

Զ Ե Կ Ո Ւ Յ Ց Ն Ե Ր
Д О К Л А Д Ы

LXXXIII, № 2

1986

Խմբագրական կոլեգիա

Գ. Ա. ԱՐՋՈՒՄԱՆՅԱՆ, տեխ. գիտ. փհմ. քիմիկոս (պատմ. ֆուրապուր), է. Գ. ԱՆՐԻԿՅԱՆ, շՍՏՀ ԳԱ տնտեսագիտ., Ա. Բ. ԲԱՐԱՏՅԱՆ, շՍՏՀ ԳԱ տնտեսագիտ., Ա. Հ. ԳԱՐՐԻՆԻՍՅԱՆ, շՍՏՀ ԳԱ տնտեսագիտ., Ա. Ա. ԲԱՆԱՆՅԱՆ, շՍՏՀ ԳԱ բար. տնտեսագիտ., Վ. Հ. ՀԱՄԱՐԱՆՅԱՆ, շՍՏՀ ԳԱ տնտեսագիտ. (պատմ. խմբագր. տնտեսագիտ.), Վ. Գ. ՄԵԼԻՍՅԱՆ, շՍՏՀ ԳԱ բար. տնտեսագիտ., Գ. Ս. ՍԱԼԱՆՅԱՆ, շՍՏՀ ԳԱ տնտեսագիտ., Ս. Մ. ՍԱԳՈՆԴՅԱՆ, շՍՏՀ ԳԱ բար. տնտեսագիտ., Մ. Լ. ՏԵՐ-ՄԻԿԱԵԼՅԱՆ, շՍՏՀ ԳԱ տնտեսագիտ., Վ. Բ. ՅԱՆԱՐՋՅԱՆ, շՍՏՀ ԳԱ տնտեսագիտ.:

Редакционная коллегия

В. А. АМБАРУМЯН, академик, Г. А. АРЗУМАНЯН, канд. техн. наук (отв. секретарь), Э. Г. АФРИКЯН, академик АН АрмССР, А. Т. БАБАЯН, академик АН АрмССР, А. А. ГАВРИЕЛЯН, академик АН АрмССР, В. О. КАЗАРЯН, академик АН АрмССР (зам. отв. редактора), В. Г. МХИТАРЯН, чл.-корр. АН АрмССР, Г. С. СААКЯН, академик АН АрмССР, О. М. САПОНДЖЯН, чл.-корр. АН АрмССР, А. А. ТАЛАЛЯН, чл.-корр. АН АрмССР, М. Л. ТЕР-МИКАЕЛЯН, академик АН АрмССР, В. В. ФАНАРДЖЯН, академик АН АрмССР.



Բ Ո Վ Ա Ն Ի Ա Կ Ո Ւ Թ Յ Ո Ւ Ն

ՄԱԹԵՄԱՏԻԿԱ

Ա. Շ. Մալխասյան—Ազատ խմբի ցիկլիկ հեթախմբերում հավասարումների լուծելիության մասին	51
Ս. Հ. Դալալյան—Դիսկրիմինանտային բազմաձևության շոշափող շերտավորման մասին	54
Մ. Կ. Կյուրեղյան—Գալուայի դաշտերի վրա շրջանային բազմանդամների կառուցման մի մեթոդի մասին	58
Ա. Վ. Արխանգելսկի, Ն. Է. Միքայելյան—Շ-կոմպակտ խմբերի անընդհատ պատկերներ հանդիսացող Բերի հատկությունով օժտված տոպոլոգորեն համասեռ տարածությունների մասին	62
Ս. Շ. Գալստյան—Հավասարաչափ սահմանափակ օրթոնորմավորված համակարգերով տարածետ Ֆուրյեի շարքերի մասին	66

ՄԵՆԱՆԻԿԱ

Ռ. Ա. Բաղդասարյան, Կ. Բ. Ղազարյան—Ծնման մակերևութային ալիքները օրթոտրոպ սալում	69
--	----

ԱՌԱՋԳԱԿԱՆՈՒԹՅԱՆ ՏԵՍՈՒԹՅՈՒՆ

Բ. Լ. Արտաճամյան, Գ. Զ. Գևորգյան—Գլանային խոռոչով տարածության մեջ ալիքների տարածման վերաբերյալ ոչ սիմետրիկ խնդիրը	73
---	----

ՁԻՋԻԿԱ

Ա. Գ. Բաղդակ, Գ. Ս. Բեգիբեկյան—Օպտիկական հազեցված միջավայրում հորլուսային ալիքների ֆոկուսացման մասին	78
--	----

ՄԻՋԱՏԱՐԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

Կ. Ա. Զառնկմեհ, Ե. Կ. Հերբեցյան—ՍՍՀՄ ֆաունայի համար Systasis Walker (Hymenoptera, Pteromalidae) սեռի նոր տեսակ	83
--	----

ԲԺՇԿԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

Հ. Ա. Մինասյան—Սալբուտամոլի հակախոցային ազդեցությունը ստամոքսի և տասներկուամտնյա աղու խոցով հիվանդների մոտ	86
--	----

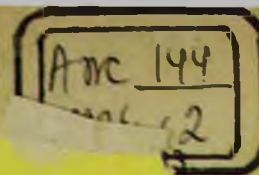
ՖԻԶԻՈԼՈԳԻԱ

Ք. Վ. Ղազարյան, Ն. Ի. Մարկելիչ, Ս. Մ. Մարտիրոսով—Նատրիումի խողովակի էլեկտրադեկավարող դերը հարթ մկանային ընկերների դանդաղ ալիքների ակտիվության առաջացման մեջ	88
---	----

Գ. Ե. Գրիգորյան, Ա. Մ. Ստոլբերգ—Պուֆեմիդի ազդեցության պոխտֆիզիոլոգիական մեխանիզմի հարցի շուրջը	92
--	----

СОДЕРЖАНИЕ

	Стр.
МАТЕМАТИКА	
А. Ш. Малхасян—О разрешимости уравнений в циклических подгруппах свободной группы	51
С. Г. Дилилян—О касательном расслоении дискриминантного многообразия	54
М. К. Кюрегян—Об одном методе построения неприводимых полиномов над полями Галуа	58
А. В. Архангельский, Н. Э. Мирзахичян—О топологически однородных пространствах со свойством Бэра, являющихся непрерывными образами π -компактных групп	62
С. Ш. Галстян—О расходящихся рядах Фурье по равномерно ограниченным ортонормированным системам	66
МЕХАНИКА	
Р. А. Багдасарян, К. Б. Казарян—Изгибные поверхностные волны в ортотропной пластинке	69
ТЕОРИЯ УПРУГОСТИ	
Б. Л. Абрамян, Г. З. Геворкян—Несимметричная задача о распространении упругих волн в пространстве с цилиндрической полостью	73
ФИЗИКА	
А. Г. Багдоев, Г. С. Безиргенян—О самофокусировке мощной световой волны в оптической среде с насыщением	78
ЭНТОМОЛОГИЯ	
К. А. Джанокмен, Е. К. Эртевян—Новый для фауны СССР вид рода <i>Systasis</i> Walker (Hymenoptera, Pteromalidae)	83
МЕДИЦИНА	
Г. А. Минасян—Противоэвентное действие сальбутамола у больных с язвой желудка и двенадцатиперстной кишки	86
ФИЗИОЛОГИЯ	
К. В. Казарян, Н. И. Маркевич, С. М. Мартиросов—Роль электроуправляемого патриевого канала в создании медленноволновой активности гладкомышечных клеток	88
Г. Е. Григорян, А. М. Стольберг—К психофизиологическим аспектам механизма действия пуфемиды	92



CONTENTS

MATHEMATICS

- A. Sh. Malkhasian*—On solvability of equations in cyclic subgroups of a free group 51
S. H. Dalalian—On the tangent bundle of a discriminant variety. 54
M. K. Kureghian—About one method of constructing irreducible polynomials over Galois fields 58
A. V. Archangelski, N. E. Mirzakhaniyan—On topologically homogeneous spaces with property of Baire being continuous image of π -compact groups 62
S. Sh. Galstian—On divergent series with uniformly bounded systems 66

MECHANICS

- R. A. Bagdasarian, K. B. Kazarian*—Bending surface waves in an orthotropic plate 69

THEORY OF ELASTICITY

- B. L. Abramian, G. Z. Gevorgian*—Asymmetric problem on the propagation of elastic waves in the space with cylindrical cavity. 73

PHYSICS

- A. G. Bagdoyev, G. E. Besirgenian*—About self-focusing of power light wave in the optical media with saturation 78

ENTOMOLOGY

- K. A. Dzhanokmen, E. K. Herthevtzian*—New species of the genus *Systasis* Walker (Hymenoptera, Pieromalidae) in the USSR 83

MEDICINE

- H. A. Minassian*—Antilulcerous action of salbutamolum in patients with gastric and duodenal ulcer disease 86

PHYSIOLOGY

- K. V. Kasarian, N. I. Markevich, S. M. Martirosov*—The role of electro-dependent sodium canal in the genesis of slow wave activity of the smooth muscle cells. 88
G. E. Grigorian, A. M. Stolberg—Psychophysiological aspects of the mechanism of action of Pufemid 92

Техн. редактор АЗИЗБЕКЯН Л. А.

Сдано в набор 11.08.1986 г. Подписано к печати 22.10.1986 г. ВФ 05748.

Бумага № 1. 70X¹/₁₆. Высокая печать. Печ. лист 3,0. Усл. печ. л. 4,2.

Учетно.-изд. л. 3,06. Тираж 455. Заказ 561. Издат. 6863.

Адр. ред.: 375019, Ереван, пр. Маршала Баграмяна, 24-г., II эт., к. 1, т. 27-97-238.

Издательство Академии наук Армянской ССР, 375019, Ереван,
пр. Маршала Баграмяна, 24-г.

Типография Издательства Академии наук АрмССР, 378310, г. Эчмиадзин.

А. Ш. Малхасян

О разрешимости уравнений в циклических
 подгруппах свободной группы

(Представлено чл.-корр. АН Армянской ССР Р. Р. Варшамовым 29/III 1985)

Пусть F —свободная группа с алфавитом образующих

$$a_1, \dots, a_m, a_1^{-1}, \dots, a_m^{-1}. \quad (1)$$

Уравнением в свободной группе F с неизвестными $x_1, \dots, x_\lambda$ называется равенство вида

$$A_1 x_{i_1} A_2 x_{i_2} \dots A_m x_{i_m}^m = 1, \quad (2)$$

где A_j —слова в алфавите (1). Список слов

$$X_1, \dots, X_\lambda \quad (3)$$

в алфавите (1) называется решением уравнения (2), если слово $A_1 x_{i_1} A_2 x_{i_2} \dots A_m x_{i_m}^m$ равно 1 в свободной группе F . Еще в 1918г.

Нильсен ⁽¹⁾ решил уравнение $xux^{-1}y^{-1} = aba^{-1}b^{-1}$ в свободной группе. Затем уравнения в свободной группе изучались в различных работах (см. например ⁽²⁾). Лишь в 1982 г. Г. С. Маканин ⁽³⁾ впервые дал алгоритм, который по всякому уравнению в свободной группе распознает его разрешимость.

Пусть (2) — уравнение в свободной группе, а $\Gamma_1, \dots, \Gamma_s$ —конечно-порожденные подгруппы F . Решение (3) уравнения (2) будем называть решением в подгруппах $\Gamma_1, \dots, \Gamma_s$, если $X_i \in \Gamma_i$ для всех $i = 1, \dots, s$. В настоящей работе исследуется разрешимость уравнений в свободной группе в заданных ее конечно-порожденных подгруппах. Справедлива следующая

Теорема. *Существует алгоритм, который по всякому уравнению в свободной группе F и любым ее циклическим подгруппам выясняет, существует или нет решение этого уравнения в заданных подгруппах.*

При $s = \lambda$ результат настоящей работы эквивалентен результату Линдона ⁽²⁾, а при $s = 0$ —результату работы ⁽³⁾.

Пусть $t_1, \dots, t_\lambda$ —множество параметров, принимающих значениями целые положительные числа. Индуктивно определим понятие параметрического коэффициента: всякое слово A в алфавите (1) есть параметрический коэффициент степени 0; если A —параметрический коэффициент степени τ , то A^t , где $t \in \{t_1, \dots, t_\lambda\}$, есть параметрический коэффициент степени $\tau + 1$, если A и B параметрические коэффициен-

ты ступеней τ_1 и τ_2 , соответственно, то AB есть параметрический коэффициент ступени $\tau = \max(\tau_1, \tau_2)$. Равенство вида

$$B_1 x_{i_1}^{\varepsilon_1} B_2 x_{i_2}^{\varepsilon_2} \dots B_r x_{i_r}^{\varepsilon_r} = 1, \quad (4)$$

где B_j — параметрические коэффициенты ступеней τ_j , $x_{i_j} \in \{x_1, \dots, x_n\}$, называется параметрическим уравнением ступени τ , где $\tau = \max(\tau_1, \dots, \tau_r)$. Здесь $\varepsilon_j = \pm 1$. Длиной записи уравнения (4) будем

называть число $\beta = \sum_{i=1}^r (\partial(\bar{B}_i) + 1)$, где $\bar{B}_i$ — слово в алфавите (1), полученное при подстановках чисел 1 вместо всех параметров $t_1, \dots, t_n$ в параметрических коэффициентах $B_1, \dots, B_r$.

Решением уравнения (4) будем называть вектор

$$(X_1, \dots, X_n, t_1^0, \dots, t_n^0) \quad (5)$$

(здесь X_j — слова в алфавите (1), а t_i^0 — натуральные числа) такой, что при подстановках слов X_j вместо неизвестных x_j и чисел t_i^0 вместо параметров t_i в левой части уравнения (4) получится слово в алфавите (1), равное 1 в свободной группе F .

Лемма 1. Для всякого уравнения вида (2) в свободной группе F , с длиной записи β и для всяких циклических подгрупп $\Gamma_1, \dots, \Gamma_s$, с максимумом длин порождающих слов, равным d , можно построить параметрическое уравнение вида (4) ступени 1 с длиной записи $\bar{\beta}$, не превосходящей $\beta \cdot d$, такое, что уравнение (2) разрешимо в подгруппах $\Gamma_1, \dots, \Gamma_s$ тогда и только тогда, когда разрешимо уравнение (4).

Длиной решения параметрического уравнения (4) называется максимум длин слов $X_1, \dots, X_n$, а максимальным параметром решения (5) параметрического уравнения (4) называется наибольшее из чисел $t_1^0, \dots, t_n^0$. Решение (5) параметрического уравнения (4) называется минимальным, если оно минимально среди всех решений уравнения (4).

Лемма 2. Существует рекурсивная функция $f(x)$ от целочисленного аргумента такая, что для всякого параметрического уравнения ступени 1 с длиной записи δ в свободной группе F найдется минимальное решение этого уравнения, максимальный параметр которого не превосходит числа $f(\delta)$.

Из леммы 2 следует, что алгоритмически распознаваема разрешимость любого параметрического уравнения ступени 1 в свободной группе F . Действительно, вместо параметров можно подставить всевозможные натуральные числа, не превосходящие числа $f(\delta)$. При этом получится конечное множество обыкновенных уравнений в свободной группе F , к каждому из которых можно применить алгоритм из работы (2). Далее с помощью леммы 1 доказывается теорема.

Приношу глубокую благодарность Г. С. Маканину за постановку задачи.

Ереванский государственный
университет

Ազատ խմբի ցիկլիկ ենթախմբերում հավասարումների
լուծելիության մասին

'Իիցուք F -ը վերջավոր ունգ ունեցող ազատ խումբ է, և դիցուք $J(x_1, \dots, x_i) = 1$ F խմբում λ թվով անհատների ունեցող հավասարում է: 'Իիցուք $\Gamma_1, \dots, \Gamma_s$ -ը F խմբի ցիկլիկ ենթախմբեր են ($0 \leq s \leq \lambda$): Աշխատանքում ապացուցված է, որ հավասարման լուծման գոյության պրոբլեմը ալգորիթմորեն լուծելի է $\Gamma_1, \dots, \Gamma_s$ ենթախմբերում, ինչ էապես լավացնում է Լինդոնի արդյունքը ($s=1$) և համընկնում է Մականինի արդյունքի հետ $s=0$ համար:

ЛИТЕРАТУРА — ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

¹ J. Nielsen, Math. Amer., B. 78, S. 385—397 (1918). ² R. C. Lyndon, Trans. Amer. Math. Soc., v. 96, p. 518—533 (1960). ³ Г. С. Маханин, Изв. АН СССР. Сер. мат., т. 46, № 6 (1982).

УДК 512.776

МАТЕМАТИКА

С. Г. Далалян

О касательном расслоении дискриминантного многообразия

(Представлено академиком АН Армянской ССР М. М. Джрбашяном 10/IV 1985)

Пусть V —линейное пространство размерности n над алгебраически замкнутым полем k характеристики нуль, V^* —двойственное пространство, $L_s(V) = (V^*)^s$ —пространство s -линейных форм на V . Симметрическая группа Σ_s действует на $L_s(V)$, переставляя переменные s -линейной формы. Инвариантные относительно действия Σ_s формы образуют пространство $\text{Sym}_s(V^*)$ симметрических s -линейных форм.

Пусть $\delta: V \rightarrow V^s$ —диагональное вложение, $L_s(V)|_{\delta(V)}$ —пространство форм степени s на V . Оно изоморфно $\text{Sym}_s(V^*)$ и отождествляется с ним посредством диагонального вложения.

Существует каноническое отображение $d': \text{Sym}_s(V^*) \times V \rightarrow \text{Sym}_t(V^*)$ для любого неотрицательного целого $t \leq s$. Если $(e_1, \dots, e_n)$ —базис пространства V , $(x^1, \dots, x^n)$ —дуальный базис пространства V^* , то точке (φ, ξ) тотального пространства $\text{Sym}_s(V^*) \times V$ сопоставляется форма $d'_\xi \varphi = \sum \frac{\partial^t \varphi}{\partial x^{i_1} \dots \partial x^{i_t}}(\xi) x^{i_1} \dots x^{i_t} \in \text{Sym}_t(V^*)$, которая, как нетрудно проверить, инвариантна относительно выбора базиса.

Обозначим через A_s пространство $\text{Sym}_{s_1}(V^*) \times \dots \times \text{Sym}_{s_m}(V^*)$ систем форм $f = (f_1, \dots, f_m)$ мультистепеней $s = (s_1, \dots, s_m)$. Будем считать, что множество мультистепеней упорядочено по координатно. Для любой мультистепени $t = (t_1, \dots, t_m) \leq s$ определено отображение $d': A_s \times V \rightarrow A_t \mid d'(\varphi, \xi) = (d'_{\xi^1} \varphi_1, \dots, d'_{\xi^m} \varphi_m) = d'_\xi \varphi$. Взяв $t = 1 = (1, \dots, 1)$, получим отображение $d = d^1: A_s \times V \rightarrow (V^*)^m = A_1$.

Пусть $P(V) = P^{n-1}$ —проективизация пространства V , X_φ —множество нулей системы $\varphi \in A_s$ в P^{n-1} . Коразмерность подпространства $X_{d(\varphi, \xi)}$ называется рангом точки (φ, ξ) или системы φ в ξ . Очевидно, коразмерность $X_{d(\varphi, \xi)}$ равна рангу якобиевой матрицы

$\mathcal{J}(\varphi, \xi) = \left\| \frac{\partial \varphi_k}{\partial x_i} \right\|_{k=1, \dots, m}^{i=1, \dots, n}$. Обозначив через $\mathfrak{S}_l$ множество точек тотального пространства $A_s \times P(V)$, имеющих ранг $\leq l$, где $l = \min(m, n)$, получим фильтрацию

$$A_s \times P(V) = \mathfrak{S}_0 \supset \mathfrak{S}_1 \supset \mathfrak{S}_2 \supset \dots \supset \mathfrak{S}_e. \quad (1)$$

Пусть $\mathcal{L}$ —множество точек $(\varphi, \xi) \in A_s \times P(V)$, удовлетворяющих условию $\varphi(\xi) = 0$. Фильтрация (1) высекает на $\mathcal{L}$ ранговую фильтрацию $\mathcal{L} = \mathcal{L}_0 \supset \mathcal{L}_1 \supset \mathcal{L}_2 \supset \dots \supset \mathcal{L}_e$.

Предложение 1. $\mathcal{Z}_1$ — гладкое неприводимое многообразие. При $m \geq n$ это доказано в (3).

Пусть $m \leq n$. Рассмотрим естественную проекцию $\pi: A_s \rightarrow A_{s'}$, $s' = (s_1, \dots, s_{m-1})$ и индуцированное ею отображение $\tilde{\pi}: \mathcal{Z}_1 \rightarrow A_{s'} \times P(V)$.

Образ $\tilde{\pi}(\mathcal{Z}_1) = \mathcal{Z}(A_{s'} \times P(V))$ определяется условием $\pi(f)(x) = 0$ и, следовательно, согласно (3) является гладким неприводимым многообразием. Слой точки $(\pi(\varphi), \xi) \in \tilde{\pi}(\mathcal{Z}_1)$ изоморфен подпространству точек $f_m \in \text{Sym}_{s_m}(V^*)$, удовлетворяющих соотношениям $f_m(\xi) = 0$, $\text{rk}_\xi(\pi(\varphi), \xi) \leq m-1$, которые определяют линейное подпространство в $\text{Sym}_{s_m}(V^*)$ коразмерности $1+n-m \leq \dim \text{Sym}_{s_m}(V^*)$. Таким образом, $\tilde{\pi}$ — векторное расслоение с гладкой неприводимой базой. Предложение доказано.

При $m \geq n$ $\mathcal{Z}_1 = \mathcal{Z}_0$. При $m=1$ $\mathcal{Z}_1 = \mathcal{S}_1$. Если $1 \leq m \leq n$, то $\dim \mathcal{Z}_1 = \dim A_s - 1$. Проекция $\mathcal{Y} \subset A_s$ многообразия $\mathcal{Z}_1 \subset A_s \times P(V)$ на первый сомножитель называется дискриминантным многообразием. Дискриминантное многообразие параметризует те $\varphi \in A_s$, для которых X_φ особо или имеет подскок размерности. Коразмерность дискриминантного многообразия равна $m-n+1$ при $m \geq n$, $n-m+1$ при $m \leq n$, $s=1$ и 1 в остальных случаях (3).

Множества $\mathcal{Y}_i$ точек $\varphi \in A_s$, имеющих $\geq i$ прообраза в $\mathcal{Z}_1$, образуют "тонкую" фильтрацию дискриминантного многообразия $\mathcal{Y} = \mathcal{Y}_1 \supset \mathcal{Y}_2 \supset \mathcal{Y}_3 \supset \dots$. Множества $\mathcal{Y}'_i$ точек $\varphi \in A_s$, полный прообраз которых в $\mathcal{Z}_1$ имеет размерность $\geq i$, определяют "грубую" фильтрацию на дискриминантном многообразии $\mathcal{Y} = \mathcal{Y}'_0 \supset \mathcal{Y}'_1 \supset \dots \supset \mathcal{Y}'_s$. Заметим, что при $m=1$, $s=2$ $\mathcal{Y}_2$ совпадает с $\mathcal{Y}'_1$.

Из предложения 1 сразу следует

Предложение 2. $\text{Sing } \mathcal{Y} = \mathcal{Y}_2$.

Теорема 1. Пусть $\varphi \in \mathcal{Y} \setminus \mathcal{Y}_2$, $(\varphi, \xi) \in \mathcal{Z}_1$ — единственный прообраз φ , L — нулевое подпространство оператора $\mathcal{Y}(\varphi, \xi)$ в k^m , $T_\varphi \mathcal{Y}$ — касательное пространство к многообразию $\mathcal{Y}$ в точке φ . Тогда

$$T_\varphi \mathcal{Y} = \{f \in A_s \mid \sum_k f_k(\xi) y_k = 0 \text{ на } L\}.$$

При этом размерность L равна 1, если $m \leq n$, и $m-n+1$, если $m \geq n$.

Доказательство. Пусть сначала $m \geq n$. Многообразие $\mathcal{Z}_1 \subset A_s \times P(V)$ в фиксированном базисе $(e_1, \dots, e_n)$ пространства V определяется как множество общих нулей форм

$$F_k(f, x) = f_k(x) = \sum_{i_1, \dots, i_{s_k}} f_{i_1 \dots i_{s_k}}^k x^{i_1} \dots x^{i_{s_k}} \quad (k=1, \dots, m). \quad (2)$$

Касательное пространство к $\mathcal{Z}_1$ в точке (φ, ξ) задается пересечением гиперплоскостей

$$\sum_{i_1, \dots, i_{s_k}} f_{i_1 \dots i_{s_k}}^k \frac{\partial F_k}{\partial f_{i_1 \dots i_{s_k}}}(\varphi, \xi) + \sum_l x_l \frac{\partial F_k}{\partial x_l}(\varphi, \xi) = 0 \quad (k=1, \dots, m), \quad (3)$$

т. е. системой

$$\sum_{i_1, \dots, i_{s_k}} f_{i_1 \dots i_{s_k}}^k \xi_{i_1} \dots \xi_{i_{s_k}} + \sum_l x_l \frac{\partial F_k}{\partial x_l}(\xi) = 0 \quad (k=1, \dots, m).$$

Ввиду линейности отображения проектирования касательное пространство $T_{(\varphi, \xi)} \mathcal{Y}$ является образом касательного пространства $T_{(\varphi, \xi)} \mathcal{Z}_1$. Точка f будет принадлежать проекции $T_{(\varphi, \xi)} \mathcal{Z}_1$ на A , тогда и только тогда, когда система линейных уравнений

$$\sum x_i \frac{\partial \varphi_k}{\partial x_i}(\xi) = -f_k(\xi) \quad (k=1, \dots, m)$$

имеет решение, что согласно теореме Кронекера—Капелли эквивалентно условию

$$\text{rk } \mathcal{Y}(\varphi, \xi) = \text{rk}(\mathcal{Y}(\varphi, \xi), {}'f(\xi)), \quad (4)$$

причем $\text{rk } \mathcal{Y}(\varphi, \xi) = n-1$ ввиду неособости точки φ на $\mathcal{Y}$. В этом случае очевидно, что $\dim L = m - \text{rk } \mathcal{Y}(\varphi, \xi) = m - n + 1$ и условие (4) выполняется тогда и только тогда, когда $\sum_{k=1}^m f_k(\xi) y_k = 0 \quad \forall (y_1, \dots, y_m) \in L$.

Если $m \leq n$, многообразие $\mathcal{Z}_1$ определяется как множество нулей системы (2), дополненной формами

$$D_j(f, x) = \text{Det} \left\| \frac{\partial f_k}{\partial x_i} \right\|_{i=1, \dots, m-1, j}^{k=1, \dots, m} \quad (j=m, m+1, \dots, n).$$

Соответственно, $T_{(\varphi, \xi)} \mathcal{Z}_1$ задается пересечением гиперплоскостей (3) и

$$\sum_k \sum_{i_1, \dots, i_{s_k}} f_{i_1, \dots, i_{s_k}}^k \frac{\partial D_j}{\partial f_{i_1, \dots, i_{s_k}}^k}(\varphi, \xi) + \sum_i x_i \frac{\partial D_j}{\partial x_i}(\varphi, \xi) = 0 \quad (j=m, m+1, \dots, n).$$

Пусть

$$D(f, x) = \left\| \frac{\partial D_j}{\partial x_i} \right\|_{i=1, \dots, n}^{j=m, m+1, \dots, n}.$$

Условие Кронекера—Капелли в этом случае имеет вид

$$\text{rk}({}'\mathcal{Y}(\varphi, \xi), {}'D(\varphi, \xi)) = \text{rk} \left\| \begin{matrix} {}'\mathcal{Y}(\varphi, \xi) & {}'D(\varphi, \xi) \\ f(\xi) & \end{matrix} \right\|,$$

причем ввиду предложения 1 $\text{rk}({}'\mathcal{Y}(\varphi, \xi), {}'D(\varphi, \xi)) = n-1$. Существует единственная $\eta = (\eta_1, \dots, \eta_n) \in P(k^n)$ такая, что $({}'\mathcal{Y}(\varphi, \xi), {}'D(\varphi, \xi)) \cdot {}'\eta = 0$. Так как $\text{rk } \mathcal{Y}(\varphi, \xi) = m-1$, то $\eta_{m+1} = \dots = \eta_n = 0$ и условие Кронекера—Капелли равносильно соотношению $\eta_1 f(\xi) + \dots + \eta_m f_m(\xi) = 0$, причем $(\eta_1, \dots, \eta_m)$ —единственная точка $P(L)$. Теорема доказана.

Утверждение доказанной теоремы хорошо известно при $m=1$, $s=2$ (1,2).

Примененными методами можно доказать, что справедлива

Теорема 2. Если $\mathcal{Y}_2 \neq \mathcal{Y}_1'$, то $\text{Sing } \mathcal{Y}_2 = \mathcal{Y}_3$. Если $\mathcal{Y}_2 = \mathcal{Y}_1'$, то $\text{Sing } \mathcal{Y}_2 = \mathcal{Y}_1'$. Пусть φ —неособая точка $\mathcal{Y}_1$, Ξ —множество точек $\xi \in P(V)$ таких, что $(\varphi, \xi) \in \mathcal{Z}_1$. Для каждого $\xi \in \Xi$ пусть L_ξ —нулевое подпространство оператора $'\mathcal{Y}(\varphi, \xi)$. Тогда

$$T_\varphi \mathcal{Y}_2 = \left\{ f \in A_s \mid \sum_{k=1}^m f_k(\xi) y_k \equiv 0 \text{ на } L_\xi \quad \forall \xi \in \Xi \right\}.$$

Դիսկրիմինատային բազմաձևության շոշափող շերտավորման մասին

Եթե V -ն գծալին տարածություն է, որոշված 0 բնութագրիչ ունեցող դաշտի վրա, V^* համալուծ տարածությունն է, $\text{Sym}_{s_i}(V^*)$ -ը V -ի վրա որոշված S_i աստիճանի համասեռ ձևերի տարածությունն է, $A = \text{Sym}_{s_1}(V^*) \times \dots \times \text{Sym}_{s_m}(V^*)$, ապա դիսկրիմինատային բազմաձևությունը ամ $\varphi = (\varphi_1, \dots, \varphi_m) \in A$ կետերի բազմությունն է, որոնց համար $\varphi_i = 0 (i=1, \dots, m)$ հավասարումներով որոշվող բազմաձևությունը եզակի է կամ ունի չափողակա- նություն թռիչք:

Ապացուցվում է, որ դիսկրիմինատային բազմաձևության φ պարզ կետում տարված շոշափող տարածությունը $\{f \in A \mid \sum f_k(\xi) y_k = 0 \ \forall y = (y_k) \in L\}$ բազմությունն է, որտեղ L ենթատարածությունը φ -ի համար որոշվում է միարժեքորեն:

ЛИТЕРАТУРА — ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

¹ А. Н. Тюрин, УМН, т. 30, вып. 6 (1975). ² J. G. Room, Geometry of determinantal loci, Cambridge, 1938. ³ С. Г. Далалян, ДАН АрмССР, т. 81, №1 (1985).

МАТЕМАТИКА

УДК 512.62

М. К. Кюрегян

Об одном методе построения неприводимых полиномов над полями Галуа

(Представлено чл.-корр. АН Армянской ССР Р. Р. Варшамовым 24/XII 1985)

Как известно, для любого простого p и натурального s существует, и с точностью до изоморфизма, единственное поле Галуа $GF(q)$ порядка $q = p^s$. Для того чтобы построить поле $GF(q^k)$, достаточно иметь полином степени k , неприводимый в $GF(q)$.

Имеется ряд основополагающих работ, вскрывающих элементарную структуру полей Галуа. Особенно полная теория содержится в монографии Альберта ⁽¹⁾. Единственная проблема, оставленная без внимания структурными теориями и являющаяся одновременно наиболее важной и трудной в современной алгебре, — это проблема синтеза неприводимых над полем $GF(q)$ полиномов заданной степени в явном виде.

Фундаментальные результаты конструктивной теории приводимости полиномов над конечными полями в основном принадлежат Р. Р. Варшамову ^{((2-4) и др.)}.

В работе рассматриваются возможности построения в явном виде неприводимых полиномов над конечными полями Галуа.

Будем говорить, что степень элемента α над полем $GF(q)$ равна k или же α является собственным элементом поля $GF(q^k)$, если $\alpha \in GF(q^k)$ и $\alpha \notin GF(q^v)$, где v — любой собственный делитель k . В этом случае пишется $\deg_q(\alpha) = k$.

Лемма 1. Пусть n и k — два произвольных натуральных числа, удовлетворяющих условию $(n, k) = 1$, $f(x)$ — неприводимый над полем $GF(q)$ полином степени n , α и β — произвольные элементы поля $GF(q^k)$. Тогда полином $g(x) = f(\alpha x + \beta)$ не будет разлагаться в поле $GF(q^k)$.

Доказательство. Согласно ⁽⁵⁾ полином $f(x)$ неприводим над полем $GF(q^k)$. Пусть θ — корень $f(x)$, т. е. $f(\theta) = 0$. Тогда ясно, что $\gamma = \alpha^{-1}(\theta - \beta)$ будет корнем $g(x)$. Учитывая, что $\theta^{q^{ki}} \neq \theta^{q^{kj}}$, где $i \neq j$ ($0 \leq i, j \leq n-1$), нетрудно убедиться, что и $\gamma^{q^{ki}} \neq \gamma^{q^{kj}}$. Стало быть, имеет место разложение $f(\alpha x + \beta) = \alpha^n \prod_{u=0}^{n-1} (x - \gamma^{q^{uk}})$ над полем $GF(q^k)$, что, в свою очередь, устанавливает неприводимость полинома $g(x)$ в поле $GF(q^k)$. Лемма 1 доказана.

Лемма 2. Пусть $n > 1$ и k — произвольные натуральные числа, $(n, k) = 1$, $f(x)$ — неприводимый над полем $GF(q)$ полином степени n ,

α и β — произвольные элементы поля $GF(q^k)$, удовлетворяющие условиям: $\deg_q(\alpha) = k^1$, $\deg_q(\beta) = k^2$, $\deg_q(\alpha^{-1}\beta) = k^3$ и $\varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3 > 0$, где $\varepsilon_i = 0$ или 1 ($i = \overline{1, 3}$). Тогда среди коэффициентов полинома $g(x) = f(\alpha x + \beta)$ найдется хотя бы один коэффициент g_u такой, что $\deg_q(g_u) = k$ ($u = \overline{1, n}$).

Доказательство. Допустим противное, а именно, предположим, что максимальная степень над полем $GF(q)$ среди коэффициентов полинома $g(x)$ равна $v < k$, где v собственный делитель k . Тогда элемент $\gamma = \alpha^{-1}(\theta - \beta)$, где $f(\theta) = 0$, являясь корнем неприводимого в поле $GF(q^v)$ полинома $g(x)$ степени n , будет собственным элементом поля $GF(q^{nv})$.

Рассмотрим отдельно четыре возможных случая.

1. Пусть $\deg_q(\alpha) = k$ и $\deg_q(\beta) = 1$. Поскольку $\deg_q(\theta) = n$, $\alpha = \gamma^{-1}(\theta - \beta) \in GF(q^{nv})$ и $(n, k) = 1$, то $\alpha \in GF(q^{nv}) \cap GF(q^k) = GF(q^v)$ и, следовательно, будем иметь $\deg_q(\alpha) < k$, что противоречиво.

2. Если же $\deg_q(\beta) = k$ и $\deg_q(\alpha) = 1$, то ввиду $\beta = \theta - \gamma\alpha \in GF(q^{vn})$ получим $\beta \in GF(q^{vn}) \cap GF(q^k) = GF(q^v)$, так как $(n, k) = 1$ и $\deg_q(\beta) < k$, что также противоречиво.

3. Пусть теперь $\deg_q(\alpha) = \deg_q(\beta) = k$ и $\alpha^{-1}\beta \in GF(q)$. Имеем $\gamma = \alpha^{-1}\theta - \alpha^{-1}\beta$, откуда $\alpha = \theta(\gamma - \alpha^{-1}\beta)^{-1} \in GF(q^{vn})$, т. е. $GF(q^{vn}) \cap GF(q^k) = GF(q^v)$ и, следовательно, $\deg_q(\alpha) < k$, что невозможно. И, наконец,

4. Пусть $\deg_q(\alpha) = \deg_q(\beta) = \deg_q(\alpha^{-1}\beta) = k$. Находим $\gamma = \alpha_1\theta + \alpha_2$, где $\alpha_1 = \alpha^{-1}$ и $\alpha_2 = -\alpha^{-1}\beta$ собственные элементы поля $GF(q^k)$. Если нам удастся показать, что выражение $\alpha_1\theta + \alpha_2$ является собственным элементом поля $GF(q^{kn})$, то тем самым мы достигнем нашей цели. Однако для этого достаточно будет доказать, что ни один из элементов группы Галуа поля $GF(q^{kn})$ над полем $GF(q)$ не может оставлять элемент $\alpha_1\theta + \alpha_2$ неподвижным.

Пусть $GF(q^{kn})$, $GF(q^k)$ и $GF(q^n)$ — расширения Галуа над полем $GF(q)$ с группами Галуа G , G_1 и G_2 соответственно. Как известно, если $(n, k) = 1$, т. е. $GF(q^n) \cap GF(q^k) = GF(q)$, то группа Галуа G есть прямое произведение циклических групп Галуа G_1 и G_2 , поэтому элемент группы Галуа G будет представляться парой автоморфизмов (σ, τ) , где $\sigma \in G_1$ и $\tau \in G_2$ ⁽⁸⁾.

Итак, если предположить, что элемент $\gamma = \alpha_1\theta + \alpha_2$ — несобственный, то $\alpha_1^{\sigma}\theta^{\tau} + \alpha_2^{\sigma} = \alpha_1\theta + \alpha_2$. Отсюда находим $\theta^{\tau} = \frac{\alpha_2 - \alpha_2^{\sigma}}{\alpha_1^{\sigma}} 1 + \frac{\alpha_1}{\alpha_1^{\sigma}} \theta$.

Обозначив $\frac{\alpha_2 - \alpha_2^{\sigma}}{\alpha_1^{\sigma}} = a_1$ и $\frac{\alpha_1}{\alpha_1^{\sigma}} = a_2$, получим $\theta^{\tau} = a_1 1 + a_2 \theta$ и элемент θ^{τ} будет линейно выражаться через 1 и θ . Но поля $GF(q^k)$ и $GF(q^n)$ линейно разделены на $GF(q)$. Поэтому из линейной зависимости $\theta^{\tau} = a_1 + a_2\theta$ с коэффициентами a_1, a_2 из $GF(q^k)$ вытекает линейная зависимость $\theta^{\tau} = b_1 \cdot 1 + c_1\theta$ с коэффициентами b_1, c_1 из $GF(q)$ ⁽⁷⁾. Отсюда имеем $b_1 + c_1\theta = a_1 + a_2\theta$, а это значит, что $b_1 = a_1$, $c_1 = a_2$, ибо иначе $(c_1 - b_1) \cdot 1 + (a_2 - c_1)\theta = 0$, т. е. 1 и θ линейно-зависимы с коэффициентами из поля $GF(q^k)$.

Стало быть, 1 и θ линейно-зависимы с коэффициентами из

$GF(q)$, что невозможно, так как θ собственный элемент для $GF(q^n)$. Далее, учитывая, что $x_1^2\theta^2 + \alpha_2^2 = \alpha_1^2\theta^2 + \alpha_2^2 = \alpha_1\theta + \alpha_2$, получим $\theta^2 = \frac{\alpha_1}{\alpha_1^2}\theta + \frac{\alpha_2 - \alpha_2^2}{\alpha_1^2}$.

С другой стороны, $\theta^2 = (b_1 + c_1\theta)^2 = b_2 + c_1^2\theta$, где $b_2 = b_1 + c_1b_1$, поэтому $\frac{\alpha_1}{\alpha_1^2} = c_1^2$. Аналогично $\theta^i = \frac{\alpha_1}{\alpha_1^i}\theta + \frac{\alpha_2 - \alpha_2^i}{\alpha_1^i}$ и $\theta^i = b_i + c_1^i\theta$, где $b_i = b_{i-1} + c_1^{i-1}b_{i-1}$, откуда $\frac{\alpha_1}{\alpha_1^i} = c_1^i$. Следовательно, если t_1 порядок элемента σ , т. е. $\sigma^{t_1} = 1$, то $c_1^{t_1} = 1$ и, значит, порядок c_1 делит порядок σ . Имеем $\theta^i = c_1^i\theta + b_i$, где c_1 и $b_i \in GF(q)$. Поэтому, если t_2 — порядок τ , т. е. $\tau^{t_2} = 1$, то $\theta = \theta^{\tau^{t_2}} = c_1^{t_2}\theta + b_{t_2}$ и $c_1^{t_2} = 1$, $b_{t_2} = 0$. Стало быть порядок c_1 делит порядок элемента τ . Но порядки элементов σ и τ взаимно-просты, так как $t_1 \nmid k$, $t_2 \nmid n$ и $(n, k) = 1$, а поэтому $c_1 = 1$, что невыполнимо, так как $\alpha_1^2 \neq \alpha_1$. Этим устанавливается, что элемент $\alpha_1\theta + \alpha_2$ собственный для поля $GF(q^{kn})$ и тем самым лемма 2 доказана полностью.

Опираясь на полученные результаты и используя работу (5), можно доказать следующий факт.

Теорема. Пусть n и k ($k = mt$) — произвольные натуральные числа, $(n, k) = 1$, $f(x)$ — неприводимый над полем $GF(q)$ полином степени n , α и β — произвольные элементы поля $GF(q^k)$, удовлетворяющие условиям леммы $2f(\alpha x + \beta) = g(x) = \sum_{u=0}^n g_u x^u$, и пусть, кроме того, среди коэффициентов полинома $g(x)$ существует, по крайней мере, один коэффициент g_u ($u < n$) такой, что $\deg_q(g_u^{-1}g_u) = k$. Тогда для любого целого числа i ($0 \leq i < ms$) полином степени tn

$$F(x) = \prod_{u=0}^{t-1} g^{(smu+i)}(x),$$

где $g^{(a)}(x) = \sum_{u=0}^n g_u^{p^a} x^u$, будет неприводимым над полем $GF(q^m)$.

Для иллюстрации рассмотрим следующий пример. Пусть $q = 2$, $f(x) = x^3 + x + 1$, $k = 3$ и $t = 3$. Пусть, кроме того, даны два элемента поля $GF(2^3)$, $\alpha = 1$ и β , где β — корень неприводимого в $GF(2)$ полинома $x^3 + x + 1$, т. е. $\beta^3 + \beta + 1 = 0$. Тогда, полагая $g(x) = f(x + \beta) = x^3 + x + \beta^3 + \beta + 1$ и $i = 0$, согласно теореме будем иметь $F(x) = (x^3 + x + \beta^3)(x^3 + x + \beta^3)(x^3 + x + \beta^3)$, где $\beta^{10} = \beta^3$ и $\beta^{20} = \beta^6$, и после раскрытия скобок и приведения подобных членов окончательно получим неприводимый над полем $GF(2)$ полином $F(x) = x^6 + x^5 + x^3 + x^2 + 1$.

Автор считает своим приятным долгом выразить благодарность Р. Р. Варшамову за полезные советы в процессе работы над статьей.

Вычислительный центр Академии наук Армянской ССР
и Ереванского государственного университета

Գալուայի դաշտերի վրա շրջավոր բազմանդամների կառուցման
մի մեթոդի մասին

Գալուայի դաշտերի վրա բազմանդամների շրջավորության արտակարգ
ինքնուրույն հետաքրքրությունն ներկայացնող պրոբլեմը կարևոր դեր է կա-
տարում ժամանակակից տեխնիկայում: Հոդվածում հետազոտվում է $\alpha x + \beta$
զծային ձևափոխությունը, որտեղ α և β վերցված են Գալուայի $GF(q^k)$
դաշտից: Այս գծային ձևափոխությունը թույլ է տալիս կառուցել բացահայտ
տեսքով շրջավոր բազմանդամները՝ Գալուայի կամայական դաշտի վրա:

Այսինքն ապացուցվում է հետևյալը:

Թեորեմ. Դիցուք n և k -ն կամայական փոխադարձաբար պարզ
թվեր են, այսինքն $(n, k) = 1$, $f(x)$ շրջավոր n -րդ աստիճանի բազմանդամ
է Գալուայի $GF(x)$ դաշտի վրա, իսկ α և β կամայական տարրեր են Գա-
լուայի $GF(q^k)$ դաշտից: Եթե α և β տարրերից մեկը սեփական է $GF(q^k)$
դաշտի համար, ապա ցանկացած $i (0 \leq i < ms)$ բնական թվի համար tn -րդ
($k = tm$) աստիճանի բազմանդամը $F_i(x) = \prod_{u=0}^{t-1} g^{(smu+i)}(x)$, որտեղ $g(x) =$
 $= f(\alpha x + \beta) = \sum_{u=0}^n g_u x^u$ և $g^{(a)}(x) = \sum_{u=0}^n g^{p^a} x^u$, շրջավոր է $GF(q^m)$ դաշտի
վրա, եթե $\deg g_u g_n^{-1} = k$ ինչ-որ u -ի ($u = \overline{1, n-1}$) համար:

ЛИТЕРАТУРА — ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

- ¹ A. A. Albert, Fundamental concepts of higher algebra, Univ. of Chicago
Press, 1956. ² P. P. Варшамов, Studia Scleticarum Mathematicarum Hungarica, p.
5—19, 1973. ³ P. P. Варшамов, ДАН СССР, т. 211, № 4 (1973). ⁴ P. P. Варшамов,
ДАН СССР, т. 275, № 5 (1984). ⁵ М. Г. Кюрөгян, ДАН АрмССР, т. 81, № 2 (1985).
⁶ С. Ленг, Алгебра, Мир, М., 1968. ⁷ Н. Бурбаки, Алгебра. Ч. 2, Наука, М., 1965.

МАТЕМАТИКА

УДК 515.1

А. В. Архангельский, Н. Э. Мирзахания

О топологически однородных пространствах со свойством Бэра, являющихся непрерывными образами σ -компактных групп

(Представлено чл.-корр. АН Армянской ССР Р. А. Александрияном 4/III 1986)

В статье рассматриваются топологические инварианты (прежде всего кардинальные) топологически однородных пространств со свойством Бэра, являющихся непрерывными образами σ -компактных групп, в частности, свободных топологических групп компактов, подчиненных тем или иным условиям.

Полученные результаты применимы при решении более специального и естественного вопроса: какими свойствами обладают топологически однородные пространства со свойством Бэра, на которых непрерывно и транзитивно действует σ -компактная группа?

Топологическая группа G называется σ -компактной, если она представима в виде объединения счетного семейства компактных подпространств.

Говорят, что пространство X обладает свойством Бэра, если пересечение всякого счетного семейства открытых всюду плотных в нем множеств всюду плотно.

Пространство X называется топологически однородным, если для любых $x, y \in X$ существует гомеоморфизм $f: X \rightarrow X$ такой, что $f(x) = y$ и $f(X) = X$.

Все пространства предполагаются тихоновскими.

Мы пользуемся обозначениями и терминологией из (1).

Через $F(X)$ обозначаем свободную топологическую группу пространства $X^{(*)}$.

Предложение 1. Пусть топологически однородное пространство со свойством Бэра является непрерывным образом σ -компактной группы $G = \bigcup \{K_n : n \in N^+\}$. Тогда Y локально компактно.

Доказательство. Пусть $f: G \rightarrow Y$ непрерывное отображение σ -компактной группы $G = \bigcup \{K_n : n \in N^+\}$ на топологически однородное пространство Y со свойством Бэра. Каждое $f(K_n)$ как непрерывный образ компакта K_n является компактом и замкнуто в Y . Пространство Y обладает свойством Бэра, поэтому найдутся открытое в Y множество U и номер $n^* \in N^+$, для которого $\overline{U} \subset f(K_{n^*})$. Так как $\overline{U}$ — замкнутое подпространство компакта $f(K_{n^*})$, то $\overline{U}$ компактно.

Так как Y однородно, то Y локально компактно.

Предложение 2. Пусть топологически однородное пространство со свойством Бэра является непрерывным образом σ -компактной

группы $G = \bigcup \{K_n : n \in N^+\}$ и пусть $i(K_n) \leq \tau$ для всякого $n \in N^+$. Тогда $i(Y) \leq \tau$.

Доказательство. Пусть $f: G \rightarrow Y$ — непрерывное отображение σ -компактной группы $G = \bigcup \{K_n : n \in N^+\}$ на топологически однородное пространство Y со свойством Бэра. Пространство Y обладает свойством Бэра, поэтому найдутся открытое в Y множество U и номер $n^* \in N^+$, для которого $\overline{U} \subset f(K_{n^*})$. Так как f отображает K_{n^*} на $f(K_{n^*})$ замкнуто, а $i(K_{n^*}) \leq \tau$, то $i(f(K_{n^*})) \leq \tau$. Так как $\overline{U}$ замкнутое подпространство $f(K_{n^*})$, то $i(\overline{U}) \leq \tau$. Следовательно, $i(U) \leq \tau$.

Итак, в Y есть непустое открытое множество, теснота которого не превосходит τ . Так как Y однородно, это означает, что теснота всего пространства Y не превосходит τ .

Следствие 1. Пусть топологически однородное пространство Y со свойством Бэра является непрерывным образом пространства $F(X)$, где X — компакт счетной тесноты. Тогда теснота Y счетна.

Определение 1 (²). Пространство X называется монолитным, если для любого $A \subset X$ $nw(\overline{A}) \leq |A|$.

Предложение 3. Пусть топологически однородное пространство со свойством Бэра является непрерывным образом σ -компактной группы $G = \bigcup \{K_n : n \in N^+\}$ и пусть K_n монолитно для каждого $n \in N^+$. Тогда Y монолитно.

Доказательство. Пусть $f: G \rightarrow Y$ непрерывное отображение σ -компактной группы $G = \bigcup \{K_n : n \in N^+\}$ на топологически однородное пространство Y со свойством Бэра. Так как Y — пространство со свойством Бэра, то найдутся открытое в Y множество U и номер $n^* \in N^+$, для которого $\overline{U} \subset f(K_{n^*})$. Каждый компакт $f(K_n)$ монолитен в Y и $\overline{U}$ монолитно в Y (это вытекает из того, что монолитность сохраняется при переходе к замкнутому пространству и непрерывных отображениях компактов).

Так как Y однородно, имеем, что для каждой точки $y \in Y$ существует такая окрестность U_y точки y , что U_y монолитно в Y , т. е. пространство Y локально монолитно.

Монолитность пространства Y вытекает из следующего предложения.

Предложение 4. Линделёфово локально монолитное пространство монолитно.

Доказательство. Пусть пространство Y локально монолитно, т. е. для каждой точки $y \in Y$ пусть существует такая окрестность U_y точки y , что U_y монолитно в Y . Так как пространство Y линделёфово, имеем $Y = \bigcup \{U_{y_n} : n \in N^+\}$ для некоторого счетного подмножества $\{y_n : n \in N^+\} \subset Y$. Без ограничения общности можно считать, что семейство $\{U_{y_n} : n \in N^+\}$ локально конечно, ибо Y паракомпактно как регулярное линделёфовое пространство.

Для любого подмножества $A \subset Y$ имеем $A = \bigcup \{(A \cap U_{y_n}) : n \in N^+\}$, $\overline{A} = \bigcup \{(\overline{A \cap U_{y_n}}) : n \in N^+\}$. Так как U_{y_n} монолитно в Y для каждого $n \in$

$\in N^*$, то $n\omega(\overline{A \cap U_{y_n}}) \leq |A \cap U_{y_n}| \leq |A|$ для каждого $n \in N^*$. Следовательно, $n\omega(\overline{A}) \leq |A|$.

Следствие 2. Пусть топологически однородное пространство Y со свойством Бэра является непрерывным образом пространства $F(X)$, где X —монологичный компакт. Тогда Y монологично.

Теорема 1. Пусть топологически однородное пространство со свойством Бэра является непрерывным образом σ -компактной группы G , порожденной (алгебраически) монологичным компактом счетной тесноты. Тогда Y —пространство со счетной базой.

Доказательство. В силу предложения 1 пространство Y локально компактно, а в силу предложений 2 и 3 Y —монологичное пространство счетной тесноты.

Известно, что в локально компактном монологичном пространстве счетной тесноты существует хотя бы одна точка счетного характера (см. (1)). Так как Y однородно, это означает, что пространство Y удовлетворяет первой аксиоме счетности.

Теорема В. В. Успенского (см. (2)) утверждает, что если Y является непрерывным образом σ -компактной топологической группы, то $n\omega\{y \in Y : x(y, Y) \leq x_0^*\} \leq x_0$. Следовательно, $\omega(Y) = n\omega(Y) \leq x_0$.

Следствие 3. Пусть топологически однородное пространство Y со свойством Бэра является непрерывным образом пространства $F(X)$, где X —монологичный компакт счетной тесноты. Тогда Y —пространство со счетной базой.

Теорема 2. Пусть топологически однородное пространство Y со свойством Бэра является непрерывным образом σ -компактной группы G и пусть Y монологично и имеет счетную тесноту. Тогда пространство Y обладает счетной базой.

Доказательство теоремы 2 в основных чертах повторяет доказательство теоремы 1.

Теорема 3. Пусть топологически однородное пространство Y счетной тесноты со свойством Бэра является непрерывным образом σ -компактной группы G счетной тесноты. Тогда пространство Y сепарабельно.

Доказательство. Пространство Y локально компактно (предложение 1). Кардинал x_1^{**} является калибром пространства Y (см. (2)). По теореме Шапировского (см. (4)) отсюда, из $i(Y) \leq x_0$ и того, что Y локально компактно, следует, что пространство Y сепарабельно.

Московский государственный университет

Ա. Վ. ԱՐԽԱՆԿԵԼՍԿԻ, Ն. Է. ՄԻՐՉԱԿԱՆՅԱՆ

σ-կոմպակտ խմբերի անընդհատ պատկերներ
հանդիսացող Բերի հատկությունով օժտված տոպոլոգոբեն համասեռ
տարածությունների մասին

Հոդվածում դիտարկվում են σ-կոմպակտ խմբերի (մասնավորապես,

* x_0 —алеф-ноль

** x_1 —алеф-один

կոմպակտների ազատ տոպոլոգիական խմբերի) անընդհատ պատկերներ հանդիսացող Քերի հատկությունով օժտված տոպոլոգորեն համասեռ տոպոլոգիական տարածությունների տոպոլոգիական ինվարիանտները:

Աշխատանքում ստացված արդյունքները կիրառելի են ավելի բնական և հատուկ հարցի ոլժման դեպքում. ինչպիսի հատկություններով են օժտված Քերի հատկությունով տոպոլոգորեն համասեռ տարածությունները, որոնց վրա անընդհատ և տրանզիտիվ գործում է յ-կոմպակտ տոպոլոգիական խումբը:

ЛИТЕРАТУРА — ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

¹ А. В. Архангельский, УМН, т. 33, № 6 (1978). ² А. В. Архангельский, УМН, т. 36, № 3 (1981). ³ В. В. Успенский, ДАН СССР, т. 285, № 4 (1985). ⁴ Б. Э. Шапировский, Уч. зап. Рижского ун-та, т. 3, с. 88—89 (1976).



С. Ш. Галстян

О расходящихся рядах Фурье по равномерно ограниченным ортонормированным системам

(Представлено чл.-корр. АН Армянской ССР А. А. Талаляном 7/IV 1986)

В 1923 г. А. Н. Колмогоров (см. ⁽¹⁾, с. 8, ⁽²⁾, с. 391, ⁽³⁾) построил почти всюду расходящийся ряд Фурье по тригонометрической системе.

Этот результат уточнялся в дальнейшем Марцинкевичем (см. ⁽²⁾, с. 391). Он доказал, что ряд Фурье может ограниченно расходиться почти всюду, то есть мажоранта модуля частных сумм ряда Фурье конечна почти всюду.

Ж. П. Кахан (см. ⁽⁴⁾, с. 171) доказал, что для любой положительной функции $\psi(t)$, $\psi(t) = o(\log \log t)$ при $t \rightarrow \infty$ и подпоследовательности $n_1 < n_2 < \dots$ натуральных чисел существует такая интегрируемая функция $F(x)$, что $\lim_{k \rightarrow \infty} \frac{|S_{n_k}(x, F)|}{\psi(k)} = \infty$ почти всюду. Здесь

$S_n(x, F)$ — n -я частичная сумма ряда Фурье функции F по тригонометрической системе. При $n_k = k$ этот результат принадлежит Чену ⁽⁵⁾. В. И. Прохоренко ⁽⁶⁾ построил интегрируемую функцию $F(x)$ с $\omega_1(\delta, F) = O\left(1/\log \log \frac{1}{\delta}\right)$, ряд Фурье которой расходится почти всюду.

Из этого результата и одной теоремы вложения П. Л. Ульянова ⁽⁷⁾ в частности следует, что функция $F(x)$ принадлежит классу $L(\log^+ \log^+ L)^\beta$ для любого $\beta \in (0, 1)$. Существование функции $F \in L(\log^+ \log^+ L)^\beta$ для любого $\beta \in (0, 1)$ с расходящимся почти всюду рядом Фурье установлено также Ченом ⁽⁸⁾ (см. также Тандори ⁽⁹⁾).

И. Стейн ⁽¹⁰⁾ распространил результат А. Н. Колмогорова на систему Уолша.

В 1975 г. С. В. Бочкарев ⁽¹¹⁾ показал, что для любой равномерно ограниченной ортонормированной системы на $[0, 1]$ существует интегрируемая функция, ряд Фурье которой по этой системе неограниченно расходится на множестве положительной меры. Как показал К. С. Қазарян ⁽¹²⁾, в примере С. В. Бочкарева добиться расходимости почти всюду невозможно, даже когда система полна и ограничена. Для более подробного знакомства с результатами, примыкающими к примеру А. Н. Колмогорова, можно воспользоваться работой П. Л. Ульянова ⁽³⁾.

Нами получены следующие результаты.

Теорема 1. *Существует функция $F(x) \in L^1(0, 2\pi)$ такая, что*

а) $S_n(x, F)$ сходится к $F(x)$ в метрике L^1 ,

б) $\{\hat{F}(n)\} \in \bigcap_{q>2} l^q$,

в) $\text{mes}\{x: S^*(x, F) > y\} = O(1/y \log \log y)$ при $y \rightarrow \infty$ и последовательность $S_n(x, F)$ расходится почти всюду.

Здесь $\hat{F}(n) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} F(t) e^{-int} dt$, $S^*(x, F) = \sup_n |S_n(x, F)|$.

Из условия в) следует, что $S^*(x, F) \in \bigcap_{p < 1} L^p$.

Теорема 2. Пусть $\{f_k\}_{k=1}^\infty$ — равномерно ограниченная ортонормированная система на $[0, 1]$. Тогда

1) для любой положительной функции $\varphi(t) = o(t \log \log \log t)$ существует интегрируемая функция $F(x)$ с $\int_0^1 \varphi(|F(x)|) dx < \infty$ такая, что $\tilde{S}_n(x, F)$ неограниченно расходится на множестве положительной меры;

2) для любой положительной функции $\psi(t) = o(\log \log t)$ существует функция $F(x) \in L^1(0, 1)$ такая, что $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\tilde{S}_n(x, F)}{\psi(n)} = \infty$ на множестве положительной меры ($\tilde{S}_n(x, F) = \sum_{k=1}^n a_k(F) f_k(x)$, где

$$a_k(F) = \int_0^1 F(x) f_k(x) dx).$$

Для тригонометрической системы и для системы Уолша имеет место более точный результат.

Теорема 3. Пусть $\{g_k\}$ — тригонометрическая система или система Уолша. Тогда для любой перестановки σ натурального ряда существует интегрируемая функция $F(x)$, $\omega_1(\delta, F) = O\left(1/\log \log \frac{1}{\delta}\right)$ такая, что $S_n^{(\sigma)}(x, F)$ расходится почти всюду ($S_n^{(\sigma)}(x, F)$ — n -я частичная сумма ряда Фурье функции F по переставленной системе $\{g_{\sigma(k)}\}$).

При доказательстве теорем 2 и 3 мы используем также методы работы (11).

Основным моментом доказательства теоремы 2 является следующая

Лемма. Пусть $\{f_k\}$ — ортонормированная система на $[0, 1]$, удовлетворяющая условиям $\|f_k\|_\infty \leq M$, $k = 1, 2, \dots$. Тогда для любого натурального N существует функция $F_N(x)$ со следующими свойствами:

а) $F_N(x) = 0$ или $N \leq \log \log F_N(x) \leq N^2$ для любого $x \in [0, 1]$,

б) $\int_0^1 F_N(x) dx \leq 1$,

в) существует множество $E \subset [0, 1]$ с $\text{mes } E \geq C(M)$, $C(M)$ — постоянная, зависящая только от M , такое, что для любой точки $t \in E$ существует $n = n(t)$ со свойствами:

$$1) \log n(t) \leq N^2,$$

$$2) S_{n(t)}(t, F_N) \geq B \log N \quad (B > 0 \text{ и зависит только от } M).$$

В заключение автор приносит свою благодарность П. Л. Ульянову, под руководством которого выполнена эта работа.

Московский государственный университет
им. М. В. Ломоносова

Ս. Շ. ԳԱԼՍՅԱՆ

Հավասարաչափ սահմանափակ օրթոնորմավորված համակարգերով
տարամետ Ֆուրյեի շարքերի մասին

Հողվածում կառուցվում են ինտեգրելի ֆունկցիաներ տարամետ Ֆուրյեի
շարքերով: Ստացված է հետևյալ պնդումը:

Թեորեմ. Թող $\{f_k\}_{k=1}^{\infty}$ լինի հավասարաչափ սահմանափակ օրթո-
նորմավորված համակարգ $[0, 1]$ հատվածի վրա: Այդ դեպքում

1) Կամայական դրական $\varphi(t) = o(t \log \log \log t)$ ֆունկցիայի համար գո-
յություն ունի $F(x)$ ինտեգրելի ֆունկցիա, վերջավոր $\int_0^1 \varphi(|F(x)|) dx$ ինտեգրա-

լով, այնպես, որ $\bar{S}_n(x, F)$ անսահմանափակ տարամիտում է դրական չա-
փի բազմությամբ վրա:

2) Կամայական դրական $\psi(t) = o(\log \log t)$ ֆունկցիայի համար գոյություն
ունի $F(x) \in L^1(0, 1)$ ֆունկցիա, այնպես, որ $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\bar{S}_n(x, F)}{\psi(n)} = \infty$ դրական չա-

փի բազմությամբ վրա $\left(\bar{S}_n(x, F) = \sum_{k=1}^n a_k(F) f_k(x), \text{ որտեղ } a_k(F) = \int_0^1 F(x) f_k(x) dx \right)$:

ЛИТЕРАТУРА — ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

- ¹ А. Н. Колмогоров, Избранные труды, Математика и механика, т. 1, Наука, М., 1985. ² Н. К. Бари, Тригонометрические ряды, Физматгиз, М., 1961. ³ П. Л. Ульянов, Успехи мат. наук, т. 38, № 4 (1983). ⁴ Ж. П. Кахан, Случайные функциональные ряды, Мир, М., 1984. ⁵ Y. M. Chen, Arch. der Math., v. 4, № 2 (1963). ⁶ В. И. Прохоренко, Мат. сб., т. 75 (1968). ⁷ П. Л. Ульянов, Изв. АН СССР. Сер. мат., т. 32, № 3 (1968). ⁸ Y. M. Chen, J. London Math. Soc, v. 44, № 4 (1969). ⁹ K. Tandori, Acta sci math, v. 30 (1969). ¹⁰ E. M. Stein, Annals of Math., v. 74, № 1 (1961). ¹¹ С. В. Бочкарев, Мат. сб., т. 98, № 3 (1975). ¹² К. С. Казарян, Мат. сб., т. 119, № 2 (1982).

УДК 534.26

МЕХАНИКА

Р. А. Багдасарян, К. Б. Казарян

Изгибные поверхностные волны в ортотропной пластинке

(Представлено академиком АН Армянской ССР С. А. Амбарцумяном 29/I 1986)

Как известно ^(1,2), в тонкой полубесконечной изотропной пластинке вдоль свободного края может распространяться изгибная волна, являющаяся аналогом волны Рэлея ⁽³⁾. В работе ⁽⁴⁾ были изучены также изгибные волны типа Стоунли ⁽⁵⁾, бегущие по линии контакта двух тонких изотропных пластин и сосредоточенных вблизи нее.

Здесь рассматриваются свободные изгибные колебания ортотропной полубесконечной пластинки со свободным краем и ставится вопрос исследования поверхностных волн, т. е. волн, распространяющихся вдоль свободного прямолинейного края и затухающих при удалении от границы.

Отнесем ортотропную пластинку к прямоугольной декартовой системе координат (X, Y, Z) . В этой системе срединная плоскость пластинки занимает область $-\infty < x < \infty, 0 \leq y < \infty$.

Дифференциальное уравнение колебания ортотропной пластинки и граничные условия задачи имеют вид ⁽⁶⁾

$$\frac{\partial^4 w}{\partial y^4} + \frac{2(B_{12} + 2B_{66})}{B_{22}} \cdot \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{B_{11}}{B_{22}} \cdot \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + \frac{12\rho}{B_{22}h^3} \cdot \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = 0, \quad (1)$$

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \frac{B_{12}}{B_{22}} \cdot \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} &= 0, \\ \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \frac{B_{12} + 4B_{66}}{B_{22}} \cdot \frac{\partial^2 w}{\partial x^2 \partial y} &= 0, \end{aligned} \right\} y=0. \quad (2)$$

Здесь $w(x, y, t)$ — нормальный прогиб пластинки, B_{ik} — коэффициенты упругости ⁽⁶⁾, ρ — плотность материала, h — толщина пластинки.

Решение уравнения (1) ищем в виде плоской монохроматической волны

$$w(x, y, t) = e^{ry} \cdot e^{i(\omega t - kx)}, \quad (3)$$

где k — волновое число, ω — частота колебаний.

Для корней характеристического уравнения имеем $r = \pm \frac{k}{\sqrt{B_{22}}} \sqrt{b_1 \pm \sqrt{c_1}}$, где

$$b_1 = B_{12} + 2B_{66} > 0, \quad c_1 = d_1 + (\lambda_0/k)^4 B_{22}, \quad (4)$$

$$d_1 = (B_{12} + 2B_{66})^2 - B_{11}B_{22}, \quad \lambda_0 = (12\rho\omega^2/B_{22}h^3)^{1/4}.$$

Из общего решения (3) выберем только то решение, которому соответствует поверхностная волна. Для этого рассмотрим три случая: $c_1 > 0$, $c_1 < 0$ и $c_1 = 0$. Как известно (7), для всех ортотропных материалов $d_1 < 0$. Тогда очевидно, что если

$$c_1 > 0, \quad b_1 > \sqrt{c_1}, \quad (5)$$

то решение уравнения (1), представляющее собой поверхностную изгибную волну, можно представить в виде

$$\varpi(x, y, t) = (A_1 e^{r_1 y} + A_2 e^{r_2 y}) \cdot e^{i(\omega t - kx)}, \quad (6)$$

где $r_{1,2} = -k \sqrt{(b_1 \pm \sqrt{c_1}) B_{22}}$. При этом из (5) имеем, что

$$\sqrt{\frac{B_{22}}{B_{11}}} < \frac{k}{\lambda_0} < \sqrt{\frac{B_{22}}{B_{11} B_{22} - (B_{12} + 2B_{66})^2}}. \quad (7)$$

Подставляя (6) в (2), относительно A_1 и A_2 получим систему уравнений, условие разрешимости которой имеет вид:

$$\sqrt{b_1 + \sqrt{c_1}} (2B_{66} - \sqrt{c_1})^2 = \sqrt{b_1 - \sqrt{c_1}} (2B_{66} + \sqrt{c_1})^2. \quad (8)$$

Легко показать, что в интервале

$\sqrt{\frac{B_{22}}{B_{11}}} < \frac{k}{\lambda_0} < \sqrt{\frac{B_{22}}{B_{11} B_{22} - (B_{12} + 2B_{66})^2 + 4B_{66}^2}}$ существует решение уравнения (8), которое удовлетворяет условию (7). Упростив уравнение (8) получим:

$$c_1^2 - 8B_{66}(B_{12} - B_{66})c_1 - 16B_{66}^3(2B_{12} + 3B_{66}) = 0. \quad (9)$$

Решения уравнения (9) имеют вид:

$$c_1^{(1)} = 4B_{66}(B_{12} - B_{66} + \sqrt{B_{12}^2 + 4B_{66}^2}) > 0, \quad (10)$$

$$c_1^{(2)} = 4B_{66}(B_{12} - B_{66} - \sqrt{B_{12}^2 + 4B_{66}^2}) > 0.$$

Подставляя значение $c_1^{(1)}$ из (10) в соответствующую формулу (4), получим уравнение относительно величины k/λ_0 , действительное решение которого, удовлетворяющее условию (7), имеет вид:

$$\frac{k}{\lambda_0} = \left[\frac{B_{22}}{B_{11} B_{22} + 4B_{66} \sqrt{B_{12}^2 + 4B_{66}^2} - 8B_{66}^3 - B_{12}^2} \right]^{1/4} \quad (11)$$

Если же $c_1 < 0$, т. е. при

$$\frac{k}{\lambda_0} > \left[\frac{B_{22}}{B_{11} B_{22} - (B_{12} + 2B_{66})^2} \right]^{1/4} \quad (12)$$

два решения характеристического уравнения имеют отрицательные действительные части. Эти решения имеют вид: $r_{3,4} = -k(a_1 \pm ia_2)/\sqrt{B_{22}}$,

$$\text{где } a_{1,2} = \left[\frac{\sqrt{b_1^2 + e_1^2} \pm b_1}{2} \right]^{1/2} > 0, \quad e_1 = \sqrt{-c_1}.$$

Следовательно, при $c_1 < 0$ решение уравнения (1), соответствующее поверхностной волне, имеет вид: $\varpi(x, y, t) = (A_3 e^{r_3 y} + A_4 e^{r_4 y}) \cdot e^{i(\omega t - kx)}$. Уравнение, аналогичное дисперсионному уравнению (8), имеет вид:

$$4a_1 e_1 B_{66} = a_2 (4B_{66}^2 - e_1^2),$$

что можно представить в виде

$$[4B_{66}(\sqrt{b_1^2+z+b_1})]^2 = (4B_{66}^2 - z)^2, \quad (13)$$

где $z = e_1^2 = -c_1 > 0$. Учитывая, что $4B_{66}^2 - z > 0$, из (13) получим:

$$z + 4B_{66}\sqrt{b_1^2+z} + 4B_{12}B_{66} + 4B_{66}^2 = 0. \quad (14)$$

Ясно, что уравнение (14) не имеет решений. В случае $c_1 = 0$, т. е.

при $\frac{k}{\lambda_0} = \left[\frac{B_{22}^2}{B_{11}B_{22} - (B_{12} + 2B_{66})^2} \right]^{1/4}$ для решения уравнения (1), соответствующего поверхностной волне, получим:

$$w(x, y, t) = (A_5 + A_6 y) \cdot e^{r_5 y} \cdot e^{i(\omega t - kx)}, \quad (15)$$

где $r_5 = -k\sqrt{(B_{12} + 2B_{66})/B_{22}}$.

Подставляя (15) в (2), получим систему уравнений относительно A_5, A_6 . Определитель этой системы отличен от нуля, следовательно $A_5 = A_6 = 0$. Таким образом приходим к выводу, что не существует изгибной поверхностной волны, удовлетворяющей следующему условию:

$$\frac{k}{\lambda_0} \geq \left[\frac{B_{22}^2}{B_{11}B_{22} - (B_{12} + 2B_{66})^2} \right]^{1/4}, \quad (c_1 \leq 0).$$

Искомое соотношение (11) для фазовой скорости поверхностной изгибной волны удобно представить в следующем виде:

$$\frac{v}{c} = \left[\frac{\bar{B}_{11}\bar{B}_{22} + 4\bar{B}_{66}\sqrt{\bar{B}_{12}^2 + 4\bar{B}_{66}^2} - 8\bar{B}_{66}^2 - \bar{B}_{12}^2}{\bar{B}_{22}} \right]^{1/4}, \quad (16)$$

где $v = \omega/k$ — фазовая скорость поверхностной волны, $c = B_{11}^0 k^2 / 12\rho$ — фазовая скорость одномерной изгибной волны, распространяющейся вдоль оси OX при $\varphi = 0^\circ$, $\bar{B}_{ik} = B_{ik}/B_{11}^0$, φ — угол между главными физическими и геометрическими направлениями композиционного материала.

Материал	φ						
	0°	15°	30°	45°	60°	75°	90°
СВАМ 5:1	0,999	0,962	0,870	0,783	0,754	0,751	0,734
Боропластик	0,999	0,942	0,782	0,585	0,417	0,332	0,316
Стеклопластик	0,999	0,961	0,858	0,734	0,636	0,588	0,577

В таблице для различных ортотропных материалов в зависимости от угла армирования φ композиционного материала приведены значения безразмерной фазовой скорости изгибной поверхностной волны. Как видно из таблицы, минимальное значение безразмерной скорости достигается при $\varphi = 90^\circ$. Отметим также, что в отличие от изотропной пластинки, здесь безразмерная фазовая скорость существенно отличается от единицы.

Մոման մակերևութային ալիքները օրոտոցայ սալում

Աշխատանքում դիտարկված է ազատ եզրով կիսաանվերջ օրթոտրոպ նյութից պատրաստված սալի տատանումների խնդիրը և դրված է մակերևութային ալիքների ուսումնասիրման հարցը:

Տարբեր կոմպոզիցիոն նյութերից պատրաստված սալերի համար զրտնրված են ծռման մակերևութային ալիքի ֆազային արագության արժեքները և ցույց է տրված, որ ի տարբերություն իզոտրոպ սալի, այդ արագությունները կոմպոզիցիոն նյութից պատրաստված սալերում էապես փոքր են ծավալային արագությունների համապատասխան արժեքներից:

ЛИТЕРАТУРА — ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

- ¹ Ю. К. Коненков, Акуст., т. 6. с. 124—126 (1960). ² Л. М. Бреховских, В. В. Гончаров, Введение в механику сплошных сред, Наука, М., 1982. ³ В. Новацкий, Теория упругости. Мир, М., 1975. ⁴ А. С. Зильберберг, И. Б. Сулова, в кн.: Исследования по механике твердого деформируемого тела, Изд-во АН АрмССР, Ереван, 1981. ⁵ R. Stonely, Proceedings of the Royal Society S. A., v. 106, № A73, p. 416—428 (1924). ⁶ С. А. Амбарцумян, Общая теория анизотропных оболочек, Наука, М., 1974. ⁷ С. Г. Лехницкий, Теория анизотропного тела, Наука, М., 1977.

УДК 539.3

ТЕОРИЯ УПРУГОСТИ

Член-корреспондент АН Армянской ССР Б. Л. Абрамян, Г. З. Геворкян

Несимметричная задача о распространении упругих волн в пространстве с цилиндрической полостью

(Представлено 6/V 1986)

В работе исследуется распространение упругих волн в упругом пространстве с круглой цилиндрической полостью, когда возбуждающая колебания динамическая нагрузка направлена перпендикулярно к оси полости и приложена в одной точке внутри пространства на конечном расстоянии от полости.

При решении задачи используются преобразования Лапласа, Вебера—Орра и Фурье.

1. *Постановка задачи.* Решение задачи строится в цилиндрической системе координат при помощи скалярной и векторной потенциальных функций Φ и $\bar{\Psi}$. Основные уравнения, которым удовлетворяют функции Φ и Ψ_s ($s=r, \varphi, z$), приводятся в работах (^{1,2}). За плоскость $z=0$ берем плоскость, проходящую через точку приложения сосредоточенной силы $Qf(t)$. Ось Oz совпадает с осью полости. $r_0, 0, 0$ —точка приложения силы.

В силу симметрии деформации относительно плоскости $z=0$ граничные условия берем в следующем виде:

$$u_z(r, \varphi, 0, t) = \tau_{z\varphi}(r, \varphi, 0, t) = 0, \quad \tau_{rz}(r, \varphi, 0, t) = -\frac{Q}{2} f(t) \frac{\delta(r-r_0)\delta(\varphi)}{r}, \quad (1)$$

где Q —амплитуда силы, $f(t)$ —временная функция, определяющая вид динамической нагрузки, r_0 —расстояние до оси полости, $\delta(s)$ —дельта-функция Дирака.

Поверхность полости берется свободной от напряжений:

$$\sigma_r(R, \varphi, z, t) = \tau_{rz}(R, \varphi, z, t) = \tau_{r\varphi}(R, \varphi, z, t) = 0, \quad (2)$$

где R —радиус полости.

Осевые плоскости $\varphi=0$ и $\varphi=\pi$ также являются плоскостями симметрии деформации и на этих плоскостях имеют место условия

$$u_\varphi|_{\varphi=0,\pi} = \tau_{\varphi z}|_{\varphi=0,\pi} = \tau_{r\varphi}|_{\varphi=0,\pi} = 0, \quad (3)$$

где угол φ отсчитывается от направления действия динамической нагрузки.

Для решения задачи с условиями (1)—(3) перемещения представим в виде рядов

$$u_s = \sum_{m=0}^{\infty} u_s^{(m)}(s=r, \varphi, z), \quad u_r^{(m)} = u_m \cos m\varphi, \quad u_\varphi^{(m)} = v_m \sin m\varphi, \quad u_z^{(m)} = w_m \cos m\varphi. \quad (4)$$

Рядами представляются также и напряжения.

Соответствующим образом потенциальные функции берем в виде следующих рядов:

$$\Phi = \sum_{m=0}^{\infty} \Phi_m, \quad \Psi_r = \sum_{m=0}^{\infty} \Psi_r^{(m)}, \quad \Psi_s = \sum_{m=1}^{\infty} \Psi_s^{(m)} \quad (s=r, z), \quad (5)$$

где Φ_m и $\Psi_s^{(m)}$ ($s=r, \varphi, z$) берутся в виде, который указан в работе (2). Отметим здесь, что в работе (2) допущена неточность — не указывается; что приведенные представления Φ_m и $\Psi_s^{(m)}$ являются порядковыми членами соответствующих рядов (5). В работе (2) в условиях (3), (5), (7) и (18) пропущен также множитель $\frac{1}{r}$, а в выражениях (19)–(21) и дальше при членах, содержащих нагрузки $P\bar{f}_1(\xi)$ и $Q\bar{f}_2(\xi)$, пропущены множители $\frac{1}{r_0}$.

Функции $\varphi_m(r, z, t)$ и $\psi_s^{(m)}(r, z, t)$, входящие в Φ_m и $\Psi_s^{(m)}$, удовлетворяют уравнениям

$$\left(\nabla_m^2 - a^2 \frac{\partial^2}{\partial t^2}\right) \Phi_m = \left(\nabla_m^2 - b^2 \frac{\partial^2}{\partial t^2}\right) \psi_z^{(m)} = \left(\Delta_1^2 - b^2 \frac{\partial^2}{\partial t^2}\right) \psi_\varphi^{(0)} = 0; \quad (6)$$

$$\left(\nabla_{m-1}^2 - b^2 \frac{\partial^2}{\partial t^2}\right) \psi_1^{(m)} = \left(\nabla_{m+1}^2 - b^2 \frac{\partial^2}{\partial t^2}\right) \psi_2^{(m)} = 0;$$

$$\text{где} \quad \nabla_s^2 = \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} - \frac{s^2}{r^2}, \quad a^2 = \rho/(\lambda + 2G), \quad b^2 = \rho/G,$$

и нулевым начальным условиями.

Для решения задачи эти функции представляются в виде суммы интегралов Лапласа—Вебера и Лапласа—Фурье.

Представляя функцию $\delta(\varphi)$ в виде ряда Фурье по функциям $\{\cos m\varphi\}$ на интервале $(0, \pi)$ и используя условия (1) и (2) (представлениями (4) условия (3) удовлетворяются тождественно), будем иметь:

$$w_m(r, 0, t) = 0, \quad \tau_{rz}^{(m)}(r, 0, t) \pm \tau_{z\varphi}^{(m)}(r, 0, t) = -\frac{Qk_m}{\pi} f(t) \frac{\delta(r-r_0)}{r}, \quad (7)$$

$$\text{где} \quad \left(m=0, 1, 2, \dots; k_0 = \frac{1}{2}, k_m = 1 \text{ при } m \neq 0\right)$$

$$\tau_r^{(m)}(R, z, t) = \tau_{rz}^{(m)}(R, z, t) = \tau_{r\varphi}^{(m)}(R, z, t) = 0. \quad (8)$$

2. *Определение неизвестных функций-коэффициентов интегрирования.* Для каждой гармоники неизвестные функции-коэффициенты определяются отдельно. Для нулевой гармоники перемещения имеют вид:

$$u_0(r, z, t) = \frac{\partial \varphi_0}{\partial r} - \frac{\partial \psi_\varphi^{(0)}}{\partial z}, \quad w_0(r, z, t) = \frac{\partial \varphi_0}{\partial z} + \frac{\partial \psi_\varphi^{(0)}}{\partial r} + \frac{\psi_\varphi^{(0)}}{r}. \quad (9)$$

где φ_0 и $\varphi_\varphi^{(0)}$ берутся в виде

$$\varphi_0(r, z, t) = \frac{1}{2\pi l} \int_{c-l\infty}^{c+l\infty} e^{iz} dz \left\{ \int_0^\infty \beta \bar{\varphi}_0 W_0(\beta r) d\beta + \frac{2}{\pi} \int_0^\infty \bar{\varphi}_0 \cos \gamma z d\gamma \right\}; \quad (10)$$

$$\varphi_\varphi^{(0)}(r, z, t) = \frac{1}{2\pi l} \int_{c-l\infty}^{c+l\infty} e^{iz} dz \left\{ \int_0^\infty \beta \bar{\varphi}_\varphi^{(0)} W_1(\beta r) d\beta + \frac{2}{\pi} \int_0^\infty \bar{\varphi}_\varphi^{(0)} \sin \gamma z d\gamma \right\}. \quad (11)$$

Здесь $W_n(\beta r) = J_n(\beta r) Y_1(\beta R) - Y_n(\beta r) J_1(\beta R); \quad (12)$

$$\bar{\varphi}_0(\beta, z, \xi) = B^{(0)}(\beta, \xi) e^{-z\sqrt{\beta^2 + a^2 \xi^2}}, \quad \bar{\varphi}_0(r, \gamma, \xi) = D^{(0)}(\gamma, \xi) K_0(\mu_a r); \quad (13)$$

$$\bar{\varphi}_\varphi^{(0)}(\beta, z, \xi) = B_\varphi^{(0)}(\beta, \xi) e^{-z\sqrt{\beta^2 + b^2 \xi^2}}, \quad \bar{\varphi}_\varphi^{(0)}(r, \gamma, \xi) = D_\varphi^{(0)}(\gamma, \xi) K_1(\mu_b r); \quad (14)$$

$J_n(x)$ и $Y_n(x)$ — функции Бесселя от действительного аргумента соответственно первого и второго рода, $K_n(x)$ — функция Бесселя от мнимого аргумента второго рода, $\mu_a = \sqrt{\gamma^2 + a^2 \xi^2}$, $\mu_b = \sqrt{\gamma^2 + b^2 \xi^2}$.

Вычисляя напряжения $\sigma_r^{(0)}$ и $\tau_{rz}^{(0)}$ и удовлетворяя граничным условиям (7) и (8), для случая $m=0$ получаем

$$B^{(0)}(\beta, \xi) [J_1^2(\beta R) + Y_1^2(\beta R)] = -\frac{Q}{2\pi G} \cdot \frac{\bar{f}(\xi) \beta W_1(\beta r_0)}{b^2 \xi^2 \sqrt{\beta^2 + a^2 \xi^2}}; \quad (15)$$

$$B_\varphi^{(0)}(\beta, \xi) [J_1^2(\beta R) + Y_1^2(\beta R)] = -\frac{Q}{2\pi G} \frac{\bar{f}(\xi) W_1(\beta r_0)}{b^2 \xi^2}.$$

Здесь $\bar{f}(\xi) = \int_0^\infty f(t) e^{-i\xi t} dt$. Используя значения (15), будем иметь также

$$D^{(0)}(\gamma, \xi) K_1(\mu_a R) = -\frac{(b^2 \xi^2 + 2\gamma^2) F_0(\gamma, \xi)}{\Delta_R^{(0)}(\gamma, \xi)}; \quad (16)$$

$$D_\varphi^{(0)}(\gamma, \xi) K_1(\mu_b R) = \frac{2\gamma \mu_a F_0(\gamma, \xi)}{\Delta_R^{(0)}(\gamma, \xi)},$$

где введены обозначения

$$F_0(\gamma, \xi) = \frac{2Q}{\pi^2 R G} \cdot \frac{\bar{f}(\xi)}{b^2 \xi^2} \int_0^\infty \frac{\beta W_1(\beta r_0) d\beta}{J_1^2(\beta R) + Y_1^2(\beta R)} \left[\frac{\gamma}{1-2\nu} \frac{a^2 \xi^2 - \beta^2}{\beta^2 + \mu_a^2} + \frac{b^2 \xi^2 + \beta^2}{\beta^2 + \mu_b^2} \right]; \quad (17)$$

$$\Delta_R^{(0)}(\gamma, \xi) = 4\gamma^2 \mu_a \mu_b \frac{K_0(\mu_b R)}{K_1(\mu_b R)} - (b^2 \xi^2 + 2\gamma^2) \frac{K_0(\mu_a R)}{K_1(\mu_a R)} - \frac{2b^2 \xi^2 \mu_a}{R}. \quad (18)$$

Определение неизвестных функций-коэффициентов интегрирования для других гармоник производится аналогичным образом и для шести искомых коэффициентов интегрирования получаются замкнутые выражения, подобные выражениям (15) и (16).

Уравнение $\Delta_R^{(0)}(\gamma, \xi) = 0 \quad (19)$

является уравнением, подобным уравнению Релея.

Уравнение (19) впервые было получено в работе (3).

При определении перемещений на поверхности цилиндрической полости должны быть учтены корни этого уравнения, и с его помощью можно определить скорость распространения поверхностных волн на поверхности полости в упругой среде.

Для первой гармоники уравнение, определяющее фазовую скорость распространения поверхностной волны по поверхности полости, имеет вид:

$$\Delta_R^{(1)}(\gamma, \xi) = 0, \quad (20)$$

где

$$\begin{aligned} \Delta_R^{(1)}(\gamma, \xi) = & 4\gamma^2 \mu_a \mu_b \frac{K_1(\mu_b R)}{K_2(\mu_b R)} - (2\gamma^2 + b^2 \xi^2)^2 \frac{K_1(\mu_a R)}{K_2(\mu_a R)} - \frac{2(b^2 \xi^2 - 4\gamma^2) \mu_a}{R} - \\ & - \frac{2(2\gamma^2 + b^2 \xi^2)^2}{\mu_b R} \cdot \frac{K_1(\mu_a R) K_2(\mu_b R)}{K_2(\mu_a R) K_1(\mu_b R)} \cdot \frac{b^4 \xi^4}{\mu_b R} \cdot \frac{K_1(\mu_a R) K_1(\mu_b R)}{K_2(\mu_a R) K_2(\mu_b R)} + \quad (21) \\ & + \frac{2b^2 \xi^2 (b^2 \xi^2 - \gamma^2)}{R^2 \mu_b^2} \cdot \frac{K_1(\mu_a R)}{K_2(\mu_a R)} + \frac{2b^2 \xi^2 \mu_a}{R^2 \mu_b} \cdot \frac{K_1(\mu_b R)}{K_2(\mu_b R)}. \end{aligned}$$

При численном решении уравнений (19) и (20) для гармонической нагрузки выяснилось, что фазовые скорости распространения поверхностных волн по поверхности цилиндрической полости всегда больше скорости распространения поверхностных волн по плоской поверхности.

В табл. 1 приводятся значения отношений фазовых скоростей $s = \frac{c}{c_2}$ (c —скорость распространения волн по поверхности цилиндрической полости, c_2 —скорость распространения сдвиговой волны), вычисленные для различных значений коэффициента Пуассона и параметра $m_0 = \frac{R\omega}{c_2}$ (ω —частота колебаний, R —радиус полости).

При некотором критическом значении параметра m_0 скорость распространения волн по поверхности полости становится равной

Таблица 1

ν	n	m_0				
		5	10	20	40	80
0	0	0,927	0,899	0,886	0,878	0,877
	1			0,886	0,879	0,877
0,25	0	0,953	0,934	0,926	0,922	0,921
	1			0,926	0,922	0,921
0,33	0	0,961	0,944	0,937	0,934	0,933
	1			0,938	0,934	0,933
0,5	0	0,975	0,963	0,958	0,957	0,956
	1			0,959	0,957	0,956

скорости распространения сдвиговых волн. В табл. 2 приводятся критические значения параметра m_0 , найденные для первой и нулевой гармоник.

Таблица 2

n	γ			
	0	0,25	0,33	0,5
0	1,88	2,07	2,15	2,39
1	13,9	15,7	16,5	18,8

Подобные результаты при исследовании одной осесимметричной задачи были получены в работе ⁽³⁾, а в условиях плоской задачи — в работе ⁽⁴⁾.

Институт механики
Академии наук Армянской ССР

Հայկական ՍՍՀ ԳԱ քղապետի անդամ Բ. Լ. ԱՐՐԱՀԱՄՅԱՆ, Գ. Զ. ԳԵՎՈՐԳՅԱՆ

Գլանային խոռոչով տարածության մեջ առաձգական ալիքների տարածման վերաբերյալ ոչ սիմետրիկ խնդիրը

Աշխատանքում ուսումնասիրվում է գլանային անցք ունեցող անվերջ տարածության մեջ առաձգական ալիքների տարածման ոչ սիմետրիկ խնդիրը, երբ ալիքներն առաջանում են խոռոչից վերջավոր հեռավորության վրա գտնվող տարածության մի կետում կիրառված դինամիկ ուժային աղբյուրի ազդեցության շնորհիվ:

Խնդրի լուծման ընթացքում օգտագործվում են կապլասի, Վեբերի-Օրի և Ֆուրյեի ինտեգրալ ձևափոխությունները:

Լուծումը կառուցվում է շարքի տեսքով: Ուսումնասիրվել են շարքի զրոյական և առաջին հարմոնիկների համար ալիքային հավասարումները: Որոշվել են այդ հարմոնիկների համար խոռոչի գլանային մակերևույթի վրայով տարածվող ալիքների ֆազային արագությունները, որոնք մեծ են հարթ մակերևույթի վրա մակերևութային ալիքների տարածման արագությունից և փոքր են աղավաղման ալիքների տարածման արագությունից:

ЛИТЕРАТУРА — ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

- ¹ J. D. Achenbach, Wave propagation in Elastic Solids, North-Holland Publ. Co. Amsterdam, 1973. ² Б. Л. Абрамян, ДАН АрмССР, т. 81, № 3 (1985). ³ M. Biot, Journal of Appl. Physics, v. 23, № 9 (1952). ⁴ И. А. Вукторов, Акустический журн., т. 4, № 2 (1958).

УДК 535.317

ФИЗИКА

А. Г. Багдоев, Г. С. Безиргенян

О самофокусировке мощной световой волны в оптической среде с насыщением

(Представлено академиком АН Армянской ССР М. Л. Тер-Микаеляном 16/II 1986)

В настоящей работе решается задача о самофокусировке интенсивной световой волны в однородной среде, поляризованность которой является нелинейной функцией от величины $E = |\vec{E}|$ линейно поляризованного света.

В настоящее время имеется ряд работ, посвященных исследованию как свойств сред с насыщением ⁽¹⁻³⁾, так и решению задач самофокусировки стационарных пучков ⁽⁶⁾. Следует отметить, что для стационарных пучков в газовых лазерах диэлектрическая проницаемость ϵ задается формулой $\sqrt{\epsilon} = \sqrt{\epsilon_0 + n_2^2 E^2} / (1 + 2E^2/E_s^2)$, где смысл величин указан в той же работе.

Решение задачи о стоячей волне, образованной двумя равными по амплитуде бегущими волнами, направленными навстречу друг другу, приводится в ⁽⁷⁻¹⁰⁾.

1. Для двухуровневой атомной системы и невырожденных уровней в поле мощной импульсной волны вблизи резонанса в ⁽¹⁾ для ϵ получена формула

$$\epsilon = 1 \pm \frac{4\pi |d_{12}|^2}{\epsilon h \sqrt{1 + \alpha}} = 1 + \frac{\epsilon_0 - 1}{\sqrt{1 + \lambda |E_1|^2}}, \quad (1)$$

где смысл величин d_{12} , h , α указан в ⁽¹⁾, ϵ_0 , λ — известные постоянные, а E_1 — амплитуда волны.

Вначале рассмотрим распространение стационарных узких пучков в нелинейной среде, в которой ϵ дается формулой (1).

Исходные уравнения электродинамики совместно с материальными уравнениями сводятся к уравнению

$$\nabla^2 E - \frac{\epsilon}{c^2} \frac{\partial^2 E}{\partial t^2} = 0. \quad (2)$$

Решение уравнения (2) ищется в форме

$$E = \text{Re}\{\mathcal{E}(r) e^{-i(\omega t - kx)}\}, \quad \mathcal{E} = E_1, \quad (3)$$

где $\omega = k\sqrt{\epsilon_0}c$, ось Ox — направлена по оси симметрии пучка, а остальные обозначения общепринятые.

Подставляя (3) в уравнение (2) и отбрасывая слагаемое, содер-

жащее $\partial^2 \mathcal{E} / \partial x^2$ (что принято в задачах дифракции пучков), получим, что

$$2ik \frac{\partial \mathcal{E}}{\partial x} + \frac{\partial^2 \mathcal{E}}{\partial y^2} + \frac{m}{y} \frac{\partial \mathcal{E}}{\partial y} + k^2 \left(\frac{1}{\sqrt{1+\lambda \mathcal{E}^2}} - 1 \right) \frac{\varepsilon_0 - 1}{\varepsilon_0} \cdot \mathcal{E} = 0, \quad (4)$$

где значение $m=0$ соответствует плоской задаче, а значение $m=1$ — осесимметричной задаче.

Полагая $\varepsilon = ae^{i\varphi}$ и разделив вещественную и мнимую части, получим систему уравнений для амплитуды и фазы:

$$\begin{aligned} 2k \frac{\partial a}{\partial x} + 2 \frac{\partial a}{\partial y} \frac{\partial \varphi}{\partial y} + a \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} + \frac{m}{y} a \frac{\partial \varphi}{\partial y} &= 0, \\ -2ak \frac{\partial \varphi}{\partial x} + \frac{\partial^2 a}{\partial y^2} - a \left(\frac{\partial \varphi}{\partial y} \right)^2 + \frac{m}{y} \frac{\partial a}{\partial y} + k^2 \left(\frac{1}{\sqrt{1+\lambda a^2}} - 1 \right) \frac{(\varepsilon_0 - 1)a}{\varepsilon_0} &= 0. \end{aligned} \quad (5)$$

Решение полученной системы ищем в форме гауссовых пучков:

$$a = a_0 [f(x)]^{-\frac{1+m}{2}} \exp\left(-\frac{y^2}{2y_0^2 f^2}\right), \quad \varphi = k \left[\varphi(x) + \frac{y^2}{2R(x)} \right].$$

Подставляя выражение a и φ в систему уравнений (5) приравнявая члены порядка $O(1)$ и $O(y^2)$, получим:

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{f} \frac{df}{dx} \quad (6), \quad \frac{d^2 f}{dx^2} - \frac{1}{k^2 y_0^4} \frac{1}{f^3} - \frac{\varepsilon_0 - 1}{2\varepsilon_0} \left(1 + \lambda \frac{a_0^2}{f^2} \right)^{-3/2} \frac{\lambda a_0^2}{f^3 y_0^2} = 0, \quad (7)$$

$$\frac{\partial a}{\partial x} = -\frac{1}{y_0^2 k^2 f^3} + \frac{1}{2} \left[\frac{1}{(1 - \lambda a_0^2 / f^2)^{1/2}} - 1 \right] \frac{\varepsilon_0 - 1}{\varepsilon_0},$$

где ради простоты рассмотрен случай $m=1$.

Умножая (7) на f' и интегрируя полученное уравнение с учетом начальных условий $f=1$, $df/dx=1/R_0$ при $x=0$, можно показать, что решение записывается в форме

$$x = \pm \int_1^f \left[C - \frac{1}{k^2 y_0^4} \frac{1}{f^3} + \frac{\varepsilon_0 - 1}{\varepsilon_0} \frac{1}{y_0^2} \left(1 + \lambda \frac{a_0^2}{f^2} \right)^{-1/2} \right]^{-1/2} df, \quad (8)$$

где
$$C = \frac{1}{R_0^2} + \frac{1}{k^2 y_0^4} - \frac{\varepsilon_0 - 1}{\varepsilon_0} \frac{1}{y_0^2} (1 + \lambda a_0^2)^{-1/2}.$$

Более интересен случай $\varepsilon_0 - 1 < 0$. Вначале рассмотрим случай, когда начальный фронт волны плоский ($1/R_0=0$). Вводя обозначения

$$\beta = -\frac{\varepsilon_0 - 1}{\varepsilon_0} \frac{1}{y_0^2} \frac{1}{\sqrt{\lambda} a_0}, \quad z = \frac{1}{\beta k^2 y_0^4} \quad (9)$$

и предполагая, что волна достаточно мощная ($\sqrt{\lambda} a_0 \gg 1$), из (8) можно найти, что

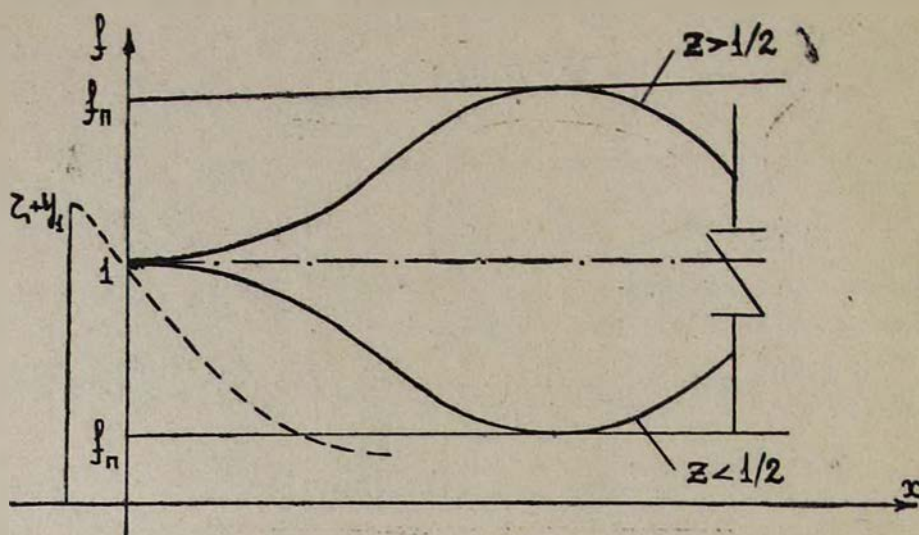
$$x = \mp \int_1^f \frac{f df}{\sqrt{\beta(1-f)(f-f_n)(f-f_s)}}, \quad (10)$$

где $f_n = \frac{1}{2}(z + \sqrt{z(z+4)})$, $f_z = \frac{1}{2}(z - \sqrt{z(z+4)})$.

Уравнение (7) с учетом новых обозначений и сделанного допущения можно переписать в форме

$$\frac{d^2 f}{dx^2} = \beta \left(\frac{z}{f^3} - \frac{1}{2} \right). \quad (11)$$

Поскольку $|z_0 - 1|$ мало (10^{-4}), то $\beta > 0$ и при $f^3 \approx 2z$ соответственно $d^2 f/dx^2 \leq 0$. Форма кривой при $z \geq 1/2$ изображена на рисунке.



Отметим, что полученное решение является периодическим, что следует из финитности решения ($1 \leq f \leq f_n$).

При $z < 1/2$ (сходящиеся пучки) решение (10) можно представить в форме эллиптических интегралов

$$x = -\frac{2}{\sqrt{\beta(1-f_z)}} [f_z F(\varphi, \gamma) + (1-f_z)E(\varphi, \gamma)], \quad (12)$$

где $F(\varphi, \gamma) = \int_0^\varphi \frac{d\varphi}{\sqrt{1-\gamma^2 \sin^2 \varphi}}$, $E(\varphi, \gamma) = \int_0^\varphi \sqrt{1-\gamma^2 \sin^2 \varphi} d\varphi$

$$\sin \varphi = \sqrt{\frac{1-f}{1-f_n}}, \quad \gamma = \sqrt{\frac{1-f_n}{1-f_z}}.$$

Из (12) следует, что

$$x_n = -\frac{2}{\sqrt{\beta(1-f_z)}} \left[f_z F\left(\frac{\pi}{2}, \gamma\right) + (1-f_z)E\left(\frac{\pi}{2}, \gamma\right) \right], \quad (13)$$

где $2x_n$ —период функции $f(x)$.

Рассмотрим общий случай ($1/R_0 \neq 0$). В этом случае решение (8) можно представить в форме

$$x = - \int_1^f \frac{f df}{\sqrt{f^2 - 3f^2 + z} \cdot \sqrt{-\beta}}, \quad z = \frac{1}{3} \left(z + 1 + \frac{1}{R_0^2 \beta} \right). \quad (14)$$

Показывается, что корни трехчлена имеют вид

$$y_1 = -2R \cos \frac{\Psi}{3}, \quad y_2 = -2R \cos \left(\frac{\Psi}{3} + \frac{2\pi}{3} \right), \quad y_3 = -2R \left(\frac{\Psi}{2} + \frac{4\pi}{3} \right),$$

где $y = f - z$, $R = -z$, $\cos \Psi = 1 - \frac{z}{2z^3}$.

Для реального пучка $y_1 > 0$, $y_2 < 0$ и график функции $f(x)$ для $f'(0) < 0$ изображен на рисунке пунктиром.

2. Рассмотрим распространение импульсных пучков в нелинейных оптических средах с насыщением. В этом случае вместо уравнения (2) следует для сред с дисперсией рассмотреть уравнение

$$\nabla^2 E - G \left(i \frac{\partial}{\partial t} \right) E = 0, \quad (15)$$

где $G \left(i \frac{\partial}{\partial t} \right) = \frac{1}{c^2} \epsilon \left(i \frac{\partial}{\partial t} \right) \cdot \frac{\partial^2}{\partial t^2} = \frac{1}{c^2} \epsilon_0 \left(i \frac{\partial}{\partial t} \right) \frac{\partial^2}{\partial t^2} + \frac{A}{c^2} \left[\frac{1}{\sqrt{1 + \lambda |\mathcal{E}|^2}} - 1 \right]$.

Как известно, для высоких частот наибольший порядок дают экспоненциальные множители $\exp(-i\omega t)$ в решении. Поэтому в нелинейном члене $i\partial/\partial t$ заменено на ω (3). В силу уравнения дисперсии волн (которое справедливо для любых сред) для удержания нелинейных вкладов от линейной части G следует удерживать члены с производным от амплитуды $\mathcal{E}$. Применяя формулу Лейбница к функции $\mathcal{E} \exp(-i\omega t)$ и удерживая главные порядки по ω , можно показать, что

$$G_0 \left(i \frac{\partial}{\partial t} \right) \mathcal{E} e^{-i\omega t} \simeq e^{-i\omega t} \left[G_0(\omega) \mathcal{E} + i \frac{\partial \mathcal{E}}{\partial t} G'_0(\omega) \right], \quad (16)$$

где $G_0(\omega) = -\frac{\omega^2}{c^2} \mathcal{E}_0(\omega)$ — линейная часть оператора G , а $G'_0 = \partial G_0 / \partial \omega$.

Используя новые обозначения, уравнение дисперсии запишется в форме $k^2 = -G$. Тогда для групповой скорости волны можно записать:

$$\frac{\partial \omega}{\partial k} = -\frac{2k}{G'_0}.$$

Подставляя формулы (3), (16) в уравнение (15), можно показать, что имеет место уравнение

$$2ik \frac{\partial \mathcal{E}}{\partial x} + 2ik \left(\frac{\partial \omega}{\partial x} \right)^{-1} \frac{\partial \mathcal{E}}{\partial t} + \frac{\partial^2 \mathcal{E}}{\partial y^2} + \frac{m}{y} \frac{\partial \mathcal{E}}{\partial y} + \frac{\epsilon_0 - 1}{\epsilon_0} k^2 \left(\frac{1}{\sqrt{1 + \lambda |\mathcal{E}|^2}} - 1 \right) = 0. \quad (17)$$

Вводя новую переменную $\xi = t - (\partial \omega / \partial k)^{-1} \cdot x$ и считая, что $\mathcal{E}(\xi, x, y)$ зависит от t , можно показать, что уравнение (17) сводится к (4), где $\mathcal{E}$ заменен на $\mathcal{E}'$, λ — на $\lambda \Phi^2(\xi)$, а $\mathcal{E}'(x, y) = \mathcal{E} / \Phi$.

Таким образом, все полученные формулы и выводы для стационарных гауссовых пучков остаются в силе и для импульсных пучков.

Следует отметить, что из полученных формул (7), (8) при малых значениях $|\mathcal{E}|^2$ получаются известные формулы для фокусных расстояний, при этом в фокусе $f=0$, а амплитуда бесконечна. Учет же насыщения в формуле (1) приводит к отличному от нуля f_n .

Отметим, что из уравнения (7) получается уточненное значение z , до которого пучок фокусируется:

$$z = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{\lambda a_0^2} + 1 \right)^{-3/2}.$$

При этом значении z и $f'(0)=0$ форма пучка не меняется.

Институт механики
Академии наук Армянской ССР

Ա. Գ. ԲԱԳԴՈՆԵԿ, Գ. Ս. ԲԵԶՐԵՅԱՆՅԱՆ

Օպտիկական հագեցված միջավայրում հզոր լուսային ալիքների ֆոկուսացման մասին

Դիտարկվում է հզոր նեղ լուսային փնջի ֆոկուսացման խնդիրը համապատասխան միջավայրում, որի բևեռացումը հանդիսանում է ոչ գծային ֆոնկցիա՝ գծային բևեռացված դաշտի լարվածությունից: Առանցքասիմետրիկ փնջի իրական ամպլիտուդայի և ֆազայի համար ստացված են հավասարումներ, որոնց լուծումները փնտրվում են գաուսյան փնջերի տեսքով:

Աշխատանքում ցույց է տրվում, որ իմպուլսային փնջերի կոմպլեքս ամպլիտուդայի համար ստացված հավասարումը կարելի է ձևափոխել ստացիրոնար փնջի կոմպլեքս ամպլիտուդայի հավասարմանը: Մասնավորապես, դաշտի փոքր լարվածության դեպքում ֆոկուսային հեռավորության համար ստացվում է նույն բանաձևը, որը բերված է ⁽¹⁰⁾-ում:

ЛИТЕРАТУРА—ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

- ¹ М. Л. Тер-Микаелян, Нелинейная резонансная оптика. Ч. 1, 2, Изд-во АН АрмССР, Ереван, 1974. ² С. Г. Зейгер, Теоретические основы лазерной спектроскопии насыщения. Изд-во ЛГУ, 1979. ³ J. E. Bjorkholm, P. W. Smith, W. J. Tomlinson, IEEE, Quantum-Electronics. QE—18, p. 2016 (1982). ⁴ F. T. Arecehi, E. O. Schulz-Du Bois, Laser Handbook. Eds Amsterdam The Netherland North-Holland, p. 1151—1228 (1972). ⁵ D. H. Close, The Physical Review, v. 153, p. 360 (1967). ⁶ Wagner, The Physical Review, v. 165, № 1 (1968). ⁷ A. E. Kaplan, Opt. Lett., v. 6, p. 360—362 (1981). ⁸ J. H. Marburger, F. S. Felber, The Physical Review, v. 17, № 1 (1978). ⁹ А. Г. Багдоев, Изв. АН АрмССР. Механика, т. 33, № 1 (1980). ¹⁰ А. Г. Багдоев, Г. С. Безиргенян, ДАН АрмССР. т. 79, № 1 (1984).

УДК 595.792

ЭНТОМОЛОГИЯ

К. А. Джанокмен, Е. К. Эртевян

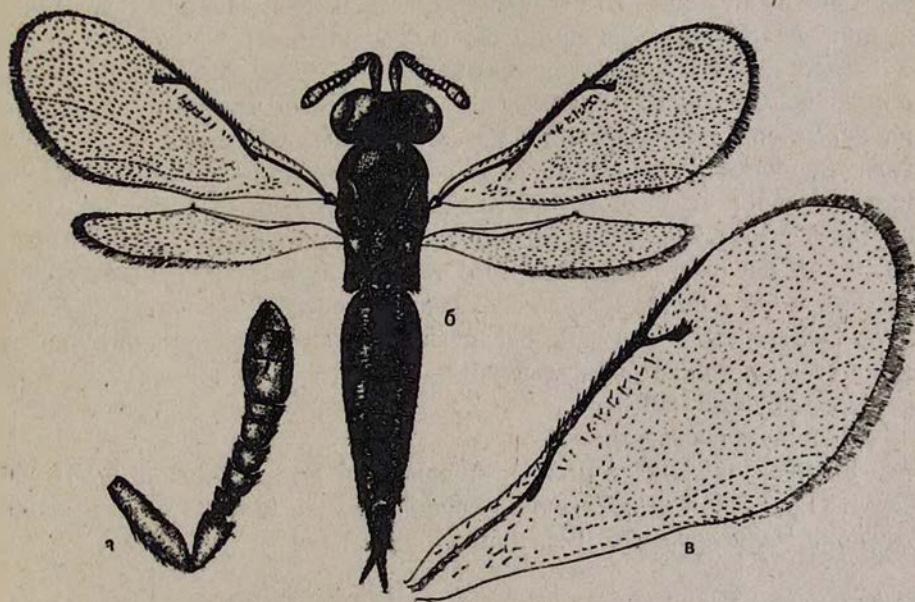
Новый для фауны СССР вид рода *Systasis* Walker
 (Hymenoptera, Pteromalidae)

(Представлено чл.-корр. АН АрмССР С. О. Мовсисяном 5/III 1986)

Из Англии в 1834 г. был описан *Systasis annulipes* (¹). Грэхем (²) свел в синоним этого вида описанный Боучеком (³) из Чехословакии *Systasis* (*Systasina*) *clavicornis* Bouček. Поскольку в отечественной литературе отсутствуют какие-либо сведения об этом виде, а описание, сделанное Уокером в прошлом веке, предельно коротко, мы сочли возможным привести здесь переописание *Systasis annulipes* (Walker).

Systasis (*Systasina*) *annulipes* (Walker, 1934) (рисунок, а—в)

С а м к а. Голова в 2 раза шире длины. Расстояние между задними глазами в 2,8 раза больше расстояния между задним глазком и краем



а—а—*Systasis* (*Systasina*) *annulipes* Walker—♀: а—усик; б—взрослое насекомое; в—переднее крыло

глаза. Успки (рисунк. а) 12-члениковые (11253). булавовидные, при-
членяются значительно выше уровня нижнего края глаз, ближе к перед-
нему краю наличника, чем к срединному глазку. Основной членик не
достигает уровня срединного глазка, в 3,7 раза длиннее своей наиболь-
шей ширины и в 1,8 раза длиннее поворотного членика. Колечки сильно
поперечные. 1-й членик жгутика усика равен половине длины 2-го чле-
ника жгутика. 2-й—5-й членики жгутика поперечные, особенно 5-й.
Булава по длине равна четырем предшествующим членикам жгутика.
Второй шов булав кривой. Передний край наличника усеченный. Ман-
дибулы 3-зубые, с усеченным верхним зубом.

Тело стройное (рисунк. б). Переднеспинка закругленная, очень
короткая. Параспидальные борозды полные и глубокие. Щитик без
френальной борозды, в 4,5 раза длиннее промежуточного сегмента.
Диск передних крыльев равномерно опущенный (рисунк. в), без голых
участков между радиальной и постмаргинальной жилками и ниже
стигмы. Зеркальце большое, снизу закрытое. На верхней поверхности
крыла оно простирается до радиальной жилки в виде узкой полоски
ниже маргинальной жилки. Базальная жилка опущенная. Базальная
ячейка с несколькими щетинками на вершине и с рядом щетинок вдоль
кубитальной жилки. Ряд длинных щетинок расположен ниже марги-
нальной жилки на нижней поверхности крыла. Костальная ячейка с
рядом щетинок по наружному краю и с несколькими щетинками в
дистальной трети. Краевая бахромка длинная. Маргинальная жилка в
1,4 раза длиннее постмаргинальной, последняя в 2 раза длиннее ра-
диальной.

Брюшко ланцетовидное, в 3,4 раза длиннее своей наибольшей ши-
рины, длиннее головы с грудью. Ножны яйцеклада заметно выступают
за вершину брюшка. Выступающая часть ножен длиннее 1-го членика
задних лапок. Пигостилярные щетинки одинаковой длины.

Тело зеленое, с металлическим блеском. Основной членик зеленый
с сильным металлическим блеском. Поворотный членик и жгутик усика
бурые со слабым зеленым металлическим отблеском. Тазики цвета
тела. Вершины бедер и основания голеней желтовато-белые, остальные
части бедер и голеней буро-зеленые, металлически блестящие. Лапки
светло-бурые. Скульптура головы и груди сетчатая, скульптура брюш-
ка, в том числе его 1-го видимого тергита, кожистая. Промежуточный
сегмент и бока заднегруди со сглаженной сетчатой скульптурой, блестя-
щие. Эпистерны и эпимеры среднегруди гладкие и блестящие со сле-
дами стертой кожистой скульптуры.

Длина тела 2,3 мм.

Биология неизвестна.

Распространение. Армения: Абовянский р-н, Каладиби, 9/VII 1982,
(1 ♀), Горисский р-н, Тасский перевал, 12/VII 1983, (1 ♀) (Эртевян).
Англия, Чехословакия, Венгрия.

Институт зоологии
Академии наук Армянской ССР

ՍՍՀՄ ֆաունայի համար Systasis Walker (Hymenoptera,
Pteromalidae) սեռի նոր տեսակ

Հոգվածում տրվում է Հալաստանում հայտնաբերված ՍՍՀՄ ֆաունայի
համար նոր տեսակի՝ Systasis (Systasina) annulipes Walker նկարագրու-
թյունը:

ЛИТЕРАТУРА — ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

- ¹ F. Walker, Entomol. Mag., v. 2, p. 148—179, 286—309, 340—369 (1834) ² M
W. R. de V. Graham, Bull. Brit. Mus. (natur. Hist.). Entomol., suppl. 16, p. 1—908
(1969). ³ Z. Bouček, Sb. ent. Odd. nár. Mus. Praze, v. 30, p. 305—330 (1955).

Противоязвенное действие сальбутамола у больных с язвой желудка и двенадцатиперстной кишки

(Представлено чл.-корр. АН Армянской ССР Р. П. Стамболцяном 22/X 1986)

Сальбутамол—адренэргическое средство, широко используемое в пульмонологии и акушерстве при терапии бронхиальной астмы и предотвращении преждевременных родов (¹⁻³).

При лечении сальбутамолом больных бронхиальной астмой, одновременно страдающих язвенной болезнью, нами было констатировано стимулирующее влияние препарата на процесс язвозаживления. Учитывая актуальность поиска новых противоязвенных средств и отсутствие литературных данных об использовании сальбутамола при язвенной болезни, была апробирована язвозаживляющая активность препарата.

Исходя из требований к клиническим испытаниям (^{4,5}) 28 специально отобранных мужчин с эндоскопически верифицированной язвой желудка (5 человек) и двенадцатиперстной кишки (23 человека) были распределены на 2 группы по принципу релевантности переменных. I группа (15 больных) получала сальбутамол по 4—6 мг/день и антацид (алмагель) в обычных дозах. II группа (13 больных) получала только алмагель. Возраст больных составлял 19—58 лет, длительность заболевания—от 1 до 6 лет. Платцебо не назначалось из этических соображений. Всем больным рекомендовалась диета I, I², I⁶, общепринятый режим. В конце каждой недели лечения проводилась оценка степени регрессии клинической симптоматики, по истечении 4 недель проводилась повторная эндоскопия. Результаты статистически обрабатывались.

Через 4 недели язва зарубцовалась у 9 из 15 больных, получавших сальбутамол с алмагелем, в контрольной группе—у 3 из 13 человек ($X^2=3,87$, $p<0,05$). Полное устранение болей при использовании сальбутамола с алмагелем наступало через $4,6\pm1,2$ дня, а одного лишь алмагеля—через $8,8\pm1,6$ дня ($p<0,05$). При приеме сальбутамола с алмагелем достоверно сокращались также сроки купирования таких клинических симптомов, как изжога, отрыжка, тошнота, рвота и метеоризм ($p<0,05$). В то же время в группе, получающей сальбутамол и алмагель, потребление алмагеля было в полтора раза ниже, чем у лиц, принимающих лишь алмагель. При оценке побочных действий у 2 человек после приема сальбутамола отмечались небольшие тахикардия, тремор и сухость во рту, у 1 больного усилился запор. В группе, получающей только алмагель, у 1 больного появился запор, у 3 других отмечалось его усиление.

Полученные клинические и эндоскопические данные, свидетель-

ствующие о наличии у сальбутамола противоязвенной активности, подтверждаются экспериментальными данными последних лет. На животных показано, что сальбутамол посредством активации β_1 - и β_2 -адренорецепторов угнетает базальную и стимулированную пентагастрином желудочную секрецию (^{9,7}). Установлено также, что сальбутамол устраняет экспериментальные индометациновые язвы желудка у крыс путем стимуляции в слизистой активности простагландин-синтазы и накопления простагландинов (⁸), которые, как известно, стимулируют язвозаживление (⁹⁻¹¹) за счет цитопротекции, ингибции секреции соляной кислоты и продукции слизи (^{12,13}). В механизме противоязвенного действия сальбутамола, видимо, играет роль и недавно обнаруженная у этого средства антидепрессивная активность (¹⁴). Как известно, депрессия, обычно констатируемая у 47—70% язвенных больных (¹⁵⁻¹⁷), существенно тормозит язвозаживление (¹⁸).

Таким образом, согласно полученным данным, сальбутамол достоверно стимулирует рубцевание гастродуоденальных язв и способствует купированию язвенной симптоматики. Это позволяет признать за препаратом наличие специфических противоязвенных свойств. В основе язвозаживляющего действия сальбутамола лежит, по-видимому, воздействие как на центральное, так и периферическое звено патогенеза заболевания.

Учитывая высокую противоязвенную эффективность и хорошую переносимость, сальбутамол может быть рекомендован для лечения язвенной болезни, особенно в случаях ее сочетания с бронхиальной астмой или бронхоспастическим синдромом.

8-ая больница Здравотдела
Ергорсовета

Հ. Ա. ԽԵՆԱՍՅԱՆ

Սալբուտամոլի հակախոցային ազդեցությունը ստամոքսի և տասներկու-
մատնյա աղու խոցով հիվանդների մոտ

Համաձայն ստացված տվյալների, սալբուտամոլը, որը սովորաբար օգտագործվում է թոքային հիվանդների մոտ, օժտված է նաև հակախոցային հատկությամբ:

Խորհուրդ է տրվում սալբուտամոլի նշանակումը այն խոցային հիվանդներին, որոնք միաժամանակ տառտալում են նաև բրոնխիալ ասթմայով կամ բրոնխիոսպասթիկ սինդրոմով: Նշվում է, որ սալբուտամոլի օգտագործումը հնարավորություն է տալիս մեկ դեղամիջոցով բուժել երկու հիվանդություն:

ЛИТЕРАТУРА — ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

- ¹ G. Kaik, Respiration, v. 39, p. 32—37 (1980). ² M. J. Whitenead e. a., Brit. Med. J., v. 6225, p. 1221—1222 (1980). ³ J. B. Scarpello e. t., Brit. J. Obstet. and Gynaecol., v. 2, p. 163—164 (1980). ⁴ U. Gundert-Remy, Med. Monatsschr. Pharm., v. 9, p. 266—274 (1982). ⁵ J. Dangoumau, Rev. Med. (France), v. 23, p. 1443—1471 (1982). ⁶ B. P. Curwain e. a., Brit. J. Pharm. v. 3, p. 462—463 (1974). ⁷ M. Y. Daly e. a., Brit. J. Pharm., v. 61, p. 442—446 (1977). ⁸ Y. Kasula e. a., Jap. J. Pharmacol., v. 29, p. 670—679 (1979). ⁹ H. Marti-Bonmati e. a., Eur. J. Pharmacol., v. 68, p. 49—56 (1980). ¹⁰ C. Johansson, Prostaglandins, v. 59, p. 527—529 (1982). ¹¹ B. Collberg, Prostaglandins, v. 21, p. 161—164 (1981). ¹² H. Ruppel e. a., Scand. J. Gastroenterol., v. 16, p. 647—652 (1981). ¹³ G. Vantrappen e. a., Gastroenterology, v. 83, p. 357—363 (1982). ¹⁴ D. Manceaux e. a., Encephale, v. 8, p. 25—55 (1982). ¹⁵ G. O. Barbezat, S. Afr. Med. J., v. 54, p. 1015—1018 (1978). ¹⁶ D. W. Piper e. a., Scand. J. Gastroenterol., v. 15, p. 211—213 (1980). ¹⁷ A. Lavin, e. a., S. Afr. Med. J., v. 59, p. 11—19 (1981). ¹⁸ Y. Hasegawa e. a., Jap. J. Med., v. 18, p. 109—114 (1979).

УДК 612.73+612.171

ФИЗИОЛОГИЯ

К. В. Казарян, Н. И. Маркевич, С. М. Мартиросов

Роль электроуправляемого натриевого канала в создании медленноволновой активности гладкомышечных клеток

(Представлено академиком АН Армянской ССР В. В. Фанарджяном 1/X 1985)

Спонтанная электрическая активность гладкомышечных клеток характеризуется способностью создавать флуктуации мембранного потенциала в виде синусоидальных волн или колебаний, близких к ним по форме. Выявлена определенная роль электрогенного $\text{Na}^+ - \text{K}^+$ -насоса для возникновения медленноволновой активности (¹⁻³). При этом наряду с Na^+ -помпой отмечены также и другие факторы, контролирующие данную миогенную активность (^{4,5}).

Имея в виду обязательную роль натриевого канала в генерации медленной волны, в настоящей работе мы попытались рассмотреть простейший случай возникновения автоколебаний мембранного потенциала в гладкомышечных клетках.

В изображенной на рис. 1 модели транспорта ионов через мембрану для упрощения принимаем K^+ -проводимость за постоянную вели-

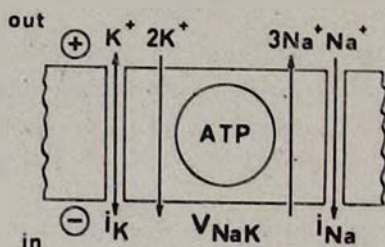


Рис. 1. Модель транспорта ионов натрия и калия через мембрану, гладкомышечных клеток.

i_K , i_{Na} — калиевый и натриевый токи через мембрану;
 V_{NaK} — скорость помпы

чину, равную g_K , в то время как натриевые каналы для пассивного транспорта ионов Na^+ в клетку считаются электроуправляемыми. Проводимость ионов Na^+ описывается согласно модели Ходжкина — Хаксли (⁶). После определенных упрощений она может быть представлена следующим образом: переменная активации каналов (m): $\frac{dm}{dt} = \alpha_m(1-m) - \beta_m \cdot m$; переменная инактивации каналов (h): $\frac{dh}{dt} =$

$=z_h(1-h)-\beta_h \cdot h$, $g_{Na}=\bar{g}_{Na} \cdot m^2h$, где $\bar{g}_{Na}$ —максимальная натриевая проводимость.

$$x_m = x_m^0 e^{\gamma_1 \psi}; \quad \beta_m = \beta_m^0 \cdot e^{-\gamma_2 \psi}; \quad x_h = a_h^0 \cdot e^{-\gamma_3 \psi}; \quad \beta_h = \beta_h^0 \cdot e^{\gamma_4 \psi}$$

($\psi = \varphi \frac{F}{RT}$, где φ —мембранный потенциал, с наружной стороны принимаем за нулевой, F —константа Фарадея, $\frac{F}{RT} \sim 1/25$ мВ).

$$i_{Na} = \bar{g}_{Na} m^2 \cdot h (\varphi - \varphi_{Na}), \quad \text{где } \varphi_{Na} = \frac{RT}{F} \ln \frac{[a_{Na}]_0}{[a_{Na}]_{in}},$$

$[a_{Na}]_0$, $[a_{Na}]_{in}$ —активность ионов натрия соответственно в наружной и внутренней средах. Принимаем $\gamma_1 = \gamma_2 = \gamma_3 = \gamma_4 = 1$.

Транспорт ионов Na^+ наружу происходит за счет $Na^+ - K^+$ -помпы со скоростью $V_{NaK} = K_p [a_{Na}]_{in}$, где K_p —коэффициент активности помпы. Если электрогенность помпы обеспечивается выбросом одного заряда наружу, то электрический ток помпы $i_{NaK} = F \cdot V_{NaK} = F \cdot K_p [a_{Na}]_{in}$.

Полная система уравнений после приведения к безразмерному виду:

$$\begin{aligned} \frac{d\psi}{d\tau} &= -V_{Na} - x_K(\psi - \psi_K) - V_{NaK}; \\ \frac{dm}{d\tau} &= \mu_1 [e^{\gamma_1 \psi} (1-m) - x_m e^{-\gamma_2 \psi} m]; \\ \frac{dh}{d\tau} &= \mu_2 [e^{-\gamma_3 \psi} (1-m) - x_h e^{\gamma_4 \psi} \cdot h]; \\ \frac{dn}{d\tau} &= -\mu_3 (V_{Na} + 3V_{NaK}), \end{aligned} \quad (1)$$

где $n = [a_{Na}]_{in} / 10^{-3}$ моль/л; $\tau = t \cdot \bar{g}_{Na} / C_m$, где C_m —удельная емкость мембраны;

$$x_K = \frac{g_K}{g_{Na}}; \quad x_p = K_p \frac{F^2 \cdot 10^{-3} \text{ моль/л}}{R \cdot T \cdot \bar{g}_{Na}}; \quad x_m = \beta_m^0 / a_m^0;$$

$$x_h = \beta_h^0 / a_h^0; \quad \mu_1 = a_m^0 \cdot C_m / \bar{g}_{Na}; \quad \mu_2 = a_h^0 \cdot C_m / \bar{g}_{Na};$$

$$\mu_3 = \frac{S_m}{V_i} \cdot \frac{R \cdot T \cdot C_m}{F^2 \cdot 10^{-3} \text{ моль/л}}, \quad \text{где } S_m \text{—площадь мембраны; } V_i \text{—объем}$$

$$\text{клетки; } \psi_K = \varphi_K \cdot \frac{F}{RT}; \quad V_{NaK} = x_p \cdot n; \quad V_{Na} = m^2 h (\psi - \ln \frac{[a_{Na}]_0}{n \cdot 10^{-3} \text{ моль/л}}).$$

Последнее уравнение в (1) описывает скорость изменения внутриклеточной активности натрия за счет работы помпы и пассивного транспорта ионов Na^+ по электроуправляемым каналам.

В этой простейшей модели могут иметь место устойчивые незатухающие автоколебания, причиной которых является наличие участка с отрицательным сопротивлением в вольт-амперной характеристике натриевых каналов. Надо отметить, что изменения мембранного потен-

циала создаются практически только за счет изменений проводимости Na^+ каналов, а помпа, являясь не только пассивным восстановителем концентрационных батарей по ионам Na^+ и K^+ , поддерживает всю систему в «неустойчивом» стационарном состоянии, вдали от равновесия. Таким образом, взаимодействие помпы с электроуправляемым каналом является источником медленноволновых изменений мембранного потенциала.

На рис. 2, а показаны типичные для этой модели колебания на-

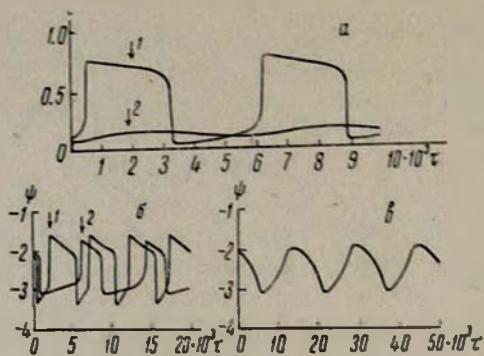


Рис. 2. Медленные колебания мембранного потенциала и ионных токов в модели.

а—колебания натриевого тока по электроуправляемым каналам I_{Na} (1) и через помпу I_{Na} (2). Объяснения в тексте;

б, в—колебания потенциала при следующих значениях параметров: б, 1— $x_p=0.02$; б, 2— $x_p=0.05$; в— $\mu_1=0.01$; $\mu_2=0.01$

триевого тока по электроуправляемым каналам (кривая 1) и помпного тока (кривая 2). Кривые получены при следующих значениях параметров: $\psi_K = -3$ ($\varphi_K = -75$ мВ); $x_K = 0.5$; $x_p = 0.01$; $x_m = 0.14$; $x_h = 50$; $\gamma_1 = \gamma_2 = \delta_1 = \delta_2 = 1$; $[a_{Na}]_0 = 120$ mM; $\mu_1 = 1$; $\mu_2 = 0.2$; $\mu_3 = 0.01$.

В зависимости от подбора характеристик транспортных систем изменяется соотношение между длительностями фаз деполяризации и гиперполяризации (рис. 2, б), увеличение же постоянных времени активации и инактивации Na^+ -каналов приводит к изменениям также и формы флуктуаций мембранного потенциала. Вследствие этого можно получить близкие к синусоидам колебания (рис. 2, в). При этом деполяризация мембраны связана с увеличением потока натрия в клетку, гиперполяризация—с его уменьшением.

Электрофизиологические исследования показали, что зарегистрированные нами (рис. 3) и другими авторами (7) колебания мембранного потенциала отличны от полученных теоретически по ряду своих характеристик, прежде всего несоответствием формы колебаний, полученных экспериментально.

Показано, что компоненты медленноволновой активности характеризуются большой вариабельностью не только у разных объектов, но и в пределах одного и того же препарата (15). Микроэлектродное исследование Эл-Шаркави и Даниеля (7) позволило установить зависимость типа колебаний от механизма, лежащего в основе ритмоводителя. Так, наряду с решающей ролью натриевых каналов для различных

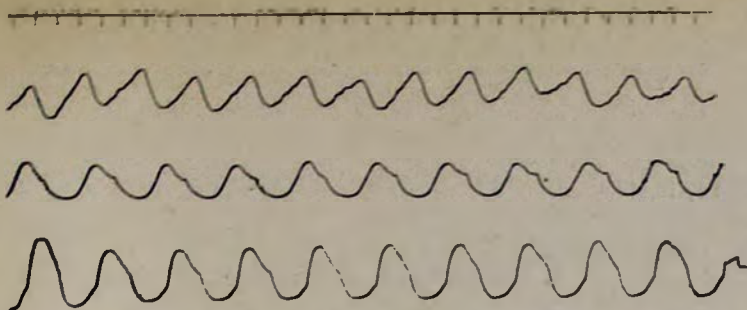


Рис. 3. Различные формы медленноволновых изменений мембранного потенциала, зарегистрированные из пейсмейкеровой зоны мочеточника (экстраклеточное отведение). Калибровка: 0,5 мВ, 1 с

сложных функций гладкой мускулатуры достаточно большая роль отводится и ионам Ca^{2+} (⁹). Возможно, при этом наличие Ca^{2+} -управляемых каналов, Ca^{2+} -активируемой АТФ-азы (^{10,11}) или же Na^{+} — Ca^{2+} -обменного механизма могут явиться причиной вышеустановленных отличий в форме медленных волн, хотя нельзя исключить и того, что изменение ряда параметров Na^{+} — K^{+} -насоса и Na^{+} -канала может привести к большему соответствию теории и эксперимента.

Приведенная же нами простейшая модель показывает, что присутствие в мембранах электроуправляемого натриевого канала и Na^{+} — K^{+} -насоса достаточно для возникновения широкого спектра колебательных процессов на мембранах гладкомышечных клеток.

Институт физиологии им. Л. А. Орбели Академии наук Армянской ССР
Институт биологической физики Академии наук СССР
Ереванский государственный университет

Բ. Վ. ՂԱԶԱՐՅԱՆ, Ն. Ի. ՄԱՐԿԵՎԻՉ, Ս. Մ. ՄԱՐՏԻՐՈՍՈՎ

Նատրիումի խողովակի էլեկտրադեկավարող դերը հաբք մկանային բջիջների դանդաղ ակտիվության առաջացման մեջ

Աշխատանքում քննարկված է մեմբրանային պոտենցիալի առաջացման ավտոտատանման պարզ դեպք, կապված միայն նատրիումի իոնի շրջանառության հետ բջիջի և միջավայրի միջև Ցույց է տրված, որ մեմբրանայում էլեկտրադեկավարման մեջ Na -պոմպի և Na — K -պոմպի առկայությունը բավական է տատանման պրոցեսների առաջացման համար:

ЛИТЕРАТУРА — ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

- ¹ J. A. Connor, C. L. Prosser, W. A. Weems, J. Physiol., v. 240, p. 671—701 (1974).
- ² E. E. Daniel, Can. J. Physiol. Pharmacol., v. 43, p. 551—577 (1965).
- ³ J. Lin, C. L. Prosser, D. D. Job, Am. J. Physiol., v. 217, p. 1542—1547 (1969).
- ⁴ T. Y. El-Sharkawy, E. E. Daniel, Am. J. Physiol., v. 229, p. 1287—1298 (1975).
- ⁵ T. Tomita, Watanabe, Phil. Trans. R. Soc., v. 2651, p. 73—85 (1973).
- ⁶ A. Hodgkin, A. Huxley, J. Physiol., v. 117, p. 500—844 (1952).
- ⁷ T. Y. El-Sharkawy, E. E. Daniel, Am. J. Physiol., v. 229, p. 1268—1276 (1975).
- ⁸ E. Bulbring, T. Tomita, in: Calcium and cellular Function, ed. Cuthbert A. W., 1970.
- ⁹ M. Ф. Шуба, Физиол. журн., т. 27, с. 533—541 (1981).
- ¹⁰ C. Van Breeman, B. R. Farinas, R. Casteels, Phil. Trans. R. Soc. London, B. 265, p. 57—71 (1973).
- ¹¹ R. Casteels, C. Van Breeman, Pflügers Arch., v. 359, p. 197—207 (1975).
- ¹² C. Claire Aickin, Allison F. Brading, T. V. Burdiga, J. Physiol., v. 347, p. 411—430 (1984).

УДК 612.821+615.017.8

ФИЗИОЛОГИЯ

Г. Е. Григорян, А. М. Стольберг

К психофизиологическим аспектам механизма действия пuffedмида

(Представлено чл.-корр. АН Армянской ССР О. Г. Баклаваджяном 29/XII 1985)

В экспериментах с однократным и хроническим применением противосудорожных доз пuffedмида (¹) был обнаружен любопытный факт (²). Обученные в лабиринте голодные крысы, полностью сохраняя навык выбора оптимального пути к пищевому подкреплению, перестали самостоятельно возвращаться в стартовую камеру (СК). Чтобы понять сущность избирательного действия пuffedмида на данный элемент целостного пищедобывательного поведения, необходимо прежде всего анализировать динамику обучения у интактных крыс с позиции системного многопараметрического подхода (³).

В первых пробах и опытах по обучению к пищедобывательному навыку состояние высокой настороженности к отсекам лабиринта, а также исследовательская активность крыс в определенной мере тормозят пищевую возбудимость и пищедобывательное поведение в целом. И если, преодолевая страх и обследуя весь лабиринт, крыса находит пищу (творожный шарик), то не берет ее сразу. Только после нескольких подходов и обнюхивания схватывает ее, отходит назад от кормушки и начинает есть. Привыкание к разным сегментам лабиринта и постоянное пищевое подкрепление привели к изменениям в соотношении реакции страха, исследовательской активности и пищевой мотивации. Крысы стали подолгу задерживаться у кормушки после подкрепления и часто возвращаться к ней как от СК, так и не доходя до нее. И так, задержки и частые возвращения к кормушке из самых разных участков лабиринта явились характерной особенностью пищевого поведения крыс, не усвоивших еще программу эксперимента (²).

В дальнейшем у подопытных крыс появились реакции, не связанные с пищевым поведением: дефекации в СК, выскакивание из СК при закрывании двери (без ухода к кормушке), остановки перед заходом с сохранением готовности к бегству, которая проявилась в отставании задних лап за порогом СК, движениях типа вперед-назад и позах готовности к выбеганию из СК. Таким образом, обучение навыку самостоятельного возвращения и задержки в СК требовало не только усвоения стратегии пищевого поведения (выбора кратчайшего пути к кормушке), но и привыкания к совокупности свойств СК.

СК в нашей лабиринтной установке (²) является не только местом ожидания, откуда животное направляется к поиску пищи. Она вместе с тем звено данной установки, куда следует непременно возвращаться

после очередного подкрепления и задерживаться, чтобы вновь при открывании двери иметь доступ к заправленной кормушке. По мере тренировки СК приобрела для крыс сигнальное значение. И они начинали все быстрее, не задерживаясь у кормушки, возвращаться в СК. Итак, возвращение в СК стало этапной целью для достижения конечного результата—удовлетворения потребности в пище. Однако совершенствование навыка возвращения в СК шло медленнее навыка побежки к пелсовой камере. Это, очевидно, было связано со сложностью программы поведения, а также особым отношением крыс к СК как своего рода ловушке—негативно-эмоциогенному фактору условной среды. Примечательно, что настороженность к СК, особенно к ее подвижной части—двери, возникла не сразу, не с первых опытов. Она появилась, когда к остальным отсекам лабиринта у крыс наступало уже полное привыкание. В связи с постоянной процедурой открывания и закрывания двери СК крысы оказывались то на «свободе»—в лабиринте, то «запертыми»—в СК. Такая изменчивость ситуаций, вероятно, и предопределила амбивалентность свойств СК, послужившую причиной возникновения конфликта между пищевой мотивацией и потребностью самосохранения. Со временем и реакция избегания СК постепенно угасала, за исключением элемента задержки у порога перед заходом в СК. Этот элемент практически сохранился до конца исследования у большинства подопытных животных.

Сохранение пищедобывательного лабиринтного навыка на сигнал открывания двери СК и точное воспроизведение зрительно-пространственной ориентации крыс на фоне действия пугемида указывают на то, что последний не вызывает дефектов памяти, не стирает следов ранее закрепленных временных связей. В то же время в первых пробах опыта крысы либо не входили в СК, останавливаясь у входа и обследуя его, либо входили после обследования, но выскакивали при закрывании двери, а потом и вовсе переставали возвращаться. Представляется противоречивым связывать нарушение навыка самостоятельного возвращения и задержки в СК с влиянием пугемида на механизмы памяти. В ходе обучения акт возвращения и задержки в СК стал органической частью целостного пищедобывательного поведения крыс в лабиринте. Сигналами к возвращению явились отсутствие пищи в кормушке и прогнозирование будущей ситуации—«вознаграждения». Выработке реакции возвращения в СК способствовал также сохранившийся достаточно высокий уровень пищевой мотивации. Поэтому при полном сохранении большинства элементов целостного пищедобывательного поведения и поддержании высокого уровня пищевой мотивации представляется необоснованным связывать нарушение навыка возвращения к СК с дефектами памяти. Не соответствует картине расстройства процессов памяти и динамика развития нарушения навыка возвращения в СК. Для первых проб характерно не «забывание» пищевого поведения, а его сохранение, но в редуцированном виде, когда цепь пищедобывательных реакций прерывается длительным исследованием СК, повышенной готовностью к бегству от нее, что проявляется вползанием внутрь СК, с отставлением задних лап

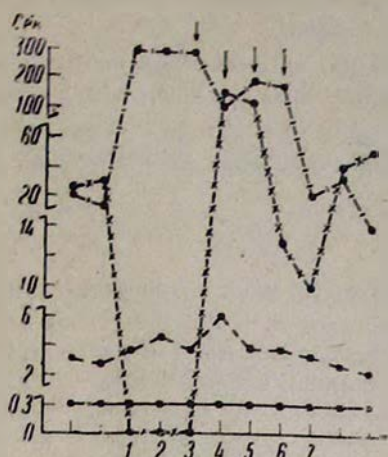
за порогом. Только в последующих пробах наступает полное нарушение навыка—крысы перестают его выполнять.

Представляет особый интерес предположение, что в основе механизма нарушения навыка возвращения лежат возобновление и усиление конкурентных отношений между пищедобывательным и избегательным поведением. Если результатом обучения программе пищедобывательного поведения явилось торможение избегательного навыка, то эффектом пугемида является *растормаживание* негативного эмоционального отношения к СК и избегательного поведения. Действительно, природа незавершенных поведенческих актов не очевидна для наблюдателя. «Все становится на свое место, когда распознается наличие конфликта» (4). У высших животных отношения между различными типами поведения не фиксированы, как у низших (5). В условиях конкурентных отношений подавление одного типа поведения другим «может быть не полным, а лишь частичным» (4). По поводу сложности законов доминирования у высокоорганизованных животных высказано мнение, что ориентация поведения на удовлетворение той или иной потребности могла бы осуществиться путем непосредственного сопоставления силы (величины) этих потребностей. Но в таком случае конкуренция мотивов оказалась бы изолированной от окружающей субъекта среды (6). Именно с отражением и использованием животными в поведении ряда особенностей ситуации можно связать факты неполного проявления конкурирующих мотиваций. В случае несовместимости программ удовлетворения двух конкурирующих потребностей этап неполного доминирования одной из потребностей сменяется этапом полного доминирования одной из них. В опытах с введением пугемида крысы не завершали пищедобывательного поведения: в одних случаях возвращались к СК, но не заходили в нее и уходили, в других заходили в СК, но выскакивали при закрывании двери или же возвращались по нескольку раз к СК и уходили, после чего вообще перестали самостоятельно возвращаться. Такое поведение можно понять, если учесть, что для добывания пищи крысы должны были задерживаться в эмоционально негативном месте, которого они избегали. Прекращение пищевого поведения объясняется тем, что совместить в данной конфликтной ситуации добывание пищи с избеганием СК невозможно.

Восстановление полного пищедобывательного навыка путем инвентирования конфликта может служить дополнительным подтверждением высказанной гипотезы. Сочетались «ручная» проба (хэндлинг) принудительного возвращения крыс к исходной позиции с пищевым подкреплением в СК. В данной конкурирующей обстановке касание рукой тела животного оказалось более сильным, значимым для крыс ситуативным фактором, чем СК. Поэтому, отвлекая на себя избегательную реакцию, ручная проба направляла крыс в СК, где они находили пищу. Творок клал на таком отдалении, чтобы достать его можно было только зайдя в СК. В ходе первой пробы, достав творок в СК, крыса начинала испытывать беспокойство. И, прежде чем приступить к еде, избегательные тенденции снова нарастали. Тогда крыса выходила из СК в более безопасное место в лабиринте, где она могла спокойно съесть добытую пищу. Однако вскоре, после 3—4 проб пищевого подкрепления, избе-

гательные тенденции к СК тормозились, и крысы начали самостоятельно возвращаться в СК (рисунок).

Таким образом, при конкурентных отношениях между различными типами поведения полностью сохраняются механизмы памяти, а нару-



Крыса № 42 (самец массой 250 г). Пищедобывательное поведение в «Т-образном» лабиринте. Первые два деления на абсцисс слева—средние данные контрольных опытов. Цифры 1—7—число в опыте с введением пufeмида (120 мг/кг). Последнее два деления на абсцисс—средние данные опытов после инъекции препарата. Сплошная линия—латентный период побежки к кормушке, пунктиры—время побежки, с точками—время задержки у кормушки, с крестиками—время возвращения в СК. Стрелки—подкрепления в СК

шения навыков, вызванных пufeмидом, можно объяснить несовместимостью программ конкурирующих типов поведения и законами доминирования в вероятностно-детерминированной среде.

Институт экспериментальной
биологии Академии наук Армянской ССР

Գ. Ն. ԳՐԻԳՈՐՅԱՆ, Ա. Մ. ՍՏՈՂԵՐԳ

Պոլիմերի ադեցման պոլիտեխնոլոգիական մեխանիզմի հարցի շուրջը

Կոնտրոլ փորձերում սպիտակ առնետների առաջ խնդիր էր դրված բազմամուտք լարիրինթում որոնել և գտնել դեպի կերը տանող ամենակարճ ճանապարհը: Ուսուցման միջավայրն առնետների համար անծանոթ էր, որը, ինչպես օրինք, առաջացնում է հետազոտական ռեակցիա և միաժամանակ վախի զգացում: Այս հանգամանքը բացասաբար է անդրադառնում սննդա-շարժողա-

կան պայմանական ռեֆլեքսների մշակման և ամրապնդման վրա: Սակայն ժամանակի ընթացքում կենդանիներն ընտելանում են փորձի պայմաններին: Եթե մինչև այդ առնետները կերն ընդունելուց հետո խուսափում էին վերադառնալ և մտնել սպասելախցիկը կամ թե դուրս էին փախչում դուռը ծածկելիս, ապա այժմ առանց վախի վերադառնում են խցիկը և սպասում կերը ստանալու հերթական ազդանշանին:

Փորձերը ցույց տվեցին, որ պուֆեմիդի բուժիչ դրզաները չեն խանգարում հիշողության պրոցեսներին: Սակայն առնետների մոտ ժամանակավորապես վերականգնվում է կոնֆլիկտային վիճակը՝ աննդա-շարժողական ռեֆլեքսների և վախի միջև: Կենդանիները նորից խուսափում են կերն ընդունելուց հետո վերադառնալ խցիկ:

ЛИТЕРАТУРА — ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

- ¹ Материалы конференции, посвященной новому противоэпилептическому препарату пуфемид, Изд-во АН АрмССР, Ереван, 1980. * Г. Е. Григорян, Н. Е. Акопян, А. М. Стольберг, ДАН АрмССР, т. 82, № 2 (1986). ² Г. Е. Григорян, Структурные основы системной организации поведения, Изд-во АН АрмССР, Ереван, 1983. ³ Р. Хайнд, Поведение животных, Мир, М., 1975. ⁴ К. Bellman, F. Krasne, Science, v. 221, № 4612 (1933). * П. В. Симонов, Высшая нервная деятельность человека: мотивационно-эмоциональные аспекты, М., Наука, 1975.

