ISSN 0002-3035

ФИЗИКА · ՖԻԶԻԿԱ · PHYSICS

ИЗВЕСТИЯ
НАЦИОНАЛЬНОЙ АКАДЕМИИ НАУК АРМЕНИИ

ՏԵՂԵԿԱԳԻՐ
ՀԱՅԱՍՏԱՆԻ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԶԳԱՅԻՆ ԱԿԱԴԵՄԻԱՅԻ

PROCEEDINGS
OF NATIONAL ACADEMY OF SCIENCES OF ARMENIA

35, № 1 2000

Журнал издается с 1966 г.
Выходит 6 раз в год
на русском и английском языках.

Адрес редакции: Республика Армения. 375019,
Ереван, пр. Маршала Баграмяна, 24-г.

Խմբագրության հասցեն՝ Հայաստանի Հանրապետություն,
375019, Երևան, Մարշալ Բաղրամյան պող., 24-գ:

Editorial address: 24-g, Marshal Bagramyan Av.,
Yerevan, 375019, Republic of Armenia.

Известия НАН Армении, Физика, т.35, №6, с.283-287 (2000)

УДК 530.145

ФЕРМИОННЫЕ ВОЗБУЖДЕНИЯ НА ГЕКСАГОНАЛЬНОЙ РЕШЕТКЕ МАНХЭТТЕНА

Ш.А. ХАЧАТРЯН

Ереванский физический институт

(Поступила в редакцию 20 ноября 1999 г.)

Рассмотрена фермионная модель на гексагональной решетке Манхэттена. С помощью формализма трансфер-матриц получен спектр для возбуждений около состояния с нулевой энергией. Переход к непрерывному пределу приводит к фермионам с центральным зарядом –2 и со спином (0,1).

Как известно, трехмерная модель Изинга эквивалентна фермионной струнной теории на двумерных случайных поверхностях [1-5]. В работе [5] фермионная система была введена на сконструированных на этих поверхностях решетках Манхэттена (РМ) в присутствии внешнего SU(2) калибровочного поля. В непосредственном непрерывном пределе действие для этой системы совпадает с двумерным действием Дирака. Рассмотрение критических состояний упрощенной модели с $U(1)$ калибровочным полем на квадратичной решетке Манхэттена [6], при некотором выборе параметров теории, показывает, что элементарные возбуждения в непрерывном пределе можно интерпретировать как фермионы с центральным зарядом $c = -2$ и со спином (0,1) (подробнее см. [6]).

В настоящей работе рассматривается гексагональная РМ, которая в пределе нулевой постоянной решетки есть поверхность с периодической кривизной. Благодаря структуре РМ можно использовать методы, предложенные в [6]. Спектр для возбуждений имеет сингулярность, но около точки, где отсутствует щель, устремление к непрерывному пределу, при соответствующем выборе параметров, опять приводит к (0,1) фермионам с центральным зарядом –2. Это и будет показано в настоящей работе.

Итак, мы рассматриваем фермионную систему с неэрмитовым гамильтонианом

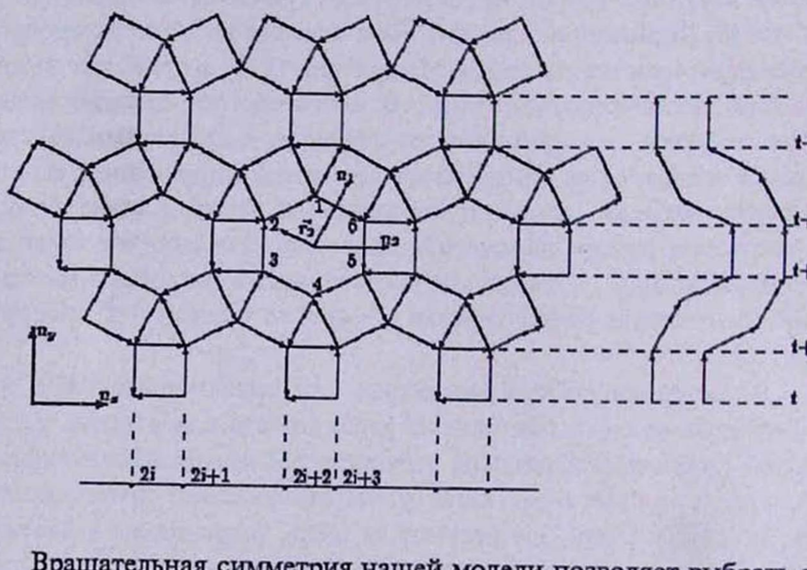
$$H(t_{ij},\Phi)=\sum_{i,\mathbf{n}}U_{\mathbf{n},\mu}t_{i,i+1}c_i^+(\mathbf{n})c_{i+1}(\mathbf{n})+\sum_{i,\mathbf{n},\mu}U_{\mathbf{n},\mu}t_{i,i+4}c_i^+(\mathbf{n})c_{i+4}(\mathbf{n}+\mu)+m\sum_{i,\mathbf{n}}c_i^+(\mathbf{n})c_i(\mathbf{n}) \quad (1)$$

на РМ с периодическими граничными условиями. Фермионы расположены на вершинах решетки, стрелки указывают направление фермионного шага (μ). $U(1)$ магнитное поле вводится таким образом, чтобы потоки через гексагональные и триангулярные плакеты были равны $\Phi = 2\pi p/q$ (p, q – целые, взаимно простые числа), а через квадратичные плакеты имели бы противоположный знак: $z = \prod_{\mu} U_{n,\mu} = e^{i\phi}$. Фиксация калибровки осуществляется с помощью фаз ω, ω^{-1} ($\omega^6 = e^{i\Phi}$).

Трансляционная инвариантность позволяет написать гамильтониан в базисе функций Блоха, рассматривая фермионы на вершинах гексагонов как разные:

$$H(t_{ij}, \Phi) = \sum_{i,\mathbf{k}} c_i^+(\mathbf{k}) H_{ij}(t, \mathbf{k}, \Phi) c_j(\mathbf{k}), \quad k_i = 2\pi \frac{n_i}{N_i}, \quad n_i = 0, \cdots, N_i - 1. \quad (2)$$

Здесь $H(\mathbf{k})$ – это 6×6 матрица, а c_i^+, c_i $(i = 1, \cdots, 6)$ – фермионные операторы рождения и уничтожения на соответствующих вершинах (рис.).



Вращательная симметрия нашей модели позволяет выбрать амплитуды фермионного шага как $t_{i,i+1} = t$, $t_{i,i+4} = t_*$. Решение характеристического уравнения показывает, что спектр состоит из шести зон:

$$\det[H(\mathbf{k}, \Phi) - E(\mathbf{k}, \Phi)] = 0,$$

$$(m - E)^6 + (m - E)^3 f(\mathbf{k}, t, \Phi) + g(\mathbf{k}, t, \Phi) = 0, \quad (3)$$

$$f(\mathbf{k}, t, \Phi) = 2\omega^{-6} t^3 + 2t^2 t_* (\cos k_{ii} + 2\cos\sqrt{3} k_{ii}), \quad g(\mathbf{k}, t, \Phi) = -(\omega^2 t^2 - \omega^{-4} t_*^2)^3.$$

Для состояния с нулевой энергией имеем соотношение

$$m^6 + 2(\omega^{-6}t_*^3 + 2mt_*t^2(\cos 2k_x + 2\cos\sqrt{3}k_y))^2 - (\omega^2 t^2 - \omega^{-2}t_*^2) = 0. \qquad (4)$$

Исследуем элементарные возбуждения около этого состояния с помощью статистической суммы, написанной как интеграл по грассмановым полям:

$$Z = \int \prod dc_i d\bar{c}_i e^{-H(c,\bar{c})}. \qquad (5)$$

Уравнение (3) характеризует для этих возбуждений критическую линию фазовых переходов в пространстве параметров, и около нее можно попытаться осуществить переход к непрерывному пределу, что мы и сделаем, рассматривая статистическую сумму (5) как производящий функционал в двумерном эвклидовом пространстве-времени с действием (1).

С помощью трансфер-матриц мы попытаемся построить гамильтониан на одномерной решетке для этой (1+1) квантовой теории поля. Будем различать два типа возбуждений, расположенных на четных и нечетных вершинах цепочки (рис.). Трансфер-матрицу представим как произведение четырех операторов, осуществляющих переходы между состояниями, которые отмечены на рисунке. При выборе когерентных состояний, последуем примеру [6], используя обычное и дырочное нормальное упорядочение для частиц на четных и нечетных вершинах соответственно. Для нахождения спектра легче действовать в импульсном пространстве:

$$Z = trT^{N_2/2}, \qquad T = \prod_{i=1}^{4} T_i, \qquad T = \prod_p De^{-H_p}. \qquad (6)$$

Структура трансфер-матриц позволяет искать гамильтониан как представление алгебр sl(2):

$$H_p = \varepsilon S + \mu(c_{1p}^+ c_{1p} + c_{2p}^+ c_{2p}),$$

$$S_1 = c_1^+ c_2 - c_2^+ c_1, \;\; S_2 = c_1^+ c_2 + c_2^+ c_1, \;\; S_3 = c_1^+ c_1 - c_2^+ c_2, \;\; S_0 = I. \qquad (7)$$

Дальнейшие вычисления будут сделаны для случая $m = 1$, а к общему случаю можно вернуться перенормировкой $t \to t/m$.

После вычислений получаем:

$$D = 4t^4 t_*^2, \;\; \mu = 0, \;\; \varepsilon_0 = \ln(\cos p)^2,$$

$$\mathrm{ch}(\varepsilon/2) = \frac{1 + \Delta + 2t^2 t_* \cos 2p}{4|\cos p|}, \;\; \varepsilon = |\varepsilon|, \;\; \Delta = 2\omega^{-6}t_*^3 - (\omega^2 t^2 - \omega^{-4}t_*^2)^3. \qquad (8)$$

Отметим, что этот результат можно было получить и из выражения интеграла по траекториям (5) как произведение детерминантов: $z=\prod_{\mathbf{k}}\det H(\mathbf{k})$, осуществляя произведение по k_y и сравнивая с (7,8), с помощью тригонометрической формулы

$$\mathrm{ch}N\alpha+(-1)^{N-1}\mathrm{ch}N\beta=2^{N-1}\prod_{n=0}^{N-1}(\mathrm{ch}\alpha+\mathrm{ch}(\beta-i2\pi\frac{n}{N})). \tag{9}$$

Из дисперсионных уравнений (8) и

$$E_p=-\varepsilon_0(p)+E_\pm(p),\quad E_\pm=-\mu\pm\varepsilon(p) \tag{10}$$

видно, что в спектре присутствуют две зоны. Полная энергия вакуумного состояния в непрерывном пределе есть

$$E_o=-\sum\varepsilon_0(p)=-N_1/\pi\int\varepsilon_0(p)dp=2N_1\ln 2. \tag{11}$$

Здесь мы рассматриваем предел $t\to\infty$ (полностью упакованная фаза) при внешнем поле, одновременно устремляя $\Phi\to 0$, двигаясь по критической кривой:

$$\sin^2\Phi/2=1/2t^3,\quad t=t^*=t_{\cdot}. \tag{12}$$

Тогда из уравнения (8) получаем

$$\mathrm{ch}\,\varepsilon/2=|\cos p|+1/(4|\cos p|). \tag{13}$$

В окрестностях точек $p=\pm\pi/3$, где отсутствует щель, спектр линеен: $\varepsilon=\pm 2\sqrt{3}p$.

Таким образом, над основным состоянием, заполненным до уровня Ферми $\varepsilon(\pm\pi/3)=0$, имеются безмассовые возбуждения, характер которых можно выяснить, написав полную энергию основного состояния с помощью формулы Мак-Лорена для конечных сумм [6,7]:

$$E=\sum\varepsilon_p=N/2\pi\int\varepsilon(p)dp+\pi/6N(\varepsilon'(\pi/3)-\varepsilon'(-\pi/3))+\ldots, \tag{14}$$

и сравнивая с аналогичным выражением для ферми-системы с центральным зарядом c [8]:

$$E=-N\varepsilon-\pi\frac{\nu c}{6N}. \tag{15}$$

Для нашего случая $\nu=\varepsilon'(\pm\pi/3)$ – скорость фермионных возбуждений около уровня Ферми, а центральный заряд $c=-2$.

Автор выражает благодарность А.Г.Седракяну за идею и полезные советы.

ЛИТЕРАТУРА

1. **A.Polyakov.** Phys. Lett., **B82**, 247 (1979).
2. **Vl.Dotsenko, A.Polyakov**, in Adv. Stud. In Pure Math., **15** (1987).
3. **C.Itzikson.** Nucl. Phys., **B210**, 477 (1982).
4. **A.Casher, D.Foerster, R.Winday.** Nucl. Phys., **B251**, 29 (1985).
5. **A.Kavalov, A.Sedrakyan.** Nucl. Phys., **B285** [FS19], 264 (1987).
6. **A.Sedrakyan.** Nucl. Phys., **B554** [FS], 514-536 (1999).
7. **B.Duplantier, F.David.** Journal of Stat. Phys., **51**, 327 (1988).
8. **D.Friedan, S.Shenker, E.Martinec.** Nucl. Phys., **B271**, 92 (1986).

ՖԵՐՄԻՈՆԱՅԻՆ ԳՐԳՌՈՒՄՆԵՐԸ ՄԱՆՀԵԹԵՆԻ ՀԵՔՍԱԳՈՆԱԼ ՑԱՆՑԻ ՎՐԱ

Շ.Ա. ԽԱՉԱՏՐՅԱՆ

Դիտարկված է ֆերմիոնային համակարգ վեցանկյուն Մանհեթենի ցանցի վրա: Տրանսֆեր-մատրիցի կառուցմամբ ստացված է տարրական գրգռումների սպեկտրը զրոյական էներգիայով վիճակների շուրջ: Անընդհատ սահմանի անցումը բերում է (0,1) սպինով և $c = -2$ կենտրոնական լիցքով ֆերմիոնային համակարգի:

FERMIONIC EXCITATIONS ON THE HEXAGONAL MANHATTAN LATTICE

Sh.A. KHACHATRYAN

The fermionic model on the hexagonal ML is considered. By means of the Transfer Matrix approach the spectrum of elementary excitations is found near the state with zero energy. The continuum limit leads to the (0,1) spin fermions with the central charge $c = -2$.

Известия НАН Армении, Физика, т.35, №6, с.288-291 (2000)

УДК 523.16

К УСТОЙЧИВОСТИ АВТОКОРРЕЛЯЦИОННОЙ ФУНКЦИИ РЕЛИКТОВОГО ИЗЛУЧЕНИЯ

А.А. МЕЛКОНЯН

Ереванский физический институт

(Поступила в редакцию 20 ноября 1999 г.)

Изучены свойства угловой автокорреляционной функции Реликтового Излучения во Вселенной Фридмана отрицательной кривизны ($k = -1$). С помощью численных методов изучена зависимость спектрального индекса автокорреляционной функции от плотности Вселенной. Принят во внимание эффект перемешивания геодезических, возникающий только во Вселенной с отрицательной кривизной.

Введение

Обнаружение анизотропии реликтового излучения (РИ) в эксперименте COBE (Cosmic Background Explorer) ознаменовало собой начало эпохи более информативного исследования эволюции и настоящей структуры Вселенной. Так, важность изучения спектра мощности РИ обусловлена тем фактом, что есть все основания предполагать его непосредственную связь со спектром начальных возмущений, от чего и зависит сценарий формирования настоящего крупномасштабного распределения вещества во Вселенной [1,2].

Также была рассмотрена возможность использования данных эксперимента COBE для определения кривизны Вселенной [3]. Этот подход основан на изучении свойств движения пучка фотонов во Вселенной Фридмана-Робертсона-Уокера с отрицательной кривизной, путем сведения этой проблемы к изучению поведения корреляционной функции геодезического потока на 3-многообразиях с отрицательной постоянной кривизной. В частности, экспоненциальный распад корреляционной функции в контексте РИ может привести к реально наблюдаемым эффектам.

Если Вселенная обладает отрицательной кривизной, то вследствие эффекта перемешивания геодезических, настоящий спектр РИ должен отличаться от спектра эпохи последнего рассеивания [4,5] не только благодаря влиянию эффекта Сакса-Вольфа. Информацию о спектре можно получить с помощью исследования угловой автокорреляционной функции.

Целью настоящей работы является изучение угловой автокорреляционной функции РИ $C(\theta, \beta)$, описывающей усредненную температуру в угле θ (β – угол наблюдаемого пучка), и восстановление автокорреляционной функции РИ в эпоху последнего рассеивания, используя современные данные.

Автокорреляционная функция

Стандартный подход к изучению температурной анизотропии РИ не приемлем для Вселенной с отрицательной кривизной. В этом случае применяются методы теории динамических систем и исследуется зависимость свойств геодезического потока от геометрических и топологических свойств Вселенной ($k = -1$) [6].

Исследование проблемы экспоненциального распада коррелятора геодезического потока имеет достаточно интересные наблюдательные следствия, связанные со свойствами автокорреляционной функции $C(\theta,\beta)$. Аносов [7,8] и другие получили фундаментальные результаты, относящиеся к поведению геодезических потоков на 3-многообразиях с отрицательной кривизной. В частности, было доказано, что геодезический поток на замкнутом многообразии с постоянной отрицательной кривизной является системой Аносова, обладающей максимальными хаотическими свойствами (перемешивание всех степеней) и имеющей положительную энтропию Колмогорова-Синая. Заметим, что системы подобного типа структурно устойчивы, т.е. игнорируется влияние небольших возмущений и система остается системой Аносова. Это важное замечание, т.к. Вселенная Фридмана-Робертсона-Уокера не является абсолютно однородной и изотропной, но является возмущенной.

Корреляционная функция геодезического потока f^{λ} на пространстве отрицательной кривизны убывает по экспоненциальному закону [9].

В работе [6] была получена следующая формула:

$$\left|C_{\lambda}(\theta,\beta)-1\right| \le c\left|C_{0}(\theta,\beta)-1\right|\frac{1}{(1+z)^{2}}\left[\frac{\sqrt{1+z\Omega}+\sqrt{1-\Omega}}{1+\sqrt{1-\Omega}}\right]^{4}, \qquad (1)$$

где Ω – параметр плотности, z – красное смещение эпохи последнего рассеивания, c – постоянная.

Результаты

По любому направлению "измеренная" температура стремится к некоему постоянному усредненному значению. Этот эффект не зависит от выбора модели и возникает только в случае изотропной и однородной Вселенной с отрицательной кривизной. Это дает возможность получить некоторую информацию о знаке кривизны Вселенной.

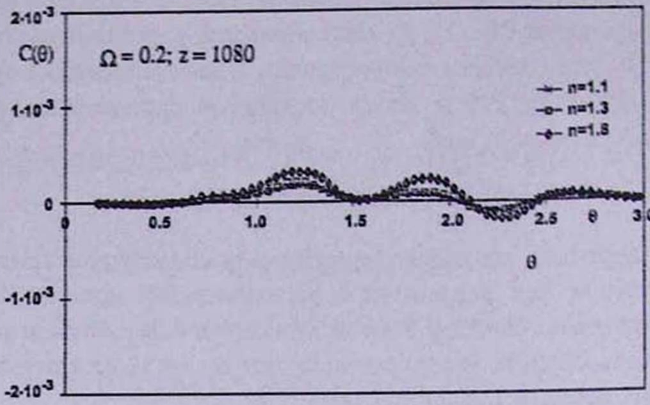


Рис. 1

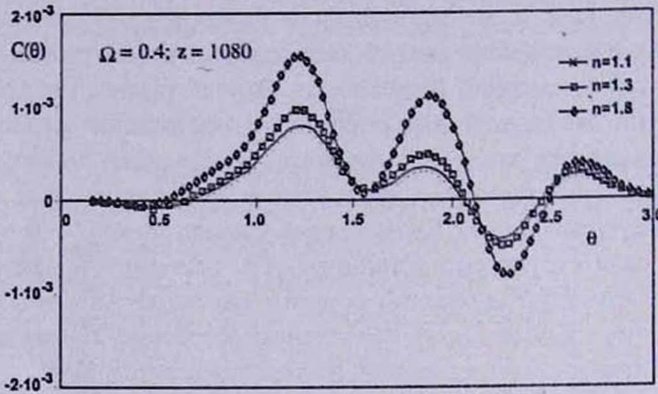


Рис. 2

Мы использовали (1) для восстановления автокорреляционной функции в эпоху последнего рассеивания. Вычисления были выполнены для нескольких значений спектрального индекса n = 1.1, 1.3, 1.8 и z = 1080. По данным эксперимента COBE величина спектрального индекса $n = 1.0 \pm 0.1$ [10-12].

Экспоненциальный распад временной автокорреляционной функции ведет к уменьшению анизотропии РИ после эпохи последнего рассеивания в зависимости от параметра плотности Ω. Впервые этот эффект был обнаружен в [6]. Результаты, приведенные на рис.1 и 2, полностью подтверждают этот эффект; зависимость от параметра плотности Ω очевидна.

Этот эффект возникает только во Вселенной с отрицательной кривизной и исчезает в случаях $k = 0$ и $k = +1$.

Автор выражает благодарность Д.Ланглуа (Парижская обсерватория) и В.Гурзадяну за многочисленные обсуждения и ценные замечания.

ЛИТЕРАТУРА

1. **P.J.E.Peebles.** Principles of Physical Cosmology. Princeton Univ. Press, 1993.
2. **J.A.Peacock, S.J.Dodds.** MNRAS, **267**, 1020 (1994).
3. **V.G.Gurzadyan, A.Kocharian.** Paradigms of Large-Scale Universe. Gordon & Breach, 1994.
4. **V.G.Gurzadyan, A.Kocharian,** in Quantum Gravity IV, World Sci., 1997.
5. **V.G.Gurzadyan, S.Torres.** A&A, **321**, 19 (1997).
6. **V.G.Gurzadyan, A.Kocharian.** Int. J. Mod. Phys. D., **97**, 2 (1993).
7. **Д.В.Аносов.** ДАН СССР, **707**, 145 (1962).
8. **Д.В.Аносов.** Труды Московского мат. инст. им. В.А.Стеклова. М., Наука, вып.90, 1962.
9. **M.Policott.** Journal Stat. Phys., **667**, 67 (1992).
10. **S.Hancock et al.** MNRAS, **289**, 505 (1997).
11. **H.P.Nordberg, G.F.Smoot.** Astro-ph/98051123.
12. **G.Smoot et al.** ApJ, **L1**, 369 (1992).

ՄՆԱՑՈՐԴԱՅԻՆ ՃԱՌԱԳԱՅԹՄԱՆ ԱՎՏՈԿՈՐԵԼՅԱՑԻՈՆ ՖՈՒՆԿՑԻԱՅԻ ԿԱՅՈՒՆՈՒԹՅԱՆ ՎԵՐԱԲԵՐՅԱԼ

Ա.Ա. ՄԵԼՔՈՆՅԱՆ

Հետազոտված են մնացորդային ճառագայթման անկյունային ավտոկորելյացիոն ֆունկցիայի հատկությունները բացասական կորություն ունեցող Ֆրիդմանյան Տիեզերքում: Ավտոկորելյացիոն ֆունկցիայի սպեկտրալ ինդեքսի կախվածությունը Տիեզերքի խտության պարամետրից հետազոտված է թվային եղանակով: Հաշվի է առնվել գեոդեզիականների խառնման էֆեկտը, որը ծագում է միայն բացասական կորություն ունեցող Տիեզերքում:

ON THE STABILITY OF THE CMB AUTOCORRELATION FUNCTION

A.A. MELKONYAN

The properties of the Cosmic Microwave Background radiation angular autocorrelation function in Friedmann Universe with negative curvature (k=-1) are studied. The dependence of the spectral index of autocorrelation function on the density parameter of the Universe is studied numerically, taking into account the effect of geodesic mixing occurring in k=-1 curvature Universe.

Известия НАН Армении, Физика, т.35, №6, с.292-298 (2000)

УДК 538.61

О ВОЗМОЖНОСТИ ПЕРЕНОСА НАСЕЛЕННОСТИ В ТРЕХУРОВНЕВОЙ СИСТЕМЕ ПРИ ОТЛИЧНОЙ ОТ НУЛЯ ДВУХФОТОННОЙ РАССТРОЙКЕ

Г.Г. ГРИГОРЯН, Е.Т. ПАШАЯН

Институт физических исследований НАН Армении

(Поступила в редакцию 28 июля 2000 г.)

Исследована возможность получения инверсной населенности между двумя атомными состояниями трехуровневой системы Λ-типа при отличной от нуля двухфотонной расстройке путем облучения атома двумя частично-перекрывающимися импульсами. Проведен анализ параметров взаимодействия для экспериментальной реализации процесса.

В последние годы для эффективного возбуждения атомов широкое применение получил метод адиабатического переноса населенности, известный в литературе как STIRAP [1,2]. STIRAP реализуется при адиабатическом взаимодействии трехуровневой системы с двумя перекрывающимися во времени импульсами, включаемыми в контринтуитивной последовательности (т.е. стоксовый импульс включается и выключается раньше импульса накачки), обеспечивая 100%-ный перенос населенности из одного квантового состояния в другое. Преимущество данного метода состоит в том, что при этом промежуточный уровень не заселяется, а значит, спонтанный распад данного уровня не влияет на эффективность переноса, даже если длительность лазерных импульсов намного больше времени жизни промежуточного уровня. Другой отличительной чертой STIRAP-а является то, что вероятность переноса не зависит от площади импульса в отличие от возбуждения при помощи π-импульса [3].

Однако требование точного двухфотонного резонанса является существенным ограничением этого метода. Так, например, доплеровское смещение атомных частот может препятствовать переносу населенности в атомарной среде этим методом. Поэтому особый интерес представляет изучение влияния отстройки от двухфотонного резонанса на процесс переноса населенности.

Возможность инвертирования трехуровневой системы лестничного типа при отличной от нуля двухфотонной расстройке, используя явление самоиндуцированного резонанса (СИР), была показана еще в

70-е годы в [4,5]. При самоиндуцированном резонансе динамические штарковские сдвиги атомных уровней приводят к усилению резонанса и даже проводят систему через резонанс. В отличие от процесса STIRAP, где населенность промежуточного уровня в адиабатическом приближении равна нулю, в данном методе населенность промежуточного уровня отлична от нуля, но может быть сделана сколь угодно малой подбором соответствующих значений параметров взаимодействия. В настоящей работе более детально рассматривается метод, предложенный в [4] для Λ-системы.

Рассмотрим трехуровневую Λ-систему с невырожденными уровнями, взаимодействующую с двумя перекрывающимися лазерными импульсами (см. рис.1): $E_p(t) = \mathrm{E}_p \exp(-i\omega_p t + i\varphi_p) + c.c.$, $E_s(t) = \mathrm{E}_s \exp(-i\omega_s t + i\varphi_s) + c.c.$, несущие частоты которых являются однофотонно-резонансными для переходов $|1\rangle \to |2\rangle$ и $|2\rangle \to |3\rangle$, соответственно. Считаем, что вначале система находится в основном состоянии $|1\rangle$. Каждое поле эффективно взаимодействует только с одной парой энергетических уровней. Длительности импульсов предполагаются достаточно короткими, чтобы можно было пренебречь спонтанными распадами.

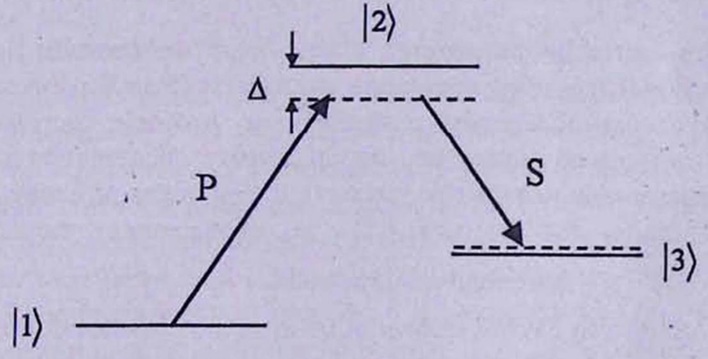


Рис.1. Диаграмма энергетических уровней трехуровневой Λ-системы, взаимодействующей с двумя импульсами: импульсом накачки (P) и стоксовым импульсом (S).

Взаимодействие атомной системы с излучениями в рассматриваемых условиях описывается системой уравнений Шредингера для амплитуд вероятностей атома

$$i\dot{B} = HB, \qquad (1)$$

где B – вектор зависящих от времени амплитуд вероятностей нахождения атома в состояниях $|1\rangle$, $|2\rangle$, $|3\rangle$, а Гамильтониан взаимодействия в резонансном приближении имеет вид

$$H(t)=\begin{pmatrix} 0 & \Omega_p(t) & 0 \\ \Omega_p(t) & \Delta & \Omega_s(t) \\ 0 & \Omega_s(t) & \delta \end{pmatrix}. \tag{2}$$

Здесь $\Omega_p=-\dfrac{\mathbf{d}_{12}\mathcal{E}_p}{\hbar}$ и $\Omega_s=-\dfrac{\mathbf{d}_{23}\mathcal{E}_s}{\hbar}$ – частоты Раби приложенных полей, а $\Delta=\omega_{21}-\omega_p+\dot{\varphi}_p$ и $\delta=\omega_{31}-\omega_p+\omega_s+\dot{\varphi}_p-\dot{\varphi}_s$ – расстройки однофотонного и двухфотонного резонансов соответственно. Зависящие от времени собственные значения Гамильтониана являются корнями следующего кубического уравнения:

$$\lambda(\lambda-\Delta)(\lambda-\delta)-(\lambda-\delta)\Omega_p^2-\lambda\Omega_s^2=0\,. \tag{3}$$

Из (3) видно, что при условии точного двухфотонного ($\delta=0$) резонанса Гамильтониан взаимодействия обладает нулевым собственным значением ($\lambda^0=0$), которому, как известно [1,2], соответствует собственное состояние

$$\left|\Phi_0\right\rangle=\left|1\right\rangle\cos\theta-\left|3\right\rangle\sin\theta, \tag{4}$$

где $\operatorname{tg}\theta(t)=\dfrac{\Omega_p(t)}{\Omega_s(t)}$.

Это состояние называется “плененным” состоянием [1,2]. Атом при попадании в данное состояние оказывается как бы выключенным из процесса взаимодействия с излучением. Атомная система в электромагнитном поле может перейти в данное собственное состояние при определенных начальных условиях и при условии адиабатичности взаимодействия $\Omega T\gg1$, где Ω – обобщенная частота Раби, $\Omega=\sqrt{\Omega_p^2+\Omega_s^2}$; T – длительность импульса.

Рассмотрим случай отличной от нуля двухфотонной расстройки, но ограничимся большими значениями однофотонной расстройки, т.е. следуя работе [4], будем предполагать выполнение следующих условий:

$$\left|\frac{\delta}{\Delta}\right|\ll1,\qquad \left|\frac{\Omega}{\Delta}\right|\ll1. \tag{5}$$

В рассматриваемом приближении для собственных значений Гамильтониана имеем:

$$\lambda_{1,3}=\frac{1}{2\Delta}\left\{\delta\Delta-\Omega_p^2-\Omega_s^2\pm\sqrt{(\delta_{eff}\Delta)^2+(2\Omega_p\Omega_s)^2}\right\},\quad \lambda_2=\Delta+\frac{\Omega_p^2+\Omega_s^2}{\Delta}, \tag{6}$$

где $\delta_{eff}=\delta+\dfrac{\Omega_p^2-\Omega_s^2}{\Delta}$ – эффективная расстройка двухфотонного резонанса, учитывающая штарковские сдвиги атомных уровней.

В первом приближении по параметру δ/Δ собственные значения $\lambda_{1,3}$ соответствуют собственным состояниям

$$|\Phi_1\rangle = \begin{pmatrix} \cos\psi \\ \frac{\Omega}{\Delta}\sin(\psi-\theta) \\ -\sin\psi \end{pmatrix}, \qquad |\Phi_3\rangle = \begin{pmatrix} \sin\psi \\ -\frac{\Omega}{\Delta}\sin(\psi+\theta) \\ \cos\psi \end{pmatrix}, \tag{7}$$

где

$$\mathrm{tg}\psi = \frac{\delta_{eff}\Delta + \sqrt{(\delta_{eff}\Delta)^2 + (2\Omega_p\Omega_s)^2}}{2\Omega_p\Omega_s}. \tag{8}$$

Отметим, что выражения (6) и (7) для Ξ-системы впервые были получены в [4].

Как следует, из (8), угол $\psi(-\infty)\to 0$ при $\delta_{eff}\Delta < 0$ и $\psi(-\infty)\to \pi/2$ при $\delta_{eff}\Delta > 0$. Действительно, числитель выражения (8) до включения взаимодействия с полем накачки принимает вид $\delta_{eff}\Delta + |\delta_{eff}\Delta|$ и, таким образом, величина ψ зависит от знака $\delta_{eff}\Delta$. При $\delta = 0$ мы получаем $\mathrm{tg}\psi = \dfrac{-\Omega^2\cos 2\theta + \Omega^2}{\Omega^2 \sin 2\theta} = \mathrm{tg}\theta$ и собственные состояние $|\Phi_1\rangle$ совпадает с плененным состоянием $|\Phi_0\rangle$.

Рассмотрим вначале случай, когда $\delta\Delta < 0$. Тогда до включения импульса накачки (т.е. до взаимодействия атома с полем) $\delta_{eff}\Delta < 0$ и собственное состояние $|\Phi_1\rangle$ соответствует рассматриваемому начальному условию атома в основном состоянии. Из (7) следует, что если в процессе взаимодействия импульсов с атомной системой мы сможем обеспечить изменение угла ψ от 0 до $\pi/2$, то тем самым будет обеспечен перенос населенности из состояния $|1\rangle$ в состояние $|3\rangle$. Поведение угла ψ определяется поведением величины $\delta_{eff}\Delta$, которая может быть записана в виде

$$\delta_{eff}\Delta = \Omega^2(\beta - \cos 2\theta), \tag{9}$$

где $\beta = \delta\Delta/\Omega^2$. Если при выключении стоксового импульса $\delta_{eff}\Delta$ окажется положительной, то, как следует из (8), $\mathrm{tg}\psi \to \infty$, т.е. $\psi \to \pi/2$. Таким образом, для обеспечения переноса населенности из состояния 1 в состояние 3 необходимо, чтобы в области перекрытия импульсов $\delta_{eff}\Delta$ меняло знак с минуса на плюс. Как следует из (9), для обращения $\delta_{eff}\Delta$ в нуль необходимо, чтобы $|\beta| \le 1$. Анализ поведения $\delta_{eff}\Delta$ показывает, что эта величина меняет свой знак дважды, однако подбором соответствующего времени задержки между импульсами можно добиться, чтобы второе прохождение системы через резонанс оказалось вне области перекрытия импульсов, что иллюстрируется на рис.2. Как видно из приведенного графика, $\delta_{eff}\Delta$ действительно меняет свой знак дважды, в точках t_1 и t_2. Однако при этом вторая точка обращения в нуль $\delta_{eff}\Delta$ оказывается вне области перекрытия импульсов. Оба импульса имеют гауссову огибающую $\Omega_p(t) = \Omega_{p0}\exp[-(t-\tau)^2/T^2]$, $\Omega_s(t) = \Omega_{s0}\exp[-(t/T)^2]$,, где τ – время задержки между импульсами, а T – длительность импульса.

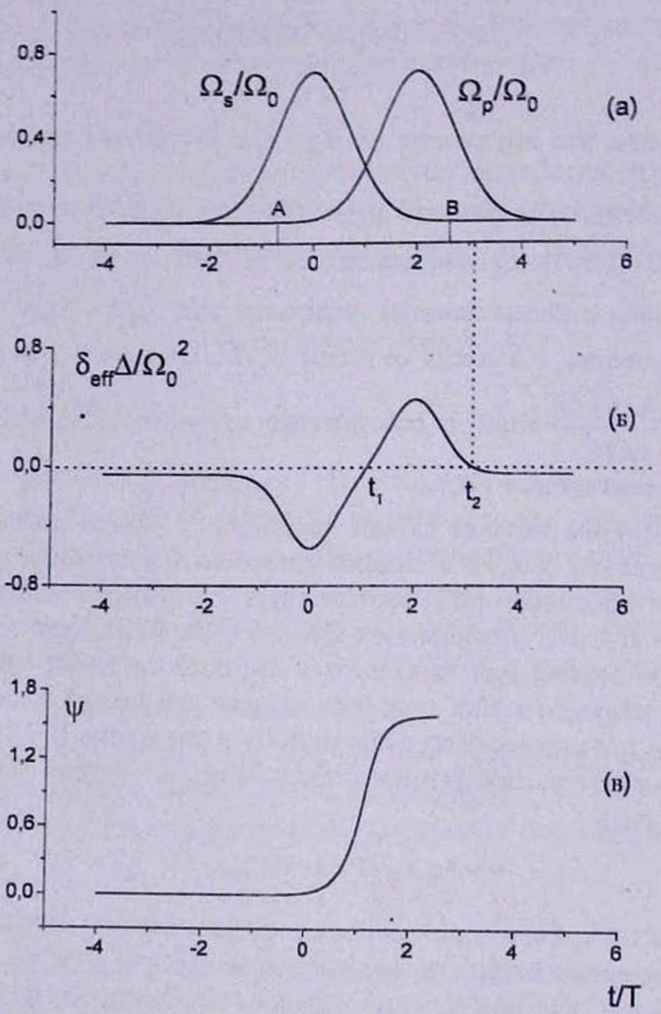


Рис.2. Временная эволюция (а) огибающих импульса накачки и стоксового импульса, нормированных на максимальную частоту Раби Ω_0 ($\Omega_0 = \sqrt{\Omega_{p0}^2 + \Omega_{s0}^2}$); (б) параметра $\delta_{eff}\Delta$, (в) угла ψ для $\beta_0 = -0.05$; $\tau/2T = 1.0$; $\Omega_{s0}/\Omega_{p0} = 1$.

Рис.3 иллюстрирует зависимость населенностей основного и промежуточного атомных состояний от времени для различных значений параметра взаимодействия: $\beta_0 = -0.1; -0.15; -0.25; -0.45; -0.5$ и $\tau = 1.0$. Видно, что вплоть до значения $\beta_0 = -0.25$ в системе возможен эффективный перенос населенности, однако с увеличением параметра β_0 этот процесс нарушается (атом вновь возвращается в начальное состояние). При этом заселение промежуточного уровня, например, при $\beta_0 = -0.15$ составляет $\sim 10^{-4}$. Аналогичные результаты получаются при $\delta\Delta > 0$. При этом необходимо, чтобы первое обращение $\delta_{eff}\Delta$ в нуль пришлось на временной интервал до включения Ω_p (что соответствует значению параметра $\beta < 1/\sqrt{2}$). Отметим, что если в этом интервале $\delta_{eff}\Delta$ не обращается в нуль, то оно остается положительным в течение всего времени взаимодействия и перенос населенности не происходит.

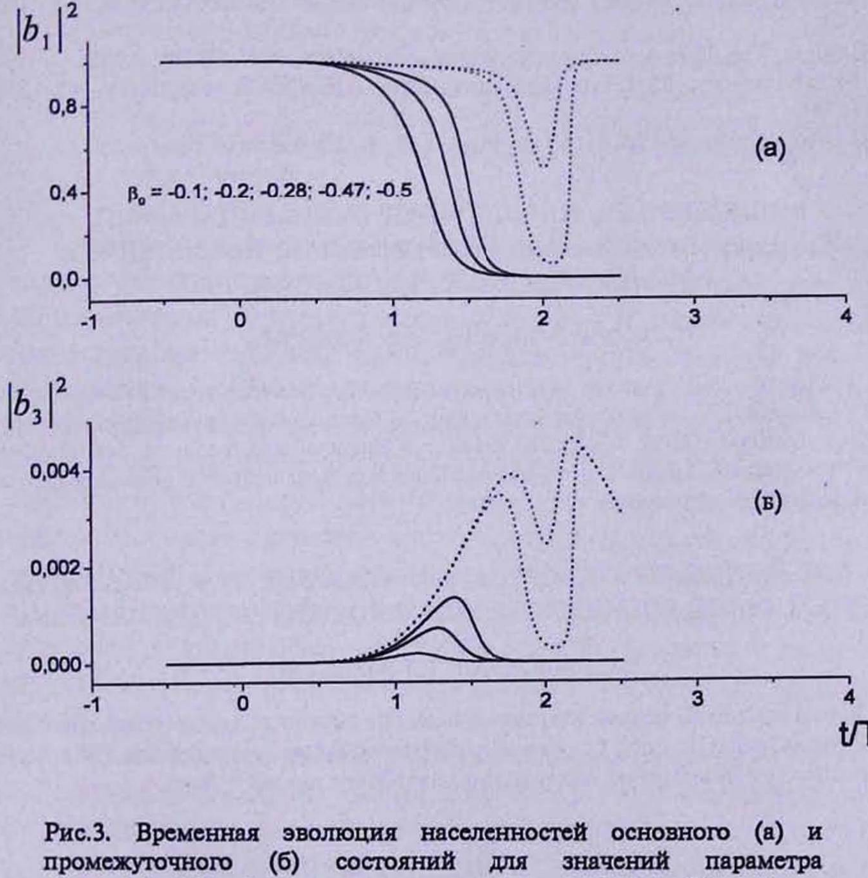


Рис.3. Временная эволюция населенностей основного (а) и промежуточного (б) состояний для значений параметра $\beta_0 = -0.1; -0.2; -0.28; -0.47; -0.5$ при $\tau / 2T = 1.0$ и $\Omega_{s0}/\Omega_{p0} = 1$.

Таким образом, анализ взаимодействия атомной системы с двумя частично-перекрывающимися импульсами, включенными в контринтуитивной последовательности, показывает, что в системе возможно осуществить полный перенос населенности из одного состояния в другое и при отличной от нуля двухфотонной расстройке при следующих условиях: $|\delta\Delta| < 0.3\Omega^2 << \Delta^2$.

Отметим, что для эффективного переноса населенности необходимо, чтобы выполнялось условие адиабатичности взаимодействия, т.е. $|\lambda_1 - \lambda_{2,3}| >> \delta\omega$, где $\delta\omega$ – ширина, обусловленная как шириной атомных уровней, так и немонохроматичностью полей. Подставляя в это условие выражения для λ_1 и $\lambda_{2,3}$, нетрудно получить следующее условие для адиабатичности взаимодействия: $\dfrac{\Omega^2 T}{\Delta} >> 1$.

ЛИТЕРАТУРА

1. E.Arimondo. Progress in optics, 35, 257 (1996).
2. K.Bergmann, H.Theuer, and B.W.Shore. Rev. of Modern Physics, 70, 1003 (1998).
3. B.Shore. The Theory of Coherent Atomic Excitation. N.Y., Wiley, 1990.
4. М.А.Саркисян, М.Л.Тер-Микаелян, Изв. АН СССР, сер. физ., 42, 2574 (1978).
5. D.Grischkowsky and M.M.T.Loy. Phys. Rev. A, 12, 1117 (1975).

ԵՌԱՄԱԿԱՐԴԱԿ ՀԱՄԱԿԱՐԳՈՒՄ ԲՆԱԿԵՑՎԱԾՈՒԹՅԱՆ ՏԵՂԱՓՈԽՈՒԹՅԱՆ ՀՆԱՐԱՎՈՐՈՒԹՅՈՒՆԸ ՈՉ ԶՐՈՅԱԿԱՆ ԵՐԿՖՈՏՈՆԱՅԻՆ ԱՊԱԼԱՐՔԻ ԴԵՊՔՈՒՄ

Գ.Հ. ԳՐԻԳՈՐՅԱՆ, Ե.Թ. ՓԱՇԱՅԱՆ

Հետազոտված է Λ-տեսքի եռամակարդակ համակարգում ատոմական վիճակների միջև բնակեցվածության ինվերսիայի ստացումը ոչ զրոյական երկֆոտոնային ապալարքի դեպքում՝ ատոմը երկու մասնակիորեն ծածկված իմպուլսներով ճառագայթելու միջոցով: Տվյալ պրոցեսի փորձնական իրականացման համար կատարված է փոխազդեցության պարամետրերի վերլուծություն:

ON THE POSSIBILITY OF POPULATION TRANSFER IN A THREE-LEVEL SYSTEM UNDER CONDITION OF NON-ZERO TWO-PHOTON DETUNING

G.G.GRIGORYAN, E.T.PASHAYAN

Population transfer between two atomic states of a three-level Λ-type system at non-zero two-photon detuning by using two partially overlapping pulses is investigated. The analysis of interaction parameters for experimental realization of this process is given.

Известия НАН Армении, Физика, т.35, №6, с.299-308 (2000)

УДК 621.373

ВЫНУЖДЕННОЕ КОМБИНАЦИОННОЕ РАССЕЯНИЕ НА ВНУТРИЗОННЫХ ПЕРЕХОДАХ В МНОГОСЛОЙНОЙ РАЗМЕРНО-КВАНТОВАННОЙ ПОЛУПРОВОДНИКОВОЙ СТРУКТУРЕ В КВАНТУЮЩЕМ МАГНИТНОМ ПОЛЕ

А.Г. АЛЕКСАНЯН, А.С. ЕРЕМЯН

Институт радиофизики и электроники НАН Армении

(Поступила в редакцию 25 октября 1999 г.)

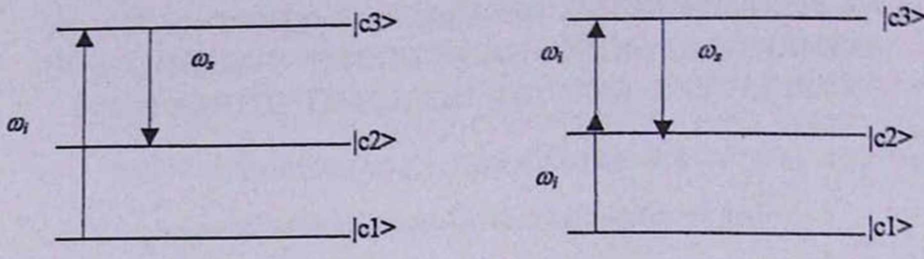
Рассмотрены двухфотонный и трехфотонный процессы комбинационного рассеяния в трехмерно-квантованном спектре полупроводника. Получены аналитические выражения для нелинейной восприимчивости, коэффициента усиления и порога генерации. Показано, что учет конечной заселенности уровней приводит к тому, что комбинационное рассеяние и горячая люминесценция сопровождаются резонансной флуоресценцией. Численные оценки показывают, что специфика среды приводит к низким порогам генерации и высоким значениям коэффициента усиления.

Важной задачей современной оптоэлектроники является как усовершенствование известных, так и создание принципиально новых ИК фотоприемников и перестраиваемых лазеров. В связи с этим особый интерес вызывают нелинейные оптические явления, которые могут быть использованы в подобных приборах [1,2], в частности, явление рамановского рассеяния на электронных состояниях в полупроводнике.

В качестве среды будем рассматривать многослойную структуру, образованную периодическим чередованием двух различных полупроводниковых слоев с различными толщинами. Узкозонный слой размерно-квантован, а широкозонный имеет такую толщину, что обеспечивает слабую связь между слоями узкозонного. Такая структура, помещенная в квантующее магнитное поле по нормали к плоскостям слоев, будет иметь трехмерно-квантованный электронный (дырочный) спектр [3].

Особенностью рассматриваемой системы является то, что (когда толщина размерно-квантованной пленки d и величина магнитного поля выбираются такими, что ни одна из разностей частот не попадает в резонанс с частотой оптического фонона) электрон-фононное взаимодействие в ней подавлено [4] и время релаксации возбужденного электрона определяется не электрон-фононной релаксацией (как в [5,6]), а спонтанным распадом уровня.

Ниже мы будем рассматривать явление вынужденного рамановского рассеяния в трехуровневой системе, образованной тремя низшими состояниями размерного квантования в зоне проводимости полупроводника (рис.1).



а Рис.1. б

На рис.1 показаны два вида рамановского рассеяния, которые соответствуют двухфотонному (а) и трехфотонному (б) процессам.

Поскольку дипольный однофотонный переход |c1>-|c3> запрещен правилами отбора, то мы будем рассматривать процесс рамановского рассеяния как а) двухфотонный с квадрупольно-дипольными переходами, б) трехфотонный с диполь-дипольными переходами.

Перейдем теперь к изучению явления рамановского рассеяния, рассмотрение которого удобно проводить в рамках теории возмущений, используя формализм матрицы плотности. Исходным является уравнение движения оператора плотности:

$$i\hbar\frac{\partial\hat{\rho}}{\partial t}=\left[\hat{H},\hat{\rho}\right],\tag{1}$$

где

$$\hat{H}=\hat{H}_0+\hat{H}'+\hat{H}^{(r)}\tag{2}$$

есть полный гамильтониан, описывающий систему под воздействием излучения. $\hat{H}_0$ – невозмущенный гамильтониан, для которого нормированные функции Ψ и собственные значения $E_{n,l}$ находим из уравнения

$$\hat{H}_0\Psi=E\Psi\,.\tag{3}$$

Согласно [3] в приближении эффективной массы решение (3) имеет вид

$$\Psi_c=U_{c0}(r)F_{\upsilon}(r)\,,$$

$$F=\varphi_l(y-y_0)\exp(ik_x x)\sqrt{\frac{2}{d}}\sin\left(\frac{\pi n}{d}z\right),\tag{4}$$

с собственными значениями

$$E_{n,l}=\frac{\pi^2\hbar^2}{2m_c^*d^2}n^2+\hbar\Omega_{cycl}\left(l+\frac{1}{2}\right). \tag{5}$$

Здесь $U_{c0}(r)$ – блоховская волновая функция электрона в точке экстремума ($k=0$) зоны проводимости, $\varphi_l(y-y_0)$ – осцилляторная функция, отнесенная к положению равновесия y_0; l и n – квантовые числа магнитного осциллятора и размерного квантования, соответственно, k_x – x-компонента квазиволнового вектора, m_c^* – эффективная масса, Ω_{cycl} – циклотронная частота. В направлении z движение носителей ограничено в бесконечно глубокой прямоугольной яме с шириной d, а в плоскости пленки оно квантуется магнитным полем $H\|z$ [3]. В (2) $\hat{H}^{(r)}$ описывает релаксационные процессы, а $\hat{H}'$ представляет гамильтониан возмущения, характеризующий взаимодействие между средой и излучением:

$$\hat{H}'=\frac{e}{mc}\mathbf{A}(\mathbf{r},t)\left(\hat{p}+\frac{e}{c}\mathbf{A}^{(0)}\right), \tag{6}$$

где $\mathbf{A}(\mathbf{r},t)$ и $\mathbf{A}^{(0)}$ – вектор-потенциалы поля излучения и внешнего потоянного магнитного поля, соответственно:

$$\mathbf{A}(\mathbf{r},t)=A\mathbf{e}\exp(i\mathbf{q}\mathbf{r}+i\omega t)+c.c.,\quad \mathbf{A}^{(0)}=\{-Hy,0,0\}.$$

Матричный элемент возмущения (6) между волновыми функциями (4) для внутризонных переходов равен

$$H'_{\upsilon_c\upsilon_c'}\equiv\langle\Psi_{\upsilon_c}|\hat{H}'|\Psi_{\upsilon_c'}\rangle=\int U_{c0}^*F_{\upsilon_c}^*\hat{H}'U_{c0}F_{\upsilon_c'}d^3r\,,$$

где $\upsilon_c\equiv\{n,l,k_x\}$ – набор квантовых чисел, характеризующий систему, а интегрирование производится по основной области кристалла.

Для переходов между состояниями размерного квантования n и n' получаем из (6) и (4) в дипольном приближении:

$$H'_{\upsilon_c'\upsilon_c}=-\frac{ie\hbar A}{dmc}\frac{4nn'}{n^2-n'^2}\delta_{n-n',2k+1}\delta_{k_x,k_x'}\delta_{l,l'},\qquad \mathbf{E}=-\frac{1}{c}\frac{\partial\mathbf{A}}{\partial t}. \tag{7}$$

Отсюда видно, что дипольный переход c1-c3 запрещен, а в квадрупольном приближении получается:

$$H'_{13QE}=\frac{3}{8}\frac{e\hbar qd}{m\omega_i d}E_i(\omega_i). \tag{8}$$

При вычислении (8) учитывалась связь между напряженностью электрического поля и векторным потенциалом; принято во внимание также то, что для существования квадрупольного перехода между сотояниями размерного квантования необходимо наличие z-компоненты волнового вектора падающей волны. С целью достижения наибольшего значения H'_{13QE} мы приняли угол между **q** и **z** равным 45^0.

Применение теории возмущений к разложениям $\hat{\rho}$ и $\hat{H}$ по степеням электрического поля приводит к следующим уравнениям для диагональных и недиагональных элементов матрицы плотности p-го порядка [7]:

$$i\hbar\left(\frac{\partial}{\partial t}+\gamma_j\right)(\rho_{jj}^{(p)}-\rho_{jj}^{(0)})=\left[\hat{H}',\hat{\rho}^{(p-1)}\right]_{jj},\qquad i=j, \tag{9}$$

$$i\hbar\left(\frac{\partial}{\partial t}+i\omega_{ij}+\gamma_{ij}\right)\rho_{ij}^{(p)}=\left[\hat{H}',\hat{\rho}^{(p-1)}\right]_{i,j},\qquad i\neq j. \tag{10}$$

Здесь $\omega_{ij}=(E_i-E_j)\hbar^{-1}$ – частота перехода $i\to j$. В равновесном состоянии $\rho_{ii}^{(0)}$ в (9) и (10) принимается равным функции распределения Ферми f_i. Член $\hat{H}^{(r)}$ в гамильтониане (4) был учтен в (10) релаксационным членом ($i\hbar\gamma_{ij}$). В нашей системе $\gamma_{ij}=\gamma_i+\gamma_j$, где γ_j – естественная ширина уровня j. Последняя определяется из общего выражения

$$\gamma_j=\sum_{i<j}\frac{4\eta_\alpha^3\omega_{ji}^3\mu_{ji}^2}{3\hbar c^3}, \tag{11}$$

где η_α – показатель преломления волны на соответствующей частоте. Здесь под знак суммы входят коэффициенты Эйнштейна для спонтанного излучения, соответствующие данным парам уровней j и i. При вычислении квадрупольного перехода |3>–|1> нужно в (11) поставить матричный элемент квадрупольного перехода и провести соответствующее усреднение по направлениям распространения волны. Пренебрегая малым вкладом этого перехода в уширение уровня |3>, получаем для γ_3:

$$\gamma_3\approx\frac{4\eta_s^3\omega_{32}^3\mu_{32}^2}{3\hbar c^3}=\frac{4\eta_s^3e^2\hbar\omega_{32}}{3c^3m^2d^2}\left(\frac{24}{5}\right)^2. \tag{11a}$$

В последнем равенстве было использовано значение μ_{32}, определяемое с помощью (7). Аналогично, для γ_2 и γ_1 получаем:

$$\gamma_2=\frac{4\eta_s^3\omega_{21}^3\mu_{21}^2}{3\hbar c^3}=\frac{4\eta_s^3e^2\hbar\omega_{21}}{3c^3m^2d^2}\left(\frac{8}{3}\right)^2,\quad \gamma_1=0. \tag{11б}$$

Здесь мы предположили, что $\eta_{21}\approx\eta_{32}=\eta_s$.

Сравнение (11а) и (11б) показывает, что для нашей системы всегда выполняются соотношения

$$\gamma_2<\gamma_3,\ \gamma_{21}<\gamma_{31};\gamma_{32}. \tag{12}$$

Рассмотрим два типа процессов комбинационного рассеяния, схематически показанных на рис. 1а и 1б, соответственно.

а. Двухфотонный процесс

На рис.1а показан процесс, при котором поглощается падающий фотон с частотой ω_l излучается фотон на стоксовой частоте ω_s, при этом система переходит из начального состояния |1> в конечное |2>.

Вычисление нелинейной поляризации $P(\omega_s)$ (восприимчивости $\chi(\omega_s)$), необходимой для генерации излучения на частоте ω_s, проводится на основе уравнений (9) и (10). В вычислениях по рамановскому рассеянию обычно предполагается, что система изначально находится в основном состоянии и в правой части (10) принимается для равновесной заселенности: $\rho_{jj}^{(0)} = \delta_{j1}\rho_{jj}^{(0)}$ (см., например, [8]). Здесь же мы будем учитывать конечное значение равновесных заселенностей рассматриваемых уровней.

Соответствующий матричный элемент ρ_{23}, описывающий переход |3>--|2> и имеющий резонансный знаменатель при $\omega_{32} = \omega_s$, получается, при резонансных приближениях, в третьем порядке разложения ρ в теории возмущений:

$$\rho_{32}^{(3)} = (\rho_{32}^{(3)}) = -\frac{1}{\hbar(-\omega_s + \omega_{32} - i\gamma_{32})}[H_{32}'^{-\omega_i}(\rho_{22}^{(2)} - \rho_{33}^{(2)}) + H_{31}'^{-\omega_i}\rho_{12}^{(2)}] =$$

$$= -\frac{H_{32}'^{-\omega_s}}{\hbar(-\omega_s + \omega_{32} - i\gamma_{32})}\left[(\rho_{22}^{(2)} - \rho_{33}^{(2)})\cdot\left(1 - |H_{23}'|^2 \frac{2\lambda_{23}\left(\frac{1}{\gamma_2} + \frac{1}{\gamma_3}\right)}{\hbar^2(\omega_s - \omega_{32})^2 + \gamma_{23}^2)}\right) - \right. \tag{13}$$

$$\left. - |H_{31}'^{-\omega_i}|^2 \frac{(\rho_{11}^{(0)} - \rho_{33}^{(0)})2\gamma_{13}}{\hbar^2\gamma_3(\omega_l - \omega_{31})^2 + \gamma_{13}^2)}\right] +$$

$$+ \frac{H_{32}'^{-\omega_s}}{\hbar(-\omega_s + \omega_{32} - i\gamma_{32})}\frac{|H_{31}'^{\omega_i}|^2}{\hbar^2(\omega_l - \omega_s + \omega_{12} - i\gamma_{12})}\left(\frac{\rho_{11}^{(0)} - \rho_{33}^{(0)}}{\omega_l - \omega_{31} - i\gamma_3} - \frac{\rho_{33}^{(0)} - \rho_{22}^{(0)}}{-\omega_l + \omega_{32} - i\gamma_{32}}\right).$$

Среднее значение результирующей поляризации определяется с помощью (13), используя определение среднего значения квантовомеханической величины:

$$\langle P_S \rangle = \mathrm{Sp}(\hat{\rho}^{(3)}\hat{P}_S) = (\chi_S^{(1)} + \chi_{SS}^{(3)}|E_S|^2 + \chi_{SL}^{(3)}|E_l|^2 + \chi_{SR}^{(3)}|E_l|^2)E_S, \tag{14}$$

где восприимчивости χ определяются из (13) и (14) с помощью следующих общих соотношений:

$$\hat{H}' = -\mu\mathbf{E}\ ;\ \mathbf{E} = -\frac{1}{c}\frac{\partial\mathbf{A}}{\partial t};\ P_s = \frac{2}{V}\sum_{k_s,n,l}\mu_{23}, \tag{15}$$

а также с учетом правил отбора (7);

$$\chi_s^{(1)} = \left(\frac{24}{5}\right)^2 \left(\frac{e^3 H}{m^2 c\pi d^3 \omega_s^2}\right) \frac{(\rho_{22}^{(0)} - \rho_{33}^{(0)})}{(-\omega_s + \omega_{32} - i\gamma_{32})}, \tag{16а}$$

$$\chi_{SS}^{(3)} = -\chi_s^{(1)} \left(\frac{24}{5}\right)^2 \left(\frac{e^2}{m^2 d^2 \omega_s^2}\right) \frac{2\gamma_{23}\left(\frac{1}{\gamma_2} + \frac{1}{\gamma_3}\right)}{(\omega_s - \omega_{32})^2 + \gamma_{23}^2}, \tag{16б}$$

$$\chi_{SL}^{(3)} = -\left(\frac{9}{5}\right)^2 \left(\frac{e^5}{m^4 c\pi}\right) \left(\frac{q^2 H}{\omega_i^2 \omega_s^2 d^3}\right) \frac{(\rho_{11}^{(0)} - \rho_{33}^{(0)}) 2\gamma_{13}}{\gamma_3((\omega_1 - \omega_{31})^2 + \gamma_{13}^2)(-\omega_s + \omega_{32} - i\gamma_{32})}, \tag{16в}$$

$$\chi_{SR}^{(3)} = \frac{\left(\frac{9}{5}\right)^2 \left(\frac{e^5}{m^4 c\pi}\right) \left(\frac{q^2 H}{\omega_i^2 \omega_s^2 d^3}\right)}{(-\omega_s + \omega_{32} - i\gamma_{32})(\omega_i - \omega_s + \omega_{12} - i\gamma_{12})} \left\{ \frac{\rho_{11}^{(0)} - \rho_{33}^{(0)}}{(\omega_i - \omega_{31} - i\gamma_{13})} - \frac{\rho_{33}^{(0)} - \rho_{22}^{(0)}}{(-\omega_s + \omega_{32} - i\gamma_{32})} \right\}. \tag{16г}$$

При вычислении Sp в (14) (суммы в (15)) учитывалось спиновое вырождение (множитель 2) и соотношение $\frac{1}{V}\sum_{k_x} = \frac{eH}{2\pi\hbar cd}$. Поскольку правила отбора (7) запрещают однофотонный дипольный переход |1>--|3>, то для входящего в (13) $H_{31}'^{\omega_i}$ было использовано вычисленное в квадрупольном приближении его значение из (8).

С рамановским рассеянием связана нелинейная восприимчивость $\chi_{SR}^{(3)}$, которая содержит резонансный знаменатель при $\omega_i - \omega_s = \omega_{21}$. Появление трех других χ является результатом вклада $(\rho_{22}^{(2)} - \rho_{33}^{(2)})$ в уравнение для $\rho_{32}^{(3)}$. Мнимая часть восприимчивости $\chi_{SL}^{(3)}$ описывает процесс горячей люминесценции, обусловленный резонансным заселением верхнего возбужденного состояния за счет поля накачки E_i.

Как видно из вида восприимчивости $\chi_{ss}^{(3)}$, она связана с наличием прямого поглощения на частоте ω_s ($\chi_{ss}^{(1)}$ – линейная восприимчивость на частоте ω_s). Усиление волны E_s, связанное с этим членом и имеющее место при выполнении соотношения

$$\chi_{ss}^{(3)} |E_s|^2 > \chi_S^{(1)}, \tag{17}$$

связано с процессом резонансной флуоресценции, сопровождающей когерентное рассеяние на частоте ω_s при резонансном поглощении волны на той же частоте. При описании процесса рамановского рассеяния членом $\chi_{ss}^{(3)}|E_s|^2$ в поляризации (14) обычно пренебрегают, поскольку вне резонанса ($|\omega_s - \omega_{32}| >> \gamma_{32}$) (при отсутствии линейного поглощения стоксовой волны) этот член приводит просто к изменению показателя преломления, не давая вклада в усиление.

Как видно из выражений для $\chi_{SR}^{(3)}$ и $\chi_{SL}^{(3)}$, рамановское рассеяние и горячая люминесценция имеют различные ширины линий. При выполнении соотношения (12) рассеяние характеризуется более узкой линией из-за наличия γ_{21} в знаменателе, в то время как горячая люминесценция проявляется как широкий (γ_{31}) фон. С другой стороны, восприимчивость $\chi_{SS}^{(3)}$ из (14) также содержит член, пропорциональный $1/\gamma_2$, и имеет узкую ширину линии γ_2. Здесь следует особо отметить, что волна на частоте ω_s, распространяясь в среде при выполнении условия (17), усиливается (что можно обеспечить также и дополнительной накачкой), и при расчете пороговых характеристик в качестве потерь следует брать потери в резонаторе на один проход.

б. Трехфотонный процесс

На рис.1б показан трехфотонный рамановский процесс, который отличается от рассмотренного случая а) тем, что резонансный промежуточный переход происходит на удвоенной частоте падающего излучения. Аналогично процессу а), вычисление поляризации и соответствующей восприимчивости на стоксовой частоте сводится к вычислению ρ_{23}, имеющему резонансный знаменатель при $\omega_{32} = \omega_s$. Последний в этом случае получается в 5-м порядке разложения $\hat{\rho}$ по полю. Предполагая для простоты, что система в начальный момент находится в основном состоянии |1>, получаем на основании (10) для соответствующего члена:

$$\rho_{23}^{(5)} = (\rho_{32}^{(5)})^* =$$

$$= \frac{\left|H_{32}^{\prime\omega_l}\right|^2 \left|H_{21}^{\prime\omega_l}\right|^2 H_{32}^{\prime\omega_l} \rho_{11}^{(0)}}{\hbar^5(\omega_l - \omega_{21})(-\omega_l + \omega_s - \omega_{13})(-2\omega_l + \omega_{31} - i\gamma_{31})(\omega_s + \omega_{23} - i\gamma_{23})(-2\omega_l + \omega_s + \omega_{21} - i\gamma_{21})}. \qquad (18)$$

Среднее значение поляризации

$$\langle P_s \rangle = \mathrm{Sp}\left(\hat{\rho}^{(5)} p_s\right) = \chi_{sb} \left|E_l(\omega_l)\right|^4 E_s, \qquad (19)$$

где восприимчивость χ_{sb} получается на основе общих соотношений (15) и (7):

$$\chi_{sb} = \left(\frac{944\left(\frac{e^7}{m^6 \pi c}\right) H \rho_{11}^{(0)}}{d^7 \omega_l^4 \omega_s^2 (\omega_l - \omega_{21})(-\omega_l + \omega_s - \omega_{13})(-2\omega_l + \omega_{31} - i\gamma_{31})(\omega_s + \omega_{23} - i\gamma_{23})(-2\omega_l + \omega_s + \omega_{21} - i\gamma_{21})} \right). \qquad (20)$$

Полученные в пп. а) и б) аналитические выражения для нелинейных поляризаций (14) и (19) (восприимчивостей (16) и (20), соответственно) позволяют вычислить для обоих рассматриваемых процессов пороговое значение интенсивности для генерации рамановского излучения. Для определения последнего запишем уравнение распространения стоксовой волны в резонаторе:

$$\frac{\partial^2 E_s}{\partial t^2}+\frac{1}{\tau_c}\frac{\partial E_s}{\partial t}+\omega_c^2 E_s=-\frac{4\pi}{\varepsilon}\frac{\partial^2 P_s}{\partial t^2}, \tag{21}$$

где τ_c – время затухания волны в резонаторе, ε – диэлектрическая проницаемость среды. Если потери в системе в основном определяются потерями на зеркалах резонатора, то $\tau_c \approx \frac{l\eta}{c} \sim 10^{-11}$ с, где l – длина резонатора (расстояние между зеркалами).

Найденные поляризации (14) и (19) входят в уравнение (21) в качестве вынуждающего члена. Поскольку рамановскому рассеянию соответствует восприимчивость $\chi_{SR}^{(3)}$ в (14), то для оценки пороговой интенсивности в случае двухфотонного процесса мы оставим только этот член.

Порог генерации достигается тогда, когда мощность, вносимая за счет поляризационного члена в (21), компенсирует потери энергии в системе. Подставляя (14) с (16г) и (19) с (20) в (21), пороговое условие запишется соответственно для процессов а) и б) в виде

$$\tau_c^{-1}=4\pi\varepsilon^{-1}\omega_s\left|\mathrm{Im}\,\chi_{SR}^{(3)}\right|\left|E_i\right|^2, \tag{22а}$$

$$\tau_c^{-1}=4\pi\varepsilon^{-1}\omega_s\left|\mathrm{Im}\,\chi_{Sb}\right|\left|E_i\right|^4, \tag{22б}$$

откуда, используя выражения (16г) и (20), а также соотношение $I=\frac{c\sqrt{\varepsilon}}{8\pi}|E|^2$, получаем для обоих процессов, соответственно:

$$I_{пор}=\frac{\varepsilon^{3/2}c}{32\pi^2\omega_s\tau_c\left|\mathrm{Im}\,\chi_{SR}^{(3)}\right|}, \tag{23а}$$

$$I_{пор}=\frac{\varepsilon\cdot c}{16\pi}\sqrt{\frac{1}{\pi\omega_s\tau_c\left|\mathrm{Im}\,\chi_{sb}\right|}}. \tag{23б}$$

Для удобства дальнейших вычислений выражения для восприимчивостей (16г) и (20) можно выразить через концентрацию носителей в зоне проводимости N:

$$\chi_{SR}^{(3)}=F\frac{N\left[\sum\limits_{n=1}^{+\infty}\exp\left\{-\frac{E_1}{kT}n^2\right\}\right]^{-1}2\cdot\mathrm{sh}\left\{\frac{\hbar\Omega_{cycl}}{2kT}\right\}}{(-\omega_s+\omega_{32}-i\gamma_{32})(\omega_l-\omega_s+\omega_{12}-i\gamma_{12})}\times$$
$$\times\left\{\frac{\exp\left\{-\frac{E_1}{kT}\right\}-\exp\left\{-\frac{E_1}{kT}9\right\}}{(\omega_i-\omega_{31}-i\gamma_{13})}-\frac{\exp\left\{-\frac{E_1}{kT}\right\}-\exp\left\{-\frac{E_1}{kT}4\right\}}{(-\omega_s+\omega_{32}-i\gamma_{32})}\right\}, \tag{24а}$$

где

$$F \equiv \left(\frac{9}{5}\right)^2 \left(\frac{e^4 \hbar}{m^4}\right)\left(\frac{q^2}{\omega_i^2 \omega_s^2 d^2}\right),$$

$$\chi_{sh} = \left(\frac{944\left(\frac{e^6\hbar}{m^6}\right) N \left[\sum_{n=1}^{+\infty} \exp\left\{-\frac{E_1}{kT}n^2\right\}\right]^{-1} \cdot 2\mathrm{sh}\left\{\frac{\hbar\Omega_{cycl}}{2kT}\right\} \exp\left\{-\frac{E_1}{kT}\right\} |E_i(\omega_i)|^4}{d^6 \omega_i^4 \omega_s^2 (\omega_i - \omega_{21})(-\omega_i + \omega_s - \omega_{13})(-2\omega_i + \omega_{31} - i\gamma_{31})(\omega_s + \omega_{23} - i\gamma_{23})(-2\omega_i + \omega_s + \omega_{21} - i\gamma_{21})}\right). \quad (24б)$$

Проведем численные оценки величины пороговой интенсивности генерации излучения для двух температур T = 80 K и T = 300 K на частоте генерации $\omega_s = 3{,}23 \cdot 10^{14}$ c^{-1} (5,8мкм), которая соответствует толщине размерно-квантованного слоя InAs d = $2 \cdot 10^{-6}$ см в структуре InAs-ZnTe-InAs-···. Параметры, входящие в выражения (23а-б) и (24а-б), следующие: $H = 10^5$ Э, $\tau_c \approx 10^{-11}$ с, $m_c = 0.022 m_0$; $m_v = 0.4 m_0$; $\gamma_{23} \approx \gamma_{31} \approx$ $\approx 1{,}87 \cdot 10^6$ c^{-1}, $\gamma_{21} \approx 1{,}6 \cdot 10^5$ c^{-1} а) $\omega_i \approx \omega_{31} = 5{,}17 \cdot 10^{14}$ c^{-1} (3,62 мкм), б) $\omega_i \approx 2{,}5 \cdot 10^{14}$c^{-1} (7,24 мкм). Легко видеть, что для получения низких порогов генерации требуются концентрации порядка $N = (10^{12} - 10^{14})$ см$^{-3}$. Такие концентрации носителей в зоне проводимости могут быть получены: а) тепловой межзонной генерацией носителей, б) тепловой генерацией с примесных уровней, а также в) междузонной генерацией под действием внешнего источника.

Будем исходить из выражений для концентрации носителей тока. Согласно [9], в собственном и примесном размерно-квантованном полупроводнике имеем, соответственно:

$$N = \frac{eH}{2\pi\hbar cd} \mathrm{sh}\left\{\frac{\hbar\Omega_{cycl}}{2kT}\right\}^{-1} \sum_{n=1}^{+\infty} \exp\left\{-\frac{E_1}{kT}n^2\right\} \exp\left\{-\frac{E_g}{2kT}\right\}, \quad (25)$$

$$N = \left[\frac{eH\mathrm{sh}\left\{\frac{\hbar\Omega_{cycl}}{2kT}\right\}}{2\pi\hbar cd} N_d\right]^{1/2} \exp\left\{-\frac{E_d}{2kT}\right\}, \quad (26)$$

где E_1 – энергия первого уровня размерного квантования, E_d = 0.07 эВ – энергия ионизации донора (с учетом размерного и магнитного квантования), а отсчет энергии производится со дна зоны проводимости объемного полупроводника.

В собственном полупроводнике, согласно (25), концентрация электронов $N \approx 7 \cdot 10^{12}$ см$^{-3}$ (300K) и $N \approx 1{,}8 \cdot 10^{-2}$ см$^{-3}$ (80K). При T = 300K порог генерации $I_{пор} \approx 5{,}7 \cdot 10^{-4}$ Вт/см^2. Для T = 80K незначительная концентрация носителей приводит к большим порогам. Поэтому при T = 80K необходимую концентрацию для низких порогов можно получить межзонной генерацией под действием внешнего источника. Необходимая для достижения данной величины концентрации (данного значения порога) интенсивность междузонной накачки I_0 определится из соотношения $N = I_0 k\tau_0/E_g$, где k – коэффициент междузонного поглощения, τ_0 – междузонное время жизни, E_g – ширина запрещенной зоны. При $k \approx 10^3$ см$^{-1}$, $E_g \approx 0{,}4$ эВ, $\tau_0 \approx 10^{-8}$ с для InAs пороги генерации порядка ~10^{-4} Вт/см^2 получаются при $I_0 \sim 1$мВт/см^2.

В примесном полупроводнике мы можем задавать концентрацию примеси N_d и получить необходимые пороги генерации. Расчет по (23а), (24а) и (26) показывает, что при T = 80K и $N_d \approx 10^{10}$ см$^{-3}$ $I_{пор} \approx 0{,}5$ мВт/см^2.

Оценки при тех же параметрах по (22б) и (23б) для процесса б) дают $I_{пор} \sim 0{,}4$ кВт/см^2. При увеличении концентрации носителей до $N \sim 10^{14}$ см$^{-3}$ порог в случае б) уменьшается до значений $I_{пор} \sim 4$ Вт/см^2.

Используя выражение для коэффициента усиления $g_s = -\dfrac{4\pi\omega_s}{c\sqrt{\varepsilon}}\mathrm{Im}\chi_s$, для зависимости последнего от интенсивности падающего излучения с использованием вышеприведенных параметров получим: $g_{sa} = 5{,}9\cdot 10^3 I$ для двухфотонного процесса и $g_{sb} \sim (10^{-4} \div 1)\, I^2$ для трехфотонного, где I дается в ед. Вт/см^2, а g – в см$^{-1}$. Сравнивая с аналогичными процессами, происходящими в других известных средах [7,10], нетрудно заметить, что даже для трехфотонного процесса пороги получаются низкими, а усиления большими.

ЛИТЕРАТУРА

1. D.Frohlich et al. Phys. Rev. Lett., 59, 1748 (1994).
2. G.Sun and J.B.Khurgin. IEEE Journal of Quantum Electronics, 29, 1104 (1994).
3. А.Г.Алексанян, Ал.Г.Алексанян, Р.Г.Аллахвердян. Квантовая электроника, 2, 1648 (1975).
4. А. Г. Алексанян. Квантовая электроника, 12, 837 (1985).
5. Ю.А.Алещенко и др. Письма в ЖЭТФ, 59, 235 (1994).
6. A.Neogi. Письма в ЖЭТФ, 66, 379 (1997).
7. Р.Пантел, Г.Путхоф. Основы квантовой электроники. М., Мир, 1972.
8. Y.R.Shen. Phys. Rev. B, 9, 622 (1974).
9. А.Г.Алексанян, Ал.Г.Алексанян, Э.Г.Мирзабекян. Известия АН Арм. ССР, Физика, 11, 288 (1976).
10. И.Р.Шен. Принципы нелинейной оптики. М., Наука, 1989.

STIMULATED RAMAN SCATTERING ON INTRABAND TRANSITIONS IN A SIZE-QUANTIZED MULTILAYER SEMICONDUCTOR STRUCTURE IN A QUANTIZING MAGNETIC FIELD

A.G. ALEXANIAN , A.S. YEREMYAN

Two-photon and three-photon Raman scattering processes in a three-dimensionally quantized spectrum of a semiconductor are considered. Analytical expressions are derived for the non-linear susceptibility, gain coefficient and generation threshold. It is shown that the resonant fluorescence accompanies the Raman scattering and hot luminescence processes when the finite population of states is taken into account. Numerical evaluations show that the specification of the medium leads to low generation thresholds and high magnitudes of gain coefficients.

Известия НАН Армении, Физика, т.35, №6, с.309-319 (2000)

УДК 548.732

УСОВЕРШЕНСТВОВАННАЯ ТЕОРИЯ НЕКОМПЛАНАРНОЙ ДИФРАКЦИИ РЕНТГЕНОВСКИХ ВОЛН В УСЛОВИЯХ ЗЕРКАЛЬНОГО ОТРАЖЕНИЯ

М.К. БАЛЯН, Л.В. ЛЕВОНЯН

Ереванский государственный университет

(Поступила в редакцию 17 мая 2000 г.)

В двухволновом приближении получены уравнения, описывающие динамическую дифракцию рентгеновских пространственно-модулированных волн в идеальных и деформированных кристаллах в условиях скользящей некомпланарной геометрии дифракции. Найдены решения полученных уравнений при дифракции в полубесконечном идеальном кристалле при падении волны с произвольно пространственно-модулированной амплитудой. Как частный случай найденных решений, кратко рассмотрен вопрос о дифракции сферической волны, падающей на кристалл под малым углом скольжения.

1. Введение

Теория дифракции рентгеновских волн охватывает две области: дифракция без зеркального отражения и дифракция с зеркальным отражением. В первой области теория развита как для дифракции плоских волн в идеальных кристаллах [1,2], так и для дифракции рентгеновских пространственно-модулированных волн в идеальных и деформированных кристаллах (уравнения Такаги [3]). В области дифракции с зеркальным отражением в некомпланарной геометрии теория развита лишь для плоских волн: в идеальных кристаллах [4,5], в сверхрешетках и многослоистых структурах (см., например, [6-8]). Для резко асимметричных случаев дифракции, сопровождаемой зеркальным отражением волн от поверхности кристалла, теория развита также лишь для плоских волн в случаях геометрий Брэгга [9-11] и Лауэ [12-14], в сверхрешетках [15]. Между тем, несомненый интерес представляет рассмотрение дифракции с зеркальным отражением для пространственно-модулированных рентгеновских волн.

Угол скольжения для рентгеновских волн, при котором зеркально отраженная волна имеет заметную интенсивность, порядка $\sqrt{|\chi|}$, где χ – поляризуемость кристалла. Для рентгеновского диапазона этот угол составляет несколько угловых минут. Особенностью схем дифракции с зеркальным отражением заключается в том, что хотя бы одна из участвующих в дифракции волн распространяется почти параллельно одной из поверхностей раздела сред и порождает соответствующую, зеркальную относительно поверхности раздела волну. Направляя ось OZ перпендикулярно к поверхности раздела, заключаем, что для скользящих волн z-составляющая волновых векторов мала. Следовательно, следует ожидать достаточно быстрого изменения амплитуд этих волн по z. Этот факт заставляет в уравнениях распространения амплитуд, в отличие от уравнений Такаги, учитывать кроме первых, также вторые производные амплитуд по z.

Целью настоящей работы является получение уравнений, описывающих дифракцию пространственно-модулированных рентгеновских волн с зеркальным отражением в некомпланарной геометрии дифракции и решение этих уравнений для идеального кристалла. В частности, будет кратко рассмотрен случай падающей сферической волны.

2. Уравнения дифракции рентгеновских пространственно-модулированных волн с зеркальным отражением

Исходным уравнением распространения рентгеновских монохроматических волн с частотой ω в немагнитных кристаллах, свободных от токов и зарядов, является волновое уравнение для электрического вектора:

$$\mathrm{rotrot}\,\mathbf{E} = k^2(1+\chi)\mathbf{E}, \tag{1}$$

где $k = \omega / c$, c – скорость света в вакууме. Поляризуемость идеального кристалла является периодической функцией координат и ее можно представить рядом Фурье по векторам $\mathbf{g}$ обратной решетки:

$$\chi_{id}(\mathbf{r}) = \sum_{\mathbf{g}} \chi_{\mathbf{g}} e^{i\mathbf{g}\mathbf{r}}. \tag{2}$$

Для деформированных кристаллов с полем смещений атомов $\mathbf{u}(\mathbf{r})$ принимается [3], что

$$\chi(\mathbf{r}) = \chi_{id}(\mathbf{r} - \mathbf{u}(\mathbf{r})) = \sum_{\mathbf{g}} \chi_{\mathbf{g}} e^{i\mathbf{g}\mathbf{r} - i\mathbf{g}\mathbf{u}}, \tag{3}$$

при этом должны соблюдаться условия медленного изменения вектора $\mathbf{u}$: $|\partial\mathbf{u} / \partial x_k| << 1$, где x_k – декартовые координаты радиуса-вектора $\mathbf{r}$.

Рассмотрим случай двух сильных волн. Схема некомпланарной двухволновой дифракции в скользящей геометрии в симметричном случае Лауэ (отражающие атомные плоскости перпендикулярны к входной поверхности кристалла) показана на рис.1. $\mathbf{K}_0^{(e)}$, $\mathbf{E}^{(e)}(\mathbf{r})$ – волновой вектор и вектор электрической напряженности пространственно-модулированной падающей волны, $\mathbf{E}_0^{(s)}(\mathbf{r})$, $\mathbf{E}_h^{(s)}(\mathbf{r})$,

$\mathbf{E}_0(\mathbf{r})$, $\mathbf{E}_h(\mathbf{r})$ – векторы электрической напряженности зеркально-отраженной, зеркально-дифрагированной, проходящей и дифрагированной волн соответственно, Φ_0 – угол скольжения падающей волны, $\mathbf{h}$ – вектор дифракции, равный одному из векторов обратной решетки $\mathbf{g}$ и антипараллельный оси OX. Пусть $\mathbf{K}_0$ – средний волновой вектор в направлении прохождения, удовлетворяющий условию Брэгга, т.е., $\mathbf{K}_0^2 = \mathbf{K}_h^2 = k^2$, где $\mathbf{K}_h = \mathbf{K}_0 + \mathbf{h}$ – средний волновой вектор дифрагированной волны и $2k\sin\theta_B = |\mathbf{h}|$, где θ_B – угол Брэгга для данного отражения. Исходя из геометрии задачи, удобно выбрать $\mathbf{K}_0$ с нулевой z-составляющей: $K_{0x} = k\sin\theta_B$, $K_{0y} = k\cos\theta_B$, $K_{0z} = 0$. Тогда для дифрагированной волны z-составляющая среднего волнового вектора тоже равна нулю: $K_{hx} = -k\sin\theta_B$, $K_{hy} = k\cos\theta_B$, $K_{hz} = 0$.

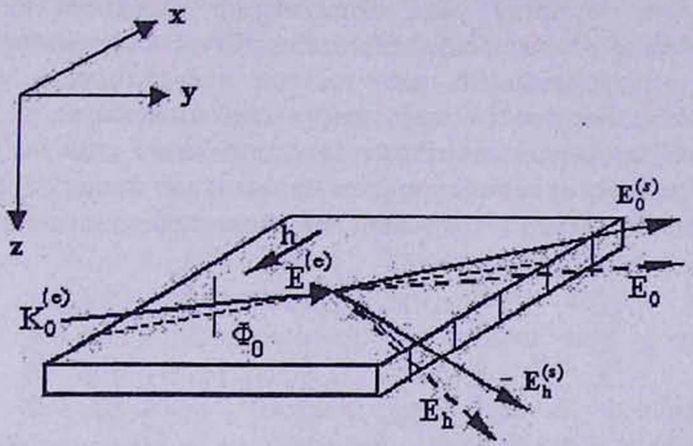


Рис.1. Схема дифракции рентгеновских лучей при скользящей геометрии. $\mathbf{K}_0^{(e)}$, $\mathbf{E}^{(e)}$ – волновой вектор и вектор электрической напряженности падающей волны, $\mathbf{E}_0^{(s)}$, $\mathbf{E}_h^{(s)}$, $\mathbf{E}_0$, $\mathbf{E}_h$ – векторы электрической напряженности зеркально-отраженной, зеркально-дифрагированной, проходящей и дифрагированной волн соответственно, Φ_0 – угол скольжения падающей волны, $\mathbf{h}$ – вектор дифракции.

В этих условиях $\mathbf{E}(\mathbf{r})$ в кристалле ($z > 0$) представится суммой проходящей и дифрагированной волн:

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}) = \mathbf{E}_0(\mathbf{r})e^{i\mathbf{K}_0\mathbf{r}} + \mathbf{E}_h(\mathbf{r})e^{i\mathbf{K}_h\mathbf{r}}, \qquad (4)$$

а вне кристалла ($z < 0$) – суперпозицией падающей, зеркально-отраженной и зеркально-дифрагированной волн:

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}) = \mathbf{E}^{(e)}(\mathbf{r})e^{i(\mathbf{K}_0^{(e)} - \mathbf{K}_0)\mathbf{r}}e^{i\mathbf{K}_0\mathbf{r}} + \mathbf{E}_0^{(s)}(\mathbf{r})e^{i\mathbf{K}_0\mathbf{r}} + \mathbf{E}_h^{(s)}(\mathbf{r})e^{i\mathbf{K}_h\mathbf{r}}\ . \qquad (5)$$

Волновой вектор для зеркально-отраженной волны мы выбрали равным среднему волновому вектору проходящей волны, отличающемуся от волнового вектора $\mathbf{K}_0^{(e)}$ падающей на кристалл волны. Волновой вектор зеркально-дифрагированной волны выбран равным среднему волновому вектору дифрагированной волны внутри кристалла. Такой выбор возможен, т.к. при заметной интенсивности зеркально-отраженной и зеркально-дифрагированной волн их волновые векторы отличаются лишь z-составляющими (которые намного меньше, чем другие компоненты волновых векторов) от волновых векторов проходящей и дифрагированной волны соответственно. Зависимость же полей от z-составляющих волновых векторов внесена в амплитуды.

Поля в кристалле можно считать поперечными [16], что позволяет от векторных уравнений перейти к скалярным уравнениям для σ- и π-поляризованных волн относительно плоскости дифракции $(\mathbf{K}_0\mathbf{K}_\mathrm{h})$. Волны σ-поляризации перпендикулярны к плоскости дифракции, для π-поляризованных волн векторы напряженности, оставаясь поперечными, лежат в плоскости дифракции. Подставляя (3), (4), (5) в (1), приравнивая нулю коэффициенты полученного ряда по векторам обратной решетки и оставляя вторые производные амплитуд по z, приходим к системе четырех уравнений для неизвестных амплитуд:

$$\begin{aligned}
&\frac{1}{k^2}\frac{\partial^2 E_0}{\partial z^2}+\frac{2i}{k}(\mathbf{s}_0\nabla)E_0+\chi_0 E_0+\chi_{\bar{h}} C e^{i\mathbf{hu}}E_h=0,\\
&\frac{1}{k^2}\frac{\partial^2 E_h}{\partial z^2}+\frac{2i}{k}(\mathbf{s}_h\nabla)E_h+\chi_0 E_h+\chi_h C e^{-i\mathbf{hu}}E_0=0,\\
&\frac{1}{k^2}\frac{\partial^2 E_0^{(s)}}{\partial z^2}+\frac{2i}{k}(\mathbf{s}_0\nabla)E_0^{(s)}=0,\\
&\frac{1}{k^2}\frac{\partial^2 E_h^{(s)}}{\partial z^2}+\frac{2i}{k}(\mathbf{s}_\mathrm{h}\nabla)E_h^{(s)}=0.
\end{aligned} \tag{6}$$

Здесь $\mathbf{s}_0=\mathbf{K}_0/k$, $\mathbf{s}_\mathrm{h}=\mathbf{K}_\mathrm{h}/k$; $\chi_0=\chi_{0r}+i\chi_{0i}$, $\chi_\mathrm{h}=\chi_{\mathrm{h}r}+i\chi_{\mathrm{h}i}$, $\chi_{\bar{\mathrm{h}}}=\chi_{\bar{\mathrm{h}}r}+i\chi_{\bar{\mathrm{h}}i}$ – Фурье-коэффициенты комплексной поляризуемости кристалла для $\mathbf{g}=0$, $\mathbf{h}$, $-\mathbf{h}$ соответственно, C – фактор поляризации, равный 1 для σ-поляризации и $\cos 2\theta_B$ для π-поляризации. Последние два уравнения описывают дифракцию в вакууме зеркально-отраженной и зеркально-дифрагированной волн, соответственно, и получаются из (1) при $\chi=0$.

Граничные условия заключаются в том, что непрерывны а) тангенциальные компоненты векторов электрической и магнитной напряженности и б) нормальные компоненты векторов электрической индукции $\mathbf{D}$ и магнитной индукции $\mathbf{B}$. Поскольку для рентгеновских лучей поляризуемость мала, это приводит к непрерывности $\mathbf{E}$ и $\mathbf{B}$ (что равносильно непрерывности $\mathbf{E}$ и $\operatorname{rot}\mathbf{E}$) на границе раздела [2].

Следовательно, граничные условия для обоих состояний поляризации сводятся к следующим соотношениям:

$$\begin{aligned}
&E_0 /_{z\to+0} = E_0^{(e)} /_{z\to-0} + E_0^{(s)} /_{z\to-0}, \\
&E_h /_{z\to+0} = E_h^{(s)} /_{z\to-0}, \\
&\left.\frac{\partial E_0}{\partial z}\right|_{z\to+0} = \left.\frac{\partial E_0^{(e)}}{\partial z}\right|_{z\to-0} + \left.\frac{\partial E_0^{(s)}}{\partial z}\right|_{z\to-0}, \\
&\left.\frac{\partial E_h}{\partial z}\right|_{z\to+0} = \left.\frac{\partial E_h^{(s)}}{\partial z}\right|_{z\to-0}.
\end{aligned} \tag{7}$$

Здесь $E_0^{(e)} = E^{(e)} e^{i(\mathbf{K}_0^{(e)} - \mathbf{K}_0)\mathbf{r}}$. Система уравнений (6) и граничные условия (7) решают вопрос о нахождении волновых полей при двухволновой некомпланарной дифракции рентгеновских волновых пучков с зеркальным отражением в идеальных и деформированных кристаллах.

В случае конечного кристалла необходимо написать аналогичные граничным условиям (7) соотношения на выходной поверхности кристалла. В случае же кристалла с неплоской входной или выходной поверхностями граничные условия (7) должны быть заданы при $z = S(x, y)$, где $S(x, y)$ – уравнение либо входной, либо выходной поверхности кристалла.

Остановимся на вопросе об отличии приведенных уравнений от уже существующих.

1) Существующая плосковолновая теория дифракции в скользящей геометрии [4] пригодна для плоских волн и для совершенных кристаллов. В предлагаемом варианте теории сняты оба ограничения, т.е. она пригодна для описания дифракции пространственно-модулированных волн как в совершенных, так и в деформированных кристаллах. Кроме того, вместо граничных условий для полного поля получены граничные условия (7) для амплитуд. Разделены уравнения для σ- и π-поляризованных волн относительно плоскости дифракции ($\mathbf{K}_0\mathbf{K}_h$).

2) Существующая теория дифракции пространственно-модулированных волн (уравнения Такаги [3,17]), не применима для дифракции в скользящей геометрии. Первые два уравнения (6) переходят в уравнения Такаги, если отбросить вторые производные амплитуд по z. Между тем, именно эти члены в уравнениях (6) обеспечивают правильную зависимость z-компоненты волнового вектора в кристалле и количество возможных собственных значений, в чем мы убедимся в следующем параграфе. Система (6) состоит из четырех уравнений, вместо двух в теории Такаги, в соответствии с числом неизвестных амплитуд.

Именно два последних уравнения (6) описывают дифракцию зеркально-отраженной и зеркально-дифрагированной волн соответственно. Без этих двух последних уравнений система (6) неполна и не может описать дифракцию в условиях зеркального отражения. Отличие от теории Такаги заключается и в граничных условиях (7) для амплитуд. Вместо двух, имеем четыре граничных условия в соответствии с числом неизвестных амплитуд.

3. Решение уравнений дифракции для идеального кристалла

Рассмотрим скользящую геометрию дифракции от полубесконечного идеального ($\mathbf{u} = 0$) кристалла. Уравнения (6) после перехода к безразмерным переменным

$$\frac{k|\chi_h|}{2\sin\theta_B}x \to x, \quad \frac{k|\chi_h|}{2\cos\theta_B}y \to y, \quad k\sqrt{|\chi_h|}\, z \to z\,, \tag{8}$$

принимают вид:

$$\begin{aligned}
&\frac{\partial^2 E_0}{\partial z^2} + i(\frac{\partial}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial y})E_0 + \varepsilon_0 E_0 + \varepsilon_{\bar{h}} E_h = 0,\\
&\frac{\partial^2 E_h}{\partial z^2} + i(-\frac{\partial}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial y})E_h + \varepsilon_0 E_h + \varepsilon_h E_0 = 0,\\
&\frac{\partial^2 E_0^{(s)}}{\partial z^2} + i(\frac{\partial}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial y})E_0^{(s)} = 0;\\
&\frac{\partial^2 E_h^{(s)}}{\partial z^2} + i(-\frac{\partial}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial y})E_h^{(s)} = 0; \quad \varepsilon_0 = \frac{\chi_0}{|\chi_h|}, \quad \varepsilon_{\bar{h},h} = \frac{C\chi_{\bar{h},h}}{|\chi_h|}.
\end{aligned} \tag{9}$$

Для идеального кристалла с плоской входной поверхностью задача полностью решается преобразованием Фурье:

$$\begin{aligned}
&E_{0,h} = \int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty} f_{0,h}(p,q)\exp[i(px + qy + \lambda z)]dpdq,\\
&E_{0,h}^{(s)} = \int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty} f_{0,h}^{(s)}(p,q)\exp[i(px + qy + \lambda_{0,h}^{(s)} z)]dpdq,\\
&E_0^{(e)} = \int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty} f_0^{(e)}(p,q)\exp[i(px + qy + \lambda_0^{(e)} z)]dpdq.
\end{aligned} \tag{10}$$

Подставляя (10) в (9) и используя граничные условия (7) находим характеристические значения λ:

$$\lambda = \pm\sqrt{\varepsilon_0 - q \pm \sqrt{p^2 + \varepsilon_h \varepsilon_{\bar{h}}}}, \quad \lambda_0^{(s)} = \pm\sqrt{-(q+p)},$$
$$\lambda_h^{(s)} = \pm\sqrt{-(q-p)}, \quad \lambda_0^{(e)} = \pm\sqrt{-(q+p)} \tag{11}$$

и соответствующие амплитуды:

$$f_{01} = \frac{\gamma_{h2}(\lambda_2 - \lambda_h^{(s)})(\lambda_0^{(s)} - \lambda_0^{(e)})}{\Gamma} f_0^{(e)}, \quad f_{02} = \frac{\gamma_{h1}(\lambda_h^{(s)} - \lambda_1)(\lambda_0^{(s)} - \lambda_0^{(e)})}{\Gamma} f_0^{(e)},$$

$$f_{h1} = -\frac{\varepsilon_h}{\varepsilon_{\bar{h}}} \frac{(\lambda_2 - \lambda_h^{(s)})(\lambda_0^{(s)} - \lambda_0^{(e)})}{\Gamma} f_0^{(e)}, \quad f_{h2} = -\frac{\varepsilon_h}{\varepsilon_{\bar{h}}} \frac{(\lambda_h^{(s)} - \lambda_1)(\lambda_0^{(s)} - \lambda_0^{(e)})}{\Gamma} f_0^{(e)},$$

$$f_0^{(s)} = \frac{\gamma_{h2}(\lambda_2 - \lambda_h^{(s)})(\lambda_1 - \lambda_0^{(e)}) + \gamma_{h1}(\lambda_h^{(s)} - \lambda_1)(\lambda_2 - \lambda_0^{(e)})}{\Gamma} f_0^{(e)}, \tag{12}$$

$$f_h^{(s)} = \frac{\varepsilon_h}{\varepsilon_{\bar{h}}} \frac{(\lambda_1 - \lambda_2)(\lambda_0^{(s)} - \lambda_0^{(e)})}{\Gamma} f_0^{(e)},$$

$$\Gamma = \gamma_{h2}(\lambda_0^{(s)} - \lambda_1)(\lambda_2 - \lambda_h^{(s)}) + \gamma_{h1}(\lambda_0^{(s)} - \lambda_2)(\lambda_h^{(s)} - \lambda_1);$$

$$\gamma_{hi} = \frac{p \pm \sqrt{p^2 + \varepsilon_h \varepsilon_{\bar{h}}}}{\varepsilon_{\bar{h}}}; i = 1,2.$$

В (11) для λ, $\lambda_0^{(e)}$ следует брать корни со знаком плюс перед первым квадратным корнем, т.к. соответствующие амплитуды распространяются в положительном направлении оси OZ и стремятся к нулю на бесконечности, а для $\lambda_0^{(s)}, \lambda_h^{(s)}$ – со знаком минус, т.к. соответствующие амплитуды распространяются в отрицательном направлении оси OZ.

Из (10), (12) можно написать следующие общие выражения для амплитуд:

$$E = \iint T f_0^{(e)} e^{i(px+qy+\lambda z)} dpdq, \qquad E^{(s)} = \iint R f_0^{(e)} e^{i(px+qy+\lambda^{(s)} z)} dpdq. \tag{13}$$

Коэффициенты R и T для каждой амплитуды определяются из выражений (12), как множители перед $f_0^{(e)}$. Конкретный вид функции $f_0^{(e)}$ и значение $\lambda_0^{(e)}$ зависят от вида падающей на кристалл волны. Рассмотрим несколько частных случаев.

а) Падающая плоская волна.

Пусть на кристалл падает плоская волна $E^{(e)} e^{i\mathbf{K}_0^{(e)}\mathbf{r}}$. Вектор $\mathbf{K}_0^{(e)}$ можно задать длиной k, углом $\pi/2-\theta$, , который он образует с вектором дифракции, и углом скольжения Φ_0, который он образует с входной поверхностью кристалла: $\mathbf{K}_0^{(e)} = k(\sin\theta, \sqrt{\cos^2\theta - \Phi_0^2}, \Phi_0)$. Ввиду малости Φ_0 мы воспользовались приближением $\sin\Phi_0 \approx \Phi_0$. Из (10) для амплитуды падающей волны и его Фурье-образа найдем:

$$E_0^{(e)} = E^{(e)} e^{i(p_0 x + q_0 y + \lambda_0^{(e)} z)}, \quad F_0^{(e)} = E^{(e)} \delta(p - p_0)\delta(q - q_0) e^{i\lambda_0^{(e)} z},$$
$$p_0 = -\frac{\alpha}{2|\chi_h|}, \quad q_0 = -p_0 - \lambda_0^{(e)2}, \quad \alpha = -2\Delta\theta \sin 2\theta_B, \quad \lambda_0^{(e)} = \Phi_0 / \sqrt{|\chi_h|}. \tag{14}$$

Здесь $\Delta\theta$ – отклонение от точного угла Брэгга. Подставляя полученное выражение для Фурье-образа амплитуды падающей волны в (12) и найдя таким образом f амплитуды, после выполнения Фурье-преобразования (13) (из-за наличия δ-функции это сводится к подстановке в подынтегральных выражениях $p = p_0$, $q = q_0$), находим амплитуды дифрагированных и зеркально-отраженных волн. Легко показать, что полученные таким образом выражения совпадают с соответствующими выражениями, полученными в рамках стандартной плосковолновой теории динамической дифракции рентгеновских лучей [4].

б) Падающая сферическая волна.

Пусть из точечного источника на кристалл падает пучок рентгеновских волн со сферическим волновым фронтом и средним волновым вектором $\mathbf{K}_0^{(e)}$. Начало декартовой системы координат поместим в точке падения среднего луча на входной поверхности кристалла. Расстояние от источника до кристалла вдоль направления $\mathbf{K}_0^{(e)}$ обозначим через L_0. Тогда координаты источника будут

$$x_s = -L_0 \sin\theta, \qquad y_s = -L_0 \cos\theta\left(1 - \frac{\Phi_0^2}{2\cos^2\theta}\right), \qquad z_s = -L_0 \Phi_0. \tag{15}$$

Амплитуда падающей волны будет иметь следующий вид:

$$E_0^{(e)} = \frac{e^{ik|\mathbf{r} - \mathbf{r}_s|} e^{-i\mathbf{K}_0 \mathbf{r}}}{L_0},$$

после разложения фазы которой около точки (0,0) в ряд Тейлора с точностью до квадратичных членов включительно, получим:

$$E_0^{(e)} = E^{(e)} \exp[i(p_0 x + q_0 y) + i\beta(x - y)^2], f_0^{(e)} = \frac{E^{(e)} e^{i\pi/4}}{2\sqrt{\pi\beta}} \delta(q + p + \lambda_0^2) e^{-i\frac{(p - p_0)^2}{4\beta}},$$
$$E^{(e)} = \frac{e^{ikL_0}}{L_0}, \qquad \beta = \frac{\sin^2 2\theta}{2L_0 k|\chi_h|^2}, \; \lambda_0 = \Phi_0 / \sqrt{|\chi_h|}. \tag{16}$$

Согласно (13) находим следующие выражения для амплитуд:

$$E=\frac{E^{(e)}e^{i\pi/4}e^{-i\lambda_0^2 y}}{2\sqrt{\pi\beta}}\int\limits_{-\infty}^{+\infty}T(p,-p-\lambda_0^2)e^{i[W+\lambda(p,-p-\lambda_0^2)z]}dp,$$

$$E^{(s)}=\frac{E^{(e)}e^{i\pi/4}e^{-i\lambda_0^2 y}}{2\sqrt{\pi\beta}}\int\limits_{-\infty}^{+\infty}R(p,-p-\lambda_0^2)e^{i[W+\lambda^{(s)}(p,-p-\lambda_0^2)z]}dp, \qquad (17)$$

$$W=-\frac{(p-p_0)^2}{4\beta}+p(x-y).$$

Для входной поверхности кристалла $z=0$ легко оценить полученные здесь интегралы методом стационарной фазы [18]. Для амплитуд зеркальных волн этим методом находим:

$$\begin{aligned}&E_{0,h}^{(s)}=E^{(e)}R_{0,h}^{(s)}(p_{st.},-p_{st.}-\lambda_0^2)\exp[i(\beta(x-y)^2+p_0x-(p_0+\lambda_0^2)y)];\\&p_{st.}=p_0+2\beta(x-y).\end{aligned} \qquad (18)$$

На рис.2 и 3 приведены трехмерные графики функций $I_{0,\mathrm{h}}^{(s)}=\left|E_{0,\mathrm{h}}^{(s)}\right|^2\Big/\left|E^{(e)}\right|^2$, рассчитанные по формуле (18) для двух различных значений параметра Φ_0. Из графиков видно подавление зеркально-отраженной волны в области появления сильной зеркально-дифрагированной волны. Отметим одно интересное обстоятельство. В рассматриваемом случае интенсивности зависят не от x и y по отдельности, а от разности y–x, что является следствием выражения (16) для амплитуды падающей на кристалл волны. В итоге значения интенсивностей неизменны вдоль направления падающего пучка, что хорошо видно на графиках.

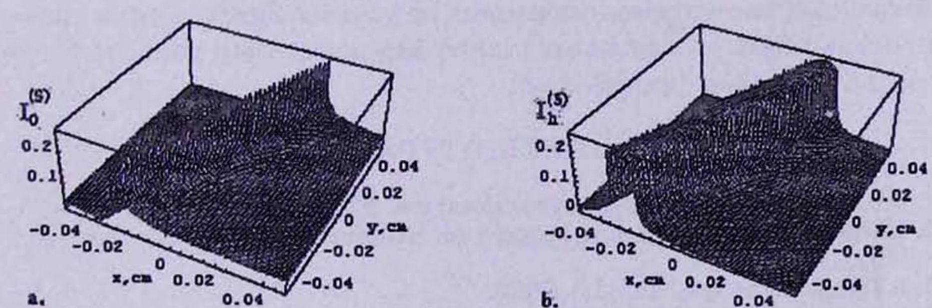


Рис.2. Интенсивности зеркально-отраженной ($I_0^{(s)}$) (a) и зеркально-дифрагированной ($I_h^{(s)}$) (b) волн для отражения (220) кристалла Ge (излучение CuK$_\alpha$, $L_0=3m$) при $\Phi_0=\left|\chi_0+\chi_h\right|^{1/2}, \alpha=0$.

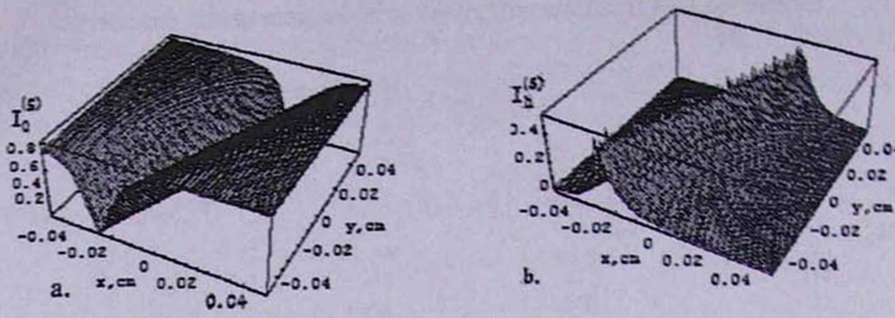


Рис.3. Интенсивности зеркально-отраженной ($I_0^{(s)}$) (a) и зеркально-дифрагированной ($I_h^{(s)}$) (b) волн для отражения (220) кристалла Ge (излучение CuK$_\alpha$, $L_0 = 3m$) при $\Phi_0 = \frac{2}{3}\left|\chi_0 + \chi_h\right|^{1/2}$, $\alpha = 0$.

Подробный анализ особенностей поведения амплитуд для падающей сферической волны (в частности, возможность фокусировки внутри и вне кристалла и распространение в вакууме), рассмотрение дифракции волновых пучков другого типа (изображение щелей, волновые поля в случае изогнутого кристалла и т.д.) будут сделаны в следующих сообщениях.

В заключение отметим, что использование падающих волновых пучков, в сравнении с плоской волной в условиях двухволновой дифракции с зеркальным отражением, открывает новые возможности для изучения сверхтонких приповерхностных слоев монокристаллов, сверхрешеток, многослойных структур. К их числу относятся фокусировка внутри и вне кристалла, использование вместо кривых качаний одновременного падения лучей под различными углами скольжения и с различными параметрами отклонения от условия Брэгга, другие динамические эффекты, связанные с интерференцией волн различных точек дисперсионной поверхности.

ЛИТЕРАТУРА

1. **З.Г.Пинскер.** Рентгеновская кристаллоптика, М., Наука, 1982.
2. **Ш.Чжан.** Многоволновая дифракция рентгеновских лучей в кристаллах, М., Мир, 1987.
3. **S.Takagi.** Acta Cryst., **15**, 1311 (1962).
4. **A.M.Afanas'ev and M.K.Melkonyan.** Acta Cryst., **A39**, 209 (1983).
5. **P.A.Aleksandrov, A.M.Afanasiev, and S.A.Stepanov.** Phys. stat. sol.(a), **86**, 143 (1984).
6. **S.A.Stepanov and R.Koehler.** J. Phys. D: Applied Physics, **27**, 1923 (1994).
7. **S.A.Stepanov, U.Pietsch and G.T.Baumbach.** Z. Physik B, **96**, 341 (1995).
8. **S.A.Stepanov, E.A.Kondrashkina, R.Koehler, D.V.Novikov, G.Materlik, and S.M.Durbin.** Phys. Rev. B, **57**, 4829 (1998).

9. S.Kishino and K.Kohra. Japan. J. Appl. Phys., 10, 551 (1971).
10. S.Kishino. J. Phys. Soc. Japan, 31, 1168 (1971).
11. F.Rusticelli. Phil. Mag. 31, 1 (1975).
12. S.Kishino, A.Noda, and K.Kohra. J. Phys. Soc. Japan, 33, 158 (1972).
13. J.Hartwig. Phys. stat. sol.(a), 37, 417 (1976).
14. J.Hartwig. Phys. stat. sol.(a), 42, 495 (1977).
15. P.H.Bezirganyan and A.P.Ayvazyan. Phys. stat. sol. (a), 100, 389 (1987).
16. В.Л.Инденбом,.Ф.Н.Чуховский. УФН, 107, 229 (1971).
17. S.Takagi. J. Phys. Soc. Japan., 26, 1239 (1969).
18. М.Борн, Э.Вольф. Основы оптики. М., 1973.

ՀԱՅԵԼԱՅԻՆ ԱՆԴՐԱԴԱՐՁՄԱՆ ՊԱՅՄԱՆՆԵՐՈՒՄ ՌԵՆՏԳԵՆՅԱՆ ԱԼԻՔՆԵՐԻ ՈՉ ԿՈՄՊԼԱՆԱՐ ԴԻՖՐԱԿՑԻԱՅԻ ԿԱՏԱՐԵԼԱԳՈՐԾՎԱԾ ՏԵՍՈՒԹՅՈՒՆ

Մ.Կ. ԲԱԼՅԱՆ, Լ.Վ. ԼԵՎՈՆՅԱՆ

Երկալիքային մոտավորությամբ ստացված են կատարյալ և դեֆորմացված բյուրեղներում հայելային անդրադարձման պայմաններում ռենտգենյան տարածականորեն մոդուլված ալիքների դինամիկ դիֆրակցիան նկարագրող հավասարումներ: Գտնված է ստացված հավասարումների լուծումը կիսաանվերջ կատարյալ բյուրեղներում ընկնող կամայական տարածականորեն մոդուլված ալիքի դիֆրակցիայի դեպքում: Որպես ստացված լուծումների մասնավոր դեպք համառոտ քննարկված է փոքր սահող անկյան տակ ընկնող գնդաձև ալիքի դիֆրակցիան:

IMPROVED THEORY OF NONCOMPLANAR DIFFRACTION OF X-RAYS UNDER SPECULAR REFLECTION CONDITIONS

M.K. BALYAN, L.V. LEVONYAN

In two-wave approximation the equations describing the dynamical diffraction of X-ray spatially modulated waves in ideal and deformed crystals in grazing noncomplanar incidence geometry are obtained. The solutions of obtained equations for diffraction of arbitrary spatially modulated incidence wave in ideal half-infinite crystal are found. As a special case of the obtained solutions, the diffraction of incidence spherical wave under small grazing angle is briefly considered.

Известия НАН Армении, Физика, т.35, №6, с.320-327 (2000)

УДК 548.732

РАССЕЯНИЕ РЕНТГЕНОВСКИХ ЛУЧЕЙ ПРИ СКОЛЬЗЯЩЕЙ ГЕОМЕТРИИ НА ПОВЕРХНОСТНОЙ АКУСТИЧЕСКОЙ ВОЛНЕ

А.Р. МКРТЧЯН[1], Л.В. ЛЕВОНЯН[2], А.В. ПЕТРОСЯН[1],
У. ВАН БЮРК[3], В. МАТЦ[4]

[1]) Институт прикладных проблем физики НАН Армении

[2]) Ереванский государственный университет

[3]) Мюнхенский политехнический институт, Германия

[4]) Центр научных исследований Розендорфа, Германия

(Поступила в редакцию 11 августа 2000 г.)

Рассмотрено рассеяние рентгеновских лучей при скользящей геометрии на кристалле при возбуждении поверхностной акустической волны, направленной перпендикулярно вектору дифракции. Найдена интенсивность волнового поля на конечном расстоянии кристалл – детектор. Показано, что поверхностная акустическая волна уменьшает величину основного пика интенсивности зеркально-отраженной дифрагированной волны и увеличивает интенсивность сателлитов. При увеличении скользящего угла наблюдения основной пик интенсивности зеркально-дифрагированной волны расщепляется.

Введение

Дифракция рентгеновских лучей от монокристалла при симметричной лауэвской геометрии с зеркальным отражением, т.е. в ситуации, когда падающий и дифрагированный пучки образуют малые скользящие углы с поверхностью кристалла, впервые рассмотрена в [1]. Развитие теории дифракции в данной геометрии проведено в [2]. Эта схема дифракции в [3] изучалась в условиях малого отклонения отражающих плоскостей от симметричного расположения и было показано, что отклонения порядка одной угловой минуты уже приводят к изменениям интенсивности на 10%. Как показано в [4], именно такие разориентации могут образоваться поперечным компонентом поверхностной акустической волны (ПАВ) в кристалле, направленной вдоль вектора дифракции. Измененный ПАВ-ом рельеф кристалла в этом случае приводит к Лауэ-Брэгговским переходам, что существенным образом отражается на форме профилей коэффициента отражения в зависимости от амплитуды ПАВ.

В данной работе рассматривается рассеяние рентгеновских лучей в скользящей геометрии на кристалле при возбуждении ПАВ, направленной перпендикулярно вектору дифракции.

Постановка задачи и основные формулы

На свободной поверхности кристалла возбуждаемые ПАВ, как известно [5], являются волнами Рэлея с вертикальной поляризацией. Предположим, что положения колеблющихся атомов описываются вектором смещения $\mathbf{u}(\mathbf{r},t)$, компоненты которого в поле стоячей волны имеют следующий вид:

$$u_x = 0;\ u_y = u_1 e^{-\beta z} \sin\left(\frac{2\pi y}{\lambda_{us}}\right) \sin\omega t;\ u_z = u_0 e^{-\beta z} \sin\left(\frac{2\pi y}{\lambda_{us}}\right) \sin\omega t, \qquad (1)$$

где u_1 и u_0 – продольная и поперечная компоненты (согласно [5] $u_1 < u_0$), λ_{us} и ω – длина и частота ПАВ, β – фактор, характеризующий затухание ПАВ с ростом глубины в кристалле. Координатная ось выбрана таким образом, чтобы свободная поверхность кристалла являлась плоскостью $z = 0$, ось z направлена в глубь кристалла. Вектор дифракции $\mathbf{h}$ направлен по оси x (рис.1): $h_x = 2K_0 \sin\theta_B$; $h_y = 0$; $h_z = 0$. $K_0 = 2\pi/\lambda$ – волновое число в вакууме, θ_B – угол Брэгга для волны с длиной λ.

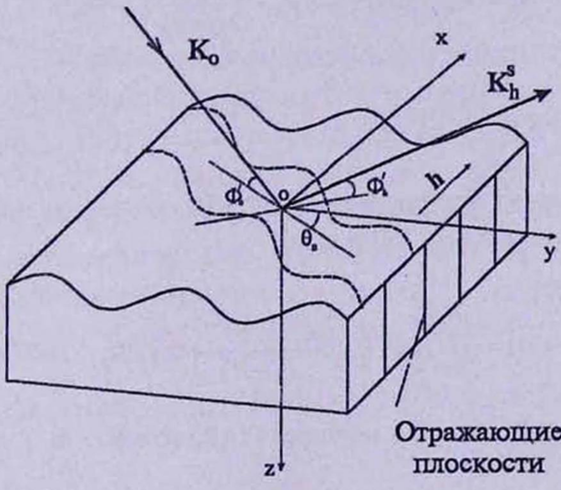


Рис.1. Схема дифракции рентгеновских лучей в скользящей геометрии. Пунктирными линиями обозначены границы освещенной области кристалла.

Пусть падающая монохроматическая волна имеет амплитуду E_0, волновой вектор $\mathbf{K}_0$ с отражающими плоскостями составляет угол θ_B, а с поверхностью кристалла при отсутствии ПАВ – малый угол скольжения Φ_0, сравнимый с критическим углом $\Phi_c = \sqrt{|\chi|} \sim 10^{-3}$ (χ – комплексная поляризуемость кристалла).

В этой геометрии, как отмечено в [1,2], наряду с зеркально-отраженной волной, образуется также зеркально-отраженная дифрагированная волна (ЗДВ), амплитуду которой обозначим через E_h^s, с волновым вектором $\mathbf{K}_h^s$. Локальные углы, которые образуют эти волны с поверхностью кристалла, обозначим через Φ_0' и Φ_h':

$$\Phi_0' = \Phi_h' = \Phi_0 - \frac{2\pi u_0}{\lambda_{us}} \cos\theta_B \cos\frac{2\pi y}{\lambda_{us}} \sin\omega t . \qquad (2)$$

Как следует из (1), $\mathbf{hu} = 0$, т.е. рассматриваемые смещения не приводят к отклонению от условия Брэгга. В таком случае ЗДВ будет чувствительна лишь к смещениям, обусловленным изменениями микрорельефа поверхности кристалла.

Будем считать, что характеристики ПАВ таковы, что выполняется приближение

$$\gamma_0 = \frac{2\pi u_0}{\lambda_{us}} \cos\theta_B \le 10^{-3} . \qquad (3)$$

Волновой вектор ЗДВ имеет компоненты

$$\mathbf{K}_h^s = K_0 \left(\sin\theta_B ;\ \cos\theta_B - \frac{\Phi_h^2}{2\cos\theta_B} ;\ -\Phi_h \right), \qquad (4)$$

где $\Phi_h = \Phi_0 - 2\gamma_0 \cos\left(\frac{2\pi y}{\lambda_{us}}\right) \sin\omega t$.

Проследим за распространением ЗДВ. Волновое поле в точке $\mathbf{r}'$ запишется (см., например, [6]) в виде

$$\widetilde{E}_h^s(\mathbf{r}', t) = \frac{K_0}{2\pi i} \iint_S E_h^s(\mathbf{r}, t) \frac{e^{i\mathbf{K}_h^s \mathbf{r} + iK_0|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|}}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|} \cos\beta(\mathbf{r}, \mathbf{r}', t) dS , \qquad (5)$$

где S – рельеф кристалла при наличии ПАВ, точки $\mathbf{r}$ и $\mathbf{r}'$ имеют координаты

$$\mathbf{r} = (x, y, u_z); \qquad \mathbf{r}' = (L\sin\theta_B + x';\ L\cos\theta_B + y';\ z') . \qquad (6)$$

L – расстояние кристалл-детектор, так что

$$|r-r'|=\sqrt{(L\sin\theta_B+x'-x)^2+(L\cos\theta_B+y'-y)^2+(z'-u_z)^2}\,. \qquad (7)$$

$\beta(\mathrm{r},\mathrm{r}',t)$ – угол, который образует вектор $\mathrm{r}-\mathrm{r}'$ с внешней нормалью к поверхности S в точке r в момент времени t:

$$\cos\beta(\mathrm{r},\mathrm{r}',t)=-\frac{z'-u_z}{L}+\gamma_0\cos\left(\frac{2\pi y}{\lambda_{us}}\right)\sin\omega t\,. \qquad (8)$$

Введем угол наблюдения φ, определяемый $\varphi=-z'/L$. Естественно предположить, что φ также порядка Φ_c, то есть $\varphi\sim10^{-3}$. Допустим, что x,y,x',y' – величины порядка $L\varphi$. Поскольку для рассматриваемого случая $|u_z|<<L\varphi$, то (8) можно записать в виде

$$\cos\beta(\mathrm{r},\mathrm{r}',t)=\varphi+\gamma_0\cos\left(\frac{2\pi y}{\lambda_{us}}\right)\sin\omega t\,. \qquad (9)$$

Следует отметить, что формула (5) выводится в предположении $LK_0\cos\beta(\mathrm{r},\mathrm{r}',t)>>1$ [6,7], что равносильно условию $K_0L(\varphi-\gamma_0)>>1$, которое выполняется практически,если $\varphi>\gamma_0$.

В (5) для вычисления амплитуды $E_h^s(\mathrm{r},t)$ на поверхности кристалла можно воспользоваться плосковолновым приближением теории [2] для локальных значений Φ_0' и Φ_h', как это предложено в [4]:

$$E_h^s=\Phi_0'\frac{\sqrt{\Phi_0'^2+\chi_0-\chi_h}-\sqrt{\Phi_0'^2+\chi_0+\chi_h}}{\left(\sqrt{\Phi_0'^2+\chi_0-\chi_h}+\Phi_0'\right)\left(\sqrt{\Phi_0'^2+\chi_0+\chi_h}+\Phi_0'\right)}E_0\,. \qquad (10)$$

Для дальнейшего упрощения расчетов введем координату ρ, указывающую расстояние точки r на поверхности кристалла от направления $\mathbf{K}_0$, проходящего через начало координат 0: $\rho=x\cos\theta_B+$ $+y\sin\theta_B$ (рис.2). Пусть плоскость наблюдения перпендикулярна $\mathbf{K}_\mathrm{h}^s$. Тогда координаты x' и y' удовлетворяют условию $x'\sin\theta_B+y'\cos\theta_B=0$, так что для r' введем координату ξ: $x'\cos\theta_B-y'\sin\theta_B=\xi\cos2\theta_B$. Таким образом, на плоскости наблюдения вектор r' определяется парой координат φ и ξ: $\mathrm{r}'=\mathrm{r}'(\varphi,\xi)$. Тогда вместо (7) имеем:

$$|\mathrm{r}-\mathrm{r}'|=L-\mathrm{tg}\theta_B(\rho+d)+\frac{1}{2L}(\rho-a)^2+\frac{L}{2}\varphi^2+u_z\varphi+\frac{\mathrm{tg}\theta_B}{2}(\rho+d)\left(\frac{(\rho-a)^2}{L^2}+\varphi^2\right), \qquad (11)$$

где $a=2y\sin\theta_B+\xi\cos2\theta_B$, $d=y\dfrac{\cos2\theta_B}{\sin\theta_B}$.

Для фазы $\mathbf{K}_\mathrm{h}^s\mathrm{r}$ получаем

$$\mathbf{K}_h^s \mathbf{r} = \mathbf{K}_0 \left[\rho \,\mathrm{tg}\theta_B + y\frac{\cos 2\theta_B}{\cos\theta_B} - \frac{(\Phi_0 - 2\gamma)^2}{2\cos\theta_B} y - (\Phi_0 - 2\gamma) u_z \right], \tag{12}$$

где $\gamma = \gamma_0 \cos\left(\frac{2\pi y}{\lambda_{us}}\right) \sin\omega t.$

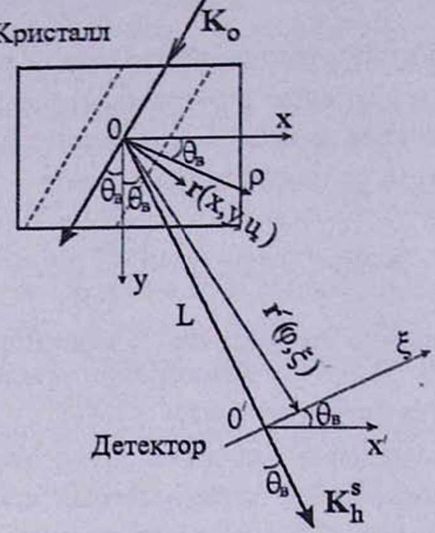


Рис.2. Схема дифракции и регистрации рентгеновских лучей при скользящей геометрии (вид сверху).

Подставляя (11) и (12) в (5) и проведя интегрирование по ρ, предварительно пренебрегая только членом, содержащим ρ^3 в фазе, для усредненной по времени интенсивности в безразмерных координатах $y \to \frac{2\pi}{\lambda_{us}} y$, $\xi \to \frac{2\pi}{\lambda_{us}} \xi$, $t \to \omega t$, получаем окончательно

$$I_h^s(\varphi,\xi) = \frac{\lambda_{us}^2}{8\pi^3 \lambda L \cos^2\theta_B} \int_0^{2\pi} dt \left| \int_{y_{\min}}^{y_{\max}} dy E_h^s(y,t)(\varphi + \gamma_0 \cos y \sin t) \times \right.$$
$$\times \exp\Big(i\Omega\Big\{\Big[\varphi^2 - (\Phi_0 - 2\gamma_0 \cos y \sin t)^2\Big] y + \tag{13}$$
$$\left. + 2\gamma_0 \sin y \sin t(\varphi - \Phi_0 + 2\gamma_0 \cos y \sin t) - b(y + c\xi)^3 \Big\}\Big) \right|^2,$$

где $\quad \Omega = \frac{\lambda_{us}}{2\cos\theta_B \lambda}, \quad b = \frac{2\lambda_{us}^2 \sin^4\theta_B}{\pi^2 L^2}, \quad c = \frac{\cos 2\theta_B}{2\sin\theta_B}.$

Нетрудно проверить, что если область интегрирования по y содержит много длин ПАВ, то фаза подынтегрального выражения в (13) есть быстроосциллирующая функция:

$$\Psi(y,t)=\Omega\{[\varphi^2-(\Phi_0-2\gamma_0\cos y\sin t)^2]y+2\gamma_0\sin y\sin t\times$$
$$\times(\varphi-\Phi_0+2\gamma_0\cos y\sin t)-b(y+c\xi)^3. \tag{14}$$

В этом случае основной вклад в интеграл будут давать стационарные точки, которые, в свою очередь, определяются из стационарного уравнения

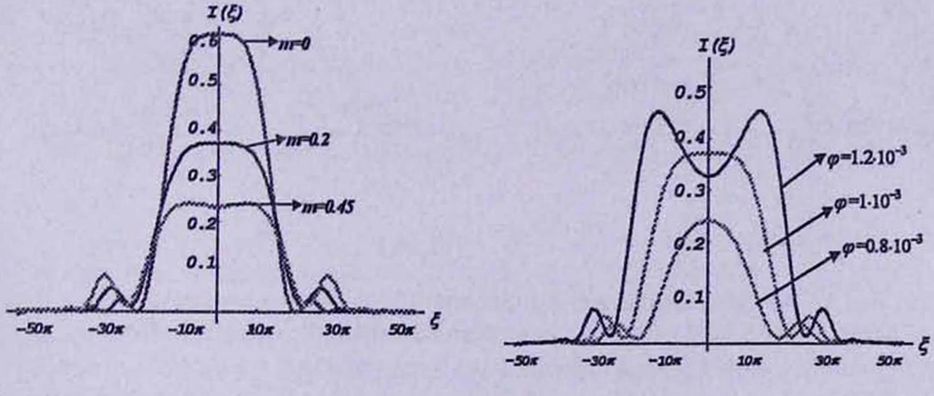
$$\frac{\partial\Psi(y_{\text{ст.}},t)}{\partial y}=0. \tag{15}$$

Вначале проанализируем (13) в случае отсутствия ПАВ, т.е. $\gamma_0=0$. Из (14) получаем

$$\Psi(y,t)=\Omega[(\varphi^2-\Phi_0^2)y-b(y+c\xi)^3]. \tag{16}$$

Решениями уравнения (15) будут две стационарные точки $(y_{\text{ст.}})_{1,2}=-c\xi\pm\sqrt{\dfrac{\varphi^2-\Phi_0^2}{3b}}$, которые при $\varphi\to\Phi_0$ сливаются в одну точку $y_{\text{ст}}=-c\xi$.

Поскольку в этой точке $\Psi''(y_{\text{ст}},t)=0$, а $\Psi'''(y_{\text{ст}},t)=-6\Omega b$, то лучи при $\varphi\to\Phi_0$ образуют каустическую поверхность [6]. Такой результат естественен, поскольку максимальную интенсивность следовало ожидать именно при $\varphi\to\Phi_0$. Интенсивность волнового поля в этом случае выражается функциями Эйри.



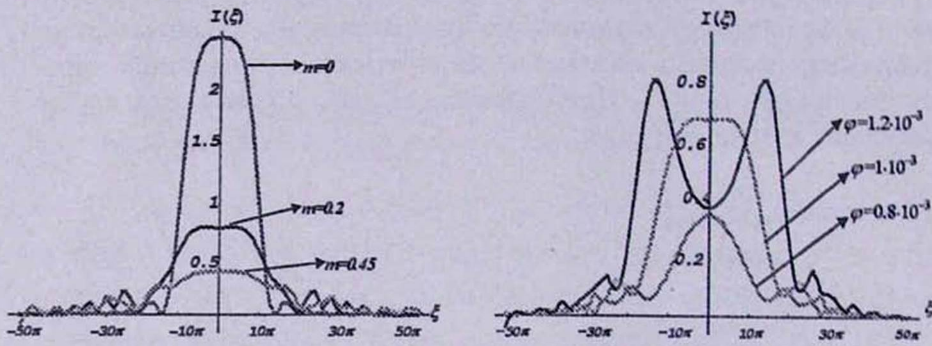
а) б)

Рис.3. Распределение интенсивности ЗДВ, дифрагированной на одной ПАВ при а) $\varphi=\Phi_0$, для разных значений амплитуд ПАВ $\gamma_0=m\cdot10^{-3}$, б) для разных значений φ, амплитуда ПАВ $\gamma_0=0.2\cdot10^{-3}$.

При наличии ПАВ аналитическое решение уравнения (15) невозможно. Однако, при $\gamma_0\ll\Phi_0$ стационарные точки меняются мало и характер дифракционной картины в целом сохраняется.

Отметим, что если область интегрирования содержит малое число ПАВ, то метод стационарной фазы неточен. В этом случае надо пользоваться численным расчетом.

На рис.3а приведены распределение интенсивности ЗДВ, дифрагированной на одной ПАВ при $\varphi \to \Phi_0$ для разных значений амплитуд, а на рис.3б – то же для разных значений φ и для одного значения амплитуды ПАВ γ_0. Как видно из рис.3а, ПАВ уменьшает величину основного пика интенсивности ЗДВ и увеличивает интенсивность сателлитов. Интенсивность последних, как это видно из рис.3б, имеет тенденцию к возрастанию с увеличением угла φ. С ростом φ основной пик расщепляется. На рис.4 приведены аналогичные распределения для случая, когда в области освещения содержатся две волны ПАВ. В этом случае, как и следует из оптической теории дифракции (см. [7]), если высота основного пика интенсивности ЗДВ при отсутствии ПАВ увеличена в четыре раза, то в зависимости от амплитуды ПАВ это "увеличение" уменьшается. Между двумя минимумами распределения появляется добавочный минимум.



а) б)

Рис.4. Распределение интенсивности ЗДВ, дифрагированной на двух ПАВ при а) $\varphi = \Phi_0$, для разных значений амплитуд ПАВ $\gamma_0 = m{\cdot}10^{-3}$, б) для разных значений φ, амплитуда ПАВ $\gamma_0 = 0.2{\cdot}10^{-3}$.

Таким образом, при разных числах ПАВ, участвующих в дифракции, характер дифракционной картины в основном сохраняется, хотя тонкая структура изображения усложняется с ростом их числа. Вышеизложенное важно иметь в виду при расшифровке рентгенодифракционных картин.

ЛИТЕРАТУРА

1. W.C.Marra, P.Eisenberger and A.Y.Cho. J. Appl. Phys., 50, 6927 (1979).
2. A.M.Afanas'ev and M.K.Melkonyan. Acta. Cryst., A 39, 207 (1983).
3. P.A.Aleksandrov, A.M.Afanasiev, and S.A.Stepanov. Phys. stat. sol. (a), 86, 143 (1984).
4. А.Р.Мкртчян, Л.В.Левонян, А.Г.Мкртчян, А.В.Петросян, М.Брунел, Д.Рос-щупкин, У. ван Бюрк. Тезисы докладов Второй Национальной Конференции по применению рентгеновского, синхротронного излучений, нейтронов и электронов для исследования материалов. Москва, ИК РАН, 1999, стр. 209.
5. С.В.Бирюков, Ю.В.Гуляев, В.В.Крылов, В.П.Плесский. Поверхностные акустические волны в неоднородных средах. М., Наука, 1991.
6. С.Солимено, Б.Крозиньяни, П. Ди Порто. Дифракция и волноводное распространение оптического излучения. М., Мир, 1989.
7. М.Борн, Э.Вольф. Основы оптики. М., Наука, 1973.

ՌԵՆՏԳԵՆՅԱՆ ՃԱՌԱԳԱՅԹՆԵՐԻ ՑՐՈՒՄԸ ՄԱԿԵՐԵՎՈՒՅԹԱՅԻՆ ԱԿՈՒՍՏԻԿ ԱԼԻՔԻ ՎՐԱ ՍԱՀՔԻ ՓՈՔՐ ԱՆԿՅՈՒՆՆԵՐԻ ԴԵՊՔՈՒՄ

Ա.Ռ. ՄԿՐՏՉՅԱՆ, Լ.Վ. ԼԵՎՈՆՅԱՆ, Ա.Ո. ՊԵՏՐՈՍՅԱՆ,
ՈՒ. ՎԱՆ ԲՅՈՒՐԿ, Վ. ՄԱՏՑ

Դիտարկված է բյուրեղում դիֆրակցիայի վեկտորին ուղղահայաց ուղղությամբ գրգռված մակերևույթային ակուստիկ ալիքի վրա ռենտգենյան ճառագայթների ցրումը սահքի փոքր անկյունների դեպքում: Որոշված է ալիքային դաշտի ինտենսիվությունը բյուրեղից դետեկտոր վերջավոր հեռավորության վրա: Ցույց է տրված, որ մակերևույթային ակուստիկ ալիքի ազդեցությամբ փոքրանում է հայելային դիֆրակցված ալիքի հիմնական պիկի ինտենսիվությունը և աճում է սաթելիտների ինտենսիվությունը: Սահքի դիտարկման անկյան մեծացմանը զուգընթաց հիմնական պիկը ճեղքվում է:

SCATTERING OF X-RAYS ON THE SURFACE ACOUSTIC WAVE IN THE CASE OF GRAZING GEOMETRY

A.R. MKRTCHYAN, L.V. LEVONYAN, A.V. PETROSYAN, U. VAN BURK, W. MATZ

The scattering of X-rays on a crystal is considered in grazing geometry when a surface acoustic wave is excited normal to the diffraction vector. The intensity of wave field at finite distance from crystal to detector is obtained. It is shown that in the presence of surface acoustic wave the magnitude of the main peak of specular reflected diffracted wave intensity decreases and intensity of satellites increases. The main peak of specular reflected diffracted wave intensity is split up as the grazing observation angle increases.

Известия НАН Армении, Физика, т.35, №6, с.328-334 (2000)

УДК 548.74

ОРИЕНТАЦИОННАЯ ЗАВИСИМОСТЬ ОБРАЗОВАНИЯ ЗАПРЕЩЕННЫХ И НЕИНДИЦИРУЕМЫХ КИКУЧИ-ЛИНИЙ

Р.К. КАРАХАНЯН

Ереванский государственный университет

(Поступила в редакцию 17 мая 2000 г.)

Посредством электронограмм на прохождение найдено, что запрещенные линии образуются при тех же ориентациях, что и запрещенные точечные отражения, а интенсивность запрещенных линий высшего порядка сильно зависит от изменения угла между образцом и электронным пучком. Неиндицируемые линии наблюдаются при тех ориентациях, при которых обеспечивается их достаточная интенсивность. Полученные экспериментальные результаты объяснены на основе двойной дифракции кикучи-электронов.

Как показано в [1–3], образование запрещенных и неиндицируемых линий на кикучи-электронограммах является прямым следствием двойной дифракции кикучи-электронов. В этом случае однократно и дважды дифрагированные электронные пучки подвергаясь, как и первичный пучок электронов, неупругому рассеянию, образуют вторичные кикучи-картины. Суперпозиция этих картин с первичной кикучи-картиной, обусловленной неупругим рассеянием падающего электронного пучка, приводит к образованию запрещенных и неиндицируемых кикучи-линий. Запрещенным кикучи-линиям отвечают запрещенные для данной кристаллической структуры индексы, и они являются, в этом смысле, аналогами запрещенных брэгговских отражений. Неиндицируемые линии, в отличие от пар светлых и темных кикучи-линий, являются одиночными, что не позволяет определить их индексы. В [4,5] нами была исследована зависимость образования запрещенных и неиндицируемых кикучи-линий от толщины и температуры исследуемого кристалла. Настоящая работа посвящена исследованию образования этих линий в зависимости от ориентации образца по отношению к падающему электронному пучку.

Кикучи-электронограммы монокристаллических пленок кремния, изготовленных химическим травлением массивных образцов, были получены на электронографе ЭГ-100М съемкой на прохождение при ускоряющем напряжении 100 кВ. Анализ электронограмм, снятых при падении первичного электронного пучка вдоль множества различных кристаллографических направлений кристаллов кремния, выявил, что запрещенные кикучи-линии образуются лишь при тех ориентациях образца относительно электронного пучка, при которых наблюдаются запрещенные точечные отражения. Например, при падении пучка электронов вдоль оси [112] наблюдаются запрещенные кикучи- линии и точечные отражения с индексами ($22\bar{2}$), ($66\bar{6}$), а в случае осей [310] и [110] – запрещенные линии и отражения (002), (006). Этот результат полностью согласуется с известным принципом построения кикучи-картин [6], в соответствии с которым каждому точечному отражению с разрешенными индексами отвечает кикучи-линия с теми же индексами, одновременно ясно показывая справедливость этого правила и в случае запрещенных кикучи-линий и точечных отражений.

Наши исследования показали, что, если при данной ориентации кристалла кремния образуются запрещенные кикучи-линии, то интенсивность линий высшего порядка существенно зависит от угла между образцом и падающим электронным пучком. На рис.1 приведена электронограмма кремния при падении первичного пучка вблизи кристаллографической оси [112], на которой наблюдаются пара запрещенных кикучи-линий ($22\bar{2}$) и запрещенная линия избытка $66\bar{6}$. На рис.2 представлена электронограмма того же образца кремния, но после небольшого (24 угл. мин.) изменения угла между образцом и пучком электронов. Как видно, на второй электронограмме присутствует лишь пара линий ($22\bar{2}$), а запрещенная линия избытка $66\bar{6}$ уже отсутствует. Отметим, что запрещенная линия недостатка $\overline{66}6$ не наблюдается на обеих электронограммах.

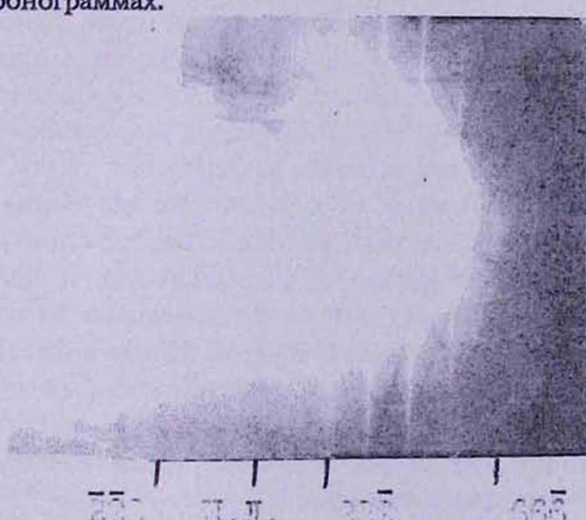


Рис.1. Кикучи-электронограмма кремния с запрещенными линиями $22\bar{2}$, $66\bar{6}$ и неиндицируемой линией (Н.Л.).

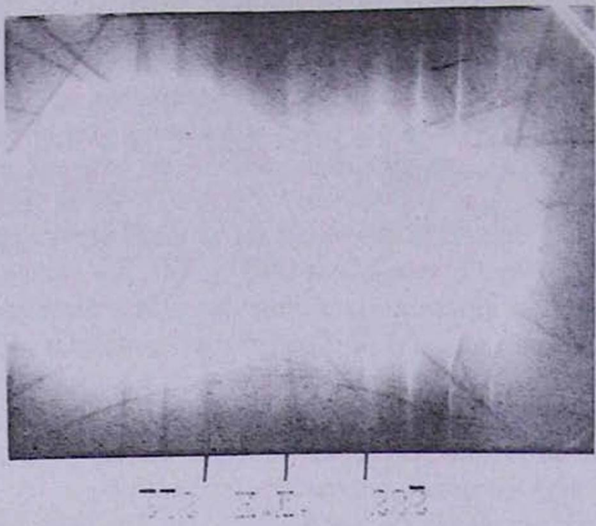


Рис.2. Кикучи-электронограмма кремния без неиндицируемой линии избытка $66\bar{6}$.

Для объяснения полученных результатов обратимся к [7], где на основе явления двойной дифракции кикучи-электронов показано, что запрещенные линии избытка, как и обычные (разрешенные) линии, при приближении к точечным отражениям с теми же запрещенными индексами постепенно усиливаются, приобретая максимальную интенсивность при прохождении через эти отражения. Усиление кикучи-линий избытка с разрешенными индексами объясняется тем [6], что при ее прохождении через отражение с теми же индексами первичный электронный пучок падает на соответствующие атомные плоскости под точным углом Брэгга. В результате первичный пучок становится одной из образующих конуса избыточной интенсивности и приводит после отражения от указанных плоскостей к усилению прилегающего к нему участка кикучи-линии избытка. Но усиление запрещенных кикучи-линий нельзя объяснить, как в случае разрешенных линий, отражением первичного пучка электронов от плоскостей с запрещенными индексами, так как этим отражениям по правилам погасаний отвечает нулевая интенсивность. Усиление запрещенной кикучи-линии избытка вблизи точечного отражения с теми же индексами обусловлено тем, что в этом случае с тем или иным конусом избыточной интенсивности совпадает некоторый интенсивный дифрагированный пучок, выступающий в роли источника вторичных кикучи-картин. Это приводит к усилению тех вторичных кикучи-линий, которыми обусловлено образование запрещенных кикучи-линий.

Электронограмма на рис.1 получена при такой ориентации кристалла, когда первичный пучок падает на образец под углом, близким к углу отражения для плоскостей $(44\bar{4})$, что следует из того, что линия избытка $44\bar{4}$ проходит вблизи отражения $44\bar{4}$. На рис.2 условие отражения выполняется уже для плоскостей $33\bar{3}$, так как на ней линия избытка $33\bar{3}$ проходит через отражение $33\bar{3}$. В соответствии с [7], чем ближе запрещенная линия избытка $66\bar{6}$ к отражению $66\bar{6}$, тем больше ее интенсивность и, следовательно, тем легче она будет наблюдаться. Если θ – угол отражения для плоскостей (111), то максимальное усиление линии избытка $66\bar{6}$ произойдет при угле между первичным пучком и плоскостями $(66\bar{6})$, равном 6θ, что отвечает прохождению линии избытка $66\bar{6}$ точно через отражение $66\bar{6}$. Рис.1, на котором видна запрещенная линия избытка $66\bar{6}$, отвечает углу между первичным пучком и плоскостями $(66\bar{6})$, равному 4θ. На рис.2, где уже не наблюдается линия избытка $66\bar{6}$, этот же угол равен 3θ. Значит, на рис.1 линия удалена от положения своей максимальной интенсивности на угол 2θ, а на рис.2 это удаление равно 3θ. По этой причине в первом случае запрещенная линия избытка $66\bar{6}$ имеет относительно большую интенсивность и наблюдается, а во втором случае ее интенсивность так мала, что она не видна на электронограмме.

Отсутствие запрещенной линии недостатка $\overline{66}6$ на обеих приводимых электронограммах связано со следующим обстоятельством. Обе электронограммы в силу геометрических условий их съемки соответствуют случаю, когда отражение $11\bar{1}$ более интенсивно, чем отражение $\bar{1}\bar{1}1$. Поэтому основную роль при образовании вторичных кикучи-линий играет отражение $11\bar{1}$. На основе двойной дифракции кикучи-электронов [1,2] легко показать, что при принятии в качестве источника вторичных кикучи-линий дифрагированного пучка $11\bar{1}$ линия недостатка $\overline{66}6$ будет обусловлена слабой вторичной линией недостатка $\overline{88}8$ и не может наблюдаться на полученных электронограммах (рис.1,2). Линия избытка $66\bar{6}$ обусловлена более интенсивной вторичной линией избытка $44\bar{4}$ и наблюдается на снимках. Отметим, что из-за своей слабости на рис.1,2 не видна и пара линий $(88\bar{8})$, обусловленных неупругим рассеянием падающего электронного пучка.

Образование на обеих электронограммах (рис.1,2) пары запрещенных линий $(22\bar{2})$ связано с тем, что линия избытка $22\bar{2}$ обусловлена интенсивной вторичной линией $44\bar{4}$ с источником в дифрагированном пучке $\bar{1}\bar{1}1$, а линия недостатка $\overline{22}2$ сформирована также сильной вторичной линией недостатка $\overline{44}4$ с источником в пучке $11\bar{1}$. Причем, в данном случае образованию линии избытка $22\bar{2}$ не препятствует малая интенсивность пучка $\bar{1}\bar{1}1$, так как вторичная линия избытка $44\bar{4}$, тем не менее, достаточно интенсивна, чтобы вызвать образование линии $22\bar{2}$. Итак, запрещенные линии низкого порядка $(22\bar{2})$

при изменении угла между пучком и образцом, в отличие от запрещенных линий высшего порядка ($66\bar{6}$), продолжают ясно наблюдаться (рис.1,2). Такое их поведение подобно тому, что разрешенные кикучи-линии при изменении угла между образцом и пучком также непрерывно наблюдаются, лишь перемещаясь по экрану.

Перейдем к рассмотрению ориентационной зависимости образования неиндицируемых кикучи-линий. Если исходить из механизма их образования [2,3], основанного на двойной дифракции кикучи-электронов, то неиндицируемые линии могут всегда присутствовать на электронограммах при тех ориентациях, когда наблюдается систематический ряд параллельных линий избытка и недостатка. При этом образование данной неиндицируемой линии обусловлено тем, что при взятии в качестве источника вторичных кикучи-картин некоторого дифрагированного пучка, т.е. при параллельном переносе вышеуказанного ряда кикучи-линий в ту или иную сторону и последующем наложении вторичных кикучи-картин на первичную, некоторая достаточно интенсивная кикучи-линия вызовет возникновение неиндицируемой линии. На электронограммах (рис.1,2) ясно видна неиндицируемая линия (Н.Л.), проходящая посередине ряда параллельных линий (111), (222), (333)... Согласно [3], эта неиндицируемая линия обусловлена неупругим рассеянием дважды дифрагированного пучка $22\bar{2}$, соответствующий которому рефлекс хорошо виден на приводимых электронограммах. Неиндицируемая кикучи-линия, параллельная линиям 220, 440, 660..., не наблюдается по той причине, что в соответствии с [2] она обусловлена дифрагированным пучком $2\bar{2}0$, имеющим в нашем случае нулевую интенсивность (соответствующий рефлекс вообще не наблюдается). На рис.3 представлена кикучи-электронограмма кремния при падении первичного электронного пучка вблизи оси [001] образца. На ней наблюдаются кикучи-линии (400), (040), ($\bar{2}20$), (220), но соответствующие им неиндицируемые линии отсутствуют. Анализ, основанный на механизме двойной дифракции кикучи-электронов, показывает, что, например, при взятии в качестве источников вторичных кикучи-картин самых интенсивных дифрагированных пучков 400 и $\bar{4}00$ неиндицируемая линия, проходящая вдоль пары линий (400), будет обусловлена вторичными линиями (880). Если учесть, что уже на основной картине с источником в первичном пучке кикучи-линии (880) являются слабыми и не наблюдаются, то вторичные кикучи-линии (880) с источниками в дифрагированных пучках 400 и $\bar{4}00$ будут еще более слабыми и никак не могут появиться на электронограммах. Такой же несложный анализ показывает, что неиндицируемые линии, параллельные парам кикучи-линий (040), ($2\bar{2}0$), (220), не образуются из-за слабости соответствующих вторичных кикучи-линий. При падении электронного пучка вдоль оси [111] кристалла кремния наблюдаются только неиндицируемые линии, параллельные кикучи-линиям ($2\bar{2}0$), а запрещенные линии отсутствуют (см. электронограмму в [5]). В этом случае все вторичные кикучи-линии совпадают с линиями первичной картины, кроме трех вторичных, приводящих к образованию трех неиндицируемых кикучи-линий с углом между ними в 120^0 в соответствии с третьим порядком оси [111].

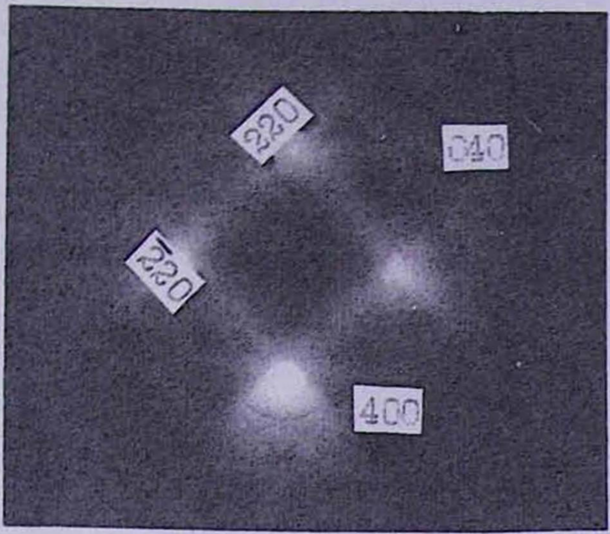


Рис.3. Кикучи-электронограмма кремния при падении электронного пучка вдоль оси [001] без неиндицируемой линии.

Отметим, что при небольших изменениях угла между образцом и электронным пучком неиндицируемые линии, аналогично запрещенным линиям низкого порядка, на электронограммах по-прежнему ясно наблюдаются. Это обусловлено тем, что указанные линии, будучи расположены в центральной области данного ряда параллельных кикучи-линий, образуются вторичными кикучи-линиями, обладающими большой интенсивностью, и небольшое изменение угла между образцом и первичным пучком электронов не приводит к значительному ослаблению их интенсивности, как это имеет место в случае со вторичной кикучи-линией, приводящей к образованию запрещенной линии избытка $66\bar{6}$.

Таким образом, запрещенные кикучи-линии образуются при тех же ориентациях кристаллов относительно первичного электронного пучка, что и запрещенные точечные отражения. Неиндицируемые кикучи-линии могут наблюдаться при тех ориентациях, когда порождающие их вторичные кикучи-линии обладают достаточной интенсивностью. Неиндицируемые и запрещенные кикучи-линии низкого порядка при малых изменениях угла между образцом и первичным пучком сохраняются на электронограммах. Интенсивность запрещенных линий высшего порядка сильно зависит от угла между образцом и первичным пучком электронов. Полученные результаты объясняются на основе явления двойной дифракции кикучи-электронов [6].

ЛИТЕРАТУРА

1. Р.К.Караханян, П.А.Григорян, П.А.Безирганян. Кристаллография, 24, 817 (1979) .
2. Р.К.Караханян, П.Л.Алексанян. Кристаллография, 32, 1256 (1987).
3. Р.К.Караханян, П.Л.Алексанян, А.О.Абоян. Кристаллография, 41, 954 (1996).
4. Р.К.Караханян, П.Л.Алексанян. Кристаллография, 36, 1289 (1991) .
5. Р.К.Караханян. Кристаллография, 42, 927 (1997) .
6. Г.Томас, М.Дж.Го719индж. Просвечивающая электронная микроскопия материалов. М., Наука, 1983.
7. Р.К.Караханян, П.Л.Алексанян. Кристаллография, 35, 992 (1990).

ԱՐԳԵԼՎԱԾ ԵՎ ՉՑՈՒՑԶԱՎՈՐՎՈՂ ԿԻԿՈՒՉԻ-ԳԾԵՐԻ ԱՌԱՋԱՑՄԱՆ ԿՈՂՄՆՈՐՈՇՈՒՄԱՅԻՆ ԿԱԽՈՒՄԸ

Ռ.Կ. ԿԱՐԱԽԱՆՅԱՆ

Հետազոտված է արգելված և չցուցչավորվող Կիկուչի-գծերի առաջացման կախումը սիլիցիումի բյուրեղի և ընկնող էլեկտրոնային փնջի միջև եղած անկյունից: Ցույց է տրված, որ արգելված գծերն առաջանում են առաջնային փնջի նկատմամբ բյուրեղի նույն այն կողմնորոշումների դեպքում, ինչ որ արգելված կետային անդրադարձումները: Չցուցչավորվող Կիկուչի-գծերը դիտվում են բյուրեղի ցանկացած կողմնորոշումների դեպքում: Ստացված փորձնական արդյունքները բացատրված են Կիկուչի-էլեկտրոնների կրկնակի դիֆրակցիայի հիման վրա:

ORIENTATION DEPENDENCE OF FORBIDDEN AND UNINDEXED KIKUCHI LINES FORMATION

R.K. KARAKHANYAN

The dependence of forbidden and unindexed Kikuchi lines formation on the angle between primary electron beam and silicon crystal is investigated by means of transmission Kikuchi patterns. It is shown that forbidden Kikuchi lines are formed under the same orientation of crystal, as forbidden spot reflexes. Unindexed Kikuchi lines can be observed under any orientation of crystal. Obtained experimental results are explained on the basis of Kikuchi electrons double diffraction.

ԲՈՎԱՆԴԱԿՈՒԹՅՈՒՆ

Շ.Ա.Խաչատրյան. Ֆերմիոնային գրգռումները Մանհեթենի հեքսագոնալ ցանցի վրա. 283

Ա.Ա.Մելքոնյան. Մնացորդային ճառագայթման ավտոկորելյացիոն ֆունկցիայի կայունության վերաբերյալ 288

Գ.Հ.Գրիգորյան, Ե.Թ.Փաշայան. Եռամակարդակ համակարգում բնակեցվածության տեղափոխության հնարավորությունը ոչ զրոյական երկֆոտոնային ապալարքի դեպքում. 292

Ա.Գ.Ալեքսանյան, Ա.Ս.Երամյան. Ներգոտիական անցումներով հարկադրական Ռամանյան ցրումը բազմաշերտ չափաքվանտացված մագնիսական դաշտում. 299

Մ.Կ.Բալյան, Լ.Վ.Լևոնյան. Հայելային անդրադարձման պայմաններում ռենտգենյան ալիքների ոչ կոմպլանար դիֆրակցիայի կատարելագործված տեսություն 309

Ա.Ռ.Մկրտչյան, Լ.Վ.Լևոնյան, Ա.Ո.Պետրոսյան, ՈՒ.Վան Բյուրկ, Վ.Մաց. Ռենտգենյան ճառագայթների ցրումը մակերևույթային ակուստիկ ալիքի վրա սահքի փոքր անկյունների դեպքում. 320

Ռ.Կ.Կարախանյան. Արգելված և չցուցչավորվող Կիկուչի-գծերի առաջացման կողմնորոշումային կախումը. 328

CONTENTS

Sh.A.Khachatrian. Fermionic excitations on the hexagonal Manhattan lattice. 283

A.A.Melkonyan. On the stability of the CMB autocorrelation function. 288

G.G.Grigoryan, E.T.Pashayan. On the possibility of population transfer in a three-level system under condition of non-zero two-photon detuning. 292

A.G.Alexanian, A.S.Yeremyan. Stimulated Raman scattering on intraband transitions in a size-quantized multilayer semiconductor structure in a quantizing magnetic field. 299

M.K.Balyan, L.V.Levonyan. Improved theory of noncomplanar diffraction of X-rays under specular reflection conditions. 309

A.R.Mkrtchyan, L.V.Levonyan, A.V.Petrosyan, U.Van Burk, W.Matz. Scattering of X-rays on the surface acoustic wave in the case of grazing geometry. 320

R.K.Karakhanyan. Orientation dependence of forbidden and unindexed Kikuchi lines formation. 328

СОДЕРЖАНИЕ

Ш.А.Хачатрян. Фермионные возбуждения на гексагональной решетке Манхэттена. 283

А.А.Мелконян. К устойчивости автокорреляционной функции реликтового излучения. 288

Г.Г.Григорян, Е.Т.Пашаян. О возможности переноса населенности в трехуровневой системе при отличной от нуля двухфотонной расстройке. 292

А.Г.Алексанян, А.С.Еремян. Вынужденное комбинационное рассеяние на внутризонных переходах в многослойной размерно-квантованной полупроводниковой структуре в квантующем магнитном поле. 299

М.К.Балян, Л.В.Левонян. Усовершенствованная теория некомпланарной дифракции рентгеновских волн в условиях зеркального отражения. 309

А.Р.Мкртчян, Л.В.Левонян, А.В.Петросян, У.Ван Бюрк, В.Матц. Рассеяние рентгеновских лучей при скользящей геометрии на поверхностной акустической волне. 320

Р.К.Караханян. Ориентационная зависимость образования запрещенных и неиндицируемых Кикучи-линий. 328

Заказ 119

Тираж 150

Подразделение оперативной полиграфии Ереванского государственного университета, г.Ереван, ул. Ал. Манукяна 1