

Զ Ե Կ Ո Ւ Յ Ց Ն Ե Ր
Д О К Л А Д Ы

LXXXII, № 5

1986

Խմբագրական կոլեգիա

Редакционная коллегия

Գ. Ա. ԱՐՋՈՒՄԱՆՅԱՆ, տեխն. գիտ. փկեա-
ծու (պատ. ֆաբռուզաբ), է. Գ. ԱՅՐԻԿՅԱՆ,
ՀՍՍՀ ԳԱ աղաղեմիկոս, Ա. Ք. ԲԱՐԱՅԱՆ,
ՀՍՍՀ ԳԱ աղաղեմիկոս, Ա. Հ. ԳԱՐԻԵԼՅԱՆ,
ՀՍՍՀ ԳԱ աղաղեմիկոս, Ա. Ա. ՔԱԼԱՅԱՆ,
ՀՍՍՀ ԳԱ րրր. աղաղամ, Վ. Հ. ՀԱՄԲԱՐՋՈՒՄ-
ՅԱՆ, աղաղեմիկոս, Վ. Հ. ՂԱԶԱՐՅԱՆ, ՀՍՍՀ
ԳԱ աղաղեմիկոս (պատ. խմբագրի աղաղ-
կաղ), Վ. Գ. ՄԵՒԹԱՐՅԱՆ, ՀՍՍՀ ԳԱ րրր.
աղաղամ, Գ. Ս. ՍԱՀԱԿՅԱՆ, ՀՍՍՀ ԳԱ աղաղ-
եմիկոս, Ծ. Մ. ՍԱԳՈՆՋՅԱՆ, ՀՍՍՀ ԳԱ րրր.
աղաղամ, Մ. Լ. ՏԵՐ-ՄԻԿԱԵԼՅԱՆ, ՀՍՍՀ ԳԱ
աղաղեմիկոս, Վ. Բ. ՖՍԵՆԱՐՋՅԱՆ, ՀՍՍՀ ԳԱ
աղաղեմիկոս:

Յ. Ա. ԱՄԲԱՐՇԱՄՅԱՆ, ակադեմիկ, Գ. Ա.
ԱՐՇԱՄԱՆՅԱՆ, կանդ. տեղ. նաղ (ոթ.
սեղրետար), Յ. Գ. ԱՓՐԻԿՅԱՆ, ակադեմիկ
ԱՆ ԱրմՍՍՐ, Ա. Կ. ԲԱԲԱՅԱՆ, ակադեմիկ
ԱՆ ԱրմՍՍՐ, Ա. Ա. ԳԱԲՐԻԵԼՅԱՆ, ակա-
դեմիկ ԱՆ ԱրմՍՍՐ, Յ. Օ. ԿԱՅԱՐՅԱՆ,
ակադեմիկ ԱՆ ԱրմՍՍՐ (զամ. ոթ. ռեդակ-
տոր), Յ. Գ. ՄԻՒՄԱՐՅԱՆ, շղ. կորր. ԱՆ
ԱրմՍՍՐ, Գ. Ս. ՏԱԱԿՅԱՆ, ակադեմիկ ԱՆ
ԱրմՍՍՐ, Օ. Մ. ՏԱՓՈՆԴՅԱՆ, շղ. կորր.
ԱՆ ԱրմՍՍՐ, Ա. Ա. ՏԱԼԱԼՅԱՆ, շղ. կորր.
ԱՆ ԱրմՍՍՐ, Մ. Լ. ՏԵՐ-ՄԻԿԱԵԼՅԱՆ,
ակադեմիկ ԱՆ ԱրմՍՍՐ, Յ. Յ. ՓԱՆԱՐ-
ԴՅԱՆ, ակադեմիկ ԱՆ ԱրմՍՍՐ.



Բ Ո Վ Ա Ն Կ Ի Ա Կ Ո Ւ Թ Յ Ո Ւ Ն

էջ

ՄԱԹԵՄԱՏԻԿԱ

Գ. Ա. Բարսեղյան—Հանրահաշվական դիֆերենցիալ հավասարումների մերոմորֆ լուծումների կարգի գնահատման մեթոդ, հիմնված սո-կիտների մոտիկության հատկությունների վրա	195
Ն. Կ. Խաչատրյան—Կրաֆի համիլթոնությունը և նրա զագաթների ենթարալմուծությունների ընտանիքների տարրեր ներկայացուցիչների համակարգերը	198
Ա. Կ. Մարեոսյան—Տեղաշարմի կցված օդերատորները և նրանց կիրառումները	202
Գ. Հ. Հակոբյան—Հիպոէլիպտիկ հավասարումների մի դասի լուծումների անանցյալների գնահատականների մասին	205
Ռ. Ս. Մինասյան—Վերջույր երկարությունը գլանի համար ջերմահաղորդականության խառը եզրային խնդրի մասին	210

Մեխանիկա

Է. Վ. Թելուբեկյան, Ա. Զ. Դարբինյան—Կոմպոզիցիոն նյութից պատրաստված երկար սալի օպտիմալ կողավորումը	214
--	-----

Գեոմետրիկա

Ցու. Ս. Վարդանյան—Մթնշորտի վերին շերտերում էլեկտրական դաշտերի և անհամասեռությունների տեսության շուրջ	218
--	-----

ԲՈՒՑՍԵՐՈՒ ՖԻԶԻՈԼՈԳԻԱ

Վ. Հ. Վազարյան, Գ. Վ. Մինայեւյան—Շտոային, թվային և խոտային բույսերի տերևներում ազոտային նյութափոխանակության մասին	223
---	-----

ՖԻԶԻՈԼՈԳԻԱ

Լ. Ա. Մատինյան, Խ. Հ. Նահապետյան, Ս. Ս. Ամիրյան, Վ. Ս. Միրզոյան, Շ. Վ. Գրիգորյան, Ս. Ռ. Մկրտչյան—Պապահն-դիագինամոֆորեզի ֆիզիոլոգիական բնութագրերը	228
Բույանդակություն LXXXII հատորի	232

СОДЕРЖАНИЕ

	Стр.
МАТЕМАТИКА	
<i>Г. А. Барсегян</i> —Метод оценки порядка мероморфных решений алгебраических дифференциальных уравнений, основанный на свойстве «близости α -точек»	195
<i>И. К. Хачатрян</i> —Гамильтоновость и системы различных представителей в семействах подмножеств вершин графа	198
<i>А. К. Матевосян</i> —Присоединенные операторы сдвига и их приложения	202
<i>Г. О. Аюбян</i> —Об оценках производных решений одного класса гиперэллиптических уравнений	205
ПРИКЛАДНАЯ МАТЕМАТИКА	
<i>Р. С. Минасян</i> —О смешанной граничной задаче теплопроводности для цилиндра конечной длины	210
МЕХАНИКА	
<i>Э. В. Белубекян, А. З. Дарбинян</i> —Оптимальное обрешивание длинной пластинки, изготовленной из композиционного материала	214
ГЕОФИЗИКА	
<i>Ю. С. Вардинян</i> —К теории возбуждения электрических полей и возникновения неоднородностей в верхних слоях атмосферы	218
ФИЗИОЛОГИЯ РАСТЕНИЙ	
<i>В. О. Казарян, Г. В. Михаелян</i> —О суточной динамике азотного обмена в листьях древесных, кустарниковых и травянистых растений	223
ФИЗИОЛОГИЯ	
<i>Л. А. Матинян, Х. О. Нагапетян, С. С. Амирян, В. С. Мирзоян, Ш. В. Григорян, С. Р. Мкртчян</i> —Физиологические характеристики диадинамофореза паппуса	228
Содержание LXXXII тома	232

C O N T E N T S

	P.
MATHEMATICS	
<i>G. A. Barsegian</i> —A method of estimation of order of meromorphic solutions of algebraic differential equations, based on property of „proximity of a -points”	195
<i>N. K. Khachatryan</i> —Hamiltonity and the representation of subsets in the families of graphs vertices subsets	198
<i>A. K. Matevosian</i> —The joined operators of translation and their applications	202
<i>G. O. Hakopian</i> —On estimates of solutions derivatives of a class of hypoelliptic equations	205
APPLIED MATHEMATICS	
<i>R. S. Minasian</i> —On mixed boundary-value problem of heat conduction for cylinder of finite length.	210
MECHANICS	
<i>E. V. Belzbektan, A. Z. Darbintan</i> —Optimal ribbing of a long plate made of a composite material	214
GEOPHYSICS	
<i>Yu. S. Vardanian</i> —To the theory of electric field generation and creation of inhomogenities in the upper layers of the atmosphere	218
PLANT PHYSIOLOGY	
<i>V. O. Kazarian, G. V. Michcellan</i> —On the daily dynamic of the nitrogen exchange in the leafs tree, bush and grassy plants.	223
PHYSIOLOGY	
<i>L. A. Matinian, Ch. H. Nahapetian, S. S. Amirlan, V. S. Mirzoyan, Sh. V. Grigorian, S. R. Mkrtychian</i> —Physiological characteristics of papain diadina-mophoresis	228
Contents of LXXXII volume	232

Техн. редактор АЗИЗБЕКЯН Л. А.

Сдано в набор 16.05.86 г. Подписано к печати 15.08.86 г. ВФ 06845
 Бумага № 2, 70×108¹/₁₆. Высокая печать. Печ. л. 3,0. Усл. печ. л. 4,2.
 Учет, пзд. 3.31 л. Тираж 455. Заказ 381. Издат. 6827.
 Адр. ред.: 375019, Ереван, пр. Маршала Баграмяна, 24-г., II эт., к. 1, т. 27-97-238.

Издательство Академии наук Армянской ССР, 375019, Ереван,
 пр. Маршала Баграмяна, 24-г.
 Типография Издательства Академии наук АрмССР, 378310, г. Эчмиадзин.

УДК 517.925+517.53

МАТЕМАТИКА

Г. А. Барсегян

Метод оценки порядка мероморфных решений алгебраических дифференциальных уравнений, основанный на свойстве «близости a -точек».

(Представлено чл.-корр. АН Армянской ССР Н. У. Аракелянном 26/XI 1984)

Основной метод оценки порядков* целых решений алгебраических дифференциальных уравнений высших порядков основан на теореме Вимана—Валирона. Исследование же порядков мероморфных решений проводилось до сих пор исключительно для определенных конкретных уравнений.

Ниже изучаются алгебраические дифференциальные уравнения следующего класса: \mathfrak{M}_φ -мероморфных в $|z| < \infty$ функций $w(z)$, являющихся решениями уравнения

$$P_1(z, w, w') = P_2(z, w, w', \dots, w^{(n)}), \quad (1)$$

где P_1 —полином от каждой из переменных, P_2 —рациональная функция от каждой из переменных и для нее в a_1, \dots, a_s -точках функции w , лежащих в $|z| \leq r$, выполняется соотношение

$$|P_2(z, a_\nu, w'(z), \dots, w^{(n)}(z))| \leq \varphi(r), \quad \nu = 1, 2, \dots, s. \quad (2)$$

Справедлива следующая

Теорема 1. Пусть $w \in \mathfrak{M}_\varphi$, где φ —функция конечного порядка. Тогда $w(z)$ имеет конечный порядок.

Положив $P_2 \equiv 0$ в теореме 1, получим следующее

Следствие 1 (А. А. Гольдберг (*)). *Всякое мероморфное решение алгебраического дифференциального уравнения первого порядка имеет конечный порядок.*

Следствие 2. *Всякое мероморфное решение уравнения*

$$P_1(z, w, w') / P_2(z, w, w', \dots, w^{(n)}) = \prod_{\nu=1}^q (w - a_\nu)$$

имеет конечный порядок.

Отметим, что следствие 2 включает в себе следующую качественную информацию: равенство нулю функции $P_1(z, w, w')$ лишь в

* Порядок функции $\varphi(r)$ действительного переменного определяется как $\overline{\lim}_{r \rightarrow \infty} (\ln \varphi(r) / \ln r)$. Порядок мероморфной функции $w(z)$ —порядок ее неванлиновской характеристической функции $T(r, w)$; здесь и в дальнейшем пользуемся стандартной терминологией и обозначениями теории распределения значений (см. (1)).

a_1, a_2, \dots, a_s -точках достаточно для вывода о конечности порядка мероморфной функции, удовлетворяющей этому условию.

Доказательство теоремы 1 основано на оценках производных мероморфных функций на множествах ее a -точек; оценки же эти, в свою очередь, выводятся из свойства „близости a -точек“ мероморфных функций, которое выявляет следующая

Теорема А (см. (3)). Пусть $w(z)$ —мероморфная в $|z| < \infty$ функция; $\psi(r)$ —монотонная функция, $\psi(r) \rightarrow +\infty$ при $r \rightarrow \infty$; $a_i \in \bar{\mathbb{C}}$ попарно различны. Тогда для любого $r \notin E$, где E —некоторое множество конечной логарифмической меры, в круге $|z| \leq r$ можно указать $\Phi(r)$ односвязных непересекающихся областей $E_i(r)$, $i=1, 2, \dots, \Phi(r)$, удовлетворяющих условиям:

I) $w(z)$ —однолистка в $\overline{E_i(r)}$, $i=1, 2, \dots, \Phi(r)$;

II) $(\Phi(r)/A(r)) \rightarrow 1$ при $r \rightarrow \infty$, $r \notin E$,

III) $\sum_{i=1}^{\Phi(r)} d(E_i(r)) \leq K\psi(r)rA^{1/2}(r)$,

где $d(E_i(r))$ —диаметр $E_i(r)$, $K=K(a_1, a_2, \dots, a_q) = \text{const} < \infty$;

IV) $\sum_{i=1}^q n_0(r, a_i) \geq [q-4-o(1)]A(r)$, $r \rightarrow \infty$, $r \notin E$, (3)

где $n_0(r, a_i)$ —количество a_i -точек в $\bigcup_{i=1}^{\Phi(r)} E_i(r)$.

Теорема А показывает, что близки не только количества a_1, a_2, \dots, a_q -точек функции $w(z)$ в кругах $|z| \leq r$ (как это следует из теорий Р. Неванлинны и Л. Альфорса), но также, одновременно, близки их модули и аргументы (это следует из свойств I—IV теоремы А и первой основной теоремы теории распределения значений, согласно которым в каждой области $E_i(r)$ лежит в среднем от $q-4$ до q a_1, a_2, \dots, a_q -точек, а диаметры областей $E_i(r)$ „малы“). Таким образом в большинстве своем a_1, \dots, a_q -точки близко располагаются друг к другу.

Используя некоторые детали доказательства теоремы А, из нее выводим следующие оценки: области $E_i(r)$ можно выбрать таким образом, чтобы для всякой a_ν -точки $z_{\nu,j}$, $\nu=1, 2, \dots, q$, лежащей в $\bigcup E_i(r)$, $i=1, 2, \dots, \Phi(r)$, выполнялось неравенство

$$|w'(z_{\nu,j})| \geq \frac{KA^{1/2}(r)}{r\psi(r)}, \quad j=1, 2, \dots, n_0(r, a_\nu), \quad (4)$$

где $K=K(a_1, \dots, a_q) = \text{const} > 0$; тем самым приведенное свойство „близости a -точек“ дополняется указанием оценок снизу $|w'|$ в a -точках функции $w(z)$.

Доказательство теоремы 1 легко вытекает из приведенных выше утверждений (3) и (4). В самом деле. Пусть a_1, \dots, a_s те же, что в определении класса \mathfrak{M}_q ; $z_{\nu,j}$ — a_ν -точки функции $w(z)$, лежащие в $|z| \leq r$, $\nu=1, 2, \dots, 5$, $j=1, 2, \dots$. Согласно свойству IV теоремы А при $r \notin E$ хотя бы для одного значения a_ν (положим для a_1) выполнится неравенство

$$n_0(r, a_1) > A(r)/6, \quad (5)$$

причем в каждой точке $z_{1,j}$ выполняется оценка (4). По определению класса \mathfrak{M}_φ имеем

$$|P_1(z_{1,j}, a_1, \omega(z_{1,j}), \omega'(z_{1,j}), \dots, \omega^{(n)}(z_{1,j}))| \leq \varphi(r). \quad (6)$$

Известно ⁽⁴⁾, что корни полинома $z^m + b_1 z^{m-1} + \dots + b_m$ лежат в круге $\max\{|m|b_1|, (m|b_2|)^{1/2}, \dots, (n|b_m|)^{1/n}\}^{1/n}$. Применяв эту оценку к (1) в точках $z_{1,j}$ (которое очевидно может быть записано с учетом (6) в виде $F_{1,0}(z_{1,j}, a_1)[\omega'(z_{1,j})]^m + F_{1,1}(z_{1,j}, a_1)[\omega'(z_{1,j})]^{m-1} + \dots + F_{1,m}(z_{1,j}, a_1) + \varphi_1(z_{1,j}) + i\varphi_2(z_{1,j}) = 0$, где φ_1 и φ_2 величины $O[\varphi(r)]$), получим

$$|\omega'(z_{1,j})| \leq K|z_{1,j}|^p \leq Kr^p, \quad (7)$$

где $p = \text{const} < \infty$ зависит от $F_{1,0}, \dots, F_{1,m}, \varphi(r)$, а количество точек $z_{1,j}$ в круге $|z| \leq r$ удовлетворяет неравенству (5). Остается к неравенству (7) применить неравенство (4), используя которое, получим

$$A(r) \leq Kr^{2p+2}\psi^2(r).$$

Доказательство завершается применением известного предложения — порядки функций $A(r)$ и $T(r)$ совпадают — и учетом того, что $\psi(r)$ может иметь произвольно медленный рост.

В заключение автор выражает благодарность М. В. Федорюку за ценное обсуждение результата.

Институт математики Академии наук
Армянской ССР

Գ. Ա. ԲԱՐՍԵՂՅԱՆ

Հանրահաշվական դիֆերենցիալ հավասարումների մերոմորֆ լուծումների կարգի գեամաաման մեթոդ, հիմնված «ա-կետերի մոտիկության հատկության» վրա

Մինչև այժմ առավելագույն դիտարկվել են առաջին կարգի հանրահաշվական դիֆերենցիալ հավասարումների մերոմորֆ լուծումներ: Մերոմորֆ ֆունկցիաների ա-կետերի մոտիկության հատկության օգնությամբ ապացուցվում է, որ բարձր կարգ ունեցող հետևյալ հավասարման.

$$P_1(z, \omega, \omega') / P_2(z, \omega, \omega', \dots, \omega^{(n)}) = \prod_{v=1}^q (\omega - a_v),$$

որտեղ P_1, P_2 — բազմանդամներն են, իսկ $a_i \neq a_j, i \neq j$, մերոմորֆ լուծումների ռանկ վերջավոր կարգ:

ЛИТЕРАТУРА — ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

- ¹ Р. Неванлинна, Однозначные аналитические функции, Гостехиздат, М.—Л., 1941.
² А. А. Гольдберг, Укр. мат. журн., т. 8, с. 254—261 (1956). ³ Г. А. Барсегян, Мат. сб., т. 120 (162), с. 42—67 (1983). ⁴ Г. Поляк, Г. Сеге, Задачи и теоремы из анализа, т. I, М., Наука, 1978.

УДК 519.1

МАТЕМАТИКА

Н. К. Хачатрян

Гамильтоновость и системы различных представителей в семействах подмножеств вершин графа

(Представлено чл.-корр. АН Армянской ССР Р. Р. Варшамовым 21/II 1985)

В работе найдены достаточные условия гамильтоновости графа, использующие структурные характеристики окрестностей вершин. Предложены полиномиальные алгоритмы для построения гамильтонового цикла в графах, удовлетворяющих найденным условиям. Все не определяемые понятия и обозначения можно найти в (1).

Рассматриваются конечные неориентированные графы без кратных ребер и петель. Множества вершин и ребер графа G обозначаются, соответственно, через $V(G)$ и $E(G)$. Степень вершины x в G обозначается через $d_G(x)$, множество вершин, смежных с x , — через $N_G(x)$, а расстояние между вершинами x и y в G — через $d_G(x, y)$. Гамильтоновым циклом графа G называется простой цикл, содержащий все вершины G . Если в графе G существует гамильтонов цикл, то G называется гамильтоновым графом. Введем обозначения:

$$e_G(x) = \{y \in N_G(z) \mid z \in N_G(x), d_G(y) \leq d_G(x)\};$$

$$F_G(x) = \{Q(z) \mid z \in N_G(x)\}, \text{ где } Q(z) = \{y \in N_G(z) \mid d_G(y) \leq d_G(x)\};$$

$$A_G(x, y) = \{B(z) \mid z \in N_G(x)\}, \text{ где } B(z) = N_G(z) \setminus (\{y\} \cup N_G(y));$$

$M_G(x) = \{y \in V(G) \mid d_G(x, y) \leq 2\}$; $G(x)$ — подграф графа G , порожденный множеством вершин $M_G(x)$.

Определение 1. Скажем, что p -вершинный граф G обладает свойством μ , если $p \geq 3$, в G нет изолированных вершин и

а) для каждого $x \in V(G)$ с $d_G(x) < \frac{p-1}{2}$ семейство $F_G(x)$ не имеет системы различных представителей (сокращенно с. р. п.);

б) для каждого $x \in V(G)$ с $d_G(x) = \frac{p-1}{2}$ семейство $F_G(x)$ не имеет с. р. п. или $|e_G(x)| \leq \frac{p-1}{2}$.

Прежде чем перейти к изложению основных теорем, приведем одно простое необходимое условие гамильтоновости графа.

Утверждение. Если граф G с вершинами x_1, x_2, \dots, x_p гамильтонов, то семейство множеств $\{N_G(x_i) \mid 1 \leq i \leq p\}$ имеет с. р. п.

Теорема 1. Если граф G обладает свойством μ , то G — гамильтонов.

Теорема 1 обобщает результаты, полученные в (2). Отметим, что

для каждого $p \geq 13$ существует граф G_p с $V(G_p) = \{x_1, x_2, \dots, x_p\}$, $E(G_p) = \{(x_1, x_5), (x_1, x_6), (x_1, x_7), (x_2, x_5), (x_2, x_6), (x_2, x_8), (x_2, x_9), (x_2, x_{10}), (x_3, x_{11}), (x_4, x_5), (x_4, x_{12}), (x_4, x_{13})\} \cup \{(x_i, x_j) | 5 \leq i < j \leq p\}$, который обладает свойством μ . Граф G_p не удовлетворяет условиям гамильтоновости, найденным в работах (2-7). В графе G , удовлетворяющем условию μ , гамильтонов цикл строится в три этапа. Сначала граф G достраивается специальным образом до графа $[G]$ (см. (8)). Затем в графе $[G]$ с помощью алгоритма, работающего по принципу: „иди в соседнюю еще не пройденную вершину минимальной степени“, — строится гамильтонов цикл. И, наконец, построенный гамильтонов цикл преобразуется в гамильтонов цикл графа G . Доказательство теоремы 1 аналогично доказательству теоремы 3 в (2).

Теорема 2. Если в графе G $(x, y) \notin E(G)$ и семейство $A_G(x, y)$ не имеет с. р. п., то граф G гамильтонов тогда и только тогда, когда граф $G + \{(x, y)\}$ гамильтонов.

Доказательство. Предположим, теорема неверна. Это означает, что существует негамильтоновый граф G с гамильтоновой цепью $x = x_1, x_2, \dots, x_p = y$, $p = |V(G)| \geq 3$ и семейство $A_G(x, y)$ не имеет с. р. п. Пусть $N_G(x_1) = \{x_{i_1}, x_{i_2}, \dots, x_{i_n}\}$, $n \geq 1$, $2 = i_1 < i_2 < \dots < i_n \leq p-1$. Тогда $(x_p, x_{i_{j-1}}) \notin E(G)$, $1 < j \leq n$, так как иначе в G имелся бы гамильтонов цикл $x_1, x_2, \dots, x_{i_{j-1}}, x_p, x_{p-1}, \dots, x_{i_j}, x_1$. Отсюда следует, что семейство $A_G(x, y)$ имеет с. р. п. $-(x_{i_1-1}, x_{i_1-1}, \dots, x_{i_n-1})$, что противоречит выбору G . Теорема 2 доказана.

Следствие 1. Если в графе G $(x, y) \notin E(G)$ и $d_G(x) + d_G(y) \geq |M_G(x)|$, то граф G гамильтонов тогда и только тогда, когда граф $G + \{(x, y)\}$ гамильтонов.

Следствие 2 (3). Если в графе G $(x, y) \notin E(G)$ и $d_G(x) + d_G(y) \geq |V(G)|$, то граф G гамильтонов тогда и только тогда, когда граф $G + \{(x, y)\}$ гамильтонов.

Лемма 1 (4). Если x_1, x_2, \dots, x_k — тупиковая цепь графа G и $d_G(x_1) + d_G(x_k) \geq k$, то в подграфе, порожденном вершинами x_1, x_2, \dots, x_k , существует гамильтонов цикл.

Пусть G — граф с вершинами x_1, x_2, \dots, x_p . Тупиковой цепью в графе G назовем такую цепь $x_{i_1}, x_{i_2}, \dots, x_{i_k}$, что $N_G(x_{i_1}) \subset \{x_{i_1}, x_{i_2}, \dots, x_{i_k}\}$ и $N_G(x_{i_k}) \subset \{x_{i_1}, x_{i_2}, \dots, x_{i_k}\}$. Опишем алгоритм Q , который строит в графе G тупиковую цепь P .

Шаг 1. $j := 1$. Строим в графе G тупиковую цепь $x'_1, x'_2, \dots, x'_{k_j}$. $P := x'_1 x'_2 \dots x'_{k_j}$.

Шаг 2. Если $(x'_1, x'_{k_j}) \notin E(G)$, то перейти к шагу 5.

Шаг 3. Если P гамильтонов цикл в G , то стоп.

Шаг 4. Если существует вершина, не принадлежащая циклу P (обозначим z'_l) и смежная с вершиной x'_l , $1 < l < k_j$, $(x'_l, z'_l) \in E(G)$, то строим более длинную цепь следующим образом: $P := y'_1 y'_2 \dots y'_j y'_j x'_{l+1} x'_{l+2} \dots x'_{k_j} x'_l z'_l z'_2 \dots z'_{n_j} \equiv x'^{j+1}_1 x'^{j+1}_2 \dots x'^{j+1}_{k_j+1}$; $(y'_l, y'_{l+1}) \in$

$\in E(G)$, $1 \leq i < s_j$; $(y_j^i, x_{i+1}^j) \in E(G)$; $(z_i^j, z_{i+1}^j) \in E(G)$, $1 \leq i < n_j$; $(N_G(x_i^{j+1}) \cup \cup N_G(x_{h_{j+1}}^{j+1})) \subseteq \{x_1^{j+1}, x_2^{j+1}, \dots, x_{h_{j+1}}^{j+1}\}$; $j := j+1$. Иначе, если такой вершины z_i^j нет, граф G не связный и алгоритм завершает работу. Перейти к шагу 2.

Шаг 5. Если $d_G(x_i^j) + d_G(x_{h_j}^j) \geq k_j$, то по лемме 3 существует такое s , $2 \leq s \leq k_j - 2$, что $x_1^j, x_{s+1}^j, (x_s^j, x_{h_j}^j) \in E(G)$ и можем перестроить цепь P : $P := x_1^j x_2^j \dots x_s^j x_{h_j}^j x_{h_j-1}^j \dots x_{s+1}^j \equiv x_1^{j+1} x_2^{j+1} \dots x_{h_{j+1}}^{j+1}$. $j := j+1$. Перейти к шагу 2.

Шаг 6. Если $d_G(x_i^j) < d_G(x_{h_j}^j)$, то $P := x_{h_j}^j x_{h_j-1}^j \dots x_i^j \equiv x_1^{j+1} x_2^{j+1} \dots x_{h_{j+1}}^{j+1}$. $j := j+1$.

Шаг 7. Пусть $N_G(x_{l_j}^j) = \{x_{l_1}^j, x_{l_2}^j, \dots, x_{l_n}^j\}$, $l_1 < l_2 < \dots < l_n$. Найдем минимальное l , $1 \leq l < l_1$, такое, что существует s , $1 \leq s < n$, для которого $(x_l^j, x_{l_s+1}^j), (x_{l_s}^j, x_{h_j}^j) \in E(G)$. $P := x_l^j x_{l_2}^j \dots x_{l_s}^j x_{l_s+1}^j x_{l_s+2}^j \dots x_{h_j}^j x_{h_j-1}^j \dots x_{l_s+1}^j \equiv x_1^{j+1} x_2^{j+1} \dots x_{h_{j+1}}^{j+1}$. $j := j+1$. Если такого l не существует, то алгоритм завершает работу. Перейти к шагу 2.

Теорема 3. *Связный граф G с p вершинами, $p \geq 3$, является гамильтоновым, если для каждой пары вершин $x, y \in V(G)$ с $d_G(x) < \frac{p}{2}$ и $d_G(x, y) = 2$ семейство $A_G(x, y)$ не имеет с. р. п.*

Доказательство. Достаточно показать, что алгоритм Q строит в графе G , удовлетворяющем условиям теоремы, гамильтонов цикл. Заметим, что каждый возврат к шагу 2 алгоритма Q происходит либо после удлинения цепи, либо после уменьшения числа l_1 , описанного на шаге 7. Поэтому ясно, что если не произойдет остановки алгоритма на шагах 4 и 7, то будет построен гамильтонов цикл. Так как граф G связный, то остановки на шаге 4 произойти не может. Покажем невозможность остановки на шаге 7. Для этого достаточно доказать, что существует s , $1 \leq s < n$, для которого $(x_{l_{s-1}}^j, x_{l_s+1}^j), (x_{l_s}^j, x_{h_j}^j) \in E(G)$. Предположим $(x_{l_{s-1}}^j, x_{l_s+1}^j) \notin E(G)$, $1 \leq s < n$. Тогда заметим, что по работе алгоритма на шаге 7 $d_G(x_{h_j}^j) < \frac{k_j}{2} \leq \frac{p}{2}$ и по предположению $A_G(x_{h_j}^j, x_{l_{s-1}}^j)$ имеет с. р. п. $(x_{l_{s+1}}^j, x_{l_{s+1}}^j, \dots, x_{l_{n+1}}^j)$. Это противоречит условию теоремы. Теорема 2 доказана.

Следствие 3. *Связный p -вершинный, $p \geq 3$, граф G гамильтонов, если для каждой пары вершин x, y , где $d_G(x) < \frac{p}{2}$ и $d_G(x, y) = 2$, выполняется неравенство $d_G(x) + d_G(x)(y) \geq |M_G(x)|$.*

Следствие 3 является обобщением теоремы Оре (*).

Вычислительный центр
Академии наук Армянской ССР и
Ереванского государственного университета

Գրաֆի համիլտոնությունը և նրա գագաթների ենթաբազմությունների
ընտանիքների տարբեր ներկայացուցիչների համակարգերը

Ստացված է գրաֆի համիլտոնյան երեք բավարար պայման, որոնք հիմ-
նրված են գագաթային շրջակայքերի կառուցվածքային բնութագրերի վրա:

ЛИТЕРАТУРА — ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

- ¹ *Փ. Խարար*, Теория графов, Мяр, М., 1973. ² *А. С. Асратян, Н. К. Хачатрян* *Мат. заметки*, т. 35, № 1 (1984) ³ *I. A. Bondy, V. Chvatal*, *Discrete Math.*, v. 15, p. 111—135 (1976). ⁴ *O. Ore*, *Amer. Math. Monthly*, v. 67, 55 (1960). ⁵ *P. Erdős, V. Chvatal*, *Discrete Math.*, v. 2, p. 111—113 (1972). ⁶ *I. A. Nach-Williams*, *Studies in pure mathematics*, Academic Press, N. Y., 1971. ⁷ *G. G. Nicoghossian, P. Häggkvist*, *J. Combin. Theory, B*, v. 30, p. 118—120 (1981).

УДК 519.6

МАТЕМАТИКА

А. К. Матевосян

Присоединенные операторы сдвига и их приложения

(Представлено чл.-корр. АН Армянской ССР Р. Р. Варшамовым 22/II 1985)

1. Известно, что с каждым ортогональным базисом связано некоторое семейство операторов обобщенного сдвига (о. с.) A^s , так что функции базиса $\varphi_k(t)$, $t \in \Omega$, Ω — бикompактное топологическое пространство, удовлетворяют соотношению

$$A^s \varphi_k(t) = \varphi_k(s) \cdot \varphi_k(t). \quad (1)$$

В общем виде о. с. введены Б. М. Левитаном ⁽¹⁾ как операторы, удовлетворяющие некоторым аксиомам. Если $R(t, s)$ — некоторая эрмитова функция вида

$$R(t, s) = \bar{A}^s r(t), \quad (2)$$

где \bar{A}^s обозначает сопряженный к A^s оператор, то собственные функции о. с. A^s , определяемые по (1), являются собственными функциями ядра $R(t, s)$. Этот факт в достаточной мере отражает теоретическую и прикладную роль о. с. и их собственных функций. Достаточно отметить, что собственные функции о. с. A^s являются базисом Карунена—Лоэва ⁽²⁾ для случайного процесса с нулевым средним и ковариационной функцией вида ⁽³⁾.

Каноническое представление функции двух переменных, в общем случае не обладающей эрмитовой симметрией, заключается в разложении по сингулярным базисам ⁽³⁾, что обобщает метод разложения по собственным функциям. Причем здесь приходится оперировать с двумя ортогональными базисами — правым и левым сингулярными базисами.

Техника разложений по сингулярным базисам представляет мощный аппарат решения самых различных задач. Здесь необходимо отметить возможности этого метода в цифровой обработке двумерных изображений ⁽²⁾, а именно, в задачах сжатого описания изображений и восстановления «смазанных» изображений. Широкое практическое применение разложений по сингулярным базисам ограничено сложностями вычислительного характера.

В настоящей заметке аксиоматически определяются и изучаются аналогии о. с., возникающие при каноническом представлении функции двух переменных по сингулярным базисам. Рассматриваются приложения этих операторов.

2. Пусть на функциях $f(t) \in C(\Omega)$ определены семейства операторов A^s и B^s , зависящих от элемента $s \in \Omega$ как от параметра, 202

т. е. каждой функции $f(t)$ ставятся в соответствие функции двух переменных $A_s^t f(t)$ и $B_s^t f(t)$, где нижний индекс t подчеркивает, что операторы A^s и B^s применяются к функции f как к функции от переменной t . Пусть выполняются следующие условия: 1) операторы A^s являются о. с.; 2) операторы B^s линейны; 3) функция $B_s^t f(t)$ непрерывна по совокупности переменных; 4) для каждой функции $f(t) \in C$ и каждых точек $r, s, t \in \Omega$ выполняется равенство

$$A_s^t B_r^s f(r) = B_r^s A_s^t f(r). \quad (3)$$

Семейства операторов A^s и B^s , $s \in \Omega$, удовлетворяющие условиям 1—4, назовем о. с. и присоединенными о. с. (п. о. с.) соответственно. Отметим, что таковыми являются семейства операторов A^s и A^s .

Ниже R^s и Q^s обозначают двойственные относительно A^s и B^s операторы (1), которые определяются из равенств

$$R_s^t f(t) = A_s^t f(s), \quad Q_s^t f(t) = B_s^t f(s).$$

Пусть для каждой функции $f(t) \in C$ и каждых точек $r, s, t \in \Omega$ выполняются условия (1):

$$\bar{A}_s^r A_s^t f(t) = A_s^t \bar{A}_r^t f(t), \quad (4)$$

$$\bar{R}_s^r A_s^t f(t) = \bar{A}_r^t A_s^t f(t). \quad (5)$$

Такие о. с. назовем регулярными. Регулярными являются о. с. на группе. Предположим также, что для каждой функции $f(t) \in C$ и каждых точек $r, s, t \in \Omega$ выполняются условия:

$$\bar{B}_s^r A_s^t f(t) = A_s^t \bar{B}_r^t f(t), \quad (6)$$

$$\bar{Q}_s^r B_s^t f(t) = \bar{A}_r^t A_s^t f(t), \quad (7)$$

являющиеся аналогами условий (4) и (5).

Теорема 1. Пусть $D(t)$ линейное представление размерности n о. с. A^s , тогда существует семейство матриц $C(t)$ размерности n , $t \in \Omega$, такое, что:

$$B_r^t D(t) = C(r) \cdot D(t), \quad (8)$$

$$\bar{B}_r^t D(t) = C^*(r) \cdot D(t),$$

$$\bar{Q}_r^t C(t) = D(t) \cdot D^*(r),$$

где *—знак эрмитового сопряжения матрицы.

Семейство матриц $C(t)$, удовлетворяющих (8), назовем представлениями п. о. с. B^s .

Теорема 2. Пусть $C^q(t) = \{c_{ij}^q(t)\}_{i,j}^{n,q}$ и $C^p(t) = \{c_{ij}^p(t)\}_{i,j}^{n,p}$ есть два неэквивалентных неприводимых представления п. о. с. B^s , тогда матричные элементы этих представлений удовлетворяют соотношениям ортогональности

$$\int_{\Omega} c_{in}^p(t) \overline{c_{km}^q(t)} dt = \alpha_p \delta_{p,q} \delta_{i,k} \delta_{n,m},$$

δ —символ Кронекера.

При доказательстве теорем используются методы (1).

3. Пусть A^s и B^s есть семейства о. с. и п. о. с., причем операторы A^s коммутируют, тогда размерности всех неприводимых представлений равны 1, т. е. матрицы $D(t)$ и $C(t)$ переходят в функции $\varphi_k(t)$ и $\psi_k(t)$ такие, что

$$A_i^s \varphi_k(t) = \varphi_k(s) \varphi_k(t), \quad B_i^s \varphi_k(t) = \psi_k(s) \psi_k(t). \quad (9)$$

Предложение 1. Пусть семейства операторов A^s и B^s , $s=1, 2, \dots, N$, есть регулярные о. с. и п. о. с. соответственно и пусть матрица $a(t, s)$, $t, s=1, 2, \dots, N$, представима в виде

$$a(t, s) = \bar{B}^s b(t), \quad (10)$$

тогда системы представлений $\{\varphi_k(t)\}_{k=1}^N$ о. с. A^s и $\{\psi_k(t)\}_{k=1}^N$ п. о. с. B^s образуют сингулярные базисы матрицы $a(t, s)$, соответствующие сингулярным значениям $\rho_k = \sum_{t=1}^N b(t) \overline{\varphi_k(t)}$.

Пусть теперь $\varphi_k(t)$ и $\psi_k(t)$ — два базиса N -мерного пространства и $\varphi_k(s_0) = 1$ для всех $k=1, 2, \dots, N$. Тогда существуют единственные числа $a(t, s, r)$ и $b(t, s, r)$, удовлетворяющие равенствам $\varphi_k(s) \varphi_k(t) = \sum_{r=1}^N a(t, s, r) \varphi_k(r)$, $\psi_k(s) \psi_k(t) = \sum_{r=1}^N b(t, s, r) \varphi_k(r)$, $t, s, k=1, 2, \dots, N$.

Кубические матрицы $a(t, s, r)$ и $b(t, s, r)$ размерности N задают коммутативные операторы A^s и B^s , удовлетворяющие условиям 1, 2, 4. Таким образом, по каждой невырожденной матрице посредством ее сингулярных базисов могут быть определены о. с. и п. о. с. так, что функции сингулярных базисов удовлетворяют (9), а п. о. с. B^s определяет тип „перемешивания“, которым из некоторого вектора $b(t)$ строится матрица $a(t, s)$. Использование этого факта в определенной мере устранит вычислительные трудности, связанные с применением разложения по сингулярным значениям.

Вычислительный центр
Академии наук Армянской ССР и
Ереванского государственного университета

Ա. Կ. ՄԱԹԵՎՈՍՅԱՆ

Տեղաշարժի կցված օպերատորները և նրանց կիրառումները

Աբստրակտների միջոցով սահմանվում և ուսումնասիրվում են Բ. Մ. Լևիտանի ընդհանրացված տեղաշարժի օպերատորների զուգահեռները, որոնք անոցիացվում են երկու տարրեր օրթոգոնալ բազիսների հետ: Դիտարկվում են սահմանված օպերատորների կիրառումները:

ЛИТЕРАТУРА — ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

- ¹ Б. М. Левитан, Теория операторов обобщенного сдвига, Наука, М., 1973. ² Обработка изображений и цифровая фильтрация, под ред. Т. Хуанга, Мир, М., 1979. ³ В. В. Воеводин, Ю. А. Кузнецов, Матрицы и вычисления, Наука, М., 1984.

УДК 517.582

МАТЕМАТИКА

Г. О. Акопян

Об оценках производных решений одного класса гипозэллиптических уравнений

(Представлено чл.-корр. АН Армянской ССР Р. Р. Александряном 16/XI 1985)

Рассмотрим уравнение

$$P(D)u = 0. \tag{1}$$

Л. Хермандером доказано (см. (1)), что все решения $u(x)$ гипозэллиптического уравнения (1) в области $\Omega \subset E_n$ принадлежат некоторому классу Жевре $\Gamma(\Omega)$. Точнее: пусть $P(D)$ гипозэллиптический оператор. Для любого компакта $K \subset \Omega$ существует постоянная $C > 0$ такая, что для всех мультииндексов $\alpha \geq 0$ и всех решений $u(x)$ уравнения (1)

$$|D^\alpha u(x)| \leq C^{|\alpha|} |\alpha|!^\gamma, \quad x \in K. \tag{2}$$

При этом в (1) доказано существование числа γ_0 , называемого показателем гипозэллиптивности оператора $P(D)$, такого, что неравенство (2) имеет место при $\gamma = \gamma_0$, но не имеет места при $\gamma = \gamma_0 - \varepsilon$, $\varepsilon > 0$. Это значит, что полученный результат является неулучшаемым в терминах классов Жевре.

Для регулярных (невырожденных) операторов, введенных С. М. Никольским (2) и В. П. Михайловым (3), неулучшаемые оценки в терминах классов Жевре для производных решений уравнения (1) получены Г. Г. Казаряном (4).

В настоящей работе результаты статьи (4) переносятся на случай более общих (нерегулярных) гипозэллиптических операторов, введенных в (5-8).

Пусть $R_n, E_n(C_n)$ — n -мерные евклидовы пространства точек $\xi = (\xi_1, \dots, \xi_n)$, $x = (x_1, \dots, x_n)$ ($\zeta = (\zeta_1, \dots, \zeta_n)$) с вещественными (соответственно комплексными) координатами, Z_n^+ — n -мерное пространство мультииндексов, т. е. векторов $\alpha = (\alpha_1, \dots, \alpha_n)$ с целыми неотрицательными координатами, $R_n^{(0)} = \{\xi \in R_n, \prod_{j=1}^n \xi_j \neq 0\}$, $R_n^+ = \{\xi; \xi \in R_n, \xi_j \geq 0, j = 1, \dots, n\}$.

Для $\xi \in R_n, \mu \in R_n^+, \lambda \in R_n^{(0)} \cap R_n^+, \alpha \in Z_n^+, t > 0$ положим $|\xi| = \sqrt{\sum_{j=1}^n \xi_j^2}$, $|\xi|_\lambda = \sqrt{\sum_{j=1}^n |\xi_j|^{2/\lambda_j}}$, $|\xi|^\mu = |\xi_1|^{\mu_1} \dots |\xi_n|^{\mu_n}$, $t^\lambda \xi = (t^{\lambda_1} \xi_1, \dots, t^{\lambda_n} \xi_n)$, $|\alpha| = \sum_{j=1}^n \alpha_j$, $\xi^\alpha =$

$=\xi_1^{\alpha_1} \dots \xi_n^{\alpha_n}$, $D^{\alpha} = D_1^{\alpha_1} \dots D_n^{\alpha_n}$, где $D_j = \frac{1}{i} \frac{\partial}{\partial x_j}$ ($j=1, \dots, n$) обобщенные

по С. Л. Соболеву производные.

Пусть $P(D) = \sum_{\alpha} \gamma_{\alpha} D^{\alpha}$ линейный дифференциальный оператор с постоянными комплексными коэффициентами и $P(\xi) = \sum_{\alpha} \gamma_{\alpha} \xi^{\alpha}$ отвечающий ему характеристический многочлен (полный символ) $(P) = \{\alpha : \alpha \in \mathbb{Z}_n^+, \gamma_{\alpha} \neq 0\}$.

Определения и терминология, используемые ниже, заимствованы из работ (2, 6, 7).

Определение 1. Пусть $\mathbb{G} = \{\gamma^k\}_{k=1}^m$, $\gamma^k \in R_n$ ($k=1, \dots, m$). Характеристическим многогранником (х. м.) или многогранником Ньютона $\mathfrak{N} = \mathfrak{N}(\mathbb{G})$ набора \mathbb{G} назовем наименьший выпуклый многогранник в R_n , содержащий все точки набора \mathbb{G} .

Определение 2. Х. м. набора точек $(P) \cup \{0\}$ назовем х. м. оператора $P(D)$ (многочлена $P(\xi)$).

Определение 3. Многогранник \mathfrak{N} называется вполне правильным (в. п.), если: а) \mathfrak{N} имеет вершины в начале координат и на всех осях координат и б) все координаты внешних нормалей $(n-1)$ -мерных некоординатных граней \mathfrak{N} положительны.

Обозначим k -мерные ($0 \leq k \leq n-1$) грани многогранника \mathfrak{N} через \mathfrak{N}_i^k ($i=1, \dots, M_k$). $(n-1)$ -мерная грань \mathfrak{N}_i^{n-1} ($i=1, \dots, M_{n-1}$) многогранника \mathfrak{N} называется главной, если единичная внешняя нормаль $\lambda^i = (\lambda_1^i, \dots, \lambda_n^i)$ этой грани имеет хотя бы одну положительную координату. Главная грань \mathfrak{N}_i^{n-1} называется вполне правильной (в. п.), если $\lambda_j^i > 0$ ($j=1, \dots, n$). Точка $\alpha \in \mathfrak{N}$ называется главной (соответственно в. п.), если α является предельной хотя бы для одной $(n-1)$ -мерной главной (соответственно в. п.) грани многогранника \mathfrak{N} . Грань \mathfrak{N}_i^k , $k < n-1$, называется главной (соответственно в. п.), если она состоит из главных (соответственно в. п.) точек.

Определение 4. Грань \mathfrak{N}_i^k , ($i=1, \dots, M_k$; $k=0, \dots, n-1$) $\mathfrak{N}(P)$ многочлена $P(\xi)$ назовем регулярной (невырожденной), если подмногочлен $P^{i,k}(\xi)$, отвечающий грани \mathfrak{N}_i^k , удовлетворяет условию

$$P^{i,k}(\xi) = \sum_{\alpha \in \mathfrak{N}_i^k} \gamma_{\alpha} \xi^{\alpha} \neq 0, \quad \xi \in R_n^{(0)}.$$

Грани, не являющиеся регулярными, будем называть нерегулярными. Оператор $P(D)$ (многочлен $P(\xi)$) назовем регулярным (невырожденным), если все главные грани х. м. $\mathfrak{N}(P)$ регулярны. В противном случае оператор $P(D)$ назовем нерегулярным (вырожденным).

Обозначим через $\Lambda_i^k = \Lambda_i^k(P)$ множество тех внешних (относительно \mathfrak{N}) нормалей λ k -мерной в. п. некоординатной грани \mathfrak{N}_i^k ($0 \leq k \leq n-1$, $1 \leq i \leq M_k$) х. м. $\mathfrak{N} = \mathfrak{N}(P)$, для которых $\min_{1 \leq j \leq n} \lambda_j = 1$ и $\Lambda^{n-1} =$

$$= \bigcup_{i=1}^{M_{n-1}} \Lambda_i^{n-1}.$$

Пусть $v^k \in R_n^+$ ($k=1, \dots, m$). Положим $h(\xi) = \sum_{k=1}^m |\xi^{v^k}|$, а через $\mathfrak{M}(h)$

обозначим х. м. набора $\{v^k\}_{k=1}^m$.

Определение 5. Функция $h(\xi)$ называется весом гипоеллиптичности оператора $P(D)$, если для некоторой постоянной $C > 0$

$$A(\xi) = \sum_{\alpha \neq 0} \left| \frac{D^\alpha P(\xi)}{P(\xi)} \right|^{1/|\alpha|} \leq \frac{C}{h(\xi)}, \quad \forall \xi \in R_n, P(\xi) \neq 0,$$

при этом для любого $v \in R_n^+ \setminus \mathfrak{M}(h)$, $v \neq 0$, существует последовательность $\{\xi^s\}_{s=1}^\infty$ такая, что при $s \rightarrow \infty$ $\xi^s \rightarrow \infty$ и

$$[h(\xi^s) + |(\xi^s)^v|] \cdot A(\xi^s) \rightarrow \infty.$$

Обозначим через \mathcal{P} множество гипоеллиптических операторов с постоянными коэффициентами, все k -мерные главные грани ($k \leq n-1$) х. м. $\mathfrak{M}(P)$ которых регуляры, и положим для $P \in \mathcal{P}$

$$\mathfrak{M}(P) = \{v; v \in R_n^+; |\xi^v| \cdot A(\xi) \leq \text{const} < \infty, \xi \in R_n\}.$$

Пусть все главные грани х. м. $\mathfrak{M}(P)$ оператора $P \in \mathcal{P}$ регуляры, за исключением, быть может, единственной главной грани $\mathfrak{M}_\lambda^{n-1}$, $\lambda_0 \in \Lambda^{n-1}$ нормаль грани $\mathfrak{M}_\lambda^{n-1}$, $0 < \delta < 1$. Положим

$$\Sigma(v^{i_0, n-1}) = \{\tau \in R_n^{(0)}, p^{i_0, n-1}(\tau) = 0\},$$

$$B(\delta) = \{v; v \in R_n^+, (\lambda^0, v) \leq \delta; (\lambda, v) \leq 1, \forall \lambda \in \Lambda^{n-1} \setminus \{\lambda^0\}\}.$$

Лемма 1. Пусть все главные грани х. м. оператора $P \in \mathcal{P}$, за исключением главных нерегулярных граней $\mathfrak{M}_1^{n-1}, \dots, \mathfrak{M}_N^{n-1}$, регуляры, тогда существуют числа δ_i , $0 < \delta_i < 1$ ($i=1, \dots, N$) такие, что

$$\mathfrak{M}(P) = B(\delta_1, \dots, \delta_N) = \{v; v \in R_n^+; (\lambda^i, v) \leq \delta_i, i=1, \dots, N, (\lambda, v) \leq 1, \forall \lambda \in \Lambda^{n-1} \setminus \{\lambda^1, \dots, \lambda^N\}\},$$

где λ^i — внешняя нормаль грани \mathfrak{M}_i^{n-1} ($i=1, \dots, N$).

Согласно лемме 1 множество $\mathfrak{M}(P)$ является многогранником, поэтому если обозначить через e^k , $k=0, \dots, M'$, вершины многогранника $\mathfrak{M}(P)$ и положить $h(\xi) = \sum_{k=0}^{M'} |\xi^{e^k}|$, то функция $h(\xi)$, порождаемая многогранником $\mathfrak{M}(P)$, будет весом гипоеллиптичности оператора $P \in \mathcal{P}$.

Пусть $\mathfrak{N} = \mathfrak{M}(P)$ — вполне правильный х. м., $h(\xi)$ — вес оператора $P \in \mathcal{P}$, $v = (v_1, \dots, v_n)$ — произвольная точка из $\mathfrak{M}(P)$ с рациональными компонентами. Обозначим через $k(v)$ наименьшее натуральное число такое, что $k(v) \cdot v \in Z_n^+$. Положим также $N(P) = \{u; u \in C(E_n), P(D)u = 0\}$. Имеет место

Теорема 1. Пусть $h(\xi)$ вес гипоеллиптичности оператора $P \in \mathcal{P}$ и $v \in \mathfrak{M}(P)$ вектор с рациональными компонентами. Пусть $u \in N(P)$ и K произвольный компакт из E_n . Тогда существует постоянная $C = C(K) > 0$ такая, что для всех $j=0, 1, \dots$

$$\sup_{x \in K} |D^{[k^{(v)} \cdot j]} u(x)| \leq C^j \cdot j^{k^{(v)} \cdot j}.$$

Результат теоремы 1 является неулучшаемым, как показывает следующая

Теорема 2. Пусть все главные грани х. м. оператора $P \in \mathcal{F}$ регулярны, а грань \mathfrak{M}_n^{n-1} не регулярна $x_0 \in \Omega$. Если для любой функции $u \in N(P, \Omega) = \{v, v \in C(\Omega), P(D)v = 0\}$ существуют постоянная $C = C(u) > 0$, мультииндекс $\alpha \neq 0$ и рациональное число $l = l(u)$ такие, что

$$|D^\alpha u(x_0)| \leq C^j \cdot j^{l \cdot j}, \quad j = 1, 2, \dots,$$

то $\frac{\alpha}{l} = \left(\frac{\alpha_1}{l}, \dots, \frac{\alpha_n}{l} \right) \in \mathfrak{M}(P)$.

Замечание. Аналогичное утверждение имеет место и в случае наличия нескольких $(n-1)$ -мерных нерегулярных граней х. м. $\mathfrak{M}(P)$.

Доказательства теорем 1, 2 проводятся модификацией методов, разработанных в ⁽²⁻⁷⁾ с использованием свойств множества $\mathfrak{M}(P)$, порождающего вес гипоеллиптичности оператора $P(D)$.

Приведем пример, иллюстрирующий сформулированные результаты.

Пусть $n=2$, $P(\xi) = \xi_2^8 + \xi_1^6(\xi_1 - \xi_2)^6 + \xi_1^8 \cdot \xi_2^8 + 1$. Очевидно, что $P \in \mathcal{F}$, следовательно по лемме 1 $\mathfrak{M}(P) = B(\delta_0) = \{v; v \in R_2^+, v_1 + 3v_2 \leq 1; v_1 + v_2 \leq \delta_0\}$, где $\delta_0 = \frac{2}{3}$.

Весом гипоеллиптичности многочлена $P(\xi)$ является функция

$$h(\xi) = |\xi_1|^{2/3} + |\xi_2|^{1/3} + |\xi_1|^{1/2} \cdot |\xi_2|^{1/6}.$$

По теореме 1 для $v = \left(\frac{1}{2}, \frac{1}{6} \right) \in \mathfrak{M}(P)$ и для произвольного компакта $K \subset \Omega$, где Ω открытое множество из R_2 , существует постоянная $C_1 = C_1(K) > 0$ такая, что

$$\sup_{x \in K} |D_1^{3j} D_2^j u(x)| \leq C_1^j \cdot j^{6 \cdot j}, \quad j = 1, 2, \dots \quad (3)$$

С другой стороны, по теореме 4.4.6 работы ⁽¹⁾

$$\sup_{x \in K} |D_1^{3j} D_2^j u(x)| \leq C_1^j \cdot j^{7.5 \cdot j}, \quad j = 1, 2, \dots \quad (4)$$

Сравнение полученных неравенств (3) и (4) показывает, что на самом деле решения уравнения (1) имеют лучшие свойства гладкости (в смысле принадлежности к пространству Жевре), чем это следовало из теорем 4.4.6 работы ⁽¹⁾.

Ереванский государственный университет

Հիպոէլիպտիկ հավասարումների մի դասի լուծումների
ածանցյալների գնահատականների մասին

Աշխատանքում ստացված են $P(D)u=0$ հավասարման լուծումների
լավագույն գնահատականներ, որտեղ $P(D)$ -ն հաստատուն գործակիցներով
ոչ ռեգուլյար հիպոէլիպտիկ օպերատոր է, որը բավարարում է որոշակի պայ-
մաններին:

Գնահատականները ստացված են հիպոէլիպտիկության կշռի գաղափարի
հիման վրա:

ЛИТЕРАТУРА — ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

- ¹ Л. Хермандер, Линейные дифференциальные операторы с частными производными, Мир, М., 1965. ² С. М. Никольский, ДАН СССР, т. 146, № 4 (1962). ³ В. П. Михайлов, Тр. МИАН, № 91 (1967). ⁴ Г. Г. Казарян, Мат. сб., т. 128, № 3 (1985).
В. Pini, Bull. Un. Math. Ital., 18 (3) (1963). ⁵ Г. Г. Казарян, ДАН СССР, т. 214, № 5 (1974). ⁶ Г. Г. Казарян, Изв. АН АрмССР. Математика, т. 15, № 6 (1980).
⁷ В. Н. Маргарян, Изв. АН АрмССР. Математика, т. 15, № 6 (1980).



УДК 536.24

ПРИКЛАДНАЯ МАТЕМАТИКА

Р. С. Минасян

О смешанной граничной задаче теплопроводности для цилиндра конечной длины

(Представлено академиком АН Армянской ССР М. М. Джрбашяном 12/VII 1985)

В работе приводится решение смешанной краевой задачи стационарного осесимметричного распределения температуры в круглом цилиндре конечной длины d , на поверхности которого происходит теплообмен с окружающей средой, когда коэффициент теплообмена произвольным образом изменяется по длине цилиндра. Предполагаем, что внутри цилиндра имеются источники тепла с изменяющейся по радиусу и по длине цилиндра интенсивностью. В этом случае температура $U(r, x)$ цилиндра удовлетворяет дифференциальному уравнению (1,2)

$$\frac{\partial^2 U}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial U}{\partial r} + \frac{\partial^2 U}{\partial x^2} = - \frac{1}{\lambda} \varpi(r, x) \quad (1)$$

и граничным условиям

$$\begin{aligned} \left. \frac{\partial U}{\partial r} \right|_{r=R} &= h(x)[S(x) - U(R, x)]; & - \left. \frac{\partial U}{\partial x} \right|_{x=0} &= h_0[T_0(r) - U(r, 0)]; \\ \left. \frac{\partial U}{\partial x} \right|_{x=d} &= h_1[T_1(r) - U(r, d)]. \end{aligned} \quad (2)$$

Здесь λ — коэффициент теплопроводности, ϖ — интенсивность тепловыделения, h_j , S , T_j — соответственно коэффициенты теплообмена и температура окружающей среды. Относительно функций $h(x)$, $S(x)$, $T_0(r)$, $T_1(r)$ и $\varpi(r, x)$ предполагаем, что они имеют ограниченную вариацию в соответствующих областях. Исходя из физического смысла, предполагаем, что h_j неотрицательны. Представим функцию $U(r, x)$ в виде ряда

$$U(r, x) = \sum_{k=0}^{\infty} U_k(r) \eta_k(x), \quad (3)$$

где $U_k(r) = \int_0^d U(r, x) \eta_k(x) dx$, а $\eta_k(x)$ являются собственными функциями

краевой задачи

$$\eta''(x) + \gamma^2 \eta(x) = 0; \quad -\eta'(0) + h_0 \eta(0) = \eta'(d) + h_1 \eta(d) = 0 \quad (4)$$

и имеют вид

$$\eta_k(x) = \mu_k \left(\cos \gamma_k x + \frac{h_0}{\gamma_k} \sin \gamma_k x \right); \quad \mu_k = \sqrt{\frac{2}{d} \left[1 + \frac{h_0^2}{\gamma_k^2} + \frac{(h_0 + h_1)(\gamma_k^2 + h_0 h_1)}{\gamma_k^2 (\gamma_k^2 + h_1^2) d} \right]^{-\frac{1}{2}}}, \quad (5)$$

причем собственные значения γ_k являются положительными корнями трансцендентного уравнения

$$\operatorname{tg} \gamma_k d = \frac{\gamma_k (h_0 + h_1)}{\gamma_k^2 - h_0 h_1}. \quad (6)$$

Уравнения типа (6) рассматривались различными авторами, давшими асимптотические выражения их корней (3), а также определившими величины первых корней для различных значений h_0 и h_1 (4). Двусторонние оценки корней уравнения (6), сближающиеся при возрастании k с быстротой $O\left(\frac{1}{k^3}\right)$, даны в (5). Как известно (3), система функций $\{\eta_k(x)\}$ ортонормирована и полна в $(0, d)$. Умножив уравнение (1) на $\eta_k(x) dx$ и проинтегрировав от 0 до d , получим

$$U_k'(r) + \frac{1}{r} U_k''(r) - \gamma_k^2 U_k(r) = -\frac{1}{\lambda} \int_0^d \omega(r, x) \eta_k(x) dx - h_0 \eta_k(0) T_0(r) - h_1 \eta_k(d) T_1(r) = -\omega_k(r). \quad (7)$$

Решая уравнение (7) и учитывая ограниченность решения при $r=0$, будем иметь

$$U_k(r, x) = \frac{1}{I_0(\gamma_k R)} \left\{ I_0(\gamma_k r) \left[M_k + \int_r^R r_1 \omega_k(r_1) (I_0(\gamma_k R) K_0(\gamma_k r_1) - K_0(\gamma_k R) \times \right. \right. \\ \left. \left. \times I_0(\gamma_k r_1)) dr_1 \right] + [I_0(\gamma_k R) K_0(\gamma_k r) - K_0(\gamma_k R) I_0(\gamma_k r)] \int_0^r r_1 \omega_k(r_1) I_0(\gamma_k r_1) dr_1 \right\}, \quad (8)$$

где $I_n(r)$, $K_n(r)$ — видоизмененные функции Бесселя первого и второго рода n -го порядка. Для определения постоянных M_k , входящих в (8), умножив первое из граничных условий (2) на $\eta_k(x) dx$ и проинтегрировав от 0 до d , получим

$$m_k = \frac{(\gamma_k d)^{3/2} I_0(\gamma_k R)}{\gamma_k I_1(\gamma_k R) + I_0(\gamma_k R) \int_0^d h(x) \eta_k^2(x) dx} \left[\int_0^d h(x) S(x) \eta_k(x) dx + \frac{1}{R I_0(\gamma_k R)} \times \right. \\ \left. \times \int_0^R r \omega_k(r) I_0(\gamma_k r) dr - m_0 \int_0^d h(x) \eta_0(x) \eta_k(x) dx - \sum_{j=1}^{\infty} \frac{m_j}{(\gamma_j d)^{3/2}} \int_0^d h(x) \eta_j(x) \eta_k(x) dx \right]; \quad (9)$$

$$m_0 = \frac{I_0(\gamma_0 R)}{\gamma_0 I_1(\gamma_0 R) + I_0(\gamma_0 R) \int_0^d h(x) \eta_0^2(x) dx} \left[\int_0^d h(x) S(x) \eta_0(x) dx + \right.$$

$$+ \frac{1}{R I_0(\gamma_0 R)} \int_0^R r \omega_0(r) I_0(\gamma_0 r) dr - \sum_{j=1}^{\infty} \frac{m_j}{(\gamma_j d)^{3/2}} \int_0^d h(x) \eta_j(x) \eta_0(x) dx \Big],$$

$$m_k = (\gamma_k d)^{3/2} M_k; \quad m_0 = M_0, \quad (10)$$

где

а штрих при знаке суммы означает, что при суммировании индекс $j=k$ опускается. Таким образом, для определения новых постоянных m_k получили бесконечную систему линейных алгебраических уравнений (9). Для исследования этой системы оценим вначале сумму модулей коэффициентов при неизвестных m_j в каждом из уравнений (9). Обозначив через σ_k сумму модулей коэффициентов в k -том уравнении первой из систем и воспользовавшись оценкой коэффициентов Фурье функций с ограниченной вариацией ⁽⁶⁾, будем иметь для $k > 0$

$$\sigma_k < \frac{H \gamma_k^{3/2} I_0(\gamma_k R) \nu_k \sqrt{d}}{2[\gamma_k I_1(\gamma_k R) + I_0(\gamma_k R)] \int_0^d h(x) \eta_k^2(x) dx} \left\{ \nu_0 \left[\left(1 + \frac{h_0^2}{\gamma_0 \gamma_k}\right) \frac{1}{\gamma_k - \gamma_0} + \right. \right.$$

$$\left. \left. + \left|1 - \frac{h_0^2}{\gamma_0 \gamma_k}\right| \frac{1}{\gamma_k + \gamma_0} + \frac{2h_0}{\gamma_0 \gamma_k} \right] + \sum_{j=1}^{\infty} \frac{\nu_j}{(\gamma_j d)^{3/2}} \left[\left(1 + \frac{h_0^2}{\gamma_j \gamma_k}\right) \frac{1}{|\gamma_j - \gamma_k|} + \right. \right.$$

$$\left. \left. + \left|1 - \frac{h_0^2}{\gamma_j \gamma_k}\right| \frac{1}{\gamma_j + \gamma_k} + \frac{2h_0}{\gamma_j \gamma_k} \right] \right\}. \quad (10)$$

Здесь через H обозначена полная вариация функции $h(x)$ в интервале $(0, d)$. Учитывая, далее, двусторонние оценки γ_k ⁽⁵⁾, после различных упрощений получим

$$\sigma_k < H \left(1 + \frac{2}{\gamma_k R}\right) \left(\frac{4}{\sqrt{k}} + \frac{0,3 \ln k}{k}\right) < H \left(1 + \frac{2d}{k\pi R}\right) \left(\frac{4}{\sqrt{k}} + \frac{0,3 \ln k}{k}\right). \quad (12)$$

Таким образом, суммы модулей коэффициентов при неизвестных m_j в уравнениях (9) с возрастанием k стремятся к нулю с быстротой $O\left(\frac{1}{\sqrt{k}}\right)$, причем если $H < \frac{1}{4} \left(1 + \frac{2d}{\pi R}\right)^{-1}$, то $\sigma_k < 1$ для всех k .

Свободные члены системы согласно предположению об ограниченности вариации функций $h(x)$, $S(x)$, $T_0(r)$, $T_1(r)$ и $\omega(r, x)$ с возрастанием k также стремятся к нулю с быстротой $O\left(\frac{1}{\sqrt{k}}\right)$. Согласно теории бесконечных

систем ⁽⁷⁾ имеют место ограниченность решения системы (9) и сходимость метода последовательных приближений. Задавая значения h_0 , h_1 , $h(x)$, $T_0(r)$, $T(r)$, $S(x)$, λ , $\omega(r, x)$ и решая усеченную систему (9), найдем оценки величин m_k сверху и снизу, после чего способом, описанным в ⁽⁸⁾, получим из (3), (8) и (10) значения $U(r, x)$ с избытком и недостатком. Заметим, что при конкретном задании упомянутых величин преобразованием систем (9) можно значительно усилить быстроту убывания постоянных, определяемых из бесконечной системы ⁽⁹⁾, что позволяет существенно уменьшить число операций, необходимых для получения заданной точности решения.

Институт математики
Академии наук
Армянской ССР

**Վերջավոր երկարությանը գլանի համար շերմանադորդակաճության
խառը եզրային խնդրի մասին**

Հոդվածում դիտարկվում է վերջավոր երկարություն ունեցող կլոր գլանում շերմության կայունացած առանցքասիմետրիկ բաշխման խառը եզրային խնդիրը՝ գլանի արտաքին մակերևույթը շրջապատող միջավայրի հետ շերմափոխանակության առկայության դեպքում, երբ շերմափոխանակության գործակիցը կամայական ձևով փոփոխվում է ըստ գլանի երկարության: Ենթադրվում է նաև, որ գլանի ներսը գոյություն ունեն շերմության աղբյուրներ՝ ըստ շառավղի ու երկարության փոփոխվող ինտենսիվությամբ:

Լուծումը տրվում է շարքով՝ ըստ (4) եզրային խնդրի սեփական ֆունկցիաների և Բեսսելի ձևափոխված ֆունկցիաների, որի հաստատուն գործակիցները որոշվում են գծային հանրահաշվական հավասարումների անվերջ համակարգից: Ապացուցվում է, այդ համակարգի սահմանափակ լուծման գոյությունը և հաջորդական մոտավորությունների մեթոդի զուգամիտությունը:

ЛИТЕРАТУРА — ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

- ¹ Г. Карслоу, Д. Егер, Теплопроводность твердых тел, Наука, М., 1964.
² А. В. Лыков, Теория теплопроводности, Высшая школа, М., 1967. ³ Б. М. Левитан, Разложение по собственным функциям дифференциальных уравнений второго порядка, Гостехиздат, М.—Л., 1950. ⁴ А. Я. Григорьев, О. Н. Маньковский, Инженерные задачи нестационарного теплообмена, Л., 1968. ⁵ Р. С. Минасян, ДАН АрмССР, т. 28, № 4 (1959). ⁶ А. Зигмунд, Тригонометрические ряды. Т. 1, Мир, М., 1968. ⁷ Л. В. Канторович, В. И. Крылов, Приближенные методы высшего анализа, Физматгиз, М.—Л., 1962. ⁸ Р. С. Минасян, Изв. АН АрмССР. Сер. физ.-мат. наук, т. 11, № 3 (1958).
⁹ Р. С. Минасян, в кн.: Тепло- и массоперенос. Т. 8. Вопросы теории тепло- и массопереноса, Минск, 1968.

УДК 539.3

МЕХАНИКА

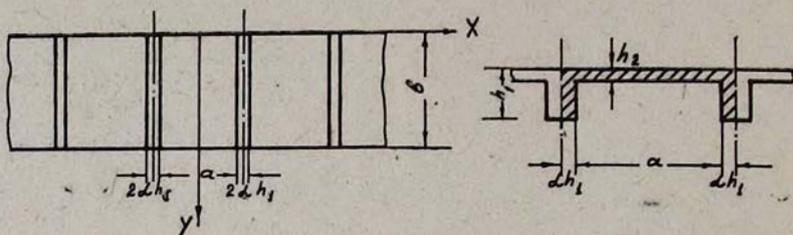
Э. В. Белубекян, А. З. Дарбинян

Оптимальное ребрирование длинной пластинки, изготовленной из композиционного материала

(Представлено чл.-корр АН Армянской ССР О. М. Сапонджяном 3/XII 1985)

Пусть длинная прямоугольная пластинка ширины b подкреплена равноудаленными ребрами жесткости, шарнирно закреплена вдоль кромок $y=0$ и $y=b$ и подвергается поперечному давлению $q=q(y)$ (рисунки). Предполагается, что конструкция изготовлена из монослоев ВКМ, поочередно уложенных под углом $\pm\varphi$ к оси x в пластинках между ребрами и вдоль оси y в ребрах.

Ставится задача определения значений h_1 , h_2 , a , α , φ из условия



наибольшей несущей способности конструкции при сохранении ее веса и ограничений на прочность. Условие

$$a = \frac{2ah_1(h_1 - h_0)}{h_0 - h_2}, \tag{1}$$

где h_0 — толщина сплошной длинной пластинки заданного веса, обеспечивает постоянство веса конструкции.

Ввиду равноудаленности ребер рассматривается задача прочности ортотропной пластинки размерами $a \times b$, опертая вдоль кромок $x = \pm a/2$ на упругие балки.

Функция w прогиба пластинки должна удовлетворять уравнению

$$D_{11} \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2D_3 \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + D_{22} \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} = q \tag{2}$$

и граничным условиям

$$w = 0, \quad \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} = 0 \quad \text{при } y = 0, \quad y = b,$$

$$\frac{\partial w}{\partial x} = 0, \quad \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} = 0 \quad \text{при } x = 0, \tag{3}$$

$$\frac{\partial w}{\partial x} = 0, \quad D_{11} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + ah_1 q = E_1 J \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \quad \text{при } x = \frac{a}{2},$$

где $D_{ik} = \frac{B_{ik} h^3}{12}$, $D_3 = D_{12} + 2D_{66}$, $J = ah_1^3/12$ — момент инерции половины по ширине ребра жесткости, E_1 — модуль упругости ВКМ вдоль волокон, B_{ik} — упругие характеристики монослоев ВКМ по оси x , определяемые через их упругие характеристики B_{ik}^0 по направлению волокон по известным формулам поворота (1).

Разлагая функцию нагрузки в ряд Фурье

$$q(y) = \sum_1^{\infty} a_k \sin \lambda_k y, \quad a_k = \frac{2}{b} \int_0^b q(y) \sin \lambda_k y dy, \quad \lambda_k = \frac{\pi k}{b},$$

находим решение уравнения (2) с удовлетворением условий (3) для трех возможных случаев: $D = D_3^2 - D_{11} D_{22} > 0$, $D < 0$, $D = 0$.

Для сокращения записи здесь приводится решение только для случая $D < 0$:

$$w = \sum_1^{\infty} \left[\frac{a_k}{D_{22} \lambda_k^2} + A_k \operatorname{sh} \beta_1 \lambda_k x \sin \beta_2 \lambda_k x + B_k \operatorname{ch} \beta_1 \lambda_k x \cos \beta_2 \lambda_k x \right] \sin \lambda_k y, \quad (4)$$

$$\text{где } \beta_{1,2} = \sqrt{\frac{\gamma D_{11} D_{22} \pm D_3}{2D_{11}}},$$

$$A_k = -\frac{2a_k}{C_k D_{11} \lambda_k^2} \left(\frac{E_1 J}{D_{22}} - ah_1 \right) \left(\beta_2 \operatorname{ch} \beta_1 \frac{\lambda_k a}{2} \sin \beta_2 \frac{\lambda_k a}{2} - \beta_1 \operatorname{sh} \beta_1 \frac{\lambda_k a}{2} \cos \beta_2 \frac{\lambda_k a}{2} \right),$$

$$B_k = -\frac{2a_k}{C_k D_{11} \lambda_k^2} \left(\frac{E_1 J}{D_{22}} - ah_1 \right) \left(\beta_1 \operatorname{ch} \beta_1 \frac{\lambda_k a}{2} \sin \beta_2 \frac{\lambda_k a}{2} + \beta_2 \operatorname{sh} \beta_1 \frac{\lambda_k a}{2} \cos \beta_2 \frac{\lambda_k a}{2} \right),$$

$$C_k = 4\beta_1 \beta_2 (\beta_1^2 + \beta_2^2) \left(\operatorname{sh}^2 \beta_1 \frac{\lambda_k a}{2} + \sin^2 \beta_2 \frac{\lambda_k a}{2} \right) + \frac{E_1 J}{D_{11}} \lambda_k (\beta_1 \sin \beta_2 \lambda_k a + \beta_2 \operatorname{sh} \beta_1 \lambda_k a).$$

Условия прочности принимаются в виде:

$$\sigma_{\text{умax}} \leq \sigma_{B1} \quad \text{для ребра,} \quad (5)$$

$$\left(\frac{\sigma_{11}}{\sigma_{B1}} \right)^2 + \left(\frac{\sigma_{22}}{\sigma_{B2}} \right)^2 + \left(\frac{\sigma_{12}}{\tau_{B0}} \right)^2 - \frac{\sigma_{11} \sigma_{22}}{\sigma_{B1}^2} \leq 1 \quad (6)$$

для наиболее опасных точек пластинки.

Здесь σ_{B1} , σ_{B2} , τ_{B0} — прочностные характеристики ВКМ, $\sigma_{\text{умax}}$ — наибольшее напряжение в ребре, определяемое по формуле

$$\sigma_{\text{умax}} = -E_1 \frac{h_1}{2} \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \quad \text{при } x = \frac{a}{2}, \quad y = \frac{b}{2}, \quad (7)$$

σ_{11} , σ_{22} , σ_{12} — напряжения в наиболее опасных точках пластинки ($x=0$, $y=b/2$, $z=h_2/2$ и $x=a/2$, $y=b/2$, $z=h_2/2$) по направлениям укладки монослоев ВКМ:

$$\sigma_{11} = B_{11}^0 e_{11} + B_{12}^0 e_{22}, \quad \sigma_{22} = B_{12}^0 e_{11} + B_{22}^0 e_{22}, \quad \sigma_{12} = B_{66}^0 e_{12}, \quad (8)$$

e_{11} , e_{22} , e_{12} — деформации по направлениям укладки монослоев ВКМ, которые по формулам:

$$e_{11} = e_x \cos^2 \varphi + e_y \sin^2 \varphi - e_{xy} \sin \varphi \cos \varphi,$$

$$e_{22} = e_x \sin^2 \varphi + e_y \cos^2 \varphi + e_{xy} \sin \varphi \cos \varphi,$$

$$e_{12} = (e_x - e_y) \sin 2\varphi + e_{xy} \cos 2\varphi$$

выражаются через деформации по направлениям осей x и y :

$$e_x = -z \frac{\partial^2 w}{\partial x^2}, \quad e_y = -z \frac{\partial^2 w}{\partial y^2}, \quad e_{xy} = -2z \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \quad (9)$$

при $x=0, y=b/2, z=h_2/2; x=a/2, y=b/2, z=h_2/2$.

При заданном распределении нагрузки $q(y)$ по формулам (7) и (8) вычисляются напряжения в наиболее опасных точках ребра и пластинки и затем из условий прочности (5) и (6) определяются соответствующие значения параметра нагрузки q_{01}, q_{02}, q_{03} . Допускаемая несущая способность будет

$$q_0 = \min\{q_{01}, q_{02}, q_{03}\}. \quad (10)$$

При заданном весе конструкции (h_0), а также значении $\alpha=0,1$, что соответствует согласно теории расчета балок предельному значению отношения ширины ребра к высоте (1/5), параметр q_0 определяется значениями высоты ребра h_1 , толщины пластинки h_2 и углом укладки монослоев ВКМ— φ , оптимальным выбором которых следует добиться максимального значения q_0 .

Поставленная задача сводится к следующей задаче нелинейного программирования:

$$\text{найти} \quad Q = \max_{\bar{x}} \bar{q}_0, \quad \bar{x} = \{\bar{h}_1, \bar{h}_2, \varphi\} \quad (11)$$

$$\text{при ограничениях} \quad \bar{h}_0 \leq \bar{h}_1 \leq 0,2; \quad \delta \leq \bar{h}_2 \leq \bar{h}_0; \quad 0 \leq \varphi \leq \frac{\pi}{2}; \quad \bar{a} \geq 5\bar{h}_2. \quad (12)$$

Здесь $\bar{q}_0 = q_0/\sigma_{в1}$ — целевая функция, q_0 определяется из (10), \bar{x} — вектор управления, $\bar{h}_1 = h_1/b, \bar{h}_2 = h_2/b, \bar{a} = a/b, \bar{h}_0 = h_0/b$ — геометрические параметры конструкции.

Ограничения (12) обусловлены пределами применимости классической теории балок и пластин. Значения параметра δ принимаются: $\delta=0,01$ при $a \geq b$ и $\delta=0,01\bar{a}$ при $a < b$.

Задача решается при помощи комплексного метода случайного поиска, разработанного Боксом (2). Численная реализация проведена для пластинки, изготовленной из СВМ 5:1.

Полученные значения оптимальных параметров $\varphi, \bar{h}_1, \bar{h}_2$, соответствующее межреберное расстояние \bar{a} и соответствующая максимальная несущая способность Q для различных весовых характеристик \bar{h}_0 приведены в таблице. Там же для сравнения даны значения наибольшей несущей способности Q_0 для соответствующих сплошных пластинок ($\varphi=90^\circ$).

Расчеты показывают, что оптимальный проект соответствует равенству значений нагрузок, определяемых в опасных точках $q_{01} = q_{02} = q_{03}$, что соответствует равнопрочной конструкции.

\bar{h}_0	φ^0	\bar{h}_1	\bar{h}_2	\bar{a}	Q	Q_0
0,05	88	0,193	0,0178	0,171	0,00915	0,00339
0,04	86	0,168	0,0146	0,170	0,00625	0,00216
0,03	86	0,144	0,0113	0,163	0,00382	0,00122
0,02	87	0,111	0,00798	0,167	0,00191	0,000542
0,01	88	0,073	0,00437	0,165	0,000586	0,000135

Сравнение результатов несущей способности для ребристой и сплошной пластин одинакового веса показывает, что оптимальное ребрирование приводит к существенному увеличению несущей способности. Причем этот эффект тем больше, чем меньше значение \bar{h}_0 . При $\bar{h}_0 = 0,01$ можно достичь увеличения несущей способности в 4,34 раза.

Ереванский политехнический институт им. К. Маркса

Է. Վ. ԲԵՆՈՒԲԵԿՅԱՆ, Ա. Զ. ԴԱՐԲԻՆՅԱՆ

Կոմպոզիցիոն նյութից պատրաստված երկար սալի օպտիմալ կաղավառումը

Դիտարկվում է նորմալ բեռի ազդեցության տակ գտնվող, կոմպոզիցիոն նյութից պատրաստված և կոշտության կողերով ուժեղացված երկար ուղղանկյան սալի օպտիմալ նախագծման խնդիրը:

Հաշվի առնելով կողերի և նրանց մեջ գտնվող սալերի ամրության վրա դրված սահմանափակումները, որոշվում են կոնստրուկցիայի երկրաչափական և ֆիզիկական պարամետրերը, որոնք ապահովում են նրա մաքսիմալ կրողունակությունը տրված կշռի դեպքում:

ЛИТЕРАТУРА — ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

¹ С. А. Амбарцумян, Теория анизотропных пластин, Наука, М., 1967. ² Д. Химмельблау, Прикладное нелинейное программирование, Мир, М., 1975.

УДК 550.388.2

ГЕОФИЗИКА

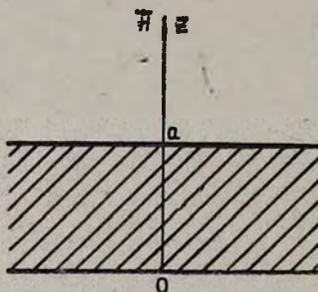
Ю. С. Варданян

К теории возбуждения электрических полей и возникновения неоднородностей в верхних слоях атмосферы

(Представлено чл.-корр. АН Армянской ССР Д. М. Седракяном 13/IX 1984)

Вопросы электродинамики ионосферной плазмы в последние годы приобрели большую значимость, и в этом направлении достигнуты определенные успехи. В настоящей работе между поверхностями $z=0$ и $z=a$ (в магнитном поле, перпендикулярном к границам раздела, см. рисунок) рассматривается слой слабоионизированного газа типа ионосферы, расположенного в верхних слоях уровня F . На таких высотах гравитация и градиент давления также играют существенную роль (¹).

Будем считать, что слабоионизированный газ состоит из электронов, положительных ионов одного сорта и нейтральных молекул с возмущающей горизонтальной скоростью \vec{W} . Тогда уравнения движения



для ионов и электронов, линеаризованные относительно возмущения физических величин, в пренебрежении инерциальными, нелинейными членами, силой Кариолиса и частотой соударений электронов с ионами (необходимые для этого условия хорошо выполняются в ионосфере) будут иметь вид:

$$\begin{aligned} \frac{-\nabla \bar{p}_i}{N_{oi}} + e \left\{ -\nabla \psi + \frac{1}{c} [\vec{v}_i \vec{H}] \right\} &= \gamma_{in} (\vec{v}_i - \vec{W}) + \frac{n_i}{2N_{oi}} (m_i + m_e) \vec{g}; \\ \frac{-\nabla \bar{p}_e}{N_{oe}} - e \left\{ -\nabla \psi + \frac{1}{c} [\vec{v}_e \vec{H}] \right\} &= \gamma_{en} (\vec{v}_e - \vec{W}) + \frac{n_e}{2N_{oe}} (m_i + m_e) \vec{g}. \end{aligned} \quad (1)$$

В этих уравнениях e —заряд иона; m_i, m_e —массы соответственно иона и электрона; \vec{v}_i, \vec{v}_e —их скорости; n_i, n_e —возмущения равновесных концентраций N_{oi}, N_{oe} соответствующих частиц. Возмущения их дав-

лений $\bar{p}_i = n_i k T_i$, $\bar{p}_e = n_e k T_e$, поскольку процессы считаются изотермическими. T_i и T_e — ионная и электронная температуры, k — постоянная Больцмана. ψ — потенциал электрического поля, \bar{g} — ускорение силы тяжести, γ_{in} , γ_{en} — частоты соударений соответственно ионов и электронов с нейтралами, \bar{W} — скорость нейтральных частиц.

В рассматриваемой области, охватывающей F -слой среднеширотной ионосферы, основным фактором ионообразования является фотоионизация, обусловленная солнечным электромагнитным излучением. Обратный процесс — потеря ионов происходит путем передачи заряда от первичных ионов к вторичным, а также переносом частиц. Последнее в уравнении движения (1) выражено учетом членов $\nabla \bar{p}_i$ и $\nabla \bar{p}_e$, ответственных за амбиполярную диффузию.

Таким образом уравнения непрерывности заряженных частиц на этих высотах, где преобладают атомарные ионы, записываются следующим образом:

$$\begin{aligned} \operatorname{div} N_{oi} \vec{v}_i &= J - \beta N_e; \\ \operatorname{div} N_{oe} \vec{v}_e &= J - \beta N_e, \end{aligned} \quad (2)$$

J — функция ионообразования Чепмена, которая, по-видимому, здесь также справедлива, поскольку рассматривается простейший случай фотоионизации однокомпонентной изотермичной атмосферы монохроматическим излучением, β — формальный (т. к. в этой области реакция прилипания отсутствует) коэффициент прилипания электронов к нейтральным атомам, линейно зависящим от концентрации нейтральных частиц, т. е. $\beta = a_r N_n$.

Пусть сила тяжести и температура всех сортов частиц, составляющих слабоионизованный газ, не зависят от высоты z , тогда частоты столкновений $\gamma_{i,en}$ (пропорциональные плотности нейтральных молекул, выраженной барометрической формулой $N_n = N_n^{(0)} e^{-z/H_n}$) и невозмущенная плотность заряженных частиц $N_{oi,e}$ будут иметь вид $\gamma_{i,en} = \gamma_{i,e0} e^{-z/H_n}$, $N_{oi,e} = N_{0i,e} e^{z/H_n}$; здесь $H_n = k T_n / m_n g$ — высота однородной атмосферы; m_n — температура и масса нейтральных частиц; $\gamma_{i,e0}$ и $N_{0i,e}$ — соответственно частоты столкновений и концентрация заряженных частиц на высоте $z=0$; H_m — постоянная аппроксимации экспонентой концентрации заряженных частиц (такое приближение для большинства задач весьма удовлетворительно).

Подставляя в (2) скорости \vec{v}_i , \vec{v}_e , найденные из (2), получаем уравнения, составляющие вместе с уравнением Пуассона $-\nabla^2 \psi = -4\pi e(n_i - n_e)$ замкнутую систему для определения потенциала ψ и n_i , n_e .

Далее, если учитывать лишь вертикальные изменения регулярных ионосферных параметров и считать, что скорость нейтралов \bar{W} не зависит от z и составляющая $W_z = 0$, то, используя уравнение непрерывности для несжимаемой жидкости $\operatorname{div} \bar{W} = 0$, можно члены Фурье-разложения W_x , W_y разбить на пары и решать задачу для каждой пары отдельно.

В качестве такой пары выберем

$$W_x = \frac{W_0}{k_1} \sin k_1 x \cdot \sin k_2 y, \quad W_y = \frac{W_0}{k_2} \cos k_1 x \cdot \cos k_2 y; \quad (3)$$

другие пары членов разложения можно привести к виду (3) соответствующей заменой переменных (2). Тогда электрический потенциал ψ и n_i, n_e можно представить в виде

$$\psi = f_1 \sin k_1 x \cdot \cos k_2 y, \quad n_i = f_2 \sin k_1 x \cdot \cos k_2 y, \quad n_e = f_3 \sin k_1 x \cdot \cos k_2 y. \quad (4)$$

После подстановки (4) в (2) и уравнение Пуассона получим

$$a_{i,e}^{(1)}(z) f_{1zz}'' + a_{i,e}^{(2)}(z) f_{1z}' + a_{i,e}^{(3)}(z) f_1 + a_{i,e}^{(4)}(z) f_{2,3zz}'' + a_{i,e}^{(5)}(z) f_{2,3z}' + a_{i,e}^{(6)}(z) f_{2,3} + A_{i,e} = 0;$$

$$a_{i,e}^{(1)}(z) = \left(\frac{a_r}{N_{oi}} \frac{N_n}{4\pi e} \mp \frac{c}{H_z} \lambda_{i,e} \right), \quad a_{i,e}^{(2)}(z) = \mp \lambda_{i,e} \frac{c}{H_z} \left(\frac{1}{H_n} + \frac{1}{H_m} \right)$$

$$a_{i,e}^{(3)}(z) = -k_0^2 \left(\frac{a_r}{N_{oi}} \frac{N_n}{4\pi e} \mp \frac{c}{H_z} \frac{\lambda_{i,e}}{(1 + \lambda_{i,e}^2)} \right), \quad a_{i,e}^{(4)}(z) = -\frac{1}{\gamma_{i,en}} \cdot \frac{k T_{i,e}}{N_{oi,e}};$$

$$a_{i,e}^{(5)}(z) = -\frac{1}{\gamma_{i,en}} \cdot \frac{1}{N_{oi,e}} \left(\frac{1}{H_n} k T_{i,e} + \frac{1}{2} m_{i,e} g \right);$$

$$a_{i,e}^{(6)}(z) = \frac{1}{N_{oi,e}} \left(a_r N_n - \frac{1}{2} \frac{m_{i,e} g}{\gamma_{i,en} H_n} + \frac{k_0^2 k T_{i,e}}{\lambda_{i,e} \gamma_{i,en}} \right);$$

$$A_{i,e} = \mp \lambda_{i,e}^{-1} \frac{k_0^2}{k_1 k_2} W_0, \quad k_0^2 = k_1^2 + k_2^2, \quad k_0^2 f_1 - f_{1zz}'' = 4\pi e (f_2 - f_3), \quad (5)$$

где первые и вторые индексы относятся соответственно к ионам и электронам; $\lambda_{i,e} = \frac{eH}{m_{i,e} c} \frac{1}{\gamma_{i,en}}$ — отношение ларморовской частоты вращения ионов (электронов) к частоте соударений ионов (электронов) с нейтралами.

Как видно из (5), учет силы тяжести заряженных частиц и членов, ответственных за амбиполярную диффузию, приводит к системе трех уравнений, и сведение ее в общем случае к одному уравнению весьма затруднительно. Поэтому очень часто, используя даже условие квазинейтральности $n_i \approx n_e$ в космических явлениях, прибегают к наложению ограничений на горизонтальные масштабы неоднородностей поля и рассматривают случая предельно больших и предельно малых масштабов (3).

Однако в настоящей работе будет показано, что условие квазинейтральности позволяет свести задачу к одному уравнению без введения дополнительных ограничений на размеры неоднородностей поля.

В самом деле, учитывая квазинейтральность плазмы, можно в (5) положить $f_2 \approx f_3$. После чего получим систему из двух уравнений относительно неизвестных функций f_1, f_3 , которая вместе с уравнением Пуассона определит и f_2 (4).

$$\text{Произведя замену } f_3 = N_0 e^{z/H_m} u_1(t) \frac{1}{t}, \quad f_1 = u(t) \frac{1}{t}, \quad \text{где } t = e^{-z},$$

$\zeta = z/H_n$, из (5) можно легко исключить $u(t)$ и получить уравнение четвертого порядка относительно $u_1(t)$. Но с помощью численных оценок реальных параметров рассматриваемой нами F -области ионосферы порядок уравнения можно будет понизить на единицу и при-

вести к следующему виду:

$$t \frac{d^2 u_1}{dt^2} + (a_1 - 1) \frac{d^2 u_1}{dt^2} + a_2 \frac{du_1}{dt} - \frac{2(3+m)}{4} \cdot \frac{a_2}{t} u_1 + c = 0;$$

$$a_1 = -\frac{1}{4} \left[2(2+3m) + g H_n \frac{(m_i \lambda_{e0} \gamma_{e0} + m_e \lambda_{i0} \gamma_{i0})}{(k T_i \lambda_{e0} \gamma_{e0} + k T_e \lambda_{i0} \gamma_{i0})} \right]; \quad (6)$$

$$a_{21} = -\frac{H_n^2}{4} \frac{a_r N_n^{(0)} \gamma_{i0} \gamma_{e0} (\lambda_{i0} + \lambda_{e0})}{(k T_i \lambda_{e0} \gamma_{e0} + k T_e \lambda_{i0} \gamma_{i0})}, \quad m = \frac{H_n}{H_m}.$$

Решением уравнения (6) будет:

$$u_1(t) = 3^2 \sqrt{3} t^{1/6} [A J_0(2\sqrt{a_2} t^{1/2}) + B Y_0(2\sqrt{a_2} t^{1/2})] + C L_{-1/3} + C_1 L_1,$$

здесь J_0 и Y_0 — соответственно функции Бесселя первого и второго рода, $L_{-1/3}$ и L_1 — функции Ломмеля, для которых имеем

$$L_{-1/3} = 3/2 \Gamma\left(-\frac{1}{6} + 3\right) \Gamma\left(-\frac{1}{6} - 3\right) \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-a_2)^k t^{k(k+2)}}{\Gamma\left(-\frac{1}{6} + 3 + k + 1\right) \Gamma\left(-\frac{1}{6} - 3 + k + 1\right)};$$

$$L_1 = 3^2 \Gamma\left(\frac{1}{2} + 3\right) \Gamma\left(\frac{1}{2} - 3\right) \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-a_2)^k t^{(0+3k)/3}}{\Gamma\left(\frac{1}{2} + 3 + k + 1\right) \Gamma\left(\frac{1}{2} - 3 + k + 1\right)};$$

A, B, C, C_1 — произвольные постоянные, которые должны определяться из граничных условий.

Подставляя (7) в (5), будем иметь

$$f_1 = \frac{H_z}{c} \frac{1}{k_0^2} \cdot \frac{\lambda_{i0} \lambda_{e0}}{(\lambda_{i0}^2 - \lambda_{e0}^2)} \cdot \left\{ \left(-\frac{2}{H_n} \left[\frac{m_i g w_e}{\gamma_{i0} \gamma_{e0}} + \frac{5}{H_n} \left(\frac{k T_i \lambda_{e0}}{\gamma_{i0}} + \frac{k T_e \lambda_{i0}}{\gamma_{e0}} \right) \right] t^{-2} + \left[a_r N_n^{(0)} (\lambda_{i0} + \lambda_{e0}) + k_0^2 \left(\frac{k T_i \lambda_{e0}}{\lambda_{i0} w_i} + \frac{k T_e \lambda_{i0}}{\lambda_{e0} w_e} \right) \right] t^{-1} \right) u_1 + \frac{1}{H_n} \left[\frac{m_i g w_e}{\gamma_{i0} \gamma_{e0}} + \frac{8}{H_n} \left(\frac{k T_i \lambda_{e0}}{\gamma_{i0}} + \frac{k T_e \lambda_{i0}}{\gamma_{e0}} \right) \right] t^{-1} u_1' - \frac{4}{H_n^2} \left(\frac{k T_i \lambda_{e0}}{\gamma_{i0}} + \frac{k T_e \lambda_{i0}}{\gamma_{e0}} \right) \times \right. \\ \left. \times u_1'' \right\} + \frac{H_z}{c} \frac{W_0}{k_1 k_2}.$$

Отсюда, используя уравнение Пуассона, простым дифференцированием находим и амплитуду объемного заряда $f_2 - f_3$:

$$f_2 - f_3 = \frac{1}{4\pi e} \cdot \left\{ k_0^2 f_1 - \frac{4}{H_n^2} \left[t^2 \frac{d^2 f_1}{dt^2} + t \frac{df_1}{dt} \right] \right\}.$$

Как видно из (8), электрический потенциал f_1 и объемный заряд $f_2 - f_3$ зависят от фотохимических условий, амбиполярной диффузии и скорости движения нейтрального газа в ионосфере. При этом вклад, вносимый каждым из этих факторов, зависит от численных соотношений соответствующих физических параметров задачи (коэффициента рекомбинации, температуры и плотности заряженных частиц и скорости нейтралов).

Таким образом, в работе показано, что условие квазинейтральности позволяет систему уравнений, описывающую электродинамические процессы в ионосфере выше уровня E (где $\lambda_{i,e} \gg 1$), свести к одному уравнению и получить его решение без наложения ограничений на масштабы явлений.

Институт радиофизики и электроники
Академии наук Армянской ССР

ՅՈՒ. Ս. ՎԱՐԴԱՆՅԱՆ

Մթնոլորտի վերին շերտերում էլեկտրական դաշտերի
և անհամասեռությունների տեսության շուրջ

Աշխատանքում դիտարկվում է իոնոլորտի բնույթի թույլ իոնացված գազի շերտ, որը գտնվում է E -շերտի մակարդակի վերին մասում: Ի նկատի առնելով իրացավորված մասնիկների վրա ազդող ժանրության ուժը և այդ մասնիկների ճնշման գրադիենտը, ստացիոնար դեպքում հաշվված են շերտ գազի շարժումով պայմանավորված էլեկտրաստատիկ դաշտը և իոնոլորտային անհամասեռությունները:

ЛИТЕРАТУРА — ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

¹ С. И. Акасофу, С. Чепмен, Солнечно-земная физика, т. 1, Мир, 1974. ² Л. М. Алексеева, Ю. С. Варданян, Б. А. Тверской, Геомагнетизм и аэрономия, т. 9 №3 (1969). ³ Б. Н. Гершман, Динамика ионосферной плазмы, Наука, М., 1974. ⁴ С. И. Брагинский, в сб.: Вопросы теории плазмы, под ред. М. А. Леонтовича, т. 1, Госатомиздат, М., 1963.

УДК 581.12

ФИЗИОЛОГИЯ РАСТЕНИЙ

Академик АН Армянской ССР В. О. Казарян, Г. В. Михаелян

О суточной динамике азотного обмена в листьях древесных,
кустарниковых и травянистых растений

(Представлено 2/XII 1985)

Суточная периодичность синтеза и накопления азотистых веществ в листьях привлекала внимание исследователей с давних времен. Однако до сих пор на этот счет нет единого мнения в связи с разноречивостью имеющихся данных (1-3). Имеющиеся в литературе работы проводились на различных объектах и не преследовали цели изучения азотного обмена в эволюционном аспекте. Исследования А. В. Благовещенского (4), проведенные на семенах растений различных семейств, показали, что каждый вид может быть охарактеризован средней величиной содержания азота в семенах. При этом эта величина не зависит от непосредственно действующей на растение окружающей среды и связана с историческими условиями, эволюцией растения и его происхождением.

Исходя из того, что эволюция основных жизненных форм растений шла в направлении интенсификации жизнедеятельности, усиления корне-листового обмена (5), мы вправе допустить, что суточная амплитуда синтеза и транспорта ассимилятов из листьев травянистых форм должна быть гораздо больше, чем у кустарников или деревьев.

Это предположение в отношении количественного изменения форм азота в листьях в различные часы суток экспериментально проверено нами в 1984—1985 гг. у представителей указанных жизненных форм растений.

Объектом исследования служили растения из семейства Rosaceae, где имеются все переходные формы от древесного типа к травянистому. Растения выращивали в условиях Ереванского ботанического сада в глиняных вазонах. После достижения примерно одинаковой вегетативной мощности и высоты были взяты пробы для анализов. Все растения были взяты на первом году жизни. Из древесных были взяты следующие виды: яблоня обыкновенная (*Malus domestica* Borkh), черемуха обыкновенная (*Radus racemosa* (Lam) Gilib), вишня магалебская (*Cerasus mahaleb* (L.) Mill), слива домашняя (*Prunus domestica* L.), груша обыкновенная (*Pyrus communis* L.). Из кустарников: таволга Вангутта (*Spiraea vanhouttei* (Briot) Zbl.), шиповник обыкновенный (*Rosa canina* L.), пузыреплодник калинолистный (*Physocarpus opulifolius* (L.) Maxim), ожина (*Rubus caesius* L.). Из травянистых: земляника лесная (*Fragaria vesca* L.), черноголовник многобрачный (*Poterium*

polygamum Waldst. et Kit), манжетка Гроссгейма (*Alchemilla grossheimii* Vur.), лапчатка прямая (*Potentilla recta* L.). Опыты проводили на зафиксированном листовом материале. Пробы были взяты в 6, 12, 18 и 0 ч суток. Определение форм азота проводили по методу Кельдалля (6). Содержание аминокислот — методом хроматографии на бумаге (7). Данные подвергали дисперсионному анализу по Д. А. Доспехову (8).

Содержание различных форм азота в листьях в различные часы суток (рис. 1) существенно колеблется у всех опытных растений. У

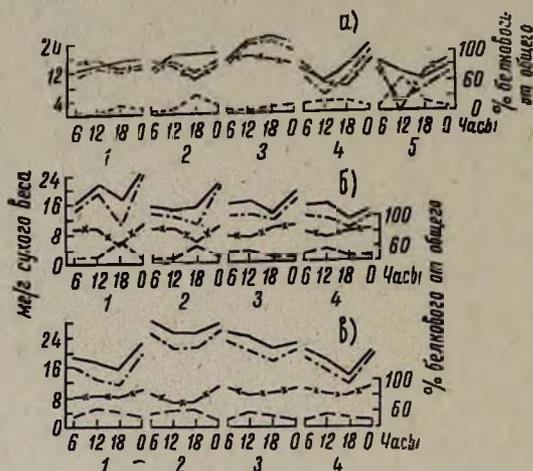


Рис. 1. Суточный ход количественного изменения форм азота в листьях древесных, кустарниковых и травянистых растений: —общий, —.—белковый; —.—небелковый —x—% белкового от общего. а: 1—слива, 2—черемуха, 3—яблоня, 4—вишня, 5—груша; б: 1—иповник, 2—пузыреплодник, 3—тавслга, 4—ожина; в: 1—черноголовник, 2—лапчатка, 3—манжетка, 4—земляника

всех исследованных объектов колебания белкового азота ($НСР_{05} = 1,96$ мг/г сух. веса, $F_{\phi} = 40,07$, $F_{05} = 3,23$) идентичны колебаниям содержания общего азота ($НСР_{05} = 2,36$ мг/г сух. веса, $F_{\phi} = 5,02$, $F_{05} = 3,23$). При этом максимумы и минимумы колебания общего и белкового азота в основном приходятся на одни и те же часы. Однотипность этих колебаний, как отмечает Размаев (1), свидетельствует, по-видимому, о немедленной транспортировке продуктов распада белков из мест их образования. Максимальное содержание общего и белкового азота приходится на ночное время. В отношении интенсивности включения азота в белковую фракцию следует указать, что кривая этого показателя идентична кривой изменения белкового азота. Как правило у всех жизненных форм уменьшение количества белкового азота сопровождается соответствующим увеличением небелковой формы. При этом содержание последней ($НСР_{05} = 0,96$ мг/г сух. веса, $F_{\phi} = 15,12$, $F_{05} = 5,23$) также подвержено значительным колебаниям в течение суток. Несмотря на то, что для всех жизненных

форм максимальное содержание небелкового азота приходится на 12 или 18 ч, минимальное — на 6 или 0 ч суток, у всех объектов наблюдаются некоторые присущие им особенности накопления и оттока азотистых веществ. У вишни и груши обнаружены идентичные кривые суточной динамики общего и белкового азота. У сливы и черемухи содержание общего азота в листьях с 6 по 0 ч нарастает, в то время как белковый азот с 12 по 18 ч уменьшается и вновь возрастает в 0 ч. Среди древесных объектов исключение составляет яблоня, у которой содержание общего и белкового азота в 0 ч понижается.

Суточный ход изменения азотистых веществ у кустарников проходит несколько иначе: содержание общего азота у шиповника, таволги и ожины выражается двувёршинной кривой с максимумами в 12 и 0 ч. У пузыреплодника с 6 по 18 ч идет уменьшение белковой фракции, затем наблюдается дальнейшее ее возрастание до 0 ч. Как правило, у всех кустарниковых форм ход синтеза белка усиливается с 18 ч. Об этом свидетельствует и процент белкового азота от общего. Так же как и у кустарников, у травянистых форм количество общего и белкового азота уменьшается в дневные часы и достигает максимума в ночное время. Следует отметить при этом, что у травянистых форм перемещение азотистых веществ из листьев днем осуществляется более интенсивно, в то время как у древесных форм в указанное время или не наблюдается перемещение, или же его активность менее выражена.

Более наглядно различия между жизненными формами демонстрируют «средние» кривые (рис. 2). Примечательно прежде всего то, что

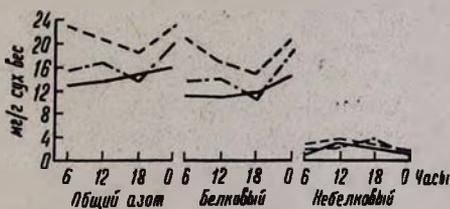


Рис. 2. Кривые по средним данным суточного хода изменения форм азота в листьях древесных (—), кустарниковых (— —) и травянистых (— — —) растений

количество исследуемых форм азота в листьях во все часы суток у травянистых форм гораздо больше, чем у деревьев. Кустарники занимают промежуточное положение.

Аналогичные различия обнаружены нами и в содержании свободных аминокислот в листьях (рис. 3). Изучение суточной динамики содержания этих соединений показало, что исследуемые объекты не различаются по характеру кривых содержания аминокислот. В листьях всех видов наблюдается одновершинный ход кривых. У всех растений количество аминокислот возрастает днем. При этом в каждой жизненной форме встречаются виды с максимумом содержания аминокислот в листьях в 12 (слива, груша, ожина, шиповник, черноголовник, манжет-

ка) или 18ч (черемуха, яблоня, вишня, пузыреплодник, таволга, земляника, лапчатка). У всех подопытных объектов обнаружены количественные различия, что хорошо видно на «средних» кривых (рис. 4).

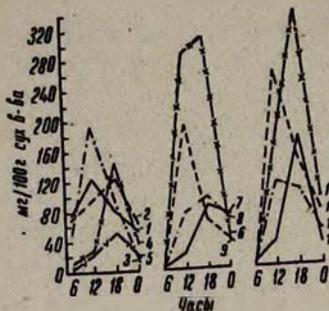


Рис. 3. Суточный ход количественного изменения аминокислот в листьях древесных, кустарниковых и травянистых растений: 1—слива, 2—черемуха; 3—яблоня; 4—вишня; 5—груша; 6—шиповник; 7—пузыреплодник; 8—таволга; 9—ожина; 10—черноголовник; 11—лапчатка; 12—манжетка; 13—земляника

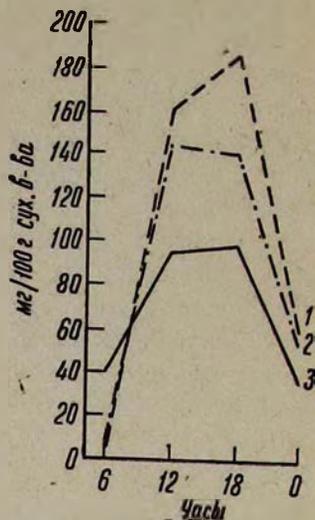


Рис. 5. Кривые (по средним данным) суточного хода количественного изменения аминокислот в листьях травянистых (1), кустарниковых (2) и древесных (3) растений

Наибольшее количество аминокислот ($HCPO_5=45,26$ мг/100 г сух. веса, $F_\phi=14,82$, $F_{05}=3,23$) выявлено у травянистых форм, наименьшее у древесных.

Таким образом приведенные данные показывают, что в процессе длительной эволюции основных жизненных форм розоцветных происходили глубокие изменения в активности азотного обмена листьев в течение суток. При этом эволюционные преобразования растений, сопровождающиеся сокращением корне-листового расстояния и повышением уровня функциональной связи между листьями и корнями, привели к активации азотного обмена в листьях. Это выразилось в том, что у эволюционно более продвинутых форм (травянистых) выработалась способность к энергичному суточному поглощению и к наибольшему дневному синтезу белков и аминокислот в листьях и к более активной передаче их другим органам. В данном случае общая активность синтетической деятельности листьев травянистых форм следует рассматривать как один из физиологических показателей эволюционной их продвинутости по сравнению с кустарниками и древесными формами.

Институт ботаники
Академии наук Армянской ССР

Մառային, թփային և խոտային բույսերի տերևներում
ազոտային նյութափոխանակության մասին

Վերցված է Վարդազգիների ընտանիքին պատկանող 5 ծառային և 4-ական թփային և խոտային միևնույն հզորության և բարձրության բույսեր 0,6, 12 և 18 ժամերի տերևներում որոշվել է ազոտի տարբեր ձևերի պարունակությունը: Ցույց է տրված, որ էվոլյուցիայի ընթացքում ծառերից դեպի խոտային ձևերը ակտիվանում է օրվա ընթացքում բույսերի կողմից ազոտի կլանումը և նյութափոխանակությունը տերևներում:

Նզրակացություն է արվում այն մասին, որ խոտային ձևերի սինթետիկ գործունեության ընդհանուր ակտիվությունը պետք է դիտել որպես նրանց էվոլյուցիոն առաջխաղացման ֆիզիոլոգիական ցուցանիշներից մեկը թփերի կամ ծառերի համեմատությամբ:

Л И Т Е Р А Т У Р А — Գ Ր Ա Կ Ա Ն Ո Ւ Թ Յ Ո Ւ Ն

- ¹ И. И. Размаев, Физиология растений, т. 14, в. 3(1967). ² А. М. Алексеев, Н. А. Гусев, Т. М. Белкович, Изв. Казанского филиала АН СССР. Сер. биол. наук, в. 8(1963). ³ С. М. Вартапетян, Ш. Ф. Онохина, ДАН СССР, т. 145, № 6 (1962). ⁴ А. В. Благовещенский, Биохимическая эволюция цветковых растений, Наука, М., 1966. ⁵ В. О. Казарян, Старение высших растений, Наука, М., 1969. ⁶ А. Н. Белозерский, Н. И. Проскуряков, Практическое руководство по биохимии растений, Советская наука, М., 1951. ⁷ Л. С. Маркосян, Изв. АН АрмССР. Сер. биол. и с.-х. наук, т. II, в. 2 (1958). ⁸ Б. А. Доспехов, Планирование полевого опыта и статистическая обработка его данных, Колос, М., 1972.

УДК 617-001.4-002.3-085.355:577.152.344.015.2:615.8

ФИЗИОЛОГИЯ

Л. А. Матинян, Х. О. Нагалетян, С. С. Амирян, В. С.
Мирзоян, Ш. В. Григорян, С. Р. Мкртчян

Физиологические характеристики диадинамофореза папаина

(Представлено академиком АН Армянской ССР В. В. Фанарджяном 3/VIII 1985)

В настоящее время, помимо существующих методов воздействия на репаративные процессы поврежденных тканей, большое внимание уделяется применению энзимных препаратов животного, микробного и растительного происхождения как в отдельности, так и в различных сочетаниях (^{1-10,13}), в том числе и с физическими факторами (⁹⁻¹¹). Из растительных энзимов в последние годы широко применяются препараты растения *Carica papaya*—папаин, химопапаин, лекозим, лекопаин (¹²). Одним из действенных методов, ускоряющих процесс некролиза и очищение раны без хирургического вмешательства, является использование протеолитических ферментов, которые, вызывая некролиз и отторжение нежизнеспособных тканей, вместе с этим не оказывают повреждающего влияния на здоровые ткани и делают антибактериальную терапию более эффективной (¹³).

Из физических факторов в последнее время широко разрабатываются и применяются методики фореза лекарственных препаратов, в том числе и ферментных, с помощью диадинамических токов (ДДТ) (⁹). По данным литературы (¹⁴), лекарства, введенные при помощи ДДТ, депонируются в коже и в течение 2—20 дней равномерно поступают в патологически измененную ткань, обеспечивая постоянную и достаточную их концентрацию в зоне повреждения.

Биохимические исследования показали, что папаин обладает широким диапазоном действия на различные белковые субстраты, и оптимальное значение его водородного показателя лежит в пределах рН 4—10 (¹⁵).

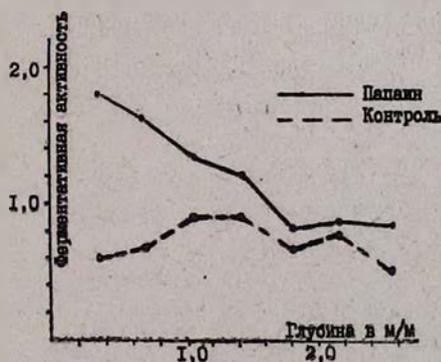
Учитывая вышеуказанные свойства папаина, а также то, что в литературе отсутствуют работы по его применению с ДДТ, в наших исследованиях была поставлена задача: провести физико-химические исследования по изучению влияния ДДТ на фармакологическую активность папаина и на глубину его проникновения через верхние слои кожи у интактных животных.

Для изучения фармакологической активности папаина под воздействием ДДТ использовали камеру Улащика (¹⁶). Эта камера состоит из трех ячеек, изготовленных из инертного материала (тефлон) и разделенных мембранами. В наших исследованиях в качестве мембран была использована хроматографическая бумага. Перед опытом камеру

тщательно промывали дистиллированной водой. Центральную ячейку камеры заполняли свежеприготовленным 0,5%-ным раствором папаина (на физиологическом растворе), а две боковые—физиологическим раствором (без папаина). Энзимативную активность папаина определяли на гемоглобине, модифицированном пиридоксаль-5-фосфатом (17). Этот метод весьма чувствителен и позволяет измерять наличие папаина в пределах 0,01 мкг. В пробах, взятых из всех трех камер, определяли активность папаина. Установлено, что папаин под воздействием ДДТ в течение 30-минутной экспозиции не разрушается, а его перенос через мембрану резко возрастает. Количественные исследования выявили наибольшую концентрацию папаина в жидкости боковых ячеек камеры при использовании ДДТ, модулированных короткими периодами с изменением полярности через 5 мин (всего 10 мин) при силе тока 5 мА.

Приведенные данные послужили основанием для проведения экспериментальных исследований на животных с целью изучения глубины проникновения папаина в толщу кожи под воздействием ДДТ.

Для решения этой задачи у 10 взрослых морских свинок (весом 500—600 г) в межлопаточной области после освобождения кожи от волосяного покрова накладывали две специальные лекарственные прокладки, смоченные в 0,5%-ном растворе свежеприготовленного папаина. Расстояние между прокладками составляло около 25—30 мм. На прокладки помещали свинцовые пластинчатые электроды, которые закрепляли резиновыми бинтами. Затем при помощи отечественного аппарата СНИМ-I подавали ток силой 5 мА, модулированный короткими периодами с изменением полярности через 5 мин (всего 10 мин). Критерием для выбора такой модели диадинамофореза (ДДФ) папаина служили вышеприведенные данные по количественному исследованию папаина. Сразу после ДДФ папаина животные наркотизировались (нембутал—40 мг/кг), после чего из зоны воздействия папаина брали кусочки кожи одинакового размера (около 100 мм²) и на замораживающем микротоме изготавливали срезы толщиной 0,35 мм (всего удалось получить от 6 до 8 срезов). Затем в экстрагированной жидкости каждого среза определяли энзимативную активность папаина по вышеуказанной методике. В качестве контроля измеряли энзимативную ак-



Ферментативная активность папаина в коже морских свинок на различной глубине по сравнению с контролем (средние данные 20 экспериментов)

тивность экстрагированной жидкости срезов кожи, взятых от интактных животных.

Проведенные исследования показали, что папаин под воздействием ДДТ хорошо проникает в толщу кожи интактных морских свинок, и достаточное его количество обнаруживается даже на глубине до 2 мм и более (рисунок). Кроме того, при сопоставлении кривых, приведенных на рисунке, можно убедиться, что энзимативная активность жидкости, экстрагированной из срезов кожи, сделанных после папаин-динамофореза, почти в 1,8—2 раза выше, чем активность жидкости, экстрагированной из контрольных срезов (без введения папаина). Наличие энзимативной активности папаина удалось определить и спустя 24 ч после папаин-динамофореза.

На основании полученных данных можно утверждать, что папаин, введенный с помощью ДДТ, депонируется в толще кожи на глубине до 1,5—2 мм и более, сохраняя свою активность. Эти данные согласуются с результатами Улащика (16), по которым лекарства, введенные с помощью ДДТ, депонируются и в течение 2—20 дней поступают в участок поражения.

Преимуществами данного метода являются простота, общедоступность, возможность создания наибольшей концентрации папаина непосредственно в патологическом очаге, отсутствие побочных явлений, экономичность. При ДДФ папаин более продолжительное время может находиться в поврежденных тканях и сохранять свою активность, чем при других способах введения. Помимо указанного, вероятно, применение сочетания папаина и ДДТ усиливает их эффективность, так как оно может действовать как особое физико-фармакологическое сочетание.

Институт физиологии им. акад. Л. А. Орбели Академии наук
Армянской ССР

Լ. Ա. ՄԱՏԻՆՅԱՆ, Խ. Ա. ՆԱՀԱՊԵՏՅԱՆ, Ս. Ս. ԱՄԻՐՅԱՆ, Վ. Ս. ՄԻՐՉՈՅԱՆ,
Շ. Վ. ԳՐԻԳՈՐՅԱՆ, Ս. Ռ. ՄԿՐՏՉՅԱՆ

Պապաին-դիադինամոֆորեզի ֆիզիոլոգիական բնութագիրը

Ֆիզիկաքիմիական հետազոտությունների օգնությամբ ուսումնասիրվել է դիադինամիկ հոսանքների ազդեցությունը պապաինի ֆարմակոլոգիական ակտիվության վրա:

Ինտակտ ծովախոզովների մոտ հետազոտվել է դիադինամիկ հոսանքների ազդեցությունը պապաինի դեպի մաշկի խորանիստ շերտերը թափանցելիության հարցը: Ապացուցված է, որ պապաինը դիադինամիկ հոսանքների ազդեցության պայմաններում (30 րոպե տևողությամբ) չի քայքայվում, իսկ նրա տեղաշարժը կիսաթափանցիկ թաղանթի միջով խիստ աճում է: Քանակական հետազոտությունների օգնությամբ պարզվել է, որ պապաինի ամենաբարձր կոնցենտրացիան հետազոտվող հեղուկներում նկատվում է այնպիսի դիադինամիկ հոսանքների ազդեցության պայմաններում, որոնք մոդուլացվում են կարճ շրջանով, բևեռի փոփոխմամբ 5 րոպեի մեկ անգամ (ընդամենը 10 րոպե): Փորձնական հետազոտությունները, որոնք կատարվել են ծովախոզովների

վրա, ցույց են տվել, որ դիադինամիկ հոսանքների ազդեցության տակ պապաինը հեշտութիամբ թափանցում է դեպի մաշկի խորանիստ շերտերը: Վերջինիս առկայությունը մաշկի մեջ 1,5—2 մմ խորության վրա հայտնաբերվել է նույնիսկ պապաին-դիադինամոֆորեզից 24 ժամ հետո:

ЛИТЕРАТУРА — ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

- ¹ В. И. Стручков, Тр. XXIX Всесоюзн. съезда хирургов, Здоров'я, Киев, 1975.
² А. К. Мендель, В. А. Волинский, там же. ³ А. А. Заремба, там же. ⁴ Н. Е. Махсон, С. Т. Ветриле и др., Сб. докл. симп. «Применение протеолитических энзимов растения карика папая (лекозим, лекопанн) в широкой медицинской практике», М., 1978.
⁵ В. М. Мельникова, А. И. Глаштейн, У. А. Гюльмагомедов, там же. ⁶ В. М. Удод, В. Т. Сторожук, Хирургия, № 5 (1981). ⁷ Н. П. Иванова, Л. А. Болховитинова, сб. докл. симп. «Применение протеолитических энзимов растения карика папая (лекозим, лекопанн) в широкой медицинской практике», М., 1978. ⁸ Х. О. Нагапетян, Р. В. Багдасарян, Л. А. Матинян и др., Журн. экспер. и клинич. мед. АН АрмССР, т. XXIV, № 4 (1984). ⁹ В. И. Стручков, П. И. Толстых, Ш. В. Чомахидзе и др., Советская медицина, № 3 (1979). ¹⁰ В. М. Удод, П. К. Андрюнь, С. И. Маркелов и др., Здравсохранение Казахстана, № 4 (1980). ¹¹ В. Ф. Постников, В. П. Кирилук, Л. П. Яременко и др., Вестн. хирургии, № 6 (1983). ¹² Сб. симп. «Применение протеолитических энзимов растения карика папая (лекозим, лекопанн) в широкой медицинской практике», М., 1978. ¹³ М. Н. Павлова, Т. И. Погожева, О. Н. Поляков, сб. симп. «Применение протеолитических энзимов растения карика папая (лекозим, лекопанн) в широкой медицинской практике», М., 1978. ¹⁴ В. С. Улащик, И. К. Данусевич, Фармакологические основы электро- и фонофореза, Наука и техника, Минск, 1975.
¹⁵ Д. Миливоевич, сб. симп. «Применение протеолитических энзимов растения карика папая (лекозим, лекопанн) в широкой медицинской практике», М., 1978. ¹⁶ В. С. Улащик, Вопр. курортологии, физиотерапии и лечебной физкультуры, № 3 (1976).
¹⁷ Т. Н. Акopyan, N. A. Barchudaryan, A. A. Arutunyan e. a., J. Neurol Ressearch, № 4 (1979). ¹⁸ E. L. Smith, J. R. Kimmel, J Biol. Chem., v. 207 (1954).

ՄԱԹԵՄԱՏԻԿԱ

Ա. Է. Երյուսեմկո—Ռ. Նեանլինայի հակադարձ խնդրի մասին	3
Ս. Խ. Դարբինյան—Մեծ կիսաստիճաններով կողմնորոշված գրաֆիկների համաթույն- յանուժյան մի բավարար պայման	6
Վ. Գ. Սահակյան—RS սպասարկման դիսցրիպլինով $\bar{M}_T/\bar{G}_T/1/\infty$ գերադաս համա- կարգերում սպասման ժամանակների ասիմպտոտիկ վարքի մասին	9
Ս. Դ. Ջավադյան—Ցանցի կախումը էլիպտիկ հավասարման գործակիցներից վարիա- ցիոն-տարբերական մեթոդում	13
Ն. Վ. Գրեգորյան—Կոմպլեքս հարթության ճառագայթների և անկյունային տիրույթ- ների վրա ֆունկցիոնալ մատրանտ ունեցող բաղման դամ ածանցյալի գնահատականը	18
Է. Ա. Միրզախանյան—Հիբերտյան տարածության ենթաբազմությունների արտա- պատկերումների մի դասին պատկանող անընդհատ դիֆերենցելի արտապատկերումների մասին	51
Ա. Զ. Սեմփեռյան—Պերֆորացված շերտում Պուասսոնի հավասարման համար Գի- րիխլեի խնդրի լուծման ասիմպտոտիկ վերլուծությունը	55
Հ. Ս. Միխայելյան—Անվերջ խմբերի սխիզմային տեսության մասին	60
Դ. Հ. Մուրադյան—Պոլինոմիալ բարդություններ ալգորիթմ՝ ինտերվալ գրաֆիկների մի- նիմալ համարակալումները գտնելու համար	64
Բ. Ս. Նահապետյան—Սահմանային թեորեմներ թույլ կախյալ պատահական մեծու- թյունների համար	99
Տ. Է. Փիլիպոսյան—Հարթ իրացնելի հիպերգրաֆիկների մասին	102
Ա. Վ. Կարաբեգով— $C(X)$ -ի պոլինոմիալ ընդլայնումների մասին	107
Գ. Ա. Կարաբաղյան—Ջուզամիտության համակարգերի և լրիվ օրթոնորմավորված հա- մակարգերով Ֆուրյեի կրկնակի շարքերի տարամիտության մասին	112
Ս. Ս. Մարտիրոսյան—Շատ օգտվողներով գումարող կապուղու համար միարժեքորեն ապակոզավորվող բազիսային կոդերի նոր կոնստրուկցիա	116
Վ. Մ. Մարտիրոսյան, Կ. Ռ. Հովհայան—Անկյունային տիրույթներում Մ. Մ. Ջրբաշ- յանի α -քվադրանտի տիկ դասերի վերաբերյալ	147
Լ. Վ. Միխայելյան—Վիներ—Հոպֆի հատված օպերատորների դետերմինանտների ասիմպտոտիկան մի սինգուլյար դեպքում	151
Ի. Ս. Գևորգյան, Յ. Ա. Շամոյան—Շրջանում անալիտիկ և նրա եզրի մոտ աճ թույլա- տրող ֆունկցիաների տարածություններում թույլ հակադարձելիություն մասին	156
Գ. Ա. Կարաբաղյան—Որոշ դասի օրթոնորմավորված համակարգերից ոչ պայմանա- կան զուգամիտության ենթահամակարգ ընտրելու մասին	160
Գ. Ա. Բարսեղյան—Հանրահաշվական դիֆերենցիալ հավասարումների մերոմորֆ լու- ծումների կարգի գնահատման մեթոդ, հիմնված ϵ 2-կետերի մոտիկության հատկու- թյան» վրա	195
Ն. Կ. Խաչատրյան—Գրաֆի համաթույնությունը և նրա զագաթների ենթաբազմություն- ների ընտանիքների տարբեր ներկայացուցիչների համակարգերը	198
Ա. Կ. Մաթևոսյան—Տեղաշարժի կցված օպերատորները և նրանց կիրառումները	202
Գ. Հ. Հակոբյան—Հիպոէլիպտիկ հավասարումների մի դասի լուծումների ածանցյալ- ների գնահատականների մասին	205

ԿԻՐԱՌԱԿԱՆ ՄԱԹԵՄԱՏԻԿԱ

Ռ. Ս. Միխայելյան—Վերջավոր երկարություններ գլանի համար շերտահատողականության խառը եզրային խնդրի մասին	210
--	-----

ՄԵՆԱՆԵԿԱ

Ս. Մ. Սապոնյան—Անվերջ շերտի համար ընդհանուր դիֆերենցիալ պրոբլեմի մի լուծման մասին	165
---	-----

Է. Վ. Քելսեկյան, Ա. Զ. Դարբինյան—Կոմպոզիցիոն նյութից պատրաստված երկար սալի օպտիմալ կողավորումը 214

ՇԻՆԱՐԱՐԱԿԱՆ ՄԵՆԱՆԻԿԱ

Է. Ե. Խաչիյան, Վ. Ա. Համբարձումյան, Մ. Գ. Մելիքովյան—Հիմքի դինամիկական կոշտության էքսպերիմենտալ որոշման և սեյսմիկ ազդեցությունների հաշվարկումներում նրա հաշվառման եղանակը 170

ԳԵՈՄԵՆԻԿԱ

Վ. Ս. Սարգսյան, Գ. Տ. Խաչատրյան, Ս. Շ. Խաչիքանյան, Լ. Վ. Դասոյան—Երկրի մակերևութի նստվածքի կանխագուշակումը ստորգետնյա ջրերի հորիզոնի իջեցման դեպքում ՀԻԴՐՈԴԻՆԱՄԻԿԱ 24

Ս. Մ. Իսահանյան, Ս. Հ. Մատինյան—Մակերևութային էֆեկտները մրրիկների առաջացման միջ 67

ԱՌԱՋԳԱԿԱՆՈՒԹՅԱՆ ՏԵՍՈՒԹՅՈՒՆ

Ս. Ս. Մխիթարյան, Ա. Զ. Պետրոսյան—Առաձգական կիսատարածության համար մի խառը խնդրի մասին 28

Ս. Գ. Սահակյան—Անհամասեռ առածղական միջավայրեր, որոնց համար վեկտորական ալիքային հավասարումը տրոհվում է անկախ սկալյար հավասարումների 121

ՍՈՂՔԻ ՏԵՍՈՒԹՅՈՒՆ

Յ. Մ. Փռաղյան—Ուղղանկյուն ուղղահայաց հատվածքով բաղադրյալ շրջանային օղակի սեկտորի ոչ-գծային սողքը ոլորման դեպքում 125

ՖԻԶԻԿԱ

Վ. Հ. Զրբաշյան—Տարածության իզոտրոպության հետևանքի ստուգման շուրջը 70

Է. Ա. Հախոբյան, Հ. Հ. Մաթևոսյան—Կապված վիճակների առաջացումը պլազմայում շարժվող լիցքավորված մասնիկների միջև 130

Ա. Ս. Կուզնեցյան, Ա. Գ. Պետրոսյան, Տ. Ի. Բուտաևա, Կ. Լ. Հովհաննիսյան—Գունավորման կենտրոնները, Zr^{3+} իոններով ալյումինային և սկանդիում պարունակող նոնաքարերում 175

Յ. Պ. Սաֆարյան, Գ. Գ. Դեմիրխանյան—Էլեկտրոնային գրգռման էներգիայի ռեզոնանսային էլեկտրոն-ֆոնոնային փոխանցումը խառնուրդային իոնների միջև, որոնց սպեկտրը բաշխման ֆունկցիաների մաքսիմումները լին համընկնում 180

ԳԵՈՖԻԶԻԿԱ

Լ. Ս. Բեգուզյան, Ա. Ա. Պրոխորով, Յու. Պ. Սկովորոդիկին, Ե. Պ. Տոնոյան—Տգ վարիացիաների օգտագործումը սեյսմոտեկտոնիկական պրոցեսների ուսումնասիրման համար 33

Վ. Բ. Գամոյան—Թափառող հոսանքների բարձր ազդրուրի դաշտը շերտաձև մարմնի առկայության դեպքում Հայկական ՍՍՀ Ալավերդու պղնձի հանքավայրի օրինակով 76

Յու. Ս. Վարդանյան—Մթնոլորտի վերին շերտերում էլեկտրական դաշտերի և անհամասեռությունների տեսության շուրջ 218

ԲԻՈՖԻԶԻԿԱ

Ս. Ն. Հայրապետյան, Ռ. Ա. Բեգլարյան, Խ. Վ. Գրիգորյան, Խ. Վ. Ստամբոյցյան, Ռ. Ս. Հաբուբյանյան, Լ. Ե. Գրիգորյան—Ջրի տեսակարար էլեկտրահաղորդականության և խիտնչի նյարդային բջիլ օսմոտիկ հատկությունների վրա մազնիսական դաշտի ազդեցության մեխանիզմի մասին 184

ՖԻԶԻԿԱԿԱՆ ՔԻՄԻԱ

Ա. Ա. Հովհաննիսյան, Կ. Ս. Հայրապետյան, Ա. Վ. Դուլատյան, Յ. Ս. Քինոյան—Ստիբոլով հագեցված կալիումի պերսուլֆատի ջրային լուծույթում մոնոմերային ռադիկալների հարուցման քիմիզմը 134

ՄԵՏԱՂԱՆՆՈՒԹՅՈՒՆ

Գ. Բ. Մեծլույան—Հայկական ՍՍՀ-ում երկաթի հանքայինացման նոր հիդրոօքսիդիկատային ֆորմացիոն տիպ 38

ՏԵԿՏՈՆԻԿԱ

Լ. Ս. Ղազարյան—Ցածրանիստ սիմետրիկ լիթոսֆերային թաղանթի կայունությունը հավասարաչափ ճնշման տակ 80

ԿՆՆՍԱԲԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

Հ. Գ. Խաչատրյան—էկզիզոնի տիտրի փոփոխությունը լուսապարբերական ազդանշանների կուտակման ընթացքում կաղամբի բվիկի (Euratira brassicae L. (Noctuidae, Lepidoptera) մոտ 137

ԲՈՒՑՍԵՐԻ ՏԻԶՈՂՈՒԹՅՈՒՆ

Խ. Կ. Խաժաղյան, Կ. Վ. Էգիբյան, Հ. Հ. Դեվեջյան—Օրվա տևողության ազդեցությունը բասմայի աճի, զարգացման և արդյունավետության վրա անհող մշակույթի պայմաններում 84

Վ. Հ. Ղազարյան, Տ. Ս. Դաճիկյան, Ա. Վ. Առաւտաւյան—Լուսի ինտենսիվության ազդեցությունը ծառերի, թփերի և խոտաբույսերի արմատներում աուգսինների և ինհիբիտորների ակտիվության վրա 185

Վ. Հ. Ղազարյան, Գ. Վ. Միխայլյան—Մոռային, թփային և խոտային բույսերի տերևներում ազոտային նյութափոխանակության մասին 223

ՄԻՋՍԱՏԱԲԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

Ս. Պ. Նեգրով—Կանայիկ-ճանճի (Dolichopodidae, Diptera) նոր տեսակ Հայաստանից 43

Ս. Մ. Յարլով—Խնձորյան—Հովհարակեր բզեզների նոր սեռ և նոր տեսակ Տաջիկստանից (Coleoptera, Rhipiphoridae) 89

ՀՅՈՒՍՎԱՆԱԲԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

Հ. Մ. Զիլինգարյան—Կալցիում ԱէՅ-ի նոր եղանակ կատոնների ներօրգանային միկրոցիրկուլյատոր հունի հայտնաբերման համար 46

ՏԻԶՈՂՈՒԹՅՈՒՆ

Գ. Ե. Գրիգորյան, Ն. Ե. Հակոբյան, Ա. Մ. Սառլիբզ—Պոֆեմիդի ազդեցությունը սպիտակ առնետների լարիդնիթային վարժեցման վրա 93

Ք. Վ. Ղազարյան, Վ. Ց. Վանցյան, Ա. Ս. Տիրայան—Մի քանի արգելակիչների ազդեցությունը միզածորանի դանդաղ ալիքների ակտիվության վրա 140

Լ. Ա. Մառիկյան, Խ. Հ. Նամազբեյյան, Ս. Ս. Ամիրյան, Վ. Ս. Միրզայան, Շ. Վ. Գրիգորյան, Ս. Ռ. Մկրտչյան—Պապաին-դիադինամոֆորեզի ֆիզիոլոգիական բնութագրերը 228

ԲՃՇԿՈՒԹՅՈՒՆ

Հ. Ա. Մինասյան—Կալցիումի անտազոնիստներ վերապամիլի և նիֆեդիպինի հակադեպրեսիվ ազդեցությունը խոցով հիվանդների մոտ 22

СОДЕРЖАНИЕ LXXXII тома

	Стр.
МАТЕМАТИКА	
<i>А. Э. Еременко</i> —К обратной задаче теории Неванлинны	3
<i>С. Х. Дирбинян</i> —Одно достаточное условие для гамильтоновости орграфов с большими полустепенями	6
<i>В. Г. Саакян</i> —Об асимптотическом поведении времен ожидания в приоритетных моделях $\bar{M}_r/\bar{G}_r/1/\infty$ при дисциплине RS	9
<i>А. Д. Джавадян</i> —Выбор сетки в вариационно-разностном методе (ВРМ) решения эллиптических уравнений в зависимости от свойств их коэффициентов.	13
<i>Н. В. Григорян</i> —Оценки для производной полинома, имеющего функциональную мажоранту на лучах и угловых областях комплексной области	18
<i>Э. А. Мирзаханян</i> —О непрерывно дифференцируемых отображениях, принадлежащих одному классу отображений подмножеств гильбертова пространства.	51
<i>А. Э. Степанян</i> —Асимптотическое разложение решения задачи Дирихле для уравнения Пуассона в перфорированной полосе	55
<i>Г. С. Микаелян</i> —К силовой теории бесконечных групп	60
<i>Д. О. Мурадян</i> —Полиномиальный алгоритм для нахождения минимальных нумераций графов интервалов	64
<i>Б. С. Нахапетян</i> —К предельным теоремам для зависимых случайных величин.	99
<i>Т. Э. Пилипосян</i> —О планарно реализуемых гиперграфах	102
<i>А. В. Карабегов</i> —О полиномиальных расширениях $C(X)$	107
<i>Г. А. Карагулян</i> —О подсистемах сходимости и о расходимости двойных рядов Фурье по полным ортонормированным системам	112
<i>С. С. Мартиросян</i> —Новая конструкция базисных однозначно декодируемых кодов для суммирующего канала со многими пользователями	116
<i>В. М. Мартиросян, К. Р. Овесян</i> —К теории α -квазианалитических классов М. М. Джрбашяна в угловых областях	147
<i>Л. В. Микаелян</i> —Асимптотика детерминантов усеченных операторов Винера—Хопфа в некотором сингулярном случае	151
<i>И. М. Геворкян, Ф. А. Шамоян</i> —О слабой обратимости в пространствах аналитических в круге функций, допускающих рост вблизи его границы.	156
<i>Г. А. Карагулян</i> —О выделении подсистем безусловной сходимости из ортонормированных систем некоторого класса	160
<i>Г. А. Барсегян</i> —Метод оценки порядка мероморфных решений алгебраических дифференциальных уравнений, основанный на свойстве «близости α -точек».	195
<i>Н. К. Хачатрян</i> —Гамильтоновость и системы различных представителей в семействах подмножеств вершин графа	198
<i>А. К. Матевосян</i> —Присоединенные операторы сдвига и их приложения.	202
<i>Г. О. Акопян</i> —Об оценках производных решений одного класса гипозэллиптических уравнений	205
ПРИКЛАДНАЯ МАТЕМАТИКА	
<i>Р. С. Минасян</i> —О смешанной граничной задаче теплопроводности для цилиндра конечной длины	210
МЕХАНИКА	
<i>О. М. Сапонджян</i> —Об одном решении бигармонической проблемы для бесконечной полосы	165

Э. В. Белубекян, А. З. Дарбинян—Оптимальное оребривание длинной пластинки, изготовленной из композиционного материала. 214

СТРОИТЕЛЬНАЯ МЕХАНИКА

Э. Е. Хачиян, В. А. Амбарцумян, М. Г. Мелкумян—Методика экспериментального определения динамической жесткости основания и ее учет при расчетах на сейсмические воздействия 170

ГЕОМЕХАНИКА

В. С. Саркисян, Г. Т. Хачатурян, С. Ш. Нуридджанян, Л. В. Дасоян—О прогнозе оседания поверхности земли при откачках подземных вод. 24

ГИДРОДИНАМИКА

С. М. Исаакян, С. Г. Матинян—Поверхностные эффекты в вихреобразовании. 67

ТЕОРИЯ УПРУГОСТИ

С. М. Мхитарян, С. З. Петросян—Об одной смешанной задаче для упругого полупространства 28

С. Г. Саакян—Неоднородные упругие среды, для которых векторное волновое уравнение разделяется на независимые скалярные уравнения . . . 121

ТЕОРИЯ ПОЛЗУЧЕСТИ

Ф. М. Поладян—Нелинейная ползучесть составного сектора кругового кольца с прямоугольным поперечным сечением при кручении 125

ФИЗИКА

В. А. Джрбашян—К проверке следствия изотропности пространства . . . 70

Э. А. Акопян, Г. Г. Мзгевосян—Образование связанных состояний быстрыми заряженными частицами, движущимися в плазме 130

А. С. Кузаян, А. Г. Петросян, Т. И. Бутаева, К. Л. Ованесян—Центры окраски в алюминиевых и скандийсодержащих гранатах с ионами Zr^{3+} . . . 175

Ф. П. Сафарян, Г. Г. Демирханян—Резонансная электрон-фононная передача энергии электронного возбуждения между ионами, максимумы функций спектрального распределения которых не совпадают 180

ГЕОФИЗИКА

Л. С. Безуглая, А. А. Прохоров, Ю. П. Сквородкин, Е. П. Тоноян—Использование Sq -вариаций для изучения сейсмотектонических процессов. . . 33

В. Б. Гамоян—Поле сложного источника блуждающих токов при наличии пластообразного тела на примере Алавердского месторождения меди Армянской ССР. 76

Ю. С. Варданян—К теории возбуждения электрических полей и возникновения неоднородностей в верхних слоях атмосферы 218

БИОФИЗИКА

С. Н. Айрапетян, Р. А. Бегларян, Х. В. Григорян, Х. В. Стамболцян, Р. С. Арутюнян, Л. Е. Григорян—О механизме действия магнитного поля на удельную электропроводность воды и осмотические свойства нервной клетки улитки. 184

ФИЗИЧЕСКАЯ ХИМИЯ

А. А. Оганесян, К. С. Айрапетян, А. В. Гукасян, Ф. С. Киоян—О химизме реакции инициирования мономерных радикалов в водном растворе персульфата калия, насыщенном стиролом 134

МЕТАЛЛОГЕНИЯ

Г. Б. Межлумян—Гидросиликатное железоруденение—новый формационный тип железных руд в Армянской ССР 38

ТЕКТОНИКА

- Л. С. Казарян*—Устойчивость пологой симметричной литосферной оболочки под равномерным давлением 80

БИОЛОГИЯ

- А. Г. Хачатрян*—Изменение титра экдизона при накоплении фотопериодических сигналов у капустной совки *Varathra brassicae* L. (Noctuidae, Lepidoptera) 137

ФИЗИОЛОГИЯ РАСТЕНИЙ

- Х. К. Хажакян, К. В. Эгбян, А. Г. Деведжян*—Влияние длины дня на рост, развитие и продуктивность басмы в условиях беспочвенной культуры 84
- В. О. Казарян, Т. С. Даниелян, А. В. Арустамян*—О влиянии интенсивности света на активность ауксинов и ингибиторов в корнях древесных, кустарниковых и травянистых растений 168
- В. О. Казарян, Г. В. Михаелян*—О суточной динамике азотного обмена в листьях древесных, кустарниковых и травянистых растений 223

ЭНТОМОЛОГИЯ

- О. П. Негрбов*—Новый вид мухи зеленушки (Dolichopodidae, Diptera) из Армении 43
- С. М. Яблоков-Хнзорян*—Новый род и вид жуков-веероносцев из Таджикистана (Coleoptera, Rhipiphoridae) 89

ГИСТОЛОГИЯ

- А. М. Чилингарян*—Новый кальций-аденозинтрифосфатный метод для выявления внутриорганный микроциркулярного русла у кошек 46

ФИЗИОЛОГИЯ

- Г. Е. Григорян, Н. Е. Акопян, А. М. Стольберг*—Влияние пуфемиды на лабиринтное обучение белых крыс 93
- К. В. Казарян, В. Ц. Ванцян, А. С. Тираян*—О влиянии некоторых ингибиторов на медленноволновую активность гладкомышечных клеток мочеочника . 140
- Л. А. Матинян, Х. О. Нагапетян, С. Ю. Амирян, В. С. Мирзоян, Ш. В. Григорян, С. Р. Мкртчян*—Физиологические характеристики диадинамофореза папайна 228

МЕДИЦИНА

- Г. А. Минасян*—Антидепрессивное действие антагонистов кальция верапамила и нифедипина у язвенных больных 22

CONTENTS of LXXXII volume

MATHEMATICS	P.
<i>A. E. Eremenko</i> —On the inverse problem of the Nevanlinna theory.	3
<i>S. Kh. Darbinian</i> —A sufficient condition for Hamiltonian digraphs with a large indegree and outdegree.	6
<i>W. G. Saakian</i> —On asymptotic behaviour of waiting time in $\overline{M}_r, \overline{G}_r/1/\infty$ priority models with RS service discipline.	9
<i>A. D. Javadian</i> —The network choice depending on the properties of the coefficients of elliptic equations in the finite element method.	13
<i>N. V. Grigorian</i> —Estimates for the derivative of polynomial with functional majorant on rays and angular domains in the complex plane.	18
<i>E. A. Mirzakhaniyan</i> —On continuously differentiable mappings from one class of mappings of Hilbert space subsets	51
<i>A. Z. Stepanian</i> —Asymptotic expansion of the solution of Dirichlet problem for the Poisson's equation in perforated strip.	55
<i>G. S. Mikaellian</i> —On the Sylow theory of infinite groups	60
<i>D. H. Mooradian</i> —A polynomial algorithm for reducing the bandwidth of interval graphs	64
<i>B. S. Nahapetian</i> —Limit theorems for weakly dependent random variables	99
<i>T. E. Pilibostan</i> —On the planary realized hypergraphs	102
<i>A. V. Karabegov</i> —On polynomial extensions of $C(X)$	107
<i>G. A. Karagullian</i> —On the convergence subsystems and on divergence of the double Fourier series by complete orthonormal systems	112
<i>S. S. Martirosian</i> —New construction of basic uniquely — decodable codes for multiple — access adder channel.	116
<i>V. M. Martirosian, K. R. Hovesian</i> —On the theory of M. M. Dzrbashian's α -quasianalytic classes in angular domains.	144
<i>L. V. Mikaellian</i> —Asymptotics of determinants of restricted Wiener-Hopf operators in a singular case.	151
<i>I. M. Gevorgian, F. A. Shamoyan</i> —On weak reversion in the spaces of analytic functions in the disc permitting the growth near its boundary.	159
<i>G. A. Karagullian</i> —On the selection of unconditional convergent subsystem from the orthonormal systems of any class	160
<i>G. A. Barsegian</i> —A method of estimation of order of meromorphic solutions of algebraic differential equations, based on property of „proximity of a -points“	195
<i>N. K. Khachatryan</i> —Hamiltonity and the representation of subsets in the families of graphs vertices subsets	198
<i>A. K. Matevosian</i> —The joined operators of translation and their applications	202
<i>G. O. Hakopian</i> —On estimates of solutions derivatives of a class of hypoelliptic equation	205

APPLIED MATHEMATICS

<i>R. S. Minasian</i> —On mixed boundary-value problem of heat conduction for cylinder of finite length.	210
--	-----

MECHANICS

- O. M. Sapondjian*—About a solution of the biharmonic problem of an infinite strip 165
- E. V. Belubekian, A. Z. Darbinian*—Optimal ribbing of a long plate made a composite material 214

STRUCTURAL MECHANICS

- E. E. Khachian, V. A. Ambarzumian, M. G. Melkumian*—Method of experimental determination of the base dynamic rigidity and its application in seismic influence computations 170

GEOMECHANICS

- V. S. Sarkisian, G. T. Khachaturian, S. Sh. Nuridjanian, L. V. Dasoyan*—On prediction of land depression due to pumping of underground water 24

HYDRODYNAMICS

- S. M. Isahakian, S. H. Matinian*—Surface effects in the vortex formation 67

THEORY OF ELASTICITY

- S. M. Mkhitarian, S. Z. Petrosian*—On one mixed boundary value problem for an elastic half-space. 28
- S. G. Sahakian*—The inhomogeneous elastic media for which the vector wave equation is separated into independent scalar equations 121

THEORY OF CREEP

- F. M. Poladlan*—The non-linear creep of the circular ring section with a rectangular cross section under torsion 125

PHYSICS

- V. A. Djrbashian*—On checking the space isotropy consequence 70
- E. A. Hakopian, H. H. Matevosian*—Formation of boundary states by fast charged particles in plasma 130
- A. S. Kuzantian, A. G. Petrosian, T. I. Butaeva, K. L. Ovanesian*—Colour centers in aluminium and scandium containing garnets with Zr^{3+} ions 17
- F. P. Safarian, G. G. Demirghanian*—Resonant electron-phonon transfer of electronic excitation energy between impurity ions the maximum of spectral distribution functions which do not coincide 180

GEOPHYSICS

- L. S. Bezuglaya, A. A. Prochorov, Yu. P. Skovorodkin, E. P. Tonoyan*—The use of S_q -variations for the study of seismotectonic processes. 33
- V. B. Gamoyan*—The wandering current complex source field in the presence of a stratum-like body on the example of the Alaverdie copper deposit of the Armenian SSR 76
- Yu. S. Vardanian*—To the theory of electric field generation and creation of inhomogeneities in the upper layers of the atmosphere 218

BIOPHYSICS

- S. N. Ayrapetian, R. A. Beglarian, Kh. V. Grigorian, Kh. V. Stamboltsian, R. C. Harutyunian, L. E. Grigorian*—The action mechanism of magnetic field on the specific electrical conductivity of water and osmotic properties of helix neurons. 184

PHYSICAL CHEMISTRY

- A. A. Hovhanestian, K. S. Hairapetian, A. V. Gukastan, P. S. Kinoyan*—

On chemism of reactions of initiation of monomer radicals in aqueous solution of potassium persulphate saturated by styrene 134

METALLOGENY

G. B. Mejlumian—The hydrosilicate iron mineralization: a new formational type of iron ores of the Armenian SSR 38

TECTONICS

L. S. Kazarian—The stability of gently sloping symmetric lithospheric cover under uniform pressure 80

BIOLOGY

H. G. Khatchatrian—Changes of ecdysone titre by accumulation of photoperiodic signals in *Barathra brassicae* L. (Noctuidae, Lepidoptera) 137

PLANT PHYSIOLOGY

K. K. Khazhakian, K. V. Egibian, H. G. Devsdjian—Effect of day-length on the growth, development and productivity of basma plants in soilless culture 84

V. H. Kazarian, T. S. Daniellian, A. V. Arustamian—The influence of light intensity on the auxins and activity of inhibitors in the roots of woody, shrubby and grassy plants 188

V. O. Kazarian, G. V. Michaellian—On the daily dynamic of the nitrogen exchange in the leaves tree, bush and grassy plants 223

ENTOMOLOGY

O. P. Negrobou—A new dolichopodid species from Armenia (Dolichopodidae, Diptera) 43

S. M. Iablakoff-Khuzorian—A new genus and species of the beetle-family Rhipiphoridae from Tadzhikistan (Coleoptera, Rhipiphoridae) 89

GYSTOLOGY

A. M. Chilingarian—A new calcium ATP method for the detection of cat intraorganic microvascular bed. 46

PHYSIOLOGY

G. E. Grigorian, N. E. Akopian, A. M. Stolberg—Effect of Pufemid on maze learning in white rats 93

K. V. Kasarian, V. Ts. Vanstan, A. S. Tirayan—The influence of some inhibitors on the slow wave activity of smooth muscle cells of the ureters 140

L. A. Matinian, Ch. H. Nahapettian, S. S. Amirian, V. S. Mirzoyan, Sh. V. Grigorian, S. R. Mkrtchian—Physiological characteristics of papain diadynamophoresis 228

MEDICINE

H. A. Minassian—Antidepressive action of calcium antagonists verapamil and nifedipine in patients with ulcer disease 22

