

ՀԱՅԿԱԿԱՆ ՍՍՀ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԿԱԴԵՄԻԱ
АКАДЕМИЯ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР

Զ Ե Կ Ո Ւ Յ Ց Ն Ե Ր Д О К Л А Д Ы

LXXXI, № 3

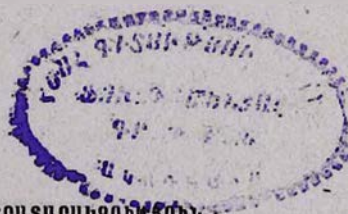
1985

Խմբագրական կոլեգիա

Редакционная коллегия

Գ. Ա. ԱՐՋՈՒՄԱՆՅԱՆ, անիս. գիտ. քննա-
ծու (պատ. ֆուրադար), Է. Գ. ԱՅՐԻԿՅԱՆ,
ՀՍՍՀ ԳԱ ակադեմիկոս, Ա. Բ. ԲԱՐԱՅԱՆ,
ՀՍՍՀ ԳԱ ակադեմիկոս, Ա. Հ. ԳԱՐՐԻՆՅԱՆ,
ՀՍՍՀ ԳԱ ակադեմիկոս, Ա. Ա. ԹԱՎԱԼՅԱՆ,
ՀՍՍՀ ԳԱ քղր. անդամ, Վ. Հ. ՀԱՄԲԱՐՑՈՒՄ-
ՅԱՆ, ակադեմիկոս, Վ. Հ. ՂԱԶԱՐՅԱՆ, ՀՍՍՀ
ԳԱ ակադեմիկոս (պատ. խմբագրի անու-
կալ), Վ. Գ. ՄԵՐԺԱՐՅԱՆ, ՀՍՍՀ ԳԱ քղր.
անդամ, Գ. Ս. ՍԱՀԱԿՅԱՆ, ՀՍՍՀ ԳԱ ակա-
դեմիկոս, Ծ. Մ. ՍԱԳՈՆՋՅԱՆ, ՀՍՍՀ ԳԱ քղր.
անդամ, Մ. Լ. ՏԵՐ-ՄԻԿԱԵԼՅԱՆ, ՀՍՍՀ ԳԱ
ակադեմիկոս, Վ. Բ. ՅԱՆԱՐՋՅԱՆ, ՀՍՍՀ ԳԱ
ակադեմիկոս:

В. А. АМБАРЦУМЯН, академик, Г. А.
АРЗУМАНИЯН, канд. техн. наук (отв.
секретарь), Э. Г. АФРИКЯН, академик
АН АрмССР, А. Т. БАБАЯН, академик
АН АрмССР, А. А. ГАБРИЕЛЯН, ака-
демик АН АрмССР, В. О. КАЗАРЯН,
академик АН АрмССР (зам. отв. редак-
тора), В. Г. МХИТАРЯН, чл.-корр. АН
АрмССР, Г. С. СААКЯН, академик АН
АрмССР, О. М. САПОНДЖЯН, чл.-корр.
АН АрмССР, А. А. ТАЛАЛЯН, чл.-корр.
АН АрмССР, М. Л. ТЕР МИКАЕЛЯН,
академик АН АрмССР, В. В. ФАНАР-
ДЖЯН, академик АН АрмССР.



ՀԱՅԿԱԿԱՆ ՍՍՀ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԿԱԴԵՄԻԱՅԻ ՀՐԱՏԱՐԱԿՉՈՒՄՈՒՄ

Ե Ր Ե Վ Ա Ն

ЕРЕВАН

Բ Ո Վ Ա Ն Դ Ա Կ Ո Ւ Թ Յ Ո Ւ Ն

ՄԱԹԻՄԱՏԻԿԱ

- Ղ. Ա. Առուշանյան — Քառակուսի մատրիցային զործակիցներով համակարգերի բև-
րումը կանոնական տևրի 99
- Ա. Ս. Հասրաթյան, Ն. Կ. Խաչատրյան — Գրաֆի համխտոնության հետազոտումը
դադալնների շրջակայքերի օղնուկյամբ 103
- Ռ. Գ. Լարաշանյան, Վ. Ս. Ռարիեովիչ — Ինտեգրալ-տարրերակային հավասո-
րումների համակարգը կիսատառանցրի վրա 107

ԳԵՄԱՐԱՐԱԿԱՆ ՄԵՍԱՆԵԿԱ

- Է. Ն. Խաչիյան, Ա. Գ. Արուսյան — Երկրաշարժի ազակերոգրաֆի հիման վրա կա-
ռուցվածքների և շենքերի վրա սկյամիկ ողղեցության էքսպերիմենտալ ընդօրինակման
հղանակի մասին 112

ԱՌԱՋԻԱԿԱՆՈՒԹՅԱՆ ՏՆՍՈՒԹՅՈՒՆ

- Ռ. Լ. Արբանույան — Կիսատարածության մեջ տոսադական ալիքների տարածման
մի խնդրի մասին 118

ՖԻԶԻԿԱ

- Գ. Մ. Ավաղյանց, Ի. Ա. Սարգսյան — Կոսսալտով կոմպենսացված սխիցիումի ֆո-
տոհաղորդականության ինֆրակարմիր մարումը 123
- Ռ. Բ. Կոստանյան, Տ. Վ. Սանամյան — Լյուտեցիում-ալյումինային նոնաբարում
էրբիումի մակարդակների կյանքի տեղության ուսումնասիրումը 128

ՇՐԿԱՆԱԿԱՆ ՔԻՄԻԱ

- Ա. Թ. Բաբայան, Ա. Խ. Գյուլնազարյան, Ն. Պ. Չուրկինա, Տ. Ա. Սահակյան—
1-դիմիկիլֆենադիլամոնիում-2-լուտեն բրոմիդի 4-րդ դիրքում դոնվոլդ տեղակալիչի
բնույթի ազդեցությունը 1,4-պոկման և Ստիվենսյան 3,2-վերախմբավորման ունակցիա-
ների մրցակցության վրա 131

ՄԻՋԱՏԱՐԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

- Վ. Գ. Դուլին, Մ. Ա. Մարշանյան — Ջրիկան բզեզների Cardiphorus Eschz
սեռի նոր տեսակների Անդրկովկասից և ՍՍՀՄ-ի եվրոպական մասից (Coleoptera,
Elateridae) 134

ՖԻԶԻՈԼՈԳԻԱ

- Ն. Ա. Մեցոյան, — Ուղեղիկի միջանկյան կորիզի միակողմանի քայքայումից հե-
տո կոմպենսատոր վերականգնման վերակառուցումների հարցը 139

СОДЕРЖАНИЕ

МАТЕМАТИКА

- З. А. Арушанян*—Приведение к каноническому виду ОКР-систем с квадратными матричными коэффициентами 99
- А. С. Асритян, Н. К. Хачатрян*—Исследование гамильтоновости графа с помощью окрестностей вершин 103
- Р. Г. Бабаджанян, В. С. Рабинович*—Система интегрально-разностных уравнений на полупрямой 107

СТРОИТЕЛЬНАЯ МЕХАНИКА

- Э. Е. Хачиян, А. Г. Абовян*—Об одном способе экспериментального воспроизведения сейсмического воздействия на здания и сооружения по акселерограмме землетрясения 12

ТЕОРИЯ УПРУГОСТИ

- Б. Л. Абрамян*—Об одной задаче распространения упругих волн в полупространстве 118

ФИЗИКА

- Г. М. Авакьянц, И. А. Саркисян*—Инфракрасное гашение в образцах кремния с примесью кобальта 123
- Р. Б. Костанян, Т. В. Самаян*—Исследование времени жизни уровней эрбия в лютеций-алюминиевом гранате 128

ОРГАНИЧЕСКАЯ ХИМИЯ

- А. Т. Бабаян, А. Х. Гюльназарян, Н. П. Чуркина, Т. А. Саакян*—Влияние природы заместителя в 4-положении 1-диметилфениламмоний-2-бутенбромидов на конкуренцию реакций 1,4-отщепления и 3,2-перегруппировки Стивенса . . 131

ЭНТОМОЛОГИЯ

- В. Г. Долин, М. А. Марджанян*—Новые виды жуков-щелкунов рода *Cardiophorus* Eschtz фауны европейской части СССР и Закавказья (*Coleoptera, Elateridae*) 134

ФИЗИОЛОГИЯ

- Н. А. Мецоян*—К вопросу о компенсаторно-восстановительных перестройках после одностороннего разрушения промежуточного ядра мозжечка 139

C O N T E N T S

MATHEMATICS

P.

- Z. A. Arushanlan*—The rendering of OKP-systems to the canonical form with quadratic matrix coefficients. 99
- A. S. Hasratian, N. K. Khachatryan*—An investigation of Hamiltonian of graphs by means of the neighborhoods of vertices 103
- R. G. Babadzanian, V. S. Rabinovitch*—The system of integral-difference equation on the half-line. 107

STRUCTURAL MECHANICS

- E. E. Khachian, A. G. Abovian*—The method of experimental reproduction of seismic action on buildings and structures based on earthquake accelerograms . 112

THEORY OF ELASTICITY

- B. L. Abramian*—On the problem of propagation of elastic waves in the semi-space. 118

PHYSICS

- G. M. Avakants, I. A. Sarkissian*—Infra-red extinguishing in silicon samples with cobalt admixture. 123
- R. B. Kostanian, T. V. Sanamian*—Lifetime measurment Erbium ion levels in lutetium-aluminum garnet. 128

ORGANIC CHEMISTRY

- A. T. Babayan, A. Kh. Gyulnazarian, N. P. Churkina, T. A. Sahakian*—The influence of substituent in 4-position of 1-dimethylphenacilammonium-2-butenbromide on competition of the 1,4-cleavage and 3,2'Stevens rearrangement reactions. 131

ENTOMOLOGY

- W. G. Dolln, M. A. Mardjanian*—New species of clickbeetles of the genus *cardiophorus* Eschz from the European part of the USSR and transcaucasia (Coleoptera, Elateridae) 134

PHYSIOLOGY

- N. A. Methsoyan*—The problem of compensator-rehabilitationaly reorganization after unilateral lesion of the nucleus *interpositus* of the cerebellum. . 139

Техн. редактор АЗИЗБЕКЯН Л. А.

Сдано в набор 26.07.1985 г. Подписано к печати 29.12.1985 г. ВФ 06924.

Бумага № 2, 70×108¹/₁₆. Высокая печать. Печ. л. 3,0. Усл. печ. л. 4,2.

Учет. изд. л. 3,35. Тираж 430. Заказ 579. Издат. 6647.

Адр. ред.: 375019, Ереван, пр. Маршала Баграмяна, 24-г, II эт., к. 1, т. 27-97-238.

Издательство Академии наук Армянской ССР, 375019, Ереван,

пр. Маршала Баграмяна, 24-г.

Типография Издательства Академии наук АрмССР, 378310, г. Эчмиадзин.

УДК 517.5

МАТЕМАТИКА

З. А. Арушанян

Приведение к каноническому виду ОКР-систем с квадратными матричными коэффициентами

(Представлено чл.-корр. АН Армянской ССР Н. У. Аракелян 28/II 1984)

1. Рассмотрим дифференциальное уравнение

$$\frac{\partial \Phi}{\partial t} = B_1 \frac{\partial \Phi}{\partial x_1} + B_2 \frac{\partial \Phi}{\partial x_2} + \dots + B_n \frac{\partial \Phi}{\partial x_n} \quad (1)$$

с вещественными матричными коэффициентами B_j порядка $(k \times k)$ и с выделенной переменной $t \in \mathbb{R}^1$ в $(n+1)$ -мерном евклидовом пространстве переменных $(x_1, x_2, \dots, x_n, t)$.

Определение 1. а) Пару чисел (n, k) назовем типом системы (1), где n указывает количество, а k — порядок матриц $B_j (j=1, 2, \dots, n)$.

б) Систему (1) назовем обобщенной системой Коши — Римана или кратко ОКР-системой, если любое ее решение Φ состоит из гармонических компонент, (см. (1), с. 358).

в) Через $Z_{(n,k)}$ будем обозначать множество систем матриц $\beta = \{B_1, B_2, \dots, B_n\}$ таких, что $\beta \in Z_{(n,k)} \Leftrightarrow$, когда система (1) с коэффициентами β есть ОКР-система типа (n, k) .

Основная теорема.

1) $\forall n Z_{(n,k)} \neq \emptyset \Leftrightarrow k = p \cdot 2^n$ (p — натуральное число).

2) Если $J = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$; $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, то $\varepsilon_1 \equiv \{J\} \in Z_{(1,2)} \Rightarrow \varepsilon_2 \equiv \left\{ \begin{pmatrix} J & 0 \\ 0 & -J \end{pmatrix} \right\} \in Z_{(2,2^2)} \Rightarrow \dots \Rightarrow \varepsilon_n \equiv \{J_1, \dots, J_n\} \in Z_{(n,2^n)} \Rightarrow \varepsilon_{n+1} \equiv \left\{ \begin{pmatrix} J_1 & 0 \\ 0 & -J_1 \end{pmatrix}, \dots, \begin{pmatrix} J_n & 0 \\ 0 & -J_n \end{pmatrix} \right\} \in Z_{(n+1,2^{n+1})} \Rightarrow \dots$, где I_{2^n} — единичная матрица порядка 2^n .

2) $\varepsilon_n^{(p)} \equiv \{J_1^{(p)}, \dots, J_n^{(p)}\} \in Z_{(n,p \cdot 2^n)}$, где $\varepsilon_n^{(1)} \equiv \varepsilon_n$, а $J_j^{(p)} = \text{diag}(J_1, \dots, J_j)$ (p — раз) $\forall j=1, 2, \dots, n$.

3) $\beta \in Z_{(n,p \cdot 2^n)} \Leftrightarrow \beta = T^{-1} \varepsilon_n^{(p)} T$ для некоторой обратимой матрицы $T = T(\beta)$.

Следствие из теоремы. Любое решение Φ ОКР-системы с коэффициентами $\beta = \{B_1, \dots, B_n\} \in Z_{(n,p \cdot 2^n)}$ можно представить в виде $\Phi = T^{-1} \cdot F$, где F — решение канонической ОКР-системы с коэффициентами $\varepsilon_n^{(p)} = \{J_1^{(p)}, \dots, J_n^{(p)}\} \in Z_{(n,p \cdot 2^n)}$, а $T = T(\beta)$ — обратимая матрица, не зависящая от Φ .

2. Формулировка и доказательство основных лемм.

Лемма 1. $\beta = \{B_1, B_2, \dots, B_n\} \in Z_{(n, k)} \Leftrightarrow$, когда

$$B_s^2 = -I \quad (I - \text{единичная матрица}) \quad \forall s = 1, 2, \dots, n; \quad (2)$$

$$B_l B_l = -B_l B_l \quad \forall l \neq j. \quad (3)$$

Доказательство. Для любого вектора $c \in R^k$ положим

$$F_{ij}(x, t) = \left\{ x_i x_j I + (x_i B_l + x_j B_l) t + (B_l B_l + B_l B_l) \frac{t^2}{2} \right\} \cdot c.$$

Легко проверить, что вектор-функция F_{ij} — это решение ОКР-системы с коэффициентами $\beta = \{B_1, \dots, B_n\} \in Z_{(n, k)}$. Следовательно, $\Delta F_{ij} = 0 \quad \forall c \in R^k$ и $i, j = 1, 2, \dots$, т. е.

$$\Delta F_{s,s} = 2(B_s^2 + I)c = 0, \text{ когда } l \equiv j = s,$$

$$\Delta F_{l,l} = (B_l B_l + B_l B_l)c = 0, \text{ когда } l \neq j,$$

для всех $c \in R^k$. Отсюда следуют соотношения (2) и (3).

Обратно, если F — решение системы уравнений с коэффициентами $\{B_1, \dots, B_n\}$, которые удовлетворяют (2) и (3), то

$$\frac{\partial^2}{\partial t^2} F - \left(\sum_1^n B_l \frac{\partial}{\partial x_l} \right)^2 F = \left(- \sum_1^n \frac{\partial^2}{\partial x_l^2} \right) F.$$

Таким образом, $F''_{xx} + \sum_1^n F''_{x_l x_l} = 0$, т. е. $\Delta F = 0$. Значит, система уравнений с коэффициентами $\beta = \{B_1, \dots, B_n\}$ есть ОКР-система и по определению $\beta \in Z_{(n, k)}$.

Лемма 2. Пусть $\bar{\beta} = \{\bar{B}_1, \dots, \bar{B}_n\}$, где $\bar{B}_l: R^k \rightarrow R^k$ — линейные преобразования евклидова пространства R^k , и координаты оператора $\bar{\beta}$ удовлетворяют соотношениям

$$\bar{B}_s^2 = -\bar{I} \quad (s = 1, 2, \dots, n) \quad (\bar{I} - \text{тождественное преобразование}) \quad (\bar{2})$$

$$\bar{B}_i \bar{B}_l = -\bar{B}_l \bar{B}_i \quad \forall i \neq j. \quad (\bar{3})$$

$\forall e_1 \in R^k (e_1 \neq 0)$ по определению положим

$$\begin{aligned} \bar{B}_1 e_1 &= e_2, \quad \bar{B}_2 e_1 = e_3, \quad \bar{B}_3 e_1 = e_5, \quad \bar{B}_n e_1 = e_{2^{n-1}+1} \\ \bar{B}_2 e_2 &= e_4, \quad \bar{B}_3 e_2 = e_6, \quad \dots \quad \bar{B}_n e_2 = e_{2^{n-1}+2} \\ &\dots \dots \dots \\ \bar{B}_3 e_3 &= e_7, \quad \dots \dots \dots \\ \bar{B}_3 e_4 &= e_8, \quad \dots \dots \dots \\ &\dots \dots \dots \\ \bar{B}_n e_{2^{n-1}} &= e_{2^n}. \end{aligned} \quad (4)$$

Тогда: 1) Система векторов $\{e_1, e_2, \dots, e_{2^n}\}$ линейно независима в R^k .

2) Если Q — подпространство, натянутое на векторы $\{e_1, \dots, e_{2^n}\}$, то $\bar{B}_j$ взаимнооднозначное отображение на подпространство $Q \subset R^k$ для всех $j = 1, 2, \dots, n$.

Доказательство. Из определения системы векторов (см. (4)) легко увидеть, что соотношение линейной зависимости

$$\sum_{s=1}^{2^n} \alpha_s e_s = 0 \quad (5)$$

равносильно соотношению

$$i_0 \bar{I} + \sum_{s=1}^n \sum_{1 \leq j_1 < j_2 < \dots < j_s \leq n} \lambda_{(j_1, j_2, \dots, j_s)} \bar{B}_{j_1} \bar{B}_{j_2} \dots \bar{B}_{j_s} = 0, \quad (6)$$

где количество коэффициентов $\lambda_{(j_1, j_2, \dots, j_s)}$ в (6) равно $1 + C_n^1 + C_n^2 + \dots + C_n^n = 2^n$ и они могут отличаться от коэффициентов α_s в (5) лишь только знаками. Но размерность клиффордовой алгебры, порожденной элементами $\{\bar{B}_1, \dots, \bar{B}_n\}$, удовлетворяющими соотношениям (2) и (3), как линейного пространства, равна 2^n и соотношение линейной зависимости между базисными элементами дается как раз соотношением (6). Следовательно, равенство нулю левой части соотношения (5) может иметь место только при $\alpha_s = 0 \forall s$.

Чтобы убедиться в справедливости утверждения 2) леммы, заметим, что из равенств $\bar{B}_n e_j = e_{2^n-1+j}$ ($j=1, 2, \dots, 2^{n-1}$) (см. последний столбец в (4)) следует, что $\bar{B}_n e_{2^n-1+j} = \bar{B}_n^2 e_j = -e_j$ (см. (2)). Значит, $\bar{B}_n$ — взаимнооднозначное отображение на Q . По индукции устанавливается, что и остальные операторы $\bar{B}_{n-1}, \dots, \bar{B}_1$ обладают этим свойством.

Лемма 3. $Z_{(n, k)} \neq \emptyset \Rightarrow k = p \cdot 2^n$ (p — натуральное число).

Доказательство. $Z_{(n, k)} \neq \emptyset \Rightarrow \exists \beta = \{B_1, \dots, B_n\} \in Z_{(n, k)}$. Пусть R^k — k -мерное евклидово пространство с произвольным базисом, а $\bar{\beta} = \{\bar{B}_1, \dots, \bar{B}_n\}$ — линейное преобразование, имеющее матрицу $\beta = \{B_1, \dots, B_n\}$ в этом базисе. По лемме 1, система матриц $\{B_1, \dots, B_n\}$ удовлетворяет соотношениям (2) и (3), значит, координаты $\bar{\beta}$ удовлетворяют (2) и (3). Тогда из пункта 2) леммы 2 следует, что $\exists$ линейно-независимая система векторов $\{e_1, \dots, e_{2^n}\}$ (2^n штук) в R^k . Следовательно, или $R^k = Q$, или $R^k \supset Q$ ($R^k \neq Q$).

В первом случае $k = 2^n$, и лемма доказана, причем $p = 1$.

Во втором случае $\exists e_1^{(2)} \in R^k \setminus Q (e_1^{(2)} \neq 0)$, и система операторов $\{\bar{B}_1, \dots, \bar{B}_n\}$ (по аналогии с (4)) порождает систему линейно-независимых векторов $\{e_1^{(2)}, \dots, e_{2^n}^{(2)}\}$ (2^n штук) в R^k , и ясно, что подпространство Q_1 , натянутое на эти векторы, не пересекается с подпространством $Q_1 \equiv Q$. Продолжая этот процесс, мы построим последовательность попарно-непересекающихся подпространств $Q_1, Q_2, \dots, Q_p, \dots$ из R^k таких, что $R^k = Q_1 \oplus Q_2 \oplus \dots \oplus Q_p$ для некоторого p . Значит, $k = p \cdot 2^n$.

3. Доказательство основной теоремы.

Утверждения 2) и 2)^(p) теоремы являются непосредственными следствиями леммы 1. Справедливость утверждения 1) в одном направлении является содержанием леммы 3, а в другом направлении — содержанием пункта 2)^(p) основной теоремы.

Перейдем к доказательству пункта 3). Как уже было замечено при доказательстве лемм 2 и 3, для любого элемента $\beta \in Z_{(n, p \cdot 2^n)}$ можно построить базис $\{e_1^{(1)}, e_2^{(1)}, \dots, e_{2^n}^{(1)}, e_1^{(2)}, \dots, e_{2^n}^{(2)}, \dots, e_1^{(p)}, \dots, e_{2^n}^{(p)}\}$ та-

кой, чтобы преобразование β имело одну и ту же матрицу β_0 . Значит, существует обратимая матрица T_1 порядка $p \cdot 2^n$ такая, что $\beta = T_1^{-1} \beta_0 T_1$. Так как, в частности, $\varepsilon_n^{(p)} \in Z_{(n, p \cdot 2^n)}$, то $\varepsilon_n^{(p)} = T_1^{-1} \beta_0 T_1$, откуда следует, что $\beta = T^{-1} \varepsilon^{(p)} T$.

Ереванский государственный университет

Ջ. Ա. ԱՌՈՒՇԱՆՅԱՆ

Քառակուսի մատրիցային գործակիցներով համակարգերի րեբումբ կանոնական տեսի

Այս աշխատանքը նվիրված է առաջին աստիճանի դիֆերենցիալ հավասարումների, այսպես կոչված, Կոշի—Ռիմանի ընդհանրացված համակարգերի մի դասի լրիվ նկարագրությանը: Մասնավորապես կառուցվում է մի «կանոնական սխեմա» և ցույց է տրվում, որ յուրաքանչյուր այլ համակարգ նման է դրան:

ЛИТЕРАТУРА — ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

¹ И Стейн, Г. Вейс, Введение в гармонический анализ на евклидовых пространствах, Мир, М., 1974.

УДК 519.1

МАТЕМАТИКА

А. С. Асратян, Н. К. Хачатрян

Исследование гамильтоновости графа с помощью окрестностей вершин

(Представлено чл.-корр. АН Армянской ССР Р. Р. Варшамовым 18/X 1984)

В настоящей работе продолжается исследование гамильтоновости графа с помощью количественных характеристик окрестностей вершин, начатое в работе ⁽¹⁾. Получены обобщения результатов Бонди — Хватала ⁽²⁾ и Оре ⁽³⁾. Все неопределяемые понятия можно найти в ⁽⁴⁾.

Рассматриваются конечные неориентированные графы без петель и кратных ребер. Множества вершин и ребер графа G обозначаются, соответственно, через $V(G)$ и $E(G)$. Степень вершины x в G обозначается через $d_G(x)$, а расстояние между вершинами x и y в G — через $d_G(x, y)$. Для каждой вершины $x \in V(G)$ введем обозначения: $N_G^{(i)}(x) = \{y \in V(G) | d_G(x, y) = i\}$, $M_G^{(i)}(x) = \{y \in V(G) | d_G(x, y) \leq i\}$, $i \geq 1$. Подграф, порожденный множеством $M_G^{(i)}(x)$, обозначается через $G^{(i)}(x)$, $i \geq 1$. Простую цепь $x_1, x_2, \dots, x_k$ назовем тупиковой, если $N_G^{(1)}(x_1) \subseteq \{x_2, x_3, \dots, x_k\}$ и $N_G^{(1)}(x_k) \subseteq \{x_1, \dots, x_{k-1}\}$. Гамильтоновым циклом графа G называется простой цикл, содержащий все вершины G . Граф, содержащий гамильтонов цикл, называется гамильтоновым графом. Целая часть числа α обозначается через $[\alpha]$.

Лемма 1. Пусть G — p -вершинный граф, $p \geq 3$, и $(x, y) \notin E(G)$. Если $d_G(x) + d_G(y) \geq p$, то $d_G(x) + d_{G^{(2)}(x)}(y) \geq |M_G^{(2)}(x)|$.

Лемма 2. Если в графе G несмежные вершины x и y связаны цепью $x_1 = x, x_2, \dots, x_{k-1}, x_k = y$, $k \geq 3$, и выполнены условия: $N_G^{(1)}(x) \subseteq \{x_2, \dots, x_{k-1}\}$ и $d_G(x) + d_{G^{(2)}(x)}(y) \geq |M_G^{(2)}(x)|$, то существует s , $2 \leq s \leq k-2$, такое, что (x_1, x_{s+1}) , $(x_s, x_k) \in E(G)$.

Лемма 3 ⁽³⁾. Если $x_1, x_2, \dots, x_k$ — тупиковая цепь графа G и $d_G(x_1) + d_G(x_k) \geq k$, то в подграфе, порожденном вершинами $x_1, \dots, x_k$, существует гамильтонов цикл.

Теорема 1. Связный p -вершинный, $p \geq 3$, граф G гамильтонов, если для каждой пары вершин x, y , где $d_G(x) \leq \frac{p-1}{2}$ и $d_G(x, y) = 2$, выполняется условие $d_G(x) + d_{G^{(2)}(x)}(y) \geq |M_G^{(2)}(x)|$.

Доказательство. Пусть $A = \{C_1, \dots, C_h\}$ — множество всех длиннейших простых цепей графа G , $C_j = \{x_1^{(j)}, \dots, x_k^{(j)}\}$ и ν_j — наименьшее i из $\{1, 2, \dots, k\}$, для которого $(x_i^{(j)}, x_k^{(j)}) \in E(G)$, $j = 1, \dots, h$.

Разобьем множество A на подмножества A_1, A_2, A_3 следующим образом: $A_1 = \{C_j \in A / d_0(x_j^{(j)}) + d_0(x_k^{(j)}) \geq k, 1 \leq j \leq h\}$, $A_2 = \{C_j \in A \setminus A_1 / d_0(x_j^{(j)}) \geq \frac{k}{2}, 1 \leq j \leq h\}$, $A_3 = A \setminus (A_1 \cup A_2)$. Докажем, что для каждого $C_j \in A$ в подграфе H_j , порожденном вершинами цепи C_j , существует гамильтонов цикл.

Если $v_j = 1$, то H_j гамильтонов. Пусть $v_j > 1$. Возможны три случая.

1. $C_j \in A_1$. Тогда гамильтоновость графа H_j следует из леммы 3.

2. $C_j \in A_2$. Пусть $d_0(x_k^{(j)}) = t$ и $N_G^{(j)}(x_k^{(j)}) = \{x_{i_1}^{(j)}, \dots, x_{i_r}^{(j)}\}$, где $i_1 < i_2 < \dots < i_r$. Ясно, что $d_0(x_k^{(j)}, x_{i_1-1}^{(j)}) = 2$ и по условию теоремы $d_0(x_k^{(j)}) + d_0(x_{i_1-1}^{(j)}) \geq |M_G^{(j)}(x_k^{(j)})|$. Поэтому по лемме 2 существует такое s , $i_1 \leq s \leq k-2$, что $(x_{i_1-1}^{(j)}, x_{s+1}^{(j)}), (x_s^{(j)}, x_k^{(j)}) \in E(G)$. Но тогда в H_j существует длиннейшая цепь $C_l = (x_1^{(j)}, x_2^{(j)}, \dots, x_s^{(j)}, x_k^{(j)}, x_{k-1}^{(j)}, \dots, x_{s+1}^{(j)})$, которая удовлетворяет следующим условиям: или $(x_1^{(j)}, x_{s+1}^{(j)}) \in E(G)$, или $C_l \in A_1$, или $C_l \in A_2$ и $v_l < v_j$. В первых двух случаях гамильтоновость H_j очевидна. Если C_l не удовлетворяет первым двум условиям, то $C_l \in A_2$ и $v_l \leq i_1 - 1 = v_j - 1$, поскольку $i_1 = v_j$ и $(x_{i_1-1}^{(j)}, x_{s+1}^{(j)}) \in E(G)$. Поскольку $C_l \in A_2$, то к C_l можно применять те же рассуждения, что и к C_j . Ясно, что через конечное число таких шагов в H_j будет построена такая последовательность $C_0 = C_j, C_1 = C_l, \dots, C_{l_m}$ длиннейших цепей графа G , что $v_{l_{i+1}} < v_{l_i}, i = 0, 1, \dots, m-1$, и или $C_{l_m} \in A_1$, или концевые вершины цепи C_{l_m} смежны. В обоих случаях H_j гамильтонов.

3. $C_j \in A_3$. Рассуждая так же, как в случае 2, можно построить в H_j такую последовательность $C_0 = C_j, C_1 = C_l, \dots, C_{l_m}$ длиннейших цепей графа G , что $v_{l_{i+1}} < v_{l_i}, i = 0, \dots, m-1$, и или $C_{l_m} \in A_1 \cup A_2$, или концевые вершины цепи C_{l_m} будут смежны. В обоих случаях H_j гамильтонов.

Итак, мы доказали, что для каждого $C_j \in A$ подграф H_j гамильтонов. Но тогда $H_j = G$. (В противном случае в G можно построить более длинную простую цепь, чем C_j). Теорема 1 доказана.

Из теоремы 1 и леммы 1 вытекает

Следствие 1 *p -вершинный, $p \geq 3$, граф G гамильтонов, если для каждой пары вершин x, y с $d_0(x, y) = 2$ выполняется условие $d_0(x) + d_0(y) \geq p$.*

Следствие 1 является обобщением теоремы Оре ⁽³⁾, так как из условия $(x, y) \notin E(G)$ и $d_0(x) + d_0(y) \geq |V(G)|$ следует $d_0(x, y) = 2$ и для каждого $p \geq 6$ существует p -вершинный граф, удовлетворяющий условиям следствия 1 и не удовлетворяющий условиям теоремы Оре ⁽³⁾.

Другим обобщением теоремы Оре является

Теорема 2. *Связный граф $G, |V(G)| \geq 3$, гамильтонов, если для любой вершины $x \in V(G)$ и любых несмежных вершин $u, v \in N_G^{(j)}(x)$ выполняется одно из следующих условий:*

$$а) d_{G^{(1)}(x)}(u) + d_{G^{(1)}(x)}(v) \geq |M_G^{(1)}(x)|,$$

$$б) d_G(u) + d_G(v) \geq |M_G^{(2)}(x)|.$$

Следствие 2. Связный граф G , $|V(G)| \geq 3$, гамильтонов, если для любой вершины $x \in V(G)$ и любой вершины $u \in N_G^{(1)}(x)$ выполняется одно из следующих условий:

$$а) d_{G^{(1)}(x)}(u) \geq \frac{|M_G^{(1)}(x)|}{2},$$

$$б) d_G(u) \geq \frac{|M_G^{(2)}(x)|}{2}.$$

Граф G назовем гамильтоново-устойчивым к добавлению ребра $(x, y) \notin E(G)$, если граф $G + \{(x, y)\}$ гамильтонов тогда и только тогда, когда гамильтонов G .

Теорема 3. Если $d_G(x, y) = 2$ и $d_G(x) + d_{G^{(2)}(x)}(y) \geq |M_G^{(2)}(x)|$, то граф G гамильтоново-устойчив к добавлению ребра (x, y) .

Граф H назовем локальным замыканием графа G (относительно операции добавления ребра), если

1) $V(H) = V(G)$, $E(G) \subseteq E(H)$ и $d_H(x) + d_{H^{(2)}(x)}(y) < |M_H^{(2)}(x)|$ для каждой пары вершин x, y из $V(H)$ с $d_H(x, y) = 2$;

2) существует такая последовательность графов $G_1, \dots, G_k$, $k \geq 1$, что $G_1 = G$, $G_k = H$, $G_{i+1} = G_i + \{(x_i, y_i)\}$, где $d_{G_i}(x_i, y_i) = 2$, $d_{G_i}(x_i) + d_{G_i^{(2)}(x_i)}(y_i) \geq |M_{G_i}^{(2)}(x_i)|$, $i = 1, \dots, k-1$.

Локальное замыкание графа G , вообще говоря, не единственно.

Теорема 4. Пусть H — локальное замыкание графа G . Для того чтобы G был гамильтоновым, необходимо и достаточно, чтобы H также был гамильтоновым.

Замечание 1. Используя определение локального замыкания и лемму 2, гамильтонов цикл графа H легко можно перестроить в гамильтонов цикл графа G .

Следствие 3. Если полный граф является локальным замыканием графа G , то G — гамильтонов.

Следствие 4. Двусвязный p -вершинный, $p \geq 3$, граф G гамильтонов, если для любых двух несмежных вершин x, y из $V(G)$ выполняется условие $d_G(x) + d_G(y) \geq \delta(G) + 1 + \left\lceil \frac{p-1}{2} \right\rceil$, где $\delta(G)$ — минимальная из степеней вершин G .

В работе (2) было введено понятие p -замыкания p -вершинного графа G (обозначается $C_p(G)$) и было доказано, что G гамильтонов тогда и только тогда, когда гамильтонов граф $C_p(G)$.

Утверждение 1. Если H — локальное замыкание p -вершинного графа G , $p \geq 3$, то $C_p(G)$ является подграфом H .

Утверждение 2. Для каждого $p \geq 4$ существует p -вершинный граф G с $|E(G)| = 2p - 3$, для которого C_p является локальным замыканием G .

Замечание 2. В ⁽⁵⁾ показано, что если $C_p(G) = K_p$, то $|E(G)| \geq \left\lceil \frac{(p+2)^2}{8} \right\rceil$.

Ереванский государственный университет
Вычислительный центр
Академия наук Армянской ССР
и Ереванского государственного университета

Ա. Ս. ՀԱՍՐԱՔՅԱՆ, Ե. Կ. ԿԱԶԱՏՐՅԱՆ

Գրաֆի համիլտոնյան հետազոտումը
գաղաթենքի շրջակայքի օգնությամբ

Դիցուք $G = (V(G), E(G))$ -ն վերջավոր գրաֆ է: x գաղաթի աստիճանը G -ում նշանակենք $d_G(x)$ -ով, $d_G(x, y)$ -ով նշանակենք x և y գաղաթների միջև հեռավորությունը G -ում և $G^{(2)}(x)$ -ով՝ $M_G^{(2)}(x)$ գաղաթների բազմությունը ծնված G -ի հեթազրաֆը, որտեղ $M_G^{(2)}(x) = \{y \in V(G) \mid d_G(x, y) \leq 2\}$. G գրաֆը կանվանենք համիլտոնյան կալուն (x, y) կողի ավելացման նկատմամբ, եթե $G + \{(x, y)\}$ գրաֆը համիլտոնյան է այն և միայն այն դեպքում, երբ համիլտոնյան է G -ն:

Աշխատանքում ստացված են հետևյալ արդյունքները:

Թեորեմ 1. Կապակցված p -գաղաթանի, $p \geq 3$, G գրաֆը համիլտոնյան է, եթե յուրաքանչյուր x, y գաղաթների զույգի համար, որոնք բավարարում են $d_G(x) \leq \frac{p-1}{2}$ և $d_G(x, y) = 2$ պայմանին, տեղի ունի $d_G(x) + d_{G^{(2)}(x)}(y) \geq |M_G^{(2)}(x)|$ անհավասարությունը:

Հետևանք 1. Կապակցված p գաղաթանի, $p \geq 3$, G գրաֆը համիլտոնյան է, եթե յուրաքանչյուր x, y գաղաթների զույգի համար, որոնք բավարարում են $d_G(x, y) = 2$ պայմանին, տեղի ունի $d_G(x) + d_G(y) \geq p$ անհավասարությունը:

Թեորեմ 3. Եթե $d_G(x, y) = 2$ և $d_G(x) + d_{G^{(2)}(x)}(y) \geq |M_G^{(2)}(x)|$, ապա G գրաֆը համիլտոնյան կալուն է (x, y) կողի ավելացման նկատմամբ:

ЛИТЕРАТУРА — ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

¹ A. С. Асратян, Н. К. Хачатрян, Мат. заметки, т. 35, № 1 (1984). ² J. A. Bondy, V. Chvatal, Discrete math., v. 15, № 2 (1976). ³ O. Ore, Amer. Math. Monthly, v. 67 p. 55 (1960). ⁴ Ф. Харари, Теория графов, Мир, М., 1973. ⁵ L. Klark, R. C. Etringer, D. E. Jacon, Discrete math., v. 30, № 2 (1980).

УДК 517.948

МАТЕМАТИКА

Р. Г. Бабаджанян, В. С. Рабинович

Система интегрально-разностных уравнений на полупрямой

(Представлено академиком АН Армянской ССР С. Н. Мергеляном 25/X 1984)

Скалярные интегрально-разностные операторы на полуоси были исчерпывающе исследованы И. Ц. Гохбергом и И. Фельдманом (¹). Ими был рассмотрен вопрос о нетеровости таких операторов, исследована структура ядра и коядра в случае их как конечной, так и бесконечной размерности. Столь полные результаты удалось получить, используя факторизацию символа в алгебре почти-периодических функций, разлагающихся в абсолютно сходящийся ряд Фурье.

Отметим, что вопрос о факторизации почти-периодических матриц в полной общности в настоящее время не решен. (Частные результаты содержатся в работах (²⁻⁴) и др.).

В работе рассматриваем вопрос нетеровости в $L_2(R_+) \otimes C^N = L_2^N(R_+)$ систем интегрально-разностных операторов на полуоси. При исследовании операторов на нетеровость используется локализация по паре идеалов, пересечение которых совпадает с идеалом компактных операторов.

В некоторых частных случаях с целью сохранения нетеровской теории интегрально-разностного оператора ядро и коядро необходимо компенсировать введением граничных и кограничных условий, которые задаются на некотором сегменте оси определенным средним вращением определителя символа разностной части оператора.

1°. В работе используются следующие обозначения: $C^{N \times N}(\bar{R}^1)$ — пространство непрерывных на R^1 матриц-функций порядка $N \times N$, для которых существуют пределы $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} a(x) = a^\pm$.

$L(C^N)$ — пространство линейных ограниченных операторов, действующих в комплексном N -мерном пространстве C^N , $L_1^{N \times N}$ — пространство матриц-функций, интегрируемых по Лебегу на R^1 и нормой:

$$\|k(x)\|_{L_1^{N \times N}} = \int_{-\infty}^{\infty} \|k(x)\|_{L(C^N)} dx$$

Определение 1. Обозначим через $\mathfrak{M}$ класс интегрально-разностных операторов, действующих в $L_2^N(R^1)$, имеющих вид:

$$(Au)(x) = [(A+K)u](x) = \sum_{j=0}^{\infty} a_j(x)u(x-h_j) + b_j(x) \int_{-\infty}^{\infty} k_j(x-y)u(y)dy, \quad (1)$$

где $a_j(x), b_j(x) \in C^{N \times N}(\bar{R}^1)$, $k_j(x) \in L_1^{N \times N}$, и таких, что $\sup_x \sum_{j=0}^{\infty} (\|a_j(x)\|_{L(C^N)} +$

$\|b_j(x)\|_{L(C^N)} \cdot \|k_j(x)\|_{L_1^N \times N} < \infty$. Разностной частью оператора (1) назовем оператор

$$(Au)(x) = \sum_{j=0}^{\infty} a_j(x)u(x-h_j), \quad u \in L_2^N(R^1). \quad (2)$$

Сопоставим еще оператору $\mathcal{A} \in \mathfrak{M}$ пару матриц-функций:

$$\sigma_{\mathcal{A}}^{\pm}(\xi) = \sum_{j=0}^{\infty} a_j^{\pm} e^{i\xi h_j} + b_j^{\pm} \int_{-\infty}^{\infty} k_j(x) e^{i\xi x} dx. \quad (3)$$

Рассмотрим оператор вида

$$\mathcal{A} = \mathcal{A}_1 P_+ + \mathcal{A}_2 P_-, \quad (4)$$

где $\mathcal{A}_1, \mathcal{A}_2 \in \mathfrak{M}$, $P_+ : L_2^N(R^1) \rightarrow L_2^N(R_+^1)$ — проектор, т. е.

$$P_+ f(x) = \begin{cases} f(x), & x \geq 0 \\ 0, & x < 0 \end{cases}, \quad P_- = I - P_+$$

Основным результатом этого пункта является

Теорема 1. Для того чтобы оператор (4) был нетеров в $L_2^N(R^1)$, необходимо и достаточно, чтобы:

а) его разностная часть, т. е. оператор

$$A = A_1 P_+ + A_2 P_-, \quad (5)$$

где

$$(A_1 u)(x) = \sum_{j=0}^{\infty} a_{1j}(x)u(x-h_j^{(1)}), \quad (A_2 u)(x) = \sum_{j=0}^{\infty} a_{2j}(x)u(x-h_j^{(2)}),$$

был обратимым оператором в $L_2^N(R^1)$;

б) $\inf_{\xi} |\det \sigma_{\mathcal{A}_1}^+(\xi)| > 0$, $\inf_{\xi} |\det \sigma_{\mathcal{A}_2}^-(\xi)| > 0$.

Сформулируем эффективные необходимые условия обратимости разностного оператора.

Теорема 2. Если оператор (5) обратим, то

а) $\inf_{\xi} |\det \sigma_{\mathcal{A}_1}^+(\xi)| > 0$, $\inf_{\xi} |\det \sigma_{\mathcal{A}_2}^-(\xi)| > 0$,

б) $\lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} [\arg \det(\sigma_{\mathcal{A}_1}^+(\xi))(\sigma_{\mathcal{A}_2}^-(\xi))^{-1}]_{\xi=-T}^T = 0$.

Теоремы 1 и 2 очевидным образом можно переформулировать для интегрально-разностного оператора Винера—Хопфа $P_+ \mathcal{A} P_+$, где $\mathcal{A} \in \mathfrak{M}$.

Определение 2. Пусть числа $h_1, h_2, \dots, h_n \in R$ линейно-независимы над кольцом Z . Обозначим через $WP^{N \times N}(h)$ банахову алгебру почти-периодических матриц-функций вида

$$\hat{A}(\xi) = \sum_{\alpha \in Z^n} a_{\alpha} e^{i(\alpha, h)\xi}, \quad h = (h_1, \dots, h_n) \in R^n, \quad (6)$$

$(\alpha, h) = \sum_{j=1}^n \alpha_j h_j$, с нормой $\|\hat{A}(\xi)\|_{WP^{N \times N}(h)} = \sum_{\alpha \in Z^n} \|a_{\alpha}\|_{L(C^N)}$. Через $WP_{\pm}^{N \times N}(h)$

обозначим подалгебры алгебры $WP^{N \times N}(h)$, состоящие из функций, представимых в виде $\hat{A}(\xi) = \sum_{\alpha \in \Lambda_{\pm}} a_{\alpha} e^{i(\alpha, h)\xi}$, где $\Lambda_+ = \{\alpha \in Z^n; (\alpha, h) \geq 0\}$, $\Lambda_- =$

$= \{\alpha \in Z^n; (\alpha, h) \leq 0\}$. Отметим, что банахова алгебра $WP^{N \times N}(h)$ распа-

Теорема 3. Пусть $\hat{A}(\xi) \in WP^{\Lambda \times N}(h)$ и $\exists c > 0$ такое, что

$$|(\hat{A}(\xi)f, f)_{C^N}| \geq c \|f\|_{L^N}^2, \quad \forall \xi \in R^1, \quad (7)$$

тогда матрица-функция $\hat{A}(\xi)$ допускает факторизацию вида

$$\hat{A}(\xi) = \hat{A}_-(\xi) e^{i v \xi} \hat{A}_+(\xi), \quad (8)$$

где $\hat{A}_{\pm}(\xi) \in WP^{\Lambda \times N}(h)$ обратимы, причем $\hat{A}_{\pm}^{-1}(\xi) \in WP^{\Lambda \times N}(h)$ также.

$$v = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} [\arg(\hat{A}(\xi)f, f)]_{-T}^T, \quad (\|f\|=1) \text{ и не зависит от } f \in C^N.$$

Отметим, что аналогичная теорема, однако касающаяся факторизации периодических оператор-функций, разлагающихся в абсолютно сходящийся ряд Фурье, доказана в ⁽⁵⁾ (см. также ⁽⁶⁾).

3°. Как было показано в п.1°, обратимость разностного оператора необходима для нетеровости интегрально-разностного. Мы рассмотрим некоторые случаи, когда это условие не выполнено.

а) Пусть $h = (h_1, \dots, h_n) \in R^n$, причем числа h_j линейно-независимы над Z . Рассмотрим следующий оператор:

$$(P_+ A u_+)(x) = \sum_{a \in Z^n} a_a u_+(x - (a, h)) + \sum_{l=0}^{\infty} b_l(x) \int_0^{\infty} k_l(x-y) u_+(y) dy \quad (9)$$

$$u_+ \in L_2^N(R_+^1), \quad a_a \in L(C^N), \quad b_l(x) \in C^{\Lambda \times N}(\bar{R}^1), \quad k_l(x) \in L^{\Lambda \times N},$$

$$\sum_{a \in Z^n} \|a_a\|_{L(C^N)} < \infty, \quad \sup_x \sum_{l=0}^{\infty} \|b_l(x)\|_{L(C^N)} \cdot \|k_l(x)\|_{L_1^{\Lambda \times N}} < \infty.$$

Положим $\hat{A}(\xi) = \sum_{a \in Z^n} a_a e^{i l(a, h) \xi}$ и допустим, что выполнено условие теоремы, тогда матрица-функция $\hat{A}(\xi)$ допускает факторизацию (8).

Пусть $v < 0$, тогда следует рассматривать уравнение

$$P_+ A u_+ = f \quad (10)$$

с дополнительным условием

$$P_{[0; |v|]} u_+ = \Psi, \quad (11)$$

где $P_{[0; |v|]}$ — проектор из $L_2^N(R_+^1)$ в $L_2^N([0; |v|])$, $f \in L_2^N(R_+^1)$, $\Psi \in L_2^N([0; |v|])$ — известные вектор-функции.

Если $v > 0$, то рассматриваем следующее уравнение:

$$P_+ A u_+ + \varphi_{[0; v]} = f, \quad (12)$$

где $\varphi_{[0; v]} \in L_2^N([0; v])$ — неизвестная вектор-функция.

Теорема 4. Пусть выполнено условие (7) и

$$\inf_{\xi} \left| \det \left(\sum_{a \in Z^n} a_a e^{i l(a, h) \xi} + \sum_{l=0}^{\infty} b_l^+(x) \int_0^{\infty} k_l(x) e^{i l x} dx \right) \right| > 0.$$

Тогда если $v < 0$, то нетеров оператор задачи (10), (11), если $v > 0$, то нетеров оператор задачи (12).

б) Пусть теперь символ разностной части есть периодическая

матрица-функция с периодом $\frac{2\pi}{h}$, $h > 0$, т. е. $\hat{A}(\xi) = \sum_{j=-\infty}^{\infty} a_j e^{i\xi h \cdot j}$,

$\sum_{j=-\infty}^{\infty} \|a_j\|_{L(C, \nu)} < \infty$, $\hat{A}(\xi) \in WP^{N \times N}(h) \equiv WP^{N \times N}$ и пусть $\det \hat{A}(\xi) \neq 0$, тогда

$\hat{A}(\xi)$ допускает факторизацию вида

$$\hat{A}(\xi) = \hat{A}_-(\xi) (e^{i\nu_k h \xi \delta_{kq}})_{k,q=1}^N \hat{A}_+(\xi), \quad (13)$$

где $\hat{A}_{\pm}(\xi) (\hat{A}_{\pm}^{-1}(\xi)) \in WP_{\pm}^{N \times N}$, $\nu_1 \geq \nu_2 \geq \dots > 0 > \nu_p \geq \dots \geq \nu_N$ — целые числа, называемые частными индексами и $\nu_1 + \dots + \nu_N = \text{inddet} \hat{A}(\xi)$ (см. (1)). Пусть $\nu_+(\nu_-)$ — сумма положительных (отрицательных) частных индексов. Обозначим через $G_-(\xi) = \hat{A}_-(\xi) (e^{i \min(0, \nu_k) \xi h \delta_{kq}})_{k,q=1}^N$, $G_+(\xi) = (e^{i \max(0, \nu_k) \xi h \delta_{kq}})_{k,q=1}^N \hat{A}_+(\xi)$. Поставим общую граничную задачу следующим образом:

$$P_+ \left(\sum_{j=-\infty}^{\infty} a_j u_+(x - h_j) + \sum_{r=1}^{\nu_+} D_r V_r(x) \right) + \sum_{j=0}^{\infty} b_j(x) \int_0^{\infty} k_j(x-y) u_+(y) dy = F(x) \quad (14)$$

$$P_{[0;h]} \sum_{k=1}^{\infty} B_e^k u_+^k + \sum_{r=1}^{\nu_+} E_{er} V_r(x) = \Psi_e \quad (e = 1, \dots, |\nu_-|),$$

$$u_+(x) \in L_2^N(R_+^1), \quad D_r V_r(x) = \begin{pmatrix} D_r^1 V_r(x) \\ \vdots \\ D_r^N V_r(x) \end{pmatrix},$$

где D_r^k , $B_e^k \in WP$ — скалярные периодические разностные операторы, E_{er} — константы, $u_+ = (u_+^1, \dots, u_+^N)$, $F(x) \in L_2^N(R_+^1)$ — известная вектор-функция, $\Psi_e \in L_2([0; h])$ — известные скалярные функции и $V_r(x) \in L_2([0; h])$ — скалярные неизвестные функции.

Теорема 5. Пусть

$$\inf_{\xi} \left| \det \left(\sum_{j=-\infty}^{\infty} a_j e^{i\xi h \cdot j} + \sum_{j=0}^{\infty} b_j^+ \int_{-\infty}^{\infty} k_j(x) e^{i\xi x} dx \right) \right| > 0$$

и пусть выполнены следующие алгебраические условия (аналоги условий Шапиро — Лопатинского для уравнения с частными производными, см. (1)):

$$\det(a_{sr})_{s,r=1}^N \neq 0; \quad \det(b_{eq})_{e,q=1}^{|\nu_-|-1} \neq 0, \quad (15)$$

где

$$a_{sr} = \begin{cases} a_{s1r}, & 1 \leq s \leq \nu_1 \\ \vdots \\ a_{s\nu_p-1r}, & \nu_1 + \dots + \nu_{p-2} \leq s \leq \nu_1 + \dots + \nu_{p-1} \end{cases},$$

$$b_{eq} = \begin{cases} b_{e\beta_p}, & 1 \leq q \leq |\nu_p| \\ \vdots \\ b_{e\beta_N}, & |\nu_p| + \dots + |\nu_{N-1}| \leq q \leq |\nu_p| + \dots + |\nu_N| \end{cases},$$

а $a_{\alpha_k r}(k=1, \dots, p-1)$ и $b_{\beta_k}(k=p, \dots, N)$ вычисляются следующим образом:

$$a_{\alpha_k r} = \frac{1}{2\pi i} \int_{|z|=1} (G_{-}^{-1}(z) D_r(z))^k z^{-\alpha_k-1} dz, \quad 1 \leq \alpha_k \leq \nu_k, \quad k=1, \dots, p-1 \quad (17)$$

$$b_{\beta_k} = \frac{1}{2\pi i} \int_{|z|=1} (G_{+}^{-1}(z))^* B_c(z))^k z^{-1+\beta_k} dz, \quad 1 \leq \beta_k \leq |\nu_k|, \quad k=p, \dots, N$$

(($\cdot$)^{*} означает k -ая компонента).

Тогда оператор задачи (15) нетеров.

Ленинканский филиал
Ереванского политехнического института
им. К. Маркса
Ростовский государственный университет

Ռ. Գ. ԲԱԲԱՋԱՆՅԱՆ, Վ. Ս. ՌԱԲԻՆՈՎԻՉ

Ինտեգրալ-տարբերակային հավասարումների համակարգը կիսաառանցքի վրա

Հոդվածում դիտարկվում է ինտեգրալ-տարբերակային հավասարումների համակարգը կիսաառանցքի վրա:

Առաջին մասում ապացուցվում է հավասարումների համակարգի նյութերյան լինելու անհրաժեշտ և բավարար պայմանը:

Երկրորդ մասում դիտարկվում է այն դեպքը, երբ այդ հավասարումների համակարգի տարբերակային մասը հակադարձելի չէ: Այս դեպքում քննարկվում են կոռեկտ դրված խնդիրներ, որոնք անալոգ են մասնական ածանցյալներով հավասարումների համար կոռեկտ դրված խնդիրներին:

ЛИТЕРАТУРА

- ¹ И. Ц. Гохберг, И. А. Фельдман, Уравнения в свертках и проекционные методы их решения, Наука, М., 1971.
- ² И. М. Спитковский, Изв. ВУЗов, № 4 (251) (1983).
- ³ Ю. И. Карлович, И. М. Спитковский, ДАН СССР, т. 269, № 3 (1983).
- ⁴ Р. Г. Хлгатын (Бабаджанян), деп. в ВИНТИ 14 января 1980 г. № 227—80.
- ⁵ И. Ц. Гохберг, Ю. Лайтерер, Math. Nach., v. 54, p. 41—74 (1972).
- ⁶ А. С. Маркус, В. И. Мазяев, Функц. анализ и его приложения, т. 9, вып. I (1975).
- ⁷ Г. И. Эскин, Краевые задачи для эллиптических псевдодифференциальных уравнений, Наука, М., 1973.

УДК 624.041.2

СТРОИТЕЛЬНАЯ МЕХАНИКА

Э. Е. Хачиян, А. Г. Абоян

**Об одном способе экспериментального воспроизведения
сейсмического воздействия на здания и сооружения
по акселерограмме землетрясения**

(Представлено академиком АН Армянской ССР С. А. Амбарцумяном 12/XII 1984)

Сложность задачи о сейсмическом воздействии на здания и сооружения обуславливает применение различных подходов к ее разрешению. Наиболее адекватное отображение действительной картины сейсмического воздействия, по-видимому, получится при экспериментальных исследованиях. Наиболее достоверным способом экспериментального изучения сейсмического воздействия, естественно, может служить инструментальное наблюдение за поведением натурного здания или сооружения во время сильных землетрясений. С этой целью в нашей стране создана сеть инженерно-сейсмометрических станций (ИСС).

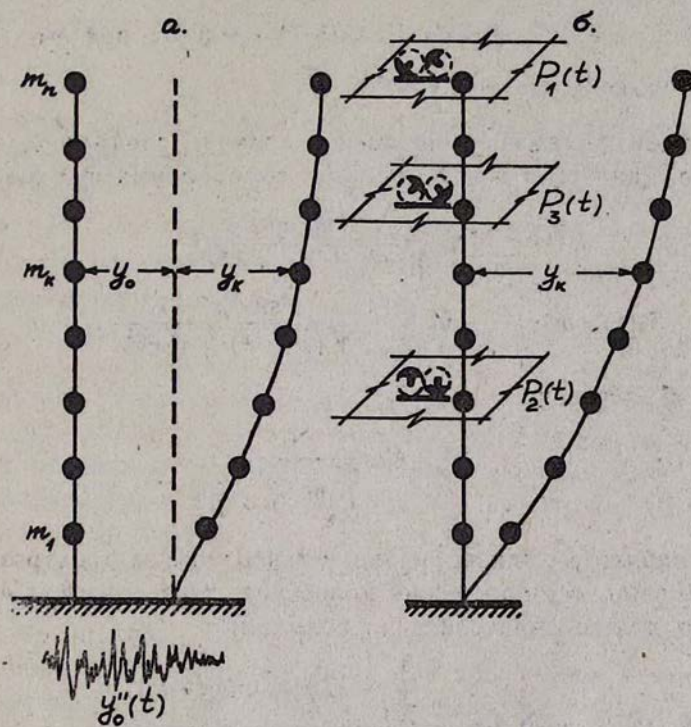
Однако проблема экспериментального изучения сейсмического воздействия при помощи ИСС имеет свои недостатки, поскольку дает возможность экспериментально изучить воздействие землетрясения только на здания тех конструктивных решений, на которых организованы ИСС. Кроме того, при помощи ИСС можно экспериментально изучать поведение зданий и сооружений только при землетрясениях, большой объем инструментальной информации о прошлых землетрясениях, накопленный в различных странах за последние 50—60 лет остается неиспользованным.

В настоящей статье сделана попытка найти способ экспериментального воспроизведения сейсмического воздействия на здания и сооружения по акселерограмме землетрясения. Очевидно, что достоверность результатов экспериментальных исследований во многом зависит от способа моделирования сейсмической нагрузки. При точном моделировании основание исследуемого сооружения необходимо вовлекать в такое сложное колебательное движение, которое имеет место при реальных землетрясениях. Применяемые в настоящее время способы такого возбуждения при помощи специально установленной на грунте вибромашины, направленного подземного взрыва или сейсмоплатформы программного управления связаны с серьезными, порою непреодолимыми техническими и организационными трудностями. Кроме того, при таких возбуждениях динамическое поведение сооружения оценивается путем моделирования движения его основания. Обеспечение же прочности и надежности сооружения при землетрясениях обуславливается возникающим в нем напряженно-деформированным состоянием: его перемещение как абсолютно твердого тела, как это час-

точно имеет место при сейсмическом воздействии (через основание), на напряженно-деформированное состояние не влияет.

Следовательно, практически целесообразно при экспериментальных исследованиях моделировать непосредственно напряженно-деформированное состояние самого сооружения, которое имеет место при землетрясениях, без моделирования движения его основания (грунта). Это не только значительно повысит степень точности моделирования воздействия землетрясения (для сооружения), но и существенно облегчит его практическое осуществление.

Для выявления сущности предлагаемого способа рассмотрим следующую задачу. Допустим, что основание какого-либо здания или сооружения подвергается кинематическому возмущению по акселерограмме землетрясения (рисунок, а). Расчетную схему здания, как принято в теории сейсмостойкости, примем в виде невесомого бруса с сосредоточенными массами. Будем пока ограничиваться упругой работой конструкции и принимать, что колебания основания происходят только по направлению одной из главных осей симметрии здания.



Значения сейсмических (инерционных) сил $S_k(t)$ при этом будут⁽¹⁾:

$$S_k(t) = m_k(y_k'' + y_0'') = m_k \sum_{r=1}^n \eta_{kr} \tau(T_r, a_r, t);$$

$$\tau(T_r, a_r, t) = \frac{2\pi}{T_r} \int_0^t y_0''(\xi) e^{-\frac{a_r \pi}{T_r} (t-\xi)} \sin \frac{2\pi}{T_r} (t-\xi) d\xi, \quad (1)$$

где m_k — масса сосредоточенной нагрузки; T_r — период r -ой формы

свободных колебаний; $y_0''(t)$ —ускорение колебания основания; α_r —коэффициент затухания r -ой формы свободных колебаний; η_{kr} —коэффициент форм колебания:

$$\eta_{kr} = \frac{C_{kr} \sum_{l=1}^n m_l C_{lr}}{\sum_{l=1}^n m_l C_{lr}^2}, \quad (2)$$

где C_{kr} —амплитуда свободных колебаний.

Теперь рассмотрим следующую вспомогательную задачу. Допустим, что на уровне какого-либо v -го этажа того же задания установлен (рисунок, б) мощный вибратор инерционного действия, при включении которого здание совершает вынужденные колебания с амплитудой A , и частотой θ . Уравнения вынужденных колебаний будут ⁽¹⁾:

$$m_k y_k'' + a_k(y_k - y_{k-1}) + \mu_k a_k(y_k' - y_{k-1}') - \\ - a_{k+1}(y_{k+1} - y_k) - \mu_{k+1} a_{k+1}(y_{k+1}' - y_k') = P_k(t), \quad (3)$$

где $k=1, 2, \dots, v, \dots, n$, при $k=v$ $P_k(t) = A v \sin \theta t$; при $k \neq v$ $P_k(t) = 0$, $\mu_k = \frac{\alpha_r T_r}{2\pi}$, $y_{n+1} = 0$, $a_{n+1} = 0$, $y_0 = 0$.

Решением системы уравнений (3) получим следующие значения для перемещений $y_k(t)$ и сейсмических инерционных сил $S_k(t)$

$$y_k(t) = \sum_{r=1}^n \eta_{kr}^* \frac{\sin(\theta t - \lambda)}{\sqrt{(\omega_r^2 - \theta^2)^2 + \alpha_r^2 \omega_r^2 \theta^2}} \quad (4)$$

$$S_k(t) = m_k y_k'' = -m_k \sum_{r=1}^n \eta_{kr}^* \frac{\theta^2 \sin(\theta t - \lambda)}{\sqrt{(\omega_r^2 - \theta^2)^2 + \alpha_r^2 \omega_r^2 \theta^2}}, \quad (4)$$

где через η_{kr}^* обозначен

$$\eta_{kr}^* = C_{kr} \frac{C_{vr} A_v}{\sum_{l=1}^n m_l C_{lr}^2}.$$

Если вибраторы одновременно установлены на трех разных этажах и вызывают гармонические колебания типа $A_v \sin \theta_1 t$, $A_v \sin \theta_2 t$ и $A_v \sin \theta_3 t$, то для сейсмических сил получим:

$$S_k(t) = -m_k \sum_{r=1}^n C_{kr} \frac{\sum_{j=1}^3 A_{vj} C_{vr} \theta_j^2 \sin(\theta_j t - \lambda_j)}{\left(\sum_{l=1}^n m_l C_{lr}^2 \right) \sqrt{(\omega_r^2 - \theta_j^2)^2 + \alpha_r^2 \omega_r^2 \theta_j^2}}. \quad (5)$$

В резонансном режиме по r -ой форме колебания, то есть при $\omega_r = \theta$, влиянием членов ряда (4), для которых $\omega_r \neq \theta$, можно пренебречь, и тогда для максимальных значений сейсмических сил по r -ой форме колебаний получим:

$$S_{kr}^{\max} = \frac{m_k}{\alpha_r} \frac{A_v C_{vr} C_{kr}}{\sum_{l=1}^n m_l C_{lr}^2}. \quad (6)$$

Следовательно, для воспроизведений землетрясения по r -ой форме колебания при помощи вибрационной машины, установленной на ν -том этаже, необходимо, чтобы имело место следующее равенство, согласно выражениям (1) и (6):

$$m_k \gamma_{kr} \tau^{\max}(T_r, \alpha_r) = \frac{m_k}{\alpha_r} \frac{A_r C_{ir} C_{kr}}{\sum_{i=1}^n m_i C_{ir}^2} \quad (7)$$

Учитывая, что при резонансе

$$A_r = m_s b_s \theta^2 = m_s b_s \left(\frac{2\pi}{T_r} \right)^2, \quad (8)$$

где m_s — масса эксцентрика; b_s — расстояние центра масс эксцентрика вибратора до оси вращения, из (7) получим:

$$m_s = \frac{\alpha_r \sum_{i=1}^n m_i \frac{C_{ir}}{C_{vr}} \left| \frac{2\pi}{T_r} \int_0^t y_0^*(\xi) e^{-\frac{\alpha_r \pi}{T_r} (t-\xi)} \sin \frac{2\pi}{T_r} (t-\xi) d\xi \right|_{\max}}{\left(\frac{2\pi}{T_r} \right)^2 b_s} \quad (9)$$

Формула (9) дает возможность подобрать параметры вибромашины, то есть массу эксцентрика и расстояние b_s при известных параметрах здания T_r и α_r , и акселерограммы воспроизводимого землетрясения $y_0^*(t)$, так, чтобы максимальные значения сейсмических сил по данной форме колебания по акселерограмме землетрясения и при вибрационном возбуждении совпадали.

Как показано многочисленными исследованиями, для обычных зданий и сооружений сейсмические силы S_{kr} можно определить, ограничиваясь учетом только первых трех форм колебаний. Поэтому при экспериментальном воспроизведении землетрясения также целесообразно ограничиваться первыми тремя формами колебаний, установив в здании три вибромашины, каждая из которых воспроизводит землетрясения по данной форме колебания.

Для облегчения процесса введения в резонансное состояние по данной форме колебания целесообразно вибромашины установить на уровнях тех этажей, в которых формы свободных колебаний имеют максимальные значения. Например, для 9-этажного здания с постоянной жесткостью и массой этажей такими этажами будут: для первой формы — девятый этаж; для второй — третий этаж и для третьей формы — шестой этаж. В принципе все три вибратора можно установить также на уровне одного, в частности, последнего этажа.

Так как моменты времени возникновения максимальных значений сейсмических сил S_{kr} по каждой форме колебаний как при действительном землетрясении, так и при одновременной работе трех вибраторов не совпадают, то необходимо установить степень отклонения между максимальными значениями сейсмических сил с учетом трех форм колебаний при действительном их наложении по формуле (1) и при их наложении при одновременной работе трех вибраторов с параметрами (9) по формуле (5).

С этой целью был произведен следующий численный эксперимент. По акселерограммам различных землетрясений для различных зданий (5-, 10- и 13- этажные железобетонные) на ЭВМ были определены максимальные значения сейсмических и поперечных сил по точной формуле (1) и по следующей формуле:

$$S_i(t) = m_k \sum_{r=1}^3 \eta_{kr} \tau^{\max}(T_r, a_r) \sin \frac{2\pi}{T_r} t, \quad (10)$$

которая получается из формулы (5) после подстановки в нее значения (9) и фактически равносильна установке на здании трех вибраторов, работающих в резонансном режиме по всем трем формам колебаний одновременно. Влияние сдвига фаз вибраторов λ_j , а также последовательности их включения, как показано в (4), при реальных соотношениях T_1, T_2, T_3 пренебрежимо малы, поэтому их в формуле (10) не учитываем.

В качестве сейсмического воздействия были использованы акселерограммы двух землетрясений, зарегистрированных на одной станции, и одного землетрясения, зарегистрированного на двух станциях (2,3). Из полученных результатов (таблица) видно, что напряженно-

О ношения значений поперечных сил на уровне первого этажа для различных землетрясений по формулам (1) и (10) при $\alpha_r=0,1$

Станция регистрации	Дата землетрясения	Составляющая	$u_0(t)_{\max}$, в долях g	Для 5-этажного здания $T_1=0,45$ $T_2=0,15$ $T_3=0,09$	Для 10-этажного здания $T_1=0,90$ $T_2=0,3$ $T_3=0,18$	Для 13-этажного здания $T_1=1,10$ $T_2=0,37$ $T_3=0,20$
Ferndale, США	7.10.1951	44 W	0,123	0,89	1,16	1,15
— — —	7.10.1951	46 E	0,119	0,93	1,29	1,04
— — —	21.12.1954	44 W	0,166	0,95	0,95	0,98
— — —	21.12.1954	46 E	0,209	0,83	0,98	0,95
ULCINJ—2, Югославия	15.04.1979	N—S	0,181	0,87	1,22	1,02
— — —	15.04.1979	N—E	0,227	0,94	0,98	0,98
HERCEC NOVI, — — —	15.04.1979	N—S	0,221	0,95	1,06	1,27
— — —	15.04.1979	N—E	0,251	0,97	1,21	1,04

деформированное состояние сооружения при реальном сейсмическом воздействии с учетом трех форм колебаний и по предложенному способу экспериментального его воспроизведения с помощью трех вибраторов достаточно близки. Отклонение в среднем составляет 10—15%.

АрмНИИСА Госстроя Армянской ССР
Ереванский политехнический институт
им. К. Маркса

Է. Ե. ԽԱՉԻՑՅԱՆ, Ա. Գ. ԱՐՈՎՏՅԱՆ

Երկրաշարժի ակսելերոգրամի հիման վրա կառուցվածքների
և շենքերի վրա սեյսմիկ ազդեցության էֆալերիմենտալ ընդօրինակման
մի եղանակի մասին

Հոդվածում բերվում է երկրաշարժի ակսելոգրամի հիման վրա կառուցվածքներում սեյսմիկ ազդեցության վերականգնման ընդօրինակման եղա-
116

նակ, Եղանակի էությունը կայանում է նրանում, որ փորձարկվող կառուցվածքի տարրեր հարկերում տեղափոխվում են երեք հզոր թրթռիչներ, որոնց տատանման բնութագրերը, հիմնով երկրաշարժի արագացումների սպեկտրից, ընտրվում են այնպես (9), որ նրանց աշխատանքի ժամանակ կառուցվածքում առաջացած իներցիոն ուժերի մեծությունները (5) լինեն հավասար այդ նույն երկրաշարժի ժամանակ առաջացած իսկական սեյսմիկ ուժերի մեծություններին (1): Մի շարք երկրաշարժերի օրինակներով 5, 10 և 13 հարկանի շենքերի համար կատարած թվային էքսպերիմենտը ցույց է տալիս, որ առաջարկված եղանակով երկրաշարժի ընդօրինակման ապահովում է բավարար ճշտությամբ՝ 10—15% սահմաններում:

Л И Т Е Р А Т У Р А — Գ Ր Ա Կ Ա Ն Ո Ւ Թ Յ Ո Ւ Ն

¹ Э. Е. Хачиян. Сейсмические воздействия на высотные здания и сооружения. Ереван. Айастан, 1973. ² Strong-Motion Earthquake accelerograms, v. 1, California. Institute of Technology, Pasadena, July, 1969. ³ Strong-Motion Earthquake accelerograms, Institute of Earthquake Engineering Seismology, Publication 67, Skopje—Yugoslavia, 1980. ⁴ С. Г. Аракелян, Изв. АН АрмССР. Сер. техн. наук, т. 29 №1 (1976)

УДК 539.3

ТЕОРИЯ УПРУГОСТИ

Член-корреспондент АН Армянской ССР Б. Л. Абрамян

Об одной задаче распространения упругих волн в полупространстве

(Представлено 5/XI 1984)

В работе получено замкнутое решение для задачи о колебаниях полупространства, вызванных динамической нагрузкой, приложенной в точке на поверхности полупространства на конечном расстоянии от начала координатной системы. Используются интегральные преобразования Лапласа и Ханкеля.

1. Основные уравнения движения упругого тела в цилиндрической системе координат. Известно, что в пространственных динамических задачах теории упругости перемещения точек упругой среды можно определять при помощи скалярной и векторной потенциальных функций Φ и Ψ ^(1,2)

$$\begin{aligned} u_r &= \frac{\partial \Phi}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \Psi_z}{\partial \varphi} - \frac{\partial \Psi_\varphi}{\partial z}; \\ u_\varphi &= \frac{1}{r} \frac{\partial \Phi}{\partial \varphi} + \frac{\partial \Psi_r}{\partial z} - \frac{\partial \Psi_z}{\partial r}; \\ u_z &= \frac{\partial \Phi}{\partial z} + \frac{\partial \Psi_\varphi}{\partial r} + \frac{\Psi_\varphi}{r} - \frac{1}{r} \frac{\partial \Psi_r}{\partial \varphi}, \end{aligned} \quad (1)$$

где функции $\Phi(r, \varphi, z, t)$ и $\Psi_s(r, \varphi, z, t)$ ($s=r, \varphi, z$) удовлетворяют уравнениям

$$\nabla^2 \Phi - a^2 \frac{\partial^2 \Phi}{\partial t^2} = \nabla^2 \Psi_z - b^2 \frac{\partial^2 \Psi_z}{\partial t^2} = 0, \quad (2)$$

$$\nabla^2 \Psi_r - \frac{\Psi_r}{r^2} - \frac{2}{r^2} \frac{\partial \Psi_\varphi}{\partial \varphi} - b^2 \frac{\partial^2 \Psi_r}{\partial t^2} = \nabla^2 \Psi_\varphi - \frac{\Psi_\varphi}{r^2} + \frac{2}{r^2} \frac{\partial \Psi_r}{\partial \varphi} - b^2 \frac{\partial^2 \Psi_\varphi}{\partial t^2} = 0$$

$a^2 = \rho/(\lambda + 2G)$, $b^2 = \rho/G$, λ и G — упругие постоянные Ляме, ρ — плотность материала, u_s и Ψ_s ($s=r, \varphi, z$) соответственно компоненты перемещения и векторного потенциала, $\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2}{\partial \varphi^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$.

2. Об одной задаче динамической теории упругости для полупространства (задача „А“). Требуется определить перемещения на поверхности полупространства, возбужденном действием динамических нагрузок, которые приложены на поверхности полупространства на расстоянии r_0 от начала координатной системы.

Граничные условия этой задачи можно представить следующими соотношениями:

$$\sigma_z|_{z=0} = -P f_1(t) \delta(r-r_0) \delta(\varphi), \quad \tau_{rz}|_{z=0} = -Q f_2(t) \delta(r-r_0) \delta(\varphi), \quad \tau_{z\varphi}|_{z=0} = 0, \quad (3)$$

где P и Q — соответственно амплитуды вертикальной и горизонтальной сил, приложенных на поверхности полупространства, $f_i(t)$ — функции от времени, определяющие вид динамической нагрузки, $\delta(z)$ — дельта функция Дирака ⁽³⁾, σ_z , σ_φ , σ_r , τ_{rz} , $\tau_{z\varphi}$ и $\tau_{r\varphi}$ — напряжения.

Вместе с условиями (3) следует пользоваться также условиями симметрии деформации полупространства относительно осевых плоскостей $\varphi=0$ и $\varphi=\pi$

$$u_\varphi|_{\varphi=0, \pi} = \tau_{\varphi z}|_{\varphi=0, \pi} = \tau_{r\varphi}|_{\varphi=0, \pi} = 0. \quad (4)$$

Решение задачи «А» с условиями (3) и (4) можно построить в виде суммы решений двух вспомогательных задач «В» и «С», составленных на основе задачи «А».

Задача „В“. Вводятся обозначения $u_s^{(1)}$ ($s=r, z, \varphi$) для перемещений и аналогичным образом для напряжений. Граничные условия этой задачи имеют вид

$$\begin{aligned} \sigma_z^{(1)}|_{z=0} &= -\frac{P}{2} f_1(t) \delta(r-r_0) [\delta(\varphi) - \delta(\pi-\varphi)], \quad \tau_{z\varphi}^{(1)}|_{z=0} = 0, \\ \tau_{rz}^{(1)}|_{z=0} &= -\frac{Q}{2} f_2(t) \delta(r-r_0) [\delta(\varphi) - \delta(\pi-\varphi)]. \end{aligned} \quad (5)$$

Для этой задачи осевые плоскости $\varphi=0$ и $\varphi=\pi$ являются плоскостями симметрии деформации, а плоскости $\varphi = \pm \frac{\pi}{2}$ — плоскостями антисимметрии. На этих плоскостях имеют место условия

$$\left. \begin{aligned} u_\varphi^{(1)}|_{\varphi=0, \pi} &= \tau_{r\varphi}^{(1)}|_{\varphi=0, \pi} = \tau_{z\varphi}^{(1)}|_{\varphi=0, \pi} = 0 \\ u_z^{(1)}|_{\varphi=\pm \frac{\pi}{2}} &= u_r^{(1)}|_{\varphi=\pm \frac{\pi}{2}} = \sigma_\varphi^{(1)}|_{\varphi=\pm \frac{\pi}{2}} = 0 \end{aligned} \right\}. \quad (6)$$

Задача „С“. Вводятся обозначения $u_s^{(2)}$ для перемещений и аналогичным образом для напряжений.

Граничные условия этой задачи имеют вид

$$\begin{aligned} \sigma_z^{(2)}|_{z=0} &= -\frac{P}{2} f_1(t) \delta(r-r_0) [\delta(\varphi) + \delta(\pi-\varphi)], \quad \tau_{z\varphi}^{(2)}|_{z=0} = 0, \\ \tau_{rz}^{(2)}|_{z=0} &= -\frac{Q}{2} f_2(t) \delta(r-r_0) [\delta(\varphi) + \delta(\pi-\varphi)]. \end{aligned} \quad (7)$$

Для этой задачи осевые плоскости $\varphi=0$, $\varphi=\pi$ и $\varphi = \pm \frac{\pi}{2}$ являются плоскостями симметрии деформации, и на этих плоскостях имеют место условия

$$u_\varphi^{(2)}|_{\varphi=\pm \frac{\pi}{2}, 0, \pi} = \tau_{z\varphi}^{(2)}|_{\varphi=\pm \frac{\pi}{2}, 0, \pi} = \tau_{r\varphi}^{(2)}|_{\varphi=\pm \frac{\pi}{2}, 0, \pi} = 0. \quad (8)$$

Решения задач «В» и «С» ищутся в виде

$$u_r^{(m)} = u_m \cos m\varphi, \quad u_\varphi^{(m)} = v_m \sin m\varphi, \quad u_z^{(m)} = w_m \cos m\varphi \quad (m=1, 2). \quad (9)$$

Исходя из обозначений (9) для решения вспомогательных задач «В» и «С» потенциальные функции $\Phi^{(m)}(r, \varphi, z, t)$ и $\Psi_s^{(m)}(r, \varphi, z, t)$ ($m=1, 2$) берутся в виде

$$\left. \begin{aligned} \Phi^{(m)} &= \varphi_m(r, z, t) \cos m\varphi, \quad \Psi_z^{(m)} = \psi_z^{(m)}(r, z, t) \sin m\varphi \\ \Psi_r^{(m)} &= \frac{1}{2} \left[\psi_1^{(m)}(r, z, t) + \psi_2^{(m)}(r, z, t) \right] \sin m\varphi \\ \Psi_\varphi^{(m)} &= \frac{1}{2} \left[\psi_1^{(m)}(r, z, t) - \psi_2^{(m)}(r, z, t) \right] \cos m\varphi \end{aligned} \right\} \quad (m=1, 2). \quad (10)$$

Такое представление потенциальных функций является удобным при удовлетворении условий задачи.

Подобным образом решение одной динамической задачи для полупространства построено в работе (4).

Функции, входящие в (10), удовлетворяют уравнениям

$$\left. \begin{aligned} \left(\nabla_m^2 - a^2 \frac{\partial^2}{\partial t^2} \right) \varphi_m &= \left(\nabla_m^2 - b^2 \frac{\partial^2}{\partial t^2} \right) \psi_z^{(m)} = 0 \\ \left(\nabla_{m-1}^2 - b^2 \frac{\partial^2}{\partial t^2} \right) \psi_1^{(m)} &= \left(\nabla_{m+1}^2 - b^2 \frac{\partial^2}{\partial t^2} \right) \psi_2^{(m)} = 0 \end{aligned} \right\} \quad (m=1, 2), \quad (11)$$

$$\text{где } \nabla_s^2 = \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} - \frac{s^2}{r^2}.$$

Используя преобразования Лапласа и Ханкеля, решения уравнений (1) берем в виде

$$\left. \begin{aligned} \varphi_m &= \frac{1}{2\pi i} \int_{c-i\infty}^{c+i\infty} e^{\xi t} d\xi \int_0^\infty \beta J_m(\beta r) \varphi_m^*(\beta, z, \xi) d\beta \\ \psi_z^{(m)} &= \frac{1}{2\pi i} \int_{c-i\infty}^{c+i\infty} e^{\xi t} d\xi \int_0^\infty \beta J_m(\beta r) \psi_z^{(m)*}(\beta, z, \xi) d\beta \\ \psi_1^{(m)} &= \frac{1}{2\pi i} \int_{c-i\infty}^{c+i\infty} e^{\xi t} d\xi \int_0^\infty \beta J_{m-1}(\beta r) \psi_1^{(m)*}(\beta, z, \xi) d\beta \\ \psi_2^{(m)} &= \frac{1}{2\pi i} \int_{c-i\infty}^{c+i\infty} e^{\xi t} d\xi \int_0^\infty \beta J_{m+1}(\beta r) \psi_2^{(m)*}(\beta, z, \xi) d\beta \end{aligned} \right\}, \quad (12)$$

где $J_n(x)$ — функция Бесселя первого рода от действительного аргумента, а функции φ_m^* и $\psi_s^{(m)*}$ ($s=z, 1, 2$) удовлетворяют уравнениям

$$\frac{\partial^2 \varphi_m^*}{\partial z^2} - (\beta^2 + a^2 \xi^2) \varphi_m^* = \frac{\partial^2 \psi_z^{(m)*}}{\partial z^2} - (\beta^2 + b^2 \xi^2) \psi_z^{(m)*} = 0. \quad (13)$$

Решения уравнений (13) берутся в виде

$$\varphi_m^* = B^{(m)}(\beta, \xi) e^{-z\sqrt{\beta^2 + a^2 \xi^2}}, \quad \psi_s^{(m)*} = B_s^{(m)}(\beta, \xi) e^{-z\sqrt{\beta^2 + b^2 \xi^2}}, \quad (14)$$

где учтены условия для обеспечения единственности решения.

Известно, что функции Ψ_s ($s=r, \varphi, z$) могут быть связаны друг с другом любым линейным соотношением, которое выбирается в соответствии с рассмотренной задачей (^{4,5}). Как в работе (⁴), здесь используется соотношение $\text{div} \bar{\Psi} = 0$.

С учетом использованных обозначений эта связь примет вид

$$\beta(\psi_1^{(m)} - \psi_2^{(m)}) = 2 \frac{\partial \psi_z^{(m)}}{\partial z} \quad (m=1, 2) \quad (15)$$

или

$$\beta(B_2^{(m)} - B_1^{(m)}) = 2\sqrt{\beta^2 + b^2 \xi^2} B_z^{(m)} \quad (m=1, 2). \quad (16)$$

3. *Определение перемещений для задач «В» и «С».* Используя вместе с обозначениями (9) также и обозначения

$$\sigma_z^{(m)} = \sigma_z^{(m)} \cos m\varphi, \quad \tau_{rz}^{(m)} = \tau_{rz}^{(m)} \cos m\varphi, \quad \tau_{z\varphi}^{(m)} = \tau_{z\varphi}^{(m)} \sin m\varphi, \quad (17)$$

легко видеть, что условия (6) и (8) удовлетворяются тождественно.

Представляем условия (5) и (7) в виде

$$\left. \begin{aligned} \bar{\sigma}_z^{(m)}(r, 0, t) &= -\frac{2P}{\pi} f_1(t) \delta(r-r_0), \\ \bar{\tau}_{rz}^{(m)}(r, 0, t) \pm \bar{\tau}_{z\varphi}^{(m)}(r, 0, t) &= -\frac{2Q}{\pi} f_2(t) \delta(r-r_0) \end{aligned} \right\} \quad (18)$$

Выразив по известным формулам напряжения при помощи функций φ_m и $\psi_s^{(m)}$ ($s=z, 1, 2$), далее удовлетворив условиям (18), определим функции интегрирования $B^{(m)}$ и $B_s^{(m)}$. Подставляя найденные значения в формулы для перемещений, для определения перемещений на поверхности полупространства получим следующие выражения:

$$w_m(r, 0, t) = -\frac{1}{2\pi i} \int_{c-i\infty}^{c+i\infty} e^{\xi t} d\xi \int_0^\infty \frac{\beta J_m(\beta r) d\beta}{D(\beta, \xi)} \left\{ F_1^{(m)} \left[2\beta \sqrt{(\beta^2 + a^2 \xi^2)(\beta^2 + b^2 \xi^2)} - \right. \right. \\ \left. \left. - \beta(2\beta^2 + b^2 \xi^2) \right] - F_2^{(m)} \xi b^2 \sqrt{\beta^2 + \xi^2 a^2} + \frac{2Q}{\pi G b^2 \xi^2} \bar{f}_2(\xi) D(\beta, \xi) m J_m(\beta r_0) \right\}, \quad (19)$$

$$u_m(r, 0, t) + v_m(r, 0, t) = -\frac{1}{2\pi i} \int_{c-i\infty}^{c+i\infty} e^{\xi t} d\xi \int_0^\infty \frac{\beta J_{m+1}(\beta r) d\beta}{D(\beta, \xi)} \left\{ F_2^{(m)} \left[2\beta \sqrt{(\beta^2 + a^2 \xi^2)(\beta^2 + b^2 \xi^2)} - \right. \right. \\ \left. \left. - \beta(2\beta^2 + b^2 \xi^2) \right] - F_1^{(m)} \xi b^2 \sqrt{\beta^2 + b^2 \xi^2} + \frac{2Q\beta}{\pi G b^2 \xi^2} \bar{f}_2(\xi) (\beta^2 + b^2 \xi^2)^{-\frac{1}{2}} D(\beta, \xi) m J_m(\beta r_0) \right\} \quad (20)$$

$$u_m(r, 0, t) - v_m(r, 0, t) = \frac{1}{2\pi i} \int_{c-i\infty}^{c+i\infty} e^{\xi t} d\xi \int_0^\infty \frac{\beta J_{m-1}(\beta r) d\beta}{D(\beta, \xi)} \left\{ F_2^{(m)} \left[2\beta \sqrt{(\beta^2 + a^2 \xi^2)(\beta^2 + b^2 \xi^2)} - \right. \right. \\ \left. \left. - \beta(2\beta^2 + b^2 \xi^2) \right] - F_1^{(m)} b^2 \xi^2 \sqrt{\beta^2 + b^2 \xi^2} + \right. \quad (21)$$

$$+ \frac{2Q}{\pi G \beta^3 \xi^3} \bar{f}_2(\xi) (\beta^3 + 2b^3 \xi^3) (\beta^3 + b^3 \xi^3)^{-\frac{1}{2}} D(\beta, \xi) m J_m(\beta r_0) \}$$

Здесь использованы обозначения:

$$D(\beta, \xi) = 4\beta^3 \sqrt{(\beta^3 + a^3 \xi^3)(\beta^3 + b^3 \xi^3)} - (2\beta^3 + b^3 \xi^3)^3,$$

$$F_1^{(m)}(\beta, \xi) = -\frac{2Q}{\pi G} \bar{f}_2(\xi) \left[r_0 J_{m+1}(\beta r_0) + \frac{2\beta}{\xi^3 b^3} m J_m(\beta r_0) \right],$$

$$F_2^{(m)}(\beta, \xi) = -\frac{2P}{\pi G} \bar{f}_1(\xi) r_0 J_m(\beta r_0) - \frac{4Q}{\pi G \xi^3 b^3} \bar{f}_2(\xi) \sqrt{\beta^3 + b^3 \xi^3} m J_m(\beta r_0),$$

$$\bar{f}_m(\xi) = \int_0^\infty e^{-\xi t} f_m(t) dt.$$

Интегралы в правых частях выражений (19)–(21) понимаются в смысле главного значения Коши. При вычислении этих интегралов учитываются корни уравнения $D(\beta, \xi) = 0$.

Другим способом одна несимметричная динамическая задача для полупространства рассмотрена в работе (6).

Институт механики
Академии наук Армянской ССР

Հայկական ՍՍՀ ԳԱ բաժանից տեղավ Ք. Լ. ԱՐԲՆԱՄՅԱՆ

Կիսատարածության մեջ առաձգական ալիքների տարածման
մի խնդրի մասին

Աշխատանքում ստացվել է փակ լուծում կիսատարածության տատանումների վերաբերյալ խնդրի համար: Տատանումներն առաջանում են կիսատարածության մակերևույթի վրա կոորդինատային սիստեմի սկզբնականից վերջավոր հեռավորության վրա գտնվող կետում կիրառված դինամիկ ուժերի ազդեցության շնորհիվ:

Խնդիրը լուծվում է չապլայսի և Հանկելի ինտեգրալ ձևափոխությունների օգտագործումով:

ЛИТЕРАТУРА — ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

- ¹ J. D. Achenbach, Wave propagation in Elastic Solids, North-Holland Publ. Co. Amsterdam, 1973. ² С. Л. Соболев, в кн.: Ф. Франк, Р. Минзес, Дифференциальные и интегральные уравнения математической физики, ч. 2, гл. XII, ОНТИ, Л.,—М., 1937. ³ И. М. Гельфанд, Г. Е. Шиллов, Обобщенные функции и действия над ними, 2-е изд., Физматгиз, М., 1959. ⁴ Chi-Chang Chao, Journal of Appl. Mech. (Trans. ASME, ser. E), v. 27, № 3 (1960). ⁵ Г. И. Петрашень, Н. С. Смирнова, Б. Я. Гельцинский, Уч. зап. ЛГУ Серия мат. наук, вып. 27, № 170 (1953). ⁶ Е. И. Шемякин, В. Файншмидт, Уч. зап. ЛГУ. Серия мат. наук, вып. 28, № 177 (1954).

УДК 546.3-19'28'73:[535.215]:535.35-15

ФИЗИКА

Член-корреспондент АН Армянской ССР Г. М. Авакьянц,
 И. А. Саркисян

Инфракрасное гашение в образцах кремния с примесью кобальта

(Представлено 3/VI 1984)

Согласно предложенным моделям (¹⁻¹⁰) кобальт в кремнии создает столь разнообразные варианты включений, что получается довольно пестрая картина энергетических уровней. Такое разнообразие экспериментальных данных, вероятно, вызвано различной технологией изготовления компенсированных образцов, качеством исходного материала, содержанием комплексов, ассоциаций и т. д. Данные по фотопроводимости (ФП) в $n-Si:Co$ и $p-Si:Co$ (¹¹) подтверждают амфотерные свойства кобальта в кремнии, которые образуют уровни $E_D = E_v + 0,28\text{эВ}$, $E_{A_1} = E_c - 0,56\text{эВ}$ и $E_{A_2} = E_c - 0,41\text{эВ}$. В настоящей работе исследуется ФП на высокоомных и перекомпенсированных образцах $n-Si:Co \rightarrow p$ и $p-Si:Co \rightarrow n$ с омическими контактами с помощью монохроматора ИКМ-1 в режиме постоянного числа падающих на образец квантов света через Si или Ce фильтры. Комбинированное возбуждение осуществлялось собственной подсветкой разной интенсивности обратной стороны пластины. Температура образца поддерживалась при 77К. Тип проводимости фиксировался при комнатной температуре.

По соотношению между концентрациями мелких примесей и электрически активных центров кобальта исследуемые образцы разделены на две группы: 1) высокой степени компенсации с монотонно возрастающим фототоком по мере увеличения энергии падающих фотонов; длинноволновый (ДВ) край для $n-Si:Co$ локализован на 0,41 эВ, для $p-Si:Co$ — на 0,28эВ; 2) перекомпенсированные образцы $n-Si:Co \rightarrow p$ и $p-Si:Co \rightarrow n$, в которых характер изменения ФП (рис. 2) монотонный (резкий подъем при $h\nu = 0,62\text{эВ}$ можно отнести к двойному оптическому переходу через уровень A_1); при комбинированном освещении ДВ край ФП в образцах $n-Si:Co \rightarrow p$ смещается в сторону (0,26—0,28)эВ, что, по-видимому, связано с очувствлением некоего уровня прилипания для электронов. Темп генерации с уровня $E_c - (0,26—0,28)\text{эВ}$ возрастает с увеличением интенсивности фоновой подсветки. Достигая наибольшего значения при $h\nu = 0,31\text{эВ}$, фототок монотонно падает, т. е. уровень прилипания истощается. Освещение примесным светом с $h\nu \geq 0,41\text{эВ}$ при наличии фоновой подсветки приводит к новому росту ФП. С увеличением интенсивности фоновой подсветки проявляется уровень $E_{A_1} = E_c - 0,56\text{эВ}$, рас-

тет глубина гашения ФП. В образцах с исходным материалом п-типа наблюдается сдвиг ДВ края ФП в сторону коротких длин волн от 0,41эВ к 0,56эВ, достигающее с увеличением фоновой подсветки до 0,85эВ. С увеличением интенсивности фоновой подсветки уменьшается относительный прирост фототока, т. е. усиливается гашение ФП.

Рассмотрим модель $p-Si:Co$ с тремя акцепторными уровнями и кинетику процессов фотоионизации, теплового заброса и рекомбинации носителей заряда на примесных центрах (рис. 1). Глубокий

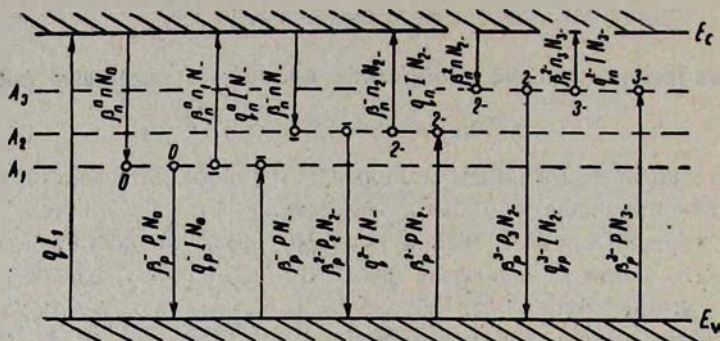


Рис. 1. Схематическое изображение зарядовых состояний примесного центра с четырьмя энергетическими уровнями и кинетики процессов рекомбинации, генерации и прилипания. Глубокий донорный уровень $E_D = E_v \pm 0,28$ эВ не показан, так как он считается заполненным и в кинетике переходов не участвует

донорный уровень полностью заполнен и исключается из кинетики переходов. Здесь использованы общепринятые обозначения.

Условие сохранения полной концентрации центров:

$$N = N_0 + N_- + N_{2-} + N_{3-}. \quad (1)$$

Уравнение квазинейтральности:

$$n = p + N_g - N - 2N_{2-} - 3N_{3-}. \quad (2)$$

Для упрощения записи уравнений непрерывности вводим обозначения, объединяющие тепловые и фотопереходы:

$$\alpha_1 = \beta_n^0 n_1 + q_n^0 I; \quad \bar{\alpha}_1 = \beta_p^0 p_1 + q_p^0 I;$$

$$\alpha_2 = \beta_n^1 n_2 + q_n^1 I; \quad \bar{\alpha}_2 = \beta_p^2 p_2 + q_p^2 I;$$

$$\alpha_3 = \beta_n^2 n_3 + q_n^2 I; \quad \bar{\alpha}_3 = \beta_p^3 p_3 + q_p^3 I.$$

Уравнения непрерывности для свободных электронов и дырок:

$$\frac{\partial n}{\partial t} = qI_1 - \beta_n^0 n N_0 + \alpha_1 N_- - \beta_n^1 n N_- + \alpha_2 N_{2-} - \beta_n^2 n N_{2-} + \alpha_3 N_{3-} + \frac{1}{e} \operatorname{div} j_n; \quad (3)$$

$$\frac{\partial p}{\partial t} = qI_1 - \beta_p^0 p N_- + \bar{\alpha}_1 N_0 - \beta_p^1 p N_{2-} + \bar{\alpha}_2 N_- - \beta_p^2 p N_{2-} + \bar{\alpha}_3 N_{3-} - \frac{1}{e} \operatorname{div} j_p. \quad (4)$$

Уравнения непрерывности для примесных центров:

$$\frac{\partial N_0}{\partial t} = -\beta_n^0 n N_0 - \bar{\alpha}_1 N_0 + \beta_p^0 p N_- + \alpha_1 N_-; \quad (5)$$

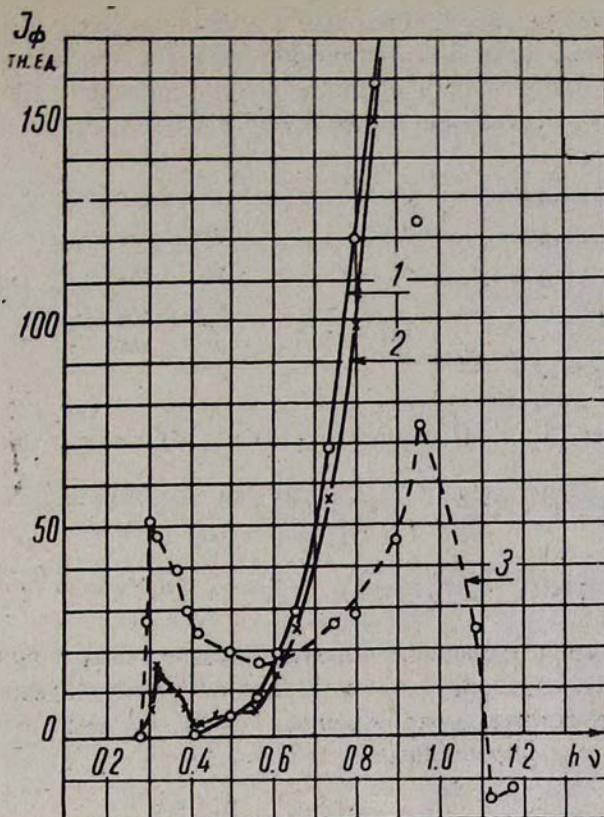


Рис. 2. Спектр фотопроводимости в перекомпенсированном образце $n\text{-Si:Co} \rightarrow p$ с омическими контактами; напряженность электрического поля составляет 1 В/см: 1—спектр примесной фотопроводимости; 2—спектр фотопроводимости при слабой фоновой подсветке; 3—спектр фотопроводимости при сильной фоновой подсветке. Для простоты сравнения фоновые токи совмещены с темновыми

$$\frac{\partial N_-}{\partial t} = \beta_n^0 n N_0 + \bar{a}_1 N_0 - \beta_p^- p N_- - \alpha_1 N_- - \beta_n^- n N_- + \alpha_2 N_2 - \beta_p^2 p N_2 - \bar{a}_2 N_- \quad (6)$$

$$\frac{\partial N_2}{\partial t} = \beta_n^- n N_- + \bar{a}_2 N_- + \beta_p^2 p N_2 - \alpha_2 N_2 - \beta_n^2 n N_2 - \bar{a}_3 N_2 - \beta_p^3 p N_3 + \alpha_3 N_3; \quad (7)$$

$$\frac{\partial N_3}{\partial t} = \beta_n^2 n N_2 + \bar{a}_3 N_2 + \beta_p^3 p N_3 - \alpha_3 N_3. \quad (8)$$

В стационарном состоянии:

$$\frac{\partial n}{\partial t} = \frac{\partial p}{\partial t} = 0; \quad \frac{\partial j_n}{\partial t} = \frac{\partial j_p}{\partial t} = 0; \quad \frac{\partial N_0}{\partial t} = \frac{\partial N_-}{\partial t} = \frac{\partial N_2}{\partial t} = \frac{\partial N_3}{\partial t}; \quad (9)$$

$$j = j_n + j_p = \text{const.} \quad (10)$$

Из уравнений (5)–(8) с учетом (9) находим выражения для плотности примесных центров:

$$N_- = \frac{\beta_n^0 n + \bar{a}_1}{\beta_p^- p + \alpha_1} \cdot N_0; \quad N_2 = \frac{\beta_n^- n + \bar{a}_2}{\beta_p^2 p + \alpha_2} N_-; \quad N_3 = \frac{\beta_n^2 n + \bar{a}_3}{\beta_p^3 p + \alpha_3} N_2. \quad (11)$$

Мы рассматриваем одномерный случай однородного перекомпенсированного полупроводникового образца, в котором пренебрежимо мал градиент концентрации носителей вдоль образца. Дрейф носителей вследствие освещения происходит вглубь толщи образца по оси X .

$$\left. \begin{aligned} j_n(x) &= e\mu_n n E \\ j_p(x) &= e\mu_p p E \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

$$\left. \begin{aligned} \frac{1}{e} \frac{\partial j_n}{\partial x} &= \frac{n - n_p}{\tau_n} \\ \frac{1}{e} \frac{\partial j_p}{\partial x} &= -\frac{p - p_n}{\tau_p} \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial p}{\partial t} + \frac{\partial j_p}{\partial x} &= 0 \\ \frac{\partial n}{\partial t} + \frac{\partial j_n}{\partial x} &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

Уравнения (3) и (4) с учетом (13) и (14) примут вид:

$$qI_1 - \beta_n^0 n N_0 + \bar{a}_1 N_- - \beta_n^- n N_- + \bar{a}_2 N_- - \beta_n^2 n N_2 + \bar{a}_3 N_3 = -\frac{n - n_p}{\tau_n}; \quad (15)$$

$$qI_1 - \beta_p^0 p N_- + \bar{a}_1 N_0 - \beta_p^- p N_2 + \bar{a}_2 N_- - \beta_p^3 p N_3 + \bar{a}_3 N_2 = -\frac{p - p_n}{\tau_p}. \quad (16)$$

В перекомпенсированном образце концентрация заряженных ловушек мала по сравнению с концентрацией нейтральных ловушек. Значит, можно принять приближение $N \approx N_0$. Отсюда концентрация N_3 в (11) примет упрощенный вид:

$$N_3 = \frac{\beta_n^2 n + \bar{a}_3}{\beta_p^3 p + \bar{a}_3} \cdot \frac{\beta_n^- n + \bar{a}_2}{\beta_p^- p + \bar{a}_2} \cdot \frac{\beta_n^0 n + \bar{a}_1}{\beta_p^0 p + \bar{a}_1} N. \quad (17)$$

Учитывая малость концентрации электронов и коэффициентов захвата электронов, (17) можно записать в более упрощенном виде:

$$N_3 \approx \frac{\bar{a}_1 \bar{a}_2 \bar{a}_3}{(\beta_p^0 p + \bar{a}_1)(\beta_p^- p + \bar{a}_2)(\beta_p^3 p + \bar{a}_3)} N. \quad (17a)$$

Пренебрежимо мала равновесная концентрация дырок p_n . Из (16)

$$\frac{p}{\tau_p} \approx \frac{\beta_p^3 p \bar{a}_1 \bar{a}_2 \bar{a}_3}{(\beta_p^0 p + \bar{a}_1)(\beta_p^- p + \bar{a}_2)(\beta_p^3 p + \bar{a}_3)} N. \quad (18)$$

Если принять во внимание то обстоятельство, что образец, будучи перекомпенсированным, является еще и высокоомным материалом, т. е. $p \approx n$, то можно (18) представить так:

$$\frac{n}{\tau_n} \approx \frac{p}{\tau_p} \approx \frac{\beta_p^3 n \bar{a}_1 \bar{a}_2 \bar{a}_3}{(\beta_p^0 n + \bar{a}_1)(\beta_p^- n + \bar{a}_2)(\beta_p^3 n + \bar{a}_3)} \cdot N = qI_1. \quad (19)$$

Принимаем, что на уровнях A_2 и A_3 процессы рекомбинации преобладают над генерацией дырок, т. е. $\beta_p^- p > \bar{a}_2$ и $\beta_p^3 p > \bar{a}_3$, а на уровне A_1 $\bar{a}_1 > \beta_p^0 p$.

Рассматривая уравнение (19) под этим углом зрения, получим

$$N \frac{\beta_p^3 n \bar{a}_1 \bar{a}_2 \bar{a}_3}{\beta_p^0 \beta_p^- n \bar{a}_1} = qI_1; \quad \frac{\bar{a}_1 \bar{a}_2 \bar{a}_3}{\beta_p^2 \bar{a}_1 q I_1} N = n. \quad (20)$$

Подставив (20) в (10), получим выражение для тока, обусловленного фотогенерацией носителей:

$$j = e(\mu_n + \mu_p) \frac{\bar{a}_1 \bar{a}_2 \bar{a}_3}{\bar{q}_p \bar{a}_1 \bar{q}_1} NE. \quad (21)$$

Таким образом, получаем формулу тока, объясняющую гашение ФП при освещении образца примесным и собственным светом. Чем больше интенсивность собственного освещения, тем меньше фототок.

Институт радиофизики и электроники
Академии наук Армянской ССР

Հայկական ՍՍՀ ԳԱ բոլորակից-անգամ Գ. Մ. ԱՎԳՅԱՆԻ, Ի. Ա. ՍԱՐԳՍՅԱՆ

Կորալտով կոմպենսացված սիլիցիումի ֆոտոնադուրդականությունը
ինֆրակարմիր մարումը

Կորալտով գերհագեցված սիլիցիումի նմուշներում դիտվում է ֆոտոհաղորդականության մարում այն դեպքում երբ նմուշը միաժամանակ լուսավորվում է մի կողմից ինֆրակարմիր լույսով, մյուս կողմից լույսի այնպիսի ալիքով, որի երկարությունը մեծ է կամ համասար սիլիցիումի արգելված գոտուն: Կատարված են հաշվումներ, որոնք տալիս են որակական բացատրություն փորձերում նկատված երևույթին: (21) բանաձևի համաձայն ֆոտոհաղորդականության մարումը ուղղակի կապված է ֆոնային ճառագայթման ինտենսիվության հետ:

ЛИТЕРАТУРА — ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

- ¹ N. Jr. Holonjak, Proc. IRE, v. 50, № 12 (1962). ² S. K. Ghani, K. E. Mortenson, J. N. Park, Proc. IEEE, v. 53, № 6 (1965). ³ C. M. Penchina, J. S. Moore, N. Jr. Holonjak, Phys. Rev., v. 143, № 2 (1966). ⁴ J. S. Moore, M. C. P. Chang, C. M. Penchina, J. Appl. Phys., v. 41, № 13 (1970). ⁵ J. S. Moore, M. C. P. Chang, C. M. Penchina, Bull. Amer. Phys. Soc., v. 16, № 1 (1971). ⁶ М. К. Бахардырханов, Б. И. Болтакс, И. П. Городецкий и др., Компенсированный кремний, Наука, М.—Л., 1972. ⁷ М. К. Бахардырханов, Б. И. Болтакс, К. Д. Джафаров и др., ФТТ, т. 11, вып. 12 (1969). ⁸ А. А. Лебедев, М. М. Ахмедова, ФТП, т. 9, вып. 3 (1975). ⁹ D. C. Wong, C. M. Penchina, Appl. Phys. Lett., v. 28, № 3 (1976). ¹⁰ A. O. Eswarayya, J. Electronic materials, v. 7, № 3 (1978). ¹¹ В. М. Арутюнян, И. А. Саркисян, ФТП, т. 9, вып. 7 (1975).

УДК 621.373.826.038.825

ФИЗИКА

Р. Б. Костанян, Т. В. Санамян

Исследование времени жизни уровней эрбия в лютеций-алюминиевом гранате

(Представлено академиком АН Армянской ССР М. Л. Тер-Микаеляном 9/VII 1984)

В последние годы большое внимание уделяется исследованию стимулированного излучения в различных кристаллах с примесью эрбия (^{1,2}). Особенный интерес представляет трехмикронная генерация, соответствующая переходу ${}^4I_{12/2} \rightarrow {}^4I_{13/2}$ иона эрбия в кристаллах структуры граната, в которых генерация наблюдается также при высоких содержаниях активаторных ионов.

На рис. 1 приведена диаграмма уровней ионов эрбия в кристаллах $\text{Lu}_3\text{Al}_5\text{O}_{12}$ (³).

Известно, что в заселении лазерных урвнений иона эрбия участвуют в основном два различных физических процесса: внутрицентровая многофононная безызлучательная релаксация на эти уровни поглощенной кристаллом световой энергии и процесс кросс-релаксации по механизму

$$[{}^2H_{11/2}, {}^4I_{13/2}] \rightarrow [{}^4I_{9/2}, {}^4I_{13/2}] \text{ и } [{}^2H_{11/2}, {}^4I_{15/2}] \rightarrow [{}^4I_{13/2}, {}^4I_{9/2}].$$

Вероятность последнего процесса зависит от концентрации; он становится особенно существенным при больших содержаниях ионов эрбия. Поскольку в обоих процессах участвуют уровни ${}^4H_{11/2}$, ${}^4S_{3/2}$, ${}^4F_{9/2}$, ${}^4I_{9/2}$, появляется необходимость исследования времен жизни (τ) этих уровней, знание которых важно для изучения динамики заселения лазерных уровней, а также при расчетах работы лазера на этих кристаллах в различных режимах генерации.

В данной работе приводятся результаты экспериментальных исследований уровней ${}^2H_{11/2}$, ${}^4S_{3/2}$, ${}^4F_{9/2}$, ${}^4I_{9/2}$ ионов эрбия в кристаллах лютеций-алюминиевого граната.

Кристаллы $(\text{Lu}_{1-x}\text{Er}_x)_3\text{Al}_5\text{O}_{12}$, где x менялось от 0,05 до 1, выращивались по методике, подробно описанной в работе (⁴). Времена жизни уровней измерялись по затуханию люминесценции с уровней ${}^4S_{3/2}$, ${}^4F_{9/2}$, ${}^4I_{9/2}$. Для возбуждения люминесценции этих уровней использовались вторые гармоники излучения неодимового лазера на длинах волн 1,06 и 1,32 мкм. Исследуемые кристаллы помещались в фокус монохроматора СДЛ-1. Люминесценция с исследуемых уровней регистрировалась фотоумножителем ФЭУ-83, сигнал с которого подавался на вход осциллографа СИ-15. Временное разрешение аппаратуры составляло 0,1 мксек. Длительность импульсов возбуждения люминесценции равнялась 20 нсек. Возбуждающие импульсы короткой дли-

128.

тельности применялись из-за малых времен жизни исследуемых уровней.

Излучение на 0,53 мкм резонансно поглощается с основного уровня $^4I_{15/2}$ на $^2H_{11/2}$, возбуждение с которого быстро релаксирует на $^4S_{3/2}$. Затухание люминесценции с уровня $^2H_{11/2}$ наблюдалось на переходе $^4S_{3/2} \rightarrow ^4I_{13/2}$ с длиной волны излучения 0,86 мкм. Зависимость времени жизни от концентрации ионов эрбия приведена на рис. 2. Как видно из рисунка, время жизни уровня $^4S_{3/2}$ иона эрбия имеет сильную концентрационную зависимость, что может быть обусловлено увеличением вероятности кросс-релаксационного тушения этого уровня с повышением концентрации по механизму $[^2H_{11/2}, ^4I_{15/2}] \rightarrow [^4I_{9/2}, ^4I_{13/2}]$ и $[^2H_{11/2}, ^4I_{15/2}] \rightarrow [^4I_{13/2}, ^4I_{9/2}]$.

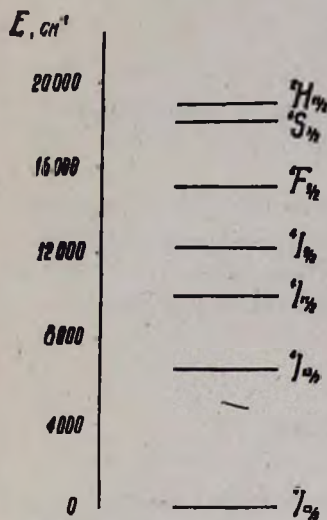


Рис. 1. Диаграмма энергетических уровней ионов эрбия в кристалле лютеций-алюминиевого граната

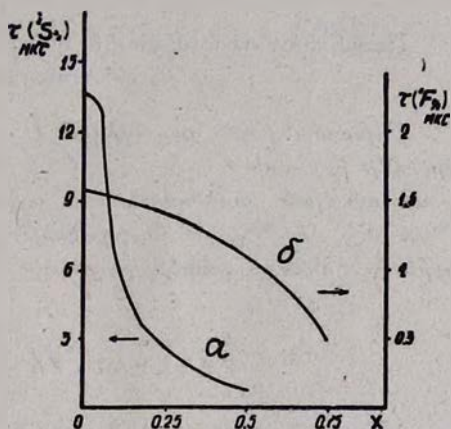


Рис. 2. Зависимость времени жизни уровней $^4S_{3/2}$ (а) и $^2F_{9/2}$ (б) от концентрации ионов эрбия

Измерение (τ) уровня $^2H_{11/2}$ проводилось по наблюдению распада уровня $^4S_{3/2}$, затухание которого в случае коротких импульсов возбуждения может быть описано формулой

$$n_1(t) = \frac{n_{20}/\tau(^2H_{11/2})}{1/\tau(^4S_{3/2}) - 1/\tau(^2H_{11/2})} \left[\exp(-t/\tau(^2H_{11/2})) - \exp(-t/\tau(^4S_{3/2})) \right], \quad (1)$$

где $n_1(t)$ — населенность уровня $^4S_{3/2}$ в момент времени t , n_{20} — начальное число возбужденных ионов на уровне $^2H_{11/2}$. Из (1), зная $\tau(^4S_{3/2})$ и форму распада уровня $^4S_{3/2}$, можно определить $\tau(^2H_{11/2})$. В наших измерениях при всех концентрациях ионов эрбия значение $\tau(^2H_{11/2})$ составляло величину меньше временного разрешения аппаратуры, т. е. меньше 10^{-7} с. Малое значение времени жизни уровня $^2H_{11/2}$ обусловлено тем, что энергетическое расстояние между ним и близлежащим уровнем $^4S_{3/2}$ составляет величину порядка 700 см^{-1} , следовательно, вероятности безызлучательных переходов с этого уровня должны иметь большие значения.

Излучение второй гармоники неодимового лазера длиной волны

излучения 0,66 мкм резонансно поглощается на уровне ${}^4F_{9/2}$ иона эрбия. Люминесценция с этого уровня на длине волны излучения 0,67 мкм соответствует переходу ${}^4F_{9/2} \rightarrow {}^4I_{15/2}$. Зависимость времени жизни уровня ${}^4F_{9/2}$ от концентрации приведена на рис. 3. В отличие от ${}^4S_{3/2}$ уровень ${}^4F_{9/2}$ имеет слабое концентрационное тушение.

Оценка величины времени жизни ${}^4I_{9/2}$ была проведена так же, как и для уровня ${}^2H_{11/2}$. Для этого люминесценция наблюдалась с уровня ${}^4I_{9/2}$, который заселялся непосредственно через уровень ${}^4F_{9/2}$. Величина (τ) ${}^4I_{9/2}$ оказалась также меньше 10^{-7} с.

Институт физических исследований
Академии наук Армянской ССР

Դ. Բ. ԿՈՍՏԱՆՅԱՆ, Տ. Վ. ՍԱՆԱՄՅԱՆ

Լյուտեցիում-ալյումինային նոնաֆարում էրբիումի մակարդակների
կյանքի տեղումթյուն ուսումնասիրումը

Աշխատանքում շարադրված է Լյուտեցիում-ալյումինային նոնաֆարում էրբիումի իոնների ${}^2H_{11/2}$, ${}^4S_{3/2}$, ${}^4F_{9/2}$, ${}^4I_{9/2}$ էներգետիկ մակարդակների կյանքի տեղումթյան փորձնականորեն ուսումնասիրման արդյունքները: Բերված է նաև ${}^4S_{3/2}$ և ${}^4F_{9/2}$ մակարդակների կյանքի տեղումթյան կախվածությունը էրբիումի իոնների կոնցենտրացիայից:

ЛИТЕРАТУРА — ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

¹ Е. В. Жариков, В. И. Жеков, Л. А. Кулевский и др., Квантовая электроника, т. 8, 1867 (1974). ² Х. С. Багдасаров, В. И. Жеков, В. А. Лобачев и др., Изв. АН СССР, т. 46, 1496 (1982). ³ А. А. Kaminski, Т. I. Butaeva, V. A. Fedorov e. a., Phys. stat. sol. (a), v. 39, 541 (1977). ⁴ А. G. Petrosyan, G. O. Shtrijnjan, K. L. Ovanesyan e. a., J. Crystal Growth, v. 52, 556 (1981).

УДК 542.951.8+547.572+547.33+547.323

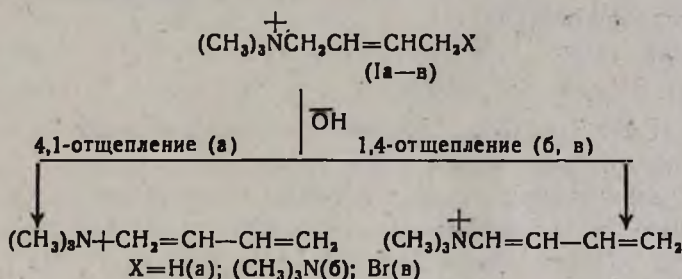
ОРГАНИЧЕСКАЯ ХИМИЯ

Академик АН Армянской ССР А. Т. Бабалян, А. Х. Гюльназарян, Н. П. Чуркина,
 Т. А. Саакян

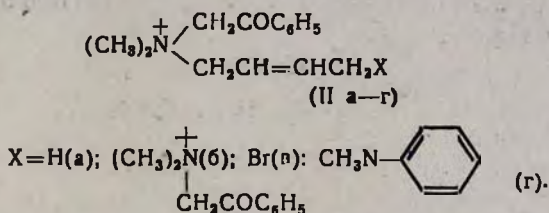
Влияние природы заместителя в 4-положении 1-диметилфенациламмоний-2-бутенбромиды на конкуренцию реакций 1,4-отщепления и 3,2-перегруппировки Стивенса

(Представлено 27/VII 1984)

Под действием щелочного агента соли 1-триметиламмоний-2-бутена общей формулы I претерпевают 1,4-(4,1-)-отщепление с образованием 1,3-диенового соединения (1-3).



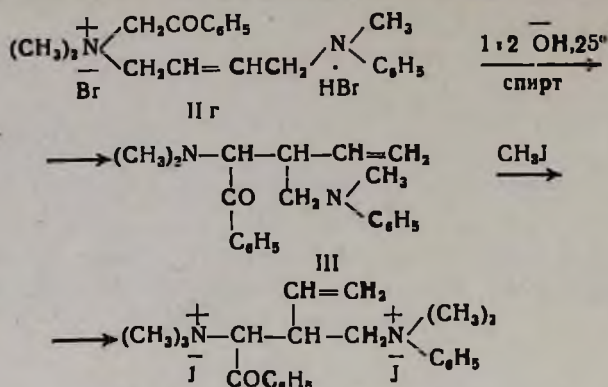
В солях общей формулы II, в которых одна из метильных групп аммонийного азота солей I заменена группой с протоноподвижной α-метиленовой группой, в данном случае фенацильной, в случае соли IIa имеет место 3,2-перегруппировка Стивенса (4).



Аналогичного результата можно было ожидать и в случае соли IIг, учитывая трудность отщепления аминогруппы.

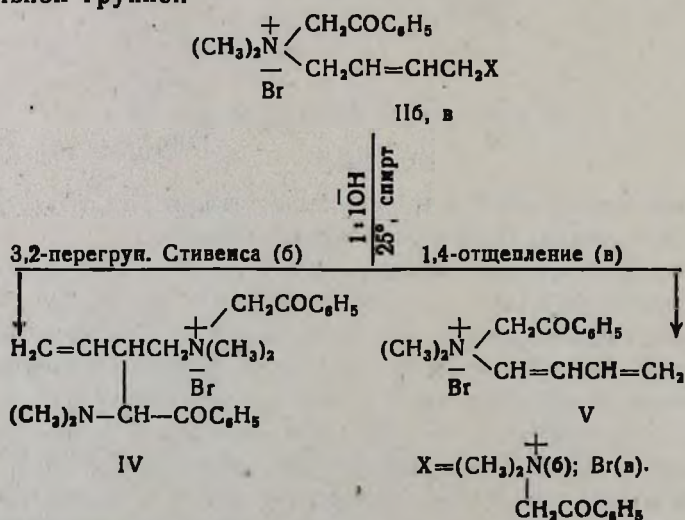
В случае соли IIб конкуренция стивенсовской перегруппировки с реакцией отщепления казалась менее вероятной, особенно для соли IIв. Наши предположения оправдались лишь частично. В случае щелочного расщепления гидробромиды бромистого 1-диметилфенациламмоний-4-метилфениламино-2-бутена (IIг), как и предполагалось, имеет место исключительно перегруппировка Стивенса с образованием 2-(N-метил-N-фениламинометил)-1-диметиламино-1-бензоил-3-бутена (III) с выходом 89,3% в виде стекловидной массы. М найд. 319 C₂₁H₂₆N₂O₂, М выч. 322. Найдено %: N 8,76. Вычислено %: N 8,69. Строение подтверждается данными ИК и ПМР спектроскопии. Т. пл. дийодметила-

та 155—156°. Найдено %: N 4,80; $\bar{J}$ 41,20. $C_{22}H_{21}N_2O$. Вычислено %: N 4,62; $\bar{J}$ 41,90. ИК спектр подтверждает предложенную структуру.



В случае взаимодействия соли IIб со щелочью из двух возможных направлений имеет место исключительно 3,2-перегруппировка Стивенса с образованием 1-диметилфенациламмоний-3-диметиламино-3-бензил-2-винилпропанбромид (IV) с выходом 76,2%. Т. пл. 142—143°. М (по титрации амина) 458, М (по титрации ионного галогена) 459. $C_{24}H_{21}N_2O_2Br$ М выч. 459. Найдено %: N 6,34; $\bar{Br}$ 17,43. Вычислено %: N 6,10; $\bar{Br}$ 17,42. $R_f=0,33$. (ТСХ на „Силуфоле UV—254“). ИК спектр подтверждает предложенную структуру.

В тех же условиях соль IIв гладко подвергается 1,4-дегидробромированию с образованием 1-диметилфенациламмоний-1,3-бутадиенбромид (V) с выходом 93%. М найд. 298. $C_{14}H_{18}NOBr$. М выч. 296. Найдено %: N 4,84; $\bar{Br}$ 26,80. Вычислено %: N 4,89; $\bar{Br}$ 27,03. $R_f=0,58$. (ТСХ на „Силуфоле UV—254“) ИК спектр подтверждает предложенную структуру. Соль IIв ведет себя как истинный виниллог солей с β -бромэтильной группой⁽⁵⁾, подтверждая исключительную легкость дегидробромирования в солях с β -бромэтильной или 4-бром-2-бутенильной группой



1-Դիմեթիլֆենացիլաժնեիում-2-բուտեն բրոմիդի 4-րդ դիրքում գտնվող տեղակալիչի բեռնային ազդեցությունը 1,4-պոկման և Ստիվենսյան 3,2-վերախմբավորման ռեակցիաների մրցակցության վրա

Ներկա աշխատանքում ուսումնասիրված է 4-րդ դիրքում տրիմեթիլամոնիում, N-մեթիլանիլին- կամ բրոմ տեղակալիչ պարունակող 1-դիմեթիլֆենացիլամոնիում-2-բուտենային աղերի հիմնային ճեղքման ռեակցիան: Հաշվի առնելով ֆենացիլ խմբում մեթիլենային ջրածնի հեշտ պրոտոնացման հընարավորությունը նրանց հիմնային ճեղքման ժամանակ կարելի էր սպասել մրցակցություն 1,4-պոկման և Ստիվենսյան 3,2-վերախմբավորումների միջև:

Մեր հետազոտությունները ցույց տվեցին, որ կախված աղի 4-րդ դիրքում գտնվող տեղակալիչի բնույթից տեղի է ունենում նշված մրցակից ռեակցիաներից միայն մեկը: 4-րդ դիրքում տրիմեթիլամոնիումային կամ մեթիլանիլինային խմբեր պարունակող աղերի ճեղքումից բացառապես ստացվում են Ստիվենսյան վերախմբավորման արգասիքներ և իսպառ բացակայում են 1,4-պոկման արգասիքները, այն դեպքում, երբ 4-րդ դիրքում բրոմի առկայության դեպքում տեղի է ունենում հարթ 1,4-դեհիդրոբրոմացում, բերելով համապատասխան 1,3-դիմեթիլամոնիումային աղի գոյացմանը: Այսպիսով 4-բրոմ-2-բուտենային խումբը իրեն պահում է իբրև 2-բրոմէթիլ խմբի իսկական վինիլոգ, հաստատելով այդ խմբերում դեհիդրոբրոմացման ռեակցիայի չափազանց հեշտությունը:

ЛИТЕРАТУРА — ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

- ¹ Т. А. Азизян, П. С. Чобанян, И. А. Абрамян и др., Уч. зап. ЕрГУ, № 2, 1968.
² А. Х. Гюльназарян, Т. А. Саакян, А. Т. Бабаян, Арм. хим. журн., т. 32, № 4 (1979).
³ А. Т. Бабаян, Г. Т. Мартиросян, А. Х. Гюльназарян и др., Арм. хим. журн., т. 25, № 2 (1972). ⁴ В. J. Millard, T. S. Stevens, J. Chem. Soc., 3397 (1963). ⁵ Д. В. Григорян, С. Т. Кочарян, П. С. Чобанян и др., Арм. хим. журн., т. 38, № 2 (1975).

УДК 595.765.7

ЭНТОМОЛОГИЯ

В. Г. Долин, М. А. Марджанян

Новые виды жуков-щелкунов рода *Cardiophorus* Eschz фауны европейской части СССР и Закавказья (Coleoptera, Elateridae)

(Представлено чл.-корр. АН Армянской ССР С. О. Мовсисяном 22/III 1985)

Жуки-щелкуны рода *Cardiophorus* Eschz принадлежат к наименее изученным и трудно идентифицируемым группам щелкунов, по которым отмечается наибольшее число новоописаний, в том числе и с территории СССР.

В статье приводятся описания еще трех новых видов этого рода, входящих в подрод *Cardiophorus* s. str.: двух из Закавказья—из Армении и Азербайджана и одного с территории Украинской ССР, РСФСР.

1. *Cardiophorus* (s. str.) *bogatschevi* Dolin, sp. nov. (рис. 1, а—д).

Самец. Черный, блестящий, ноги коричневые или желто-коричневые, иногда с зачерненными посередине бедрами, голеньями и лапками. Вершины последнего и предпоследнего видимых стернитов брюшка красновато-коричневые. Верх и низ в густом седовато-сером прилегающем, коротком опушении. Длина 6,2—7,2 мм (рис. 1,а).

Голова слабовыпуклая, густо мелкоточечная, промежутки между точками равны или больше точки, передний край лба слегка уплощен, тонко окаймлен и широкозакруглен. Усики тонкие, длинные, 1,5—2-мя члениками заходят за концы задних углов переднегруди, слабо пальчатые с 3-го членика; 1-й членик кеглевидный, вдвое длиннее наибольшей ширины; 2-й членик цилиндрический, в 1,8 раза длиннее своей ширины; 3-й—конический, в 2 раза длиннее 2-го членика и своей ширины у вершины. Последующие членики менее расширены к вершине, 8-й и 9-й—в 2,5 раза, 10-й—в 3 раза длиннее ширины. Последний членик на 1/3 длиннее предпоследнего (рис. 1,б).

Переднегрудь не длиннее ширины, подушковидно выпуклая, с наибольшей шириной перед серединой, впереди и кзади сильно сужена, у основания лишь на 1/6 шире, чем спереди, перед задними углами слегка выпрямлена, углы направлены прямо назад. Диск сегмента в мелкой густой пунктировке, как на голове. Базальные бороздки хорошо выражены, немного длиннее половины расстояния до бокового края. Проплевры в такой же пунктировке, как диск, боковая продольная бороздка резкая, достигает 2/3 длины сегмента.

Щиток чуть шире длины; мелко пунктирован.

Надкрылья на 3/4 длины параллельносторонние, в 2,75 раза длиннее переднегруди и в 2,1 раза длиннее ширины. Продольные бороздки четкие, глубокие, точки в бороздках шире бороздок. Промежутки плос-

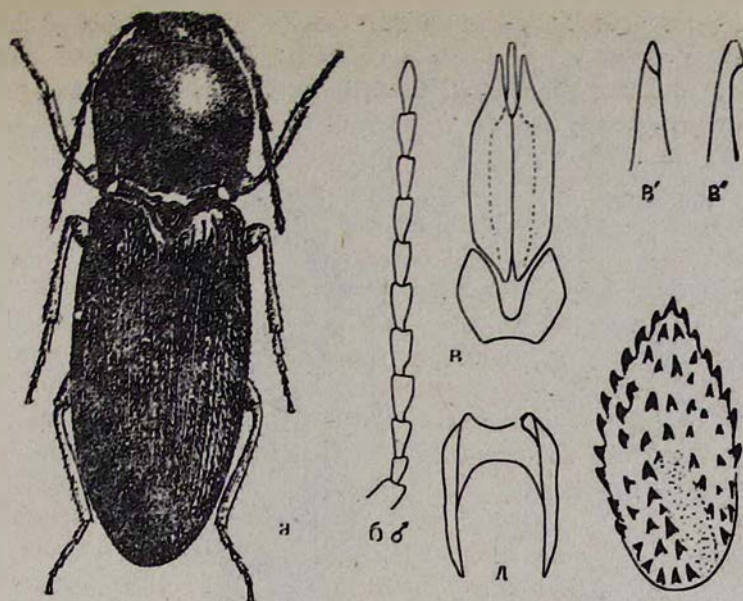


Рис. 1. *C. (s. str.) bogatschevi* Dolin. *а*—общий вид; *б*—усик самца; *в*—эдеагус; *в', в''*—парамеры; *г*—боковая пластинка совокупительной сумки; *д*—срединная пластинка этой же сумки

ко-выпуклые, очень тонко морщинисто-точечные, волоски на трех-четырех внутренних промежутках направлены в стороны почти под прямым углом к шву.

Эдеагус на рис. 1, *в*.

Самка отличается более широким телом. Переднегрудь явно поперечная, усики достигают концов задних углов, надкрылья в 2 раза длиннее своей ширины, голени и лапки красно-бурые, не зачернены. Длина 7,5—8,0 мм.

Пластинки совокупительной сумки на рис. 1 *г*, *д*.

Материал. Голотип (♂) и 16 паратипов (♂ ♀), окр. Баку, ст. Пуша, луг, 1—15.05.1927 (А. В. Богачев). Голотип хранится в Институте зоологии АН УССР.

Cardiphorus (s. str.) arcanus Dol., sp. n. (рис. 2, *а*—ж).

Самец. Черный, матово-блестящий, 2-й членик усиков и ноги красновато-коричневые, усики черно-коричневые. Иногда бедра посередине зачернены. Верх и низ в седоватом, желтом коротком прилегающем опушении. Длина 4,5—4,8 мм (рис. 2, *а*).

Голова выпуклая, густо мелкоточечная, промежутки между точками равны 0,5—1 точке, передний край лба приподнято-окаймлен, широко округлен, нависает над верхней губой, наличник хорошо выражен, вертикальный. Усики длинные, двумя-тремя члениками заходят за вершины задних углов переднегрудного сегмента, 2-й членик почти шаровидный, с 3-го усики слабо пилевидные, 3-й более чем вдвое длиннее 2-го, едва короче 4-го и вдвое длиннее ширины у вершины. 4-й членик также вдвое длиннее своей ширины у вершины, последующие членики такой же длины, но к вершине менее расширенные, предпоследний членик в 3 раза длиннее ширины (рис. 2, *б*).

Переднегрудной сегмент подушковидный, с наибольшей шириной

посередине, равной длине от концов передних до задних углов. Диск сегмента густо мелко равномерно-точечный, точки простые, промежутки между точками равны или больше полточки. Базальные бороздки вдвое короче расстояния от их основания до бокового края, боковая

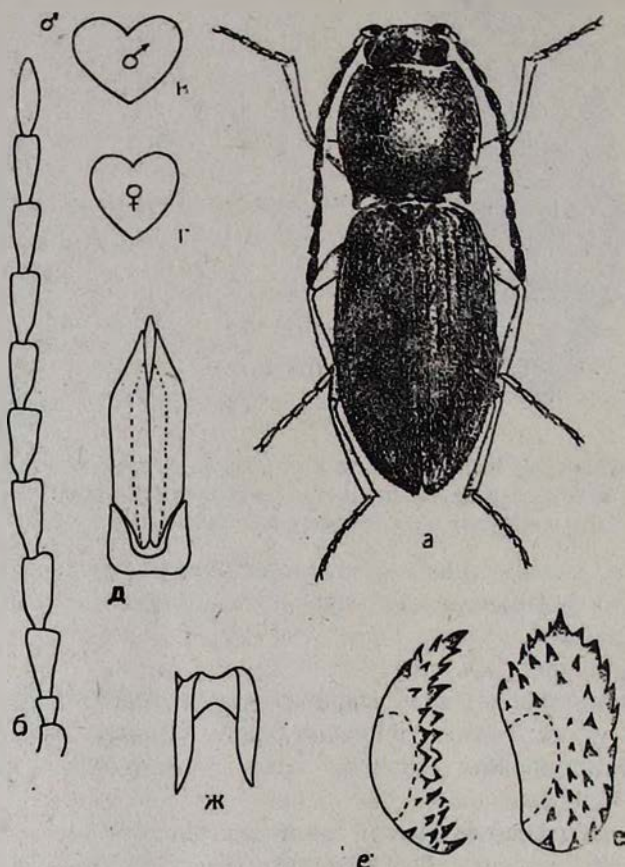


Рис. 2. *C. (s. str.) arcampus* Dolin. а—общий вид; б—усик самца; в—щиток самца; г—то же самки; д—эдеагус; е—боковая пластинка совокупительной сумки; е'—то же в профиль; ж—срединная пластинка этой же сумки

продольная бороздка несколько заходит за середину сегмента, проплевры и переднегрудка пунктированы так же густо, мелко и равномерно, как диск сегмента. Задние углы очень короткие, сильно заостренные, едва выступают за уровень срединных базальных выступов. Щиток заметно поперечный, почти на $\frac{1}{3}$ шире длины (рис. 2, в).

Надкрылья продольно-овальные, на вершине остро округленные, с наибольшей шириной за серединой, в 2,2 раза длиннее переднегрудки и в 1,8—1,85 раза длиннее своей ширины. Продольные бороздки на надкрыльях мелкие и очень тонкие, точки в бороздках много шире бороздок, овальные и глубокие, промежутки слабо выпуклые, густо мелкоморщинисто-точечные. Крылья полностью редуцированы. Задние лапки на длину 1-го членика короче голеней.

Эдеагус на рис. 2, д.

Самка. Усики коричнево-красные или коричнево-желтые, за вер-

шины задних углов заходят 1,5 члениками. Переднегрудной сегмент слегка поперечный, надкрылья только в 2 раза его длиннее. Щиток не шире длины (рис. 2, д). В остальном сходна с самцом. Длина 5,0 мм. Пластинки совокупительной сумки на рис. 2, е—ж.

Материал. Голотип (♂) 10.06.1980 г. АрмССР, окр. Мегри, сухая балка (П. В. Пучков), паратипы 2 ♂ и 2 ♀ выведены из личинок, собранных 10.06.1982 г., там же (В. Г. Долин), 1 ♂, 21.04.1983 г., там же (В. Г. Долин, М. А. Марджанян).

Описываемый вид внешне напоминает *C. tokgaevi* Dol., но хорошо отличается строением усиков, более выпуклым и узким телом, характером пунктировки диска переднегрудного сегмента, формой пластинок совокупительной сумки самок и другими признаками.

Голотип хранится в Институте зоологии АН УССР.

Cardiophorus (s. str.) *dolini* Mardjanian, sp. n. (рис. 3, а—е).

Самец. Тело и конечности черные. Волосистость всюду светлая, прилегающая. Длина 6—7,4 мм (рис. 3, а).

Лоб постепенно спадает вниз, в неоднородной точечности. Усики у обоих полов (рис. 3, б) достигают вершины задних углов переднеспинки. Переднеспинка постепенно суживается кпереди и кзади, у заднего края с 2 парами коротких бороздок, перед щитком обычно 2-бугорчатая, изредка слабо 3-бугорчатая, кили ее задних углов вдвое длиннее этих углов, ее боковой кант заходит за середину проплевр, точечность диска двойная, крупные точки в 1,5 раза крупнее прочих. Выrost щита переднегруды с коротким передним зубцом. Надкрылья в 2,3 раза длиннее переднеспинки, с глубокими бороздками, их точки вдвое крупнее точек на плоских промежутках, волосистость четырех пришовных промежутков зачесана косо назад.

8-й стернит с закругленным вершинным и основным краями (рис. 3, в).

Эдеагус на рис. 3, г. Парамеры с 2 парами ресничек.

Самка. 8-й стернит с длинным *spiculum ventrale*. Совокупительная сумка с 3 пластинками: 2-мя боковыми (рис. 3, д) и одной срединной

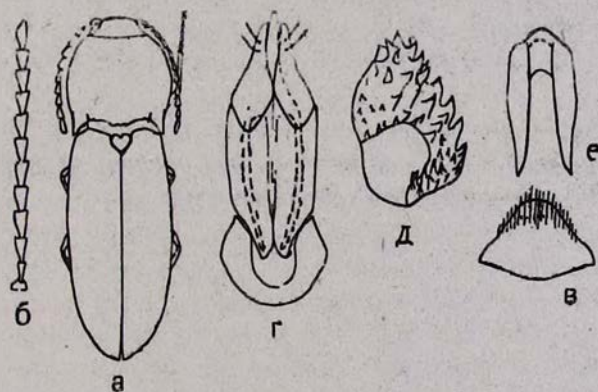


Рис. 3. *C. (s. str.) dolini* Mardj. а—общий вид (голотип); б—усик; в—8-й стернит самца; г—эдеагус; д, е—пластинки совокупительной сумки (аллотип): д—боковая пластинка, е—срединная пластинка

(рис. 3, e). Боковая пластинка треугольной формы со сходными краевыми и полевыми зубцами, срединная пластинка в виде пятиугольника, два зубца которого крупные, с широким ребром.

Материал. Голотип (♂), аллотип и 10 паратипов обоих полов из Крыма, Перекоп, 2.6.1969 г. (В. Г. Долин); 10 паратипов из Херсона (УССР), 5.6.1902, 6—12.4.1903 г. (S. G. Ewert); 2 паратипа из Саратова и 2 особи без этикетки в коллекции Музея университета им. Гумбольдта (Берлин). Все типы и 8 паратипов хранятся в коллекции Института зоологии АН АрмССР; 2 паратипа в коллекции Института зоологии АН УССР, остальные 14 в коллекции Музея университета им. Гумбольдта.

Этот вид можно отнести к группе видов *Cardiophorus* s. str. одноцветно черной окраской тела, у которых совокупительная сумка с тремя пластинками, причем срединная пластинка менее чем втрое короче боковых. К этой группе мы пока относим 4 следующих вида: *C. kryzhanovskyi* Dol. et Tschlt., *bogatschevi* Dol. и *arcanus* Dol., от этих видов *C. dolini* Mard. отличается наличием 2 пар бороздок у заднего края переднеспинки, длиной усиков, достигающих у обоих полов вершины задних углов переднеспинки, а также формой и строением пластинок совокупительной сумки.

Институт зоологии Академии наук Украинской ССР
Институт зоологии Академии наук Армянской ССР

Վ. Գ. Դոլին, Մ. Ա. Մարգարյան

Զրխկան բզեզների *Cardiophorus* Eschz սեռի նոր
տեսակներ Անդրկովկասից և ՍՍՀՄ-ի եվրոպական մասից
(Coleoptera, Elateridae)

Հոդվածում տրվում է երեք նոր տեսակի նկարագրությունը, այդ տեսակները պատկանում են *Cardiophorus* Eschz սեռի *Cardiophorus* s. str. ենթառնին դրանք հետևյալն են՝ 1) *C. (s. str.) bogatschevi* Dol.—հալտնի է Բաքվի շրջակայքից, 2) *C. (s. str.) arcanus* Dol.—հալտնի է Մեղրիի շրջակայքից, 3) *C. (s. str.) dolini* Mardj.—հալտնի է Ղրիմից, Խերսոնից, Սարատովից:

Առաջի երկու տեսակների հոլոտիպերը գտնվում են Կիևում՝ ՈւՍՍՀ-ի ԳԱ Կենդանաբանության ինստիտուտում, իսկ երրորդ տեսակինը՝ Ծրեանում՝ ՀՍՍՀ-ի ԳԱ Կենդանաբանության ինստիտուտում:

ФИЗИОЛОГИЯ

УДК 612.827:612.825.2:612.822.3

Н. А. Мецоян

К вопросу о компенсаторно-восстановительных перестройках после одностороннего разрушения промежуточного ядра мозжечка

(Представлено академиком АН Армянской ССР В. В. Фанарджяном 10/III 1985)

Одним из основных вопросов современной нейрологии является проблема компенсаторно-восстановительных перестроек после разрушения части нервной системы. Хорошо известно, что функциональный дефицит, сопровождающий повреждение структур мозжечка, претерпевает значительное восстановление ⁽¹⁾. В настоящее время накоплено достаточное количество морфологических ⁽²⁻⁴⁾ и электрофизиологических ^(1,5,6) исследований, доказывающих возникновение значительной реорганизации нейронального круга мозжечка и относящихся к нему структур в течение компенсаторного периода. Следует также отметить современные экспериментальные данные по аналогичной компенсации дефицитов при повреждении других отделов мозга путем так называемого «замещения» ⁽⁷⁾.

Согласно литературным данным в организации мозжечково-коркового пути принимают участие все мозжечковые ядра с преимущественным вовлечением промежуточного и зубчатого ядер ⁽⁸⁾. Они являются основным источником эфферентных путей, связывающих мозжечок с определенными отделами коры мозга, соответственно с ассоциативной ⁽⁹⁾ и соматосенсорной ⁽⁸⁾, через посредство соответствующих ядер таламуса ⁽¹⁰⁾.

В настоящем исследовании в условиях полухронического эксперимента, на кошках после предварительного одностороннего разрушения промежуточного ядра мозжечка (ПЯМ) изучались фокальные потенциалы (ФП) соматосенсорной области коры (ССК) больших полушарий мозга, вызванные электрическим раздражением поверхностного и глубинного ветвей ипси- и контралатерального лучевых нервов (ЛН).

Опыты проводили на 15 взрослых кошках массой 2,5—3,5 кг в условиях острого эксперимента (на интактных и полухронических животных) под нембуталовым и хлоралозным наркозом (по 30 мг/кг внутривенно) с последующим обездвиживанием животного дитиолом и переводом на искусственное дыхание. Эксперименты проводили в трех сериях: на интактных животных (I серия, 5 кошек) — контроль, на полухронических животных с предварительным разрушением ПЯМ в двух сериях экспериментов, соответственно: II) без вскрытия ССК под нембуталовым наркозом электролитически разрушали ПЯМ биполярными металлическими электродами, по стереотаксическим координатам, постоянным током в 2,5—5 мА в течение 10—

15с; III) вскрывалась ССК, производилась контрольная регистрация ФП на раздражение ЛН и затем по методике, описанной выше, производилась электрокоагуляция ПЯМ, контралатерально ССК, из которой производилась регистрация вызванных ответов. Животные, относящиеся к II и III сериям, брались на электрофизиологический эксперимент через 20—25 дней.

У всех исследованных животных регистрировались ФП из ССК на стимуляцию ипси- и контралатерального ЛН. Стимуляция производилась прямоугольными импульсами тока (1,5—3 порога), длительностью 0,2—0,5 мс. Регистрация ФП осуществлялась стеклянными микроэлектродами с входным сопротивлением 0,5—2 МОМ, заполненными 2,0М раствором NaCl. Использовалась стандартная методика отведения ФП. Применялось многократное наложение ФП (до 10—15). ФП регистрировались как из фокуса максимальной активности (ФМА), так и за его пределами. С целью анализа ФП производилась их послойная регистрация через каждые 0,01 мм как при входе, так и при выходе микроэлектрода из толщи коры.

Во всех трех сериях экспериментов анализировалась форма ФП, измерялись латентные периоды, амплитуды и длительность отдельных компонентов; производилось усреднение результатов каждой группы с составлением соответствующих графиков. Проводился гистологический контроль с целью определения локализации электродов и полноты повреждения ПЯМ.

В I серии контрольных экспериментов у интактных животных при раздражении поверхностной ветви ЛН в ССК из зоны представительства последнего отводились ФП, состоящие из положительно-отрицательного колебания. Потенциалы регистрировались в строго ограниченном участке (площадью около 1 мм²); ССК, что соответствует литературным данным ⁽¹¹⁾. Регистрация аналогичных потенциалов при отведении из того же участка коры на раздражение ипсилатерального ЛН оказалась непостоянной.

Во II и III сериях экспериментов, с предварительным разрушением ПЯМ, исследовались изменения представительства ипси- и контралатерального ЛН в ССК, контралатеральной по отношению к разрушенному ПЯМ. Результаты полухронических экспериментов выявили значительное расширение зоны регистрации ФП в ответ на раздражение контралатерального ЛН и появление ответов в тех же областях коры при раздражении ипсилатерального ЛН. Литературные данные свидетельствуют в пользу аналогичного расширения проекций в спинном мозге за счет проникновения коллатералей сохраненного корешка при перерезке соседних ⁽¹²⁾, что является одним из механизмов компенсаторной перестройки. С другой стороны, нейрональные образования, связь с периферией которых прекратилась, приобретают повышенную возбудимость ^(7,13) и становятся способными переключать на себя импульсы, с которыми в норме функциональная связь существует. Подобные компенсаторные изменения обнаружены также после деафферентации в нейронных популяциях коры больших полушарий головного мозга ^(1,14). В литературе описано также появление ипсилатеральных мозжечково-корковых ответов после гемисферэктомии ⁽¹⁾. Следует отметить, что согласно результатам настоящего исследования

ипсилатеральные ответы имели больший скрытый период (до 16 мс) и меньшую амплитуду по сравнению с ответами, регистрируемыми на раздражение контралатерального ЛН. Конфигурация ипсилатеральных ФП варьировала у разных животных: у одних они были положительно-отрицательными в поверхностных слоях коры и отрицательно-положительными в глубоких; у других ФП были представлены отрицательно-положительной или только отрицательной волной и не изменялись по всему поперечнику коры, лишь возрастая в амплитуде (рис. 1, Б II, В II).

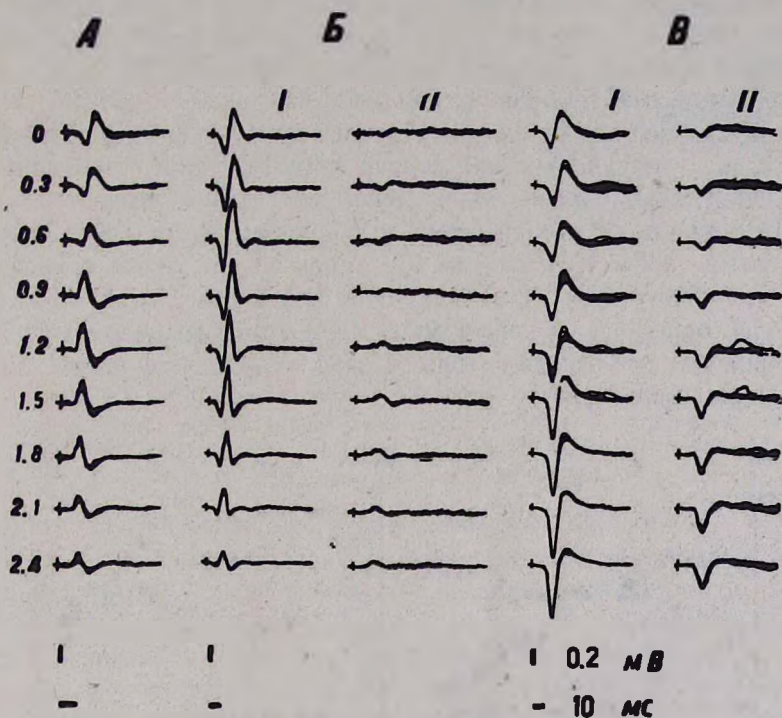


Рис. 1. Послойное распределение фокальных потенциалов в фокусе максимальной активности представительства поверхностных ветвей лучевых нервов в соматосенсорной области коры мозга у интактных (А—I серия) и предварительно оперированных (Б—II серия, В—III серия) кошек. I, II—соответственно ответ на раздражение контра- и ипсилатерального лучевых нервов. Цифры слева—глубина отводящего микроэлектрода в мм

Однако следует отметить, что расширение зоны представительства передней конечности в ССК может иметь место не только как результат компенсаторных пластических перестроек, сопровождающих повреждения. Описано, например, расширение указанной зоны также в отсутствии повреждения, в результате тренировочного обучения, связанного с поднятием лапы (¹⁵).

В проведенных экспериментах в качестве критерия оценки компенсаторного сдвига в ССК применялся также и послойный анализ изменения ФП в ФМА у контрольных и оперированных животных. Следует отметить факт изменения уровня реверсии ФП на раздраже-

ние контралатерального ЛН при послышной их регистрации. У интактных животных реверсия ФП происходила на глубине 0,7—0,9 мм у раз-
ных животных, в то время как у оперированных глубина реверсии варь-
ировала от 1,6 до 2,4 мм. Не исключено, что такое изменение глубин ре-
версии ФП в полухронических экспериментах по сравнению с контроль-
ными говорит о синаптических передислокациях входа соматосенсор-
ной импульсации, подобно обнаруженному в отношении гиппокампаль-
ной формации ⁽¹⁶⁾ и красного ядра ⁽⁵⁾. Представляет интерес факт
облегчения вызванных потенциалов у оперированной группы живот-
ных по сравнению с интактными, что может свидетельствовать о повы-
шении реактивности исследуемой структуры. Подобное увеличение ре-
активности описано у мотонейронов спинного мозга при уменьшении
афферентного притока вследствие деафферентации ^(17,18).

Принципиальным на наш взгляд является анализ данных, полу-
ченных при сравнении амплитудных и временных параметров вызван-
ных ФП в двух полухронических сериях экспериментов с контрольной
серией. Обнаружено более значительное облегчение положительной
волны ФП у животных второй серии по сравнению с третьей в поверх-
ностных слоях коры (глубина до 1,0 мм) и менее значительное об-
легчение в глубоких слоях (глубина от 1,0 до 2,4 мм) (рис. 2, А). Да-
лее выявлено более значительное облегчение отрицательной волны ФП
второй серии по сравнению с третьей, наблюдаемое по всему попе-
речнику коры (рис. 2, Б).

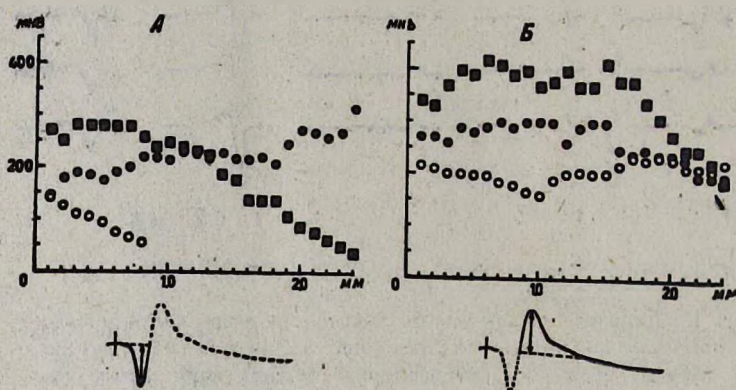


Рис. 2. Графическое изображение средних амплитуд (ось ординат) положительной (А) и отрицательной (Б) волны фокального потен-
циала в зависимости от глубины расположения отводящего микро-
электрода (ось абсцисс). Обозначения: о—I серия, ●—II серия,
зачерченный квадрат—III серия

При сравнении временных параметров ФП видно, что скрытые
периоды (рис. 3, А I, Б I) и длительности (рис. 3, А II, Б II) положи-
тельной и отрицательной волны в экспериментах второй и третьей
серии удлинены по сравнению с нормой. В свою очередь указанные
отклонения потенциала во второй серии экспериментов намного коро-
че и ближе к норме по сравнению с таковыми третьей по всему попе-
речнику ССК.

Возможным объяснением для таких различий амплитудно-времен-
ных параметров ФП в этих двух сериях полухронических эксперимен-

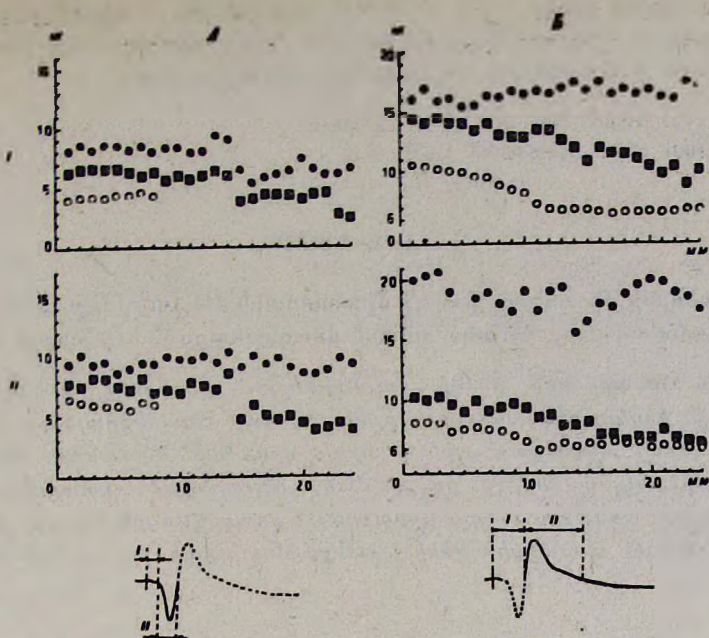


Рис. 3. Графическое изображение средних скрытых периодов положительной (А, I) и отрицательной (В, I) волн и длительности положительной (А, II) и отрицательной (В, II) волн фокального потенциала (ось ординат) трех серий экспериментов в зависимости от глубины расположения отводящего микроэлектрода в коре (ось абсцисс). Обозначения те же, что на рис. 2

тов могут быть гипертрофические, соединительнотканые изменения, сопровождающие относительно длительную экспозицию коры вслед за предварительным, предшествующим острому эксперименту (за 20—25 дней) вскрытием ССК в третьей серии экспериментов. Фактором, опосредствующим отмеченным дистрофическими изменениям, может быть также неизбежное инфицирование исследуемой области коры мозга в результате контрольной регистрации ФП. Это позволяет нам рекомендовать в качестве более физиологического и точного метода анализа ФП в условиях полухронического эксперимента, представленного во второй серии настоящего исследования.

Согласно литературным данным имеется относительная раздельность путей проведения от мозжечка и периферических нервов к коре мозга (8,9,11). Показана широкая конвергенция этих входов на уровне одного и того же пирамидного нейрона (10,20). Известен факт компенсаторного замещения деафферентированной терминальной области афферентами других конвергентных и функционально связанных путей (3). Помимо вероятного спрутингаocerebellar-таламических нейронов (1) результаты настоящего исследования могут быть объяснены реорганизацией корково-стволовых проекций (1,5,21) с обширными клеточными изменениями (22), сопровождающими повреждение ПЯМ.

Таким образом, описанные в настоящем исследовании изменения ФП ССК в условиях создаваемой патологии могут быть результатом известных пластических перестроек, в ряде случаев сопровождаемых передислокацией синапсов за счет терминального «спрутинга» в пре-

делах как самой коры, так и претерминального и терминального—в афферентном и эфферентном ее звеньях. Этот вопрос остается дискуссионным и нуждается в дальнейших исследованиях.

Институт физиологии им. Л. А. Орбели
Академии наук Армянской ССР

Ե. Ա. ՄԵՏՈՅԱՆ

Ուղեղիկի միջանկյալ կորիզի միակողմանի ֆայֆայումից հետո
կոմպենսատոր վերականգնման վերականգնումների հարցը

Սուր և կիսաքրոնիկ փորձի պայմաններում գրանցվել են ուղեղի մեծ կիսագնդերի կեղևի սենսամոտոր շրջանի ֆոկալ պոստենցիալները իպսի- և կոնտրալատերալ ճառագայթային նյարդի գրգռման ժամանակ: Նախապես ուղեղիկի միջանկյալ կորիզի քայքայման ենթարկված կատունների մոտ ցույց է տրված կոնտրա- և իպսիլատերալ ճառագայթային նյարդի գրգռման ժամանակ ֆոկալ պոստենցիալների գրանցման շրջանի լայնացում և լավացում:

ЛИТЕРАТУРА — ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

- ¹ S. Kawaguchi, T. Yamamoto, „Lesson—'nduced Plasticity Sensorimotor syst" Berlin e. a., v. 486, 314—323 (1981). ² S. K. Leong, Neuroscience Lett., v. 7, 281—289 (1977). ³ A. I. Castro, G. I. Mihailoff, Comp. Neurol., v. 219, 112—123 (1983). ⁴ S. Kawaguchi, T. Yamamoto, A. Samejima e. a., Exp. Brain Res., v. 35, 511—518 (1979). ⁵ T. Tsukahara, I. Fujito, M. Kubota, Exp. Brain Res., v. 31, 45—56 (1983). ⁶ S. Kawaguchi, T. Yamamoto, A. Samejima Exp. Brain Res., v. 36, 21—39 (1979). ⁷ D. S. Stein, S. Finger, T. Hart, Behav. and Neural Biol., v. 37, 1—5—222 (1983). ⁸ T. Noda, T. Yamamoto, Brain Res., v. 3—6, 197—206 (1984). ⁹ В. В. Фанарджян, Регуляторные механизмы восходящего влияния мозжечка, Изд. АН АрмССР, Ереван, 1966. ¹⁰ T. Yamamoto, T. Noda, M. Miyata e. a., Brain Res., v. 301, 231—242 (1984). ¹¹ C. N. Woolsey, in: Biological and biochemical basis of behavior. Madison Univ. of Wisconsin Press, 63—81. (1958). ¹² M. Murray, M. E. Goldberger, Comp. Neurol., v. 158, 37—54 (1974). ¹³ H. Hecaen, Int. J of Psychol., v. 17, 154—172 (1982). ¹⁴ Frank Guel Ira, Brain Res., v. 186, 458—462 (1980). ¹⁵ Viana di Prisco, D. Spinelli, Exp. Neurol., v. 74, 935—939 (1981). ¹⁶ D. A. Matthews, C. W. Colman, G. S. Lynch, Brain Res., v. 115, 1—21 (1976). ¹⁷ П. Г. Костюк, Физиол. журн. СССР, т. 48, № 11, 1316—1324 (1963). ¹⁸ R. M. Eccles, W. Kozac, R. A. Westerman, Exp. Neurol., v. 6, № 5, 451—464 (1962). ¹⁹ L. Rispol-Padel, J. Latreilli, Exp. Brain Res., v. 19, 36—60 (1974). ²⁰ Volsi, Li, C. Paccltti, V. Perciavalle e. a., Neuroscience, v. 7, № 8, 1929—1936 (1982). ²¹ S. K. Leong, Brain Res., v. 194, 299—310 (1980). ²² D. E. Smith, A. I. Castro, Am. J. Anat., v. 156, 533—542 (1979).

