ISSN 0002-3035

ФИЗИКА · ՖԻԶԻԿԱ · PHYSICS

ИЗВЕСТИЯ
НАЦИОНАЛЬНОЙ АКАДЕМИИ НАУК АРМЕНИИ

ՏԵՂԵԿԱԳԻՐ
ՀԱՅԱՍՏԱՆԻ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԶԳԱՅԻՆ ԱԿԱԴԵՄԻԱՅԻ

PROCEEDINGS
OF NATIONAL ACADEMY OF SCIENCES OF ARMENIA

37, N3, 2002

ՀԱՅԱՍՏԱՆԻ ՀԱՆՐԱՊԵՏՈՒԹՅԱՆ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԶԳԱՅԻՆ ԱԿԱԴԵՄԻԱ
НАЦИОНАЛЬНАЯ АКАДЕМИЯ НАУК РЕСПУБЛИКИ АРМЕНИЯ

ՏԵՂԵԿԱԳԻՐ ИЗВЕСТИЯ

ՖԻԶԻԿԱ ФИЗИКА

ՀԱՏՈՐ ТОМ
37

№ 3

ՀՀ ԳԱԱ «ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆ» ՀՐԱՏԱՐԱԿՉՈՒԹՅՈՒՆ ИЗДАТЕЛЬСТВО "ГИТУТЮН" НАН РА
ԵՐԵՎԱՆ ЕРЕВАН
2002

Журнал издается с 1966 г.
Выходит 6 раз в год
на русском и английском языках

Адрес редакции: Республика Армения, 375019,
Ереван, пр. Маршала Баграмяна, 24-г.

Խմբագրության հասցեն՝ Հայաստանի Հանրապետություն,
375019, Երևան, Մարշալ Բաղրամյան պող., 24-գ:

Editorial address: 24-g, Marshal Bagramyan Av.,
Yerevan, 375019, Republic of Armenia.

Известия НАН Армении, Физика, т.37, №3, с.135-146 (2002)

УДК 537.87

ИЗЛУЧЕНИЕ ОСЦИЛЛЯТОРА, РАВНОМЕРНО ДВИЖУЩЕГОСЯ ПО ОСИ ДИЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ЦИЛИНДРА

А.С. КОТАНДЖЯН, А.А. СААРЯН

Институт прикладных проблем физики НАН Армении

(Поступила в редакцию 15 февраля 2002 г.)

Рассмотрено излучение заряженного продольного осциллятора, равномерно движущегося по оси погруженного в однородную среду диэлектрического цилиндра. Выведена формула для спектрально-углового распределения интенсивности этого излучения. При выполнении условия Черенкова для внешней среды эта формула состоит из двух слагаемых. Первое из них соответствует излучению с непрерывным спектром, которое распространяется под черенковским углом внешней среды. Второе же слагаемое описывает излучение, которое обладает дискретным спектром при фиксированных углах распространения. Соответствующие частоты являются кратными частоте колебаний осциллятора с учетом эффекта Доплера. Приведены результаты численных расчетов углового распределения числа излученных квантов и проводится сравнение с соответствующими величинами для излучения в однородной среде. Показано, что наличие цилиндра может существенно увеличить интенсивность излучения.

1. Введение

В работе [1] развита рекуррентная схема для построения функции Грина электромагнитного поля в неоднородной среде с произвольным числом соосных однородных цилиндрических слоев. Приложения полученных общих формул к конкретным задачам об излучении заряда, вращающегося внутри и вне диэлектрического волновода, погруженного в однородную среду, рассмотрены в [2-4]. В частности, было показано, что при определенных значениях параметров наличие цилиндра приводит к тому, что в угловом распределении интенсивности излучения имеются сильно выраженные пики, в которых плотность числа квантов превышает соответствующую величину для излучения в вакууме на несколько порядков. Ранее аналогичные результаты для сред со сферической симметрией были получены в работах [5,6].

В данной работе на основе найденной в [1] функции Грина, исследовано излучение продольного осциллятора, равномерно движущегося по оси диэлектрического цилиндра. Излучение заряженных осцилляторов в вакууме и в неоднородных средах рассматривалось в целом ряде работ (см., например, [7-13] и приведенные там ссылки) в связи со многими возможными приложениями (генерация излучения, детектирование частиц высоких энергий и т. д.). В частности, излучение осциллятора в безграничной периодической среде исследовано в [7,8]. Частотно-угловое распределение интенсивности излучения осциллятора, движущегося над границей раздела двух сред, рассмотрено в [9,11].

2. Поля осциллятора

Пусть точечный заряд q движется по оси диэлектрического цилиндра с проницаемостью ε_0 и радиусом ρ_1. Вся эта система погружена в среду с диэлектрической проницаемостью ε_1. Мы рассмотрим случай, когда движение заряда является наложением равномерного перемещения со скоростью v_0 и колебания с циклической частотой ω_0 и амплитудой z_0:

$$z = \mathrm{v}_0 t + z_0 \sin \omega_0 t, \quad x = y = 0, \tag{1}$$

где декартова ось z совпадает с осью цилиндра.

В соответствующим образом выбранной цилиндрической системе координат (ρ, ϕ, z) пространственная часть 4-мерного вектора плотности тока, создаваемого этим зарядом, запишется в виде

$$j_l = \frac{q}{\rho} \mathrm{v}\delta(\rho)\delta(\phi)\delta(z - \mathrm{v}_0 t - z_0 \sin \omega_0 t)\delta_{l3}, \quad l = 1,2,3. \tag{2}$$

Соответствующее решение уравнений Максвелла для 4-вектора потенциала выражается через функцию Грина (ФГ) электромагнитного поля (являющейся тензором второго ранга):

$$A_i(\mathbf{r}, t) = -\frac{1}{2\pi^2 c} \int G_{il}(\mathbf{r}, t, \mathbf{r}', t') j_l(\mathbf{r}', t) d\mathbf{r}' dt', \qquad l = t, \rho, \phi, z. \tag{3}$$

Вследствие цилиндрической симметрии рассматриваемой здесь задачи удобно представить ФГ в виде следующего Фурье-разложения:

$$G_{il}(\mathbf{r}, t, \mathbf{r}', t') = \sum_{m=-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} dk_z d\omega G_{il}(m, k_z, \omega, \rho, \rho') \exp[im(\phi - \phi') + ik_z(z - z') - i\omega(t - t')]. \tag{4}$$

Для диэлектрического цилиндра с проницаемостью ε_0, погруженного в однородную среду с проницаемостью ε_1, фигурирующий в (4) Фурье-образ ФГ, был найден в работе [1]. При $\rho' < \rho_1$ функция $G_{il}(m, k_z, \omega, \rho, \rho')$ зависит от ρ' через функцию Бесселя $J_m(\lambda\rho')$. Для краткости здесь и ниже мы пользуемся обозначением

$$\lambda_j^2 = \frac{\omega^2}{c^2}\varepsilon_j - k_z^2, \quad j = 0,1. \tag{5}$$

Вследствие наличия функции $\delta(\rho')$ в выражении (2) для плотности тока, из (3) следует, что ненулевой вклад в векторный потенциал дает только слагаемое с $m=0$. В результате поле не зависит от угла ϕ. Это является простым следствием азимутальной симметрии рассматриваемой задачи. Таким образом, нам достаточно иметь выражения для $G_{iz}(m=0, k_z, \omega, \rho, \rho'=0) \equiv G_{iz}(k_z, \omega, \rho)$. В лоренцевой калибровке эти выражения непосредственно получаются из общих формул работы [1]:

$$
\begin{gathered}
G_{\rho z}(k_z,\omega,\rho) = -i\frac{(1-\varepsilon_0/\varepsilon_1)k_z H_0(\lambda_1\rho_1)}{\rho_1\lambda_0 W(J_0,H_0)W_\varepsilon(J_0,H_0)} J_1(\lambda_0\rho_<)H_1(\lambda_1\rho_>),\ \rho_{\substack{<\\>}} = \substack{\min\\ \max}(\rho,\rho_1), \\
G_{\phi z}(k_z,\omega,\rho) = 0, \\
G_{zz}(k_z,\omega,\rho) = \frac{\pi}{2iW(J_0,H_0)}\begin{cases} W(J_0,H_0)H_0(\lambda_0\rho) - W(H_0,H_0)J_0(\lambda_0\rho), & \rho<\rho_1, \\ \dfrac{2i}{\pi\rho_1}H_0(\lambda_1\rho), & \rho>\rho_1, \end{cases}
\end{gathered} \tag{6}
$$

где $H_m(x) \equiv H_m^{(1)}(x)$ – функция Ханкеля первого рода. В этих формулах введены следующие обозначения:

$$
\begin{gathered}
W(a,b) = a(\lambda_0\rho_1)\frac{\partial b(\lambda_1\rho_1)}{\partial\rho_1} - b(\lambda_1\rho_1)\frac{\partial a(\lambda_0\rho_1)}{\partial\rho_1}, \\
W_\varepsilon(J_0,H_0) = J_0(\lambda_0\rho_1)H_1(\lambda_1\rho_1) - \frac{\varepsilon_0\lambda_1}{\varepsilon_1\lambda_0}J_1(\lambda_0\rho_1)H_0(\lambda_1\rho_1).
\end{gathered} \tag{7}
$$

При определении λ_1 из (5) следует учесть, что при наличии мнимой части $\varepsilon_1''(\omega)$ диэлектрической проницаемости, $\varepsilon_1 = \varepsilon_1' + i\varepsilon_1''$, а также при $\omega^2\varepsilon_1'/c^2 < k_z^2$, поле должно быть экспоненциально затухающим при больших ρ. Это приводит к следующему соотношению:

$$
\lambda_1 = \begin{cases} \dfrac{\omega}{c}\sqrt{\varepsilon_1 - k_z^2\dfrac{c^2}{\omega^2}}, & \dfrac{\omega^2}{c^2}\varepsilon_1 > k_z^2, \\ i\sqrt{k_z^2 - \dfrac{\omega^2}{c^2}\varepsilon_1}, & \dfrac{\omega^2}{c^2}\varepsilon_1 < k_z^2. \end{cases} \tag{8}
$$

В частности, отсюда следует, что в приведенных выше формулах

$$
H_m(\lambda_1\rho) = \begin{cases} H_m^{(1)}(\lambda_1\rho), & \lambda_1 > 0, \\ -H_m^{(2)}(|\lambda_1|\rho), & \lambda_1 < 0, \\ 2K_m(|\lambda_1|\rho)e^{-m\pi i/2}/\pi i, & \lambda_1^2 < 0. \end{cases} \tag{9}
$$

Отметим, что при $\lambda_1^2 > 0$ знак λ_1 можно определить также из принципа излучения (разные знаки ωt и $\lambda_1\rho$ в формулах для полей) при больших ρ. Подставив (2) и (4) в формулу (3), для компонент векторного потенциала находим

$$A_i(\rho,z,t)=-\frac{q}{\pi c}\sum_{n=-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}dk_z\exp[i(zk_z-\omega_n(k_z)t)]G_{iz}(k_z,\omega_n(k_z),\rho)J_n(k_z z_0)\frac{\omega_n(k_z)}{k_z}, \quad (10)$$

где

$$\omega_n(k_z)=n\omega_0+k_z\mathrm{v}_0. \quad (11)$$

Поля внутри и вне волновода получаются с учетом соответствующих выражений (6) для компонент редуцированной ФГ. В дальнейшем нас будет интересовать поле в области $\rho>\rho_1$. С учетом выражений (6) из формулы (10) для векторного потенциала в этой области имеем

$$A_i(\rho,z)=\sum_{n=-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}dk_z\exp[i(k_z z-\omega_{n,z}t)]A_{ni}(k_z,\rho),\qquad i=\rho,z,\phi, \quad (12)$$

где коэффициенты A_{ni} определяются соотношениями

$$\begin{aligned}
A_{n\rho}&=\frac{qi}{\pi c\rho_1}\frac{(\varepsilon_1-\varepsilon_0)\omega_n(k_z)}{\varepsilon_1\lambda_0}\frac{H_0(\lambda_1\rho_1)J_1(\lambda_0\rho_1)}{W_\varepsilon(J_0,H_0)W(J_0,H_0)}H_1(\lambda_1\rho)J_n(k_z z_0),\\
A_{nz}&=-\frac{q}{\pi c\rho_1}\frac{\omega_n(k_z)}{W(J_0,H_0)k_z}H_0(\lambda_1\rho)J_n(k_z z_0),\\
A_{n\phi}&=0.
\end{aligned} \quad (13)$$

Легко убедиться, что A_{ni} как функции от k_z не имеют особых точек. Из условия калибровки Лоренца, с учетом симметрии рассматриваемой задачи, для скалярного потенциала φ_n находим $\varphi_n(k_z,\rho)=(\partial(\rho A_{n\rho})/\partial\rho+$ $+ik_z\rho A_{nz})c/(i\omega_n(k_z)\varepsilon_1\rho)$. Из формулы (12) видно, что аналогичные разложения можно написать и для напряженностей электромагнитного поля. Имея векторный и скалярный потенциалы, можно найти соответствующие фурье-коэффициенты напряженностей электромагнитного поля:

$$\begin{aligned}
&E_{n\rho}=\frac{q}{\pi\rho_1\varepsilon_1}\frac{J_n(k_z z_0)}{W_\varepsilon(J_0,H_0)}H_1(\lambda_1\rho),\ E_{nz}=\frac{iq}{\pi\rho_1\varepsilon_1}\frac{\lambda_1 J_n(k_z z_0)}{k_z W_\varepsilon(J_0,H_0)}H_0(\lambda_1\rho),\ E_{n\phi}=0,\\
&H_{n\phi}=\frac{q\omega_n(k_z)}{\pi c\rho_1 k_z}\frac{J_n(k_z z_0)}{W_\varepsilon(J_0,H_0)}H_1(\lambda_1\rho),\ \ H_{n\rho}=H_{nz}=0.
\end{aligned} \quad (14)$$

Из формул (14) следует, что $\mathbf{E}_n\cdot\mathbf{H}_n=0$, т.е. напряженность электрического поля и индукция магнитного поля перпендикулярны и можно написать $\mathbf{E}_n=[\mathbf{bH}_n]$, $\mathbf{b}=-c(\lambda_1,0,k_z)/\omega_n(k_z)\varepsilon_1$. Перейдем теперь к рассмотрению интенсивности излучения во внешнее пространство.

3. Спектрально-угловое распределение интенсивности излучения на больших расстояниях от заряда

Средний поток энергии за единицу времени через боковую поверхность бесконечно длинного цилиндра, соосного с рассматриваемым диэлектрическим цилиндром, дается вектором Пойнтинга $\mathbf{S}$:

$$I=\frac{2\pi}{T}\int_0^T dt\int_{-\infty}^{\infty}(\mathbf{S}\mathbf{n}_\rho)\rho dz,\qquad \mathbf{S}=\frac{c}{4\pi}[\mathbf{EH}],\ T=\frac{2\pi}{\omega_0}. \tag{15}$$

С учетом формул (12) и (14) отсюда получим

$$I=-\frac{q^2\rho i}{\pi\rho_1^2}\sum_{n=-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}dk_z\frac{\lambda_1\omega_n(k_z)}{\varepsilon_1 k_z^2}\frac{J_n^2(k_z z_0)}{|W_\varepsilon(J_0,H_0)|^2}H_0(\lambda_1\rho)H_1^*(\lambda_1\rho). \tag{16}$$

Воспользовавшись тем, что при замене $n\to -n,\ k_z\to -k_z$ имеем $\omega_n(k_z)\to-\omega_n(k_z)$, $\lambda_1\to-\lambda_1$, выражение (16) можно записать в явно действительном виде

$$I=\frac{2q^2\rho}{\pi\rho_1^2}\sum_{n=0}^{\infty}{}'\int_{-\infty}^{\infty}dk_z\frac{\lambda_1\omega_n(k_z)}{\varepsilon_1 k_z^2}\frac{J_n^2(k_z z_0)}{|W_\varepsilon(J_0,H_0)|^2}\operatorname{Im}[H_0(\lambda_1\rho)H_1^*(\lambda_1\rho)], \tag{17}$$

где штрих над суммой означает, что слагаемое с $n=0$ следует брать с весом 1/2.

Прежде всего рассмотрим случай $\omega_0=0$, который соответствует равномерному движению заряда по оси диэлектрического цилиндра. Теперь согласно (11), (5) $\omega_n(k_z)$ и λ_j не зависят от n, и ряд в (17) легко суммируется с помощью стандартной формулы $\sum_{n=-\infty}^{+\infty}J_n^2(k_z z_0)=1$. Перейдя к интегрированию по $\omega=k_z\mathrm{v}_0$, получим

$$I=\frac{2q^2\rho}{\pi\rho_1^2}\int_0^{\infty}d\omega\frac{\sqrt{\beta_1^2-1}}{\varepsilon_1|W_\varepsilon(J_0,H_0)|^2}\operatorname{Im}[H_0(\lambda_1\rho)H_1^*(\lambda_1\rho)],\quad \beta_1=\frac{\mathrm{v}_0}{c}\sqrt{\varepsilon_1}. \tag{18}$$

Если условие Черенкова для внешней среды не выполняется, то поток (18) экспоненциально убывает на больших расстояниях от траектории заряда и излучение на бесконечности отсутствует. При условии же $\beta_1>1$, воспользовавшись асимптотическими выражениями функции Ханкеля при больших значениях аргумента [14], имеем

$$I=\frac{4q^2\mathrm{v}_0}{\pi^2\rho_1^2}\int_{\beta_1^2>1}d\omega\frac{|W_\varepsilon(J_0,H_0)|^{-2}}{\varepsilon_1\omega}. \tag{19}$$

Нетрудно показать, что это выражение совпадает с формулой, приведенной, например, в [15] для излучения заряда, движущегося параллельно оси цилиндрического канала в диэлектрике. Введя угол ϑ волнового вектора с осью цилиндра, из соотношения $\omega=k_z\mathrm{v}_0$ получим $\cos\vartheta=\beta_1^{-1}$, т.е. излучение (19) распространяется под черенковским углом внешней среды. При $\varepsilon_0=\varepsilon_1$ из (19) получим известную формулу для интенсивности черенковского излучения в однородной среде [13].

Вернемся теперь к общему случаю, когда $\omega_0\neq 0$. Рассмотрим сначала слагаемое $n=0$ в формуле (17). Аналогично выводу (19), нетрудно показать, что соответствующий вклад в интенсивность излучения определяется формулой

$$I_{n=0} = \frac{4q^2 v_0}{\pi^2 \rho_1^2} \int_{\beta_1^2>1} d\omega \frac{J_0^2(\omega z_0 / v_0)}{\varepsilon_1 \omega |W_\varepsilon(J_0, H_0)|^2}. \quad (20)$$

Это излучение распространяется под черенковским углом внешней среды, а интенсивность отличается от величины интенсивности равномерно движущегося заряда (19) наличием зависящего от частоты дополнительного весового фактора $J_0^2(\omega z_0 / v_0)$..

Перейдем к слагаемым $n \neq 0$ в формуле (17). Когда $\lambda_1^2 < 0$, то согласно (9) поле экспоненциально затухает с расстоянием и излучение отсутствует. При действительном же λ_1 поле при больших ρ имеет характер излучения, и с учетом (11) имеем квадратное неравенство относительно k_z:

$$k_z^2(1-\beta_1^{-2}) + 2k_z \frac{n\omega_0}{v_0} + \frac{n^2\omega_0^2}{v_0^2} > 0. \quad (21)$$

Пусть сначала для поступательной скорости заряда условие Черенкова не выполнено, $\beta_1 < 1$. В этом случае из этого неравенства имеем

$$k_z \in \left(-\frac{n\omega_0\sqrt{\varepsilon_1}}{c(1+\beta_1)}, \frac{n\omega_0\sqrt{\varepsilon_1}}{c(1-\beta_1)} \right). \quad (22)$$

Удобно ввести новую переменную ϑ согласно

$$k_z = \frac{n\omega_0}{c} \frac{\cos\vartheta}{1-\beta_1\cos\vartheta}\sqrt{\varepsilon_1}, \quad (23)$$

где из (22) следует, что $\vartheta \in (0,\pi)$. Из соотношения (11) теперь для $\omega_n(k_z)$ имеем

$$\omega_n(k_z) = \frac{n\omega_0}{1-\beta_1\cos\vartheta}, \qquad n = 1,2... \quad (24)$$

Заметим, что согласно (23), (24) величины k_z и $\omega_n(k_z)$ связаны соотношением $k_z = \omega_n(k_z)\sqrt{\varepsilon_1}\cos\vartheta / c$.

Рассмотрим теперь случай $\beta_1 > 1$, когда решение неравенства (21) имеет вид

$$k_z \in \left(-\infty, -\frac{n\omega_0\sqrt{\varepsilon_1}}{c(\beta_1 - 1)} \right) \cup \left(-\frac{n\omega_0\sqrt{\varepsilon_1}}{c(\beta_1+1)}, +\infty \right). \quad (25)$$

Введя снова переменную ϑ согласно (23), убеждаемся, что она меняется в пределах $\vartheta \in (0, \vartheta_0 -) \cup (\vartheta_0 +, \pi)$, где $\vartheta_0 = \arccos(\beta_1^{-1})$ – соответствующий угол Черенкова. Соотношения между переменными $k_z, \omega_n(k_z), \vartheta$ теперь те же, что и при $\beta_1 < 1$. На больших расстояниях от траектории заряда зависимость элементарных волн от пространственно-временных координат имеет вид $\exp[\omega_n(k_z)\sqrt{\varepsilon_1}(\rho \sin\vartheta + z\cos\vartheta - ct/\sqrt{\varepsilon_1})/c]$, который описывает волну с частотой

$$\omega_n = |\omega_n(k_z)| = \frac{n\omega_0}{|1-\beta_1\cos\vartheta|}, \tag{26}$$

распространяющейся под углом ϑ к оси z. Формула (26) описывает нормальный эффект Доплера в случаях $\beta_1 < 1$ и $\beta_1 > 1$, $\vartheta > \vartheta_0$ и аномальный эффект Доплера в случае $\beta_1 > 1$, $\vartheta < \vartheta_0$ [13]. С учетом приведенных выше формул выражения для λ_i запишутся в виде

$$\lambda_1 = \frac{n\omega_0}{\mathrm{v}_0}\frac{\beta_1}{1-\beta_1\cos\vartheta}\sin\vartheta, \quad \lambda_0 = \frac{n\omega_0}{\mathrm{v}_0}\frac{\beta_1}{1-\beta_1\cos\vartheta}\sqrt{\varepsilon_0/\varepsilon_1 - \cos^2\vartheta}. \tag{27}$$

Имея в виду все эти замечания и перейдя от интегрирования по k_z к интегрированию по ϑ, для интенсивности излучения в волновой зоне получим следующее выражение:

$$I_{n\neq 0} = \sum_{n=1}^{\infty}\int\frac{dI_n}{d\Omega}d\Omega, \quad \frac{dI_n}{d\Omega} = \frac{2q^2c}{\pi^3\rho_1^2\varepsilon_1^{3/2}}\frac{J_n^2(nu)}{|W_\varepsilon(J_0,H_0)|^2|1-\beta_1\cos\vartheta|\cos^2\vartheta}, \tag{28}$$

где $d\Omega = 2\pi\sin\vartheta d\vartheta d\phi$ – элемент телесного угла и введено обозначение

$$u = \frac{\omega_0 z_0}{c}\sqrt{\varepsilon_1}\frac{\cos\vartheta}{|1-\beta_1\cos\vartheta|}. \tag{29}$$

Таким образом, полную интенсивность излучения осциллятора, движущегося по оси диэлектрического цилиндра, можно записать в виде $I = I_{n=0} + I_{n\neq 0}$, где первое слагаемое дается формулой (20) и описывает излучение с непрерывным спектром, распространяющееся под черенковским углом внешней среды, если выполнено условие $\beta_1 > 1$, и отсутствующее при $\beta_1 < 1$. Второе же слагаемое описывает излучение, которое при заданном угле ϑ обладает дискретным спектром, определяемым формулой (26). С учетом дисперсии диэлектрической проницаемости это слагаемое не дает вклада в излучение под черенковским углом. Это связано с тем, что при приближении ϑ к ϑ_0 частота стремится к бесконечности и, следовательно, начиная с определенной частоты условие Черенкова перестает выполняться. Углы, для которых учет дисперсии необходим, неявным образом определяются из условия $\omega_n \geq \omega_d$ с учетом формулы (26) и частотной зависимости проницаемости $\varepsilon_1 = \varepsilon_1(\omega_n)$, где ω_d – характерная частота дисперсии.

Подставляя в (28) $\varepsilon_1 = \varepsilon_0$, можно найти интенсивность излучения осциллятора, движущегося в однородной среде со скоростью v_0:

$$I_{n\neq 0}^{(0)}=\sum_{n=1}^{\infty}\int\frac{dI_n^{(0)}}{d\Omega}d\Omega,\ \ \frac{dI_n^{(0)}}{d\Omega}=\frac{q^2n^2\omega_0^2}{2\pi c\varepsilon_1^{1/2}}\frac{\mathrm{tg}^2\vartheta}{\left|1-\beta_1\cos\vartheta\right|^3}J_n^2(nu). \tag{30}$$

Эту формулу при $\varepsilon_1=1$ можно получить из общей формулы для излучения четырехмерного гармонического осциллятора, приведенной, например, в монографии [12]. Отметим, что в формуле (2.7) этой книги имеется опечатка: пропущен множитель n^2. Для неподвижного гармонического осциллятора в вакууме, когда $\beta_1=0$, $\varepsilon_1=1$, из (30) получается формула, которая приведена, например, в [16].

Из формул (28) и (30) видно, что при $\vartheta=\pi/2$ интенсивность излучения как в однородной, так и в неоднородной средах отлична от нуля только на основной гармонике $n=1$. Из этих же формул следует, что для заданной гармоники n соответствующие интенсивности обращаются в нуль при углах, определяемых из уравнения $u=j_{n,l}/n$, $l=1,2,...$, где $j_{n,l}$ – нули функции Бесселя: $J_n(j_{n,l})=0$. Если условие Черенкова во внешней среде для максимальной скорости заряда не выполнено, то $u<1$ и из $j_{n,l}>n$ следует, что это уравнение не имеет решений. Если же это условие выполнено, то интенсивность излучения на данной гармонике n обращается в нуль при углах $\vartheta_{n,l}$, определяемых из формулы

$$\cos\vartheta_{n,l}=\frac{c}{\sqrt{\varepsilon_1}(\mathrm{v}_0\pm n\omega_0 z_0/j_{n,l})}, \tag{31}$$

где верхний (нижний) знак соответствует значениям углов $\cos\vartheta<(>)1/\beta_1$. Эти углы не зависят от диэлектрической проницаемости цилиндра.

Перейдем теперь к анализу формулы (30). Рассмотрим сначала случай, когда условие Черенкова не выполняется для максимальной скорости заряда $(\mathrm{v}_0+\omega_0 z_0)\sqrt{\varepsilon_1}/c<1$, когда $|u|<1$. Если пренебречь дисперсией, то ряд по n в (30) суммируется с помощью стандартной формулы [16]

$$\sum_{n=1}^{\infty}n^2J_n^2(nu)=\frac{u^2(u^2+4)}{16(1-u^2)^{7/2}}, \tag{32}$$

и из (30) для углового распределения интенсивности излучения получим

$$\frac{dI^{(0)}}{d\vartheta}=\frac{q^2\omega_0^2}{16c\varepsilon_1^{1/2}}\frac{\mathrm{tg}^2\vartheta\sin\vartheta}{\left|1-\beta_1\cos\vartheta\right|^3}\frac{u^2(u^2+4)}{(1-u^2)^{7/2}}. \tag{33}$$

Если же $(\mathrm{v}_0+\omega_0 z_0)\sqrt{\varepsilon_1}>c$, то существует область значений ϑ, в которой $|u|>1$, и при пренебрежении дисперсией ряд (30) расходится. Таким образом, в этом случае, чтобы получить конечный результат для интенсивности излучения, учет дисперсии необходим. Заметим, что здесь ситуация аналогична случаю обычного черенковского излучения.

Перейдем теперь к анализу формулы для интенсивности излучения в случае неоднородной среды, когда $\varepsilon_0 \neq \varepsilon_1$. Прежде всего заметим, что с учетом формулы (30) для излучения в однородной среде с проницаемостью ε_1 выражение (28) для интенсивности излучения при наличии диэлектрического цилиндра можно записать в виде

$$\frac{dI_n}{d\Omega} = \frac{dI_n^{(0)}}{d\Omega} F_n(\vartheta) , \tag{34}$$

где фактор неоднородности дается формулой

$$F_n(\vartheta) = \frac{4c^2 \left| W_\varepsilon (J_0, H_0) \right|^{-2}}{\pi^2 \rho_1^2 \varepsilon_1 \omega_n^2 \sin^2 \vartheta} . \tag{35}$$

Рассмотрим зависимость интенсивности излучения от радиуса цилиндра в пределе $|\lambda_j|\rho_1 >> 1$, когда длина излученной волны намного меньше радиуса цилиндра. Воспользовавшись асимптотическими выражениями для цилиндрических функций при больших значениях аргумента, с учетом формул (27) для фактора неоднородности получим

$$\begin{aligned} F_n(\vartheta) = \frac{2\sqrt{\varepsilon_0 / \varepsilon_1 - \cos^2 \vartheta}}{\sin \vartheta} \Bigg[1 + \frac{\varepsilon_0^2 \sin^2 \vartheta}{\varepsilon_1^2 (\varepsilon_0 / \varepsilon_1 - \cos^2 \vartheta)} + \\ + \left(1 - \frac{\varepsilon_0^2 \sin^2 \vartheta}{\varepsilon_1^2 (\varepsilon_0 / \varepsilon_1 - \cos^2 \vartheta)} \right) \sin(2|\lambda_0|\rho_1) \Bigg]^{-1} \end{aligned} \tag{36}$$

при $\cos^2 \vartheta < \varepsilon_0 / \varepsilon_1$ $(\lambda_0^2 > 0)$ и

$$F_n(\vartheta) = \frac{4\sqrt{\cos^2 \vartheta - \varepsilon_0 / \varepsilon_1}}{\sin \vartheta} e^{-2|\lambda_0|\rho_1} \left[1 + \frac{\varepsilon_0^2 \sin^2 \vartheta}{\varepsilon_1^2 (\cos^2 \vartheta - \varepsilon_0 / \varepsilon_1)} \right]^{-1} \tag{37}$$

при $\cos^2 \vartheta > \varepsilon_0 / \varepsilon_1$ $(\lambda_0^2 < 0)$. Как видно, во втором случае интенсивность излучения экспоненциально уменьшается с ростом ρ_1. Это обусловлено тем, что при $\varepsilon_0 / \varepsilon_1 < 1$ угол $\arccos\sqrt{\varepsilon_0 / \varepsilon_1}$ соответствует углу полного внутреннего отражения и лучи, падающие изнутри на поверхность цилиндра, не могут распространяться под углами $\cos^2 \vartheta < \varepsilon_0 / \varepsilon_1$ во внешней среде.

Когда длина излученной волны намного больше радиуса цилиндра, $\lambda_j \rho_1 << 1$, то, воспользовавшись асимптотическими выражениями для цилиндрических функций, нетрудно показать, что из (28) в ведущем порядке получается интенсивность излучения в однородной среде с проницаемостью ε_1 (формула (30)), т. е. $F_n(\vartheta) \to 1$. В пределе малых скоростей колебательного движения $\omega_0 z_0 << c$ интенсивность излучения на заданной гармонике под углами, отличными от черенковского, стремится к нулю как $(\omega_0 z_0 / c)^{2n}$.

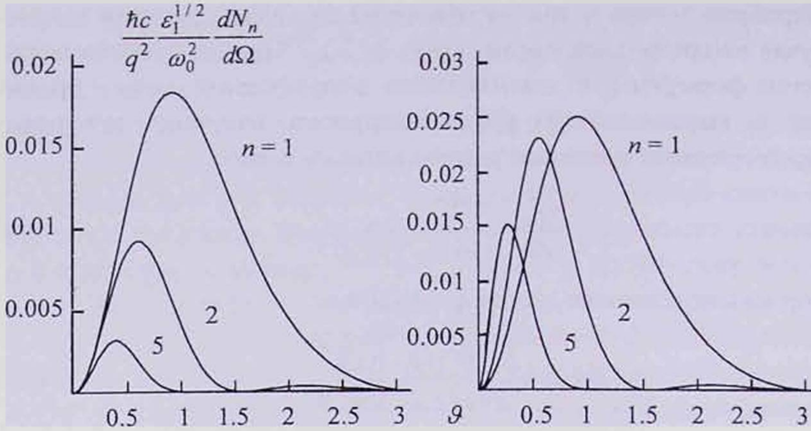

Рис.1. Зависимость числа излученных квантов от угла ϑ между импульсом фотона и осью цилиндра для гармоник $n = 1,2,5$ при $\varepsilon_0 / \varepsilon_1 = 1$ (левый рисунок, однородная среда) и $\varepsilon_0 / \varepsilon_1 = 3$ (правый рисунок). Расчеты проводились для $v_0\sqrt{\varepsilon_1} / c = 0.4$ и $\omega_0 z_0 \sqrt{\varepsilon_1} / c = 0.5$, когда для максимальной скорости заряда условие Черенкова во внешней среде не выполняется.

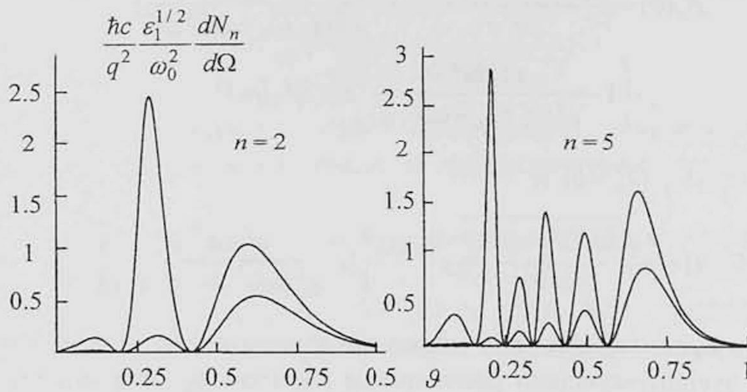

Рис.2. То же, что и на рис.1 для гармоник $n = 2$ (левый рисунок) и $n = 5$ (правый рисунок) при $v_0\sqrt{\varepsilon_1} / c = 0.9$, $\omega_0 z_0 \sqrt{\varepsilon_1} / c = 0.5$, когда для максимальной скорости заряда условие Черенкова выполнено. Нижние кривые соответствуют случаю однородной среды $\varepsilon_0 / \varepsilon_1 = 1$, а верхние – значению $\varepsilon_0 / \varepsilon_1 = 3$.

Нами были проведены численные расчеты для углового распределения плотности числа квантов $dN_n / d\Omega = (1/\hbar\omega_n) dI_n / d\Omega$ для ряда значений номера гармоники n. На рис.1 приведены результаты этих расчетов для излучения осциллятора в однородной среде $\varepsilon_0 = \varepsilon_1$ (левый рисунок) и при $\varepsilon_0 / \varepsilon_1 = 3$ (правый рисунок). Рассмотрен случай, когда для максимальной скорости заряда условие Черенкова для внешней среды не выполняется. Для однородной среды в спектре излучения для всех значений углов доминирует основная гармоника. В неоднородной среде интенсивность излучения увеличивается и при малых углах доминируют высшие гармоники. На рис.2 приведены те же самые зависимости для гармоник $n=2$ (левый рисунок) и $n=5$ (правый рисунок), когда для максимальной скорости заряда условие Черенкова во внешней среде выполняется, а для поступательной – нет. Видно, что неоднородность может существенно увеличить интенсивность излучения по сравнению с однородной средой. Видно также, что число излученных квантов обращается в нуль при углах, определяемых формулой (31). Число этих нулей увеличивается с ростом номера гармоники. Отметим, что теперь излучение намного сильнее по сравнению со случаем рис.1, а излучение в основном направлено вперед. И наконец, на рис.3 приведены графики для угловой плотности числа квантов, когда условие Черенкова выполняется для поступательной скорости осциллятора. Верхняя/нижняя кривая соответствует случаю неоднородной/однородной среды. Интенсивность излучения сильно осциллирует вблизи черенковского угла ϑ_0. С приближением к этому углу, согласно (26), частота кванта увеличивается, и уже важными становятся эффекты, связанные с дисперсией диэлектрической проницаемости внешней среды.

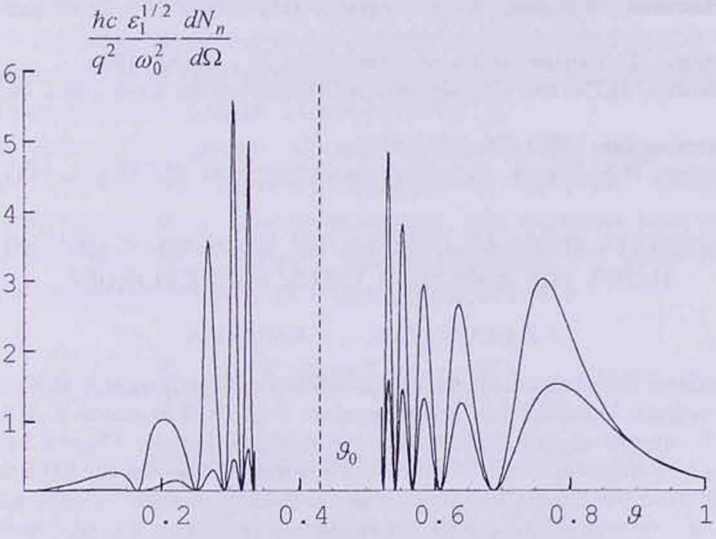

Рис.3. То же самое, что и на рис.2 при $n=2$, $v_0\sqrt{\varepsilon_1}/c=1.1$ и $\omega_0 z_0\sqrt{\varepsilon_1}/c=0.5$, когда условие Черенкова выполняется для поступательной скорости осциллятора. Здесь $\vartheta_0 \approx 0.43$ – соответствующий черенковский угол. Как и на рис.2, нижняя кривая соответствует случаю однородной среды, а верхняя – значению $\varepsilon_0/\varepsilon_1=3$.

Авторы выражают благодарность Л.Ш.Григоряну за постановку задачи и ценные обсуждения, а также С.Р.Арзуманян и Г.Ф.Хачатряну за постоянный интерес к работе и многочисленные стимулирующие обсуждения.

Работа выполнена в рамках гранта №1361 Министерства образования и науки РА.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Л.Ш.Григорян, А.С.Котанджян, А.А.Саарян.** Изв. НАН Армении, Физика, **30**, 239 (1995).
2. **А.С.Котанджян, Г.Ф.Хачатрян, А.В.Петросян, А.А.Саарян.** Изв. НАН Армении, Физика, **35**, 115 (2000).
3. **А.С.Котанджян, А.А.Саарян.** Изв. НАН Армении, Физика, **36**, 310 (2001).
4. **A.S.Kotanjyan.** Radiation from a charged particle rotating inside a dielectric cylinder. V International Symposium RREPS'01, 9-14 September 2001, Lake Aya, Altai Mountains, Russia, p.63.
5. **Л.Ш.Григорян, Г.Ф.Хачатрян, С.Р.Арзуманян.** Известия НАН Армении, Физика, **33**, 267 (1998); cond. mat/0001322.
6. **L.Sh.Grigoryan, H.F.Khachatryan, P.F.Kazaryan.** Proceedings of LS-8, Greifswald, Germany, 30.08-03.09, 1998, p.396.
7. **Б.В.Хачатрян.** Изв. вузов, Радиофизика, **6**, 904 (1963).
8. **Ф.А.Костанян, О.С.Мергелян.** Изв. АН Арм. ССР, Физика, **6**, 481 (1971).
9. **Ф.А.Костанян, О.С.Мергелян.** Изв. АН Арм. ССР, Физика, **6**, 472 (1971).
10. **А.Б.Куканов, Эль Хедер Сулейман.** Изв. вузов, Физика, **11**, 291 (1975).
11. **Ф.А.Костанян, О.С.Мергелян.** Изв. АН Арм. ССР, Физика, **12**, 179 (1977).
12. **М.М.Никитин, В.Я.Эпп.** Ондуляторное излучение, М., Энергоатомиздат, 1988.
13. **И.М.Франк.** Излучение Вавилова–Черенкова. М., Наука, 1988.
14. **М.Абрамовиц, И.Стиган.** Справочник по специальным функциям. М., Наука, 1979.
15. **Б.М.Болотовский.** УФН, **75**, 295 (1961).
16. **А.А.Соколов, И.М.Тернов.** Релятивистский электрон. М., Наука, 1983.

RADIATION FROM AN OSCILLATOR UNIFORMLY MOVING ALONG THE AXIS OF A DIELECTRIC CYLINDER

A.S. KOTANJYAN, A.A. SAHARIAN

The radiation from a longitudinal charged oscillator uniformly moving along the axis of a dielectric cylinder immersed into a homogeneous medium is considered. A formula is derived for the spectral-angular distribution of this radiation intensity. Under the Cherenkov condition for the exterior medium it contains two summands. The first one has a continuous spectrum and describes a radiation going along the Cherenkov angle corresponding to the exterior media. The second one describes a radiation which has a discrete spectrum for a given angle. The frequencies of the radiation quanta are multiple to the oscillator frequency, taking into account the Doppler effect. The results of numerical calculations are presented for the angular distribution of the radiated quanta and they are compared with the corresponding results for an oscillator moving in a homogeneous medium. It is shown that the presence of the cylinder can essentially increase the radiation intensity.

Известия НАН Армении, Физика, т.37, №3, с.147-149 (2002)

УДК 533.922

ПОТЕРИ ЭНЕРГИИ ЧАСТИЦЕЙ В ПЛАЗМЕ В СВЧ ПОЛЕ, ПЕРПЕНДИКУЛЯРНОМ СКОРОСТИ ЧАСТИЦЫ

Э.А. АКОПЯН, Г.Г. МАТЕВОСЯН, Р.А. ГЕВОРКЯН, А.В. ОГАНЕСЯН

Институт радиофизики и электроники НАН Армении

(Поступила в редакцию 3 октября 2001 г.)

Получено выражение для потерь энергии тяжелой заряженной частицы в плазме, находящейся в нестационарном однородном электрическом поле, в случае, когда вектор напряженности поля перпендикулярен вектору поступательного движения частицы. Показано, что при такой ориентации потери энергии частицей монотонно уменьшаются с ростом величины амплитуды поля.

Проблемы конструирования принципиально новых ускорителей заряженных частиц, обладающих по сравнению традиционными чрезвычайно высоким темпом ускорения, и осуществления ионного термоядерного синтеза ставят изучение потерь энергии заряженной частицей, движущейся в среде при наличии внешних электромагнитных полей, в ряд с актуальными задачами современности [1].

В работе [2] найдено общее выражение для средних за период внешнего поля потерь энергии заряженной частицей, движущейся в плазме с максвелловским распределением, при наличии внешнего однородного электрического поля, в предположении, что пробная частица движется равномерно прямолинейно со скоростью $\mathbf{u}$:

$$-\frac{dW}{dt}=\frac{q^2}{2\pi}\sum_{n=-\infty}^{\infty}\int d\mathbf{k}\,\frac{\mathbf{ku}}{k^2}\,\mathrm{J}_n^2(\mathbf{kr}_E)\,\delta\left[1-\frac{\omega_{Le}^2}{(n\omega_0+\mathbf{ku})^2}\right]\mathrm{sign}\left[\delta\varepsilon_e''(n)\right], \qquad (1)$$

где W – кинетическая энергия частицы, q – ее заряд, $\mathbf{E}_0$ и ω_0 – напряженность и частота поля, вектор $\mathbf{r}_E=e\mathbf{E}_0/m\omega_0^2$, e и m – заряд и масса электрона, ω_{Le} – ленгмюровская частота электронов плазмы, $\delta\varepsilon_e''(n)$ – мнимая часть диэлектрической проницаемости, $\mathrm{J}_n(x)$ – функция Бесселя порядка n. Выражение (1) справедливо при выполнении условия $u=|\mathbf{u}|\gg \mathrm{v}_t$ (v_t – тепловая скорость электронов плазмы). В отличие от работы [2], анализ формулы (1) проведен нами для случая $\mathbf{E}_0\perp\mathbf{u}$. Интегрирование по $\mathbf{k}$ проведено в цилиндрической системе координат с осью z, направленной вдоль вектора $\mathbf{u}$. После интегрирования по k_z

выражение (1) принимает следующий вид:

$$-\frac{dW}{dt}=\frac{q^2\omega_{Le}}{2\pi u}\sum_{n=-\infty}^{\infty}\int_0^1 dk_\perp\int_0^{2\pi}d\varphi\frac{(n\omega_0+\omega_{Le})k_\perp}{k_\perp^2+\left(n\frac{\omega_0}{\omega_{Le}}\frac{v_t}{u}+\frac{v_t}{u}\right)^2}J_n^2\left(\frac{\omega_{Le}}{v_t}k_\perp r_E\cos\varphi\right), \quad (2)$$

где $r_E = |\mathbf{r}_E|$.

Выражение (2) существенно упрощается при выполнении условия $\omega_0^2 v_t^2/\omega_{Le}^2 u^2 >> 1$:

$$-\frac{dW}{dt}=\frac{2q^2\omega_{Le}^2}{\pi u}\int_0^1 dk_\perp\int_0^{\pi/2}d\varphi\frac{k_\perp}{k_\perp^2+(v_t/u)^2}J_0^2\left(\frac{\omega_{Le}}{v_t}k_\perp r_E\cos\varphi\right)+$$
$$+\frac{4q^2\omega_{Le}^2}{\pi u}\left(\frac{u\omega_{Le}}{v_t\omega_0}\right)^2\sum_{n=1}^{\infty}\int_0^1 dk_\perp\int_0^{\pi/2}d\varphi\frac{k_\perp}{(\omega_{Le}/\omega_0)^2-n^2}J_n^2\left(\frac{\omega_{Le}}{v_t}k_\perp r_E\cos\varphi\right). \quad (3)$$

Воспользовавшись интегральным представлением функции $J_n^2(x)$ (см., например, [3]) и проведя суммирование по n, получим из формулы (3) следующее выражение:

$$-\frac{dW}{dt}=\frac{2q^2\omega_{Le}^2}{\pi u}\int_0^1 k_\perp dk_\perp\int_0^{\pi/2}d\varphi\frac{1}{k_\perp^2+(v_t/u)^2}J_0^2\left(\frac{\omega_{Le}}{v_t}k_\perp r_E\cos\varphi\right)-\frac{2q^2\omega_{Le}^2}{\pi^2 u}\times$$
$$\times\left(\frac{u}{v_t}\right)^2\int_0^1 k_\perp dk_\perp\int_0^{\pi/2}d\varphi\int_0^{\pi}dx\,J_0\left(2k_\perp\frac{\omega_{Le}r_E}{v_t}\cos\varphi\sin x\right)\left[1-\frac{\pi a}{\sin(\pi a)}\cos[a(\pi-2x)]\right], \quad (4)$$

где $a=\omega_{Le}/\omega_0$.

После ряда преобразований и интегрирования выражение (4) примет следующий вид:

$$-\frac{dW}{dt}=\frac{2q^2\omega_{Le}^2}{\pi u}\int_0^1\frac{dx}{\sqrt{x^2+\beta^2}}J_0^2(xa\gamma)\,\mathrm{arctg}\sqrt{\frac{1-x^2}{x^2+\beta^2}}-$$
$$-\frac{q^2\omega_{Le}^2}{\pi u\beta^2}\int_0^{\pi/2}d\varphi\left[J_0^2(a\gamma\cos\varphi)+J_1^2(a\gamma\cos\varphi)\right]\left[1-\frac{\pi a}{\sin(\pi a)}\cos(2a\varphi)\right], \quad (5)$$

где $\beta=v_t/u$, $\gamma=\omega_0 r_E/v_t$.

На рис.1 приведена зависимость величины безразмерных потерь энергии от величины $a\gamma$ при следующих значениях параметров: $a=0.1$, $\beta=0.3$ (сплошная линия), $\beta=0.5$ (пунктирная линия).

Как видно на рис.1, потери энергии тяжелой частицей убывают с возрастанием амплитуды внешнего поля и становятся сравнительно малыми относительно боровских потерь уже при небольших значениях

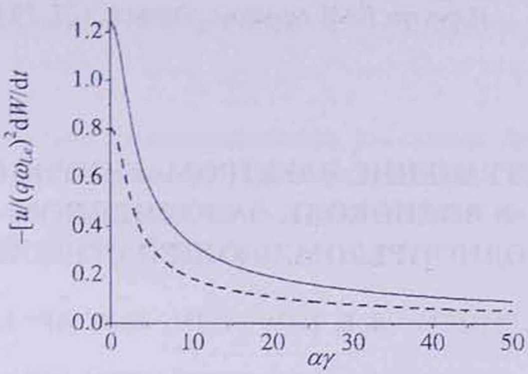

Рис.1. Зависимость потерь энергии заряженной частицей от интенсивности внешнего поля при $a = 0.1$, $\beta = 0.3$ (сплошная линия), $\beta = 0.5$ (пунктирная линия).

величины γ. Из сравнения наших результатов с данными [2] вытекает, что при прочих равных условиях величина и знак потерь энергии тяжелой заряженной частицы в плазме сильно зависят от угла между вектором поступательного движения частицы и вектором напряженности внешнего электрического поля.

ЛИТЕРАТУРА

1. **H.B.Nersisyan and E.A.Hakobyan.** Phys. Lett. A, **248**, 323 (1999).
2. **Ю.М.Алиев, Л.М.Горбунов, Р.Р.Рамазашвили.** ЖЭТФ, **61**, 1477 (1971).
3. **И.С.Градштейн, И.М.Рыжик.** Таблицы интегралов, рядов, сумм, произведений. М., Наука, 1971.

ԳԲՀ ԴԱՇՏԻՆ ՈՒՂՂԱՀԱՅԱՑ ՇԱՐԺՎՈՂ ԼԻՑՔԱՎՈՐՎԱԾ ՄԱՍՆԻԿԻ ԷՆԵՐԳԻԱՅԻ ԿՈՐՈՒՍՏՆԵՐԸ ՊԼԱԶՄԱՅՈՒՄ

Է.Ա. ՀԱԿՈԲՅԱՆ, Հ.Հ. ՄԱԹԵՎՈՍՅԱՆ, Ռ.Ա. ԳԵՎՈՐԳՅԱՆ, Ա.Վ. ՀՈՎՀԱՆՆԻՍՅԱՆ

Ոչ ստացիոնար, համասեռ էլեկտրական դաշտում շարժվող լիցքավորված մասնիկի էներգիայի կորուստների համար ստացված է արտահայտություն այն դեպքում, երբ դաշտի լարվածության վեկտորը ուղղահայաց է մասնիկի շարժման ուղղությանը։

ENERGY LOSSES OF A CHARGED PARTICLE IN A PLASMA IN THE PRESENCE OF A MICROWAVE FIELD TRANSVERSE TO THE PARTICLE VELOCITY

E.A. HAKOBYAN, H.H. MATEVOSYAN, R.A. GEVORKYAN, A.V. HOVHANNISYAN

An expression for energy losses of a charged particle in a plasma in the presence of a non-stationary homogeneous electric field is derived. The electric field is directed across to the particle progressive velocity. In this case particle energy losses decrease monotonously with the increasing amplitude of the field.

Известия НАН Армении, Физика, т.37, №3, с.150-154 (2002)

УДК 535

РАСПРОСТРАНЕНИЕ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОЙ ВОЛНЫ В ВОЛНОВОДЕ, ЗАПОЛНЕННОМ ОДНОПРЕЛОМЛЯЮЩЕЙ СРЕДОЙ

О.С. ЕРИЦЯН, Ж.Б. ХАЧАТРЯН, О.М. АРАКЕЛЯН

Ереванский государственный университет

(Поступила в редакцию 18 ноября 2001 г.)

Рассмотрено распространение электромагнитной волны в прямоугольном волноводе, заполненном средой, обладающей диэлектрической и магнитной анизотропией одновременно. Проанализирован случай однопреломления и показано, что в волноводе, заполненном такой средой, критическая частота не зависит от типа волны.

1. Введение

В работах Ф.И.Федорова рассмотрены среды, названные им однопреломляющими [1,2], в которых фазовая скорость волны зависит от направления распространения, как в обычных кристаллах, но, в отличие от последних, не зависит от поляризации. Однопреломление в присутствии магнитооптической активности рассмотрено в [3] в однородных средах и в [4] в средах со спиральной структурой. Безотносительно к тому, существуют ли такие среды в природе, они обладают особенностями, представляющими принципиальный интерес. Так, уже само явление однопреломления уточняет представления о двойном лучепреломлении, показывая, что последнее обусловлено не анизотропией диэлектрической или магнитной проницаемостей ε_{ij} и μ_{ij}, а разной анизотропией ε_{ij} и μ_{ij} [2]. Отметим также, что однопреломляющие среды могут быть созданы искусственно [5]. В настоящей работе мы рассмотрим распространение электромагнитной волны в прямоугольном волноводе и проанализируем ситуациию однопреломления.

2. Материальные уравнения и решения дисперсионного уравнения

Материальные уравнения для однопреломляющей среды имеют обычный вид и учитывают как диэлектрические, так и магнитные свойства:

$$D_i = \varepsilon_{ij} E_j , \qquad B_i = \mu_{ij} H_j \ . \tag{1}$$

Особенность таких сред обусловлена связью между тензорами диэлектрической и магнитной проницаемостей, имеющей вид [1,2]

$$\tilde{\hat{\mu}}^{-1} = p \cdot \hat{\varepsilon}^{-1}, \tag{2}$$

где тильдой обозначено транспонирование, p – скаляр. Для среды, у которой ε_{ij} и μ_{ij} диагональны (и при этом в одной и той же системе осей), соотношение (2) превращается в пропорциональность между одноименными компонентами ε_{ij} и μ_{ij}:

$$\varepsilon_{ij} = p\mu_i, \tag{3}$$

т. е.

$$\varepsilon_{xx} = p\mu_{xx}, \quad \varepsilon_{yy} = p\mu_y, \quad \varepsilon_{zz} = p\mu_{zz}, \quad \varepsilon_{ij} = 0, \quad i \neq j. \tag{4}$$

Условие (2) может осуществляться, например, в бигиротропной среде [3]. Оно может обеспечиваться также в искусственных негиротропных средах [5].

Рассматривая распространение волны

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = \mathbf{E} \exp i(\mathbf{kr} - \omega t) \tag{5}$$

в среде с параметрами (1), получаем следующие решения дисперсионного уравнения:

$$k^2 = \frac{\omega^2}{c^2}(A \pm \sqrt{B}), \tag{6}$$

где

$$A = \frac{1}{2a}[\varepsilon_{zz}\mu_{zz}(\varepsilon_{xx}\mu_{yy} + \varepsilon_{yy}\mu_{xx})\gamma_3^2 + \varepsilon_{yy}\mu_{yy}(\varepsilon_{xx}\mu_{zz} + \varepsilon_{zz}\mu_{xx})\gamma_2^2 +$$
$$+ \varepsilon_{xx}\mu_{xx}(\varepsilon_{yy}\mu_{zz} + \varepsilon_{zz}\mu_{yy})\gamma_1^2],$$

$$B = \frac{1}{2a}\{[\varepsilon_{zz}\mu_{zz}(\varepsilon_{xx}\mu_{yy} + \varepsilon_{yy}\mu_{xx})\gamma_3^2 + \varepsilon_{yy}\mu_{yy}(\varepsilon_{xx}\mu_{zz} + \varepsilon_{zz}\mu_{xx})\gamma_2^2 +$$
$$+ \varepsilon_{xx}\mu_{xx}(\varepsilon_{yy}\mu_{zz} + \varepsilon_{zz}\mu_{yy})\gamma_1^2]^2 - 4[\varepsilon_{zz}\mu_{zz}\gamma_3^4 + \varepsilon_{yy}\mu_{yy}\gamma_2^4 + \varepsilon_{xx}\mu_{xx}\gamma_1^4 + \tag{7}$$
$$+ (\varepsilon_{xx}\mu_{zz} + \varepsilon_{zz}\mu_{xx})\gamma_1^2\gamma_3^2 + (\varepsilon_{zz}\mu_{yy} + \varepsilon_{yy}\mu_{zz})\gamma_2^2\gamma_3^2 +$$
$$+ (\varepsilon_{xx}\mu_{yy} + \varepsilon_{yy}\mu_{xx})\gamma_1^2\gamma_2^2] \cdot \varepsilon_{xx}\varepsilon_{yy}\varepsilon_{zz}\mu_{xx}\mu_{yy}\mu_{zz}\},$$

$$a = \varepsilon_{zz}\mu_{zz}\gamma_3^4 + \varepsilon_{yy}\mu_{yy}\gamma_2^4 + \varepsilon_{xx}\mu_{xx}\gamma_1^4 + (\varepsilon_{xx}\mu_{zz} + \varepsilon_{zz}\mu_{xx})\gamma_1^2\gamma_3^2 +$$
$$+ (\varepsilon_{zz}\mu_{yy} + \varepsilon_{yy}\mu_{zz})\gamma_2^2\gamma_3^2 + (\varepsilon_{xx}\mu_{yy} + \varepsilon_{yy}\mu_{xx})\gamma_1^2\gamma_2^2,$$

γ_1, γ_2, γ_3 – направляющие косинусы волнового вектора.

При выполнении условий (4) выражение в фигурных скобках в (7) обращается в нуль. При положительных $\varepsilon_{ij}, \mu_{ij}$ величина a отлична от нуля. Поэтому величина B при выполнении (4) равна нулю. Следовательно, из (6) для k^2 получаем не два значения, а одно.

Таким образом, фазовая скорость остается зависящей от направления распространения, но в одном направлении, определяемом величинами γ_1, γ_2, γ_3, распространяется одна волна, а не две волны.

Случай $a=0$ соответствует ситуации, когда, безотносительно к выполнению условий (4), дисперсионное уравнение, которое является биквадратным при $a\neq 0$, превращается в квадратное. Это опять означает, что в направлении, для которого выполняется условие $a=0$, распространяется одна волна, а не две. Эта ситуация, не связанная с однопреломлением, имеет место для изолированных направлений распространения и известна из оптики обычных кристаллов. Ниже рассмотрен только случай однопреломления, имеющий место для любых направлений распространения.

3. Распространение в прямоугольном волноводе

Рассмотрим распространение монохроматической волны в прямоугольном волноводе с идеально отражающими стенками и с размерами поперечного сечения a, b. Как обычно, будем искать поля в виде

$$E_j(x,y,z,t)=X_j(x)Y_j(y)\exp(ik_z z)\exp(-i\omega t).$$

Из уравнений поля в простом случае $\varepsilon_{xx}=\varepsilon_{yy}\neq\varepsilon_{zz}$, $\mu_{xx}=\mu_{yy}\neq\mu_{zz}$ получаем:

$$\frac{\partial^2 H_z}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 H_z}{\partial y^2}-\left(k_z^2\frac{\mu_{zz}}{\mu_{xx}}-\frac{\omega^2}{c^2}\varepsilon_{xx}\mu_{zz}\right)H_z=0, \tag{8}$$

$$\frac{\partial^2 E_z}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 E_z}{\partial y^2}-\left(k_z^2\frac{\varepsilon_{zz}}{\varepsilon_{xx}}-\frac{\omega^2}{c^2}\varepsilon_{zz}\mu_{xx}\right)E_z=0. \tag{9}$$

Зависимость H_z и E_z от координат и времени, как обычно, представится в виде

$$H_z(x,y,z,t)=H_z\cdot\left(\cos\frac{m\pi}{a}x\right)\left(\cos\frac{n\pi}{b}y\right)\exp i(k_z z-\omega t), \tag{10}$$

$$E_z(x,y,z,t)=E_z\cdot\left(\sin\frac{m\pi}{a}x\right)\left(\sin\frac{n\pi}{b}y\right)\exp i(k_z z-\omega t), \tag{11}$$

где

$$k_z^2=k_H^2=\frac{\mu_{xx}}{\mu_{zz}}\left[-\left(\frac{m\pi}{a}\right)^2-\left(\frac{n\pi}{b}\right)^2+\frac{\omega^2}{c^2}\varepsilon_{xx}\mu_{zz}\right] \tag{12}$$

для волны (10) и

$$k_z^2 = k_E^2 = \frac{\varepsilon_{xx}}{\varepsilon_{zz}}\left[-\left(\frac{m\pi}{a}\right)^2 - \left(\frac{n\pi}{b}\right)^2 + \frac{\omega^2}{c^2}\varepsilon_{zz}\mu_{xx}\right] \tag{13}$$

для волны (11).

Как следует из (8)-(13), для *E*- и *H*-волн имеем разные уравнения и разные k_z, если компоненты тензоров ε_{ij} и μ_{ij} независимы. Если же среда однопреломляющая, т.е. оставаясь анизотропной, удовлетворяет своими параметрами соотношению (2), то подставив для рассматриваемого здесь случая соотношения (4) в (8), (9), получаем одинаковые для H_z и E_z уравнения:

$$\frac{\partial^2 H_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 H_z}{\partial y^2} - \left(k_z^2 \frac{\varepsilon_{zz}}{\varepsilon_{xx}} - \frac{\omega^2}{c^2}\cdot\frac{1}{p}\varepsilon_{xx}\varepsilon_{zz}\right)H_z = 0\,, \tag{14}$$

$$\frac{\partial^2 E_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 E_z}{\partial y^2} - \left(k_z^2 \frac{\varepsilon_{zz}}{\varepsilon_{xx}} - \frac{\omega^2}{c^2}\frac{1}{p}\varepsilon_{xx}\varepsilon_{zz}\right)E_z = 0\,, \tag{15}$$

где, согласно (12), (13), совпадают также значения k_H и k_E, т. е. значения k_z, определяемые, соответственно, из (14), (15):

$$k_H^2 = k_E^2 = \frac{\varepsilon_{xx}}{\varepsilon_{zz}}\left(\frac{\omega^2}{c^2}\cdot\frac{1}{p}\varepsilon_{xx}\varepsilon_{zz} - \left(\frac{m\pi}{a}\right)^2 - \left(\frac{m\pi}{b}\right)^2\right). \tag{16}$$

Критическая длина волны (в вакууме) λ_{cr} для обеих волн равна

$$\lambda_{cr} = 2\pi\sqrt{\frac{\varepsilon_{xx}\varepsilon_{zz}}{p\left[\left(\frac{m\pi}{a}\right)^2 + \left(\frac{n\pi}{b}\right)^2\right]}}\,. \tag{17}$$

Таким образом, в прямоугольном волноводе, заполненном однопреломляющей средой, критическая длина волны и, соответственно, критическая частота одинаковы для *E*- и *H*-волн.

Распространение в круглом волноводе может быть рассмотрено, следуя работе [6], в которой ε_{ij} и μ_{ij} являются гиротропными тензорами, одноосными в отсутствие гиротропии, причем ось *z* этих тензоров направлена вдоль волновода. На этом случае мы не останавливаемся, так как соотношения, описывающие случай однопреломляющей среды, могут быть получены из соответствующих соотношений работы [6], хотя в последней нет речи об однопреломлении. Для этого следует наложить на ε_{ij} и μ_{ij} условия (4).

ЛИТЕРАТУРА

1. **Ф.И.Федоров**. Оптика и спектр., **2**, 514 (1957).
2. **Ф.И.Федоров**. Оптика анизотропных сред. Минск, Изд АН БССР, 1958.
3. **Л.М.Барковский**. Оптика и спектр., **38**, 114 (1975).
4. **О.С.Ерицян**. Оптика гиротропных сред и холестерических жидких кристаллов. Ереван, "Айастан", 1988.
5. **О.С.Ерицян**. Изв. НАН Армении, Физика, **33**, 115 (1998).
6. **М.А.Гинцбург**. ДАН СССР, **95**, 489 (1954).

ԷԼԵԿՏՐԱՄԱԳՆԻՍԱԿԱՆ ԱԼԻՔԻ ՏԱՐԱԾՈՒՄԸ ՄԻԱԲԵԿՈՂ ՄԻՋԱՎԱՅՐՈՎ ԼՑՎԱԾ ԱԼԻՔԱՏԱՐՈՒՄ

Հ.Ս. ԵՐԻՑՅԱՆ, Ժ.Բ. ԽԱՉԱՏՐՅԱՆ, Հ.Մ. ԱՌԱՔԵԼՅԱՆ

Քննարկված է էլեկտրամագնիսական ալիքի տարածումը միաժամանակ դիէլեկտրական և մագնիսական անիզոտրոպիաներով օժտված ալիքատարում: Ցույց է տրված, որ միաբեկման պայմանի բավարարման դեպքում կրիտիկական հաճախությունը ալիքի տիպից կախված չէ:

PROPAGATION OF THE ELECTROMAGNETIC WAVE IN A WAVEGUIDE FILLED WITH A MONOREFRACTING MEDIUM

H.S. ERITSYAN, J.B. KHACHATRIAN, H.M. ARAKELIAN

The propagation of the electromagnetic wave in a rectangular waveguide filled with a monorefracting medium is considered. It is shown that in this case the critical frequency is independent from the polarization of the wave.

Известия НАН Армении, Физика, т.37, №3, с.155-165 (2002)

УДК 548.0

НЕВЗАИМНОСТЬ ВОЛН В НЕОДНОРОДНЫХ ГИРОТРОПНЫХ СРЕДАХ И МНОГОСЛОЙНЫХ СИСТЕМАХ С ГИРОТРОПНЫМИ СЛОЯМИ

А.А. ГЕВОРГЯН

Ереванский государственный университет

(Поступила в редакцию 16 октября 2001 г.)

Рассмотрено распространение электромагнитных волн в естественно гиротропных, неоднородных средах. Выявлен новый механизм невзаимности волн, обусловленный одновременным присутствием градиента одного из параметров среды и естественной гиротропией. Исследована невзаимность волн в многослойных системах с гиротропными слоями. Рассмотрена простая многослойная система стекло(1) – холестерический жидкий кристалл (ХЖК) – стекло(2) и показано, что невзаимность волн в многослойных системах открывает хорошие перспективы для получения простых систем с большой невзаимностью. Показано, что многослойные системы со слоем ХЖК могут быть использованы как оптические диоды.

1. Введение

Как известно, невзаимность заключается в различии показателей преломления электромагнитной волны для двух противоположных направлений распространения (неинвариантность при замене $\mathbf{k} \to -\mathbf{k}$). Известны различные механизмы невзаимности. В одном случае невзаимность наблюдается в магнитоэлектрических кристаллах и обусловлена одновременным присутствием магнитоэлектрического эффекта и магнитооптической активности [1-6]. В другом случае она наблюдается в естественно гиротропных или структурно гиротропных кристаллах, находящихся во внешнем магнитном поле, и обусловлена одновременным присутствием естественной или структурной гиротропии и магнитооптической активности [7-11]. Теоретическому и экспериментальному исследованию эффектов невзаимности посвящены также работы [12-15]. Отметим также резкое повышение интереса к экспериментальным и теоретическим исследованиям различных механизмов невзаимности в последние годы [16-20]. С другой стороны, в работе [21] исследовано отражение и пропускание света в системе стекло(1) – ХЖК – стекло(2) и показано существование определенной асимметрии отражения (также пропускания) при встречных направлениях падающих волн одинаковой поляризации (аналогичная асимметрия отражения наблюдается также в асимметричном оптически активном интерферометре Фабри-Перо [22]). Этот факт, а также формальная аналогия между волновыми уравнениями для оптически активных неоднородных сред и оптически активных сред во внешнем магнитном поле (см. ниже), допускают утверждение о существовании еще одного механизма невзаимности. Этот новый механизм невзаимности обусловлен одновременным наличием градиента одного из параметров среды по направлению распространения света и естественной или структурной гиротропии.

Эффекты невзаимности обычно слабы и поэтому не представляют большого практического интереса, несмотря на их уникальность. Но в работе [23] исследованы эффекты невзаимности в структурно гиротропных средах (периодически неоднородных средах со спиральной структурой), находящихся во внешнем магнитном поле, и показано, что при большой локальной анизотропии среды или при больших значениях параметра магнитооптической активности слой такой среды представляет собой идеальный оптический диод или оптический затвор, пропускающий свет при его падении на систему с одной стороны и не пропускающий при его падении с обратной стороны. Эти результаты повышают интерес к эффектам невзаимности. Становятся актуальными поиски новых механизмов невзаимности и нахождение более простых систем, способных работать как оптические диоды. И как будет показано в данной работе, в определенных многослойных системах со структурно гиротропными слоями можно получить большие значения невзаимности прохождения (или отражения), что позволяет использовать их в качестве оптических диодов или односторонних отражателей. Преимуществом таких систем является, в частности, то, что они позволяют получить большие значения невзаимности прохождения без внешнего магитного поля.

2. Невзаимность волн в неоднородных гиротропных средах

Для демонстрации существования нового механизма невзаимности рассмотрим частный случай, а именно, случай слабой координатной зависимости параметра естественной активности $\bar{\gamma}$. Разлагая индукцию $\mathbf{D}$ в ряд по $\mathbf{E}$ и ограничиваясь линейным по волновому вектору $\mathbf{k}$ и градиенту $\nabla\bar{\gamma}$ членам, получаем [24]:

$$D_i = \varepsilon_{ij}^0 E_j + i\bar{\gamma}_{ijl} k_l E_j + E_j \frac{\partial}{\partial x_l}\bar{\gamma}_{ijl}, \quad B_i = \mu_{ij} H_j, \tag{1}$$

где $\bar{\gamma}_{ijl}$ – антисимметричный тензор оптической активности. Следовательно, тензор диэлектрической проницаемости можно представить в виде

$$\varepsilon_{ij}(\omega, \mathbf{k}, \nabla\bar{\gamma}) = \varepsilon_{ij}^0(\omega) + i\bar{\gamma}_{ijl}(\omega)k_l + \frac{\partial}{\partial x_l}\bar{\gamma}_{ijl}(\omega). \tag{2}$$

Поскольку выполняется условие

$$\varepsilon_{ij}(\omega, \mathbf{k}, \nabla\bar{\gamma}) \neq \varepsilon_{ij}(\omega, -\mathbf{k}, \nabla\bar{\gamma}), \tag{3}$$

то это означает, что имеет место невзаимное преломление, а также невзаимное изменение поляризации, и т.д.

Для исследования влияния невзаимности на отражение, пропускание, вращение плоскости поляризации и т.д., необходимо решить задачу прохождения света через слой неоднородной, естественно гиротропной среды конечной толщины.

Рассмотрим отражение и пропускание света через конечный слой одномерной гиротропной слоистой среды (в общем случае с произвольной зависимостью диэлектрической проницаемости $\varepsilon = \varepsilon(z)$, параметра гиротропии $\bar{\gamma} = \bar{\gamma}(z)$ и магнитной проницаемости $\mu = \mu(z)$), граничащей с обеих сторон с однородными средами с коэффициентами преломлений n_1 и n_2. Будем полагать, что ось z направлена по нормали к поверхности раздела, ось y перпендикулярна плоскости падения света, ось x лежит в плоскости падения света и перпендикулярна оси z, а угол падения равен ϑ.

Проблема распространения волн в неоднородных средах является актуальной проблемой физики и ее решению посвящено множество работ (см., в частности, [25-31]). Для решения же данной задачи мы применяем простой и эффективный метод сложения слоев, предложенный в работе [26] и основанный на принципе инвариантности Амбарцумяна.

Разложим компоненты амплитуд электрических полей падающей, отраженной и прошедшей волн на проекции, параллельные (p-поляризация) и перпендикулярные (s-поляризация) плоскости падения:

$$\mathbf{E}_{i,r,t} = E_{i,r,t}^p \mathbf{n}_p + E_{i,r,t}^s \mathbf{n}_s = \begin{pmatrix} E_{i,r,t}^p \\ E_{i,r,t}^s \end{pmatrix}, \tag{4}$$

где индексы i, r, t обозначают падающую, отраженную и прошедшую волны, соответственно, а $\mathbf{n}_p$ и $\mathbf{n}_s$ – орты p- и s-поляризации.

Решение задачи представим в виде

$$\mathbf{E}_r = \hat{R}\mathbf{E}_i, \; \mathbf{E}_t = \hat{T}\mathbf{E}_i, \tag{5}$$

где $\hat{R}$ и $\hat{T}$ – матрицы Джонса данной системы.

Для построения матриц Джонса $\hat{R}$ и $\hat{T}$ разобьем рассматриваемый слой среды на большое число тонких слоев с толщиной d_1, d_2, d_3,....., d_N, с их максимальной толщиной, достаточно малой, чтобы можно было считать параметры среды постоянными в каждом слое. Тогда, согласно [26], задача определения $\hat{R}$ и $\hat{T}$ сводится к решению следующей системы разностных матричных уравнений:

$$\begin{aligned} \hat{R}_j &= \hat{r}_j + \hat{\tilde{t}}_j \hat{R}_{j-1}\left(\hat{I} - \hat{\tilde{r}}_j \hat{R}_{j-1}\right)^{-1} \hat{t}_j, \\ \hat{T}_j &= \hat{T}_{j-1}\left(\hat{I} - \hat{\tilde{r}}_j \hat{R}_{j-1}\right)^{-1} \hat{t}_j, \end{aligned} \tag{6}$$

где $\hat{R}_j, \hat{T}_j, \hat{R}_{j-1}, \hat{T}_{j-1}$ – матрицы Джонса для сред с j и j–1 однородными слоями, соответственно, $\hat{r}_j, \hat{t}_j$ – матрицы Джонса j-ого однородного слоя, тильдой обозначены соответствующие матрицы Джонса в случае обратного направления распространения света. Например, в случае, когда слой среды с обеих сторон граничит с одной и той же средой, матрицы Джонса при падении света “справа” и ”слева” связаны между собой соотношениями

$$\hat{\tilde{T}} = \hat{F}^{-1}\hat{T}\hat{F}, \qquad \hat{\tilde{R}} = \hat{F}^{-1}\hat{R}\hat{F}, \tag{7}$$

где $\hat{F} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ при круговых базисных поляризациях или $\hat{F} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$ при линейных базисных поляризациях.

Таким образом, задача сводится к вычислению матриц Джонса однородного гиротропного слоя.

Рассмотрим j-й однородный слой. Для учета естественной гиротропии однородного слоя мы будем использовать материальные уравнения, построенные на основе модели оптической активности Друде-Кондона [32-34]:

$$\mathbf{D} = \varepsilon\,\mathbf{E} - \frac{\bar{\gamma}}{c}\frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t}, \tag{8}$$

$$\mathbf{B} = \mu\,\mathbf{H} + \frac{\bar{\gamma}}{c}\frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t}, \tag{9}$$

где ε, μ – тензоры диэлектрической и магнитной проницаемостей j-ого однородного слоя, $\bar{\gamma}$ – тензор естественной гиротропии этого слоя.

Решение задачи отражения – пропускания для однородного гиротропного слоя производим аналогично работе [35].

Численные расчеты выполнены для случая $\mathbf{g} = \mathrm{grad}\varepsilon = \mathbf{k}\partial\varepsilon / \partial z$, $\mu = \mathrm{const}$, $\gamma = \mathrm{const}\,(\gamma = 2\pi\bar{\gamma} / \lambda)$.

На рис.1 представлены зависимости коэффициента отражения T (а) и невзаимности отражения ΔT=$T(g)$–$T(-g)$ от угла падения ϑ в случае, когда $\mathbf{g} = \mathrm{grad}\varepsilon \neq 0$ ($\partial\varepsilon/\partial z$ =const = 0.2 мкм$^{-1}$), а μ и γ постоянны. $T(g)$ – коэффициент прохождения в случае, когда направления $\mathbf{k}_z$ и $\mathbf{g}$ совпадают, а $T(-g)$ – когда эти направления противоположны. Представленный результат подтверждает факт существования нового механизма невзаимности, обусловленного одновременным присутствием градиента одного из параметров среды и естественной гиротропии. Представленные результаты соответствуют случаю, когда отсутствует поглощение. Следовательно, в этом случае имеем $R = 1-T$ и $|\Delta T| = |\Delta R|$.

Как видно из рисунков, при больших углах падения величина $|\Delta R|$ значительно увеличивается и при определенных углах падения величина $|\Delta R|$ становится того же порядка, что и сам коэффициент отражения R ($|\Delta R| \approx R$). Это означает, что такая система может служить как оптическим диодом, работающим на отражение, так и просто односторонним отражателем. Свет отражается при падении на систему с левой стороны намного больше, чем при падении с правой стороны, или наоборот, т.е. имеет место одностороннее отражение.

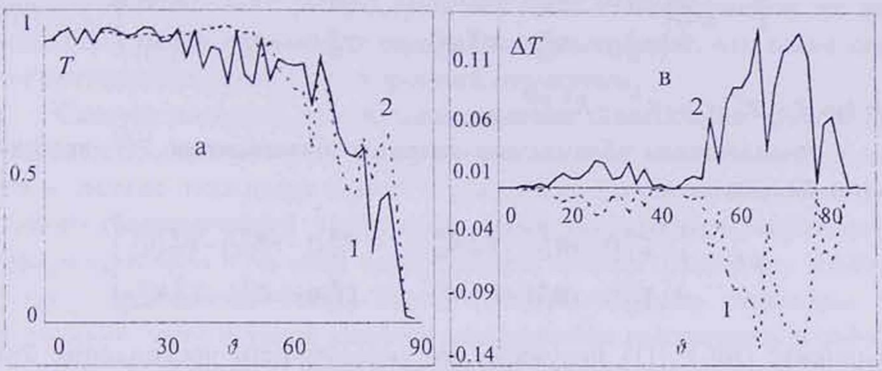

Рис.1. Зависимости коэффициента прохождения T (а) и невзаимности прохождения ΔT (б) от угла падения ϑ при падении на слой среды света с p- (кр.1) и s- (кр.2) поляризацией. $\lambda = 0.6$ мкм, $\varepsilon^0 = 2.5$, $\mu = 1.5$, $\gamma = 0.05$, $n_0 = 1$, $d = 50$ мкм.

Исследование зависимости невзаимности отражения (прохождения) от угла падения ϑ и от длины волны λ при различных значениях параметров среды показывает, что, в частности, увеличение параметров $\partial\varepsilon/\partial z$ и γ приводит к значительному увеличению $|\Delta T|$. А это означает, что варьированием параметров слоя можно получить сравнительно простую систему со значительной невзаимностью, которую можно использовать, в частности, как оптический диод или односторонний отражатель.

Таким образом, представленные результаты подтверждают факт существования нового механизма невзаимности волн в системах с одновременным присутствием градиента одного из параметров среды в направлении распространения луча и естественной гиротропии. Отметим также, что невзаимность волн в неоднородных гиротропных средах наблюдалась также экспериментально [36].

3. Невзаимность в многослойных системах

Как уже отмечалось, невзаимность наблюдается не только в неоднородных гиротропных средах, но и в многослойных системах с естественно или структурно гиротропными слоями. Действительно, рассмотрим простую многослойную систему, состоящую из двух слоев: изотропного слоя A и гиротропного слоя B. Будем рассматривать две возможные конфигурации приложенных друг к другу этих двух слоев, а именно, AB и BA. Обозначим матрицы Джонса изотропного слоя через R^A и T^A, а гиротропного слоя – через R^B и T^B, соответственно. Рассмотрим случай нормального падения света. Тогда $R^A = rI$, $T^A = tI$.

Тогда согласно (6) для матрицы прохождения T^{AB} конфигурации AB получаем:

$$T^{AB} = \frac{t}{\Delta}\begin{pmatrix} T_{11}^B(1-rR_{22}^B)-T_{12}^B R_{21}^B & T_{12}^B(1-rR_{11}^B)-T_{11}^B R_{12}^B \\ T_{21}^B(1-rR_{22}^B)-T_{22}^B R_{21}^B & T_{22}^B(1-rR_{11}^B)-T_{21}^B R_{12}^B \end{pmatrix}, \tag{10}$$

где $\Delta = (1-rR_{11}^B)(1-rR_{22}^B) - R_{12}^B R_{21}^B$.

Аналогичным образом для матрицы прохождения T^{BA} конфигурации BA получаем:

$$T^{BA} = \frac{t}{\Delta}\begin{pmatrix} T_{11}^B(1-rR_{22}^B)-T_{21}^B R_{12}^B & T_{12}^B(1-rR_{22}^B)-T_{22}^B R_{12}^B \\ T_{21}^B(1-rR_{11}^B)-T_{11}^B R_{21}^B & T_{22}^B(1-rR_{11}^B)-T_{12}^B R_{22}^B \end{pmatrix}. \tag{11}$$

Сравнивая (10) с (11), получаем, что невзаимность прохождения будет отсутствовать, т.е. T^{AB} будет равно T^{BA} только при условиях

$$R_{12}^B T_{21}^B = R_{21}^B T_{12}^B, \quad R_{11}^B = R_{22}^B, \quad T_{11}^B = T_{22}^B, \tag{12}$$

которые в общем случае для гиротропной среды не имеют места.

Аналогичным образом можно показать, что $R^{AB} \neq R^{BA}$. Эти неравенства имеют место также при наклонном падении света.

Таким образом, имеет место асимметричное отражение (также пропускание, вращение плоскости поляризации и т.д.) при встречных направлениях падающих волн одинаковой поляризации. Физическая причина существования этого эффекта связана с зависимостью отражения от поляризации на границах раздела сред и способностью гиротропной среды вращать плоскость поляризации и, следовательно, изменять поляризацию. Отметим, что, как отмечено в [31], аналогичным образом объясняется также существование вращательной способности системы, состоящей из приложенных друг к другу двух идентичных слоев холестерического жидкого кристалла, отличающихся друг от друга только знаком спирали.

Теперь рассмотрим реальную простую многослойную систему, в которой может наблюдаться большая невзаимность прохождения, позволяющая использовать ее в качестве оптического диода.

В работах [22,37-40] исследовано прохождение света через слой гиротропной среды и показано, что многократные отражения в конечном слое приводят к существенному (~$10^2 \div 10^4$ раз) увеличению хирального эффекта, вследствие чего экспериментальное обнаружение слабой хиральности в тонких слоях существенно проще, чем в толстых слоях. Аналогичным образом в работе [35] исследовано отражение и прохождение света через слой естественно гиротропной среды, находящейся во внешнем магнитном поле и показано, что многократные отражения в конечном слое на определенных длинах волн приводят к многократному увеличению асимметрии отражения (~$10^2 \div 10^4$ раз), а на других определенных длинах волн – к уменьшению асимметрии отражения. Вследствие этого на определенных длинах волн изменение отражения $|\Delta R|$ при взаимных направлениях распространения света становится того же порядка, что и сам коэффициент отражения. Это означает, что такие системы могут работать как односторонний отражатель.

Следует ожидать, что дополнительным механизмом увеличения невзаимности отражения (или пропускания) может стать дифракция света в системе, поскольку в этом случае также имеется интерференция большого (бесконечного) числа волн. Нами исследованы особенности невзаимности волн в простой многослойной системе стекло(1) – ХЖК – стекло(2) (резонатор Фабри–Перо с ХЖК). Задача отражения и пропускания света в такой системе аналитически рассмотрена в работе [21]. Здесь мы приводим только результаты исследования особенностей невзаимности в такой системе.

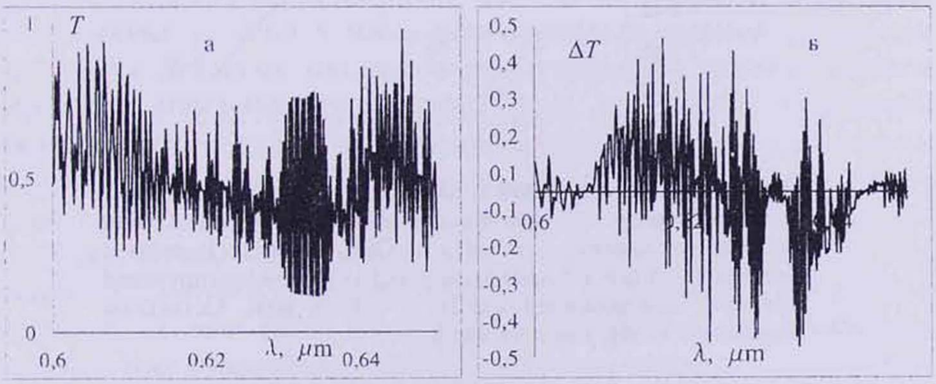

Рис.2. Зависимости коэффициента прохождения T (а) и невзаимности прохождения ΔT (б) от длины волны λ при прохождении света через систему стекло(1) – ХЖК – стекло(2). Падающий свет имеет p-поляризацию. Главные значения локального тензора диэлектрической проницаемости ХЖК ε_1=2.29 и ε_2=2.143, шаг спирали ХЖК σ = 0.42 мкм, толщина слоя ХЖК d =20σ, толщины стекол d_1=d_2=1000 мкм, коэффициенты преломления n_1=1.5, n_2=3.5. Рассматривается случай нормального падения света.

На рис.2а представлена зависимость коэффициента прохождения света T от длины волны λ, а на рис.2б – зависимость невзаимности пропускания ΔT от длины волны. Как показывают исследования и как видно также из графиков, вблизи области дифракционного отражения происходит существенное увеличение невзаимности отражения (пропускания), т.е. дифракционный характер взаимодействия света с веществом действительно приводит (на определенных длинах волн) к многократному увеличению пропускания. Так, на длине волны $\lambda = 0.6296$ мкм имеем $T_{прям} = 0.516$, а $T_{обр} = 0.121$. Это означает, что при изменении направления распространения света на обратное пропускание уменьшается в 4.3 раза, что действительно позволяет использовать такие системы в качестве оптических диодов.

Отметим, что это не является предельным значением для невзаимности пропускания. Варьированием параметров системы можно получить и более высокие значения величины $|\Delta R|$ (или $|\Delta T|$). На рис.3 представлена зависимость невзаимности отражения от показателя преломления n_2 (при фиксированном значении n_1) при различных поляризациях падающей волны.

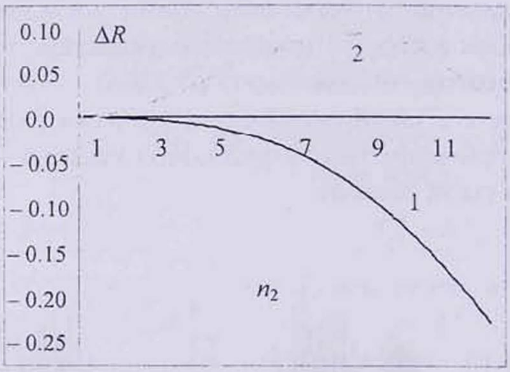

Рис.3. Зависимости невзаимности отражения ΔR от показателя преломления n_2 (при фиксированном значении n_1) при падении на систему стекло(1) – ХЖК – стекло(2) света с линейной по оси x поляризацией (кр.1) и с дифрагирующей круговой поляризацией (кр.2). $\lambda = 0.618$ мкм. Остальные параметры те же, что и на рис.2.

Рассмотрим также случай, когда плоскопараллельные пластинки резонатора Фабри – Перо с ХЖК металлические. На рис.4 представлены зависимости коэффициента отражения R (а) и невзаимности отражения ΔR (б) от длины волны λ. Как видно из рисунков, на определенных длинах волн $R \approx |\Delta R|$, откуда следует, что на этих длинах волн система может работать как идеальный односторонний отражатель.

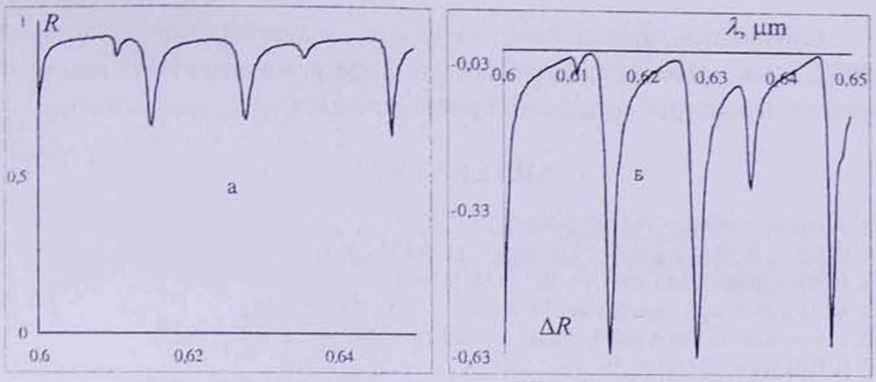

Рис.4. Зависимости коэффициента отражения R (а) и невзаимности отражения ΔR (б) от длины волны λ при прохождении света через резонатор Фабри–Перо с ХЖК. $d_1=d_2=0.05$ мкм, $n_1=0.18+i3.64$, $n_2=0.16+i2.55$. Остальные параметры те же, что и на рис.2.

Невзаимное пропускание наблюдается также в неоднородных слоях ХЖК. Параметры ХЖК легко управляемы, и поэтому использование многослойных систем со слоем ХЖК в качестве невзаимного элемента (оптического диода, одностороннего отражателя, затвора, и т.д.) нам кажется наиболее перспективным. Управлять параметрами ХЖК можно внешними полями (тепловыми, механическими, электрическими, магнитными, и т.д.), а это означает, что такие системы могут быть использованы также как оптические вентили.

Как известно, взаимные оптические системы характеризуются симметрией кривой $R(\vartheta)$ (естественно, также $T(\vartheta)$ и т.д.) по отношению к оси R, т.е. имеет место равенство $R(\vartheta) = R(-\vartheta)$ (ϑ – угол падения). При определенных условиях в невзаимных оптических системах это условие нарушается. Действительно, рассмотрим отражение и пропускание света через слой естественно гиротропной среды, находящейся во внешнем магнитном поле. Эта задача рассмотрена в работе [35]. Мы здесь приводим результаты по изучению особенностей зависимости $R(\vartheta)$. Как показывают вычисления, зависимость элементов матриц отражения от угла падения в случае, когда направление внешнего магнитного поля не совпадает с нормалью к плоскости раздела сред и составляет с ней угол χ в плоскости падения света, имеет асимметричный характер. Асимметрия исчезает, если направление внешнего магнитного поля совпадает с нормалью к плоскости раздела сред. И это также естественно, так как в этом случае исчезает причина невзаимности в плоскости раздела сред. Отметим, что полученный результат позволяет утверждать, что отражательная эллипсометрия может стать мощным средством экспериментального исследования эффектов невзаимности, и следовательно, измерения параметров среды.

Естественно, аналогичную ситуацию следует ожидать в случае неоднородной гиротропной среды при $g_x \neq 0$, где g_x – компонента градиента одного из параметров среды в направлении оси x.

ЛИТЕРАТУРА

1. **R.Fuch**. Phil. Mag., **11**, 647 (1965).
2. **R.R.Birss, R.G.Shrubsall**. Phil. Mag., **15**, 687 (1967).
3. **В.Н.Любимов**. ДАН СССР, **181**, 858 (1968).
4. **R.M.Hornreich, S.Shtrikman**. Phys. Rev., **171**, 1065 (1968).
5. **D.L.Portigal, E.Burstein**. J. Phys. and Chem. Solids, **32**, 602 (1971).
6. **Р.В.Писарев**. ЖЭТФ, **58**, 1421 (1970).
7. **W.F.Brown, S.S.Shtrikman, D.Treves**. J. Appl. Phys., **34**, 1233 (1963).
8. **О.С.Ерицян**. Изв. АН АрмССР, Физика, **3**, 217 (1968).
9. **В.Н.Белый, А.Н.Сердюков**. Кристаллография, **19**, 1279 (1974).
10. **В.А.Маркелов, М.А.Новиков, А.А.Туркин**. Письма в ЖЭТФ, **25**, 404 (1977).
11. **Б.В.Бокуть, С.С.Гиргель**. Опт. и спектр., **49**, 738 (1980).
12. **М.А.Новиков**. Кристаллография, **34**, 1354 (1989).
13. **М.А.Новиков, Г.В.Геликонов**. Опт. и спектр., **75**, 854 (1993).
14. **B.B.Krichevtsev, V.V.Pavlov, R.V.Pisarev, V.N.Gridnev**. J. Phys. Condens. Matter, **5**, 8233 (1993).
15. **М.А.Новиков, А.А.Хышов**. Опт. и спектр., **87**, 416 (1999).
16. **О.В.Гоголин, В.А.Цветков, А.А.Туркин**. Письма в ЖЭТФ, **47**, 1038 (1984).
17. **Е.Л.Ивченко, В.П.Кочерешко, Г.В.Михайлов, И.Н.Уральцев**. Письма в ЖЭТФ, **37**, 164 (1983).
18. **B.B.Krichevtsov, R.V.Pisarev, A.A.Rzhevsky** et al. Phys. Rev., **B57**, 14611 (1997).
19. **B.B.Krichevtsov, A.A.Rzhevsky, H.-J.Weber**. Phys. Rev., **B61**, 10084 (2000).
20. **Е.Г.Цицишвили.** ФТП, **20**, 650 (1986).
21. **А.А.Геворгян**. ЖТФ **70**, 75 (2000).
22. **M.P.Silverman** and **J.Badoz**. JOSA, A, **11**, 1894 (1994).
23. **А.А.Геворгян**. ЖТФ, (2002г., в печати).
24. **В.М.Агранович, В.Л.Гинзбург**. Кристаллооптика с учетом пространственной дисперсии и теория экситонов. М., Наука, 1979.
25. **F.Abeles**. Ann. de Physique, **5**, 596 (1950); **5**, 706 (1950).
26. **D.W.Berreman**. JOSA, **203**, 385 (1974).
27. **Л.М.Бреховских**. Волны в слоистых средах. М., Наука, 1973.
28. **В.И.Кляцкин**. Стохастические уравнения и волны в случайно-неоднородных средах. М., Наука, 1980.
29. **P.Yeh**. Optical Waves in Layered Media. N.Y.,Wiley, 1988.
30. **D.M.Sedrakian, A.H.Gevorgyan**, and **A.Zh.Khachatrian**. Opt. Commun., **192**, 135 (2001).
31. **А.А.Геворгян, К.В.Папоян, О.В.Пикичян**. Опт. и спектр., **88**, 647 (2000).
32. **E.U.Condon**. Rev. Mod. Phys., **9**, 432 (1937).
33. **P.Drude**. The Theory of Optics. Longmans Green, N.Y., 1992.
34. **E.Georgieva**. JOSA, A, **10**, 2203 (1995).
35. **А.А.Геворгян**. Опт. и спектр., **91**, 830 (2001).
36. **Е.Ф.Венгер, В.Б.Попов** и др. Опт. и спектр., **89**, 75 (2000).
37. **S.Bassiri, C.H.Papas, N.Engheta**. JOSA, A, **4**, 1450 (1988).
38. **M.Schmidt** and **K.Eidner**. Optik, **80**, 43 (1990).
39. **I.J.Lalov** and **A.I.Miteva**. J. Mod. Opt., **38**, 395 (1990).
40. **А.Ф.Константинова, Б.В.Набатов**. Кристаллография, **40**, 219 (1995).

Известия НАН Армении, Физика, т.37, №3, с.165-172 (2002)

УДК 538.61

СПОНТАННОЕ ИЗЛУЧЕНИЕ ПРИ КОГЕРЕНТНОМ ВОЗБУЖДЕНИИ АТОМА ЛАЗЕРНЫМ ИЗЛУЧЕНИЕМ

А.Д. ГАЗАЗЯН, Е.Т. ПАШАЯН

Институт физических исследований НАН Армении

(Поступила в редакцию 18 января 2002 г.)

Рассмотрено явление спонтанного излучения атома под действием лазерного поля. Исследован спектр спонтанного излучения, который зависит от интенсивности внешнего электромагнитного поля. Показано, что при дополнительном канале распада в системе отсутствует деструктивная интерференция и в спектре спонтанного излучения отсутствуют «темные» линии.

1. Введение

Исследование распада квантовомеханической системы под действием внешнего электромагнитного излучения представляет как фундаментальный, так и практический интерес. Все квантовые процессы под действием электромагнитного излучения можно разделить на две группы: 1) процессы, идущие в отсутствие поля и изменяемые полем, и 2) процессы, индуцируемые электромагнитным полем и не идущие без поля. К первой группе относятся, в частности, спонтанные переходы в атомах под действием вакуумного поля. Как известно, спонтанное излучение с изолированного уровня атома под действием вакуумного поля описывается лоренцевской формой спектра. Воздействие лазерного излучения приводит к существенному изменению как времени жизни, так и формы линий излучения спонтанных переходов. В частности, известно, что в зависимости от состояния внешнего квантованного электромагнитного поля существенно меняется закон распада атомного уровня [1,2]. При наличии многих уровней переходы между ними приводят к тому, что спектр спонтанного излучения становится более сложным и зависит от интенсивности внешнего поля.

Спектр спонтанного излучения атома под действием внешнего лазерного поля интенсивно обсуждается в литературе в последние несколько лет. В частности, особый интерес представляет наблюдение квантового эффекта Зено, который заключается в том, что распад квантовой системы замедляется (или полностью прекращается) при периодическом квантовомеханическом «наблюдении» над системой. Такое «наблюдение» осуществляется, в частности, воздействием на систему периодически возмущающих лазерных импульсов (см., например, [3,4]). Однако, при воздействии непрерывным лазером также можно наблюдать существенное изменение спектра спонтанного излучения, а при наличии деструктивной интерференции между различными каналами перехода в атоме возможно появление «темной» линии в спектре излучения [5].

В данной работе исследуется спонтанное излучение в четырехуровневой атомной системе, которая когерентно возбуждается внешним лазерным излучением. Получены волновые функции такой системы в резонансном приближении, а также волновые функции спонтанных фотонов в рамках теории Вигнера-Вайскопфа. Найдены спектры спонтанных излучений из двух возбужденных состояний атома. Из полученных формул, в частности, следует, что отсутствует деструктивная интерференция между различными каналами переходов в атоме, которая возникает из-за расщепления уровней 1 и 2 во внешнем резонансном поле излучения. Однако при отсутствии одного из каналов в спектре спонтанного излучения появляется «темная» линия, т.е. отсутствует частота $\omega_{\mathbf{k}} = \varepsilon_2 - \varepsilon_3 - \omega$ (см. рис.1), которая подробно исследована в работе [5].

2. Рассматриваемая модель и волновая функция системы

Рассмотрим четырехуровневый атом в поле лазерного излучения с частотой ω (рис.1), находящегося в резонансе с переходом $1 \to 2$. Под действием лазерного поля образуется связанное состояние «атом + поле» с уровнями 1 и 2. Предположим, что атом вначале находится в состоянии 1, и исследуем эволюцию этой системы, когда возможны спонтанные переходы $1 \to 3$ и $2 \to 4$. Спонтанный переход $2 \to 1$ (резонансная флуоресценция) считается малым из-за малости матричных элементов и при вычислениях пренебрегается [5].

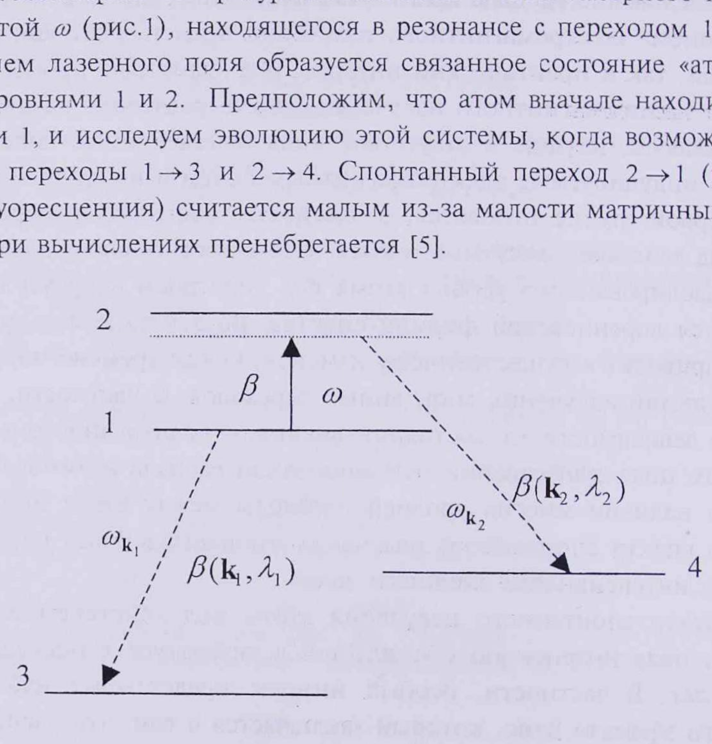

Рис.1.

Полный гамильтониан системы имеет следующий вид (см, например, [6]):

$$H = H_{at} + \omega c^+ c + \beta^+ c + c^+ \beta + \sum_{\mathbf{k},\lambda} \omega_{\mathbf{k}} c^+_{\mathbf{k}\lambda} c_{\mathbf{k}\lambda} + \sum_{\mathbf{k},\lambda} [\beta^+(\mathbf{k},\lambda) c_{\mathbf{k},\lambda} + c^+_{\mathbf{k},\lambda} \beta(\mathbf{k},\lambda)], \quad (1)$$

где H_{at} – гамильтониан свободного атома:

$$H_{at}|i\rangle = \varepsilon_i |i\rangle, \qquad (i = 1,2,3,4). \quad (2)$$

Здесь $|i\rangle$ – вектор состояния i-го уровня атома с энергией ε_i, β^+ и β – операторы перехода из состояния 1 в состояние 2 и обратно под действием внешнего поля с частотой ω, $\beta^+(\mathbf{k},\lambda)$ и $\beta(\mathbf{k},\lambda)$ – операторы переходов из состояний 1 и 2 в состояния 3 и 4 с поглощением и испусканием спонтанных фотонов, $c^+_{\mathbf{k},\lambda}$, $c_{\mathbf{k},\lambda}$ – операторы рождения и уничтожения спонтанных фотонов ($\mathbf{k},\lambda$ – импульс и поляризация спонтанных фотонов).

В представлении взаимодействия гамильтониан системы (1) принимает следующий вид:

$$H_{\text{int}} = e^{iH_{at}t} \beta^+ e^{-iH_{at}t} c e^{-i\omega t} + c^+ e^{iH_{at}t} \beta e^{-iH_{at}t} e^{i\omega t} +$$
$$+ \sum_{\bar{k},\lambda} [e^{iH_{at}t} \beta^+(\mathbf{k},\lambda) e^{-iH_{at}t} c_{\mathbf{k},\lambda} e^{-i\omega_{\bar{k}} t} + c^+_{\mathbf{k},\lambda} e^{iH_{at}t} \beta(\mathbf{k},\lambda) e^{-iH_{at}t} e^{i\omega_{\bar{k}} t}]. \quad (3)$$

Решение волнового уравнения Шредингера с гамильтонианом (3) представим в виде

$$\Phi(t) = c_1(t)|1,n,0\rangle + c_2(t)|2,n-1,0\rangle + \sum_{\mathbf{k}_1\lambda_1} c_{3\mathbf{k}_1\lambda_1}(t)\left|3,n,1_{\mathbf{k}_1\lambda_1}\right\rangle + \sum_{\mathbf{k}_2\lambda_2} c_{4\mathbf{k}_2\lambda_2}(t)\left|4,n-1,1_{\mathbf{k}_2\lambda_2}\right\rangle, \quad (4)$$

где n – число фотонов внешнего поля.

После подстановки разложения (4) в уравнение Шредингера для коэффициентов разложения получим следующую систему дифференциальных уравнений:

$$\begin{aligned}
i\frac{dc_1(t)}{dt} &= \sqrt{n}\beta_{12} e^{-i(\varepsilon_2-\varepsilon_1-\omega)t} c_2(t) + \sum_{\mathbf{k}_1\lambda_1} \beta^+_{13}(\mathbf{k}_1,\lambda_1) e^{i(\varepsilon_1-\varepsilon_3-\omega_{\mathbf{k}_1})t} c_{3\mathbf{k}_1\lambda_1}(t), \\
i\frac{dc_2(t)}{dt} &= \sqrt{n}\beta^+_{21} e^{i(\varepsilon_2-\varepsilon_1-\omega)t} c_1(t) + \sum_{\mathbf{k}_2\lambda_2} \beta^+_{24}(\mathbf{k}_2,\lambda_2) e^{i(\varepsilon_2-\varepsilon_4-\omega_{\mathbf{k}_2})t} c_{4\mathbf{k}_2\lambda_2}(t), \\
i\frac{dc_{3\mathbf{k}_1\lambda_1}(t)}{dt} &= \beta_{31}(\mathbf{k}_1,\lambda_1) e^{-i(\varepsilon_1-\varepsilon_3-\omega_{\mathbf{k}_1})t} c_1(t), \\
i\frac{dc_{4\mathbf{k}_2\lambda_2}(t)}{dt} &= \beta_{42}(\mathbf{k}_2,\lambda_2) e^{-i(\varepsilon_2-\varepsilon_4-\omega_{\mathbf{k}_2})t} c_2(t)
\end{aligned} \quad (5)$$

с начальными условиями

$$c_1(0)=1,\quad c_2(0)=c_{3\mathbf{k}_1\lambda_1}(0)=c_{4\mathbf{k}_2\lambda_2}(0)=0\,. \tag{6}$$

Решая последние два уравнения (5) относительно $c_{3\mathbf{k}_1\lambda_1}(t)$ и $c_{4\mathbf{k}_2\lambda_2}(t)$

$$\begin{gathered} c_{3\mathbf{k}_1\lambda_1}(t)=-i\beta_{31}(\mathbf{k}_1,\lambda_1)\int_0^t e^{-i(\varepsilon_1-\varepsilon_3-\omega_{\mathbf{k}_1})t'}c_1(t')dt', \\ c_{4\mathbf{k}_2\lambda_2}(t)=-i\beta_{42}(\mathbf{k}_2,\lambda_2)\int_0^t e^{-i(\varepsilon_2-\varepsilon_4-\omega_{\mathbf{k}_2})t'}c_2(t')dt', \end{gathered} \tag{7}$$

и подставляя в первые два уравнения, получим

$$\begin{gathered} \frac{dc_1(t)}{dt}=-i\sqrt{n}\beta_{12}e^{-i(\varepsilon_2-\varepsilon_1-\omega)t}c_2(t)-\sum_{\mathbf{k}_1\lambda_1}\left|\beta_{13}(\mathbf{k}_1,\lambda_1)\right|^2\int_0^t e^{i(\varepsilon_1-\varepsilon_3-\omega_{\mathbf{k}_1})(t-t')}c_1(t')dt', \\ \frac{dc_2(t)}{dt}=-i\sqrt{n}\beta_{12}^{*}e^{i(\varepsilon_2-\varepsilon_1-\omega)t}c_1(t)-\sum_{\mathbf{k}_2\lambda_2}\left|\beta_{24}(\mathbf{k}_2,\lambda_2)\right|^2\int_0^t e^{i(\varepsilon_2-\varepsilon_4-\omega_{\mathbf{k}_2})(t-t')}c_2(t')dt'. \end{gathered} \tag{8}$$

Применяя преобразование Лапласа $\overline{c}_i(s)=\int_0^\infty e^{-st}c_i(t)dt$ $(i = 1,2)$ и учитывая начальные условия (6), получим следующую систему уравнений:

$$\begin{gathered} \left[s+\sum_{\mathbf{k}_1\lambda_1}\frac{\left|\beta_{13}(\mathbf{k}_1,\lambda_1)\right|^2}{s-i(\varepsilon_1-\varepsilon_3-\omega_{\mathbf{k}_1})}\right]\overline{c}_1(s)=1-i\sqrt{n}\beta_{12}\overline{c}_2(s+i(\varepsilon_2-\varepsilon_1-\omega)), \\ \left[s+i(\varepsilon_2-\varepsilon_1-\omega)+\sum_{\mathbf{k}_2\lambda_2}\frac{\left|\beta_{24}(\mathbf{k}_2,\lambda_2)\right|^2}{s+i(\varepsilon_1-\varepsilon_4+\omega-\omega_{\mathbf{k}_2})}\right]\overline{c}_2(s+i(\varepsilon_2-\varepsilon_1-\omega))=-i\sqrt{n}\beta_{12}^{*}\ \overline{c}_1(s). \end{gathered} \tag{9}$$

Для восстановления $c_i(t)$ мы производим замену переменной $s=ix+\varepsilon$, где $\varepsilon\to 0$. Согласно приближению Вигнера-Вайскопфа,

$$\sum_{\mathbf{k}_1\lambda_1}\frac{\left|\beta_{13}(\mathbf{k}_1,\lambda_1)\right|^2}{x+(\omega_{\mathbf{k}_1}-\varepsilon_1+\varepsilon_3)-i\varepsilon}\approx\sum_{\mathbf{k}_1\lambda_1}\frac{\left|\beta_{13}(\mathbf{k}_1,\lambda_1)\right|^2}{\omega_{\mathbf{k}_1}-\varepsilon_1+\varepsilon_3-i\varepsilon}=-\Delta_1+\frac{i\Gamma_1}{2},$$

$$\sum_{\mathbf{k}_2\lambda_2}\frac{\left|\beta_{24}(\mathbf{k}_2,\lambda_2)\right|^2}{x+(\omega_{\mathbf{k}_2}-\varepsilon_2+\varepsilon_4)-i\varepsilon}\approx\sum_{\mathbf{k}_2\lambda_2}\frac{\left|\beta_{24}(\mathbf{k}_2,\lambda_2)\right|^2}{\omega_{\mathbf{k}_2}-\varepsilon_2+\varepsilon_4-i\varepsilon}=-\Delta_2+\frac{i\Gamma_2}{2},$$

где

$$\Delta_1 = -P\sum_{\mathbf{k}_1\lambda_1}\frac{|\beta_{13}(\mathbf{k}_1,\lambda_1)|^2}{\omega_{\mathbf{k}_1}-\varepsilon_1+\varepsilon_3}, \quad \Gamma_1 = 2\pi\sum_{\mathbf{k}_1\lambda_1}|\beta_{13}(\mathbf{k}_1,\lambda_1)|^2\,\delta(\omega_{\mathbf{k}_1}-\varepsilon_1+\varepsilon_3),$$

$$\Delta_2 = -P\sum_{\mathbf{k}_2\lambda_2}\frac{|\beta_{24}(\mathbf{k}_2,\lambda_2)|^2}{\omega_{\mathbf{k}_2}-\varepsilon_2+\varepsilon_4}, \quad \Gamma_2 = 2\pi\sum_{\mathbf{k}_2\lambda_2}|\beta_{24}(\mathbf{k}_2,\lambda_2)|^2\,\delta(\omega_{\mathbf{k}_2}-\varepsilon_2+\varepsilon_4). \tag{10}$$

С учетом соотношений (10) система уравнений (9) принимает вид

$$\left[x+\Delta_1-\frac{i\Gamma_1}{2}\right]\overline{c}_1(ix+\varepsilon) = -i-\sqrt{n}\beta_{12}\overline{c}_2(ix+\varepsilon+i(\varepsilon_2-\varepsilon_1-\omega)),$$

$$\left[x+\varepsilon_2-\varepsilon_1-\omega+\Delta_2-\frac{i\Gamma_2}{2}\right]\overline{c}_1(ix+\varepsilon+i(\varepsilon_2-\varepsilon_1-\omega)) = -\sqrt{n}\beta_{12}^*\overline{c}_1(ix+\varepsilon). \tag{11}$$

Решая систему уравнений (11) с помощью обратного преобразования Лапласа

$$c_i(t) = \frac{1}{2\pi i}\int_{\varepsilon-i\infty}^{\varepsilon+i\infty}\overline{c}_i(s)e^{st} = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}\overline{c}_i(ix+\varepsilon)e^{ixt}e^{\varepsilon t}\,dx, \qquad \varepsilon\to 0 \quad (i=1,2),$$

восстанавливаем коэффициенты $c_1(t)$ и $c_2(t)$:

$$c_1(t) = \frac{1}{2\Omega}e^{-\frac{1}{4}(\Gamma_1+\Gamma_2)t}e^{-\frac{i}{2}(\varepsilon_2-\varepsilon_1-\omega+\Delta_1+\Delta_2)t}\left\{e^{\frac{i}{2}\Omega t}\left[\varepsilon_2-\varepsilon_1-\omega-\Delta_1+\Delta_2+\frac{i}{2}(\Gamma_1-\Gamma_2)+\Omega\right]-\right.$$

$$\left.-e^{-\frac{i}{2}\Omega t}\left[\varepsilon_2-\varepsilon_1-\omega-\Delta_1+\Delta_2+\frac{i}{2}(\Gamma_1-\Gamma_2)-\Omega\right]\right\}, \tag{12}$$

$$c_2(t) = \frac{\sqrt{n}\beta_{12}^*}{\Omega}e^{-\frac{1}{4}(\Gamma_1+\Gamma_2)t}e^{\frac{i}{2}(\varepsilon_2-\varepsilon_1-\omega-\Delta_1-\Delta_2)t}\left[e^{\frac{i}{2}\Omega t}-e^{-\frac{i}{2}\Omega t}\right],$$

где

$$\Omega = \sqrt{\left[\varepsilon_2-\varepsilon_1-\omega-(\Delta_1-\Delta_2)+\frac{i}{2}(\Gamma_1-\Gamma_2)\right]^2+4n|\beta_{12}|^2} \tag{13}$$

есть комплексная частота Раби.

Подставляя (12) в соотношения (7), получим выражения для коэффициентов $c_{3\mathbf{k}_1\lambda_1}(t)$ и $c_{4\mathbf{k}_2\lambda_2}(t)$:

$$c_{3\mathbf{k}_1\lambda_1}(t) = \frac{\beta_{31}(\mathbf{k}_1,\lambda_1)}{2\Omega}\left\{\left[\varepsilon_2-\varepsilon_1-\omega-\Delta_1+\Delta_2+\frac{i}{2}(\Gamma_1-\Gamma_2)+\Omega\right]\times\right.$$

$$\times\frac{e^{-i\left[\varepsilon_1-\varepsilon_3-\omega_{\mathbf{k}_1}+\frac{1}{2}\left(\varepsilon_2-\varepsilon_1-\omega+\Delta_1+\Delta_2-\frac{i}{2}(\Gamma_1+\Gamma_2)-\Omega\right)\right]t}-1}{\varepsilon_1-\varepsilon_3-\omega_{\mathbf{k}_1}+\frac{1}{2}\left(\varepsilon_2-\varepsilon_1-\omega+\Delta_1+\Delta_2-\frac{i}{2}(\Gamma_1+\Gamma_2)-\Omega\right)}-$$

$$-\left[\varepsilon_2-\varepsilon_1-\omega-\Delta_1+\Delta_2+\frac{i}{2}(\Gamma_1-\Gamma_2)-\Omega\right]\times \tag{14}$$

$$\left.\times\frac{e^{-i\left[\varepsilon_1-\varepsilon_3-\omega_{\mathbf{k}_1}+\frac{1}{2}\left(\varepsilon_2-\varepsilon_1-\omega+\Delta_1+\Delta_2-\frac{i}{2}(\Gamma_1+\Gamma_2)+\Omega\right)\right]t}-1}{\varepsilon_1-\varepsilon_3-\omega_{\mathbf{k}_1}+\frac{1}{2}\left(\varepsilon_2-\varepsilon_1-\omega+\Delta_1+\Delta_2-\frac{i}{2}(\Gamma_1+\Gamma_2)+\Omega\right)}\right\},$$

$$c_{4\mathbf{k}_2\lambda_2}(t)=\frac{\sqrt{n}\beta_{12}^*\beta_{42}(\mathbf{k}_2,\lambda_2)}{\Omega}\left\{\frac{e^{-i\left[\varepsilon_2-\varepsilon_4-\omega_{\mathbf{k}_2}-\frac{1}{2}\left(\varepsilon_2-\varepsilon_1-\omega-\Delta_1-\Delta_2+\frac{i}{2}(\Gamma_1+\Gamma_2)+\Omega\right)\right]t}-1}{\varepsilon_2-\varepsilon_4-\omega_{\mathbf{k}_2}-\frac{1}{2}\left(\varepsilon_2-\varepsilon_1-\omega-\Delta_1-\Delta_2+\frac{i}{2}(\Gamma_1+\Gamma_2)+\Omega\right)}-\right.$$

$$\left.-\frac{e^{-i\left[\varepsilon_2-\varepsilon_4-\omega_{\mathbf{k}_2}-\frac{1}{2}\left(\varepsilon_2-\varepsilon_1-\omega-\Delta_1-\Delta_2+\frac{i}{2}(\Gamma_1+\Gamma_2)-\Omega\right)\right]t}-1}{\varepsilon_2-\varepsilon_4-\omega_{\mathbf{k}_2}-\frac{1}{2}\left(\varepsilon_2-\varepsilon_1-\omega-\Delta_1-\Delta_2+\frac{i}{2}(\Gamma_1+\Gamma_2)-\Omega\right)}\right\}.$$

Подставляя коэффициенты разложения (12) и (14) в (4), получим волновую функцию системы с учетом спонтанных переходов.

3. Волновые функции и спектр спонтанных фотонов

Как видно из полученных выражений для коэффициентов $c_1(t)$ и $c_2(t)$, при $t\to\infty$ они затухают: $c_1(\infty)=0$ и $c_2(\infty)=0$. Тогда волновая функция системы $\Phi(t)$ при $t\to\infty$ будет иметь вид

$$\Phi(\infty)=\sum_{\mathbf{k},\lambda}c_{3\mathbf{k},\lambda}(\infty)\left|3,n,1_{\mathbf{k},\lambda}\right\rangle+\sum_{\mathbf{k},\lambda}c_{4\mathbf{k},\lambda}(\infty)\left|4,n-1,1_{\mathbf{k},\lambda}\right\rangle. \tag{15}$$

Волновую функцию (15) можно представить в виде

$$\Phi(\infty)=\left|Ph_1,3,n\right\rangle+\left|Ph_2,4,n-1\right\rangle, \tag{16}$$

где

$$\left|Ph_1\right\rangle=\sum_{\mathbf{k}\lambda}c_{3\mathbf{k}\lambda}(\infty)\left|1_{\mathbf{k}\lambda}\right\rangle,\qquad \left|Ph_2\right\rangle=\sum_{\mathbf{k}\lambda}c_{4\mathbf{k}\lambda}(\infty)\left|1_{\mathbf{k}\lambda}\right\rangle \tag{17}$$

представляют собой волновые функции спонтанных фотонов, которые образуются соответственно при переходах $1\to3$ и $2\to4$. Исходя из выражений (14), для коэффициентов $c_{3\mathbf{k}\lambda}(\infty)$ и $c_{4\mathbf{k}\lambda}(\infty)$ получим следующие выражения:

$$c_{3\mathbf{k}\lambda}(\infty) = -\beta_{31}(\mathbf{k},\lambda)\frac{\varepsilon_2-\varepsilon_3-\omega-\omega_{\mathbf{k}}+\Delta_2-\dfrac{i\Gamma_2}{2}}{\left(\varepsilon_1-\varepsilon_3-\omega_{\mathbf{k}}+\Delta_1-\dfrac{i\Gamma_1}{2}\right)\left(\varepsilon_2-\varepsilon_3-\omega-\omega_{\mathbf{k}}+\Delta_2-\dfrac{i\Gamma_2}{2}\right)-n\left|\beta_{12}\right|^2},$$

$$c_{4\mathbf{k}\lambda}(\infty) = -\frac{\sqrt{n}\beta^*_{12}\beta_{42}(\mathbf{k}\lambda)}{\left(\varepsilon_1-\varepsilon_4+\omega-\omega_{\mathbf{k}}+\Delta_1-\dfrac{i\Gamma_1}{2}\right)\left(\varepsilon_2-\varepsilon_4-\omega_{\mathbf{k}}+\Delta_2-\dfrac{i\Gamma_2}{2}\right)-n\left|\beta_{12}\right|^2}. \tag{18}$$

Из выражений (18) для спектра спонтанного излучения получим

$$S(\omega_{\mathbf{k}}) \sim \left|c_{3\mathbf{k}\lambda}(\infty)\right|^2+\left|c_{4\mathbf{k}\lambda}(\infty)\right|^2 =$$

$$=\left|\beta_{31}(\mathbf{k},\lambda)\right|^2\frac{(\varepsilon_2-\varepsilon_3-\omega-\omega_{\mathbf{k}}+\Delta_2)^2+\dfrac{\Gamma_2^2}{4}}{\left|\left(\varepsilon_1-\varepsilon_3-\omega_{\mathbf{k}}+\Delta_1-\dfrac{i\Gamma_1}{2}\right)\left(\varepsilon_2-\varepsilon_3-\omega-\omega_{\mathbf{k}}+\Delta_2-\dfrac{i\Gamma_2}{2}\right)-n\left|\beta_{12}\right|^2\right|^2}+ \tag{19}$$

$$+\frac{n\left|\beta_{12}\right|^2\left|\beta_{42}(\mathbf{k},\lambda)\right|^2}{\left|\left(\varepsilon_1-\varepsilon_4+\omega-\omega_{\mathbf{k}}+\Delta_1-\dfrac{i\Gamma_1}{2}\right)\left(\varepsilon_2-\varepsilon_4-\omega_{\mathbf{k}}+\Delta_2-\dfrac{i\Gamma_2}{2}\right)-n\left|\beta_{12}\right|^2\right|^2}.$$

Из выражения (19) следует, что отсутствует деструктивная интерференция между каналами переходов и, следовательно, в спектре спонтанного излучения отсутствуют «темные» линии. Это связано с появлением дополнительного канала распада $2\to 4$, который нарушает деструктивную

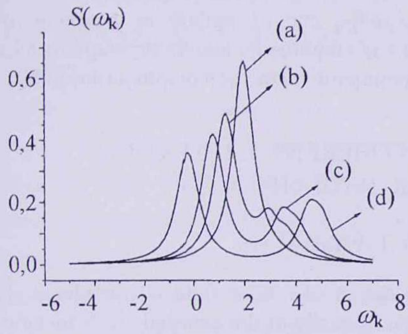

Рис.2. Спектр спонтанного излучения $S(\omega)$ для $\omega_{23}=3\Gamma_1$, $\omega_{13}=2\Gamma_1$, $\omega_{24}=2\Gamma_1$, $\omega_{14}=2\Gamma_1$, $\Gamma_1=\Gamma_2$ и (a) $\Omega=0.3$, и (b) $\Omega=2.0$, (c) $\Omega=3.0$, (d) $\Omega=5.0$, (в единицах Γ_1).

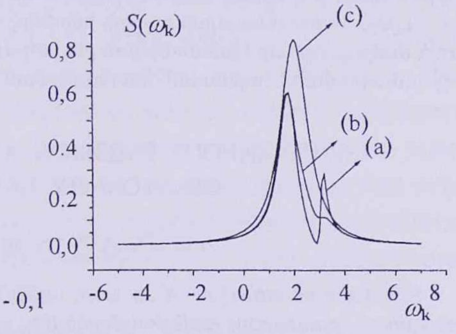

Рис.3. Спектр спонтанного излучения $S(\omega)$ для $\omega_{23}=3\Gamma_1$, $\omega_{13}=2\Gamma_1$, $\omega_{24}=2\Gamma_1$, $\omega_{14}=2\Gamma_1$, $\Omega=1.0$ и (a) $\Gamma_2=0.1$, (b) $\Gamma_2=0.8$, (c) $\Gamma_2=4.0$ (в единицах Γ_1).

интерференцию. При отсутствии этого канала в спектре спонтанного излучения возникает «темная» линия с частотой $\omega_k = \varepsilon_2 - \varepsilon_3 - \omega$, которая подробно исследована в [5].

На рис.2 представлен спектр спонтанного излучения. Различные кривые соответствуют различным значениям частоты Раби. Видно, что с увеличением частоты Раби пики в спектре спонтанного излучения отдаляются друг от друга. Когда частота Раби порядка нескольких десятых от Γ_1, второй пик в спектре исчезает (см. кривую a на рисунке). На рис.3 представлены примеры спектров спонтанного излучения для различных значений скорости распада верхнего уровня Γ_2.

Авторы выражают благодарность М.Л.Тер-Микаеляну за обсуждение результатов.

Работа выполнена в рамках программы INTAS 99-00019.

ЛИТЕРАТУРА

1. **O.A.Alimov, V.P.Krainov**, and **A.A.Mikheev**. Laser Physics, **4**, 551 (1994).
2. **A.D.Gazazyan**. Laser Physics, **5**, 852 (1995).
3. **W.M.Itano, D.J.Heinzen, J.J.Bollinger, D.J.Wineland**. Phys. Rev. A, **41**, 2295 (1990).
4. **Chr.Balzer, R.Huesmann, W.Neuhauser, P.E.Toschek**. Opt. Com., **180**, 115 (2000).
5. **Shi-Yao Zhu, L.M.Narducci**, and **M.O.Scully**. Phys. Rev. A, **52**, 4791 (1995).
6. **А.И.Алексеев, Ю.А.Вдовин, В.М.Галицкий**. ЖЭТФ, **46**, 320 (1964).

ՍՊՈՆՏԱՆ ՃԱՌԱԳԱՅԹՈՒՄԸ ԼԱԶԵՐԱՅԻՆ ՃԱՌԱԳԱՅԹՄԱՄԲ ԱՏՈՄՆԵՐԻ ԿՈՀԵՐԵՆՏ ԳՐԳՌՄԱՆ ԴԵՊՔՈՒՄ

Ա.Դ.ԳԱԶԱԶՅԱՆ, Ե.Թ.ՓԱՇԱՅԱՆ

Դիտարկված է ատոմի սպոնտան ճառագայթման երևույթը լազերային դաշտի ազդեցության պայմաններում: Հետազոտված է սպոնտան ճառագայթման սպեկտրը, որը կախված է էլեկտրամագնիսական դաշտի ինտենսիվությունից: Ցույց է տրված, որ լրացուցիչ անցուղու առկայությամբ համակարգում բացակայում է դեստրուկտիվ ինտերֆերենցիան, ինչով պայմանավորված է սպոնտան ճառագայթման սպեկտրում “մութ” գծի բացակայությունը:

SPONTANEOUS EMISSION AT COHERENT EXCITATION OF ATOM BY LASER RADIATION

A.D. GAZAZYAN and Y.T. PASHAYAN

Spontaneous emission of an atom under the action of a laser field is considered. The spectrum of spontaneous emission depending on the intensity of the external electromagnetic field is studied. It is shown that there are no destructive interference in the system and no “dark” lines in the spectrum of spontaneous emission in the presence of an additional decay channel.

Известия НАН Армении, Физика, т.37, №3, с.173-177 (2002)

УДК 621.315

ЭЛЕКТРОННЫЕ СОСТОЯНИЯ В СФЕРИЧЕСКИХ КВАНТОВЫХ ТОЧКАХ С ВУД-САКСОНОВСКИМ ОГРАНИЧИВАЮЩИМ ПОТЕНЦИАЛОМ

Л.С. ПЕТРОСЯН

Ереванский государственный университет

(Поступила в редакцию 2 февраля 2002 г.)

Исследованы электронные состояния в сферических квантовых точках с вуд-саксоновским ограничивающим потенциалом. Выявлен пороговый характер появления энергетических уровней электрона внутри квантовых точек. Изучены зависимости энергии электрона от радиуса квантовой точки и высоты ограничивающего потенциала. Учтена зависимость эффективной массы электрона от координаты r.

Введение

С развитием нанотехнологий стало возможным выращивание размерно-квантованных структур различных размерностей и геометрических форм. В последние годы наиболее активно исследуемыми размерно-квантованными системами являются полупроводниковые квантовые точки (КТ). Эти структуры выращены в различных диэлектрических средах, и поскольку их геометрические размеры сравнимы с дебройлевскими длинами волн носителей заряда (НЗ), находящихся в них, то энергетический спектр последних является полностью квантованным. Вид энергетического спектра во многом зависит от модели ограничивающего потенциала (ОП) КТ. Надо отметить, что форма этого потенциала зависит от метода выращивания КТ [1]. В связи с вышесказанным при изучении поведения частицы в КТ важную роль играет правильная теоретическая аппроксимация ОП ямы. Разными авторами были предложены различные модели ОП (см., напр., [2-6]).

Наиболее интенсивно исследуемыми КТ являются структуры из GaAs, выращенные в $Ga_{1-x}Al_xAs$. Для них часто используется модель сферической прямоугольной ямы конечной глубины [2]. Здесь подразумевается что сама КТ – чистый полупроводник GaAs, а окружает ее сплав $Ga_{1-x}Al_xAs$, где x – концентрация Al. Иначе говоря, подразумевается что концентрация Al скачкообразно возрастает от 0 внутри КТ до x внутри сплава. Ясно, что в реальных КТ такого поведения концентрации технологически добиться очень трудно. Концентрация и вместе с нею характер ОП (т.к. $U = Ax = 1.247 \cdot 0.6 \cdot x$ для $Ga_{1-x}Al_xAs$) меняются непрерывным образом [6]. Теоретически такую модель ОП можно построить с помощью потенциала Вуда-Саксона (ВС) $U(r) = Ax(r)$, $x(r) = x_0(e^{(r-r_0)/a} - e^{-r_0/a})/(1+e^{(r-r_0)/a})$, где x_0 – максимальная концентрация Al внутри сплава, $U_0 = Ax_0$ – высота барьера (рис.1) [7]. Этот потенциал использовался в ядерной физике для описания взаимодействия нейтрона с тяжелым ядром. Параметр r_0 интерпретируется как радиус ядра (в рассматриваемом случае – радиус КТ), другой параметр a характеризует толщину поверхностного слоя, внутри которого потенциал падает от $U = U_0$ снаружи ядра (КТ) до значения $U = 0$ внутри ядра (КТ). При $a = 0$ получается простая потенциальная яма со скачком потенциала на поверхности ядра (КТ).

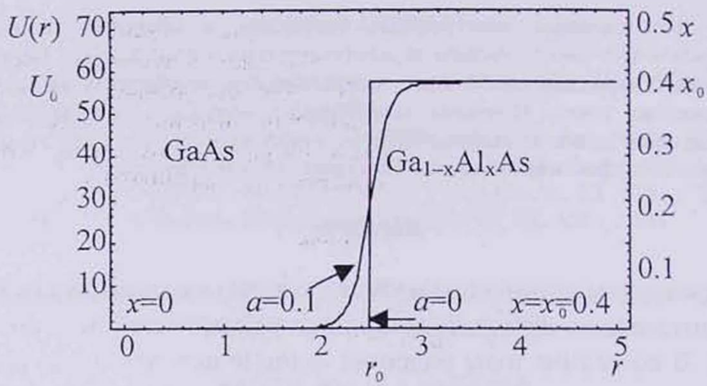

Рис.1 Зависимость концентрации Al и потенциальной энергии от координаты r для $a = 0.1$ и $a = 0$ (прямоугольная яма конечной глубины).

Отметим что эффективная масса (ЭМ) НЗ в $Ga_{1-x}Al_xAs$ тоже зависит от концентрации Al линейным образом: $\mu(r) = (0.067 + 0.083x(r))m_e$, где m_e – масса свободного электрона.

В настоящей работе исследуются электронные уровни в сферических квантовых точках с ВС ОП.

Теория

Рассмотрим электронные уровни в КТ с ВС ОП. Так как с учетом зависимости ЭМ от координаты r уравнение Шредингера усложняется и не имеет аналитического решения, то мы будем подразумевать, что $\mu_1 = \mu(x=0) = 0.067m_e$ внутри КТ и $\mu_2 = \mu(x = x_0) = (0.067 + 0.083x_0)m_e$ вне ее. Тогда уравнение Шредингера для случая $l = 0$ (l – орбитальное квантовое число) имеет аналитическое решение. Для радиальных волновых функций электрона внутри и вне КТ уравнение Шредингера имеет вид

$$\frac{d^2R_1}{dr^2}+\frac{2}{r}\frac{dR_1}{dr}+\frac{2\mu_1}{\hbar^2}(E-U(r))R_1=0,\ r<r_0,$$
$$\frac{d^2R_2}{dr^2}+\frac{2}{r}\frac{dR_2}{dr}+\frac{2\mu_2}{\hbar^2}(E-U(r))R_2=0,\ r>r_0. \tag{2}$$

С ВС потенциалом оно имеет следующее решение [7]:

$$R(r)=\frac{C}{r}\begin{cases} f_{11}+Af_2, & r<r_0,\\ Bf_{12}, & r>r_0,\end{cases} \tag{3}$$

где C – постоянная нормировки, и сделаны следующие обозначения:

$$f_{11}=y^{\beta_1}(1-y)^{\alpha_1}\,{}_2F_1[\alpha_1+\beta_1,\alpha_1+\beta_1+1,2\beta_1+1;y],$$

$$f_{12}=y^{\beta_2}(1-y)^{\alpha_2}\,{}_2F_1[\alpha_2+\beta_2,\alpha_2+\beta_2+1,2\beta_2+1;y],$$

$$f_2=y^{-\beta_1}(1-y)^{\alpha_1}\,{}_2F_1[\alpha_1-\beta_1,\alpha_1-\beta_1+1,-2\beta_1+1;y],$$

$$y=\frac{1}{1+e^{\frac{r-r_0}{a}}},\quad \beta_1=a\sqrt{\frac{2\mu_1(U_0-E)}{\hbar^2}},\quad \alpha_1=a\sqrt{-\frac{2\mu_1\left(e^{-\frac{r_0}{a}}U_0+E\right)}{\hbar^2}},$$

$$\beta_2=\sqrt{m_0}\,\beta_1,\qquad \alpha_2=\sqrt{m_0}\,\alpha_1,\qquad m_0=\frac{\mu_2}{\mu_1},$$

$$A=\left(\frac{f_{11}\left(\frac{f_{12}}{r}\right)'-m_0f_{12}\left(\frac{f_{11}}{r}\right)'}{m_0f_{12}\left(\frac{f_2}{r}\right)'-f_2\left(\frac{f_{12}}{r}\right)'}\right)_{r=r_0},\qquad B=m_0\left(\frac{f_{11}\left(\frac{f_2}{r}\right)'-f_2\left(\frac{f_{11}}{r}\right)'}{m_0f_{12}\left(\frac{f_2}{r}\right)'-f_2\left(\frac{f_{12}}{r}\right)'}\right)_{r=r_0}.$$

Здесь уже учтена непрерывность волновой функции и ее производной в точке $r=r_0$. Энергетические уровни электрона можно определить из граничного условия в точке $r=0$, т.е. $rR(r)|_{r=0}=0$.

Чтобы учесть также зависимость ЭМ НЗ от r (от x) будем использовать метод теорий возмущений, применяемый в ядерной физике для расчета смещения энергетического уровня K-электрона в тяжелых атомах, обусловленного конечностью радиуса ядра [7]. Тогда гамильтониан данной задачи можно представить в виде

$$\hat{H}=\hat{\mathbf{P}}\frac{1}{2\mu(r)}\hat{\mathbf{P}}+U(r)=-\frac{\hbar^2}{2\mu_1}\Delta-\frac{\hbar^2}{2\mu(r)}(1-\mu_0(r))\Delta+\frac{\hbar^2}{2\mu(r)}\frac{\mu_0'(r)}{\mu_0(r)}\frac{\partial}{\partial r}+U(r), \tag{4}$$

где $\mu_0(r)=\mu(r)/\mu_1$. В качестве невозмущенной задачи будем рассматривать состояние электрона в прямоугольной потенциальной яме (ППЯ) с $\mu_1(r)=\begin{cases}\mu_1, & r<r_0\\ \mu_2, & r>r_0\end{cases}$ и $U_1(r)=\begin{cases}0, & r<r_0,\\ U_0, & r>r_0,\end{cases}$ а как возмущенную – задачу, в которой ЭМ $\mu_2(r)$ и ОП $U_2(r)$ меняются по закону ВС соответственно от μ_1 до μ_2 и от 0 до U_0. Тогда гамильтониан возмущенной задачи можно представить как сумму гамильтониана невозмущенной задачи и энергии возмущения, которая равна разности гамильтонианов вышеперечисленных двух задач, т.е. $\hat{H}_2=\hat{H}_1+\hat{V}$, где возмущение имеет вид

$$\hat{V}=-\frac{\hbar^2}{2\mu_1}\Delta\left(\frac{1}{\mu_2(r)}-\frac{1}{\mu_1(r)}\right)+\frac{\hbar^2}{2\mu_1}\left(\frac{\mu_2'(r)}{\mu_2^2(r)}-\frac{\mu_1'(r)}{\mu_1^2(r)}\right)\frac{\partial}{\partial r}+U_2(r)-U_1(r). \qquad (5)$$

Полная энергия возмущенной задачи имеет вид $E_{nl}=E_{nl}^0+E_{nl}^1$, где E_{nl}^0 – энергетические уровни НЗ в ППЯ, $E_{nl}^1=V_{nl}=\int\Psi^*\hat{V}\Psi dv$ – поправки к энергии E_{nl}^0 (матричные элементы оператора возмущения).

Обсуждение результатов

На рис.2 представлены графики зависимостей энергии электрона E от радиуса КТ r_0 (в эффективных боровских единицах E_{R1}, a_{R1}, соответствующих первой среде) при фиксированных параметрах $x_0=0.4$, $a=0.14$. Сплошные линии соответствуют ВС ОП для двух случаев: $\mu_1=\mu_2$ (вверху) и $\mu_1\neq\mu_2$ (внизу). Уровни в КТ появляются, начиная с некоторого порогового значения r_0. Уровни с $\mu_1=\mu_2$ расположены не-

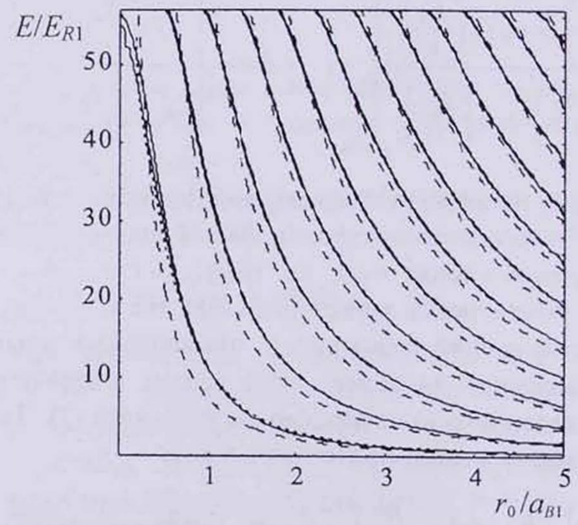

Рис.2. Зависимость энергии электрона от радиуса КТ.

много выше по сравнению со случаем $\mu_1 \neq \mu_2$, т.к. $\mu_2 > \mu_1$ и энергия НЗ во второй среде обратно пропорциональна μ_2. Это различие уменьшается при больших r_0 и при малых E. Прерывающиеся кривые соответствуют случаю ППЯ. Так как при не слишком больших энергиях потенциал ВС расположен выше ППЯ, то графики, соответствующие ему, до некоторого порогового E расположены выше. При увеличении r_0 имеет место обратная картина и, как видно из рисунка, уровни в ППЯ появляются позже. Эти различие уменьшается при больших r_0, и кривые сливаются. Наконец, точечная линия соответствует случаю, когда учтена зависимость $\mu(r)$ $(n = l = m = 0)$. Как видно из рисунка, вышеупомянутые свойства сохраняются, и кривые довольно хорошо согласуются друг с другом.

Данная работа выполнена при поддержке программы INTAS-99-00928 и гранта ANSEF (Armenian National Science and Education Fund) PS24-01.

ЛИТЕРАТУРА

1. **J.A.Barker** and **E.P.O'Reilly**. Physica E, **4**, 231 (1999).
2. **S.V.Branis** et al. Phys. Rev. B, **47**, 1316 (1999).
3. **K.G.Dvoyan** and **E.M.Ghazaryan**. Phys. Stat. Sol. (b), **228**, 695 (2001).
4. **P.A.Maksym** and **T.Chakraborty**. Phys. Rev. Lett., **65**, 108 (1990).
5. **E.M.Ghazaryan**, **L.S.Petrosyan** and **H.A.Sarkisyan**. Proc. Int. Coll. GROUP23, Dubna, **1**, 43 (2001).
6. **S.Vlaev** and **D.A.Contreras-Solorio**. J. Appl. Phys., **82**, 3853 (1997).
7. **З.Флюгге**. Задачи по квантовой механике, т.1. М., Мир, 1974.

ԷԼԵԿՏՐՈՆԱՅԻՆ ՎԻՃԱԿՆԵՐԸ ՎՈՒԴ–ՍԱՔՍՈՆԻ ՍԱՀՄԱՆԱՓԱԿՈՂ ՊՈՏԵՆՑԻԱԼՈՎ ԳՆԴԱՅԻՆ ՔՎԱՆՏԱՅԻՆ ԿԵՏԵՐՈՒՄ

Լ.Ս. ՊԵՏՐՈՍՅԱՆ

Ուսումնասիրված են էլեկտրոնային վիճակները Վուդ-Սաքսոնի սահմանափակող պոտենցիալով գնդային քվանտային կետերում: Բացահայտված է քվանտային կետերի ներսում վիճակների առաջացման շեմային բնույթը: Ուսումնասիրված է էլեկտրոնի էներգիայի կախվածությունը քվանտային կետերի շառավղից և սահմանափակող պոտենցիալի բարձրությունից: Հաշվի է առնված էլեկտրոնի արդյունարար զանգվածի կախվածությունը r կոորդինատից:

ELECTRON STATES IN SPHERICAL QUANTUM DOTS WITH WOOD–SAXON'S CONFINEMENT POTENTIAL

L.S. PETROSYAN

Electron states in spherical quantum dots with Wood–Saxon's confinement potential are studied. The threshold habit of level appearance inside the dots is revealed. The electron energy dependences on the QD`s radius and confinement potential height are studied.

Известия НАН Армении, Физика, т.37, №3, с.178-184 (2002)

УДК 548.732

ОСОБЕННОСТИ ОТРАЖЕННЫХ И ПРОХОДЯЩИХ ЧЕРЕЗ МОНОКРИСТАЛЛЫ РЕНТГЕНОВСКИХ ПУЧКОВ В ГЕОМЕТРИИ БРЭГГА

М.А. НАВАСАРДЯН, Р.Ц. ГАБРИЕЛЯН

Ереванский государственный университет

(Поступила в редакцию 20 ноября 2001 г.)

Используя монолитную двухблочную систему из совершенного монокристалла кремния, показано, что при симметричном отражении рентгеновских пучков по Брэггу полного отражения не происходит. Имеет место сильно локализованное по ограниченной глубине кристалла отражение, при котором значительная часть падающей энергии идет по направлению дифракции, а остальная часть проникает вглубь кристалла, очень слабо взаимодействуя с ним. Если проникающий и одновременно преломляющийся луч доходит до торцевой грани образца, то на месте выхода происходит его расщепление и наряду с проходящим появляется и второй отраженный луч, распространяющийся параллельно основному отраженному пучку, интенсивность которого намного уступает интенсивности проходящего пучка.

Общепринято, что в пределах столика Дарвина происходит полное отражение (~100%) падающей плоской волны от поверхности совершенного монокристалла, когда эта поверхность совпадает с одной из атомных плоскостей кристаллической решетки. Теоретически такие результаты были получены Дарвином (1914) [1] и Эвальдом (1917) [2], и, вообще говоря, подобный результат вытекает из динамической теории. Однако прямые количественные измерения, предпринятые еще с начала двадцатых годов прошлого столетия, не дали согласующихся с теорией результатов. Например, в работе [3], выполненной с кристаллом кальцита, для процентного отражения P получилось от 30 % до 44% (процентное отражение – отношение интенсивностей отраженного от поверхности рентгеновского пучка к интенсивности падающего пучка в процентах). В работе [4] для одной и той же пары высокосовершенного монокристалла кальцита для этого же параметра P получено от 64% для CuK_α излучения до 35% для WK_α излучения. В этих работах использовались двухкристальные спектрометры с расположением кристаллов (1,-1). Использовались плоскости (200) высокосовершенных монокристаллов кальцита ($CaCO_3$). Фактически в этих работах не подтвердились теоретические предсказания, и это, по-видимому, не потому, что кристаллы не имели довольно совершенной структуры или эксперимент выполнялся недостаточно корректно, а из-за того, что взаимодействие между пучком и кристаллом имеет иной характер. В пользу последнего утверждения говорит тот факт, что один и тот же кристалл в работе [4] не мог для одного излучения быть совершенным и дать высокое процентное отражение (64% для CuK_α излучения), а для другого – несовершенным (35% для WK_α излучения). Возникает естественный вопрос: где теряется часть энергии падающего пучка в случае отражения WK_α излучения в работе [4] (когда отражается всего 35% энергии этого пучка), ведь совершенство образца кристалла кальцита, разумеется, то же самое. Вопрос не получил соответствующего ответа в прежних теоретических или экспериментальных работах. Идея о стопроцентном отражении защищалась в известных книгах [5,6], опубликованных в разные годы, а также в наши дни, например, в работе [7]. Экспериментально высокие значения процентного отражения (87% и 93%) представлены в [8,9], где отражения CuK_α пучка получены от атомных плоскостей (111) и (220) кристалла германия, соответственно.

В работе [10] показано, что сравнительно большое процентное отражение может происходить в условиях асимметричного падения (атомная плоскость не совпадает с геометрической поверхностью образца), когда пучок в кристалле, распространяясь по узкой приповерхностной полосе – по экстинкционной глубине, проходит большой путь (порядка миллиметра), где пучок и может полностью потерять свою энергию. При симметричном падении у этого же образца не наблюдается большого процентного отражения и по пути лучей вне экстинкционной глубины распространяется сильный проходящий пучок, который при выходе из торцевой грани образца формирует два других пучка со значительной интенсивностью, идущих либо параллельно отраженному пучку, либо по направлению прохождения. В работах [10,11] эксперименты выполнялись со многими совершенными монокристаллами. Пучки на торцевой поверхности наблюдались и в [12,13], однако поскольку применялся непрерывный спектр с широкой апертурой, то появление этих пучков объяснялось краевыми эффектами широкого пучка вблизи границ столика Дарвина.

В вышеперечисленных и аналогичных работах имелись три основных недостатка: 1) не может быть утверждено, что в экспериментах монохроматор и анализатор с автономными движениями (вращениями) устанавливаются так точно, что отражающие атомные плоскости являются идеально параллельными [3,4,10,11,14], 2) применялись исходные широкие пучки и однокристальные схемы [12,13], 3) в случае больших P [8,9] применялись большие длины волн и кристаллы с большими Z. При таких комбинациях кристаллы являются сильнопоглощающими.

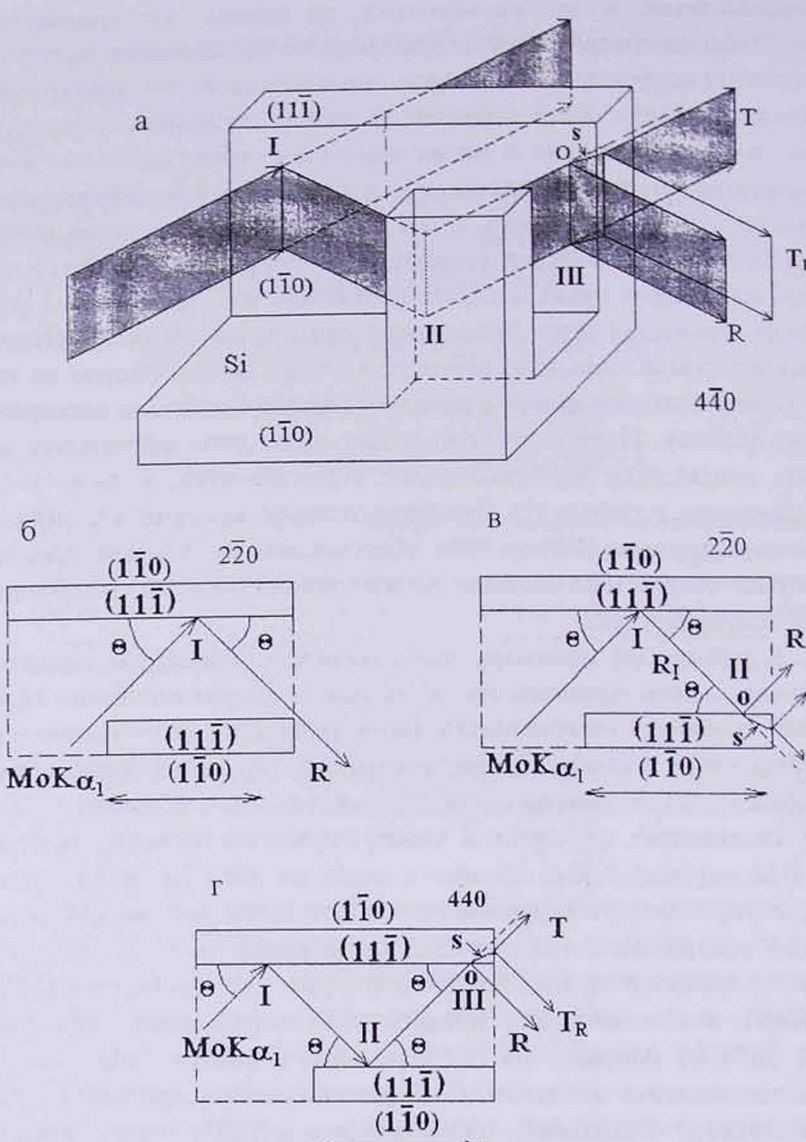

Рис.1. а) Пространственное расположение лентообразного пучка по отношению к блокам двухблочной монолитной системы с соответствующими ориентациями отражающих атомных плоскостей при трехкратном отражении, и схемы получения однократного (I-б), двухкратного (II-в) и трехкратного (III-г) отражений от диблока из кремния. R – пучок отраженный от поверхности, S – проходящий пучок внутри кристалла, T – проходящий пучок, T_R – пучок, отраженный на торцевой грани в точке выхода пучка T.

Цель настоящей работы заключалась в том, чтобы создать идеально параллельные друг другу отражающие атомные плоскости у обоих кристаллов (у монохроматора и анализатора) с тем, чтобы отраженные на первом кристалле пучки полностью отражались и на втором (последующем) кристалле. Для этого использовался диблок из сравнительно легкого элемента и с общим основанием, а именно, система была изготовлена из монолитного высокосовершенного (бездислокационного) монокристалла кремния. Геометрия и расстояние между блоками выбирались таким образом, чтобы от диблока получались и регистрировались однократно-, двухкратно- и трехкратно-отраженные монохроматические пучки (см. рис.1). Размеры диблока были таковы: длины блоков – 44мм и 18мм, расстояние между ними – 4,6мм, их толщины – 5мм, толщина основания – 5мм, высота – 20мм.

После каждого отражения сцинтилляционным счетчиком регистрировались интенсивности этих пучков. Это дало возможность осуществить также абсолютные измерения интенсивностей этих пучков.

Для измерения интенсивностей пучков диблок с высококачественной химической полировкой и с точно сориентированными по вертикали отражающими плоскостями $(1\bar{1}0)$ устанавливался на гониометрической головке камеры фирмы "Rigaku Denki", которая дает возможность сканировать кристалл в необходимых направлениях. В нашем случае кристалл сканировался вдоль дифракционного вектора отражений $(2\bar{2}0)$ или $(4\bar{4}0)$, при этом падающий пучок передвигался вдоль поверхности длинного блока (на рисунках указаны двойной стрелкой). Сканирование дает возможность приблизить точку падения пучка к торцевой поверхности попеременно одного из блоков и наблюдать поведение пучка при выходе из торцевой грани этих блоков. Предварительная коллимация такова, что получается отражение либо от $MoK_{\alpha 1}$, либо от $MoK_{\alpha 2}$ пучков.

Экспериментальные результаты

На рис.1а представлено пространственное расположение лентообразного падающего пучка и пучков, возникающих вследствие проникновения части энергии в глубь кристалла, по отношению к блокам двухблочной монолитной системы с соответствующими ориентациями отражающих атомных плоскостей, а на рис.1б, в, г показаны три разновидности отражений от системы блоков, а именно, однократное и двухкратное отражение от плоскостей $(1\bar{1}0)$ – 1б, 1в (рефлекс $2\bar{2}0$) и трехкратное отражение от этих же плоскостей $(1\bar{1}0)$ – 1г (рефлекс $(4\bar{4}0)$).

На рис.2а показаны поперечные сечения R, T_R и T рефлексов (пучков) (R – пучок, отраженный от поверхности, T – проходящий пучок, T_R – пучок, возникающий в точке выхода проходящего пучка от торцевой поверхности) вблизи торцевой грани при схеме 1в, когда точка встречи падающего пучка О с поверхностью блока находится на расстоянии 7мм от торцевой грани. На рис.2б представлены эти же рефлексы при трехкратном отражении от плоскостей $(1\bar{1}0)$ (отражение $4\bar{4}0$), согласно схеме 1г. На рис.2в представлено отклонение пучка T от направления падения пучка R_l (см.рис.1в). При сканировании падающего пучка расстояние между R и T_R пучками меняется.

Из картин 2а и 2б очевидно, что часть энергии пучка проникает вглубь кристалла и на торце генерирует два T_R и T пучка (они не эквивалентны по интенсивности), и, кроме того, пучок вне активных приповерхностных зон (указан буквой s) в объеме кристалла, очень слабо рассеивается (пространство между R и T_R рефлексами не заполнено излучением) и в процессе дифракции участвует пучок по всей его ширине (ширины R и T пучков почти одинаковы, когда точка О близка к торцевой грани образца). Более того, на рефлексах T и T_R (рис.2б) наблюдаются эквивалентные интерференционные картины, хотя по интенсивности они не эквивалентны.

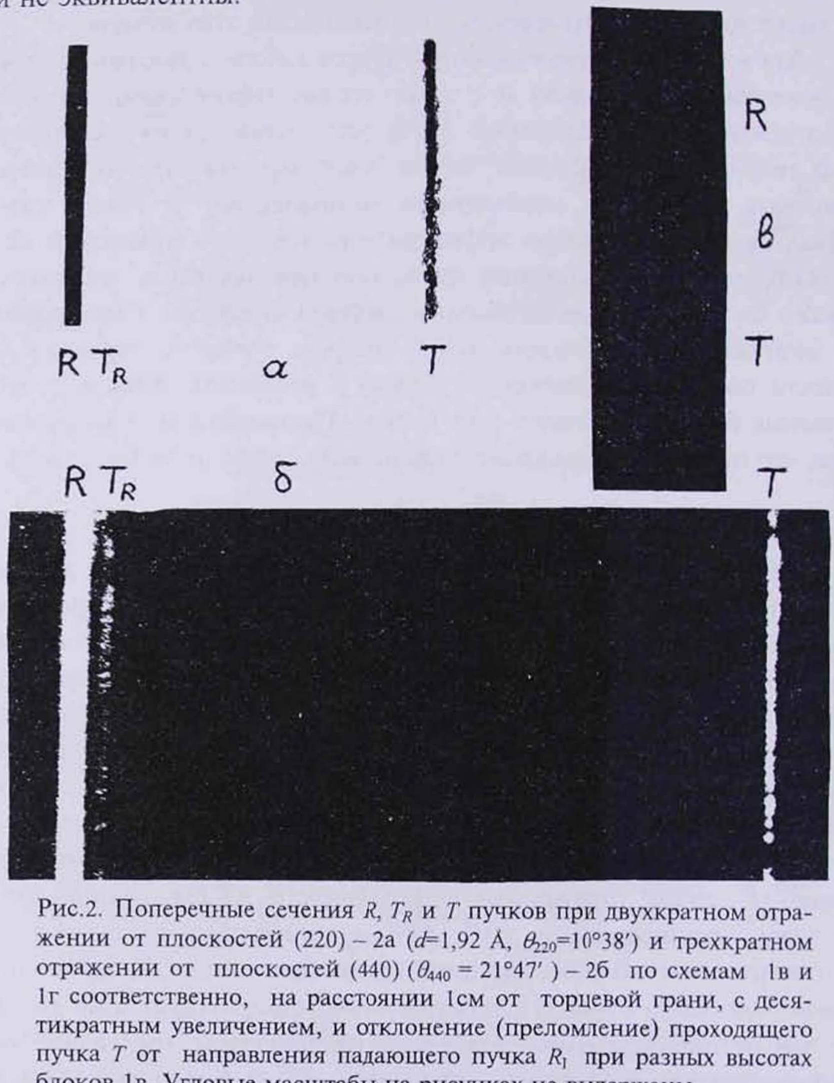

Рис.2. Поперечные сечения R, T_R и T пучков при двухкратном отражении от плоскостей (220) – 2а (d=1,92 Å, θ_{220}=10°38′) и трехкратном отражении от плоскостей (440) (θ_{440} = 21°47′) – 2б по схемам 1в и 1г соответственно, на расстоянии 1см от торцевой грани, с десятикратным увеличением, и отклонение (преломление) проходящего пучка T от направления падающего пучка R_1 при разных высотах блоков 1в. Угловые масштабы на рисунках не выдержаны.

На рис.2в представлены следы проходящего через кристалл (и отклоняющегося) пучка T (снизу) и падающего пучка R_i вне кристалла (сверху) при уменьшении высоты последнего блока по схеме рис.1в.

Обсуждение и выводы

Известно, что при расположении одинаковых кристаллов с эквивалентными атомными плоскостями по схеме (1,–1) угловая ширина, охватываемая первым кристаллом, равна ширине принимаемой и вторым (третьим и т.д.) кристаллом. Следовательно, после второго и третьего отражения можно ожидать почти стопроцентного отражения, т.е. в глубинные слои кристалла не должна проникать какая-либо значительная доля рентгеновского пучка. Однако существование T и T_R пучков (см. рис.2а и 2б) утверждает обратное, т.е. при каждом отражении вовнутрь кристалла проникает значительная доля энергии падающего монохроматического пучка (в данном примере почти 70% падающего пучка отражается, а остальная часть проникает вглубь кристалла). Измерения глубин проникновения в активной зоне кристалла вблизи поверхности, где формируется отраженный 70%-ный пучок, дают величину, меньшую 0,1мм. Она имеет порядок экстинкционной глубины. Это означает, что несмотря на то, что в глубинных слоях распространяется пучок со значительной интенсивностью (30%), однако он на своем пути не генерирует отраженного пучка. Кроме того, коэффициент поглощения этого пучка очень мал, т.к. пучок в кристалле, проходя значительное расстояние (около 1см), сохраняет свою энергию и дает начало T и T_R пучкам со значительной интенсивностью. Таким образом, после прохождения экстинкционной глубины характер пучка претерпевает скачкообразное изменение, т.е. на указанной глубине происходит сильное отражение и, следовательно, сильное уменьшение интенсивности проходящего пучка, и наоборот, проявляются малая рассеивающая и высокая проникающая способности проходящего пучка через оставшуюся глубину монокристалла.

При уменьшении высоты последнего блока наблюдается еще один важный результат, а именно, наблюдается значительное смещение T пучка в сторону R пучка, т.е. наблюдается довольно большое преломление (отклонение) проходящего пучка. Отсюда очевидно, что пучок внутри кристалла не распространяется вдоль атомных плоскостей, как это происходит в случае аномального прохождения.

Вышепредставленные экспериментальные результаты и результаты, полученные нами и другими авторами ранее, позволяют сделать следующие выводы:

1) при отражении по Брэггу в случае симметричного падения не происходит полного отражения, и процентное отражение может изме-

няться, в общем случае, в широких пределах;

2) на границе раздела вакуум-кристалл, при отражении по Брэггу, падающий рентгеновский пучок ведет себя аналогично оптическим пучкам, т.е. часть энергии пучка отражается от узкой приповерхностной полосы кристалла, а остальная часть пересекает границу раздела и слегка отклоняется (преломляется) в сторону отраженного пучка и при выходе из торцевой поверхности (на границе кристалл-вакуум) дает начало отраженному по Брэггу пучку, а сама распространяется по направлению падения;

3) внутри кристалла происходит очень слабое взаимодействие (рассеяние и поглощение) рентгеновского излучения с веществом;

4) у сильнопоглощающих кристаллов (или в длинноволновой области спектра) наблюдается более высокое процентное отражение, чем у слабопоглощающих кристаллов.

ЛИТЕРАТУРА

1. **C.G.Darwin**. Phil. Mag., **27**, 315 and 675 (1914).
2. **P.P.Ewald**. Phys. Rev., **54**, 519 (1917).
3. **B.Davis, W.M.Stempel**. Phys. Rev., **17**, 608 (1921).
4. **S.K.Allison**. Phys. Rev., **41**, 1 (1932).
5. **З.Г.Пинскер**. Рентгеновская кристаллооптика. М., Наука, 1982.
6. **R.W.James**. The Optical Principles of the Diffraction of X-rays. Cornell University Press, New York, 1965.
7. **A.Authier and C.Malgrange**. Acta Cryst., **A54**, 806 (1998).
8. **R.Bubakova, J.Drahokoupil, A.Fingerland**. Czech. J. Phys., **B11**, 27 (1961).
9. **B.Okkerze**. Philips Res. Repts., **18**, 413 (1963).
10. **М.А.Навасардян, Г.Р.Петросян**. Ученые записки ЕГУ, **1**, 67 (1989).
11. **М.А.Навасардян, Г.Р.Петросян, К.Т.Айрапетян**. В книге "Материалы Всесоюзной научно-практической конференции "Рентген-1". Нальчик, стр.57-63, 1990.
12. **G.Borrmann, G.Hildebrandt, H.Wagner**. Z. Phys., **142**, 406 (1955).
13. **H.Wagner**. Z. Phys., **146**, 127 (1956).
14. **A.Authier**. Journal de Physique, **23**, 961 (1962).

FEATURES OF X-RAY BEAMS REFLECTED FROM AND TRANSMITTED THROUGH SINGLE CRYSTALS IN BRAGG GEOMETRY

M.A. NAVASARDYAN, R.TS. GABRIELYAN

With the use of monolithic diblock system of a perfect silicon single crystal we show that in a symmetric Bragg reflection of X-rays no total reflection occurs. Instead a reflection takes place strongly localized upon a limited depth of the crystal in which a considerable portion of the incident energy travels in the diffraction direction while the remaining portion penetrates inside the crystal interacting with it very weakly. In the point where the penetrating and, at the same time, refracting beam reaches the edge face of the sample, splitting of the beam occurs and a second reflected beam appears, along with the transmitted one, whose intensity is much lower than that of the transmitted beam.

Известия НАН Армении, Физика, т.37, №3, с.185-190 (2002)

УДК 573.3

ОСОБЕННОСТИ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ ИОНОВ ДВУХВАЛЕНТНОЙ МЕДИ С ДНК

Е.Б. ДАЛЯН

Ереванский государственный университет

(Поступила в редакцию 15 октября 2001 г.)

УФ-спектрофотометрическим методом исследовано влияние ионов двухвалентной меди на структуру ДНК. Показано, что: 1) ионы Cu^{2+} вызывают инверсию термостабильностей АТ- и GC-нуклеотидных пар ДНК (концентрация инверсии $r \approx 0.65$ М/Р); 2) уже при низких концентрациях этих ионов ($0.2 < r < 1.0$) происходит внутримолекулярная агрегация в GC-богатых участках ДНК.

Известно, что ионы металлов оказывают существенное влияние на все уровни организации ДНК – от первичной структуры до ее пространственной организации в составе хромосом [1-3]. Установлено, что ни один жизненно важный функциональный процесс в клетке не происходит без участия иона того или иного металла [4-7]. С другой стороны, известно, что большие концентрации ионов переходных металлов (особенно, Cu^{2+}) в клетке могут вызывать точечные мутации в ДНК [5-7]. Поэтому любые данные о физических свойствах комплексов ДНК с ионами металлов могут представлять несомненный интерес для понимания молекулярно-биологических механизмов функционирования нуклеиновых кислот.

К настоящему времени о структуре ДНК – Cu^{2+} комплексов известно немало [1-9]. Известно, например, что ионы Cu^{2+} предпочитают связываться с N(7) атомом пуриновых оснований, особенно гуанина. Причем, для связывания с ДНК весьма принципиальным является тот факт, где именно на ДНК расположена нуклеотидная пара оснований, а также в каком состоянии (спиральном или расплавленном) она находится. Однако влияние стехиометрических концентраций ($<10^{-4}$ М) ионов Cu^{2+} на ДНК изучено недостаточно. А как установлено, основной биологический эффект этих ионов в клетке проявляется именно при низких стехиометрических концентрациях. Остаются невыясненными также некоторые моменты, касающиеся избирательности действия этих ионов на АТ- и GC-нуклеотидные пары ДНК.

Материалы и методы. Были использованы: ДНК из тимуса теленка (содержание GC-пар в ДНК X_{GC} = 42%), выделенная в ИБОХ АН Республики Беларусь Д.Ю.Ландо (содержание РНК < 0.1%, содержание белка < 0,2 %, молекулярная масса ДНК – $3 \cdot 10^7$ Да) и коммерческие препараты ДНК M.Luteus (X_{GC} = 72%), Cl.Perfringens (X_{GC} = 72%) фирмы "Sigma". Ионы Cu^{2+} вводились в буферный раствор 10^{-3} M NaCl в виде соли $CuCl_2$. Концентрацию ионов определяли взвешиванием и контролировали титрованием с помощью $AgNO_3$ с добавлением индикатора K_2MnO_7. Концентрация ДНК ~5–7 мкг/мл, что в расчете на моль нуклеотидов составляет ~10^{-5} M.

Область исследованных концентраций ионов Cu^{2+} – $10^{-6} \div 10^{-4}$ M. Однако, для того чтобы сравнить результаты различных экспериментов, в которых не всегда удается подобрать точно одинаковую концентрацию ДНК, удобно концентрацию ионов (r) считать в относительных единицах (M/P) (M/P = концентрация ионов (в M)/концентрация нуклеотидов ДНК (в M)).

Кривые плавления снимались на спектрофотометре "UNICAM-SP 8000". Скорость сканирования температуры при снятии кривых плавления 0.25°C/мин. Поскольку ряд особенностей структурной организации ДНК слабо проявляется на обычной интегральной кривой плавления, был осуществлен переход к дифференциальным кривым плавления (ДКП). Размер точек на рисунках соответствует среднему значению из 5-6 измерений.

Результаты и обсуждение. Наиболее распространенным методом исследования избирательности влияния лигандов на нуклеотидные пары ДНК является анализ дифференциальных кривых плавления (ДКП), согласно которому по сдвигу ДКП вдоль температурной оси и изменению ее формы можно делать определенные выводы о GC-специфичности воздействия данного лиганда на ДНК [10,11]. Как видно из приведенных на рис.1 дифференциальных кривых плавления ДНК тимуса теленка в присутствии ионов меди, в области концентраций 0.2–0.6 M/P ионов Cu^{2+} наблюдается уширение ДКП, сопровождаемое тенденцией к появлению двухфазности плавления. При более высоких (> 0.65 M/P) концентрациях ионов Cu^{2+} происходит резкое сужение дифференциальной кривой плавления ДНК, сопровождаемое слиянием отдельных пиков в один узкий пик, с широким малоинтенсивным высокотемпературным пиком. То есть в присутствии ионов меди на фоне уменьшения термостабильности ДНК происходит также изменение формы ДКП. Как видно из рис.1, при добавлении ионов меди к ДНК наибольшим изменениям подвергается конец дифференциальной кривой плавления, т.е. GC-богатые участки ДНК. Следовательно, анализ ДКП показывает, что ионы меди избирательно влияют на плавление GC-богатых областей ДНК.

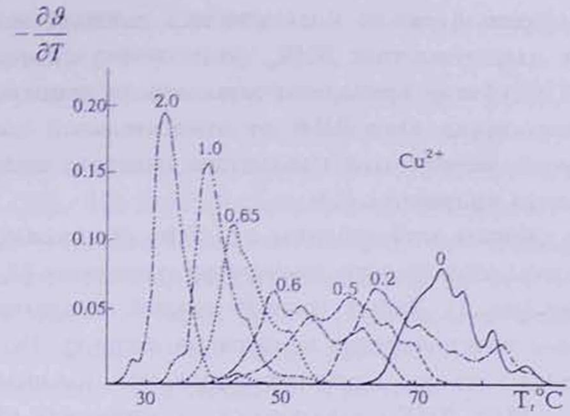

Рис.1. Дифференциальные кривые плавления ДНК тимуса теленка в 10^{-3} М NaCl при различных концентрациях ионов Cu^{2+}. ϑ – степень спиральности ДНК. Цифры у кривых – концентрации ионов Cu^{2+} в молях на моль нуклеотидов (M/P).

Однако известно, что в некоторых случаях в процессе плавления ДНК-лиганд комплекса могут появиться дополнительные факторы, изменяющие структуру расплавленных областей ДНК (например, агрегационные эффекты [12,13] или перераспределение лигандов в процессе плавления [14]), которые в свою очередь могут изменять форму ДКП. В таких случаях метод ДКП может дать неверную информацию о специфичности связывания лиганда с AT или GC нуклеотидными парами. Как было показано нами в работах [14,15], заключение о специфичности связывания лиганда с нуклеотидными парами можно делать только на основании исследования изменения температур плавления ДНК с различным GC-содержанием.

Табл.1. Зависимости температуры (T_m) и интервала (ΔT) плавления ДНК с различным GC-содержанием от концентрации ионов меди (r).

r (M/P)	ДНК M.Luteus		ДНК тимуса теленка		ДНК Cl.Perfringens	
	T_m (°C)	ΔT(°C)	T_m (°C)	ΔT(°C)	T_m (°C)	ΔT(°C)
0	78.6	9.1	63.0	18.0	54.0	12.0
0.1	80.0	9.5	63.0	15.5	61.7	10.6
0.2	80.7	16.0	68.0	15.9	64.8	10.2
0.4	75.0	18.5	62.5	9.7	59.5	9.5
0.5	63.5	20.5	59.3	13.7	54.4	10.6
0.6	52.4	10.1	50.7	12.4	48.7	12.0
0.7	42.3	4.8	43.3	7.0	46.3	8.0
0.8	40.7	4.1	43.2	6.6	44.8	6.0
1.0	38.3	3.3	40.4	5.4	42.6	4.9
1.5	32.9	2.8	37.0	4.7	41.3	4.7
2.0	32.2	2.7	33.8	4.0	38.3	4.5

Поэтому в данной работе исследовалось влияние ионов двухвалентной меди на плавление трех ДНК, существенно отличающихся по GC-содержанию. В таблице приведены зависимости температуры (T_m) и интервала (ΔT) плавления этих ДНК от относительной концентрации ионов меди. Способ расчета этих параметров перехода спираль–клубок из кривых плавления приведен в [14].

Затем, по данным этой таблицы для каждой концентрации иона Cu^{2+} были построены зависимости температур плавления (T_m) этих ДНК от GC-содержания (рис.2). Видно, что для каждой концентрации ионов экспериментальные точки хорошо ложатся на прямую. По изменению наклона приведенных на рис.2 прямых видно, что, начиная с концентраций Cu^{2+} $r \sim 0.65$ M/P, ДНК с высоким GC-содержанием (более термостабильные) начинают плавиться при более низких температурах, чем ДНК с высоким AT-содержанием. И если судить по изменению температур плавления ДНК с различным GC-содержанием, можно утверждать, что увеличение концентрации ионов Cu^{2+} приводит к инверсии относительных термостабильностей AT- и GC-нуклеотидных пар ДНК (концентрация инверсии $r \approx 0.65$ M/P Cu^{2+}). Но по определению инверсии [16], в точке инверсии интервал плавления ДНК должен проходить через нулевой минимум. Однако, как видно из таблицы, интервал плавления, все время уменьшаясь, остается все же достаточно большим (~ 3.5 – 4.0°C), т.е. второй критерий инверсии не соблюдается. Следовательно, в процессе плавления ДНК в присутствии ионов меди возникают дополнительные факторы, приводящие к уширению интервала плавления ДНК.

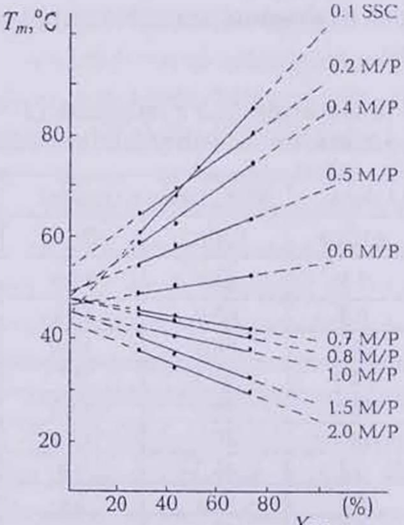

Рис.2. Зависимости температур плавления ДНК – Cu^{2+} комплексов от GC-содержания ДНК при различных концентрациях ионов Cu^{2+} (цифры у прямых).

При обратимом связывании лигандов известны три причины, приводящие к уширению и двухступенчатости кривых плавления: 1) кооперативный характер взаимодействия лигандов с ДНК [10,13], 2) сильные отличия в значениях констант связывания лиганда со спиральными и расплавленными участками ДНК [10] и 3) внутримолекулярная агрегация ДНК [17,18]. На первый взгляд, наиболее вероятной является первая причина, поскольку известно, что ионы Cu^{2+} кооперативно связываются с одноцепочечными полинуклеотидами polyA и polyC [19]. Однако проведенные нами (согласно работе [18]) расчеты показывают, что при столь низких концентрациях вклад кооперативности связывания Cu^{2+} с ДНК незначителен. Как показано в работах [20,21], при низких степенях заполнения ДНК ионами меди отличия в константах связывания ионов меди со спиральными и расплавленными участками могут привести к перераспределению ионов с расплавленных на спиральные участки в процессе плавления ДНК и, следовательно, могут быть причиной уширения и двухступенчатости кривой плавления ДНК. Что касается третьей причины, то обычно образование агрегатов в ДНК происходит при значительно более высоких концентрациях лигандов. Однако, в данном случае, даже при столь низких концентрациях лигандов нельзя исключать возможность образования внутримолекулярных агрегатов. Эта уверенность основывается на том, что при нагревании раствора ДНК с ионами меди (при концентрациях ионов Cu^{2+} $r \geq 0.5$ М/Р) наблюдается увеличение оптической плотности при $\lambda = 320$ нм. Поскольку ДНК на этой длине волны не поглощает, то увеличение оптической плотности раствора может быть обусловлено появлением рассеивающих свет агрегатов.

Кроме того, проведенные исследования выявили еще один интересный результат. До сих пор считалось, что наблюдаемая при связывании с некоторыми лигандами агрегация ДНК неспецифична к нуклеотидным парам. Проведенные же нами исследования на ДНК с различным GC-содержанием показали, что наблюдаемое увеличение оптической плотности при $\lambda = 320$ нм растет пропорционально росту GC-содержания ДНК. На GC-специфичность полученных агрегатов указывает также наличие и местоположение отдельного высокотемпературного пика на ДКП ДНК – Cu^{2+} комплексов (рис.1), как это было показано нами ранее для других ионов переходных металлов Mn^{2+}, Co^{2+}, Ni^{2+} [14]. Следовательно, при стехиометрических концентрациях ионов меди в процессе плавления образуются внутримолекулярные агрегаты в GC-богатых областях ДНК, приводящие к уширению интервала плавления.

Работа выполнена при поддержке гранта CRDF №AB2-2006.

ЛИТЕРАТУРА

1. **M.Boudvillian, R.Dalbies, M.Leng**. Metal Ions in Biological Systems, **33**, 87 (1996).
2. **E.Hackl, S.Kornilova, Yu.Blagoi**. Metal Ions in Biology and Medicine, **5**, 99 (1998).
3. **M.Egli, R.-V.Gessener**. Proc. Natl. Acad. Sci. USA, **92**, 92 (1995).
4. **V.N.Ptaman, V.N.Soyfer**. J. Biomol. Struct. Dyn., **11**, 1035 (1994).
5. **M.Daune**. Metal Ions in Biological Systems, **3**, 1 (1974).
6. **Г.Зигель**. Ионы металлов в биологических системах. М., Мир, 1982.
7. **L.G.Marzilli, T.J.Kistenmacher, G.L.Eichhorn**. Nucleic acid – metal ion interactions. New York, 1980.
8. **S.V.Kornilova, P.Miskovsky, A.Tomkova, L.E.Kapinos, E.V.Hackl, V.V.Adrushenchenko, D.N.Grigoriev, Yu.P Blagoi**. J. Mol. Struct., **408/409**, 219 (1997).
9. **V.A.Sorokin, V.A.Valeev, G.O.Gladchenko, I.V.Sysa, Yu.P.Blagoi, I.V.Volchok**. J. Inorg. Biochem, **63(2)**, 79 (1996).
10. **А.А.Ахрем, Д.Ю.Ландо**. Мол. биол., **15**, 1083 (1981).
11. **W.B.Melchior Jr., P.H.Von Hippel**. Proc. Nat. Acad. Sci. USA, **70**, 298 (1973).
12. **A.P.Yurgaitis, Yu.S.Lazurkin**. Biopolymers, **20**, 917 (1981).
13. **D.Y.Lando, A.S.Fridman, V.I.Krot, A.A.Akhrem**. J. Biomol. Struct. Dynam., **16(1)**, 59 (1998).
14. **S.G.Haroutiunian, Y.B.Dalyan, V.M.Aslanian, D.Yu.Lando, A.A.Akhrem**. Nucl. Acids Res., **18**, 6413 (1990).
15. **S.G.Haroutiunian, Y.B.Dalyan, V.F.Morozov, Eu.Sh.Mamasakhlisov, M.S.Shahinian, A.A.Akhrem, D.Y.Lando, L.Messori**, and **P.Orioli**. Inorganica Chimica Acta, **275-276**, 510 (1998).
16. **Д.Ю.Ландо, А.Г.Шпаковский, А.А.Ахрем**. Вести АН БССР, серия хим. наук, **5**, 21 (1984).
17. **G.S.Ott, D.Bastia, W.R.Bauer**. Biochim. Biophys. Acta, **58**, 216 (1978).
18. **Ю.П.Благой, В.А.Сорокин, В.А.Валеев, Г.О.Гладченко**. Мол. биол., **12**, 795 (1978).
19. **J.Rifkind, Y.A. Shin, J.M.Heim, G.L.Eichhorn**. Biopolymers, **15**, 1879 (1976).
20. **Ю.П.Благой, В.А.Сорокин, Г.Х.Божко, В.А.Валеев, С.А.Хоменко**. Studia Biophys., **65**, 55 (1977).
21. **Yu.S.Lazurkin, Yu.L.Lyubchenko, V.M.Pavlov, M.D.Frank-Kamenetskii, I.V.Berestetskaya**. Biopolymers, **14**, 1551 (1975).

ԴՆԹ-Ի ՀԵՏ ԵՐԿՎԱԼԵՆՏ ՊՂՆՁԻ ԻՈՆՆԵՐԻ ՓՈԽԱԶԴԵՑՈՒԹՅԱՆ ԱՌԱՆՁՆԱՀԱՏԿՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԸ

Ե. Բ. ԴԱԼՅԱՆ

ՈՒՄ-սպեկտրոֆոտոմետրիայի եղանակով ուսումնասիրվել է երկվալենտ պղնձի իոնների ազդեցությունը ԴՆԹ-ի վրա: Ցույց է տրված, որ՝ 1) Cu^{2+} իոնների ներկայությամբ նկատվում է AT- և GC-նուկլեոտիդային զույգերի ջերմակայունությունների ինվերսիա (ինվերսիայի կոնցենտրացիան է՝ $r \approx 0.65$ M/P); 2) իոնների ցածր կոնցենտրացիաների դեպքում ($0.2<r<1.0$) առաջանում են ներմոլեկուլային ագրեգատներ ԴՆԹ-ի GC-հարուստ տեղամասերում:

FEATURES OF INTERACTION OF BIVALENT COPPER IONS WITH DNA

Y. B. DALYAN

Using the method of UV-spectrophotometry the influence of bivalent copper ions on the structure of DNA is investigated. It is shown that 1) Cu^{2+} ions cause the inversion of thermostability of AT- and GC-nucleotide base pairs (the concentration of inversion is $r \approx 0.65$ M/P); 2) just at low concentrations of these ions ($0.2 < r < 1.0$) the formation of intramolecular aggregates in GC-rich regions of DNA takes place.

Известия НАН Армении, Физика, т.37, №3, с.191-194 (2002)

УДК 535.226

ВЛИЯНИЕ ПРЕДВАРИТЕЛЬНОЙ ОРИЕНТАЦИОННОЙ КРИСТАЛЛИЗАЦИИ НА ОДНООСНУЮ ДЕФОРМАЦИЮ ПОЛИПРОПИЛЕНА

З.А. ГРИГОРЯН

Горисский филиал государственного инженерного университета Армении

(Поступила в редакцию 16 января 2002 г.)

Изучены механические свойства полипропилена в зависимости от способа деформации и кристаллизации. Установлено, что увеличение прочности полипропилена обеспечивается предварительной ориентационной кристаллизацией. Для этого аморфную пленку вначале растягивают и кристаллизуют, затем ее повторно деформируют. Эти способы воздействия на пленку полимера обеспечивают увеличение ориентации кристаллов в пленке полимера и ее прочности.

Получение высокомодульных и высокопрочных полимерных материалов в настоящее время является одной из важнейших задач физики и технологии полимеров. Вопросы, связанные с описанием структуры высокоориентированных полимеров и ее влияния на физико-механические свойства решены еще не полностью и неоднозначно [1,2]. Прочность и другие механические характеристики аморфно-кристаллического ориентированного полимера в значительной степени определяются функцией распределения по длинам проходных цепей, находящихся в аморфных межкристаллитных областях [3].

Известно, что кристаллизация расплавов гибкоцепных полимеров в отсутствие внешних силовых воздействий происходит со складыванием цепей, так что полимерная пленка в целом состоит из большого числа мелких складчатых кристаллов, связанных между собой малым числом проходных цепей, дефицит которых и является причиной низких прочностных характеристик такого материала [4].

Целью настоящей работы является изучение влияния исходной надмолекулярной кристаллической структуры на механические свойства при одноосной ориентации пленок промышленных марок полипропилена.

Исследования проводились на полипропилене марки 21060-16 с индексом расплава 1,6 г/10 мин. Разрывную прочность измеряли на разрывной машине марки РМТ-250 с погрешностью измерений 0,5%. Изменение надмолекулярной организации полипропиленовых пленок контролировалось методом малоуглового рассеяния поляризованного света.

Известно также [1,2], что вытяжка аморфно-кристаллических полимеров приводит к образованию фибриллярной структуры, имеющей высокую анизотропию физико-механических свойств. Для полипропилена при определенной температуре и кратности вытяжки $\lambda > 15$ кристаллиты уже оказываются практически полностью ориентированными в направлении деформации.

Исследования проводились двумя способами. Первый из них включает экструдирование пленки с последующей одноосной ориентацией в аморфно-кристаллическом состоянии при различных кратностях $\lambda = 8$ и $\lambda = 10$ при температуре $T = 398$К.

Второй способ заключается в формовании пленки, кристаллизацию которой проводят с предварительной ориентацией $\lambda = 1,5$, с последующей одноосной ориентацией для $\lambda = 8$ и $\lambda = 10$ при той же температуре T=398 К. На рис.1 приведена зависимость прочности на разрыв (σ_p) пленок полипропилена от λ.

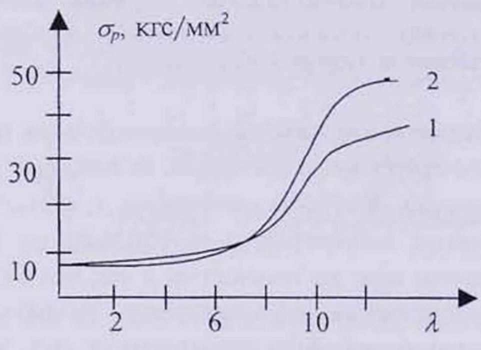

Рис.1. Зависимость прочности на разрыв пленок полипропилена от кратности вытяжки λ.

Из рис.1 видно, что с увеличением удлинения от $\lambda = 8$ до $\lambda = 10$ прочность на разрыв пленок, подготовленных по первому способу, увеличивается незначительно по сравнению с пленками, полученными вторым способом.

Прочность ориентированных пленок аморфно-кристаллического полипропилена связана с числом проходных цепей в межкристаллитных аморфных областях [5]. При обычном режиме формирования пленок образуются кристаллиты со сложенными цепями и структура аморфных межфибриллярных областей в основном связана со скоростью и температурой формирования и деформации.

При предварительной ориентационной кристаллизации для

$\lambda = 1{,}5$ происходит частичное упорядочивание в межкристаллитных областях, которое приводит к увеличению числа проходных цепей. После формования пленок полипропилена, с предориентацией в начальной стадии процесса, дальнейшая ориентационная вытяжка приводит к увеличению разрывной прочности за счет значительного числа проходных цепей, которые возникают во время ориентационной кристаллизации.

В работе [6] проведены подробные экспериментальные исследования по отжигу аморфно-кристаллических гибкоцепных полимеров. Показано, что отжиг аморфно-кристаллических гибкоцепных полимеров, таких, как полихлоропрен и полиэтилен низкой плотности приводит к дополнительной кристаллизации в межкристаллитных областях. Образование дополнительного кристаллита на поверхности основных кристаллитов при отжиге аморфно-кристаллических гибкоцепных полимеров приводит к значительным изменениям надмолекулярной структуры. Эти изменения состоят в уменьшении длин всех типов частей макромолекул межкристаллитных областей и выравнивании по длинам проходных цепей макромолекул. Следовательно, как отжиг, так и предориентация при формировании пленок приводят к улучшению механических характеристик аморфнокристаллических гибкоцепных полимеров. При увеличении разрывной прочности предварительно ориентированных высокоориентированных пленок полипропилена наблюдается уменьшение разрывного удлинения до 7%. Для использовании в технических целях ориентированных полипропиленовых пленок, повышение качества материала достигается увеличением разрывной прочности и уменьшением разрывного удлинения.

Методом малоуглового рассеяния поляризованного света исследованы изменения интенсивности H_v-дифрактограмм пленок полипропилена, полученных как без, так и с предварительной ориентацией. Распределение интенсивности показывает, что в первом случае имеются сферолиты диаметром 7-9 мкм. Эти сферолиты отчетливо наблюдаются в поляризационном микроскопе. С увеличением степени предориентации наблюдается деформация сферолитной структуры, которая сопровождается резким увеличением интенсивности и изменением формы малоуглового рассеяния поляризованного света. Таким образом, исследование структуры пленок полипропилена, полученных с предориентацией, дает возможность предположить, что процесс ориентационной кристаллизации приводит по крайней мере к частичной ориентации кристаллитов, что способствует увеличению числа проходных цепей и в конечном счете росту разрывной прочности высокоориентированных полипропиленовых пленок.

Следует отметить, что дальнейшее увеличение степени предориентации обеспечивает ориентационную кристаллизацию еще в процессе экструзии. При этом высокоориентированные пленки имеют повышенную разрывную прочность. С технологической точки зрения представляют интерес методы, позволяющие получить пленки с высокой степенью молекулярной ориентации непосредственно в процессе формирования.

Результаты этих исследований позволили разработать и применить различные технологические приемы, обеспечивающие получение технического высокоориентированного полипропиленового шпагата.

ЛИТЕРАТУРА

1. **А. Чиферри, И.Л.Уорд.** Сверхвысокомодульные полимеры. Л-д, Химия, 1983.
2. **Ю.М.Бойко, М.Я.Шерман.** Высокомол. соед. А, **40**, 279, (1998).
3. **М.Г.Зайцев.** Высокомол. соед., А, **26**, 2394 (1984).
4. **Т.Г.Литвина, Г.К.Ельяшевич, В.Г.Баранов.** Высокомол. соед. В, **24**, 387 (1982).
5. **А.А.Турецкий, А.О.Баранов, С.М.Чвалун, Ю.А.Зубов, Э.В.Прут, Н.Ф.Бакеев, Н.С.Ениколопян.** Высокомол. соед. А, **28**, 2141 (1986).
6. **А.М.Машурян, Г.Т.Аванесов, З.А.Григорян, П.Г.Петросян.** Ученые записки ЕГУ, №2, 52 (1998).

ՆԱԽՆԱԿԱՆ ԿՈՂՄՆՈՐՈՇՎԱԾ ԲՅՈՒՐԵՂԱՑՄԱՆ ԱԶԴԵՑՈՒԹՅՈՒՆԸ ՊՈԼԻՊՐՈՊԻԼԵՆԻ ՄԻԱՌԱՆՑՔԱՅԻՆ ԴԵՖՈՐՄԱՑԻԱՅԻ ՎՐԱ

Զ.Ա. ԳՐԻԳՈՐՅԱՆ

Ուսումնասիրված են պոլիպրոպիլենի մեխանիկական հատկությունները կախված դեֆորմացիայի եղանակից և բյուրեղացումից: Հաստատված է, որ պոլիպրոպիլենի ամրության մեծացումն ապահովվում է նրա նախնական կողմնորոշված բյուրեղացման միջոցով: Դրա համար սկզբում ժապավենը ձգում են և բյուրեղացնում: Այնուհետև այն ենթարկում են կրկնակի դեֆորմացիայի: Պոլիմերային ժապավենի վրա այսպիսի ներգործությունն ապահովում է բյուրեղների կողմնորոշվածության մեծացումը, որն էլ իր հերթին բերում է ամրության մեծացմանը:

INFLUENCE OF PRELIMINARY ORIENTATIONAL CRYSTALLIZATION ON THE UNIAXIAL DEFORMATION OF POLYPROPYLENE

Z.A. GRIGORYAN

Mechanical properties of polypropylene are studied depending on the way of its deformation and crystallization. It is established that a preliminary orientational crystallization results in a rise of polypropylene strength. For this purpose an amorphous film was preliminary expanded, then crystallized and deformed again. These ways of influence on a polymer film provide an increase in the orientation of crystals in the film and in its strength.

ԲՈՎԱՆԴԱԿՈՒԹՅՈՒՆ

CONTENTS

СОДЕРЖАНИЕ

Заказ №78. Тираж 200.
Сдано в набор 18.04.2002. Подписано к печати 25.04.2002.
Печ. л. 4,0. Бумага офсетная. Цена договорная.
Типография издательства "Гитутюн" НАН РА.
375019, Ереван, пр. Маршала Баграмяна, 24.