

Զ Ե Կ Ո Ւ Յ Ց Ն Ե Ր
 Д О К Л А Д Ы

LXXIX, № 3

1984

Խմբագրական կոլեգիա

Գ Ա ԱՐՁՈՒՄԱՆՅԱՆ, տեխն. գիտ. թեկնածու (պատ. ֆաբրիկար), է. Գ. ԱՅՐԻԿՅԱՆ, ՀՍՍՀ ԳԱ ակադեմիկոս, Ա. Թ. ԲԱՐԱՅԱՆ, ՀՍՍՀ ԳԱ ակադեմիկոս, Ա. Հ. ԳԱՐՐԻՆԼՅԱՆ, ՀՍՍՀ ԳԱ ակադեմիկոս, Ա. Ա. ԹԱԼԱԼՅԱՆ, ՀՍՍՀ ԳԱ թղթ. անդամ, Վ. Մ. ԹԱՌԱՅԱՆ, ՀՍՍՀ ԳԱ թղթ. անդամ, Վ. Հ. ՀԱՄԲԱՐՁՈՒՄՅԱՆ, ակադեմիկոս, Վ. Հ. ՂԱԶԱՐՅԱՆ, ՀՍՍՀ ԳԱ ակադեմիկոս (պատ. խմբագրի տեղակալ), Վ. Գ. ՄԻՆԹԱՐՅԱՆ, ՀՍՍՀ ԳԱ թղթ. անդամ, Գ. Ս. ՍԱՀԱԿՅԱՆ, ՀՍՍՀ ԳԱ ակադեմիկոս, Ս. Մ. ՍԱՊՈՆԺՅԱՆ, ՀՍՍՀ ԳԱ թղթ. անդամ Մ. Լ. ՏԵՐ-ՄԻԿԱԵԼՅԱՆ, ՀՍՍՀ ԳԱ ակադեմիկոս, Վ. Բ. ՏԱՆԱՐՁՅԱՆ, ՀՍՍՀ ԳԱ ակադեմիկոս:

Редакционная коллегия

Վ. Ա. ԱՄԲԱՐՇՄՅԱՆ, ակադեմիկ, Գ. Ա. ԱՐՅՄԱՆՅԱՆ, կանդ. տեխ. ռաւք (օտ՜ սեքրետար), Յ. Գ. ԱՓՐԻԿՅԱՆ, ակադեմիկ ԱՆ ԱրմՍՍՐ, Ա. Կ. ԵԱԵԱՅԱՆ, ակադեմիկ ԱՆ ԱրմՍՍՐ, Ա. Ա. ԳԱԲՐԻԵԼՅԱՆ, ակադեմիկ ԱՆ ԱրմՍՍՐ, Վ. Օ. ԿԱՅԱՐՅԱՆ, ակադեմիկ ԱՆ ԱրմՍՍՐ (զաՄ. օտ՜ ռեդաքտօրա), Վ. Գ. ՄԻԿԱՐՅԱՆ, շլ. - կօրր. ԱՆ ԱրմՍՍՐ, Գ. Տ. ՏԱԿՅԱՆ, ակադեմիկ ԱՆ ԱրմՍՍՐ, Օ. Մ. ՏԱՓՈՆԺՅԱՆ, շլ. - կօրր. ԱՆ ԱրմՍՍՐ, Ա. Ա. ԿԱԼԱԼՅԱՆ, շլ. - կօրր. ԱՆ ԱրմՍՍՐ, Վ. Մ. ԿԱՐԱՅԱՆ, շլ. - կօրր. ԱՆ ԱրմՍՍՐ, Մ. Լ. ԿԵՐ-ՄԻԿԱԵԼՅԱՆ, ակադեմիկ ԱՆ ԱրմՍՍՐ, Վ. Վ. ՓԼԱՐԱՋՅԱՆ, ակադեմիկ ԱՆ ԱրմՍՍՐ.

ԲՈՎԱՆԳԱԿՈՒԹՅՈՒՆ

ՄԱԹԵՄԱՏԻԿԱ

Ա. Մ. Մովսիսյան—Օրկորոդ կարգի մատրիցաների հանրահաշիվների նիւպոտենտ ինթահանրահաշիվների փաթաթման նույնութիւնները 99

Վ. Ա. Խաչկեվիչ—Ֆոկուսացնող սպերատորների բնութագրիչ սպեկտրալ հատկութիւնների մասին 102

Կ. Հ. Ղազարյան—Շերտում բազմասյատիկ ինտերպոլյացիոն խնդիրը և որոշ քուէկցիաների սիստեմների բաղիսութիւնը 106

Շ. Հ. Կրիզորյան—Անկյունային տիրույթում Մյունց—Սասի տիպի ոչ լրիւ ընդհանրացված համակարգերի փակույթի մասին 110

ԿԻՐԱՌԱԿԱՆ ՄԱԹԵՄԱՏԻԿԱ

Է. Հ. Ղազարյան, Ս. Ս. Պողոսյան—Հաշվարկային սխեմաների կառուցման մի մեթոդի մասին 116

ՄԵԽԱՆԻԿԱ

Ս. Մ. Գուրգարյան—Բաղադրյալ ձողի ջերմակայունութիւնը 120

ԿՐՈՒՆՏՆԵՐԻ ՄԵԽԱՆԻԿԱ

Ս. Ռ. Մեսչյան, Հ. Ռ. Շահնազարյան—Պարզ սահքի դեպքում կավային գետնահողերի տեղական ձևափոխութիւնների կանխորոշման մասին 125

ԱՆՈՒԻԱՆԱԿԱՆ ՔԻՄԻԱ

Վ. Ռ. Իսրայելյան—Բժտոնների մեջ հրարխածին ապարների ակտիվութեան բնույթի մասին 130

ԱԳՐՈՔԻՄԻԱ

Ս. Ա. Աբրահամյան, Ա. Շ. Իսխայան—Հողում ֆոսֆատաղայի իմորիլիզացման մասին 136

ԻՆՎԱՐԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

Մ. Կ. Կանեցյան, Է. Ս. Ամրոյան, Ռ. Ա. Չափարյան, Ա. Ս. Աղարալյան, Ու. Ս. Չարչոլյան, Ժ. Ի. Հակոբյան, Է. Ս. Կարբիելյան—Ընկերքային նուկլինաթթուների ազդեցութիւնը թրոմբոցիտների ագրեգացիայի վրձակի վրա 140

СОДЕРЖАНИЕ

	Стр.
МАТЕМАТИКА	
А. М. Мовсисян—Сверточные тождества на нильпотентной подалгебре алгебры матриц второго порядка	99
В. А. Хацкевич—О характеристических спектральных свойствах фокусирующих операторов	102
К. Г. Казарян—Кратная интерполяционная задача в полосе и базисность некоторых систем функций	106
Ш. А. Григорян—О замыкании неполных обобщенных систем типа Мюнца—Саса в угловых областях	110
ПРИКЛАДНАЯ МАТЕМАТИКА	
Э. У. Казарян, С. С. Погосян—Об одном методе планирования вычислительных схем	116
МЕХАНИКА	
С. М. Дургарьян—Термоустойчивость составного стержня	120
МЕХАНИКА ГРУНТОВ	
С. Р. Месчян, Г. Р. Шахназарян—О прогнозе длительных деформаций глинистых грунтов при простом сдвиге	125
НЕОРГАНИЧЕСКАЯ ХИМИЯ	
В. Р. Израелян—О природе химической активности вулканогенных пород в бетоне	130
АГРОХИМИЯ	
С. А. Абрамян, А. Ш. Галстян—Об иммобилизации фосфатазы почвой	136
ФАРМАКОЛОГИЯ	
М. Г. Канемян, Э. А. Амроян, Р. А. Захарян, А. С. Агабалян, А. А. Чарчоглян, Ж. И. Акопян, Э. С. Габриелян—Влияние плацентарных нуклеиновых кислот на состояние агрегации тромбоцитов	140

C O N T E N T S

MATHEMATICS

	p.
<i>A. M. Mouslsian</i> —Convolution identities on the nilpotent subalgebra of second order matrix algebra.	99
<i>V. A. Hachevich</i> —On the characteristic spectral properties of focusing operators.	102
<i>K. H. Kazarian</i> —The multiple interpolation problem in the strip and basisness of some systems of functions.	116
<i>Sh. A. Grigorian</i> —On closure of incomplete generalized system of Muntz—Szasz type in the angular domains.	110

APPLIED MATHEMATICS

<i>E. H. Khazarian, S. S. Pogossian</i> —About a method of planning of computing schemes.	116
---	-----

MECHANICS

<i>S. M. Durgarian</i> —Thermostability of the compound bar.	120
--	-----

SOIL MECHANICS

<i>S. R. Meschian, H. R. Shahnazarian</i> —About the prognosts of prolonged deformations of clay soils at pure shear.	125
---	-----

INORGANIC CHEMISTRY

<i>V. R. Israelian</i> —About the chemical activity of volcanic rocks in concrete.	130
--	-----

AGROCHEMISTRY

<i>S. A. Abrahamian, A. Sh. Galstian</i> —On the immobilization of phosphatase in soil.	136
---	-----

PHARMACOLOGY

<i>M. G. Kanetslan, E. A. Amroyan, R. A. Zacharian, A. S. Agabalian, A. A. Charhoghlan, Zh. I. Akopian, E. S. Gabrielian</i> —The influence of placental nucleic acids on the agregation state of trombocytes.	140
--	-----

Техн. редактор АЗИЗБЕКЯН Л. А.

Сдано в набор 17.09.1984 г. Подписано к печати 27.11.1984 ВФ 12710
Бумага № 1, 70×108¹/₁₆. Высокая печать. Печ. лист 3,0. Усл. печ. лист 4,2.

Учет.-изд. 3,23. Тираж 415. Заказ 717. Издат. 6205.

Адр. ред.: 375019, Ереван, пр. Маршала Баграмяна, 24г, II эт., I к.

Издательство Академии наук Армянской ССР, 375019, Ереван,
пр. Маршала Баграмяна, 24-г.

Типография Издательства Академии наук АрмССР, 378310, г. Эчмиадзин.

УДК 512.831

МАТЕМАТИКА

А. М. Мовсисян

Сверточные тождества на нильпотентной подалгебре алгебры матриц второго порядка

(Представлено чл.-корр. АН Армянской ССР Р. Р. Варшамовым 15/IV 1983)

Для смешанного тензора T над полем k через $S_b^a T$ будем обозначать свертку T по a -му верхнему и b -му нижнему индексам. Сверточной формой степени n называем выражение вида

$$G = \sum_{i_1, i_2, \dots, i_n} \xi_{i_1, i_2, \dots, i_n} S_{i_1}^1 S_{i_2}^2 \dots S_{i_n}^n, \quad (1)$$

где $\xi_{i_1, i_2, \dots, i_n} \in k$, а сумма распространена на все перестановки i_1, i_2, \dots, i_n множества $1, 2, \dots, n$. Значением формы (1) на (n, n) -тензоре T называется элемент

$$G(T) = \sum_{i_1, i_2, \dots, i_n} \xi_{i_1, i_2, \dots, i_n} S_{i_1}^1 S_{i_2}^2 \dots S_{i_n}^n T \in k.$$

Матрицу A из алгебры k_m будем рассматривать как $(1,1)$ -тензор. Сверточную форму G называем тождеством на k_m , если

$$G(A_1 \otimes A_2 \otimes \dots \otimes A_n) = 0$$

для любых матриц $A_1, A_2, \dots, A_n \in k_m$. Такие тождества изучались в ⁽¹⁾ (тот факт, что там были произвольные (n, n) -тензоры, а не только разложимые тензоры вида $A_1 \otimes \dots \otimes A_n$, не меняет дела, так как разложимые тензоры порождают все пространство (n, n) -тензоров). Там же было показано, что все они — следствия тождества, эквивалентного теореме Кэли—Гамильтона.

Здесь мы занимаемся более общей задачей. Пусть U — подалгебра k_m . Форму G будем называть (s, n) -тождеством на U , если

$$G(A_1 \otimes A_2 \otimes \dots \otimes A_s \otimes B_{s+1} \otimes \dots \otimes B_n) = 0$$

для любых матриц $A_1, \dots, A_s \in k_m, B_{s+1}, \dots, B_n \in U$.

Пусть $T_1 = D_1 \otimes D_2 \otimes \dots \otimes D_l \otimes F_{l+1} \otimes \dots \otimes F_f, f \geq n, D_i \in k_m, F_j \in U$, и пусть j_1, j_2, \dots, j_{f-n} — различные целые между 1 и $f, 1 \leq i_1 < i_2 < \dots < i_{f-n} \leq f$. Тогда свертка

$$T_2 = S_{j_1}^{i_1} S_{j_2}^{i_2} \dots S_{j_{f-n}}^{i_{f-n}} T_1$$

имеет вид

$$T_2 = a C_1 \otimes C_2 \otimes \dots \otimes C_n,$$

где каждая из матриц C_i — произведение нескольких из матриц $D_1, \dots, D_l, F_{l+1}, \dots, F_f$, а $a \in k$ — элемент, равный произведению следов от произведений каких-то из матриц $D_1, \dots, D_l, F_{l+1}, \dots, F_f$.

Предположим, что свертка такова, что $C_{s+1} \otimes C_{s+2} \otimes \dots \otimes C_n$ с точностью до скалярного множителя получается сверткой из $F_{t+1} \otimes \dots \otimes F_f$, так что $C_{s+1}, \dots, C_n \in U$ (отметим, что и некоторые из матриц C_1, \dots, C_s тоже могут принадлежать U). Тогда, подставляя в тождество (2), получим (t, f) тождество на U , которое будем называть непосредственным формальным (t, f) -следствием (2).

Если у нас теперь имеется некоторая система тождеств на U , то (t, f) -тождество на U будет называться формальным следствием этой системы, если оно является линейной комбинацией непосредственных формальных (t, f) -следствий тождеств этой системы.

Теперь мы можем сформулировать интересующую нас проблему. Пусть U — подалгебра алгебры k_m ; требуется найти систему сверточных тождеств на U такую, что всякое сверточное тождество на U — формальное следствие тождеств этой системы. В настоящей работе указанная проблема решается для подалгебры N алгебры k_2 , состоящей из матриц вида

$$\begin{pmatrix} 0 & \alpha \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \alpha \in k.$$

Теорема. *Всякое сверточное тождество на N следует из тождеств:*

$$1) S_1 B = 0,$$

$$2) S_2^1 S_3^2 S_1^3 (A_1 \otimes B_2 \otimes B_3) = 0,$$

$$3) \sum_{i_1, i_2, i_3} (-1)^{j(i_1, i_2, i_3)} S_{i_1}^1 S_{i_2}^2 S_{i_3}^3 (A_1 \otimes A_2 \otimes A_3) = 0.$$

Замечание. Тождество 3) эквивалентно теореме Кэли — Гамильтона для матриц второго порядка (см. (1)). Тождества 1), 2) равносильны соотношениям:

$$S_p B = 0, \quad B_1 B_2 = 0.$$

Доказательство. Пусть

$$\sum_{i_1, \dots, i_f} \xi_{i_1, i_2, \dots, i_f} S_{i_1}^1 S_{i_2}^2 \dots S_{i_f}^f (A_1 \otimes \dots \otimes A_t \otimes B_{t+1} \otimes \dots \otimes B_f) = 0 \quad (2)$$

— (s, f) -тождество на N . Как и в (1), типом этого тождества назовем наибольшую (в смысле лексикографического упорядочения) перестановку i_1, i_2, \dots, i_f такую, что $\xi_{i_1, i_2, \dots, i_f} \neq 0$, типом нулевого тождества считаем ∞ . Если в последовательности i_1, i_2, \dots, i_f есть убывающая подпоследовательность длины 3, то вычитая из (2) соответствующее формальное следствие тождества 3), мы сможем уменьшить тип тождества (2) (подробнее эта процедура описана в (1)). Точно так же можно уменьшить тип тождества, если для некоторого $j > t$ $i_j = j$ (за счет формального следствия тождества 1), или если при $j > f$ также и $i_j > f$ (вычитая соответствующее формальное следствие 1 или тождества 2).

Остается, таким образом, показать, что если в (2) коэффициенты $\xi_{i_1, i_2, \dots, i_f}$ равны 0 при $(j_1, j_2, \dots, j_f) > (i_1, i_2, \dots, i_f)$ и в последовательности i_1, i_2, \dots, i_f нет убывающих подпоследовательностей

длины 3, причем $i_s \leq t$ при $s > t$, то $\xi_{i_1, i_2, \dots, i_f} = 0$. Для доказательства же этого утверждения сделаем в (2) подстановку

$$A_r, B_r \rightarrow e_{\alpha_r \beta_r},$$

где

$$e_{11} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad e_{12} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad e_{21} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad e_{22} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix},$$

$\beta_r = 1$, если числу i_r в последовательности i_1, i_2, \dots, i_f не предшествует большее число, $\beta_r = 2$ в противном случае, $\alpha_r = \beta_q$ для такого q , что $i_q = r$. Если $r > t$, то $\beta_r = 2$, так как по условию тогда $i_r \leq t$ и среди чисел i_1, i_2, \dots, i_t хотя бы одно больше i_r . Далее, при $r > t$ пусть $i_q = r$, тогда $q \leq t$, $i_q = r > t \geq i_f$, и поэтому $i_q > i_p$ для $p < q$ (в противном случае была бы убывающая тройка $i_p > i_q > i_f$), а это означает, что $\alpha_r = \beta_q = 1$. Таким образом, вместо матрицы B_r ($r > t$) всегда подставляется матрица $e_{12} \in N$, т. е. наша подстановка корректна.

Но эта подстановка в точности та же самая, которая фигурировала в лемме работы (1), поэтому

$$S_{j_1}^1 S_{j_2}^2 \dots S_{j_f}^{j_f} (e_{\alpha_1 \beta_1} \otimes e_{\alpha_2 \beta_2} \otimes \dots \otimes e_{\alpha_f \beta_f}) = 0$$

при $(j_1, j_2, \dots, j_f) < (i_1, i_2, \dots, i_f)$,

$$S_{i_1}^1 S_{i_2}^2 \dots S_{i_f}^{i_f} (e_{\alpha_1 \beta_1} \otimes e_{\alpha_2 \beta_2} \otimes \dots \otimes e_{\alpha_f \beta_f}) = 1.$$

Подставляя эти тождества в (2) и помня, что $\xi_{j_1, j_2, \dots, j_f} = 0$ при $(j_1, j_2, \dots, j_f) > (i_1, i_2, \dots, i_f)$, получаем требуемое равенство

$$\xi_{i_1, i_2, \dots, i_f} = 0.$$

Теорема доказана.

В заключение автор выражает глубокую благодарность А. В. Яковлеву, под руководством которого выполнена настоящая работа.

Ереванский государственный
университет

Ա. Մ. ՄՈՎՍԻՍՅԱՆ

Երկրորդ կարգի մատրիցաների հանրահաշիվների նիւպոտենտ
էնթանահանրահաշիվների փաթաթման նույնութիւնները

Աշխատանքում դիտարկվում է մատրիցաների հանրահաշիվների նիւպոտենտ էնթանահանրահաշիվների հետքով նույնութիւնների փաթաթման տարրերակր: Տրվում է փաթաթման նույնութիւնների գաղափարը մատրիցաների հանրահաշիվների ցանկացած էնթանահանրահաշիվների վրա: Երկրորդ կարգի մատրիցաների որոշ էնթանահանրահաշիվի համար նկարագրվում են փաթաթման նույնութիւնները:

ЛИТЕРАТУРА — Ч Р Ա Կ Ա Ն Ո Ւ Թ Յ Ո Ւ Ն

¹ А. В. Яковлев, А. М. Мовсисян. Зап. науч. семинаров Ленингр. отд. мат. ин-та АН СССР, т. 114 (1982).

УДК 517.948 : 513.8+519.4

В. А. Хацкевич

О характеристических спектральных свойствах
 фокусирующих операторов

(Представлено чл.-корр. АН Армянской ССР Р. А. Александрияном 19/V 1983)

Пусть комплексное банахово пространство B есть прямая сумма банаховых пространств B_i , $i=1, 2$: $B=B_1+B_2$; E_i —отвечающие этой сумме проекторы ($E_i B=B_i$, $E_1+E_2=I$). Для $x \in B$ положим $E_i x=x_i$ и пусть $Z=\{x \in B : \|x_1\| \geq \|x_2\|\}$. Линейный оператор A в B назовем фокусирующим (ср. (1)), если для всех $x \in Z$ выполнено неравенство

$$\|E_2 Ax\| \leq q \|E_1 Ax\|, \quad q=q(A) < 1. \quad (1)$$

Инвариантные подпространства фокусирующих операторов в случае гильбертова пространства $B=H$ изучались в (2-4) (см. также (5), где детально исследован частный случай фокусирующих операторов—равномерно J -растягивающие операторы), а в общем случае банахова пространства—в (1-6). Некоторые спектральные свойства таких операторов рассмотрены в (1-3, 5). При этом в работе (1) интересующие нас результаты получены, с одной стороны, при более общем, нежели у нас, определении фокусирующего оператора, а с другой—для случая вещественного пространства B и при условии $\dim B_1 = n < \infty$.

В настоящей статье, развивая методы работ (1-3) и используя результаты из (7), мы изучаем характеристические спектральные свойства оператора с фокусирующей степенью. При этом удается усилить некоторые предложения работ (3-6) об инвариантных подпространствах фокусирующего оператора.

Положим $N=\{x \in B : \|x_1\| \leq \|x_2\|\}$. Через $M_1(M_2)$ обозначим класс всех подпространств $L_1(L_2)$ из B таких, что $L_1 \subset Z$ ($L_2 \subset N$) и $E_1 L_1 = B_1$ ($E_2 L_2 = B_2$). Как известно (см., например, (8)), всякому $L_1 \in M_1$ ($L_2 \in M_2$) биоднозначно отвечает оператор $Q_1 \in K_1$ ($Q_2 \in K_2$); $Q_1 : B_1 \rightarrow B_2$, $\|Q_1\| \leq 1$ ($Q_2 : B_2 \rightarrow B_1$, $\|Q_2\| \leq 1$). Положим $K_i^0 = \{Q_i \in K_i : \|Q_i\| < 1\}$; $M_i^0 = \{(E_i + Q_i)B_i : Q_i \in K_i^0\}$, $i=1, 2$. Через A_{ij} обозначим блоки $E_i A E_j$ оператора A , $i, j=1, 2$. Через $\sigma(A/L)$ обозначим спектр сужения оператора A на его инвариантное подпространство L . Положим $\sigma(A/B) = \sigma(A)$. Всюду ниже оператор A предполагается ограниченным.

Теорема 1. Пусть фокусирующий оператор A удовлетворяет условию (а) A_{11} —гомеоморфизм B_1 на B_1 и $\|A_{11}^{-1} A_{12}\| < 1$.

Тогда A обладает единственным в M_1 инвариантным подпространством $L_0 \in M_1^0$ таким, что

$$|\lambda| \leq q |\mu|, \quad \text{где } \mu \in \sigma(A/L_0), \quad \lambda \in \sigma(A) \setminus \sigma(A/L_0). \quad (2)$$

Доказательство. Положим $K_1^q = \{Q_1 \in K_1 : \|Q_1\| \leq q, 0 \leq q \leq 1\}$. Согласно условию (а) оператор A порождает (°) дробно-линейное преобразование $F_A : K_1 \rightarrow K_1^q$ по формуле

$$F_A(Q_1) = (A_{21} + A_{22}Q_1)(A_{11} + A_{12}Q_1)^{-1}.$$

В силу $q < 1$ и аналитичности F_A из (°) следует, что преобразование F_A имеет единственную в K_1 неподвижную точку $Q_0 \in K_1^0$. Отвечающее оператору Q_0 подпространство $L_0 = (E_1 + Q_0)B_1$ — единственное в M_1 инвариантное подпространство оператора A .

Как и в (1), определим функцию $\Phi(u, z)$ ($u, z \in B$), положив $\Phi(u, z) = 0$, если $tz - u \in Z$ при всех $t \in R$; положив $\Phi(u, z) = \beta - \alpha$, где $\beta = \inf\{t : sz - u \in Z \text{ при } s \geq t\}$, $\alpha = \sup\{t : sz - u \in Z \text{ при } s \leq t\}$, если α и β конечны; положив $\Phi(u, z) = \infty$ в остальных случаях. Пусть $D = B/L_0$; положим $\Psi([u], z) = \sup\{\varphi : \varphi = \Phi(v, \alpha z) \text{ } v \in [u], [u] \in D, z \in B, |\alpha| = 1\}$. Функция $\Psi([u], z)$ определена на произведении $D \times (L_0 \setminus \{0\})$ и удовлетворяет следующим условиям: $\Psi([u], z) \geq 0$, $\Psi([u], z) = 0$ тогда и только тогда, когда $[u] = [0] = L_0$; $\Psi(\mu[u], \nu z) = \frac{|\mu|}{|\nu|} \Psi([u], z)$ при лю-

бом вещественном μ и любом комплексном $\nu \neq 0$; $\Psi(\bar{A}[u], Az) \leq q \Psi([u], z)$, где $\bar{A} : D \rightarrow D$ — отображение, задаваемое формулой: $\bar{A}[u] = \{Av : v \in [u]\}$. Из последнего неравенства и легко проверяемого соотношения $\|z\| \Psi(\bar{A}[u], z) \leq M \| [u] \|_D$, где $[u] \in D, 0 \neq z \in L_0, 0 \leq M < \infty$, следует условие (2) (ср. (1)). Теорема доказана.

В случае рефлексивного B теорема 1 допускает значительное усиление.

Положим $Z^* = \{x^* : x^* \in B^*, \|E_1 x^*\| \geq \|E_2 x^*\|\}$, $M_1^* = \{L^* : L^* \subset Z^*, E_1^* L^* = B_1^*\}$, пусть M_1^{*0} — аналог класса M_1^0 .

Назовем дуальной парой (д. п.) пару подпространств (L_1, L_2) такую, что $L_i \in M_1, i = 1, 2$.

Теорема 2 (ср. (3)). Пусть в рефлексивном пространстве B фокусирующий оператор A удовлетворяет условию (а). Тогда существует единственная д. п. $(\tilde{L}_1, \tilde{L}_2)$ со свойствами: $\tilde{L}_i \in M_1^0, i = 1, 2$;

$$A\tilde{L}_1 = \tilde{L}_1, A\tilde{L}_2 \subset \tilde{L}_2; \tilde{L}_1 + \tilde{L}_2 = B$$

$$\text{и } |\lambda| \leq q|\mu|, \lambda \in \sigma(A/\tilde{L}_2), \mu \in \sigma(A/\tilde{L}_1), q = q(A). \quad (3)$$

Доказательство. Из (а) следует, что $AL_1 \in M_1$ для всех $L_1 \in M_1$. Отсюда получаем: $A^*Z^* \subset Z^*$. Из первой части условия (а) и фокусируемости A следует: A_{11}^* — гомеоморфизм B_1^* на B_1^* и $\|(A_{11}^*)^{-1} A_{21}^*\| \leq q < 1$.

Покажем, что A^* — фокусирующий оператор; в силу рефлексивности B это эквивалентно следующему соотношению:

$$\|F_{A^*}(Q_2^*)\| (= \|(A_{12}^* + A_{22}^* Q_2^*)(A_{11}^* + A_{21}^* Q_2^*)\|) \leq q^*, \quad (4)$$

где $Q_2^* \in K_2, q^* = q^*(A^*) : 0 \leq q^* < 1$.

Вопреки (4) предположим существование последовательности $\{Q_2^n\}_{n=1}^\infty$ такой, что $Q_2^n \in K_2, \|F_{A^*}(Q_2^n)\| \rightarrow 1, n \rightarrow \infty$. Тогда для $\hat{Q}_2^n = F_{A^*}(Q_2^n)$

найдем $y^n \in B_2 : \|y^n\| = 1, (\delta_n =) \|\hat{Q}_2^n y^n\| \rightarrow 1, n \rightarrow \infty$. Положив $x^n = \hat{Q}_2^n y^n - \delta_n y^n$, получим, что $\|x^n\| = \|y^n\|$. Отсюда из условия фокусируемости A и (а) следует, что $\|E_2 A x^n\| \leq q(A) \|E_1 A x^n\|; \|E_1 A x^n\| \geq \varepsilon > 0$ при $n \geq n_0$. Положив $y^n = \hat{Q}_2^n y^n - y^n$, получаем $x^n - y^n \rightarrow 0$, откуда

$$\|E_2 A y^n\| < \|E_1 A y^n\| \quad (n \geq m). \quad (5)$$

Пусть $L_n^* = (E_1^* + \hat{Q}_2^{n*}) B_1^*$, тогда $A^* L_n^* = (E_1^* + \hat{Q}_2^{n*}) B_1^*$. Полагая $X^*(Y) = \{x^*(y) : x^* \in X^*, x \in Y\}$, имеем $L_n^*(A y^n) = A^* L_n^*(y^n) = (E_1^* + \hat{Q}_2^{n*}) B_1^* (\hat{Q}_2^n - E_2) y^n = \{0\}$, что в силу (5) противоречит условию $L_n^* \in M_1^*$. Фокусируемость A^* доказана.

Таким образом, как A , так и A^* удовлетворяют всем условиям теоремы 1. Поэтому существуют подпространства $\tilde{L}_1 \in M_1^0, L_1^* \in M_1^{*0}$ такие, что $A \tilde{L}_1 = \tilde{L}_1, A^* L_1^* = L_1^*$. Положив $\tilde{L}_2 = (L_1^*)^\perp (= \{y \in B : L_1^*(y) = \{0\}\})$, получаем $\tilde{L}_2 \in M_2^0, A \tilde{L}_2 \subset \tilde{L}_2$, а также (6) $\tilde{L}_1 + \tilde{L}_2 = B$. Поэтому $\sigma(A) = \sigma(A/\tilde{L}_1) \cup \sigma(A/\tilde{L}_2)$, и условие (3) следует из (2). Теорема доказана.

З а м е ч а н и е. Для любого натурального числа p можно привести пример такого оператора A , что A^r фокусирует начиная с $r = p$ и не фокусирует при $0 \leq r < p$. Теоремы 1 и 2 остаются справедливыми, если в них условие фокусируемости A заменить более общим условием фокусируемости некоторой степени $A^p, p \geq 1$. Обратное, если

$$AZ \subset Z, \quad (6)$$

существует такая д. п. (L_1, L_2) , что $L_i \in M_i^p, i = 1, 2; A L_i \subset L_i$ и выполнено (3) при $0 \leq q < 1$, то для некоторого натурального p оператор A^p фокусирует. Поэтому справедлива

Т е о р е м а 3. Пусть в рефлексивном пространстве B оператор A удовлетворяет условиям (а) и (6). Тогда фокусируемость некоторой натуральной степени A^p эквивалентна наличию д. п. $(\tilde{L}_1, \tilde{L}_2)$ такой же, как и в теореме 2.

Воронежский государственный университет

Վ. Ա. ԽԱՅԿԵՎԻՉ

Ֆոկուսացնող օպերատորների բնութագրիչ սպեկտրալ հատկությունների մասին

Հողվածում ուսումնասիրվում է Բանախի տարածության մեջ ֆոկուսացնող օպերատորի դուալ ինվարիանտ ենթատարածությունները և այդ ենթատարածությունների վրա նեղացված օպերատորների սպեկտրալ հատկությունները:

Ստացված է հայտանիշ՝ օպերատորի որևէ աստիճանը ֆոկուսացնող օպերատոր լինելու համար:

ЛИТЕРАТУРА — ФУНКЦИОНАЛЬ

- ¹ М. А. Красносельский, А. В. Соболев, АН СССР, т. 225, № 6 (1975). ² Т. Я. Азизов, С. А. Хорошавин, Функц. анализ и его прилож., т. 14, вып. 4 (1980). ³ А. В. Соболев, В. А. Хацкевич, Функц. анализ и его прилож., т. 15, вып. 1 (1981). ⁴ В. А. Хацкевич, Мат. заметки, т. 30, вып. 5 (1981). ⁵ Ю. Л. Далецкий, М. Г. Крейн, Устойчивость решений дифференциальных уравнений в банаховом пространстве, Наука, М., 1970. ⁶ В. А. Хацкевич, Укр. мат. журн., т. 33, № 5 (1981). ⁷ L. Harris, Schwartz-pick systems of pseudometrics for domain in normed linear spaces, p. 345–406, in *Advanced in holomorphy*, North-Holland, 1979.

УДК 517.53

МАТЕМАТИКА

К. Г. Казарян

Кратная интерполяционная задача в полосе
 и базисность некоторых систем функций

(Представлено академиком АН Армянской ССР М. М. Джрбашяном 3/II 1984)

1 (а). Пусть $\{x_k\}_1^\infty$ — последовательность из круга $|z| < 1$ и $s_k \geq 1$ — кратность появления числа x_k на отрезке $\{x_j\}_1^k$ (1,2).

В работе (1) М. М. Джрбашяном была поставлена следующая задача свободной интерполяции с кратными узлами в классах $H_p(0 < p < +\infty)$ Харди—Рисса.

Выявить условия на последовательность $\{x_k\}_1^\infty$ и на пространство последовательностей I , при которых имеет место совпадение

$$\{(f^{(s_k-1)}(x_k))_{k=1}^\infty : f \in H_p\} = I, \quad (1)$$

и построить аппарат для эффективного представления решений интерполяционной задачи

$$f^{(s_k-1)}(x_k) = \gamma_k \quad (k = 1, 2, \dots); \quad \{\gamma_k\}_1^\infty \in I. \quad (2)$$

В том специальном случае, когда $\{x_k\}_1^\infty$ — суть различные друг от друга точки круга $|z| < 1$, эта задача сводится к интерполяционной задаче с простыми узлами:

$$f(x_k) = \gamma_k \quad (k = 1, 2, \dots). \quad (2')$$

При рассмотрении этих задач оказалось естественным ограничиться идеальными банаховыми пространствами последовательностей и, в частности, весовыми l_p -пространствами последовательностей.

Критерии существования решения задачи (1)—(2') были установлены в ряде работ (в (2) приведены подробные литературные указания по этому поводу). Отметим, однако, что они существенно опираются на методы теории гильбертовых и банаховых пространств.

(б). В работе (1) был предложен новый, аналитический метод для полного решения сформулированной выше общей интерполяционной задачи (1)—(2) в классе H_2 , метод, позволяющий дать также аналитический аппарат для представления решений этой задачи. Он основан на построении специальных систем аналитических в круге $|z| < 1$ функций, биортогональных на окружности $|z| = 1$.

Применением указанного метода биортогонализации М. М. Джрбашяна было дано полное решение общей интерполяционной задачи (1)—(2) в классах $H_p(0 < p \leq +\infty)$ в круге $|z| < 1$, а также в классах $H_p(1 < p < +\infty)$ в полуплоскости и в угловых областях комплексной плоскости (см. (3-10)).

2 (а). В данной работе анонсируются теоремы, в которых дается решение кратной интерполяционной задачи в классах $H_p(1 < p < +\infty)$ в полосе и устанавливаются критерии минимальности и базисности определенных систем рациональных и экспоненциальных функций. Здесь также существенно используется метод биортогонализации М. М. Джрбашяна.

(б). Пусть $0 < h < +\infty$ и

$$S_h = \{z : |\operatorname{Im} z| < h\}, \quad S_h^* = \{z : |\operatorname{Im} z| > h\},$$

а ∂S_h и ∂S_h^* — соответственно границы этих областей. Обозначим через $H_p[S_h^*]$ класс голоморфных в S_h^* функций $f(z)$ таких, что

$$\|f; S_h^*\|_p = \sup_{|y| > h} \left\{ \int_{-\infty}^{+\infty} |f(x + iy)|^p dx \right\}^{1/p} < +\infty \quad (1 < p < +\infty).$$

Аналогично определяется класс $H_p[S_h]$.

Рассмотрим системы рациональных функций вида

$$r_k(z) = (s_k - 1)! (z - \lambda_k)^{-s_k} \quad (k = 1, 2, \dots), \quad \{\lambda_k\}_1^\infty \subset S_h.$$

Теорема 1. $\{r_k(z)\}_1^\infty$ минимальна в $H_p[S_h^*]$ тогда и только тогда, когда расходится ряд

$$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{\cos\left(\frac{\pi}{2h} \operatorname{Im} \lambda_k\right)}{\operatorname{ch}\left(\frac{\pi}{2h} \operatorname{Re} \lambda_k\right)}. \quad (3)$$

В случае минимальности строится биортогональная с $\{r_k(z)\}_1^\infty$ на ∂S_h^* система функций $\{\Omega_k(z)\}_1^\infty \subset H_q[S_h]$ ($q = p/(p-1)$).

Обозначим через $US(S_h)$ класс тех последовательностей $\{\lambda_k\}_1^\infty \subset S_h$, которые удовлетворяют следующим условиям:

$$\inf_{k \geq 1} \left\{ \prod_{\substack{j=1 \\ \lambda_j \neq \lambda_k}}^{\infty} \left| \frac{\operatorname{sh}\left(\frac{\pi}{4h} (\lambda_k - \lambda_j)\right)}{\operatorname{ch}\left(\frac{\pi}{4h} (\lambda_k - \bar{\lambda}_j)\right)} \right| \right\} > 0, \quad \sup_{k \geq 1} \{s_k\} < +\infty.$$

Положим также

$$\lambda_k^{(p)} = \left\{ \cos\left(\frac{\pi}{2h} \operatorname{Im} \lambda_k\right) \right\}^{s_k - 1/p} \quad (k = 1, 2, \dots).$$

Теорема 2. Справедливы следующие утверждения:

1°. Если $\{\lambda_k\}_1^\infty \in US(S_h)$, то система $\{\lambda_k^{(p)} r_k(z)\}_1^\infty$ является базисом пространства $H_p\{\lambda_k; S_h^*\}$, изоморфным стандартному базису пространства l_p , где $H_p\{\lambda_k; S_h^*\}$ — замыкание в метрике $H_p[S_h^*]$ линейной оболочки $\{r_k(z)\}_1^\infty$.

2°. Если $\{\lambda_k\}_1^\infty \notin US(S_h)$, то система $\{r_k(z)\}_1^\infty$ ни при какой перестановке не является базисом пространства $H_p\{\lambda_k; S_h^*\}$.

Теорема 3. Пусть сходится ряд (3). Тогда:

1°. Если $\{\lambda_k\}_1^\infty \in US(S_n)$, то система $\{(\lambda_k^{(q)})^{-1} \Omega_k(z)\}_1^\infty$ является базисом пространства $\bar{H}_p\{\lambda_k; S_n\}$, изоморфным стандартному базису пространства L_p , где $\bar{H}_p\{\lambda_k; S_n\}$ — замыкание в метрике $H_p[S_n]$ линейной оболочки системы $\{\Omega_k(z)\}_1^\infty$.

2°. Если $\{\lambda_k\}_1^\infty \notin US(S_n)$, то система $\{\Omega_k(z)\}_1^\infty$ ни при какой перестановке членов не является базисом пространства $\bar{H}_p\{\lambda_k; S_n\}$.

Теорема 4. 1°. Если $\{\lambda_k\}_1^\infty \in US(S_n)$, то справедливы следующие утверждения:

а) справедливы равенства

$$\{(f^{(s_k-1)}(\lambda_k))_{k=1}^\infty; f(z) \in H_p[S_n]\} = \{(f^{(s_k-1)}(\lambda_k))_{k=1}^\infty; f(z) \in \bar{H}_p\{\lambda_k; S_n\}\} = L_p\{\lambda_k^{(q)}\},$$

где $L_p\{\lambda_k^{(q)}\}$ множество последовательностей $\{\gamma_k\}_1^\infty$, для которых

$$\sum_{k=1}^{\infty} |\gamma_k|^p (\lambda_k^{(q)})^p < +\infty;$$

б) если $\gamma \equiv \{\gamma_k\}_1^\infty \in L_p\{\lambda_k^{(q)}\}$, то ряд

$$f(z) = \sum_{k=1}^{\infty} \gamma_k \Omega_k(z)$$

сходится в метрике $H_p[S_n]$ и определяет функцию $f(z) \in \bar{H}_p\{\lambda_k; S_n\}$, которая удовлетворяет следующим интерполяционным данным

$$f^{(s_k-1)}(\lambda_k) = \gamma_k \quad (k=1, 2, \dots); \quad (4)$$

в) функция из класса $\bar{H}_p\{\lambda_k; S_n\}$, удовлетворяющая интерполяционным данным (4), единственна.

2°. Если $\{\lambda_k\}_1^\infty \notin US(S_n)$, то пространство

$$\{(f^{(s_k-1)}(\lambda_k))_{k=1}^\infty; f \in H_p[S_n]\} \quad (5)$$

не совпадает ни с каким идеальным пространством последовательностей.

3. В работах М. М. Джрбашяна (^{11,12}), посвященных систематическому изложению и исследованию вопросов представления и замкнутости ряда важных систем аналитических функций, введена также одна система функций и установлены важные связи этой системы с полиномами Поллачека. Отметим только, что линейные комбинации одной из рассмотренных им систем совпадают с линейными комбинациями функций системы $\{e^{-i\lambda_k t^{s_k-1}}\}_1^\infty$. С учетом этого обстоятельства теорему 5 работы (¹²) можно сформулировать и таким образом:

Для полноты системы $\{e^{-i\lambda_k t^{s_k-1}}\}_1^\infty$ в пространстве L_2 с весом $e^{-2|t|}$ на оси $(-\infty, +\infty)$ (или коротко $L_2(e^{-2|t|} dt)$) необходима и достаточна расходимость ряда (3).

Отметим, что когда члены последовательности $\{\lambda_k\}_1^\infty$ попарно различны (тогда $s_k=1, k \geq 1$), эта теорема переходит в теорему Н. Винера и Р. Пэли (¹³).

Теорема 5. Для минимальности системы $\{e^{-i\lambda_k t^{s_k-1}}\}_1^\infty$ необходима и достаточна сходимость ряда (3).

Теорема 6. Справедливы следующие утверждения:

1°. Если $\{\lambda_k\}_1^\infty \in US(S_n)$, то система $\{\lambda_k^{(2)} e^{-i\lambda_k t^{s_k-1}}\}_1^\infty$ является

базисом пространства $L_2\{e^{-2h|t|}dt; \lambda_k\}$, изоморфным стандартному базису пространства l_2 , где $L_2\{e^{-2h|t|}dt; \lambda_k\}$ — замыкание в метрике $L_2(e^{-2h|t|}dt)$ линейной оболочки системы $\{e^{-\lambda_k|t|}t^{s_k-1}\}_1^\infty$.

2°. Если $\{\lambda_k\}_1^\infty \in US(S_h)$, то система $\{e^{-\lambda_k|t|}t^{s_k-1}\}_1^\infty$ ни при какой перестановке членов не является базисом пространства $L_2\{e^{-2h|t|}dt; \lambda_k\}$.

Отметим, что в случае, когда все члены последовательности $\{\lambda_k\}_1^\infty$ попарно различны (т. е. $s_k=1, k \geq 1$), критерий базисности системы $\{e^{-\lambda_k|t|}\}_1^\infty$ был установлен в работе (14).

Автор приносит благодарность академику АН Армянской ССР М. М. Джрбашяну за постановку задач и руководство при выполнении данной работы.

Ереванский государственный университет

Կ. Հ. ՂԱԶԱՐՅԱՆ

Շեքտում բազմապատիկ ինտերպոլյացիոն խնդիրը և որոշ ֆունկցիաների սիստեմների բազիսությունը

Ներկա աշխատանքում բերված է շեքտում $H_p(1 < p < +\infty)$ դասում պարզագույն ռացիոնալ կոտորակների սիստեմի մինիմալության հայտանիշը: Այդ սիստեմի մինիմալության դեպքում U, U . Ջրբաշյանի բիօրթոգոնալիզացիայի մեթոդով կառուցվում է բիօրթոգոնալ սիստեմը և բերվում է համապատասխան մետրիկաներում ֆունկցիաների այդ սիստեմների բազիսության հայտանիշեր: Տրված է շեքտում $H_p(1 < p < +\infty)$ դասերում բազմապատիկ ինտերպոլյացիոն խնդրի էֆեկտիվ լուծումը:

Ի վերջո, բերվում է որոշ էքսպոնենցիալ ֆունկցիաների սիստեմների մինիմալության և բազիսության հայտանիշեր:

ЛИТЕРАТУРА — ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

- ¹ М. М. Джрбашян, ДАН СССР, т. 141, № 3 (1961). ² М. М. Джрбашян, Изв. АН АрмССР. Математика, т. 9, № 5 (1974). ³ М. М. Джрбашян, ДАН СССР, т. 234, № 3 (1977); Изв. АН СССР. Сер. мат., т. 43, № 6 (1973). ⁴ Г. М. Айрапетян, Изв. АН АрмССР. Математика, т. 10, № 2 (1975). ⁵ Ф. А. Шамоян, Изв. АН АрмССР. Математика, т. 11, № 2 (1976). ⁶ В. М. Мартиросян, ДАН АрмССР, т. 63, № 5 (1976). ⁷ А. М. Джрбашян, ДАН СССР, т. 234, № 6 (1977). ⁸ Г. М. Айрапетян, Изв. АН АрмССР. Математика, т. 12, № 4 (1977). ⁹ В. М. Мартиросян, Изв. АН АрмССР. Математика, т. 13, № 5—6 (1978); ДАН СССР, т. 245, № 1 (1979). ¹⁰ В. М. Мартиросян, Изв. АН АрмССР. Математика, т. 16, № 5 (1981); ДАН СССР, т. 263, № 4 (1982). ¹¹ М. М. Джрбашян, ДАН АрмССР, т. 35, № 1 (1962). ¹² М. М. Джрбашян, Изв. АН АрмССР. Математика, т. 14, № 6 (1979). ¹³ Н. Винер, Р. Пэли, Преобразование Фурье в комплексной области, Наука, М., 1964. ¹⁴ А. М. Седлецкий, Мат. сб., 96(138), № 1 (1975).

УДК 517.538.2

МАТЕМАТИКА

Ш. А. Григорян

О замыкании неполных обобщенных систем
 типа Мюнца—Саса в угловых областях

(Представлено академиком АН Армянской ССР М. М. Джрбашяном 6/II 1984)

1. В цикле работ М. М. Джрбашяна (¹⁻⁵), посвященных исследованию вопросов полноты и полной внутренней характеристики замыкания различных систем функций, рассмотрена также система

$$\{e^{-\mu_k x} x^{s_k-1}\}_1^\infty \subset L_2(0, +\infty), \quad (1)$$

где $\{\mu_k\}_1^\infty$ — произвольная последовательность комплексных чисел из полуплоскости $\operatorname{Re} z > 0$, $s_k \geq 1$ — кратность появления числа μ_k на отрезке $\{\mu_j\}_1^k$. Им установлено (^{1,4}), что для полноты системы (1) в $L_2(0, +\infty)$ необходима и достаточна расходимость ряда

$$\sum_{k=1}^{\infty} (1 + |\mu_k|^2)^{-1} \operatorname{Re} \mu_k. \quad (2)$$

В специальном случае, когда члены последовательности $\{\mu_k\}_1^\infty$ попарно различны (тогда $s_k = 1$, $k \geq 1$), этот результат переходит в известную теорему Мюнца—Саса. При условии неполноты (1), т. е. в случае сходимости (2), М. М. Джрбашяном (¹) дана полная внутренняя характеристика замыкания в метрике $L_2(0, +\infty)$ системы (1).

При наложении дополнительных условий на последовательность $\{\mu_k\}_1^\infty$ в ряде его работ (^{1,4,5}) выявлены специфические свойства функций из этого замыкания. Полученные в указанных работах результаты явились существенными обобщениями известных ранее результатов Л. Шварца (⁶) для простой системы $\{e^{-\mu_k x}\}_1^\infty$ ($\operatorname{Im} \mu_k = 0$), неполной в $L_2(0, +\infty)$.

2. В данной работе анонсируются результаты о специфических свойствах функций, принадлежащих замыканиям систем вида (1), неполных в определенных пространствах, голоморфных в угловых областях функций. Введем необходимые определения. Пусть $1 < \alpha < +\infty$ и $\Delta(\alpha) = \left\{ z : |\arg z| < \frac{\pi}{2\alpha}, 0 < |z| < +\infty \right\}$, $\bar{\Delta}(\alpha) = \mathbb{C} \setminus \overline{\Delta(\alpha)}$ взаимно-дополнительные угловые области в конечной комплексной плоскости \mathbb{C} . Обозначим через $H_2[\alpha]$ пространство голоморфных в $\Delta(\alpha)$ функций $F(z)$ таких, что

$$\|F\|_{H_2[\alpha]} = \sup_{|\varphi| < \frac{\pi}{2\alpha}} \left\{ \int_0^{+\infty} |F(re^{i\varphi})|^2 dr \right\}^{1/2} < +\infty,$$

а через $H_2[\alpha]$ — пространство голоморфных в $\bar{\Delta}(\alpha)$ функций $\Phi(z)$, для которых

$$\|\Phi\|_{H_2[\alpha]} = \sup_{|\varphi| < \pi - \frac{\pi}{2\alpha}} \left\{ \int_0^{+\infty} |\Phi(re^{-i\varphi})|^2 dr \right\}^{1/2} < +\infty.$$

Отметим, что намного более общие пространства голоморфных в угловых областях функций впервые введены и исследованы в работе М. М. Джрбашяна и А. Е. Аветисяна (7) (см. также (8), гл. VII).

Пусть, далее, $\Lambda = \{\lambda_k\}_1^\infty$ — произвольная последовательность комплексных чисел, а $s_k \geq 1$ — кратность появления числа λ_k на отрезке $\{\lambda_j\}_1^k$. Легко проверить, что тогда

$$\{\omega_k(z)\}_1^\infty \equiv \{e^{-\lambda_k z} z^{s_k-1}\}_1^\infty \subset H_2[\gamma], \quad \frac{1}{\gamma} = 1 - \frac{1}{\alpha}. \quad (3)$$

В работе М. М. Джрбашяна и В. М. Мартиросяна (9) установлено, что для полноты (3) в $H_2[\gamma]$ необходима и достаточна расходимость рядов

$$\sum_{k=1}^{\infty} (1 + |\lambda_k|^{2\alpha})^{-1} \operatorname{Re} \lambda_k^\alpha. \quad (4)$$

Там же дана полная внутренняя характеристика замыкания системы (3) в метрике $H_2[\gamma]$, в случае сходимости (4). Эти результаты при $\alpha=1$ ($\gamma=+\infty$) переходят в результаты М. М. Джрбашяна относительно критерия полноты в $L_2(0, +\infty)$ и внутренней характеристики замыкания системы (1) в случае ее неполноты (полагая $H_2[+\infty] \equiv L_2(0, +\infty)$). Отметим, что сходимость ряда (4) необходима и достаточна для сходимости бесконечного произведения (10)

$$B_\alpha(z) = \prod_{k=1}^{\infty} \frac{z^\alpha - \lambda_k^\alpha}{z^\alpha + \bar{\lambda}_k^\alpha} x_k, \quad x_k = \frac{|1 - \lambda_k^{2\alpha}|}{1 - \lambda_k^{2\alpha}}, \quad z \in \Delta(z). \quad (5)$$

Если ряд (4) сходится, то (5) определяет голоморфную в $\Delta(z)$ функцию $B_\alpha(z)$.

3. Перейдем к изложению результатов данной работы. Методом биортогонализации М. М. Джрбашяна (11, 12) при условии сходимости ряда (4) построена система функций $\{\varphi_k(z)\}_1^\infty \subset H_2[\bar{\gamma}]$, биортогональная с системой (3) в смысле

$$\int_{L_\gamma} \omega_\nu(\zeta) \varphi_k(\zeta) d\zeta = \delta_{k,\nu} = \begin{cases} 1, & k = \nu \\ 0, & k \neq \nu \end{cases},$$

где L_γ — общая граница $\Delta(\gamma)$ и $\bar{\Delta}(\gamma) = \mathbb{C} \setminus \bar{\Delta}(\gamma)$, с направлением положительного обхода области $\Delta(\gamma)$, а

$$\varphi_k(re^{i\theta}) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-i\theta} \frac{d}{dr} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{e^{iry} - 1}{iy} \Omega_k^*(e^{i(\frac{\pi}{2} \operatorname{sign} y - \theta)} |y|) dy \quad (k \geq 1),$$

где

$$\Omega_k^*(z) = (-1)^{s_k-1} \frac{B_\alpha(z)}{(s_k-1)!} \sum_{\nu=0}^{p_k-s_k} \frac{a_\nu(\lambda_k)}{(z-\lambda_k)^{p_k-s_k-\nu+1}} \quad (k \geq 1),$$

$$a_{\nu}(\lambda_k) = \frac{1}{\nu!} \frac{d^{\nu}}{dz^{\nu}} \left\{ \frac{(z-\lambda_k)^{\nu k}}{B_{\alpha}(z)} \right\}_{z=\lambda_k} \quad (\nu \geq 0, k \geq 1).$$

Итак, построив биортогональную систему, мы показали минимальность системы (3). Теперь для любой функции $f(z) \in H_2[\gamma]$ мы можем образовать формальный ряд

$$f(z) \sim \sum_{k=1}^{\infty} c_k(f) e^{-\lambda_k z} z^{s_k-1}, \quad c_k(f) = \int_{L_{\gamma}} f(\tau) \varphi_k(\tau) d\tau \quad (k \geq 1). \quad (6)$$

В настоящей статье исследуется сходимость этого ряда в определенном смысле при некоторых дополнительных условиях на последовательность $\Lambda = \{\lambda_k\}_1^{\infty}$.

А именно, предположим, что последовательность $\Lambda = \{\lambda_k\}_1^{\infty}$ кроме условия

$$\sum_{k=1}^{\infty} (1 + |\lambda_k|^{2\alpha})^{-1} \operatorname{Re} \lambda_k^{\alpha} < +\infty \quad (7)$$

удовлетворяет также условиям

$$A_{\alpha}(\Lambda) = \sup_{k \geq 1} \{ |\arg \lambda_k| \} < \frac{\pi}{2\alpha}, \quad (8)$$

$$M_{\alpha}(\Lambda) = \inf_{k \geq 1} \{ |\lambda_k| \} > 0. \quad (9)$$

Очевидно, что при этих условиях (7) эквивалентно условию

$$\sum_{k=1}^{\infty} |\lambda_k^{\alpha}|^{-1} < +\infty. \quad (10)$$

Будем говорить, что $\{\lambda_k\}_1^{\infty} \in S_{\alpha}$, если выполняются условия (7), (8) и (9) одновременно.

Из леммы 4.2 работы (5) следует, что если $\{\lambda_k\}_1^{\infty} \in S_{\alpha}$, то существует определенная последовательность чисел $0 < r_0^{\alpha} = \frac{1}{2} M_{\alpha}(\Lambda) < r_1^{\alpha} < < r_2^{\alpha} < \dots < r_n^{\alpha} < \dots$, $\lim_{n \rightarrow +\infty} r_n^{\alpha} = +\infty$ такая, что все точки последовательности $\{\lambda_k\}_1^{\infty}$ принадлежат совокупности круговых колец $D_n = \{z : r_n^{\alpha} < |z| < r_{n+1}^{\alpha}\}$, $n \geq 0$, и на границах этих колец можно оценить снизу $|B_{\alpha}(z)|$. Обозначим через g_n множество всех отличных друг от друга точек последовательности $\{\lambda_k\}_1^{\infty}$, лежащих в области D_n , $0 \leq n < +\infty$, заметив, что $g_n \cap g_m = \emptyset$, $0 \leq n < m < +\infty$ и каждое g_n — конечное число. Пусть $K_{\delta}(\frac{\pi}{2\alpha} + \beta) = \left\{ z : |\arg z| < \frac{\pi}{2\alpha} + \beta, \delta < |z| < +\infty \right\}$ — угловой сектор.

Положим $G_n(z; f) = \sum_{\lambda_k \in g_n} c_k(f) e^{-\lambda_k z} z^{s_k-1}$ и наряду с рядом (6) рассмотрим сгруппированный ряд

$$f(z) \sim \sum_{n=0}^{\infty} G_n(z; f) = \sum_{n=0}^{\infty} \left(\sum_{\lambda_k \in g_n} c_k(f) e^{-\lambda_k z} z^{s_k-1} \right). \quad (11)$$

Теорема 1. Пусть $\{\lambda_k\}_1^{\infty} \in S_{\alpha}$. Если функция $f(z)$ принадле-

жит замыканию в метрике $H_2[\gamma]$ линейной оболочки системы (3), то справедливы следующие утверждения:

1. Функция $f(z)$ аналитически продолжается в угловую область $\Delta_\alpha\left(\frac{\pi}{2\gamma} + \gamma_\alpha(\Lambda)\right)$, где

$$\Delta_\alpha\left(\frac{\pi}{2\gamma} + \gamma_\alpha(\Lambda)\right) = \left\{ z : |\arg z| < \frac{\pi}{2\gamma} + \gamma_\alpha(\Lambda), 0 < |z| < +\infty \right\}, \quad \gamma_\alpha(\Lambda) = \frac{\pi}{2\alpha} - A_\alpha(\Lambda).$$

2. Для любого $\delta > 0$ и любого углового сектора $K_\delta\left(\frac{\pi}{2\gamma} + \beta\right) \subset \Delta_\alpha\left(\frac{\pi}{2\gamma} + \gamma_\alpha(\Lambda)\right)$, $\delta > 0$, $0 < \beta < \gamma_\alpha(\Lambda)$ существует постоянная $C = C_\alpha(\delta; \beta)$, зависящая только от α , β , δ и $\{\lambda_k\}_1^\infty$ и такая, что

$$\left| f(z) - \sum_{m=0}^n G_m(z; f) \right| \leq C \|f\|_{H_2[\gamma]} \left\{ \sum_{m=n+1}^\infty e^{-\frac{\epsilon_0}{2} r_m^2} \right\} e^{-\lambda|z|},$$

$$\epsilon_0 = \frac{1}{8} \delta \sin(\beta - \gamma_\alpha(\Lambda)), \quad z \in K_\delta\left(\frac{\pi}{2\gamma} + \beta\right), \quad n \geq N.$$

Таким образом, отрезки ряда (11) равномерно аппроксимируют функцию $f(z)$ на каждом угловом секторе $K_\delta\left(\frac{\pi}{2\gamma} + \beta\right)$ с касанием порядка $e^{-\lambda|z|}$ в бесконечности.

3. Во всем угловом секторе $K_\delta\left(\frac{\pi}{2\gamma} + \beta\right)$ справедливы оценки

$$e^{\lambda(\beta)\operatorname{Re}z} |f(z)| \leq e^{\lambda(\beta)\operatorname{Re}z} \sum_{n=0}^\infty |G_n(z; f)| \leq A |z|^{s(\beta)} \|f\|_{H_2[\gamma]},$$

где $A = A_\alpha(\beta; \delta)$ зависит только от α , β , δ и $\{\lambda_k\}_1^\infty$, а

$$\lambda(\beta) = M_\alpha(\Lambda) \frac{\sin(\gamma_\alpha(\Lambda) - \beta)}{\sin\beta}, \quad s(\beta) = \max_{0 \leq n \leq N} \max_{\{\lambda_k\} \subset \mathcal{E}_n} (s_k - 1)$$

Следствие. Пусть $\{\lambda_k\}_1^\infty \in S_\alpha$ и функция $f(z)$ принадлежит замыканию в метрике $H_2[\gamma]$ системы (3). Тогда при любых δ и θ , $\delta > 0$,

$0 < \theta < \frac{\pi}{2\gamma} + \gamma_\alpha(\Lambda)$ будем иметь

$$\left\{ \sup_{|\varphi| < \theta} \int_\delta^{+\infty} |f(re^{i\varphi})|^2 dr \right\}^{1/2} < B \|f\|_{H_2[\gamma]},$$

где $B = B_\alpha(\delta; \theta)$ зависит только от α , δ , θ и $\{\lambda_k\}_1^\infty$.

Отметим, что в предельном случае, когда $\alpha = 1$ ($\gamma = +\infty$), если полагать $H_2[+\infty] = L_2(0, +\infty)$, эта теорема переходит в теорему 4.2 работы (5).

Теперь обозначим через $H_\infty[\gamma]$ класс голоморфных и ограниченных в $\Delta(\gamma)$ функций $f(z)$ и обозначим

$$\|f\|_{H_\infty[\gamma]} = \sup_{z \in \Delta(\gamma)} \{|f(z)|\}.$$

Можно показать, что если $\{\lambda_k\}_1^\infty \in S_\alpha$, то система (3) минимальна в

$H_{\infty}[\gamma]$ и с каждой $f(z) \in H_{\infty}[\gamma]$ можно ассоциировать ряд вида (6). В этом случае рассмотрим сгруппированный ряд

$$f(z) \sim \sum_{n=0}^{\infty} \tilde{G}_n(z; f) = \sum_{n=0}^{\infty} \left(\sum_{(\lambda_k + \eta) \in \mathcal{E}_n} c_k(f) e^{-\lambda_k z} z^{s_k - 1} \right). \quad (11)$$

Тогда, в обозначениях теоремы 1, имеет место

Теорема 2. Пусть $\{\lambda_k\}_1^{\infty} \in \mathcal{S}_{\alpha}$. Если $f(z)$ — из замыкания в метрике $H_{\infty}[\gamma]$ системы (3), то справедливы утверждения:

1. Функция $f(z)$ аналитически продолжается в угловую область $\Delta_{\alpha} \left(\frac{\pi}{2\gamma} + \gamma_{\alpha}(\Lambda) \right)$.

2. Для любого $\epsilon \geq 0$ и любого углового сектора $K_{\delta} \left(\frac{\pi}{2\gamma} + \beta \right)$ существует постоянная $\tilde{C} = \tilde{C}_{\alpha}(\delta, \beta, \eta)$, зависящая только от $\alpha, \beta, \delta, \eta$ и $\{\lambda_k\}_1^{\infty}$ и такая, что

$$\left| f(z) - \sum_{m=0}^n \tilde{G}_m(z; f) \right| \leq \tilde{C} \|f\|_{H_{\infty}[\gamma]} \left\{ \sum_{m=n+1}^{\infty} e^{-\frac{\epsilon_0}{2} r_m^{\alpha}} \right\} e^{-\lambda|z|}, \quad z \in K_{\delta} \left(\frac{\pi}{2\gamma} + \beta \right), \quad n \geq N,$$

3. Во всем угловом секторе $K_{\delta} \left(\frac{\pi}{2\gamma} + \beta \right)$ справедливы оценки

$$e^{(\lambda(z) - \eta) \operatorname{Re} z} |f(z)| \leq e^{(\lambda(z) - \eta) \operatorname{Re} z} \sum_{n=0}^{\infty} |\tilde{G}_n(z; f)| \leq \tilde{A} |z|^{\lambda(z)} \|f\|_{H_{\infty}[\gamma]},$$

где $\tilde{A} = \tilde{A}_{\alpha}(\delta, \beta, \eta)$ зависит только от $\alpha, \beta, \delta, \eta$ и $\{\lambda_k\}_1^{\infty}$.

В заключение приношу глубокую благодарность профессору М. М. Джрбашяну за постановку задач и руководство при выполнении данной работы, а также В. М. Мартиросяну за ценные обсуждения.

Институт математики

Академии наук Армянской ССР

Շ. Ն. ԳՐԻԿՈՐՅԱՆ

Անկյունային տիրույթում Մյունց—Սասի սիպի ոչ
լրիվ ընդհանրացված համակարգերի փակույթի մասին

Աշխատանքում դիտարկվում է Մյունց—Սասի տիպի ոչ լրիվ ընդհանրացված

$$\{\omega_k(z)\}_1^{\infty} = \{e^{-\lambda_k z} z^{s_k - 1}\}_1^{\infty} \subset H_2[\gamma]$$

համակարգը, որտեղ $H_2[\gamma]$ -ն $\Delta(\gamma)$ -ում հոլոմորֆ ֆունկցիաների տարածությունն է, որոնց համար

$$\|f\|_{H_2[\gamma]} = \sup_{|\varphi| < \frac{\pi}{2\gamma}} \left\{ \int_0^{+\infty} |f(re^{i\varphi})|^2 dr \right\}^{1/2} < +\infty$$

ըստ որում $\alpha^{-1} + \gamma^{-1} = 1$, $\Lambda = \{\lambda_k\}_1^{\infty} \subset \Delta(\alpha)$, իսկ S_{Λ} -ն λ_k -ի հանդես դալու պատիկութունն է $\{\lambda_j\}_1^k$ -ում:

Կառուցվում է $\{\varphi_k(z)\}_1^\infty$ համակարգը, որը բիրթոդոնալ է $\{\omega_k(z)\}_1^\infty$ համակարգին:

Հետադոտվում է $\sum_{k=1}^{\infty} c_k(f)\omega_k(z)$, $c_k(f) = \int_{\partial\Delta(\gamma)} f(\tau)\varphi_k(\tau)d\tau$, $k \geq 1$, շարքի

դուրամիտությունը, $\{c_k\}_1^\infty$ -վրա տրված որոշ պայմանների դեպքում:

Համանման արդյունքներ ստացված են նաև $H_\infty[\gamma]$ տարածության համար, $H_\infty[\gamma]$ -ն $\Delta(\gamma)$ -ում հոլոմորֆ $f(z)$ ֆունկցիաների դասն է, որոնց համար

$$\|f\|_{H_\infty[\gamma]} = \sup_{z \in \Delta(\gamma)} \{|f(z)|\} < +\infty.$$

ЛИТЕРАТУРА — Գ Ր Ա Շ Ա Ն Ո Ւ Թ Յ Ո Ւ Ն

- ¹ М. М. Джрбашян, ДАН СССР, т. 141, № 3 (1961). ² М. М. Джрбашян, ДАН АрмССР, т. 35, № 2 (1962). ³ М. М. Джрбашян, ДАН АрмССР, т. 35, № 3 (1962). ⁴ М. М. Джрбашян, Изв. АН АрмССР. Математика, т. 14, № 6 (1979). ⁵ М. М. Джрбашян, Мат. сб., т. 114 (156), № 1 (1981). ⁶ L. Schwartz, Etude des sommes d'exponentielles, 1ere ed., Paris, Hermann, 1943, 2eme ed, Strasburg, 1959. ⁷ М. М. Джрбашян, А. Е. Аветисян, ДАН СССР, т. 120, № 3 (1958); Сиб. мат. журн., т. 1, № 3 (1960). ⁸ М. М. Джрбашян, Интегральные преобразования и представления функций в комплексной области, Наука, М., 1966. ⁹ М. М. Джрбашян, В. М. Мартиросян, Изв. АН СССР. Сер. мат., т. 41, № 4 (1977); ДАН СССР, т. 225, № 5 (1975). ¹⁰ М. М. Джрбашян, ДАН СССР, т. 219, № 6 (1974). ¹¹ М. М. Джрбашян, Мат. сб., т. 95 (137) (1974). ¹² М. М. Джрбашян, Изв. АН СССР. Сер. мат., т. 42 (1978).

ПРИКЛАДНАЯ МАТЕМАТИКА

УДК 681.141.2

Э. У. Казарян, С. С. Погосян

Об одном методе планирования вычислительных схем

(Представлено академиком АН Армянской ССР Г. М. Гарибяном 19/V 1983)

При разработке специального математического обеспечения систем программирования большой интерес представляют вопросы организации планирования вычислительных схем на основе формализованной предметной области (¹⁻⁵). Во многих областях науки, в частности химической кинетике, при определении наиболее вероятного механизма сложных цепных реакций возникает необходимость учета в процессе планирования условий, налагаемых на параметры модулей, в качестве которых выступают элементарные химические реакции, определяемые следующим образом:

- входами модулей являются исходные вещества соответствующих химических реакций, а выходами—продукты этих реакций;
- все входы и выходы именованы;
- на выходные параметры модуля налагается предикатное условие (например, свойство радикальности вещества—в спланированной группе реакции указанное вещество должно обязательно быть входом какой-либо реакции данной группы).

Ниже описываются алгоритмы процесса планирования, реализованные в базовой диалоговой системе АНИ-81.

Пусть заданы:

- 1) конечное множество $X = \{x_1, x_2, \dots\}$;
- 2) конечное множество $F = \{f_1, f_2, \dots, f_i, \dots\}$ операций арности $m_i \times n_i$, $m_i, n_i \geq 1$ для представления модулей;
- 3) с каждой операцией $f \in F$ арности $m \times n$ связаны наборы $\text{In}(f) \subseteq X$ входных и выходных $\text{Out}(f) \subseteq X$ аргументов соответственно мощностей m и n .

Пару (X, F) назовем вычислительной моделью. Пусть $X \subseteq X$. Определим множество $T(X, F) = \{t, r, \dots\}$ термов, порожденных множеством $X \subseteq X$. С каждым $t \in T(X, F)$ определим множества $\text{In}(t)$, $\text{Out}(t)$, список $S(t)$ и глубину терма $d(t)$:

- 1) если $f \in F$, то $t \in T(X, F) \Rightarrow \text{In}(f) \subseteq X$; определяем:

$$\text{In}(t) = \text{In}(f), \text{Out}(t) = \text{Out}(f),$$

$$S(t) = \langle f \rangle, d(t) = 1;$$

- 2) пусть $t \in T(X, F)$ и с t связаны $\text{In}(t)$, $\text{Out}(t)$, $S(t)$, $d(t)$; пусть $f \in F$ и f не входит в список $S(t)$. Тогда

$$t \circ f \in T(X, F) \Rightarrow \text{In}(f) \subseteq \text{Out}(t) \cup X;$$

определяем:

$$\text{In}(t \circ f) = \text{In}(t) \cup (\text{In}(f) \setminus \text{Out}(t)), \quad \text{Out}(t \circ f) = \text{Out}(t) \cup \text{Out}(f),$$

$$S(t \circ f) = S(t) \oplus \langle f \rangle, \quad d(t \circ f) = d(t) + 1;$$

символ \oplus обозначает добавление с конца к списку $S(t)$ операции f .

Если существует терм t такой, что $S(t) = \langle f_{i_1}, f_{i_2}, \dots, f_{i_k} \rangle$, то t называется термом, порожденным списком $S(t)$.

Для списка $S(t) = \langle f_{i_1}, f_{i_2}, \dots, f_{i_k}, \dots, f_{i_p} \rangle$ под операцией $S(t) \setminus \langle f_{i_k} \rangle$ будем предполагать список $\langle f_{i_1}, \dots, f_{i_{k-1}}, f_{i_{k+1}}, \dots, f_{i_p} \rangle$.

Обозначим через $S^*(t)$ множество операций списка $S(t)$. Произвольную пару (X, Y) , где $X, Y \subseteq X$, назовем задачей, если $Y \setminus X \neq \emptyset$.

Пусть термы $t, r \in T(X, F)$. Терм является подтермом r , если $S^*(t) \subseteq S^*(r)$ (обозначается $t \prec r$). Два терма $t, r \in T(X, F)$ называются эквивалентными, если $t \prec r \wedge r \prec t$, т. е. $S^*(t) = S^*(r)$ (обозначается $t \sim r$).

С каждым термом $t \in T(X, F)$ связывается предикат $P_t(x)$, $\forall x \in \text{Out}(t)$, причем: если $t \prec r$, то $P_t(x) = 1 \rightarrow P_r(x) = 1$, $\forall x \in \text{Out}(t)$.

З а м е ч а н и е. Из определения вытекает, что:

если $t \sim r$, то $P_t(x) = P_r(x)$, $\forall x \in \text{Out}(t)$;

если $t \prec r$, то $P_r(x) = 0 \rightarrow P_t(x) = 0$, $\forall x \in \text{Out}(r)$.

Будем говорить, что задача (X, Y) разрешима в вычислительной модели (X, F) , если существует терм $t \in T(X, F)$ такой, что $\text{Out}(t) \cong Y$ и $P_t(x) = 1$, $\forall x \in \text{Out}(t)$. При этом терм t называется вычислительной схемой задачи (X, Y) .

Обозначим через $\bar{T}(X, Y, F)$ множество всех вычислительных схем задачи (X, Y) . Вычислительная схема t задачи (X, Y) называется тупиковой, если не существует вычислительной схемы r задачи (X, Y) такой, что $S^*(r) \subset S^*(t)$.

Вычислительную схему $t \in \bar{T}(X, Y, F)$ назовем замыкающей, если $d(t) = \max_{r \in \bar{T}(X, Y, F)} d(r)$, и соответственно минимальной, если $d(t) = \min_{r \in \bar{T}(X, Y, F)} d(r)$.

Задача нахождения минимальной вычислительной схемы является алгоритмически неразрешимой.

Задача 1. Планирование (построение) замыкающей вычислительной задачи (X, Y) в вычислительной модели (X, F) .

Задача 2. Планирование тупиковой вычислительной схемы задачи (X, Y) в вычислительной модели (X, F) .

Пусть требуется решить задачу (X, Y) .

Теорема. Для того чтобы вычислительная схема $t^* \in \bar{T}(X, Y, F)$ являлась замыкающей, необходимо и достаточно, чтобы

$$t \prec t^*, \quad \forall t \in \bar{T}(X, Y, F).$$

Доказательство. Достаточность очевидна.

Необходимость. Пусть t не является подтермом t^* и

$$S(t) = \langle f_{i_1}, \dots, f_{i_v} \rangle, \quad v \geq 1, \quad S(t^*) = \langle f_{j_1}, \dots, f_{j_l} \rangle, \quad l \geq 1.$$

Рассмотрим список $S' = \langle f_{k_1}, \dots, f_{k_p} \rangle$, составленный из тех операций списка $S(t)$, которые не встречаются в списке $S(t^*)$, с сохране-

нием их порядка в списке $S(t)$. В силу предположения $p \geq 1$. Рассмотрим список $S'' = S(t^*) \oplus S'$. Легко доказать, что список S'' порождает терм t' с $d(t') = d(t^*) + p$ и $t' \in \bar{T}(X, Y, F)$, тогда $d(t') = \nu + p > d(t^*)$, что противоречит определению замыкающей вычислительной схемы. Следовательно $t < t^*$.

Следствие. Замыкающая вычислительная схема задачи (X, Y) единственна с точностью до эквивалентности,

Обозначим через $R(t, 0) = \{f \in S^*(t) / \exists x \in \text{Out}(t), P_i(x) = 0\}$.

Алгоритм построения замыкающей вычислительной схемы задачи (X, Y) представляется в следующей последовательности шагов:

- 1) полагаем список \bar{M} пустым;
- 2) ставится задача (X', Y) , где $X' = X$;
- 3) выбирается множество всех термов $M \subseteq T(X', F)$, для которых глубина равна 1;
- 4) если $M = \emptyset \wedge \bar{M} = \emptyset$, то переход на 12);
- 5) если $M = \emptyset$, то переход на 8);
- 6) полагаем $\bar{M} = \bar{M} \oplus M$ (добавляются справа элементы множества M в произвольном порядке);
- 7) полагаем $X' = X' \cup_{t \in M} \text{Out}(t)$, $F' = F' \setminus M$; переход на 3);
- 8) порождается терм t_0 списком \bar{M} ;
- 9) если $Y \subseteq \text{Out}(t_0)$, то переход на 12);
- 10) если $R(t_0, 0) \neq \emptyset$, то задача разрешима и терм t_0 является вычислительной схемой задачи (X, Y) ; переход на 12);
- 11) $F = S^*(t_0) \setminus R(t_0, 0)$; переход на 1);
- 12) задача (X, Y) не разрешима;
- 13) конец алгоритма.

Пусть в процессе функционирования алгоритма на шаге 8 порождена последовательность термов $t_0^1, t_0^2, \dots, t_0^p$, а на шаге 11 — множества F_1, F_2, \dots, F_p , где t_0^i соответствует терму t_0 и F_i множеству F , построенные при i -ом проходе алгоритма ($F_1 = F$). Тогда имеет место следующая лемма: если $t^* \in \bar{T}(X, Y, F)$ — замыкающая вычислительная схема, то

$$t^* < t_0^i, i = \overline{1, p}.$$

Используя предыдущую теорему и лемму, легко доказать, что алгоритм является корректным.

Алгоритм построения тупиковой вычислительной схемы задачи (X, Y) представляется в следующей последовательности шагов:

- 1) полагаем список $S_0 = \emptyset$, $j = 1$, $X' = X$, $F' = F$;
- 2) функционирует алгоритм построения замыкающей вычислительной схемы t^* задачи (X, Y) в вычислительной модели (X, F') ;
- 3) если t^* не существует, то переход на 7);
- 4) полагаем $j = 2$, $F' = S^*(t^*) \setminus \text{begin} S(t^*)$, где $\text{begin} S(t^*)$ означает 1-ый по порядку элемент списка $S(t^*)$;
- 5) если множество $F' \neq \emptyset$, то переход на 2);
- 6) список $S_0 \oplus \text{begin} S(t^*)$ порождает тупиковую вычислительную схему задачи (X, Y) в вычислительной модели (X, F) ; переход на 9);

7) если $j > 1$, то $S_0 = S_0 \oplus \text{begin} S(t^*)$, $X' = X' \cup \text{Out}(\text{begin} S(t^*))$ и переход на 2);

8) задача (X, Y) не разрешима;

9) конец алгоритма.

Вышеуказанный алгоритм построения замыкающей вычислительной схемы задачи (X, Y) позволяет решать также ряд других задач процесса планирования.

Вычислительный центр
Академии наук Армянской ССР
и Ереванского государственного университета

Է. Հ. ՂԱԶԱՐՅԱՆ, Ս. Ս. ՊՈՂՈՍՅԱՆ

Հաշվարկային սխեմաների կառուցման մի մեթոդի մասին

Աշխատանքում դիտարկված են «Անի—81» երկխոսական գիտական հետազոտությունների ավտոմատիզացման համակարգում իրագործված հաշվարկային սխեմաների բացահայտման հիմնական ալգորիթմները: Բերված են եզրափակող և փակուղային հաշվարկային սխեմաների կառուցման ալգորիթմները: Ապացուցված է հետևյալ թեորեմը՝

Որպեսզի $t^* \in T(X, Y, F)$ հաշվարկային սխեման լինի եզրափակող, անհրաժեշտ է և բավարար, որ տեղի ունենա հետևյալ պայմանը՝

$$\forall t \in \bar{T}(X, Y, F) \rightarrow t < t^*.$$

Աշխատանքում նկարագրված ալգորիթմները հիմնված են այդ թեորեմի և նրանից բխող հետևյալ հետևանքի վրա՝

Հետևանք՝ Հաշվարկային եզրափակող սխեման միակն է համարժեքության ճշտությամբ:

ЛИТЕРАТУРА — ԿՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

¹ К. А. Абгарян, в сб.: Мат. вопросы кибернетики и вычислительной техники, вып. XI, Ереван, 1982. ² Э. Х. Тыгу, Вычислительная математика и мат. физика, т. II, № 14 (1971). ³ Ю. А. Бухштаб, А. И. Горлин и др., Программирование, № 3, 1981. ⁴ В. А. Вальковский, Программирование, № 6, 1980. ⁵ Э. Х. Тыгу, Программирование, № 4, 1980.

УДК 539.377

МЕХАНИКА

С. М. Дургарьян

Термоустойчивость составного стержня

(Представлено академиком АН Армянской ССР С. А. Амбарцумяном 21/X 1983)

Рассматривается устойчивость шарнирно закрепленного по концам равномерно нагретого составного стержня (рис. 1) в предположении, что выпучивание обеих частей происходит в одной плоскости,

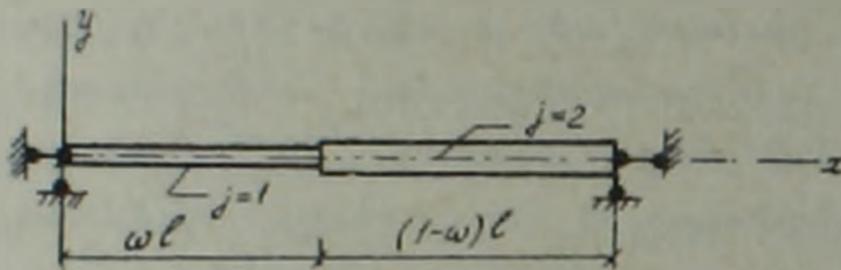


Рис. 1

а возникающие при этом критические напряжения не превосходят пределов пропорциональности используемых материалов.

Осевое сжимающее усилие, возникающее в результате повышения температуры, определяется по формуле

$$P = \frac{E_2 F_2 [\alpha_1 \omega + \alpha_2 (1 - \omega)]}{1 - \omega + \omega k^2 \delta} T, \quad (1)$$

где F_j — площадь поперечного сечения стержня; E_j и α_j — модуль упругости и коэффициент температурного расширения материала стержня, T — изменение температуры, имевшее место после закрепле-

ния стержня; $k^2 = \frac{E_2}{E_1}$; $\delta = \frac{F_2}{F_1}$.

Введя обозначения

$$n^2 = \frac{E_2 I_2}{E_1 I_1}, \quad \mu^2 = \frac{\alpha_1 \omega + \alpha_2 (1 - \omega)}{i_2^2 (1 - \omega + \omega k^2 \delta)} T, \quad i_j^2 = \frac{I_j}{F_j},$$

где I_j — минимальный момент инерции поперечного сечения стержня, уравнение устойчивости можно записать в виде

$$\begin{aligned} \frac{d^2 y_1}{dx^2} + n^2 \mu^2 y_1 &= 0, & \omega l \geq x \geq 0; \\ \frac{d^2 y_2}{dx^2} + \mu^2 y_2 &= 0, & l \geq x \geq \omega l. \end{aligned} \quad (2)$$

Проинтегрировав (2), будем иметь

$$y_1 = C_1 \sin n \mu x + C_2 \cos n \mu x; \quad y_2 = C_3 \sin \mu x + C_4 \cos \mu x,$$

где C_1, \dots, C_4 — постоянные интегрирования.

Удовлетворив условиям закрепления конечных сечений

$$y_1|_{x=0} = 0; \quad y_2|_{x=l} = 0,$$

а также условиям сопряжения двух частей составного стержня

$$y_1 = y_2 \quad \text{и} \quad \frac{dy_1}{dx} = \frac{dy_2}{dx} \quad \text{при} \quad x = \omega l,$$

для определения значений постоянных интегрирования получим систему однородных алгебраических уравнений, ненулевое решение которой возможно только при равенстве нулю ее определителя

$$\begin{vmatrix} \sin n\mu\omega l & -\sin\mu\omega l & -\cos\mu\omega l \\ n\cos n\mu\omega l & -\cos\mu\omega l & \sin\mu\omega l \\ 0 & \sin\mu l & \cos\mu l \end{vmatrix} = 0. \quad (3)$$

Из (3) нетрудно получить трансцендентное уравнение

$$\sin n\mu\omega l \cdot \cos\mu(1-\omega)l + n\cos n\mu\omega l \sin\mu(1-\omega)l = 0, \quad (4)$$

отличный от нуля наименьший корень μ_{\min} которого позволит определить критическую температуру

$$T_{\text{кр}} = \frac{1-\omega + \omega k^2}{\alpha_1\omega + \alpha_2(1-\omega)} l^2 \mu_{\min}^2, \quad (5)$$

при которой нагреваемый составной стержень потеряет устойчивость.

Из (4) и (5) ясно, что значение критической температуры от параметров задачи зависит весьма сложным образом. Эта сложная зависимость чрезвычайно упрощается, если рассматривается устойчивость однородного стержня постоянного поперечного сечения. В этом случае, приняв $\omega = 0$ (или $\omega = 1$, или $n = \delta = k = 1$ и $\alpha_1 = \alpha_2$), из (4) будем иметь

$\sin\mu l = 0$, а следовательно

$$\mu_{\min} = \frac{\pi}{l}; \quad T_{\text{кр}} = \frac{\pi^2}{\alpha_2 \lambda_j^2},$$

где $\lambda_j = \frac{l}{l_j}$ — гибкость однородного стержня.

Как и следовало ожидать, критическая температура однородного стержня постоянного поперечного сечения не зависит от значения модуля упругости, а зависит только от гибкости стержня и коэффициента температурного расширения его материала.

В отличие от случая однородного стержня в задачах термоустойчивости составного стержня протяженности участков, занимаемых каждым из материалов (параметр ω), и отношение их модулей упругости (параметр k) могут явиться причиной не только значительных количественных изменений значений критической температуры, но и могут обусловить весьма существенные (порой даже принципиальные) качественные изменения в ее поведении.

В связи с невозможностью аналитического описания зависимости критической температуры от параметров ω и k особенности задачи термоустойчивости составного стержня исследуем на примерах стержней, изготовленных из стали ЭИ257 на участке $j=1$ и алюминиевого

сплава 2024—Т3 на участке $j=2$ (для краткости изложения эти материалы в дальнейшем будут называться соответственно сталью и алюминием) с характеристиками (^{1,2})

$$E_1 = 20,40 \cdot 10^{10} \text{ н/м}^2; \quad E_2 = 7,387 \cdot 10^{10} \text{ н/м}^2; \quad (6)$$

$$\alpha_1 = 11,04 \cdot 10^{-6} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}; \quad \alpha_2 = 22,40 \cdot 10^{-6} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1},$$

а также из гипотетических материалов, имеющих те же значения α_j , но иные отношения модулей упругости ($k=0,1; 0,5; 1,0; 1,662; 2,0; 10$).

При этом рассмотрим составные стержни постоянного прямоугольного поперечного сечения ($\delta=1, n=k$), приняв $l=100\text{ см}$, $i_j^2 = 1/3\text{ см}^2$.

На рис. 2 приведены кривые зависимости $T_{кр} = f(\omega)$, соответствующие различным значениям параметра k . Из этих кривых видно,

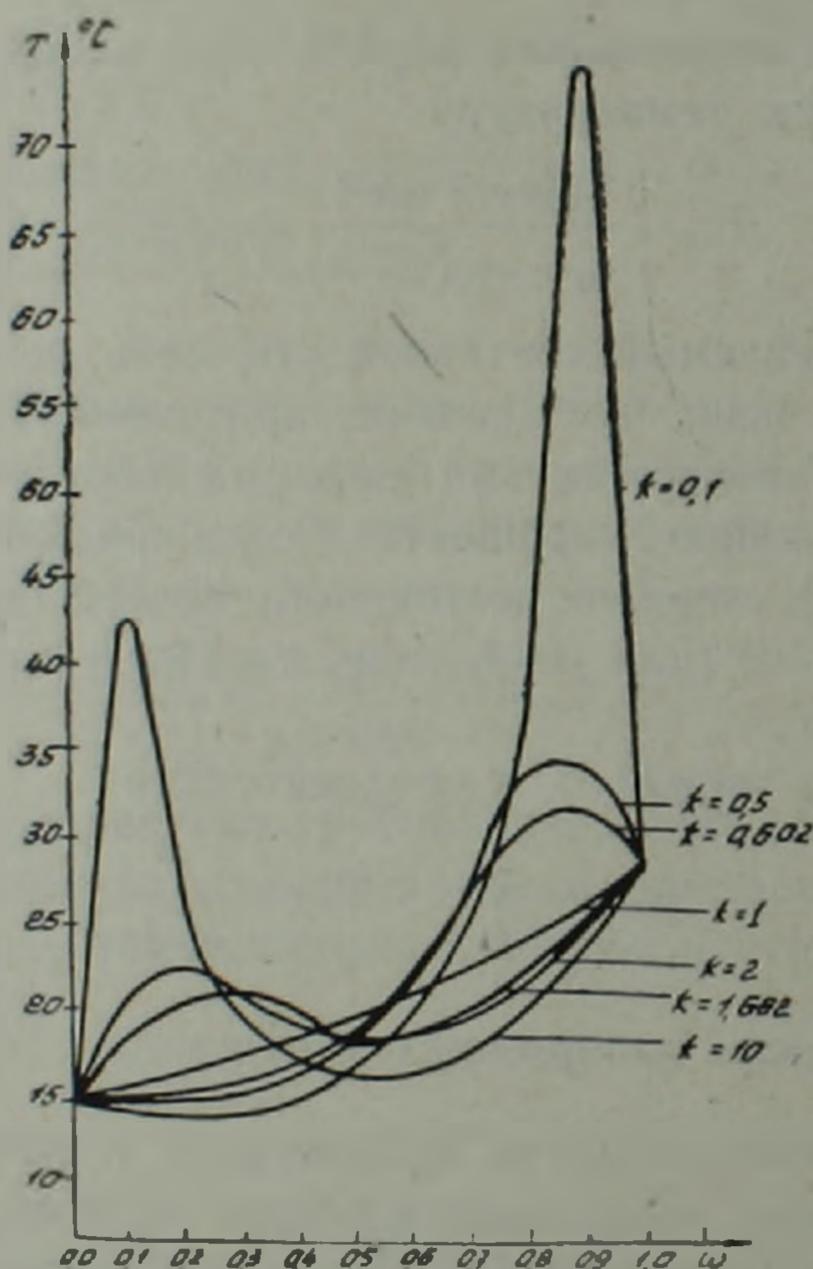


Рис. 2

что функция $T_{кр} = f(\omega)$ в интервале $1 \geq \omega \geq 0$ может иметь экстремальные значения, т. е. изменением месторасположения границы раздела материалов составного стержня можно добиться как уменьшения, так и увеличения значений критической температуры, а следовательно, возможна постановка задачи определения оптимальной структуры составного стержня.

Рассматривая кривую, соответствующую, например, значению $k=0,1$ (рис. 2), замечаем, что критическая температура для однородного стержня из алюминия ($\omega=0$) меньше, чем для однородного стального стержня ($\omega=1$). Этот результат легко можно было бы пред-

сказать элементарным сравнением значений коэффициентов температурного расширения алюминия и стали.

Переходя от однородного алюминиевого стержня ($\omega = 0$) к составному стержню со сравнительно небольшой протяженностью стального участка ($\omega \approx 0,2$), из сопоставления значений коэффициентов температурного расширения алюминия и стали следовало бы предсказать увеличение значения критической температуры (за счет введения участка из материала с меньшим значением коэффициента температурного расширения взамен удаленного такого же участка из материала с большим значением коэффициента температурного расширения). Однако для такого составного стержня расчетные значения критической температуры оказываются меньшими, чем для однородного алюминиевого стержня. Неожиданность этого результата характерна для задач термоустойчивости составных стержней и является результатом сильного влияния условий сопряжения участков, изготовленных из материалов, обладающих различными механическими свойствами.

Это явление более наглядно можно обнаружить при переходе от однородного стального стержня ($\omega = 1$) к составному стержню с малой протяженностью участка из алюминия ($\omega \approx 0,9$). Из сопоставления значений коэффициентов температурного расширения следовало бы ожидать уменьшения значения критической температуры при переходе от стального стержня к составному сталь-алюминиевому стержню. Однако на самом деле имеет место непредсказуемое увеличение значения критической температуры. Это увеличение может оказаться весьма существенным (даже многократным) при замене алюминия другим материалом с таким же коэффициентом теплового расширения, но со значительно меньшим модулем упругости (см. кривую, соответствующую значению $k = 0,1$)

Выявленная особенность задачи термоустойчивости составного стержня показывает, что во многих случаях невозможно эвристическое прогнозирование поведения составного стержня, а переход от однородного стержня к составному, путем введения участков небольшой протяженности (но из материала с резко отличающимися упругими свойствами), может обусловить резкое и существенное изменение значения критической температуры.

Институт механики
Академии наук Армянской ССР

Ս. Մ. ԴՈՒՐԿԱՐՅԱՆ

Բաղադրյալ ձողի ջերմակայունությունը

Դիտարկվում է ծայրերում հողակապերով ամրացված հավասարաչափ տաքացված բաղադրյալ ձողի կայունությունը: Ստացված է բնութագրիչ հավասարումը և կրիտիկական ջերմաստիճանի արտահայտությունը: Հայտնաբերված է բաղադրյալ ձողի ջերմակայունության առանձնահատկությունը:

Այդ առանձնահատկությունը կայանում է նրանում, որ խիստ տարբերվող առաձգական հատկություններով օժտված փոքր երկարություն ունեցող ձողա-

հատվածի առկայությունը կարող է պայմանավորել կրիտիկական ջերմաստիճանի էական և շկանխագուշակվող փոփոխություններ: Դա երևում է ՅՄ 257 պողպատից և ալյումինի 2024—Т3 համաձուլվածքից պատրաստված բաղադրյալ ձողի համար կառուցված կորերի (նկ. 2) վերլուծությունից (տես $k = 0,602$ տարբերակը): Մասնավորապես, պողպատի և ալյումինի ջերմային ընդարձակման գործակիցների տրժեքների համեմատությունից բխում է, որ համասեռ պողպատե ձողից ($\omega = 1$) փոքր երկարություն ունեցող ալյումինե հատված պարունակող բաղադրյալ ձողին ($\omega = 0,9$) անցումը պետք է պայմանավորի կրիտիկական ջերմաստիճանի նվազում: Սակայն, իրականում տեղի ունի կրիտիկական ջերմաստիճանի շկանխագուշակվող աճ: Այդ աճը կարող է էական (նույնիսկ բազմապատիկ) լինել, եթե ալյումինը փոխարինվի նույն ջերմային ընդարձակման գործակից, բայց զգալիորեն ավելի փոքր առաձգականության մոդուլ ունեցող նյութով (տես $k = 0,1$ արժեքին համապատասխանող կորը):

ЛИТЕРАТУРА — Գ Ր Ա Կ Ա Ն Ո Ւ Թ Յ Ո Ւ Ն

¹ Б. Е. Гейтвуд, Температурные напряжения, ИЛ, М., 1959. ² А. М. Жуков, Изв. АН СССР. ОТН. Мех. и машиностроение, № 4, 1959.

МЕХАНИКА ГРУНТОВ

УДК 624.131.437«317»

С. Р. Месчан, Г. Р. Шахназарян

О прогнозе длительных деформаций глинистых грунтов
 при простом сдвиге

(Представлено чл.-корр. АН Армянской ССР Б. Л. Абрамяном 26/Х 1983)

Прогноз длительных деформаций оснований фундаментов и сооружений, возведенных из глинистых грунтовых материалов, является одной из основных проблем механики и реологии грунтов. Особый интерес представляет прогноз длительных деформаций формоизменения глинистых грунтов вообще, деформаций простого сдвига в частности.

Экспериментальное определение ползучих свойств глинистых грунтов связано с определенными трудностями, главной из которых является длительность испытания образцов, достигающая многих месяцев и лет. Поэтому вопросы упрощения методики определения ползучих свойств глинистых грунтов стоят в центре внимания исследователей.

Одним из авторов этой статьи (1) сделана попытка прогноза длительных деформаций одномерного уплотнения скелета глинистых грунтов по результатам относительно кратковременных опытов. Показано, что при аппроксимации экспериментальных кривых ползучести скелета грунтов степенными функциями вполне возможна экстраполяция данных кратковременных опытов на достаточно длительное время. В настоящей работе, по аналогии с (1), рассматривается вопрос возможности прогноза длительных деформаций простого сдвига глинистых грунтов по данным, полученным из относительно кратковременных (до 90 дней) опытов.

Первоначально были завершены исследования ползучести простого сдвига двух различных глинистых грунтов природного сложения (табл. 1), отобранных из основания Ускорительно-накопительного комплекса (г. Протвино).

Таблица 1

№ грунтов	№ скважины	Глубина отбора, м	ρ_s , кг/м ³	ρ_s , кг/м ³	w_0	w_L	w_p	J_p	J_L
41—82	6315"	9.0	1800	2775	0.48	0.84	0.57	0.27	-0.33
42—82	6315"	9.8	1920	2750	0.36	0.648	0.388	0.26	-0.107

Для определения ползучих свойств грунтов при простом сдвиге использована методика испытания образцов при ступенчатом возрастании

нии уровня касательного напряжения $(^2)$. Для установления уровня касательного напряжения $\tau/\tau_{f, st}$ определены стандартные сопротивления сдвигу при $\sigma_z = 0,25; 0,35$ и $0,50$ МПа и получены параметры φ и c уравнения сопротивления грунта сдвигу $\tau_{f, st}$:

$$\tau_{f, st} = \sigma_z \cdot \operatorname{tg} \varphi + c, \quad (1)$$

которые приведены в табл. 2. Образцы испытаны на приборах кручения М—5 $(^3)$. Опыты на ползучесть также проведены на приборах М—5 после их предварительного уплотнения под действием $\sigma_z = 0,50$ МПа в течение 40 дней. Предварительное уплотнение, испытание на прочность и ползучесть всех образцов грунтов осуществлено под водой.

Таблица 2

Грунт	φ^0	$\operatorname{tg} \varphi$	c , МПа	B	n	A	m
41—82	$10^{\circ}42'$	0,202	0	0,0476	2,131	0,0191	0,2268
42—82	$12^{\circ}16'$	0,209	0,0123	0,0494	1,50	0,021	0,2254

Единые кривые ползучести простого сдвига грунтов 41-82 и 42-82, построенные по результатам испытания четырех и трех образцов соответственно, в правых частях рис. 1 и 2 показаны сплошными линиями. В левых частях тех же графиков сплошными линиями показаны кри-

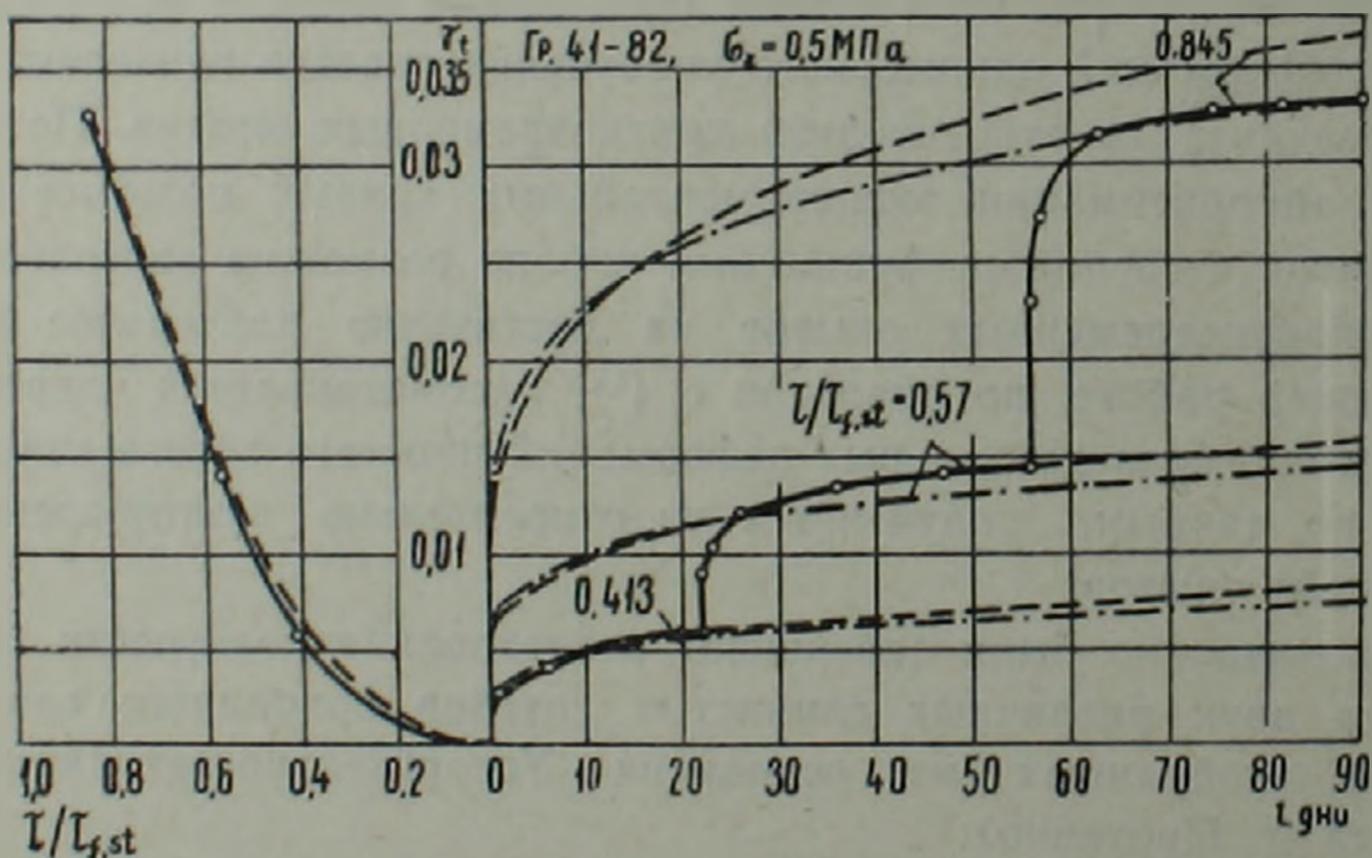


Рис. 1. Экспериментальные кривые ползучести ($\gamma_t - t$) и зависимости $\gamma_t - \tau/\tau_{f, st}$ (сплошные линии). Аппроксимация кривых ползучести по выражениям (6) (штриховые линии), (8) (штрих-пунктирные линии) и зависимости $\gamma_t - \tau/\tau_{f, st}$ (штриховая линия). σ_z — нормальное напряжение, τ — касательное напряжение, $\tau_{f, st}$ — стандартное сопротивление сдвигу, $\tau/\tau_{f, st}$ — уровень касательного напряжения

вые зависимости $\gamma_t - \tau/\tau_{f, st}$ (γ_t — относительная деформация сдвига), построенные на основании экспериментальных кривых ползучести.

Кривые $\gamma_t - \tau/\tau_{f, st}$ аппроксимированы степенной зависимостью $(^2,4)$

$$\gamma_t = B(\tau/\tau_{f, st})^n, \quad (2)$$

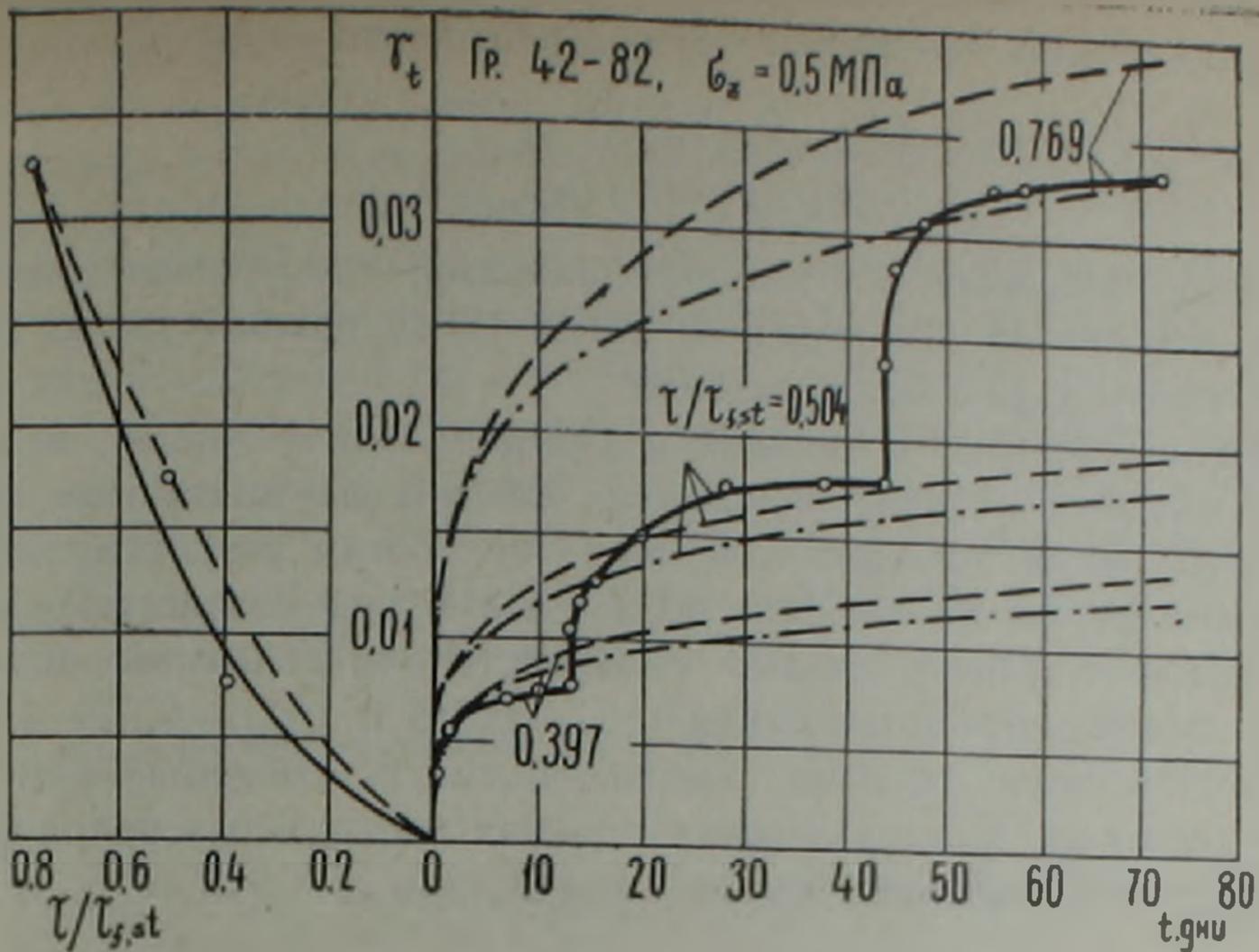


Рис. 2. Экспериментальные кривые ползучести (γ_t-t) и зависимости $\gamma_t-\tau/\tau_{f,st}$ (сплошные линии). Аппроксимация кривых ползучести по выражениям (6) (штриховые линии), (8) (штрих-пунктирные линии) и зависимости $\gamma_t-\tau/\tau_{f,st}$ (штриховая линия). σ_z —нормальное напряжение, τ —касательное напряжение, $\tau/\tau_{f,st}$ —стандартное сопротивление сдвигу, $\tau/\tau_{f,st}$ —уровень касательного напряжения

и определено выражение функции уровня касательного напряжения вида

$$f(\tau/\tau_{f,st}) = (\tau/\tau_{f,st})^n. \quad (3)$$

Входящие в (2) и (3) параметры B и n испытанных грунтов приведены в табл. 2. Результаты аппроксимации кривых $\gamma_t-\tau/\tau_{f,st}$ по соотношениям (2), с учетом данных табл. 2, в левых частях рис. 1 и 2 показаны штриховыми линиями.

Для записи уравнения ползучести простого сдвига для постоянных уровней касательного напряжения использовано соотношение теории старения (4):

$$\gamma_t = \omega(t) \cdot f(\tau/\tau_{f,st}), \quad (4)$$

где $\omega(t)$ —мера ползучести простого сдвига:

$$\omega(t) = A \cdot t^m, \quad (5)$$

соответствующая $\tau/\tau_{f,st} = 1$ (4); $f(\tau/\tau_{f,st})$ —функция уровня касательного напряжения вида (3).

Мера ползучести простого сдвига грунта 41—82 определена на основании аппроксимации участка экспериментальной кривой, соответствующей уровню $\tau/\tau_{f,st} = 0,57$ (рис. 1), а грунта 42—82—кривой, соответствующей уровню $\tau/\tau_{f,st} = 0,504$ (рис. 2). Параметры A и m меры ползучести испытанных грунтов, входящие в (5), приведены в табл. 2.

На основании аппроксимации экспериментальных кривых ползу-

чести (рис. 1 и 2) получены следующие соотношения ползучести простого сдвига грунтов 41—82 и 42—82 соответственно:

$$\gamma_t = A \cdot t^m \cdot (\tau/\tau_{f,st})^n = 0,0191 \cdot t^{0,2268} (\tau/\tau_{f,st})^{2,131}, \quad (6)$$

$$\gamma_t = 0,021 \cdot t^{0,254} \cdot (\tau/\tau_{f,st})^{1,50}. \quad (7)$$

Кривые ползучести, построенные для различных уровней касательного напряжения по соотношениям (6) и (7), в правых частях рис. 1 и 2 показаны штриховыми линиями.

В целях проверки возможности экстраполяции данных, полученных из относительно кратковременных опытов, на длительное время приведенные выше эксперименты после обработки результатов были продолжены на тех же образцах до 361 и 314 дней соответственно.

Экспериментальные данные ползучести для конечных значений уровней касательного напряжения $\tau/\tau_{f,st} = 0,845$ и $\tau/\tau_{f,st} = 0,769$ (рис. 1 и 2) сопоставлены с данными, вычисленными по соотношениям (6) и (7) при указанных выше конечных уровнях касательных напряжений. Результаты этих вычислений приведены в табл. 3.

Таблица 3

t , дни	γ_t , эксп	γ_t , вычисленные по формулам (6) (8) и (7) (9)	γ_t , эксп/ γ_t
Грунт 41—82, $\tau/\tau_{f,st} = 0,845$			
90	0,0333	0,0369/0,0333	0,902/1,00
99	0,0341	0,0377/0,0339	0,904/1,006
119	0,0345	0,0393/0,03496	0,878/0,99
170	0,0401	0,0426/0,0372	0,941/1,078
225	0,0442	0,0454/0,03905	0,973/1,133
270	0,0449	0,0473/0,0403	0,949/1,114
361	0,0455	0,0506/0,0424	0,899/1,073
Грунт 42—82, $\tau/\tau_{f,st} = 0,769$			
72	0,0334	0,0370/0,0333	0,903/1,00
111	0,0354	0,0410/0,03644	0,863/0,97
134	0,0374	0,0427/0,03789	0,876/0,99
210	0,0389	0,0473/0,04161	0,822/0,94
263	0,0393	0,0497/0,0436	0,790/0,90
314	0,0394	0,0517/0,0452	0,762/0,87

Для той же цели аппроксимацией участка экспериментальной кривой ползучести грунта 41—82, соответствующей уровню касательного напряжения $\tau/\tau_{f,st} = 0,845$ (рис. 1), получено уравнение ползучести

$$\gamma(t) = 0,02183 \cdot t^{0,17378} \cdot (\tau/\tau_{f,st})^{2,131}, \quad (8)$$

а аппроксимацией участка экспериментальной кривой ползучести грунта 42—82, соответствующей $\tau/\tau_{f,st} = 0,769$, получено

$$\gamma(t) = 0,0203 \cdot t^{0,208} \cdot (\tau/\tau_{f,st})^{1,5}. \quad (9)$$

Кривые ползучести, построенные по формулам (8) и (9), на рис. 1 и 2 показаны штрих-пунктирными линиями. Вычисленные по этим соотношениям деформации ползучести для $t = 90 \dots 361$ дней (грунт 41—82) и $72 \dots 314$ (грунт 42—82) приведены в табл. 3 (знаменатель).

Из сопоставления экспериментальных данных с данными, вычисленными по соотношениям (6)...(9), видно (табл. 3), что независимо от того, на основании аппроксимации какого участка экспериментальной кривой ползучести определены уравнения ползучести, начиная с конца кратковременных опытов (90 дней для грунта 41—82 и 72 дня для грунта 42—82) до 361 и 314 дней точность определения деформаций ползучести простого сдвига практически не изменяется или изменяется очень мало по сравнению с точностью результатов параллельного испытания образцов рассмотренных неоднородных грунтов. Это говорит о том, что при аппроксимации кривых ползучести простого сдвига степенной функцией вида (5) результаты относительно кратковременных опытов можно с достаточной для практики точностью экстраполировать на значительно длительное время.

Ереванский государственный университет

Ս. Ռ. ՄԵՍՉԻԱՆ, Ն. Ռ. ՇԱՀՆԱԶԱՐՅԱՆ

Պարզ սահմի դեպքում կավային գետնահողերի տևական ձևափոխությունների կանխորոշման մասին

Հողվածում բերված ևն երկու տարբեր կավային գետնահողերի պարզ սահմի, մինչև 90 օր տևողությամբ համեմատաբար կարճատև փորձերից ստացված, սողքի կորերն ու դրանք մոտարկող արտահայտություններն աստիճանային ֆունկցիաների տեսքով:

Մինչև 461 և 314 օր շարունակված փորձերից ստացված և վերը նշված արտահայտություններով հաշվարկված ձևափոխությունների համեմատելուց պարզված է, որ հնարավոր է կավային գետնահողերի սողքը պարզ սահմի դեպքում բավարար ճշտությամբ կանխորոշել համեմատաբար կարճատև փորձերից ստացված արդյունքներով:

ЛИТЕРАТУРА — ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

- ¹ С. Р. Месчян, ДАН АрмССР, т. 75, № 3, 1982. ² С. Р. Месчян, Труды третьего Всесоюзного симпозиума по реологии грунтов, Изд-во Ереванского ун-та, 1980. ³ С. Р. Месчян, Начальная и длительная прочность глинистых грунтов, «Недра», М., 1978. ⁴ С. Р. Месчян, Изв. вузов. Строительство и архитектура, № 2, 1976.

НЕОРГАНИЧЕСКАЯ ХИМИЯ

УДК 691.32 : 548.3.537.533.3

В. Р. Исраелян

О природе химической активности
вулканогенных пород в бетоне

(Представлено чл.-корр. АН Армянской ССР К. А. Костаняном 7/III 1984)

В качестве заполнителя бетона широко применяются пористые стекловатые породы—туфы, лемзы, шлаки, перлиты и пр. Как показано в (1), эти заполнители обладают способностью вступать в химическое взаимодействие с гидроксидом кальция—продуктом гидратации портландцемента, что свидетельствует об их химической активности. Проведенные авторами рентгеновские исследования показали, что химической активностью обладает лишь стеклофаза породы, которая представлена алюмосиликатным щелочным стеклом и составляет 60—70% в туфах и 95—97% в лемзах и перлитах. С целью получения данных, объясняющих природу химической активности стеклофазы вулканических пород, было проведено микроструктурное исследование методом электронной микроскопии и локального микрорентгеновского (электронное микрозондирование) анализов.

Исследования проведены в основном на обсидиане как наиболее характерном представителе вулканического стекла. Обсидиан по химическому составу соответствует щелочному алюмосиликатному стеклу, лишен открытой пористости и однороден по текстуре. Кристаллическая фаза в нем не превышает 3%.

Электронно-микроскопическое исследование показало, что стеклофаза вулканогенных пород обладает микронеоднородной структурой, обусловленной, по всей вероятности, многокомпонентностью системы, изменением содержания летучих в магматическом расплаве, термическим градиентом и неравномерностью давления как в магматическом очаге, так и при выходе расплава на дневную поверхность.

Различные ионы-модификаторы, содержащиеся в большом количестве в породах, распределены в объеме стекла неравномерно, что выявляется микрозондовым анализом (рис. 1,а). Такое распределение стеклообразующих ионов приводит к разделению системы на несмешивающиеся стеклофазы, ликвированию, с образованием микронеоднородностей структуры химического характера. Микронеоднородности химического характера на электронных микрофотографиях реплик, полученных с протравленных поверхностей стекла, выражаются ликвационными обособлениями (рис. 2,а).

Изучение утоньшенных до прозрачности для прохождения электронов пластины (метод окна) и суспензионных препаратов в режиме

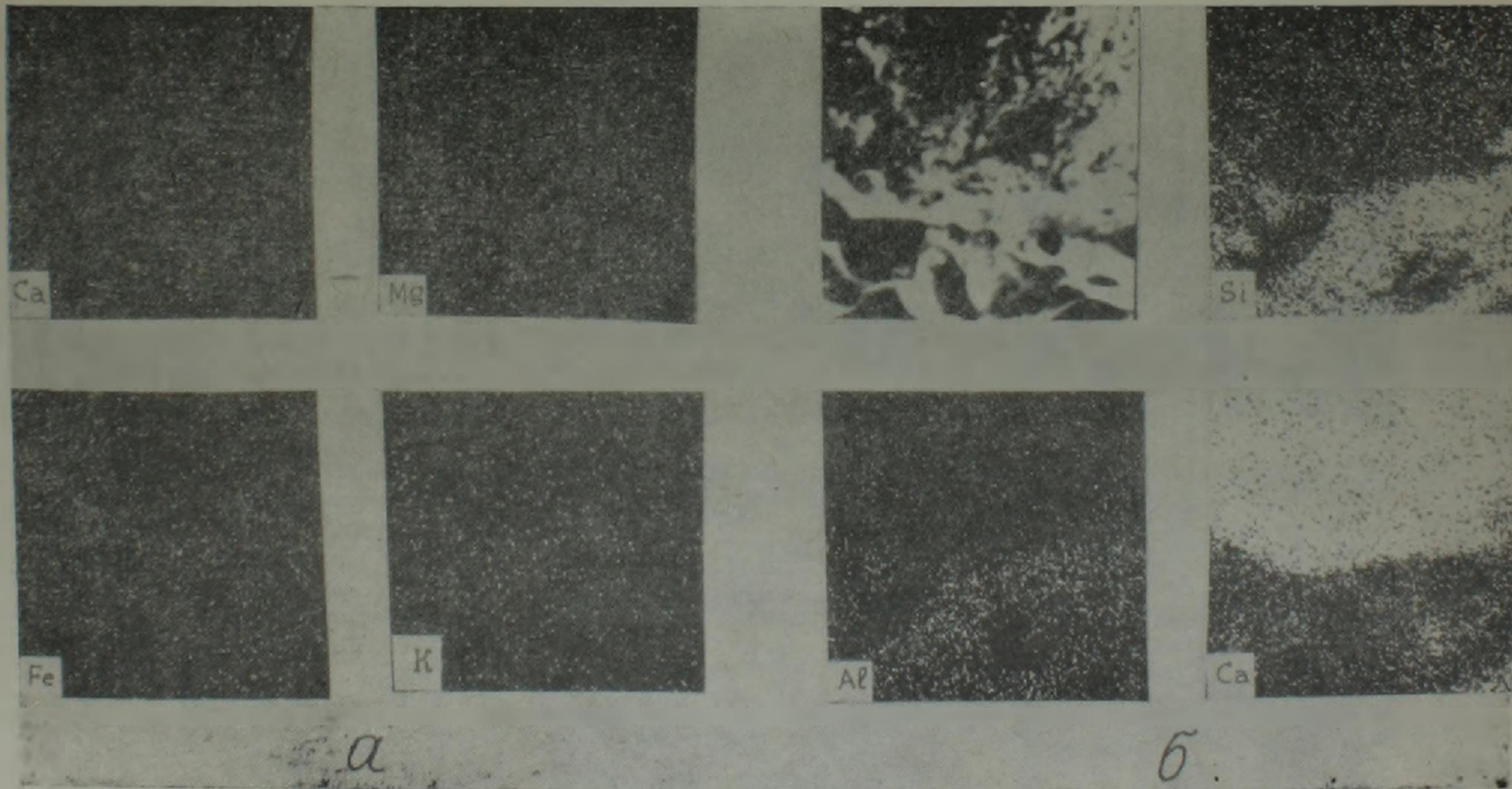


Рис. 1. Распределение катионов в объеме вулканического стекла (а) и в зоне контакта вулканического стекла и гидроксида кальция (б)

микродифракции позволило в рентгеноаморфных вулканических стеклах, таких, как перлиты и обсидианы, обнаружить поддающиеся идентификации упорядоченные зоны ближнего порядка (300—4000 Å), которые распределены по объему материала довольно равномерно в виде островков в неупорядоченной массе стекла (2). Такое чередование

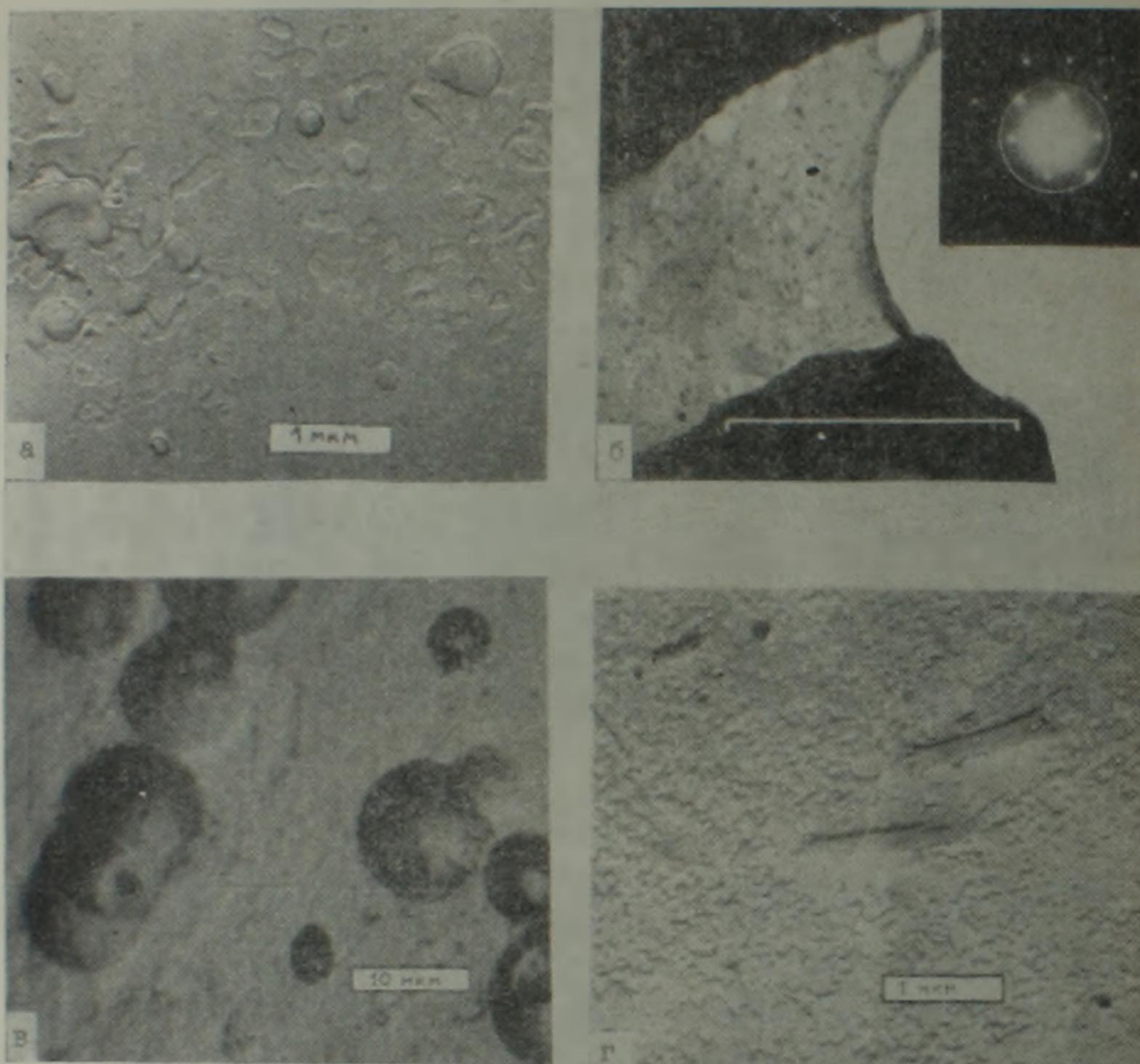


Рис. 2. Микронеоднородности вулканического стекла: а—микроликвационные обособления в вулканическом стекле. Ионное травление; б—неоднородности структурного характера. Микродифракция, полученная с упорядоченной зоны; в—микронеоднородности, созданные закрытыми порами, нарушающими сплошность среды. Отраженный свет. Ув 340X; г—поверхность вулканического стекла, находящегося в насыщенном растворе $\text{Ca}(\text{OH})_2$ в течение 28 суток

упорядоченных и неупорядоченных зон создаст неоднородности структурного характера. Упорядоченные зоны могли образоваться как уже в магматическом очаге, так и в процессе извержения и остывания, однако из-за резкого и быстрого охлаждения или изменения условий кристаллизации минерала дальнейший рост кристалла прекращается и эти зоны остаются в виде кристаллических зародышей (рис. 1, б).

Из-за высокой вязкости вулканические стекла, в частности, кислого состава, наряду с открытыми микропорами, микроканалами и микротрещинами содержат множество закрытых пор в виде замкнутых пузырей, заполненных водой и газами (рис. 2, в). Эти объемы по сравнению с основной массой можно считать из-за их ничтожной плотности пустыми. Они нарушают непрерывность сплошной среды, создавая мик-

ронеоднородности, что мы называем неоднородностями физического характера.

Итак, в первом приближении, на основании микроструктурных исследований, можно констатировать, что стеклофаза вулканогенных заполнителей обладает, по крайней мере, тремя видами микронеоднородностей, которые, несомненно, приводят систему в микронапряженное состояние, способствующее повышенной химической активности.

Данные об изменениях топографии поверхности заполнителя вследствие взаимодействия с известью были получены с поверхности свежесколотого обсидиана, помещенного в насыщенный раствор гидроксида кальция. Через 28 суток уже на поверхности вулканического стекла появляются ямки травления, которые в возрасте шести месяцев становятся идентичными с волокнистыми, призматическими гидратными новообразованиями—гидросиликатами кальция (рис. 2,2). Электроннографическое изучение суспензионных препаратов, полученных с той же поверхности, позволило идентифицировать $C_3S_2H_3$, C_5SH , тобермориты, C_3AH_6 и другие новообразования. Судя по полученным микрофотографиям, можно предположить, что процессы взаимодействия протекают топохимически и с поверхности заполнителя сильным ионом кальция отрываются отдельные блоки, образующие гидратные новообразования, обеспечивающие прочность сцепления.

Для получения данных об ионном обмене в зоне контакта заполнителя с $Ca(OH)_2$ был проведен микрозондовый анализ. Изучался контакт пластины литондой пемзы, затворенной в извести. В зоне контакта имет место довольно интенсивный обмен ионами кальция, кремния и алюминия, при котором глубина взаимного проникновения доходит до 1,5—3 мкм (рис. 1,6).

Не вдаваясь в подробности сложного кристаллохимического механизма гидратации цементных минералов, отметим лишь, что в бетонную смесь благодаря разрыву связей $-Ca-O-Si\equiv$ выделяется гидроксид кальция, в результате чего происходит насыщение жидкой фазы ионами кальция. Разрыв связей $-Ca-O-Si\equiv$ происходит путем протонизации связи $Ca-O$. Протонизация происходит как за счет диссоциации воды в объеме, так и за счет диссоциативной адсорбции молекул воды (3). Вулканическое стекло, в свою очередь, содержит гидроксильные группы, молекулярную воду, которые создают напряжения непосредственно в SiO_4 тетраэдрах. Эти группировки образуются путем протонизации одного из общих для двух тетраэдров кислорода, который превращается в OH^- и замещает вершину одного из тетраэдров O_3SiOH (гидроксильное). Другой тетраэдр при этом остается неполным (4).

В контакте жидкой фазы с вулканическим стеклом, где имеется сильный катион кальция с одной стороны и готовые анионы O_3SiOH^{3-} и O_2Si/OH_2^{2-} —с другой, происходит взаимодействие этих составляющих с образованием гидросиликатов кальция, аналогичных гидросиликатам, образующимся при гидратации цемента. Примером силиката с анионами O_3SiOH^{3-} , скрепленными короткими H-связями, может служить афвиллит— $Ca_3/HSiO_{4/2} \cdot 2H_2O$ (5).

Такое взаимодействие с алюмокремнекислородными радикалами стекла требует новых порций кальция, выделяемых из клинкерных минералов, что и дает возможность объяснить лучшую гидратацию цемента в зоне контакта цементного камня с вулканогенным заполнителем.

Таким образом, на основании проведенных исследований можно констатировать, что проявляемая химическая активность вулканогенных пород в большой степени обусловлена их микронеоднородным строением и наличием в стеклофазе этих пород гидроксильных анионов. Вулканические стекла обладают неоднородностями химического, структурного и физического характера, приводящими стеклофазу в микронапряженное состояние. Микронеоднородности являются центрами концентраций напряжений, которые активируют стеклофазу и, очевидно, играют ту же роль, что и дислокационные дефекты кристаллической решетки, оказывающие большое влияние на химическую активность твердых тел. Реакции, протекающие на границе цементный камень—заполнитель, имеют топохимический характер.

Научно-исследовательский институт
строительства и архитектуры

Վ. Ռ. ԻՍՐԱՅԵԼՅԱՆ

Բետոնների մեջ հրաբխածին ապարների ակտիվության բնույթի մասին

Բետոնների մեջ օգտագործվող հրաբխածին ծակոտկեն, ապակենման ապարները՝ տուֆերը, խարամները, պեմզաները, պեռլիտները և այլն, օժտված են քիմիական ակտիվությամբ, որն արտահայտվում է պորտլանդցեմենտի հիդրատացման արդյունքում առաջացող կալցիումի հիդրօքսիդի հետ փոխազդեցության մեջ մտնելու ընդունակությամբ:

Քիմիական ակտիվության բնույթը պարզելու համար կատարված են այս ապարների միկրոկառուցվածքների ուսումնասիրություններ էլեկտրոնային մանրադիտակի և լոկալ միկրոռենտգենյան (էլեկտրոնային միկրոդոզիմետրի) անալիզի եղանակով:

Ուսումնասիրությունները ցույց տվեցին, որ հրաբխածին ապարների ապակենման ֆազան ունի անհամասեռ կառուցվածք: Պարզված է, որ այդ անհամասեռությունները պայմանավորված են քիմիական տարրերի անհամաչափ բաշխմամբ, որ ունենալով հրաբխածին ապակիների մեջ գոյություն ունեն առանձնացված փոքր շափսերի, կարգավորված մարզեր և փակ ծակոտիկներ: Վերջիններիս պատկերացումը ծավալները, ըստ իրենց խտության, հիմնական դանդաղի համեմատ կարելի է համարել դատարկ:

Հայտնաբերված երեք բնույթի՝ քիմիական, կառուցվածքային և ֆիզիկական անհամասեռությունները ապակենման ֆազայում ստեղծում են գերլարվածային վիճակներ, որոնք խաղում են նույն դերը, ինչ որ բյուրեղային նյութերում բյուրեղական ցանցի դիսլոկացիոն դեֆեկտները, որոնք մեծացրելու են պինդ նյութի քիմիական ակտիվությունը:

Էլեկտրոնային միկրոդոզի հղանակով ցույց է տրված քիմիական տարրերի բաշխումը կալցիումի հիդրօքսիդի և հրաբխածին ապակու կոնտակտում, պարզված է, որ ցեմենտաբարի և հրաբխածին լցանյութի միջև փոխազդեցության ռեակցիաները տույզքիմիական բնույթի են:

ЛИТЕРАТУРА — ԿՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

- ¹ В. Р. Израелян, З. А. Абуева, Л. В. Багдасарян, Сб. трудов к IX Всесоюзной конференции по бетону и железобетону. Ташкент—1983, Аястан, Ереван, 1983.
² В. Р. Израелян, в кн.: Перлиты, Наука, М., 1981. ³ М. М. Сычев, Цемент, № 8, 1981. Г. Донней, Ж. Виар, Г. Сабатье, сб. статей «Физика минералов», Мир, М., 1964. ⁵ Я. И. Рыскин, в кн.: Проблемы химии силикатов, Наука, Л., 1974.

УДК 635.465

АГРОХИМИЯ

С. А. Абрамян, А. Ш. Галстян

Об иммобилизации фосфатазы почвой

(Представлено академиком АН Армянской ССР Э. Г. Африкяном 26/X 1983)

Вопросы иммобилизации внеклеточной фосфатазы (КФ 3.1.3.1; 3.1.3.2) гумусовыми препаратами и неорганическими коллоидами почв до настоящего времени не изучены. Фосфатаза осуществляет мобилизацию доступного для растений фосфора из фосфорорганических соединений почвы и регулирует его режим, поэтому изучение вышеуказанных вопросов представляет определенный интерес. Известно, что иммобилизация внеклеточных ферментов почвой приводит к стабилизации их структуры и сохранению в активном состоянии (¹⁻⁹).

Для выявления основных носителей при иммобилизации фосфатаз почвой были выделены препараты гуминовых кислот (ГК), фульвокислот (ФК), негидролизующиеся коллоиды и остаток почвы, которые представляют в основном ее минеральную часть (¹⁰⁻¹¹). Исследования проводили на различных типах почв: чернозем выщелоченный (А_d 0—14 см), тяжелосуглинистый, содержание гумуса 11,6%, рН водной суспензии 6,6, сумма обменных катионов 63,9 мэкв на 100 г почвы; горнолуговая дерновая (А_d 0—11 см), среднесуглинистая, содержание гумуса 15,7%, рН 5,0, сумма обменных катионов 23,0 мэкв, степень насыщенности основаниями 61,7%; каштановая карбонатная (А 0—16 см), среднесуглинистая, содержание гумуса 3,0%, рН 8,0, сумма обменных катионов 32,8 мэкв; орошаемая лугово-бурая (А_n 0—28 см), тяжелосуглинистая, содержание гумуса 2,5%, рН 8,1, сумма обменных катионов 29,5 мэкв (АрмССР); дерново-подзолистая (А₁ 0—10 см), суглинистая, содержание гумуса 3,8%, рН 5,2, сумма обменных катионов 11,2 мэкв на 100 г почвы, степень насыщенности 51,8% (Московская обл.); краснозем (А₁ 0—16 см), глинистый, содержание гумуса 5,1%, рН 4,5, сумма обменных катионов 9,4 мэкв, степень насыщенности 27,7% (ГрузССР). Для определения активности фосфатазы препараты гумусовых веществ подвергли диализу и высушивали при 40—45°.

Навески (50 мг) свежесыщенного тонкорастертого гумусового препарата помещали в колбы емкостью 50 мл, прибавляли 2 мл этаноламин-ацетатного буфера рН 8,0, 0,2 мл толуола в качестве антисептика и оставляли на сутки для пептизации. Затем прибавляли 1 мл 0,1 М раствора глицерофосфата натрия (фенолфталеинфосфата натрия, п-нитрофенилфосфата натрия), приготовленного на этаноламин-ацетатном буфере рН 5,4 при определении кислой и рН 8,0—щелочной фосфатазы. рН среды проверяли индикаторной бумагой и при сдвигах до-

водили до требуемого значения. Контролями служили препараты с буфером и субстрат без препарата. Стерилизованные препараты не используются в качестве контроля, так как в процессе стерилизации происходит расщепление фосфорорганических соединений и получаются завышенные данные. Колбы закрывали корковыми пробками и ставили в термостат при 30° на 1 ч. В течение времени взаимодействия субстрата с препаратами колбы периодически встряхивали. После инкубации в колбы добавляли 50 мл буферной смеси Труога, встряхивали на ротаторе 30 мин для экстрагирования фосфорной кислоты и содержимое колб фильтровали. В фильтрате фосфор определяли по Труогу—Мейеру. Для этого 10 мл фильтрата переносили в 50 мл колбы, прибавляли 2 мл комплексообразователя—сернокислого молибдата аммония. Следует отметить, что растворы гумусовых кислот бывают окрашенными, что мешает колориметрическому определению фосфора. Однако после прибавления сернокислого молибдата аммония гумусовые кислоты выпадают в осадок. Полученный раствор с осадком гумусовых кислот фильтровали в 50-миллилитровые мерные колбы, доводили до метки дистиллированной водой, перемешивали, затем приливали 3 капли восстановителя—2,5%-ного раствора хлористого олова, немедленно перемешивали и в течение 15—20 мин фотоколориметрировали, используя 5-миллиметровые кюветы и светофильтр с пропусканием лучей длиной волны 650 нм. Количественный учет фосфорной кислоты, отщепленной от глицерофосфата под действием фосфатазы, производили с помощью калибровочного графика KH_2PO_4 . Активность фосфатазы выражали в миллиграммах Р на 100 г препарата за 1 ч. Ошибка определения до 8%.

Исследования показали, что гумусовые препараты—гуминовые кислоты и фульвокислоты, выделенные из разных типов почв, обладают сравнительно высокой активностью фосфатазы (таблица). В негидролизруемых коллоидах и остатке почвы активность фосфатазы очень незначительна. Следовательно, фосфатаза иммобилизована в основном гумусовыми веществами. В ненасыщенных основаниями почвах—красноземе, дерново-подзолистой, горно-луговой дерновой—препараты фульвокислот обладают большей активностью фосфатазы, чем гуминовых кислот. Как известно, в этих почвах в результате специфических условий почвообразования, в частности повышенной влажности, низкой температуры, слабнокислой и кислой среды, фульвокислоты преобладают над гуминовыми кислотами. Поэтому количество фермента, скомплексированного с фульвокислотами, больше, чем с гуминовыми кислотами. Кроме того, по-видимому, часть фермента в процессе выделения препаратов переходит в более растворимую фракцию фульвокислот.

В насыщенных основаниями почвах—черноземе, каштановой и орошаемой лугово-бурой—фосфатаза более активна в препаратах гуминовых кислот. Это обусловлено преобладанием в составе гумуса насыщенных основаниями почв гуминовых кислот, а также степенью пептизации гелей гумусовых препаратов. Гуминовые кислоты насыщенных основаниями почв пептизируются лучше, чем фульвокислоты.

Таким образом, препараты гуминовых кислот и фульвокислот, вы-

Активность фосфатазы в препаратах гуминовых кислот,
фульвокислот, негидролизующих коллоидах и остатке почвы
(мг Р на 100 г препарата, n=5)

Почва	Препарат	Активность фосфатазы M±m	Коэффициент вариации, %	Ошибка опреде- ления, %
Краснозем	ГК	12,6±0,8	14,7	6,3
	ФК	17,0±0,7	8,9	4,1
	Коллоиды	1,3±0,2	28,5	15,4
	Остаток	0,7±0,2	58,3	33,3
Дерново- подзолистая	ГК	13,4±0,6	9,8	4,5
	ФК	18,1±0,8	9,8	4,4
	Коллоиды	0,3±0,06	50,0	20,0
	Остаток	0,2±0,03	35,0	15,0
Горно-луговая дерновая	ГК	21,6±0,6	5,8	2,8
	ФК	30,7±3,6	25,4	11,7
	Коллоиды	0,3±0,1	66,6	33,3
	Остаток	0,4±0,02	25,0	5,0
Чернозем выщелоченный	ГК	50,2±1,7	7,4	3,4
	ФК	13,6±1,0	15,4	7,4
	Коллоиды	1,2±0,2	33,3	16,7
	Остаток	0,5±0,04	20,0	8,0
Каштановая карбонатная	ГК	36,5±1,7	10,3	4,7
	ФК	7,5±0,5	15,3	6,7
	Коллоиды	0,3±0,02	16,7	6,7
	Остаток	0,5±0,04	20,0	8,0
Орошаемая лугово-бурая	ГК	23,9±2,0	18,7	8,4
	ФК	5,2±0,5	19,2	9,6
	Коллоиды	0,8±0,1	31,3	12,5
	Остаток	0,5±0,2	70,0	40,0

деленные из различных типов почв, по сравнению с негидролизующими коллоидами и остатком, обладают значительной активностью фосфатазы, указывающей на то, что внеклеточная фосфатаза в почве иммобилизована гумусовыми веществами.

Научно-исследовательский институт
почвоведения и агрохимии МСХ
Армянской ССР

Ս. Ա. ԱՐՐԱՀԱՄՅԱՆ, Ա. Շ. ԳԱԼՍՅԱՆ

Հողում ֆոսֆատազայի իմոբիլիզացման մասին

Ուսումնասիրված է տարբեր հողատիպերից անջատված հումինաթթու-
ների, ֆուլվաթթուների, շիդրոլիզվող կոլոիդների և մնացորդի ֆոսֆատա-
զային ակտիվությունը: Հաստատված է, որ հողերի հումուսային նյութերը
օժտված են բարձր ֆոսֆատազային ակտիվությամբ, քան կոլոիդները և հո-

դի մնացորդը, որը նրա հիմնական հանքային մասն է կազմում: Պարզված է, որ հիմքերով հագեցված հողերում ֆոսֆատազայի հիմնական կրողները հումինաթթուներն են, իսկ չհագեցվածներում՝ ֆուլվաթթուները: Ուստի հողի հումուսային նյութերը ունեն կատալիտիկ բարձր ակտիվություն և իրագործում են մատչելի ֆոսֆորի մորֆիզացումը բույսերի սննդառությանում: Այդ ցուցանիշի որոշումը հնարավորություն է տալիս դնահատել հողերի կենսաբանական ակտիվությունը:

ЛИТЕРАТУРА — ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

¹ В. Ф. Купревич, Т. А. Щербакова, Почвенная энзимология, Минск, 1966. ² А. Ш. Галстян, Ферментативная активность почв Армении, Ереван, 1974. ³ Т. А. Щербакова, В. П. Максимова, Н. А. Галушко, ДАН БССР, т. 14, № 7 (1970). ⁴ М. Briggs, Segal, Life Sci., v. 2, № 1 (1963). ⁵ С. А. Абрамян, А. Ш. Галстян, ДАН АрмССР, т. 73, № 5 (1981). ⁶ С. А. Абрамян, А. Ш. Галстян, Докл. ВАСХНИЛ, т. 5 1982. ⁷ С. И. Шурухина, С. В. Мохова, Вестн. ЛГУ, Биология, № 3, 1977. ⁸ R. G. Burns, M. H. Elsayed, A. D. McLaren, Soil. Biol. Biochem., v. 4 (1972). ⁹ В. Ciccantl, P. Nannipieri, S. Cervelli, Soil. Biol. Biochem., v. 10 (1978). ¹⁰ М. М. Кононова, Органическое вещество почвы, Наука, М., 1963. ¹¹ Д. С. Орлов, Л. А. Гришина, Практикум по химии гумуса, Изд. МГУ, 1981.

УДК 615.217.24+615.225

М. Г. Канемян, Э. А. Амроян, Р. А. Захарян, А. С. Агабалян, А. А. Чарчоглян,
Ж. И. Акопян, член-корреспондент АН Армянской ССР Э. С. Габриелян

Влияние плацентарных нуклеиновых кислот на состояние агрегации тромбоцитов

(Представлено 1/VII 1983)

В последние годы накоплена обширная литература относительно участия экзогенных нуклеиновых кислот различного происхождения в метаболических процессах организма в качестве стимуляторов первичного и вторичного иммунных ответов, репаративных реакций организма и др. (1). Важную роль при ряде патологических состояний, в том числе и при инфаркте миокарда, играет состояние агрегации тромбоцитов (2). Известно, что плацента способна обеспечивать высокий уровень синтеза простагландинов (ПГ), что, по-видимому, имеет большую физиологическую значимость (3). Важную роль в обеспечении плацентарного кровообращения играют кровяные пластинки, функция которых в значительной мере обусловлена уровнем продукции как ПГ, так и других физиологически активных эндогенных веществ, которые могут синтезироваться в плацентарной ткани. Среди них особый интерес представляют полинуклеотиды—плацентарные ДНК и РНК, которые будучи специфичными для данного органа, могут выявить особенности взаимоотношений с кровяными пластинками в аспекте регуляции плацентарного кровообращения и внутриутробного развития плода.

Эти соображения послужили основанием для исследования сдвигов агрегации тромбоцитов под влиянием плацентарных нуклеиновых кислот.

Тотальный препарат нуклеиновых кислот (тНК) плаценты человека получали по стандартному способу (4). Для выделения фракций гомогенных индивидуальных препаратов НК использовали хроматографию тНК на колонке с сефарозой 6В (5). Полученные препараты (тНК, ДНК, РНК) растворяли в изотоническом растворе хлористого натрия. Степень чистоты препаратов определяли спектрофотометрически по отношению E_{260}/E_{280} , которое во всех случаях равнялось 2,0. Гомогенность полученных препаратов проверяли посредством электрофореза в 0,8 и 1,5%-ных гелях агарозы (6). Для получения кальциевой формы препаратов НК к последним добавляли $CaCl_2$ до конечной концентрации 125 мМ, смесь инкубировали 30 мин при комнатной температуре до формирования хлопьевидной суспензии (7).

Агрегацию тромбоцитов определяли по известному методу (8). Использовали кровь, взятую у 20 кошек, наркотизированных нембута-

лом (30 мг/кг), а также кровь, полученную у 15 доноров. Богатую (БТП) и бедную тромбоцитами плазму получали центрифугированием при 1000 и 3000 об/мин по 10 и 30 мин соответственно. Количество тромбоцитов в БТП поддерживали на уровне 250—300 тысяч/см³ при помощи счетчика частиц Р-4. В качестве индуктора агрегации использовали АДФ. В опытах применяли ПГІ₂, изоптин, коринфар в концентрациях 1×10^{-5} , 2×10^{-4} , 2×10^{-4} г/мл соответственно. Испытуемые препараты инкубировали с БТП в течение 2 мин при 37°.

В результате проведенных исследований установлено, что тНК вызывает заметное усиление агрегации тромбоцитов у кошек (табл. 1) с сопутствующим небольшим увеличением скорости агрегации. Выявлено, что тромбоциты кошек более резистентны к действию тНК, чем человеческие. Уменьшение концентрации тНК на 2 порядка приводит к исчезновению способности НК усиливать АДФ-индуцированную агрегацию у кошек, в то время как агрегируемость человеческих тромбоцитов заметно усиливается. Различия в чувствительности человеческих и кошачьих тромбоцитов к тНК, по-видимому, обусловлены факторами видовой специфичности в виде преобладания чувствительности человеческих тромбоцитов по сравнению с кошачьими к гомологичным НК.

Интересно отметить, что при использовании очищенных фракций ДНК и РНК значительно уменьшается их способность влиять на АДФ-индуцированную агрегацию у кошек в исследуемых концентрациях. Человеческие тромбоциты также проявляют определенную резистентность к очищенным препаратам ДНК: фактически под ее влиянием заметного усиления АДФ-индуцированной агрегации не наблюдается. Представляет интерес взаимодействие человеческих тромбоцитов с РНК: к концентрации 1×10^{-5} г/мл РНК проявляет антиагрегатное свойство (АДФ-индуцированная агрегация подавляется на 36,5%), а при уменьшении концентрации до 1×10^{-7} г/мл, наоборот, наступает проагрегантный эффект (усиление агрегации на 21,9%) (табл. 1).

Зависимость действия РНК на человеческие тромбоциты от его дозы является весьма интересным фактом, так как наблюдается, помимо РНК, при действии многих биорегуляторов.

При изучении эффектов кальциевых форм ДНК и РНК отмечалось заметное усиление их влияния на агрегируемость тромбоцитов (увеличение процента и максимальной скорости агрегации на 270 и 98% соответственно). Препараты ДНК, содержащие кальций, оказались эффективнее в концентрациях 1×10^{-5} и 1×10^{-6} г/мл в отношении тромбоцитов у кошек. На человеческие тромбоциты кальциевая форма ДНК оказывала влияние при концентрации 1×10^{-5} г/мл. В то же время кальциевая форма РНК во всех случаях вызывала отчетливый проагрегантный эффект в отношении человеческих тромбоцитов.

Опыты, выполненные в условиях блокирования проницаемости кальциевых каналов тромбоцитарных мембран изоптином, выявили значительное ингибирование агрегируемости кошачьих и человеческих тромбоцитов под влиянием как кальциевых, так и бескальциевых форм ДНК и РНК (табл. 2). Максимальная скорость агрегации также уменьшалась, особенно значительно при инкубации изоптина с тНК и

Влияние испытуемых препаратов на агрегацию тромбоцитов, вызванную АДФ (2×10^{-5} г/мл), у кошек и человека

Препарат	Рабочая концентрация, г/мл	Процент агрегации	
		у кошек	у человека
Контроль тНК	1×10^{-5}	51,5 \pm 5,2 67,1 \pm 3,4*	Свертывание Свертывание
Контроль тНК	1×10^{-6}	47,5 \pm 6,8 51,2 \pm 3,2	51,0 \pm 5,1 66,4 \pm 4,7*
Контроль тНК	1×10^{-7}	44,7 \pm 10,2 44,0 \pm 3,1	47,1 \pm 6,3 71,0 \pm 3,3**
Контроль ДНК	1×10^{-5}	50,3 \pm 5,6 55,0 \pm 5,5	53,5 \pm 5,2 55,7 \pm 5,4
Контроль ДНК	1×10^{-6}	49,4 \pm 8,6 48,9 \pm 8,1	48,1 \pm 7,2 53,0 \pm 8,2
Контроль ДНК	1×10^{-7}	53,5 \pm 6,8 50,0 \pm 6,1	51,2 \pm 9,8 55,1 \pm 4,0
Контроль Са-ДНК	1×10^{-5}	49,6 \pm 5,1 73,2 \pm 6,4**	52,9 \pm 4,6 64,9 \pm 4,1*
Контроль Са-ДНК	1×10^{-6}	44,0 \pm 2,7 56,0 \pm 3,3*	49,1 \pm 6,5 60,2 \pm 7,1
Контроль Са-ДНК	1×10^{-7}	47,6 \pm 3,4 54,4 \pm 6,3	50,4 \pm 5,8 62,3 \pm 7,1
Контроль РНК	1×10^{-5}	60,0 \pm 8,6 67,2 \pm 7,9	50,5 \pm 7,9 32,1 \pm 6,2*
Контроль РНК	1×10^{-6}	57,3 \pm 9,0 54,3 \pm 6,3	50,1 \pm 5,2 45,0 \pm 3,1
Контроль РНК	1×10^{-7}	— —	51,8 \pm 6,3 62,2 \pm 3,4*
Контроль Са-РНК	1×10^{-5}	45,5 \pm 13,8 77,8 \pm 8,6*	Свертывание Свертывание
Контроль Са-РНК	1×10^{-6}	50,5 \pm 7,6 59,7 \pm 6,3	49,0 \pm 7,0 66,8 \pm 7,3*
Контроль Са-РНК	1×10^{-7}	46,4 \pm 2,1 56,0 \pm 7,8	43,9 \pm 8,4 66,4 \pm 8,1*

* $p < 0,05$ ** $p < 0,001$

кальциевой формой РНК. Это обстоятельство подтверждает участие Ca^{+2} -механизма в проагрегантном эффекте, как тНК, так и очищенных препаратов ДНК и РНК.

При изучении действия коринфара на агрегацию тромбоцитов под влиянием изучаемых препаратов НК никакой разницы в их эффектах на агрегацию до и в условиях инкубации с коринфаром не выявлено. Рядом исследователей получены данные о блокировании нифедипином медленного внутреннего тока Ca^{+2} без изменения механизма входа в кальциевые каналы (9). Эти данные свидетельствуют о том, что в основе проагрегантного действия тНК и РНК лежат механизмы, связанные с трансмембранным током экстрацеллюлярного Ca^{+2} .

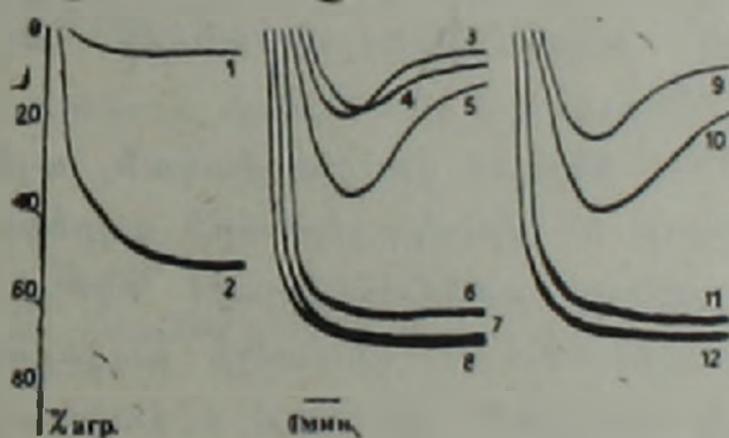
Исследования показали, что испытуемые препараты, наряду с усилением проагрегантного действия АДФ, вызывают также понижение чувствительности тромбоцитов к биогенным антиагрегирующим веществам (рисунок). Так, антиагрегантный эффект PGI_2 —наиболее мощного ингибитора агрегации тромбоцитов—оказался заметно ослабленным под влиянием ДНК и РНК, и особенно в отношении кальциевых форм РНК.

Влияние испытуемых препаратов на агрегацию тромбоцитов, вызванную АДФ (10^{-5} г/мл), в условиях ингибирования кальция изотопом (2×10^{-4} г/мл) у кошек и человека

Препарат	Рабочая концентрация, г/мл	Процент агрегации	
		у кошек	у человека
тНК	1×10^{-6}	$55,4 \pm 8,5$	$66,4 \pm 4,7$
тНК с изоптином	1×10^{-6}	$15,4 \pm 3,8^{**}$	$16,3 \pm 3,6^{**}$
ДНК	1×10^{-5}	$41,0 \pm 7,3$	$57,0 \pm 5,9$
ДНК с изоптином		$22,5 \pm 4,5^*$	$5,7 \pm 1,9^{**}$
Са-ДНК	1×10^{-6}	$61,0 \pm 5,8$	$63,4 \pm 6,3$
Са-ДНК с изоптином		$25,6 \pm 3,6^{**}$	$18,6 \pm 3,8^{**}$
РНК	1×10^{-6}	$32,2 \pm 4,8$	$39,3 \pm 3,4$
РНК с изоптином		$5,0 \pm 1,5^{**}$	$5,7 \pm 1,7^{**}$
Са-РНК	1×10^{-7}	$54,6 \pm 7,8$	$71,0 \pm 3,7$
Са-РНК с изоптином		$11,8 \pm 3,2^{**}$	$20, \pm 2,9^{**}$

* $p < 0,05$ ** $p < 0,001$

Изменение чувствительности тромбоцитов к антиагрегантам под влиянием ДНК и РНК может иметь определенное физиологическое значение в осуществлении регуляции агрегантного состояния крови,



Ингибирующий эффект ПГ₁₂ на агрегацию тромбоцитов у кошки, вызванную АДФ (10^{-5} г/мл): 1—контрольный эффект ПГ₁₂; 2—контрольный эффект АДФ; 3—эффект тНК при инкубации с ПГ₁₂; 4—эффект ДНК при инкубации с ПГ₁₂; 5—эффект Са-ДНК при инкубации с ПГ₁₂; 6—эффект тНК; 7—эффект ДНК; 8—эффект Са-ДНК; 9—эффект РНК при инкубации с ПГ₁₂; 10—эффект Са-РНК при инкубации с ПГ₁₂; 11—эффект РНК; 12—эффект Са-РНК

особенно на уровне плацентарного кровообращения, учитывая способность цитозоли плаценты обеспечивать высокий уровень синтеза ПГФ_{2α}, 6-оксо-ПГФ_{1α} (стойкий метаболит ПГ₁₂) и ПГЕ₂ (³).

Полученные нами данные позволяют в определенной степени объяснить механизм диссеминированного внутрисосудистого свертывания,

описанный ранее (¹⁰), при внутривенном введении экстракта плаценты человека.

В связи с изложенным необходимо отметить, что поведение ПГ на уровне плаценты может качественно отличаться. Например, ПГ₂ в плаценте в отличие от других сосудистых зон не только не подавляет, а, наоборот, усиливает вазоконстрикторный эффект норадреналина. Этот факт свидетельствует об особенностях структурно-функциональной организации плаценты и диктует необходимость проведения более углубленных исследований в этом направлении.

Ереванский медицинский институт
Институт экспериментальной биологии
Академии наук Армянской ССР

Ս. Գ. ԿԱՆԵՅՅԱՆ, Է. Ս. ԱՄՐՈՅԱՆ, Ռ. Ա. ՉԱԲԱՐՅԱՆ, Ա. Ս. ԱՂԱԲԱԼՅԱՆ,
Ս. Ս. ՉԱՐՉՕՂԻՅԱՆ, Ժ. Ի. ՀԱԿՈԹՅԱՆ, ՀՈՍԷ ԳԱ ՐԴՐԱԿԻԳ-ԱՆՊԱՄ
Է. Ս. ԳԱՐՐԵՆԼՅԱՆ

Հնկերբային նուկլեինաթթուների ազդեցությունը թրոմբոցիտների ազրեզացիայի վիճակի վրա

Հայտնի է, որ ընկերքը ընդունակ է ապահովել պրոստոգլանդինների սինթեզի բարձր մակարդակ, որոնք մասնավորապես մեծ նշանակություն ունեն թրոմբոցիտների ֆունկցիայի կարգավորման հարցում:

Հնկերբային նուկլեինաթթուների տոտալ (ՆՔՏ) պրեպարատը ստացվել է ստանդարտ եղանակով՝ որպես թրոմբոցիտների ազրեզացիայի ինդուկտոր օգտագործվել է ԱՊՑ-ը:

Պարզված է, որ ՆՔՏ-ի ինչպես կալցիումական, այնպես էլ ոչ կալցիումական ձևերը արագացնում են թրոմբոցիտների ազրեզացիան 1×10^{-5} — 1×10^{-6} գ/մլ կոնցենտրացիայի սահմաններում: ԴՆՔ-ի մաքրված պրեպարատը նույն կոնցենտրացիաներում նկատելի ազդեցություն չի թողնում: ՌՆՔ-ի 10^{-6} գ/մլ կոնցենտրացիան թողնում է հակաազրեզացիոն ազդեցություն, իսկ 10^{-7} գ/մլ կոնցենտրացիան ընդհակառակը, ուժեղացնում է ազրեզացիան 21,9% -ով: Հնդ որում, ՌՆՔ-ի կալցիումական ձևը միշտ թողնում է ազրեզացիան արագացնող ազդեցություն:

Նկարագրված էֆեկտները ավելի ուժեղ են արտահայտված մարդու թրոմբոցիտների նկատմամբ, քան կատվի:

ЛИТЕРАТУРА — ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

- ¹ А. М. Земсков, В. М. Земсков, В. Г. Передерин, ЖМЭИ, т. 9, 9—14 (1981).
² H. M. Reddy, Cell and Biol., v. 25, 421—427 (1979). ³ A. S. Sheikh, M. D. Mitchell, Prostaglandins, v. 24, 475—484 (1982). ⁴ J. Marmur, J. Mol. Biol., v. 12, 461—476 (1961). ⁵ А. С. Агабалян, А. А. Чарчоглян, К. А. Бакунц и др., Биол. журн. Армении, т. 1, 8—13 (1978). ⁶ Р. А. Захарян, А. С. Агабалян, К. А. Бакунц, ДАН АрмССР, т. 63, № 1, (1976). ⁷ F. L. Graham, Van der Eb, J. Virology, v. 52, 456—467 (1973). ⁸ G. V. Born, Nature, v. 194, 927—929 (1962). ⁹ H. Glossman, TIPS, v. 3, 431—437 (1982). ¹⁰ В. П. Скипетров, в кн.: Тканевая система свертывания крови и тромбогеморрагический синдром в хирургии, Саранск, 1978.