mu x^{q-1} + \mu^{-1} y^{q-1} + z + z^{-1} + 2(N-2)} = \frac{P_1(x, y)}{Q(x, y)}, \\ f_2 &= \frac{\mu z^{-1} x^{q-1} + \mu^{-1} z y^{q-1} + 2(N-1)}{\mu x^{q-1} + \mu^{-1} y^{q-1} + z + z^{-1} + 2(N-2)} = \frac{P_2(x, y)}{Q(x, y)}, \end{aligned} \quad (13)$$

и введены обозначения $\mu = e^{\frac{h}{T}}$, $z = e^{\frac{J}{T}}$.

Аналогичным способом можно получить выражение для намагниченности центрального узла, точнее, ее проекцию на направление внешнего поля

$$m = \langle S_{01} \rangle = \langle \sigma \delta_{a1} \rangle = \frac{\mu x^q - \mu^{-1} y^q}{\mu x^q + \mu^{-1} y^q + 2(N-1)}. \quad (14)$$

4. Линия фазовых переходов ферро-пара для $J > 0$

Рассмотрим случай ферромагнитной связи между спинами $J > 0$. Как известно [22], в этом случае линия фазовых переходов ферро-пара определяется из условия равенства единице максимального собственного значения матрицы якобиана двумерного отображения (13) в парамагнитной неподвижной точке, то есть при таких значениях x^* и y^* , $x^* = f_1(x^*, y^*)$, $y^* = f_2(x^*, y^*)$, что $m = 0$ при $h = 0$ ($\mu = 1$). В нашем случае эти условия имеют вид

$$\begin{cases} xQ = P_1, \\ yQ = P_2, \\ \text{Det } A = \text{Sp } A - 1, \end{cases} \quad (15)$$

где A есть матрица якобиана двумерного отображения (13), посчитанная в парамагнитной неподвижной точке:

$$A = \frac{(q-1)x^{q-2}}{Q} \begin{pmatrix} z-x & z^{-1}-x \\ z^{-1}-x & z-x \end{pmatrix}. \quad (16)$$

Условия (15) сводятся к следующей системе алгебраических уравнений:

$$\begin{cases} 2x^q - (z+z^{-1})x^{q-1} + (z+z^{-1}+2(N-2))x - 2(N-2) = 0, \\ (q-1)^2(z-z^{-1})(z+z^{-1}-2x)x^{2(q-2)} = 2Q(q-1)(z-x)x^{q-2} - Q^2. \end{cases} \quad (17)$$

Здесь x обозначает неподвижную точку отображения (13), а перемен-

ная y пропала вследствие того, что, как легко видеть из (14), из условия $m=0$ при $h=0$ следует $x=y$. Из первого уравнения системы (17) следует, что $x=1$ является неподвижной точкой. Подставляя это решение во второе уравнение системы (17) и полагая для простоты $q=3$, получим следующее уравнение 4-ой степени относительно z :

$$z^4 - 4Nz^3 + 2(2N^2 - 3)z^2 + 4(N+2)z - 3 = 0. \quad (18)$$

Решения этого уравнения и определяют искомые линии фазовых переходов. Однако, из 4-х решений

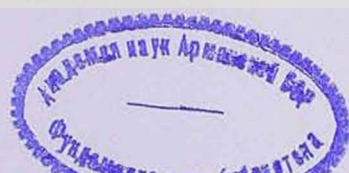
$$\begin{aligned} z_1 &= N+1 - \sqrt{N(N+2)}, \quad z_2 = N+1 + \sqrt{N(N+2)}, \\ z_3 &= N-1 - \sqrt{(N-2)^2 + 2N}, \quad z_4 = N-1 + \sqrt{(N-2)^2 + 2N} \end{aligned} \quad (19)$$

линии фазовых переходов ферро-пара будет соответствовать то, которое при $N=1$ переходит в известный результат для модели Изинга на решетке Бете [2] $z = \sqrt{3}$. Этим свойством обладает только z_4 . Таким образом, линия фазовых переходов ферро-пара для FC_N -модели на решетке Бете с координационным числом 3 в плоскости (J, T) задается соотношением

$$J = \log(N-1 + \sqrt{(N-2)^2 + 2N}) T = K(N) T. \quad (20)$$

ЛИТЕРАТУРА

1. W.Heisenberg. Z. Phys., 49, 619 (1928).
2. Р.Бэкстер. Точнорешаемые модели в статистической механике, М., Мир (1985).
3. G.Stanley. Phys. Rev. Lett., 20, 589 (1968); Phys. Rev., 176, 718 (1968).
4. D.Kim, P.M.Levy, and L.F.Uffer. Phys. Rev. B, 12, 989 (1975).
5. D.Kim, P.M.Levy. Phys. Rev. B, 12, 5105 (1975); D.Kim, P.M. Levy, and J.J.Sudano, Phys. Rev. B, 13, 2054 (1976); A.Aharony. J. Phys. A, 10, 389 (1977).
6. H.A.Bethe. Proc. Roy. Soc. (London) A, 150, 552 (1935).
7. L.K.Runnels, J. Math. Phys., 8, 2081 (1967).
8. E.Muller-Hartmann. Z. Phys. B, 27, 161 (1977).
9. C.J.Thompson. J. Stat. Phys., 27, 441 (1982).
10. C.S.O. Yokoi, M.J.de Oliveira, S.R.Salinas. Phys. Rev. Lett., 54, 163 (1985).
11. A.Z.Akheyan, N.S.Ananikian. J. Phys. A, 25, 3111 (1992).
12. A.T.Bernardes, M.J.de Oliveira. J.Phys. A, 25, 1405 (1992).
13. Н.С.Ананикян, А.З.Ахьян. ЖЭТФ, 107, 196 (1995).
14. M.H.R. Tragtenberg, C.S.O. Yokoi. Phys. Rev. E, 52, 2187 (1995).
15. N.S.Ananikian, R.R.Shcherbakov. Phys. Lett. A, 200, 27 (1995).
16. N.S.Ananikian, S.K.Dallakian. Physica D, 107, 75 (1997).
17. N.S.Ananikian, S.K.Dallakian, N.Sh.Izmailian, K.A.Oganessyan. Fractals, 5, 175 (1997).
18. N.S.Ananikian, S.K.Dallakian, B.Hu, N.Sh.Izmailian, K.A.Oganessyan. Phys. Lett. A, 248, 381 (1998).
19. A.E.Alahverdian, N.S.Ananikian, S.K.Dallakian. Phys. Rev. E, 57, 2425 (1998).
20. N.S.Ananikian, R.G.Ghulghazaryan. Phys. Lett. A, 277, 249 (2000).
21. Т.А.Аракелян, В.Р.Оханыян, Л.Н.Ананикян, Н.С.Ананикян, М.Рогер. Phys. Rev. B (в печати).
22. J.Vannimenus. Z. Phys. B, 43, 141 (1981).



УДК 537.87

ВОЛНОВАЯ ФУНКЦИЯ ЭЛЕКТРОНА, СОВЕРШАЮЩЕГО ИНФИНИТНОЕ ДВИЖЕНИЕ В ПОЛЕ ОДНОМЕРНОЙ СЛОИСТОЙ СТРУКТУРЫ

А.Ж. ХАЧАТРЯН¹, Г.М.АНДРЕАСЯН², Г.Г. МГЕРЯН³, В.Д.БАДАЛЯН³

¹Государственный инженерный университет Армении

² Ереванский государственный университет архитектуры

³ Ереванский государственный университет

(Поступила в редакцию 15 мая 2002 г.)

Предложен метод для нахождения волновой функции электрона, совершающего инфинитное движение в поле произвольной одномерной слоистой структуры, граничащей с обеих сторон с двумя различными однородными полубесконечными средами. Показано, что данная задача в общем виде может быть сведена к решению некоторой системы из двух линейных разностных уравнений. Предложенный подход подробно обсуждается на примере ограниченной периодической структуры.

1. Введение

Как известно, задача определения волновых функций и спектра связанных состояний электрона в поле потенциала произвольного вида имеет как общефизический интерес [1], так и важное практическое значение [2,3]. Уже много лет интенсивно рассматриваются одномерные модели, которые не утратили своей актуальности и по сей день являются интенсивно изучаемыми объектами [4-11].

Рассмотрим задачу движения электрона в поле одномерного потенциала

$$\left(-\frac{d^2}{dx^2} + u(x)\right)\psi(x) = \varepsilon\psi(x), \quad (1)$$

где $u(x) = 2mU(x)/\hbar^2$, $\varepsilon = 2mE/\hbar^2$ и $U(x)$, E являются потенциальной и полной энергиями электрона, соответственно. Пусть $u(x)$ имеет вид

$$u(x) = \begin{cases} V_1 = \text{const}, & x \rightarrow -\infty, \\ V_2 = \text{const}, & x \rightarrow +\infty, \end{cases}$$

и в общем случае $V_1 \neq V_2$. Далее мы будем принимать за начало отсчета энергии наименьшее значение потенциала, так что при $V_1 = V_2 = 0$ спектр электронных состояний будет непрерывным.

Задача определения волновых функций и электронного спектра для случая связанных состояний рассматривалась многочисленными точными и приближенными методами. Перечислим наиболее известные из них: метод инвариантного погружения, метод функций Грина, метод матриц переноса, квазиклассическое приближение, теория возмущений и т.д. [1,12-16]. В данной работе мы предлагаем метод определения волновой функции электрона, совершающего инфинитное движение в поле потенциала одномерной нерегулярной решеточной структуры.

2. Волновая функция рассеивающегося электрона, взаимодействующего с полем одномерной нерегулярной структуры

Рассмотрим задачу определения волновой функции электрона, совершающего инфинитное движение в поле потенциала одномерной нерегулярной решеточной структуры, состоящей из произвольно расположенных прямоугольных потенциалов различной величины и толщины. Для общности предположим также, что неупорядоченная структура граничит с левой и правой сторон с двумя различными однородными полубесконечными средами с потенциалами V_1 и V_2 соответственно, так что потенциал во всем пространстве может быть представлен в следующем виде:

$$V(x) = \begin{cases} V_1 = \text{const}, & x \leq 0, \\ \sum_{n=1}^N U_n \theta(x - x_n + d_n/2) \theta(x_n + d_n/2 - x), & 0 < x < L, \\ V_2 = \text{const}, & x \geq L, \end{cases} \quad (2)$$

где $\theta(x)$ есть функция Хевисайда.

Согласно (2) потенциал в интервале $0 < x < L$ представляет собой слоистую структуру, состоящую из N прямоугольных потенциалов (2), где U_n и d_n — величина и ширина n -ого прямоугольного потенциала, x_n — координата его середины. Заметим, что в (2) предполагается $x_1 - d_1/2 \geq 0$, $x_n + d_n/2 \leq L$, $x_n + d_n/2 \leq x_{n+1} - d_{n+1}/2$ ($n=1,2,\dots,N-1$).

Обычно при рассмотрении инфинитного движения электрона в одномерном поле ограничиваются определением асимптотик волновой функции в бесконечностях. Однако во многих физически интересных случаях необходимо знание делокализованной волновой функции не только в асимптотиках, но и во всем пространстве [17,18]. Введем следующие обозначения:

$$k_0 = \sqrt{\varepsilon}, \quad k_{10} = \sqrt{\varepsilon - V_1}, \quad k_{02} = \sqrt{\varepsilon - V_2}, \quad k_n = \sqrt{\varepsilon - U_n} \quad (n=1, 2, \dots, N). \quad (3)$$

Пусть первичная электронная волна, имеющая амплитуду, равную единице, падает на неупорядоченную структуру из первой полубесконечной среды. Тогда волновая функция, являющаяся решением уравнения (1) с потенциалом (2), во всем пространстве может быть представлена в виде

$$\psi(x) = \begin{cases} \exp\{ik_{10}x\} + R_{1,2}^N \exp\{-ik_{10}x\}, & x < 0, \\ a_1 \exp\{ik_0x\} + b_1 \exp\{-ik_0x\}, & 0 < x < x_1 - d_1/2, \\ c_1 \exp\{ik_1x\} + d_1 \exp\{-ik_1x\}, & x_1 - d_1/2 < x < x_1 + d_1/2, \\ \dots & \dots \\ a_N \exp\{ik_0x\} + b_N \exp\{-ik_0x\}, & x_{N-1} + d_{N-1}/2 < x < x_N - d_N/2, \\ c_N \exp\{ik_Nx\} + d_N \exp\{-ik_Nx\}, & x_N - d_N/2 < x < x_N + d_N/2, \\ a_{N+1} \exp\{ik_0x\} + b_{N+1} \exp\{-ik_0x\}, & x_N + d_N/2 < x < d, \\ T_{1,2}^N \exp\{ik_{02}x\}, & x > L, \end{cases} \quad (4)$$

где величины $R_{1,2}^N$ и $T_{1,2}^N$ являются амплитудами отражения и прохождения электрона для потенциала (2).

Для того чтобы (4) являлось волновой функцией, необходимо потребовать, чтобы она и ее производная были бы непрерывными функциями в точках $x=0, \dots, x_j - d_j/2, x_j + d_j/2, \dots, L$, что, как известно, равносильно условию сохранения плотности потока вероятности. Непрерывность $\psi(x)$ и $d\psi(x)/dx$ во всех точках пространства возможна только при вполне определенных значениях амплитуд $R_{1,2}^N, T_{1,2}^N, c_n, d_n$ ($n=1, 2, \dots, N$) и a_n, b_n ($n=1, 2, \dots, N+1$). Требование непрерывности равносильно тому, что коэффициенты решения (4) должны удовлетворять некоторой системе из $4(N+1)$ линейных неоднородных уравнений. Решение данной системы уравнений в общем виде представляет собой трудную математическую проблему. Однако, как мы покажем ниже, задача нахождения коэффициентов волновой функции (или же волновой функции во всем пространстве) в общем виде может быть сведена к решению некоторой системы из двух линейных разностных уравнений первого порядка.

Прежде чем перейти непосредственно к решению поставленной задачи, сделаем несколько полезных для дальнейшего изложения обозначений:

$$t_{1,0} = \frac{2k_{10}}{k_1 + k_0}, \quad r_{1,0} = \frac{k_{10} - k_0}{k_{10} + k_0}, \quad (5)$$

$$t_{0,2} = \frac{2k_0}{k_0 + k_{02}} \exp\{i(k_0 - k_{02})L\}, \quad r_{0,2} = \frac{k_0 - k_{02}}{k_0 + k_{02}} \exp\{i2k_0L\}, \quad (6)$$

$$t_{0,n} = \frac{2k_0}{k_0 + k_n} \exp\{i(k_0 - k_n)(x_n - d_n/2)\}, \quad r_{0,n} = \frac{k_0 - k_n}{k_0 + k_n} \exp\{i2k_0(x_n - d_n/2)\}, \quad (7)$$

$$\frac{\exp\{-ik_0 d_n\}}{t_n} = \left\{ \cos k_n d_n - i \frac{k_n^2 + k_0^2}{2k_n k_0} \sin k_n d_n \right\},$$

$$\frac{r_n}{t_n} = i \exp\{ik_0 x_n\} \frac{k_0^2 - k_n^2}{2k_n k_0} \sin k_n d_n. \quad (8)$$

Заметим, что в (7), (8) n рассматривается как переменная величина ($n=1, 2, \dots, N$). Согласно введенным обозначениям (5), (6) величины $t_{1,0}$, $r_{1,0}$ ($t_{0,2}$, $r_{0,2}$) представляют собой амплитуды прохождения и отражения электрона при переходе из первой (второй) полубесконечной среды в полубесконечную среду с нулевым значением потенциала. Из (7) следует, что $t_{0,n}$ и $r_{0,n}$ являются амплитудами прохождения и отражения электрона для полубесконечной среды со значением потенциала, равным потенциалу n -го прямоугольного барьера, граничащим в точке $x_n - d_n/2$ с левой стороны с полубесконечной средой с нулевым значением потенциала. Величины t_n и r_n являются амплитудами рассеяния электрона от n -го прямоугольного потенциала слоистой структуры, когда левее и правее от него во всех точках значение потенциала равно нулю.

3. Амплитуды рассеяния и коэффициенты волновой функции

Как мы покажем ниже, сделанные выше обозначения (5)-(8) позволяют однозначным образом выразить коэффициенты решения (4). Согласно основному результату матриц переноса, базирующемуся на свойстве линейности уравнения Шредингера (1), между коэффициентами решения (4), соответствующими двум различным областям пространства, существует линейная связь. Так, между коэффициентами решения a_n, b_n , соответствующим областям пространства с нулевым значением потенциала, и коэффициентом решения $R_{1,2}^N$ (область пространства, занимаемая первой полубесконечной средой) существуют следующие соотношения:

$$a_n = \frac{k_{1,0}}{k_0} \left[\left(\frac{1}{t_{1,0}^*} \frac{1}{T_{n-1}^*} + \frac{r_{1,0}}{t_{1,0}^*} \frac{R_{n-1}^*}{T_{n-1}^*} \right) - \left(\frac{r_{1,0}^*}{t_{1,0}^*} \frac{1}{T_{n-1}^*} + \frac{1}{t_{1,0}^*} \frac{R_{n-1}^*}{T_{n-1}^*} \right) R_{1,2}^N \right], \quad (9)$$

$$b_n = \frac{k_{1,0}}{k_0} \left[- \left(\frac{1}{t_{1,0}^*} \frac{R_{n-1}^*}{T_{n-1}^*} + \frac{r_{1,0}}{t_{1,0}^*} \frac{1}{T_{n-1}^*} \right) + \left(\frac{r_{1,0}^*}{t_{1,0}^*} \frac{R_{n-1}^*}{T_{n-1}^*} + \frac{1}{t_{1,0}^*} \frac{1}{T_{n-1}^*} \right) R_{1,2}^N \right], \quad (10)$$

где через T_n , R_n ($T_0 = 1$, $R_0 = 0$) обозначены амплитуды прохождения и отражения электрона для первых прямоугольных потенциалов решеточной структуры, когда левее и правее от них значение потенциала равно нулю [14]:

$$\begin{pmatrix} 1/T_n^* & -R_n^*/T_n^* \\ -R_n/T_n & 1/T_n \end{pmatrix} = \prod_{l=n}^1 \begin{pmatrix} 1/t_l^* & -r_l^*/t_l^* \\ -r_l/t_l & 1/t_l \end{pmatrix}. \quad (11)$$

Как видно из (9), (10), коэффициенты a_n, b_n определяются однозначным образом, если известны амплитуда отражения электрона $R_{1,2}^N$, а также амплитуды рассеяния электрона для слоистой структуры, состоящей только из одного, только из двух и т.д. прямоугольных потенциалов T_n, R_n ($n = 1, 2, \dots, N$).

Коэффициенты c_n, d_n ($n = 1, 2, \dots, N$), которые соответствуют области пространства, занимаемой n -ым прямоугольным потенциалом, могут быть выражены через a_n, b_n согласно следующим формулам:

$$c_n = \frac{k_0}{k_n} \left[\frac{1}{t_{0,n}^*} a_n - \frac{r_{0,n}^*}{t_{0,n}^*} b_n \right], \quad (12)$$

$$d_n = \frac{k_0}{k_n} \left[-\frac{r_{0,n}}{t_{0,n}} a_n + \frac{1}{t_{0,n}} b_n \right]. \quad (13)$$

Из (12), (13) и (9), (10) непосредственно следует, что коэффициенты c_n, d_n так же, как и a_n, b_n , выражаются через $R_{1,2}^N$ и T_n, R_n ($n = 1, 2, \dots, N$). Таким образом, мы можем заключить, что коэффициенты решения (4) c_n, d_n ($n = 1, 2, \dots, N$), a_n, b_n ($n = 1, 2, \dots, N+1$), соответствующие области между полубесконечными средами ($0 < x < L$), выражаются через $R_{1,2}^N, T_n, R_n$, и поэтому вся задача сводится к двум задачам: к задаче нахождения амплитуд прохождения $T_{1,2}^N$ и $R_{1,2}^N$ отражения для всего потенциала (2) и к задаче нахождения T_n, R_n — амплитуд рассеяния электрона для решеточной структуры с первыми потенциалами.

Задача определения амплитуд рассеяния электрона в общем виде для потенциала произвольной формы, заданного внутри конечного интервала и граничащего с обеих сторон с двумя различными полубесконечными средами, рассматривалась в работе [19], где были установлены алгебраические связи между искомыми амплитудами рассеяния и амплитудами рассеяния электрона для того же потенциала, но с нулевым значением потенциала слева и справа от него. В соответствии с выше сделанными обозначениями (11), данные алгебраические соотношения могут быть представлены в виде [19]

$$\frac{1}{T_{1,2}^N} = \frac{1}{t_{1,0}} \frac{1}{t_{0,2}} \frac{1}{T_N} + \frac{r_{0,2}}{t_{0,2}} \frac{r_{1,0}^*}{t_{1,0}^*} \frac{1}{T_N^*} + \frac{r_{1,0}^*}{t_{1,0}^*} \frac{1}{t_{0,2}} \frac{R_N}{T_N} + \frac{r_{0,2}}{t_{0,2}} \frac{1}{t_{1,0}} \frac{R_N^*}{T_N^*}, \quad (14)$$

$$\frac{R_{1,2}^N}{T_{1,2}^N} = \frac{1}{t_{1,0}^*} \frac{1}{t_{0,2}} \frac{R_N}{T_N} + \frac{r_{0,2}}{t_{0,2}} \frac{r_{1,0}}{t_{1,0}^*} \frac{R_N^*}{T_N^*} + \frac{r_{1,0}}{t_{1,0}^*} \frac{1}{t_{0,2}} \frac{1}{T_N} + \frac{r_{0,2}}{t_{0,2}} \frac{1}{t_{1,0}^*} \frac{1}{T_N^*}, \quad (15)$$

где T_n , R_n согласно (11) являются амплитудами рассеяния для всей решеточной структуры, когда во всех точках левее и правее от нее значение потенциала равно нулю, т.е. $V_1 = V_2 = 0$. Как следует из (14), (15), задача нахождения амплитуд $V_1 = V_2 = 0$, $R_{1,2}^N$ и $T_{1,2}^N$ сводится к определению величин T_n , R_n при $n = N$. Таким образом, мы показали, что задача определения волновой функции электрона для нерегулярной решеточной структуры (2) в общем виде сводится к задаче нахождения $2N$ величин T_n , R_n ($n = 1, 2, \dots, N$). Последняя задача рассматривалась в работах [20,21], где было, в частности, установлено, что рассматриваемые величины являются зависимыми друг от друга, так что, рассматривая как дискретную переменную, для них могут быть записаны следующие рекуррентные уравнения [20]:

$$\frac{1}{T_n} = \frac{r_n}{t_n} \frac{R_{n-1}^*}{T_{n-1}^*} + \frac{1}{t_n} \frac{1}{T_{n-1}}, \quad (16)$$

$$\frac{R_n^*}{T_n^*} = \frac{r_n^*}{t_n^*} \frac{1}{T_{n-1}} + \frac{1}{t_n^*} \frac{R_{n-1}^*}{T_{n-1}^*} \quad (17)$$

с начальными условиями $T_0 = 1$, $R_0 = 0$. Заметим, что для величин $1/T_n$ и R_n^*/T_n^* (16), (17) представляет собой линейную систему для двух разностных уравнений с коэффициентами, содержащими только параметры рассеяния одного прямоугольного потенциала (8). Таким образом, мы показали, что задача нахождения волновой функции электрона в поле слоистой структуры (2) в общем виде сводится к задаче решения системы уравнений (16), (17).

4. Волновая функция для периодической структуры

Аналитическое решение системы уравнений (16), (17) представляет собой трудную математическую задачу, которую удастся решить лишь для некоторых частных случаев. Так, для случая, когда прямоугольные потенциалы решетки идентичны и расположены эквидистантно друг от друга ($d_1 = d_2 = \dots = d_N = d$, $U_1 = U_2 = \dots = U_N = U$ и $x_n = x_1 + (n-1)a$, a — период решетки), для величин $1/T_n$ и R_n/T_n имеем [3,22]

$$\frac{1}{T_n} = \exp\{ik_0 na\} \left\{ \cos n\beta + i \operatorname{Im}(t_1^{-1} \exp\{-ik_0 a\}) \frac{\sin n\beta}{\sin \beta} \right\}, \quad (18)$$

$$\frac{R_n}{T_n} = \exp\{ik_0(n-1)a\} \frac{r_1}{t_1} \frac{\sin n\beta}{\sin \beta}, \quad (19)$$

$$\cos \beta = \cos k_0(a-d) \cos kd - \frac{k^2 + k_0^2}{2k_0k} \sin k_0(a-d) \sin kd, \quad (20)$$

где $k^2 = (\varepsilon - V)$, V – потенциал барьера, d – его толщина. Из (18), (19) видно, что при больших n параметр β определяет характер рассеяния электрона на периодической структуре в зависимости от энергии электрона. Так, если β является действительной величиной, то зависимость коэффициента прохождения от количества прямоугольных потенциалов системы имеет осцилляционный характер, что соответствует энергетической зоне пропускания. Зоне отражения соответствует мнимое значение β , для которого увеличение приводит к полному отражению электрона. Заметим также, что выражение (20) определяет спектр разрешенных и запрещенных значений энергии электрона для бесконечной периодической структуры [3].

На рис.1 представлен ограниченный осями +1 и -1 график зависимости $\cos \beta$ от безразмерного параметра Ed^2 при фиксированных значениях $Ud^2 = 3$ и $a/d = 2$. Как видно из рисунка, вплоть до значений $Ed^2 = 8$ имеются две разрешенные и две запрещенные зоны. На рис.2 приведены графики квадрата модуля волновой функции электрона $|\psi|^2$ для слоистой структуры, состоящей из двух, четырех, шести и восьми слоев (см. рис. а), б), в), г), соответственно) для энергии $Ed^2 = 4.6$, соответствующей запрещенной зоне (см. рис.1), когда значения потенциальной энергии электрона в первой и второй полубесконечных средах равны нулю: $V_1 d^2 = V_2 d^2 = 0$. Как видно из представленных рисунков, при увеличении количества потенциалов системы волновая функция, осциллируя, стремится к нулю, причем огибающая по максимумам имеет экспоненциальный характер. Из рис.2с и 2д следует, что волновая функция становится малой уже при шести барьерах. Важно отметить,

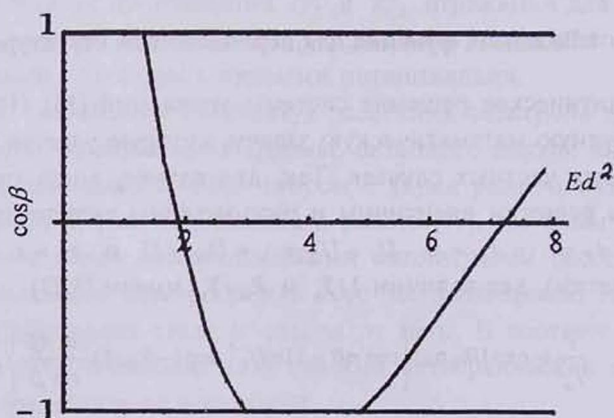


Рис.1. Зоны пропускания и отражения электрона для периодической структуры из прямоугольных потенциалов ($Ud^2 = 3$, $a/d = 2$).

что количество барьеров, необходимых для зануления волновой функции, сильно зависит от энергии падающего электрона в зоне отражения. Так, при энергии $Ed^2 = 3$ волновая функция становится малой уже при четырех барьерах.

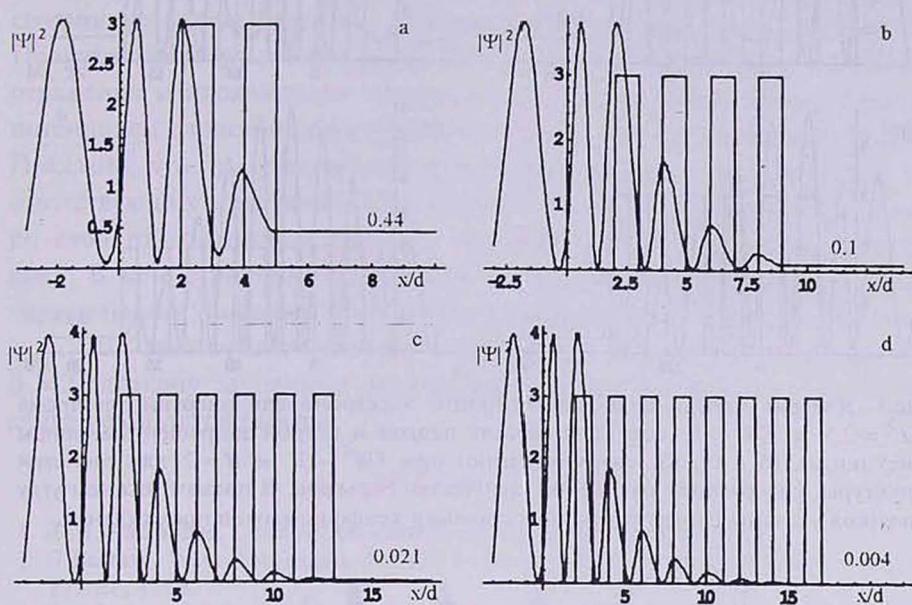


Рис.2. Квадрат модуля волновой функции электрона для энергии электрона, $Ed^2 = 4.6$, соответствующей второй запрещенной зоне при $Ud^2 = 3$, $a/d = 2$ для слоистой структуры, содержащей различное количество барьеров. В правом нижнем углу рисунков указаны соответствующие значения коэффициентов прохождения.

На рис.3 приведены графики волновых функций для энергий электрона $Ed^2 = 2.5$ и $Ed^2 = 5$, соответствующих первой и второй зонам пропускания (см. рисунки а), б) и с), д) соответственно), для слоистых структур, состоящих из шести и восьми потенциалов. Как видно из приведенных графиков, в зоне пропускания, как и в зоне отражения, квадрат модуля волновой функции имеет осцилляционный характер, но здесь в отличие от зоны отражения огибающая имеет периодический характер. Для того чтобы более наглядно продемонстрировать это свойство волновой функции, на рис.4 мы привели графики $|\psi|^2$ для энергий $Ed^2 = 4.9$ (а) и $Ed^2 = 2$ (б) при $Ud^2 = 3$, $a/d = 2$ для слоистой структуры, состоящей из 100 слоев. Как видно из представленных рисунков, при увеличении энергии электрона увеличивается период модуляции $|\psi|^2$.

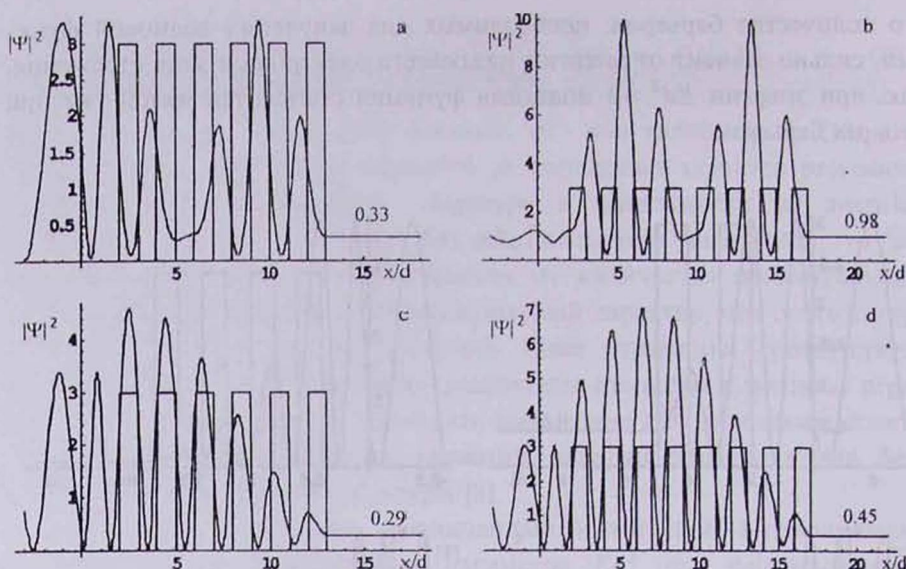


Рис.3. Квадрат модуля волновых функций электрона для энергий электрона $Ed^2 = 2,5$ и $Ed^2 = 5$, соответствующих первой и второй запрещенным зонам (рисунки а), б) и с), д), соответственно) при $Ud^2 = 3$, $a/d = 2$ для слоистой структуры, содержащей различное количество барьеров. В правом нижнем углу рисунков указаны соответствующие значения коэффициентов прохождения.

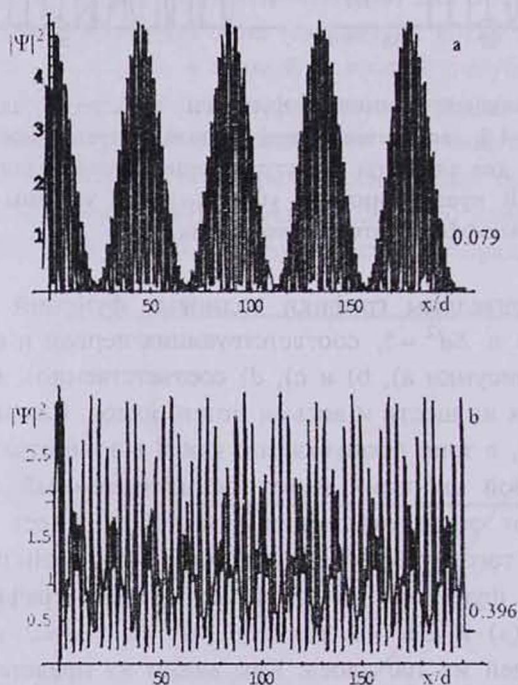


Рис.4. Квадрат модуля волновых функций электрона для энергий электрона $Ed^2 = 4,9$ (а) и $Ed^2 = 2$ (б) при $Ud^2 = 3$, $a/d = 2$ для слоистой структуры, содержащей 100 барьеров. В правом нижнем углу рисунков указаны соответствующие значения коэффициентов прохождения.

5. Заключение

Таким образом, мы показали, что задача определения волновой функции электрона, совершающего инфинитное движение в поле одномерной слоистой структуры из прямоугольных потенциалов, заключенной между двумя полубесконечными средами, в наиболее общей форме сводится к задаче решения системы линейных разностных уравнений. Полученный результат применен для построения волновых функций зон отражения и прохождения электрона для случая, когда прямоугольные потенциалы слоистой структуры идентичны и расположены периодически. Показано, что при увеличении количества барьеров, для состояний, соответствующих зоне пропускания, огибающая по максимумам $|\psi|^2$ внутри слоистой структуры является периодически модулированной функцией. В зоне отражения увеличение количества барьеров ведет к экспоненциальному убыванию огибающей волновой функции внутри системы.

В заключение авторы выражают благодарность академику Д.М.Седракяну за ценные замечания, а также А.Л.Затикиану за обсуждение результатов работы.

ЛИТЕРАТУРА

1. Д.М.Блохинцев. Основы квантовой механики. М., Наука, 1983.
2. G.Bastard. Wave Mechanics Applied to Semiconductor Heterostructures. Les Ulis, France, 1990.
3. E.L.Ivchenko and G.E.Pikus. Superlattices and Other Heterostructures. Springer, Heidelberg, 1997.
4. G.D.Senders, C.J.Stanton. Phys. Rev., B48, 11067 (1993).
5. J.M.Rorison. Phys. Rev., B50, 8008 (1994).
6. А.Н.Дмитриев. ЖЭТФ, 95, 243 (1989).
7. Н.Л.Чуприков. ФТП, 26, 2040 (1992).
8. X.D.Zhao, H. Yamamoto, K. Taniguchi. Superlattices and Microstructures, 23, 1309 (1998).
9. А.Ж.Мурадян. ФТТ, 41, 1317 (1999).
10. T.Osontchan, V.W.L.Chin, T.L Tansley. J. Appl. Phys., 80, 5342 (1996).
11. H.V.Baghdasaryan, T.M.Knyazyan. Optical and Quantum Electronics, 31, 1059 (1999).
12. И.В.Кляцкин. Метод погружения в теории волн. М., Наука, 1983.
13. В.В.Бабилов. УФН, 3, 92 (1967).
14. В.И.Арнольд. Дополнительные главы теории обыкновенных дифференциальных уравнений. М., Наука, 1978.
15. P.Erdos, R.C.Herndon. Adv. Phys., 31, 65 (1982); M.Ya.Azbel. Phys.Rev., B22, 4106 (1983).
16. M.Buttiker. Phys. Rev., B37, 6178 (1983).
17. H.Schneider, F.Fuchs, D.Dischler, J.Ralson, P.Koidi. Appl. Phys. Lett., 58, 2234 (1991).
18. D.Z.Y. Ting, T.C.McGill. Phys. Rev., B47, 7281 (1993).
19. А.Ж. Хачатрян, Д.М. Седракян, Г.М.Андреасян, Ю.Н.Айрапетян. Изв. НАН Армении, Физика, 36, 117 (2001).
20. Д.М.Седракян, А.Ж.Хачатрян. ДНАН Армении, 98, 301 (1998).
21. D.M.Sedrakian, A.Zh.Khachatrian. Phys. Lett., A 265, 294 (2000).
22. Д.М.Седракян, А.Ж.Хачатрян. Изв. НАН Армении, Физика, 36, 62 (2001).

ԻՆՖԻՆԻՏ ԸԱՐԺՈՒՄ ԿԱՏԱՐՈՂ ԷԼԵԿՏՐՈՆԻ ԱԼԻՔԱՅԻՆ ՖՈՒՆԿՑԻԱՆ
ՄԻԱԶԱՓ ԸԵՐՏԱՎՈՐ ՀԱՍՏԱՎԱՐԳԻ ԴԱՇՏՈՒՄ

Ա.Ժ. ԽԱՉԱՏՐՅԱՆ, Ա.Գ.ԱՆԴՐԵԱՍՅԱՆ, Գ.Գ. ՄՋԵՐՅԱՆ, Վ.Դ. ԲԱԴԱԼՅԱՆ

Առաջարկված է նոր մեթոդ շերտավոր համակարգում ինֆինիտ շարժում կատարող էլեկտրոնի ալիքային ֆունկցիան որոշելու համար: Ցույց է տրված, որ տվյալ խնդիրը ընդհանուր դեպքում բերվում է երկու վերջավոր տարրերակային հավասարումների սխեմեի լուծմանը: Առաջարկված մոտեցումը մանրամասն քննարկված է պարբերական սխեմեի համար:

WAVE FUNCTION OF AN ELECTRON INFINITELY MOVING IN THE FIELD
OF A ONE-DIMENSIONAL LAYERED STRUCTURE

A.Zh. KHACHATRIAN, A.G. ANDREASYAN, G.G. MGERIAN, V.D. BADALYAN

A method for finding the wave function of an electron infinitely moving in the field of an arbitrary layered structure bordered on both sides with two different semiinfinite media is proposed. It is shown that this problem in the general form can be reduced to the solution of some system of linear finite-difference equations. The proposed approach is discussed in detail for the case of a periodic structure.

УДК 621.382

К ТЕОРИИ $1/f$ -ФЛУКТУАЦИИ РЕШЕТОЧНОЙ ПОДВИЖНОСТИ НОСИТЕЛЕЙ ТОКА В ОДНОРОДНЫХ ПОЛУПРОВОДНИКАХ

С.В. МЕЛКОНЯН, Ф.В. ГАСПАРЯН, В.М. АРУТЮНЯН

Ереванский государственный университет

(Поступила в редакцию 1 июня 2002 г.)

Исследованы основные особенности флуктуации решеточной подвижности электронов в однородных полупроводниках, обусловленные симметричными флуктуациями функции распределения электронов. На основе развитой нами квазиклассической модели вычислен спектр флуктуации решеточной подвижности электронов, который в широкой области частот имеет вид $1/f$.

1. Введение

В теории флуктуационных явлений в полупроводниках и металлических пленках большое внимание уделяется флуктуациям подвижности носителей тока [1,2]. Обычно такие флуктуации рассматриваются как источник $1/f$ -флуктуаций тока (или сопротивления). По мнению некоторых авторов, флуктуирует только та часть подвижности, которая обусловлена рассеянием носителей тока на фононах [1-3]. Во многих работах в качестве источника $1/f$ -флуктуаций отмечаются как электрон-фононные (э-ф), так и фонон-фононные (ф-ф) взаимодействия (см., например, [4-8]). Вместе с тем, эти и многие другие исследования не дают прямых доказательств в пользу $1/f$ -флуктуации решеточной подвижности.

2. Флуктуация подвижности

Установим характерные особенности флуктуации подвижности носителей тока, возникающие в объеме однородных полупроводников, исходя из следующих квазиклассических соображений. Как известно, плотность электронного тока j определяется как [9]

$$j(t) = -\frac{e}{4\pi^3} \int_{BZ} v_k f_k(t) dk. \quad (1)$$

Здесь интегрирование производится в пределах первой зоны Бриллюэна,

f_k – функция распределения (ФР) электронов, v_k – скорость, которую имел бы электрон в состоянии с волновым вектором k в зоне проводимости полупроводника.

Для упрощения анализа рассмотрим только временные флуктуации ФР, предположив, что f_k является координатно-независимой величиной. При слабых электрических полях f_k обычно представляется в виде суммы равновесных (f_k^0) и неравновесных составляющих [9] $((e/m_n)E\tau(\epsilon_k)(df_{vk}^0/dv_k))$. Здесь E – напряженность внешнего электрического поля, $\epsilon_k = \hbar^2 k^2 / 2m_n$ – энергия, $\tau(\epsilon_k)$ – время релаксации, m_n – эффективная масса электрона проводимости. В свою очередь $f_k^0 = \tilde{f}_k^0 + \tilde{f}_k^0(t)$. Символами “ $\sim$ ” и “ $-$ ” обозначены, как обычно, флуктуационные и среднестатистические значения данной величины. В общем случае функцию $\tilde{f}_k^0$ можно представить как сумму симметричных ($\tilde{f}_k^{0s}$) и асимметричных ($\tilde{f}_k^{0a}$) относительно k составляющих. Тогда из (1) для флуктуации плотности электронного тока $\tilde{j}$ короткого замыкания ($\tilde{E} = 0$) имеем выражение, состоящее из 4 интегралов, для сокращения записи представленное в виде

$$\tilde{j} = -\frac{e}{4\pi^3} \int_{BZ} dk v_k \left[\tilde{f}_k^{0s} + \tilde{f}_k^{0a} + \frac{e}{m_n} \tau(\epsilon_k) \tilde{E} \frac{d\tilde{f}_k^{0s}}{dv_k} + \frac{e}{m_n} \tau(\epsilon_k) \tilde{E} \frac{d\tilde{f}_k^{0a}}{dv_k} \right]. \quad (2)$$

Очевидно, что первый и последний интегралы тождественно равны нулю. Поэтому интеграл (2) сводится к

$$\tilde{j} = -\frac{e}{4\pi^3} \int_{BZ} dk v_k \left[\tilde{f}_k^{0a} + \frac{e}{m_n} \tau(\epsilon_k) \tilde{E} \frac{d\tilde{f}_k^{0s}}{dv_k} \right]. \quad (3)$$

Как видно из ур.(3), равновесные (первый член) и “неравновесные” (второй член) составляющие флуктуации $\tilde{j}$ определяются, соответственно, асимметричными и симметричными флуктуациями $\tilde{f}_k^0$.

Флуктуации $\tilde{f}_k^0$ и, следовательно, $\tilde{j}$ в общем случае обусловлены случайным характером процессов межзонных (генерационно-рекомбинационных) и внутризонных рассеяний [4]. Для определенности ниже рассмотрен случай внутризонных рассеяний электронов. Поскольку такие рассеяния не могут изменить полное число электронов проводимости N , то очевидно, что

$$\tilde{N} = \tilde{n}V = \frac{V}{4\pi^3} \int_{BZ} dk \left[\tilde{f}_k^{0s} + \tilde{f}_k^{0a} + \frac{e}{m_n} \tau(\epsilon_k) \tilde{E} \frac{d\tilde{f}_k^{0s}}{dv_k} + \frac{e}{m_n} \tau(\epsilon_k) \tilde{E} \frac{d\tilde{f}_k^{0a}}{dv_k} \right] = 0. \quad (4)$$

Здесь V – объем образца, n – концентрация электронов проводимости.

В ур.(4) второй и третий интегралы равны нулю из-за асимметричности подынтегральных функций. Поэтому для выполнения условия $\tilde{N} = 0$ (или $\tilde{n} = 0$) необходимо, чтобы в любой момент времени t сумма

первого и четвертого интегралов равнялась нулю. Вместе с тем, они должны обращаться в нуль каждый в отдельности, поскольку флуктуации $\tilde{f}_k^{0s}$ и $\tilde{f}_k^{0a}$ являются независимыми событиями.

Подробнее рассмотрим "неравновесную" составляющую флуктуации $\tilde{j}$. Предположим, что $\tilde{f}_k^{0a} = 0$. Поскольку при внутризонных рассеяниях $\tilde{n} = 0$, то флуктуация плотности электронного тока короткого замыкания ($\tilde{E} = 0$) в простом случае дрейфового приближения можно представить в виде

$$\tilde{j} = e\tilde{n}\tilde{\mu}_n\bar{E}. \quad (5)$$

Умножив ур.(3) и (5) на $\bar{E}$, для флуктуации подвижности электронов $\tilde{\mu}_n$ получим

$$\frac{\tilde{\mu}_n}{\mu_n} = \frac{\int_{BZ} dk \tau(\varepsilon_k) [kE]^2 \frac{d\tilde{f}_k^{0s}}{d\varepsilon_k}}{\int_{BZ} dk \tau(\varepsilon_k) [kE]^2 \frac{d\tilde{f}_k^0}{d\varepsilon_k}}. \quad (6)$$

Как видно из ур.(6), флуктуации $\tilde{\mu}_n$ обусловлены только симметричными флуктуациями ФР равновесных электронов. При этом, если $\tilde{f}_k^{0s}$ релаксирует по экспоненциальному закону, то спектр флуктуации подвижности должен иметь лоренцеву форму.

3. 1/f-флуктуации решеточной подвижности

Как показывают результаты работ [10,11], особенности затухания флуктуации ФР носителей тока зависят от механизмов их возникновения. Рассмотрение флуктуации решеточной подвижности, например, электронов $\tilde{\mu}_l$, проведем на основе микроскопического механизма, предложенного в [10,11]. Предположим, что в начальный момент времени $t=0$ в результате случайных ф-ф взаимодействий произошла симметричная флуктуация ФР равновесных фононов. Для взаимодействующей э-ф системы в однородном полупроводнике это возмущение можно представить в виде начальных условий: $\tilde{g}_q^0(t=0) = G_q^{0s}$, $\tilde{f}_k^0(t=0) = 0$ ($\tilde{g}_q^0$ – флуктуационная составляющая ФР равновесных фононов). Симметричное относительно волнового вектора фононов q начальное возмущение G_q^{0s} характеризует случайное перераспределение энергии между ветвями или частями ветвей спектра фононов [10].

При обсуждении процессов передачи начального случайного возмущения фононов к электронам нами установлено, что $\tilde{f}_{|k|>k_0}^{0s}(t) = 0$, в то время как между более длинноволновыми фононами с $|q| \leq q_0$ и электронами с $|k| \leq k_0$ возникает состояние динамического равновесия¹. В этой длинноволновой области система взаимосвязанных кинетических

¹ Здесь $k_0 = q_0/2$, а q_0 определяется из условия равенства времен релаксации ф-э ($\tau_{ph,e}(q)$) и ф-ф ($\tau_{ph,ph}(q)$) рассеяний [10].

уравнений Больцмана для фононов и электронов имеет стационарное решение [10]. В рассматриваемом случае ее можно представить в виде

$$a_k^s(t) = \lambda_0 \varepsilon_k, \quad b_q^s(t) = \lambda_0 \hbar \omega_q. \quad (7)$$

Здесь $\omega_q = v_0 q$ – частота, а v_0 – скорость фононов. Коэффициент λ_0 определяется из условия перераспределения начальной флуктуации энергии фононов $\hbar \omega_q G_q^{0s}$ между электронами и фононами:

$$\sum_{|q| \leq q_0} \hbar \omega_q G_q^{0s} = \sum_{|q| \leq q_0} \hbar \omega_q \tilde{g}_q^{0s}(t) + \sum_{|k| \leq k_0} \varepsilon_k \tilde{f}_k^{0s}(t). \quad (8)$$

Величины a_k^s и b_q^s характеризуют симметричные части флуктуации ФР электронов и фононов, соответственно, и определяются как

$$f_k^0 = \tilde{f}_k^0 + \tilde{f}_k^{0s}, \quad \tilde{f}_k^{0s} = -a_k^s(t) \frac{d\tilde{f}_k^0}{d\varepsilon_k}, \quad g_q^0 = \tilde{g}_q^0 + \tilde{g}_q^{0s}, \quad \tilde{g}_q^{0s} = -b_q^s(t) \frac{d\tilde{g}_q^0}{d\hbar \omega_q}. \quad (9)$$

Для вычисления λ_0 из ур.(8) предположим, что $\tilde{f}_k^0$ определяется распределением Больцмана, а $\tilde{g}_q^0 \approx k_B T / \hbar \omega_q$. Тогда, в правой стороне ур.(8) переходя от суммирования к интегрированию и используя ур.(7) и (9), получим

$$\lambda_0 = 6\pi^2 \sum_{|q| \leq q_0} \hbar \omega_q G_q^{0s} \left\{ k_B T q_0^3 \left(1 + \frac{3q_0^4}{2^6 7 k_T^4} e^{\frac{F}{k_B T}} \right) \right\} \approx \frac{6\pi^2}{k_B T q_0^3} \sum_{|q| \leq q_0} \hbar \omega_q G_q^{0s}, \quad (10)$$

где k_T – волновой вектор тепловых электронов, F – уровень Ферми.

Однако вполне корректное решение (7) является физически неприемлемым, так как оно не зависит от времени. Можно предположить, что в общем случае установившееся состояние динамического равновесия (см. ур.(7)) не является строго стационарным, а коэффициент λ_0 все же зависит от времени t . Далее, следуя методике, подробно описанной в работе [11], коэффициент λ_0 заменим новой функцией $\lambda(t)$. Для выявления закона затухания $\lambda(t)$ используем уравнение Фоккера-Планка [11], описывающее процесс диффузии абсолютной величины квазимпульса фононов в q -пространстве:

$$\frac{d}{dt}(q^2 \tilde{g}_q^{0s}) = \frac{d}{dq} \left\{ B q^2 \frac{d\tilde{g}_q^{0s}}{dq} - B q^2 \frac{\tilde{g}_q^{0s}}{\tilde{g}_q^0} \frac{d\tilde{g}_q^0}{dq} \right\}. \quad (11)$$

Здесь B – коэффициент диффузии фононов в импульсном пространстве.

Решая ур.(11) по методике, развитой в [11], получим следующее выражение для Фурье-составляющей $\lambda(\omega)$:

$$\lambda(\omega) = \frac{\lambda_0 q_m}{\sqrt{2\pi i \omega B}} \operatorname{th} \left(q_m \sqrt{\frac{i\omega}{B}} \right). \quad (12)$$

Здесь ω – частота, λ_0 определяется из ур.(10), $i = \sqrt{-1}$, определение волнового вектора q_m дано в [11].

Совокупность ур.(7), (9), (10) и (12) описывает закон затухания флуктуации G_q^{0x} , возникшей в момент времени $t=0$. Естественно, такие флуктуации возникают постоянно и в другие моменты времени. Как известно [12], в таких случаях необходимо построить новый случайный процесс $G_q(t)$ как суперпозицию таких единичных событий. В итоге, для спектра флуктуации решеточной подвижности электронов $S_{\mu_i}(\omega)$ имеем

$$\frac{S_{\mu_i}(\omega)}{(\bar{\mu}_i)^2} = \frac{9\pi^3 \hbar^8 q_m^2 q_0}{(8m_n)^4 (k_B T)^6 B \omega} \left| \text{th} \left(q_m \sqrt{\frac{i\omega}{B}} \right) \right|^2 \sum_{\substack{|q| \leq q_0 \\ |q_1| \leq q_0}} \hbar \omega_q \hbar \omega_{q_1} \overline{G_q(\omega) G_{q_1}^*(\omega)}. \quad (13)$$

Здесь суммирование проводится по векторам q и q_1 в области $|q| \leq q_0$ и $|q_1| \leq q_0$, соответственно. Знак “*” означает комплексно-сопряженную величину.

Используя известное упрощенное выражение для спектральной плотности источников флуктуации ФР фононов $G_q(\omega) G_{q_1}^*(\omega)$ [11] и переходя от суммирования к интегрированию, из ур.(13) получим выражение для $S_{\mu_i}(\omega)$ в явном виде, которое можно представить в виде формулы Хуга $S_{\mu_i}(\omega) = 2\pi \alpha_i \bar{\mu}_i^2 / N\omega$ с соответствующим параметром Хуга:

$$\alpha_i = \frac{72 q_0^5 q_m^2 \bar{n}}{(16m_n k_B T / \hbar^2)^4 (l+3) B \tau_{ph,ph}(q_0)} \left| \text{th} \left(q_m \sqrt{\frac{i\omega}{B}} \right) \right|^2. \quad (14)$$

Показатель l в зависимости $\tau_{ph,ph} \sim q^{-l}$ характеризует механизм ф-ф рассеяний.

В общем случае параметр α_i помимо частоты ω зависит также от механизма рассеяния и диффузии фононов.

4. Заключение

Из ур.(5) следует, что спектр флуктуации плотности тока S_J определяется флуктуациями подвижности как $S_J = (e\bar{n}E)^2 S_{\mu_i}$. Ур.(6) показывает, что флуктуация подвижности обусловлена симметричной частью флуктуации ФР носителей тока. Из (14) следует, что с уменьшением частоты спектр флуктуации решеточной подвижности электронов увеличивается и стремится к постоянному значению. В области $\omega > \omega_0$ ($\omega_0 = B/q_m^2$), $\left| \text{th} \left(q_m \sqrt{\frac{i\omega}{B}} \right) \right|^2 \approx 1$, параметр α_i является частотно-независимой величиной, а $S_{\mu_i} \sim 1/\omega$. Отметим, что закон $1/\omega$ имеет место в области частот $\omega_0 < \omega < \omega_1$, где $\omega_1 = \min(1/\tau_{ph,e}, 1/\tau_{e,ph})$. Время установления динамического равновесия между более длинноволновыми

фононами и электронами определяет величину верхнего частотного предела ω_1 . За время $t \sim \max(\tau_{ph,e}; \tau_{e,ph})$ устанавливается динамическое равновесие [10]. При этом процесс установления протекает по обычному экспоненциальному закону, т.е. во временном интервале $0 \leq t \leq \max(\tau_{ph,e}; \tau_{e,ph})$ флуктуации $\tilde{g}_q^0$ и $\tilde{f}_k^0$, соответственно, уменьшаются и увеличиваются по экспоненциальным законам. Из теории флуктуации хорошо известно, что частотная зависимость спектральной плотности экспоненциально изменяющейся величины описывается законом ω^{-2} . Таким образом, закон $1/\omega$ имеет место в ограниченной области частот $\omega_0 \leq \omega \leq \omega_1$, а вне этого интервала $S_{\mu_i}(\omega) \approx \text{const}$ при $\omega < \omega_0$ и $S_{\mu_i}(\omega) \sim \omega^{-2}$ при $\omega > \omega_1$ (см. рис.1).

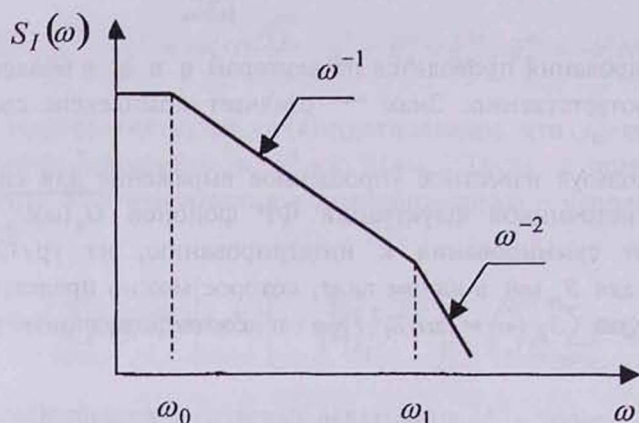


Рис.1. Качественная частотная зависимость спектра шума.

Величина q_0 и коэффициент диффузии B , определяющие характерную частоту ω_0 , зависят от n и T . Например, для n -Si при комнатных температурах $\omega_0 \sim 10^{-11} - 10^{-10} \text{ с}^{-1}$. Поэтому для выявления зависимости $\alpha_i(n, T)$ и определения численного значения α_i необходимо, исходя из особенностей данного полупроводникового образца, конкретизировать механизм как ф-ф рассеяний (величину I), так и механизм диффузии фононов (величину B).

Данная работа выполнена в рамках гранта МНТЦ А-322.

ЛИТЕРАТУРА

1. F.N.Hooge. Physica, B162, 343 (1990).
2. G.M.Milburn, He Bi Sun. Contemp. Phys., 39, N1, 17 (1998).
3. A.Masoero, M.Mihaila, A.Stepanescu. Proc. of Annual Semicond. Conf. (CAS), Synthesis of the activity, Annual report 92, Torino, p.78, 1993.
4. С.В.Мелконян. Изв. НАН Армении, Физика, 36, 142 (2001).
5. S.V.Melkonyan, F.V.Gasparyan, V.M.Aroutiounian, H.V.Asriyan. J. Mod. Phys., 12, 1245 (1998).
6. A.J.Nan Kamenade, P.Herre, L.K.J.Vandamme. Electron. Lett., 30, 1338 (1994).

7. X.Y.Chen, F.N.Hooge, R.Leys. Solid-State Electron., 41, 1269 (1997).
8. T.Musha, G.Borbely. Jap. J. Appl. Phys., 31, L370 (1992).
9. И.М.Дыкман, П.М.Томчук. Явления переноса флуктуации в полупроводниках. Киев, Наукова Думка, 1981.
10. S.V.Melkonyan, V.M.Aroutiounian, F.V.Gasparyan, C.E.Korman. Journal of Fluctuation and Noise Letters, (2002) (submitted).
11. S.V.Melkonyan, V.M.Aroutiounian, F.V.Gasparyan, C.E.Korman. Journal of Fluctuation and Noise Letters, (2002) (submitted).
12. А.Ван дер Зил. Флуктуационные явления в полупроводниках. М., ИЛ, 1961.

ՀԱՍՏԱՏԵՆ ԿԻՍԱՀԱՂՈՐԴԻԶՆԵՐՈՒՄ ՀՈՍԱՆՔԱԿԻՐՆԵՐԻ ՑԱՆՑԱՅԻՆ
ՇԱՐԺՈՒՆԱԿՈՒԹՅԱՆ 1/f ՖԼՈՒԿՏՈՒԱՑԻԱՆԵՐԻ ՏԵՍՈՒԹՅԱՆ ՇՈՒՐՁ

Ս.Վ. ՄԵԼԵՈՆՅԱՆ, Ֆ.Վ. ԳԱՍՊԱՐՅԱՆ, Վ.Մ. ՀԱՐՈՒԹՅՈՒՆՅԱՆ

Ուսումնասիրված են համասեռ կիսահաղորդիչներում էլեկտրոնների ցանցային շարժունակության ֆլուկտուացիաների հիմնական առանձնահատկությունները: Ցույց է տրված, որ դրանք պայմանավորված են էլեկտրոնների բաշխման ֆունկցիայի սիմետրիկ ֆլուկտուացիաներով: Առաջադրված քվազիդասական մոդելի հիման վրա հաշվված է էլեկտրոնների ցանցային շարժունակության ֆլուկտուացիաների սպեկտրը, որը հաճախությունների լայն տիրույթում ունի 1/f տեսքը:

ON THE THEORY OF 1/f FLUCTUATIONS OF THE LATTICE MOBILITY OF CURRENT CARRIERS IN HOMOGENEOUS SEMICONDUCTORS

S.V. MELKONYAN, F.V. GASPARYAN, V.M. AROUTIOUNIAN

The main peculiarities of electron's lattice mobility fluctuations in homogeneous semiconductors are studied. It is shown that mobility fluctuations are conditioned by the symmetric part of the electron distribution function fluctuation. The electron's lattice mobility fluctuation spectrum, which in the wide frequency range has the 1/f form, is calculated based on the suggested quasiclassical model.

УДК 621.315.592

КВАНТОВО-РАЗМЕРНЫЙ ЭФФЕКТ ШТАРКА В ПОЛУПРОВОДНИКОВОМ ЦИЛИНДРИЧЕСКОМ СЛОЕ

В.А. АРУТЮНЯН, Г.Г. СУЛТАНЯН

Гюмрийский образовательный комплекс

Государственного инженерного университета Армении

(Поступила в редакцию 15 апреля 2002 г.)

Рассмотрено влияние поперечного однородного электрического поля на одноэлектронные состояния в квантованном цилиндрическом слое. Предложена физически адекватная модель, позволяющая в рамках теории возмущений аналитически рассчитать величину смещения энергетических уровней носителей заряда в слое. Получена явная зависимость величины шарковского сдвига от напряженности внешнего поля и геометрических размеров образца.

Введение

Наряду со многими низкоразмерными полупроводниками в настоящее время интенсивно исследуются также различные квазиодномерные структуры в виде нанокристаллических аксиально-симметричных слоев (см. напр., [1-6]). Подобные гетерогенные системы (т.н. "квантовые трубки") интересны прежде всего тем, что они фактически "синтезируют" в себе одновременно многие свойства как квантовых пленок (КП), так и квантовых нитей (КН), и в силу "комбинирования" уникальных свойств последних могут иметь применение как в "чистом" виде [1-3], так и в качестве составной компоненты слоистых цилиндрических гетероструктур с наноразмерным радиальным периодом [4-6]. В работах [1-3] на примере углеродных квантовых трубок рассмотрен ряд кинетических свойств этих структур, а в [4-6] – собственно стационарные и квазистационарные состояния квазичастиц (электронов, дырок, экситонов) в слоистых цилиндрических наногетероструктурах, а также их взаимодействие с фононами решетки.

В связи со сказанным ясно, что определенный интерес представляет также исследование влияния внешних статических полей на свойства электронной подсистемы подобных структур. В настоящей работе рассмотрена перестройка энергетического спектра носителей заряда в цилиндрическом слое под действием однородного электрического поля –

в режиме “сильного” квантования, когда толщина слоя L много меньше боровского радиуса трехмерного экситона a_0 :

$$R_2 - R_1 = L \ll a_0, \quad (1)$$

где R_1, R_2 — соответственно внутренний и внешний радиусы слоя.

Одновременно принимается, что R_1 меняется в пределах

$$L \leq R_1 < a_0. \quad (2)$$

Нетрудно видеть, что в противном случае, когда условия (1),(2) не имеют места, задачу в итоге можно свести либо к случаю КП (при $R_1 \geq a_0$), либо к случаю КН (при $R_1 \ll L$).

1. Электронные состояния и потенциал внешнего поля в слое

1а) Вдоль оси симметрии (в направлении Z) протяженность образца предполагаем бесконечной и остановимся конкретно на поперечном к оси симметрии движении носителей. В силу условия (1) кулоновским взаимодействием между носителями в плоскости ρ, φ можно пренебречь и по аналогии с “обычной” пленкой [7] в радиальном направлении аппроксимировать слой бесконечно глубокой потенциальной ямой:

$$U(r) = \begin{cases} 0 & \text{при } R_1 < \rho < R_2, \\ \infty & \text{при } \rho \leq R_1, \rho \geq R_2. \end{cases} \quad (3)$$

Одновременно, в силу того же условия (1), т.е. в силу “тонкости” слоя, орбитальное движение в плоскости ρ, φ можно описать в рамках модели двумерного жесткого ротатора. Действительно, в пределах слоя “центробежная” энергия $U_m(\rho) = \hbar^2 m^2 / 2\mu\rho^2$ ($m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$) “особенностей” по переменной ρ не имеет и меняется сравнительно мало и поэтому без потери общности ее можно заменить энергией ротационного движения с эффективным радиусом R_0 , определяемым следующим условием:

$$\frac{\hbar^2 \ell(\ell+1)}{2\mu R_0^2} = \frac{1}{2} [U_\ell(R_1) + U_\ell(R_2)], \quad \text{где } \ell = m - \frac{1}{2} = \pm \frac{1}{2}, \pm \frac{3}{2}, \dots. \quad (4)$$

Сделанное приближение не затрагивает физической сути задачи, однако существенно упрощает все последующие вычисления и позволяет получить конечные результаты в аналитическом виде. Ограничимся рамками двухзонной модели. Для случая простых невырожденных зон (и в приближении изотропной эффективной массы) огибающие волновые функции электрона в полярных координатах (ρ, φ) ищем в виде

$$\Psi_{n,m}(\rho) = \Phi_n(\rho) \cdot \frac{\exp(im\varphi)}{\sqrt{2\pi}}. \quad (5)$$

Сделаем “стандартную” подстановку

$$\Phi(r) = \frac{\chi(\rho)}{\sqrt{\rho}}, \quad (6)$$

в приближении изотропной эффективной массы (μ) приходим к следующему “радиальному” уравнению Шредингера:

$$\frac{\hbar^2}{2\mu} \chi'' + E_{n,\ell} \chi - \frac{\hbar^2 \ell(\ell+1)}{2\mu \rho^2} \chi = 0, \quad (7)$$

где $E_{n,\ell}$ – полная энергия движения частицы в плоскости (ρ, φ) . Проведя теперь в (7) замену (4) и воспользовавшись граничными условиями

$$\Phi(R_1) = \Phi(R_2) = 0, \quad (8)$$

для энергии $E_{n,\ell}$ и “радиальной” части огибающей волновой функции поперечного движения электрона получаем:

$$E_{n,\ell} = \frac{\pi^2 \hbar^2 n^2}{2\mu L^2} + \frac{\hbar^2 \ell(\ell+1)}{2\mu R_0^2}; \quad (n=1,2,3,\dots) \quad (9)$$

$$\Phi_n(\rho) = \sqrt{\frac{2}{L}} \frac{\sin \frac{\pi n}{L} (\rho - R_1)}{\sqrt{\rho}}. \quad (10)$$

Как видим, в рамках предложенной модели энергия поперечного движения частицы представляет собой простую сумму энергий радиального и ротационного движений, а радиальная волновая функция – стоячую волну, начальная фаза которой определяется радиусом слоя R_1 .

16) Если внешнее поле напряженности $\mathbf{F}$ направить вдоль оси X : $\mathbf{F} = F(F, 0, 0)$, то для потенциала $\varphi(\rho)$ будем иметь [8]:

$$\varphi(\rho) = \begin{cases} \left(F\rho + \frac{A}{\rho} \right) \cos \varphi & \text{при } \rho \geq R_2, \\ \left(B\rho + \frac{C}{\rho} \right) \cos \varphi & \text{при } R_1 \leq \rho \leq R_2, \\ A \cdot B\rho \cos \varphi & \text{при } \rho \leq R_1. \end{cases} \quad (11)$$

В общем случае, когда диэлектрические проницаемости “ядра” (ϵ_1), собственно слоя (ϵ_2) и среды (ϵ_3) различны, из граничных условий для потенциала получаем следующие значения для постоянных A, B, C :

$$\begin{aligned}
B &= F \cdot R_2^2 \frac{2(\varepsilon_{2,1} + 1)}{(\varepsilon_{2,3} + 1)(\varepsilon_{2,1} + 1)R_2^2 - (\varepsilon_{2,3} - 1)(\varepsilon_{2,1} - 1)R_1^2}, \\
C &= F \cdot R_2^2 \frac{2(\varepsilon_{2,1} - 1)R_1^2}{(\varepsilon_{2,3} + 1)(\varepsilon_{2,1} + 1)R_2^2 - (\varepsilon_{2,3} - 1)(\varepsilon_{2,1} - 1)R_1^2}, \\
A &= -F \cdot R_2^2 \frac{(\varepsilon_{2,3} + 1)(\varepsilon_{2,1} - 1)R_2^2 - (\varepsilon_{2,3} - 1)(\varepsilon_{2,1} + 1)R_1^2}{(\varepsilon_{2,3} + 1)(\varepsilon_{2,1} + 1)R_2^2 - (\varepsilon_{2,3} - 1)(\varepsilon_{2,1} - 1)R_1^2},
\end{aligned} \quad (12)$$

где $\varepsilon_{2,3} = \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_3}$; $\varepsilon_{2,1} = \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1}$;

2. Штарковский сдвиг уровней

Внешнее поле можно рассматривать как возмущение в том случае, если будет выполняться условие

$$\frac{qFL}{\varepsilon} \ll (E_{n,\ell})_{\min}; \quad \varepsilon = \frac{\varepsilon_{2,3} + \varepsilon_{2,1}}{2}, \quad (13)$$

где q – заряд частицы.

Нетрудно видеть, что диагональные элементы оператора возмущения

$$\hat{V} = \left(B\rho + \frac{C}{\rho} \right) \cos \varphi, \quad (14)$$

обращаются в нуль, т.е. линейный Штарк-эффект в системе отсутствует. По орбитальному движению отличными от нуля оказываются только матричные элементы $V_{\ell, \ell \pm 1} = 1/2$; для матричных же элементов $V_{n, n'}$, построенных на радиальных волновых функциях из (10), в данном случае имеем:

$$V_{n, n'} = q \frac{L}{\pi^2} \frac{8nn'}{(n^2 - n'^2)^2} \left[-B + \frac{C}{R_0^2} \right]; \quad R_0^2 = \frac{2R_1^2 R_2^2}{R_1^2 + R_2^2}. \quad (15)$$

Специфика вырождения по числу m в спектре (9) приводит к тому, что расщепление энергетического уровня под действием поля (14) происходит только в $2|m|$ -м порядке теории возмущений, и поэтому при учете поправки второго порядка $\Delta E_{n,\ell}^{(2)}$ ($\Delta E_{n,m}^{(2)}$) удобно проводить расчеты для поправок к состояниям с $|m| = 1$ и $|m| \neq 1$ по отдельности.

а) $|m| = 1$:

$$\Delta E_{n,1}^{(2)} = \frac{1}{4} \sum_{n \neq n'} \frac{|V_{n,n'}|^2}{E_{n,1}^{(0)} - E_{n',0}^{(0)}} + \frac{1}{4} \sum_{n \neq n'} \frac{|V_{n,n'}|^2}{E_{n,1}^{(0)} - E_{n',2}^{(0)}} \pm \frac{1}{4} \sum_{n \neq n'} \frac{|V_{n,n'}|^2}{E_{n,1}^{(0)} - E_{n',0}^{(0)}}, \quad (16)$$

б) $|m| \neq 1$:

$$\Delta E_{n,m}^{(2)} = \frac{1}{4} \sum_{n \neq n'} \frac{|V_{n,n'}|^2}{E_{n,m}^{(0)} - E_{n',m-1}^{(0)}} + \frac{1}{4} \sum_{n \neq n'} \frac{|V_{n,n'}|^2}{E_{n,m}^{(0)} - E_{n,m+1}^{(0)}}. \quad (17)$$

Подставляя теперь (15) в (16,17) и ограничиваясь при суммировании по n' [9] первым порядком по малому параметру $\frac{1}{\pi^2(n^2 - n'^2)} \cdot \frac{L^2}{R_0^2}$, для поправок $\Delta E_{n,m}^{(2)}$ соответственно получаем:

$$\Delta E_{n,1}^{(2)} = \frac{q}{48n^2 E_n} \left[BL - \frac{CL}{R_0^2} \right]^2 \times \begin{cases} \left(\frac{3}{2} f_n + g_n \right) \\ \left(\frac{1}{2} f_n + \frac{3}{2} g_n \right) \end{cases}, \quad (16')$$

$$\Delta E_{n,m}^{(2)} = \frac{q^2}{48n^2 E_n} \left[BL - \frac{CL}{R_0^2} \right]^2 \cdot (f_n + g_n), \quad (17')$$

где введены следующие обозначения:

$$E_n = \frac{\hbar^2 \pi^2 n^2}{2\mu L^2}; \quad f_n = \frac{1}{2} \left(1 - \frac{15}{\pi^2 n^2} \right); \quad g_n = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{5} + \frac{1}{2\pi^2 n^2} - \frac{21}{\pi^4 n^4} \right) \left(\frac{L}{R_0} \right)^2. \quad (18)$$

В частности, для штарковского сдвига энергии основного состояния ($n=1$; $m=0$) будем иметь:

$$\Delta E_{1,0}^{(2)} = \frac{q^2}{48E_1} \left[BL - \frac{CL}{R_0^2} \right]^2 \cdot (f_1 + g_1). \quad (19)$$

3. Обсуждение результатов

В рамках предложенной модели относительно результатов, полученных в работе, можем заключить следующее:

1. С ростом “радиального” квантового числа сдвиг уровней очень быстро уменьшается, и реально наибольший физический интерес представляет перестройка основного энергетического уровня. Из (18,19) видно, что при $n=1$; $m=0$ наряду с сугубо “пленочным штарковским фактором” $f_1 = (1/2)(1 - 15/\pi^2)$ в нашем случае вклад в штарковское смещение вносит также и фактор g_1 и по сравнению с КП [10,11] штарковский сдвиг основного уровня уменьшается именно на величину

$$g_1 = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{5} + \frac{1}{2\pi^2} - \frac{21}{\pi^4} \right) \left(\frac{L}{R_0} \right)^2.$$

Подобное уменьшение сдвига обусловлено тем, что энергия, получаемая частицей от внешнего поля, расходуется не только на возмущение “радиального” движения, но также и на сообщение частице

определенной "центробежной" энергии. Так что в присутствии внешнего поля состояния с нулевым значением орбитального числа во всяком случае будут отсутствовать.

2. Внешнее поле снимает двукратное вырождение по орбитальному числу только для состояний с $|m|=1$, расщепляя этот уровень на два подуровня (16').

3. Для уровней с $|m| \neq 1$ внешнее поле приводит не к расщеплению, а только к сдвигу энергетических уровней. В рамках сделанных приближений величина штарковского сдвига для этих уровней не зависит от m и вырождение по орбитальному числу сохраняется и в присутствии поля (исключая, естественно, случай $m=0$).

4. Величина штарковского расщепления (сдвига) в большой степени зависит не только от величины внешнего поля, но и от геометрических размеров образца. Эта зависимость обусловлена, с одной стороны, пространственной ограниченностью движения носителей заряда в пределах слоя, а с другой стороны, степенью "цилиндричности" слоя по отношению к плоско-параллельной пленке, определяемой в нашем случае отношением $\lambda = L/R_0$. В предельном случае $\lambda \rightarrow 0$ выражения (16'–19) переходят в выражения, аналогичные результатам для Штарк-эффекта в "обычной" квантованной пленке [10,11]:

$$\Delta E_{1,0}^{(2)} \cong \frac{1}{2} \left(\frac{qFL}{\varepsilon} \right)^2 \cdot \frac{1}{48E_1} \left(1 - \frac{15}{\pi^2} \right).$$

5. Как и в случае КП [10,11], размерный Штарк-эффект в слое также характеризуется квадратичной зависимостью от напряженности внешнего поля.

6. Существенная зависимость величины штарковского смещения не только от напряженности внешнего поля, но также от толщины и радиуса слоя, дает возможность путем варьирования величины поля и геометрических размеров образца добиться желаемого и регулируемого изменения параметров слоя.

ЛИТЕРАТУРА

1. S.Roche et al. Phys. Rev. B, 64, 121401 (R) (2001).
2. S.Ijima. Nature (London), 354, 56 (1991).
3. T.W.Ebessen et al. Nature (London), 382, 54 (1996).
4. Н.В.Ткач, И.В.Прошин, А.М.Маханец. ФТТ, 40, 557 (1998).
5. N.Tkach. Journ. of Phys. Stud., 3, 377, 1999.
6. Н.В.Ткач, В.А.Головацкий. ФТТ, 43, 350 (2001).
7. Б.А.Тавгер, В.Я.Демиковский. УФН, 96, 61, (1968).
8. В.Смайт. Электростатика и электродинамика. М., ИЛ, 1954.
9. А.П.Прудников, Ю.А.Брычков, О.И.Маричев. Интегралы и ряды, М., Наука, (1981).
10. D.A.B. Miller et. al. Phys. Rev B, 32, 1043 (1985).
11. T.Lukes, G.A.Ringwood. Physica, 84 A, 421 (1976).

ՀԱՓԱՅԻՆ ԲՎԱՆՏԱՅՎԱԾ ՇՏԱՐԿ ԷՖԵԿՏԸ
ԿԻՍԱՀԱՂՈՐԴ-ՀԱՅԻՆ ԳԼԱՆԱՅԻՆ ՇԵՐՏՈՒՄ

Վ.Ա. ՀԱՐՈՒԹՅՈՒՆԻԱՆ, Հ.Գ. ՍՈՒԼՏԱՆԻԱՆ

Դիտարկված են լիցքակիրների վիճակները քվանտացված զլանային շերտում: Անալիտիկ տեսքով ստացված են արտահայտություններ էներգիական մակարդակների և էլեկտրոնային ալիքային ֆունկցիաների համար: Հաշվարկված է շտարկյան շեղումը և ստացված է նրա չափի կախումը արտաքին դաշտի լարվածությունից և նմուշի երկրաչափական չափսերից:

QUANUM-SIZE STARK-EFFEKT IN A SEMICONDUCTOR
CYLINDRICAL LAYER

V.A. HAROUTYUNIAN, H.G. SULTANIAN

The states of charge carriers in a quantum cylindrical layer are considered. The energy spectrum and wave functions for one-electron states are derived in analytical form. The expressions for the Stark shift of energy levels and its dependence on the external field strength and geometrical parametres of layer are obtained.

УДК 548.0

КРИСТАЛЛИЧЕСКИЙ ОНДУЛЯТОР

Р.О.АВАКЯН¹, К.Т.АВЕТЯН², К.А.ИСПИРЯН¹, Э.Г.МЕЛИКЯН¹

¹ Ереванский физический институт

²Ереванский государственный университет

(Поступила в редакцию 19 августа 2002 г.)

Предложена конструкция кристаллического ондулятора (КО), состоящая из набора отдельных плоскопараллельных эквидистантных кристаллических пластин, имеющих одинаковые искривления определенных атомных плоскостей. Пластины с противоположными кривизнами чередуются. Показано, что в монокристаллических твердых растворах $\text{Si}_{1-x}\text{Ge}_x$ переменного состава с постоянным градиентом концентрации вдоль направления [111] происходит искривление атомных плоскостей (111). Ультрарелятивистская частица, пролетая через эти пластины в режиме каналирования, совершает поперечные периодические ондуляторные колебания с амплитудой, намного большей межплоскостных расстояний. Это приводит к тому, что частица, помимо каналированного излучения, испускает и заметное ондуляторное излучение (ОИ).

Введение

При движении заряженной частицы в режиме каналирования в кристалле с искривленными атомными плоскостями она отклоняется от первоначального направления, в соответствии с кривизной атомных плоскостей, независимо от своей начальной энергии [1,2]. Указанную возможность изменения направления в режиме каналирования можно использовать для осуществления ондуляторных колебаний заряженных частиц в кристалле с периодическими знакопеременными искривлениями атомных плоскостей. Данная идея не нова, есть много работ с разными вариантами выполнения такого кристаллического ондулятора [3-6], однако действующий кристаллический ондулятор до сих пор не реализован. Основной трудностью экспериментального осуществления КО является выращивание бездислокационного монокристалла с периодическими знакопеременными искривлениями атомных плоскостей.

Но даже при успешном преодолении технологических трудностей кристаллографический, идеально выращенный ондулятор будет иметь ограниченные возможности. Действительно, имея в виду, что длина волны ОИ

$$\lambda = \frac{L}{2\gamma^2} \quad (1)$$

и очевидное соотношение

$$NL \leq L_D \quad (2)$$

(здесь L — период ондулятора, $\gamma = E/m_0c^2$ — фактор Лоренца, L_D — длина деканалирования, N — число периодов в ондуляторе), получим

$$\lambda \leq \frac{L_D}{2N\gamma^2} \quad (3)$$

Например, при энергии позитрона $E = 10$ ГэВ $L_D \approx 0.4$ см, даже при очень малом числе периодов (например, $N = 5$), длинноволновая граница ОИ будет $\lambda_{\min} \approx 10^{-10}$ см. Это весьма коротковолновое излучение по сравнению с оптимальным диапазоном длин волн, применяемым, например, в структурных исследованиях ($10^{-8} - 10^{-9}$ см).

В настоящей работе предлагается конструкция КО, которая позволяет обойти основные трудности выращивания монокристаллов с периодическими знакопеременными атомными плоскостями. Кроме того, такая конструкция дает возможность варьировать параметры ОИ в достаточно широких пределах и сдвигать длинноволновую границу.

Устройство предлагаемого ондулятора

Как известно, в КО поперечные колебания заряженных частиц с амплитудой, намного большей межплоскостных расстояний (ондуляторные колебания) также осуществляются под действием суммарных полей атомов кристаллической решетки. Очевидно, поперечные колебания частиц (не строго гармонические) будут формироваться и в случае, если эти поля будут действовать только на участках траектории, где частица испытывает заметные ускорения, т.е. происходит изменение знака скорости поперечных колебаний. На эти участки и приходится основная интенсивность ОИ (из-за того, что она пропорциональна квадрату ускорения). На остальных участках траектории роль кристалла, как генератора излучения, несущественна, и отсюда кристалл может быть удален. Более того, при удалении кристалла из этих малоэффективных участков сокращается путь частицы внутри кристалла, который ограничен длиной деканалирования. Это обстоятельство весьма важно, поскольку становится возможным существенно увеличить эффективную длину пути частицы в кристалле. Таким образом, предлагаемый КО представляет собой набор одинаковых плоскопараллельных эквидистантных кристаллических пластин (см. рис.1).

Атомные плоскости, перпендикулярные большой грани этих пластин, имеют определенную кривизну, симметричную относительно противоположных граней, причем пластины с противоположными кривизнами атомных плоскостей чередуются.

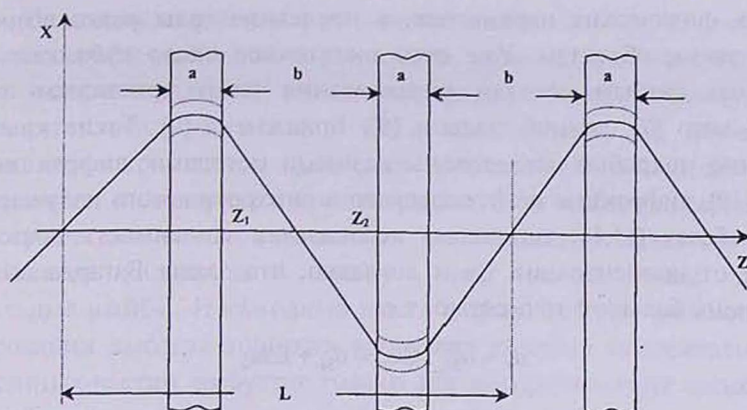


Рис.1. Схема кристаллического ондулятора. a — пластина градиентных кристаллов $\text{Si}_{1-x}\text{Ge}_x$ толщиной a ; b — ширина промежутков между пластинками; L — период ондулятора. Пунктирные линии — следы искривленных атомных плоскостей. Сплошная линия — траектория частицы в ондуляторе.

При входе в плоский канал под углом, меньшим угла Линдхарда, заряженная частица попадает в режим каналирования. Двигаясь вдоль искривленных атомных плоскостей, она меняет направление поперечной скорости, выходит из пластины и до следующей пластины движется прямолинейно. В следующей пластине частица окажется в режиме каналирования, если угол дезориентировки соседних пластин меньше угла Линдхарда.

Как видно из рис.1, траектория частицы в КО состоит из отрезков дуг окружностей — внутри кристаллических пластин и прямолинейных участков — в промежутках между пластинами. Имея в виду, что период ондулятора теперь будет $L=2(a+b)$ (a — толщина пластин, b — ширина промежутков), вместо соотношений (1), (2) и (3), будем иметь

$$\lambda = \frac{a+b}{\gamma^2} \quad (1'), \quad 2Na \leq L_D \quad (2'); \quad \lambda \leq \frac{L_D}{2N\gamma^2} + \frac{b}{\gamma^2} \quad (3').$$

Поскольку на ширину промежутков b не налагается жестких требований, то, как вытекает из (1') и (3'), длину волны излучаемой КО волны можно менять в достаточно широких пределах, варьируя ширины промежутков.

Особенности градиентных кристаллов $\text{Si}_{1-x}\text{Ge}_x$ и изготовление КО

Мы будем использовать искривления атомных плоскостей градиентных кристаллов, т.е. твердых растворов с переменным составом компонент. По многим причинам, наиболее подходящим для наших целей является твердый раствор $\text{Si}_{1-x}\text{Ge}_x$ с малым содержанием Ge ($0 < x < 0.1$). Благодаря возможности монотонного изменения их кристаллографических

и других физических параметров, в последние годы резко возрос интерес к таким объектам. Уже есть достаточное число публикаций, посвященных разным методам выращивания таких кристаллов: методы Чохральского [7], зонной плавки [8], Бриджмена [9]. Такие кристаллы достаточно подробно исследованы разными методами: дифракции нейтронов [10], дифракции рентгеновского и синхротронного излучений [11-16]. В работах [11,16] тщательно исследована зависимость постоянной решетки от концентрации Ge и доказано, что закон Вагарда выполняется с очень большой точностью, т.е.

$$a_x = a_{\text{Si}_{1-x}} \text{Ge}_x = a_{\text{Si}} + x\Delta a_0$$

$$(a_{\text{Si}} = 5,43 \cdot 10^{-8} \text{ см}; a_{\text{Ge}} = 5,65 \cdot 10^{-8} \text{ см}; \Delta a_0 = a_{\text{Ge}} - a_{\text{Si}} = 0,23 \cdot 10^{-8} \text{ см}).$$

Рассмотрим бездислокационный градиентный кристалл $\text{Si}_{1-x}\text{Ge}_x$, где концентрация Ge меняется в интервале Δx , и в котором направление роста $[111]$ совпадает с направлением градиента. При таком росте градиент концентрации вдоль плоскостей (111) практически отсутствует [12-16].

Поскольку постоянная решетки в направлении $[111]$ возрастает строго линейно, то плоскости $(1\bar{1}0)$ будут расположены веером [11,14, 16], как показано на рис.2.

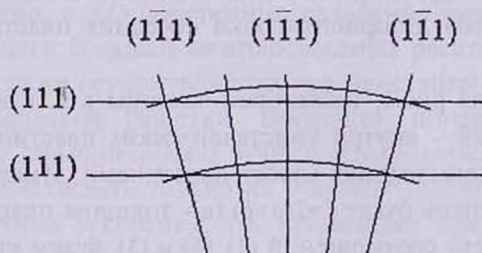


Рис.2. Следы атомных плоскостей (111) и $(1\bar{1}0)$ в градиентном кристалле $\text{Si}_{1-x}\text{Ge}_x$.

А т.к. плоскости (111) перпендикулярны к $(1\bar{1}0)$, то они будут искривлены. Нетрудно убедиться, что кривизна k плоскости (111) определяется простым соотношением

$$k = \frac{\Delta a_0}{a_{\text{Si}} + x\Delta a_0} |\text{grad}x|. \quad (4)$$

Как видно из (4), кривизна в основном определяется градиентом концентрации и слабо зависит от x ($x\Delta a_0 \ll a_{\text{Si}}$). Этот факт важен как при оценке углов при юстировке кристаллов, так и при варьировании ширины промежутков b .

Пластины вырезаются из одного массивного градиентного кристалла так, чтобы их большие грани были параллельны направлению градиента (направление $[111]$) и перпендикулярны направлению $[1\bar{1}0]$. Очевидно, что пластины должны быть идентичными по размерам, по ориентировке кристаллографических направлений относительно внешних граней и по градиенту концентрации. При наборе пластин в пакет для осуществления параллельности расположения соседних пластин предлагается расположить между ними высокоточные плоскопараллельные шайбы. Необходимо иметь в виду, что при плоскостном каналировании высокая точность установки пластин относительно пучка заряженных частиц требуется только для поворота вокруг одной из трех взаимно перпендикулярных осей. В данном случае это направление $[11\bar{2}]$. Поэтому при составлении пакета условие каналирования будет соблюдено, если угол разориентировки между двумя противоположными большими гранями пластин намного меньше угла Линдхарда.

Характеристики ОИ и обсуждение

Основные характеристики ОИ – интенсивность излучения, длина излучаемой волны, спектральная ширина и т.д. можно варьировать в некоторых допустимых пределах, причем они взаимосвязаны и при выборе определенного значения для одного из них сужаются возможные пределы подбора для других. Ограничимся только качественной оценкой отмеченных пределов.

1. Интенсивность излучения.

Предполагая движение каналированной частицы вдоль искривленных атомных плоскостей как движение по дуге окружности, мы ее ускорение можем считать постоянным и перпендикулярным направлению скорости. Тогда для полной энергии излучения ΔE при прохождении частицы через одну пластину получим:

$$\Delta E = \frac{2e^2}{3c^3} \int_{t_1}^{t_2} \frac{W^2}{\left(1 - \frac{V^2}{c^2}\right)^2} dt = \frac{2e^2 \gamma^4 V^4}{3c^3} \cdot \frac{k^2 a}{a+b} \cdot \frac{T}{2}. \quad (5)$$

Здесь W – ускорение частицы; $\Delta t = t_2 - t_1 = (a/a+b)(T/2)$ – промежуток времени прохождения частицы через одну пластину; T – период колебаний частицы в КО. Мы видим, что при данной энергии частицы интенсивность ее излучения пропорциональна множителю G , который определяется геометрическими параметрами КО, т.е.

$$G = \frac{ak^2}{a+b} = \frac{a}{a+b} \cdot \left| \frac{\Delta a_0}{a_{Si} + x\Delta a_0} \right|^2 |\text{grad}x|^2. \quad (6)$$

Как видно из (6), G сильнее зависит от k , т.е. от $\text{grad}x$, чем от a или b .

Кривизна атомных плоскостей k ограничена сверху условием

$$k \leq k_c = 1/R_c, \quad (7)$$

где R_c – критический радиус кривизны, при котором частица выходит из режима каналирования. Однако на k налагаются и другие ограничения. Пролетая через одну пластину, частица отклоняется на угол $\Delta\psi = ak$. Условие возникновения интерференции между излучениями от отдельных пластин-источников будет соблюдено, если

$$\Delta\psi \leq 1/\gamma \quad \text{или} \quad ak\gamma \leq 1. \quad (8)$$

В противном случае пластины поведут себя как отдельные независимые источники синхротронного излучения. Еще одно ограничение на k имеет чисто технологический характер. Выращивание массивного бездислокационного кристалла $\text{Si}_{1-x}\text{Ge}_x$ с большим градиентом связано с определенными трудностями. Из известных нам работ в [7] приведены параметры таких кристаллов, выращенных по методу Чохральского, с относительно большой величиной градиента концентрации германия: $\text{grad}x \approx 0.13 \text{ см}^{-1}$; $k \approx 5 \cdot 10^{-3}$. Выбирая $a = 2 \cdot 10^{-2} \text{ см}$, для позитронов с энергией $E = 2 \text{ ГэВ}$ получим: $ak\gamma = 0.4$. Из представленных оценок следует, что увеличение кривизны k еще в 2-3 раза не приводит к нарушению как условия (7), так и (8).

2. Длина излучаемой КО волны.

Излучение, генерированное в первых пластинах, частично поглощается в последующих. И поскольку коэффициент поглощения излучения $\mu \sim \lambda^3$, то с целью уменьшения поглощения приходится ограничиваться более коротковолновым излучением. Оценки показывают, что при $\lambda \leq 7 \cdot 10^{-9} \text{ см}$ в кремнии с толщиной, равной длине деканалирования $L_D \approx 0.1 \text{ см}$ (при энергии позитрона $E=2 \text{ ГэВ}$) поглощение будет незначительным. Но при $E = 10 \text{ ГэВ}$, когда $L_D \approx 0.4 \text{ см}$, приходится ограничиваться более коротковолновым излучением: $\lambda \leq 5 \cdot 10^{-9} \text{ см}$.

3. Спектральная ширина излучения.

Оценка спектральной ширины ОИ осуществляется нами исходя из соотношения $\Delta\omega/\omega \approx 2/N$. Согласно (6) результирующая интенсивность излучения (когда еще соблюдено условие интерференции) определяется суммарной толщиной всех пластин, т.е. $2Na$, которая сама лимитируется (2). Однако, увеличение N связано с трудностями изготовления и юстировки тонких, строго плоскопараллельных, кристаллографически соответственно ориентированных и идентичных пластин градиентных монокристаллов. Предполагая приемлемым значением $N \approx 10$, толщина пластин a и ширина промежутков b определяются, исходя из энергии частицы и требуемых значений длин волн ОИ (в допустимых пределах).

Несмотря на вышеперечисленные ограничения характеристик, предлагаемая конструкция КО дает возможность получить приемлемые параметры ОИ.

ЛИТЕРАТУРА

1. V.M.Birjukov, Yu.A.Chesnokov, V.I.Kotov. Crystal Channeling and Its Application at High-Energy Accelerators. Springer, Berlin, 1997.
2. M.B.H.Breese. Nucl. Instr. and Meth., B132, 540 (1997).
3. U.Mikkelsen, E.Uggerhoj. Nucl. Instr. and Meth., B160, 435 (2000).
4. R.O.Avakian, L.G.Georgian, K.A.Ispirian, R.K.Ispirian. Nucl. Instr. and Meth., B173, 112 (2001).
5. R.O.Avakian, K.T.Avetyan, K.A.Ispirian, E.A.Melikian. NATO-Workshop, Nor Amberd, Armenia, 49, 277 (2001).
6. W.Kraues, A.Korol, A.Solovoyov, W.Greiner. NATO-Workshop, Nor Amberd, Armenia, 49, 263 (2001).
7. N.V.Abrsimov, S.N.Rossolenko, V.Alex, A.Gerhard, W.Schroder. Journal of Growth, 166, 657 (1996).
8. T.A.Campbell, M.Schweizer, P.Dold, A.Croll, K.Benz. Journal of Growth, 226, 231 (2001).
9. M.P.Volz, M.Schweizer, N.Kaiser, et al. Accepted for inclusion in the proceedings of ICCG-13, Kyoto, Japan, August 2001.
10. A.Magerl, K.-D. Liss, et al. Nucl. Instr. and Meth., A338, 83 (1994).
11. A.Erko, F.Schafers, W.Gudat, et al. Nucl. Instr. and Meth., A374, 408 (1996).
12. R.Bouchard, S.Kouptsids, et al. J Appl. Phys., 73, 3680 (1993).
13. S.Keitel, C.Retsch, T.Niemoller, et al. Nucl. Instr. and Meth., A 414 427 (1998).
14. M.Veldkamp, A.Erko, et. al. Materials Science Forum, 308-3, 597 (1999).
15. S.Keitel, C.Malgrande, et al. Acta Cryst., A55, 855 (1999).
16. M.Veldkamp, A.Erko, et. al. J. Appl. Phys., 38, 612 (1999).

ԲՅՈՒԹԵՎԱՅԻՆ ՕՆԴՈՒԼԱՏՈՐ

Ռ.Հ. ԱՎԱԳՅԱՆ, Կ.Ե. ԱՎԵՏՅԱՆ, Կ.Ա. ԻՍՊԻՐՅԱՆ, Է.Գ. ՄԵԼԻԿՅԱՆ

Առաջարկվում է բյուրեղային օնդուլատորի կառուցվածք, որն իրենից ներկայացնում է որոշակի ատոմական հարթությունների կորացում ունեցող հարթ զուգահեռ, հավասարահեռ բյուրեղային թիթեղների համախումբ, ընդ որում հակառակ կորացումներ ունեցող թիթեղները հաջորդում են իրար: Ցույց է տրված, որ [111] ուղղությամբ Ge-ի փոփոխական բաղադրություն ունեցող $Si_{1-x}Ge_x$ միաբյուրեղային պինդ լուծույթներում (111) ատոմական հարթությունները կորացվում են: Ռեկտաիկիտական մասնիկը, կանալավորման ռեժիմով անցնելով այդ թիթեղների միջով, կատարում է մահ միջհարթությունային հեռավորությունների զգալիորեն մեծ լայնություն ունեցող օնդուլատորային տատանումներ: Դա բերում է նրան, որ մասնիկը բացի կանալավորման ճառագայթումից արձակում է զգալի օնդուլատորային ճառագայթում:

CRYSTALLINE UNDULATOR

R.O. AVAKIAN, K.E. AVETYAN, K.A. ISPIRIAN, E.G. MELIKYAN

We propose a construction for crystalline undulator (CU) which consists of plane, equidistant crystalline plates with the same curvature radius of alternating signs of certain crystallographic planes. It is shown that in a $Si_{1-x}Ge_x$ single crystal with constant gradient of Ge concentration x along the axis [111] the crystallographic planes (111) are curved. The ultrarelativistic particles in such CU can make periodic undulator oscillations with the amplitude exceeding the distance between the crystallographic planes. As a result, the particles produce intense undulator radiation besides the channeling radiation.

УДК 538.945

О ВОЗМОЖНОСТИ РАЗДЕЛЕНИЯ ФАЗОВЫХ ПЕРЕХОДОВ В “ИДЕАЛЬНО ПРОВОДЯЩЕЕ” И “ИДЕАЛЬНО ДИАМАГНИТНОЕ” (“МЕЙССНЕР”) СОСТОЯНИЯ.

1. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ПО “ПАРАМАГНИТНОМУ” ЭФФЕКТУ

С.Г. ГЕВОРГЯН

Институт физических исследований НАН Армении

(Поступила в редакцию 14 февраля 2002 г.)

Обсуждаются “парамагнитный” эффект, недавно обнаруженный в сверхпроводниках, и последствия, вызванные этим слабо выраженным явлением и вытекающие из анализа формы кривой сверхпроводящего перехода. Новый эффект предшествует ярче выраженному “диамагнитному” (“Мейсснер”) выталкиванию и дополняет форму кривой фазового перехода, которая в реальности оказалась более сложной, чем было известно. Этот необычный эффект уточняет особенности фазового перехода. В частности, он создает предпосылки для отделения друг от друга “идеально проводящего” (состояние без сопротивления) и “сверхпроводящего” (идеально диамагнитное состояние) фазовых переходов, а также связывает форму кривой перехода с физическими характеристиками нормального состояния вещества. В первой части работы сделан обзор имеющихся экспериментальных данных по “парамагнитному” эффекту и предложено его возможное объяснение.

1. Введение

Хотя после открытия высокотемпературных сверхпроводников (ВТСП) [1] наблюдается значительный прогресс в области понимания их атомных структур и физических свойств [2-4], тем не менее микроскопическая природа сверхпроводимости в ВТСП пока не раскрыта. Одна из причин - отсутствие невозмущающих методов многостороннего изучения физики сверхпроводящего (СП) перехода с высоким разрешением, в особенности, при температурах близких к фазовому переходу T_c (в самом начале формирования этого состояния). Однако проблема состоит не только в недостаточном разрешении приборов (в особенности, при исследовании пленок и малообъемных чистых монокристаллов) в этом, относительно узком, интервале температур (в момент перехода), но и в том, что пока “без ответа” остаются некоторые принципиально

важные вопросы, касающиеся также и "гелиевых" СП (детали изложены ниже). Ответить на них нельзя без подробного исследования тонких особенностей физики СП фазового перехода сильно коррелированной системы электронов (так называемых "куперовских" пар, образованных из свободных электронов), формирующейся в момент перехода. Обнаруженный недавно в ВТСП пленках "парамагнитный" (ПМ, "paramagnetic" – РМ) эффект [5] демонстрирует и подтверждает существование нераскрытой тонкой физики вблизи T_c , подлежащей выявлению и изучению. Метод исследования, который позволил обнаружить его, может выявить и другие слабо выраженные физические особенности СП фазового перехода. В чем заключаются ключевые преимущества этого метода исследования по сравнению с традиционной техникой, а также насколько углубятся наши знания в сверхпроводимости при его использовании – все это подробно изложено в данной работе.

Известно, что сверхпроводник – это дважды "идеальный" материал, поскольку при охлаждении, начиная с некоторой температуры, он становится идеальным проводником, а также приобретает свойства идеального диамагнетика [6]. Последнее, по существу, предполагает наличие свойств идеального проводника, однако обратное неверно. Но обязано ли вещество иметь эти два свойства в один и тот же момент? И еще, почему, разные по своей природе, эти два фазовых перехода (первый из которых связан с обращением в нуль импульса "куперовской" пары, а другой, видимо, с обнулением также и суммарного "спина" пары) должны происходить "обязательно" при одной и той же температуре? И вообще, встречаются ли в природе явления, разные по сущности, но протекающие одновременно (в частности, в сфере электромагнитных явлений)? Эти вопросы возникли, когда в оловянных сферах микронных размеров, сверхпроводящих при температуре $T_c=3.72\text{K}$, нами была обнаружена слабо выраженная "парамагнитная" особенность фазового перехода [7], извещающая "истинное" начало СП перехода (доложено об этом лишь недавно [5] – после воспроизведения эффекта во многих образцах и в различных материалах). Он предшествует намного ярче выраженному "диамагнитному" (ДМ, "diamagnetic" – ДМ) выталкиванию (эффект Мейсснера-Оксенфелда, открытый еще в 1933г. в "гелиевых" сверхпроводниках [8]) и дополняет известную, в действительности более сложную, форму кривой СП перехода. Возникновению вопросов способствовал также эффект "опережения", обнаруженный в перколяционных ВТСП (в YBaCuO керамиках [1] и пленках [9], имеющих гранулярное строение СП вещества), согласно которому переход по сопротивлению практически заканчивается уже до начала кривой перехода по диамагнитным свойствам (по эффекту Мейсснера). Этот эффект наблюдался также и в ВТСП BiCaSrCuO кристалле [10], однако не вызвал должного внимания авторов (возможно из-за отсутствия уверенности в со-

ответствии температурной шкалы при измерениях разными методами на разных установках). Сомнения еще больше укрепились, когда авторы [11,12] с помощью чувствительного "сканирующего SQUID" микроскопа обнаружили "диамагнитную активность" в ВТСП LaSrCuO пленках при температурах, намного превосходящих общепринятую температуру СП перехода этого материала. Эффект интерпретирован авторами как предшественник состояния Мейсснера.

Все это говорит о том, что ответственные за сверхпроводимость "куперовские" пары начинают формироваться, видимо, уже при температурах, много превосходящих критическую температуру, установленную диамагнитным фазовым переходом (вопреки традиционным представлениям). Значит, не все еще ясно в физике рождения пар и их формирования в веществе. Следовательно, физика СП фазового перехода в этом узком интервале температур (в самом начале перехода) все еще нуждается во всестороннем изучении. В этом плане, исследование деталей формы кривой перехода может стать "пробным камнем" для выявления особенностей формирования пар в "азотных" (а также и в "гелиевых") сверхпроводниках, что поможет и выяснению микроскопической природы сверхпроводимости в ВТСП. А в этом смысле особенно важно проведение опытов при близких к переходу температурах (когда пары только начинают формироваться), которые могут позволить целиком проследить процесс образования пар с самого его начала. Конечной целью такого исследования является не только уточнение формы кривой СП фазового перехода в разных материалах, но и выявление ее связи как с упомянутыми двумя "идеальными" фазовыми переходами, так и с физическими характеристиками нормального состояния вещества. Эти вопросы также будут обсуждены в работе.

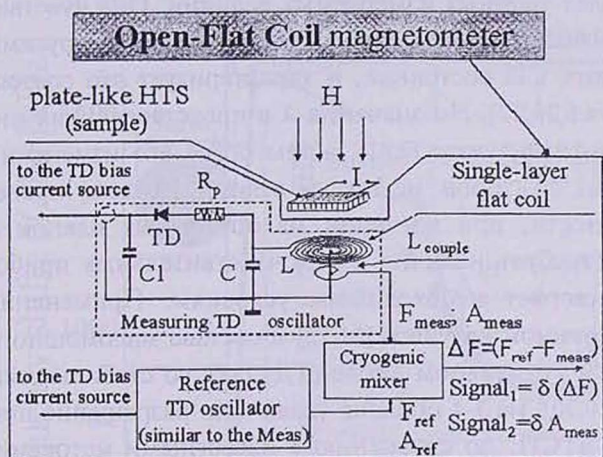
Признанные низко- и радиочастотные (РЧ) методы изучения сверхпроводников (вибрационный магнитометр [13], метод восприимчивости [14], 4-хзондовый [15] и SQUID [16] методы), а также недавно созданный магнито-оптический метод, "визуализирующий" проникновение магнитного поля в вещество [17,18], дают представление о физике СП перехода в основном при температурах, не очень близких к переходу, и применимы для образцов с не очень малыми размерами. Поэтому определяемые ими кривые переходов имеют упрощенный вид и, скорее всего, не отражают всю картину фазового перехода. А выявленная ими физика межфазового перехода, которая должна была бы отображаться на форме кривой перехода, не может быть полной. Именно поэтому безнадежно искать связь между упомянутыми выше явлениями, а также физическими характеристиками нормального состояния исследуемого вещества, с одной стороны, и формой кривой СП перехода, детектированной отмеченными выше методами, с другой.

Иначе говоря, традиционно используемые РЧ методы изучения

сверхпроводников не имеют достаточного разрешения в самом начале фазового перехода. При этом многие из них к тому же и не пригодны для исследования образцов малых объемов (тонкие ВТСП пленки и чистые монокристаллы). А более совершенные микроволновые методы [19,20] бессмысленно применять для измерений при температурах, близких к переходу, т.к. СП пары разрушаются в СВЧ полях.

II. Метод исследования и его преимущество

Таким образом, очевидна необходимость создания новых, невозможных методов исследования СП фазового перехода, с максимальным разрешением именно при температурах, близких к переходу (в самом начале формирования сверхпроводящих пар), а также способных исследовать образцы сверхмалых объемов. В этом смысле разработанный и созданный нами измеритель нового типа [21,22], основанный на однослойной плоской приемной катушке (рис.1), удовлетворяет этим требованиям и уже успешно используется в наших исследованиях. Он в состоянии выявить тонкие особенности фазового перехода в пластинчатых ВТСП материалах малых объемов, таких, как пленки и пленочные



Single-layer flat coil



Coupling coil

Рис.1. Схема измерителя высокого разрешения нового типа (OFC-magnetometer) с плоским ВТСП образцом [21, 22]. Боковая вставка: однослойная, плоская приемная катушка ($\Phi_{\text{coil}} \sim 8$ мм – сверху) и катушка связи. ($L \sim 1.5-2.0$ мкГ; $C \sim 20-40$ пФ; $C1 \sim 2500$ пФ; $R_p \sim 150$ Ω; $F_{\text{meas}} \sim 23$ МГц, $\Delta F = F_{\text{ref}} - F_{\text{meas}} \sim 1.2$ МГц, $\delta F_{\text{stability}} \sim 2-3$ Гц)

структуры, а также совершенные монокристаллы. Такую технику можно использовать не только для выяснения нерешенных вопросов в фундаментальной сверхпроводимости, но и в других областях науки, а также в технике, быту и на производстве.

Основное преимущество метода состоит в его способности "замечать" (даже в тонких ВТСП пленках) слабо выраженные особенности кривой СП перехода между двумя фазами (с относительным разрешением более 6-ти порядков) и обнаружить незначительную энергию, выделенную в результате перемещения "вихрей" магнитного потока, возникающих в сверхпроводнике при наличии внешних полей, токов и других внешних воздействий. Новый метод позволяет детектировать рекордно малые относительные изменения сверхпроводящей глубины проникновения λ , порядка $\Delta\lambda/\lambda \sim 10^{-6}$ [21,22] (абсолютные изменения $\Delta\lambda \sim 1-3 \text{ \AA}$). Техника, показанная на рис.1, является очень чувствительным измерителем поглощения (Q-meter), способным детектировать изменения тепловыделения в СП веществе более 10^{-9} Вт во время вязкого перемещения "вихрей" (в том числе в ВТСП пленках и кристаллах малых объемов [23,24]). С подробным описанием измерителя, причинами его преимуществ, а также с возможными применениями можно ознакомиться в работах [21,25].

Столь широкие возможности нового метода при измерении λ очень важны, поскольку с точки зрения объема и разнородности информации, получаемой из опытов по физическим свойствам СП вещества, λ является одной из наиболее удобных измеряемых величин. Она чувствительна к изменениям, вызванным магнитным полем, токами и другими факторами, возмущающими СП состояние, и характеризует это состояние со многих сторон [2-4,6,26,27]. Но значения λ в представляющих интерес материалах $\{\lambda(T=0) \sim 0.04-0.4 \text{ мкм} [2,6]\}$, а тем более его изменения под воздействием внешних факторов, не так уж велики, поэтому проведение опытов, в особенности, при изучении малообъемных пленок и чистых монокристаллов, требует наличия очень чувствительных приборов. Наш метод удовлетворяет необходимым условиям. Применение плоской однослойной приемной катушки [21,22] в составе маломощного генератора на обращенном туннельном диоде (ТД) [28], со стабильными частотой и амплитудой [29,30], на 3-4 порядка увеличило разрешение при λ -измерениях в плоских ВТСП, по сравнению с известными методами. Измеряемые в настоящем методе величины (частота и амплитуда генератора на ТД) соответственно определяются искажением РЧ измерительного поля у поверхности приемной катушки [21-22], вызванным плоским образцом, а также поглощением энергии этого же поля исследуемым образцом [23-24]. Это, в конечном итоге, приводит к изменению частоты автогенератора на ТД и/или к изменению его амплитуды, соответственно.

III. Результаты и обсуждение

Из-за плоской формы приемной катушки созданного нами изме-

рителя даже малое количество “куперовских” пар, образовавшихся в образце плоской геометрии, вызывает сильное искажение силовых линий измерительного РЧ поля (частоты $F_{\text{meas}} \sim 23$ МГц, $\Delta F = F_{\text{ref}} - F_{\text{meas}} \sim 1.2$ МГц, $\delta F_{\text{stability}} \sim 2-3$ Гц – см. рис.1) у поверхности катушки в момент диамагнитного выталкивания [21]. Аналогично, даже незначительный рост глубины “скин”-слоя в нормальном состоянии образца (из-за ухудшения электропроводности материала, в связи с уходом электронов из уровня Ферми при образовании пар) также может привести к заметному искажению линий поля вокруг детектирующей катушки. Именно эта особенность метода, а также относительное разрешение порядка 10^{-6} и высокая стабильность измеряемых величин позволили нам обнаружить слабо выраженный “парамагнитный” эффект также и в YBaCuO пленках малого объема [5]. Предшествующий ярче выраженному “диамагнитному” выталкиванию, он дополняет форму кривой СП фазового перехода (рис.2). Этот необычный эффект содержит в себе тонкости физики сверхпроводящего перехода, начиная с самого начала формирования пар, и именно по этой причине уточненная этим новым явлением форма кривой СП фазового перехода и будет основным предметом обсуждения в дальнейшем.

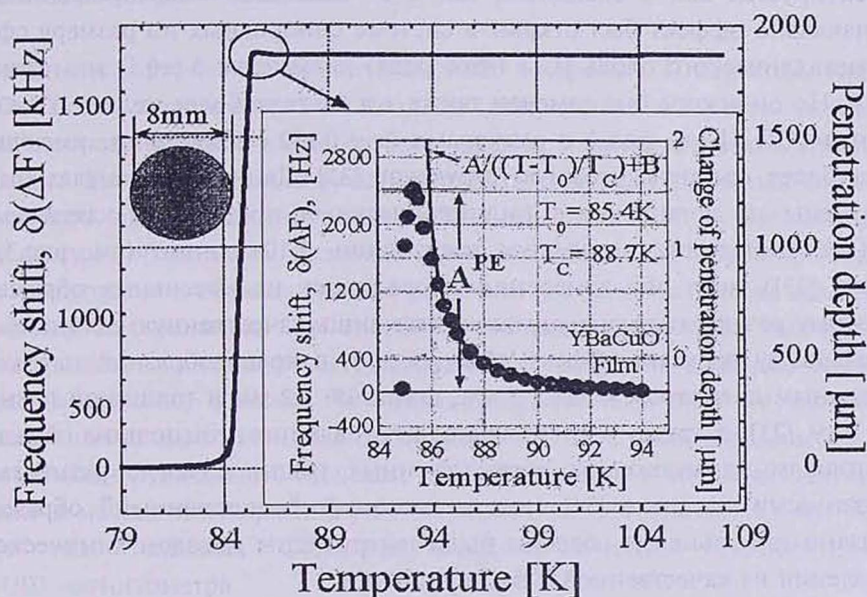


Рис.2. Кривая сверхпроводящего фазового перехода YBaCuO пленки [5] ($P_{\text{osc}} \sim 4.8$ мкВт (см. рис.5)). Вставка: увеличенный вид слабо выраженного “парамагнитного” эффекта в начале СП перехода, предшествующего “диамагнитному” выталкиванию. A^{PE} – его высота, а линия – аппроксимация.

Начато детальное изучение эффекта: проводимые при этом исследова-

дования протекают более результативно в пластинчатых ВТСП материалах, что не удивительно. Дело в том, что из-за низкой электропроводности оксидных СП глубина "скин"-слоя у них в нормальном состоянии намного больше, чем в "гелиевых" СП [31]. Поэтому при приложении к поверхности ВТСП материала (толщиной даже в несколько сот микрон) электромагнитного поля волны радиочастоты проникают через образец, выходя с другой его стороны в нормальном состоянии и полностью (с точностью, определяемой эффектом Мейсснера [6]) экранируются образцом в СП состоянии. В то же время намного более тонкие металлические пленки, сверхпроводящие при "гелиевых" температурах, почти полностью выталкивают эти же волны как в нормальном, так и в СП состоянии, из-за ничтожно малой величины "скин"-слоя материала [32]. Именно поэтому при исследовании деталей формы кривой перехода с помощью данного метода, основанного на приемной катушке с плоской геометрией, опыты проходят более результативно (с точки зрения величины соотношения сигнал/шум) на пластинчатых образцах, изготовленных из оксидных сверхпроводников.

"Парамагнитный" эффект удается наблюдать как при охлаждении, так и при нагреве образца, независимо от его внешней формы. Он детектируется как в оксидных, так и в "гелиевых" сверхпроводниках. Изначально эффект был открыт в системе однородных по размеру сфер из металлического олова (СП I-ого рода) диаметром $5 (\pm 0.5)$ мкм (рис.3 [5,7]). Но он вскоре был замечен также и в системе более мелких YBaCuO гранул (СП II-ого рода) с размерами $2r = 0.192 (\pm 0.004)$ мкм, имеющих куда более сложную атомную структуру [33]. Данные в гранулах были получены на установках с цилиндрическими приемными катушками, при соотношении сигнал/шум всего лишь 5-10 единиц (см. рис.3, а также [33]), хотя оба измерения проводились на массивных образцах. Поэтому результаты на гранулах имеют лишь качественную ценность. К настоящему времени эффект обнаружен и в кольцеобразной пленке с наружным диаметром кольца 3 мм, шириной 0.2 мм и толщиной пленки 0.2 мкм [23], а также в специально изготовленном пленочном образце, состоящем из множества расположенных рядом колец с размерами, указанными на рис.4 [34] (так называемый "испорченный" образец). Указанные кольцевые образцы были изготовлены методом химического травления из качественной YBaCuO пленки.

Следует отметить, что "парамагнитная" особенность постепенно исчезает с увеличением размеров образца, а также с ухудшением стабильности температуры во время опытов [5,7]. Это происходит вследствие усреднения эффекта, из-за роста неоднородности материала и/или температуры в объеме образца. В этой связи уточним условия, при которых эффект удавалось наблюдать в пленках, что важно для понимания природы явления. Так, однородность температуры на всей площади

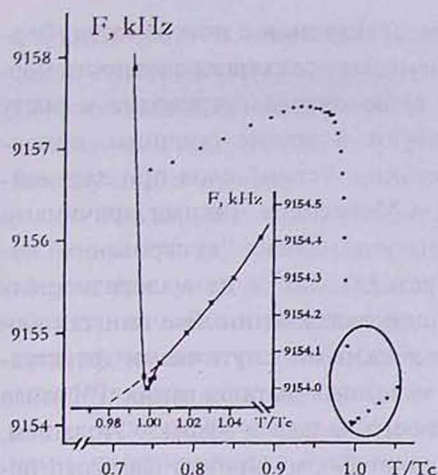


Рис.3. "Парамагнитный" эффект, обнаруженный при переходе в сверхпроводящее состояние порошка олова с размерами зерен диаметром ~ 5 (± 0.5) мкм [5,7]. Вставка: увеличенный вид ПМ эффекта. Пунктирная линия – температурный ход прибора без образца.

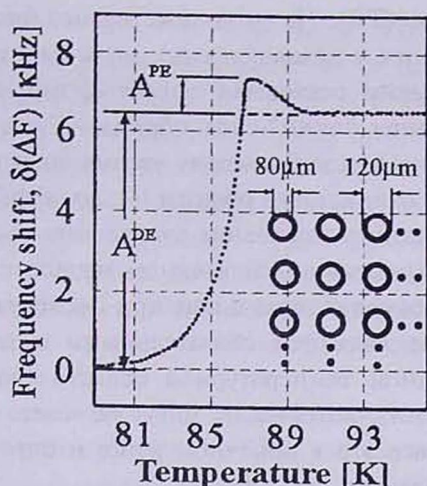


Рис.4. Переход образца, состоящего из расположенных рядом множества колец, сделанных из YBaCuO пленки методом химического травления пленки [34]. (так называемый "испорченный" образец; $P_{osc} \sim 4.8$ мкВт (см. рис.5)).

пленки поддерживалась лучше чем 5 мК во время СП перехода. Кроме того, были подобраны максимально допустимые скорости охлаждения/отогрева образца, выше которых эффект начинал исчезать. Это происходит вследствие роста неоднородности температуры вдоль пленки, из-за чего эффект начинает усредняться. Именно поэтому все имеющиеся до сих пор данные, связанные с наблюдением ПМ эффекта, добыты исключительно в образцах малых размеров и в условиях, когда величина эффекта не менялась от скорости охлаждения/отогрева пленки, а стабильность температуры и однородность материала в объеме образца были достаточно высоки. К настоящему времени нам не известны какие-либо данные, похожие по природе эффекта рассматриваемому явлению (обнаруженные в пленках, кристаллах, или в системах частиц, а также в массивных керамиках или проволоках, изготовленных из "азотных" или "гелиевых" СП), полученные с помощью чувствительного SQUID магнитометра.

Возможное объяснение "парамагнитного" эффекта предложено в [5]. Малое количество "куперовских" пар, образовавшихся в образце в самом начале формирования СП состояния (в результате спаривания электронов, находящихся на поверхности Ферми), не достаточно, чтобы образец смог заметно экранировать РЧ поле вокруг приемной катушки. В наших опытах оно было достаточно малым ($P_{osc} < 5$ мкВт), что обеспечивалось маломощным автогенератором на обращенном туннельном

диоде (ТД). Но уход даже малого числа электронов с поверхности Ферми хотя и незначительно, но все же уменьшает электропроводность нормального состояния вещества, что, в свою очередь, приводит к росту глубины “скин”-слоя образца. Существуют и другие причины, приводящие к еще большему увеличению глубины “скин”-слоя при дальнейшем охлаждении образца [5], до эффекта Мейсснера. Такими причинами являются рассеивание электронов как на уединенных “куперовских” парах (появившихся в самом начале перехода), так и на малоразмерных СП доменах, созданных при последующем охлаждении. Все они так или иначе являются обязательными и неизбежными спутниками флуктуационной температурной области (до мощного выталкивания РЧ поля парами), которые не могут не иметь своего вклада в эффект. Полагаем, что все это в конечном итоге и определяет форму кривой фазового перехода (см. рис.2-4).

Таким образом, сверхпроводящий переход начинается с незначительного проникновения измерительного РЧ поля приемной катушки в образец, тем самым вызывая некоторое уменьшение частоты F_{meas} измерительного генератора (рис.2-4), что и названо “парамагнитным” эффектом. Для большей ясности отметим, что на рис.2,4 и далее $\Delta F = F_{\text{ref}} - F_{\text{meas}}$, где F_{ref} – частота опорного генератора (см. рис.1), предназначенного для компенсации приборного хода измерителя [21,22], которая остается неизменной в процессе эксперимента и, следовательно, не зависит от изучаемого эффекта. Отмеченное уменьшение частоты генератора в самом начале СП перехода согласуется с оценками (основанными на “двухжидкостной” модели) температурной зависимости глубины “скин”-слоя (вызванной уходом электронов с поверхности Ферми) по известной формуле [32]

$$\delta(T) = c / \sqrt{2\pi\sigma_1(T)\omega}, \quad (1)$$

где c – скорость света, $\omega = 2\pi F$ – круговая частота (F – частота измерительного генератора), $\sigma_1(T) = [e^2 n_n(T) / m] \cdot \tau$ – проводимость в нормальном состоянии (e и m – заряд и эффективная масса электрона), τ – время релаксации, а n_n – плотность “нормальных” носителей заряда, которая связана с полной плотностью заряда n в традиционной “двухжидкостной” модели [35] (относительно простая, первоначальная модель Гортера-Казимира, предложенная для описания поведения БКШ сверхпроводников) соотношением $n_n(T) = n \cdot (T/T_c)^\gamma$, где T есть температура сверхпроводящего перехода.

При аппроксимации измеренной кривой сверхпроводящего перехода (см. вставку на рис.2) мы приняли $\gamma = 2$ в соотношении для $n_n(T)$, поскольку подавляющее большинство результатов измерений температурной зависимости глубины проникновения λ в ВТСП пленках хорошо аппроксимируется именно при этом значении γ (см. работы [1-13]

в статье [36]). В качестве подходящей аппроксимирующей функции $\delta(T) \sim \delta(\Delta F(T)) = [A/((T - T_0)/T_c)] + B$, для самой начальной части кривой СП перехода была использована функция, где A , B и T_0 и являются параметрами аппроксимации. Величина не велика во многих практических случаях, а значение температуры определено опытным путем ниже.

Резкий рост частоты измерительного генератора (т.е. сильное вытеснение РЧ поля приемной катушки образцом – “диамагнитный” эффект (см. рис.2-4)) наблюдается только при достаточном охлаждении образца, начиная с температуры, когда из-за охлаждения накапливается достаточное количество сверхпроводящих пар, способных экранировать измерительное поле приемной катушки.

Если отмеченные соображения, связанные с физическими причинами происхождения “парамагнитного эффекта” (ПЭ) соответствуют истине, то с ростом мощности поля P_{osc} измерительного генератора на поверхности образца амплитуда эффекта A^{PE} должна постепенно увеличиваться, а диамагнитное (Мейсснер) выталкивание – смещаться в сторону более низких температур. Это и следует из рис.5 [5]. Иначе и не могло быть, т.к. при этих температурах уже сформировавшееся, в основном, множество “куперовских” пар в состоянии экранировать куда более сильные (чем создает наша установка) РЧ поля. Что касается амплитуды ДМ эффекта, A^{DE} , то она практически не зависит от мощности РЧ поля генератора на поверхности образца. Из рис.5 следует также, что кривые, соответствующие разным значениям мощности РЧ поля, начинают расходиться с некоторого определенного значения температуры. Фактически, именно эта температура (T_c) и соответствует началу сверхпроводящего фазового перехода в образце. У исследованной пленки температура начала перехода составила $T_c = (88.7 \pm 0.2)$ К. Такой нетрадиционный подход к определению начала рождения СП пар вполне созвучен с обнаруженной недавно Игучи и др. “диамагнитной активностью” в ВТСП пленках (как предшественницей Мейсснер-состояния [11,12]), при температурах, намного превышающих температуру диамагнитного выталкивания. Результаты этих двух, независимых друг от друга, экспериментов указывают на факт “преждевременного” рождения пар при температурах, намного превышающих критическую температуру, установленную диамагнитным фазовым переходом (т.е. началом эффекта Мейсснера, $T_{DM} \sim T_0 = (85.4 \pm 0.2)$ К, см. рис.2 и 5).

Согласно вышесказанному, любой другой физический параметр (к примеру, приложенное магнитное поле или ток, протекающий через пленку, а также любой технологический параметр, регулирующий степень беспорядка в образце), который так или иначе подавляет сверхпроводимость в образце, должен приводить к схожему воздействию на амплитуду ПМ эффекта и на месторасположение (по температуре) ДМ выталкивания. Вот почему “парамагнитный” эффект нами был исследован в зависимости от этих физических факторов.

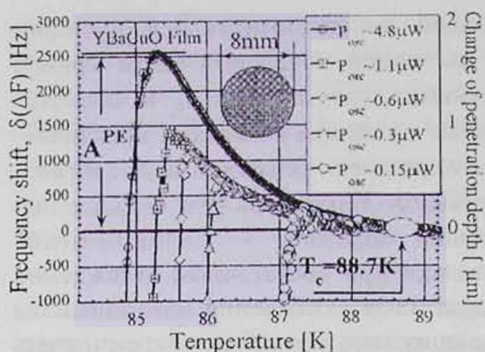


Рис.5. Зависимость высоты A^{PE} “парамагнитного” эффекта и положения “диамагнитного” выталкивания от мощности P_{osc} измерительного генератора на ТД, работающего на частоте $F_{meas} \sim 23$ МГц [5].

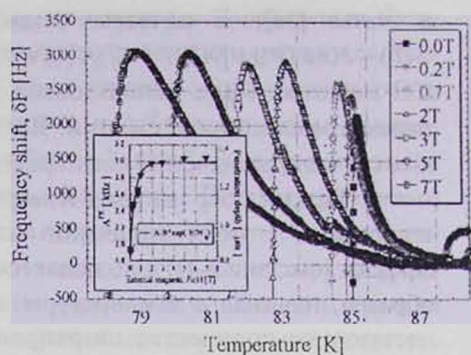


Рис.6. “Парамагнитный” эффект в YBaCuO пленке в зависимости от приложенного магнитного поля [34] ($F_{meas} \sim 23$ МГц, $P_{osc} \sim 4.8$ мкВт). (Вставка: зависимость высоты эффекта A^{PE} от поля).

На рис.6 приведены измеренные кривые при разных значениях магнитного поля [34] (подобно кривой, снятой при нулевом значении поля и представленной на рис.2). Близкие результаты, связанные с влиянием токов на ПМ эффект, показаны на рис.7 [37]. Оба рисунка демонстрируют хорошее согласие эксперимента с изложенным выше соображением, связанным с характером влияния внешнего физического фактора (магнитное поле, приложенное перпендикулярно поверхности исследуемой пленки, или постоянные токи, протекающие через пленку) на эффект. Как следует из рис.6 и 7, высота “парамагнитного эффекта” A^{PE} монотонно растет (экспоненциально от поля (до полей порядка 7Т) и квадратично от тока – в последнем случае, возможно, это связано с выделением тепла в веществе из-за протекания токов), а начало “диамагнитного” выталкивания постепенно отодвигается в сторону более низких температур с увеличением тех же величин, подавляющих сверхпроводимость. Отметим также, что ширина ПМ эффекта линейно растет от поля и токов.

Как сильно технологический параметр может повлиять на обсуждаемый “парамагнитный” эффект, хорошо демонстрирует рис.4, на котором представлены результаты, полученные на специально изготовленном (из исследованной пленки) образце [34], состоящем из рядом расположенных многих колец (так называемый “испорченный” образец). Подобные данные, связанные с пластинчатым двойниковым YBaCuO кристаллом, представлены на рис.8 [37] (побольше данных об этом кристалле можно найти в [38]). Эти данные также хорошо согласуются с ожидаемым влиянием качества ВТСП материала на форму и величину “парамагнитного” эффекта. В частности, из рис.4 хорошо видно, как созданные дефекты атомной структуры внутри образца (видимо, это связано

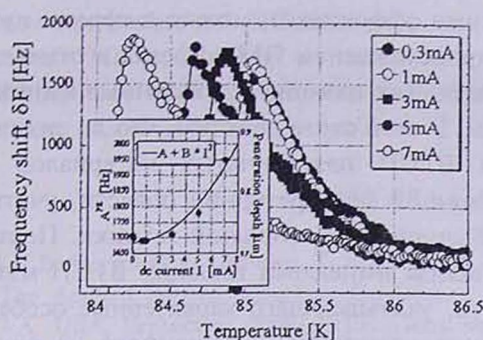


Рис.7. “Парамагнитный” эффект в YBaCuO пленке в зависимости от тока через пленку ($P_{\text{ос}} \sim 4.8$ мкВт) [37]. Вставка: зависимость высоты A^{PE} ПМ эффекта от тока.

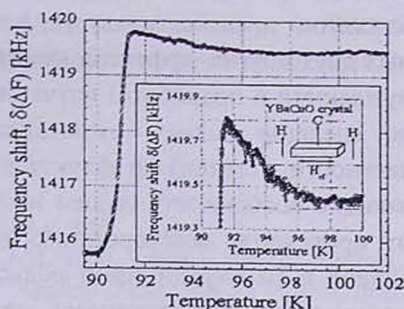


Рис.8. Кривая сверхпроводящего перехода пластинчатого двойникового YBaCuO кристалла [37]. (Размеры кристалла — (0.6×1.5) мм², $P_{\text{ос}} \sim 4.8$ мкВт)

с дефицитом кислорода, вследствие травления пленки) смогли изменить соотношение амплитуд двух обсуждаемых эффектов ($A^{\text{PE}}/A^{\text{DE}}$) в “испорченном” образце (по сравнению с первоначальным пленочным образцом — см. рис.2) более чем на два порядка, в пользу “парамагнитного” эффекта. Такое сильное воздействие технологического параметра на ПМ эффект (и на определяемую им форму кривой СП перехода вещества) может быть использовано при дальнейших исследованиях эффекта, с целью выявления и регулирования технологических факторов, влияющих на эффект и определяющих сложную форму кривой сверхпроводящего фазового перехода. В этом смысле особый интерес представляет установление природы влияния примесей разного рода, а также и дефектов кристаллической структуры СП вещества на обсуждаемый эффект. Однако результаты таких исследований могут составить материал для отдельной публикации.

Заметим, что внешне подобный эффект (содержащий пик на температурных кривых сверхпроводящих переходов по сопротивлению выше T_c и названный “пик”-эффектом сопротивления) был обнаружен многими исследователями также и 4-зондовым методом измерения (подробности и ссылки см. в [39]). И, хотя высказан ряд идей, пытающихся объяснить его, истинное происхождение этого явления не известно до сих пор. Имеется ли связь между “пик”-эффектом сопротивления и совсем недавно обнаруженным нами ПМ явлением — это открытый вопрос в данной области, ждущий своего решения. Известен и другой эффект, внешне также подобный ПМ эффекту и названный “парамагнитным эффектом Мейсснера” [40]. Однако, учитывая приведенные в этой статье данные о том, что новый ПМ эффект наблюдается только в малообъемных образцах и, кроме того, что он “разыгрывается” в несравненно узком температурном интервале (соотношение $\Delta T^{\text{PE}}/T_c$ очень

мало по сравнению с двумя другими эффектами), можно в первом приближении предположить, что в происхождении ПМ эффекта и отмеченных двух других эффектов нет связи. Так или иначе, указанные вопросы нуждаются в подробном изучении. В этой связи заметим, что до сих пор не сделаны оценки импеданса ВТСП пластинчатых материалов (в частности, пленок) во флуктуационной температурной области, учитывающие особенности нашей необычной измерительной техники. Поэтому проведение всестороннего анализа импеданса плоских ВТСП материалов в флуктуационной области, учитывающего характерные особенности этого нестандартного метода измерения, основанного на однослойной плоской приемной катушке, становится актуальной темой для исследований как экспериментаторов, так и теоретиков. Широкий круг вопросов, связанный с новым "парамагнитным" эффектом и его связью с известными уже давно "парамагнитным эффектом Мейсснера и "пик"-эффектом сопротивления, а также его связи как с параметрами Ферми поверхности вещества, так и с параметрами флуктуационной области, также подлежат изучению в процессе дальнейших исследований.

В заключение напомним, что в этой первой части работы мы попытались сделать обзор всех имеющихся в настоящее время данных по недавно обнаруженному "парамагнитному" эффекту. При этом подробно остановились на деталях измерительных установок, отметили особенности образцов и уточнили экспериментальные условия, в которых эффект удавалось наблюдать (что важно для понимания природы явления), а также предложили возможное объяснение эффекта. Последствия вызванные этим, необычно интересным эффектом и некоторые возможные заключения, вытекающие из результатов опытов, будут представлены и обсуждены во второй части данной работы в одном из следующих номеров журнала.

Работа частично финансировалась из государственных источников Республики Армения в рамках научно-исследовательских тем №№ 98-836, 01-431 и 02-1359. Автор глубоко признателен проф. В.Ф.Гантмахеру за замечания и полезные советы по обсуждаемому в данной статье эффекту, детектированному впервые в оловянных гранулах более десяти лет тому назад, что во многом стимулировало дальнейшие исследования в этой области и способствовало обнаружению эффекта и в пленках, обсуждаемых в данной работе. Автор статьи признателен также профессорам M.Takeo, K.Funaki и T.Matsushita, а также Dr.T.Kiss за предоставленную ими возможность работать у них в лаборатории (Superconductivity Research Institute, Kushu University, Fukuoka, JAPAN), что во многом способствовало прибавлению экспериментального материала по данной проблеме (в основном, опубликованного совместно ранее), использованного здесь и далее, во второй части работы, лишь при обсуждении и обосновании основных идей. Автор благодарен

также профессорам Э.Г.Шарояну и Alex Gurevich (University of Wisconsin-Madison, USA) за полезные обсуждения проблемы, а также А.М.Мирзоян и Г.М.Манукян за техническую помощь в ходе и при окончательном оформлении работы.

ЛИТЕРАТУРА

1. J.G.Bednorz and K.A.Muller. *Z. Phys. B*, **64**, 189 (1986).
2. The Applied Superconductivity Conference (ASC'2000, Virginia Beach, Virginia, VA, USA, September 2000) *IEEE Trans. on Applied Supercond.*, **11** (2001) [see also: Abstracts of the ASC'2002, Houston, Texas, USA, August 4-9, 2002].
3. The 8-th International Superconductive Electronics Conference (ISEC'01), Osaka, Japan, June 2001.
4. The 14-th International Symposium on Superconductivity (ISS'2001), Kobe, Japan, September 2001.
5. S.G.Gevorgyan, T.Kiss, T.Ohyama, M.Inoue, A.A.Movsisyan, H.G.Shirinyan, V.S.Gevorgyan, T.Matsushita and M.Takeo. *Supercond. Sci. Technol.*, **14**, No.12, 1009-1013 (2001).
6. E.A.Lynton. *Superconductivity*. London, "Methuen and Co. Ltd", 1969.
7. S.G.Gevorgyan. PhD Thesis, Institute for Physical Research, Armenian National Academy of Sciences, Ashtarak-2, 1989 (in Russian).
8. W.Meissner and R.Ochsenfeld. *Naturwiss.*, **21**, 787 (1933).
9. A.A.Avagyan, R.B.Akopyan, V.O.Vartanyan, S.G.Gevorgyan, and S.Kh.Pilosyan. *Superconductivity: Physics, Chemistry, Technique (SPCT)*, **3**, No.1, 89-92 (1990).
10. P.A.Morris, W.A.Bonner, B.G.Bagley, G.W.Hull, N.G.Stoffel, L.H.Greene, B.Meagher, and M.Giroud. *Appl. Phys. Lett.*, **53**, No.3, 249-251 (1988).
11. I. Iguchi, T.Yamaguchi, and A.Sugimoto. *Nature*, **412**, No.26, 420-423 (2001).
12. I.Iguchi, A.Sugimoto, T.Yamaguchi, N.Chaki, T.Miyake, I.Tanaka, and S.Watauchi. *Physica C: "Superconductivity and its Applications"*, **367**, No.1-4, 9-14 (2002).
13. "LakeShore" Handbook, Vibrating Sample Magnetometers (VSM), pp.4-12 (2002).
14. "Oxford Instrumentations" Handbook, AC-Susceptometers, pp.5-10 (2002).
15. T.Kiss, T.Matsushita, and F.Irie. *Supercond. Sci. Technol.*, **12**, 1079 (1999).
16. "Oxford Instrumentations" Handbook, dc- and rf-SQUID systems, pp.1-10 (2002).
17. P.B.Alers. *Phys. Rev.*, **105**, 104 (1957).
18. A.A.Polyanskii, V.K.Vlasko-Vlasov, et al. *Sov. Tech. Phys. Lett.*, **15**, 872 (1989).
19. S. Sridhar and J.E. Mercereau. *Phys. Rev. B*, **34**, 203 (1986).
20. R. Glosner. *Phys. Rev.*, **156**, 500 (1967).
21. S.G.Gevorgyan, T.Kiss, A.A.Movsisyan, H.G.Shirinyan, Y.Hanayama, H. Katsube, T.Ohyama, M.Takeo, T.Matsushita, and K.Funaki. *Rev. Sci. Instrum.*, **71**, No.3, 1488-1494 (2000).
22. S.G.Gevorgyan, T.Kiss, T.Ohyama, A.A.Movsisyan, H.G.Shirinyan, V.S.Gevorgyan, T.Matsushita, M.Takeo, and K.Funaki. *Physica C: "Superconductivity and its Applications"*, **366**, No.1, 6-12 (2001).
23. S.G.Gevorgyan, T.Kiss, H.G.Shirinyan, A.A.Movsisyan, T.Ohyama, M.Inoue, T.Matsushita, and M.Takeo. *Physica C: "Superconductivity and its Applications"*, **363**, No.2, 113-118 (2001).
24. S.G.Gevorgyan, T.Kiss, M.Inoue, T.Ohyama, M.Takeo, T.Matsushita, and K.Funaki. *IEEE Transactions on Applied Superconductivity*, **11**, 3931-3934 (2001).

25. S.G. Gevorgyan, T.Kiss, M. Inoue, A.A.Movsisyan, H.G.Shirinyan, T.Harayama, T.Matsushita, T.Nishizaki, N.Kobayashi, and M.Takeo. *Physica C: "Superconductivity and its Applications"*, 378-381(P1), 531-536 (2002).
26. D.A.Bonn and W.N.Hardy. In: "Physical Properties of High- T_c Superconductors V". Ed. by D.M.Ginsberg. World Scientific, Singapore, 9-97 (1996).
27. A.M.Gulian and G.F.Zharkov. *Nonequilibrium Electrons and Phonons in Superconductors*. Kluwer/Academic/Plenum, New York, 1999.
28. S.G.Gevorgyan, G.D.Movsesyan, A.A.Movsisyan, V.T.Tatoyan, and H.G.Shirinyan. *Rev. Sci. Instrum.*, 69, 2550-2560 (1998).
29. C.T.Van Degrift. *Rev. Sci. Instrum.*, 46, 599 (1975).
30. C.T.Van Degrift and D.P.Love. *Rev. Sci. Instrum.*, 52, 712 (1981).
31. F.A.Miranda, W.L.Gordon, K.B.Bhasin, V.O.Heinen, and J.D.Warner. *J. Appl. Phys.*, 70, 5450 (1991).
32. Э.А.Канер, В.Ф.Гантмахер. *УФН*, 94, 193 (1968).
33. V.F.Gantmakher, N.I.Golovko, I.G.Naumenko, A.M.Neminsky, and A.V.Petinova. *Physica C*, 171, 223-230 (1990).
34. S.G.Gevorgyan, T.Kiss, M.Inoue, A.A.Movsisyan, H.G.Shirinyan, V.S.Gevorgyan, T.Matsushita, and M.Takeo. *Physica C: "Superconductivity and its Applications"*, 378-381(P1), 404-408 (2002).
35. C.J.Gorter and H.B.G.Casimir. *Phys. Zs.*, 35, 963 (1934) [*Zs. Techn. Phys.*, 15, 539 (1934)].
36. I.B.Vendik. *IEEE Transactions on Applied Superconductivity*, 11, No.1, 3545-3548 (2001).
37. S.G.Gevorgyan, T.Kiss, H.G.Shirinyan, A.A.Movsisyan, V.S.Gevorgyan, S.Egashira, Yu.Eltsev, T.Matsushita, T.Mito, and M.Takeo. *Proc. of the Appl. Supercond. Conference (ASC '2002)* (Houston, Texas, USA, 4-9 August, 2002), Program No. 2MC04 (to be published in: June 2003 issue of the *IEEE Transactions on Applied Superconductivity*).
38. Yu.Eltsev, W.Holm, and O.Rapp. *Phys. Rev. B*, 49, 12333 (1994).
39. C.Buzea, T.Tachiki, K.Nakajima, and T.Yamashita. *IEEE Transactions on Applied Superconductivity*, 11, No.1, 3655-3658 (2001).
40. A.K.Geim, S.V.Dubonos, J.G.S.Lok, M.Henini, and J.C.Maan. *Nature*, 396, No.12, 144-146 (1998).

“ԻԴԵԱԼԱԿԱՆ ՀԱՂՈՐԴԻՉ” ՈՒ “ԳԵՐՀԱՂՈՐԴԻՉ” (MEISSNER ՎԻՃԱԿ)
ՓՈՒԼԱՅԻՆ ԱՆՑՈՒՄՆԵՐԻ ՀՆԱՐԱՎՈՐ ԱՌԱՆՁՆԱՅՄԱՆ ՄԱՍԻՆ

1. “Պարամագնիսական” էֆեկտի հետ կապված փորձարարական տվյալները

Ս.Գ. ԳԵՎՈՐԳՅԱՆ

Զննարկված է գերհաղորդիչներում վերջերս բացահայտված “պարամագնիսական” երևույթը և նրանով ճշգրտված նորմալ-գերհաղորդիչ փուլային անցման կորի ձևից բխող հետևանքները: Նոր էֆեկտը նախորդում է ավելի վաղ արտահայտված “դիամագնիսական” (*Meissner*-ի էֆեկտով որոշվող) արտամղմանը ու լրացնում է իրականում ավելի բարդ (քան հայտնի է) փուլային անցման կորի տեսքը: Այս ամստվոր երևույթը ճշգրտում է փուլային անցման նույն առանձնահատկությունները: Մասնավորապես, այն հնարավոր է դարձնում առանձնացնել իրարից “իդեալական հաղորդիչ” (առանց դիամագնիսական վիճակ) և “գերհաղորդիչ” (իդեալական դիամագնիսական վիճակ) փուլային անցումներն ու կապել փուլային

անցման կորի տեսքը գերհաղորդիչ նյութի նորմալ վիճակի ֆիզիկական բնութագրերի հետ: Ներկայացված ու քննարկված են "պարամագնիսական" երևույթի հետ կապված բոլոր առ այսօր եղած արդյունքներն ու տրված է երևույթի հնարավոր բացատրությունը:

ON THE POSSIBILITY OF SEPARATION OF THE "IDEAL CONDUCTIVE" AND "SUPERCONDUCTIVE" (MEISSNER STATE) PHASE TRANSITIONS.

1. Experimental data on the "paramagnetic" effect

S.G. GEVORGYAN

A new "paramagnetic" effect detected in superconductors recently as well as the consequences, caused by this weakly expressed phenomenon and following from the analysis of the shape of the superconductive transition curve, are discussed. The new effect precedes the stronger expressed "diamagnetic" (Meissner) ejection and fills up the shape of the phase transition curve, which seems to be more complicated than it was known. This unusual effect specifies fine details of the superconductive transition. In particular, it creates grounds to separate the "ideal conductive" (the state without resistance) and the "superconductive" (the ideal diamagnetic state) phase transitions, and enables to connect the shape of the transition curve with normal-state physical characteristics of the superconductive matter. In the first part of the work an overview of the available experimental data on the "paramagnetic" effect is made and a possible explanation of the effect is given.

ԲՈՎԱՆԴԱԿՈՒԹՅՈՒՆ

Ա.Ժ.Մուրադյան, Գ.Ա.Մուրադյան. Բլոխյան վիճակների անոմալ թափանցելիություն պարբերական պոտենցիալի զազաթների մոտ.	3
Ն.Ս.Անանիկյան, Վ.Ռ.Օհանյան. Ֆեռոմագնիսական դիսկրետացված խորանարդային համաչափությամբ N -վեկտորային մոդելը Բեթեի ցանցի վրա.	12
Ա.Ժ.Խաչատրյան, Ա.Գ.Անդրեասյան, Գ.Գ.Միսիրյան, Վ.Դ.Բադալյան. Ինֆինիտ շարժում կատարող էլեկտրոնի ալիքային ֆունկցիան միաչափ շերտավոր համակարգի դաշտում.	18
Ա.Վ.Սելբոնյան, Ֆ.Վ.Գասպարյան, Վ.Մ.Հարությունյան. Համասեռ կիսահաղորդիչներում հոսանքակիրների ցանցային շարժունակության $1/f$ ֆլուկտուացիաների տեսության շուրջ.	29
Վ.Ա.Հարությունյան, Հ.Գ.Սուքանյան. Չափային քվանտացված Շտարկ էֆեկտը կիսահաղորդչային զլանային շերտում.	36
Ռ.Հ.Ավագյան, Կ.Ե.Ավետյան, Կ.Ա.Իսպիրյան, Է.Գ.Մելիքյան. Բյուրեղային օնդուլատոր.	43
Ա.Գ.Գևորգյան. "Իդեալական հաղորդիչ" ու "գերհաղորդիչ" (Meissner վիճակ) փուլային անցումների հնարավոր առանձնացման մասին. 1. "Պարամագնիսական" էֆեկտի հետ կապված փորձարարական տվյալները.	50

CONTENTS

A.Zh.Muradyan, G.A.Muradyan. Anomalous transparency of near-top Bloch states of periodic potential.	3
N.S.Ananikyan, V.R.Ohanyan. Ferromagnetic reduced N -vector model with a cubic symmetry on the Bethe lattice.	12
A.Zh.Khachatryan, A.G.Andreasyan, G.G.Mgerian, V.D.Badalyan. Wave function of an electron infinitely moving in the field of a one-dimensional layered structure.	18
S.V.Melkonyan, F.V.Gasparyan, V.M.Aroutiounian. On the theory of $1/f$ fluctuations of the lattice mobility of current carriers in homogeneous semiconductors.	29
V.A.Haroutyunian, H.G.Sultanian. Quantum-size Stark-effect in a semiconductor cylindrical layer.	36
R.O.Avakian, K.E.Avetyan, K.A.Ispirian, E.G.Melikyan. Crystalline undulator.	43
S.G.Gevorgian. On the possibility of separation of the "ideal conductive" and "superconductive" (Meissner state) phase transitions: 1. Experimental data on the "paramagnetic" effect.	50

СОДЕРЖАНИЕ

А.Ж.Мурадян, Г.А.Мурадян. Аномальная проницаемость блоховских состояний вблизи вершин периодического потенциала...	3
Н.С.Ананикян, В.Р.Оганян. Ферромагнитная редуцированная N -векторная модель с кубической симметрией на решетке Бете.	12
А.Ж.Хачатрян, Г.М.Андреасян, Г.Г.Мгерян, В.Д.Бадалян. Волновая функция электрона, совершающего инфинитное движение в поле одномерной слоистой структуры.	18
С.В.Мелконян, Ф.В.Гаспарян, В.М.Арутюнян. К теории $1/f$ -флуктуации решеточной подвижности носителей тока в однородных полупроводниках.	29
В.А.Арутюнян, Г.Г.Султанян. Квантово-размерный эффект Штарка в полупроводниковом цилиндрическом слое.	36
Р.О.Авакян, К.Т.Аветян, К.А.Испирян, Э.Г.Меликян. Кристаллический ондулятор.	43
С.Г.Геворкян. О возможности разделения фазовых переходов в "идеально проводящее" и "идеально диамагнитное" (Мейсснер) состояния: 1. Экспериментальные результаты по "парамагнитному" эффекту.	50

Тираж 150.

Сдано в набор 5.12.2002. Подписано к печати 11.12.2002.

Печ. л. 4,25. Бумага офсетная. Цена договорная.

Типография НАН РА.

375019, Ереван, пр. Маршала Баграмяна, 24.