

Զ Ե Կ Ո Ւ Յ Ց Ն Ե Ր
Д О К Л А Д Ы

LXXXII, № 2

1986

Խմբագրական կոլեգիա

Редакционная коллегия

Գ. Ա. ԱՐՁՈՒՄԱՆՅԱՆ, տեխ. գիտ. թեկնածու (պատ. ֆառապար), է. Գ. ԱՅՐԻՎՅԱՆ, ՀՍՍՀ ԳԱ ակադեմիկոս, Ա. Ք. ՔԱՐԱՅԱՆ, ՀՍՍՀ ԳԱ ակադեմիկոս, Ա. Հ. ԳԱՐԻԻՑԻԱՆ, ՀՍՍՀ ԳԱ ակադեմիկոս, Ա. Ա. ՔԱՂԱՅԱՆ, ՀՍՍՀ ԳԱ թղթ. տեղամ. վ. Հ. ՀԱՄԲԱՐՁՈՒՄՅԱՆ, ակադեմիկոս, Վ. Հ. ՂԱԶԱՐՅԱՆ, ՀՍՍՀ ԳԱ ակադեմիկոս (պատ. խմբագրի տեղակալ), Վ. Գ. ՄԽԻԹԱՐՅԱՆ, ՀՍՍՀ ԳԱ թղթ. տեղամ, Գ. Ս. ՍԱՀԱԿՅԱՆ, ՀՍՍՀ ԳԱ ակադեմիկոս, Շ. Մ. ՍԱԳՈՆԵՂՅԱՆ, ՀՍՍՀ ԳԱ թղթ. տեղամ Մ. Լ. ՏԵՐ-ՄԻՔԱՅԵՆՅԱՆ, ՀՍՍՀ ԳԱ ակադեմիկոս, Վ. Բ. ՅԱՆԱՐՁՅԱՆ, ՀՍՍՀ ԳԱ ակադեմիկոս:

Վ. Ա. ԱՄԲԱՐՇՄՅԱՆ, ակադեմիկ, Գ. Ա. ԱՐՅՄԱՆՅԱՆ, կանդ. տեխ. ռադ. (օտ. սեկրետար), Յ. Գ. ԱՓՐԻՔՅԱՆ, ակադեմիկ ԱՆ ԱրմՍՍՀ, Ա. Դ. ԲԱԲԱՅԱՆ, ակադեմիկ ԱՆ ԱրմՍՍՀ, Ա. Ա. ԳԱԲՐԻԵԼՅԱՆ, ակադեմիկ ԱՆ ԱրմՍՍՀ, Վ. Օ. ԿԱԶԱՐՅԱՆ, ակադեմիկ ԱՆ ԱրմՍՍՀ (զամ. օտ. ռեդակտոր), Վ. Գ. ՄԽԻՏԱՐՅԱՆ, լուս. կորր. ԱՆ ԱրմՍՍՀ, Գ. Ս. ՏԱԿՅԱՆ, ակադեմիկ ԱՆ ԱրմՍՍՀ, Օ. Մ. ՏԱՍՈՆԺՅԱՆ, լուս. կորր. ԱՆ ԱրմՍՍՀ, Ա. Ա. ԿԱԼԱԼՅԱՆ, լուս. կորր. ԱՆ ԱրմՍՍՀ, Մ. Լ. ԿԵՐ-ՄԻՔԱԵԼՅԱՆ, ակադեմիկ ԱՆ ԱրմՍՍՀ, Վ. Վ. ՓԱՆԱՐԺՅԱՆ, ակադեմիկ ԱՆ ԱրմՍՍՀ:



Բ Ո Վ Ա Ն Դ Ա Կ Ո Ւ Թ Յ Ո Ւ Ն

ՄԱԹԵՄԱՏԻԿԱ

Է. Ա. Միրզախանյան—Հիլբերտյան տարածության ենթարազմությունների արտապատկերումների մի դասին պատկանող անընդհատ դիֆերենցելի արտապատկերումների մասին	51
Ա. Զ. Ստեփանյան—Պերֆորացված շերտում Պուասսոնի հավասարման համար Դի-րիխլեի խնդրի լուծման ասիմպտոտիկ վերլուծությունը	55
Հ. Ս. Միֆայեյան—Անվերջ խմբերի սիլոլյան տեսության մասին	60
Դ. Հ. Մուրադյան—Պոլինոմիալ բարդությամբ ակտրիթմ՝ ինտերվալ զրաֆների մի-նիմաքս համարակալումները գտնելու համար	64

ՀԻՊԵՐՈՒՆԱՄԻԿԱ

Ս. Մ. Իսահայան, Ա. Հ. Մատիեյան—Մակերևութային էֆեկտները մորֆիկների առաջացման մեջ	67
---	----

ՖԻԶԻԿԱ

Վ. Հ. Զրբաշյան—Տարածության իզոտրոպության հետևանքի ստուգման շուրջը	70
---	----

ԳԵՈՖԻԶԻԿԱ

Վ. Բ. Դամոյան—Թափառող հոսանքների բարդ աղբյուրի դաշտը շերտաձև մարմնի առկայության դեպքում Հայկական ՍՍՀ Ալավերդու պղնձի հանքավայրի օրինակով	76
--	----

ՏԵԿՏՈՆԻԿԱ

Լ. Ս. Ղազարյան—Թածրանիստ սիմետրիկ լիթոսֆերային թաղանթի կայունությունը հավասարաչափ ճնշման տակ	80
--	----

ԲՈՒՑՍԵՐԻ ՖԻԶԻՈԼՈԳԻԱ

Խ. Կ. Խաժեպյան, Կ. Վ. Էգիբյան, Հ. Հ. Դեվլեյան—Օրվա տեղողության ազդեցությունը բամբախի անի, զարգացման և արդյունավետության վրա անհող մշակույթի պայմաններում	84
--	----

ՄԻՋԱՏԱՐԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

Ս. Մ. Յարլուզով-Խենձորյան—Հովհարակիր բզեզների նոր սեռ և նոր տեսակ <i>Տաչիկ-ստանից</i> (Coleoptera, Rhipiphoridae)	89
---	----

ՖԻԶԻՈԼՈԳԻԱ

Գ. Ե. Գրիգորյան, Ն. Ե. Հակոբյան, Ա. Մ. Ստալբերգ — Պուֆնմիդի ազդեցությունը սպիտակ առնետների լարերինթային վարժեցման վրա	93
---	----

СОДЕРЖАНИЕ

МАТЕМАТИКА	Стр.
<i>Э. А. Мирзаханли</i> —О непрерывно дифференцируемых отображениях, принадлежащих одному классу отображений подмножеств гильбертова пространства	51
<i>А. Э. Степанян</i> —Асимптотическое разложение решения задачи Дирихле для уравнения Пуассона в перфорированной полосе	55
<i>Г. С. Микаелян</i> —К силовой теории бесконечных групп	60
<i>Д. О. Мурадян</i> —Полиномиальный алгоритм для нахождения минимаксных нумераций графов интервалов	64
ГИДРОДИНАМИКА	
<i>С. М. Исаакян, С. Г. Матияян</i> —Поверхностные эффекты в вихреобразовании	67
ФИЗИКА	
<i>В. А. Джрбашян</i> —К проверке следствия изотропности пространства	70
ГЕОФИЗИКА	
<i>В. Б. Гимоян</i> —Поле сложного источника блуждающих токов при наличии пластообразного тела на примере Алавердского месторождения меди Армянской ССР.	76
ТЕКТОНИКА	
<i>Л. С. Казарян</i> —Устойчивость пологой симметричной литосферной оболочки под равномерным давлением	80
ФИЗИОЛОГИЯ РАСТЕНИЙ	
<i>Х. К. Хажакян, К. В. Эгбян, А. Г. Деведжян</i> —Влияние длины дня на рост, развитие и продуктивность бабма в условиях беспочвенной культуры	84
ЭНТОМОЛОГИЯ	
<i>С. М. Яблоков-Хизорян</i> —Новый род и вид жуков-вещероносцев из Таджикистана (Coleoptera, Rhizophoridae)	89
ФИЗИОЛОГИЯ	
<i>Г. Е. Григорян, Н. Е. Акопян, А. М. Стольберг</i> —Влияние пучемнда на лабиринтное обучение белых крыс	93

CONTENTS

MATHEMATICS

E. A. Mirzakhanian—On continuously differentiable mappings from one class of mappings of Hilbert space subsets 51
A. Z. Stepanian—Asymptotic expansion of the solution of Dirichlet problem for the Poisson's equation in perforated strip 55
G. S. Mikaellian—On the Sylow theory of infinite groups 60
D. H. Mooradian—A polynomial algorithm for reducing the bandwidth of interval graphs 64

HYDRODYNAMICS

S. M. Isahakian, S. H. Matinian—Surface effects in the vortex formation 67

PHYSICS

V. A. Djrbashian—On checking the space isotropy consequence 70

GEOPHYSICS

V. B. Gamoyan—The wandering current complex source field in the presence of a stratum-like body on the example of the Alaverdie copper deposit of the Armenian SSR 76

TECTONICS

L. S. Kazarian—The stability of gently sloping symmetric lithospheric cover under uniform pressure 80

PLANT PHYSIOLOGY

K. K. Khazhakian, K. V. Egibian, H. G. Devedjian—Effect of day-length on the growth, development and productivity of basma plants in soilless culture 84

ENTOMOLOGY

S. M. Iablokoff-Khazortan—A new genus and species of the beetle-family Rhipiphoridae from Tadzhikistan (Coleoptera, Rhipiphoridae) 89

PHYSIOLOGY

G. E. Grigorian, N. E. Akopjan, A. M. Stolberg—Effect of Pufemid on maze learning in white rats 93

Техн. редактор АЗИЗБЕКЯН Л. А.

Сдано в набор 23.01.86 г. Подписано к печати 8.05.86 г. ВФ 07303.
 Бумага № 2, 70×108¹/₁₆. Высокая печать. Печ. л. 3,0. Усл. печ. л. 4,2.

Учет. изд. 3.28 л. Тираж 450. Заказ 51. Издат. 6739.

Адр. ред.: 375019, Ереван, пр. Маршала Баграмяна, 24-г, II эт., к. 1, т. 27-97-238.

Издательство Академии наук Армянской ССР, 375019, Ереван,
 пр. Маршала Баграмяна, 24-г.

Типография Издательства Академии наук АрмССР, 378310, г. Эчмиадзин.

УДК 515.1

МАТЕМАТИКА

Э. А. Мирзаханиян

О непрерывно дифференцируемых отображениях, принадлежащих одному классу отображений подмножество гильбертова пространства

(Представлено чл.-корр. АН Армянской ССР Р. А. Александряном 2/VII 1984)

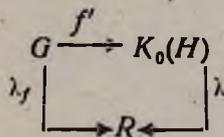
В статье приводятся некоторые результаты исследования непрерывно дифференцируемых отображений $f: G \rightarrow H$ открытых подмножеств $G \subset H$ вещественного сепарабельного гильбертова пространства H , принадлежащих одному специальному классу отображений K_0 .

Определение и ряд основных свойств класса K_0 , содержится в (1). Ряд других свойств содержится в (2,3).

Некоторые результаты исследования линейных ограниченных операторов $f: H \rightarrow H$, принадлежащих классу K_0 приведены в (4,5).

Через $K_0(H)$ будем обозначать (5) *-алгебру, состоящую из всех линейных ограниченных операторов $f: H \rightarrow H$, принадлежащих классу K_0 , а через λ — линейный функционал $\lambda: K_0(H) \rightarrow R$, ставящий каждому оператору $f \in K_0(H)$ его терминальное число $\lambda(f)$.

Теорема 1. Пусть G — открытое подмножество пространства H и $f: G \rightarrow H$ — непрерывно дифференцируемое на G отображение. Для того чтобы f принадлежало классу K_0 , необходимо и достаточно, чтобы для каждой точки $x \in G$ производная Фреше $f'(x)$ отображения f принадлежала классу K_0 ; при этом значение $\lambda_f(x_0)$ терминальной производной λ_f отображения f в точке x_0 совпадает с терминальным числом $\lambda(f'(x_0))$ (см. (4)) оператора $f'(x_0)$, т. е. коммутативна диаграмма



Из теоремы 1 и из теоремы, доказанной в (4), можно получить следующее утверждение.

Теорема 2. Пусть G — открытое подмножество пространства H и $f: G \rightarrow H$ — непрерывно дифференцируемое отображение. Тогда для того чтобы f принадлежало классу K_0 , необходимо и достаточно, чтобы f локально удовлетворяло условию: для любой точки $x_0 \in G$ существует такая ее окрестность $U \subset G$, в которой f представимо в виде

$$f(x) = \lambda(x_0)x + B(x) + \omega(x), \tag{1}$$

где $\lambda(x_0)$ — вещественное число, зависящее от точки x_0 , B — непре-

равно дифференцируемый вполне непрерывный оператор, зависящий от x_0 , а ω —оператор, обладающий следующими свойствами: 1) $\omega(x_0)=0$; 2) ω имеет равную нулю производную Фреше в точке x_0 ; 3) $\lim_{\|x-x_0\|\rightarrow 0} \frac{\|\omega(x)\|}{\|x-x_0\|} = 0$, т. е. $\omega(x)=O(\|x-x_0\|)$.

Приведем ряд утверждений, вытекающих из теоремы 1 и из результатов, содержащихся в работах (4) и (5).

Предложение 1. Пусть G —открытое подмножество пространства H , а $f, g: G \rightarrow H$ —непрерывно дифференцируемые отображения, обладающие тем свойством, что для каждой точки $x_0 \in G$ оператор $f'(x_0)=g'(x_0)$ вполне непрерывен, в частности $f'(x_0)=g'(x_0)$. Тогда если одно из отображений f и g принадлежит K_0 , то и другое принадлежит K_0 ; при этом терминальные производные $\lambda_f(x)$ и $\lambda_g(x)$ этих отображений на всем G совпадают между собой.

Замечание 1. Из предложения 1 следует, что аффинное непрерывное отображение $f: H \rightarrow H$ принадлежит K_0 тогда и только тогда, когда ассоциированное с ним линейное непрерывное отображение $g: H \rightarrow H$ принадлежит K_0 , при этом терминальная производная $\lambda_f(x)$ отображения f постоянна на всем H и ее значение совпадает с терминальным числом $\lambda(g)$ отображения g .

Предложение 2. Пусть G —открытое подмножество пространства H и (f_n) —последовательность непрерывно дифференцируемых отображений $f_n: G \rightarrow H$, принадлежащих классу K_0 . Предположим, что непрерывное отображение $f: G \rightarrow H$ является пределом последовательности f_n при равномерной сходимости на ограниченных подмножествах множества G . Тогда отображение f принадлежит K_0 и для любой точки $x \in G$ имеет место соотношение $\lambda_f(x) = \lim_{n \rightarrow \infty} \lambda_{f_n}(x)$.

Положим $H^* = R^n \times H$. Тогда H^* является вещественным сепарабельным гильбертовым пространством и H —подпространство конечного дефекта n в нем.

Предложение 3. Пусть $f: H^* \rightarrow H \subset H^*$ непрерывно дифференцируемое в H^* отображение. Тогда f принадлежит K_0 (в H^*) тогда и только тогда, когда в каждой точке $x_0 \in H^*$ частная производная $D_2 f(x_0)$ отображения f по второй переменной принадлежит K_0 (в H). При выполнении этого условия имеет место соотношение $\lambda_f(x) = \lambda(D_2 f(x))$ для каждой точки $x \in H^*$.

Следствие 1. Пусть $H^* = R \times H$ и $f: H^* \rightarrow H$ —отображение, задаваемое по формуле $f(\mu, x) = \mu \cdot x$, тогда $f \in K_0$, причем $\lambda_f(\mu, x) = \mu$ для каждой точки $(\mu, x) \in H^*$.

Теорема 3. Пусть G —открытое подмножество пространства H и $f_1: G \rightarrow R^n \subset H$, $f_2: G \rightarrow H$ —непрерывные отображения. Тогда для того чтобы диагональное произведение $f = (f_1, f_2): G \rightarrow H^* = R^n \times H$ принадлежало классу K_0 , необходимо и достаточно, чтобы его компоненты f_1 и f_2 принадлежали K_0 . При выполнении этого условия имеет место соотношение $\lambda_f(x) = \lambda_{f_1}(x)$ для каждой точки $x \in G$.

Следствие 2. Пусть G —открытое подмножество пространства H , $\lambda(x)$ —непрерывно дифференцируемая вещественная функция, за-

данная на G , и $g: G \rightarrow H$ — отображение, принадлежащее классу K_0 . Тогда отображение $f: G \rightarrow H$, задаваемое по формуле $f(x) = \lambda(x)g(x)$, принадлежит K_0 , причем имеет место соотношение $\lambda_f(x) = \lambda(x)\lambda_g(x)$ для каждой точки $x \in G$.

Следствие 3. Пусть G — открытое подмножество пространства H , $\lambda(x)$ — заданная на G непрерывно дифференцируемая вещественная функция и $A: G \rightarrow H$ непрерывно дифференцируемый вполне непрерывный оператор. Тогда отображение $f: G \rightarrow H$, задаваемое по формуле $f(x) = \lambda(x)x + A(x)$ для каждой точки $x \in G$, принадлежит классу K_0 , причем $\lambda_f(x) = \lambda(x)$.

Предложение 4. Пусть G и G' — открытые подмножества пространства H и $f: G \rightarrow G'$, $g: G' \rightarrow H$ — непрерывно дифференцируемые отображения. Тогда

а) если отображения $g \circ f$ и f принадлежат K_0 , причем f — сюррективно и для любой точки $x \in G$, $\lambda_f(x) \neq 0$, то отображение $g \in K_0$ и для любой точки $x \in G$ имеет место соотношение $\lambda_g(f(x)) = \frac{\lambda_{g \circ f}(x)}{\lambda_f(x)}$;

б) если отображения $g \circ f$ и g принадлежат K_0 и для любой точки $y \in G'$ $\lambda_g(y) \neq 0$, то отображение $f \in K_0$ и для любой точки $x \in G$ имеет место: $\lambda_f(x) = \frac{\lambda_{g \circ f}(x)}{\lambda_g(f(x))}$.

Предложение 5. Пусть G — открытое подмножество пространства H и $f: G \rightarrow H$ — диффеоморфизм, принадлежащий K_0 . Тогда а) множество $f(G)$ открыто в H ; б) отображение $f^{-1}: f(G) \rightarrow H$ принадлежит K_0 , причем имеет место соотношение $\lambda_{f^{-1}}(f(x)) = \frac{1}{\lambda_f(x)}$ для

любой точки $x \in G$.

Замечание 2. В предложении 5 предположение о принадлежности отображения f классу K_0 существенно.

В самом деле, рассмотрим произвольную ортонормированную базу $\sigma = (e_n)$ пространства H и линейный ограниченный оператор $T: H \rightarrow H$, задаваемый по формуле $T(e_n) = e_{n+1}$ для каждого $n = 1, 2, \dots$

Нетрудно проверить, что оператор T не принадлежит K_0 . T — диффеоморфизм и образ $T(H)$ не открыт в H .

Следствие 4. Пусть G — открытое подмножество пространства H и $f: G \rightarrow H$ — принадлежащий классу K_0 непрерывно дифференцируемый гомоморфизм G в H . Тогда, если для каждой точки $x_0 \in G$ $\lambda_f(x_0) \neq 0$ и оператор $f'(x_0)$ инъективен, то отображение $f^{-1}: f(G) \rightarrow H$ непрерывно дифференцируемо и принадлежит классу K_0 .

Ереванский государственный университет

Է. Ա. ՄՐԻՉԱԿԱՆՅԱՆ

Հիլբերտյան տարածության ենթարգումբյունների արտապատկերումների մի դասին պատկանող անընդհատ դիֆերենցելի արտապատկերումների մասին

Հոդվածում բերված են իրական սեպարաբել հիլբերտյան H տարածության ենթարգումբյունների արտապատկերումների K_0 դասին պատկանող

անընդհատ գիֆերենցելի արտապատկերումների մի շարք հատկություններ:
Մասնավորապես տեղի ունի հետևյալ պնդումը.

Թեորեմ — Եթե G -ն H տարածության բաց բազմություն է և $f: G \rightarrow H$ անընդհատ գիֆերենցելի արտապատկերում, ապա որպեսզի f արտապատկերումը պատկանի K_0 դասին, անհրաժեշտ է և բավարար, որ յուրաքանչյուր $x_0 \in G$ կետի համար f արտապատկերման Ֆրեդեխտի $f'(x_0)$ ածանցյալը պատկանի K_0 դասին:

ЛИТЕРАТУРА — Գ Ր Ա Կ Ա Լ ՈՒ Թ Յ ՈՒ Ն

- ¹ В. Г. Болтянский, Изв. АН АрмССР. Математика, т. 9, № 2 (1974). ² В. Г. Болтянский, Э. А. Мирзаханян, Изв. АН АрмССР. Математика, т. 9, № 5 (1974).
³ Э. А. Мирзаханян, Изв. АН АрмССР. Математика, т. 15, № 5 (1980). ⁴ Э. А. Мирзаханян, Межвузовский сб. «Математика» МВ АрмССР, № 3, 1984. ⁵ Э. А. Мирзаханян, Уч. зап. ЕГУ, № 2, 1984.

УДК 517.944

МАТЕМАТИКА

А. З. Степанян

Асимптотическое разложение решения задачи Дирихле для уравнения Пуассона в перфорированной полосе

(Представлено чл.-корр. АН Армянской ССР Р. А. Александряном 15/VII 1984)

1. В области Ω^e рассматривается следующая краевая задача:

$$\begin{cases} \Delta u_\varepsilon = f(x), & x \in \Omega^e, \\ u_\varepsilon(\hat{x}, 0) = \Phi^1(\hat{x}), & u_\varepsilon(\hat{x}, d) = \Phi^2(\hat{x}), \\ u_\varepsilon(x) = 0, & x \in \partial\Omega^e \cap \partial G_\varepsilon, \\ u_\varepsilon - \text{периодична по } x_1, \dots, x_{n-1} & \text{с периодом } 1 \text{ (т. е. 1-периодична),} \end{cases} \quad (1)$$

причем $f \in C^\alpha(R^n)$, $\Phi^i \in C^\alpha(R^{n-1})$ и f, Φ^i являются 1-периодическими по \hat{x} . Здесь и всюду в дальнейшем мы следуем обозначениям статьи (1), где имеется подробная библиография по изучаемым в нашей статье вопросам.

Наша задача — получить асимптотическое разложение решения u_ε задачи (1) по степеням параметра ε и дать оценку остаточного члена этого разложения.

При исследовании задачи (1) возникает следующая более общая задача:

$$\begin{cases} \Delta u = f + \frac{\partial f^m}{\partial x_m} & \text{в } \Omega^e, \\ u(\hat{x}, 0) = \Phi^1(\hat{x}), & u(\hat{x}, d) = \Phi^2(\hat{x}), \\ u = 0 & \text{на } \partial\Omega^e \cap \partial G_\varepsilon, \\ u - 1\text{-периодична по } \hat{x}, \end{cases} \quad (2)$$

причем предполагается, что все функции, входящие в (2)–(5), являются 1-периодическими по \hat{x} , $\Phi^j \in \hat{H}_{1/2}(g_j)$, $j = 1, 2$, $f \in L_2(\Omega_1^e)$.

Функцию $u(x)$ будем называть обобщенным решением задачи (2)–(5), если $u \in \hat{H}_1(\Omega_1^e)$, выполняются условия (3), (4) и для любой $v \in \hat{H}_1(\Omega_1^e)$ такой, что $v|_{\partial\Omega_1^e \cup G_\varepsilon} = 0$, $v|_{\partial\Omega^e \cap \partial G_\varepsilon} = 0$, справедливо интегральное тождество

$$\int_{\Omega_1^e} (\text{grad} u, \text{grad} v) dx = - \int_{\Omega_1^e} \left(f v - f^m \frac{\partial v}{\partial x_m} \right) dx. \quad (6)$$

Будем рассматривать также следующие вспомогательные задачи:

$$\begin{cases} \Delta w = F(\xi) \text{ в } R_+^n \setminus \bar{G}_1, & (7) \\ w(\xi, 0) = \Phi(\xi), & (8) \\ w = 0 \text{ на } \partial G_1 \cap R_+^n, & (9) \\ w - 1\text{-периодична по } \xi, & (10) \end{cases}$$

где $R_+^n = \{x \in R^n, x_n > 0\}$. Здесь предполагается, что функции, входящие в (7)–(10), являются 1-периодическими по ξ , $\Phi \in \hat{H}_{1/2}(S_0)$,

$$\int_{\omega(s, s+1)} F^2 d\xi \leq c_1 \exp(-a_1 s), \quad s = 0, 1, 2, \dots, \quad (11)$$

где $c_1, a_1 = \text{const} > 0$.

Функцию $w(\xi)$ будем называть обобщенным решением задачи (7)–(10), если $w \in \hat{H}_1(w(0, \infty))$, выполняются условия (8), (9) и для любой $v \in \hat{H}_1(w(0, \infty))$, $v|_{S_0 \cup (\partial G_1 \cap \omega(0, \infty))} = 0$, справедливо интегральное тождество

$$\int_{\omega(0, \infty)} (\text{grad} w, \text{grad} v) d\xi = - \int_{\omega(0, \infty)} F v d\xi. \quad (12)$$

И, наконец, для наших целей потребуются также 1-периодические по ξ обобщенные решения (понимаемые в общепринятом смысле) следующей задачи:

$$\begin{cases} \Delta w = F(\xi) \text{ в } R^n \setminus \bar{G}_1, \\ w = 0 \text{ на } \partial G_1, w - 1\text{-периодична по } \xi. \end{cases} \quad (13)$$

Доказываются следующие теоремы:

Теорема 1. Существует единственное обобщенное (об.) решение w задачи (13), и для этого решения справедлива оценка

$$\|w\|_{H_1(Q \setminus Q^*)}^2 \leq c \|F\|_{L_2(Q \setminus Q^*)}^2, \quad (14)$$

где постоянная c не зависит от F .

Теорема 2. Задача (7)–(10) имеет единственное об. решение w , для которого справедлива оценка

$$\|w\|_{\hat{H}_1(w(0, \infty))} \leq c (\|F\|_{L_1(w(0, \infty))} + \|\Phi\|_{1/2, S_0}), \quad (15)$$

где постоянная c не зависит от F и Φ .

Оказывается, что имеют место также следующие оценки:

$$\int_{\omega(s, s+1)} |\text{grad} w|^2 d\xi \leq c_2 \exp(-a_2 s), \quad s = 0, 1, 2, \dots, \quad c_2, a_2 = \text{const} > 0, \quad (16)$$

которые нужны при построении асимптотического разложения.

Теорема 3. Задача (2)–(5) имеет единственное об. решение $u \in \hat{H}_1(\Omega_1^*)$, и для этого решения справедлива оценка

$$\|u\|_{\hat{H}_1(\Omega_1^*)}^2 \leq c \left(\|f\|_{L_2(\Omega_1^*)}^2 + \sum_{m=1}^n \|f^m\|_{L_2(\Omega_1^*)}^2 + \|\Phi^2\|_{1/2, G_1}^2 + \|\Phi^2\|_{1/2, G_2}^2 \right), \quad (17)$$

где $c = \text{const}$ и не зависит от ε .

2. Построение асимптотического разложения. Будем искать решение u задачи (1) в виде формального ряда

$$u_\varepsilon \cong \sum_{l=0}^{\infty} \varepsilon^l \sum_{\langle \alpha \rangle = l} N_\alpha(\xi) D^\alpha v_\varepsilon(x), \quad \xi = \varepsilon^{-1}x. \quad (18)$$

Согласно правилу дифференцирования сложной функции $\Delta u = \varepsilon^{-2} \Delta_2 + + 2\varepsilon^{-1} \Delta_{x\xi} + \varepsilon^0 \Delta_x$, где $\Delta_x = \sum_{i=1}^n \frac{\partial^2}{\partial x_i^2}$, $\Delta_\xi = \sum_{i=1}^n \frac{\partial^2}{\partial \xi_i^2}$, $\Delta_{x\xi} = \sum_{i=1}^n \frac{\partial^2}{\partial x_i \partial \xi_i}$.

Подставляя формальный ряд (18) в (1), получим формальное равенство $f(x) \cong \Delta u_\varepsilon \cong \sum_{l=0}^{\infty} \varepsilon^{l-2} \sum_{\langle \alpha \rangle = l} H_\alpha(\xi) D^\alpha v_\varepsilon(x)$, где $H_\alpha(\xi) = \Delta_\alpha N_\alpha(\xi) + + 2 \frac{\partial}{\partial \xi_{\alpha_1}} N_{\alpha_2 \dots \alpha_l}(\xi) + \delta_{\alpha_1 \alpha_2} N_{\alpha_2 \dots \alpha_l}(\xi)$ ($N_\alpha(\xi)$ с отрицательной длиной $\langle \alpha \rangle$ индекса α считаются равными нулю).

Будем отыскивать N_α в виде $N_\alpha = N_\alpha^0 + N_\alpha^1 + N_\alpha^2$, где $N_\alpha^0(\xi)$ — 1-периодические по ξ функции, а $N_\alpha^1(\xi)$, $N_\alpha^2(\xi)$ соответствуют пограничным слоям.

Положим $N_0^0 = N_{\alpha_1}^0 = 0$. Функции N_α^0 определим как 1-периодические по ξ решения рекуррентной последовательности следующих задач:

$$\begin{cases} \Delta_\xi N_{\alpha_1 \alpha_2}^0(\xi) = \delta_{\alpha_1 \alpha_2} \text{ в } R^n \setminus \overline{G}_1, \\ N_{\alpha_1 \alpha_2}^0 = 0 \text{ на } \partial G_1, \\ N_{\alpha_1 \alpha_2}^0 \text{ — 1-периодична по } \xi, \end{cases} \quad (19_1)$$

$$\begin{cases} \Delta_\xi N_\alpha^0(\xi) = -T_\alpha^0(\xi) \text{ в } R^n \setminus \overline{G}_1, \\ N_\alpha^0 = 0 \text{ на } \partial G_1, \\ N_\alpha^0 \text{ — 1-периодична по } \xi, \langle \alpha \rangle \geq 2. \end{cases} \quad (19_2)$$

Существование и единственность решений этих задач следуют из теоремы 1.

Функции $N_\alpha^1(\xi)$, $N_\alpha^2(\xi)$ определяются последовательно из рекуррентной последовательности задач при $\langle \alpha \rangle = 1, 2, \dots$

$$\begin{cases} \Delta_\xi N_\alpha^1(\xi) = -T_\alpha^1(\xi) \text{ в } R_+^n \setminus \overline{G}_1, \\ N_\alpha^1 = 0 \text{ на } R_+^n \cap \partial G_1, \\ N_\alpha^1(\widehat{\xi}, 0) = -N_\alpha^0(\widehat{\xi}, 0) + 1, \\ N_\alpha^1 \text{ — 1-периодична по } \widehat{\xi}, \end{cases} \quad (20)$$

$$\begin{cases} \Delta_\xi N_\alpha^2(\xi) = -T_\alpha^2(\xi) \text{ в } K = \left\{ \xi \in R^n \setminus \overline{G}_1, \xi_n < \frac{d}{\varepsilon} \right\} \\ N_\alpha^2 = 0 \text{ на } K \cap \partial G_1, \\ N_\alpha^2 \left(\widehat{\xi}, \frac{d}{\varepsilon} \right) = -N_\alpha^0(\widehat{\xi}, 1) + 1, \\ N_\alpha^2 \text{ — 1-периодична по } \widehat{\xi}, \end{cases} \quad (21)$$

где $T_\alpha^p(\xi) = 2 \frac{\partial}{\partial \xi_{\alpha_1}} N_{\alpha_2 \dots \alpha_l}^p(\xi) + \delta_{\alpha_1 \alpha_2} N_{\alpha_2 \dots \alpha_l}^p(\xi)$, $p = 0, 1, 2$.

Существование N_α^1 , N_α^2 обеспечивается теоремой 2.

Для оценки остаточного члена асимптотического ряда решения u_ε задачи (1) потребуется следующая

Лемма. Для решений N_ε^p , $p=0, 1, 2$ задач (19₁), (19₂), (20), (21) справедливы оценки

$$\int_{\Omega_\varepsilon^1} \left[\left(\text{grad}_\varepsilon N_\varepsilon^p \left(\frac{x}{\varepsilon} \right) \right)^2 + \left(N_\varepsilon^p \left(\frac{x}{\varepsilon} \right) \right)^2 \right] dx \leq M_\varepsilon^p, \quad p=0, 1, 2, \quad (22)$$

где $M_\varepsilon^p = \text{const} > 0$ и не зависят от ε .

Доказательство этой леммы есть в (1).

Определив таким образом N_ε^p , $p=0, 1, 2$, после подстановки u_ε в (1) получим формальные равенства

$$f(x) \cong \Delta v_\varepsilon(x),$$

$$\Phi^1(\hat{x}) \cong \sum_{l=0}^{\infty} \varepsilon^l \sum_{\langle \alpha \rangle > -l} \left(1 + N_\varepsilon^2 \left(\frac{\hat{x}}{\varepsilon}, 0 \right) \right) D^\alpha v_\varepsilon \Big|_{x_n=0}, \quad (23)$$

$$\Phi^2(\hat{x}) \cong \sum_{l=0}^{\infty} \varepsilon^l \sum_{\langle \alpha \rangle > -l} \left(1 + N_\varepsilon^2 \left(\frac{\hat{x}}{\varepsilon}, \frac{d}{\varepsilon} \right) \right) D^\alpha v_\varepsilon \Big|_{x_n=d}, \quad (24)$$

$$u_\varepsilon = 0 \text{ на } \partial\Omega^\varepsilon \cap \partial G_\varepsilon.$$

Будем искать $v_\varepsilon(x)$ в виде ряда $v_\varepsilon(x) = \sum_{j=0}^{\infty} \varepsilon^j V_j(x)$.

Подставляя формально $v_\varepsilon(x)$ в (23), (24) и приравнивая члены одного порядка по ε , получим рекуррентную последовательность задач для V_j :

$$\begin{cases} \Delta V_j(x) = \delta_{0j} f(x) \text{ в } \{x: 0 < x_n < d\}, \\ V_j(\hat{x}, 0) = \varphi_j^1(\hat{x}), \quad V_j(\hat{x}, d) = \varphi_j^2(\hat{x}), \\ V_j - 1\text{-периодична по } \hat{x}, \quad j=1, 2, \dots \end{cases}$$

где $\varphi_0^0 = \Phi^0$, $\varphi_j^p = - \sum_{l=1}^{\infty} \sum_{\langle \alpha \rangle > -l} D^\alpha V_{j-l}$, $p=1, 2$, $j=1, 2, \dots$

Функции V_j существуют вследствие теоремы 3. Положим

$$v_\varepsilon^{(k)}(x) = \sum_{j=0}^k \varepsilon^j V_j(x),$$

$$u_\varepsilon^{(k)}(x) = \sum_{l=0}^{k+1} \varepsilon^l \sum_{\langle \alpha \rangle > -l} N_\alpha \left(\frac{x}{\varepsilon} \right) D^\alpha v_\varepsilon^{(k)}(x).$$

Имеет место следующая основная

Теорема 4. Функция $u_\varepsilon^{(k)}$ является решением задачи

$$\begin{cases} \Delta u_\varepsilon^{(k)}(x) = f(x) + \varepsilon^{k+1} \theta_0(x, \varepsilon) + \varepsilon^{k+1} \frac{\partial}{\partial x^m} \theta^m(x, \varepsilon) \text{ в } \Omega^\varepsilon, \\ u_\varepsilon^{(k)}(\hat{x}, 0) = \Phi^1(\hat{x}) + \varepsilon^{k+1} \theta_1(\hat{x}, \varepsilon), \\ u_\varepsilon^{(k)}(\hat{x}, d) = \Phi^2(\hat{x}) + \varepsilon^{k+1} \theta_2(\hat{x}, \varepsilon), \\ u_\varepsilon^{(k)} = 0 \text{ на } \partial\Omega^\varepsilon \cap \partial G_\varepsilon, \\ u_\varepsilon^{(k)} - 1\text{-периодична по } \hat{x}, \end{cases} \quad (25)$$

где $\|\theta_0(x, \varepsilon)\|_{L_1(\Omega_\varepsilon^1)} + \sum_{m=1}^n \|\theta^m(x, \varepsilon)\|_{L_1(\Omega_\varepsilon^1)} \leq M_1$,

$$\|g_j(\bar{x}, z)\|_{L_1(\Omega_j)} \leq M_2, \quad j=1, 2,$$

M_1, M_2 — постоянные, не зависящие от ε .

Для $u^{(k)}$ — u_1 справедлива оценка

$$\|u_1^{(k)} - u_1\|_{H_1(\Omega_1^k)} \leq M_3 \varepsilon^{k+1}, \quad (26)$$

где постоянная M_3 не зависит от ε , u_1 — решение задачи (1).

Замечание. Все результаты остаются справедливыми и для системы теории упругости.

РВЦ Министерства сельского хозяйства Армянской ССР

Ա. Ջ. ՍՏԵՓԱՆՅԱՆ

Պերֆորացված շերտում Պուասսոնի հավասարման համար
Գիրիխի խնդրի լուծման ասիմպտոտիկ վերլուծությունը

Աշխատանքում պերֆորացված Ω^ε շերտում ուսումնասիրվում է
Գիրիխի (1) խնդիրը: Այս խնդրի u_ε լուծման համար կառուցվում է հե-
տևյալ ասիմպտոտիկ վերլուծությունը՝

$$u_\varepsilon = \sum_{l=0}^{\infty} \varepsilon^l \sum_{\langle a \rangle = l} N_a(\xi) D^a v_\varepsilon(x), \quad \xi = \varepsilon^{-1}x:$$

N_a ֆունկցիաները ներկայացվում են $N_a = N_a^0 + N_a^1 + N_a^2$ տեսքով, որտեղ
 N_a^0 -ներն ըստ ξ -ի 1-պարբերական են, իսկ N_a^1, N_a^2 ֆունկցիաները համապա-
տասխանում են այսպես կոչված եզրային շերտերին: Իր հերթին, $v_\varepsilon(x)$ -ը
ներկայացվում է $v_\varepsilon(x) = \sum_{j=0}^{\infty} \varepsilon^j V_j(x)$ շարքի տեսքով, որտեղ V_j -երը հանդի-
սանում են $\{x: 0 < x_n < d\}$ շերտում էլիպտիկ խնդիրների որոշակի ռեկու-
րենտ հաջորդականությունների լուծումները:

Հիմնական արդյունքը ձևակերպված է թեորեմ 4-ում:

ЛИТЕРАТУРА — ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

¹ О. А. Олейник, Г. А. Иосифьян, Г. П. Панасенко, Мат. сб., т. 120(162),
№ 1 (1983).

УДК 512.4

МАТЕМАТИКА

Г. С. Микаелян

К силовской теории бесконечных групп

(Представлено чл.-корр. АН Армянской ССР Р. А. Александряном 2/Х 1984)

1. В работах ^(1,2) при решении задачи, в некотором смысле обратной известной теореме Силова о сопряженности максимальных p -подгрупп конечных групп, показывается, что замкнутыми по подгруппам нетривиальными классами конечных групп, обладающими тем свойством, что в каждой конечной группе максимальные подгруппы из этих классов сопряжены, являются только классы конечных p -групп по всевозможным простым числам p . При этом рассматривается сопряженность как относительно внутренних, так и произвольных автоморфизмов.

В настоящей работе аналогичная задача решается для различных классов бесконечных групп. Сначала приведем необходимые определения.

2. Под классом групп будем понимать абстрактный класс групп — класс групп, содержащий единичную группу и вместе с каждым своим элементом все его изоморфные. Класс групп \mathfrak{X} называется s -замкнутым, если каждая подгруппа \mathfrak{X} -группы является \mathfrak{X} -группой.

Определение. Класс групп \mathfrak{X} назовем силовски (автоморфно силовски, локально силовски) правильным в классе \mathcal{Y} , если для каждой \mathcal{Y} -группы G и любых ее \mathfrak{X} -подгрупп A и B существует внутренний автоморфизм (соответственно автоморфизм, локально внутренний автоморфизм) φ группы G такой, что

$$gp(A, B^\varphi) \in \mathfrak{X}.$$

Класс групп \mathfrak{X} назовем правильным в классе \mathcal{Y} , если в каждой \mathcal{Y} -группе любые две \mathfrak{X} -подгруппы порождают \mathfrak{X} -подгруппу.

Ясно, что для всякого класса \mathcal{Y} сам \mathcal{Y} и единичный класс являются силовски правильными (и, следовательно, автоморфно силовски и локально силовски правильными). Эти классы будем называть тривиальными автоморфно силовски правильными подклассами в классе \mathcal{Y} .

Теоремы Силова и Ф. Холла (см. ⁽³⁾) показывают, что классы конечных p -групп (p — любое простое число) и конечных разрешимых Π -групп (Π — любое множество простых чисел) являются силовски правильными в классах конечных и конечных разрешимых групп соответственно. В ⁽¹⁾ и ⁽²⁾ показано, что в указанных классах не существует других нетривиальных s -замкнутых силовски правильных подклассов.

3. Рассмотрим силовски правильные классы в классе всех групп. Пусть α — произвольное кардинальное число. Обозначим через $\mathfrak{X}_\alpha(Y_\alpha)$ класс всех групп, мощность которых не превосходит α (соответственно меньше α).

Теорема 1. Классы \mathfrak{X}_α и Y_α для любых бесконечных кардинальных чисел α и β , кроме первого бесконечного кардинального числа в роли β , и только они являются нетривиальными s -замкнутыми силовски правильными классами в классе всех групп.

В следующей теореме (и в некоторых следующих) предполагается замкнутость тем или иным образом правильных классов относительно объединения возрастающей цепочки своих подгрупп (короче u -замкнутость). Такое ограничение естественно в том смысле, что оно в условиях s -замкнутости эквивалентно вложимости каждой подгруппы из этих классов в некоторую максимальную подгруппу из тех же классов.

Теорема 2. s , u -замкнутые силовски правильные классы в классе всех групп тривиальны.

4. Одним из тех классов бесконечных групп, где успешно строится аналог теоремы Силова, является класс локально нормальных групп. Известно (см. ^(4,5)), что в этом классе, а также в классе FC -групп максимальные p -подгруппы локально сопряжены, т. е. подклассы указанных классов, составленные из p -групп (p — любое простое число), являются локально силовски правильными.

В первой из следующих двух теорем обращаются эти результаты, а во второй — показывается, что в указанных классах не существуют s , u -замкнутые силовски правильные подклассы, т. е. на группы из этих классов нельзя перенести теорему Силова в смысле сопряженности.

Теорема 3. Нетривиальный s , u -замкнутый, локально силовски правильный подкласс в классе локально нормальных групп совпадает с классом локально нормальных p -групп для некоторого простого числа p , а в классе FC -групп — с подклассом, составленным из всех p -групп для некоторого простого числа p , или же с классом локально нормальных групп.

Теорема 4. s , u -замкнутый силовски правильный подкласс в классе локально нормальных групп тривиален, s в классе FC -групп либо тривиален, либо совпадает с классом локально нормальных групп.

5. В работе ⁽⁶⁾ показано, что в произвольной периодической линейной группе над любым полем максимальные p -подгруппы сопряжены, т. е. классы линейных p -групп для всех простых p являются силовски правильными в классе периодических линейных групп. Следующая теорема показывает, что при некоторых ограничениях эти классы единственные, обладающие указанным свойством.

Теорема 5. Нетривиальный s , u -замкнутый силовски правильный подкласс в классе периодических групп над фиксированным полем F (над всевозможными полями) совпадает с классом

всех линейных p -групп над F (соответственно над всевозможными полями) для некоторого простого числа p .

6. Опишем теперь s , u -замкнутые, автоморфно силовски правильные подклассы в классе абелевых групп.

Пусть Π —произвольное множество простых чисел, f —частичная функция из Π в множество натуральных чисел. Обозначим через $\mathfrak{A}(\Pi, f)$ класс тех и только тех абелевых Π -групп, для канонической формы $p_1^{a_1} \dots p_n^{a_n}$ порядка любого элемента которых справедлива следующая импликация:

$$p_i \in Df \Rightarrow a_i \leq f(p_i), \quad i=1, \dots, n,$$

где Df область определения частичной функции f .

Теорема 6. *Нетривиальными s , u -замкнутыми автоморфно силовски правильными подклассами в классе абелевых, а также периодических абелевых групп являются классы $\mathfrak{A}(\Pi, f)$ для всевозможных Π и f и только они.*

Используя эту теорему, можно описать автоморфно силовски правильные подклассы в классе конечных групп \mathcal{F} .

Следствие. Нетривиальными s -замкнутыми автоморфно силовски правильными подклассами в классе конечных абелевых групп являются классы $\mathcal{F} \cap \mathfrak{A}(\Pi, f)$ для всевозможных Π и f и только они.

7. Рассмотрим класс конечно порожденных абелевых групп. Пусть n любое целое неотрицательное число, Π и f определяются как в п.6, $\mathfrak{A}_n(\Pi, f)$ класс тех и только тех конечно-порожденных абелевых групп, размерность которых не превосходит число n , а периодическая часть содержится в классе $\mathcal{F} \cap \mathfrak{A}(\Pi, f)$.

Обозначим также

$$\mathfrak{A}_\infty(\Pi, f) = \bigcup_{n=0}^{\infty} \mathfrak{A}_n(\Pi, f).$$

Тогда справедлива следующая теорема:

Теорема 7. *Нетривиальный s -замкнутый класс конечно-порожденных абелевых групп тогда и только тогда является автоморфно силовски правильным в классе всех конечно-порожденных абелевых групп, когда для некоторых n , Π и f он совпадает с классом $\mathfrak{A}_n(\Pi, f)$ ($n=\infty, 0, 1, 2, \dots$).*

8. Ясно, что правильные классы являются силовски или автоморфно силовски правильными в любом классе. Обратное, вообще говоря, не обязательно должно иметь место. Однако имеет место.

Теорема 8. *s , u -замкнутые силовски правильные подклассы в классах всех групп, локально нормальных групп и FC-групп являются правильными. Правильными являются также s -замкнутые силовски правильные классы в классе всех групп.*

Теорема 9. *В классах локально нормальных групп и FC-групп силовски правильные s -замкнутые подклассы либо правильны, либо совпадают с одним из классов конечных p -групп для некоторого простого числа p .*

Անվերջ խմբերի սիլովյան տեսության մասին

Խմբերի X դասը կոչվում է սիլովյան կանոնավոր Y դասում, եթե լուրացանչյուր Y -խմբում մաքսիմալ X -ենթախմբերը համալուծ են: Եթե համալուծությունը գիտարկենք կամալական կամ էլ լոկալ ներքին ավտոմորֆիզմների նկատմամբ, ապա մենք կհանգենք համապատասխանաբար ավտոմորֆ սիլովյան և լոկալ սիլովյան կանոնավոր դասերի գաղափարներին: Աշխատանքում նկարագրվում են S և U օպերատորների նկատմամբ փակ սիլովյան, ավտոմորֆ սիլովյան և լոկալ սիլովյան կանոնավոր ենթադասերը բոլոր խմբերի, լոկալ նորմալ և FC -խմբերի, պարբերական գծալին խմբերի, արեյլյան խմբերի և վերջավոր առաջացած արեյլյան խմբերի դասերում:

ЛИТЕРАТУРА — Դ Ր Ա Կ Ա Ն Ո Ւ Թ Յ Ո Ւ Ն

¹ Г. С. Михайлян, *Мат. сб.*, т. 119, № 3 (II) (1982). ² Г. С. Михайлян, *ДАН АрмССР*, т. 75, № 2 (1982). ³ А. Г. Курош, *Теория групп*. Наука, М., 1967. ⁴ П. А. Голдберг, *Мат. сб.* т. 19 (1946). ⁵ В. Н. Neumann, *Math. Scand.*, 6 (1958). ⁶ В. П. Платонов, *Изв. АН СССР. Сер. мат.*, т. 30 (1966).

УДК 519.1

МАТЕМАТИКА

Д. О. Мурадян

Полиномиальный алгоритм для нахождения минимаксных нумераций графов интервалов

(Представлено чл.-корр. АН Армянской ССР Р. Р. Варшамовым 8/Х 1984)

Рассмотрим граф $G=(X, U)$ со множеством вершин $X(|X|=p)$ и ребер U , и каждое взаимно-однозначное отображение $\varphi: X \rightarrow \{1, 2, \dots, p\}$ назовем его нумерацией. При этом число $|\varphi(x) - \varphi(y)|$ назовем длиной ребра (x, y) , а числа $\max_{(x, y) \in U} |\varphi(x) - \varphi(y)|$ и $\min_{\varphi} \max_{(x, y) \in U} |\varphi(x) - \varphi(y)|$, где минимум берется по всевозможным нумерациям графа G , — соответственно высотой нумерации φ и графа G . Нумерацию, имеющую наименьшую высоту, назовем минимаксной.

Задача определения высоты произвольного графа принадлежит к числу „трудных“ задач. Она остается NP -полной даже в случае деревьев с максимальной степенью вершин, равной трем ⁽¹⁾.

В настоящей работе за полиномиальное время задача решается для графов интервалов (граф интервалов есть граф пересечений некоторого семейства интервалов, заданного на числовой прямой). Алгоритм имеет сложность $O(\Delta^2 p \log_2 \Delta)$, где Δ — максимальная степень вершин графа.

Все неопределяемые в работе понятия о графах взяты из книги Ф. Харари ⁽²⁾.

Приведем алгоритм, который для произвольного графа интервалов G и числа h либо строит нумерацию с высотой h , либо утверждает, что высота графа G больше h . Алгоритм начинает работу с конкретной нумерации графа и на каждом шаге переставляет ряд „смежных множеств“. С целью сделать описание алгоритма более содержательным дадим несколько определений.

Для графа $G=(X, U)$ и его нумерации φ определим нумерацию $\varphi_{A, B}$ — перестановку множеств A и B : если A и B непересекающиеся подмножества вершин графа G , причем для любых $x \in A$ и $y \in B$ имеет место $\varphi(x) < \varphi(y)$ и $\max_{x \in B} \varphi(x) - \min_{x \in A} \varphi(x) = |A| + |B| - 1$, то

$$\varphi_{A, B}(x) = \begin{cases} \varphi(x) / x \in X \setminus (A \cup B) \\ \varphi(x) + |B| / x \in A \\ \varphi(x) - |A| / x \in B \end{cases}$$

Обозначим $X_{k, l}^{\varphi} = \{\varphi^{-1}(k), \varphi^{-1}(k+1), \dots, \varphi^{-1}(l)\}$ при $1 \leq k \leq l \leq p$.

Рассмотрим граф интервалов $G=(X, U)$. Интервал, соответствующий вершине $x \in X$, обозначим через \hat{x} .

Определим нумерацию φ_0 графа G . Если $(a, b) \in U$, то $\varphi_0(a) < \varphi_0(b)$, если правый конец \hat{a} находится левее левого конца \hat{b} . При $(a, b) \in U$ имеет место $\varphi_0(a) < \varphi_0(b)$, если либо существует вершина c такая, что $(c, a) \in U$, $(c, b) \in U$ и $\varphi_0(c) < \varphi_0(b)$, либо существует вершина d такая, что $(d, a) \in U$, $(d, b) \in U$ и $\varphi_0(a) < \varphi_0(d)$. Если же $(a, b) \in U$ и вершины a, b имеют одинаковое множество смежных (не считая самих себя), то имеет место либо $\varphi_0(a) < \varphi_0(b)$, либо $\varphi_0(b) < \varphi_0(a)$.

Число $\varphi_0(x)$ назовем индексом вершины x .

Перейдем теперь к описанию алгоритма.

l-ый шаг ($l \geq 1$). На l -ом шаге алгоритм, работая над нумерацией $\varphi = \varphi_{l-1}$, строит нумерацию φ_l , либо останавливается, утверждая, что высота графа G больше h .

Пусть y —вершина с наибольшим номером (при φ), инцидентная ребру с длиной больше h , и пусть (x, y) —длиннейшее из них (т. е. вершина y не смежна с вершинами, номера которых меньше $\varphi(x)$). Ищем вершину z с наименьшим номером из $X_{\varphi(x)+1, \varphi(y)-1}^\varphi$, несмежную с y . Если такой вершины нет, то утверждаем, что высота графа G больше h .

Пусть z —искомая вершина. Обозначим $M = X_{\varphi(z), \varphi(x)-1}^\varphi$. Пусть a_j —вершина множества $M \setminus X_{\varphi(a_{j-1}), \varphi(z)-1}^\varphi$ (договоримся, что $X_{\varphi(a_0), \varphi(z)-1}^\varphi = \emptyset$) с наибольшим индексом. Обозначим $S_j = X_{\varphi(a_j)+1, \varphi(a_{j-1})-1}^\varphi$ (для некоторых j множества S_j могут оказаться пустыми).

Нумерация φ_l определяется следующим образом:

$$\varphi_l(a) = \begin{cases} \varphi_{l-1}(x) / a = z \\ \varphi_{l-1}(a) / a \in \bigcup_j S_j \cup (X \setminus (M \cup \{z\})) \\ \varphi_{l-1}(a) + 1 + |S_j| \setminus a = a_j \end{cases}$$

Другими словами: φ_l получается из φ_{l-1} последовательными перестановками множеств $(M, \{z\})$, $(\{a_1\}, S_1)$, $(\{a_2\}, S_2)$, ... и т. д.

Далее проверяем, имеется ли при φ_l ребро с длиной больше h ; если нет, то алгоритм останавливается, в противном случае — переходит к $(l+1)$ -ому шагу.

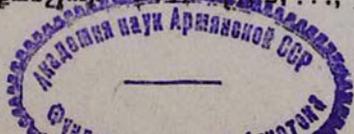
Доказывается корректность и полиномиальная сложность алгоритма. Приведенный алгоритм имеет сложность $O(\Delta_p^2)$. Учитывая, что высота графа интервалов G принимает значение из промежутка $\Delta/2, \Delta$, можно построить алгоритм со сложностью $O(\Delta^2 p \log_2 \Delta)$, находящий минимаксную нумерацию графа G .

Республиканский информационный вычислительный центр (РИВЦ)
Министерства здравоохранения АрмССР

Դ. Հ. ՄՈՒՐԱԴՅԱՆ

Պոլիեդրիալ բարդությունը ալգորիթմի ինտերվալ գրաֆների մինիմալս համարակալումները գտնելու համար

Դիցուք $G=(X, U)$ -ն գրաֆ է $X(|X|=p)$ գաղափների և U կողերի բազմությունը: Յուրաքանչյուր X -ի $\{1, 2, \dots, p\}$ փոխմիարժեք համար-



պատասխանություն կոչվում է G գրաֆի համարակալում, և մինիմաքս է կոչվում այն համարակալումը, որ մինիմիզացնում է $\max_{(x,y) \in G} |\varphi(x) - \varphi(y)|$

ֆունկցիոնալը:

Աշխատանքում բերվում է ինտերվալ գրաֆների համար մինիմաքս համարակալումներ կառուցող ալգորիթմ (ինտերվալ գրաֆը սահմանվում է որպես թվային առանցքի վրա տրված ինտերվալների ինչ-որ ընտանիքի հատումների գրաֆ): Ալգորիթմի բարդությունը ունի $\Delta^2 p \log_2 \Delta$ կարգը, որտեղ Δ -ն գրաֆի գագաթների մեծագույն աստիճանն է:

ЛИТЕРАТУРА — ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

¹ М. Гэри, Д. Джонсон, Вычислительные машины и труднорешаемые задачи, Мир, М., 1982. ² Ф. Харари, Теория графов, Мир, М., 1973.

УДК 532.606

ГИДРОДИНАМИКА

С. М. Исаакян, член-корреспондент АН Армянской ССР С. Г. Матинян

Поверхностные эффекты в вихреобразовании

(Представлено 9/VIII 1985)

Несмотря на то, что природа вихреобразования привлекала многие годы большое число исследователей начиная с Гельмгольца и Рэлея, она до сих пор не понята окончательно. Вместе с тем многочисленные исследования позволяют думать, что причиной образования вихрей в несжимаемой жидкости является взаимодействие жидкости с границами (как твердыми, так и жидкими и даже в виде газовой среды). При этом не последнюю роль здесь должны играть эффекты, связанные с разностью давлений, вызываемой свойствами жидкости иметь поверхностное натяжение.

В настоящей работе рассмотрена роль поверхностного натяжения в образовании вихря. Для максимального упрощения задачи рассматривается движение невязкой, несжимаемой жидкости, находящейся в относительном движении с границей.

Считая, естественно, что изменение циркуляции скорости жидкости по замкнутому контуру s есть условие образования вихря, будем иметь для неменяющегося во времени контура

$$\frac{d\Gamma}{dt} = \oint_s \frac{d\vec{v}}{dt} ds. \quad (1)$$

Если жидкость находится под действием потенциальных массовых сил, то с помощью уравнений Эйлера получим

$$\frac{d\vec{v}}{dt} = - \oint_s \frac{1}{\rho} \text{grad } p ds, \quad (2)$$

где ρ — плотность, а p — давление жидкости.

Очевидно, что $\frac{d\Gamma}{dt} \neq 0$, если только стоящая под интегралом величина испытывает скачок на контуре.

Одной из причин этого скачка является поверхностное натяжение на границе, которое вызывает конечный скачок давления $p_1 - p_2$ на границе раздела двух несмешивающихся сред.

Величина этого скачка по направлению нормали к границе определяется известной формулой Лапласа (1)

$$p_1 - p_2 = T \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right), \quad (3)$$

выражающей его величину через поверхностное натяжение, действующее по касательной к контуру, где R_1 и R_2 —главные радиусы кривизны контактной поверхности.

Заменив в (2) градиент давления скачком давления ($p_1 - p_2$) (3), связанным с поверхностным натяжением на единице длины контура, $\nabla p = \frac{p_1 - p_2}{2\pi R}$, получим

$$\frac{d\Gamma}{dt} = -\frac{1}{2\pi\rho R} \oint_s T \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) ds. \quad (4)$$

Поверхностное натяжение можно определять, например, с помощью зависимости, предложенной в (2).

Применим (4) к случаю движения цилиндрической струи несжимаемой жидкости с учетом действия силы поверхностного натяжения на цилиндрических границах.



Рис. 1. Фото остывшей струи жидкого стекла

Эксперименты явно показывают (2,4), что в такой струе образуются два проти воположных вихревых шнура (рис. 1, 2).

С учетом этого факта, применяя (4) для цилиндра радиуса R , получим

$$\frac{d\Gamma}{dt} = -\frac{1}{2\pi\rho R^2} \left[\oint_1 T ds + \oint_2 T ds \right], \quad (5)$$

где 1 означает контур $АБВА$, 2—контур $ГДЕГ$ (рис. 3), охватывающие два указанных вихревых шнура, а $ds = R d\theta$.

В результате находим искомую зависимость вихреобразования от плотности жидкости, коэффициента поверхностного натяжения и радиуса цилиндра

$$\frac{d\Gamma}{dt} = -\frac{T}{\rho R}. \quad (6)$$



Рис. 2. Фото окрашенной воды в цилиндрической струе

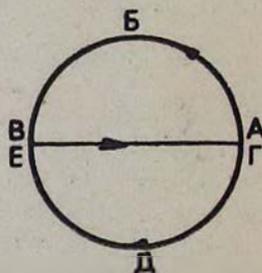


Рис. 3. Контур интегрирования в поперечном сечении цилиндрической струи

Մակերևութային էֆեկտները մրրիկների առաջացման մեջ

Մրրիկների առաջացման գնուլթն առալթմ վերջնականորեն չի բացահայտված: Միևնուլն ժամանակ բազմաթիվ ուսումնասիրութլուծնները թուլլատրում են նկատել, որ սահմանափակ տիրուլթններում մրրիկներն առաջանում են հեղուկի և պատերի ուժալին փոխազդեցութլան հետևանքով: Այդ փոխազդեցութլան մեջ, ըստ երևուլթին, առաջնակարգ դեր են կատարում մակերևութալին լարվածութլան ուժերը, որոնք, համաձալն Լապլասի հալտնի (3) հավասարման, առաջացնում են ճնշման տարբերութլուն հեղուկի սահմանների վրա:

Օգտագործելով արագութլան ցիրկուլացիալի առաջացման հալտնի (1), (2), Լապլասի (3) հավասարումները, աշխատանքում ստացված է (4) առնչութլունը, որն արտահայտում է ցիրկուլացիալի առաջացման կապը մակերևութալին լարվածութլունից, հեղուկի խտութլունից, սահմանների ձևից և չափերից:

Л И Т Е Р А Т У Р А — Կ Ր Ա Կ Ա Ն Ո Ւ Ք Ե Ո Ւ Ն

- ¹ Л. Лифшиц, Е. Лифшиц, Механика сплошных сред, ГИТТЛ, М.—Л., 1944.
² С. М. Исаакян, Арм. хим. журн., т. 28, № 5 (1975). ³ М. П. Калинушкин, Изв. АН СССР. Сер. ОТН, № 3, с. 359—366 (1952). ⁴ С. М. Исаакян, ДАН АрмССР, т. 50, № 1 (1970).

УДК 593.12.14

ФИЗИКА

Член-корреспондент АН Армянской ССР В. А. Джрбашян

К проверке следствия изотропности пространства

(Представлено 11/III 1983)

Как хорошо известно, в центрально-симметричном поле в силу изотропности трехмерного пространства при финитном движении частицы имеют определенный квадрат и проекцию момента количества движения.

Например, при движении в кулоновском поле, когда

$$E \leq 0, \tag{1}$$

волновая функция частицы удовлетворяет уравнениям

$$\hat{H}\psi = E\psi, \tag{2}$$

$$\hat{j}^2\psi = \hbar^2 j(j+1)\psi, \tag{3}$$

$$\hat{j}_z\psi = \hbar M\psi, \tag{4}$$

т. е. состояния могут быть классифицированы по собственным значениям операторов полной энергии

$$\hat{H} = \hat{H}_0 + q_n q_p / r \tag{5}$$

(\hat{H}_0 —свободный гамильтониан), квадрата и z-компоненты полного момента в традиционном понимании

$$\hat{j} = \hat{L} + \hat{s}. \tag{6}$$

При инфинитном движении в кулоновском поле, когда энергии частицы

$$E \geq 0 \tag{7}$$

образуют непрерывный спектр и нерелятивистские, волновыми функциями являются известные выражения ⁽¹⁻⁴⁾

$$\psi = v_\mu F_{\pm}^{\mu}, \tag{8}$$

где v_μ —спиновая функция частицы, а

$$F_{\pm}^{\mu} = \sum_{l,m} 4\pi l' \exp[\pm ik_l] (-1)^m Y_{l-m}(\vartheta_p, \varphi_p) Y_{lm}(\vartheta_r, \varphi_r) (kr)^{-1} f_l(kr) \tag{9}$$

на больших расстояниях представляют собой суперпозицию искаженной плоской и расходящейся или сходящейся волн. Этот факт известен из теории и экспериментов упругого и неупругого рассеяний в кулоновском поле, в частности, подтвержден измерениями Эльбека и Бокель-

мана (см. обзор (2)) угловых распределений рассеянных протонов при кулоновском возбуждении ядер.

Однако функции (8), будучи решениями уравнения (2), не являются решениями уравнений (3) и (4) с оператором (6) для \hat{J} . Т. е. при $E > 0$, в отличие от $E < 0$, частица не имеет определенного полного момента в традиционном понимании. Но сохранение момента при движении есть следствие изотропности пространства (5), которое в рассматриваемом случае кулоновского поля (см. выражение (5)) является центрально-симметричным как при $E < 0$, так и при $E > 0$.

Решение этой проблемы найдено в работах (8-9), где показано что вследствие изотропности пространства частицы действительно имеют полный момент. Однако оператор последнего равен не \hat{J} , определяемому формулой (6), а \hat{J}' , определяемому формулой

$$\hat{J}' = \hat{L}' + \hat{L}'^p + \vec{s}, \quad \text{где } \hat{L}' = -i\hbar[\vec{r} \nabla_r], \quad \hat{L}'^p = -i\hbar[\vec{p} \nabla_p]. \quad (10)$$

Нетрудно убедиться, что волновые функции частицы в кулоновском поле как при $E < 0$ (9), так и при $E \geq 0$, равные в нерелятивистском случае выражению (8), являются собственными функциями* операторов энергии, квадрата и проекции на произвольную ось z полного момента (10). Т. е. в правильной теории уравнение (2) остается в силе, а уравнения (3) и (4) заменяются на

$$\hat{J}'^2 \psi = \hbar^2 J(J+1) \psi \quad (11)$$

и

$$\hat{J}'_z \psi = \hbar \mu \psi, \quad (12)$$

где J и μ равны j и M при $E < 0$ и квантовым числам квадрата и z -компоненты спина при $E > 0$.

При стремлении заряда источника поля q_n к нулю волновые функции (8) переходят в плоскую волну, т. е. в волновую функцию свободной частицы (10). При этом не только не теряется изотропность пространства, вследствие чего плоская волна остается собственной функцией полного момента (9-8), но и восстанавливается также трансляционная инвариантность. Начало системы координат теперь не закреплено в точке источника поля, а может быть выбрано в любой точке пространства. Вследствие этого волновая функция свободной частицы является собственной функцией также оператора импульса.

Поскольку согласно (10) J_z и \hat{J}'^2 не зависят от времени, а частица находится в стационарном состоянии, то средние значения этих величин не зависят от времени. Тем не менее, имея в виду теорему об интегралах движения, докажем коммутацию операторов z -компоненты и квадрата полного момента с гамильтонианом Дирака

$$\hat{H} = c(\hat{\alpha} \hat{p} + \hat{\beta} Mc) = \frac{2c}{\hbar} \begin{pmatrix} 0 & \hat{s}_h \\ \hat{s}_h & 0 \end{pmatrix} \hat{p}_h + \hat{\beta} Mc^2, \quad \hat{p}_h = -i\hbar \frac{\partial}{\partial x_h}. \quad (13)$$

Учитывая, что

* Это относится и к любому центрально-симметричному полю.

$$[\hat{s}_i, \hat{s}_k] = i\hbar e_{ikl} \hat{s}_l, [\hat{L}_i^z, \hat{p}_k] = i\hbar e_{ikl} \hat{p}_l, [\hat{L}_i^z, \hat{p}_k] = 0. \quad (14)$$

имеем

$$\begin{aligned} [\hat{J}_i, \hat{H}] &= \left[\hat{L}_i^z + \hat{L}_i^z + \hat{s}_i, \frac{2c}{\hbar} \begin{pmatrix} 0 & \hat{s}_k \\ \hat{s}_k & 0 \end{pmatrix} \hat{p}_k + \beta M c^2 \right] = \\ &= \frac{2c}{\hbar} \left\{ \begin{pmatrix} 0 & \hat{s}_k \\ \hat{s}_k & 0 \end{pmatrix} i\hbar e_{ikl} \hat{p}_l + i\hbar e_{ikl} \begin{pmatrix} 0 & \hat{s}_i \\ \hat{s}_i & 0 \end{pmatrix} \hat{p}_k \right\} = \\ &= 2ic \begin{pmatrix} 0 & \hat{s}_k \\ \hat{s}_k & 0 \end{pmatrix} \{e_{ikl} + e_{ilk}\} \hat{p}_l = 0. \end{aligned} \quad (15)$$

Используя этот результат, найдем, что

$$[\hat{J}_i, \hat{H}] = \hat{J}_i(\hat{J}_i \hat{H}) - \hat{H} \hat{J}_i^2 = \hat{J}_i \hat{H} \hat{J}_i - \hat{J}_i \hat{H} \hat{J}_i = 0. \quad (16)$$

$$[\hat{J}^2, \hat{H}] = \sum_{i=1}^3 [\hat{J}_i, \hat{H}] = 0. \quad (17)$$

Таким образом согласно (15) и (17)

$$[\hat{J}_z, \hat{H}] = 0, \quad [\hat{J}^2, \hat{H}] = 0. \quad (18)$$

Условия возможности одновременного измерения разных физических величин общеизвестны. В частности, чтобы существовали состояния, в которых две величины L и M одновременно имели бы определенные значения $(\Delta L)^2 = 0$, $(\Delta M)^2 = 0$, нужно, чтобы волновая функция такого состояния была общей собственной функцией операторов \hat{L} и \hat{M} (12). Поскольку показано, что волновая функция свободной частицы (8-8) есть общая собственная функция \hat{J}_z , \hat{J}^2 и \hat{p} , то этим и доказана возможность их одновременного измерения. Что касается вопроса коммутации \hat{J}_z и \hat{J}^2 с \hat{p} , то он представляет интерес скорее с точки зрения математики. Подставляя значения операторов, легко убедиться, что

$$[\hat{J}_i, \hat{p}_k] = i\hbar e_{ikl} \hat{p}_l,$$

т. е. \hat{J}_z коммутирует с \hat{p}_z , но не коммутирует с p_x и p_y . Следовательно \hat{J}_z не коммутирует с \hat{p} при произвольном направлении оси z , но имеет тем не менее общую с ним собственную функцию $\psi_{\hat{p}}$. Т. е. имеет место исключительный случай. Такая возможность существует: если $\hat{L}\hat{M} \neq \hat{M}\hat{L}$, то величины L и M не имеют одновременно определенных значений (кроме, может быть, исключительных) (12). Один такой пример известен (11). Причина того, что некоммутирующие операторы \hat{L}_z и \hat{L}_x имеют при $L=0$ общую собственную функцию, заключается в том, что их собственные значения в состоянии с $L=0$ равны нулю:

$$\hat{L}_x Y_{00} = 0 \cdot Y_{00}, \quad \hat{L}_z Y_{00} = 0 \cdot Y_{00}, \quad (\hat{L}_x \hat{L}_z - \hat{L}_z \hat{L}_x) Y_{00} = 0.$$

Но \hat{L}_x и \hat{L}_z не коммутируют, поскольку для произвольной функции $f(\theta, \varphi)$

$$(\hat{L}_x \hat{L}_x - \hat{L}_z \hat{L}_z) f = \sum_{L_m} c_{L_m} (\hat{L}_x \hat{L}_z - \hat{L}_z \hat{L}_x) f_{L_m} \neq 0.$$

В нашем случае некомутирующих операторов \hat{J}_z и \hat{p} причина того, что известная теорема не имеет места, заключается в том, что \hat{J}_z действует на собственное значение \vec{p} , т. е. $\frac{\partial}{\partial \varphi_p} \vec{p} \neq 0$. Действительно

$$\hat{J}_z \psi_{\vec{p}}^{\rightarrow} = \hbar \mu \psi_{\vec{p}}^{\rightarrow}, \quad \hat{p} \psi_{\vec{p}}^{\rightarrow} = \vec{p} \psi_{\vec{p}}^{\rightarrow},$$

$$\hat{p}_x \hat{J}_z \psi_{\vec{p}}^{\rightarrow} = p_x \hbar \mu \psi_{\vec{p}}^{\rightarrow}, \quad \hat{J}_z \hat{p}_x \psi_{\vec{p}}^{\rightarrow} = J_z p_x \psi_{\vec{p}}^{\rightarrow} = \left[\left(-i \hbar \frac{\partial}{\partial \varphi_p} p_x \right) + p_x \hbar \mu \right] \psi_{\vec{p}}^{\rightarrow},$$

$$(\hat{J}_z \hat{p}_x - \hat{p}_x \hat{J}_z) \psi_{\vec{p}}^{\rightarrow} = \left(-i \hbar \frac{\partial}{\partial \varphi_p} p_x \sin \theta_p \cos \varphi_p \right) \psi_{\vec{p}}^{\rightarrow} = i \hbar p_x \sin \theta_p \sin \varphi_p \psi_{\vec{p}}^{\rightarrow} = i \hbar p_y \psi_{\vec{p}}^{\rightarrow}.$$

Для произвольной функции f

$$(\hat{J}_z \hat{p}_x - \hat{p}_x \hat{J}_z) f = \sum_{\vec{p}, J_z} c_{\vec{p}, J_z} i \hbar p_y \psi_{\vec{p}, J_z}^{\rightarrow} \neq 0.$$

Таким образом мы видим, что причина «нарушения» теоремы (11) заключается в невыполнении ее условия, заключающегося в том, что ни один из некомутирующих операторов не действует на собственное значение другого. К сожалению, это условие в (11) не сформулировано, но оно при доказательстве теоремы предполагается. Видимо, это обусловлено тем, что ранее с таким случаем не имели дела.

Естественно возникает вопрос—не противоречит ли изложенная выше теория каким-то общим принципам физики?

Выше мы увидели, что в отношении вопроса «что является следствием изотропности пространства», к которому непосредственно относится эта теория, дело обстоит как раз наоборот. Противоречия, которые были как внутри традиционной теории, так и между традиционной теорией и экспериментом, устраняются в изложенной теории.

Оператор вращения $\hat{R}_{\vec{n}} = \exp[i\varphi(\vec{n} \hat{J})/\hbar]$, связанный с оператором полного момента \hat{J} , определяемым соотношением (10), является единственным, под воздействием которого волновые функции частиц (как свободных, так и в центрально-симметричном поле) со спинами $s=0, 1/2, 1$ и т. д. преобразуются как скаляр, спинор, вектор и т. д.

Внутренняя противоречивость традиционной теории с особой очевидностью явствует из факта, принимаемого также в этой теории, что скалярное произведение $(\vec{p} \cdot \vec{r})$ не должно изменяться при вращениях системы координат. Т. е., в частности, должно иметь место равенство

$$\hat{R}_z(\vec{p} \cdot \vec{r}) = (\vec{p} \cdot \vec{r}) \hat{R}_z, \quad (19)$$

где \hat{R}_z —оператор вращения вокруг оси z , связанный с оператором z -компоненты полного момента соотношением

$$\hat{R}_z = \exp[i\varphi J_z/\hbar]. \quad (20)$$

Учитывая, что

$$(\vec{p} \cdot \vec{r}) = pr[\cos\vartheta_p \cos\vartheta_r + \sin\vartheta_p \sin\vartheta_r \cos(\varphi_p - \varphi_r)], \quad (21)$$

и подставляя в (20) выражение

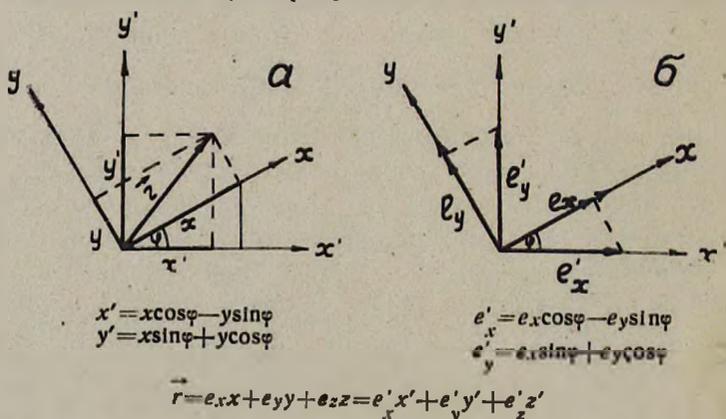
$$\hat{J}_z = -i\hbar \frac{\partial}{\partial \varphi_r} - i\hbar \frac{\partial}{\partial \varphi_p} + \hat{s}_z, \quad (22)$$

видим, что (19) в изложенной теории удовлетворяется (из-за $(\frac{\partial}{\partial \varphi_r} + \frac{\partial}{\partial \varphi_p})(\varphi_p - \varphi_r) = 0$), что не имеет места в традиционной теории, поскольку в этой теории в качестве оператора z -компоненты полного момента \hat{J}_z мы должны подставить согласно (6) лишь часть выражения (22), равную

$$\hat{J}_z = -i\hbar \frac{\partial}{\partial \varphi_r} + s_z. \quad (23)$$

Доказанная необходимость участия в \hat{J}_z члена $\partial/\partial \varphi_p$ наряду с $\partial/\partial \varphi_r$ не связана с введением фазового пространства. φ_p (и ϑ_p) определяет направление импульса не в импульсном пространстве, а в обычном координатном пространстве. Естественно, что при повороте системы координат в последнее направление импульса, которое фактически не изменилось, в новой системе координат будет характеризоваться новым углом φ'_p . Это учитывается введением оператора $\hat{L}_z = -i\hbar \partial/\partial \varphi_p$, который действует не на импульс, а на угол φ_p , определяющий его направление в системе координат, в обычном пространстве. В таком понимании нет никакого выхода за рамки квантовой механики.

Поскольку при повороте системы координат векторы \vec{r} , \vec{p} , и \vec{s} остаются неизменными (см. рисунок), а изменяются их компоненты



Поворот вокруг оси z на угол $-\varphi$: а—связь новых x' , y' и старых x , y координат; б—связь новых e'_x , e'_y и старых

e_x , e_y ортов

и орты e_x , e_y , e_z , направленные по координатным осям, то разговор о том, не нарушается ли соотношение неопределенностей Гейзенберга

при вращении на конечный угол, является беспредметным. В свободном состоянии, описываемом плоской волной, электрон имеет определенный импульс, а все его положения равновероятны ($|\psi|^2$ не зависит от r), т. е. $\Delta p = 0$, $\Delta r = \infty$ и соотношение неопределенностей Гейзенберга удовлетворяется.

Нет соотношений неопределенностей между J_z , \bar{J}^2 и p по причине, рассмотренной выше.

Автор благодарен коллегам по институту за полезные дискуссии.

Ереванский физический институт

Հայկական ՍՍՀ ԳԱ րդրակից անդամ Վ. Հ. ԶԻՐԱՇՅԱՆ

Տարածության իզոտրոպության հետևանքի ստուգման շուրջը

Կուլոնյան դաշտում բացասական լրիվ էներգիաների դեպքում մասնիկի ալիքային ֆունկցիան հանդիսանում է ավանդական շարժման քանակի մոմենտի օպերատորի սեփական ֆունկցիա: Այդ փաստը համարվում է կենտրոնական սիմետրիկ դաշտի իզոտրոպության հետևանք: Եթե մասնիկի որոշակի մոմենտ ունենալը բվանտային մեխանիկայում կապվում է միայն դաշտի բրնույթի հետ, ապա դրական լրիվ էներգիաների դեպքում ևս կուլոնյան դաշտում մասնիկի ալիքային ֆունկցիան պետք է հանդիսանա շարժման քանակի լրիվ մոմենտի սեփական ֆունկցիա: Դա տեղի չունի մոմենտի օպերատորի ավանդական սահմանման դեպքում, բայց տեղի ունի հեղինակի նախորդ աշխատանքներում գտնված օպերատորի դեպքում:

ЛИТЕРАТУРА — ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

- ¹ А. Зоммерфельд, Строение атома и спектры, ГИТТЛ, М., 1956. ² К. Альдер, О. Бор, Т. Хус и др., Rev. Mod. Phys., vol. 28 (1956); Деформация атомных ядер, ИЛ, М., 1958. ³ V. A. Džrbashian, Nucl. Physics, vol. 65 (1965). ⁴ В. А. Джрбашян, Изв. АН АрмССР, т. 16, №2 (1963). ⁵ Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, Квантовая механика, ГИФМЛ, М., 1963. ⁶ В. А. Джрбашян, Изв. АН Арм ССР. Физика, т. 16, № 1 (1981). ⁷ В. А. Джрбашян, Препринт ЕФИ—449 (1930). ⁸ В. А. Джрбашян, ДАН АрмССР, т. 80, № 3 (1985). ⁹ А. И. Ахивезер, В. Б. Берестецкий, Квантовая электродинамика, Наука, М., 1969. ¹⁰ В. А. Джрбашян, Изв. АН АрмССР. Физика, т. 20, № 4 (1985). ¹¹ Д. И. Блохинцев, Основы квантовой механики, Наука, М., 1976.

УДК 550.837.3

ГЕОФИЗИКА

В. Б. Гамоян

**Поле сложного источника блуждающих токов при
 наличии пластообразного тела на примере
 Алавердского месторождения меди Армянской ССР**

(Представлено чл.-корр. АН Армянской ССР Г. И. Тер-Степаняном 17/VI 1985)

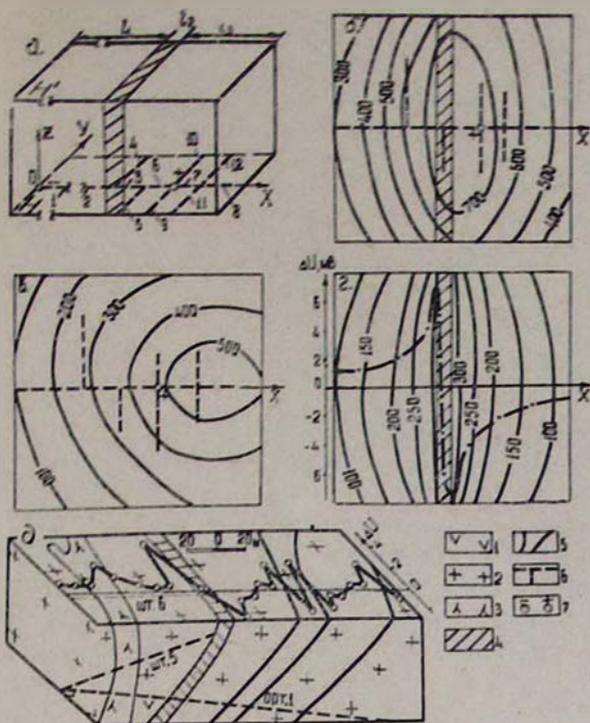
На Алавердском месторождении распространены андезитовые и дацитовые порфириты. Рудные тела в основном представлены сульфидными жилами. Руды месторождения обладают довольно низким удельным электрическим сопротивлением ($\rho_{\text{ср}}=2 \text{ Ом}\cdot\text{м}$), что дает возможность выделить их методом блуждающих токов (БТ) среди вмещающих пород с $\rho_{\text{ср}}=570 \text{ Ом}\cdot\text{м}$.

Основным источником блуждающих токов на месторождении является сеть электрифицированных подземных железнодорожных линий горизонта штольни 5. Контакт отрицательного полюса тяговой сети расположен у устья штольни, контакт положительного полюса принят в районе узла ответвлений горных выработок 4, 5, 9 и 10 (рисунок, а), где производятся маневры электропоездов. Лабораторными исследованиями установлено, что блуждающие токи из рельсов вытекают в частях 2—12 и обратно перетекают в рельсы в 1-й части принятой модели источника.

Для теоретических расчетов принята модель блока с пластообразным рудным телом. Часть окружающей среды, находящаяся по левую на чертеже сторону от пласта, обозначена цифрой 1, рудная жила—2, другая часть среды—3. Принята прямоугольная система координат с начальной точкой, совпадающей с отрицательным полюсом источника. Ось X совмещена со штольной, ось Z направлена снизу вверх. Координаты точек определения потенциала обозначены буквами x, y, z , текущие координаты по источнику — ξ, η . Длина частей источника по оси X , расположенных в 1-й, 2-й, 3-й средах, обозначены l_1, l_2, l_3 соответственно. Для удобства расчета сложный „линейно-двухполюсный“ источник разбит на 12 прямолинейных частей. Каждая часть разбита на $m_j \Delta l$ элементарные отрезки, принимая их точечными источниками.

Решая уравнения Лапласа с использованием метода, разработанного Фурье, выведены математические выражения для потенциала поля сложного источника (¹).

$$U_1 = \frac{\rho_1}{4\pi} \left\{ \sum_{j=1}^4 \sum_{i=0}^{m_j} I_{ji} \left[\frac{1}{\sqrt{(x_1 - \xi_1)^2 + d^2}} + \frac{K_{12}}{\sqrt{(x_1 + \xi_1 - 2l_1)^2 + d^2}} + \right. \right. \\ \left. \left. + \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(1 - K_{12})^n K_{21}^n K_{23}^{n+1}}{\sqrt{[x_1 + \xi_1 - 2l_1 - 2(n+1)l_2]^2 + d^2}} \right] + \sum_{i=0}^5 I_{5i} \sum_{n=0}^{\infty} \right.$$



Поле блуждающих токов над пластообразным телом: а—модель блока пород между горизонтами штолен 5 и 6 Лаввердского месторождения; б, в—карты потенциала при однородной среде и наличии хорошо проводящего пластообразного тела; г—карта аномальных значений потенциала и кривая их градиента; д—блок пород между горизонтами штолен 5 и 6 и кривая градиента аномальных значений потенциала, снятая в штольне 6. 1—андезитовые порфириты; 2—дацитовые порфириты; 3—порфирировая лайка; 4—рудная зона; 5—рудные жилы; 6—источник БТ; 7—полюса источника

$$\begin{aligned}
 & \left[\frac{(1-K_{12})(K_{21}K_{23})^n}{\sqrt{(x_1-\xi_2-2nl_2)^2+d^2}} + \frac{(1-K_{12})K_{12}^n K_{23}^{n+1}}{\sqrt{(x_1+\xi_2-2l_1-2(n+1)l_2)^2+d^2}} \right] + \\
 & + \sum_{j=6}^{12} \sum_{i=0}^{m_j} I_{ji}' \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(1-K_{32})(1-K_{21})(K_{21}K_{23})^n}{\sqrt{(x_1-\xi_3-2nl_2)^2+d^2}} \quad (1) \\
 & U_2 = \frac{\rho_2}{4\pi} \left[\sum_{j=1}^4 \sum_{i=0}^{m_j} I_{ji}' \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(1-K_{12})(K_{21}K_{23})^n}{\sqrt{(x_2-\xi_1+2nl_2)^2+d^2}} + \right. \\
 & + \frac{(1-K_{12})K_{21}^n K_{23}^{n+1}}{\sqrt{(x_2+\xi_2-2l_1-2(n+1)l_2)^2+d^2}} + \sum_{i=0}^{m_2} I_{5i}' \left[\frac{1}{\sqrt{(x_2-\xi_2)^2+d^2}} + \right. \\
 & + \sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{K_{21}^{n+1} K_{23}^n}{\sqrt{(x_2+\xi_2-2l_1+2nl_2)^2+d^2}} + \frac{(K_{21}K_{23})^{n+1}}{\sqrt{(x_2-\xi_2+2(n+1)l_2)^2+d^2}} + \right. \\
 & \left. \left. + \frac{K_{21}^n K_{23}^{n+1}}{\sqrt{(x_2+\xi_2-2l_1-2(n+1)l_2)^2+d^2}} + \frac{(K_{21}K_{23})^{n+1}}{\sqrt{(x_2-\xi_2+2(n+1)l_2)^2+d^2}} \right) \right] +
 \end{aligned}$$

$$+ \left. \left. \begin{aligned} &+ \sum_{j=3}^{12} \sum_{l=0}^{m_j} I_{jl} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(1-K_{23})(K_{21}K_{23})^n}{\sqrt{(x_2 - \xi_3 - 2nl_2)^2 + d^2}} + \\ &+ \frac{(1-K_{23})K_{21}^{n+1}K_{23}^n}{\sqrt{[x_2 - \xi_3 - 2l_1 + 2(n-1)l_2]^2 + d^2}} \end{aligned} \right\} \right\}. \quad (2)$$

$$U_3 = \frac{\rho_3}{4\pi} \left[\sum_{j=1}^4 \sum_{l=0}^{m_j} I_{jl} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(1-K_{12})(1-K_{23})(K_{21}K_{23})^n}{\sqrt{(x_3 - \xi_1 + 2nl_2)^2 + d^2}} + \right. \\ \left. + \sum_{l=0}^{m_2} \sum_{n=0}^{\infty} I_{5l} \left[\frac{(1-K_{23})(K_{21}K_{23})^n}{\sqrt{(x_3 - \xi_2 + 2nl_2)^2 + d^2}} + \frac{(1-K_{23})K_{21}^{n+1}K_{23}^n}{\sqrt{(x_3 + \xi_2 - 2l_1 + 2nl_2)^2 + d^2}} \right] + \right. \\ \left. + \sum_{l=6}^{12} \sum_{l=0}^{m_l} I_{ll} \left[\frac{1}{\sqrt{(x_3 - \xi_3)^2 + d^2}} + \frac{K_{32}}{\sqrt{[x_3 + \xi_3 - 2(l_1 + l_2)]^2 + d^2}} + \right. \right. \\ \left. \left. + \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(1-K_{32})^2 K_{23}^n K_{21}^{n+1}}{\sqrt{[x_3 + \xi_3 - 2l_1 + 2(n-1)l_2]^2 + d^2}} \right] \right\}. \quad (3)$$

В формулах (1), (2), (3) $K_{12} = \frac{\rho_2 - \rho_1}{\rho_2 + \rho_1}$; $K_{23} = \frac{\rho_3 - \rho_2}{\rho_3 + \rho_2}$; ρ_1 , ρ_2 и ρ_3 — удельные сопротивления 1-й, 2-й и 3-й частей среды; $d = \sqrt{(y - \eta)^2 + z^2}$. Сила тока от Δl отрезка источника, согласно законам Кирхгофа, определяется формулой (4)

$$I_{jl} = \frac{I_{j0} \Omega_{jl} R_k^{l-1}}{\prod_{q=1}^l (\Omega_{jq} + R_k)}, \quad (4)$$

где I_{j0} — ток, подаваемый в j -ю часть источника, определяющийся решением системы уравнений

$$\begin{cases} I_{10} = I_0 \\ \sum_{j=2}^{11} I_{j0} = I_0 \\ \frac{I_{j0}}{I_{(j+1)0}} = \frac{\Omega_{(j+1)0}}{\Omega_{j0}} \end{cases} \quad (5)$$

В формулах (4) и (5) I_0 — общий ток тяговой сети; R_p — сопротивление Δl отрезка рельсового пути; R_k — сопротивление заземления Δl отрезка; Ω_{j0} — сопротивление цепи j -й части источника. Последнее определяется путем решения системы уравнений:

$$\begin{cases} \Omega_{j0} = \frac{(\Omega_{j1} + R_p) R_k}{\Omega_{j1} + R_p + R_k} \\ \dots \\ \Omega_{jl} = \frac{(\Omega_{j(l+1)} + R_p) R_k}{\Omega_{j(l+1)} + R_p + R_k} \\ \dots \\ \Omega_{jmj} = \frac{R_p \cdot R_k}{R_p + R_k} \end{cases} \quad (6)$$

Для анализа поля БТ в условиях, подобных условиям физико-геологической модели, показанной на рисунке, а, проведен расчет

потенциала по формулам (1)–(3). При расчетах принято $\rho_1 = \rho_2 = 600$ Ом · м, $\rho_3 = 2$ Ом · м.

В результате построены (рисунок) карты нормальных (а) и общих (б) значений потенциала, а также карта аномальных значений потенциала и кривая их градиента (г) в плоскости выше источника на 200 м. Карта нормального поля характеризуется вытянутыми вдоль источника изолиниями с коэффициентом сжатия 0,83–0,90.

При наличии рудного тела изолинии потенциала общего поля вытянуты вдоль последнего с коэффициентом сжатия 0,31–0,56. Коэффициент сжатия изолиний аномального поля составляет 0,05–0,25.

Кривая градиента аномальных значений потенциала характеризуется экстремумами над контактами и переходом через нуль в центре сечения рудного тела.

Рисунок, д, изображает блок между горизонтами штолен 5 и 6 и результаты натурно-модельных исследований в виде кривой градиента аномальных значений потенциала. На кривой выделяются четыре аномалии над рудными телами. Характер аномалий строго соответствует данным теоретических расчетов и указывает на корреляцию рудных обнажений в штольнях 5 и 6. Размеры аномалий соответствуют мощности рудных тел. Направление и угол падения последних на кривой выражаются асимметрией аномалий.

Институт геофизики и инженерной сейсмологии
Академии наук Армянской ССР

Վ. Ռ. ԳԱՄՈՅԱՆ

Թափառող հոսանքների բարդ աղբյուրի դաշտը շերտաձև մաքման առկայության դեպքում Հայկական ՍՍՀ Ալավերդու պղնձի հանքավայրի օրինակով

Տեսական ուսումնասիրությունների օգնությամբ հետազոտված են հանրերում էլեկտրաֆիկացված երկաթուղիներից երկրակեղև առաքվող հոսանքի (Թափառող հոսանքի) բաշխման օրինաչափությունները: Ստացված են եռաշերտ միջավայրում Թափառող հոսանքների դաշտը արտահայտող մաթեմատիկական բանաձևեր: Վերջիններիս օգնությամբ հաշվված և կազմված են դաշտի պոտենցիալի բարտեղներ Ալավերդու հանքավայրի ֆիզիկաներկարանական մոդելի պայմաններում: Տեսական ուսումնասիրությունների ավյալները համադրված են բնու-փորձարարական աշխատանքների արդյունքների հետ:

Ուսումնասիրությունների կարգյունները կժառայեն էլեկտրահետախույության Թափառող հոսանքների մեթոդի զարգացմանը:

ЛИТЕРАТУРА — Գ Ր Ա Կ Ա Ն Ո Ւ Թ Ց Ո Ւ Ն

¹ Ю. В. Якубовский, Электроразведка. Учебник для вузов. 2-е изд., перераб., Недра, М., 1980. ² Г. В. Зевеке, А. Л. Ионкин и др., Основы теории цепей. Госэнергоиздат, М., 1963.

УДК 551.24

ТЕКТОНИКА

Л. С. Казарян

Устойчивость пологой симметричной литосферной оболочки под равномерным давлением

(Представлено чл.-корр. АН Армянской ССР А. Т. Асланяном 28/III 1985)

Рассмотрим устойчивость пологой сферической оболочки на упругом основании применительно к литосфере Земли. Предполагается, что оболочка шарнирно оперта по контуру и находится под действием равномерно распределенной нагрузки. Нагрузка может быть собственным весом или любым другим воздействием (электрическим, магнитным, гравитационным и др.), которое на срединной поверхности вызывает равномерно распределенную нагрузку.

В данной статье сделана попытка определить критические значения параметров, при которых возможны несколько состояний статического равновесия, т. е. переход от одного равновесного состояния к другому.

Из теории пологих оболочек известно, что решение поставленной задачи приводится к решению следующих уравнений (1,2):

$$\frac{1}{EH} \Delta^2 \Phi + \frac{1}{R} \Delta w = 0;$$

$$D \Delta^2 w - \frac{1}{R} \Delta \Phi + T \Delta w + k w = 0 \quad (1)$$

при граничных условиях:

$$T_1 = 0, v = 0, w = 0, M_{11} = 0, x = 0, x = a \quad (0 \leq y \leq b),$$

$$T_2 = 0, u = 0, w = 0, M_{22} = 0, y = 0, y = b \quad (0 \leq x \leq a). \quad (2)$$

В системе (1) E —модуль упругости, H —толщина литосферной плиты, R —радиус Земли, D —цилиндрическая жесткость при изгибе, T —сжимающее усилие, k —коэффициент постели, оператор Лапласа. Неизвестные функции $\Phi(x, y)$ и $w(x, y)$ представляют собой соответственно функцию напряжений и прогиб оболочки.

Уравнения (1) получены в предположении о безмоментности начального состояния оболочки, при котором

$$T_1^0 = T_2^0 = \frac{Rq}{2 \left(1 + \frac{kR^2}{EH} \right)} = T, \quad (3)$$

где q —равномерно распределенная нагрузка, действующая на срединной поверхности по направлению нормали.

Решение уравнения (1) с учетом граничных условий (2) представим в виде

$$w(x, y) = W_{mn} \sin \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{b},$$

$$\Phi(x, y) = \Phi_{mn} \sin \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{b}. \quad (4)$$

Подставляя (4) в (1) и исключая функцию напряжений $\Phi(x, y)$, получим

$$\left\{ D\pi^4 \left[\left(\frac{m}{a} \right)^2 + \left(\frac{n}{b} \right)^2 \right]^2 - \frac{Rq\pi^2}{2 \left(1 + \frac{kR^2}{EH} \right)} \left[\left(\frac{m}{a} \right)^2 + \left(\frac{n}{b} \right)^2 \right] + \frac{EH}{R^2} + k \right\} W_{mn} = 0.$$

Так как нас интересует нетривиальное решение W_{mn} , то получим

$$D\pi^4 \left[\left(\frac{m}{a} \right)^2 + \left(\frac{n}{b} \right)^2 \right]^2 - \frac{Rq\pi^2}{2 \left(1 + \frac{kR^2}{EH} \right)} \left[\left(\frac{m}{a} \right)^2 + \left(\frac{n}{b} \right)^2 \right] + \frac{EH}{R^2} + k = 0.$$

Уравнение (5) отражает связь между параметрами задачи, при которой полая литосферная плита теряет устойчивость.

Фиксируя некоторые параметры, можно получить критические значения для любого из них.

Так, например, для определения критического значения давления с учетом собственного веса выразим q из уравнения (5) через остальные параметры:

$$q = \frac{2D(k+\alpha)\pi^2 x}{R\alpha} + 2 \frac{(k+x)^2}{R\alpha\pi^2 x}; \quad (6)$$

здесь введены обозначения $x = \frac{m^2}{a^2} + \frac{n^2}{b^2}$; $\alpha = \frac{EH}{R^2}$.

Минимизируя по x , т. е. полагая $\frac{dq}{dx} = 0$, находим

$$x = \frac{1}{\pi^2} \sqrt{\frac{k+\alpha}{D}}. \quad (7)$$

Подставляя (7) в (5), получим критическое значение давления, при котором полая литосферная оболочка теряет устойчивость:

$$q_{кр} = \frac{4}{R\alpha} (k+\alpha) \sqrt{(k+\alpha)D}. \quad (8)$$

Интенсивность суммарного давления на середину оболочки может состоять из собственного веса на единицу длины q_1 , некоторого внешнего давления q_2 (вес воды и т. д.) и внутреннего давления p , т. е. $q = q_1 + q_2 + p$.

При заданном весе и внешнем давлении критическое давление можно понимать как минимальное значение внутреннего давления, приводящего к потере устойчивости, т. е.

$$P_{\text{кр}} = q_1 + q_2 - \frac{4}{R\alpha} (k + \alpha) \sqrt{(k + \alpha)D}. \quad (9)$$

Сжимающие усилия и напряжения, исходя из формулы (3), определяются следующим образом:

$$T = \frac{qR\alpha}{2(k + \alpha)}; \quad \sigma = \frac{qR\alpha}{2H(k + \alpha)}, \quad (10)$$

а их критические значения определяются по формулам:

$$T_{\text{кр}} = 2\sqrt{(k + \alpha)D}; \quad \sigma_{\text{кр}} = \frac{2}{H} \sqrt{(k + \alpha)D}. \quad (11)$$

Далее, если все параметры известны, кроме коэффициента постели, то из (8) можно определить критическое значение коэффициента постели по формуле

$$k_{\text{кр}} = \sqrt[3]{\frac{q^3 R^3 \alpha^3}{16D}} - \frac{EH}{R^2}. \quad (12)$$

Зная критические значения физических величин (давления, напряжения, коэффициента постели и т. д.), по формуле (7) можно определить также максимальные значения геометрических величин пологой оболочки (ширину, длину). Если одну из величин в (7) выразим через другую, т. е. $n = ct$, $b = c_1 a$, то получим:

$$m = \frac{a}{\pi} \sqrt{\frac{\sqrt{(k + \alpha)D}}{1 + \left(\frac{c}{c_1}\right)^2}}; \quad a = m\pi \sqrt{\frac{1 + \left(\frac{c}{c_1}\right)^2}{\sqrt{(k + \alpha)D}}}. \quad (13)$$

Итак, из уравнения (5) можно определить значения всех физических и геометрических параметров, при которых происходит потеря устойчивости пологой литосферной плиты.

Используя значения параметров литосферной плиты $H = 70$ км; $\gamma = 3,13 \frac{\text{г}}{\text{см}^3}$; $R = 6371$ км; $E = 0,997 \cdot 10^6 \frac{\text{кг}}{\text{см}^2}$; $\nu = 0,25$, при которых жесткость литосферной пологой сферической плиты на изгиб получает значение $D = \frac{EH^3}{12(1 - \nu^2)} = 0,304 \cdot 10^{26}$ кгсм, определим критическое значение коэффициента постели под действием собственного веса по формуле (12) $k = \gamma \left(0,705 \sqrt[3]{\frac{H}{R}} - \frac{1}{2} \frac{H}{R} \right) = 0,465 \text{ г/см}^3$.

Следовательно, при значении коэффициента постели $k = 0,465 \text{ г/см}^3$ полая литосферная плита под действием собственного веса теряет устойчивость.

Институт геологических
наук Академии наук
Армянской ССР

Ցածրանիստ սիմետրիկ լիթոսֆերային թաղանթի կայունությունը
ճավասարաչափ ճնշման տակ

Ստացված է անկողնային գործակցի կրիտիկական արժեքը որոշող բանաձևեր, որի դեպքում հավասարաչափ բեռնավորված լիթոսֆերային թաղանթը կորցնում է կայունությունը:

Ինքված է գործակցի կրիտիկական թվային արժեքը որոշակի հաստու-թյուն և մեխանիկական հատկություններ ունեցող թաղանթի համար:

ЛИТЕРАТУРА — ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

¹ Прочность. Устойчивость. Колебания. Т. 3. Справочник в трех томах. Машиностроение, М., 1968. ² В. З. Власов, Н. Н. Леонтьев, Балки, плиты и оболочки на упругом основании. Гос. изд-во физ.-мат. лит., М., 1960. ³ А. Т. Асланян, Изв. АН АрмССР. Науки о Земле, т. 36, № 4 (1983).

УДК 581.193

ФИЗИОЛОГИЯ РАСТЕНИЙ

Х. К. Хажакян, К. В. Эгибян, А. Г. Деведжян

**Влияние длины дня на рост, развитие и продуктивность басмы
в условиях беспочвенной культуры**

(Представлено академиком М. Х. Чайлахяном 4/IV 1985)

Одним из наиболее важных критериев изучения фотопериодической реакции хозяйственных и технических культур является стимуляция их продукционного процесса (¹⁻⁴).

Басма как ценная красильная культура занимает особое место в гидропоническом производстве Института агрохимических проблем и гидропоники АН АрмССР (^{5,6}), между тем она в физиологическом отношении почти не исследована.

Продукционный процесс басмы в первую очередь зависит от интенсивного роста вегетативных побегов и накопления листовой массы, так как сырьем для получения природного красителя—индиго являются листья (⁷⁻¹⁰). Вместе с тем фотопериодизм как регуляторная система онтогенеза контролирует не только генеративное, но и вегетативное развитие растений (^{11,12}), и поэтому нами была поставлена задача изучить влияние длины дня на рост, развитие и продуктивность двух видов индигоносов: басмы красильной (*Indigofera tinctoria* L.) и басмы членистой (*Indigofera articulata* L.).

В соответствии с этим в вегетационные сезоны 1983 и 1984 гг. в одной из оранжерей Экспериментальной гидропонической станции Института агрохимических проблем и гидропоники были поставлены опыты по установлению фотопериодической реакции роста, развития и продуктивности басмы.

Семена обоих видов басмы высевали в специально подготовленные пластмассовые сосуды, наполненные гидропоническим субстратом, которые погружали в общий субстрат делянок гидропонической теплицы. В опытах 1983 г. испытывалась фотопериодическая чувствительность басмы членистой, а 1984 г.—басмы красильной.

Сразу же после прорастания семян (через 14 дней после посева) и до окончания опытов половина растений получала длинный, 18-часовой, а вторая половина—короткий, 8-часовой, фотопериоды. Басма членистая получила 48 коротких и длинных фотопериодов, а басма красильная—60. Повторность опытов не менее 10 растений.

Длинный день складывался из естественного освещения и дополнительного досвечивания растений в вечерние часы. Короткий день растения получали с помощью трехслойных светонепроницаемых матерчатых штор, которые ежедневно открывали в 9.00 и закрывали в 17.00.

При проведении каждого из опытов систематически учитывали

рост и развитие, а после окончания опытов проводили анализ некоторых параметров, характеризующих продуктивность исследуемой культуры. С этой целью учитывали вес листьев, стеблей и корней, размеры куста по его максимальному диаметру, число образовавшихся побегов на главном стебле и диаметр стебля в зоне, расположенной близко к корневой шейке.

Данные ростовых реакций растений басмы красильной в связи с различным фотопериодическим режимом показывают (рис. 1), что

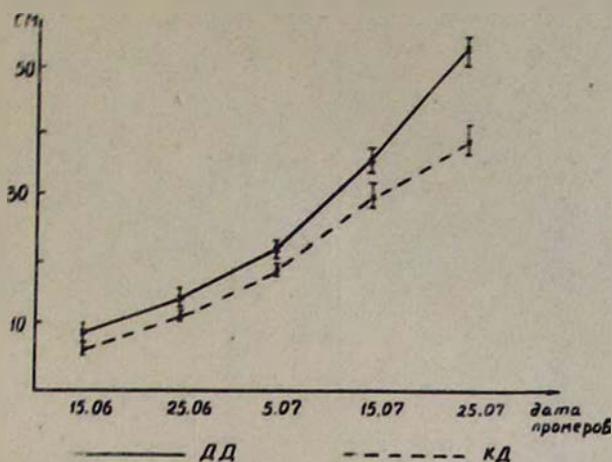


Рис. 1. Динамика роста растений басмы красильной, выращенной в условиях длинного (ДД) и короткого (КД) дня

на протяжении всего опыта рост растений на длинном дне проходил сильнее, чем на коротком. Подобная картина динамики роста наблюдалась и у басмы членистой.

Цветение растений басмы, выращенных в условиях длинного дня, в целом наступало раньше, чем в условиях короткого (таблица). Ускорение цветения басмы членистой в условиях длинного дня составило 5—7 дней, а басма красильная на коротком дне до конца опыта осталась в вегетативном состоянии и не перешла к образованию бутонов и цветков.

Учет параметров продуктивности растений басмы показывает (таблица; рис. 2 и 3), что продукционный процесс у обоих видов басмы в условиях длинного дня протекает значительно интенсивнее, чем в условиях короткого. Длинные 18-часовые фотопериоды способствовали интенсивному вегетативному развитию обоих видов басмы, в результате чего увеличилась мощность корневой системы, ветвистость стеблей и, что самое главное, ценная листовая биомасса. Продуктивность листьев басмы красильной, выращенной на длинном дне, превышала продуктивность листьев с короткого дня в пять раз, а басмы членистой—более чем в два раза.

Таким образом, выяснилось, что оба изученных вида растений басмы обладают длиннодневной фотопериодической реакцией цветения, а также продукционного процесса образования вегетативных органов и накопления листовой массы.

При более длительном выращивании растения басмы красильной,

Рост, развитие и продуктивность басмы, выращенной в условиях
длинного (ДД) и короткого (КД) дня

Варианты	Рост и развитие			П р о д у к т и в н о с т ь						
	Рост расте- ний в конце опыта, см	Число лней от начала пыта		Среднее на одно растение по сы- рому весу, г			Отно- шение лист/ сте- бель	Диаметр куста, см	Диаметр стебля, мм	Число побе- гов первого порядка, шт.
		Бутониза- ция	Цветение	Листья	Стебли	Корни				
Басма красильная										
ДД	53,1±2,8	50,4±1,1	—	21,8±7,4	16,4±6,4	6,4±2,1	1,3	38,8±9,5	5,8±1,1	8,4±2,1
КД	40,7±2,6	Ве*	—	3,7±2,3	2,8±1,2	1,3±0,4	1,3	15,0±2,2	2,4±0,2	2,8±1,2
Басма членистая										
ДД	45,1±2,9	46,7±1,2	54,1±1,0	5,5±0,7	3,8±1,0	1,6±0,3	1,4	15,7±3,2	2,9±0,3	6,8±0,9
КД	39,5±2,4	53,2±1,2	59,1±1,8	2,1±0,8	1,4±0,2	0,3±0,2	1,5	8,8±0,9	1,9±0,03	3,5±0,4

Ве*—растения вегетируют; ±—доверительный интервал при 99% значимости.

возможно, способны к зацветанию и на коротком 8-часовом дне, поэтому не представляется возможным говорить о качественной или количественной фотофизиологической реакции цветения этой культуры.



Рис. 2. Развитие растений басмы, выращенной в условиях длинного (1,2) и короткого (3,4) дня: 1,3—басма красильная; 2,4—басма членистая

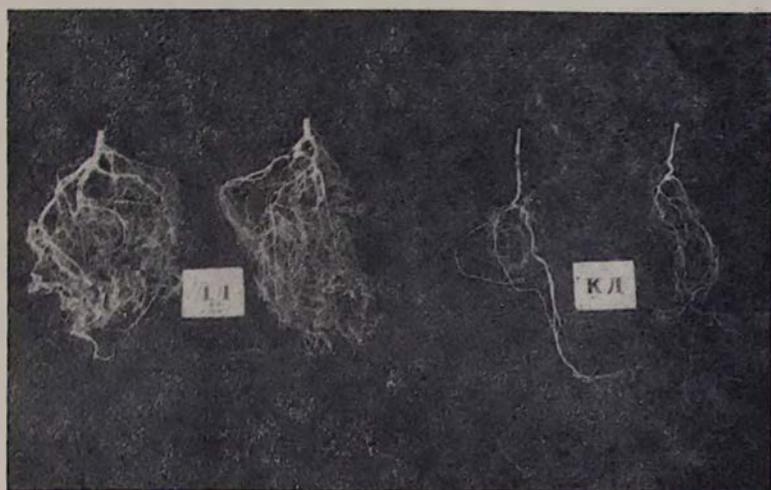


Рис. 3. Развитие корневой системы растений басмы красильной, выращенной в условиях длинного (ДД) и короткого (КД) дня

В отношении же басмы членистой, по-видимому, можно заключить, что по характеру фотопериодической реакции цветения она относится к длиннодневным видам с количественной реакцией⁽¹³⁾, т. е. видам, цветение которых наступает и на длинном, и на коротком дне, но несколько раньше на длинном.

Институт агрохимических проблем
и гидропоники Академии наук Армянской ССР

Օրվա տեղորոշման ազդեցությունը բասմայի անի, զարգացման և արդյունավետության վրա տեղի ունեցող մշակույթի պայմաններում

Բասմայի երկու տարբեր տեսակների (*Indigofera tinctoria* և *Indigofera articulata*) վրա ուսումնասիրվել է աճը, զարգացումը և արդյունավետությունը՝ կապված օրվա տեղորոշման ազդեցության հետ:

Ուսումնասիրություններից պարզվել է, որ երկար (18 ժ.) օրվա տեղորոշման պայմաններում արագանում են բասմայի ինչպես աճման պրոցեսները, այնպես էլ ծաղկման՝ համեմատած այն բույսերի հետ, որոնք աճել են կարճ (8 ժ.) օրվա տեղորոշման պայմաններում:

Բացի զարգացման պրոցեսների արագացումից, երկար օրում նկատվել է նաև վեգետատիվ օրգանների՝ այդ թվում նաև տերևների արդյունավետության զգալի բարձրացում:

Այսպիսով, կատարված ուսումնասիրություններից կարելի է հանգել այն եզրակացության, որ բասմայի երկու տեսակներն էլ ըստ աճման, ծաղկման, վեգետատիվ օրգանների արդյունավետության, ինչպես նաև տերևային զանգվածի կուտակման առանձնահատկությունների երկար օրվա բույսեր են:

ЛИТЕРАТУРА — ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

- ¹ W. W. Garner, H. A. Allard, J. Agric. Res., v. 23, №11, p. 871—920 (1923).
² Г. А. Самыгин, Тр. Ин-та физиологии растений им. К. А. Тимирязева, т. 3, в. 2, с. 131—282 (1940). ³ В. В. Скрипчинский, Фотопериодизм, его происхождение и эволюция, Наука, Л., 1975. ⁴ М. Х. Чайлахян, Фотопериодическая и гормональная регуляция клубнеобразования у растений, Наука, М., 1984. ⁵ С. Х. Майрапетян, Биол. журн. Армении, т. 32, № 12, с. 1243—1245 (1979). ⁶ С. Х. Майрапетян, Сообщ. Ин-та агрохим. проблем и гидропоники, Изд. АН АрмССР, Ереван, № 24, с. 29—36 (1985). ⁷ Зальцова, Петровская, Полный русский словарь-травник. СПб., с. 416—417, 1899. ⁸ A. Howard, Bulletin of Agricultural Research Institute India, № 67, p. 1—34 (1916). ⁹ E. Perrot, in: Desmalleres premieres usuelles du regne veg., t. 2, Paris, p. 1555—1558, 1944. ¹⁰ В. Г. Шапошников, Органические красящие вещества, Гостехиздат УССР, Киев, 1955. ¹¹ М. Х. Чайлахян, Гормональная теория цветения растений, Изд. АН СССР, М.—Л., 1937. ¹² Н. П. Аксенова, Т. В. Баврина, Т. Н. Константинова, Цветение и его фотопериодическая регуляция, Наука, М., 1973. ¹³ М. Х. Чайлахян, Усп. совр. биологии, т. 69, в. 2, с. 306—318 (1970).

УДК 575.767.21

ЭНТОМОЛОГИЯ

С. М. Яблоков-Хизорян

Новый род и вид жуков-веероносцев из Таджикистана
 (Coleoptera, Rhipiphoridae)

(Представлено чл.-корр. АН Армянской ССР С. О. Мовсисяном 11/VII 1985)

Eorhipidius januschevi Jablókoff-Khnzorian, gen. et sp. nov.

Таджикистан: ущелье Кондара к северу от Душанбе, Гиссарский хребет, около 1500 м над ур. м., 20/VI 1973, сборы В. В. Янушева на свет лампы, 4 самца (голотип и 3 паратипа), голотип и один паратип в Зоол. ин-те СССР, два паратипа в колл. Ин-та зоологии АН АрмССР.

Самец: Тело одноцветно черно-бурое, конечности темные, щуплики, голени и лапки темные или светлые. Волосистость светлая. Длина: около 3 мм. Рис. 1.

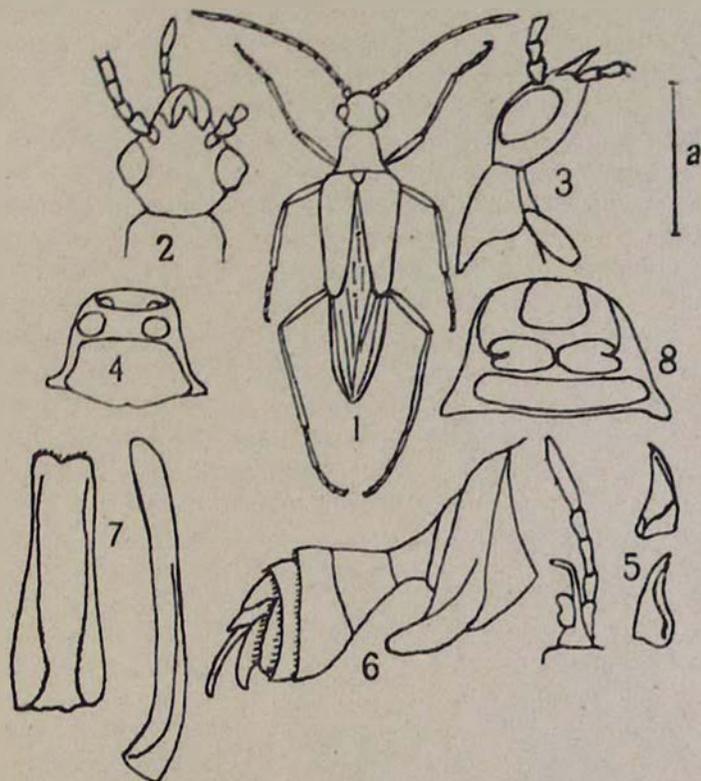


Рис. 1. 1—7. *Eorhipidius januschevi* sp. nov.: 1—габитус; 2—голова сверху; 3—голова сбоку; 4—переднегрудь; 5—мандибулы и челюстные щуплики; 6—брюшко сбоку; 7—тегмен и парамеры (слева) и пенисная трубка (справа); 8—переднегрудь *Rhipidius quadriceps* Ab. (по Безюше). Масштаб для 1, а=1 мм; 2, 3, 4, а=0,5 мм; 5, 6, а=0,3 мм; 7, а=0,15 мм

Покровы головы, переднеспинки, щитка и надкрылий зернисто-морщинисто-точечные (совсем как у рода *Rhipidius* Thnbg.), в коротких приподнятых волосках. Глаза цельные и грубофасеточные, крупные и коротковолосистые, сходного размера на дорсальной и вентральной стороне, сильно выступают латерально. Изолированных оматидиев нет. Лоб слабо выпуклый, голова сзади сужена в шейку, виски длинные (рис. 1, 2, 3). Ротовые органы редуцированы, сохранились лишь мандибулы и часть максилл. Мандибулы узкотреугольные, со следом молы и обособленным мелким и острым вершинным зубчиком, с длинной мускулатурой, напоминают мандибулы *Rhipiphogus* Bosc⁽¹⁾, прикреплены дорсально в ямке перед глазами между треугольно выступающим калличником, возможно служат лишь для высвобождения имаго из экзувия. Максиллы слиты с головной коробкой, с длинной и кривой латеральной и перепончатой, лопастевидной галеей. Челюстные щупики длинные, 4-члениковые, отогнуты вниз, густо и коротко волосистые. На месте исчезнувшей нижней губы имеется маленький округлый склерит. Усики 11-члениковые, шнуровидные, их 2 первых членика вздутые, 1-й больше 2-го, последующие цилиндрические, обычно вдвое длиннее ширины, 4-й членик в 2,5 раза, последний узколанцетовидный. Переднеспинка шире длины, трапецевидная, сзади с более или менее четкой продольной бороздкой, с совсем закругленными передними и острыми выступающими задними углами, с тонким цельным боковым кантом. Щиток крупный, закругленно-треугольный. Надкрылья укорочены, соприкасаются лишь за щитком, затем зняющие, без следа жилки, ребер или точечных рядов, у вершины с большим плоским вдавлением, ограниченным их приподнятыми краями. Крылья, как обычно у веероносцев⁽¹⁾, с упрощенным жилкованием, таким же, как у рода *Rhipidius*⁽²⁾ и, как у него, складываются в развернутом состоянии. Переднегрудь (рис. 1, 4) с почти прямолинейным задним краем, образованным ее эпимерами, с закрытыми и округлыми тазиковыми впадинами между широким щитом, совсем как у рода *Rhipiphogus*⁽¹⁾. Заднегрудь выпуклая, очень длинная (как у рода *Rhipidius*). Задние тазики соприкасающиеся, с глубоким продольным вдавлением (у рода *Rhipidius* они выпуклые). Брюшко с 6 видимыми стернитами (уростерниты 3—8), за основанием сужены в шейку, затем сильно расширены и сплюснуты с боков (рис. 1, 6). Ноги длинные, все тазики торчащие, вертлуги длинные, голени тонкие и прямые, коготки мелкие и простые, шпоры отсутствуют на всех голенях.

Пенисная трубка (рис. 1, 7) простая, слабо расширена к обоим концам, тегмен и параметры слиты в полую полутрубку, боковые края которой отогнуты вокруг трубки, вершина двухлопастная с немногими короткими щетинками.

Самка неизвестна.

Этот своеобразный род формально принадлежит к трибе *Rhipiphogini*, но он так сильно отличается от единственного рода этой трибы и так близок к роду *Rhipidius*, что мы выделяем его в новую трибу, *Eorhipidiini*, подсемейства *Rhipidiinae*.

У большинства жесткокрылых и, в частности, в надсемействе *Heteromera*, к которому принадлежат веероносцы, 2-й уростернит брюшка перепончатый и более или менее редуцирован, но у *Rhipidi-*

инве и у близкого семейства меек (Meloidae) он хитинизирован и хорошо виден. Филотенетическое значение этого признака спорно.

У всех самок Rhipidiinae, и только у них, крупнофасеточные глаза слиты в общее кольцо вокруг головы (у самок они разобщены), усики перистые, от ротовых органов сохранились лишь 1—3-члениковые челюстные щупики. У Eorhipidius ротовые органы сохранились лучше, но много хуже, чем у Rhiporhagus, у которых они функционируют.

Сходство нового рода с родом Rhipidius четко проявляется в габитусе, в крупных и цельных крупнофасеточных глазах, свидетельствующих о ночном образе жизни имаго, в форме переднеспинки, надкрылий, крыльев, заднегруди и ног, а также в редукции ротовых органов, а расхождения в значительной мере отражают лишь его большую примитивность. Наиболее существенное расхождение с родом Rhipidius (рис. 1, 8) и сходство с Rhiporhagus проявляется в строении переднегруди, которая, однако, бывает разной и у близких родов жесткокрылых. Проксимальное сужение брюшка среди жесткокрылых известно лишь у нового рода и рода Rhiporhagus, однако значительная разница в строении их брюшка ратует в пользу конвергенции.

Наиболее показательным признаком в подсемействе Rhipidiinae можно считать его резкий половой диморфизм (1); такой диморфизм мы условно подозреваем и у нового рода. Соответственно, взамен нашей таблицы подсемейств и триб веероносцев (1) мы временно предлагаем следующую:

- 1(6) Ротовые органы развиты нормально. Половой диморфизм проявляется лишь в строении усиков. Глаза мелкофасеточные (имаго ведет дневной образ жизни). Вертлуги короткие. Заднегрудь довольно короткая. Уростернит 2 перепончатый и спрятан за задними тазиками. Шпоры имеются по крайней мере на некоторых голених.
- 2(3) Усики прикреплены у нижнего края глаз... 1. Подсем. Pelecolobinae.
- 3(2) Усики прикреплены у переднего края глаз или над ними. Глаза цельные или почти цельные. На теле крылья сложены в развернутом состоянии. Надкрылья укорочены или зияющие. Грудь сильно сдавлена с боков 2. Подсем. Rhipiphaginae.
- 4(5) Усики 11-члениковые, прикреплены конутри от переднего края глаз, у ♂ перистые, гребенчатые или нитевидные, с крупным последним члеником, у ♀ гребенчатые, пиловидные или нитевидные. Челюстные щупики 3-члениковые. Передние голени с одной шпорой или без нее, прочие с 2 шпорами. Переднеспинка с лопастью, прикрывающей основание щитка. Надкрылья длинные, клиновидно сужены кзади, с вершинным зубцом. Передне- и среднегрудь с узким выступом между тазиками. Задние тазики сближены. Коготки расщепленные . . . Триба Macrosiagonini.
- 5(4) Усики прикреплены за глазами, у ♂ 11-члениковые с двойным гребнем, у ♀ 9-члениковые, с простым гребнем. Челюстные щупики 4-члениковые. Все голени со шпорами. Переднеспинка широкая, трапецевидная, едва прикрывает щиток. Надкрылья едва длиннее ширины, отдалены друг от друга. Переднегрудь широкая, без выступа, как и среднегрудь. Передние и задние тазики

расставленные. Брюшко сужено проксимально. Коготки зазубренны. Габитуально напоминают пчелиные Триба Rhipiphorini

6(1) Ротовые органы более или менее редуцированные. Половой диморфизм очень резкий. Глаза крупнофасеточные (имаго ведет ночной образ жизни). Вертлуги длинные. Коготки простые. Шпоры отсутствуют на всех голенях. Усики прикреплены в ямках перед глазами. У ♂ заднегрудь длинная, крылья сложены на теле в развернутом состоянии, надкрылья укорочены, расставлены и зияющие. У ♀ надкрылья и крылья отсутствуют.

7(8) У ♂ от ротовых органов сохранились подвижные мандибулы и часть максилл с изогнутой лацинией и лопастевидной галсеей, с длинными 4-члениковыми щупиками, усики 11-члениковые, шну ровидные, глаза цельные, крупные, латеральные, переднеспинка трапециевидная, с острыми задними углами, переднегрудь такого же строения, как у предыдущей трибы, щиток крупный, надкрылья зияющие, соприкасаются за щитком, брюшко сильно сдавлено с боков, проксимально резко сужено, затем расширено, уростернит 2 спрятан под задними тазиками. Лапки гетеромероидные Триба Eorhipidiini.

8(7) От ротовых органов могут сохраниться лишь 1—3-члениковые щупики. У ♂ глаза образуют сплошное кольцо вокруг головы. У ♀ они маленькие, цельные и латеральные. У ♂ усики перистые, 6—11-члениковые, переднеспинка изменчивой формы, иногда такой же, как у предыдущей трибы, переднегрудь со сближенными тазиковыми впадинами, щиток может отсутствовать, надкрылья отдалены друг от друга по всей длине. У ♀ тело мягкое, личинкообразное, склеротизованное частично. Усики 2-члениковые, толстые, более или менее нитевидные, вертлуги едва короче бедер. Овискапт без стилей. У обоих полов тело густо и коротковолосистое, лапки гетеромероидные или 4-члениковые, часто с разным числом члеников у обоих полов Триба Rhipidiini. Возможно, что более полное изучение родов веероносцев побудит отказаться от сохранения подсемейства Rhipidiinae.

Институт зоологии
Академии наук Армянской ССР

Ս. Մ. ՅԱԲԼՈՎՈՎ-ԽԵՆՈՐՅԱՆ

Հովհարակիր բզեզների նոր սեռ և նոր տեսակ *Sawzhiqumani* g
(Coleoptera, Rhipiphoridae)

Նկարագրված է հովհարակիր բզեզների նոր սեռ և տեսակ— *Eorhipidius Januschevi*, որը բնված է *Sawzhiqumani*ում, Կոնդարայի կիրճում Վ. Վ. Յանուշևի կողմից, լամպի լույսի տակ:

Eorhipidius յուրօրինակ սեռը առանձնացված է նոր պրիմիտիվ *Eorhipidini* տրիբայի մեջ, որը դիտվում է որպես միջանկյալ օղակ *Rhipiphorinae* և *Rhipidiinae* ենթաընտանիքների միջև:

ЛИТЕРАТУРА — ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

- ¹ С. М. Яблоков-Хензорян, Энтом, обзор., т. 54, № 4 (1975); т. 55, № 2 (1976).
² C. Besuchet, Mittell. Schweiz. Ent. Ges., Bd. 29, № 2 (1956).

УДК 612.821.6+615.017.8

ФИЗИОЛОГИЯ

Г. Е. Григорян, Н. Е. Акопян, А. М. Стольберг

Влияние пуфемиды на лабиринтное обучение белых крыс

(Представлено академиком АН Армянской ССР В. В. Фанарджяном 3/VI 1985)

В связи с рекомендацией широкого и продолжительного применения пуфемиды в лечении больных эпилептической болезнью (¹) представлялось необходимым испытание препарата на сохранность процессов обучения и памяти в условиях длительного эксперимента.

Опыты проведены на беспородных крысах (n=15) обоего пола массой 210—300 г. В качестве теста индивидуального обучения крыс применяли «шестиходовой» и «Т-образный» лабиринты закрытого типа. Наблюдение за поведением животного во время опыта производили через прозрачный верхний покров установки. Опыты проводили по следующей схеме: крысу высаживали из общей клетки в небольшую пластмассовую корзину, где она проходила 2—3-минутную адаптацию. Далее ее помещали в стартовую камеру (СК) лабиринта, где она адаптировалась еще 1—2 мин. По мере привыкания к данной обстановке время задержки животного в СК сокращалось до 10—15 с, что совпадало с реакцией готовности к очередной пробе открывания двери и выходу крысы из СК в лабиринт. Учитывали параметры следующих элементов поведения: латентный период и время реакции побежки к кормушке, время задержки у кормушки, возвращения к исходной позиции и гигиенических процедур. Кроме того регистрировали число заходов в тупики при побежке к кормушке, при возвращении в СК и межсигнальных реакций. За критерии обучаемости принимали 100%-ное выполнение правильных ответных реакций, а также минимализацию с последующей стабилизацией параметров пищедобывательных навыков. Животных брали на опыт при суточной пищевой депривации не чаще, чем 1 раз в 2—3 дня.

В контрольных опытах группа крыс (n=7) обучалась в ответ на открывание двери СК «шестиходового» лабиринта находить наиболее короткий путь к пище, расположенной в конце установки. Согласно заданной программе крысы должны были усвоить последовательную серию с неправильной альтернативой поворотов влево, вправо (ЛППЛЛП) на пути к пище. Оказавшись в лабиринте, животное начинает блуждать по разным его участкам, тщательно исследуя их. Многократное повторение заходов в тупики при постулательном движении чередовалось с возвращением к пройденным отрезкам пути в лабиринте, задержкой в коридорах лабиринта, где имелись или внезапно возникали некоторые новые ориентиры. Эти признаки поведения свидетельствовали о наличии побуждений у животного к получению информации о незнакомой

обстановке с целью удовлетворения возникшей в данный момент потребности к пище, к самосохранению и т. д. (2). Поискное поведение нередко прерывалось вспышками различных форм двигательной активности в виде груминг реакций. Оно, наконец, приводило животного к кормушке, заправленной кусочком творога. Конструкция наших лабиринтов и условия эксперимента позволяли подопытным крысам обучаться не только навыку нахождения объекта доминирующей потребности—пищи, но и навыку самостоятельного возвращения (после каждого подкрепления) к исходной позиции, захода в СК, задержки там до тех пор, пока дверь не будет закрыта и вновь открыта. Только в этом случае они могли рассчитывать на повторное вознаграждение. Крысы обычно имеют тенденцию делать все меньше и меньше ошибок (ими являются заходы в тупики) и тратить все меньше времени от старта до финиша, пока, наконец, научатся добираться до цели кратчайшим путем. Для этого требовалось не более 2—5 опытов. Совершенствование навыка возвращения в СК шло значительно медленнее и практически не доходило до качественного уровня навыка побежки к кормушке при тех же сроках тренировки. Это свидетельствовало о том, что возвращение в СК является для крыс в данных условиях, очевидно, слабо мотивированным пищедобывательным актом целостного адаптивного поведения, особенно в начальном периоде научения. Со временем, однако, и реакция возвращения в СК приобрела для животного определенный смысл. Она вписывалась в общий контекст функциональной системы пищедобывательного навыка как необходимый этап реализации конечной цели—удовлетворения потребности в пище. Таким образом, СК вместе с «пустой кормушкой» становились для животного специфическим обстановочным сигнальным раздражителем, и оно приобрело навык самостоятельного возвращения и задержки в СК с минимальной затратой времени. В этом несомненная роль принадлежит также и прогнозированию подкрепления, представляющего собой действующий в данный момент раздражитель (3).

В другом варианте экспериментов на сигнал «открывание двери» СК крыс ($n=8$) выпускали в «Т-образный» лабиринт. Им предстояло выбирать из двух однотипных, но разных по цвету (черный и белый) отсеков лабиринта черный, кормушка которого перед каждой пробой заправлялась пищей. Путем попеременного поворота рукавов лабиринта на 180° крыс обучали дифференцировать цвет отсека от стороны подкрепления. И при каждом выходе из СК им приходилось в оперативном порядке выбирать направление действия только по цвету отсека.

Ежедневно в течение 30 дней подопытным крысам внутривенно вводили пufeмид из расчета 100—120 мг/кг (4). Проведено по 10 опытов на каждой особи. Показано достоверное увеличение ($P<0,001$) временных параметров практически всех элементов пищевого поведения в лабиринтах. Выявлена также некоторая толерантность к применяемой дозе препарата (рис. 1). Вместе с тем крысы на этом фоне продолжали на сигнал «открывание двери» СК безошибочно следовать приобретенному навыку—выбору кратчайшего пути для достижения цели, а также точной зрительно-пространственной ориентации. Это указывает на то, что пufeмид не стирает следов памяти, не изменяет структуру

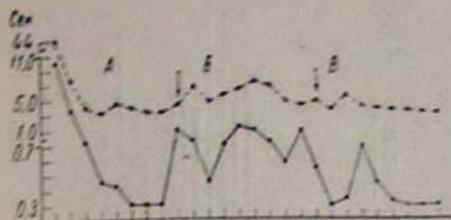


Рис. 1. Пищедобывательное поведение крыс (№ 35 и 36, самцы) в «шестиходовом» лабиринте до (А—16 опытов), на фоне (Б—10 опытов) и после (В—16 опытов) 30-дневного введения пуфемиды (100 мг/кг). Сплошная линия—лат. период реакции побежки к кормушке, пунктиры—время побежки. На абсцисс—число опытов. На ординат—время в с. Стрелки слева направо—начало и конец опытов по инъекции препарата

закрепленной временной связи. Другим эффектом пуфемиды было нарушение навыка возвращения и задержки в СК. В первых пробах опыта крысы либо не входили в СК, останавливаясь у входа и обследуя его, либо входили после обследования, но выскакивали при закрывании двери, а потом и вовсе переставали возвращаться (рис. 2). В таких случаях применяли «ручные» пробы. Избегая руки экспериментатора, крысы возвращались в СК. Однако эта процедура не восстанавливала навык самостоятельного возвращения к исходной позиции, хотя при каждой пробе открывания двери они шли к кормушке и охотно поедали порцию пищи.

Аналогичные результаты по основным параметрам поведения получены и при однократном применении пуфемиды (рис. 3). Спустя 2—3 дня после прекращения дачи препарата все показатели пищедобывательного навыка в лабиринтах приобрели свой исходный уровень.

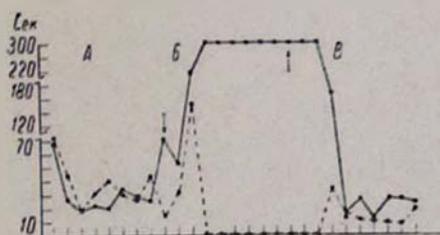


Рис. 2. Крыса № 36. Нарушение навыка самостоятельного возвращения в СК в «шестиходовом» лабиринте. Сплошная линия—задержка у кормушки, пунктиры—возвращение в СК. Остальные обозначения те же, что на рис. 1.

Анализируя результаты исследования, можно заключить, что хроническое многодневное введение противосудорожных доз пуфемиды временно замедляет пищедобывательное поведение белых крыс в лабиринтах. При этом, однако, полностью сохраняется способность животных к точному воспроизведению «образа» целевого пути, сформирован-

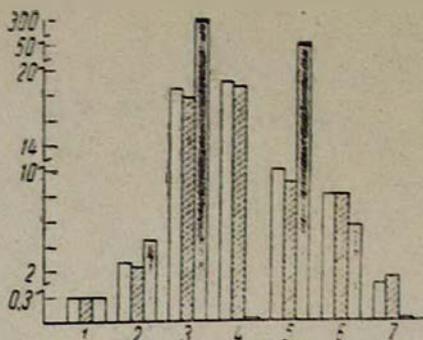


Рис. 3. Средние величины элементов пищедобывательного поведения крыс (№ 44, 48, 50) в «Т-образном» лабиринте. Белые столбики—контроль, заштрихованные—после введения физиологического раствора (5—6 мл), зачерненные—после однократного введения пуфемид (100 мг/кг). На абсцисс: 1—лат. период побежки к кормушке, 2—побежка, 3—задержка у кормушки, 4—возвращение в СК, 5—груминг (все в с), 6, 7—число межсигнальных реакций между кормушками и СК и кормушками соответственно

ного на основе синтеза и интеграции доминирующего мотивационного (пищевого) возбуждения, соответствующих пусковых и обстановочных сенсорных возбуждений и адекватных эграмм, извлеченных из аппарата памяти. Пуфемид временно нарушает навык крыс к самостоятельному возвращению и задержке в СК лабиринта.

Институт зоологии Академии наук
Армянской ССР

Գ. Ե. ԳՐԻԳՈՐՅԱՆ, Ն. Ե. ԶԱԿՈՐՅԱՆ, Ա. Մ. ՍՏՈՂԵՐԿ

Պուֆեմիդի ազդեցությունը սպիտակ առնետների լարիրինքային վարժեցման վրա

Պուֆեմիդը հակաէպիլեպտիկ դեղամիջոց է: Այն նախատեսված է երկարատև բուժման համար:

Հետազոտության նպատակն է հղել բացահայտել պուֆեմիդի հնարավոր բացասական ազդեցությունն առնետների փսիխոֆիզիոլոգիական գործունեության վրա, նրա երկարատև ամենօրյա (1 ամիս) օգտագործման դեպքում:

Առնետները նախօրոք վարժեցվել են համապատասխան լարիրինքներում, որտեղ նրանք սովորել են գտնել դեպի սնման օբյեկտը տանող ամենակարճ ուղին:

Փորձերը ցույց տվեցին, որ պուֆեմիդի ներարկումից 40—60 րոպե անց կենդանիների մոտ առաջ են գալիս ծայրանդամների ֆունկցիաների ժամանակավոր խանգարումներ: Սակայն այդ ֆունկցիաների վրա ուսուցման և հիշողության պրոցեսները մնում են անվնաս: Առնետները վճռում են առաջարկված բոլոր խնդիրները նույն ճշտությամբ, ինչպես կոնտրոլ փորձերում:

ЛИТЕРАТУРА — ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

¹ Мат. конф., посвященной новому противэпилептическому препарату пуфемид, Изд-во АН АрмССР, Ереван, 1980. ² Г. Е. Григорян, А. М. Стольберг, ДАН АрмССР, т. 79, № 5 (1984). ³ Е. С. Tolman, Behavior and Psychological Man, Berkeley, 1958. ⁴ Г. Е. Григорян, Н. Е. Акопян, ДАН АрмССР, т. 80, № 4 (1985).