

ИЗВЕСТИЯ  
НАЦИОНАЛЬНОЙ АКАДЕМИИ НАУК АРМЕНИИ

ՀԱՅԱՍՏԱՆԻ ԱՆՔՆԱԴՐԱՆԻ ԳԱՐԿԱՆԱԿԱՆ ԳԵՂԱՐԱՆՈՒԹՅԱՆ  
ՄԱՍԻՆԻ ԳՐԱԴԱՐԱՆԱՆԵՐԻ ԿԱՐԳԻՆԵՐ ԿՈՄԻՏԵ

PROCEEDINGS  
OF NATIONAL ACADEMY OF SCIENCES OF ARMENIA

37, N2, 2002



ՀԱՅԱՍՏԱՆԻ ՀԱՆՐԱՊԵՏՈՒԹՅԱՆ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԶԳԱՅԻՆ ԱԿԱԴԵՄԻԱ  
НАЦИОНАЛЬНАЯ АКАДЕМИЯ НАУК РЕСПУБЛИКИ АРМЕНИЯ

ՏԵՂԵԿԱԳԻՐ ИЗВЕСТИЯ  
ՖԻԶԻԿԱ ФИЗИКА

ՀԱՏՈՐ ТОМ

37

№ 2



ՀՀ ԳԱՍ «ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆ» ՀՐԱՏԱՐԱԿՉՈՒԹՅՈՒՆ ИЗДАТЕЛЬСТВО "ГИТУТЮН" НАН РА  
ԵՐԵՎԱՆ ЕРЕВАН

2002



Журнал издается с 1966 г.  
Выходит 6 раз в год  
на русском и английском языках

#### РЕДАКЦИОННАЯ КОЛЛЕГИЯ

В. М. Арутюнян, главный редактор  
Э. Г. Шароян, зам. главного редактора  
А. А. Ахумян  
Г. А. Вартапетян  
Э. М. Казарян  
А. О. Меликян  
А. Р. Мкртчян  
Д. Г. Саркисян  
Ю. С. Чилингарян  
А. А. Мирзаханян, ответственный секретарь

#### ԽՍՀՄԳՐԱԿԱՆ ԿՈՒԵԳԻԱ

Վ. Մ. Հարությունյան, գլխավոր խմբագիր  
Է. Գ. Շարոյան, գլխավոր խմբագրի տեղակալ  
Ա. Ա. Հախումյան  
Հ. Հ. Վարդապետյան  
Է. Մ. Ղազարյան  
Ա. Հ. Մելիքյան  
Ա. Ռ. Սկրտչյան  
Գ. Հ. Սարգսյան  
Յու. Ս. Չիլինգարյան  
Ա. Ա. Միրզախանյան, պատասխանատու քարտուղար

#### EDITORIAL BOARD

V. M. Aroutiounian, editor-in-chief  
E. G. Sharoyan, associate editor  
A. A. Hakhumyan  
H. H. Vartapetian  
E. M. Ghazaryan  
A. O. Melikyan  
A. R. Mkrtchyan  
D. H. Sarkisyan  
Yu. S. Chilingaryan  
A. A. Mirzakhanyan, executive secretary

Адрес редакции: Республика Армения, 375019,  
Ереван, пр. Маршала Баграмяна, 24-г.

Խմբագրության հասցեն: Հայաստանի Հանրապետություն,  
375019, Երևան, Մարշալ Բաղրամյան պող., 24-գ:

Editorial address: 24-g, Marshal Bagramyan Av.,  
Yerevan, 375019, Republic of Armenia.



УДК 530.145

## КВАНТОВОЭЛЕКТРОДИНАМИЧЕСКАЯ ТЕОРИЯ ФОТОПРОВОДНИКА

Т.К. МЕЛИК-БАРХУДАРОВ

АОЗТ "Лазерная Техника", Ереван

(Поступила в редакцию 18 июля 2001 г.)

В рамках квантовой электродинамики рассмотрен оптический канал связи с классическим током в качестве источника информации и фотопроводником в качестве ее приемника. Найдены значение фотопроводимости и дисперсия фототока.

В настоящее время существует всеобщее понимание того, что в основе научной картины мира, обязанному своим существованием в основном электромагнитным взаимодействиям, должна лежать квантовая электродинамика. Как писал Фейнман: "В этой теории (квантовой электродинамике) мы имеем основу всех обыденных явлений за исключением тех, которые обязаны гравитационным и ядерным взаимодействиям. Например, из квантовой электродинамики вытекают все известные механические и химические законы". Со своей стороны добавим, что в квантовой электродинамике реализовалось древнее представление о простоте мира. Действительно, всего три принципа лежат в основе квантовой электродинамики: принцип релятивистской инвариантности, который позволяет выявить возможные типы полей, принцип градиентной инвариантности, позволяющий определить взаимодействие между полями, и принцип Гамильтона, который определяет эволюцию системы. В его современной формулировке [1], данной Дираком и Фейнманом, утверждается, что в эволюцию системы дают вклад все полевые конфигурации  $\sum \exp(iS/\hbar)$ , каждая со своим фактором, определяемым значением действия системы  $S$  для этой конфигурации. Описание квантовой динамики с помощью суммы по полевым конфигурациям – функциональным интегралом, оказалось чрезвычайно плодотворным не только в теории калибровочных полей, являющейся в настоящее время основой физики элементарных частиц, но и при рассмотрении задач макроскопической физики. Именно в формализме функциональных интегралов оказался наиболее естественным переход к нерелятивистскому и классическому пределу, реализуемому в большинстве процессов, происхо-

дящих на человеческом уровне. Более того, в этом подходе удается реализовать одно из основных положений копенгагенской интерпретации квантовой теории, согласно которому исходные и конечные данные любого физического эксперимента должны быть выражены на языке классической физики.

В настоящей работе этот подход будет применен к оптическому каналу связи, в котором в качестве источника сообщения используется классический ток, а в качестве приемника – фотопроводник.

Будем исходить из выражения для производящего функционала рассматриваемой системы [2] через фейнмановский интеграл по конфигурациям полей

$$e^{-iW/\hbar} = \int \exp\left(\frac{i}{\hbar} S\right) D A D \psi D \bar{\psi} \left( \int \exp\left(\frac{i}{\hbar} S_0\right) D A D \psi D \bar{\psi} \right)^{-1}, \quad (1)$$

где  $S$  – действие взаимодействующих максвелловского и дираковского полей, а  $S_0$  – действие свободных полей, которое в калибровке Лоренца  $\partial^\mu A_\mu = 0$  имеет вид

$$S_0 = \frac{1}{c} \int \left[ A_\lambda(x) \left( \frac{D^{-1}(x-x')}{2} \right)^{\lambda\mu} A_\mu(x') + \bar{\psi}(x) G^{-1}(x-x') \psi(x') \right] d^4 x d^4 x', \quad (2)$$

где  $D^{-1}$  и  $G^{-1}$  есть операторы, обратные гриновским функциям свободных полей, удовлетворяющим уравнениям

$$-g^{\lambda\nu} \partial^\eta \partial_\eta D_{\nu\mu}(x-x') = \delta^\lambda_\mu \delta(x-x'), \quad (3)$$

$$c(\gamma^\lambda \hat{p}_\lambda - Mc) G(x-x') = \delta(x-x'), \quad (4)$$

где  $g^{\lambda\mu}$ ,  $\gamma^\lambda$  и  $\hat{p}$  – соответственно метрический тензор, матрицы Дирака и оператор 4-х импульса, а часть действия, отвечающая взаимодействию, имеет вид

$$S_{\text{int}} = -\frac{1}{c^2} \int (j^\lambda A_\lambda + I^\lambda A_\lambda + j^\lambda A_\lambda) d^4 x, \quad S = S_0 + S_{\text{int}}. \quad (5)$$

Фурье-компоненты запаздывающих и опережающих гриновских функций получаются непосредственно из уравнений (3) и (4):

$$D^{-1}_{\mu\nu}(q) = -g_{\mu\nu} q^2, \quad (6)$$

$$G^{-1}(p) = c(\gamma^\lambda p_\lambda - Mc), \quad (7)$$

$$q = \left( \frac{\omega}{c}, \mathbf{q} \right), \quad p = \left( \frac{\varepsilon}{c}, \mathbf{p} \right).$$

Мнимая часть запаздывающих, т.е. исчезающих при  $x_0 < x'_0$  функций фиксируется заменой  $\hbar\omega$  и  $\varepsilon$  на  $\hbar\omega + i\delta$  и  $\varepsilon + i\delta$ , где  $\delta \rightarrow 0$ . Для опережающих, т.е. исчезающих при  $x_0 > x'_0$  функций,  $\hbar\omega$  и  $\varepsilon$  должны быть заменены на  $\hbar\omega - i\delta$  и  $\varepsilon - i\delta$ . Кинетические функции определяются начальным распределением системы и в случае канонического распределения могут быть выражены через разность запаздывающих и опережающих функций:

$$D_{\mu\nu}^K(q) = \coth \frac{\hbar\omega}{2kT} (D_{\mu\nu}^R(q) - D_{\mu\nu}^A(q)), \quad (8)$$

$$G_{\varepsilon}^K(\mathbf{x}, \mathbf{x}') = \tanh \frac{\varepsilon}{2kT} (G_{\varepsilon}^R(\mathbf{x}, \mathbf{x}') - G_{\varepsilon}^A(\mathbf{x}, \mathbf{x}')), \quad (9)$$

где  $k$  – константа Больцмана,  $T$  – температура системы в начальный момент.

Интегрирование по времени в (1) проводится сначала от  $t_{\text{initial}}$  до  $t_{\text{final}}$  и затем в обратном порядке от  $t_{\text{final}}$  до  $t_{\text{initial}}$ . Другими словами, контур интегрирования  $C$  состоит из двух линий  $C^+$  и  $C^-$ , примыкающих к временной оси. Значения источников предполагаются различными на верхнем и нижнем контурах, так что, например,  $A^{(+)} = A(t^+)$ ,  $A^{(-)} = A(t^-)$ , где  $t^+$  и  $t^-$  – значения временной переменной на  $C^+$  и  $C^-$ . Знание производящего функционала позволяет найти различные характеристики системы. Так, дифференцируя  $W$  по антисимметричной комбинации  $A_a = A^{(-)} - A^{(+)}$  и полагая ее затем равной нулю, получим

$$c^2 \left( \frac{\delta W}{\delta A_a^\lambda} \right)_{A_a \rightarrow 0} = \langle j_\lambda \rangle, \quad (10)$$

$$c \left( \frac{\delta^2 W}{\delta A_a^\lambda(x_1) \delta A_a^\mu(x_2)} \right)_{A_a \rightarrow 0} = \frac{1}{2} \Pi_{\lambda,\mu}^K(x_1, x_2), \quad (11)$$

$$i\hbar c^3 \Pi_{\lambda,\mu}^K(x_1, x_2) = \langle j_\lambda(x_1) j_\mu(x_2) + j_\mu(x_2) j_\lambda(x_1) \rangle - 2 \langle j_\lambda(x_1) \rangle \langle j_\mu(x_2) \rangle.$$

До сих пор, говоря о поле материи, мы называли его дираковским, имея в виду его релятивистский характер. В реальных же коммуникационных системах реализуется нерелятивистский предел, к которому можно прийти следующим образом. Исходим из выражения для дираковского действия

$$S_D = \frac{1}{c} \int d^4x \bar{\psi} \left[ \gamma^\lambda \left( i\hbar \partial_\lambda - \frac{e}{c} A_\lambda \right) - Mc \right] \psi. \quad (12)$$

Представляя 4-х спинор  $\psi$  в виде [3]  $\psi = \begin{pmatrix} \Psi \\ \Phi \end{pmatrix} e^{-iMc^2t/\hbar}$ , выразим дираковское действие



$$S_D = \frac{1}{c} \int d^4x [\bar{\Psi}(i\hbar \partial / \partial t - eA_0)\Psi - c\bar{\Psi}\sigma(\hat{\mathbf{p}} - e\mathbf{A}/c)\Phi - \\ - \bar{\Phi}c\sigma(\hat{\mathbf{p}} - e\mathbf{A}/c)\Psi + \bar{\Phi}(i\hbar \partial / \partial t - eA_0 + 2Mc^2)\Phi].$$

Член  $2Mc^2$  в подынтегральном выражении указывает, что стационарная конфигурация  $\Phi$  в нерелятивистском пределе находится из уравнения

$$(i\hbar \partial / \partial t - eA_0 + 2Mc^2)\Phi - c\sigma(\hat{\mathbf{p}} - e\mathbf{A}/c)\Psi = 0,$$

и в первом неисчезающем приближении мы имеем

$$\Phi = \frac{\sigma}{2Mc}(\hat{\mathbf{p}} - e\mathbf{A}/c)\Psi, \quad (13)$$

так что в итоге действие системы принимает вид

$$S = \frac{1}{c} \int d^4x \bar{\Psi} \left[ i\hbar \frac{\partial}{\partial t} - \frac{(\hat{\mathbf{p}} - \frac{e}{c}\mathbf{A})^2}{2M} - eA_0 + \frac{e\hbar}{2Mc} \sigma[\nabla\mathbf{A}] \right] \Psi + S_M, \quad (14)$$

где  $S_M$  есть действие свободного максвелловского поля из (2).

Отметим, что несмотря на то, что проведенные операции в основном совпадают с процедурой вывода уравнения Паули из уравнения Дирака, мы остаемся в рамках многочастичной задачи.

Проведя интегрирование по  $\bar{\Psi}$  и  $\Psi$  с последующим разложением экспоненты подынтегрального выражения по  $A$  до квадратичных членов включительно, получим

$$e^{-iW/\hbar} = \int e^{\frac{i}{c\hbar} [A_\lambda \frac{(D^{-1})^{\lambda\mu}}{2} - A_\mu \frac{1}{c} A_\lambda - \frac{1}{2}(A+A)P(A+A)]} DA \left( \int e^{\frac{i}{2c\hbar} A_\lambda (D^{-1})^{\lambda\mu} A_\mu} DA \right)^{-1}, \quad (15)$$

где компоненты поляризаационного оператора имеют вид

$$P_{kl}^K(x_1, x_2) = i \frac{\hbar^3}{c} \left( \frac{e}{2M} \right)^2 (\nabla_1 - \nabla'_1)_k (\nabla_2 - \nabla'_2)_l \times \\ \times \text{tr} \left( G^K(x_1, x'_2) G^K(x_2, x'_1) + G^R(x_1, x'_2) G^A(x_2, x'_1) + G^A(x_1, x'_2) G^R(x_2, x'_1) \right) \Big|_{x'_1 \rightarrow x_1, x'_2 \rightarrow x_2}, \quad (16)$$

$$P_{kl}^A(x_1, x_2) = i \frac{\hbar^3}{c} \left( \frac{e}{2M} \right)^2 (\nabla_1 - \nabla'_1)_k (\nabla_2 - \nabla'_2)_l \times \\ \times \text{tr} \left( G^K(x_1, x'_2) G^R(x_2, x'_1) + G^R(x_1, x'_2) G^K(x_2, x'_1) \right) \Big|_{x'_1 \rightarrow x_1, x'_2 \rightarrow x_2} + \frac{e^2 N}{Mc^2} \delta(x_1 - x_2) \delta_{kl}, \quad (17)$$

$$P_{kl}^R(x_1, x_2) = i \frac{\hbar^3}{c} \left( \frac{e}{2M} \right)^2 (\nabla_1 - \nabla'_1)_k (\nabla_2 - \nabla'_2)_l \times \\ \times \text{tr} \left( G^K(x_1, x'_2) G^A(x_2, x'_1) + G^R(x_1, x'_2) G^K(x_2, x'_1) \right) \Big|_{\substack{x'_1 \rightarrow x_1 \\ x'_2 \rightarrow x_2}} + \frac{e^2 N}{Mc^2} \delta(x_1 - x_2) \delta_{kl}, \quad (18)$$

$N$  — плотность электронов,  $(\nabla_1 - \nabla'_1)_k = (\partial / \partial x_1^k) - (\partial / \partial x_1'^k)$  и т.д., а в исходных функциях Грина электронов учтено их взаимодействие как со скалярным потенциалом, который в нашем случае включает как регулярное поле решетки, так и ее дефекты. Далее, интересуясь случаем интенсивной сигнальной волны, взаимодействие ее с фотопроводником также включено в определение исходных гриновских функций. Это приближение, однако, недостаточно для описания оптического канала с фотопроводником в качестве приемника, поскольку в конечном итоге проводимость фотопроводника обусловлена как сигнальной волной, так и взаимодействием с многомодовым квантованным излучением. Учитывая, что фотопроводник есть полупроводник, который в двухзонном приближении, как система, взаимодействующая с электромагнитным полем, эквивалентна двухуровневому атому, для нахождения гриновских функций мы воспользуемся результатами работ [4]:

$$G(x, x') = \sum_p T_p(t) G(\hat{p}, (t - t')) T_p^+(t') e^{ip(x - x')}, \quad (19)$$

где матрица преобразования в представлении, где величины теории диагональны, имеет вид

$$T_p(t) = \begin{pmatrix} u_p e^{-i\omega t} & -v_p e^{-i\omega t} \\ v_p e^{i\omega t} & u_p e^{i\omega t} \end{pmatrix}, \quad (20)$$

а соответствующие гриновские функции

$$G^R(p) = \begin{pmatrix} \frac{1}{\varepsilon - \Omega_p / 2 \pm i\delta} & 0 \\ 0 & \varepsilon + \Omega_p / 2 \pm i\delta \end{pmatrix}, \quad (21)$$

$$G^K(p) = \theta_p (G^R(p) - G^A(p)), \quad (22)$$

$\theta_p$  — стационарная разность заселенностей состояний электрона с заданным импульсом в валентной и проводящей зонах, создаваемая многомодовым квантованным излучением в поле интенсивной монохроматической волны. В ее отсутствие она переходит в соответствующее значение при тепловом равновесии:

$$\theta_p = \frac{\sum_q |c_q|^2 [u_p^4 \delta(\omega_q - \Omega_p - \omega) - v_p^4 \delta(\omega_q + \Omega_p - \omega)]}{\sum_q |c_q|^2 (2N_q + 1) [u_p^4 \delta(\omega_q - \Omega_p - \omega) + v_p^4 \delta(\omega_q + \Omega_p - \omega)]} \quad (23)$$

Здесь использованы следующие обозначения:

$$u_p^2 = \frac{1}{2} \left( 1 + \frac{\omega_p - \omega}{\Omega_p} \right), \quad v_p^2 = \frac{1}{2} \left( 1 - \frac{\omega_p - \omega}{\Omega_p} \right), \quad \Omega_p = \sqrt{(\omega_p - \omega)^2 + 4(dE)^2}, \quad (24)$$

$\omega_p = \Delta + p^2 / 2m$ , где  $\Delta$  – ширина запрещенной зоны, а  $m$  – приведенная масса электрона и дырки. Остальные обозначения очевидны. Полученные выражения для гриновских функций соответствуют случаю чистого полупроводника. Для описания же работы фоторезистора нам необходимо учесть взаимодействие электронов с неоднородностями решетки, приводящее к конечной проводимости. Для определенности будем считать, что неоднородности решетки обусловлены примесными центрами, расположенными в точках  $\mathbf{x}_a$ , т.е. описываемыми потенциалом  $\sum_a u(\mathbf{x} - \mathbf{x}_a)$ . Квантово-полевая техника учета таких рассеяний, включая усреднение по положениям примесных центров, изложена в [5] и непосредственно применима в нашем случае. Приведем результаты вычислений. Для запаздывающей части поляризационного оператора имеем

$$P_{k,l}^{R,K}(q) = P^{R,K}(q) \delta_{k,l}^T(\mathbf{q}),$$

где  $\delta_{kl}^T(q) = \delta_{kl} - q_k q_l / q^2$  есть поперечная  $\delta$ -функция, а  $P^R(q) = -i\omega\sigma$ , где проводимость  $\sigma$  определяется соотношением

$$\sigma = \tau_{tr} \left( \frac{e}{m} \right)^2 \frac{2}{3\pi^2} \int \frac{\partial \theta_p}{\partial \Omega_p} \left( \frac{\omega_p}{\Omega_p} \right)^2 \mathbf{p}^4 d\mathbf{p}. \quad (25)$$

Соответствующее выражение для кинетической части поляризационного оператора имеет вид

$$iP^K = \tau_{tr} \left( \frac{e}{m} \right)^2 \frac{2}{3\pi^2} \int (1 - \theta_p^2) \left( \frac{\omega_p}{\Omega_p} \right)^2 \mathbf{p}^4 d\mathbf{p}, \quad (26)$$

где  $\tau_{tr}$  – транспортное время столкновений [5].

В настоящей работе мы ограничимся однородной картиной, полагая, что интенсивность излучения не меняется вдоль фотопроводника. В этом приближении мы можем не различать собственно-энергетическую часть максвелловского поля и поляризационный оператор, так что кинетическая часть последнего в соответствии с (11) определяет дисперсию



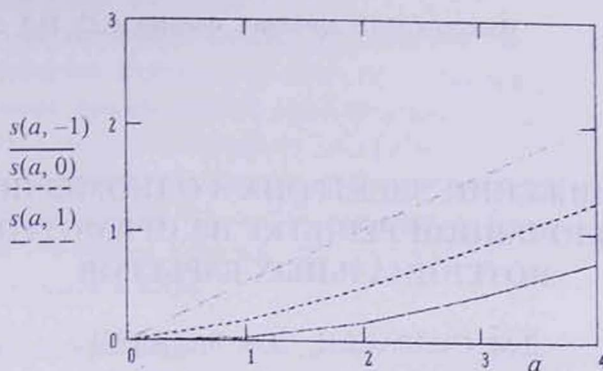


Рис.1. Зависимость величины  $s(a, b)$  от интенсивности падающего излучения при различных значениях  $b = \omega - \Delta$ .

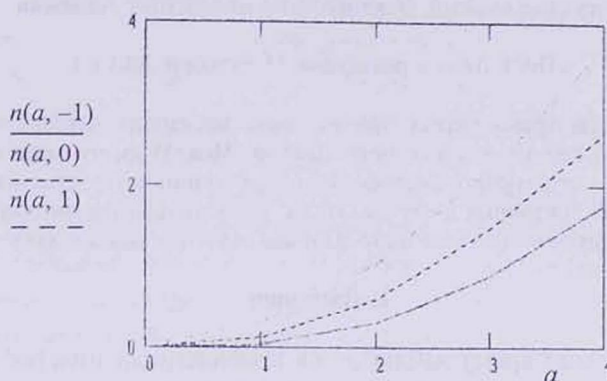


Рис.2. Зависимость величины  $n(a, b)$  от интенсивности падающего излучения при различных значениях  $b = \omega - \Delta$ .

тока. На рис.1,2 приведена зависимость величин  $s(a, b)$  и  $n(a, b)$ , связанных с проводимостью и дисперсией тока соотношениями  $s(a, b) = \sigma / \tau_{\eta} m^{1/2} e^2$  и  $n(a, b) = iP^K / \tau_{\eta} m^{1/2} e^2$ , от интенсивности падающего излучения  $a = 2dE$  при различных значениях расстройки  $b = \omega - \Delta$ .

## ЛИТЕРАТУРА

1. П.Рамон. Теория поля. Современный вводный курс. М., Мир, 1984.
2. Т.К.Мелик-Бархударов, Л.Л. Минасян. Известия НАН Армении, Физика, 29, 3 (1995).
3. Л.Д.Ландау, Е.М.Лифшиц. Курс теоретической физики, том IV. Квантовая электродинамика. М., Наука, 1989.
4. Т.К.Мелик-Бархударов. ЖЭТФ, 75, 97 (1978); 83, 1241 (1982).
5. А.А.Абрикосов, Л.П.Горьков, И.Е.Дзялошинский. Методы квантовой теории поля в статистической физике. М., Наука, 1965.

УДК 539.2

## **О ДВИЖЕНИИ ЭЛЕКТРОНА В ОДНОМЕРНОЙ НЕУПОРЯДОЧЕННОЙ РЕШЕТКЕ ИЗ ПРЯМОУГОЛЬНЫХ ПОТЕНЦИАЛЬНЫХ БАРЬЕРОВ**

**Д.М. СЕДРАКЯН, Д.А. БАДАЛЯН**

Ереванский государственный университет

**А.Ж. ХАЧАТРЯН**

Государственный инженерный университет Армении

(Поступила в редакцию 15 октября 2001 г.)

Рассмотрена задача прохождения электрона через случайную цепочку из прямоугольных потенциалов. Показано, что при отсутствии в цепочке структурного беспорядка могут возникнуть отдельные делокализованные состояния в случае, когда прямоугольные потенциалы со случайной шириной имеют одно и то же значение потенциала.

### **1. Введение**

В последнее время наблюдается повышенный интерес к проблеме прохождения электрона через материалы, в которых существуют различные типы беспорядка [1-4]. В аморфных телах и жидких металлах, из-за отсутствия трехмерной периодичности, возникает структурный беспорядок. Расплавы металлов с солью, неупорядоченные сплавы и другие многокомпонентные системы обладают неупорядоченностью состава, т.е. композиционным беспорядком. При прохождении электрона через эти вещества существенное значение имеет электронная структура неупорядоченных систем. Однако, даже когда эта структура известна, задача рассеяния электрона на двух- и трехмерных системах встречает непреодолимые математические трудности. В связи с этим подавляющее большинство теоретических работ посвящено изучению прохождения электрона через неупорядоченную одномерную решетку. Несмотря на то, что эти теории позволяют, в принципе, описать почти все эффекты, наблюдаемые в реальных системах, они тем не менее обладают рядом недостатков: рассматривают задачу рассеяния для частных видов потенциала (главным образом исследованы цепочки из  $\delta$ -потенциалов), получены решения для слабого и, наоборот, для сильного рассеивающих полей, точные результаты получены только для определенных значений

энергии падающего электрона и т.д.

В [5] развит новый метод, позволяющий точно определить среднее сопротивление одномерной системы из конечного числа случайно расположенных рассеивателей произвольного вида. Соответствующий подход сводит задачу нахождения среднего сопротивления к нахождению конечно-разностного уравнения. В настоящей работе на основе общих результатов работы [5] исследуется характер рассеяния электрона на одномерной случайной решетке, построенной из потенциальных барьеров прямоугольной формы.

## 2. Сопротивление одномерной решетки из случайно расположенных случайных прямоугольных потенциалов

Рассмотрим одномерную модель случайной решетки, в которой рассеивающие центры, характеризуемые потенциалами произвольной формы со случайными независимыми параметрами, расположены в точках  $x_j$  ( $j=1,2,\dots,N$ ,  $N$  — полное число рассеивателей). Пусть точки  $x_j$  образуют одномерную цепочку, в которой расстояния  $x_j - x_{j-1}$  заданы случайным, независимым друг от друга образом и имеют одинаковое среднее значение  $a$ . Приведенная выше модель неупорядоченной решетки описывает большой класс систем со смешанным беспорядком, в которых структурный беспорядок сочетается с композиционным.

При падении электрона с энергией  $E = k_0^2$  на кристалл среднее сопротивление Ландауэра  $\langle \rho_N \rangle$  системы определяется решением следующего конечно-разностного уравнения [5]:

$$\langle \rho_N \rangle = a_1 \langle \rho_{N-1} \rangle + a_2 \langle \rho_{N-2} \rangle + a_3 \langle \rho_{N-3} \rangle + a_0, \quad (1)$$

где

$$\begin{aligned} a_1 &= \theta + 2\alpha - 1, \quad a_2 = 2d - \vartheta - (2\alpha - 1)\theta, \\ a_3 &= (2\alpha - 1)\vartheta + 2u, \quad 2a_0 = a_1 + a_2 + a_3 \end{aligned} \quad (2)$$

и

$$\begin{aligned} \theta &= 2 \operatorname{Re}(\chi \eta^*), \quad d = 2 \operatorname{Re}(\beta \eta \gamma^*), \quad u = 2 \operatorname{Re}(\Gamma \eta \gamma^*), \\ \vartheta &= |\eta|^2 (|\chi|^2 - |\delta|^2), \quad \Gamma = \eta^* (\chi \beta - \delta \beta^*). \end{aligned} \quad (3)$$

В формулах (2), (3) введены следующие обозначения:

$$\begin{aligned} \alpha &= \langle |t_j|^2 \rangle, \quad \beta = \langle r_j / |t_j|^2 \rangle, \quad \gamma = \langle r_j / t_j^2 \rangle, \\ \chi &= \langle 1 / t_j^2 \rangle, \quad \delta = \langle r_j^2 / t_j^2 \rangle, \quad \eta = n^2 \exp\{i2k_0 a\}, \end{aligned} \quad (4)$$

где  $n^2 = \langle \exp\{i2k_0 \Delta x_{j-1}\} \rangle$  — параметр структурного беспорядка ( $\Delta x_{j-1} = x_j - x_{j-1} - a$ ),  $r_j \exp\{i2k_0 x_j\}$  — амплитуда отражения и  $t_j$  — ампли-



туда прохождения электрона при рассеянии на потенциале  $V_j(x_j)$ . Скобки  $\langle \dots \rangle$  означают среднее по ансамблю всевозможных реализаций случайного поля.

Решение уравнения (1) имеет вид

$$\langle \rho_N \rangle = \sum_{i=1}^3 L_i Z_i^N - \frac{1}{2}, \quad (5)$$

где  $Z_i$  – корни кубического уравнения

$$Z^3 - a_1 Z^2 - a_2 Z - a_3 = 0. \quad (6)$$

Коэффициент  $L_1$  определяется из формулы

$$L_1 = \frac{2d - (2\alpha - 1)(Z_2 + Z_3 - 2\alpha - 1) + Z_2 Z_3}{(Z_2 - Z_1)(Z_3 - Z_1)}, \quad (7)$$

$L_2$  и  $L_3$  получаются из (7) циклической перестановкой букв  $Z_1, Z_2, Z_3$ .

Формулы (1)-(7) в общей форме позволяют определить среднее сопротивление одномерной неупорядоченной решетки со структурным и композиционным беспорядком. В качестве конкретного применения полученных формул рассмотрим цепочку, состоящую из прямоугольных потенциалов.

Амплитуды рассеяния электрона  $r_j$  и  $t_j$  для прямоугольного потенциала определяются известными формулами [6] (центр потенциала совпадает с серединой потенциала и электрон рассеивается слева направо)

$$r_j = \frac{(k_0^2 - k_j^2) \sin k_j l_j \exp\{-ik_0 l_j\}}{(k_0^2 + k_j^2) \sin k_j l_j + 2ik_0 k_j \cos k_j l_j}, \quad (8)$$

$$t_j = \frac{2ik_0 k_j \exp\{-ik_0 l_j\}}{(k_0^2 + k_j^2) \sin k_j l_j + 2ik_0 k_j \cos k_j l_j}, \quad (9)$$

где  $l_j$  – ширина  $j$ -го потенциала. В случае барьера  $k_j^2 = E - V_j$  ( $V_j$  – высота барьера). Для случая ямы  $k_j^2 = E + V_j$  ( $V_j$  – глубина ямы). Представим  $r_j$  и  $t_j$  из (8), (9) в виде

$$1/t_j = A_j + iB_j, \quad r_j/t_j = iC_j, \quad (10)$$

где  $A_j, B_j, C_j$  являются реальными величинами:

$$A_j = \cos k_0 l_j \cos k_j l_j + \frac{k_j^2 + k_0^2}{2k_j k_0} \sin k_0 l_j \sin k_j l_j, \\ B_j = \sin k_0 l_j \cos k_j l_j - \frac{k_j^2 + k_0^2}{2k_j k_0} \cos k_0 l_j \sin k_j l_j, \quad C_j = \frac{k_j^2 - k_0^2}{2k_j k_0} \sin k_j l_j. \quad (11)$$

Используя (2)-(4) и (10), (11), получим

$$\begin{aligned}
 a_1 &= n^2 (\cos^2 \alpha_1 - 1) + (1 - n^2)(1 + 2p), \\
 a_2 &= -n^2 (4 \cos^2 \alpha_1 - 1) - 2n^2 (y + P)(4 \cos^2 \alpha_2 - 1) + \\
 &+ 8n^2 [\delta_{AC} - \delta_{BC} - (y + P)(1 - \phi_2^2)] \sin^2 k_0 a + n^2 (1 - n^2)(1 + 2P - 4\delta_{AB}) - \\
 &- n^2 [4(\delta_{AC} - \delta_{AB} - \delta_{BC})(-6(y + P))], \\
 a_3 &= n^4 [1 - 4(1 - 2P)\delta_{AB} + 4(\phi_1 - P)\delta_{AC} - (4\phi_1 + P)\delta_{BC} + 16(y + p)\phi_2^2].
 \end{aligned} \quad (12)$$

В (12) введены следующие обозначения:

$$\begin{aligned}
 \cos^2 \alpha_1 &= \langle A_j^2 \rangle \cos^2 k_0 a + \phi_2 \sin 2k_0 a + \langle B_j^2 \rangle \sin^2 k_0 a, \\
 \cos^2 \alpha_2 &= \cos^2 k_0 a + \phi_2 \sin 2k_0 a + \phi_2^2 \sin^2 k_0 a, \\
 \phi_1 &= \langle (A_j^2 - B_j^2) \rangle, \quad \phi_2 = \langle A_j B_j \rangle, \quad \phi_2 y = -\langle B_j C_j \rangle \langle A_j C_j \rangle, \quad P = \langle C_j^2 \rangle,
 \end{aligned} \quad (13)$$

где

$$\delta_{AB} = \langle A_j^2 \rangle \langle B_j^2 \rangle - \langle A_j B_j \rangle^2, \quad \delta_{AC} = \langle A_j^2 \rangle \langle C_j^2 \rangle - \langle A_j C_j \rangle^2, \quad \delta_{BC} = \langle B_j^2 \rangle \langle C_j^2 \rangle - \langle B_j C_j \rangle^2.$$

Как видно из (12), (13), задача определения величин  $a_1, a_2, a_3$  сводится к задаче вычисления средних от функций  $A_j, B_j, C_j$ , которые зависят от случайных параметров прямоугольного барьера  $l_j$  и  $V_j$ . Знание  $a_1, a_2, a_3$  позволяет определить корни уравнения (6)  $Z_j$  и коэффициенты решения (5)  $L_j$ . Используя полученные таким образом значения  $Z_j$  и  $L_j$ , можно определить зависимость среднего сопротивления  $\langle \rho_N \rangle$  (5) от числа рассеивающих центров (длины образца), параметров беспорядка цепочки и энергии электрона  $E = k_0^2$ .

Рассмотрим цепочку с барьерами, ширина которых намного меньше длины волны де Бройля свободного электрона:  $l_j k_0 \ll 1$  ( $l_j k_j \ll 1$ ) для произвольного  $j$ . Разлагая функции в (11) по степеням малых  $l_j k_0, l_j k_j$  и оставляя только члены, линейные по ним, получим

$$1/t_j = 1 + iV_j l_j / 2k_0, \quad r_j / t_j = -iV_j l_j / 2k_0. \quad (14)$$

Если ввести обозначения  $U_j = V_j l_j$ , то полученные формулы совпадут с соответствующими формулами для цепочки из  $\delta$ -потенциалов, имеющих случайную амплитуду  $U_j$ . Последнее обстоятельство позволяет распространить все результаты работы [5], полученные для одномерной цепочки из  $\delta$ -потенциалов, на цепочку из «узких» прямоугольных потенциалов.

### 3. Локализация состояний одноэлектронного спектра

Одной из главных особенностей электронной структуры рассматриваемой неупорядоченной системы является появление так называемых локализованных состояний. Вопрос о том, как сформулировать критерий локализованности состояний, далеко не тривиален. Используются несколько различных критериев определения локализации [7,8]. В [5] предложена простая мера для выяснения характера состояний (локализованности или делокализованности) в одномерной неупорядоченной системе. Она сводится к определению знака функции

$$F(Z) = Z^3 - a_1 Z^2 - a_2 Z - a_3 \quad (15)$$

в точке  $Z=1$ . Если  $F(Z) < 0$ , то все электронные состояния локализованы. В противном случае, когда  $F(Z) \geq 0$ , состояния являются делокализованными.

Общепринято (см., например, [1]), что в одномерной системе включение сколь угодно слабого случайного поля приводит к локализации всех состояний одноэлектронного спектра. В [4] было строго доказано, что в цепочке из  $\delta$ -потенциалов со смешанным беспорядком действительно имеет место полная локализация состояний. Наличие в системе только структурного беспорядка также приводит к локализации всех состояний спектра [9]. Вместе с тем известен класс «экзотических» одномерных систем, состоящих из так называемых случайных безотражательных ям, где вместо полной локализации проявляется полная делокализация состояний [10].

Как мы покажем ниже, в цепочке из прямоугольных потенциалов, имеющих равное значения потенциала  $V$  и случайное значение ширин, при отсутствии структурного беспорядка ( $n^2 = 1$ ) могут возникнуть отдельные делокализованные состояния. Для рассматриваемого случая из (12), (15) имеем

$$F(1) = 8P(\delta_{AC} - \delta_{AB}) + 4(\delta_{AC} - \delta_{BC})(\cos 2k_0 a - \phi_1 - P) + 8\phi_2(y + P)(\sin 2k_0 a - 2\phi_2). \quad (16)$$

Определение знака функций  $F(1)$  в общем виде требует вычисления корреляторов типа  $\langle A_j^2 \rangle$ ,  $\langle A_j B_j \rangle$  и т.д. с наперед заданной функцией распределения для случайных величин  $l_j$ . При малых флуктуациях случайной величины  $\Delta l_j = l_j - \langle l_j \rangle$  для вычисления можно воспользоваться формулой [11]

$$\langle \Delta \varphi_1(l) \Delta \varphi_2(l) \rangle = \left. \frac{d\varphi_1}{dl} \right|_{l=\langle l \rangle} \left. \frac{d\varphi_2}{dl} \right|_{l=\langle l \rangle} \langle (\Delta l)^2 \rangle, \quad (17)$$

где  $\Delta \varphi_{1,2}(l) = \varphi_{1,2}(l) - \varphi_{1,2}(\langle l \rangle)$  и  $\varphi_1(l)$ ,  $\varphi_2(l)$  являются произвольными функциями от случайной величины  $l$ . Отметим, что в (17) подразумевается, что функции  $\varphi_1(l)$ ,  $\varphi_2(l)$  мало меняются при изменениях аргу-



мента порядка  $\Delta l = \sqrt{(\Delta l)^2}$  и производные  $d\varphi_1(l)/dl$ ,  $d\varphi_2(l)/dl$  отличны от нуля в точке  $l = \langle l \rangle$ . Применение формулы (17) для вычисления  $F(1)$  приводит к следующему выражению:

$$F(1) = -8(m_1 \sin k_0 a - m_2 \cos k_0 a)^2 \langle (\Delta l)^2 \rangle, \quad (18)$$

где

$$m_1 = AC' - CA', \quad m_2 = BC' - CB', \quad (19)$$

$A, B, C$  и  $A', B', C'$  — значения функций  $A_j, B_j, C_j$  и их производных (по  $l_j$ ) в точке  $l_j = l_{cp}$ , соответственно. Отсюда, во-первых, видно, что в обычной модели Кронига-Пенни, где  $\langle (\Delta l)^2 \rangle = 0$ , электрон не может быть локализован. Во-вторых, для неупорядоченной цепочки в общем случае  $f(1) < 0$ , что означает наличие локализации электронных состояний в окрестности узлов одномерной случайной решетки.

Интересно отметить, что при определенных значениях энергии падающего электрона условие  $f(1) < 0$  может нарушаться. Это возможно, если имеет место равенство

$$\operatorname{tg} k_0 a = m_2 / m_1. \quad (20)$$

Подстановка (19), (11) в (20) дает

$$\operatorname{tg} k_0 a = \frac{F_1 \sin k_0 l_{cp} - F_2 \cos k_0 l_{cp}}{F_1 \cos k_0 l_{cp} + F_2 \sin k_0 l_{cp}}, \quad (21)$$

где

$$\begin{aligned} F_1 &= k^2 (1 + \cos^2 k l_{cp}) - k_0^2 \sin^2 k l_{cp}, \\ F_2 &= 2k_0 k \sin k l_{cp} \cos k l_{cp}. \end{aligned} \quad (22)$$

При  $F_1 \neq 0$  из (21) получим

$$\operatorname{tg} k_0 a = \operatorname{tg}(k_0 l_{cp} - \phi), \quad (23)$$

где

$$\phi = \arctg(F_2 / F_1).$$

Условие (23) есть сложное трансцендентное уравнение, связывающее величины  $k_0 = \sqrt{E}$ ,  $V$ ,  $l_{cp}$  и  $a$ . Оно может иметь место при определенном наборе (наборах!) параметров модели и энергии свободного электрона. Однако, даже не решая уравнения (23), можно показать, что, в принципе, равенство (23) выполнимо. Действительно, в модели с неперекрывающимися, слабо флуктуирующими прямоугольными барьерами  $a > \max \{l_j\}$ , и, следовательно,  $a > l_{cp}$ . Так как  $a$ , по существу, произвольный параметр, то для выполнения (23) достаточно,

чтобы  $\phi < 0$ . Последнее требование приводит к неравенству

$$F_2 / F_1 < 0. \quad (24)$$

Если  $F_2 > 0$ , то необходимо, чтобы  $F_1 < 0$ . Тогда из (22) получим систему неравенств

$$\sin 2kl_{cp} > 0 \quad \text{и} \quad \cos 2kl_{cp} < (2\mu - 1), \quad (25)$$

где  $\mu = (k_0^2 - k^2) / (k_0^2 + k^2)$ . Так как для прямоугольного барьера  $k^2 < k_0^2$ , то  $|2\mu - 1| < 1$ , поэтому система (25) всегда имеет решение

$$2\pi n + \arccos(2\mu - 1) < 2kl_{cp} < \pi + 2\pi n, \quad n \in Z. \quad (26)$$

Другая возможность  $F_2 < 0$ ,  $F_1 > 0$  приводит к обратной системе неравенств:

$$\sin 2kl_{cp} < 0 \quad \text{и} \quad \cos 2kl_{cp} > 2\mu - 1, \quad (27)$$

решением которой является

$$2\pi n - \arccos(2\mu - 1) < 2kl_{cp} < 2\pi n. \quad (28)$$

Подставив в (23) такие значения параметров  $l_{cp}, k_0, k$ , которые отвечают условиям (26) или (28), получим расстояние  $a > l_{cp}$ . А это означает, что в рассмотренной модели со случайной шириной потенциальных барьеров, при отдельных значениях  $k_0$  падающего электрона эффект полной локализации состояний может и не реализоваться.

## ЛИТЕРАТУРА

1. M.I.Lifshitz, S.A.Gredeskul, L.A.Pastur. Introduction to the Theory of Disordered System. Wiley, New York, 1988.
2. P.W.Anderson. Phys. Rev., **109**, 1499 (1958); **B23**, 4828 (1981); Phil. Mag., **52**, 4106 (1985).
3. C.W.J.Benakker. Rev. Mod. Phys., **69**, 731 (1997); A.D.Merlin, Ya.V.Fyodorov. J. Phys. A, **26**, 1056 (1993).
4. A.A.Asatryan et al. Phys. Rev., **B54**, 3916 (1996); Phys. Rev., **B57**, 13535 (1998); I.V.Yurkevich, I.V.Lerner. Phys. Rev. Lett., **82**, 5080 (1999).
5. Д.М.Седракан, Д.А.Бадалян, А.Ж.Хачатрян. ФТТ, **42**, 747 (2000).
6. L.I.Schist. Quantum Mechanics. McGraw-Hill Company, New York, 1955.
7. В.Л.Шкловский, А.Л.Эфрос. Электронные свойства легированных полупроводников. М., Наука, 1979.
8. V.N.Prigodin. Sov. Phys. JETP, **52**, 1185 (1980); A.Abrikosov. Solid State Commun., **37**, 997 (1981), V.Melnikov. Sov. Phys. Solid State, **23**, 444 (1981).
9. A.Zh.Khachatrian, G.Robke, D.H.Badalyan, D.M.Sedrakian. Phys. Rev., **B62**, 13502 (2000).
10. Б.Н.Шалаев. ФТТ, **32**, 3586 (1990).
11. Л.Д.Ландау, Е.М.Лифшиц. Статистическая физика. М., Наука, 1976.

ԷԼԵԿՏՐՈՆԻ ՇԱՐԺՈՒՄԸ ՄԻԱԶԱՓ ՈՒՂԱՆԿՅՈՒՆ ՊՈՏԵՆՑԻԱԼՆԵՐԻՑ  
ԲԱՐԿԱՑԱԾ ՈՉ ԿԱՐԳԱՎՈՐՎԱԾ ՑԱՆՑՈՒՄ

Դ.Մ. ՍԵԴՐԱԿՅԱՆ, Դ.Հ. ԲԱԴԱԼՅԱՆ, Ա.Ժ. ԽԱՉԱՏՐՅԱՆ

Դիտարկված է էլեկտրոնի անցման խնդիրը ոչ կարգավորված ուղղանկյուն պոտենցիալներից բաղկացած ցանցի համար: Ցույց է տրված, որ կառուցվացքային անկարգավորվածության բացակայության դեպքում կարող են առաջանալ դելոկալիզացված վիճակներ:

ELECTRON MOTION IN A ONE-DIMENSIONAL NONREGULAR CHAIN  
CONSISTING OF RECTANGULAR POTENTIALS

D.M. SEDRAKIAN, D.H. BADALIAN, A.ZH. KHACHATRIAN

An electron transmission through a one-dimensional chain of rectangular potentials is considered. It is shown that the absence of structural disorder in the chain leads to the delocalization of some states in the case, when rectangular potentials with random width have the same value of the potential.





УДК 533.922

## КИЛЬВАТЕРНЫЙ ПОТЕНЦИАЛ ЗАРЯЖЕННОЙ ЧАСТИЦЫ В НЕИЗОТЕРМИЧЕСКОЙ ПЛАЗМЕ

Э.А. АКОПЯН, Г.Г. МАТЕВОСЯН, Р.А. ГЕВОРКЯН, А.В. ОГАНЕСЯН

Институт радиофизики и электроники НАН Армении

(Поступила в редакцию 17 августа 2001 г.)

Рассмотрена задача о потенциале быстрой заряженной частицы, движущейся в неизоотермической максвелловской плазме. С использованием модельной диэлектрической проницаемости найдено аналитическое выражение для кильватерного потенциала. Показано, что даже в случае, когда энергия частицы недостаточна для возбуждения плазменных волн, потенциал позади частицы содержит дальнедействующую осциллирующую компоненту, обусловленную возбуждением в плазме ионного звука.

В связи с проблемами конструирования ускорителей заряженных частиц нового типа, обладающих чрезвычайно высоким, по сравнению с традиционными, темпом ускорения, и осуществлением ионного термоядерного синтеза, за последние десятилетия резко возрос интерес к изучению кильватерных полей и связанных с ними потерь энергии пучками и кластерами заряженных частиц (см., например, [1,2]).

В настоящей работе проведен расчет кильватерного потенциала равномерно прямолинейно движущейся со скоростью  $u$  заряженной частицы в случае, когда выполняется условие  $v_{Ti} \ll u \ll v_{Te}$  (где  $v_{Ti}$ ,  $v_{Te}$  – тепловые скорости ионов и электронов плазмы, соответственно).

Известно (см., например, [3]), что потенциал  $\varphi(\mathbf{r}, t)$  такой частицы описывается следующим выражением:

$$\varphi(\mathbf{r}, t) = \frac{4\pi q}{(2\pi)^3} \int d\mathbf{k} \frac{\exp[i\mathbf{k}(\mathbf{r} - \mathbf{u}t)]}{k^2 \varepsilon(k, \mathbf{k}\mathbf{u})}, \quad (1)$$

где  $\mathbf{r}$  – радиус-вектор точки наблюдения,  $q$  – заряд пробной частицы,  $\varepsilon(k, \omega)$  – продольная диэлектрическая проницаемость плазмы.

Запишем выражение (1) в сферической системе координат с осью  $z$ , направленной вдоль вектора  $\mathbf{u}$ . В случае плазмы с максвелловским распределением выражение (1) принимает следующий вид:

$$\varphi(\mathbf{R}) = \frac{q}{R} - \frac{4\pi q}{(2\pi)^3 \lambda_{De}} \int_0^\infty dk \int_0^\pi \sin \theta d\theta \int_0^{2\pi} d\varphi \exp \left[ i \frac{k}{\lambda_{De}} (z \cos \theta + \rho \sin \theta \cos \varphi) \right] \times \\ \times \frac{1 - J_+(\lambda_e \cos \theta) + (\lambda_{De}^2 / \lambda_{Di}^2) [1 - J_+(\lambda_i \cos \theta)]}{k^2 + 1 - J_+(\lambda_e \cos \theta) + (\lambda_{De}^2 / \lambda_{Di}^2) [1 - J_+(\lambda_i \cos \theta)]}, \quad (2)$$

где  $\lambda_{Di}$  и  $\lambda_{De}$  — дебаевские радиусы ионов и электронов плазмы,  $\mathbf{R} = \mathbf{r} - \mathbf{u}$ ,  $\lambda_e = u/v_{Te}$ ,  $\lambda_i = u/v_{Ti}$ ,  $z$  и  $\rho$  — проекции вектора  $\mathbf{R}$  на направление  $\mathbf{u}$  и перпендикулярную ему плоскость соответственно,  $J_+(x)$  — дисперсионная функция плазмы:

$$J_+(\xi) = \xi e^{-\xi^2/2} \int_0^\xi dt e^{t^2/2} - i \sqrt{\frac{\pi}{2}} \xi e^{-\xi^2/2}. \quad (3)$$

Хорошо известно, что основной вклад в потери энергии частицей, а, следовательно, и в величину потенциала, создаваемого ею в плазме, обусловлен волнами, для которых плазма прозрачна. Как показывают численные расчеты, мнимая часть функции  $J_+(x)$  становится по модулю достаточно малой (меньше 0.016) уже при значениях аргумента  $x \geq 3.3$ . При тех же значениях аргумента действительная ее часть с достаточно хорошей точностью (относительная погрешность приближения меньше 4%) описывается ее асимптотическим выражением  $\text{Re}[J_+(x)] = 1 + 1/x^2$ . С учетом последнего и условия  $v_{Ti} \ll u \ll v_{Te}$  запишем выражение (2) в следующем виде:

$$\varphi(\mathbf{R}) = \frac{q}{R} - \frac{4\pi q}{(2\pi)^3 \lambda_{De}} \int_0^\infty dk \int_\Delta^1 dx \int_0^{2\pi} d\varphi \frac{1 - (\lambda_{De}^2 / \lambda_{Di}^2) (\lambda_i x)^{-2}}{k^2 + 1 - (\lambda_{De}^2 / \lambda_{Di}^2) (\lambda_i x)^{-2}} \times \\ \times \left\{ \cos \left[ \frac{k}{\lambda_{De}} (zx + \rho \sqrt{1-x^2} \cos \varphi) \right] + \cos \left[ \frac{k}{\lambda_{De}} (zx - \rho \sqrt{1-x^2} \cos \varphi) \right] \right\} + \\ + \frac{4\pi^2 q}{(2\pi)^3 \lambda_{De}} \int_0^\infty k^2 dk \int_\Delta^1 dx \int_0^{2\pi} d\varphi \delta \left( k^2 + 1 - \frac{\lambda_{De}^2}{\lambda_{Di}^2} \frac{1}{\lambda_i^2 x^2} \right) \times \\ \times \left\{ \sin \left[ \frac{k}{\lambda_{De}} (zx + \rho \sqrt{1-x^2} \cos \varphi) \right] + \sin \left[ \frac{k}{\lambda_{De}} (zx - \rho \sqrt{1-x^2} \cos \varphi) \right] \right\}, \quad (4)$$

где  $\Delta = 3.3 / \lambda < 1$ .

После интегрирования по  $k$  выражение (4) принимает следующий вид:

$$\varphi(\mathbf{R}) = \frac{q}{R} - \frac{2\pi^2 q}{(2\pi)^3 \lambda_{De}} \int_\Delta^1 \phi(x) dx \int_0^{2\pi} d\varphi \times$$

$$\begin{aligned} & \times \left\{ \sin \left[ \frac{\phi(x)}{\lambda_{De}} \left( |z| x + \rho \sqrt{1-x^2} \cos \varphi \right) \right] + \sin \left[ \frac{\phi(x)}{\lambda_{De}} \left( |z| x - \rho \sqrt{1-x^2} \cos \varphi \right) \right] \right\} + \\ & + \frac{2\pi^2 q}{(2\pi)^3 \lambda_{De} \Delta} \int_{\Delta}^1 \phi(x) dx \int_0^{2\pi} d\varphi \times \\ & \times \left\{ \sin \left[ \frac{\phi(x)}{\lambda_{De}} \left( zx + \rho \sqrt{1-x^2} \cos \varphi \right) \right] + \sin \left[ \frac{\phi(x)}{\lambda_{De}} \left( zx - \rho \sqrt{1-x^2} \cos \varphi \right) \right] \right\}, \end{aligned} \quad (5)$$

где

$$\phi(x) = \sqrt{\frac{\lambda_{De}^2}{\lambda_{Di}^2} \frac{1}{\lambda_i^2 x^2} - 1}. \quad (6)$$

Выражение (5) упрощается, если радиус-вектор точки наблюдения составляет малые углы (порядка  $\Delta = 3.3/\lambda$ ) с вектором скорости частицы. В этом случае выражение (5) принимает следующий вид:

$$\varphi(\mathbf{R}) = \frac{q}{R} + \frac{2q}{\lambda_{De}} \theta(-z) \int_{\Delta}^1 \sqrt{\frac{a^2}{x^2} - 1} \sin \left( \frac{z}{\lambda_{De}} \sqrt{a^2 - x^2} \right) J_0 \left( \frac{\rho}{\lambda_{De}} \frac{\sqrt{(a^2 - x^2)(1 - x^2)}}{x} \right) dx, \quad (7)$$

где  $a = \lambda_{De} / \lambda_i \lambda_{Di}$ ,  $J_0$  – функция Бесселя нулевого порядка,  $\theta$  – функция Хевисайда. В частности, потенциал на траектории частицы ( $\rho = 0$ ) определяется выражением

$$\varphi(\mathbf{R}) = \frac{q}{|z|} + \frac{2q}{\lambda_{De}} \theta(-z) \int_{\Delta}^1 \sqrt{\frac{a^2}{x^2} - 1} \sin \left( \frac{z}{\lambda_{De}} \sqrt{a^2 - x^2} \right) dx, \quad (8)$$

которое после замены переменной интегрирования  $\sqrt{a^2 - x^2} = s$  позволяет выразить величину  $\varphi(\mathbf{R})$  через элементарные и хорошо изученные специальные функции – интегральные синус и косинус. Соответствующие выражения не приводятся вследствие их громоздкости.

Отметим также, что выражения (5)–(8) легко вычислить численными методами.

На рис.1 и 2 приведена зависимость осциллирующей компоненты безразмерного потенциала  $\Phi = (q/\lambda_{De})^{-1} \varphi$  от безразмерного расстояния  $z/\lambda_{De}$  при  $\lambda_i = 10$ ,  $a = 1$  (рис.1) и  $a = 10$  (рис.2). Как следует из выражения (8) и видно на рисунках, функция  $\Phi$  позади частицы имеет сложный осциллирующий характер, причем длина волны и «декремент» уменьшаются с ростом параметра  $a$ .

Таким образом, «медленная» частица в неизотермической плазме создает дальнодействующий осциллирующий потенциал, причиной которого является возбуждение в последней ионного звука.



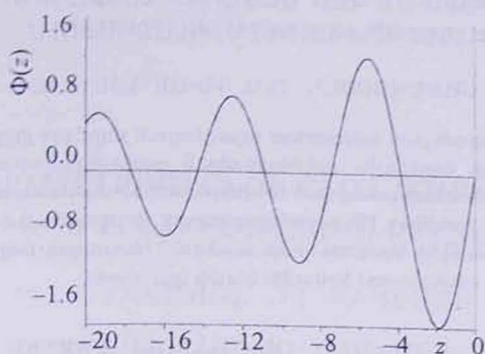


Рис.1. Зависимость безразмерного потенциала  $\Phi(z) = (q/\lambda_{De})^{-1}\varphi(z)$  заряженной частицы ( $\lambda_i = 10$ ) от  $z/\lambda_{De}$  при  $a = 1$ .

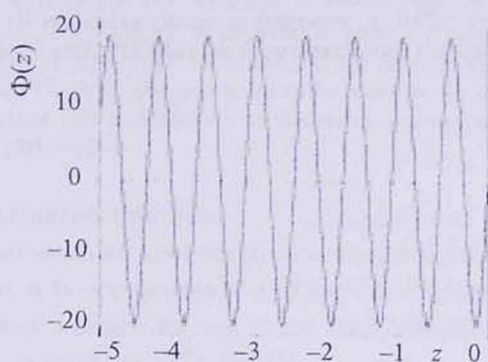


Рис.2. Зависимость безразмерного потенциала  $\Phi(z)$  заряженной частицы ( $\lambda_i = 10$ ) от  $z/\lambda_{De}$  при  $a = 10$ .

Полученные результаты могут быть использованы при исследовании вопросов, связанных со структурой ионно-звуковой волны, особенностями прохождения через плазму пучков и сгустков некоррелированных заряженных частиц, диагностикой плазмы.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Th.Peter. J. Plasma Phys., **44**, 269 (1990).
2. P.M.Echenique, F.Flores, and R.H.Ritchie. Solid State Phys., **43**, 229 (1990).
3. В.П.Силин, А.А.Рухадзе. Электромагнитные свойства плазмы и плазмоподобных сред. М., Атомиздат, 1961.

ԼԻՑԶԱՎՈՐՎԱԾ ՄԱՍՆԻԿԻ ՀԵՏԶԱՅԻՆ  
ԴԱՇՏԸ ԱՆԻՋՈԹԵՐՄ ՊԼԱԶՄԱՅՈՒՄ

Է.Ա. ՀԱԿՈԲՅԱՆ, Հ.Հ. ՄԱԹԵՎՈՍՅԱՆ, Ռ.Ա. ԳԵՎՈՐԳՅԱՆ, Ա.Վ. ՀՈՎՀԱՆՆԻՍՅԱՆ

Դիտարկված է Մաքսվելյան անիզոտրոպ պլազմայում շարժվող լիցքավորված մասնիկի պոտենցիալը: Պլազմայի մոդելային դիէլեկտրական բախանցելիության օգտագործմամբ հետքային պոտենցիալի համար ստացված են վերլուծական արտահայտություններ: Ցույց է տրված, որ անգամ երբ մասնիկի էներգիան բավարար չէ պլազմային ալիքների գրգռման համար, պոտենցիալը մասնիկի հետքում պարունակում է հեռազդող, օսցիլացվող բաղադրիչ, որը պայմանավորված է պլազմայում իոնային ձայնի գրգռմամբ:

WAKE POTENTIAL OF CHARGED PARTICLE  
MOVING IN A NONISOTHERM PLASMA

E.A. HAKOBYAN, H.H. MATEVOSYAN, R.A. GEVORKYAN, A.V. HOVHANNISYAN

The potential of charged particle moving in a Maxwellian nonisotherm plasma is considered. The analytic expression for the wake potential is derived, using a model expression for the dielectric function. It is shown that the potential in the wake region involves the long-range oscillating component caused by excitation of the ion-sound wave in the plasma even if the charged particle energy is not sufficient for plasma waves excitation.

УДК 535.2

## ПАРАМЕТРИЧЕСКОЕ СМЕЩЕНИЕ ВОЛН В ТРЕХУРОВНЕВОЙ СРЕДЕ

Г.Г. АДОНЦ, Э.Г. КАНЕЦЯН

АОЗТ "Лазерная техника", АОЗТ "ЛТ-Пиркал"

(Поступила в редакцию 19 октября 2001 г.)

Исследовано параметрическое изменение спектрального состава двух сильных квазимонохроматических волн, распространяющихся в трехуровневой резонансной среде со смежным промежуточным уровнем. Показано, что уширение спектра излучения связано с реализующимися в среде четырехфотонными параметрическими процессами, проходящими эффективно при выполнении условия нелинейного фазового синхронизма. Получены и проанализированы точные по интенсивности накачки выражения для коэффициента усиления немонахроматической составляющей излучения.

При взаимодействии мощного когерентного излучения в резонансной среде возможны процессы, в которых происходит поглощение и излучение двух и более фотонов в единичном акте. Особое место среди многофотонных процессов занимает вынужденное четырехфотонное параметрическое рассеяние (ВЧПР) [1].

Эффект четырехфотонного параметрического рассеяния в резонансной среде сильно влияет на спектральный состав проходящего излучения. При распространении через двухуровневую резонансную среду в одном направлении сильной монохроматической и слабой немонахроматической волн происходит параметрическое уширение спектра слабого излучения [2]. Экспериментально подобный процесс впервые наблюдался в работе [3]. В [4,5] исследовалась нелинейная населенность и зеемановская когерентность атомных магнитных подуровней при четырехволновом рассеянии поляризованного света. Фазово-поляризационные эффекты изучены в работах [6-11].

Вопросы, связанные с изменением спектрального распределения излучения, привлекают к себе внимание в связи с наблюдением явления конического рассеяния лазерного излучения (см., напр., [12]). Поэтому становится актуальным более подробное исследование процессов ВЧПР.

Интересным объектом для наблюдения параметрического уширения спектра проходящего излучения является среда трехуровневых атомов, так как ВЧПР в отличие от других многофотонных процессов яв-



ляется фазовым эффектом, большой вклад в который вносит интерференция атомных уровней. Впервые подобные процессы в трехуровневой среде с дублетно-расщепленным возбужденным уровнем были исследованы в работах [12-15], позднее также в [16]. Взаимодействие интенсивной монохроматической волны с трехуровневой резонансной средой со смежным промежуточным уровнем в адиабатическом приближении рассмотрено в работе [17], где, в частности, проанализировано поведение нелинейных показателей преломления с учетом эффекта насыщения и рассчитаны вероятности различных процессов комбинационного рассеяния света. В рамках теории возмущений процесс параметрического взаимодействия волн с многоуровневыми системами при двухфотонном резонансе исследован в работе [18].

В настоящей работе исследуются процессы многофотонного параметрического рассеяния, происходящие в трехуровневой резонансной среде со смежным промежуточным уровнем при адиабатическом распространении в ней двух сильных квазимонохроматических волн.

Пусть центральные частоты  $\omega_1$  и  $\omega_2$  сильных квазимонохроматических волн близки к частотам атомных переходов  $\omega_{21} = (E_2 - E_1)/\hbar$  и  $\omega_{32} = (E_3 - E_2)/\hbar$ . Тогда результирующее поле волн в среде можно представить в виде

$$E(z, t) = \frac{1}{2} [E_1(z) + \tilde{E}_1(z, t)] e^{i(k_1 z - \omega_1 t)} + \frac{1}{2} [E_2(z) + \tilde{E}_2(z, t)] e^{i(k_2 z - \omega_2 t)} + \text{к.с.}, \quad (1)$$

где  $E_{1,2}(z)$  – сильная монохроматическая, а  $\tilde{E}_{1,2}(z, t)$  – слабая немонахроматическая компоненты волн.

В случае, когда длительность импульсов мала по сравнению со временем релаксации системы, а расстройки резонансов  $\varepsilon_1 = \omega_1 - \omega_{21}$  и  $\varepsilon_2 = \omega_2 - \omega_{32}$  превышают спектральные ширины атомных уровней, применимо адиабатическое приближение, позволяющее получить точные по интенсивности волн решения укороченных уравнений Максвелла для сильных компонент и найти закон изменения их амплитуд при адиабатическом распространении:

$$E_{1,2}(z) = E_{1,2}(z=0) e^{iq_{1,2} z}. \quad (2)$$

Отсюда видно, что величины  $q_{1,2}$  имеют смысл нелинейных показателей преломления сильных волн. Они задаются следующими выражениями:

$$q_1 = \frac{4m_1 \lambda_1}{\hbar^2 \varepsilon_1^2 G_1}, \quad q_2 = \frac{4m_2 \lambda_1^2}{\hbar \varepsilon_1^2 [\lambda_1 + \hbar(\varepsilon_1 + \varepsilon_2)]}, \quad (3)$$

где

$$m_1 = -\frac{2\pi N |d_{21}|^2 |\alpha|^2 \omega_1}{c\hbar}, \quad m_2 = -\frac{2\pi N |d_{32}|^2 |\alpha|^2 \omega_2}{c\hbar}, \quad (4)$$

$$|\alpha|^2 = \left\{ 1 + \lambda_1^2 \left[ \frac{4}{\hbar^2 \varepsilon_1^2 G_1} + \frac{G_2}{G_1} \frac{1}{\lambda_1 + \hbar(\varepsilon_1 + \varepsilon_2)} \right] \right\}^{-1}, \quad (5)$$

а безразмерные параметры нелинейности  $G_1$  и  $G_2$  определяются как

$$G_1 = \frac{|d_{21}|^2 |E_1|^2}{\hbar^2 \varepsilon_1^2}, \quad G_2 = \frac{|d_{32}|^2 |E_2|^2}{\hbar^2 \varepsilon_1^2}. \quad (6)$$

Параметр  $\lambda_1$  имеет смысл штарковского сдвига нижнего уровня атома в поле (1) и является одним из корней характеристического уравнения

$$[\lambda + \hbar(\varepsilon_1 + \varepsilon_2)] \left[ \lambda(\lambda + \hbar\varepsilon_1) - \frac{1}{4} |d_{21}|^2 |E_1|^2 \right] - \frac{1}{4} |d_{32}|^2 |E_2|^2 = 0. \quad (7)$$

Полученные выше формулы для нелинейных показателей преломления (3) дают возможность последующего численного исследования нелинейной дисперсии при произвольных параметрах нелинейности  $G_1$  и  $G_2$ .

Представив амплитуды слабых компонент в виде интеграла Фурье вблизи резонансных частот  $\tilde{E}_{1,2}(z, t) = \int F_1(z, \Omega_{1,2}) e^{i(\omega_{1,2} - \Omega_{1,2})t} d\Omega_{1,2}$ , можно определить слабую компоненту поляризуемости среды на текущих частотах  $\Omega_{1,2}$ :

$$P_1(\Omega_1) = \alpha_0 e^{ik_1 z} [X_1(\Omega_1) F_1(\Omega_1) + X_2(\Omega_1) \frac{E_1^2}{|E_1|^2} F_1^*(2\omega_1 - \Omega_1) + \quad (8a)$$

$$+ X_3(\Omega_1) \frac{E_1}{E_2} F_2(\omega_2 - \omega_1 + \Omega_1) + X_4(\Omega_1) \frac{E_1 E_2}{|E_2|^2} F_2^*(\omega_2 + \omega_1 - \Omega_1)],$$

$$P_2(\Omega_2) = \beta_0 e^{ik_2 z} [Y_1(\Omega_2) \frac{E_2}{E_1} F_1(\omega_1 - \omega_2 + \Omega_2) + Y_3(\Omega_2) F_2(\Omega_2) + \quad (8b)$$

$$+ Y_2(\Omega_2) \frac{E_1 E_2}{|E_1|^2} F_1^*(\omega_1 + \omega_2 - \Omega_2) + Y_4(\Omega_2) \frac{E_2^2}{|E_2|^2} F_2^*(2\omega_2 - \Omega_2)].$$

Здесь

$$\alpha_0 = -\frac{|\alpha|^2 |d_{21}|^2 N}{2}, \quad \beta_0 = -\frac{|\alpha|^2 |d_{32}|^2 N}{2},$$

$$X_i(\Omega_1) = \frac{X_{i1}}{\hbar(\Omega_1 - \omega_1) + \lambda_2 - \lambda_1} + \frac{X_{i2}}{\hbar(\Omega_1 - \omega_1) - \lambda_2 + \lambda_1} + \quad (9)$$

$$+ \frac{X_{i3}}{\hbar(\Omega_1 - \omega_1) + \lambda_1 - \lambda_3} + \frac{X_{i4}}{\hbar(\Omega_1 - \omega_1) + \lambda_3 - \lambda_1},$$

$$Y_i(\Omega_2) = \frac{Y_{i1}}{\hbar(\Omega_2 - \omega_2) + \lambda_2 - \lambda_1} + \frac{Y_{i2}}{\hbar(\Omega_2 - \omega_2) + \lambda_1 - \lambda_2} +$$

$$+ \frac{Y_{i3}}{\hbar(\Omega_2 - \omega_2) + \lambda_1 - \lambda_3} + \frac{Y_{i4}}{\hbar(\Omega_2 - \omega_2) + \lambda_3 - \lambda_1}.$$

Полюса в выражениях (9) соответствуют однофотонному резонансу, трехфотонному процессу рассеяния, двухфотонному резонансу и четырехфотонному комбинационному процессу, оставляющему атом в возбужденном состоянии на верхнем энергетическом уровне.

Из формул (8) видно, что нелинейная восприимчивость среды на текущих частотах  $\Omega_1$  и  $\Omega_2$  содержит Фурье-компоненты обоих слабых фоновых полей  $\tilde{E}_1$  и  $\tilde{E}_2$ . Это объясняется тем, что в поле сильных волн Фурье-компоненты слабых полей смешиваются вследствие имеющих место в среде многофотонных процессов. Пренебрегая интерференцией между ними, волновое уравнение, записанное для Фурье-компонент слабых немонахроматических составляющих волн, можно разбить на четыре совокупности уравнений, каждая из которых описывает один из следующих процессов:

а) Четырехфотонный параметрический процесс, при котором из импульса накачки  $E_1(z)$  поглощаются два фотона на частоте  $\omega_1$  и излучаются один фотон на частоте  $\Omega_1$  и один фотон на частоте  $2\omega_1 - \Omega_1$ .

б) Шестифотонный параметрический процесс, при котором из импульсов накачки  $E_1(z)$  и  $E_2(z)$  поглощаются фотоны на частотах  $\omega_1$  и  $\omega_2$ , излучается один фотон слабого поля на текущей частоте  $\Omega_2$ , поглощается фотон из импульса накачки  $E_2(z)$  и излучаются фотоны на частотах  $2\omega_2 - \Omega_2$  и  $\Omega_1 = \omega_1$ .

в) Четырехфотонный непараметрический процесс, при котором участвуют оба импульса  $E_1(z)$  и  $E_2(z)$ . Процесс реализуется на разностной частоте  $\omega_1 - \omega_2$ , когда поглощается фотон из импульса  $E_1(z)$  на частоте  $\omega_1$  и фотон на текущей частоте  $\omega_2$  из импульса  $E_2(z)$ , затем излучаются фотоны на частоте  $\Omega_2$  и на текущей частоте  $\Omega_1 = \omega_1 - \omega_2 + \Omega_2$ .

г) Четырехфотонный непараметрический процесс, при котором реализуется схема двухфотонного поглощения. Поглощается по фотону на частотах  $\omega_1$  и  $\omega_2$  из импульсов  $E_1(z)$  и  $E_2(z)$ , соответственно, и излучается по фотону на текущих частотах  $\Omega_2 = \omega_1 + \omega_2 - \Omega_1$  и  $\Omega_1$ .

Математическая структура уравнений, описывающих процессы (а-г) одинакова, они отличаются только коэффициентами. В обобщенной форме все эти уравнения можно записать в виде

$$\frac{\partial a}{\partial z} - iA_1^m a = iA_2^m e^{ir_m z} b, \quad \frac{\partial b}{\partial z} - iB_1^m b = iB_2^m e^{-ir_m z} a. \quad (10)$$

Отсюда видно, что  $A_1^m$  и  $B_1^m$  представляют собой нелинейные показате-



ли преломления для  $a(z)$  и  $b(z)$  – Фурье-компонент слабых амплитуд.  $A_2^m$  и  $B_2^m$  являются нелинейными коэффициентами параметрической связи, а  $r_m$  – нелинейный параметр синхронизма для сильных волн. Решения системы (10) можно представить в экспоненциальной форме  $a(z)$ ,  $b(z) \sim e^{ikz}$ , где  $k$  определяется из характеристического уравнения системы. Он задается следующим выражением:

$$k_{1,2}^m = \frac{1}{2} \left[ (A_1^m + B_1^m - r_m)^2 \pm \sqrt{(r_m + B_1^m - A_1^m)^2 + 4A_2^m B_2^m} \right]. \quad (11)$$

Рассмотрим более подробно структуру подкоренного выражения (11). Оно состоит из параметра синхронизма  $\Delta n = r_m + B_1^m - A_1^m$  и фактора параметрического усиления  $R = 4A_2^m B_2^m$ , которые являются сложными функциями параметров нелинейности  $G_{1,2}$ , расстройек резонанса  $\varepsilon_{12}$  и текущих частот  $\Omega_{1,2}$ . Если при некоторых значениях перечисленных выше параметров выполняется условие  $(\Delta n^2 + R) < 0$ , то показатель экспоненты  $k$  становится комплексным и возможно параметрическое усиление немонахроматической части излучения.

Полученное экспоненциальное усиление фактически связано с вышеперечисленными протекающими в среде параметрическими процессами, которые проходят эффективно при выполнении нелинейного условия фазового синхронизма.

Анализ показывает, что для каждого из процессов (а-г) при фиксированных параметрах нелинейности и расстройках резонанса условие нелинейного синхронизма  $\Delta n = 0$  сводится к нахождению корней некоторого многочлена четвертой степени от переменной  $W_{2,1} = \Omega_{2,1} - \omega_{2,1}$ . Тогда текущие частоты  $\Omega_{2,1}$ , удовлетворяющие условию синхронизма, являются центрами областей усиления, форма и ширина которых определяется значением коэффициентов параметрического усиления  $R$ . Так как многочлен четвертой степени имеет либо два, либо четыре корня, то для каждого из процессов реализуются либо две, либо четыре области усиления. Их расположение и число сложным образом зависят как от параметров нелинейности, так и от расстройек резонанса.

Таким образом, нами получены и проанализированы точные по интенсивности накачки выражения для штарковских сдвигов уровней атома в поле сильных квазимонохроматических волн, а также для их нелинейных показателей преломления и коэффициентов параметрической связи слабых компонент волн. Показано, что в среде имеют место четыре типа многофотонных процессов, приводящие к изменению спектрального состава слабого излучения. Это изменение связано с усилением тех составляющих слабого излучения, частоты которых удовлетворяют условию нелинейного фазового синхронизма. Для каждого из четырех процессов получены точные выражения для коэффициента параметрического усиления.

## ЛИТЕРАТУРА

1. П.А.Апанасевич. Основы теории взаимодействия света с веществом. Минск, Наука и техника, 1977.
2. В.М.Арутюнян, Э.Г.Канецян, В.О.Чалтыкян. ЖЭТФ, **59**, 195 (1970).
3. В.М.Арутюнян, Н.Н.Бадалян, В.В.Ирадян и др. ЖЭТФ, **58**, 37 (1970).
4. Г.Г.Адонц, Э.Г.Канецян. Опт. и спектр., **78**, 199 (1995).
5. G.G.Adonts, E.G.Kanetsian, S.T.Hovsepyan. Optica Applicata, **XXVI**, 81 (1996).
6. В.Е.Мкртчян, В.О.Чалтыкян. Изв. НАН Армении, Физика, **29**, 55 (1994).
7. В.Е.Мкртчян, В.О.Чалтыкян. Изв. НАН Армении, Физика, **30**, 36 (1995).
8. А.В.Купцова. Изв. вузов. Сер. Физика, **N5**, 25 (1999).
9. А.В.Купцова. Журнал прикладной спектроскопии, **67**, 61 (2000).
10. А.В.Тайченачев, А.М.Тумайкин, В.И.Юдин. ЖЭТФ, **110**, 1727 (1996).
11. Т.Я.Карагодова. Опт. и спектр., **81**, 12 (1996).
12. С.Н.Skinner, P.D.Kleiber. Phys. Rev. A, **21**, 151 (1980).
13. Г.Г.Адонц, Л.М.Кочарян, Н.В.Шахназарян. Изв. АН Арм. ССР, Физика, **9**, 306 (1974).
14. Г.Г.Адонц, Л.М.Кочарян, Н.В.Шахназарян. Квант. электрон., **2**, 1395 (1975).
15. В.М.Арутюнян, Г.Г.Адонц, Т.А.Папазян и др. Изв. АН Арм. ССР, Физика, **12**, 338 (1977).
16. А.И.Плеханов, С.Г.Раутиан, В.П.Сафонов и др. Препринт N231, Институт автоматизации и электроники, Новосибирск, 1984.
17. М.Л.Тер-Микаелян, М.А.Саркисян. Препринт ИФИ-75-26, Аштарак, 1975.
18. Н.В.Шахназарян. Препринт ЕГУ ПЛРФ-77-07, Ереван, 1977.

### ԱԼԻԲՆԵՐԻ ՊԱՐԱՄԵՏՐԱԿԱՆ ՓՈԽԱԶԴԵՑՈՒԹՅՈՒՆԸ ԵՌԱՄԱԿԱՐԴԱԿ ՄԻՋԱՎԱՅՐՈՒՄ

Գ.Գ. ԱԴՈՆՑ, Է.Գ. ԿԱՆԵՑՅԱՆ

Աշխատանքում ուսումնասիրված է կից միջանկյալ մակարդակ ունեցող եռամակարդակ ռեզոնանսային միջավայրում տարածվող երկու ուժեղ քվազիմոնոքրոմատիկ ալիքների սպեկտրալ բաղադրիչների փոփոխությունը: Ցույց է տրված, որ ճառագայթման սպեկտրի լայնացումը պայմանավորված է միջավայրում տեղի ունեցող բառաֆոտոն պարամետրական պրոցեսներով, որոնք էֆեկտիվ տեղի են ունենում ոչ գծային ֆազային սինքրոնիզմի պայմանի կատարման դեպքում: Ստացված և հետազոտված են ճառագայթման ոչ մոնոքրոմատային բաղադրիչի ուժեղացման գործակցի արտահայտությունները, ճշգրտորեն հաշվի առնելով զրգող ալիքի ինտենսիվությունը:

### PARAMETRIC WAVE MIXING IN A THREE-LEVEL MEDIUM

G.G. ADONTS, E.G. KANETSIAN

Parametric modification of the spectral composition of two strong quasimonochromatic waves propagating in a three-level resonant medium with an adjacent level is investigated. It is shown that the broadening of the emission spectrum is caused by four-photon parametric processes, which are effectively realized under the condition of nonlinear phase synchronism. Exact, with respect to the pump wave intensity, expressions for the gain of amplification of the radiation nonmonochromatic component are obtained and analyzed.



УДК 535.21

## ВЛИЯНИЕ ВНЕШНЕГО МАГНИТНОГО ПОЛЯ НА ИНДУЦИРОВАНИЕ ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ПОЛЯ В ЧАСТИЧНО-ИОНИЗИРОВАННЫХ ЛАЗЕРНЫМ ИМПУЛЬСОМ ПАРАХ КАЛИЯ

Р.Х. ДРАМПЯН

Институт физических исследований НАН Армении

(Поступила в редакцию 15 ноября 2001 г.)

Экспериментально исследовано индуцирование электрического поля в частично ионизированных лазерным излучением парах калия, помещенных во внешнее магнитное поле. Эксперимент осуществлен при условиях, когда характерные параметры находящейся в магнитном поле ионизированной среды – плазменная частота  $\nu_p$  и ларморовская частота  $\nu_H$  имели величину одинакового порядка. Найдено, что зависимость времени возникновения электрического поля от напряженности магнитного поля имеет пиковую величину, определяемую условием  $\nu_p = \nu_H$ . Полученный результат позволяет измерять концентрацию фотоэлектронов в слабоионизированных атомарных парах. Результаты объяснены на основе простой модели изменения длины траектории движения фотоэлектронов в магнитном поле.

### Введение

Исследование индуцирования лазерным излучением электрического поля при оптическом пробое воздуха [1-3] и в частично-ионизированных парах металлов [4-10] представляет большой интерес, что обусловлено двумя аспектами. Во-первых, индуцированные электрические поля могут быть использованы для диагностики низкотемпературной плазмы [2,3,9]. Во-вторых, в атомарных средах индуцированные электростатические поля, которые образуются при многофотонной ионизации атомов в результате разделения образовавшихся зарядов, могут влиять на спектр атома. В частности, перемешивание атомных уровней локальным электростатическим полем может частично разрешить дипольно-запрещенные переходы [6,10]. Экспериментальная генерация излучения второй гармоники в различных атомарных системах в отсутствие внешних полей была изучена в [4-7]. В последующих работах [11,12] аналогичный результат генерации второй гармоники на запрещенном переходе  $s$ - $s$  атомарного водорода был получен приложением внешнего электрического поля. Наблюдение ультрафиолетовых линий поглощения на ди-



польно-запрещенных  $s-s$  и  $s-d$  переходах в парах бария объяснялось возникновением электрического микрополя [13]. О наблюдении электронного вынужденного комбинационного рассеяния в парах бария на системе  $(6s^2)^1S-(6s7s)^1S-(6s6p)^1P$  с запрещенным в дипольном и квадрупольном приближениях первым переходом сообщалось в [14]. Этот результат объяснялся в [15] перемешиванием плазменным электростатическим полем состояний с противоположной четностью  $(6s7s)^1S$  и  $(6p5d)^1P$  и частичным снятием запрета с дипольно-запрещенного перехода  $6S-7S$ . В [16] оценено электростатическое микрополе при резонансном взаимодействии лазерного излучения с парами калия при обсуждении механизма появления новой линии поглощения на комбинационно-смешенной частоте. В реально достижимых лазерных полях наносекундной и пикосекундной длительности значения электрического микрополя могут достигать десятков кВ/см [10] и вызвать также штарковский сдвиг атомных уровней [17].

Индукирование электрического поля в парах, частично ионизированных лазерным излучением, представляет интерес исследовать в присутствии внешнего постоянного магнитного поля  $H$ , когда характерные параметры среды – плазменная частота  $V_p = (n_e e^2 / \pi m_e)^{1/2}$  и лармовская частота  $V_H = eH / 2\pi m_e c$  ( $e$ ,  $m_e$ ,  $n_e$  – заряд, масса и концентрация электронов, соответственно) имеют величину одного порядка. В этих условиях внешнее магнитное поле может существенно влиять на движение электронов и, как результат, на процесс возникновения электрического поля в среде. Такие эксперименты могут дать информацию о величине частоты  $V_p$  и, следовательно, о концентрации электронов.

В настоящей работе представлены результаты исследования лазерного индуцирования электрического поля в парах калия, помещенных во внешнее постоянное продольное магнитное поле.

### Экспериментальная установка

Исследования осуществлялись на следующей экспериментальной установке. Линейно-поляризованное многомодовое излучение рубинового лазера с частотой  $V_L = 14400 \text{ см}^{-1}$ , мощностью 20 МВт, диаметром  $\sim 1 \text{ см}$  и длительностью импульса на полуширине  $\tau_L \sim 20 \text{ нсек}$  фокусировалось с помощью линзы с фокусным расстоянием 30 см в отпаянную стеклянную кювету длиной 25 см, содержащую пары калия. Диаметр фокусного пятна луча и плотность мощности излучения оценивались  $\sim 10^{-1} \text{ см}$  и  $2 \text{ ГВт/см}^2$ , соответственно. Расстройка частоты лазерного излучения от однофотонного ( $4S-4P$ ) и двухфотонного ( $4S-6S$ ) переходов атома калия составляла  $\sim 1350 \text{ см}^{-1}$ . Плотность атомов варьировалась в пределах  $N \sim 6 \cdot 10^{12} - 10^{14} \text{ см}^{-3}$ . Напряженность внешнего магнитного поля

изменялась от 0 до 350 Э. Лазерный импульс детектировался с помощью фотодиода. Индуцированное электрическое поле детектировалось с помощью внешнего дифференцирующего зонда – штырьевой антенны, ориентированной вдоль кюветы с парами и расположенной на расстоянии  $r \sim 0,5$  см от фокального пятна излучения. Зонд представлял собой кусок проволоки, подсоединенной к центральной жиле экранированного кабеля, который был подключен к входу осциллографа. Во внешнем переменном электрическом поле сигнал электродвижущей силы (э.д.с.) с зонда выражается формулой [2]  $U = \tau_{res} d\phi / dt$ , где  $\tau_{res}$  – временное разрешение зонда,  $\phi$  – потенциал поля в области расположения зонда. Формула справедлива при  $\tau_{res} \ll T$  – характерного времени изменения поля, которое в эксперименте составляло 10-20 нсек. Временное разрешение детектирующей системы составляло  $\tau_{res} < 4 \cdot 10^{-9}$  сек. Сигнал э.д.с. с антенны, а также лазерный импульс регистрировались с помощью осциллографа С1-75 с полосой 250 МГц и чувствительностью 10 мВ/см.

### Экспериментальные результаты

Рис.1 показывает схематические изображения осциллограмм лазерного импульса и сигнала э.д.с. Длительность  $\tau_s$ , измеренная на полувысоте первого полупериода сигнала э.д.с., характеризует время нарастания потенциала электрического поля до своего максимального значения. Результаты исследования зависимости сигнала э.д.с. от плотности атомов были сообщены в [9]. Предварительные результаты исследования сигнала э.д.с. в зависимости от магнитного поля сообщались в [18].



Рис.1. Схематическое изображение осциллограмм лазерного импульса и сигнала э.д.с. при  $N=8 \cdot 10^{12} \text{ см}^{-3}$  и  $H=0$ . Масштаб по оси времени – 50 нсек /дел и по оси ординат – 10 мВ/ дел.

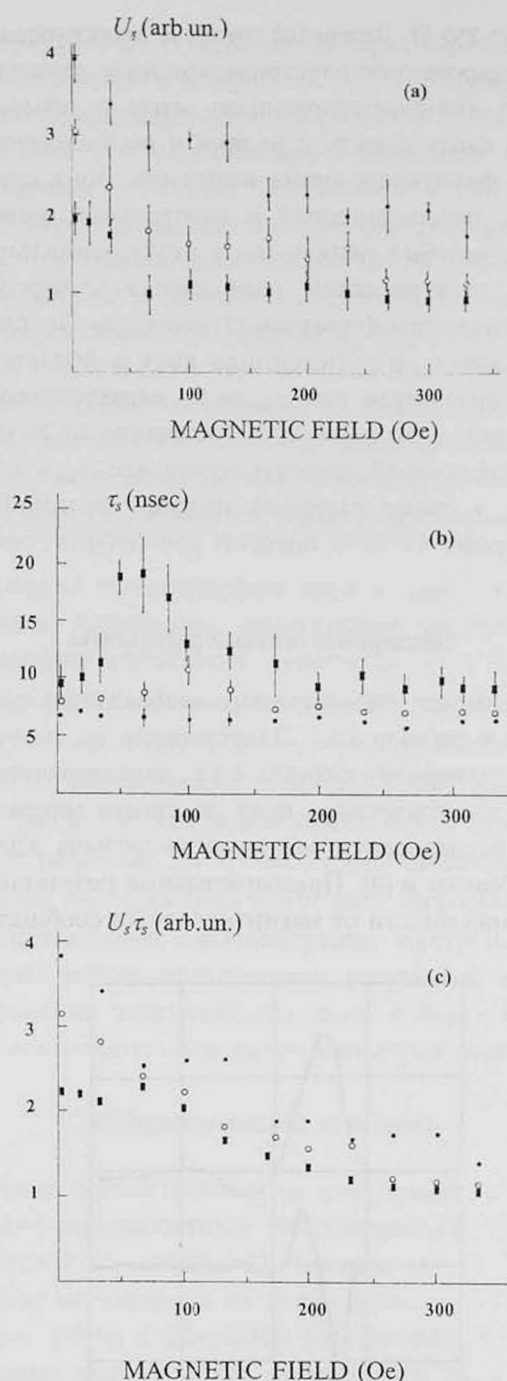


Рис.2. Зависимость амплитуды  $U_s$  сигнала (а), его длительности  $\tau_s$  (б), а также их произведения  $U_s \tau_s$  (с) от напряженности магнитного поля  $H$ . Кривые измерены при плотностях атомов  $N = 8 \cdot 10^{12} \text{ cm}^{-3}$  (■),  $3 \cdot 10^{13} \text{ cm}^{-3}$  (○) и  $6 \cdot 10^{13} \text{ cm}^{-3}$  (●). Масштаб по оси ординат на (а) соответствует 6,5 мВ.



В настоящем эксперименте детально исследованы зависимости амплитуды  $U_s$  первого полупериода сигнала, а также его длительности  $\tau_s$  от напряженности магнитного поля. Получены следующие результаты. Амплитуда сигнала уменьшается с увеличением напряженности магнитного поля (рис.2а). Зависимость длительности  $\tau_s$  сигнала от напряженности магнитного поля показана на рис.2б. Кривая имеет резкий максимум при напряженности магнитного поля  $H=70$  Э и  $N=8 \cdot 10^{12} \text{ см}^{-3}$ . При  $N=3 \cdot 10^{12} \text{ см}^{-3}$  кривая имеет слабый пик при  $H=100$  Э. Для больших плотностей  $N=6 \cdot 10^{13} \text{ см}^{-3}$  длительность сигнала практически не зависит от напряженности магнитного поля в области  $H=0-350$  Э. Рис.2с показывает зависимость произведения  $U_s \tau_s$ , которое пропорционально потенциалу электрического поля, от магнитного поля. Для относительно низких плотностей  $N=8 \cdot 10^{12} \text{ см}^{-3}$   $U_s \tau_s$  практически не зависит от  $H$  в интервале  $0-70$  Э и уменьшается при  $H>70$  Э. При  $N=3 \cdot 10^{13}, 6 \cdot 10^{13} \text{ см}^{-3}$  зависимость  $U_s \tau_s$  от  $H$  показывает монотонное уменьшение. Проведение измерений для плотностей атомов меньше  $6 \cdot 10^{12} \text{ см}^{-3}$  (температура кюветы  $<140^\circ\text{C}$ ) в настоящем эксперименте было затруднено из-за осаждения калия на окна кюветы.

### Обсуждение

Возникновение электрического поля в среде связано с трехфотонной ионизацией атомов калия излучением рубинового лазера и пространственным разделением зарядов из-за начальной кинетической энергии электронов [10]. Разделение зарядов определяется радиусом Дебая  $r_D = (kT_e / 4\pi e^2)^{1/2}$  [19]. Энергия электронов определяется как  $kT_e = 3\hbar v_L - I_{ion} = 1$  эВ ( $k$  – постоянная Больцмана,  $I_{ion} = 4,34$  эВ – потенциал ионизации атомов калия), что соответствует скорости электрона  $w_e = 6 \cdot 10^7$  см/сек. Максимальная величина напряженности индуцированного электрического поля  $E_{max}$  может быть оценена по следующей формуле, полученной в [10] для условий  $\tau_p < \tau_L$ , где  $\tau_p \sim 1/\tau_p$  есть время разделения зарядов:

$$E_{max} = (4\pi e kT_e)^{1/2}. \quad (1)$$

Как показано ниже, условие  $\tau_p < \tau_L$  удовлетворяется для настоящего эксперимента. Плотность ионизированных атомов для трехфотонной ионизации определяется формулой  $n_e = \alpha N f^3 \tau_L$  [20], где  $\alpha$  – поперечное сечение трехфотонной ионизации,  $f$  – поток фотонов для излучения накачки. Для значений  $\alpha \sim 10^{-79} \text{ см}^6 \text{ сек}^2$  [21],  $f \sim 10^{28} \text{ фотон/см}^2 \text{ сек}$  (плотность мощности лазерного излучения в области фокуса линзы  $\sim 2 \text{ ГВт/см}^2$  для диаметра фокусного пятна  $\sim 10^{-1} \text{ см}$ ),  $N = 10^{14} \text{ см}^{-3}$  и  $\tau_L = 20$  нсек оценки дают значение  $n_e \sim 10^{11} \text{ см}^{-3}$ , т.е. 0,1% от атомной плотности. Величина  $E_{max}$ , оцененная по формуле (1), составляет

$\sim 150$  В/см для атомной плотности  $N = 8 \cdot 10^{12} \text{ см}^{-3}$  и, соответственно, для концентрации электронов  $8 \cdot 10^9 \text{ см}^{-3}$ .

Необходимо отметить, что для регистрации электрического поля вне плазмы необходимо наличие асимметрии в пространственном распределении электронов. Асимметрия может быть обусловлена неоднородным пространственным распределением интенсивности многомодового лазерного луча, сфокусированного в среду. Если предположить, что разделение зарядов приводит к появлению двойного электрического слоя, то величина сигнала может быть оценена по формулам работы [2]. Дипольный момент двойного электрического слоя равен  $d_e \approx \Delta \varphi r_{pl}^2 / 4 \approx E_{\max} r_{pl}^3 / 4$ , где  $\Delta \varphi \approx E_{\max} r_{pl}$  – потенциал электрического поля,  $r_{pl}$  – радиус плазмы, равный радиусу луча в фокальной области. Потенциал поля на расстоянии  $r \gg r_{pl}$  определяется с помощью выражения  $\varphi \approx d_e / r^2 \approx E_{\max} r_{pl}^3 / 4r^2$ . Величина  $\varphi$  оценивается  $\sim 20$  мВ для  $E_{\max} = 150$  В/см,  $r = 0,5$  см,  $r_{pl} \sim 5 \cdot 10^2$  см. Сигнал э.д.с. оценивается как  $U \approx \tau_{res} d\varphi / dt \approx \tau_{res} \varphi / \tau_s$ . Для  $\tau_{res} \approx 4 \cdot 10^{-9}$  сек и  $\tau_{res} \sim 10^{-8}$  сек величина сигнала оценена  $\sim 8$  мВ, что находится в согласии с измеренной величиной  $\sim 10$  мВ для  $H = 0$  и  $N = 8 \cdot 10^{12} \text{ см}^{-3}$ .

Для объяснения появления пика в зависимости длительности сигнала э.д.с. от напряженности магнитного поля при  $N = 8 \cdot 10^{12} \text{ см}^{-3}$  необходимо рассмотреть траекторию движения электронов во внешнем магнитном поле (рис.3). Разделение зарядов при  $H = 0$  определяется радиусом Дебая  $r_D$ . Для величины  $N = 8 \cdot 10^{12} \text{ см}^{-3}$  и, соответственно, для  $n_e \sim 8 \cdot 10^9 \text{ см}^{-3}$  радиус  $r_D$  и частота  $\nu_p$  имеют значения  $r_D \sim 6 \cdot 10^{-3}$  см,  $\nu_p \sim 9 \cdot 10^9 \text{ сек}^{-1}$ . Таким образом,  $\tau_p \sim 10^{-9}$  сек и условие  $\tau_p < \tau_L$  удовлетворяется.

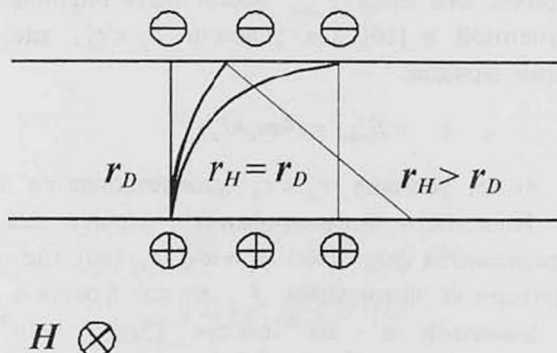


Рис.3. Диаграмма траектории движения электрона во внешнем магнитном поле. Электроны и ионы обозначены символами  $\ominus$  и  $\oplus$ , соответственно. Символ  $\otimes$  указывает направление магнитного поля.



Частота столкновений электрона с атомами равна  $\nu_c = \sigma N w_e$ , где  $\sigma$  – сечение столкновений. Для энергии электрона 1 эВ  $\sigma$  имеет значение  $\sim 5 \cdot 10^{-14} \text{ см}^2$  [22,23]. При плотности атомов  $N = 8 \cdot 10^{12} \text{ см}^{-3}$   $\nu_c = 2,4 \cdot 10^7 \text{ с}^{-1}$ . Таким образом, для плотностей атомов  $N \leq 10^{13} \text{ см}^{-3}$  за время лазерного импульса столкновениями электронов с атомами можно пренебречь. В присутствии внешнего магнитного поля электроны движутся по циркулярным орбитам. При условии  $r_H > r_D$  ( $r_H = m_e c w_e / eH$  – ларморовский радиус) длина  $L_e$  траектории движения электрона от иона до своего наиболее удаленного положения возрастает с увеличением напряженности магнитного поля. Величина  $L_e$  имеет максимальное значение при условии  $r_H = r_D$  или  $\nu_H = \nu_p$  (рис.3). Для этого случая длина траектории равна  $L_e^{\max} = \pi r_H / 2 = \pi r_D / 2$ , что в  $\pi/2$  раз больше по сравнению с величиной  $r_D$  при  $H = 0$ . При дальнейшем увеличении напряженности магнитного поля ( $r_H < r_D$ ) наиболее удаленное положение электрона от иона определяется ларморовским радиусом. Следовательно, длина траектории должна быть пропорциональна  $1/H$ . Рассчитанная зависимость отношения длины траектории электрона  $L_e$  к его максимальному значению  $L_e^{\max}$  от  $\nu_H / \nu_p$  показана на рис.4. Зависимость времени нарастания электрического микрополя от напряженности магнитного поля аналогична. Сравнение рис.2b и 4 показывает хорошее согласие экспериментальной и расчетной кривых для области  $\nu_H = 0 \div 2\nu_p$ . Для больших напряженностей магнитного поля уменьшение  $\tau_s$  в зависимости от  $H$  более медленное по сравнению с расчетной зависимостью. Рис.2b пока-

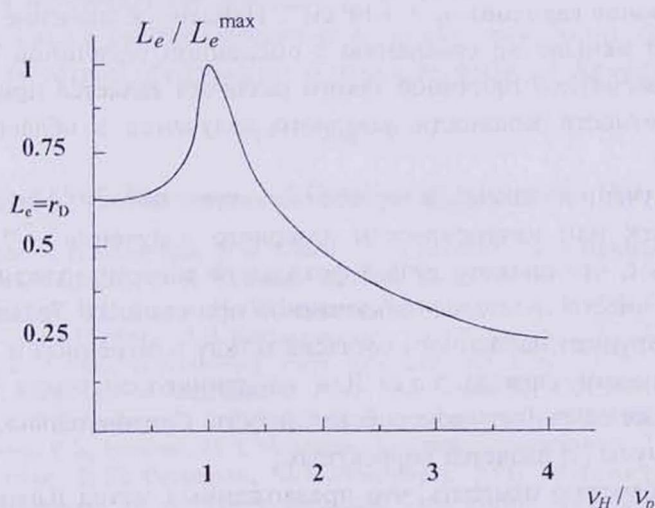


Рис.4. Рассчитанная зависимость отношения длины траектории электрона  $L_e$  к своему максимальному значению  $L_e^{\max} = \pi r_D / 2$  от отношения ларморовской частоты  $\nu_H$  к плазменной частоте  $\nu_p$ .



зывает, что максимальное значение  $\tau_s$  соответствует  $H \approx 70$  Э. Отношение  $\tau_s (H \approx 70 \text{ Э}) / \tau_s (H = 0) \approx 1,4$  при  $N = 8 \cdot 10^{12} \text{ см}^{-3}$ . Уменьшение высоты пика в зависимости  $\tau_s$  от  $H$  при атомной плотности  $N = 3 \cdot 10^{13} \text{ см}^{-3}$  и отсутствие пика при  $N = 6 \cdot 10^{13} \text{ см}^{-3}$  может быть связано с влиянием электрон-атомных столкновений. Смещение пика в сторону больших  $H$  при больших атомных плотностях находится в согласии с предложенной моделью.

Предложенная модель предсказывает также, что величина электрического поля не должна зависеть от напряженности магнитного поля при  $r_H > r_D$ . В этом случае разделение зарядов определяется радиусом Дебая. При  $r_H < r_D$  магнитное поле препятствует разделению зарядов и потенциал электрического поля, определяемый ларморовским радиусом, должен уменьшаться с увеличением  $H$ . Такое рассмотрение подтверждается зависимостью  $U_s \tau_s \sim \varphi$  от магнитного поля, полученной для малых атомных плотностей  $N = 8 \cdot 10^{12} \text{ см}^{-3}$  (рис.2с).  $U_s \tau_s$  не зависит от  $H$  при  $H = 0-70$  Э и уменьшается при  $H > 70$  Э.

Экспериментальные результаты позволяют измерить концентрацию электронов  $n_e$  из условия  $v_p = v_H$  для появления максимума в зависимости  $\tau_s(H)$ :

$$(n_e e^2 / \pi m_e)^{1/2} = eH / 2\pi m_e c, \quad 10^4 n_e^{1/2} = 2,5 \cdot 10^6 H, \quad (2)$$

где  $n_e$  и  $H$  определены в  $\text{см}^{-3}$  и Э, соответственно.

Подстановка в формулу (2) величины  $H = 70$  Э, для которой  $\tau_s = \tau_s^{\max}$  (кривая  $\tau_s(H)$  для  $N = 8 \cdot 10^{12} \text{ см}^{-3}$  на рис.2б) дает для концентрации электронов величину  $n_e \sim 3 \cdot 10^8 \text{ см}^{-3}$ . Найденное значение  $n_e$  примерно в 25 раз меньше по сравнению с оцененной величиной  $n_e \sim 0,1\%N$ . Наиболее вероятной причиной такого различия является приближенная оценка плотности мощности лазерного излучения в области фокусировки луча.

Полученное значение  $n_e$  соответствует потоку фотонов  $\sim 3 \cdot 10^{27}$  фотон/ $\text{см}^2 \text{сек}$  или интенсивности лазерного излучения  $\sim 0,7 \text{ ГВт/см}^2$ . Это означает, что диаметр луча в фокальной области должен быть взят  $1,7 \cdot 10^{-1} \text{ см}$ , вместо  $10^{-1} \text{ см}$ , использованной при оценках. Такая корректировка не нарушает найденного согласия между измеренной и рассчитанной величинами сигнала э.д.с. Для найденного значения  $n_e$  условие  $\tau_p < \tau_L$  также сохраняет свою справедливость. Следовательно, использование формулы (2) является корректным.

Необходимо отметить, что предложенный метод измерения концентрации электронов не зависит от абсолютной величины сигнала и определяется его длительностью. Метод может быть использован для измерения малых концентраций электронов в частично-ионизированных лазерным излучением парах, когда столкновениями электронов с атомами можно пренебречь.

Следует также отметить, что число ионизированных атомов и неоднородность распределения зарядов зависят от характера поляризации ионизирующего излучения [20,24,25]. В частности, при многофотонной ионизации угловое распределение фотоэлектронов существенно зависит от порядка ионизации и наличия промежуточных резонансов [25]. В настоящей работе измерения проведены только для линейно-поляризованного излучения. Для выяснения отмеченного вопроса требуются дополнительные исследования.

### Заключение

Исследовано индуцирование электрического микрополя в частично фотоионизированных парах калия в присутствии внешнего магнитного поля. Появление электрического поля рассматривается как результат разделения зарядов из-за начальной кинетической энергии испущенных фотоэлектронов. Эксперимент осуществлен при условиях, когда плазменная частота  $\nu_p$  и ларморовская частота  $\nu_H$  имеют величину одинакового порядка. Измерения показали, что зависимость времени нарастания электрического поля от магнитного поля имеет пиковое значение. Рассмотрение влияния внешнего магнитного поля на длину траектории движения электрона показывает, что появление пика определяется условием  $\nu_H = \nu_p$ . На основании этого результата предложен метод измерения концентрации фотоэлектронов в слабоионизированных атомных парах путем измерения напряженности магнитного поля, при котором достигается максимальное значение  $\tau_s(H) = \tau_s^{\max}$ .

Настоящая работа выполнена в рамках темы 00-381, финансируемой Министерством образования и науки Республики Армения.

### ЛИТЕРАТУРА

1. Г.А.Аскарян, М.С.Рабинович, А.Д.Смирнова, В.Б.Студенов. Письма в ЖЭТФ, 2, 503 (1965).
2. В.П.Агеев, А.И.Барчуков, В.И.Конов, Н.М.Мурина, П.И.Никитин, А.М.Прохоров, А.С.Силенок, Н.И.Чаплев. ЖЭТФ, 76, 158 (1979).
3. А.И.Барчуков, В.И.Конов, П.И.Никитин, А.М.Прохоров. ЖЭТФ, 78, 957 (1980).
4. T.Mossberg, A.Flusberg, S.R.Hartmann. Opt. Commun., 25, 121 (1978).
5. K.Myazaki, T.Sato, H.Kashiwagi. Phys. Rev. Lett., 43, 1154 (1979).
6. J.Okada, Y.Fukuda, M.Matsuoka. J. Phys. Soc. Japan, 50, 1301 (1981).
7. W.Jamroz, P.E.LaRocque, B.P.Stoicheff. Optics Letters, 7, 148 (1982).
8. А.М.Давтян, Р.Х.Дрампян, М.Е.Мовсесян. Квантовая электроника, 11, 1003 (1984).
9. А.М.Давтян, Р.Х.Дрампян, М.Е.Мовсесян. XVII International Conference on Phenomena in Ionized Gases, Budapest, Cont. Papers, vol.2, p.862, 1985.
10. D.S.Bethune. Phys. Rev. A, 23, 3139 (1981).
11. K.Hakuta, L.Marmet, B.P.Stoicheff. Phys. Rev. Lett., 66, 596 (1991).
12. K.Hakuta, L.Marmet, B.P.Stoicheff. Phys. Rev. A, 45, 5152 (1992).
13. J.F.Kelly. Phys. Rev. A, 29, 144 (1984).
14. С.О.Сапонджян, Д.Г.Саркисян, Г.А.Торосян. Квантовая электроника, 12, 963 (1985).

15. Ю.П.Малакян. Оптика и спектроскопия, **63**, 85 (1987).
16. R.Kh.Drampyan. Opt. Commun., **123**, 497 (1996).
17. Н.Б.Делоне, В.П.Крайнов. УФН, **169**, 753 (1999).
18. R.Kh.Drampyan. XVIII International Conference on Phenomena in Ionized Gases, Swansea, UK, Cont. Papers, vol.2, p.480, 1987.
19. Е.М.Лифшиц, Л.П.Питаевский. Теоретическая физика, т.Х. Физическая кинетика. М., Наука, 1979.
20. Н.Б.Делоне. УФН, **15**, 361 (1965).
21. Н.В.Vebb. Phys. Rev., **153**, 23 (1967).
22. J.Perel, P.Englander, B.Bederson. Phys. Rev., **128**, 1148 (1962).
23. А.М.Давтян, Р.Х.Драмбян, М.Е.Мовсесян. Квантовая электроника, **12**, 48 (1985).
24. М.Я.Агре, В.Д.Овсянников, Л.П.Рапопорт. ЖЭТФ, **83**, 2027 (1982).
25. S.N.Dixit, P.Lambropoulos. Phys. Rev. A, **27**, 861 (1983).

ԱՐՏԱՔԻՆ ՄԱԳՆԻՍՏԱԿԱՆ ԴԱՇՏԻ ԱԶԴԵՑՈՒԹՅՈՒՆԸ ԷԼԵԿՏՐԱԿԱՆ  
ԴԱՇՏԻ ԻՆԴՈՒԿՏՄԱՆ ՎՐԱ ԼԱԶԵՐԱՅԻՆ ԻՄՊՈՒԼՍՈՎ ՄԱՍՆԱԿԻ  
ԻՈՆԱՑՎԱԾ ԿԱԼԻՈՒՄԻ ԳՈԼՈՐՇԻՆԵՐՈՒՄ

Ռ.Խ. ԴՐԱՄԲՅԱՆ

Փորձնականորեն հետազոտված է էլեկտրական դաշտի ինդուկտումը լազերային ճառագայթմամբ մասնակի իոնացված կալիումի գոլորշիներում, որը տեղադրված է արտաքին մագնիսական դաշտում: Փորձը իրականացվել է այն պայմանների համար, երբ մագնիսական դաշտում գտնվող իոնացված միջավայրը բնորոշող պարամետրերը՝  $\nu_p$  պլազմային հաճախությունը և  $\nu_H$  լարմոյան հաճախությունը ունեն նույն կարգի մեծություն: Ստացված է, որ էլեկտրական դաշտի առաջացման ժամանակի կախումը արտաքին մագնիսական դաշտի լարվածությունից ունի մաքսիմալ արժեք, որը որոշվում է  $\nu_p = \nu_H$  պայմանով: Ստացված արդյունքը հնարավորություն է տալիս չափել ֆոտոէլեկտրոնների կոնցենտրացիան բույլ իոնացված ատոմական միջավայրերում: Արդյունքները բացատրված են արտաքին մագնիսական դաշտում ֆոտոէլեկտրոնների շարժման հետազոծի երկարության փոփոխման պարզ մոդելի հիման վրա:

EXTERNAL MAGNETIC FIELD EFFECT ON THE INDUCTION  
OF ELECTRIC FIELD IN POTASSIUM VAPOR PARTIALLY  
IONIZED BY LASER PULSE

R.Kh. DRAMPYAN

The laser induction of the electric field in partially ionized by laser radiation potassium vapor placed in an external magnetic field is studied experimentally. The experiment was carried out under conditions when characteristic parameters of the ionized medium in a magnetic field – the plasma frequency  $\nu_p$  and Larmor frequency  $\nu_H$  have the values of the same order. It is found that the dependence of the electric field rise-time on the magnetic field strength has a peak value determined by the condition  $\nu_p = \nu_H$ . The obtained result allows one to measure the photo-electrons concentration in a weakly ionized potassium vapor. The results are explained by a simple model of the change in photo-electrons motion trajectory length in the magnetic field.



УДК 538.2

## **ВОЗБУЖДЕНИЕ ГИДРОДИНАМИЧЕСКИХ ДВИЖЕНИЙ В ЖИДКИХ КРИСТАЛЛАХ МЕХАНИЧЕСКИМИ КОЛЕБАНИЯМИ**

**Р.С. АКОПЯН, Р.Б. АЛАВЕРДЯН, А.Г. АРАКЕЛЯН, Г.Л. ЕСАЯН,  
С.Ц. НЕРСИСЯН, Ю.С. ЧИЛИНГАРЯН**

Ереванский государственный университет

(Поступила в редакцию 31 октября 2001 г.)

Приводятся результаты первых экспериментов по возбуждению гидродинамических движений в нематических жидких кристаллах механическими колебаниями. Показано, что механические колебания и толчки через гидродинамические движения жидкого кристалла приводят к изменению направления директора, что, в свою очередь, изменяет оптические свойства жидкого кристалла.

### **1. Введение**

В настоящее время общеизвестно, что жидкие кристаллы (ЖК) обладают высокой чувствительностью к внешним воздействиям [1-3], в том числе, к тепловым и гидродинамическим потокам [4]. Гидродинамические движения в ЖК можно возбуждать разными методами. При соответствующей геометрии эксперимента гидродинамические движения в слое ЖК могут быть возбуждены также механическими колебаниями. В этом случае механические колебания и толчки через гидродинамические движения ЖК приводят к изменению направления директора, что, в свою очередь, изменяет оптические свойства ЖК. Это означает, что жидкие кристаллы способны делать видимыми механические колебания и толчки, позволяя осуществлять преобразование механических колебаний в оптические. Более того, как показали наши исследования, распределение интенсивности в оптическом поле несет ценную информацию как об энергетических и частотных характеристиках, так и о направлении механических колебаний.

### **2. Эксперимент**

На рис.1 приведена схема экспериментальной установки. Она состоит из источника света 1 (светодиод), конденсора 2, поляризатора 3, плоско-параллельной стеклянной пластинки 4, на которой свободно

установлена плоско-выпуклая линза 5. Пространство между пластинкой и линзой наполнено гомеотропно ориентированным нематическим жидким кристаллом (НЖК) 6. За ячейкой с НЖК расположены анализатор 7 и светочувствительные элементы 8 и 9 (8 – фотодиод для регистрации интенсивности света, прошедшего через систему; 9 – CCD-камера – компьютер для регистрации оптического поля). Для возбуждения колебаний плоскопараллельная стеклянная пластинка приводится в колебательное движение в горизонтальной плоскости вибратором 10. Амплитуда колебаний контролируется вибродатчиком 11. Сигнал от CCD-камеры подается на компьютер, который позволяет стробоскопически регистрировать распределение интенсивности в оптическом поле прошедшей через систему световой волны через каждые 0.04 сек.

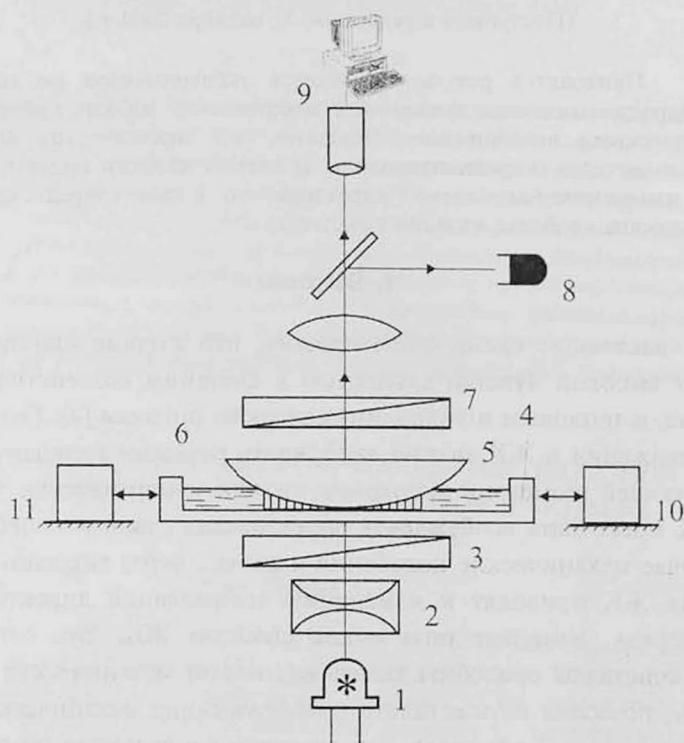


Рис.1. Схема экспериментальной установки: 1 – источник света; 2 – конденсор; 3 – поляризатор; 4 – плоско-параллельная стеклянная пластинка; 5 – плоско-выпуклая линза; 6 – НЖК; 7 – анализатор; 8 – фотодиод; 9 – CCD-камера-компьютер; 10 – вибратор; 11 – вибродатчик.

При отсутствии колебаний линза 5 неподвижна, анизотропные молекулы НЖК остаются ориентированными перпендикулярно к плоскости пластинки 4 и свет от источника 1, проходя через поляризатор 3,

поляризуясь линейно, распространяется вдоль оптической оси НЖК, не меняя поляризацию, и падает на анализатор 7. Поскольку оптические оси поляризатора и анализатора скрещены, свет не проходит через анализатор и не попадает на фотоэлемент 8. При колебаниях пластины 4 и, следовательно, линзы 5 в НЖК возникают гидродинамические движения, которые переориентируют молекулы НЖК. При падении линейно поляризованного света на НЖК в слое возникают обыкновенная и необыкновенная волны, суперпозиция которых на границе слоя определяет деполяризацию падающей световой волны, частично прошедшей через анализатор и падающей на светочувствительный элемент 8.

### 3. Результаты эксперимента и их обсуждение

Угол переориентации молекул НЖК пропорционален градиентам гидродинамических движений, возникающих в НЖК под действием колебания линзы. Как показали наши исследования, ЖК очень чувствительны к таким воздействиям. Например, при довольно слабых колебаниях, со скоростью порядка  $10^{-3}$  мм/с, угол переориентации составляет  $30^\circ$ . На фотографии (см. рис.2) приведена визуальная картина на экране при прохождении света через систему поляризатор – ячейка с НЖК – анализатор. Темные области “лепестковой” структуры оптического поля совпадают с главными направлениями пропускания поляризаторов, а ее

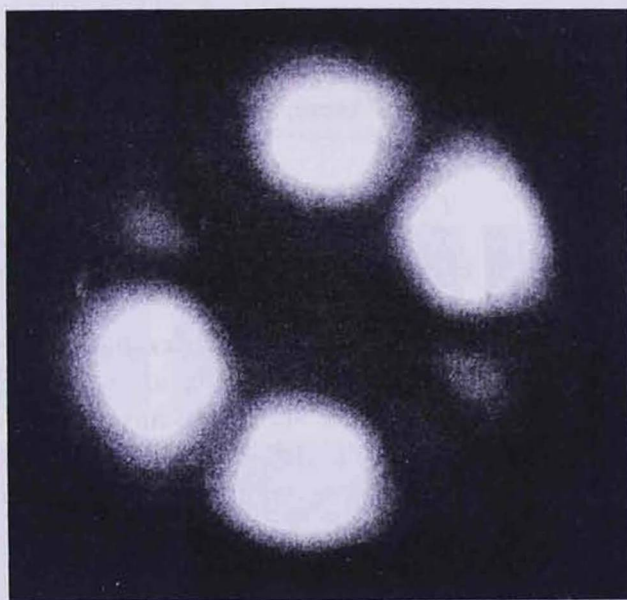


Рис.2. Фотография оптического поля на экране компьютера при прохождении света через систему поляризатор – ячейка с НЖК – анализатор (объяснения в тексте).



середина – с точкой соприкосновения линзы и подложки. Это обусловлено тем, что вдоль направлений, совпадающих с темными областями оптического поля, плоскость поляризации падающего на ячейку света параллельна или перпендикулярна длинным осям молекул НЖК, и поэтому в этих направлениях двойное лучепреломление отсутствует. В светлых областях лепестковой структуры линейно поляризованный свет приобретает эллиптическую поляризацию и часть его проходит через анализатор.

Колебания линзы в первоначально гомеотропно ориентированном слое НЖК возбуждают гидродинамические движения, что приводит к максвелловской переориентации молекул НЖК. В результате в поле зрения наблюдаются цветная “лепестковая” структура для падающего белого света или осцилляции оптического пропускания для монохроматического света. Причина такого поведения оптического пропускания заключается в интерференции обыкновенного и необыкновенного лучей, которые после прохождения через слой НЖК приобретают разность фаз  $\delta$  [1]. Показатель преломления необыкновенного луча вследствие неоднородной деформации слоя НЖК по толщине зависит от координаты  $z$  рассматриваемой точки и выражается через угол наклона молекул к плоскости подложки  $\Theta$  как

$$n_e(z) = (n_o n_e) / (n_o^2 \cos^2 \Theta + n_e^2 \sin^2 \Theta)^{1/2}.$$

Здесь  $n_o$  – показатель преломления обыкновенного луча,  $n_e$  – показатель преломления необыкновенного луча, измеренный вдоль длинной оси молекулы. Интенсивность света, прошедшего через анализатор, равна

$$I = I_0 \sin^2 2\varphi \sin^2(\delta/2),$$

где  $I_0$  – интенсивность света, вышедшего из поляризатора,  $\varphi$  – азимут рассмотренной точки.

На рис.3а приведена зависимость пропускания системы  $T = I/I_0$  от амплитуды ускорения механических колебаний. Как показывает эксперимент, эта зависимость хорошо аппроксимируется линией при не очень больших амплитудах ускорения  $a_m$ . При больших значениях  $a_m > 80 \text{ мм/с}^2$  линейная зависимость нарушается, что связано с увеличением рассеяния света в слое ЖК. При постоянном значении  $a_m < 80 \text{ мм/с}^2$  пропускание системы практически не зависит от частоты (см. рис.3б; измерения проведены на уровне пропускания  $T \approx 0.2$ ), что дает возможность использовать исследованный эффект для регистрации и исследования сейсмических колебаний и толчков.

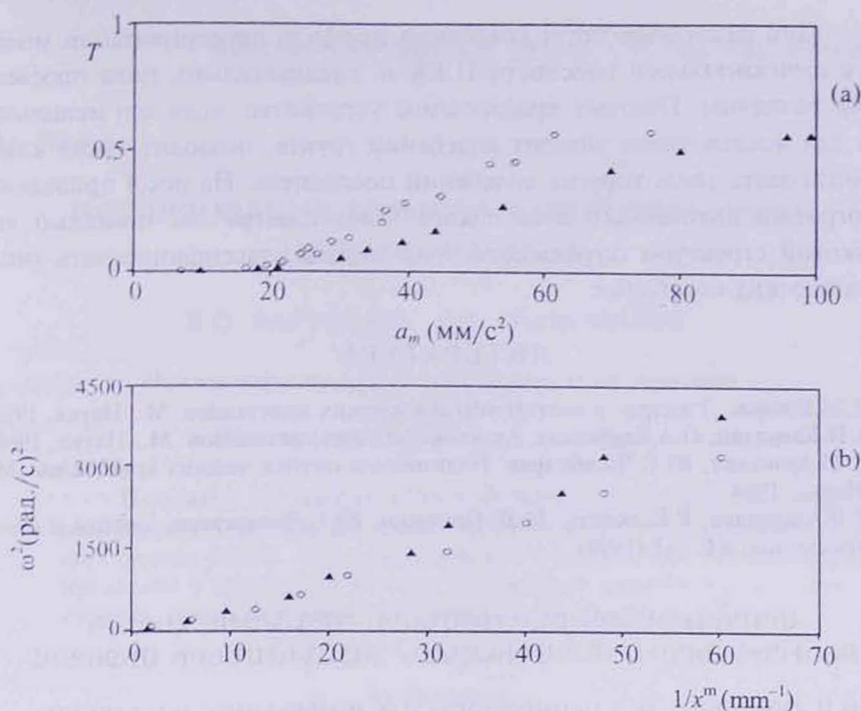


Рис.3. а) Зависимость пропускания системы  $T = I/I_0$  от амплитуды ускорения механических колебаний при различных частотах колебаний:  $\blacktriangle$  – 3 Гц,  $\circ$  – 2 Гц,  $\diamond$  – 1 Гц.

б) График, показывающий независимость пропускания системы от частоты механических колебаний при постоянном значении амплитуды ускорения ( $a_m < 80 \text{ мм/с}^2$ ,  $x_m$  – амплитуда колебаний; измерения проведены на уровне пропускания  $T \approx 0.2$ ).

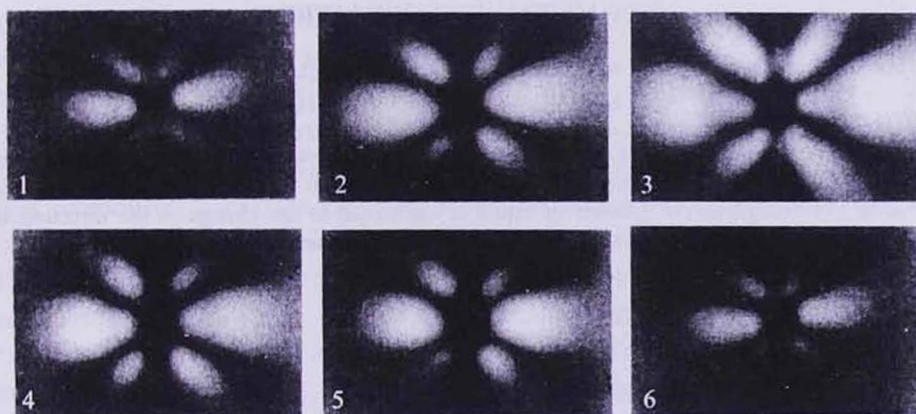


Рис.4. Фотографии “лепестковой” структуры оптического поля сейсмометра.



При различных типах колебаний профиль переориентации молекул в горизонтальной плоскости НЖК и, следовательно, поля просветления различны. Поэтому предлагаемое устройство, если его использовать для исследования упругих колебаний грунта, позволит также классифицировать типы упругих колебаний последнего. На рис.4 приведены фотографии оптического поля такого "сейсмометра". С помощью лепестковой структуры оптического поля можно классифицировать типы сейсмических колебаний.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Л.М.Блинов. Электро- и магнитооптика жидких кристаллов. М., Наука, 1978.
2. А.П.Капустин, О.А.Капустина. Акустика жидких кристаллов. М., Наука, 1986.
3. С.М.Аракелян, Ю.С.Чилингарян. Нелинейная оптика жидких кристаллов. М., Наука, 1984.
4. Р.Б.Алавердян, Р.С.Акопян, М.Ж.Оганисян, Ю.С.Чилингарян. Оптика и спектроскопия. 84, 762 (1998).

ՀԻԳՐՈԳԻՆԱՄԻԿ ԸԱՐԺՈՒՄՆԵՐԻ ԳՐԳՈՒՄԸ ՀԵՂՈՒԿ  
ԲՅՈՒՐԵՂՆԵՐՈՒՄ ՄԵԽԱՆԻԿԱԿԱՆ ՏԱՏԱՆՈՒՄՆԵՐԻ ՄԻՋՈՑՈՎ

Ռ.Ս. ՀԱՎՈՅԱՆ, Ռ.Բ. ԱԼԱՎԵՐԴՅԱՆ, Ա.Գ. ԱՌԱՔԵԼՅԱՆ, Գ.Լ. ԵՍԱՅԱՆ,  
Ս.Տ. ՆԵՐՍԻՍՅԱՆ, ՅՈՒ.Ս.ՉԻԼԻՆԳԱՐՅԱՆ

Աշխատանքում բերված է մեխանիկական տատանումների միջոցով նեմատիկ հեղուկ բյուրեղներում հիդրոդինամիկ շարժումների զրգռման առաջին փորձնական հետազոտությունների արդյունքները: Ցույց է տրված, որ մեխանիկական տատանումներով և ցցումներով հեղուկ բյուրեղում առաջացած հիդրոդինամիկ շարժումները բերում են նրա ուղղորդի փոփոխության, որի արդյունքում փոխվում են նաև հեղուկ բյուրեղի օպտիկական հատկությունները:

## EXCITATION OF HYDRODYNAMIC MOTIONS IN LIQUID CRYSTALS VIA MECHANICAL VIBRATIONS

R.S. AKOPYAN, R.B. ALAVERDYAN, A.G. ARAKELYAN, G.L. YESAYAN,  
S.T.S. NERSISYAN, YU.S. CHILINGARYAN

We report the results of first experiments on excitation of hydrodynamic motions in nematic liquid crystals by mechanical vibrations. It is shown that mechanical vibrations and pushes via hydrodynamic motions of liquid crystals lead to the change in the direction of liquid crystal director, which in its turn changes optical characteristics of the liquid crystal.



УДК 538.945

## ИССЛЕДОВАНИЕ АНИЗОТРОПНОЙ ТЕРМОЭДС ПЛЕНОК $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_7$

В.О. ВАРТАНЯН, А.Л. ГЮЛАМИРЯН

Институт физических исследований НАН Армении

(Поступила в редакцию 14 мая 2001 г.)

Показано, что анизотропные свойства специально ориентированных пленок  $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_7$  позволяют образовать сверхпроводящий контакт двух разных ВТСП. Экспериментальное исследование потенциалов, возникающих в структурах из таких пленок при воздействии лазерного излучения, показало их высокую термочувствительность.

### 1. Введение

Исследованию аномально большого электрического напряжения, возникающего в пленках  $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_7$ , ось  $c$  которых имеет наклон по отношению к нормали к поверхности пленки ( $c$ -наклонные пленки), при воздействии лазерного излучения посвящено много работ [1-6]. Большое внимание при этом уделялось выяснению природы этого эффекта. В качестве возможной причины таких высоких эдс, помимо других предположений, рассматривался и термоэлектрический эффект. Однако объяснение таких больших значений термоэдс в рамках обычного изотропного эффекта Зеебека оказалось невозможным [5]. Очень хорошо объясняет ситуацию модель так называемой “off-diagonal” термоэдс [7], при которой направление градиента температуры  $\nabla T$  не совпадает с направлением кристаллографических осей ВТСП пленки. Более того, если в классических сверхпроводниках легко создать сверхпроводящий контакт двух различных сверхпроводников для исследования возникающих термоэффектов в короткозамкнутых электрических контурах [8-9], то для ВТСП структур из-за малой длины когерентности практически не удается образовать механически сверхпроводящий контакт двух разных ВТСП с различными термоэлектрическими свойствами [10]. Однако анизотропия свойств ВТСП материалов (сверхпроводящих, тепловых, электрических и т.д.) позволяет преодолеть эту проблему: термопара, изготовленная из единого, но специальным образом ориентированного ВТСП материала, обеспечивает как идеальный сверхпроводящий контакт, так и разные термоэлектрические свойства по разным направлениям. Это

позволяет осуществить эксперименты по исследованию характеристик ВТСП термопар, а также эксперименты по выявлению термотоков в сверхпроводящих структурах из ВТСП материалов.

В данной работе проведено экспериментальное исследование термоэдс  $c$ -наклонных пленок  $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_7$  и приведен общий расчет термopotенциала для анизотропного материала.

## 2. Методика эксперимента

Нами исследовались  $c$ -наклонные пленки  $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_7$  при облучении He-Ne лазером. Первый образец имел наклон кристаллографической оси  $c$  по отношению к нормали к поверхности пленки  $18,4^\circ$ , а второй –  $5^\circ$ . Пленки имели размер  $10 \times 10 \text{ мм}^2$  и были осаждены на подложках  $\text{SrTiO}_3$  определенного среза (103;100). На температурной зависимости сопротивления обоих образцов наблюдался полный сверхпроводящий переход.

На пленки ставились контакты в направлении  $l$ , соответствующем наклону оси  $c$ , и в направлении  $b$ , перпендикулярном направлению наклона оси  $c$ , и измерялись значения возникающих потенциалов  $U_l$  и  $U_b$  при воздействии постоянного излучения He-Ne лазера. Индуцируемые потенциалы регистрировались с помощью нановольтметра.

Учитывая то обстоятельство, что  $c$ -наклонные пленки  $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_7$  представляют из себя материал, обладающий разными термоэлектрическими характеристиками в направлениях  $l$  и  $b$ , они могут быть использованы для наблюдения ряда термоэлектрических эффектов в структурах из двух разных сверхпроводников. С этой целью на образце с наклоном оси  $c$  в  $18,4^\circ$  с помощью лазерного литографа была изготовлена структура в виде прямого угла, со сторонами, параллельными направлениям  $l$  и  $b$ . При этом ширина структуры была порядка  $0,5 \text{ мм}$ . В такой структуре регистрировался температурный ход термopotенциала в зависимости от места фокусировки излучения на образец. Измерения термopotенциалов проводились модуляционным методом на частоте  $8 \text{ Гц}$  в схеме, подробно описанной в [11].

Амплитуды возбуждаемых лазером тепловых градиентов  $\nabla T$  оценивались отдельно, в контрольных экспериментах при зажатии пленки между двумя медными блоками с известной разницей температур.

## 3. Расчет термopotенциала для анизотропного материала

Для общности, пусть направление  $\nabla T$  не совпадает с кристаллографическими осями  $c$  и  $a$  материала. Пусть угол между  $\nabla T$  и  $a$  равен  $\alpha$ . Выберем систему декартовых координат так, чтобы ось  $a$  была бы

параллельна направлению  $OX^*$ , а ось  $c - OY$  (для простоты не будем рассматривать координату  $OZ$ ) (рис.1). Для  $\nabla U$  имеем выражение

$$\nabla U = \hat{S} \nabla T, \tag{1}$$

где  $\hat{S}$  – тензор Зеебека для анизотропного материала. В отличие от [7], в выбранной системе координат  $\hat{S}$  есть диагональный тензор:

$$\hat{S} = \begin{pmatrix} S_a & 0 \\ 0 & S_c \end{pmatrix}. \tag{2}$$

где  $S_a$  и  $S_c$  – коэффициенты Зеебека для ВТСП в направлениях  $a$  и  $c$ , соответственно.

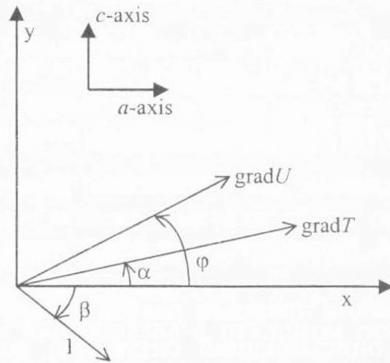


Рис.1. К расчету термопотенциала для анизотропного материала.

Если каждый вектор представить в виде матрицы проекций

$$\nabla T = |\nabla T| \cdot \begin{pmatrix} \cos \alpha \\ \sin \alpha \end{pmatrix}, \tag{3}$$

$$\nabla U \equiv \begin{pmatrix} \partial U / \partial x \\ \partial U / \partial y \end{pmatrix}, \tag{4}$$

то выражение (1) можно записать в виде

$$\begin{pmatrix} \partial U / \partial x \\ \partial U / \partial y \end{pmatrix} = |\nabla T| \cdot \begin{pmatrix} S_a \cos \alpha \\ S_c \sin \alpha \end{pmatrix}, \tag{5}$$

Отсюда следует, что направление  $\nabla U$  не будет совпадать с направлением  $\nabla T$ . Угол  $\varphi$  между  $\nabla U$  и осью  $OX$  определится из выражения

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{S_c}{S_a} \operatorname{tg} \alpha. \tag{6}$$

\* Для текстурированных с-ориентированных пленок направление  $\bar{a}$  представляет направление, перпендикулярное направлению оси  $c$ , а  $S_a$  есть усредненное значение от истинных значений  $S_a$  и  $S_b$ .



Величина же  $|\nabla U|$  определяется из выражения

$$|\nabla U| = |\nabla T| \sqrt{S_a^2 \cos^2 \alpha + S_c^2 \sin^2 \alpha}. \quad (7)$$

Если термопотенциал измеряется между точками, разнесенными на расстояние  $l$ , по направлению  $\mathbf{l}$  вдоль поверхности пленки, то

$$\nabla U \cdot \mathbf{l} = \frac{\partial U}{\partial x} l_x + \frac{\partial U}{\partial y} l_y. \quad (8)$$

Пусть  $\mathbf{l}$  составляет угол  $\beta$  с осью  $OX$ . Тогда

$$\mathbf{l} = l \begin{pmatrix} \cos \beta \\ -\sin \beta \end{pmatrix}, \quad (9)$$

а в случае однородного градиента температуры  $\nabla T$  измеряемый потенциал будет определяться из выражения

$$\Delta U = l |\nabla T| (S_a \cos \alpha \cos \beta + S_c \sin \alpha \sin \beta). \quad (10)$$

Это более общее выражение, чем выражение, полученное в [7].

#### 4. Результаты и их обсуждение

В настоящей работе приведен расчет термопотенциала для анизотропного материала, описывающий ситуацию, когда направление  $\nabla T$  составляет угол  $\alpha$  с осью  $a$ . В работе [7] расчеты проведены для случая, когда  $\nabla T$  параллельно оси  $OY$ , а  $OX$  лежит в плоскости пленки и тензор Зеебека имеет смешанные ненулевые члены. В нашем случае тензор Зеебека диагонален и расчеты становятся более простыми. Рассмотрим несколько частных случаев, следующих из выражения (10).

1. Однородный по толщине пленки температурный градиент создается вдоль поверхности пленки и в этом же направлении измеряется термопотенциал:  $\alpha = \beta$ . Тогда имеем:

$$\Delta U = (S_a \cos^2 \alpha + S_c \sin^2 \alpha) \Delta T, \quad (11)$$

где  $\Delta T = |\nabla T|$  – разность температур на контактах. В зависимости от ориентации пленки эффективный коэффициент Зеебека будет меняться между значениями  $S_a$  и  $S_c$ . В частности, при  $\alpha = 45^\circ$  имеем

$$\Delta U = \frac{S_a + S_c}{2} \Delta T, \quad (12)$$

т.е. измеряется среднее значение от  $S_a$  и  $S_c$ .

2. Однородный по всей поверхности пленки температурный градиент создается перпендикулярно к пленке, а потенциал измеряется между двумя точками на поверхности пленки:  $\alpha = 90^\circ + \beta$ . Тогда из (10) получаем:

$$\Delta U = l |\nabla T| \sin 2\alpha \frac{S_a - S_c}{2}. \quad (13)$$

Предполагая  $\nabla T$  постоянным вдоль толщины пленки, из (11) получим

$$\Delta U = \frac{l}{d} \frac{S_a - S_c}{2} \Delta T \sin 2\alpha. \quad (14)$$

Это выражение полностью соответствует выражению, полученному в [7].

Отсюда видно, что для пленок с направлением оси  $c$ , перпендикулярным или параллельным поверхности пленки, когда  $\alpha = 0^\circ$  или  $\alpha = 90^\circ$ , перпендикулярный к поверхности пленки градиент температуры не возбуждает термоэлектрических потенциалов между двумя точками на поверхности пленки. Однако, в случае  $\alpha \neq 0^\circ; 90^\circ$  есть ненулевой потенциал между точками на поверхности пленки, разнесенными вдоль наклона оси  $c$ . Более того, термоэлектрический эффект в этом случае резко увеличивается на фактор  $l/d$ , который в тонких пленках ( $\sim 0,1 \div 1 \text{ мкм}$ ) размером  $1 \text{ см}$  может достичь  $10^4 - 10^5$  (супертермоэдс [7]). Из (13) следует также, что эффект максимален при наклоне оси  $c$  к поверхности на угол, равный  $45^\circ$ . Выражения (11) и (13) можно использовать для определения  $S_a$  и  $S_c$  тонких пленок.

Экспериментально измеренные для обоих образцов значения  $U_l$  во много раз превосходили значения  $U_b$ . Экспериментально измеряемые значения  $U_l$  для образца с наклоном оси  $c$  в  $18,4^\circ$  почти в три раза превосходили значения  $U_l$  для образца с наклоном оси  $c$  в  $5^\circ$ . Небольшой сигнал, регистрируемый в направлении  $b$ , может свидетельствовать о существовании незначительного наклона оси  $c$  вдоль направления  $b$ . Измеренные значения  $U_l$  на первом образце были порядка  $8,6 \text{ мВ}$ . Отметим также, что величина  $U_l$  для обоих образцов зависела от длины освещаемого участка пленки.

Для оценки, каким  $\Delta T$  на пленке это соответствует, была измерена разность температур между двумя медными блоками, между которыми был зажат образец. При разности температур  $\Delta T_1 = 1^\circ$  величина измеряемого потенциала была порядка  $12,3 \text{ мВ}$ . Если допустить, что теплопроводности пленки и подложки примерно одинаковы, то порядок разности температур на пленке определяется из  $\Delta T_{\text{пл}} \cong (d_{\text{пл}} / d_{\text{подл}}) \Delta T_1$ , где  $d_{\text{пл}}$  и  $d_{\text{подл}}$  – толщины пленки и подложки соответственно. При  $d_{\text{пл}} = 1 \text{ мкм}$ ,  $d_{\text{подл}} = 1 \text{ мм}$   $\Delta T_{\text{пл}} \sim 10^{-3} \Delta T_1$ .

Таким образом, измеряемый потенциал в  $12,3 \text{ мВ}$  соответствует  $\Delta T_{\text{пл}} \sim 10^{-3} \text{ К}$ . Это свидетельствует о высокой термочувствительности  $c$ -наклонных пленок  $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_7$  и возможности создания термодатчиков на базе структур из этих пленок. Увеличить чувствительность термодатчика можно уменьшением толщины пленки и увеличением длины чувствительного элемента. Структура из  $c$ -наклонной пленки в виде  $n$  параллельных линий, в которой конец каждой линии соединен с началом следующей с помощью, например, тонкого медного провода, увеличит длину чувствительного элемента в  $n$  раз. Это означает, что еще до-

полнительно в  $n$  раз увеличится и величина измеряемого потенциала. Если с помощью литографирования сделать ширину каждой линии, например, порядка 50 мкм, то величину измеряемого потенциала для пленки шириной 10 мм можно увеличить более чем в 100 раз. При этом температурная область может простирается от температур выше  $T_c$  до температур, превышающих комнатные.

На рис.2 представлены температурные зависимости потенциалов в зависимости от места фокусировки лазерного излучения в структуре в виде прямого угла. Пятно лазера во всех случаях было одного и того же размера. Значения потенциалов даны по входу в усилитель. Как видно, наибольшие значения потенциалов получаются при освещении части структуры в направлении  $I$ .

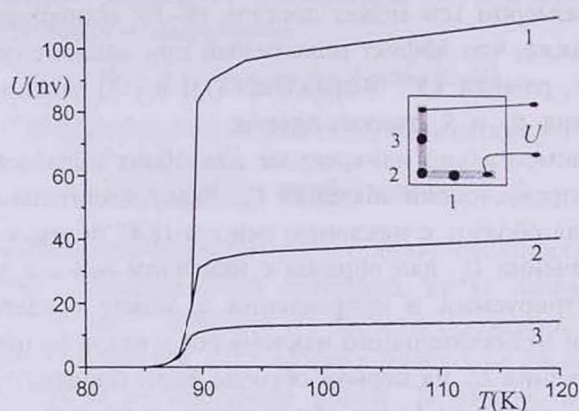


Рис.2. Температурные зависимости потенциала в структуре из  $c$ -наклонной пленки  $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_7$  в зависимости от места фокусировки излучения: излучение падает на область структуры, параллельную наклону оси  $c$  (точка 1); на угол структуры (точка 2), на область, перпендикулярную наклону оси  $c$  (точка 3).

При освещении области самого угла (по существу стыка двух сверхпроводников) остаточных потенциалов, как в работе [10], не наблюдается. Это означает, что  $c$ -наклонные пленки  $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_7$  могут быть использованы для создания идеального контакта двух сверхпроводников с разными термоэлектрическими характеристиками. В анизотропном сверхпроводящем материале, когда направление  $\nabla T$  не совпадает с кристаллографическими осями, и в петле, состоящей из двух разных сверхпроводников, при нагревании одного из спаев, при переходе в сверхпроводящее состояние полной компенсации токов не происходит, вследствие чего возникают магнитные потоки, которые можно регистрировать [8,9]. Эти явления достаточно хорошо экспериментально изучены для обычных сверхпроводников. Но гигантский термоэффект [9,12], наблюдаемый в структуре из двух сверхпроводников, и появление  $c$ -наклонных пленок, в которых градиент температуры составляет угол  $\varphi$



кристаллографическими осями, делают возможным проведение экспериментов и наблюдение этих явлений и в ВТСП.

## 5. Заключение

Экспериментальные исследования и расчет термопотенциала в *c*-наклонных пленках  $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_7$  показали, что значительный потенциал индуцируется в направлении наклона оси *c*. Измеренная нами величина потенциала в 12,3 мкВ соответствует  $\Delta T_{\text{пл}} \sim 10^{-3}\text{K}$ , что открывает перспективы для создания чувствительных термодатчиков на базе структур из этих пленок. Температурные зависимости термопотенциала в структуре в виде угла показали полный сверхпроводящий переход и не проявили никаких остаточных потенциалов. Это означает, что *c*-наклонные пленки  $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_7$  могут быть использованы для создания идеального контакта двух сверхпроводников с разными термоэлектрическими характеристиками и исследования термоотоков в замкнутой петле, состоящей из двух различных ВТСП.

## ЛИТЕРАТУРА

1. C.L.Chang et al. Phys. Rev., **B41**, 11564 (1990).
2. K.L.Tate et al. Appl. Phys., **67**, 4375 (1990).
3. H.S.Kwok et al. Phys. Rev., **B43**, 6270 (1991).
4. A.Kleinhammes et al. Phys. Rev., **B44**, 2313 (1991).
5. H.Lengfellner et al. Appl. Phys. Lett., **60**, 501 (1992).
6. H.S.Kwok and J.P.Zheng. Phys. Rev., **B46**, 3692 (1992).
7. L.R.Testardi. Appl. Phys. Lett., **64**, 2347 (1994).
8. В.Л.Гинзбург, Г.Ф.Жарков. УФН, **125**, 19 (1978).
9. D.J. Van Harlingen et al. Phys. Rev., **B21**, 1842 (1980).
10. В.О.Вартанян и др. Изв.НАН Армении, Физика, **32**, 215 (1997).
11. В.О.Вартанян, ДАН Армении, **91**, 206 (1990).
12. C.M.Falko. Sol. St. Commun., **19**, 623 (1976).

$\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_7$  ԹԱՂԱՆԹՆԵՐԻ ԱՆԻՉՈՏՐՈՊ ԶԵՐՍԱԷԼԵՈՒԻ ՀԵՏԱԶՈՏՈՒՄԸ

Վ.Հ. ՎԱՐԴԱՆՅԱՆ, Ա.Լ. ԳՅՈՒԼԱՄԻՐՅԱՆ

Յույց է տրված, որ հատուկ կողմնորոշված  $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_7$  քաղանթների անիզոտրոպ հատկությունները թույլ են տալիս կազմել երկու տարբեր ԲՁԳՀ գերհաղորդիչ հպակ: Այդ քաղանթներից կառուցվածքներում լազերային ճառագայթման ազդեցությամբ առաջացող լարումների փորձնական հետազոտությունը ցույց տվեց նրանց բարձր ջերմազգայունությունը:

## INVESTIGATION OF ANISOTROPIC THERMOPOWER IN $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_7$ FILMS

V.O. VARTANYAN, A.L. GYULAMIRYAN

It is shown that the anisotropic properties of specially oriented films of  $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_7$  allow one to create a superconducting contact of two different HTSC. The experimental investigation of potentials arising in structures from such films under influence of laser radiation has shown their high thermosensitivity.

УДК 621.315

## **ВЛИЯНИЕ ГРАНИЦЫ ПЕРЕХОДА ПОЛУПРОВОДНИК-ДИЭЛЕКТРИК НА ЭЛЕКТРОННЫЕ СОСТОЯНИЯ В СФЕРИЧЕСКИХ КВАНТОВЫХ ТОЧКАХ**

Э.М. КАЗАРЯН, Л.С. ПЕТРОСЯН, А.А. САРКИСЯН

Ереванский государственный университет

(Поступила в редакцию 14 ноября 2001 г.)

В работе исследованы электронные состояния в сферических квантовых точках с учетом граничных условий. Выявлен пороговый характер появления энергетических уровней электрона внутри квантовых точек. Изучены зависимости энергии электрона от радиуса квантовых точек и высоты ограничивающего потенциала.

### **1. Введение**

Современные возможности нанотехнологий позволяют выращивать размерно-квантованные структуры различных размерностей и геометрических форм. Одним из наиболее интенсивно исследуемых объектов этого класса на сегодняшний день являются полупроводниковые квантовые точки (КТ), выращенные в различных диэлектрических средах. Важной особенностью КТ является полная квантованность энергии носителей заряда (НЗ), находящихся в них. Этим они напоминают реальные атомы и поэтому их часто называют "искусственными атомами". Полная квантованность спектра НЗ в КТ позволяет использовать их в качестве рабочего тела (активной среды) для полупроводниковых лазеров, обладающих уникальными свойствами (высокая стабильность, сверхвысокие значения усиления материала и т.д. [1]). Для теоретического описания физических процессов, происходящих в КТ, возникает необходимость построения математической модели КТ. Иначе говоря, надо максимально точно представить квантомеханическую модель ямы, в которой находится НЗ. Действительно, ведь именно этим членом в уравнении Шредингера для НЗ определяется симметрия конкретной задачи (эффективная масса считается изотропной), а, значит, и степень вырожденности энергетических уровней НЗ.

Надо отметить, что вид этого потенциала во многом зависит и от метода выращивания КТ [2]. Примечательным в этом отношении яв-



ляется пример обобщения теоремы Кона [3] на случай КТ. Именно благодаря правильной математической модели ограничивающего потенциала ( $U_{conf} = \gamma r^2$ ) удалось теоретически обосновать обобщение этой теоремы на случай размерно-квантованных систем.

С другой стороны, ясно, что вид ограничивающего потенциала  $U_{conf} = \gamma r^2$  можно использовать для нижних уровней. С приближением к границе полупроводник-диэлектрик ход кривой потенциала становится отличным от параболического. Это отклонение хода ограничивающего потенциала от параболического приводит к нарушению теоремы Кона. Простейшие модели КТ с учетом этой ситуации рассматривались в работах [4,5].

В предлагаемой статье исследуются электронные уровни в сферической КТ GaAs/Ga<sub>1-x</sub>Al<sub>x</sub>As с учетом отклонения хода кривой ограничивающего потенциала от параболического на границе полупроводник-диэлектрик. При этом нами обсуждаются две модели потенциальной энергии электрона внутри диэлектрика. В первом случае эта энергия является квадратичной функцией  $r$ , а во втором – линейной.

## 2. Теория

### 2.1

Рассмотрим энергетические уровни электрона в сферической КТ GaAs/Ga<sub>1-x</sub>Al<sub>x</sub>As, ограничивающий потенциал которой имеет вид

$$U(r) = \begin{cases} U_1(r) = \frac{\mu_1 \omega_1^2 r^2}{2}, & r < r_0 \\ U_2(r) = \frac{\mu_2 \omega_2^2 r^2}{2} + U_0 - \frac{\mu_2 \omega_2^2 r_0^2}{2}, & r \geq r_0, \end{cases} \quad (1)$$

где  $r_0$  – радиус КТ,  $\mu_1$  – эффективная масса электрона в КТ (для GaAs  $\mu_1 = 0.067m_e$ ),  $\mu_2$  – эффективная масса электрона в диэлектрической среде (для Ga<sub>1-x</sub>Al<sub>x</sub>As  $\mu_2 = (0.067 + 0.083x)m_e$ ,  $U_0 = 1.247xQ_e$  эВ ( $Q_e = 0.6$ ),  $x$  – концентрация Al,  $\omega_1$  определяется из условия непрерывности потенциальной энергии  $U(r)$  в точке  $r = r_0$  [6]:

$$\omega_1 = \frac{1}{r_0} \sqrt{\frac{2U_0}{\mu_1}}. \quad (2)$$

Для  $\omega_2$  рассмотрим две модели:

$$\text{а) } \frac{\mu_2 \omega_2^2 r_0^2}{2} = \gamma U_0, \quad \omega_2 = \frac{1}{r_0} \sqrt{\frac{2\gamma U_0}{\mu_2}}, \quad (3)$$

$$\text{б) } \frac{\mu_1 \omega_1^2 a^2}{2} = \frac{\mu_2 \omega_2^2 a^2}{2}, \quad \omega_2 = \frac{1}{a} \sqrt{\frac{2U_0}{\mu_2}} = \frac{r_0}{a} \sqrt{\frac{\mu_1}{\mu_2}} \omega_1, \quad (4)$$



где  $\gamma$  и  $a$  – новые параметры нашей задачи.

Энергетические уровни электрона могут быть найдены из условия непрерывности логарифмических производных волновых функций, описывающих состояния частицы в областях  $r < r_0$  и  $r \geq r_0$ , в точке  $r = r_0$ .

Уравнение Шредингера для области  $r < r_0$  имеет вид:

$$-\frac{\hbar^2}{2\mu_1}\Delta\Psi_1 + \frac{\mu_1\omega_1^2 r^2}{2}\Psi_1 = E\Psi_1. \quad (5)$$

Нерасходящееся решение этого уравнения запишется как [7]

$$\Psi_1(r, \theta, \varphi) = C_1 e^{-\frac{\xi_1^2}{2}} r^l {}_1F_1\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{E}{\hbar\omega_1} - l - \frac{3}{2}\right), l + \frac{3}{2}; \xi_1^2\right] Y_{lm}(\theta, \varphi), \quad (6)$$

где  $\xi_1 = r\sqrt{\mu_1\omega_1/\hbar}$ ,  $Y_{lm}(\theta, \varphi)$  – сферическая функция,  $l, m$  – соответственно орбитальное и магнитное квантовые числа,  ${}_1F_1(a, b; x)$  – вырожденная гипергеометрическая функция первого порядка,  $C_1$  – нормировочная постоянная.

Для области  $r \geq r_0$  уравнение Шредингера выглядит следующим образом:

$$-\frac{\hbar^2}{2\mu_2}\Delta\Psi_2 + \left(\frac{\mu_2\omega_2^2 r^2}{2} + U_0 - \frac{\mu_2\omega_2^2 r_0^2}{2}\right)\Psi_2 = E\Psi_2. \quad (7)$$

Нерасходящееся при  $r \rightarrow \infty$  решение этого уравнения имеет вид [7]

$$\Psi_2(r, \theta, \varphi) = C_2 e^{-\frac{\xi_2^2}{2}} r^l U\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{\varepsilon}{\hbar\omega_2} - l - \frac{3}{2}\right), l + \frac{3}{2}; \xi_2^2\right] Y_{lm}(\theta, \varphi), \quad (8)$$

где  $\varepsilon = E - U_0 + \mu_2\omega_2^2 r_0^2/2$ ,  $\xi_2 = r\sqrt{\mu_2\omega_2/\hbar}$ ,  $U(a, b; x)$  – вырожденная гипергеометрическая функция второго порядка,  $C_2$  – нормировочная постоянная. Таким образом, решение уравнения Шредингера для обеих областей можно выразить как

$$\Psi(r, \theta, \varphi) = \begin{cases} \Psi_1(r, \theta, \varphi) = C_1 e^{-\frac{a_1 r^2}{2}} r^l {}_1F_1\left[n_{1l}, l + \frac{3}{2}; a_1 r^2\right] Y_{lm}(\theta, \varphi), & r < r_0, \\ \Psi_2(r, \theta, \varphi) = C_2 e^{-\frac{a_2 r^2}{2}} r^l U\left[n_{2l}, l + \frac{3}{2}; a_2 r^2\right] Y_{lm}(\theta, \varphi), & r \geq r_0, \end{cases} \quad (9)$$

где введены следующие обозначения:

$$a_1 = \frac{\mu_1\omega_1}{\hbar}, \quad a_2 = \frac{\mu_2\omega_2}{\hbar}, \quad n_{1l} = -\frac{1}{2}\left(\frac{E}{\hbar\omega_1} - l - \frac{3}{2}\right), \quad E = \frac{\hbar\omega_1}{2}(2l + 3 - 4n_{1l}),$$

$$n_{2l} = -\frac{1}{2} \left( \frac{\varepsilon}{\hbar \omega_2} - l - \frac{3}{2} \right) = -\frac{1}{2} \left( \frac{E - U_0 + \frac{\mu_2 \omega_2^2 r_0^2}{2}}{\hbar \omega_2} - l - \frac{3}{2} \right). \quad (10)$$

Из условия нормировки и непрерывности волновых функций  $\Psi_1$  и  $\Psi_2$  для  $C_1$  и  $C_2$  имеем

$$C_1 = C, \quad C_2 = CA_l,$$

$$A_l = e^{-\frac{a_1 - a_2}{2} r_0^2} \frac{{}_1F_1 \left[ n_{1l}, l + \frac{3}{2}; a_1 r_0^2 \right]}{U \left[ n_{2l}, l + \frac{3}{2}; a_2 r_0^2 \right]}, \quad C^2 = \frac{1}{I_{1l} + A_l^2 I_{2l}},$$

$$I_{1l} = \int_0^{r_0} e^{-a_1 r^2} r^{2l+2} \left\{ {}_1F_1 \left[ n_{1l}, l + \frac{3}{2}; a_1 r^2 \right] \right\}^2 dr,$$

$$I_{2l} = \int_{r_0}^{\infty} e^{-a_2 r^2} r^{2l+2} \left\{ U \left[ n_{2l}, l + \frac{3}{2}; a_2 r^2 \right] \right\}^2 dr. \quad (11)$$

Отметим, что соответствующие волновые функции при предельных переходах  $\gamma \rightarrow 0$ ,  $a \rightarrow \infty \Rightarrow \omega_2 \rightarrow 0$  (что соответствует случаю постоянной потенциальной энергии внутри диэлектрика) становятся волновыми функциями, рассмотренными в работе [4]:  $\Psi_2(r, \theta, \varphi) \rightarrow Ch_l^{(+)}(ikr)$ ,  $k = \sqrt{2\mu_2(U_0 - E)/\hbar}$ , где  $h_l^{(+)}(x)$  – функция Ганкеля.

Условие непрерывности логарифмических производных волновых функций  $\Psi_1(r, \theta, \varphi)$  и  $\Psi_2(r, \theta, \varphi)$  в точке  $r = r_0$

$$\frac{1}{\mu_2} \Psi_2' \Big|_{r=r_0} = \frac{1}{\mu_2} \Psi_1' \Big|_{r=r_0} \quad (12)$$

принимает следующую форму:

$$\frac{\mu_2}{\mu_1} \left\{ \frac{1}{2} (l - a_1 r_0^2) + a_1 r_0^2 \frac{4n_{1l}}{l + \frac{3}{2}} \frac{{}_1F_1 \left[ n_{1l} + 1, l + \frac{5}{2}; a_1 r_0^2 \right]}{{}_1F_1 \left[ n_{1l}, l + \frac{3}{2}; a_1 r_0^2 \right]} \right\} =$$

$$= \left\{ \frac{1}{2} (l - a_2 r_0^2) - a_2 r_0^2 n_{2l} \frac{U \left[ n_{1l} + 1, l + \frac{5}{2}; a_2 r_0^2 \right]}{U \left[ n_{2l}, l + \frac{3}{2}; a_2 r_0^2 \right]} \right\}. \quad (13)$$

В частности, для основного состояния ( $l = 0, m = 0$ )

$$\frac{\mu_2}{\mu_1} \frac{a_1}{a_2} \left\{ 1 - \frac{4n_{10}}{3} \frac{{}_1F_1\left[n_{10} + 1, \frac{5}{2}; a_1 r_0^2\right]}{{}_1F_1\left[n_{10}, \frac{3}{2}; a_1 r_0^2\right]} \right\} = 1 - 2n_{20} \frac{U\left[n_{20} + 1, \frac{5}{2}; a_2 r_0^2\right]}{U\left[n_{20}, \frac{3}{2}; a_2 r_0^2\right]} \quad (14)$$

## 2.2

Теперь рассмотрим энергетические уровни электрона в сферической КТ GaAs/Ga<sub>1-x</sub>Al<sub>x</sub>As, ограничивающий потенциал которой в области  $r \geq r_0$  меняется по линейному закону, т.е.

$$U(r) = \begin{cases} U_1(r) = \frac{\mu_1 \omega^2 r^2}{2}, & r < r_0, \\ U_2(r) = kr + U_0 - kr_0, & r \geq r_0, \end{cases} \quad (15)$$

где  $\omega = (1/r_0)\sqrt{2U_0/\mu_1}$  – ограничивающая частота КТ [6],  $k$  – варьируемый параметр,  $U_0 = \mu_1 \omega^2 r_0^2 / 2$ ,  $\mu_1$  – эффективная масса электрона в области  $r < r_0$ ,  $r_0$  – радиус КТ.

Решением уравнения Шредингера для области  $r < r_0$  является функция сферического осциллятора

$$\Psi_1(r, \theta, \varphi) = C_1 e^{-\frac{\xi_1^2}{2}} {}_1F_1\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{E}{\hbar\omega} - l - \frac{3}{2}\right), l + \frac{3}{2}; \xi_1^2\right] Y_{lm}(\theta, \varphi), \quad \xi_1 = r \sqrt{\frac{\mu_1 \omega}{\hbar}}, \quad (16)$$

где  $C_1$  – нормировочная постоянная.

Для области  $r \geq r_0$  уравнение Шредингера имеет вид

$$\left[ \frac{d^2}{dr^2} + \left( \frac{2\mu_2}{\hbar^2} (\varepsilon - kr) - \frac{l(l+1)}{r^2} \right) \right] \chi_{2l}(r) = 0, \quad (17)$$

где мы ввели функцию  $\chi_{2l}(r)$  согласно равенству

$$\Psi_2(r, \theta, \varphi) = \frac{1}{r} \chi_{2l}(r) Y_{lm}(\theta, \varphi), \quad \varepsilon = E - U_0 + kr_0. \quad (18)$$

Для основного уровня энергии  $l=0$  решение уравнения Шредингера (17) запишется как [8]

$$\chi_{20}(r) = C_2 \text{Ai}\left(\left(\frac{2\mu_2}{\hbar^2 k^2}\right)^{\frac{1}{3}} (k(r-r_0) - (U_0 - E))\right), \quad (19)$$

где  $\text{Ai}(x)$  – функция Эйри,  $\mu_2$  – эффективная масса электрона в области  $r > r_0$ ,  $C_2$  – нормировочная постоянная.

Окончательно для волновых функций основного состояния можем записать:



$$\Psi_{l=0}(r, \theta, \varphi) = \begin{cases} \Psi_1 = \frac{C}{\sqrt{4\pi}} e^{-\frac{a_1}{2}r^2} {}_1F_1\left[n_1, \frac{3}{2}; a_1 r^2\right], & r < r_0 \\ \Psi_2 = \frac{CA}{\sqrt{4\pi}} \frac{1}{r} \text{Ai}(a_2 r + n_2), & r \geq r_0, \end{cases} \quad (20)$$

где

$$A = e^{-\frac{a_1}{2}r_0^2} r_0 \frac{{}_1F_1\left[n_1, \frac{3}{2}; a_1 r_0^2\right]}{\text{Ai}(a_2 r_0 + n_2)}, \quad a_1 = \frac{\mu_1 \omega}{\hbar}, \quad n_1 = \frac{1}{2} \left( \frac{E}{\hbar \omega} - \frac{3}{2} \right), \quad a_2 = \left( \frac{2\mu_2}{\hbar^2 k^2} \right)^{\frac{1}{3}} k, \\ n_2 = - \left( \frac{2\mu_2}{\hbar^2 k^2} \right)^{\frac{1}{3}} (k r_0 + E - U_0), \\ C = \left( \int_0^{r_0} e^{-a_1 r^2} r^2 \left\{ {}_1F_1\left[n_1, \frac{3}{2}; a_1 r^2\right] \right\}^2 dr + A^2 \int_{r_0}^{\infty} \text{Ai}^2(a_2 r + n_2) dr \right)^{-\frac{1}{2}}. \quad (21)$$

Энергию электрона можно определить из условия непрерывности логарифмических производных волновых функций  $\Psi_1$  и  $\Psi_2$  в точке  $r = r_0$ . Это условие в данном случае имеет вид

$$\frac{\mu_2}{\mu_1} \left\{ \frac{4n_1}{3} {}_1F_1\left[n_1 + 1, \frac{5}{2}; a_1 r_0^2\right] - {}_1F_1\left[n_1, \frac{3}{2}; a_1 r_0^2\right] \right\} \text{Ai}(a_2 r_0 + n_2) = \frac{1}{r_0^2} {}_1F_1\left[n_1, \frac{3}{2}; a_1 r_0^2\right] \times \\ \times \left\{ \frac{a_2 r_0}{3} (a_2 r_0 + n_2) \left[ I_{-\frac{2}{3}}\left(\frac{2}{3}(a_2 r_0 + n_2)^{\frac{3}{2}}\right) - I_{\frac{2}{3}}\left(\frac{2}{3}(a_2 r_0 + n_2)^{\frac{3}{2}}\right) \right] - \text{Ai}(a_2 r_0 + n_2) \right\}, \quad (22)$$

где  $I_\mu(x)$  – функция Бесселя.

Решая трансцендентные уравнения (13), (14), (22), можно исследовать зависимость энергии электрона от радиуса КТ  $r_0$  и концентрации  $x$ , т.е.  $E = E(x, r_0)$ . В частности, фиксируя  $x$ , можно изучить зависимость  $E = E(r_0)$ , и наоборот – фиксируя  $r_0$ , зависимость  $E = E(x)$ .

### 3. Обсуждение результатов

На рис.1 для первой модели (случай а) ограничивающего потенциала приведены графики зависимостей энергии электрона  $E$  для состояний с  $l = m = 0$  (в единицах  $E_{R1}$ , соответствующих первой среде) от радиуса КЯ GaAs/Ga<sub>1-x</sub>Al<sub>x</sub>As  $r_0$  (в единицах  $a_{B1}$ ), для фиксированных параметров  $x = 0.4$ ,  $\gamma = 0.01$ . Как следует из этого графика, с уменьшением  $r_0$  энергия электрона увеличивается. Этого и следовало ожидать, т.к. согласно соотношению (3) при  $r_0 \rightarrow 0 \Rightarrow \omega_2 \rightarrow \infty$ . Обратная картина наблюдается при  $r_0 \rightarrow \infty$ . Отметим, что уровни в КЯ появляются, начиная с некоторого порогового значения  $r_0$ ; например, для основного уровня  $r_0 \approx 0.3a_{B1}$ . Появление новых уровней в КЯ сопровождается изменением

скорости монотонного хода кривой зависимости  $E(r)$

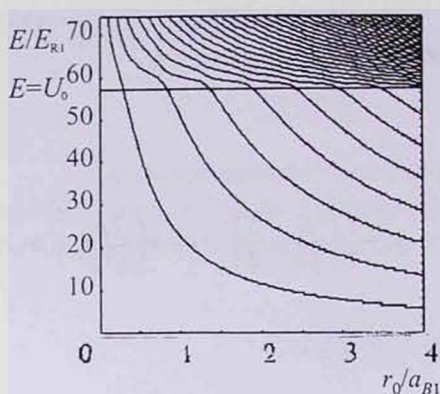


Рис.1.

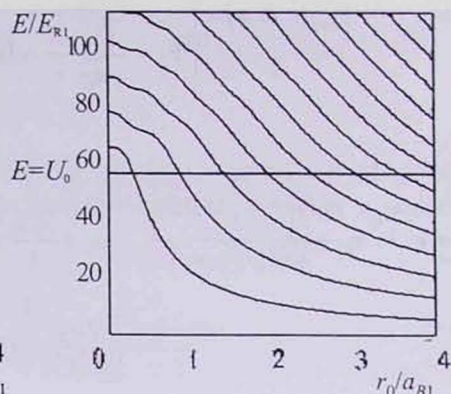


Рис.2.

На рис.2 приведены графики зависимостей  $E(r)$  (в тех же единицах) для первой модели (случай б) ограничивающего потенциала при значениях параметров  $x=0.4$ ,  $a=2$ . В отличие от случая а, здесь уровни энергии электрона при  $r_0 \rightarrow 0$  стремятся к постоянным значениям. Эти значения соответствуют энергетическим уровням осциллятора с частотой  $\omega_2$ . Из этого рисунка видно, что при  $r_0 \rightarrow 0$  уровни становятся эквидистантными. В остальном поведение  $E(r)$  аналогично первому случаю.

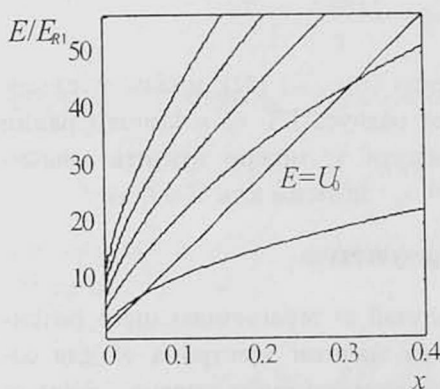


Рис.3.

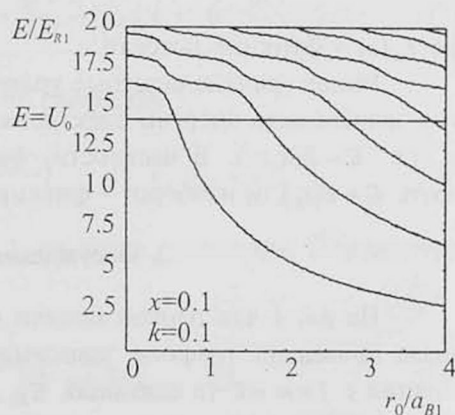


Рис.4.

На рис.3 для случая б приведены графики зависимостей энергии электрона от концентрации  $Al x$  ( $r_0=1$ ,  $a=2$ ,  $l=m=0$ ). Согласно этому рисунку, с увеличением  $x$  (увеличением высоты ограничивающего потенциала) увеличивается энергия электрона. При этом уровни в КЯ по-



являются теперь уже с некоторого порогового значения  $x$ .

На рис.4 для второго случая (линейная зависимость) представлены графики зависимостей электрона от радиуса КТ при фиксированных значениях  $k = 0.1(E_{B1}/a_{B1})$  и  $x = 0.1$ . Как следует из него, и здесь уровни внутри КТ появляются начиная с некоторого значения  $r_0$ . С ростом  $r_0$  уровни как внутри КТ, так и вне опускаются. При этом понижение уровней внутри ямы происходит быстрее, чем вне.

На рис.5 также для второго случая приведены графики зависимостей энергии электрона от концентрации Al (от высоты потенциального барьера  $U_0$ ) при фиксированных значениях радиуса КТ ( $r_0 = a_{B1}$ ) и коэффициента  $k = 0.1(E_{B1}/a_{B1})$ . Поведение  $E(x)$  аналогично первому случаю. Численный анализ показывает, что с увеличением  $k$  уровни поднимаются. Что касается уровней  $E > U_0$ , то, как видно из рисунка, они расположены значительно ближе друг к другу.

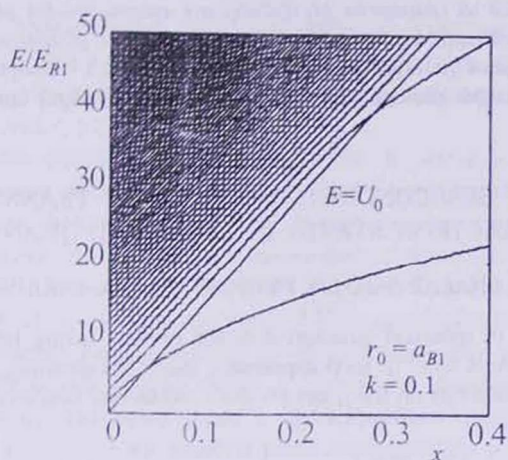


Рис.5.

Как следует из выражений (13,14,22), определяющих спектр энергии электрона в КТ, значения этих уровней явно зависят от орбитального квантового числа  $l$ . Таким образом, имеет место снятие случайного вырождения по  $l$  из-за учета граничных условий. Иными словами, гамильтонианы данных моделей теперь уже не обладают повышенной симметрией  $U(3)$ . Другим важным обстоятельством учета граничных условий является то, что эти гамильтонианы уже не являются точно диагонализруемыми, и, следовательно, в таких КТ имеет место нарушение обобщенной теоремы Кона [3].

Данная работа выполнена при поддержке программы INTAS-99-00928.



## ЛИТЕРАТУРА

1. Н.Н.Леденцов и др. ФТП, **32**, 385 (1998).
2. J.A.Barker and E.P.O'Reilly. Physica E, **4**, 231 (1999).
3. P.A.Maksym and T.Chakraborty. Phys. Rev. Lett., **65**, 108 (1990).
4. E.M.Ghazaryan, L.S.Petrosyan, and H.A.Sarkisyan. Proc. Int. Coll. GROUP23, Dubna, **1**, 43 (2001).
5. П.Г.Елисеев. Квантовая электроника, **30**, 152 (2000).
6. J.-L.Zhu et al. J. Phys. C, **10**, 583 (1998).
7. И.С.Градштейн, И.М.Рыжик. Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений. М., Физматгиз, 1962.
8. Л.Д.Ландау и Е.М.Лифшиц. Квантовая механика. М., Наука, 1989.

ԿԻՍԱՀԱՂՈՐԴԻՉ-ԴԻԷԼԵԿՏՐԻԿ ԱՆՑՍԱՆ ՍԱՀՍԱՆԻ ԱԶԳԵՑՈՒԹՅՈՒՆԸ  
ԷԼԵԿՏՐՈՆԱՅԻՆ ՎԻՃԱԿՆԵՐԻ ՎՐԱ ԳՆԴԱՅԻՆ ԲՎԱՆՏԱՅԻՆ ԿԵՏԵՐՈՒՄ

Է.Մ. ԴԱԶԱՐՅԱՆ, Լ.Ս. ՊԵՏՐՈՍՅԱՆ, Ի.Ա. ՍԱՐԳՍՅԱՆ

Ուսումնասիրված են էլեկտրոնային վիճակները պարաբոլային քվանտային կետերում սահմանային պայմանների հաշվառմամբ: Բացահայտված է քվանտային կետերի ներսում վիճակների առաջացման շեմային բնույթը: Ուսումնասիրված է էլեկտրոնի էներգիայի կախվածությունը քվանտային կետերի շառավղից և սահմանափակող պոտենցիալի բարձրությունից:

## INFLUENCE OF SEMICONDUCTOR-DIELECTRIC TRANSITION BORDER ON THE ELECTRON STATES IN SPHERICAL QUANTUM DOTS

E.M. GHAZARYAN, L.S. PETROSYAN, H.A. SARKISYAN

Electron states in spherical quantum dots are studied, taking into account boundary conditions. The threshold habit of level appearance inside the quantum dots is revealed. The electron energy dependences on the quantum dot's radius and confinement potential height are studied.

## К 60-ЛЕТИЮ АКАДЕМИКА Э. М. КАЗАРЯНА



В этом году армянскому ученому, физика, известному специалисту в области физики твердого тела и полупроводников, академику НАН РА Э.М.Казаряну исполнилось 60 лет, а его научно-педагогической деятельности – 35 лет.

Э.М. Казарян родился 16 января 1942г. в семье известного журналиста М.А.Казаряна. В 1959г. он поступил в Ереванский государственный университет на факультет физики. С четвертого курса перевелся в Московский университет им. М.Ломоносова, который в 1965г. окончил с отличием по специальности "Физика". В 1969г., после окончания аспирантуры он вернулся на родину, где в 1970г. защитил кандидатскую, а в 1981г. – докторскую диссертации. В 1983г. получил научное звание профессора. В 1996г. он был избран в НАН РА академиком по специальности "Физика твердого тела". Э.М.Казарян является членом президиума НАН РА, а также целого ряда экспертных и специализированных советов республики.

Свою научную деятельность Э.М.Казарян начал под руководством проф. В.Л.Бонч-Бруевича, еще будучи студентом МГУ. Основным направлением его научных изысканий было теоретическое исследование влияния сложной зонной структуры полупроводников на физические явления, наблюдаемые в них. В частности, Э.М.Казаряном был предложен новый – плазменный механизм непрямого поглощения света полупроводником.

Следующий этап научной деятельности Э.М.Казаряна тесно связан с исследованиями в области лазерной физики, в частности, резонансного взаимодействия лазерного излучения с твердым телом: оптика примесных полупроводников в поле лазерного излучения, взаимодействие сильной электромагнитной волны с колебаниями кристаллической решетки и т.д.

Следует особо отметить пионерские работы Э.М.Казаряна в области физики низкоразмерных систем, которой он занимается на протяжении всей своей научной деятельности. Им выполнены основополага-



юющие работы в области оптики низкоразмерных систем, предложены новые механизмы оптического поглощения, присущие только низкоразмерным системам, и проведен последовательный учет влияния экситонных эффектов на коэффициент оптического поглощения в размерно-квантованных пленках и проволоках. Э.М.Казаряном получены важные результаты в теории оптического поглощения, обусловленного переходами между примесными состояниями.

В связи с впечатляющими успехами современных технологий в области создания низкоразмерных гетероструктур, в последние годы стали актуальными расчеты законов дисперсии различных квазичастиц в таких системах. В этой интенсивно развивающейся области Э.М.Казаряном уже получены важные результаты, касающиеся поведения электронов и дырок в цилиндрических и эллипсоидальных квантовых точках.

Отличительной чертой Э.М.Казаряна как ученого и человека является многоплановость его трудовой деятельности. Вдохновенность, свойственная ученому, помогла ему полностью проявить себя также в качестве педагога и организатора науки и образования. Свою педагогическую деятельность Э.М.Казарян начал в Ереванском государственном университете на кафедре физики твердого тела, затем в течение 10 лет руководил кафедрой общей физики в Ереванском Политехническом институте. В 1987-1988гг. Э.М.Казарян был ректором Ереванского государственного педагогического института им. Х.Абовяна. С 1993г. он снова в Ереванском государственном университете: сначала – профессор кафедры физики твердого тела, заведующий этой кафедрой, потом – проректор по вопросам развития университетского образования.

Э.М.Казарян не только известный физик, но и знающий и умелый руководитель в научно-образовательной области. С июня 1999г. по ноябрь 2001г. он был министром образования и науки Армении.

Академик Э.М.Казарян – автор более 170 научных, научно-методических статей, школьных и вузовских учебников, пособий и задачников по физике твердого тела и полупроводников, а также по вопросам методики преподавания физики. Э.М.Казарян – главный редактор журнала “Бнагет”, основанного им же, член редакционного совета журнала “Известия НАН Армении, Физика”. Э.М.Казарян активно занимался подготовкой научно-педагогических кадров. Под его руководством защитили 22 соискателя, из коих трое – докторскую диссертацию.

За выдающиеся достижения в различных областях Э.М.Казарян был удостоен медали им. Х.Абовяна (1972г.), он – лауреат Ленинского комсомола Армении в области науки и техники (1976г.) и обладатель республиканских грамот.

Редакционная коллегия журнала “Известия НАН Армении, Физика”, многочисленные коллеги и ученики поздравляют Э.М.Казаряна с 60-летним юбилеем и желают ему здоровья, счастья и радости в личной жизни, творческого долголетия и удачи во всех его начинаниях, направленных на развитие науки и образования в Армении.

Редколлегия



|                                                                                                                                                                                             |     |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| Թ.Կ.Մելիք-Բարխուդարով. Ֆոտոհաղորդչի քվանտաէլեկտրադինամիկական տեսություն. . . . .                                                                                                            | 71  |
| Գ.Մ.Սեդրակյան, Գ.Հ.Բադալյան, Ա.Ժ.Խաչատրյան. Էլեկտրոնի շարժումը միաչափ ուղղանկյուն պոտենցիալներից բաղկացած ոչ կարգավորված ցանցում. . . . .                                                   | 78  |
| Է.Ա.Հակոբյան, Հ.Հ.Մաթոսյան, Ռ.Ա.Գորգյան, Ա.Վ.Հովհաննիսյան. Լիցքավորված մասնիկի հետքային դաշտը անիզոտրոպ պլազմայում. . . . .                                                                 | 86  |
| Գ.Գ.Ադոնց, Է.Գ.Կանեցյան. Ալիքների պարամետրիկ փոխազդեցությունը եռամակարդակ միջավայրում. . . . .                                                                                              | 91  |
| Ռ.Խ.Գրամփյան. Արտաքին մագնիսական դաշտի ազդեցությունը էլեկտրական դաշտի ինդուկտման վրա լազերային իմպուլսով մասնակի խոնացված կալիումի գոլորշիներում. . . . .                                   | 97  |
| Ռ.Ս.Հակոբյան, Ռ.Բ.Ալավերդյան, Ա.Գ.Առաքելյան, Գ.Լ.Եսայան, Ս.Յ.Ներսիսյան, Յու.Ս.Չիլինգարյան. Հիդրոդինամիկ շարժումների գրգռումը հեղուկ բյուրեղներում մեխանիկական տատանումների միջոցով. . . . . | 107 |
| Վ.Հ.Վարդանյան, Ա.Լ.Գյուլամիրյան. $YBa_2Cu_3O_7$ թաղանթների անիզոտրոպ ջերմաէլշուի հետազոտումը. . . . .                                                                                       | 113 |
| Է.Մ.Ղազարյան, Լ.Ս.Պետրոսյան, Հ.Ա.Սարգսյան. Կիսահաղորդիչ-դիէլեկտրիկ անցման սահմանի ազդեցությունը էլեկտրոնային վիճակների վրա գնդային քվանտային կետերում. . . . .                              | 120 |
| Ակադեմիկոս Է.Մ.Ղազարյանի 60-ամյակին. . . . .                                                                                                                                                | 129 |

# CONTENTS

|                                                                                                                                                                                      |     |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| T.K.Melik-Barkhudarov. Quantum electrodynamic theory of photoconductor. . .                                                                                                          | 71  |
| D.M.Sedrakian, D.H.Badalian, A.Zh.Khachatrian. Electron motion in a one-dimensional nonregular chain consisting of rectangular potentials. . . . .                                   | 78  |
| E.A.Hakobyan, H.H.Matevosyan, R.A.Gevorkyan, A.V.Hovhannisyan. Wake potential of charged particle moving in a nonisotherm plasma. . . . .                                            | 86  |
| G.G.Adonts, E.G.Kanetsian. Parametric wave mixing in a three-level medium. . .                                                                                                       | 91  |
| R.Kh.Drampyan. External magnetic field effect on the induction of electric field in potassium vapor partially ionized by laser pulse. . . . .                                        | 97  |
| R.S.Akopyan, R.B.Alaverdyan, A.G.Arakelyan, G.L.Yesayan, S.Ts.Nersisyan, Yu.S.Chilingaryan. Excitation of hydrodynamic motions in liquid crystals via mechanical vibrations. . . . . | 107 |
| V.O.Vartanyan, A.L.Gyulamiryan. Investigation of anisotropic thermopower in $YBa_2Cu_3O_7$ films. . . . .                                                                            | 113 |
| E.M.Ghazaryan, L.S.Petrosyan, H.A.Sarkisyan. Influence of semiconductor-dielectric transition border on the electron states in spherical quantum dots. . .                           | 120 |
| On the 60-th birthday of Academician E.M.Ghazaryan. . . . .                                                                                                                          | 129 |



# СОДЕРЖАНИЕ

|                                                                                                                                                                                 |     |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| Т.К.Мелик-Бархударов. Квантовоэлектродинамическая теория фотопроводника. . . . .                                                                                                | 71  |
| Д.М.Седракян, Д.А.Бадалян. О движении электрона в одномерной неупорядоченной решетке из прямоугольных потенциальных барьеров. . . . .                                           | 78  |
| Э.А.Акопян, Г.Г.Матевосян, Р.А.Геворкян, А.В.Оганесян. Кильватерный потенциал заряженной частицы в неизотермической плазме. . . . .                                             | 86  |
| Г.Г.Адонц, Э.Г.Канесян. Параметрическое смещение волн в трехуровневой среде. . . . .                                                                                            | 91  |
| Р.Х.Драмбян. Влияние внешнего магнитного поля на индуцирование электрического поля в частично-ионизированных лазерным импульсом парах калия. . . . .                            | 97  |
| Р.С.Акопян, Р.Б.Алавердян, А.Г.Аракелян, Г.Л.Есаян, С.Ц.Нерсисян, Ю.С.Чилингарян. Возбуждение гидродинамических движений в жидких кристаллах механическими колебаниями. . . . . | 107 |
| В.О.Вартанян, А.Л.Гюламирян. Исследование анизотропной термоэдс пленок $YBa_2Cu_3O_7$ . . . . .                                                                                 | 113 |
| Э.М.Казарян, Л.С.Петросян, А.А.Саркисян. Влияние границы перехода полупроводник-диэлектрик на электронные состояния в сферических квантовых точках. . . . .                     | 120 |
| К 60-летию академика Э.М.Казаряна . . . . .                                                                                                                                     | 129 |

Заказ №28. Тираж 200.

Сдано в набор 12.01.2002. Подписано к печати 21.01.2002.

Печ. л. 4,0. Бумага офсетная. Цена договорная.

Типография издательства "Гитутюн" НАН РА.

375019, Ереван, пр. Маршала Баграмяна, 24.