

ՀԴՄԸ 197

ISSN 0321 — 1339

ՀԱՅԿԱԿԱՆ ՍՍՀ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԿԱԴԵՄԻԱ  
АКАДЕМИЯ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР

# Զ Ե Կ Ո Ւ Յ Ց Ն Ե Ր Д О К Л А Д Ы

LXXXII, №1

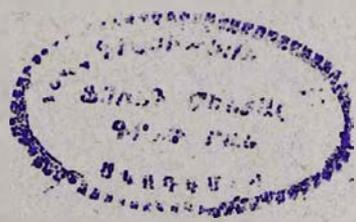
1986

### Խմբագրական կոլեգիա

Կ Ա. ԱՐՁՈՒՄԱՆՅԱՆ, տեխն. գիտ. բեկե-  
ծու (պատ. փորձադար), է. Գ. ԱՅՐԻԿՅԱՆ,  
ՀՍՍՀ ԳԱ ակադեմիկոս, Ա. Բ. ԲԱՐԱՑՅԱՆ,  
ՀՍՍՀ ԳԱ ակադեմիկոս, Ա. Հ. ԳԱՐՐԻՆԻՅԱՆ,  
ՀՍՍՀ ԳԱ ակադեմիկոս, Ա. Ա. ՔԱՂԱՅԱՆ,  
ՀՍՍՀ ԳԱ թղթ. աեղամ, Վ. Հ. ՀԱՄԲԱՐՁՈՒՄ-  
ՅԱՆ, ակադեմիկոս, Վ. Հ. ՂԱԶԱՐՅԱՆ, ՀՍՍՀ  
ԳԱ ակադեմիկոս (պատ. խմբագրի տնտ-  
կայ), Վ. Գ. ՄԽԻՏԱՐՅԱՆ, ՀՍՍՀ ԳԱ թղթ.  
աեղամ, Գ. Ս. ՍԱՀԱԿՅԱՆ, ՀՍՍՀ ԳԱ ակա-  
դեմիկոս, Ծ. Մ. ՍԱԳՈՆՋՅԱՆ, ՀՍՍՀ ԳԱ թղթ.  
աեղամ Մ. Լ. ՏԵՐ-ՄԻԿԱԵԼՅԱՆ, ՀՍՍՀ ԳԱ  
ակադեմիկոս, Վ. Բ. ՅԱՆԱՐՁՅԱՆ, ՀՍՍՀ ԳԱ  
ակադեմիկոս:

### Редакционная коллегия

Վ. Ա. ԱՄԲԱՐՇՄՅԱՆ, ակադեմիկ, Գ. Ա.  
ԱՐՅՄԱՆՅԱՆ, կանդ. տեխ. ռաւ (ոտ.  
սեկրետար), Յ. Գ. ԱՓՐԻԿՅԱՆ, ակադեմիկ  
ԱՆ ԱրմՍՍՐ, Ա. Դ. ԲԱԲԱՅԱՆ, ակադեմիկ  
ԱՆ ԱրմՍՍՐ, Ա. Ա. ԳԱԲՐԻԵԼՅԱՆ, ակա-  
դեմիկ ԱՆ ԱրմՍՍՐ, Վ. Օ. ԿԱԶԱՐՅԱՆ,  
ակադեմիկ ԱՆ ԱրմՍՍՐ (զամ. ոտ. ռեդակ-  
տոր), Վ. Գ. ՄԽԻՏԱՐՅԱՆ, շլ. -կորր. ԱՆ  
ԱրմՍՍՐ, Գ. Ս. ՏԱԿՅԱՆ, ակադեմիկ ԱՆ  
ԱրմՍՍՐ, Օ. Մ. ՏԱՓՈՆԴՅԱՆ, շլ. -կորր  
ԱՆ ԱրմՍՍՐ, Ա. Ա. ՏԱԼԱԼՅԱՆ, շլ. -կորր.  
ԱՆ ԱրմՍՍՐ, Մ. Լ. ՏԵՐ-ՄԻԿԱԵԼՅԱՆ,  
ակադեմիկ ԱՆ ԱրմՍՍՐ, Վ. Վ. ՓԱՆԱՐ-  
ԴՅԱՆ, ակադեմիկ ԱՆ ԱրմՍՍՐ.



ՀԱՅԿԱԿԱՆ ՍՍՀ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԿԱԴԵՄԻԱՅԻ ՀՐԱՏԱՐԱԿԳՈՒԹՅՈՒՆ

ԲՈՎԱՆԴԱԿՈՒԹՅՈՒՆ

ՄԱԹԵՄԱՏԻԿԱ

Ա. Է. Երչումեկե—Ռ. Նեանլինայի հակադարձ խնդրի մասին . . . . . 3

Ա. Խ. Դարբինյան—Մեծ կիսաստիճաններով կողմնորոշված գրաֆների համալիրն-  
 յանության մի բավարար պայման . . . . . 6

Վ. Գ. Սաճակյան—RS սպասարկման դիսցիպլինով  $\vec{M}_r/\vec{G}_r/1/\infty$  գերադաս համա-  
 կարգերում սպասման ժամանակների ասիմպտոտիկ վարքի մասին . . . . . 9

Ա. Դ. Զավադյան—Ցանցի կախումը էլիպտիկ հավասարման գործակիցներից վարիա-  
 ցիոն-տարբերական մեթոդում . . . . . 13

Ն. Վ. Գրիգորյան—Կոմպլեքս հարթության ճառագայթների և անկյունային տիրույթ-  
 ների վրա ֆունկցիոնալ մաժորանտ ունեցող բազմանդամ ածանցյալի զնահատականը . . . 18

ԲԺՇԿՈՒԹՅՈՒՆ

Հ. Ա. Միևայան—Կալցիումի անտագոնիստներ վերապամիլի և նիֆեդիպինի հակա-  
 դեպրեսիվ ազդեցությունը խոցով հիվանդների մոտ . . . . . 22

ԳԵՈՄԵՏԻԿԱ

Վ. Ս. Սարգսյան, Գ. Տ. Խաչատուրյան, Ս. Շ. Նուրիջանյան, Լ. Վ. Դասոյան—Երկրի  
 մակերևույթի նստվածքի կանխագուշակումը ստորգետնյա ջրերի հորիզոնի իջեցման դեպքում 24

ԱՌԱՋԿԱԿԱՆՈՒԹՅԱՆ ՏԵՍՈՒԹՅՈՒՆ

Ս. Ս. Մխիբարյան, Ս. Զ. Պետրոսյան—Առաձգական կիսատարածության համար մի  
 խառը խնդրի մասին . . . . . 28

ԳԵՈՑԻՋԻԿԱ

Լ. Ս. Բեզուլցայա, Ա. Ա. Պրոխորով, Յու. Պ. Սկովորոդկին, Ն. Պ. Տոնոյան—Sq  
 վարիացիաների օգտագործումը սկսմոտեկտոնիկական պրոցեսների ուսումնասիրման  
 համար . . . . . 33

ՄԵՏԱՂԱՄՆՈՒԹՅՈՒՆ

Գ. Բ. Մեծդումյան—Հայկական ՍՍՀ-ում երկաթի հանքայնացման նոր՝ հիդրոսիլիկա-  
 տային ֆորմացիոն տիպ . . . . . 38

ՄԻՋԱՍԱՐԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

Օ. Պ. Նեգոբով—Կանաչիկ-ճանճի (Dolichopodidae, Diptera) նոր տեսակ Հայաս-  
 տանից . . . . . 43

ՀՅՈՒՍՎԱԾՄԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

Հ. Մ. Զիլինգարյան—Կալցիում ԱՋՖ-ի նոր եղանակ կատոնների ներօրգանային միկ-  
 րոցիկովայատոր հունի հայտնաբերման համար . . . . . 46

## СОДЕРЖАНИЕ

	Стр.
<b>МАТЕМАТИКА</b>	
<i>А. Э. Еременко</i> —К обратной задаче теории Неанлины . . . . .	3
<i>С. Х. Дарбинян</i> —Одно достаточное условие для гамильтоновости орграфов с большими полустепенями . . . . .	6
<i>В. Г. Саакян</i> —Об асимптотическом поведении времен ожидания в приоритетных моделях $\bar{M}_r/\bar{G}_r/1/\infty$ при дисциплине <i>RS</i> . . . . .	9
<i>А. Д. Джавидян</i> —Выбор сетки в вариационно-разностном методе (ВРМ) решения эллиптических уравнений в зависимости от свойств их коэффициентов.	13
<i>Н. В. Григорян</i> —Оценки для производной полинома, имеющего функциональную мажоранту на лучах и угловых областях комплексной области . . . . .	18
<b>МЕДИЦИНА</b>	
<i>Г. А. Минасян</i> —Антидепрессивное действие антагонистов кальция верапамила и пифединала у язвенных больных . . . . .	22
<b>ГЕОМЕХАНИКА</b>	
<i>В. С. Саркисян, Г. Т. Хачатурян, С. Ш. Нуридджян, Л. В. Дасоян</i> —О прогнозе оседания поверхности земли при откачках подземных вод. . . . .	24
<b>ТЕОРИЯ УПРУГОСТИ</b>	
<i>С. М. Мхитилян, С. Э. Петросян</i> —Об одной смешанной задаче для упругого полупространства . . . . .	28
<b>ГЕОФИЗИКА</b>	
<i>Л. С. Безуглая, А. А. Прохоров, Ю. П. Сквородкин, Е. П. Тоноян</i> —Использование $S_q$ -вариаций для изучения сейсмотектонических процессов. . . . .	33
<b>МЕТАЛЛОГЕНИЯ</b>	
<i>Г. Б. Межлумян</i> —Гидросиликатное железоруднение—новый формационный тип железных руд в Армянской ССР . . . . .	38
<b>ЭНТОМОЛОГИЯ</b>	
<i>О. П. Негроров</i> —Новый вид мухи зеленушки (Dolichopodidae, Diptera) из Армении . . . . .	43
<b>ГИСТОЛОГИЯ</b>	
<i>А. М. Чилингарян</i> —Новый кальций-аденозинтрифосфатный метод для выявления внутриорганичного микроциркуляторного русла у кошек. . . . .	46

C O N T E N T S

	P.
<b>MATHEMATICS</b>	
<i>A. E. Eremenko</i> —On the inverse problem of the Nevanlinna theory. . . . .	3
<i>S. Kh. Darbinian</i> —A sufficient condition for Hamiltonian digraphs with a large indegree and outdegree. . . . .	6
<i>W. G. Saaklan</i> —On asymptotic behaviour of waiting time in $\vec{M}_r/\vec{G}_r/1/\infty$ priority models with RS service discipline. . . . .	9
<i>A. D. Javadian</i> —The network choice depending on the properties of the coefficients of elliptic equations in the finite element method. . . . .	13
<i>N. V. Grigorian</i> —Estimates for the derivative of polynomial with functional majorant on rays and angular domains in the complex plane. . . . .	18
<b>MEDICINE</b>	
<i>H. A. Minassian</i> —Antidepressive action of calcium antagonists verapamil and nifedipine in patients with ulcer disease. . . . .	22
<b>GEOMECHANICS</b>	
<i>V. S. Sarkisian, G. T. Khachaturlan, S. Sh. Nuridjanian, L. V. Dasoyan</i> —On prediction of land depression due to pumping of underground water. . . . .	24
<b>THEORY OF ELASTICITY</b>	
<i>S. M. Mkhtarian, S. Z. Petrosian</i> —On one mixed boundary value problem for an elastic half-space. . . . .	28
<b>GEOPHYSICS</b>	
<i>L. S. Bezuglaya, A. A. Proshorov, Yu. P. Skovorodkin, E. P. Tonoyan</i> —The use of $S_q$ -variations for the study of seismotectonic processes. . . . .	33
<b>METALLOGENY</b>	
<i>G. B. Mejlumian</i> —The hydrosilicate iron mineralization: a new formational type of iron ores of the Armenian SSR . . . . .	38
<b>ENTOMOLOGY</b>	
<i>O. P. Negrobov</i> —A new dolichopodid species from Armenia (Dolichopodidae, Diptera) . . . . .	43
<i>A. M. Chilingarian</i> —A new calcium ATP method for the detection of cat intraorganic microvascular bed. . . . .	46

Техн. редактор АЗИЗБЕКЯН Л. А.

Сдано в набор 9.1.86 г. Подписано к печати 31.03.1986 г. ВФ 07274.  
 Бумага № 2, 70×108<sup>1</sup>/<sub>16</sub>. Высокая печать. Печ. л. 3,0. Усл. печ. л. 4,2.  
 Учет. изд. 3,01 л. Тираж 450. Заказ 17. Издат. 6706.

Адр. ред.: 375019, Ереван, пр. Маршала Баграмяна, 24-г, II эт., к. 1, т. 27-97-238.

---

Издательство Академии наук Армянской ССР, 375019, Ереван,  
 пр. Маршала Баграмяна, 24-г.  
 Типография Издательства Академии наук АрмССР, 378310, г. Эчмиадзин.

УДК 517.53

МАТЕМАТИКА

А. Э. Еременко

**К обратной задаче теории Р. Неванлинны**

(Представлено чл.-корр. АН Армянской ССР Н. У. Аракеляном 7/VI 1984)

Одним из основных результатов теории распределения значений мероморфных (в конечной плоскости) функций является соотношение дефектов

$$\sum_{a \in \bar{C}} \delta(a, f) \leq 2. \tag{1}$$

Здесь и далее используются стандартные обозначения теории мероморфных функций (см., например, (1)). Д. Дрейсин (2) решил обратную задачу этой теории: для любых последовательностей  $\{a_j\} \subset \bar{C}$  и  $\{\delta_j\}$ ,  $0 < \delta_j \leq 1$ ,  $\sum \delta_j \leq 2$ , найдется мероморфная функция  $f$  такая, что  $\delta(a_j, f) = \delta_j$ ;  $\delta(a, f) = 0$ ,  $a \notin \{a_j\}$ . Эта функция имеет бесконечный порядок.

Не меньший интерес представляет решение обратной задачи в классе мероморфных функций конечного порядка. Отметим, например, что понятие дефекта для функции бесконечного порядка не вполне корректно, так как в этом случае дефекты сильно зависят от выбора начала координат. Для функций же конечного порядка такая зависимость устраняема (1). До настоящего времени обратная задача теории Р. Неванлинны для функций конечного порядка решалась только при предположении, что множество дефектных значений конечно (и полностью решена при этом предположении в (3), см. также (1)). Трудность обратной задачи с бесконечным множеством дефектных значений в классе функций конечного порядка обусловлена тем, что в этом случае дефекты удовлетворяют некоторым дополнительным соотношениям, кроме (1). Так, А. Вейцман (4), усиливая ряд предыдущих результатов, доказал, что для функций конечного (нижнего) порядка справедливо

$$\sum_{a \in \bar{C}} \delta^{1/3}(a, f) < \infty. \tag{2}$$

Далее, А. Вейцман (5) доказал, что если для функции  $f$  конечного (нижнего) порядка имеет место равенство в (1), то множество дефектных значений этой функции конечно, а Д. Дрейсин (6) показал, что в этом случае все дефекты суть рациональные числа.

**Теорема 1.** Пусть  $\{a_j\}_{j=1}^{\infty} \subset \bar{C}$ , и  $\{\delta_j\}_{j=1}^{\infty}$  — положительные числа со свойствами

$$\sum_{j=1}^{\infty} \delta_j < 2, \quad \sum_{j=1}^{\infty} \delta_j^{1/3} < \infty, \quad \delta_j < 1, \quad j \in \mathbb{N}. \tag{3}$$

Тогда существует мероморфная функция конечного порядка  $f$  такая, что  $\delta(a_j, f) = \delta_j$ ,  $j \in \mathbb{N}$ ;  $\delta(a, f) = 0$ ,  $a \in \{a_j\}$ .

Отметим, что порядок построенной функции зависит от заданной последовательности  $\{\delta_j\}$ . Кроме соотношений (1), (2) известны некоторые неравенства, в которые наряду с дефектами входит порядок функции (см., например, (1)).

В силу цитированных результатов А. Вейцмана (4,5) первые два неравенства в (3) необходимы. Остановимся подробнее на неравенстве  $\delta_j < 1$ ,  $j \in \mathbb{N}$  в условии теоремы 1. Предположим, что выполняется  $\delta(a, f) = 1$  для некоторого  $a \in \bar{C}$ . Не уменьшая общности, можно считать, что  $a = \infty$ . Тогда функция  $f$  похожа на целую. Долгое время считалось правдоподобным, что целая функция конечного порядка может иметь лишь конечное множество дефектных значений. В 1966 г. Н. У. Аракелян впервые построил пример такой функции с бесконечным множеством дефектных значений (7). Точнее, для любого не более чем счетного множества  $A \subset C$  и любого  $\rho > \frac{1}{2}$  су-

ществует целая функция  $f$  порядка  $\rho$  такая, что  $\delta(a, f) > 0$  для всех  $a \in A$  (и, возможно, еще для некоторых  $a$ ). До настоящего времени эта теорема была единственным результатом о целых функциях конечного порядка с бесконечным множеством дефектных значений.

**Теорема 2.** Для любого не более чем счетного множества  $A \subset C$  и любого  $\rho > 1/2$  существует целая функция  $f$  порядка  $\rho$  такая, что  $\delta(a, f) > 0$  тогда и только тогда, когда  $a \in A$ .

Эта теорема дает ответ на вопрос Н. У. Аракеяна, поставленный в (8) (задача 1.6, часть 1-я). Метод доказательства теоремы 2 отличается от метода Н. У. Аракеяна. При доказательстве теоремы 2 применяются квазиконформные деформации целых функций подобно тому, как это делается в работе (9). Д. Дрейсин сообщил автору, что также доказал теорему 2 методом работы (9).

По-видимому, дефекты целых функций конечного порядка подчинены некоторым соотношениям, более сильным, чем (2). Н. У. Аракелян высказал гипотезу о том, что для целой функции конечного порядка справедливо соотношение

$$\sum_{a \in C} \left( \log \frac{e}{\delta(a, f)} \right)^{-1} < \infty \quad (4)$$

((8), задача 1.6, часть 2-я). Эта гипотеза до настоящего времени не доказана, более того, неизвестно, можно ли для целых функций усилить соотношение (2). В примере Н. У. Аракеяна и в примере, который дается теоремой 2, ряд (4) сходится. Представляется правдоподобным, что если мероморфная функция конечного порядка имеет один дефект, равный 1, то выполняется (4). Если это верно, то ограничение  $\delta_j < 1$  в теореме 1 существенно.

Наряду с дефектами в последнее время рассматриваются отклонения

$$\beta(a, f) = \liminf_{r \rightarrow \infty} \log^+ M(r, a, f) / T(r, f).$$

введенные В. П. Петренко. Свойства этих величин подробно исследованы в книге <sup>(10)</sup>. Если мероморфная функция  $f$  конечного (нижнего) порядка, то множество  $\{a \in \bar{C} : \beta(a, f) > 0\}$  не более чем счетно. Более того, в этом случае справедливо

$$\sum_{a \in \bar{C}} \beta^{1/2}(a, f) < \infty. \quad (5)$$

Этот результат <sup>(11)</sup> усиливает предыдущие теоремы В. П. Петренко и Г. А. Барсегяна. Оказывается, что (5) является единственным ограничением, которому должны удовлетворять отклонения мероморфных функций конечного порядка.

**Теорема 3.** Пусть  $\{a_n\}_{n=1}^{\infty} \subset \bar{C}$ , и  $\{\beta_j\}$  — положительные числа такие, что

$$\sum_{j=1}^{\infty} \beta_j^{1/2} < \infty.$$

Тогда существует мероморфная функция  $f$  конечного порядка такая, что  $\beta(a_n, f) = \beta_n$ ,  $j \in \mathbb{N}$ ;  $\beta(a, f) = 0$ ,  $a \notin \{a_n\}$ .

Разумеется, порядок функции  $f$  в теореме 3 зависит от последовательности  $\{\beta_n\}$ . Теоремы 1 и 3 доказываются одинаковым методом, который сходен с методом работы <sup>(12)</sup>.

Автор благодарит В. С. Азарина, А. А. Гольдберга, Д. Дрейсина и М. Л. Содина за обсуждение этой работы.

Физико-технический институт  
Академии наук Украинской ССР

Ա. Է. ԵՐՑՈՄԵՆԿՈ

Ռ. Նևանլինայի հակադարձ խնդրի մասին

Բերվում է Նևանլինայի բաշխման տեսության հակադարձ խնդրի մասնակի լուծումը վերջավոր կարգի մերոմորֆ ֆունկցիաների դասում: Այդ նույն ֆունկցիաների դասում Պետրենկոյի արժեքների բաշխման հակադարձ խնդրի լուծումը:

ЛИТЕРАТУРА — ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

- <sup>1</sup> А. А. Гольдберг, И. В. Островский, Распределение значений мероморфных функций, М., Наука, 1970. <sup>2</sup> D. Drasin, Acta math., v. 138, 83—151 (1977). <sup>3</sup> А. А. Гольдберг, Укр. мат. журн., т. 6, 387—397 (1954). <sup>4</sup> A. Weitsman, Acta math., v. 128, 41—52 (1972). <sup>5</sup> A. Weitsman, Acta math., v. 123, 115—139 (1969). <sup>6</sup> D. Drasin, Annals of Math., v. 114, 493—518 (1981). <sup>7</sup> Н. У. Аракелян, ДАН СССР, т. 170, № 2, 999—1002 (1966). <sup>8</sup> W. K. Hayman, Research problems in function theory, Athlone Press, London, 1967. <sup>9</sup> D. Drasin, Ark. mat., v. 12, № 2, 139—150 (1974). <sup>10</sup> В. П. Петренко, Рост мероморфных функций, Харьков, Вища школа, 1978. <sup>11</sup> А. Э. Еременко, Теория функций, функц. анализ и их прилож., вып. 40, 56—64 (1983). <sup>12</sup> D. Drasin, A. Weitsman, Advances in Math., v. 15, 93—126 (1975).

УДК 519.1

МАТЕМАТИКА

С. Х. Дарбинян

Одно достаточное условие для гамильтоновости оргграфов с большими полустепенями

(Представлено чл.-корр. АН Армянской ССР Р. Р. Варшамовым 8/VI 1984)

Все понятия и обозначения, не определяемые здесь, можно найти в (1). Пусть  $G$  — оргграф. Через  $V(G)$  обозначается множество вершин  $G$ , а через  $E(G)$  множество его дуг. Для  $A, B \subseteq V(G)$  и  $x \in V(G)$  введем обозначения:

$$E(A \rightarrow B) = \{yz \in E(G) / y \in A, z \in B\};$$

$$O(x) = \{y \in V(G) / xy \in E(G)\}; \quad I(x) = \{y \in V(G) / yx \in E(G)\}.$$

Через  $\langle A \rangle$  обозначается подграф, порожденный множеством  $A$ . Число  $d(x) = od(x) + id(x)$  называется степенью вершины  $x$ , где  $id(x)$  полустепень захода, а  $od(x)$  полустепень исхода. Запись  $A \rightarrow B$  означает, что если  $y \in A$  и  $z \in B$ , то  $yz \in E(G)$ . Если  $H$  — граф, то через  $H^*$  обозначим оргграф, который получается из  $H$  после замены каждого его ребра  $(xy)$  двумя дугами  $xu$  и  $ux$ . Обозначение  $G_1 \subseteq G$  означает, что  $G_1$  является подграфом  $G$ , а  $E(x, y) = \emptyset$  означает, что вершины  $x$  и  $y$  не смежны.  $\bar{G}$  — оргграф, обратный к  $G$ .

В (2) найдено достаточное условие гамильтоновости  $(2n+1)$ -вершинного оргграфа с минимальными полустепенями исхода и захода не меньшими  $n$ . В настоящей статье приводится достаточное условие гамильтоновости  $2n$ -вершинного ( $n \geq 2$ ) оргграфа с минимальной степенью не меньше  $2n-1$  и с минимальными полустепенями исхода и захода не меньшими  $n-1$ . Кроме того, показывается, что любой  $p$ -вершинный ( $p \geq 4$ ) оргграф  $G$  с минимальной степенью не меньше  $p-1$  и с минимальными полустепенями не меньшими  $[(p-1)/2]$  содержит контур длины  $p-1$  (кроме некоторых простых случаев).

Для формулировки теорем определим оргграфы  $H_1, H'_1$  и класс оргграфов  $H(n, n), H(n, n-1)$ .

$H_1$  —  $2n$ -вершинный оргграф с  $V(H_1) = D_1 \cup D_2 \cup \{x_1, x_2\}$ , для которого  $\langle D_1 \rangle \cong \langle D_2 \rangle \cong K_{n-1}^*$ ;  $O(x_1) = \{x_2\} \cup D_1$ ;  $I(x_1) = D_1 \cup D_2$ ;  $O(x_2) = D_1 \cup D_2$  и  $I(x_2) = \{x_1\} \cup D_2$ .

$H'_1$  — оргграф, полученный из  $H_1$ , после добавления дуги  $x_2x_1$ .

$H(n, n)$  — множество  $2n$ -вершинных оргграфов  $G$ , для которых  $V(G) = A_1 \cup A_2$ ;  $\langle A_1 \rangle \cong \langle A_2 \rangle \cong K_n^*$ ;  $E(A_2 \rightarrow A_1) = \emptyset$  и для любой вершины  $x \in A_1$  (соответственно  $y \in A_2$ ) существует такая вершина  $x_1 \in A_2$  ( $y_1 \in A_1$ ), что  $xx_1 \in E(G)$  ( $y_1y \in E(G)$ ).

Скажем, что  $2n$ -вершинный оргграф  $G$  принадлежит классу  $H(n,$

$n-1$ ), если множество его вершин можно разбить на три подмножества  $B_1, B_2$  и  $\{x\}$ , где  $|B_1|=n, |B_2|=n-1$ , таким образом, чтобы выполнялись следующие условия:

а) для любых  $z_1 \in B_1$  и  $z_2 \in B_2, z_1 z_2, z_2 z_1 \in E(G)$ ;

б)  $E(\langle B_1 \rangle) = \emptyset$ ;

в) либо  $I(x) = B_2$  и  $\{x\} \rightarrow B_1$ , либо  $O(x) = B_2$  и  $B_1 \rightarrow \{x\}$ .

**Теорема 1.** Пусть  $G$  —  $p$ -вершинный ( $p \geq 4$ ) орграф с минимальной степенью не меньше  $p-1$  и минимальными полустепенями не меньшими  $\lfloor (p-1)/2 \rfloor$ . Тогда  $G$  содержит контур длины  $p-1$ , кроме случаев, когда  $G \in \{C_n^*, H_1, H_1', [(K_n \cup K_n) + K_1]^*\} \cup H(n, n)$  или  $G \subseteq K_{n,n}^*$ , где  $n = \lfloor p/2 \rfloor$ .

**Теорема 2.** Пусть  $G$  —  $2n$ -вершинный ( $n \geq 2$ ) орграф с минимальной степенью не меньше  $2n-1$  и с минимальными полустепенями не меньшими  $n-1$ . Тогда либо  $G$  — гамильтонов, либо  $G \in \{H(n, n) \cup H(n, n-1) \cup \{H_1, H_1', H_2, H_2'\}\}$ , где  $H_2$  — 6-вершинный орграф, изображенный на рис. 1, а  $H_2'$  — орграф, полученный из  $H_2$  после добавления дуги  $x_2 x_4$ .

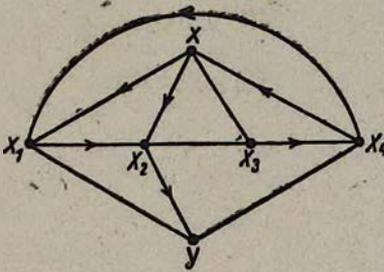


Рис. 1

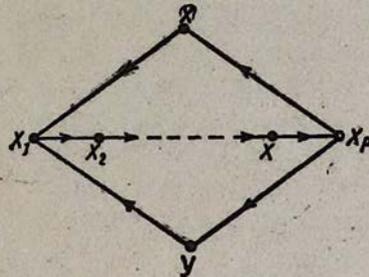


Рис. 2

Приведем лишь схему доказательства теоремы 2<sub>1</sub>

Пусть орграф  $G$  удовлетворяет условиям теоремы 2. Тогда нетрудно убедиться, что либо  $G$  сильно связный, либо  $G \in H(n, n)$ . Предположим, что  $G$  сильно связный и для него утверждение теоремы 2 неверно. Тогда по теореме 1  $G$  содержит контур длины  $2n-1$ . Пусть  $\bar{C}_{2n-1} = (x_1 x_2 \dots x_{2n-1} x_1)$  произвольный контур длины  $2n-1$  в  $G$  и  $x \notin V(\bar{C}_{2n-1})$ . Легко заметить, что  $d(x) = 2n-1$  и для некоторого  $i, 1 \leq i \leq 2n-1$ , имеет место  $E(x, x_i) = \emptyset$ . Далее из  $E(x, x_i) = \emptyset$  вытекает, что  $x_{i-1} x, x x_{i+1} \in E(G)$  и  $d(x_i) = 2n-1$  (индексы вершин контура  $\bar{C}_{2n-1}$  берутся по  $\text{mod}(2n-1)$ ). Не нарушая общности, можем предполагать, что  $E(x, x_{2n-1}) = \emptyset$ . Пусть  $p = 2n-2$  и  $y = x_{2n-1}$ . Тогда  $\{x_p\} \rightarrow \{x, y\}$  и  $\{x, y\} \rightarrow \{x_1\}$  (рис. 2).

Для любой вершины  $z \in \{x, y\}$  пусть

$$A(z) = \{x_i / z x_{i+1} \in E(G), 1 \leq i \leq p-2\};$$

$$B_1(z) = \{x_i / x_{i-1} z \in E(G), 3 \leq i \leq p\};$$

$$B_2(z) = \{x_i / x_{i-1} z \in E(G), 2 \leq i \leq p-1\}.$$

Далее доказываются следующие утверждения:

Пусть  $\{u, v\} = \{x, y\}$ . Тогда

1°. Если  $x_{p-1}u \in E(G)$ , то  $E(A(v) \rightarrow x_p) = \emptyset$ .

2°. Если  $ux_2 \in E(G)$ , то  $E(x_1 \rightarrow B_1(v)) = \emptyset$ .

3°. Если  $x_{p-1}u$ ,  $\forall x_p \in E(G)$ , то  $E(x_p \rightarrow B_3(v)) = \emptyset$ .

4°. Если  $\{x_{p-1}\} \rightarrow \{u, v\}$ , то  $od(u) = od(v) = p-1$  и  $O(u) = O(v)$ .

5°. Если  $\{u, v\} \rightarrow \{x_2\}$ , то  $id(u) = id(v) = p-1$  и  $I(u) = I(v)$ .

6°.  $|E(\{x_{p-1}\} \rightarrow \{u, v\})| \leq 1$  и  $|E(\{u, v\} \rightarrow x_2)| \leq 1$ .

7°. Вершина  $u$  не смежна с некоторой вершиной  $x_i$ , где  $2 \leq i \leq p-1$ .

8°. Для вершины  $u$  имеет место  $x_{p-1}u \notin E(G)$  и  $ux_2 \notin E(G)$ .

Теперь, пользуясь утверждением 8°, докажем теорему 2. Из  $d(x) = 2p-1$  следует, что  $od(x) = p$  или  $id(x) = p$ . Не нарушая общности, можем предполагать, что  $od(x) = p$ . Тогда для некоторого  $i$ ,  $1 \leq i \leq 2p-3$ , имеет место  $\{x\} \rightarrow \{x_i, x_{i+1}\}$ . Из 8° следует  $xx_2 \notin E(G)$ . Значит,  $i \geq 3$  и  $x_1x \in E(G)$ . Следовательно, существует такое  $l$ ,  $2 \leq l \leq i-1$ , что  $E(x, x_l) = \emptyset$ ,  $\{x\} \rightarrow \{x_{l+1}, x_{l+2}\}$  и  $x_{l-1}x \in E(G)$ . Рассмотрим контур  $(x_{l+1}x_{l+2} \dots x_{2p-2}x_{2p-1}x_1x_2 \dots x_{l-1}xx_{l+1})$ . Для этого контура имеет место  $E(x, x_l) = \emptyset$ ,  $\{x\} \rightarrow \{x_{l+1}, x_{l+2}\}$  и  $x_{l-1}x \in E(G)$ , а это противоречит утверждению 8°. Полученное противоречие доказывает справедливость теоремы 2.

Объединяя теорему 2 с теоремой Томассена (теорема 2 (2)), получим следующую теорему.

**Теорема 3.** Пусть  $G$  —  $p$ -вершинный ( $p \geq 4$ ) орграф с минимальной степенью не меньше  $p-1$  и с минимальными полустепенями не меньшими  $\lfloor (p-1)/2 \rfloor$ . Тогда  $G$  — гамильтонов, кроме случаев, когда  $G \in \{H(n, n) \cup H(n, n-1) \cup \{H_1; H'_1; H_2; H'_2; D_3; D_7; [(K_n \cup K_n) + K_1]^*\}$  (оргграфы  $D_5$  и  $D_7$  определены в (2)), или  $K_{n, n+1}^* \subseteq G \subseteq (K_n + \overline{K}_{n+1})^*$ , где  $n = \lfloor p/2 \rfloor$ .

Вычислительный центр

Академии наук Армянской ССР и

Ереванского государственного университета

Ս. Խ. ԳՍՐԲԻՆՅԱՆ

Մեծ կիսաստիճաններով կողմնորոշված գրաֆների համախոնջանության մի բավարար պայման

Դիտարկվում են վերջավոր կողմնորոշված գրաֆներ:

Ներկա աշխատանքում բերվում է համախոնջանության բավարար պայման  $2n$ -գագաթանի ( $n \geq 2$ ) կողմնորոշված գրաֆների համար, որում ցանկացած գագաթի աստիճանը փոքր է  $(2n-1)$ -ից, իսկ կիսաստիճանները փոքր չեն  $(n-1)$ -ից:

ЛИТЕРАТУРА — ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

<sup>1</sup> Ф. Харари, Теория графов, Мир, М., 1973. <sup>2</sup> С. Thomassen, Long cycles in digraphs, Proc. London Math. Soc., v. 3, № 42 (1981).

УДК 519.217

МАТЕМАТИКА

В. Г. Саакян

Об асимптотическом поведении времен ожидания в приоритетных  
моделях  $\bar{M}_r/\bar{G}_r/1/\infty$  при дисциплине  $RS$ 

(Представлено чл.-корр. АН Армянской ССР Р. Р. Варшамовым 5/VII 1984)

За последние десятилетия теория массового обслуживания превратилась в широкое научное направление исследования операций. По мере усложнения реальных систем, вызванного развитием информационно-вычислительных систем и автоматизированных систем управления, усложнялись соответствующие математические модели. Результатом этого явилась необходимость изучения методами математической теории массового обслуживания приоритетных моделей, среди которых особое место по своей практической и теоретической ценности занимают модели с относительными и абсолютными приоритетами.

Важной характеристикой моделей с ожиданием является виртуальное время ожидания  $w_k(t)$  ( $k = \overline{1, r}$ ) вызова  $k$ -го приоритетного потока ( $k$ -вызова) в момент  $t$ , которое зависит от дисциплины, принятой внутри потока  $k$ -вызовов (число потоков равно  $r$ ).

Большое количество публикаций посвящено изучению  $w_k(t)$  ( $k = \overline{1, r}$ ), когда в качестве дисциплины обслуживания внутри  $k$ -го потока приняты  $FIFO$  („первым пришел — первым обслужен“) или  $LIFO$  („последним пришел — первым обслужен“). Очень мало изучены модели при дисциплине  $RS$  (случайный выбор на обслуживание), что вызвано более сложной по сравнению с  $FIFO$  и  $LIFO$  структурой порядка обслуживания<sup>(1,2)</sup>. Публикациям<sup>(1,2)</sup> предшествовали работы<sup>(3,4)</sup> для модели  $M/G/1/\infty$  с одним входящим потоком.

Настоящая работа посвящена асимптотическому при  $t \rightarrow \infty$  изучению поведения  $w_k(t)$  ( $k = \overline{1, r}$ ) в моделях  $\bar{M}_r/\bar{G}_r/1/\infty$  при дисциплине  $RS$  обслуживания  $k$ -вызовов.

Опишем рассматриваемые модели. На один обслуживающий прибор поступают  $r$  независимых потоков 1-вызовов, 2-вызовов, ...,  $r$ -вызовов с параметрами  $a_1 > 0, a_2 > 0, \dots, a_r > 0$ . Длительности обслуживания вызовов независимы в совокупности, не зависят от процесса поступления и для  $i$ -вызовов ( $i = \overline{1, r}$ ) имеют функцию распределения  $B_i(t)$ . Допускается неограниченная очередь.

Поток  $i$ -вызовов, ...,  $j$ -вызовов ( $1 \leq i \leq j \leq r$ ) назовем потоком  $\overline{i, j}$ -вызовов.

Между потоками вызовов установлены дисциплины либо относительных (схема А), либо абсолютных приоритетов (схемы В: В1—до-

обслуживание прерванного вызова; В2—потеря; В3—обслуживание заново).

Внутри каждого приоритетного потока принята дисциплина  $RS$ , т. е. если на прибор должен поступить  $i$ -вызов ( $i = \overline{1, r}$ ) и в очереди в этот момент  $N(N \geq 1)$   $i$ -вызовов, то любой из них выбирается на прибор с вероятностью  $1/N$ .

Пусть  $\rho_{i1}$  ( $i = \overline{1, r}$ )—загрузка модели  $\overline{1, i}$ -вызовами, т. е. среднее время, необходимое для обслуживания поступающих в единицу времени в модель  $\overline{1, i}$ -вызовов.  $\rho_{r1}$  называют загрузкой модели. Значения  $\rho_{i1}$  приведены, например, в (1). Условием существования стационарного распределения для  $w_k(t)$  ( $k = \overline{1, r}$ ) в схемах А и В при дисциплине  $RS$  служит условие  $\rho_{k1} \leq 1$ . Чем ближе к единице  $\rho_{k1}$  ( $k = \overline{1, r}$ ), тем медленнее  $w_k(t)$  сходится к своему стационарному значению при  $t \rightarrow \infty$ .

Цель настоящей работы заключается в описании характера сходимости  $w_k(t)$  ( $k = \overline{2, r}$ ) к предельному значению при  $t \rightarrow \infty$ , когда  $\rho_{k1} \uparrow 1$ ;  $\rho_{k1} = 1$ ;  $\rho_{k-11} \uparrow 1$ ,  $\rho_{k1} = 1$ .

Для дальнейшего анализа величин  $w_k(t)$  ( $k = \overline{1, r}$ ) предположим выполненными следующие условия ( $I_k$ ).

В схемах А и В1 для  $\beta_i(s) = \int_0^\infty e^{-st} dB_i(t)$  ( $i = \overline{1, k}$ ) при  $s \downarrow 0$  справедливо представление  $\beta_i(s) = 1 - \beta_{i1}s + a_i s^{\gamma(i)}(1 + o(1))$  ( $1 < \gamma(i) \leq 2$ ),

где  $\beta_{i1} = \int_0^\infty t dB_i(t)$ ,  $a_i$ —положительная константа.

В схемах В2 и В3 последнее представление предполагаем выполненным лишь для первого потока.

Положим ( $k = \overline{1, r}$ ):  $\gamma_k = \begin{cases} \min\{\gamma(1), \dots, \gamma(k)\}, & \text{для схем А и В1;} \\ \gamma(1), & \text{для схем В2 и В3,} \end{cases}$

$L_k = \begin{cases} \{i: 1 \leq i \leq k, \gamma(i) = \gamma_k\}, & \text{для схем А и В1;} \\ \{1\}, & \text{для схем В2 и В3,} \end{cases}$

$$B_k = \sum_{i \in L_k} a_i a_i, \lambda_k = \gamma_k / (\gamma_k - 1)$$

Нам потребуются так называемые условия критической загрузки  $J_{0k}$ , которые создаются следующим образом:

Пусть  $\rho_{k1} \uparrow 1$ ;  $a_1, a_2, \dots, a_{p-1}$ —фиксированы,  $p$ —номер первого из потоков, для которого  $\rho_{k1} \uparrow 1$ . Функции распределения  $B_i(t)$  ( $i = \overline{1, r}$ ) фиксированы. Существуют пределы  $\bar{c}_i = \lim_{\rho_{k1} \uparrow 1} c_i(i = \overline{p, k})$ , где  $\rho_i =$

$= 1 - \rho_{i1}$  и  $c_i = \rho_{i-1}^{-1} \rho_i$ . Обозначим при  $\rho_{p1} \uparrow 1$   $B = \lim B_p = \lim B_i$  ( $i = \overline{p, k}$ ).

Введем в рассмотрение функцию  $z = \Delta(s)$ ,  $\Delta(0) = 0$ , которая является решением уравнения  $z + z^p = s$ . Свойства функции  $\Delta(s)$  изучены в (2). Используя введенные обозначения, сформулируем утверждения, описывающие асимптотическое поведение  $w_k(t)$  ( $k = \overline{2, r}$ ) в модели  $\overline{M_r/\overline{G_r}/1/\infty}$  при дисциплине  $RS$ , принятой внутри потока  $k$ -вызовов.

Теорема 1. Пусть выполнены условия  $I_k$  и  $J_{0k}$ . Тогда

1) если  $\bar{c}_k = 0$  и  $t \rightarrow \infty$  таким образом, что  $t\rho_k^\lambda B^{1-\lambda} \rho \rightarrow \tau$  ( $0 < \tau \leq \infty$ ), то существует предел

$$\lim P\{\rho_k^\lambda \rho^{-1} B^{1-\lambda} \rho w_k(t) < x\} = W_{k\tau}(x) \quad (x \geq 0),$$

$$\text{где } w_{k\tau} = \int_0^\infty e^{-sx} dW_{k\tau}(x) = \int_0^\infty e^{-v+\tau(\lambda v+(sv)^\lambda)} \left\{ 1 - sv \int_0^\tau e^{-(sv+(sv)^\lambda)y} dN_1(y) \right\} dv;$$

$$\int_0^\infty e^{-sy} dN_a(y) = \{z^\lambda \rho^{-1} \Delta(sa^{-\lambda} \rho)\}^{-1} \quad (0 < a < \infty);$$

2) если  $\bar{c}_k > 0$  и  $t \rightarrow \infty$  таким образом, что  $t\rho_{k-1}^\lambda B^{1-\lambda} \rho \rightarrow \tau$  ( $0 < \tau \leq \infty$ ), то существует предел  $\lim P\{\rho_{k-1}^\lambda B^{1-\lambda} \rho w_k(t) < x\} = U_{k\tau}(x)$  ( $x \geq 0$ ),

$$\text{где } u_{k\tau}(s) = \int_0^\infty e^{-sx} dU_{k\tau}(x) =$$

$$= - \int_0^{\varphi_k(s)} e^{-sv} \left\{ 1 - \Delta(s + (1 - \bar{c}_k)\Delta(sv)) \int_0^\tau e^{-sy} dN_{\bar{c}_k}(y) - \right.$$

$$\left. - (\Delta(s + (1 - \bar{c}_k)\Delta(sv)) - \Delta(sv))(1 - \bar{c}_k) \int_0^\tau \int_0^{z-s} e^{-(s+(1-\bar{c}_k)\Delta(sv))y-sz} \cdot \right.$$

$$\left. \cdot dF_{kz}(y) dz \right\} \text{dexp} \left\{ - \int_0^{\Delta(sv)} \frac{du}{\Delta(s + (1 - \bar{c}_k)u) - u} \right\}; \int_0^\infty e^{-sy} dF_{kz}(y) =$$

$$= \exp\{z(\bar{c}_k \Delta(s) + \Delta^\lambda \rho(s))\} \cdot \left\{ 1 - \Delta(s) \int_0^z e^{-\bar{c}_k \Delta(s) + \Delta^\lambda \rho(s)v} dN_{\bar{c}_k}(v) \right\};$$

$$\varphi_k(s) = 1 + (1 - \bar{c}_k) \Delta(s \bar{c}_k^{-\lambda} \rho) \bar{c}_k^{-\lambda} \rho^{-1} s^{-1}.$$

Теорема 2. Пусть выполнены условия  $I_k, J_{\rho_{k-1}}$ . Тогда, если  $\rho_k = 0$  и  $t \rightarrow \infty$  таким образом, что  $t\rho_{k-1}^\lambda B^{1-\lambda} \rho \rightarrow \tau$  ( $0 < \tau < \infty$ ), то существует предел  $\lim P\{\rho_{k-1}^\lambda B^{1-\lambda} \rho w_k(t) < x\} = \Phi_{k\tau}(x)$  ( $x \geq 0$ ),

$$\text{где } \varphi_{k\tau}(s) = \int_0^\infty e^{-sx} d\Phi_{k\tau}(x) =$$

$$= \int_0^\infty e^{-v+\tau \Delta^\lambda \rho(sv)} \left\{ 1 - \frac{\Delta(sv)}{\Gamma(1/\lambda \rho)} \int_0^\tau e^{-u \Delta^\lambda \rho(sv)} \frac{du}{u^{1-\lambda \rho}} \right\} dv.$$

Теорема 3. Пусть выполнены условия  $I_k$ . Тогда, если  $\rho_k = 0$ ,  $t \rightarrow \infty$ , то существует предел  $\lim P\{\rho_{k-1}(Bt)^{-1/\lambda} w_k(t) < x\} = G_{\tau k}(x)$  ( $x \geq 0$ ),

$$\begin{aligned}
 \text{զժԵ} \quad g_{\Gamma k}(s) &= \int_0^{\infty} e^{-sx} dG_{\Gamma k}(x) = \\
 &= \int_0^{\infty} e^{-v+(sv)^{\Gamma k}} \left\{ 1 - \frac{sv}{\Gamma(1/\Gamma k)} \int_0^1 e^{-(sv)^{\Gamma k} \cdot y} \cdot y^{1/\Gamma k - 1} dy \right\} dv.
 \end{aligned}$$

Доказательства всех трех теорем основаны на использовании аналогичных приведенным выше результатов для дисциплины *FIFO*, которые доказаны в (1).

Выражаю признательность Э. А. Даниеляну за внимание к настоящей работе.

Вычислительный центр Академии наук Армянской ССР  
и Ереванского государственного университета

#### Վ. Կ. ՍԱՀԱԿՅԱՆ

*RS* սպասարկման դիսցիպլինով  $\vec{M}_r/\vec{G}_r/1/\infty$  գերազառ համակարգերում սպասման ժամանակների ասիմպտոտիկ վարքի մասին

Աշխատանքում դիտարկվում են  $\vec{M}_r/\vec{G}_r/1/\infty$  մոդելները: Տարբեր հոսքերի պահանջների միջև սահմանված են հարաբերական կամ բացարձակ գերազառություններ, իսկ միեկնույն հոսքի պահանջները սպասարկվում են պատահական ընտրությամբ:

Դիցուք  $\rho_{k1}$ -ը ( $k=1, r$ ) — համակարգի ժանրաբեռնվածությունն է առաջին  $k$  հոսքերի պահանջներով:

Եթե  $\rho_{k1}=1$  կամ ձգտում է մեկի, ապա  $k$ -րդ հոսքի պահանջի է պահին վերտույլ սպասման ժամանակը  $w_k(t)$  անվերջ աճում է  $t \rightarrow \infty$  դեպքում:

Պահանջների սպասարկման ժամանակի բաշխման ֆունկցիաների վրա դրված որոշակի մոմենտային սահմանափակումների դեպքում, երբ  $t \rightarrow \infty$   $k$  կամ

$$\rho_{k1} \uparrow 1, \text{ կամ } \rho_{k-11} \uparrow 1, \rho_{k1} = 1, \text{ կամ } \rho_{k1} = 1,$$

որոշված են այնպիսի նորմավորող  $\varphi(\rho_k, t)$  ֆունկցիաներ, որ գոյություն ունի հետևյալ սահմանը՝  $\lim P\{\varphi(\rho_k, t)w_k(t) < x\}$ :

Ստացված սահմանը հանդիսանում է սեփական բաշխման ֆունկցիա:

#### ЛИТЕРАТУРА — ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

- <sup>1</sup> Э. А. Даниелян, Математическая теория приоритетных моделей  $M_r/G_r/1/\infty$ , Докт. дис., Ереван, 1981 <sup>2</sup> В. Ф. Матвеев, И. Г. Харитонцева, Вестн. МГУ. Сер. 15. Вычислительная математика и кибернетика, № 2, 1983. <sup>3</sup> J. F. C. Kingman, Proceedings Cambridge Philosophical Society, v. 58 (86), p. 79—91 (1962). <sup>4</sup> В. W. Conolly, Lecture Notes in Queueing Theory, John Wiley and Sons, 1975.

УДК 519.6

МАТЕМАТИКА

А. Д. Джавадян

**Выбор сетки в вариационно-разностном методе (ВРМ) решения эллиптических уравнений в зависимости от свойств их коэффициентов**

(Представлено академиком АН Армянской ССР С. Н. Мергеляном 13/V 1985)

0. Рассмотрим задачу

$$Lu \equiv - \sum_{i,j=1}^2 \frac{\partial}{\partial x_i} \left( a_{ij}(x) \frac{\partial u(x)}{\partial x_j} \right) = f(x), \quad u \Big|_{\partial \Omega} = 0, \quad f \in L_2(\Omega) \quad (0.1)$$

в ограниченной области  $\Omega(x) (x = (x_1, x_2))$  с границей  $\partial \Omega$  из  $C^\infty$ . Пусть  $a_{ij}(x) = a_{ji}(x)$  и  $a_{ij}(x) \in C^\infty(\Omega)$ . Положим  $\mathfrak{M} \equiv \{u \mid \|Lu\|_{L_2(\Omega)} \leq 1\}$ ,

$$v_L(x) \equiv \inf_{\xi_1, \xi_2 \in R_1, (\xi_1, \xi_2) \neq (0,0)} (\xi_1^2 + \xi_2^2)^{-1} \sum_{i,j=1}^2 a_{ij}(x) \xi_i \xi_j, \quad \alpha \equiv \inf_{x \in \Omega} v_L(x).$$

Пусть  $\hat{v}$  — приближенное решение задачи (0.1), полученное ВРМ с кусочно-линейными базисными функциями (см. (1)). Тогда (1) для любого  $N \geq N_0(N_0$  зависит от свойств  $\Omega)$  имеют место неравенства

$$d_N(L) \leq \sup_{u \in \mathfrak{M}_L} \|u - \hat{v}\|_{1,\Omega} \leq C(\alpha) d_N(L), \quad (0.2)$$

где  $d_N(L) \equiv \inf_{H_N \subset W_2^1(\Omega)} \sup_{u \in \mathfrak{M}_L} \inf_{v \in H_N} \|u - v\|_{1,\Omega}$ ,  $\|\cdot\|_{1,\Omega}$  — норма в  $W_2^1(\Omega)$ ,  $H_N$  — произвольное линейное подпространство  $W_2^1(\Omega)$  размерности  $N$  и тем самым  $d_N(L)$  — поперечник А. Н. Колмогорова. Здесь  $C(\alpha)$  — постоянная, зависящая от  $\alpha$ .

На основании неравенств (0.2) ВРМ с кусочно-линейными базисными функциями являются оптимальными по порядку точности в классе всех методов приближенного решения задачи (0.1), в которых решение ищется в виде элемента пространства  $H_N$ . Однако при этом постоянная  $C(\alpha)$  может быть как угодно большой при достаточно малых  $\alpha$ .

В настоящей статье для некоторого класса  $E$  задач (0.1) вводится энергетическое пространство  $W_{2,L}(\Omega)$  со скалярным произведением  $[\cdot, \cdot]$  и соответствующей нормой  $\|\cdot\|_\alpha$ ; строится такое  $N$ -мерное подпространство  $H_N(L)$  пространства  $W_{2,L}(\Omega)$ , что имеют место неравенства

$$\tilde{d}_N(L) \leq \sup_{u \in \mathfrak{M}_L} \inf_{v \in H_N(L)} \|u - v\|_\alpha \leq C \tilde{d}_N(L) \quad (0.3)$$

для любого  $N \geq N_0(N_0$  зависит от  $L)$ . Здесь  $C$  — постоянная, единая для всего класса  $E$ ,  $\tilde{d}_N(L) \equiv \inf_{K_N} \sup_{u \in \mathfrak{M}_L} \inf_{v \in K_N} \|u - v\|_\alpha$ ,  $K_N \in \{K_N\}, \{K_N\}$  се-

мейство  $N$ -мерных подпространств пространства  $W_{1,L}(\Omega)$ , включающее  $H_N(L)$ . При построении  $H_N(L)$  распределение узлов сетки производится неравномерно в зависимости от поведения  $v_L(x)$ .

1. Введем класс  $E = E(X_1(\varepsilon_1), \dots, X_n(\varepsilon_n))$  задач (0.1). Мы скажем, что задача (0.1) является задачей класса  $E$ , если она удовлетворяет следующим условиям:

а) Можно выбрать величину  $R$  такую, что  $C_0 < R < C_1^*$  и круги радиуса  $R$ , касательные к  $\partial\Omega$ , не имеют с  $\partial\Omega$  иных общих точек, кроме точек касания, причем круги, касающиеся внутренним образом, лежат в  $\bar{\Omega}$ .

б) Условия на коэффициенты оператора  $L$ :

б<sub>1</sub>) функция  $v_L(x)$  имеет локальные минимумы  $\varepsilon_1, \dots, \varepsilon_n$  в  $\bar{\Omega}$  ( $\varepsilon_i > 0, 1 \leq i \leq n$ ), которые достигаются на множествах  $X_1, \dots, X_n$  соответственно;

б<sub>2</sub>) область  $\Omega$  можно разбить на подобласти  $\omega_1, \dots, \omega_m$  ( $\text{diam } \omega_j = O(1), 1 \leq j \leq m$ ) так, чтобы выполнялись следующие условия:

б<sub>2,1</sub>) в каждом  $\omega_j \cup (\partial\omega_j \cap \partial\Omega), 1 \leq j \leq m$ , находится не более одного множества из  $\{X_i\}_{i=1}^n$ , и каждое  $X_i, 1 \leq i \leq n$ , находится только в одном из  $\omega_j \cup (\partial\omega_j \cap \partial\Omega), 1 \leq j \leq m$ ;

б<sub>2,2</sub>) каждое  $\partial\omega_j, 1 \leq j \leq m$ , можно покрыть дважды непрерывно дифференцируемыми кривыми, количество которых ограничено универсальной постоянной (УП);

б<sub>2,3</sub>) для произвольной точки из  $\partial\omega_j, 1 \leq j \leq m$ , можно построить кусочно-гладкий путь, лежащий в  $\bigcup_{j=1}^m \partial\omega_j$  и соединяющий эту точку с некоторой точкой из  $\partial\Omega$ , длина которого (пути) ограничена УП;

б<sub>2,4</sub>) можно выбрать  $n$  чисел  $R_1, \dots, R_n (R_i = O(1), 1 \leq i \leq n)$  так, что если  $X_i$  лежит на  $\partial\Omega$ , то  $\bigcup_{x \in X_i} (B_{R_i}(x) \cap \Omega) \subset \omega_j$  для некоторого  $j, 1 \leq j \leq m$ , где  $B_{R_i}(x)$  — круг радиуса  $R_i$  с центром в точке  $x$ , в случае, если  $X_i$  не лежит на  $\partial\Omega$ , имеет место соотношение  $\bigcup_{x \in X_i} B_{R_i}(x) \subset \subset \omega_j$ ;

б<sub>2,5</sub>) для каждой области  $\omega_j, 1 \leq j \leq m$ , можно построить накрывающие области  $\Omega_j$  и  $\omega_j^* \subset \Omega_j$  такие, что  $\omega_j \subset \omega_j^* \subset \Omega_j$ , отношение расстояния между  $\partial\omega_j^*$  и  $\partial\omega_j$  к расстоянию между  $\partial\omega_j$  и  $\partial\Omega_j$  оценивается снизу УП;  $\chi$  — коэффициент перекрытия ( $\chi \equiv 1 + \max_{1 \leq j \leq m} d_j$ , где  $d_j$  — количество пересечений  $\omega_j$  с областями  $\{\Omega_j\}_{j=1}^m$ ), ограничен УП;

б<sub>2,6</sub>) для каждого  $j, 1 \leq j \leq m$ , можно построить достаточно гладкие функции  $\Xi_j$ , равные единице в  $\omega_j^*$  и нулю вне  $\Omega_j$ , такие, что

$$\sup_{x \in \Omega_j} \left\{ |\nabla \Xi_j(x)|^2 + \sum_{i,k=1}^2 \left| \frac{\partial^2 \Xi_j}{\partial x_i \partial x_k} \right|^2 \right\} < C_4. \quad (1.1)$$

\* В статье приняты следующие обозначения. Буквой  $C$  с различными индексами обозначаются положительные константы, универсальные в том смысле, что они едины для рассматриваемого класса задач (нумерация действует в пределах одного пункта). Величина  $a$  считается порядка величины  $b (a = O(b))$ , если  $C_1 b < a < C_2 b$ . Аргументы функций опускаются, если они понятны из контекста.

б<sub>2</sub>) условия локализации:

б<sub>2.1</sub>) для каждого  $D_j = \Omega_j \cap \Omega$ ,  $1 \leq j \leq m$ , существует  $M_j(\xi_{1,j}, \xi_{2,j})$  и такое достаточно гладкое преобразование  $\mathcal{F}_j: D_j \rightarrow M_j$ , что

$$\left| \frac{\partial x_k}{\partial \xi_{p,j}} \right| \leq C_3, \quad \left| \frac{\partial^2 \xi_{k,j}}{\partial x_p} \right| \leq C_6, \quad \left| \frac{\partial^2 \xi_{k,j}}{\partial x_p \partial x_q} \right| \leq C_7, \quad \left| \frac{\partial^2 x_p}{\partial \xi_{k,j} \partial \xi_{q,j}} \right| \leq C_8, \quad (1.2)$$

где  $k, p, q = 1, 2$ , и что в  $M_j$  оператор  $L$  в переменных  $\xi_{1,j}, \xi_{2,j}$  имеет вид

$$L_j = - \left\{ \frac{\partial}{\partial \xi_{1,j}} (\mathcal{P}_{1,j}(\xi_{1,j}, \xi_{2,j})) \frac{\partial}{\partial \xi_{1,j}} + \frac{\partial}{\partial \xi_{2,j}} (\mathcal{P}_{2,j}(\xi_{1,j}, \xi_{2,j})) \frac{\partial}{\partial \xi_{2,j}} \right\}.$$

При этом для функций  $u(\xi_{1,j}, \xi_{2,j})$ , таких, что  $u|_{\partial M_j} = 0$ , имеет место неравенство

$$(L_j u, u) \geq C_9 (u, u), \quad (1.3)$$

где  $\mathcal{P}_{i,j}(\xi_{1,j}, \xi_{2,j}) > 0$ ,  $i = 1, 2$ ,  $1 \leq j \leq m$ , —ограниченные УП в  $M_j$ , функции из класса  $C^2(M_j)$ ,  $(\cdot, \cdot)$  — скалярное произведение в  $L_2$ ;

б<sub>2.2</sub>) область  $\omega_j \cap \left( \bigcup_{\substack{k=1 \\ k \neq j}}^m D_k \right)$  лежит во внутренней приграничной к

$\partial \omega_j \setminus (\partial \omega_j \cap \partial \Omega)$  полосе  $\omega_{j,\delta}$  —множестве точек  $\omega_j$ , расстояние от которых до  $\partial \omega_j \setminus (\partial \omega_j \cap \partial \Omega)$  не превосходит  $\delta = O(1)$ ,  $1 \leq j \leq m$ ;

б<sub>2.3</sub>) в областях  $\mathcal{F}_j(\omega_{j,\delta})$  —коэффициенты  $\mathcal{P}_{i,j} = O(1)$ ,  $i = 1, 2$ ,  $1 \leq j \leq m$ ;

б<sub>2.4</sub>) для задачи

$$L_j u = g, \quad u|_{\partial M_j} = 0, \quad g \in L_2(M_j), \quad 1 \leq j \leq m, \quad (1.4)$$

которую назовем стандартной, соблюдается неравенство

$$\int_{\omega_j} \sum_{i,k=1}^2 \left( \frac{\partial^2 u}{\partial \xi_{i,j} \partial \xi_{k,j}} \right)^2 d\xi_{1,j} d\xi_{2,j} \leq C_{10} \int_{M_j} g^2 d\xi_{1,j} d\xi_{2,j}, \quad (1.5)$$

где  $\omega$  — произвольная подобласть  $M_j$  такая, что в ней  $\mathcal{P}_{i,j} = O(1)$ ,  $i = 1, 2$ ; кроме того, можно построить  $\hat{v}_j$  приближенное решение (1.4), полученное ВРМ с базисными функциями  $\{\Phi_k\}_{k=1}^{N_j}$  некоторого  $N_j$ -мерного подпространства  $H_{N_j}(L)$  пространства

$$W_{2,L}^1(M_j) = \left\{ w \mid \|w\|_{M_j} = \left( \int_{M_j} \sum_{i=1}^2 \mathcal{P}_{i,j} \left( \frac{\partial w}{\partial \xi_{i,j}} \right)^2 d\xi_{1,j} d\xi_{2,j} \right)^{1/2} < \infty \right\},$$

причем имеет место следующее соотношение:

$$\|u - \hat{v}_j\|_{M_j} = O\left(\inf_{v \in H_{N_j}(L)} \|u - v\|_{M_j}\right),$$

для  $N_j \geq N_j^0$ ,  $N_j^0$  зависит от свойств  $\mathcal{P}_{i,j}$ ,  $i = 1, 2$ ;

б<sub>2.5</sub>) в общей части различных  $D_j$  и  $D_k$  базисные функции одинаковы, т. е. базисная функция пространства  $H_{N_j}(L)$ , имеющая в переменных  $x_1, x_2$  носитель в  $D_k$ , является также базисной функцией пространства  $H_{N_k}(L)$ ;

б<sub>3,6</sub>) между базисными функциями и внутренними узлами сеточной области  $M_{j,ln}$  (см. (1)) имеется блокция, и каждая из базисных функций равна единице в соответствующем узле и нулю во всех остальных;

б<sub>3,7</sub>) существует постоянная  $C_{11}$ , такая, что при  $N_j \geq C_{11}$  объединение носителей базисных функций (в переменных  $x_1, x_2$ ), пересекающихся с  $\omega_j$ , лежит в  $\omega_j^*$ ,  $1 \leq j \leq m$ ;

б<sub>3,8</sub>) имеет место неравенство

$$\|u - \hat{u}\|_{M_j} \leq C_{12} |d_{N_j}(L)|^2 \int_{M_j} g^2 d\xi_{1,j} d\xi_{2,j}, \quad 1 \leq j \leq m, \quad (1.6)$$

где  $u$  — решение задачи (1.4),  $\hat{u} = \sum_k u(\xi_{1,j}^{(k)}, \xi_{2,j}^{(k)}) \Phi_k(\xi_{1,j}, \xi_{2,j})$ ,  $\hat{u}|_{\partial M_{j,ln}} = 0$ ,  $(\xi_{1,j}^{(k)}, \xi_{2,j}^{(k)})$  —  $k$ -й внутренний узел сеточной области  $M_{j,ln}$ ,

$$d_{N_j}(L) \equiv \inf_{H_{N_j} \subset W_{2,L}^1(M_j)} \sup_{u \in H_{N_j}} \inf_{v \in H_{N_j}} \|u - v\|_{M_j};$$

б<sub>3,9</sub>) для произвольного  $H_{N_j} \subset W_{2,L}^1(M_j)$  существует функция  $u$  такая, что  $\sup u_j \subset \mathcal{F}_j(\omega_j)$ ,

$$\inf_{v \in H_{N_j}} \|u_j - v\|_{\mathcal{F}_j(\omega_j)} \geq C_{13} d_{N_j}(L), \quad \int_{M_j} (L_j u_j)^2 d\xi_{1,j} d\xi_{2,j} \leq C_{14}, \quad 1 \leq j \leq m. \quad (1.7)$$

Введем гильбертово пространство  $W_{2,L}^1(\Omega)$  со скалярным произведением  $[\omega, v] \equiv \sum_{j=1}^m \int_{\omega_j} \sum_{l=1}^2 \mathcal{P}_{lj} \frac{\partial \omega}{\partial \xi_{l,j}} \frac{\partial v}{\partial \xi_{l,j}} d\Omega$  и нормой  $\|\cdot\|_g$ .

Обозначим через  $N$  суммарное количество различных базисных функций в  $\Omega$  и через  $H_N(L)$  — линейное пространство, натянутое на эти функции. Из ограниченности коэффициента перекрытия  $\chi$  УП следует, что  $N = O\left(\sum_{j=1}^m N_j\right)$ .

Определим, наконец, семейство  $\{K_N\}$  из  $W_{2,L}^1(\Omega)$ . Мы скажем, что  $K_N \in \{K_N\}$ , если базисные функции  $K_N$  удовлетворяют следующим условиям: 1) объединение носителей базисных функций, пересекающихся с  $\omega_j$ , лежит в  $D_j$ ; 2) пространство  $K_N(D_j)$ , образованное сужением функций из  $K_N$  на  $D_j$ , имеет размерность порядка количества базисных функций, носители которых пересекаются с  $\omega_j$ .

**Теорема.** Пусть в области  $\Omega$  решается задача (0.1) из класса  $E$ . Тогда имеют место неравенства (0.3), т. е. ВР схема с базисными функциями пространства  $H_N(L)$  является оптимальной по порядку точности в классе всех методов приближенного решения задачи (0.1), в которых решение ищется в виде элемента произвольного пространства  $K_N \in \{K_N\}$ .

2. В этом пункте приведем два примера стандартных задач.

А. Задача с точечной „особенностью“ в единичном круге  $M(\xi, \eta)$ :

$$Lu \equiv - \left\{ \frac{\partial}{\partial \xi} Q(\xi, \eta) \frac{\partial u}{\partial \xi} + \frac{\partial}{\partial \eta} Q(\xi, \eta) \frac{\partial u}{\partial \eta} \right\} = f(\xi, \eta), \quad f \in L_2(M), \quad u \Big|_{\partial M} = 0.$$

Здесь  $Q(\xi, \eta) = \varepsilon + P(\xi, \eta)r^2$ ,  $r^2 = \xi^2 + \eta^2$ ,  $P = O(1)$ ,  $|\nabla P| \leq C_0$ .

Б. Задача с линейной „особенностью“ на границе в квадрате  $M(\xi, \eta) = \{0 \leq \xi \leq \pi, 0 \leq \eta \leq \pi\}$ :

$$Lu \equiv - \left\{ \frac{\partial}{\partial \xi} Q(\xi, \eta) \frac{\partial u}{\partial \xi} + \frac{\partial^2 u}{\partial \eta^2} \right\} = f(\xi, \eta), \quad f \in L_2(M), \quad u \Big|_{\partial M} = 0.$$

Здесь  $Q(\xi, \eta) = \mathcal{G}(\eta) + \xi P(\xi, \eta)$  такова:

а) для  $\forall \eta \in [0, \pi]$  имеет место  $\mathcal{G}(\eta) = O(\varepsilon)$ ;

б) для  $\forall (\xi, \eta) \in M$  выполняются соотношения

$$P = O(1), \quad |Q_\xi| = O(1), \quad |Q_\eta| \leq C_1 Q, \quad |Q_{\xi\xi}| \leq C_2, \quad |Q_{\xi\eta}| \leq C_3$$

Всесоюзный НИИ комплексного электрооборудования

### Ա. Դ. ՋԱՎԱԴՅԱՆ

#### Ցանցի կախումը էլիպտիկ հավասարման գործակիցներից վարիացիոն-տարբերական մեթոդով

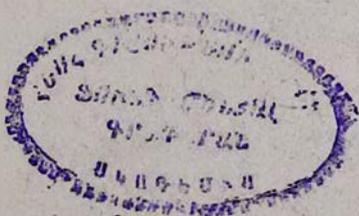
Դիցուք վարիացիոն-տարբերական մեթոդով ստանում ենք հետևյալ խնդրի մոտավոր լուծումը՝

$$Lu \equiv - \sum_{i,j=1}^2 \frac{\partial}{\partial x_i} \left( a_{ij}(x) \frac{\partial u(x)}{\partial x_j} \right) = f(x), \quad x \equiv (x_1, x_2) \in \Omega, \quad u \Big|_{\partial \Omega} = 0, \quad f \in L_2(\Omega)$$

և  $v \equiv \inf_{\xi_1, \xi_2 \in R_1, (\xi_1, \xi_2) \neq (0,0)} (\xi_1^2 + \xi_2^2)^{-1} \sum_{i,j=1}^2 a_{ij}(x) \xi_i \xi_j$  կարող է լինել կամական փոքրի: Հոդվածում ելնելով  $a_{ij}$  գործակիցների լոկալ հատկութուններից տրվում է օպտիմալ ցանցի խտացման օրենքը բավականաչափ լայն խնդիրների դասի համար:

### ЛИТЕРАТУРА — ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

<sup>1</sup> Л. А. Оганесян, Л. А. Руховец, Вариационно-разностные методы решения эллиптических уравнений, Изд-во АН АрмССР, Ереван, 1979 <sup>2</sup> О. А. Ладыженская, Краевые задачи математической физики, Наука, М., 1973. <sup>3</sup> Д. Гильберт, Р. Куранг, Методы математической физики, ч. I, Гостехиздат, М.—Л., 1933.



УДК 517.53

МАТЕМАТИКА

Н. В. Григорян

Оценки для производной полинома, имеющего функциональную мажоранту на лучах и угловых областях комплексной области

(Представлено академиком АН Армянской ССР М. М. Джрбашьяном 16/V 1985)

1. (а) В работе (1) А. А. Марковым было установлено, что производная полинома степени  $n \geq 1$ , подчиненного условию

$$|Q_n(x)| \leq M, \quad -1 < x < 1 \quad (1)$$

имеет оценку  $|Q'_n(x)| \leq n^2 M$ ,  $-1 < x < 1$ .

С. Н. Бернштейном (2) был обобщен этот результат: первые производные полиномов степени  $n \geq 1$ , подчиненных условию (1) внутри открытого промежутка  $-1 < x < 1$ , при  $n \rightarrow +\infty$  растут как  $o(n)$ .

В работе (3) М. М. Джрбашьян дал новый метод для оценки производных полиномов, имеющих функциональную мажоранту на бесконечных кривых. Эти оценки представляют собой существенное обобщение вышеуказанных оценок и дают возможность установить обратные теоремы о взвешенно-наилучших приближениях. Было установлено, что в отличие от классического в случае, когда последовательность полиномов  $\{Q_n(x)\}_1^\infty$  удовлетворяет условию  $|Q_n(x)| \leq e^{p(|x|)}$ ,  $-\infty < x < +\infty$ , где  $Q_n(x)$  полином степени  $n \geq 1$ , а  $p(x)$  произвольная непрерывная и монотонно возрастающая на  $[0, +\infty)$  функция, удовлетворяющая условию  $\lim_{x \rightarrow +\infty} x^n e^{-p(x)} = 0$  ( $n = 1, 2, \dots$ ), на любом конечном отрезке  $|x| \leq R < +\infty$  их производные  $Q'_n(x)$  растут существенно медленнее, а именно,

$$1) \text{ при } \int_1^\infty \frac{p(x)}{x^2} dx = +\infty \text{ как } \int_1^n \frac{dy}{q(y)} \text{ при } n \rightarrow +\infty;$$

$$2) \text{ при } \int_1^\infty \frac{p(x)}{x^2} dx < +\infty \text{ они вообще ограничены;}$$

здесь  $q(y)$  — функция, обратная к  $p(x)$ .

В той же работе (3) были получены оценки для производных полиномов  $\{Q_n(z)\}$ , имеющих функциональную мажоранту на лучах  $\arg z = \pm \frac{\pi}{2\alpha}$  ( $\alpha \geq \frac{1}{2}$ ).

(б) Мне была предложена задача: найти равномерные оценки

для производных последовательности полиномов  $\{Q_n(z)\}$ , удовлетворяющих условию

$$|Q_n(z)| \leq e^{\rho(|z|)}, \quad l_{\pm}^{\pm} = \left\{ \arg z = \pm \frac{\pi}{2\alpha}, \quad \alpha \geq \frac{1}{2} \right\} \quad (n \geq N) \quad (2)$$

во всех точках лучей  $l_{\pm}^{\pm}$ , где  $N$  — некоторое натуральное число.

2. В данной работе приводится решение этой задачи. Нами получены оценки для производных полиномов степени  $n \geq N$ , подчиненных условию (2) на двух лучах, исходящих из начала координат, где натуральное число  $N$  зависит только от лучей и веса  $\rho(x)$ .

Пусть функция  $\rho(x) \in C[0, +\infty)$  монотонно возрастает,  $\rho(0) = 0$  и удовлетворяет условию

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} x^n e^{-\rho(x)} = 0 \quad (n = 0, 1, 2, \dots), \quad (3)$$

а  $q(y)$  — обратная к ней функция.

При этом нам удалось решить поставленную задачу лишь в том случае, когда весовая функция  $\rho(x)$  удовлетворяет дополнительному условию

$$\limsup_{x \rightarrow +\infty} \frac{\rho'(x)}{\rho(x)} x \leq \rho_0 < +\infty. \quad (4)$$

Установлены следующие две теоремы.

**Теорема 1.** Пусть  $\rho(x) \geq 0$  непрерывная, монотонно возрастающая на  $[0, +\infty)$  функция, удовлетворяющая условиям (3) и (4), причем

$$\int_0^{\infty} \frac{\rho(x)}{x^{1+\alpha}} dx = +\infty \quad \left( \alpha \geq \frac{1}{2} \right).$$

Пусть, далее,  $\{Q_n(z)\}$  — последовательность полиномов ( $Q_n(z)$  — полином степени  $n \geq 1$ ), обладающих функциональной мажорантой

$$|Q_n(z)| \leq e^{\rho(|z|)}, \quad z \in \Delta(\alpha),$$

в области угла

$$\Delta(\alpha) = \left\{ z : \frac{\pi}{2\alpha} \leq |\operatorname{Arg} z| \leq \pi \right\} \quad \left( \frac{1}{2} \leq \alpha < +\infty \right)$$

(которая вырождается в полуось  $(-\infty, 0]$  при  $\alpha = \frac{1}{2}$ ).

Тогда:

а) при  $\frac{1}{2} \leq \alpha \leq 1$  для любых  $k \geq 1$  и  $n \geq N_k$  имеем

$$|Q_n^{(k)}(z)| \leq C_k [\rho(|z|) + |z|^\alpha + 1]^k \left( \int_1^n \frac{dy}{[q(y)]^\alpha} \right)^\alpha e^{\rho(|z|)}, \quad z \in \Delta(\alpha);$$

б) при  $1 < \alpha < +\infty$  для любых  $k \geq 1$  и  $n \geq N_k$  имеем

$$|Q_n^{(k)}(z)| \leq D_k [p(|z|) + |z| + 1]^k \left\{ |z| + \left( \int_1^n \frac{dy}{[q(y)]^\alpha} \right)^{-\frac{1}{\alpha}} \right\}^{(n-1)k} \times \\ \times \left( \int_1^n \frac{dy}{[q(y)]^\alpha} \right)^k e^{p(|z|)}, \quad z \in \Delta(\alpha),$$

где  $N_k \geq 1$ ,  $C_k > 0$ ,  $D_k > 0$  некоторые постоянные, не зависящие от  $n$  и  $r$ .

**Теорема 2.** Пусть  $p(x) \geq 0$  непрерывная, монотонно возрастающая на  $[0, +\infty)$  функция, удовлетворяющая условиям (3), (4), и пусть  $\frac{1}{2} \leq \alpha \leq 1$ . Если

$$\int_0^\infty \frac{p(x)}{x^{1+\alpha}} dx = +\infty, \quad \omega = \frac{\alpha}{2\alpha-1} \geq 1,$$

то для любого  $k \geq 1$  существует натуральное число  $N_k$  такое, что для  $k$ -той производной любого полинома степени  $n \geq N_k$ , удовлетворяющего условию

$$|Q_n(z)| \leq e^{p(|z|)}, \quad \arg z = \pm \frac{\pi}{2\alpha},$$

имеют место оценки:

а) при  $\frac{1}{2} < \alpha \leq 1$

$$|Q_n^{(k)}(r e^{\pm i \frac{\pi}{2\alpha}})| \leq A_k r^{\frac{1-\alpha}{2\alpha-1}k} [p(r) + r + 1]^k \left( \int_1^n \frac{dy}{[q(y)]^\alpha} \right)^k e^{p(r)}, \quad 0 \leq r < +\infty;$$

б) при  $\alpha = \frac{1}{2}$

$$|Q_n^{(k)}(-r)| \leq B_k [p(r) + r^{\frac{1}{2}} + 1]^k \left( \int_1^n \frac{dy}{[q(y)]^{1/2}} \right)^{2k} e^{p(r)}, \quad 0 \leq r < +\infty,$$

где  $A_k$  и  $B_k$  — положительные постоянные, не зависящие от  $n$  и  $r$ , а  $q(y)$  — функция, обратная к  $p(x)$ .

Доказательства этих теорем получают некоторой модификацией метода, который первоначально был развит в работе (3).

Автор приносит глубокую благодарность академику АН АрмССР М. М. Джрбашяну за постановку задач и за руководство и А. А. Вагаршакяну за полезные обсуждения.

Ереванский государственный университет

Կոմպլեքս նաբրուրյան ճառագայթների և անկյունային տիրույթների վրա ֆունկցիոնալ մաթոհանեռ ռենեցող բազմանդամ ածանցյալի գնանաաակաեր

Աշխատանքում ստացված են  $e^{p(|z|)}$  ֆունկցիոնալ մաթոհանեռ ունեցող  $Q_n(z)$  բազմանդամի ածանցյալի համար հավասարաշաի գնահատականներ համապատասխանաբար

$$\Delta_\alpha = \left\{ z : \frac{\pi}{2\alpha} \leq \text{Arg} z \leq \pi \right\} \quad \left( \frac{1}{2} \leq \alpha < +\infty \right)$$

անկյունային տիրույթում և

$$I_\alpha^\pm = \left\{ z : \arg z = \pm \frac{\pi}{2\alpha} \right\} \quad \left( \frac{1}{2} \leq \alpha \leq 1 \right)$$

ճառագայթների համակարգի վրա, եթե կշռային  $p(x)$  ֆունկցիան բավարարում է (3)—(4) պայմաններին:

ЛИТЕРАТУРА — ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

<sup>1</sup> А. А. Марков, в кн.: Избранные труды по теории непрерывных дробей и теории функций, наименее уклоняющихся от нуля, ОГИЗ, М.—Л., 1948. <sup>2</sup> С. Н. Бернштейн, Экстремальные свойства полиномов, Гл. ред. общетехнической лит., М.—Л., 1937. <sup>3</sup> М. М. Джрбашян, Мат. сб., т. 36(78), вып. 3 (1955).

УДК 615.036.8:612

МЕДИЦИНА

Г. А. Минасян

**Антидепрессивное действие антагонистов кальция  
 верапамила и нифедипина у язвенных больных**

(Представлен чл.-корр. АН Армянской ССР Р. П. Стамболянном 17/І 1986)

Современным антидепрессантам присущи серьезные недостатки, ограничивающие их применение вне психиатрической практики, в частности, в терапии внутренних болезней (<sup>1,2</sup>). Вместе с тем ряд терапевтических заболеваний сопровождается высоким уровнем депрессии, требующим соответствующей коррекции (<sup>3,4</sup>). Высокая стоимость разработок новых препаратов и их выхода на рынок повышает значение «неклассического» поиска новых лекарств, основа которого — использование уже известных препаратов по новому назначению. Изучение побочных реакций и ранее неизвестных эффектов известных лекарств может привести к расширению показаний для их применения и даже к открытию новых, подчас неожиданных видов активности у этих средств.

Антагонисты кальция верапамил и нифедипин в настоящее время широко используются при лечении сердечно-сосудистых заболеваний (<sup>5-7</sup>). При назначении этих препаратов больным, страдающим ишемической болезнью сердца и артериальной гипертензией, был констатирован ранее не установленный у этих средств антидепрессивный эффект (<sup>8</sup>). Это обстоятельство послужило стимулом для изучения возможности антидепрессивного использования антагонистов кальция у язвенных больных, у которых коррекция депрессивного фона также является крайне необходимой.

Верапамил (финоптин, 40 мг три раза в день после еды) был назначен 16 больным (12 мужчин, 4 женщины) с эндоскопически верифицированной язвой желудка (3 человека) и двенадцатиперстной кишки (13 человек), нифедипин (коринфар, 10 мг три раза в день) — 18 больным (14 мужчин, 4 женщины) с гастральной (5 человек) и дуоденальной (14 человек) язвой. В контрольную группу вошли 20 больных (15 мужчин, 5 женщины) с язвой желудка (6 человек) и двенадцатиперстной кишки (14 человек). При отборе больных соблюдался принцип релевантности переменных. Возраст пациентов составлял 22—56 лет, длительность болезни — от 2 до 6 лет. Всем больным были назначены антациды (алмагель), холинолитики (атропин, платифиллин) и репаранты (оксиферрискорбон, солкосерил) в обычных дозах, рекомендована диета № 1а, 1б и 1. Для объективной оценки психотропного действия препаратов в начале и в конце месячного курса лечения у всех больных были проведены опрос и психологическое тестирование рестандартизированной методикой многостороннего исследования личности ММРІ (<sup>9</sup>). Результаты тестирования обрабатывали с использованием критерия Т Вилкоксона.

Усредненный профиль личности язвенных больных в период обострения заболевания характеризовался специфическими особенностями, объединяемыми в методике ММРІ высокими показателями по шкалам: 1—соматизация тревоги; 2—депрессия, 4—реализация эмоциональной напряженности в непосредственном поведении; 6—ри-

гидность аффекта; 7—фиксация тревоги и низкими показателями по шкале 9—гипоманиакальные тенденции.

Месячный прием верапамила и нифедипина приводил к достоверному снижению усредненного профиля ММП1 по шкалам 2, 4, 7 и повышению показателей по шкале 9 ( $p < 0,05$ ), т. е. наблюдался отчетливый антидепрессивный эффект. В контрольной группе месячное «стандартное» противоязвенное лечение сопровождалось некоторым снижением показателей по 1-й и 2-ой шкалам ( $p > 0,05$ ). Оценка динамики психического состояния показала, что уже на 7—8 дни 15 из 34 больных, получающих верапамил и нифедипин, ощутили значительное улучшение настроения, памяти, внимания, сна, повышение активности, уменьшение вялости, «психической индифферентности», отмечалось некоторое снижение тревожности. Аналогичное улучшение психического статуса в течение первой недели лечения наблюдалось в контрольной группе лишь у 3 из 20 больных (различия достоверны,  $p < 0,001$ ). Вместе с тем необходимо подчеркнуть, что наблюдаемые при приеме антагонистов кальция антидепрессивный и психоактивирующий эффекты проявлялись «мягко», нарастали постепенно и достигали максимума к 3—4 неделе приема препаратов. При этом особенностями психотропного действия верапамила и нифедипина являлись отсутствие влияния на уровень бодрствования и стабильную личностную структуру больных.

Оценка переносимости верапамила и нифедипина показала, что при месячном приеме в дозах 120 и 30 мг/день соответственно препараты не вызывают серьезных побочных реакций— лишь у 5 больных наблюдалось невыраженное снижение артериального давления (не более 3—5% от исходного уровня), у 12—некоторое урежение пульса, не ощущаемое больными, у 2—легкие преходящие головные боли и слабость.

Таким образом, антагонисты кальция верапамил и нифедипин обладают ранее неизвестным антидепрессивным действием, расширяющим показания к их применению. Хорошая переносимость и достаточная антидепрессивная активность позволяют рекомендовать применение верапамила и нифедипина при язвенной болезни и других психо-соматических заболеваниях, сопровождающихся депрессивным синдромом.

8-ая больница Здравотдела  
Ергорсовета

## Հ. Ա. ՄԻՆԱՍՅԱՆ

Կալցիումի անտագոնիստներ վերապամիլի և նիֆեդիպիլի հակազեպտրեսիվ ազդեցությունը խոցով հիվանդների մոտ

Տվյալների համաձայն, ստացված խոցային հիվանդների մոտ, կալցիումի անտագոնիստներ վերապամիլը և նիֆեդիպիլը, որոնք սովորաբար օգտագործվում են սրտանոթային հիվանդությունների բուժման ժամանակ, օժտված են նաև պսիխոտրոպ հատկությամբ:

## ЛИТЕРАТУРА — ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

<sup>1</sup> M. Lader, Acta psychiat. scand., v. 68, p. 91—95 (1983). <sup>2</sup> F. I. Braceland, Psychiat. Ann., v. 13, p. 9—12 (1983). <sup>3</sup> H. D. Becker, H. J. Raoff, Digestion, v. 13, p. 194—200 (1982). <sup>4</sup> M. H. Brancheu, Psychopharmacol. Bull., v. 19, p. 120—122 (1983). <sup>5</sup> M. Bassan et al., Circulation, v. 66, p. 710—716 (1982). <sup>6</sup> S. Bayley et al. J. Clin. Pharmacol., v. 4, p. 509—512 (1982). <sup>7</sup> N. M. Zacca, Amer. J. cardiol., v. 50, p. 689—695 (1982). <sup>8</sup> Г. А. Минасян и др., Журн. экспер. и клинич. медицины АН АрмССР, № 5, с. 501 (1984). <sup>9</sup> Ф. Б. Березин и др., Методика многостороннего исследования личности. М., Медицина, 1976.

УДК 624.131.6

ГЕОМЕХАНИКА

В. С. Саркисян, Г. Т. Хачатурян, С. Ш. Нуридджяни, Л. В. Дасоян

О прогнозе оседания поверхности земли при откачках подземных вод

(Представлено чл.-корр. АН Армянской ССР А. Т. Асланяном 1/II 1985)

Интенсивная эксплуатация подземных вод вызывает падение их уровня, вследствие чего увеличиваются эффективные напряжения, а это в свою очередь является причиной возникновения деформаций грунтовых массивов (1).

Проблема прогноза деформаций грунтов при откачках подземных вод очень актуальна. Наблюдаемые осадки поверхности земли в некоторых районах Мехико (Мексика) и Лонг-Бич (США) достигают 7-8 м.

В работах (1-3) принимается, что деформация массива грунта происходит под воздействием объемных сил  $\gamma^*$  (рис. 1), равномерно распределенных в пределах депрессионной воронки и равных (с уче-

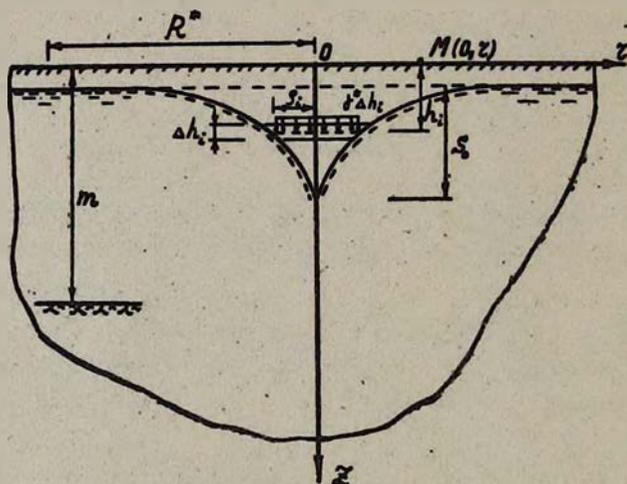


Рис. 1. Расчетная схема

том взвешивающего действия воды) разности удельных весов грунта выше и ниже кривой депрессии. Перемещения точек поверхности полупространства получены интегрированием решения задачи Миндлина при действии вертикальной сосредоточенной силы внутри полупространства

$$W(0, r) = \frac{\gamma^*(1+\mu)}{E} \sum_{i=1}^n \int_0^{2\pi} \Delta h_i \left[ 2(1-\mu)(y_i - y_\alpha) + b(1-\mu) \right]$$

$$\cdot \ln \left| \frac{2(y_i + \rho_i) - b}{2(y_{0i} + \rho_0) - b} \right| + \frac{2h_i^2}{4c_i - b^2} \left( \frac{2c_i - b\rho_0}{y_{0i}} - \frac{2c_i - b\rho_i}{y_i} \right) \Big| d\varphi, \quad (1)$$

$$y_i = \sqrt{\rho_i^2 - b\rho_i + c_i}; \quad y_{0i} = \sqrt{\rho_0^2 - b\rho_0 + c_i}; \quad b = 2r \cos \varphi; \quad c = h_i^2 + r^2,$$

где  $\mu$  и  $E$  — соответственно коэффициент Пуассона и модуль деформации;  $\rho_i$  — радиус круга, по площади которого действует нагрузка;  $\rho_0$  — радиус скважины;  $r$  — расстояние от начала координат до рассматриваемой точки;  $h_i$  и  $\Delta h_i$  — глубина расположения  $i$ -го „элементарного“ слоя и его толщина.

Приведенный метод прогноза оседания поверхности земли, как это указывается в (2), не может быть использован во всех случаях. Одним из решающих факторов в данном случае является возможность принятия модели грунта в виде линейно-деформируемого полупространства. Довольно часто встречаются случаи, когда на относительно небольшой глубине (по сравнению с размерами площади нагрузки) залегают практически несжимаемые горные породы. Поэтому вполне естественно возникают вопросы: а) как влияет наличие подстилающего несжимаемого слоя на осадки поверхности земли? б) при какой толщине сжимаемого слоя его можно рассматривать как полупространство?

Для выяснения этих вопросов нами была решена та же задача, но в предположении об ограниченной толщине слоя грунта, ниже которого залегают практически несжимаемая горная порода.

Решение задачи в перемещениях (при постоянных  $G$  и  $K$ ) сводится к интегрированию следующей системы уравнений (4):

$$\begin{aligned} (2G + \lambda) \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} + G \frac{\partial^2 v}{\partial r^2} + \frac{G}{r} \frac{\partial v}{\partial r} + (G + \lambda) \frac{\partial^2 u}{\partial r \partial z} + \frac{G + \lambda}{r} \frac{\partial u}{\partial z} + \gamma^* = 0, \\ G \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} + (2G + \lambda) \frac{\partial^2 u}{\partial r^2} + \frac{2G + \lambda}{r} \frac{\partial u}{\partial r} + (G + \lambda) \frac{\partial^2 v}{\partial r \partial z} - (2G + \lambda) \frac{u}{r^3} = 0, \end{aligned} \quad (2)$$

где  $\lambda = (K - 2G)/3$ ;  $G$  — модуль сдвига;  $K$  — модуль объемной деформации;  $u$  и  $v$  — перемещения в горизонтальном и вертикальном направлениях.

При решении системы (2) должны быть удовлетворены краевые условия:

$$\begin{aligned} \text{при } \left. \begin{array}{l} r=0 \\ r=R^* \end{array} \right\}; \quad u=0, \quad \frac{\partial v}{\partial r} = 0, \\ \text{при } z=0; \quad \sigma_z = 0, \quad \tau_{zr} = 0, \\ \text{при } z=m; \quad u=0, \quad v=0, \end{aligned} \quad (3)$$

где  $R^*$  — радиус расчетной области.

Система уравнений (2) с учетом краевых условий (3) была решена численно с помощью метода конечных разностей. Реализация алгоритма была произведена на ЭВМ СМ-4 (язык Фортран-IV).

Погрешность метода конечных разностей была уменьшена до минимума путем применения метода последовательной верхней релаксации и подбора наиболее рациональной аппроксимирующей сетки. Для

проверки точности полученного решения было произведено сравнение численного решения с аналитическим для частного случая (одномерная задача). Разница в результатах аналитического и численного решений оказалась незначительной (менее 1%).

На рис. 2 изображены кривые формы поверхности земли, полученные по решениям для полупространства (кривые 1) и для слоя тол-

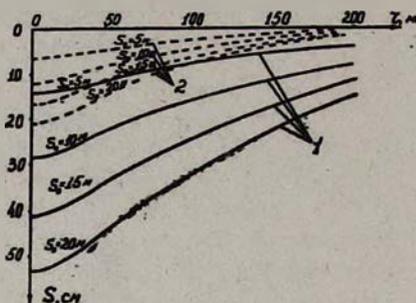


Рис. 2. 1—оседание земной поверхности в случае полупространства (сплошные линии); 2—то же в случае конечной мощности сжимаемого грунта (пунктирные линии)

щиной  $m=80$  м (кривые 2) при различных понижениях уровня воды в скважине ( $S_0=5$ ; 15 и 20). При расчете были приняты следующие значения параметров:  $G=5,9$  МПа и  $K=17,6$  МПа. Как видно из рис. 2, влияние ограниченности деформируемой толщи значительно. Так, в случае понижения уровня в скважине на 20 м максимальная осадка поверхности полупространства равна 53,7 см, в то время как при  $m=80$  м она равна 21,3 см.

Для определения области возможного применения метода расчета по схеме полупространства были произведены расчеты для различных толщин сжимаемого слоя. Результаты расчетов приведены на рис. 3, где 1—это максимальная осадка поверхности полупространства,

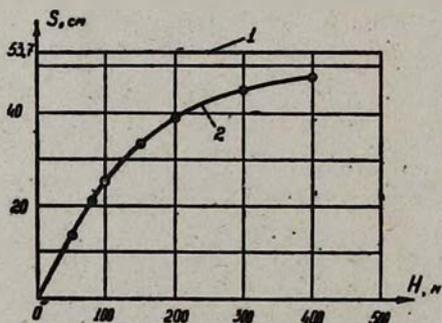


Рис. 3. Зависимость максимальных осадок от толщины сжимаемого слоя при  $S_0=20$  м

а 2—величины максимальных осадок при различных толщинах сжимаемого слоя. Из рис. 3 видно, что кривая 2 асимптотически стремится к 1, как и следовало ожидать.

При сравнении величин оседания поверхности земли, как в случае

полупространства, так и в случаях сжимаемого слоя ограниченной толщины, положение депрессионной кривой принималось одинаковым независимо от толщины слоя. Это было сделано для того, чтобы выявить влияние на результат расчета ограниченности толщи в «чистом виде».

Таким образом, можно прийти к заключению, что модель линейно-деформируемого полупространства при выбранных параметрах может быть принята с ошибкой в 5+10% при толщине деформируемого слоя в 500+600 м.

Ереванский политехнический институт им. К. Маркса

Վ. Ս. ՍԱՐԳՍՅԱՆ, Գ. Տ. ԿԱԶԱՆՈՒԹՅԱՆ, Ա. Շ. ՆՈՒՐԻՋԱՆՅԱՆ, Լ. Վ. ԴՊՈՍՅԱՆ

### Երկրի մակերևույթի նստվածքի կանխագուշակումը ստորգետնյա շրերի հորիզոնի իջեցման դեպքում

Հեղինակների կողմից տրվում է ստորգետնյա շրերի մակարդակի իջեցման հետևանքով երկրի մակերևույթի նստվածքի նախագուշակման մեթոդ, շրատար շերտի սահմանափակ շափերի դեպքում: Ստացված լուծման հիման վրա որոշվում է այժմ օգտագործվող (անվերջ մեծ հզորության շերտի դեպքում) մեթոդի կիրառության ոլորտը: Երկու մեթոդներով կատարված հաշվարկների արդյունքների համադրումը ցույց է տալիս, որ գոյութուն ունեցող մեթոդը մինչև 10%-ի սխալով կարելի է օգտագործել, երբ շրատար շերտի հզորությունը մեծ է 600 մ:

### ЛИТЕРАТУРА—ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

<sup>1</sup> И. В. Гармонов, А. А. Коноплянцева, Ф. В. Котлов, в кн.: Некоторые вопросы теории прогноза оседания. Обзоры по отдельным проблемам, вып. 17, М.; Изд. ВИЭМС (1965). <sup>2</sup> З. Г. Тер-Мартirosян, Проблемы геомеханики, № 6, 1973. <sup>3</sup> З. Г. Тер-Мартirosян, С. Ш. Нуриджанян, Межвузовский сб. науч. тр. «Строительство и архитектура». Сер. 12, вып. 6 (1980). <sup>4</sup> С. П. Тимошенко, Курс теории упругости, Наукова думка, Киев, 1972.

УДК 539.3

ТЕОРИЯ УПРУГОСТИ

С. М. Мхитарян, С. З. Петросян

Об одной смешанной задаче для упругого полупространства

(Представлено чл.-корр. АН Армянской ССР Б. Л. Абрамяном 15/II 1985)

Контактные задачи о вдавливании штампов различных геометрических форм в упругое полупространство без учета сил трения или сцепления и родственные задачи для тонких пластин, допускающие замкнутые решения, хорошо известны (1-7).

В настоящей работе рассматривается одна смешанная краевая задача для упругого полупространства, когда на части его граничной плоскости, имеющей форму полуплоскости, заданы горизонтальные компоненты смещений при отсутствии нормального напряжения, а на остальной ее части заданы нулевые напряжения. Эта задача непосредственно связана с вопросом контактного взаимодействия упругой тонкой полубесконечной пластины, лишенной изгибной жесткости, с упругим полупространством. При этом горизонтальные компоненты смещений заранее заданы, т. е. задан режим допустимых смещений, и требуется определить законы распределениядвигающих пластину соответствующих горизонтальных сил, обеспечивающих этот режим. Обсуждается частный случай.

1. Упомянутая смешанная задача математически формулируется в виде краевой задачи для трех уравнений Ламе в полупространстве  $z \geq 0$  с упругими константами  $(\nu, E)$ , отнесенном к правой прямоугольной декартовой системе координат  $Oxyz$ , когда на его границе заданы следующие краевые условия ( $u, v$  — горизонтальные компоненты смещений):

$$\begin{aligned} u(x, y, z) \Big|_{z=0} &= f(x, y), \quad v(x, y, z) \Big|_{z=0} = g(x, y), \quad \sigma_z \Big|_{z=0} = 0 \quad (x, y) \in \omega; \\ \tau_{xz} \Big|_{z=0} &= \tau_{yz} \Big|_{z=0} = \sigma_z \Big|_{z=0} = 0 \quad (x, y) \in \Pi \setminus \omega; \end{aligned} \quad (1.1)$$

$$\Pi = \{z=0, |x| < \infty, |y| < \infty\}, \quad \omega = \{z=0, x > 0, |y| < \infty\},$$

где  $f(x, y)$  и  $g(x, y)$  наперед заданные дважды непрерывно дифференцируемые функции в области  $\omega$ , исчезающие вместе с напряжениями на бесконечности. Далее введем обозначения  $\tau_{xz} \Big|_{z=0} = -p(x, y)$ ,

$\tau_{yz} \Big|_{z=0} = -q(x, y)$  ( $(x, y) \in \omega$ ), где  $p(x, y)$  и  $q(x, y)$  — компоненты неизвестных тангенциальных напряжений (контактных) в области  $\omega$  вдоль осей  $Ox$  и  $Oy$  соответственно. Воспользовавшись известными выражениями функций влияния для упругого полупространства от единич-

ных сосредоточенных на его границе горизонтальных сил <sup>(8)</sup>, краевую задачу (1.1) сформулируем в виде следующей эквивалентной системы интегральных уравнений:

$$\int_{\omega} \int_{\omega} K_{11}(x-\xi; y-\eta) p(\xi, \eta) d\xi d\eta + \int_{\omega} \int_{\omega} K_{12}(x-\xi; y-\eta) q(\xi, \eta) d\xi d\eta = f(x, y) \quad (1.2)$$

$$\int_{\omega} \int_{\omega} K_{21}(x-\xi; y-\eta) p(\xi, \eta) d\xi d\eta + \int_{\omega} \int_{\omega} K_{22}(x-\xi; y-\eta) q(\xi, \eta) d\xi d\eta = g(x, y);$$

$$K_{11}(x, y) = \vartheta_0 R^{-1} (1 + \vartheta_1 x^2 R^{-2}), \quad K_{12}(x, y) = K_{21}(x, y) = \vartheta_2 xy R^{-2},$$

$$K_{22}(x, y) = \vartheta_0 R^{-1} (1 + \vartheta_1 y^2 R^{-2}), \quad R = \sqrt{x^2 + y^2},$$

$$\vartheta_0 = \vartheta_2 \vartheta_1^{-1}, \quad \vartheta_2 = \nu(1+\nu)(\pi E)^{-1}, \quad \vartheta_1 = \nu(1-\nu)^{-1}.$$

Теперь к обеим частям системы (1.2) применим преобразование Фурье по переменной  $y$ . В результате придем к системе уравнений

$$\int_0^{\infty} (K_0(|t-\zeta|) + \vartheta_1 |t-\zeta| K_1(|t-\zeta|)) p_*(\zeta) d\zeta + i \vartheta_1 \operatorname{sign} \lambda \int_0^{\infty} (t-\zeta) K_0(|t-\zeta|) q_*(\zeta) d\zeta = |\lambda| f_*(t) / 2\vartheta_0 \quad (0 < t < \infty) \quad (1.3)$$

$$i \vartheta_1 \operatorname{sign} \lambda \int_0^{\infty} (t-\zeta) K_0(|t-\zeta|) p_*(\zeta) d\zeta +$$

$$+ \int_0^{\infty} ((1 + \vartheta_1) K_0(|t-\zeta|) - \vartheta_1 |t-\zeta| K_1(|t-\zeta|)) q_*(\zeta) d\zeta = |\lambda| g_*(t) / 2\vartheta_0.$$

Здесь  $K_0(x)$  и  $K_1(x)$  — известные функции Макдональда,  $\lambda$  — параметр Фурье, а

$$|\lambda|x = t, \quad |\lambda|\xi = \zeta, \quad f_\lambda(x) = f_*(t), \quad g_\lambda(x) = g_*(t), \quad (1.4)$$

$$p_\lambda(\xi) = p_*(\zeta), \quad q_\lambda(\xi) = q_*(\zeta).$$

2. Решение системы (1.3) представим в форме бесконечных рядов

$$p_*(\zeta) = \frac{e^{-\zeta}}{\sqrt{\zeta}} \sum_{n=0}^{\infty} X_n L_n^{-\frac{1}{2}}(2\zeta), \quad q_*(\zeta) = \frac{e^{-\zeta}}{\sqrt{\zeta}} \sum_{n=0}^{\infty} Y_n L_n^{-\frac{1}{2}}(2\zeta) \quad (0 < \zeta < \infty), \quad (2.1)$$

где  $\{X_n, Y_n\}_{n=0}^{\infty}$  — неизвестные коэффициенты, а  $L_n^{-\frac{1}{2}}(\zeta)$  — полиномы Чебышева — Лагерра. Далее, (2.1) подставим в (1.3) и воспользуемся известным спектральным соотношением <sup>(9,10)</sup>, а также условием ортогональности полиномов Чебышева — Лагерра. В результате придем к следующим двум рекуррентным алгебраическим системам ( $m=2, 3, \dots$ ):

$$\begin{aligned}
& (-19+4/\theta_1)\alpha_0 + \alpha_1 + 15\text{sign}\lambda\beta_0 + \text{sign}\lambda\beta_1 = |\lambda|f_0^{(1)}/\theta_2, \\
& -15\text{sign}\lambda\alpha_0 - \text{sign}\lambda\alpha_1 + (23+4/\theta_1)\beta_0 - \beta_1 = |\lambda|g_0^{(2)}/\theta_2, \\
& -2\alpha_0 + (2+4/\theta_1)\alpha_1 + \alpha_2 + 2\text{sign}\lambda\beta_0 + \text{sign}\lambda\beta_2 = -|\lambda|f_1^{(1)}/\theta_2, \\
& -2\text{sign}\lambda\alpha_0 - \text{sign}\lambda\alpha_2 + 2\beta_0 + (2+4/\theta_1)\beta_1 - \beta_2 = -|\lambda|g_1^{(2)}/\theta_2, \\
& \alpha_{m-1} + (2+4/\theta_1)\alpha_m + \alpha_{m+1} - \text{sign}\lambda\beta_{m-1} + \text{sign}\lambda\beta_{m+1} = (-1)^m|\lambda|f_m^{(1)}/\theta_2, \\
& \text{sign}\lambda\alpha_{m-1} - \text{sign}\lambda\alpha_{m+1} - \beta_{m-1} + (2+4/\theta_1)\beta_m - \beta_{m+1} = (-1)^m|\lambda|g_m^{(2)}/\theta_2;
\end{aligned} \tag{2.2}$$

$$\begin{aligned}
& (-19+4/\theta_1)\xi_0 + \xi_1 - 15\text{sign}\lambda\zeta_0 - \text{sign}\lambda\zeta_1 = |\lambda|f_0^{(2)}/\theta_2, \\
& 15\text{sign}\lambda\xi_0 + \text{sign}\lambda\xi_1 + (23+4/\theta_1)\zeta_0 - \zeta_1 = |\lambda|g_0^{(1)}/\theta_2, \\
& -2\xi_0 + (2+4/\theta_1)\xi_1 + \xi_2 - 2\text{sign}\lambda\zeta_0 - \text{sign}\lambda\zeta_2 = -|\lambda|f_1^{(2)}/\theta_2, \\
& 2\text{sign}\lambda\xi_0 + \text{sign}\lambda\xi_2 + 2\zeta_0 + (2+4/\theta_1)\zeta_1 - \zeta_2 = -|\lambda|g_1^{(1)}/\theta_2, \\
& \xi_{m-1} + (2+4/\theta_1)\xi_m + \xi_{m+1} + \text{sign}\lambda\zeta_{m-1} - \text{sign}\lambda\zeta_{m+1} = (-1)^m|\lambda|f_m^{(2)}/\theta_2, \\
& -\text{sign}\lambda\xi_{m-1} + \text{sign}\lambda\xi_{m+1} - \zeta_{m-1} + (2+4/\theta_1)\zeta_m - \zeta_{m+1} = (-1)^m|\lambda|g_m^{(1)}/\theta_2.
\end{aligned} \tag{2.3}$$

Здесь

$$\begin{aligned}
\alpha_n &= (-1)^n(n+1)(i_n - \lambda_{n+1})\text{Re}X_n, & \beta_n &= (-1)^n(n+1)(\lambda_n - \lambda_{n+1})\text{Im}Y_n, \\
\xi_n &= (-1)^n(n+1)(\lambda_n - \lambda_{n+1})\text{Im}X_n, & \zeta_n &= (-1)^n(n+1)(\lambda_n - \lambda_{n+1})\text{Re}Y_n,
\end{aligned} \tag{2.4}$$

$$f_n = (\pi\lambda_n)^{-1} \int_0^\infty e^{-t} t^{-\frac{1}{2}} L_n^{-\frac{1}{2}}(2t) f_*(t) dt, \quad g_n = (\pi\lambda_n)^{-1} \int_0^\infty e^{-t} t^{-\frac{1}{2}} L_n^{-\frac{1}{2}}(2t) g_*(t) dt,$$

$$\lambda_n = \Gamma(n+1/2)/\sqrt{2}n!, \quad f_n = f_n^{(1)} + i f_n^{(2)}, \quad g_n = g_n^{(1)} + i g_n^{(2)} \quad (n=0, 1, 2, \dots).$$

Для определения неизвестных коэффициентов рекуррентных соотношений (2.2) из первых двух уравнений системы (2.2)  $\beta_0, \beta_1$  выражаем через  $\alpha_0, \alpha_1$ , а затем подставляем в третье и четвертое уравнения. Исключив из последних  $\beta_2$ , получаем выражение  $\alpha_0$ , а также  $\beta_0$ . Теперь  $\beta_1, \beta_2$  выражаем через  $\alpha_1, \alpha_2$ , подставляем в пятое и шестое уравнения. Исключив из них  $\beta_3$ , получаем выражение  $\alpha_1$ , а также  $\beta_1$ . Описанную процедуру можно применить для определения остальных коэффициентов. Таким образом последовательно получаем коэффициенты

$$\alpha_n = A|\lambda| + B\lambda, \quad \beta_n = C|\lambda| + D\lambda \quad (n=0, 1, 2, \dots),$$

где постоянные  $A, B, C, D$  известным образом зависят от  $\nu, E, f_k^{(1)}$  и  $g_k^{(2)}$  ( $k=0, 1, 2, \dots, n+1$ ). Система (2.3) решается аналогичным образом.

3. Рассмотрим частный случай, когда компоненты смещений заданы в виде

$$f(x, y) = l \cos \lambda y, \quad g(x, y) = 0 \quad (l, \lambda > 0).$$

В этом случае из (2.3) вытекает, что  $\xi_n = \zeta_n = 0$  ( $n=0, 1, 2, \dots$ ), а решение системы (2.2) имеет вид

$$\alpha_n = \sqrt{2}l|\lambda| a_n / \pi \theta_2, \quad \beta_n = \sqrt{2}l b_n / \pi \theta_2 \quad (n=0, 1, 2, \dots). \tag{3.1}$$

Здесь постоянные  $a_n$ ,  $b_n$  известным образом зависят от  $\nu$ ,  $E$  и начиная с третьего номера определяются рекуррентными соотношениями.

Теперь (2.1) с учетом (1.4), (2.4), (3.1) примет вид

$$p_\lambda(\xi) = l \left[ \frac{e^{-|\lambda|\xi}}{\sqrt{|\lambda|\xi}} |\lambda| \sum_{n=0}^{\infty} e_n L_n^{-\frac{1}{2}}(2|\lambda|\xi) \right], \quad q_\lambda(\xi) = il \left[ \frac{e^{-|\lambda|\xi}}{\sqrt{|\lambda|\xi}} \lambda \sum_{n=0}^{\infty} k_n L_n^{-\frac{1}{2}}(2|\lambda|\xi) \right]$$

$$e_n = (-1)^n 2\sqrt{2} a_n / \pi \vartheta_2^{\lambda-n}, \quad k_n = (-1)^n 2\sqrt{2} b_n / \pi \vartheta_2^{\lambda-n} \quad (0 < \xi < \infty).$$

Далее, воспользовавшись интегральным соотношением из (9), можно определить компоненты смещений в области  $\Pi \setminus \omega$ .

Образы Фурье смещений граничных точек упругого полупространства в области  $\Pi \setminus \omega$  в соответствии с (1.3) даются формулами

$$\begin{aligned} u_\lambda(x) = & 2\vartheta_0 \left[ \int_0^\infty (K_0(|\lambda| |x-\xi|) + \vartheta_1 |\lambda| |x-\xi| K_1(|\lambda| |x-\xi|)) p_\lambda(\xi) d\xi + \right. \\ & \left. + i\vartheta_1 \int_0^\infty \lambda(x-\xi) K_0(|\lambda| |x-\xi|) q_\lambda(\xi) d\xi \right] \quad (x < 0); \\ v_\lambda(x) = & 2\vartheta_0 \left[ i\vartheta_1 \int_0^\infty \lambda(x-\xi) K_0(|\lambda| |x-\xi|) p_\lambda(\xi) d\xi + \right. \\ & \left. + \int_0^\infty ((1 + \vartheta_1) K_0(|\lambda| |x-\xi|) - \vartheta_1 |\lambda| |x-\xi| K_1(|\lambda| |x-\xi|)) q_\lambda(\xi) d\xi \right]. \end{aligned}$$

В этих формулах, опять перейдя к величинам (1.4) и используя разложения (2.1), при помощи интегральных соотношений из (10), родственных соответствующим спектральным соотношениям и дающих значения интегралов вне интервала интегрирования, можно получить явные выражения образов Фурье указанных смещений.

Институт механики Академии наук Армянской ССР  
Ереванский политехнический институт им. К. Маркса

Ս. Մ. ՄԻՒՐՑԱՆ, Ս. Զ. ՊԵՏՐՈՍՅԱՆ

Առաձգական կիսատարածության համար մի խառը խնդրի մասին

Դիտարկվում է առաձգական կիսատարածության համար մի խառը եզրային խնդիր, երբ նրա եզրային հարթության մի մասի վրա, որն ունի կիսահարթության տեսք, տրված են տեղափոխությունների հորիզոնական բաղադրիչները նորմալ լարման բացակայության դեպքում, իսկ մնացած մասի վրա տրված են զրոյական լարումներ: Խնդրի լուծումը բերվում է արգումենտների տարբերությունից կախված կորիզներով ինտեգրալ հավասարումների համա-

կարգի լուծմանը: Վերջինս կառուցվում է Չերիշև—Լագերի օրթոգոնալ բազմանդամների մեթոդով և անհայտ գործադիցները որոշվում են սեկուլյոնային առնչություններից: Արդյունքում ստացված է դրված խնդրի փակ լուծումը:

#### ЛИТЕРАТУРА — ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

- <sup>1</sup> Л. А. Галин, Контактные задачи теории упругости и вязкоупругости. Наука, М., 1980. <sup>2</sup> И. Я. Штаерман, Контактная задача теории упругости. Гостехиздат, М.—Л., 1949. <sup>3</sup> Развитие теории контактных задач в СССР. Наука, М., 1976. <sup>4</sup> Уэстмен, Прикладная механика, Тр. Амер. о-ва инж.-мех., сер. Е, т. 32, № 2 (1965). <sup>5</sup> В. М. Александров, А. С. Соловьев, Изв. АН СССР. МТТ, № 2, 1966. <sup>6</sup> В. Л. Abgamjan, The mechanics of the contact between deformable bodies. Proc. of the symposium IUTAM, Delft University press, 1975. <sup>7</sup> G. M. L. Gladwell, Intern. J. of Eng. Sci., v. 7 p. 295—307 (1969). <sup>8</sup> А. И. Лурье, Пространственные задачи теории упругости, М., Гостехиздат, 1955. <sup>9</sup> Г. Я. Попов, Журн. техн. физ., т. 35, вып. 3 (1965). <sup>10</sup> С. М. Мхитарян, Изв. АН СССР. МТТ, № 1, 1983.

УДК 550.348.098:550.383.3:550.585.26

ГЕОФИЗИКА

Л. С. Безуглая, А. А. Прохоров, Ю. П. Сквородкин, Е. П. Тоноян

### Использование $S_q$ -вариаций для изучения сейсмотектонических процессов

(Представлено чл.-корр. АН Армянской ССР И. Л. Нерсесовым 11/III 1985)

Одним из методов, применяемых в комплексе прогностических исследований и наблюдений, является магнитометрия, основанная на существовании «тектономагнитного» эффекта. Возникновение локальных геомагнитных вариаций при изменении напряженного состояния горных масс может быть вызвано явлением пьезомагнетизма либо электрическими процессами. При этом уровень полезного сигнала зависит как от магнитных свойств пород, так и от их электропроводящих свойств.

Районы повышенной сейсмической активности АрмССР характеризуются наличием сильномагнитных кристаллических пород, разнообразием структуры электротеллурического поля и поэтому являются весьма перспективными для использования магнитометрии. На территории республики наблюдения с помощью прецизионных магнитометров проводятся более 15 лет (1,2).

Традиционно обработка результатов измерения модуля полного вектора геомагнитного поля  $T$  осуществляется путем вычисления разностных значений модуля, измеренных синхронно в двух и более пунктах. Применение модульных протонных магнитометров МПП-1 позволяет выделять на прогностических полигонах полезный сигнал на уровне единиц нТл при разрешающей способности магнитометра 0,2 нТл. Высокая чувствительность дает возможность провести разделение сигнала пьезомагнитной и электрической природы путем использования дополнительных методов обработки рядов измерений. Исходной предпосылкой является то, что структура поля вариаций геомагнитного поля зависит от электропроводности пород (3).

Для электромагнитного зондирования земли используются вариации разных периодов, что позволяет реализовать явление скин-эффекта для изучения проводимости на разных глубинах (4). Обычно при зондировании анализируются  $\delta X$ ,  $\delta Y$ ,  $\delta Z$ -компоненты вариаций, измеряемые с помощью компонентных магнитометров (вариометров). Однако проблема проведения долговременных высокостабильных компонентных измерений к настоящему времени остается нерешенной. С другой стороны, короткопериодные колебания и бухтообразные возмущения весьма неоднородны в интересующих нас пространственных масштабах. Поэтому была сделана попытка использовать ряды синхронно измеренных значений модуля  $T$  для сравнительного анализа спокойных солнечно-суточных вариаций ( $S_q$ ).

Для зоны перехода от Памира к Тянь-Шаню были получены ряды значений  $T$  за 1977—1984 гг. в районах с обнаруженными при электрометрических наблюдениях вариациями электросопротивления <sup>(5)</sup>. Схема измерительной сети приведена на рис. 1.

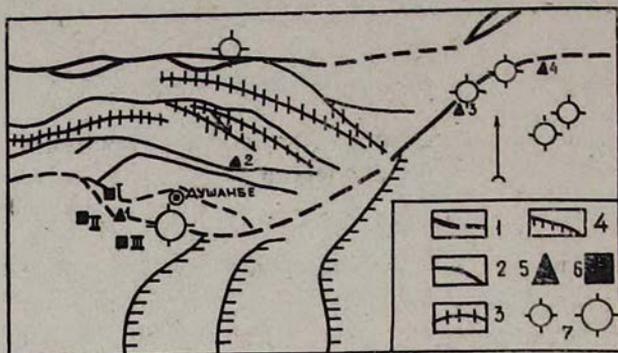


Рис. 1. Схема района наблюдений: 1—3—разломы; 1—первого порядка; 2—второго порядка; 3—третьего порядка; 4—надвиги; 5—магнитные станции и их номер; 6—режимные скважины и их номер; 7—эпицентры землетрясений с  $K=12, K=13$

Из широкого спектра вариаций естественного поля выделялись гармоники солнечно-суточных вариаций. Поскольку источник этих вариаций (токовые системы) находится на широте  $20^\circ$ , а район наблюдений—на широтах от  $38$  до  $40^\circ$  (как и полигоны АрмССР), естественно предположить, что суточный ход  $S_q$ -вариаций существенно не различается в пунктах наблюдений. Действительно, расчеты, выполненные с помощью сферических гармонических функций <sup>(6,7)</sup>, показывают, что максимальное расхождение имеет  $\delta X$ -составляющая  $S_q$ -вариаций, причем оно не превышает  $3$  нТл при различии в координатах по широте, равном  $2,5^\circ$ . С учетом же координат самых удаленных пар станций в районе наблюдений это расхождение составляет менее  $0,8$  нТл, а по фазе—менее  $8$  мин (рис. 2, а). Таким образом, по приведенным оценкам внешнее поле  $S_q$ -вариаций в пунктах наблюдений практически однородно. Следовательно, если с течением времени в поле  $S_q$ -вариаций возникнут расхождения между пунктами наблюдений, причина этого—изменение внутреннего поля вариаций, в частности, изменение электрической проводимости в местах расположения пунктов наблюдений.

Для изучения пространственно-временной структуры индуцированной части  $S_q$ -вариаций значения модуля полного вектора  $T$  обработаны по следующей методике. Вычислены амплитуды III и IV гармоник (периоды от  $6$  до  $8$  ч) для отдельно взятой станции наблюдений:

$$A = \frac{T_{1\max} + T_{2\max} - 2T_{\min}}{2} \quad (\text{рис. 2, б}).$$

Затем для разных пар станций вычислены отношения амплитуд  $N(A_{i,j})$ :  $N(A_{i,j}) = \frac{A_i}{A_j}$ .

Для оценки временной устойчивости этого отношения анализировали ряды среднемесячных значений параметра  $N(A)$ :  $\overline{N(A_{i,j})} =$

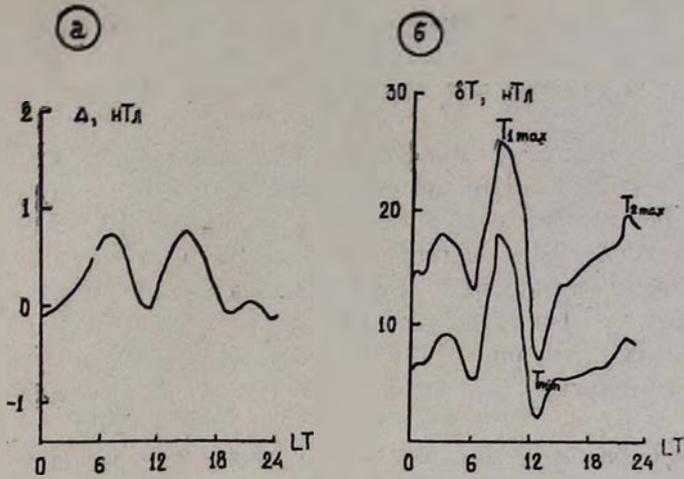


Рис. 2. Пространственное различие в суточных вариациях: а—расчетная разностная кривая; б—наблюдаемые суточные вариации

$$= \frac{1}{m} \sum^h N_k(A_{i,l}),$$
 где  $m$ —число дней в месяце со спокойными  $S_q$ -вариациями. Отметим, что при расчете учитывались только периоды с индексами магнитной активности  $K_p \leq 3$  и что ряды с  $m < 5$  не рассматривались. Среднеквадратичное отклонение определения  $N(A)$  составляет  $\pm 0,04$ .

Временной ход параметра  $N(A)$  показан на рис. 3. Видно, что среднемесячные значения  $N(A)$  для разных пар станций меняются во времени по-разному и что изменения превышают ошибки измерений (толщина линий графика на рис. 3 соответствует величине среднеквадратичной ошибки измерений) Максимальное значение изменения

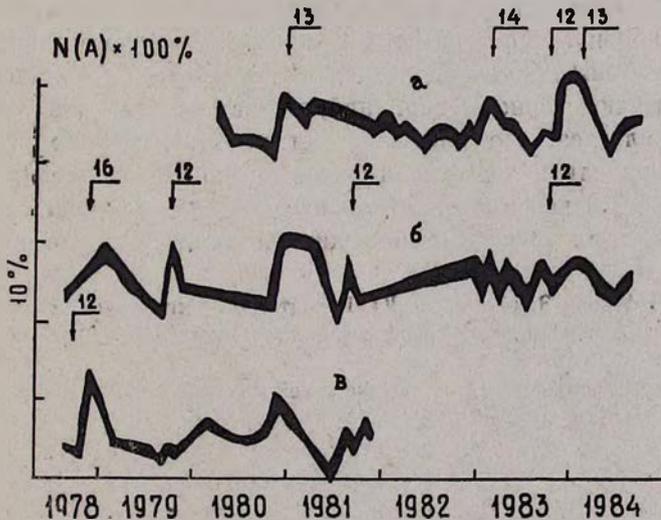


Рис. 3. Изменения параметра  $N(A)$ : а—станции 3 и 1; б—станции 4 и 1; в—станции 2 и 1; стрелки—моменты землетрясений

$N(A)$  достигает 13%. За весь период наблюдений среднее значение составляет: для самых удаленных пар станций  $-1,16$  (расчет  $-1,09$ ), для ближайших станций  $-1,05$  (расчет  $-1,02$ ), что свидетельствует о наличии геоэлектрических неоднородностей в местах расположения станций.

Поиск взаимосвязи параметра  $N(A)$  с различными геофизическими процессами и полями показал, что: отсутствует очевидная зависимость между сезонными колебаниями амплитуды  $S_q$ -вариации и значениями  $N(A)$ —коэффициент корреляции не превышает значения  $0,5$ ; отсутствует связь между характеристиками магнитной активности и значениями  $N(A)$  в выбранном интервале значений  $K_p$  и  $C_p$ ; не установлена связь изменений  $N(A)$  с временным ходом атмосферных осадков и изменением уровня грунтовых вод на режимных скважинах.

Таким образом, изменения  $N(A)$  оказались не зависящими от сезонных колебаний внешней части поля  $S_q$ -вариаций, а также от гидродинамики верхних слоев земной коры. В то же время простое сопоставление рядов значений  $N(A)$  с сейсмическими событиями в районе исследований показывает, что максимумы  $N(A)$  на графиках зависимости от времени приурочены к моментам близких землетрясений с  $K \geq 12$  и удаленного Алайского,  $M=6,8$ . Эпицентральные расстояния отмеченных на рис. 3 землетрясений удовлетворяют эмпирическому соотношению, полученному в работе (8):  $\lg R = 0,35 M + 0,04$ , где  $R$ —расстояние ближайших пунктов наблюдения до эпицентра, км;  $M$ —магнитуда.

Поскольку периоды вариаций составляют в большинстве случаев  $6-8$  ч, можно предполагать, что рассмотренные изменения значений  $N(A)$  связаны с процессами на глубинах, вплоть до астеносферы. Причины, вызывающие эти изменения, пока не очевидны. Тем не менее одной из вероятных причин может являться изменение содержания флюидов в массивах горных пород или изменение структуры водонасыщенного порового пространства в результате деформационного процесса. Поступление флюидов может осуществляться с больших глубин, на что указывают периоды вариаций, выбранных для анализа.

Представляется, что для изучения геодинамических процессов и выявления признаков подготовки землетрясений развиваемый в работе подход может быть реализован на базе как существующей, так и создаваемой системы магнитометрических наблюдений в Армении.

Институт физики Земли им. О. Ю. Шмидта Академии наук СССР  
Институт геофизики и инженерной сейсмологии Академии наук  
Армянской ССР  
Институт сейсмостойкого строительства и сейсмологии  
Академия наук Таджикской ССР

**S<sub>q</sub>-վարիացիաների օգտագործումը սեյսմոտեկտոնիկական պրոցեսների ուսումնասիրման համար**

Օրական-արեգակնային վարիացիաների ստրուկտուրայի ուսումնասիրումը հնարավորություն է ընձեռում գնահատել լեռնային ապառների էլեկտրահղորդականության փոփոխությունները լիտոսֆերայում տեկտոնական պրոցեսների ժամանակ: Մագնիսական դաշտի լրիվ վեկտորի երկարամյա շափումների արդյունքով հաշվվել են օրական-արեգակնային վարիացիաների մեծությունների հարաբերությունները երկու տարբեր կայանների միջև: Բացահայտված է կապ այդ հարաբերության և երկրաշարժերի մոմենտների միջև, որի պատճառը ենթադրվում է կամ լեռնային ապառներում ֆլյուիդի փոփոխությունը կամ ծակոտկեն ստրուկտուրայի տարածքային փոփոխությունները սեյսմոտեկտոնիկական պրոցեսների ժամանակ:

**ЛИТЕРАТУРА — ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ**

<sup>1</sup> Ц. Г. Аюлян, Л. А. Ахвердян, В. В. Нагапетян и др., ДАН АрмССР, т. 59, № 2 (1974). <sup>2</sup> О. М. Барсуков, Л. А. Ахвердян, Л. Н. Андропова и др., в кн.: Результаты комплексного изучения Зангезурского землетрясения, Изд. АН АрмССР, Ереван, 1973. <sup>3</sup> Н. М. Ротанова, А. Н. Пушков, Глубинная электропроводность Земли, Наука, М., 1982. <sup>4</sup> И. И. Рокитянский, Геофизические методы магнитовариационного зондирования и профилирования, Научова думка, Киев, 1972. <sup>5</sup> О. М. Барсуков, Изв. АН СССР. Физика Земли, № 1, 1970. <sup>6</sup> Н. П. Бенькова, Спокойные солнечно-суточные вариации земного магнетизма, Гидрометеиздат, М., 1941. <sup>7</sup> Г. С. Васюточкин, Геофизическая аппаратура, вып. 66, Недра, Л., 1978. <sup>8</sup> О. К. Абрамов, Л. С. Безуглая, Т. В. Гусева и др., Деп. в ВИНТИ, № 4056—81, Ин-т Физики Земли АН СССР, 1981.

УДК 553.3.065

МЕТАЛЛОГЕНИЯ

Г. Б. Межлумян

**Гидросиликатное железоруденение—новый формационный тип железных руд в Армянской ССР**

(Представлено чл.-корр. АН Армянской ССР А. Т. Асланяном 9/IV 1985)

Железорудные месторождения и проявления северной части республики (Цакери-дошкое, Мисханское, Карцахское, Большое Геогдагское, Гедак-бурунское) и в бассейне р. Марцигет (Сот или Магазидат, Сарин-булах, Джангарлу), развитые во внешней зоне экзоконтактового ореола Кожбской гранитондной интрузии нижнего мела (<sup>1</sup>), рядом исследователей (<sup>2-4</sup>) были отнесены к скарновому генетическому типу железных руд. Однако проведенный рудноформационный анализ фактического материала по геологическим условиям локализации руд и характеру руденения, форме рудных залежей, по вещественному составу, типам и текстурно-структурным особенностям руд и околорудным метасоматическим изменениям показывает, что отмеченные железорудные месторождения и проявления отличаются от скарновых железных руд и относятся к гидросиликатной формации.

Для гидросиликатных железорудных месторождений и проявлений республики характерны: 1) отсутствие типичных скарновых высокотемпературных и наличие среднетемпературных гидроксилсодержащих минералов в составе железных руд и околорудных метасоматитов; 2) мушкетовит-гематит-пирит минеральный парагенезис железных руд; 3) пространственная приуроченность этих железных руд к породам средне- и верхнеюрской вулканогенной и вулканогенно-осадочной толщ с линзами известняков; 4) локализация руд в условиях небольших и умеренных глубин; 5) отсутствие непосредственной генетической связи руденения с интрузиями, в частности с Кожбским гипабиссальным интрузивным массивом нижнего мела; 6) средне- и низкотемпературные околорудные изменения (эпидотизация, амфиболизация, хлоритизация и карбонатизация), сопровождающие железоруденение; 7) большая или меньшая однородность рудных тел по строению и составу руд по сравнению со скарновыми.

Из железорудных месторождений гидросиликатного типа Армянской ССР наибольший интерес представляют его типичные представители—Цакери-дошкое и Мисханское в Кожбском рудном районе.

В структурном отношении районы развития гидросиликатных железных руд входят в Сомхето-Карабахскую интрагеоантиклинальную зону Антикавказского пояса Армянской ССР, по тектонической схеме А. Т. Асланяна (<sup>5</sup>).

Район гидросиликатных железорудных месторождений сложен породами средне-верхнеюрской вулканогенной и вулканогенно-осадочной толщ, представленных различными порфиритами, туффитами, туфами, туфобрекчиями, туфоконгломератами, туфопесчаниками, известковистыми песчаниками и известняками. Оруденение мушкетовит-гематит-пиритовых руд в виде линз, гнезд, невыдержанных полосок по простиранию и других форм приурочено к раздробленным и трещиноватым участкам отмеченных пород. Рудовмещающие породы больше всего подверглись эпидотизации, в меньшей степени амфиболизации, хлоритизации и карбонатизации, которые привели к образованию эпидозитов, эпидот-актинолитовых, эпидот-хлоритовых и хлорит-кальцитовых метасоматитов.

Главными рудослагающими минералами являются мушкетовит, гематит, пирит и эпидот; присутствуют также магнетит, актинолит, хлорит и кальцит. Часто встречаются халькопирит, маггемит, кварц, ковеллин, лимонит, малахит и др.

На основании вышеприведенных особенностей выделяются следующие разновидности гидросиликатных железных руд: 1) мушкетовитовая руда с примесью пирита; 2) мушкетовит-гематит-пиритовая руда с примесью халькопирита и 3) гематитовая руда с примесью пирита и халькопирита. Эти руды подразделяются на богатые, средние и бедные разновидности, причем в бедных разновидностях преобладает эпидот.

Химические анализы различных типов гидросиликатных железных руд приведены в таблице. В выделенных железных рудах постоянно присутствует пирит, содержание которого колеблется в широких пределах—от десятых долей процента до 17—19%, реже достигает 30—40% от общей массы руды.

Минералого-геохимическое изучение пиритов из этих руд показало, что они кобальт-никеленосные и представляют собой кобальтпириты (6). Содержания Co в пиритах из различных стадий минерализации окисно-сульфидных гидросиликатных железных руд месторождения Цакери-дош колеблются от 0,01 до 1,1%, а Ni—0,002 до 0,022%.

Послемагматическое минералообразование на гидросиликатных железорудных месторождениях носит многостадийный характер и происходило в три этапа и шесть стадий минерализации (см. схему).

Гидросиликатный этап на месторождениях продуктивен в отношении образования железных руд, где околорудным метасоматическим изменением, сопровождающимся железооруденением, является эпидотизация. В этом этапе рудный процесс начинается выделением гематита, причем в дальнейшем, в связи с изменением окислительно-восстановительных условий минералообразования под воздействием рудных растворов, богатых сероводородом, обстановка среды становится восстановительной (повышается кислотность рудных растворов и уменьшается активность кислорода, где  $Fe^{2+}$  переходит в  $Fe^{3+}$ ), приводя к интенсивной мушкетовитизации—замещению гематита магнетитом (мушкетовитом).

Цакери-дошское и Мисханокое месторождения являются аналогами Абагасокского в Южной Сибири (7), Одрабашского в Горной Шории на Кузнецком Ала-Тау (8), Елтай-II, Козыревки-I и Козыревки-II на Тургайской впадине (9). Гидросиликатные железорудные месторождения

Последовательность выделения минералов, этапов и стадий минерализации Цакери-дошского железорудного месторождения

Минерал	Этап и стадия минерализации					
	Предгидросиликатный этап	Гидросиликатный этап			Гидротермальный этап	
	плагноклаз-пироксен-гранатовая стадия	эпидот-амфибол-альбитовая стадия	эпидот-гематитовая стадия	мушкетовитовая стадия	пирит-халькопиритовая стадия	кварц-карбонатная стадия
Плагноклазы	=====	=====				
Пироксен	=====	=====				
Гранат	-----	-----				
Эпидот	-----	=====	=====			
Биотит	-----	=====	=====			
Амфиболы	-----	=====	=====			
Магнетит	=====	-----	=====			
Гематит			=====			
Магнетит			-----	-----		
Мушкетовит				=====		
Пирит				=====	=====	
Халькопирит					=====	
Хлорит		-----	-----			
Карбонаты						=====
Кварц						-----

Примечания. Степень интенсивности проявления минерализации: ===== сильная; ----- средняя; ----- слабая.

Химические анализы различных типов гидросиликатных железных руд месторождений Цакери-дош и Мисхана, %

Компоненты	624/70	578/70	586/70	584/70	553/68	626/70
SiO <sub>2</sub>	21,00	13,01	12,52	11,89	10,21	7,94
TiO <sub>2</sub>	0,71	0,17	0,20	0,22	0,16	0,22
Al <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	4,25	5,83	1,83	1,00	1,77	1,23
Fe <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	26,65	68,52	59,02	57,63	59,25	68,39
FeO	3,17	3,60	18,25	24,71	22,41	20,11
MnO	0,008	0,08	0,06	0,06	0,10	0,10
MgO	2,97	2,50	0,75	0,34	0,50	0,25
CaO	21,85	3,54	4,08	1,98	3,58	0,60
п.п.п.	18,45	1,92	1,81	0,80	1,23	1,03
H <sub>2</sub> O	0,33	0,23	0,10	0,04	0,20	0,30
P <sub>2</sub> O <sub>5</sub>	0,05	0,12	0,13	0,21	0,16	0,05
As <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	0,0003	0,0006	сл.	сл.	н. о.	0,0001
V <sub>2</sub> O <sub>5</sub>	—	0,012	0,012	0,008	0,004	—
CoO	0,006	0,002	0,005	0,013	0,004	0,009
Сумма	98,92	99,55	98,80	98,21	99,57	100,22
Fe (общ.)	21,12	50,76	55,70	58,55	58,91	63,54

Примечания. Наименование проб: № 624/70—бедная гематитовая руда (месторождение Мисхана); № 578/70—богатая гематитовая руда (месторождение Цакери-дош); № 586/70 и № 584—богатые мушкетовит-пиритовые руды (месторождение Цакери-дош); № 553/68—богатая мушкетовитовая руда (месторождение Цакери-дош); № 626/70—богатая мушкетовит-гематитовая руда (месторождение Мисхана).

Химические анализы выполнены в лаборатории силикатного анализа Института геохимии и физики минералов АН УССР, аналитики А. А. Стрыгина и Н. С. Зайченко (г. Киев).

республики формировались в условиях средних температур (в интервале 300—450°) и субвулканической фации глубинности (1,0—1,5 км).

В заключение следует подчеркнуть нижеследующее:

1. На территории северной части Армянской ССР впервые в 1981 г. нами был установлен гидросиликатный формационный тип железорудения. Железные руды выделенного формационного типа по своим геологическим условиям образования, минералого-геохимическим особенностям своеобразны и резко отличаются от скарных.

2. Высокое содержание Со и Ni позволяет гидросиликатные железные руды рассматривать как комплексное сырье для получения не только Fe, но и Со и Ni, что значительно повышает промышленную ценность руд этого формационного типа.

3. Железным рудам гидросиликатного формационного типа присущи эпидотизация, мушкетовитизация и наложенное интенсивное сульфидное оруденение. Мушкетовитизация, а также сульфидизация (пиритизация), представляет собой индикатор, указывающий на ход развития и характер процесса образования окисно-сульфидных руд железа. Наряду с эпидотизацией мушкетовитизация и пиритизация могут служить надежными поисковыми критериями для обнаружения новых железорудных скоплений гидросиликатного типа, что необходимо учесть при поисково-разведочных работах на железные руды в северной части республики.

4. Железорудные месторождения гидросиликатной формации (Цаkori-дошское, Мисханское и др.) изучены недостаточно и их перспективы в отношении промышленной концентрации Fe, Со, Ni и других ценных компонентов окончательно не выяснены. Выявленные геологические, минералогические, геохимические и генетические особенности говорят в пользу перспектив гидросиликатных железных руд и целесообразности дальнейшего комплексного изучения.

Институт геологических  
наук Академии наук Армянской ССР

#### Գ. Ք. ՄԵԺԼՈՒՄՅԱՆ

### Հայկական ՍՍՀ-ում երկաթի հանքայնացման նոր՝ հիդրոսիլիկատային ֆորմացիոն տիպ

Հայկական ՍՍՀ հյուսիսային շրջանների տարածքում առաջին անգամ 1981 թվականին հեղինակի կողմից առանձնացվել է երկաթահանքային նոր՝ հիդրոսիլիկատային ֆորմացիոն տիպ: Հոդվածում տրվում է առանձնացված ֆորմացիոն տիպի հանքանյութերի երկրաբանա-գենետիկական առանձնահատկությունների, առաջացման և տեղաբաշխման օրինաչափությունների, ինչպես նաև որոնման շափանիշների և հանքայնացման հեռանկարների գնահատման համառոտ բնութագիրը:

Հիդրոսիլիկատային երկաթի հանքանյութերը բնորոշվում են մուշկետովիտ-վիտ-հեմատիտ-պիրիտ միներալային կազմով, կոբալտի և նիկելի բարձր պարունակությամբ: Այս հանքանյութերը հանդիսանում են արժեքավոր կոմպլեքսային հումք, որոնց մշակումից կարելի է ստանալ ոչ միայն երկաթ, այլև կոբալտ և նիկել:

<sup>1</sup> Р. Л. Мелконян, Петрология, минералогия и геохимия интрузивных комплексов Алавердского рудного района, Изд. АН АрмССР, Ереван, 1976. <sup>2</sup> И. Г. Магакян, Изв. АН Арм. ССР, Естеств. науки, № 1, 1947. <sup>3</sup> Э. А. Хачатурян, Генетические типы железорудных месторождений Армянской ССР и перспективы их освоения, Изд. АН АрмССР, Ереван, 1953. <sup>4</sup> Э. Х. Гулян, Г. А. Дадаян, Железорудные месторождения Армении, Арм. НИИНТИ, Ереван, 1963. <sup>5</sup> А. Т. Асланян, Региональная геология Армении, Айпетрат, Ереван, 1958. <sup>6</sup> Г. Б. Межлумян, ДАН АрмССР, т. 68, № 4 (1974). <sup>7</sup> А. И. Васильева, в сб.: Геология и генезис магнетитовых месторождений Сибири, Наука, М. 1967. <sup>8</sup> А. М. Дымкин, В. М. Щербак, Особенности формирования метасоматических и вулканогенно-осадочных руд Тургая, Наука, СО АН СССР, Новосибирск, 1973.

УДК 595.772

ЭНТОМОЛОГИЯ

О. П. Негрбов

Новый вид мухи зеленушки (*Dolichopodidae*, *Diptera*) из Армении

(Представлено чл.-корр. АН Армянской ССР С. О. Мовсесяном 12/VI 1985)

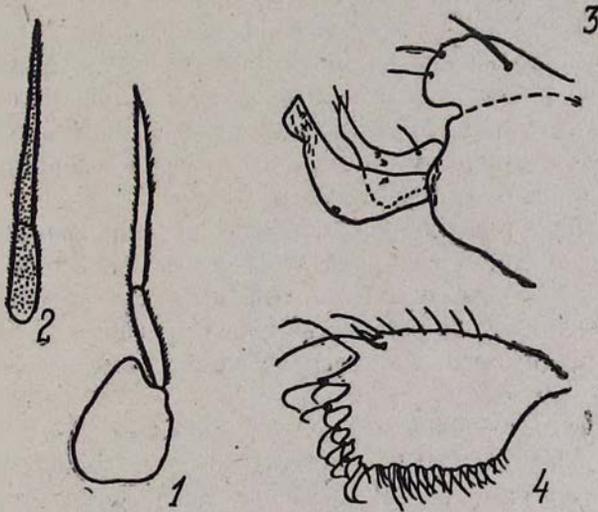
Муhy семейства *Dolichopodidae* являются хищниками многих насекомых. Фауна мух зеленушек Кавказа изучена крайне слабо (1,2). В Армении долихоподиды очень активно пожирают яйцекладки слепней, чем значительно снижают численность взрослых насекомых.

Среди материалов, собранных В. С. Оганесяном (Институт зоологии АН АрмССР), отмечен один новый для науки вид из рода *Dolichopus* (3,4).

Ниже даем описание этого вида.

*Dolichopus oganestani* Negrobov, sp. n. (рисунок).

*Dolichopus oganestani* Negrobov, sp. n. близок к *D. ivanovi* Stack, но отличается от него расширенной аристой, темными церками и рядом других признаков.



Строение усика *Dolichopus oganestani* Negrobov:  
1—3-й членик усика, сбоку; 2—ариста усика, дорсально;  
3—гоноподы и сурстили, латерально; 4—церки,  
дорсо-латерально

Самец. Лоб металлически-зеленый в бурой пыльце. Лицо голое, бурое с золотистым оттенком, его ширина в середине меньше высоты 3-го членика усиков. Усики черные, 3-й членик усиков овальный, на

вершине заострен, его длина едва больше высоты. Ариста расположена ближе к вершине 3-го членика усиков, расширена почти по всей длине, в коротких волосках. Постокулярные щетинки снизу черные, в середине головной капсулы с несколькими желтыми щетинками. Грудь металлически-зеленая. Проплевры с черными и белыми волосками и одной черной щетинкой. Плевры груди в серой пыльце. Щиток с 2 крепкими щетинками и мелкими волосками по краю щитка. Тазики, бедра и лапки в большей части темные; голени, вершинная часть средних бедер и основания средних лапок желтые. Тазики с черными щетинками. Бедра без длинных волосков с 1 предвершинной щетинкой. Членики лапок не расширенные. Передние голени с 3 переднедорсальными, 2 заднедорсальными и 1 заднеventральной щетинками, без длинной апиковентральной щетинки. Отношение длины передних голеней к длине члеников передних лапок (с 1-го по 5-й)—9,6:5,0:2,2:1,6:1,1:1,3. Средние голени с 2 переднедорсальными, 3 дорсальными, 1 заднеventральной и 1 переднеventральной щетинками. 1-й членик средних лапок без длинных щетинок. Отношение длины средних голеней к длине члеников средних лапок (с 1-го по 5-й)—13,5:7,2:3,6:2,8:1,7:1,8. Задние голени с 5 переднедорсальными, 1 ventральной, 5—6 заднедорсальными щетинками. 1-й членик задних лапок с 3—4 крепкими щетинками. Отношение длины задних голеней к длине члеников задних лапок (с 1-го по 5-й)—14,0:6,2:5,8:3,7:2,4:1,8. Крылья сильно затемнены по переднему краю и вдоль жилок  $m_{1+2}$ ,  $m_{3+4}$ ,  $tr$  отношение длины отрезка костальной жилки между  $r_{2+3}$  и  $r_{4+5}$  и отрезка той же жилки между  $r_{4+5}$  и  $m_{1+2}$ —3,2:1,5. Жилки  $r_{4+5}$  и  $m_{1+2}$  в вершинной части сходящиеся. Вершинный отрезок  $m_{1+2}$  изогнутый. Отношение длины основного и вершинного отрезков  $m_{1+2}$ —14,8:11,2. Длина  $tr$  примерно в 2 раза больше вершинного отрезка  $m_{3+4}$ . Анальная лопасть крыла хорошо развита. Анальный угол прямой. Закрыловые чешуйки с черными ресничками. Жужжальца желтые. Брюшко темно-металлически зеленое с черными щетинками. Церки овальные, темные, на вершине с серповидными щетинками.

Самка. Лицо в серебристой пыльце, его ширина под усиками в 1,5 раза превосходит высоту 3-го членика усиков. Длина 3-го членика усиков примерно равна его высоте. Отношение длины 3-го членика усиков к аристе—1,6:5,1. Ариста чуть меньше расширена, чем у самцов. Крылья окрашены менее интенсивно, чем у самцов. Длина 4,3 мм, длина крыла 4,0 мм.

Голотип (♂) и 8 паратипов: Армянская ССР, р-н им. Камо, село Норадуз, 16/VII 1984 (В. С. Оганесян). Голотип хранится в коллекции Зоологического института АН СССР (г. Ленинград). Паратипы в Институте зоологии АН АрмССР (г. Ереван) и Воронежском государственном университете.

Новый вид посвящен Варужану Степановичу Оганесяну, собравшему эти экземпляры.

Воронежский государственный  
университет

Կաճաչիկ-ճանճի (Dolichopodidae, Diptera) նոր տեսակի Հայաստանից

Dolichopodidae ընտանիքին պատկանող ճանճերը հանդիսանում են շատ միջատների գիշատիչներ: Կանաչիկ-ճանճերը բավականին ակտիվ կերպով խժռում են նաև մողերի ձվակույտերը՝ դրանով իջեցնելով նրանց բանակութունը բնության մեջ:

Հոդվածում տրվում է Վ. Ս. Հովհաննիսյանի կողմից հավաքված կանաչիկ-ճանճի նոր տեսակի՝ *Dolichopus oganesianii* Negrobov, sp. n. նկարագրությունը: Նշվում է նաև, որ նոր տեսակը իր կառուցվածքով մոտ է *D. Ivanovi* Stack տեսակին, և տրվում է նրանց դիֆերենցիալ նկարագրությունը:

ЛИТЕРАТУРА — ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

- <sup>1</sup> Օ. Ս. *Негробов*, ДАН АрмССР, т. 65, № 4 (1967). <sup>2</sup> *А. А. Штакельберг*, К диптофауне Армении. Русск. энтом. обзор., т. 20 (1926). <sup>3</sup> *О. Р. Negrobov* (Օ. Ս. *Негробов*), in: E. Lindner, „Die Fliegen der palaearktischen Region, Stuttgart, Bd. IV, Lf. 289 (1972). <sup>4</sup> *А. А. Stackelberg* (A. A. *Штакельберг*), in: E. Lindner, Die Fliegen der palaearktischen Region, Stuttgart, Bd. IV, Lf. 71, (1933).

УДК 611.10

ГИСТОЛОГИЯ

А. М. Чилингарян

**Новый кальций-аденозинтрифосфатный метод для выявления внутри-  
органный микроциркуляторного русла у кошек**

(Представлено академиком АН Армянской ССР В. В. Фанарджяном 14/V 1985)

Установление общих закономерностей преципитации фосфата металлов в клеточных структурах позволило впервые ввести программную и целенаправленную разработку новых микроскопических методов исследования, предназначенных для выявления нервных и сосудистых структур (<sup>1-3</sup>). Одним из таких методов является кальций-АТФ-ный метод, который в большинстве органов и тканей кошки на толстых срезах фиксированного материала, выявляя различные звенья внутри-органный кровеносный микроциркуляторный русла (МЦР), позволяет одновременно дифференцировать артериальное, венозное и капиллярное русла (<sup>4</sup>). Однако у других видов животных и человека результаты оказались менее наглядными, что связано, по-видимому, с особенностями физико-химической организации стенок сосудов. Кроме того, использованный в этом методе глициновый буфер не обеспечивал постоянства рН инкубационных смесей, что крайне затрудняло целенаправленное исследование и анализ полученных данных. Хотя количество буферов, обеспечивающих рН в щелочной зоне 10—12, весьма ограничено, тем не менее для дальнейших работ было необходимо найти другие способы, обеспечивающие постоянство рН инкубационных смесей.

В настоящем исследовании для решения этой задачи мы прибегли к использованию гидроокиси аммония или аммиака, а для оценки и сравнения полученных данных исследование было проведено на кошках.

Объектами исследования служили головной мозг, сердце, печень, почки, селезенка, слюнные и эндокринные железы, скелетные мышцы, кишечник, матка, яичники, брыжейка, капсула почки, перикард, твердая мозговая оболочка. Кусочки органов 24 и более часов фиксировали при 4° в 5%-ном формалине (для фиксации оболочек достаточно 10—15 мин). Далее в зависимости от особенностей строения МЦР органа готовятся замороженные срезы толщиной 60—200 мкм, которые собираются в физиологический раствор, где их можно оставлять при 4° на длительное время.

Последующая обработка срезов производится по нижеследующей схеме: 1) помещение в инкубационную смесь следующего состава: а) 2—4 мл 6Н аммиака доливаеся водой до 6 мл; б) 0,5—1 мл 0,1 М раствора хлористого кальция; в) 1—2 мл раствора АТФ (5мг/мл). Объем доводится до 10 мл. Инкубация длится 1—5 ч; 2) промывка в несколь-

ких сменах воды 5—10 мин; 3) перенос срезов в замешающую свинцовую смесь (5 мл 1N ацетатного буфера pH 6.2, вода до 90 и добавляется 10 мл 1N раствора уксуснокислого аммония. В этой смеси растворяется 2 г химически чистого уксуснокислого свинца. Раствор можно использовать многократно и долгое время). Срезы в свинцовой смеси оставляются от 10 мин до нескольких часов; 4) промывка в нескольких сменах воды 10 мин; 5) обработка 20%-ным раствором уксуснокислого аммония от 1 мин до 1 ч в зависимости от сроков инкубации и толщины срезов и органов; 6) промывка в двух сменах воды 5—10 мин; 7) погружение в 5—10%-ный раствор сернистого натрия на 5 мин и более; 8) промывка в нескольких сменах воды 5—10 мин; 9) заключение в глицерин-желатин.

На обработанных таким путем срезах в большинстве органов наблюдается четкая и контрастная окраска сосудисто-капиллярной сети. Особенно наглядные результаты получены на различных пленках-оболочках (брыжейка, перикард, твердая мозговая оболочка и др.), которые можно окрасить тотально без нарушения целостности сосудисто-капиллярной сети. На таких препаратах легко прослеживаются ход и расположение сосудов и нетрудно установить, что при этом выявляются все звенья МЦР (рис. 1).



Рис. 1. Микроциркуляторное русло перикарда кошки. Сосудисто-капиллярная сеть. В центре—артериола с обеих сторон вены и капиллярная сеть. Микрофото



Рис. 2. Микроциркуляторное русло коры полушария головного мозга кошки. Виден крупный венозный ствол, рядом интенсивно окрашенные мелкие артериолы и капиллярная сеть. Микрофото

Сосудисто-капиллярная сеть выявляется за счет отложения черного осадка сернистого свинца на стенке эндотелия сосудов и капилляров. В артериальных сосудах, кроме того, окрашиваются и элементы гладкомышечных клеток. Благодаря этому создается возможность дифференцирования различных звеньев МЦР, что имеет исключительно важное значение для ангиологии. Необходимо отметить, что отложение осадка в гладкомышечных клетках только стенок артериол с цитохимической и физиологической точек зрения представляет большой интерес. Хотя такие клетки имеются и в других органах (матка, кишечник, аорта, крупные вены и др.), их реакционноспособность не проявляется.

В большинстве изученных органов и тканей можно выявлять все звенья микроциркуляторного русла (рис. 2). Однако в печени и селе-

зеньке венозные сосуды окрашиваются слабо или вообще не реагируют.

Хотя инкубационные смеси с аммиаком не обладают буферными свойствами, тем не менее поставленные многочисленные эксперименты позволили установить, что осаждение фосфата кальция в клеточных структурах происходит согласно закономерности концентрационного взаимоотношения. Иными словами, это означает, что осадок продукта реакции на одной и той же структуре можно получать с помощью разнообразных инкубационных смесей, если при этом правильно выбрана программа. Используемая в настоящем сообщении инкубационная смесь с этой точки зрения является весьма условной: в данном случае во избежание снижения падения рН были использованы высокие концентрации аммиака.

В морфологическом отношении полученная картина весьма сходна с описанной при использовании предыдущего метода, однако в методическом и техническом отношении настоящий метод более надежен и отвечает тем требованиям, которые предъявляются к гистоангиологическим методам.

Проведенные за последние годы исследования и их анализ позволяют утверждать, что использование разработанных гистоангиологических методов представляет значительный интерес не только в морфологическом плане, но и при решении вопросов, связанных с неврологией, онкологией, фармакологией и другими областями медицины (3-6).

Институт физиологии им. Л. А. Орбели  
Академии наук Армянской ССР

## Հ. Մ. ԶԻՆԳՍՏՅԱՆ

### Կալցիում Աէֆ-ի նոր եղանակ կատուների նեոբոգանային միկրոցիրկուլյատոր հունի հայտնաբերման համար

Աէֆ-ի օգտագործման հիման վրա մշակված է նոր եղանակ կատուների նեոբոգանային միկրոցիրկուլյատոր հունի հայտնաբերման համար: Ուղեղի, սրտի, երիկամի, փայծաղի, սեռական օրգանների, գեղձերի, կմախքային մկանների ուսումնասիրությունը ներկա եղանակով ցույց տվեց, որ այդ օրգաններում կարելի է ընտրողաբար և ցայտուն ձևով հայտնաբերել միկրոցիրկուլյատոր հունը: Զարկերակների պատում գտնվող հարթ մկանային բջիջների ներկման շնորհիվ, բավականին դյուրին կերպով, կարելի է տարբերել երակային, զարկերակային անոթները և մազանոթները միմյանցից: Մշակված եղանակը հուսալի է և ապահովում է վերարտադրող տվյալների ստացումը:

## ЛИТЕРАТУРА — ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

- 1 А. М. Чилингарян, ДАН АрмССР, т. 40, № 2 (1965). 2 А. М. Чилингарян, Микроскопическое изучение кровеносных сосудов и нервной ткани, основанное на применении соединений свинца, докт. дис., Л., 1968. 3 А. М. Чилингарян, в кн.: Центральные и периферические механизмы вегетативной нервной системы, Ереван, Изд-во АН АрмССР, 1980. 4 А. М. Чилингарян, Журн. exper. медицины, т. 17, № 5 (1977). 5 Е. М. Габриэлян, Р. Ш. Матевосян, Бюлл. exper. биологии и медицины, т. 48, № 9, (1980). 6 Э. А. Амроян, Вазоактивные простагландины и мозговое кровообращение, докт. дис., Ереван, 1981.