ISSN 0321 — 1339

ՀԱՅԿԱԿԱՆ ՍՍՀ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԿԱԴԵՄԻԱ
АКАДЕМИЯ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР

ԶԵԿՈՒՅՑՆԵՐ
ДОКЛАДЫ

LXXX, №5
1985

ՀԱՅԿԱԿԱՆ ՍՍՀ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԿԱԴԵՄԻԱՅԻ ՀՐԱՏԱՐԱԿՉՈՒԹՅՈՒՆ

ԵՐԵՎԱՆ — ЕРЕВАН

Периодичность—10 номеров в год.
Основан в 1944 г.
На русском языке.

ԲՈՎԱՆԴԱԿՈՒԹՅՈՒՆ

СОДЕРЖАНИЕ

ԳԻՆԸ 55 Կ.
ЦЕНА 55 К.

Индекс 77730

CONTENTS

Техн. редактор АЗИЗБЕКЯН Л. А.

Сдано в набор 17.04.1985 г. Подписано к печати 24.07.1985 г. ВФ 08939
Бумага № 1, 70×108¹/₁₆. Высокая печать. Печ. лист 3,0. Усл. печ. л. 4,2.
Учет.-изд. л. 3,17. Тираж 430. Заказ 315.. Издат. 6418.
Адр. ред.: 375019, Ереван, пр. Маршала Баграмяна, 24-г, II эт., к. 1, т. 27-97-238

Издательство Академии наук Армянской ССР, 375019, Ереван,
пр. Маршала Баграмяна, 24-г.
Типография Издательства Академии наук АрмССР, 378310, г. Эчмиадзин.

ՀԱՅԿԱԿԱՆ ՍՍՀ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԿԱԴԵՄԻԱՅԻ ԶԵԿՈՒՅՑՆԵՐ
ДОКЛАДЫ АКАДЕМИИ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР

LXXX 1985 5

УДК 519.248 : 531.9

МАТЕМАТИКА

В. А. Арзуманян, Б. С. Нахапетян, С. К. Погосян

Кластерные свойства решетчатых систем с непрерывным спином

(Представлено чл.-корр. АН Армянской ССР Р. В. Амбарцумяном 16/XII 1983)

0°. В настоящей заметке рассматриваются кластерные свойства корреляционных функций для классических решетчатых систем с непрерывным спином и многочастичным взаимодействием при обычных ограничениях на потенциал. Корреляционные функции, уравнения и соответствующие оценки для классических дискретных систем с общим взаимодействием и одноточечным пространством спинов впервые были рассмотрены в известной работе ([1]). Основным результатом нашей заметки (теорема п. 2) являются аналогичные оценки для решетчатых систем с непрерывным спином. Используемая техника представляет собой модификацию известного алгебраического метода (см. например ([1,2])). Корреляционные функции и уравнения для дискретных моделей с произвольным спином были введены и изучены в работе ([3]).

Было бы интересно изучение кластерных свойств произвольных маркированных систем (классический непрерывный случай рассмотрен в ([2])), а также получение сильных кластерных оценок (для классических систем см. ([4])—([6])).

1° Пусть (X, μ)—стандартное пространство с конечной мерой ($\mu(X)=1$), называемое в дальнейшем пространством марок (или спинов), $(X^{\theta}, \mu^{\theta})$—пространство с мерой, полученное добавлением к X одной точки θ (называемой „вакуумом“) меры 1. Для каждого $\Lambda\subset Z^{\nu}$ (ν—мерная целочисленная решетка), $|\Lambda|=\mathrm{card}\Lambda<\infty$, положим $X_{\Lambda}^{\theta}=\prod_{t\in\Lambda} X_t^{\theta}$, $X_t^{\theta}=X^{\theta}$ при $t\in\Lambda$, $X_{\varnothing}^{\theta}=\varnothing$ с продакт-мерой μ_{Λ}^{θ}. Пространством конфигураций рассматриваемой системы служит $L^{\theta}=\bigcup_{\Lambda\subset Z^{\nu}} X_{\Lambda}^{\theta}$ с естественной структурой пространства с мерой. Аналогичные объекты для пространства марок обозначаются соответственно X_{Λ}, μ_{Λ}, L. Пусть задан потенциал Φ (измеримая действительная функция на L^{θ}, $\Phi(\varnothing)=0$), который

i) трансляционно инвариантный, т. е. $\Phi(\tilde{x}_s, s\in\Lambda+a)=\Phi(x_{\lambda}, \lambda\in\Lambda)$ для $\tilde{x}_s=x_{s-a}$, $a\in Z^{\nu}$, $s\in\Lambda+a$;

ii) вакуумный, т. е. $\Phi(x_{\lambda}, \lambda\in\Lambda)=0$, если $x_{\lambda_0}=\theta$ для некоторого $\lambda_0\in\Lambda$;

iii) удовлетворяет следующему условию убывания на бесконечности:

$$\|\Phi\| = \sum_{\Lambda:0\in\Lambda\subset Z^\nu} \sup_{x\in X_\Lambda} |\Phi(x)| < \infty.$$

Для любой конфигурации $x=(x_\lambda,\ \lambda\in J)$ ее энергия определяется формулой $U(x)=\sum_{J\subset\Lambda}\Phi(x_J)$, где $x_J=(x_\lambda,\ \lambda\in J)$. Пусть ψ—функция Больцмана $\psi(x)=\exp\{-U(x)\}$. Распределение Гиббса в конечном объеме P_Λ, $\Lambda\subset Z^\nu$ задается плотностью $p_\Lambda(x)=\Xi^{-1}\psi(x)$ относительно меры μ_Λ^0, где нормирующий множитель (статистическая сумма) $\Xi=$ $=\int_{X_\Lambda^0}\psi(x)d\mu_\Lambda^0(x)$, а корреляционная функция $\rho_\Lambda(x)$, $x\in L$ определена следующим выражением:

$$\rho_\Lambda(x)=\begin{cases}\Xi_\Lambda^{-1}\int_{X_{\Lambda,J}^0}\psi(x,y)d\mu_{\Lambda,J}^0(y), & \text{если } x\in X_J,\quad J\subset\Lambda\\ 0, & \text{в противном случае.}\end{cases} \tag{1}$$

В ([3]) выведены уравнения для этих функций (называемые корреляционными), доказаны существование и единственность предельных корреляционных функций

$$\rho_\Lambda(x)=\lim_{\Lambda\uparrow Z^\nu}\rho_\Lambda(x),\quad x\in L$$

для потенциалов, удовлетворяющих условию малости нормы:

iv) $2e^{\|\Phi\|}(1+e^{\|\Phi\|})^{-1}(1+2e^{\|\Phi\|})(\exp(e^{\|\Phi\|}-1)-1)<1.$

2°. Пусть $Y_n=X^n/\sum^n$, где $\sum^n$—группа перестановок степени n, $n=1,2,\ldots,$ $Y_0=\varnothing$, представляющее собой пространство с мерой $\frac{1}{n!}\mu^n$. Обозначим через E множество всех финитных отображений $\eta:$ $:Z^\nu\to\bigcup_{n\geq 0}Y_n$ (т. е. $|\mathrm{supp}\,\eta|<\infty$, где $\mathrm{supp}\,\eta=\{\lambda\in Z^\nu:\eta(\lambda)\notin Y_0\}$, а через $\hat{E}$—множество всех финитных функций на Z^ν, принимающих натуральные значения, или нуль. Заметим, что $\hat{E}$ совпадает с пространством „нефизических“ конфигураций, рассмотренным в ([1]). Определим отображение $\pi:L\to E$ (являющееся вложением) по формуле

$$\pi(x)(\lambda)=x_\lambda,\ \lambda\in\Lambda,\quad \pi(x)(\lambda)=\varnothing,\ \lambda\notin\Lambda,\quad x=(x_\lambda,\ \lambda\in\Lambda)$$

Пусть $\tau:E\to\hat{E}$, $(\tau\eta)(\lambda)=|\eta(\lambda)|$; обозначим $E(\xi)=\tau^{-1}\xi$, для $\xi\in\hat{E}$. Легко проверить, что $E(\xi)$ биективно $\prod_{\lambda\in\mathrm{supp}\,\xi}Y_{\xi(\lambda)}$, поэтому на $E(\xi)$, а следовательно и на $E=\bigcup_{\xi\in\hat{E}}E(\xi)$ существует структура пространства с мерой (обозначаемой μ_ξ, $\xi\in\hat{E}$). Ясно, что множество тех $\eta\in E$, значения которых содержат по крайней мере две одинаковые марки, имеет меру нуль, поэтому можно считать, что для любого λ конфигурация $\eta(\lambda)$ состоит из разных марок.

Пусть A—линейное пространство комплексных функций f на E, таких, что $\sup_{|\xi|=n}\int_{E(\xi)}|f(\eta)|d\mu_\xi(\eta)<\infty$ для любого n, где $|\xi|=\sum_{\lambda\in Z^\nu}\xi(\lambda)$. Для любых f_1, f_2 положим

$$(f_1*f_2)(\eta)=\sum_{\eta'\leq\eta}f_1(\eta')f_2(\eta-\eta'),\tag{2}$$

где $\eta'<\eta$ означает, что для всякого λ $\eta'(\lambda)\subset\eta(\lambda)$, а $(\eta-\eta')(\lambda)=\eta(\lambda)\setminus\eta'(\lambda)$. С таким произведением A превращается в коммутативную алгебру с единицей ($1(\eta)=0$, $\eta\neq\eta_0$, $1(\eta_0)=1$, где $\eta_0(\lambda)=\varnothing$, $\forall\lambda\in Z^\nu$). Множество $\hat{A}$ финитных комплексных функций φ на $\hat{E}$, таких, что $\sup\limits_{|\xi|=n}|\varphi(\xi)|<\infty$, для любого n с аналогично определенными алгебраическими операциями, есть коммутативная алгебра, рассмотренная в ([1]).

Лемма 1. *Отображение* $\wedge: A\to\hat{A}$, *определяемое формулой*

$$\hat{f}(\xi)=\int\limits_{\Gamma(\xi)} f(\eta)d\mu_\xi(\eta),$$

является гомоморфизмом алгебры A *на* $\hat{A}$.

Пусть Λ—произвольное подмножество Z^ν, положим

$$G_\Lambda=\{f\in A, \sum_{\xi:\,\mathrm{supp}\,\xi\subset\Lambda}|\hat{f}(\xi)|<\infty\}. \tag{3}$$

Лемма 2. *Линейный функционал* χ_Λ, *определяемый на* G_Λ *формулой*

$$\chi_\Lambda(f)=\sum_{\xi:\,\mathrm{supp}\,\xi\subset\Lambda}\hat{f}(\xi),$$

мультипликативен.

Пусть $A_0=\{f\in A: f(\eta_0)=0\}$. Обычным образом определенный экспоненциальный оператор exp взаимно-однозначно отображает этот идеал на множество $A_1=\{f\in A: f(\eta_0)=1\}$. Поэтому существует обратное отображение, которое мы обозначаем через ln. Заметим, что функцию Больцмана ψ и корреляционную функцию ρ можно считать элементами алгебры A (более того, принадлежащими A_1), полагая их равными нулю на $E\setminus\pi(L)$. Функции $\varphi=\ln\psi$ и $\rho^T=\ln\rho$ называются, соответственно, функцией Урселла и усеченной корреляционной функцией.

Каждое $\eta\in A$ определяет на A оператор

$$(D_\eta f)(\eta')=f(\eta+\eta'),$$

являющийся дифференцированием, если $|\eta|=1$ (здесь $(\eta+\eta')(\lambda)$ при всех λ есть дизъюнктное объединение множеств $\eta(\lambda)$ и $\eta'(\lambda)$).

Предложение. *Функция* $\tilde{\varphi}_{\bar\eta}=\psi^{-1}*D_{\bar\eta}\psi$, ($\bar\eta\in E$, $\bar\eta\neq\eta_0$) *удовлетворяет рекуррентному соотношению*

$$\tilde{\varphi}_{\bar\eta}(\eta)=e^{-W(\bar\eta,\,\eta_0)}\sum_{\eta'}K(\bar\eta,\,\eta')\tilde{\varphi}_{\bar\eta+\eta'-\tilde\eta}(\eta-\eta'), \tag{4}$$

где суммирование распространяется на все однократные $\eta'<\eta$ ($\forall\lambda$, $|\eta'(\lambda)|\leqslant1$), $\mathrm{supp}\,\eta'\cap\mathrm{supp}\,\bar\eta=\varnothing$, *а* $\tilde\eta\leqslant\bar\eta$, $|\tilde\eta|=1$. *Здесь*

$$W(\bar\eta,\,\zeta)=\sum_{J\subset\mathrm{supp}(\bar\eta-\tilde\eta)}\Phi(\tilde\eta+\zeta+(\bar\eta-\tilde\eta)|_J),\quad K(\bar\eta,\,\zeta)=\sum\prod_{i=1}^{k}(e^{-W(\bar\eta,\,\zeta|J_i)}-1),$$

причем в последнем выражении суммирование происходит по всевозможным покрытиям $\mathrm{supp}\,\zeta$ *непустыми множествами* $\{J_1, J_2, \ldots, J_k\}$.

Основным результатом настоящей заметки являются следующие оценки.

Теорема. *Пусть Φ—трансляционно инвариантный вакуумный потенциал, удовлетворяющий условиям убывания на бесконечности* ((iii) п.1) *и малости нормы* ((iv) п.1), $c(\Phi)=2e^{\|\Phi\|}(\exp(e^{\|\Phi\|}-1)-1)$.

Тогда при $\eta\neq\eta_0$ *и любом* $\Lambda\subset Z^\nu$

(i) $\sum\limits_{\xi:|\xi|=m}\int\limits_{E(\xi)}|\tilde{\varphi}_\eta(\eta')|d\mu_\xi(\eta')\leqslant c(\Phi)^{m+|\eta|-1}$;

(ii) $\tilde{\varphi}_\eta\in G_\Lambda,\quad \rho_\Lambda(\eta)=\chi_\Lambda(\tilde{\varphi}_\eta),\ \rho_{Z^\nu}\equiv\rho$;

(iii) $D_\eta\varphi\in G_\Lambda,\ \rho^T_\Lambda(\eta)=\chi_\Lambda(D_\eta\varphi),\ \rho^T_{Z^\nu}\equiv\rho^T$;

(iv) $\sum\limits_{\xi:|\xi|=m,\ 0\in\operatorname{supp}\xi}\int\limits_{E(\xi)}|\rho^T(\eta)|d\mu_\xi(\eta)\leqslant\dfrac{c(\Phi)^{m-1}}{(1-c(\Phi))^m}$, $m=1, 2, \ldots$

Главным средством при доказательстве этой теоремы служит уравнение (4).

Институт математики Академии наук
Армянской ССР

Վ. Ա. ԱՐԶՈՒՄԱՆՅԱՆ, Բ. Ս. ՆԱՀԱՊԵՏՅԱՆ, Ս. Կ. ՊՈՂՈՍՅԱՆ

Անընդհատ սպինով դիսկրետ համակարգերի կլաստերային հատկությունները

Աշխատանքում ուսումնասիրված են կոռելյացիոն ֆունկցիաների կլաստերային հատկությունները մակնիշային տարածությունով դիսկրետ դասական համակարգերի համար։

Դիտարկվում է դասական դիսկրետ համակարգ անընդհատ մակնիշային տարածությամբ։ Ենթադրվում է, որ Φ *բազմամասնիկային պոտենցիալը ինվարիանտ է տեղաշարժերի նկատմամբ* (i), *վակուումային է* (ii) *նվազում է անվերջության վրա* (iii) *և նրա նորման բավարարում է* (iv) *պայմանին (տես կ.1°) Նշանակենք* ψ*-ով Բոլցմանի ֆունկցիան՝* $\psi(x)=\exp(-U(x))$ *որտեղ՝* $U(x)=\sum\limits_{J\subset\Lambda}\Phi(x|_J)$, $x=(x_\lambda,\ \lambda\in\Lambda)\in L^\theta$ *կոնֆիգուրացիայի էներգիան է։ Կոռելյացիոն ֆունկցիան որոշվում է (1) բանաձևով։ Դիցուք* E*-ն* $\eta: Z^\nu\to\bigcup\limits_{n\geqslant0}X^n/\Sigma^n$ *ֆինիտ արտապատկերումների բազմությունն է, որտեղ* Σ^n*-ը* n *տարրանի տեղափոխությունների խումբն է։ Նկատենք, որ* $E(\xi)=\{\eta\in E: (\eta(\lambda))=\xi(\lambda)\}$, $\xi: Z^\nu\to Z_+$, *բազմության վրա գոյություն ունի չափով տարածության կառուցվածքը, որը թույլ է տալիս սահմանել չափ* $E=\bigcup\limits_\xi E_\xi$ *վրա։ Դիտարկենք*

$$A=\left\{f:E\to C:\sup_{|\xi|=n}\int\limits_E|f(e)|d\mu_\xi(\eta)<\infty,\quad\forall n\right\}$$

հանրահաշիվը, որտեղ արտադրյալը տրված է (2) բանաձևով։ Այս հանրահաշվի $A_0=\{f\in A: f(\eta_0)=0\}$, $(\eta_0\equiv\varnothing)$ *իդեալի վրա որոշված էքսպոնենցիալ օպերատորը փոխմիարժեք արտապատկերում է* A_0*-ն* $A_1=\{f\in A: f(\eta_0)=1\}$ *բազմության վրա, ուստի որոշված է հակադարձ* ln *արտապատկերումը։ Որ-*

սելլի φ *և հատած կոռելյացիոն* ρ^T *ֆունկցիաները որոշվում են համապատասխանորեն* $\varphi = \ln \psi$ *և* $\rho^T = \ln \rho$ *հավասարություններով։ Նշանակենք* $D_{\bar{\eta}}$-*ով* $(D_{\bar{\eta}} f)(\eta) = f(\eta + \bar{\eta})$ *բանաձևով* A-*ի վրա գործող օպերատորը, իսկ* χ_Λ-*ով* G_Λ-*ի վրա (տես (3)) որոշված* $\chi_\Lambda(f) = \sum_{\xi:\, \mathrm{supp}\,\xi \subset \Lambda} \int_{\Gamma(\xi)} f(\eta)\, d\mu_\xi(\eta)$ *գծային ֆունկցիոնալը։*

Հիմնական արդյունքը կայանում է հետևյալում՝

Թեորեմ (տես կ.2 վերջը)։ Եթե Φ-ն բավարարում է վերը նշված պայմաններին և $c(\Phi) = 2e^{[illegible]}(\exp(e^{[illegible]} - 1) - 1)$, ապա տեղի ունի (I)—(IV), որտեղ $\tilde{\varphi}_{\bar{\eta}} = \psi^{-1} * D_{\bar{\eta}} \psi$։

ЛИТЕРАТУРА — ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

[1] *G. Galavotti, S. Miracle-Sole,* Commun. Math. Phys., v. 7 (1968). [2] *Д. Рюэль,* Статистическая механика, Мир, М., (1971). [3] *Б. С. Нахапетян,* Изв. АН АрмССР, Математика, т. 10, № 3 (1975). [4] *M. Duneau, B. Souillard, D. Iagolnitzer* J. of Math. Phys., v. 16 (1975). [5] *M. Duneau, B. Souillard,* Commun. Math. Phys., v. 47 (1976). [6] *Р. А. Минлос, С. К. Погосян,* Теор. и мат. физика, т. 31, № 2 (177).

ՀԱՅԿԱԿԱՆ ՍՍՀ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԿԱԴԵՄԻԱՅԻ ԶԵԿՈՒՅՑՆԵՐ
ДОКЛАДЫ АКАДЕМИИ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР
LXXX 1985 5

МАТЕМАТИКА

УДК 515.1

Э. А. Мирзаханян

О свойствах терминальных чисел линейных ограниченных операторов, принадлежащих одному классу отображений подмножеств гильбертова пространства

(Представлено чл.-корр. АН Армянской ССР Р. А. Александряном 28/XII 1983)

В статье приводятся некоторые свойства линейных ограниченных операторов и их терминальных чисел, принадлежащих классу K_0 непрерывных отображений $f: M \to H$ подмножеств вещественного сепарабельного гильбертова пространства H.

Определение и ряд других свойств отображений класса K_0 содержатся в [1]. Ряд других свойств отображений класса K_0 приведены в [2,3].

Приведем (упрощенное) определение класса K_0.

Пусть G—открытое подмножество пространства H и $f: G \to H$—непрерывное отображение. Будем говорить, что отображение f принадлежит классу K_0, если выполнены следующие условия:

1) f локально удовлетворяет условию Липшица, т. е. для всякой $x_0 \in G$ существуют такие числа $r>0$ и $c>0$, что при $x, y \in G$, $\|x-x_0\|<r$, $\|y-x_0\|<r$ выполнено соотношение

$$\|f(x)-f(y)\| \leqslant c\|x-y\|;$$

2) для любой точки $x_0 \in G$ и любого числа $\varepsilon>0$ существуют окрестность $U \subseteq G$ точки x_0 в H, конечномерное подпространство $L \subseteq H$ и действительное число λ такие, что если $x, y \in U$ и вектор $x-y$ ортогонален подпространству L, то выполнено соотношение

$$\|f(x)-f(y)-\lambda(x-y)\| \leqslant \varepsilon\|x-y\|.$$

Фигурирующее в приведенном определении действительное число λ можно выбрать так, чтобы оно определялось только точкой x_0 и было пригодно для любого числа $\varepsilon>0$. В этом случае число λ однозначно определяется точкой $x_0 \in G$. Получающаяся таким образом действительная функция $\lambda(x)=\lambda_f(x)$, заданная на G, непрерывна и единственна; она называется терминальной производной отображения f.

Терминальная производная $\lambda_f(x)$ линейного ограниченного оператора $f: H \to H$, принадлежащего классу K_0, является постоянной функцией на всем H; общее значение этой функции называется терминальным числом оператора f и обозначается через λ_f.

Пусть теперь M — произвольное подмножество пространства H и $f: M \to H$ — непрерывное отображение; будем говорить, что отображение f принадлежит классу K_0, если существуют открытое в H подмножество $G \supseteq M$ и непрерывное отображение $g: G \to H$ такое, что $g \in K_0$ и $g(x) = f(x)$ для каждой точки $x \in M$.

Приведем теперь некоторые свойства принадлежащих классу K_0 линейных ограниченных операторов $f: H \to H$ и их терминальных чисел.

Предложение 1. Линейный ограниченный оператор $f: H \to H$ принадлежит классу K_0 в том и только том случае, когда выполнено следующее условие: существует действительное число λ, обладающее тем свойством, что для всякого $\varepsilon > 0$ существует такое конечномерное подпространство $L \subseteq H$, что

$$\|\tilde{f} - \lambda I\| \leqslant \varepsilon, \text{ где } \tilde{f} = f|(H \ominus L).$$

Предложение 2. Если линейный ограниченный оператор $f: H \to H$ принадлежит классу K_0, то и сопряженный к нему оператор $f^*: H \to H$ принадлежит K_0, причем $\lambda_f = \lambda_{f^*}$.

Предложение 3. Терминальное число λ_f линейного ограниченного оператора $f: H \to H$, принадлежащего классу K_0, является точкой спектра оператора f.

Следствие 1. *Терминальное число $\lambda = \lambda_f$ линейного ограниченного оператора $f: H \to H$ является собственным значением оператора $f: H \to H$ тогда и только тогда, когда оператор $f_\lambda = f - \lambda I$ не инъективен.*

Следствие 2. *Спектр всякого линейного ограниченного оператора $f: H \to H$, принадлежащего классу K_0, не пуст.*

Предложение 4. Пусть $f: H \to H$ — линейный ограниченный оператор и λ некоторое его собственное значение. Тогда, если собственное подпространство $\tilde{H}$ оператора f, соответствующее собственному значению λ, имеет конечный дефект относительно H, то оператор f принадлежит классу K_0 и его терминальное число λ_f совпадает с λ.

Из предложения 4 вытекают следующие важные факты.

Предложение 5. Пусть $f: H \to H$ — линейный ограниченный оператор, тогда справедливы следующие утверждения:

а) если $f \in K_0$ и терминальное число λ_f не является собственным значением для f, то у оператора f не может существовать собственного значения λ, для которого соответствующее собственное подпространство имело бы конечный дефект в H;

б) если f не принадлежит классу K_0, то f не обладает собственным значением λ, для которого соответствующее собственное подпространство имеет конечный дефект в H.

Предложение 6. Если терминальное число λ_f линейного ограниченного оператора $f: H \to H$ отлично от нуля, то ядро $Ker\, f$ этого оператора является конечномерным подпространством пространства H.

Следствие 3. *Если линейный ограниченный оператор*

$f: H \to H$ принадлежит классу K_0 и его ядро $\mathrm{Ker}\, f$ бесконечномерно, то терминальное число λ_f оператора f равно нулю.

П р е д л о ж е н и е 7. Пусть G—открытое подмножество пространства H, $f: G \to H$ —непрерывно дифференцируемое отображение. Тогда, если для каждой точки $x \in G$ производная f_x принадлежит классу K_0, то f принадлежит классу K_0, причем для каждой точки $x \in G$ имеет место равенство $\lambda_f(x) = \lambda f_x$.

С л е д с т в и е 4. *Всякий непрерывно дифференцируемый вполне непрерывный оператор $f: H \to H$ принадлежит классу K_0, причем его терминальная производная $\lambda_f(x)$ тождественно равна нулю на H.*

Ереванский государственный университет

Է. Ա. ՄԻՐԶԱԽԱՆՅԱՆ

Հիլբերտյան տարածության ենթաբազմությունների արտապատկերումների մի դասին պատկանող գծային սահմանափակ օպերատորների թերմինալ թվերի հատկությունների մասին

Հոդվածում բերվում են իրական սեպարաբել H հիլբերտյան տարածության ենթաբազմությունների $f: M \to H$ անընդհատ արտապատկերումների K_0 դասին պատկանող գծային սահմանափակ օպերատորների և նրանց թերմինալ թվերի մի քանի հատկություններ։ Մասնավորապես, պարզվում է, որ K_0 դասին պատկանող յուրաքանչյուր գծային սահմանափակ օպերատորի թերմինալ թիվը պատկանում է այդ օպերատորի սպեկտրին։

ЛИТЕРАТУРА—ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

[1] *В. Г. Болтянский,* Изв. АН АрмССР. Математика, т. 9, № 2 (1974). [2] *В. Г. Болтянский, Э. А. Мирзаханян,* Изв. АН АрмССР. Математика, т. 9, № 5 (1974). [3] *Э. А. Мирзаханян,* Изв. АН АрмССР. Математика, т. 15, № 5 (1980).

ՀԱՅԿԱԿԱՆ ՍՍՀ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԿԱԴԵՄԻԱՅԻ ԶԵԿՈՒՅՑՆԵՐ
ДОКЛАДЫ АКАДЕМИИ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР

LXXX 1985 5

УДК 519.4

МАТЕМАТИКА

А. С. Арутюнян

Мальцевская система подгрупп в B-свободных произведениях

(Представлено чл.-корр. АН Армянской ССР Р. А. Александряном 19/VI 1984)

Говорят, что некоторая операция ° на группах удовлетворяет постулату Мальцева, если всегда образы подгрупп $H_i \subseteq G_i$ порождают в $\Pi^\circ G_i$ подгруппу, естественным образом изоморфную группе $\Pi^\circ H_i$ [1].

Вербальные операции [2], рассматриваемые в классе всех групп, являются мальцевскими только в случаях прямого и свободного умножения [3]. Но вербальное умножение, отвечающее многообразию групп B и рассматриваемое только в этом многообразии, является свободной операцией многообразия [2]. Многообразие групп называется мальцевским, если его свободная операция является мальцевской.

В ответ на вопрос А. И. Мальцева [4] в [5] дается первый пример мальцевского многообразия, отличного от многообразий всех групп и абелевых групп. Им является многообразие $A_m A_n$, где m и n взаимно-просты, а A_i, $i=m, n$, многообразие абелевых групп экспоненты i.

Позже Г. К. Генов [6] доказал, что многообразие $A_{n_1} \ldots A_{n_k}$ является мальцевским тогда и только тогда, когда числа $n_i (i=\overline{1, k})$ являются попарно-простыми.

Легко видеть, что многообразие A^l всех разрешимых групп ступени $\leqslant l$ не является мальцевским. А. Л. Шмелькин [7] нашел необходимое и достаточное условие для того, чтобы в разрешимом произведении данных групп G_i, $i \in I$, выполнялся постулат Мальцева при любом выборе подгрупп $H_i \subseteq G_i$, $i \in I$.

Интересен и в каком-то смысле дуальный вопрос: для любых групп $G_i \in B = A_l \ldots A_1$, где A_j, $j=\overline{1, l}$ абелево многообразие, выяснить, каким условиям должны удовлетворять подгруппы $H_i \subseteq G_i$, $i \in I$, чтобы для них в B-произведении групп G_i выполнялся постулат Мальцева. В дальнейшем система таких подгрупп $\{H_i\}_{i \in I}$ будет называться B-мальцевской относительно системы $\{G_i\}_{i \in I}$. Оказывается верной следующая

Теорема 1. *Пусть $A_1, \ldots A_l$—абелевы многообразия, группы $G_i \in B = A_l \ldots A_1$, $i \in I$. Если подгруппы $H_i \subseteq G_i$ удовлетворяют условию*

$$H_i \cap V_k(G_i) = V_k(H_i), \ i \in I, \ 1 \leqslant k \leqslant l, \tag{1}$$

где V_k—вербальная подгруппа, соответствующая многообразию $B_k = A_k \ldots A_1$, $k=\overline{1, l-1}$, $B_l = B$, то система подгрупп $\{H_i\}_{i \in I}$—B-мальцевская.

При доказательстве этой и последующей теоремы будут использоваться следующие обозначения. Через $\{H_i, i\in I\}_G$ и $\{H_i, i\in I\}^G$ будем обозначать, соответственно, подгруппу и нормальную подгруппу в G, порожденные множествами H_i; $N\lhd G$—подгруппа N нормальна в группе G; A—многообразие всех абелевых групп; Π^*, Π^x, $B\Pi$—знак свободного, прямого и B-вербального произведения соответственно; $G_1 \underset{0}{l} G_2$, $G_1 \circ G_2$—соответственно, l-разрешимое, метабелево произведение групп G_1 и G_2; V_l—вербальная подгруппа свободной группы, соответствующая многообразию B_l; $G^{(k)}$—k-й коммутант группы G.

Доказательство теоремы 1. Пусть подгруппы $H_i\subseteq G_i$, $i\in I$ удовлетворяют условию (1). Индукцией по l докажем, что система подгрупп $\{H_i\}_{i\in I}$—мальцевская. При $l=1$ утверждение верно, так как A_1—мальцевское. Пусть утверждение теоремы верно для всех $k<l$. Докажем его для l. Если все $G_i\in B_{l-1}$, то, используя вложение Шмелькина ([8]) и индуктивное предположение, нетрудно убедиться, что система подгрупп $\{H_i\}_{i\in I}$—B-мальцевская.

Теперь рассмотрим общий случай: все $G_i\in B$. Пусть $G=B\Pi G_i$. Из теоремы А. Г. Куроша ([9]) нетрудно вывести, что $V_{l-1}(G)=$ $=\Pi^x s_i^{-1} V_{l-1}(G_i) s_i x E$, где E—A_l-свободная группа, а элементы s_i при каждом i лежат в разных правых смежных классах группы $B_{l-1}\Pi G_j/V_{l-1}(G_j)$ по подгруппе $G_i/V_{l-1}(G_i)$. Очевидно, что $N=$ $\Pi^x s_i^{-1} V_{l-1}(G_i) s_i$ является нормальным замыканием всех $V_{l-1}(G_i)$, $i\in I$ и $G/N\simeq B\Pi G_i/V_{l-1}(G_i)$. Верно и обратное: пусть $G\in B$ порождается своими подгруппами G_i, $i\in I$, причем в G есть нормальная подгруппа, равная $N=\Pi^x s_i^{-1} V_{l-1}(G_i) s_i$, где s_i при каждом i пробегает описанное выше множество, и $G/N\simeq B\Pi G_i/V_{l-1}(G_i)$, тогда $G\simeq B\Pi G_i$.

Пусть $H=\{H_i, i\in I\}_G$, $D=B_{l-1}\Pi G_j/V_{l-1}(G_j)$, $C_1=\{H_i V_{l-1}(G_i)/V_{l-1}(G_i), i\in I\}_D$. В силу индуктивного предположения и условия (1) $C_1\simeq$ $\simeq B_{l-1}\Pi H_i/V_{l-1}(H_i)$.

Представители s_i при каждом i выберем следующим образом: если смежный класс содержит элементы из C_1, то представителем этого класса выбирается любой из этих элементов, в противном случае представителем этого класса выбирается любой его элемент. При каждом i множество представителей из C_1 обозначим через T_i. Так как $C_1\cap G_i/V_{l-1}(G_i)=H_i V_{l-1}(G_i)/V_{l-1}(G_i)$, то представители $t_i\in T_i$ будут различными по модулю $H_i V_{l-1}(G_i)/V_{l-1}(G_i)$. Пусть $M=$ $=\Pi^x t_i^{-1} V_{l-1}(H_i) t_i$. Ясно, что $M<N$ и $M\lhd H$. Поэтому есть гомоморфизм $H/M\to HN/N$. С другой стороны, HN/N есть подгруппа группы G/N, порожденная группами $H_i N/N$, $i\in I$, но $G/N\simeq B\Pi G_i/V_{l-1}(G_i)$ и, по уже доказанному, $\{H_i N/N, i\in I\}_{G/N}\simeq B\Pi H_i N/N$. Следовательно, H/M тоже свободно порождается группами $H_i M/M$, $i\in I$.

Согласно сделанному выше замечанию получаем $H\simeq B\Pi H_i$. Доказательство теоремы закончено.

Замечание. При $A_j=A$, $j=\overline{1, l}$ условие (1) принимает вид

$$H_i\cap G_i^{(k)}=H_i^{(k)}, \quad i\in I, \ 1\leqslant k\leqslant l. \qquad (2)$$

Теорема 2. *Пусть* $G_i\in A^l$, $i\in I$, $H_i\subseteq G_i$, *тогда* а) *если* $l=2$ *и система* $\{H_i\}_{i\in I}$—A^2-*мальцевская, то имеет место* (2), *что означает*

$$H_i \cap G_i' = H_i', \quad i\in I; \tag{3}$$

б) *если* $l>2$ *и существует* $i_0\in I$ *такой, что* $H_i \cap G_{i_0}^{(k)} \neq H_{i_0}^{(k)}$ (k—*наименьшее такое число для* i_0), *причем в системе* $\{H_i\}_{i\in I}$ *есть хотя бы одна группа, ступень разрешимости которой больше* $k-1$, *то система* $\{H_i\}_{i\in I}$ *не является* A^l-*мальцевской.*

Доказательство. Ясно, что можно ограничиться случаем $|I|=2$.

а) Докажем от противного. Пусть $\{H_1, H_2\}$—A^2-мальцевская система, но (3) нарушается. Возможны два случая: 1) $H_1\cap G_1'\neq H_1'$, $H_2\cap G_2'\neq H_2'$, 2) $H_1\cap G_1'\neq H_1'$, $H_2\cap G_2'=H_2'$. Если имеет место 1), то выберем элементы $h_i\in H_i\cap G_i'\setminus H_i'$, $i=1, 2$. В группе $G=G_1\circ G_2$ они коммутируют, так как лежат в ее коммутанте. С другой стороны, используя доказательство теоремы 1, нетрудно убедиться, что h_1 и h_2 не коммутируют в группе $H_1\circ H_2$. Это противоречит A^2-мальцевости $\{H_1, H_2\}$. Если имеет место 2), то элементы $h_1\in H_1\cap G_1'\setminus H_1'$ и $h_2\in H_2'$ коммутируют в группе $G=G_1\circ G_2$, однако в группе $H_1\circ H_2$ h_1 действует на h_2 нетривиально (см. доказательство теоремы 1), это противоречит мальцевости $\{H_1, H_2\}$. Таким образом условие (3) не может нарушаться.

б) Используя теорему 1 и учитывая строение членов производного ряда разрешимого произведения, можно предположить, что $k=1$. Выберем следующие элементы: $h_1\in H_1\cap G_1'\setminus H_1'$, $h_2\in H_2\setminus H_2'$, $h_3\in H_1\cap G_1'\setminus H_1$, причем $h_1\equiv h_3 (\mathrm{mod}\, H_1')$. Как показал Шмелькин [10], элементы $c=[[h_2, h_3], h_1]$ и $d=[[h_2, h_3], h_1]$ свободно порождают в группе $H_1 \underset{\circ}{l} H_2$ свободную разрешимую группу ступени $l-1$. Однако ясно, что в группе $G_1 \underset{\circ}{l} G_2$ они принадлежат второму коммутанту, поэтому не могут порождать свободную разрешимую группу ступени $l-1$. Следовательно, система $\{H_1, H_2\}$ не может быть A^l-мальцевской.

Теорема доказана.

То, что условие $|H_{i_0}^{(k-1)}/H_{i_0}^{(k)}|\neq 2$ не лишнее, показывает пример: $G_1\simeq G_2$ есть группа диэдра, с $l>2$, $H_i=G_i'$, $i=1, 2$.

Автор благодарен А. Ю. Ольшанскому за постановку задачи и постоянное внимание к работе.

Ереванский государственный
университет

Ա. Ս. ՀԱՐՈՒԹՅՈՒՆՅԱՆ

Ենթախմբերի Մալցևյան ընտանիք B-ազատ արտադրյալներում

Կասենք, որ խմբերի որևէ դասի վրա որոշված օպերացիան բավարարում է Մալցևի պոստուլատին, եթե միշտ $H_i\subseteq G_i$ ենթախմբերի պատկերները $\Pi^\circ G_i$ խմբում ծնում են $\Pi^\circ H_i$ խմբին բնականորեն իզոմորֆ ենթախումբ։

Աշխատանքում գտնված է բավարար պայման, որի դեպքում ենթախմբերի $H_i \subseteq G_i$, $i \in I$ ընտանիքի համար լուծելի բազմաձևությունում տեղի ունի Մալցևի պոստուլատը լուծելի արտադրյալի նկատմամբ։

Պարզվում է, որ որոշ դեպքերում այդ պայմանը նաև անհրաժեշտ է։

ЛИТЕРАТУРА — ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

[1] *А. Г. Курош*, Теория групп, Наука, М., 1967. [2] *Х. Нейман*, Многообразия групп, Мир, М., 1969. [3] *А. Л. Шмелькин*, Мат. сб., т. 51, № 3 (1960). [4] *А. И. Мальцев*, Алгебраические системы, Наука, М., 1967. [5] *А. Ю. Ольшанский*, Вестн. МГУ, № 2, 1971. [6] *Г. К. Генов*, Доклад Болгарской АН, т. 25, № 7 (1972). [7] *А. Л. Шмелькин*, Сиб. мат. журн., т. 65, № 9 (1965). [8] *А. Л. Шмелькин*, Мат. сб., т. 79, № 4, (1969). [9] *А. Г. Курош*, Лекции по общей алгебре, Наука, М., 1962. [10] *А. Л. Шмелькин*, в сб. Алгебра, Изд-во МГУ, 1982.

ՀԱՅԿԱԿԱՆ ՍՍՀ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԿԱԴԵՄԻԱՅԻ ԶԵԿՈՒՅՑՆԵՐ
ДОКЛАДЫ АКАДЕМИИ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР

LXXX 1985 5

УДК 517.518.3
517.982

МАТЕМАТИКА

Р. И. Овсепян

О безусловной сходимости рядов в линейных пространствах

(Представлено чл.-корр. АН Армянской ССР А. А. Талаляном 29/XII 1984)

Для линейного топологического пространства X и $x_n \in X$ через $M(\sum x_n)$ обозначим множество тех элементов x из X, для каждого из которых существует такая перестановка σ натурального ряда, что ряд $\sum_{n=1}^{\infty} x_{\sigma(n)}$ сходится к x.

Теорему Римана о безусловно сходящихся числовых рядах можно сформулировать в таком виде: если $x_n \in R^1$ и $\operatorname{card} M(\sum x_n) = 1$, то ряд $\sum x_n$ безусловно сходится.

Е. Штейниц ([1]) распространил эту теорему на пространства R^n. Из одной теоремы Б. С. Кашина ([2]) следует, что утверждение Римана—Штейница неверно в пространстве вещественных функций на [0,1] с топологией, эквивалентной сходимости всюду на [0,1]. С другой стороны, как показал Р. М. Меграбян ([3]), утверждение Римана—Штейница сохраняет силу в пространстве числовых последовательностей с метрикой, эквивалентной покоординатной сходимости.

В этой связи нами установлена

Теорема 1. *Пусть X одно из следующих пространств:*

а) *произвольное бесконечномерное банахово пространство с сильной или слабой топологией;*

б) $X = L^p(T, \Omega, \mu)$, $0 < p < 1$, $\dim L^p(T, \Omega, \mu) = \infty$ *(здесь μ — произвольная конечная мера);*

в) $X = L^0(T, \Omega, \mu)$, *где μ имеет неатомичную часть.*

Тогда существуют такие $x_n \in X$, что $\operatorname{card} M(\sum x_n) = 1$, однако ряд $\sum x_n$ не является безусловно сходящимся.

Из упомянутой теоремы Р. М. Меграбяна видно, что условие неатомичности меры в пункте в) существенно.

В. Орлич установил ([4]), что в линейных метрических пространствах безусловная сходимость ряда эквивалентна сходимости всех его подрядов.

Для банаховых пространств известно более сильное утверждение Орлича—Петтиса ([5]): безусловная сходимость ряда в сильной топологии следует из сходимости всех подрядов в слабой топологии.

К этим результатам примыкает

Теорема 2. *Пусть* $X=L^p[0, 1]$, $1\le p<\infty$ *или* $X=C[0, 1]$ *и* $x_n\in X$. *Если все подряды ряда* $\sum x_n$ *сходятся по мере к функциям из* X, *то ряд* $\sum x_n$ *сходится безусловно в* X.

Очевидно, что для $L^\infty[0, 1]$ такое утверждение неверно. Однако здесь безусловную равномерную сходимость можно гарантировать на определенных множествах, имеющих меру, сколь угодно близкую к полной.

Определение. *Последовательность* $(x_n)_1^\infty$ *банахова пространства называется базисной (безусловной базисной), если она является базисом (безусловным базисом) в своем линейном замыкании* $[x_n]$.

С. Банах установил, что во всяком бесконечномерном банаховом пространстве имеются базисные последовательности.

С другой стороны, до сих пор нет ответа на вопрос ([5]): обязано ли бесконечномерное банахово пространство содержать безусловные базисные последовательности?

Б. Мюрей и А. Розенталь ([6,7]) построили пример банахова пространства с базисом $(x_n)_1^\infty$, $\|x_n\|=1$, который слабо сходится к нулю, причем ни одна подпоследовательность x_{n_k} не является безусловной базисной.

Нами установлена

Теорема 3. *В пространстве* $C[0, 1]$ *существует ортонормированная базисная последовательность* x_n, *которая не содержит безусловной базисной подпоследовательности, однако для каждой* $n_k\uparrow\infty$ *имеется бесконечномерное подпространство* $X\subset[x_{n_k}]$ *с безусловным базисом.*

В нашем примере $x_n/\|x_n\|_\infty$ не является слабо сходящейся к нулю.

Литтлвуд и Штейнгауз в свое время высказали предположение, что тригонометрический ряд с неотрицательными частными суммами обязан быть рядом Фурье. В 1965 г. И. Кацнельсон ([8]) опроверг эту гипотезу. Затем Ф. Шипп ([9]) установил, что такая гипотеза для системы Уолша—Пэли также имеет отрицательное решение. Нами ([10]) и Ф. Г. Арутюняном ([11]) было установлено, что при всех перестановках системы Уолша имеет место аналог теоремы Шиппа. В той же работе нами было указано на существование равномерно ограниченных полных ортонормированных систем с таким свойством: если частичные суммы ряда по этой системе ограничены снизу почти всюду постоянной, то это ряд Фурье ограниченной функции. Оказывается, что имеет место более сильная

Теорема 4. *Существует на* $[0, 1]$ *равномерно ограниченная полная ортонормированная система непрерывных функций* f_n *такая, что если на некотором интервале* $I\subset[0, 1]$ *выполняется неравенство* $\sum_1^N a_n\cdot f_n(x)>\text{const}$, $\forall N$, $\forall x\in I$, *то* $\sum_1^\infty |a_n|<\infty$.

Ясно, что для такой системы равномерная сходимость ряда $\sum a_n\cdot f_n$ эквивалентна условию $\sum|a_n|<\infty$.

Институт математики Академии наук
Армянской ССР

Ռ. Ի. ՀՈՎՍԵՓՅԱՆ

Գծային տարածություններում շարքերի ոչպայմանական զուգամիտության վերաբերյալ

Հոդվածի առաջին պնդումը ցույց է տալիս, որ Ռիման—Շտայնիցի թեորեմը R^n-ում ոչպայմանական զուգամետ շարքերի վերաբերյալ կորցնում է իր ուժը գծային տարածությունների բավականաչափ լայն դասի համար։ Ըստ երկրորդ թեորեմի, եթե ֆունկցիոնալ շարքի բոլոր ենթաշարքերը ըստ չափի զուգամիտում են L դասի ֆունկցիաների ($1<p<\infty$, ըստ որում $L^\infty = C$), ապա այդ շարքը կամայական տեղափոխությունից հետո զուգամիտում է L^p-ի մետրիկայով։ Այնուհետև պնդվում է գոյությունը մի օրթոնորմավորված համակարգի, որը բազիսային հաջորդականություն է հավասարաչափ մետրիկայով, իսկ նրա ոչ մի ենթահաջորդականությունը ոչպայմանական բազիսային չէ, մինչդեռ այդ համակարգի հավասարաչափ գծային թաղանթում կան ոչպայմանական բազիսային հաջորդականություններ։

Հոդվածի չորրորդ պնդումն է՝ գոյություն ունի անընդհատ ֆունկցիաներից բաղկացած հավասարաչափ սահմանափակ օրթոնորմավորված (f_n) համակարգ, օժտված հետևյալ հատկությամբ. եթե $\sum a_n \cdot f_n(x)$ շարքի մասնակի գումարները մի ինչ-որ միջակայքում սահմանափակ են ներքևից, ապա $\sum |a_n| < \infty$։

ЛИТЕРАТУРА — ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

[1] *E. Steinitz*, J. reine u. angew. Math., 143 (1913). [2] *Б. С. Кашин*. Мат. заметки, т. 11, №5 (1972). [3] *Р. М. Меграбян*, Изв. АН АрмССР. Математика, т. 17, №2 (1982). [4] *W. Orlicz*, Studia Math., v. 4 (1933) [5] *М. М. Дэй*. Нормированные линейные пространства, ИЛ, М., 1961. [6] *J. Lindenstrauss, L. Tzafriri*. Classical Banach Spaces I, Springer-Verlag, 1977. [7] *B. Maurey, H. P. Rosenthal*, Studia Math., v. 61, №1 (1977). [8] *Y. Katznelson*, Bull. Amer. Math. Soc., v. 71, №5 (1965). [9] *F. Schipp*, Annals Univers. Sci. Bud., v. 12 (1969). [10] *Р. И. Овсепян*. ДАН АрмССР, т. 57, №1 (1973). [11] *Ф. Г. Арутюнян*. Мат. сб., т. 90 (132) №4 (1973).

ՀԱՅԿԱԿԱՆ ՍՍՀ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԿԱԴԵՄԻԱՅԻ ԶԵԿՈՒՅՑՆԵՐ
ДОКЛАДЫ АКАДЕМИИ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР

LXXX 1985 5

ПРИКЛАДНАЯ МАТЕМАТИКА

Р. С. Минасян

УДК 536.24

О смешанной граничной задаче теплопроводности для составного цилиндра

(Представлено академиком АН Армянской ССР М. М. Джрбашяном 8/XII 1983)

В работе приводится решение задачи плоского распространения тепла в круглом составном бесконечном цилиндре, состоящем из неподвижного полого цилиндра и находящегося внутри него сплошного цилиндра с различными теплофизическими характеристиками, вращающегося с постоянной угловой скоростью ω_1, когда на внешней поверхности $r=R_2$ происходит теплообмен с окружающей средой, температура которой и коэффициент теплообмена, произвольным образом изменяющиеся по поверхности, не зависят от времени. Кроме того, предполагаем, что при вращении внутреннего цилиндра на поверхности раздела $r=R_1$ образуется тепло, линейно зависящее от температуры поверхности раздела, а также что внутри полого цилиндра $(R_1<r<R_2)$ имеются источники тепла. В этом случае тепловое поле во вращающемся цилиндре будет квазистационарным ([1]), и если обозначим через U_1 температуру внутри цилиндра $0<r<R_1$, а через U_2—температуру полого цилиндра $R_1<r<R_2$, то U_1 и U_2 будут удовлетворять следующим дифференциальным уравнениям в неподвижной системе координат ([2,3]):

$$-\omega_l\frac{\partial U_l}{\partial\varphi}=a_l\left(\frac{\partial^2U_l}{\partial r^2}+\frac{1}{r}\frac{\partial U_l}{\partial r}+\frac{1}{r^2}\frac{\partial^2U_l}{\partial\varphi^2}+\frac{1}{\lambda_l}w_l\right)\qquad(l=1,2).\tag{1}$$

Здесь $a_l=\frac{\lambda_l}{c_l\rho_l}$—коэффициент температуропроводности, λ_l, c_l, ρ_l—соответственно коэффициент теплопроводности, удельная теплоемкость и плотность l-ой среды, $w_l(r,\varphi)$—интенсивность тепловыделения, причем $\omega_2=0$, $w_1(r,\varphi)=0$. Граничные условия и условия сопряжения на поверхности раздела $r=R_1$ будут

$$\left.\frac{\partial U_2}{\partial r}\right|_{r=R_2}=h(\varphi)[S(\varphi)-U_2(R_2,\varphi)];\quad U_1(R_1,\varphi)=U_2(R_1,\varphi);\quad \left(\lambda_2\frac{\partial U_2}{\partial r}-\right.$$

$$\left.\left.-\lambda_1\frac{\partial U_1}{\partial r}\right)\right|_{r=R_1}=AU_1(R_1,\varphi)+C(\varphi),\tag{2}$$

где $h(\varphi)$—коэффициент теплообмена с окружающей средой, $S(\varphi)$—температура окружающей среды, A и $C(\varphi)$—коэффициенты, характеризующие интенсивность тепловыделения при трении. Относительно функций $h(\varphi)$, $S(\varphi)$, $w_2(r,\varphi)$ и $C(\varphi)$ предполагаем, что они имеют ограниченную вариацию, причем исходя из физического смысла $h(\varphi) \geqslant 0$. Кроме того, предполагаем, что $A>0$.

Для решения предварительно разложим функции $U_l(r, \varphi)$ в промежутке $(0, 2\pi)$ в ряд по функциям $e^{ik\varphi}$:

$$U_l(r, \varphi) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} U_k^{(l)}(r) e^{ik\varphi} \qquad (l = 1, 2), \tag{3}$$

где $U_k^{(l)}(r) = \frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} U_l(r, \varphi) e^{-ik\varphi} d\varphi$.

Умножив уравнения (1) на $\frac{1}{2\pi} e^{-ik\varphi} d\varphi$ и проинтегрировав от 0 до 2π, получим

$$-\frac{ik\omega_1}{a_1} U_k^{(1)} = U_k^{(1)''} + \frac{U_k^{(1)'}}{r} - \frac{k^2}{r^2} U_k^{(1)}; \quad U_k^{(2)''} + \frac{U_k^{(2)'}}{r} - \frac{k^2}{r^2} U_k^{(2)} = -\frac{1}{\lambda_2} w_k^{(2)}, \tag{4}$$

где $w_k^{(2)}(r) = \frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} w_2(r, \varphi) e^{-ik\varphi} d\varphi$.

Решая уравнения (4) и удовлетворяя условиям сопряжения (2), будем иметь:

$$U_k^{(1)}(r) = \frac{1}{\delta_k(R_2)}\Big[R_1^k R_2^{-k}\Big(2\lambda_2 k M_k + \int_{R_1}^{R_2} r_1 w_k^{(2)}(r_1)\theta_k(r_1)dr_1\Big) -$$

$$- C_k R_1(1 - R_1^{2k} R^{-2k})\Big] \frac{J_k(\sqrt{i}\gamma_k r)}{J_k(\sqrt{i}\gamma_k R_1)};$$

$$U_k^{(2)}(r) = \frac{1}{\delta_k(R_2)}\Big\{\delta_k(r)\Big[M_k + \frac{1}{2\lambda_2 k}\int_r^{R_2} r_1 w_k^{(2)}(r_1)\theta_k(r_1)dr_1\Big] +$$

$$+ \theta_k(r)\Big[\frac{1}{2\lambda_2 k}\int_{R_1}^{r} r_1 w_k^{(2)}(r_1)\delta_k(r_1)dr_1 - C_k R_1^{k+1} R_2^{-k}\Big]\Big\};$$

$$U_0^{(1)} = \frac{1}{\delta_0(R_2)}\Big[\frac{\lambda_2}{R_1} M_0 + \frac{1}{R_1}\int_{R_1}^{R_2} r_1 w_0^{(2)}(r_1)\ln\frac{R_2}{r_1} dr_1 - C_0 \ln\frac{R_2}{R_1}\Big];$$

$$U_0^{(2)}(r) = \frac{1}{\delta_0(R_2)}\Big[\delta_0(r)\Big(M_0 + \frac{1}{\lambda_2}\int_r^{R_2} r_1 w_0^{(2)}(r_1)\ln\frac{R_2}{r_1} dr_1\Big) + \tag{5}$$

$$+ \ln\frac{R_2}{r}\Big(\frac{1}{\lambda_2}\int_{R_1}^{r} r_1 w_0^{(2)}(r_1)\delta_0(r_1)dr_1 - C_0\Big)\Big].$$

Здесь J_k—функция Бесселя первого рода k-го порядка,

$$\gamma_k = \sqrt{\frac{\omega_1 k}{a_1}}; \quad \delta_k(r) = r^k R_2^{-k}\Big[\lambda_2 k(1 + R_1^{2k} r^{-2k}) + R_1\Big(\lambda_1 \sqrt{i}\gamma_k \frac{J_k'(\sqrt{i}\gamma_k R_1)}{J_k(\sqrt{i}\gamma_k R_1)} +$$

$$+A\Big)(1-R_2^{2k}r^{-2k})\Big];$$

$$\theta_k(r)=R_2^k r^{-k}-R_2^{-k}r^k;\quad \delta_0(r)=A\ln\frac{r}{R_1}+\frac{\lambda_2}{R_1};\quad C_k=\frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi}C(\varphi)e^{-ik\varphi}d\varphi. \qquad (6)$$

Прежде чем перейти к определению коэффициентов M_k, входящих в выражения (5), представим граничное условие (2) в виде

$$\left.\frac{\partial U_2}{\partial r}\right|_{r=R_2}+h^*U_2(R_2,\varphi)=h(\varphi)S(\varphi)-[h(\varphi)-h^*]U_2(R_2,\varphi), \qquad (7)$$

где $h^*=\frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi}h(\varphi)d\varphi.$

Умножив условие (7) на $\frac{1}{2\pi}e^{-ik\varphi}d\varphi$ и проинтегрировав от 0 до 2π, получим

$$M_k\left[\frac{\delta_k'(R_2)}{\delta_k(R_2)}+h^*\right]=-\frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi}\left[(h(\varphi)-h^*)\sum_{j=-\infty}^{\infty}M_je^{ij\varphi}-h(\varphi)S(\varphi)\right]e^{-ik\varphi}d\varphi-$$

$$-\frac{\theta_k'(R_2)}{\delta_k(R_2)}\left[\frac{1}{2\lambda_2k}\int_{R_1}^{R_2}rw_k^{(2)}(r)\delta_k(r)dr-C_kR_1^{k+1}R_2^{-k}\right]. \qquad (8)$$

Обозначив далее

$$M_0=\frac{m_0}{2};\quad M_k=\frac{1}{2}(m_k-in_k)k^{-\frac{3}{2}}, \qquad (9)$$

для определения новых неизвестных m_k и n_k придем к следующим бесконечным системам линейных алгебраических уравнений:

$$m_k=-\frac{k^{3/2}}{\pi G_k}\int_0^{2\pi}[h(\varphi)-h^*]\left[\frac{m_0}{2}+\sum_{j=1}^{\infty}j^{-3/2}(m_j\cos j\varphi+n_j\sin j\varphi)\right][F_k(R_2)\cos k\varphi+$$

$$+D_k(R_2)\sin k\varphi]d\varphi+p_k;$$

$$n_k=-\frac{k^{3/2}}{\pi G_k}\int_0^{2\pi}[h(\varphi)-h^*]\left[\frac{m_0}{2}+\sum_{j=1}^{\infty}j^{-3/2}(m_j\cos j\varphi+\right. \qquad (10)$$

$$\left.+n_j\sin j\varphi)\right][F_k(R_2)\sin k\varphi-D_k(R_2)\cos k\varphi]d\varphi+q_k;$$

$$m_0=-\frac{R_2\eta_0(R_2)}{\pi G_0}\int_0^{2\pi}[h(\varphi)-h^*]\left[\frac{m_0}{2}+\sum_{j=1}^{\infty}j^{-3/2}(m_j\cos j\varphi+n_j\sin j\varphi)\right]d\varphi+p_0,$$

где для краткости введены следующие обозначения:

$$G_k=[P_k'(R_2)+h^*P_k(R_2)]^2+[Q_k'(R_2)+h^*Q_k(R_2)]^2;\quad G_0=A+h^*R_2\delta_0(R_2);$$

$$F_k(r)=[P_k'(R_2)+h^*P_k(R_2)]P_k(r)+[Q_k'(R_2)+h^*Q_k(R_2)]Q_k(r);$$

$$D_k(r)=[P_k'(R_2)+h^*P_k(R_2)]Q_k(r)-[Q_k'(R_2)+h^*Q_k(R_2)]P_k(r);$$

$$P_k(r)=r^kR_2^{-k}[\lambda_2k(1+r^{-2k}R_1^{2k})+R_1(\lambda_1\gamma_k\mu_k'(\gamma_kR_1)+A)(1-r^{-2k}R_1^{2k});$$

$$Q_k(r)=\lambda_1\gamma_kR_1\nu_k'(\gamma_kR_1)r^kR_2^{-k}(1-r^{-2k}R_1^{2k});$$

$$\mu_k(\gamma_kr)=\frac{u_k(\gamma_kr)u_k(\gamma_kR_1)+v_k(\gamma_kr)v_k(\gamma_kR_1)}{u_k^2(\gamma_kR_1)+v_k^2(\gamma_kR_1)};$$

$$\nu_k(\gamma_kr)=\frac{u_k(\gamma_kr)v_k(\gamma_kR_1)-v_k(\gamma_kr)u_k(\gamma_kR_1)}{u_k^2(\gamma_kR_1)+v_k^2(\gamma_kR_1)};$$

$$p_k=\frac{k^{3/2}}{\pi G_k}\int_0^{2\pi}\Big\{h(\varphi)S(\varphi)[F_k(R_2)\cos k\varphi+D_k(R_2)\sin k\varphi]+$$

$$+\frac{1}{\lambda_2R_2}\int_{R_1}^{R_2}rw_2(r,\varphi)[F_k(r)\cos k\varphi+D_k(r)\sin k\varphi]dr-2kR_1^{k+1}R_2^{-k-1}C(\varphi)[(P_k'(R_2)+$$

$$+h^*P_k(R_2))\cos k\varphi-(Q_k'(R_2)+h^*Q_k(R_2))\sin k\varphi]\Big\}d\varphi; \qquad (11)$$

$$q_k=\frac{k^{3/2}}{\pi G_k}\int_0^{2\pi}\Big\{h(\varphi)S(\varphi)[F_k(R_2)\sin k\varphi-D_k(R_2)\cos k\varphi]+$$

$$+\frac{1}{\lambda_2R_2}\int_{R_1}^{R_2}rw_2(r,\varphi)[F_k(r)\sin k\varphi-D_k(r)\cos k\varphi]dr-$$

$$-2kR_1^{k+1}R_2^{-k-1}C(\varphi)[(P_k'(R_2)+h^*P_k(R_2))\sin k\varphi+(Q_k'(R_2)+$$

$$+h^*Q_k(R_2))\cos k\varphi]\Big\}d\varphi;$$

$$p_0=\frac{1}{\pi G_0}\int_0^{2\pi}\Big[R_2\delta_0(R_2)h(\varphi)S(\varphi)+\frac{1}{\lambda_2}\int_{R_1}^{R_2}rw_2(r,\varphi)\delta_0(r)dr-C(\varphi)\Big]d\varphi,$$

$u_k(r)=\mathrm{ber}_k(r)$ и $v_k(r)=\mathrm{bei}_k(r)$—функции Томсона первого рода k-го порядка, представляющие действительную и мнимую части функции Бесселя от комплексного аргумента: $J_k(i\sqrt{i}\,r)=u_k(r)+iv_k(r)$.

Для исследования полученных систем линейных алгебраических уравнений оценим вначале сумму модулей коэффициентов при неизвестных m_j и n_j в каждом из уравнений (10). Обозначив через δ_k сумму модулей коэффициентов k-го уравнения первой из систем (10) и воспользовавшись оценкой коэффициентов Фурье функций с ограниченной вариацией ([4]), будем иметь

$$\sigma_k < \frac{Hk^{3/2}}{\pi G_k}\left[|F_k(R_2)|+|D_k(R_2)|\right]\left[\frac{1}{2k}+\sum_{j=1}^{\infty}{}' j^{-3/2}\frac{k+j+|k-j|}{|k^2-j^2|}\right]. \qquad (12)$$

Здесь через H обозначена полная вариация функции $h(\varphi)$ в промежутке $(0, 2\pi)$, а штрих при знаке суммы означает, что при суммировании индекс $j=k$ опускается. Оценивая ряд в правой части неравенства (12), а также используя оценки функций Томсона, полученные в ([5]), будем иметь

$$\sigma_k < \frac{2HR_2}{\pi}\left[6k^{-1/2}+\frac{2\ln k+1}{k}\right]\frac{(\lambda_1+\lambda_2)R_2^{2k}-(\lambda_1-\lambda_2)R_1^{2k}}{(\lambda_1+\lambda_2)R_2^{2k}+(\lambda_1-\lambda_2)R_1^{2k}}. \qquad (13)$$

Такую же оценку получаем и для второй из систем (10). Выражение в правой части неравенства (12) начиная с некоторого k становится меньше единицы и с возрастанием k стремится к нулю с быстротой $O(k^{-1/2})$. Свободные члены p_k и q_k, согласно предположениям относительно функций $S(\varphi)$, $h(\varphi)$, $C(\varphi)$ и $w_2(r, \varphi)$, убывают с быстротой $O(k^{-1/2})$. Таким образом, системы (10) квазирегулярны, причем суммы модулей коэффициентов стремятся к нулю. Из теории бесконечных систем ([6]) следуют единственность ограниченного решения бесконечных систем (10) и сходимость метода последовательных приближений. Подставив в (5) значения M_k из (9) и сгруппировав в (3) взаимносопряженные члены, для $U_1(r, \varphi)$ и $U_2(r, \varphi)$ получим выражения в виде рядов, весьма быстро сходящихся в рассматриваемых областях. В заключение заметим, что, как показано в ([7]), при конкретном задании $h(\varphi)$ и $S(\varphi)$, преобразованием m_k и n_k можно значительно усилить быстроту убывания коэффициентов, определяемых из бесконечных систем, что позволяет существенно уменьшить число операций, необходимых для получения заданной точности решения.

Институт математики Академии наук
Армянской ССР

Ռ. Ս. ՄԻՆԱՍՅԱՆ

Բաղադրյալ գլանի ջերմահաղորդականության խառը եզրային խնդրի մասին

Հոդվածում դիտարկվում է կլոր սնամեջ անշարժ գլանից և նրա ներսը հաստատուն անկյունային արագությամբ պտտվող հոծ գլանից կազմված՝ բաղադրյալ անվերջ գլանում ջերմության հարթ հոսքը, երբ գլանի արտաքին մակերևույթի վրա տեղի է ունենում ջերմահաղորդականություն շրջապատող միջավայրի հետ, որի ջերմաստիճանը և ջերմահաղորդականության գործակիցը, կամայական ձևով փոփոխվելով ըստ եզրագծի, կախված չեն ժամանակից։

Ենթադրվում է, որ ներսի գլանի պտտումից բաժանման մակերևույթի վրա գոյանում է ջերմություն, գծայնորեն կախված բաժանման մակերևույթի ջերմաստիճանից, իսկ սնամեջ գլանում առկա են ջերմության աղբյուրներ։

Խնդրի լուծումը տրվում է եռանկյունաչափական և ցուցչային ֆունկցիաներից կազմված շարքերի միջոցով, որոնց անհայտ գործակիցները որոշվում են գծային հանրահաշվական հավասարումների անվերջ սիստեմներից։

ЛИТЕРАТУРА—ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

[1] *П. Шнейдер,* Инженерные проблемы теплопроводности, ИЛ, М., 1960. [2] *А. В. Лыков,* Теория теплопроводности, Гостехиздат, М., 1952. [3] *D. Rosenthal,* Trans. ASME, v. 69 (1946). [4] *А. Зигмунд,* Тригонометрические ряды, т. I, Мир, М., 1968. [5] *Р. С. Минасян,* Дифференциальные уравнения, т. I, № 6 (1965). [6] *Л. В. Канторович, В. И. Крылов,* Приближенные методы высшего анализа, Физматгиз, М.—Л., 1962. [7] *Р. С. Минасян,* в кн.: Тепло- и массоперенос, т. 8, Вопросы теории тепло- и массопереноса, Минск 1968

ՀԱՅԿԱԿԱՆ ՍՍՀ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԿԱԴԵՄԻԱՅԻ ԶԵԿՈՒՅՑՆԵՐ
ДОКЛАДЫ АКАДЕМИИ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР

LXXX 1985 5

УДК 681.513

ПРИКЛАДНАЯ МАТЕМАТИКА

С. В. Шахвердян

О необходимых условиях оптимальности для дискретных систем

(Представлено академиком АН Армянской ССР Г. Т. Адонцем 13/XII 1983)

Не вдаваясь в историю развития теории оптимизации дискретных систем, отметим, что начиная с 60-х гг. велась большая дискуссия вокруг необходимых условий оптимальности для дискретных систем вообще и возможности перенесения принципа максимума в особенности ([1-8]), которая по существу завершилась утверждением о том, что аналог непрерывного принципа максимума для дискретных систем в общем случае несправедлив ([1-3]). В доказательство приводятся специально сконструированные примеры, для которых принцип максимума не имеет места. Стало быть, для дискретных систем надо иметь другие условия оптимальности. В качестве таковых в ([1,2]) предлагается теорема о неположительности дифференциала функции Гамильтона H по допустимым вариациям δu^* на оптимальной траектории, т. е. если u^*—оптимальное управление, то имеет место неравенство $\delta_u H(u^*)\leqslant 0$. При этом $\delta_u H(u^*)$ справедливо вычисляется при фиксированном сопряженном векторе ψ.

Сам факт вычисления $\delta_u H(u^*)$ при фиксировании ψ говорит о том, что в общем случае на оптимальной траектории функция H не должна быть максимальной, так как сопряженный вектор ψ, входящий в функцию H, определяется из сопряженной системы, которая содержит в себе управляющий параметр. По-видимому, это утверждение справедливо и для непрерывных систем, поскольку оно никак не обусловлено дискретностью времени. Это можно доказать на примере задач со скользящим режимом при ограничении на полное изменение управления.

В силу этого, во-первых, поиск оптимального управления из условия $\max H$ по $u\in U$ (стержневое соотношение принципа максимума) может быть организован только с помощью градиента функции H при фиксированном ψ, где U—замкнутое ограниченное множество размерности u, так как справедливо только условие $\delta_u H(u^*)\leqslant 0$ и только при фиксированном ψ.

Во-вторых, проводить проверку управляемого процесса на оптимальность по поведению функции H неправомочно, поскольку не функция H должна быть максимальной на оптимальной траектории.

В-третьих, необходимые условия оптимальности второго порядка, по-видимому, должны быть составлены не для функции H, а для другой функции, вместе с которой в частном случае и функция Гамильтона может быть максимальной.

Необходимые условия оптимальности в форме, аналогичной теореме о неположительности дифференциала функции H, приводятся в ([5-5]). В некоторых работах показывается неправомерность пренебрежения членами второго порядка малости ([7,8]). В частности в ([8]) на этой основе был предложен принцип квазимаксимума.

Учет членов второго порядка малости вряд ли окажется существенным в проблеме необходимых условий оптимальности для дискретных систем.

Ниже предлагаются новые необходимые условия оптимальности для дискретных систем для общего случая.

Необходимые условия оптимальности. Рассмотрим дискретный управляемый объект, описываемый уравнением вида

$$x(i+1)=f(x(i),\ u(i)),\quad i=\overline{0,\ s-1} \tag{1}$$

с граничными условиями

$$x(0)=x^0,\quad x(s)=x^s, \tag{2}$$

где $x(i)=(x_1(i),\ \ldots,\ x_n(i))$—$n$-мерный фазовый вектор; $u(i)=(u_1(i),\ \ldots,\ u_m(i))$— m-мерный вектор управления; $f=(f_1,\ \ldots,\ f_n)$—n-мерная вектор-функция; s—целое число, определяющее длительность управляемого процесса; x^0, x^s—n-мерные заданные векторы.

Требуется минимизировать сумму

$$J=\sum_{i=0}^{s-1} F(x(i),\ u(i)) \tag{3}$$

по $u(i)$, $i=\overline{0,\ s-1}$ при ограничениях (1), (2) и

$$u(i)\in U(i),\quad i=\overline{0,\ s-1} \tag{4}$$

Функции F и $f_j(x(i),\ u(i))$, $j=\overline{1,\ n}$, предполагаются непрерывными и непрерывно-дифференцируемыми по $x(i)$, $u(i)$ на $X\times U(i)$, где $X=E^n$; E^n—n-мерное вещественное евклидово пространство; $U(i)$—допустимая область изменения управления.

Обозначим

$$x_0(i)=\sum_{k=0}^{i-1} F(x(k),\ u(k)),$$

тогда справедливо

$$x_0(i+1)=x_0(i)+F(x(i),\ u(i))\equiv f_0(\bar{x}(i),\ u(i)),$$
$$x_0(0)=0,\quad x_0(s)=J,$$

где $\bar{x}=(x_0,\ x_1,\ \ldots,\ x_n)$.

В силу этого состояние процесса на на i-ом шаге описывается системой уравнений

$$\bar{x}(i+1)=\bar{f}(\bar{x}((i),\ u(i)),$$
$$\bar{x}(0)=(0,\ x(0)),\quad \bar{x}(s)=(J,\ x(s)), \tag{5}$$

где $$\bar{f}=(f_0, f_1, \ldots, f_n).$$

Тогда задачу (1)—(4) можно сформулировать следующим образом. Требуется найти такое допустимое управление, которое минимизирует

$$\Phi(\bar{x}(s))=\sum_{j=0}^{n}\mu_j d_j \tag{6}$$

при ограничениях (4) и (5), где $\mu_0=-1$, $d_0=x_0(s)$, $d_j=x_j(s)-x_j^*$; μ_j — множители, $j=\overline{1, n}$.

Для решения задачи (4)—(6) введем сопряженные переменные ψ_j, $j=\overline{0, n}$ и с их помощью составим функцию Гамильтона

$$H(\psi(i+1), x(i), u(i))=\sum_{j=0}^{n}\psi_j(i+1)\bar{f}(\bar{x}(i), u(i)), \tag{7}$$

где $\psi_j(i)$ определяется из следующей системы уравнений:

$$\psi_0=-1, \ \psi_j(i)=\frac{\partial H(\psi(i+1), \bar{x}(i), u(i))}{\partial x_j(i)}, \quad j=\overline{1, n} \tag{8}$$

с граничным условием

$$\psi_j(s)=\frac{\partial\Phi(\bar{x}(s))}{\partial x_j(s)}, \quad j=\overline{1, n}. \tag{9}$$

Утверждение. Пусть $u^*(i)$ — оптимальное управление, $\bar{x}^*(i)$ — соответствующая ему при заданном $\bar{x}(0)=(0, x^0)$ траектория. Тогда справедливо неравенство

$$H^0(\psi^*(i+1, \bar{x}^*(i), u^*(i))\geqslant H^0(\psi(i+1), \bar{x}^*(i), u(i)) \tag{10}$$

для всех $u(i)\in U(i)$, где значения ψ^* находятся из систем (8) и (9) при u^* и $\bar{x}^*$; $\psi(i+1)=\psi^*(i+1)+\Delta\psi^*(i+1)$, $H^0=H-A$,

$$A=\sum_{r=1}^{m}\int_0^{u_r}\frac{\partial H}{\partial\psi}\frac{\partial\psi}{\partial v_r}dv_r, \quad \Delta\psi^*(i+1)=\frac{\partial^2 H}{\partial u\partial\bar{x}}\Delta u^*(i).$$

Доказательство. Приращение вектора $\bar{x}^*(i+1)$ при специальной допустимой вариации управления вида

$$\Delta u^*(i)=u(i)-u^*(i)\neq 0, \quad \Delta u^*(j)=0, \quad j=\overline{0, s-1}, \quad j\neq i$$

можно представить так:

$$\Delta\bar{x}^*(i+1)=\bar{f}(\bar{x}^*(i), u^*(i)+\Delta u^*(i))-\bar{f}(\bar{x}^*(i), u^*(i)). \tag{11}$$

Тогда согласно (7) и (11) из известного неравенства $\langle\psi^*(i+1), \Delta\bar{x}^*(i+1)\rangle\leqslant 0$(²) следует

$$\langle\psi^*(i+1), \bar{f}(\bar{x}^*(i), u^*(i)+\Delta u^*(i))-\bar{f}(\bar{x}^*(i), u^*(i))\rangle\leqslant 0$$

или

$$H(\psi(i+1), \bar{x}^*(i), u^*(i)+\Delta u^*(i))-\frac{\partial H}{\partial\psi}\frac{\partial\psi}{\partial u}\Delta u^*(i)-$$
$$-H(\psi^*(i+1), \bar{x}^*(i), u^*(i))\leqslant 0,$$

откуда с учетом равенства

$$\frac{\partial H}{\partial \psi}\frac{\partial \psi}{\partial u^r}\Delta u_r^* = \int\limits_0^{u_r}\frac{\partial H}{\partial \psi}\frac{\partial \psi}{\partial v_r}dv_r - \int\limits_0^{u_r^*}\frac{\partial H}{\partial \psi}\frac{\partial \psi}{\partial v_r}dv_r + 0(\|\Delta u_r^*\|)$$

получим (с точностью до $\sum\limits_{r=1}^{m} 0(\|\Delta u_r^*\|)$) неравенство (10), где $< \dots >$ — скалярное произведение в E^{n+1}, $r=\overline{1, m}$. Утверждение доказано.

Из неравенства (10) следует, что в общем случае на оптимальной траектории не функция Гамильтона должна быть максимальной, а функция H^0, одновременно с которой для некоторого класса задач и функция Гамильтона должна быть максимальной. Этот класс определен задачами с выпуклым множеством достижимости процесса (1) (доказательство справедливости принципа максимума для задач с выпуклым множеством достижимости дано в ([2])). Функцию H^0 можно назвать неполным гамильтонианом.

Аналогичное утверждение можно доказать и для непрерывных систем, т. е. доказать, что в общем случае на оптимальном управлении максимальной должна быть не функция Гамильтона, а непрерывный аналог функции H^0.

П р и м е р. Пусть дискретный процесс описывается системой уравнений

$$x_1(i+1) = x_1(i) + 2u(i);$$

$$x_2(i+1) = x_2(i) - x_1^2(i) + u^2(i);$$

$$x_1(0) = 3,\ x_2(0) = 0,\ i = 0,\ 1.$$

Требуется найти управление $u(i)$, $i=0, 1$, доставляющее максимум $J=x_2(2)$ при ограничении $|u(i)| \leqslant 5$. Правый конец x_1 свободен. Этот пример взят из ([2]), где на нем четко доказывается, что на оптимальном управлении принцип максимума не имеет места (этот пример рассмотрен и в ([3])).

Для этой задачи показатель качества имеет вид

$$J = -3u^2(0) - 12u(0) + u^2(1) - 18,$$

откуда оптимальное управление равно $u^*(0) = -2$, $u^*(1) = \pm 5$. При оптимальном управлении $\psi_1^*(1) = 2$, $\psi_1^*(2) = 0$, $\psi_2^*(1) = \psi_2^*(2) = 1$, а функция Гамильтона определяется следующим образом ([2]):

$$H(u(0)) = u^2(0) + 4u(0) - 3,$$

$$H(u(1)) = u^2(1) - 6.$$

Из выражения для $H(u(0))$ видно, что при $u^*(0) = -2$ функция Гамильтона принимает минимальное значение.

Определим теперь функцию $H^0(u(0))$, принимая $\psi_2(1) = \psi_2(2) = 1$,

$$H^0(u(0)) = u^2(0) - 9 + \psi_1(1)(3 + 2u(0)) - A(0).$$

Так как

$$A=\int\limits_0^{u(0)}\frac{\partial H(v(0))}{\partial\psi_1(1)}\,\frac{\partial\psi_1(1)}{\partial v(0)}\,dv(0)=-(4u^2(0)+12\cdot u(0)),$$

то

$$H^0(u(0))=-3u^2(0)-12u(0)-27.$$

Как видно, функция $H^0(u(0))$ с точностью до постоянной совпадает с J и при $u^*(0)=-2$ достигает максимума. При $i=1$ $H(u(1))=$ $=H^0(u(1))$, поэтому решение $u^*(1)=\pm 5$ доставляет максимум обеим функциям.

Филиал ВНИИАЭС

Ս. Վ. ՇԱՀՎԵՐԴՅԱՆ

Դիսկրետ համակարգերի համար օպտիմալության անհրաժեշտ պայմանների մասին

Աշխատանքում ապացուցվում է, որ օպտիմալ կառավարման դեպքում մեծագույնը պետք է լինի ոչ թե Համիլտոնի H ֆունկցիան, այլ $H^0=H-A$ թերի համիլտոնյանը, որտեղ՝

$$A=\sum_{l=1}^{m}\int\limits_0^{u_r}\frac{\partial H}{\partial\psi}\,\frac{\partial\psi}{\partial v_r}\,dv_r$$

Բերվում են ընդհանուր դեպքի համար դիսկրետ համակարգերի օպտիմալության անհրաժեշտ պայմանները։ Դիտվում է օրինակ, որի վրա ցույց է տրվում, որ օպտիմալ ղեկավարման դեպքում մեծագույն արժեքի է հասնում H^0-ն։ Այդ դեպքում Համիլտոնի ֆունկցիան ընդունում է փոքրագույն արժեք։

ЛИТЕРАТУРА—ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

[1] *В. Г. Болтянский,* Оптимальное управление дискретными системами, Наука, М., 1973. [2] *А. И. Пропой,* Элементы теории оптимальных дискретных процессов, Наука, М., 1973. [3] *Р. Габасов,* ЖВМ и МФ, т. 8, № 4 (1968). [4] *B. K. Jordan, E. Polak,* Electronics and Control, v. 17, №6 (1964). [5] *Ш. С. Л Чанг,* Синтез оптимальных систем автоматического управления, Машиностроение, М., 1965. [6] *Фан Вань.* Дискретный принцип максимума, Мир, М., 1967. [7] *F. Horn, R. Jackson,* Int. J. Control, v. 1, №4 (1965). [8] *Р. Габасов, Ф. М. Кириллова,* Автоматика и телемеханика, №11, 1966.

УДК 549.731 (479.25)

МИНЕРАЛОГИЯ

В. Г. Фоминых, Г. Б. Межлумян, Н. В. Ларина

Особенности состава и условия формирования магнетит-ильменитовых парагенезисов титано-магнетитовых руд Сваранцкого месторождения

(Представлено чл.-корр. АН Армянской ССР А. Т. Асланяном 15/V 1984)

Сваранцкое титаномагнетитовое месторождение располагается в пределах Арамаздского многофазного интрузивного массива среди пород основного и ультраосновного состава (габбро и оливинитов), являющихся ранней стадией его формирования. Эти породы, перемежаясь, слагают единую полосу западного простирания длиной около 6 км при ширине 1,5 км ([1]).

Руды месторождения представлены более чем тридцатью крутопадающими (60—85°) рудными телами меридионально-субмеридионального, реже широтного и северо-западного простирания—титаномагнетитовыми оливинитами, из которых двенадцать имеют мощность от 10 до 60—70 м, остальные—от 2 до 8 м. Колеблется и длина рудных тел по простиранию: от первых десятков метров до 1200—1400 м.

Рудные участки морфологически представлены: а) дайко-линзо- и жилообразными телами титаномагнетитовых оливинитов в габбро с резкими контактами, обычно осложненными раздувами и пережимами; б) зонами оруденелых оливиновых габбро и троктолитов с вкрапленными, шлировыми и жилообразными выделениями титаномагнетита с постепенными переходами. Рудные тела располагаются неравномерно в виде обособленных зон, слагая три участка: Центральный, Северо-Западный и Юго-Восточный.

Вещественный состав руд Сваранцкого месторождения однообразен, прост и отвечает малотитанистому типу титаномагнетитовых ванадийсодержащих месторождений ([2]); близок по составу Висимскому месторождению на Урале ([3, 4]) и в целом Качканарскому типу ([5]).

Магнетит Сваранцкого месторождения является самым распространенным рудным минералом, количество которого колеблется от 20 до 70% (во вкрапленных рудах) до 95% (в сплошных) от общего количества рудных минералов. Он представлен полигональными зернами размером от 0,001 до 1,5 мм, в среднем 0,3—0,6 мм в диаметре. Во вкрапленных рудах зерна магнетита слагают полизернистый агрегат, выполняющий промежутки между зернами силикатных минералов, образуя типичные сидеронитовые структуры. В сплошных рудах магнетит представлен эвгедральными кристаллами размером 0,5—3,2 мм, слагая агрегат панидиоморфнозернистой структуры.

Магнетит (титаномагнетит) Сваранцкого месторождения представляет собой сложный полигональный агрегат—продукт распада твердого раствора ульвошпинели (?), ильменита и шпинели в магнетите. Он состоит из агрегата пластинчатых вростков ильменита по (111), шпинели и ульвошпинели (?) по (100); последняя отмечается в единичных аншлифах в незначительном количестве. По составу он относится к малосреднетитанистой разности и содержит двуокиси титана от 5,27 до 8,5% (табл. 1).

Ильменит имеет два морфолого-генетических типа зерен: а) ранний—первичнообособленные зерна, имеющие полигональную структуру и сформировавшиеся одновременно с зернами первичного титано-

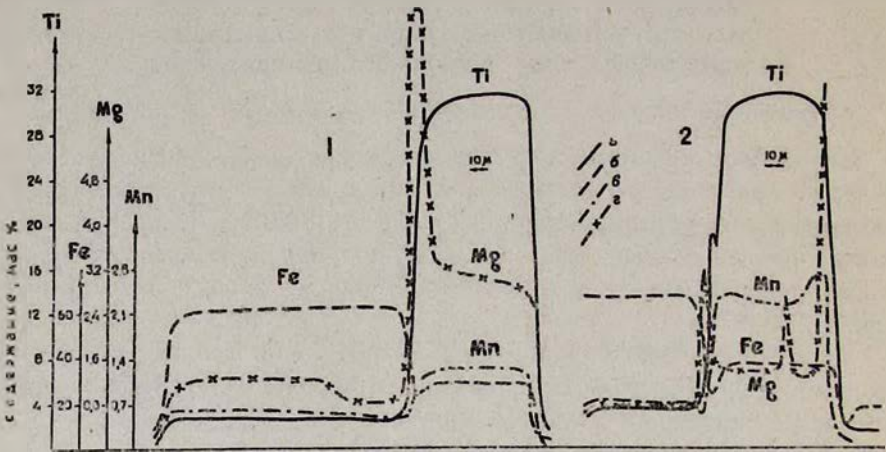


Рис. 1. Кривые концентраций железа, титана, марганца и магния в зернах магнетита и сосуществующего с ним ильменита из сплошной титаномагнетитовой руды в оливините Сваранцкого месторождения. *1*—полигональнозернистый агрегат обособленных зерен магнетита (титаномагнетита) и ильменита сидеронитовой структуры; *2*—зерно магнетита (титаномагнетита) с пластинчатыми вростками ильменита. Содержание: *а*—титана; *б*—железа; *в*—марганца; *г*—магния

Рис. 2. Распределение элементов в зернах магнетита и ильменита из сплошной титаномагнетитовой руды в оливините Сваранцкого месторождения. *1*—полигональнозернистый агрегат обособленных зерен магнетита (титаномагнетита) и ильменита сидеронитовой структуры; *2*—зерно магнетита (титаномагнетита) с пластинчатыми вростками ильменита. Изображение: *а*—в обратнорассеянных электронах; в рентгеновском излучении: *б*—железа; *в*—титана; *г*—марганца; *д*—магния. Увел.: 1—300х; 2—600х

магнетита и б) поздний—пластинчатые вростки в магнетите, возникшие в результате распада твердого раствора первичного титаномагнетита.

Препараты магнетита и сосуществующего с ним ильменита проанализированы на приборе микрорентгеноспектрального анализа JXA-5. Анализы рудных зерен выполнены точечным методом и методом сканирования на железо, титан, магний и марганец (табл. 2, рис. 1, 2).

На основании полученных данных установлено, что: 1) распределение таких элементов, как железо, титан, магний и марганец, по всей площади зерен магнетита и ильменита равномерно (рис. 1), а участками выделяются отдельные включения силикатных минералов (рис. 2); 2) химический состав ильменита различных морфолого-генетических типов зерен (обособленных от зерен магнетита и пластинчатых

Таблица 1

Химический состав магнетитов из титаномагнетитовых руд Сваранцкого месторождения ([1])

Компонент	Содержание, мас., %		
	Орудененое оливиновое габбро	Массивная титаномагнетитовая руда	
SiO_2	5,6	1,01	1,72
TiO_2	5,27	7,22	8,52
Al_2O_3	—	3,07	—
Cr_2O_3	0,25	—	не обн.
Fe_2O_3	52,95	51,64	54,70
FeO	33,40	32,06	31,86
MgO	0,79	2,85	3,38
MnO	0,29	—	0,29
V_2O_5	0,15	0,62	0,20
Сумма	98,70	98,47	100,67
Usp в mt, мас., %	21,41	37,54	32,04
T°C ±50	600	750	675
fO_2 ат, ±1	22	17,5	20

вростков в магнетите) близок, несмотря на то, что содержание магнезии в 2 раза выше в ранних первичнообособленных полигональных зернах, чем в пластинчатых вростках, что, по-видимому, находит объяснение в наличии повышенного количества пластинчатых вростков шпинели типа плеонаст ($MgAl_2O_4$), количество которых достигает 10—15% от объема магнетита; 3) магнетитовая матрица—основа распавшегося твердого раствора, в которой выделяются вростки ильменита—продукт распада твердого раствора, значительно обедняется титаном. Если в титаномагнетите (магнитной фракции), который не очищается от тонких пластинчатых вростков ильменита, содержание двуокиси титана составляет 5,0—8,5% (табл. 1), то после распада оно падает до 4,5%, т. е. почти в 2 раза (табл. 2).

Исходя из анализа состава сосуществующего парагенезиса mt—il можно сделать два очень важных вывода об условиях образования

Таблица 2

Химический состав* магнетитов (*а*) и сосуществующих с ними ильменитов (*б*) из рудных оливинитов Сваранцкого месторождения (штольня 3. Центральный участок)

Пробы	1. Полигональнозернистый агрегат магнетита и ильменита сидеронитовой структуры в рудном оливините, мас., %		2. Магнетит с пластинчатыми вростками ильменита, мас., %	
Компоненты	а	б	а	б
TiO_2	4,50	51,70	4,67	50,37
Fe_2O_3	59,86	3,0	59,81	3,68
FeO	32,32	36,84	32,52	39,58
MgO	1,33	4,81	1,33	1,99
MnO	0,26	1,16	0,39	2,19
Сумма:	98,27	97,84	97,72	97,81
Ulsp в mt мас., %	13,01		13,42	
Fe_2O_3 в Il мас., %	1,45		1,79	
T°C, ±50	550		550	
fO_2 ат, ±1	23		23	

* Микрорентгеноспектральные определения выполнены Л. К. Ворониной в Институте геологии и геохимии им. акад. А. Н. Заварицкого УНЦ АН СССР. Расчет содержаний окисного и закисного железа произведен на основе стехиометрии.

титаномагнетитовых руд Сваранцкого месторождения и распада твердого раствора зерен первичных титаномагнетитов.

Если принять во внимание, что зерна первичнообособленного ильменита имеют определенный состав (табл. 2, анализ 1, *б*), и сравнить его с анализами сосуществующего титаномагнетита (табл. 1) по геотермометру ([6]) с дополнениями ([7]), то температура формирования титаномагнетитовых руд соответствует 675°С±50 и фугитивности кислорода около 20 ат (среднее по трем определениям, табл. 1), что отвечает условиям формирования малотитанистых руд Урала ([8]), тогда как распад твердого раствора первичного титаномагнетита происходит при более низких температурах, порядка 550° и при более высокой фугитивности кислорода, равной 23 ат. Следовательно, для расчетов условий формирования титаномагнетитовых руд нужно знать химический состав первичнообособленного нераспавшегося твердого раствора титаномагнетита, который кристаллизовался с зернами первичнообособленного ильменита в процессе формирования руд, а для этого достаточно химического анализа магнитной фракции.

Институт геологии и геохимии
им. акад. А. Н. Заварицкого
УНЦ АН СССР
Институт геологических наук
Академии наук Армянской ССР

Սվարանցի տիտանամագնետիտային հանքավայրի մագնետիտ-իլմենիտային պարագենեզիսի հանքանյութերի կազմի առանձնահատկությունները և առաջացման պայմանները

Առաջին անգամ միկրոռենտգենոսպեկտրալ անալիզի մեթոդով որոշվել է Սվարանցի տիտանամագնետիտային հանքանյութերում համատեղ գտնվող մագնետիտ և իլմենիտ միներալների կազմը և քիմիական առանձնահատկությունները։

Ստացված նոր տվյալներով հաստատվել է, որ Սվարանցի հանքավայրի տիտանամագնետիտային հանքանյութերն առաջացել են 675°±50 ջերմության և մոտավորապես 20 ատմոսֆեր թթվածնի ֆուգիտիվության, իսկ առաջնային տիտանամագնետիտային պինդ լուծույթի տրոհումը տեղի է ունեցել ցածր՝ 550°±50 ջերմության և ավելի բարձր՝ 23 ատմոսֆեր թթվածնի ֆուգիտիվության պայմաններում։

ЛИТЕРАТУРА—ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

[1] *Г. Б. Межлумян,* Сваранцкое железорудное месторождение. Изд-во АН АрмССР, Ереван, 1974. [2] *Д. С. Штейнберг, В. Г. Фоминых,* в сб.: Эндогенные рудные месторождения. Докл. сов. геологов XXIII сессии МГК, Наука, М., 1968. [3] *И. И. Малышев, П. Г. Пантелеев, А. В. Пэк,* Тр. Уральск. фил. АН СССР. Сер. Уральск., вып. I. Изд-во АН СССР, Л., 1934. [4] *И. К. Латыш,* Тр. Горно-геолог. ин-та Уральск. фил АН СССР, Свердловск, вып. 50, 1960. [5] *В. Г. Фоминых, П. И. Самойлов, Г. С. Максимов* и др., Тр. Ин-та геолог. и геохим. Уральск. фил. АН СССР, Свердловск, 1967. [6] *A. F. Buddington, D. H. Lindsley,* Journ. Petrol., vol. 5. №2 (1964). [7] *Ю. А. Полтавец,* Изв. АН СССР. Сер. геол., № 6, 1975. [8] *В. Г. Фоминых,* в сб.: Проблемы минеральной геотермобарометрии. Тр. Ин-та геол. и геохим. УНЦ АН СССР, Свердловск, 1976.

ՀԱՅԿԱԿԱՆ ՍՍՀ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԿԱԴԵՄԻԱՅԻ ԶԵԿՈՒՅՑՆԵՐ
ДОКЛАДЫ АКАДЕМИИ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР

LXXX 1985 5

УДК 595.772

ЭНТОМОЛОГИЯ

В. А. Рихтер

Новый вид ктырей рода Andrenosoma Rd. (Diptera, Asilidae) из Закавказья

(Представлено чл.-корр. АН Армянской ССР С. О. Мовсесяном 25/V 1984)

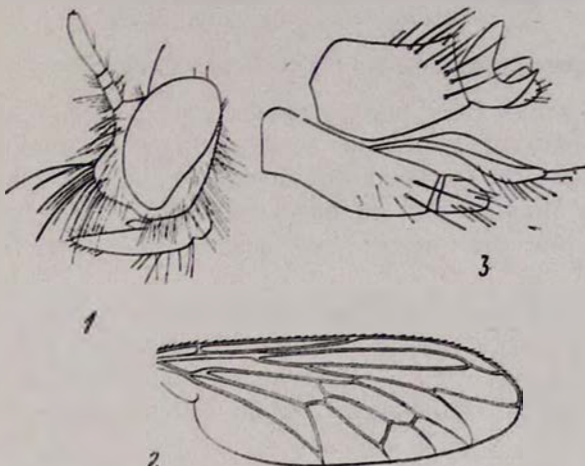
Переданный автору на определение материал по ктырям, выведенным из куколок в ветках астрагала в Нахичеванской АССР, оказался принадлежащим к ранее не описанному виду рода Andrenosoma Rd. Его описание приводится ниже. Весь типовой материал, включая голотип, хранится в коллекции Зоологического института АН СССР, в Ленинграде. Автор глубоко признателен Н. П. Кривошеиной за предоставление ценного материала.

Andrenosoma valentinae V. Richter, sp. n.

Глазковый бугорок сзади, поверхность темени вокруг него и верхняя часть задней поверхности головы черные, блестящие. Лоб, глазковый бугорок спереди, темя по бокам и задняя поверхность головы в нижней части покрыты густой белой пыльцой Лицо также покрыто густой белой пыльцой, за исключением продольной срединной блестящей черной полосы, достигающей основания усиков. Лоб по бокам в желтовато-белых или белых волосках; глазковые щетинки белые. Лицевая борода желтовато-белая, с примесью одной (голотип) или нескольких черных длинных щетинок в ее верхней части. Хоботок снизу в длинных белых волосках; щупики в черных, смешанных с белыми волосках; бакенбарды белые; затылочные щетинки белые, смешанные с черными. Усики черные; их базальные членики в белых, смешанных с черными волосках и щетинках. 1-й членик усиков в 1,7—2 раза длиннее их 2-го членика; 3-й членик в 1,5—1,8 раза длиннее 1—2-го члеников, вместе взятых, у 1 самки дорсально с 1 щетинкой (рис. 1, *1*).

Среднеспинка черная, блестящая, в преимущественно белых коротких стоячих волосках, не образующих густого покрова, с 2 довольно узкими продольными полосами белой пыльцы, изогнутыми медиально к переднему краю среднеспинки и достигающими его; их задний край доходит до уровня основания крыльев. Развиты также короткая боковая полоса белой пыльцы по боковому краю среднеспинки над основанием крыльев и поперечная полоса белой пыльцы вдоль заднего края среднеспинки. Боковые щетинки черные. Щиток черный, блестящий, узко окаймлен полосой белой пыльцы по переднему краю, перед задним краем с несколькими стоячими белыми или черными волосками, по заднему краю с 5—6 белыми или черными тонкими щетинками. Бочки груди, за исключением желтых гипоплевр, черные, в торчащих белых волосках, покрыты густой белой пыльцой; лишь мезоплевры черные, блестящие, с полосой белой пыльцы по их верхнему краю.

Передние и средние ноги черные, в белых волосках и белых, смешанных с черными щетинках. Задние тазики и вертлуги буровато-желтые. Задние бедра сильно утолщены, желтые, с черной вершинной третью. Голени также утолщены, черные, с красноватой вентральной полосой. Лапки черные; коготки черные, пульвиллы желтые.



Крылья (рис. 1, *2*) слегка сероватые, стебелек первой радиальной ячейки удлиненный. 1-я заднекрайняя ячейка узко открытая; 4-я заднекрайняя и анальная ячейки стебельчатые. Жужжальца желтые.

Брюшко полностью красновато-желтое, блестящее, в коротких тонких волосках, вдоль середины тергитов с преобладанием черных, по бокам—с преобладанием белых волосков. 2—5-й тергиты по бокам на уровне середины длины с 1 черной или желтой дискальной щетинкой. У 1 самки 2—5-й тергиты по бокам с буроватой каймой.

Гипопигий повернут на 180°, желтый, с бурыми церками и дистальными члениками гонопод. Дистальный членик гонопод на вершине широко полукругло вырезан, с более узким вентральным и более широким дорсальным выступами (рис. 1, *3*).

Длина тела 6—8,2 мм.

Материал. Нахичеванская АССР, Бичсnек, на личинках златки Anthaxia igockii Obenberger в ветках астрагала, 12. VII 1982, 1♂—голотип, 1♀ (Холина). Там же, с такой же этикеткой, 9. VII 1982, 1♀, 13. VII 1982, 1♀ (Холина).

От известных палеарктических видов рода Andrenosoma A. valentinae sp. n. отличается полностью красным брюшком и формой дистального членика гонопод (1).

Вид назван именем энтомолога В. Н. Логвиненко.

Зоологический институт
Академии наук СССР

Վ. Ա. ՌԻԽՏԵՐ

Andrenosoma Rd. սեռի գիշատիճների (Diptera, Asilidae) նոր տեսակ Անդրկովկասից

Հոդվածում նկարագրվում է գիշատիճների նոր տեսակ — Andrenosoma valentinae sp. n. *որը համեմատվում է հարակից տեսակների հետ։ Բերված են հիմնական հատկանիշների նկարները։*

ЛИТЕРАТУРА — ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

[1] *Э. Сеги*, Rev. Franc. Ent., v. 19, p. 192—196 (1952).

ՀԱՅԿԱԿԱՆ ՍՍՀ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԿԱԴԵՄԻԱՅԻ ԶԵԿՈՒՅՑՆԵՐ
ДОКЛАДЫ АКАДЕМИИ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР
LXXX 1985 5

УДК 591.513+615.092.786

ФИЗИОЛОГИЯ

Г. Е. Григорян, Н. Е. Акопян

Влияние пуфемида на двигательную активность белых крыс в «открытом поле»

(Представлено академиком АН Армянской ССР В. В. Фанарджяном 28/II 1984)

Пуфемид (α-п-изопропоксифенилсукцинимид) — новый отечественный препарат, обладающий высокой противосудорожной активностью, —синтезирован в Институте тонкой органической химии АН Армянской ССР ([1]). Внутрибрюшинное введение терапевтических доз препарата предотвращает появление экспериментально вызванных судорог у крыс и мышей ([2]).

Целью настоящего сообщения явилось выявление избирательности в действии пуфемида на разные элементы двигательного поведения крыс в тесте «открытого поля» ([3]).

Опыты проведены на 15 белых беспородных крысах обоего пола массой 150—250 г.

В контрольных опытах в течение 30—60 дней изучалась динамика развития хронического угашения ориентировочно-исследовательской реакции в «открытом поле». На рис. 1 показан пример положительной корреляции между двигательной активностью и уровнем дефекации в фазе активного избегания поля. Это свидетельствует о том, что повышенная исследовательская активность у данного животного в первых опытах тестирования в «открытом поле» сопровождается высокой эмоциональностью. Начиная с 10-го дня угашения наступала пассивно-оборонительная фаза реакции страха (подавление активности), которая вскоре (с 16-го опыта) сменилась повторным повышением исследовательской активности по показателям частоты пересечения квадратов и числа вертикальных стоек (рис. 1, *Б, В*). В то же время число пересечения квадратов и поднятия головы практически не претерпевало заметных изменений у данной особи в процессе хронического привыкания (рис. 1, *А. Г*). Для этого периода привыкания характерна отрицательная корреляция двигательной активности с дефекацией (рис. 1, *Е*). Эти эксперименты выявили значительную индивидуальную вариабельность в развитии двигательного поведения крыс при хроническом привыкании в «открытом поле» ([3]).

В отдельные этапы угашения ориентировочной реакции испытывали действие пуфемида. На каждом животном проведено по 2—3 опыта. Ввиду нерастворимости препарата в воде его готовили в виде коллоидной взвеси в 0,5%-ном растворе карбоксиметилцеллюлозы и вводили внутрибрюшинно.

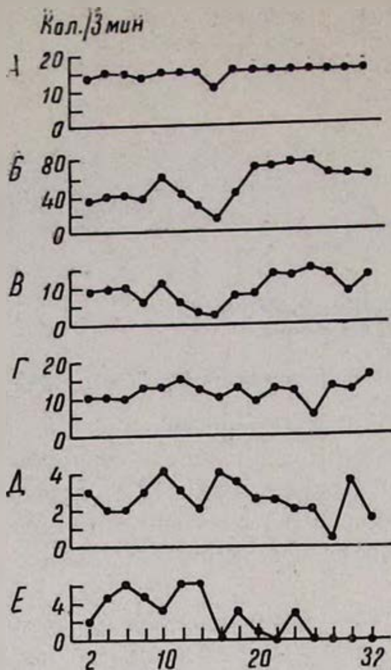


Рис. 1. Крыса № 30. Динамика привыкания исследовательской активности в «открытом поле». На абсцисс—число опытов. На каждом делении—средние данные из двух опытов. На ординат—число элементов поведения: *А*—пересечение квадратов, *Б*—частота пересечения квадратов, *В*—вертикальные стойки, *Г*—поднятие головы, *Д*—чистка шерсти и умывание, *Е*—дефекация

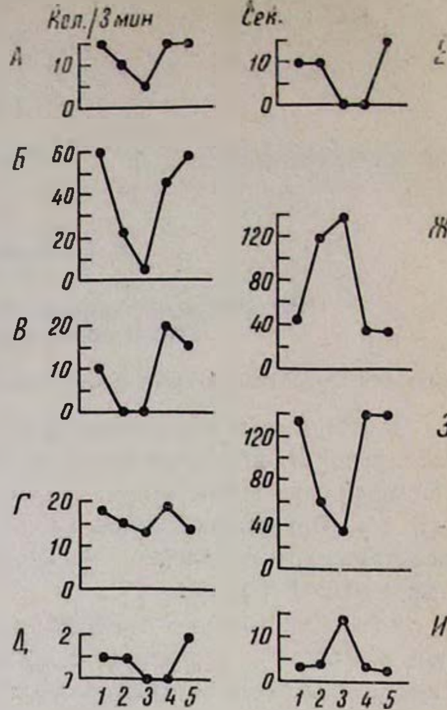


Рис. 2. Крыса № 30. Действие пуфемида на элементы двигательной активности в «открытом поле». На абсцисс: *1*—контроль, *2—5*—через 30, 60, 120 мин и 24 ч после инъекции препарата соответственно. *А—Д*—те же элементы, что на рис. 1. *Е—И*—время гигиенических процедур, нахождения в покое, в движении и реакции-побежки

Анализ полученных данных по элементам поведения показал, что пуфемид в терапевтических дозах (100 мг на кг) оказывает сильное угнетающее влияние на моторную активность крыс в «открытом поле». Спустя 30—60 мин после инъекции препарата замедлялась скорость двигательной реакции-побежки от исходной позиции в угол поля (рис. 2, *И*). Значительно суживалась площадь поступательного движения и почти полностью прекращались попытки вертикальных стоек на задние лапы. Становились редкими также гигиенические процедуры (рис. 2, *А—В, Д*). Наименее чувствительной к действию препарата оказалась поза подъема головы с обнюхиванием (рис. 2, *Г*). Это одна из форм исследовательской реакции животного, проявляемая исключительно в покое.

Соответственно описанному резко сокращалось время, затраченное на движение и на комфортные процедуры, и увеличивалось время, затраченное на покой (рис. 2, *Е—З*).

Со стороны дыхания отмечалось урежение ее частоты в среднем на 30—40% от исходного уровня (рис. 3). Спустя 2—4 ч после инъекции эффекты действия пуфемида постепенно ослабевали и количественные показатели двигательной активности животных по всем изученным па-

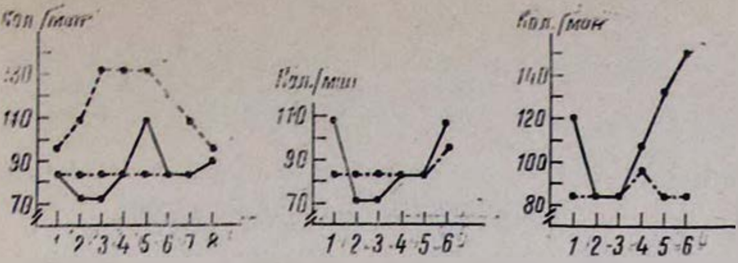


Рис. 3. Действие пуфемида на частоту дыхания. Слева направо: крысы № 1, 2 и 15. На абсцисс: *1*—контроль, *2—5*—через 30, 60, 120, 180 мин, *6—8*—через 24, 48 и 72-ч после инъекции пуфемида (сплошная линия), атропина 2 мг/кг (пунктиры) и физиологического раствора 1 мл (пунктиры с точкой). На ординат—частота дыхания в мин. В противоположность эффекту пуфемида атропин стимулирует, а физиологический раствор не изменяет частоту дыхания

раметрам поведения достигали контрольного уровня.

Таким образом, полученные данные позволяют заключить, что пуфемид в терапевтических дозах при однократном введении оказывает однонаправленное угнетающее действие практически на все элементы двигательной активности белых крыс в «открытом поле».

Институт зоологии
Академии наук Армянской ССР

Գ. Ե. ԳՐԻԳՈՐՅԱՆ, Ն. Ե. ՀԱԿՈԲՅԱՆ

Պուֆեմիդի ազդեցությունը «բաց դաշտում» սպիտակ առնետների շարժողական ակտիվության վրա

Պուֆեմիդը հակացնցումային նոր դեղամիջոց է, որը սինթեզվել է Հայկ. ՍՍՀ ԳԱ նուրբ օրգանական քիմիայի ինստիտուտում։

Մեր հետազոտության նպատակն է եղել ցույց տալ պուֆեմիդի հնարավոր ընտրողական ազդեցությունը շարժողական վարքի տարբեր ձևերի վրա։ Այս նպատակով օգտագործվել է «բաց դաշտի» մեթոդիկան։ Այն իրենից ներկայացնում է բաց արկղ 60×60×30 սմ չափերով, որի հատակը բաժանված է 16 հավասարաչափ քառակուսիների։ Այս հարմարանքը հնարավորություն է ընձեռում որոշակի ժամանակահատվածում գրի առնել և ուսումնասիրել կենդանու վարքի մի շարք ցուցանիշներ։ Դրանցից են՝ հորիզոնական ակտիվությունը, կանգ հետին թաթերի վրա, գլխի բարձրացում և հոտոտում, մաշկի և մազերի մաքրում, արտաթորություն։

Փորձերը ցույց տվեցին, որ պուֆեմիդի բուժիչ դոզաները (100մգ/կգ) միանվագ ներորովայնային ներարկումից 30—60 րոպե անց առաջ են բերում շարժողական վարքաձևերի հաճախականության զգալի նվազում, ընդհուպ նրանց լիակատար արգելակումը։

ЛИТЕРАТУРА — ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

[1] *С. А. Аветисян, О. Л. Мнджоян*, Арм. хим. журн., т. 23, № 4 (1970). [2] *Н. Е. Акопян, Д. А. Герасимян*, Биол. журн. Армении, т. 24, № 2 (1971). [4] *Г. Е. Григорян, А. М. Стольберг*, ДАН АрмССР, т. 79, № 5 (1984).

ԲՈՎԱՆԴԱԿՈՒԹՅՈՒՆ LXXX ՀԱՏՈՐԻ

ՄԱԹԵՄԱՏԻԿԱ

ԿԻՐԱՌԱԿԱՆ ՄԱԹԵՄԱՏԻԿԱ

ՄԻԿՐՈԲԻՈԼՈԳԻԱ

ԲՈՒՅՍԵՐԻ ՖԻԶԻՈԼՈԳԻԱ

ՄԻՋԱՏԱԲԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

ՏԶԱԲԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

ՖԻԶԻՈԼՈԳԻԱ

СОДЕРЖАНИЕ LXXX ТОМА

СТРОИТЕЛЬНАЯ МЕХАНИКА

МЕХАНИКА ГРУНТОВ

ТЕОРИЯ УПРУГОСТИ

ТЕОРИЯ ПОЛЗУЧЕСТИ

ФИЗИКА

АСТРОФИЗИКА

ГЕОФИЗИКА

МИНЕРАЛОГИЯ

ТЕКТОНИКА

МИКРОБИОЛОГИЯ

ФИЗИОЛОГИЯ РАСТЕНИЙ

ЭНТОМОЛОГИЯ

АКАРОЛОГИЯ

ФИЗИОЛОГИЯ

ФИЗИОЛОГИЯ

CONTENTS OF VOLUME LXXX

MATHEMATICS

APPLIED MATHEMATICS

MECHANICS

STRUCTURAL MECHANICS

SOIL MECHANICS

THEORY OF ELASTICITY

CREEP THEORY

PHYSICS

ASTROPHYSICS

GEOPHYSICS

MINERALOGY

TECTONICS

MICROBIOLOGY