

Զ Ե Կ Ո Ւ Յ Ց Ն Ե Ր
 Д О К Л А Д Ы

LXXIX, № 1

1984

Խմբագրական կոլեգիա

Редакционная коллегия

Գ Ա. ԱՐՁՈՒՄԱՆՅԱՆ, տեխն. գիտ. թեկնածու (պատ. ֆաբրիկատ), Է. Գ. ԱՅՐԻԿՅԱՆ, ՀՍՍՀ ԳԱ ակադեմիկոս, Ա. Թ. ԲԱՐԱՅԱՆ, ՀՍՍՀ ԳԱ ակադեմիկոս, Ա. Հ. ԳԱՐՐԻՆԻՅԱՆ, ՀՍՍՀ ԳԱ ակադեմիկոս, Ա. Ա. ԹԱԼԱԼՅԱՆ, ՀՍՍՀ ԳԱ թղթ. անդամ, Վ. Մ. ԹԱՌԱՅԱՆ, ՀՍՍՀ ԳԱ թղթ. անդամ, Վ. Հ. ՀԱՄԲԱՐՁՈՒՄՅԱՆ, ակադեմիկոս, Վ. Հ. ՂԱԶԱՐՅԱՆ, ՀՍՍՀ ԳԱ ակադեմիկոս (պատ. խմբագրի տեղակալ), Վ. Գ. ՄԻՒԹԱՐՅԱՆ, ՀՍՍՀ ԳԱ թղթ. անդամ, Գ. Ս. ՍԱԼՈՒԿՅԱՆ, ՀՍՍՀ ԳԱ ակադեմիկոս, Ս. Մ. ՍԱՊՈՆԺՅԱՆ, ՀՍՍՀ ԳԱ թղթ. անդամ, Մ. Լ. ՏԵՐ-ՄԻԿԱԵԼՅԱՆ, ՀՍՍՀ ԳԱ ակադեմիկոս, Վ. Ս. ՏԱՆՈՒՆՅԱՆ, ՀՍՍՀ ԳԱ ակադեմիկոս:

В. А. АМБАРЦУМЯН, академик, Г. А. АРЗУМАНЯН, канд. техн. наук (отв. секретарь), Э. Г. АФРИКЯН, академик АН АрмССР, А. Т. БАБАЯН, академик АН АрмССР, А. А. ГАБРИЕЛЯН, академик АН АрмССР, В. О. КАЗАРЯН, академик АН АрмССР (зам. отв. редактора), В. Г. МХИТАРЯН, чл.-корр. АН АрмССР, Г. С. СААКЯН, академик АН АрмССР, О. М. САПОНДЖЯН, чл.-корр. АН АрмССР, А. А. ТАЛАЛЯН, чл.-корр. АН АрмССР, В. М. ТАРАЯН, чл.-корр. АН АрмССР, М. Л. ТЕР-МИКАЕЛЯН, академик АН АрмССР, В. В. ФЛНАРДЖЯН, академик АН АрмССР.

Բ Ո Վ Ա Ն Դ Ա Կ Ո Ւ Թ Յ Ո Ւ Ն

էջ

ՄԱԹԵՄԱՏԻԿԱ

Ն. Մ. Բարսյան—Գուշակման սխալի ասիմպտոտիկ վարքը սինգուլյար ստացիոնար հազորդականության համար 3

Վ. Ս. Չախաբյան, Ս. Վ. Մաղոյան—Մ. Մ. Ջորոջյանի դասի $N_\alpha (-1 < \alpha < 0)$ եզրային արժեքների մասին 7

Հ. Ս. Նեոսիսյան, Ն. Ա. Չեռնյավսկայա—Համարյա տարրերակային կորիզով ինտեգրալ օպերատորների շոջման մասին 10

Է. Ա. Միրզախանյան—Հիլերության տարածության ենթարազմությունների անվերջ չափանի հոմոտոպիկ խմբերի որոշ հատկությունների մասին 15

Գ. Գ. Պետրյան—Ֆուրյեի ինտեգրալների հարարերական միակության բաղադրությունների մասին 18

Յ. Ա. Բալայան—Տոպոլոգիական խմբերի վրա որոշված է կամայապես փոքր պարբերություն ունեցող ֆունկցիաների մասին 22

Ի. Ի. Վառչամով—Վերջավոր դաշտերի վրա անվերածելի բաշմանդամների կատուցման մի եղանակի մասին 20

ՖԻԶԻԿԱ

Ա. Կ. Բազդոև, Գ. Ա. Մելիքեյան—Անհամասեռ, խորանարդ աստիճանով ոչ գծային միջավայրում ինտենսիվ լույսային ալիքների դիֆրակցիան 29

ՄԵՏԱՎՈՆՈՒԹՅՈՒՆ

Ա. Բ. Կառուպետյան, Ա. Ա. Կիրակոսյան—Հայկական ՍՍՀ տարածքի խորքային շերտերների հատման հանգուցային դոնաների սեյսմիկականության և հանքարերության մասին 35

ԲԻՅՖԻԶԻԿԱ

Վ. Լ. Աբովանով, Մ. Ա. Սուլեյմանյան, Ս. Ս. Մաժինյան, Ն. Ն. Հայրապետյան—Ուարայի ազդեցությունը ՍԽՖ-ի արտամեմբրանային կապիվաճության վրա 41

ՄՐՁՍՏԱՔԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

Ա. Կ. Չազույան—Pterophoridae (Lepidoptera) ընտանիքի նոր աեսակ Հայկական ՍՍՀ-ում 46

СОДЕРЖАНИЕ

Стр.

МАТЕМАТИКА

- Н. М. Бабян*—Об асимптотическом поведении ошибки прогноза стационарной сингулярной последовательности 3
- В. С. Захарян, С. В. Мадоян*—О граничных значениях функций класса N_a ($-1 < a < n$) *М. М. Джрбашяна* 7
- А. Б. Нерсесян, Н. А. Чернявская*—Об обращении интегральных операторов с почти разностным ядром 10
- Э. А. Мирзаханян*—О некоторых свойствах бесконечномерных гомотопических групп подмножеств гильбертова пространства 15
- Г. Г. Геворкян*—О множествах относительной единственности для интегралов Фурье 18
- Ф. А. Талалаян*—О функциях с произвольно малыми периодами на топологических группах 22
- Р. Р. Варшамов*—Об одном методе построения неприводимых полиномов над конечными полями 26

ФИЗИКА

- А. Г. Багдоев, Г. С. Безиргенян*—О дифракции интенсивной световой волны в неоднородной, кубически-нелинейной среде 29

МЕТАЛЛОГЕНИЯ

- А. И. Карапетян, А. А. Киракосян*—О сейсмичности и рудоносности узловых зон пересечений глубинных разломов территории Армянской ССР 35

БИОФИЗИКА

- В. Л. Арванов, М. А. Сулейминян, С. Б. Мажинян, С. Н. Айрапетян*—О действии уабанна на процессы взаимодействия АТФ с наружной стороной нейрональной мембраны 41

ЭНТОМОЛОГИЯ

- А. К. Загуляев*—Новый вид пальцекрылой моли (Lepidoptera: Pterophoridae) из Армянской ССР 46

C O N T E N T S

MATHEMATICS	P.
<i>N. M. Babayan</i> —On the asymptotic behaviour of the prediction error of a stationary singular sequence	3
<i>V. S. Zakarian, S. V. Madoyan</i> —On boundary values of the functions of Djrbashin's class $N_\alpha (-1 < \alpha < 0)$	7
<i>A. B. Nersesjan, N. A. Cherniauskaya</i> —On inversion of integral operators with almost displacement kernel.	10
<i>E. A. Mirzakhanian</i> —On some properties of the infinite-dimensional homotopy groups of subsets of Hilbert's space.	15
<i>G. G. Gevorgian</i> —On sets of relative uniqueness of Fourier integrals .	18
<i>F. A. Talallan</i> —On functions with arbitrary small periods on topological groups	22
<i>R. R. Varshamov</i> —About one method of constructing irreducible polynomials over finite fields.	26
PHYSICS	
<i>A. G. Bagdоеv, G. S. Besirgenian</i> —About the diffraction of intensive light in nonhomogeneous cubic nonlinear Medium	29
METALLOGENY	
<i>A. I. Karapetian, A. A. Kirakosian</i> —On the seismicity and ore-content of abyssal fractures of dissection nodal zones on the territory of Armenian SSR. .	35
BIOPHYSICS	
<i>V. L. Arvanov, M. A. Suleimanian, S. B. Magtnian, S. N. Ayrapetian</i> —The effect of ouabain on the neuronal membrane	41
ENTOMOLOGY	
<i>A. K. Zagullajev</i> —A new species of the plume moths (Lepidoptera: Pterophoridae) from the Armenian SSR	46

Техн. редактор АЗИЗБЕКЯН Л. А.

Сдано в набор 13.06.1984 г. Подписано к печати 3.09.1984 г.
 ВФ 04406. Бумага № 1, 70×108¹/₁₆. Высокая печать. Печ. лист 3,0. Усл. печ. лист. 4,2.
 Учет.-изд. 3,25 л. Тираж 415. Заказ 492. Издат. 6139.
 Адр. ред.: 375019, Ереван, пр. Маршала Баграмяна, 24 г, II эт., 1 к.

Издательство Академии наук Армянской ССР, 375019, Ереван,
 пр. Маршала Баграмяна, 24 г.
 Типография Издательства Академии наук АрмССР, 378310, г. Эчмиадзин.

УДК 519.2

МАТЕМАТИКА

Н. М. Бабаян

Об асимптотическом поведении ошибки прогноза
 стационарной сингулярной последовательности

(Представлено чл.-корр. АН Армянской ССР Р. В. Амбарцумяном 21/II 1983)

В работе рассматривается задача линейного прогнозирования ⁽¹⁾ стационарного в широком смысле случайного процесса с дискретным временем в сингулярном случае.

Исследуется асимптотическое поведение ошибки наилучшего линейного прогноза, когда длина интервала, по которому ведется прогнозирование, стремится к бесконечности. Установлена связь между экспоненциальной скоростью убывания к нулю ошибки прогноза и емкостью (трансфинитным диаметром) множества всех тех точек, в которых спектральная плотность процесса строго положительна.

1. Итак, пусть $\{X_n\}_{-\infty}^{\infty}$ — стационарный в широком смысле случайный процесс с дискретным временем, т. е. $\{X_n\}$ — последовательность случайных величин с нулевыми средними и корреляционной функцией $K(n, m) = M X_n \bar{X}_m = K(n - m)$, зависящей лишь от разности $n - m$ (предполагается, конечно, что $M|X_n|^2 < \infty$).

Обозначим через H линейную оболочку величин X_n , $-\infty < n < \infty$, замкнутую относительно сходимости в среднем квадратичном. Введением для величин X и Y из H скалярного произведения $(X, Y) = M X \bar{Y}$ H превращается в гильбертово пространство.

Известно ⁽²⁾, что корреляционная функция стационарного в широком смысле дискретного процесса имеет спектральное представление $K(n) = \int e^{in\lambda} F(d\lambda)$ (здесь и далее, где не указаны пределы интегрирования, интеграл берется по отрезку $(-\pi, \pi]$), где $F(d\lambda)$ — спектральная мера процесса — имеет ограниченную вариацию, $\int F(d\lambda) < +\infty$.

Мы предполагаем, что процесс X_n имеет спектральную плотность (с. п.) $f(\lambda)$, т. е. $K(n) = \int e^{in\lambda} f(\lambda) d\lambda$.

Задача линейного прогнозирования состоит в следующем. Предположим, что процесс наблюдался от момента времени $-n$ до момента -1 , т. е. известны его значения $X_{-n}, X_{-n+1}, \dots, X_{-1}$, и требуется на основе знания этих величин предсказать его значение в момент времени 0; причем способ предсказания должен быть линейным³. Последнее означает, что величина $X_0(n)$, являющаяся прогнозом неизвестного значения X_0 , должна принадлежать пространству H_{-n}^{-1} — линейной оболочке величин X_k , $-n \leq k \leq -1$. Прогноз считается наилучшим; если его ошибка $\sigma_n^2 = \sigma_n^2 = \|X_0 - X_0(n)\|^2 = M|X_0 - X_0(n)|^2$

является минимальной $\sigma_n^2 = \min_{X \in H_{-n}^{-1}} \|X_0 - X\|^2 = \min_{c_k} \left\| X_0 - \sum_{k=1}^n c_k X_{-k} \right\|^2$.

В дальнейшем наилучший линейный прогноз будем называть просто прогнозом и его ошибку обозначать через σ_n .

Наряду с прогнозом по конечному отрезку прошлого будем рассматривать прогноз по всему прошлому, т. е. по величинам X_k , $k < 0$. Его ошибка σ_∞ определяется так: $\sigma_\infty^2 = \min_{X \in H_{-\infty}^{-1}} \|X_0 - X\|^2$,

где $H_{-\infty}^{-1}$ — замкнутая линейная оболочка величин X_k , $k < 0$.

Известно ⁽¹⁾, что $\sigma_\infty^2 = 2\pi \exp \left\{ \frac{1}{2\pi} \int \ln f(\lambda) d\lambda \right\}$,

и в зависимости от того, сходится интеграл под знаком экспоненты или он равен $-\infty$ (к $+\infty$ он не может расходиться ввиду элементарного неравенства $\ln f \leq f$ и суммируемости f), ошибка прогноза σ_n по всему прошлому будет равна нулю или больше нуля.

В первом случае процесс называется сингулярным, во втором — регулярным.

Положим $\delta_n = \sigma_n^2 - \sigma_\infty^2$. Очевидно $\delta_n \geq 0$ и $\delta_n \rightarrow 0$ при $n \rightarrow \infty$. Нас интересует скорость стремления к нулю величины δ_n . Асимптотическое при n , стремящемся к бесконечности, поведение величины δ_n в случае регулярного процесса достаточно хорошо изучено. В частности, Гренандер и Розенблатт ⁽²⁾ нашли необходимое и достаточное условие для того, чтобы δ_n убывала по крайней мере экспоненциально —

$$\delta_n \leq Cq^n, \quad 0 < q < 1, \quad C > 0.$$

Это условие заключается в том, что с. п. $f(\lambda)$ должна почти всюду на $(-\pi, \pi]$ совпадать с функцией, аналитической при вещественных λ и не имеющей вещественных нулей.

Бакстер ⁽³⁾ нашел некоторые достаточные, а И. А. Ибрагимов ⁽⁴⁾ необходимые и достаточные условия, которые, будучи наложены на с. п. $f(\lambda)$, гарантируют степенное убывание δ_n к нулю, $\delta_n = O(n^{-\alpha})$, $\alpha > 1$ при n , стремящемся к бесконечности.

Все эти результаты относятся к регулярному случаю. Что же касается сингулярного случая, то нам известна лишь одна работа Розенблатта ⁽⁵⁾, содержащая следующий результат: если с. п. $f(\lambda)$ непрерывна и строго положительна на отрезке $\left[\frac{\pi}{2} - \alpha, \frac{\pi}{2} + \alpha \right]$ и равна нулю вне него, то

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{\sigma_n} = \sin \frac{\alpha}{2} \quad (1)$$

(напомним, что в сингулярном случае $\sigma_\infty = 0$).

Таким образом, если в соотношении (1) $\alpha < \pi$, то ошибка прогноза σ_n убывает к нулю с экспоненциальной скоростью.

2. Прежде чем сформулировать наши результаты (теоремы 1, 2), коротко напомним определение емкости или трансфинитного диаметра ограниченного множества на комплексной плоскости.

Пусть F — ограниченное замкнутое множество на плоскости комп-

лексного переменного z , $T_n(z, F) = z^n + a_1^{(n)}z^{n-1} + \dots$ — многочлен Чебышева ⁽⁶⁾, наименее уклоняющийся от нуля в равномерной метрике на множестве F и $m_n(F) = \max_{z \in F} |T_n(z, F)|$.

Тогда ⁽⁶⁾ существует предел $\tau(F)$ последовательности чисел $\sqrt[n]{m_n(F)}$, который называется емкостью или трансфинитным диаметром множества F : $\tau(F) = \lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{m_n(F)}$.

Отметим, что емкость окружности равна его радиусу ⁽⁶⁾, а емкость дуги длиной 2α единичной окружности равна $\sin \frac{\alpha}{2}$. ⁽⁵⁾

Для произвольного (не обязательно замкнутого) ограниченного множества E вводятся ⁽⁷⁾ внутренняя емкость $\tau_*(E)$: $\tau_*(E) = \sup_{F \subset E} \tau(F)$, где точная верхняя грань берется по всем замкнутым подмножествам F множества E , и внешняя емкость $\tau^*(E)$: $\tau^*(E) = \tau(\bar{E})$, где \bar{E} обозначает замыкание E .

Очевидно $\tau_*(E) \leq \tau^*(E)$, и если в этом неравенстве имеет место равенство, то множество E будем называть τ -измеримым.

Обозначим через E спектр с. п. $f(\lambda)$, т. е. множество точек, в которых с. п. $f(\lambda)$ строго положительна, причем в дальнейшем мы полагаем, что с. п. $f(\lambda)$ задача на единичной окружности S и, следовательно, E является подмножеством S .

Теорема 1. *Имеют место следующие утверждения:*

а) $\overline{\lim}_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{\sigma_n} \leq \tau^*(E)$, т. е. для того чтобы ошибка прогноза ε_n убывала по крайней мере экспоненциально, когда n стремится к бесконечности, достаточно, чтобы внешняя емкость спектра с. п. $f(\lambda)$ была меньше единицы;

б) если E является объединением конечного числа дуг единичной окружности, то $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{\sigma_n} = \tau(E)$;

в) если E — объединение счетного числа дуг и τ -измеримо, то

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{\sigma_n} = \tau(E).$$

Доказательство теоремы опускаем. Отметим только, что оно опирается на одну теорему Мазуркевича, касающуюся роста максимума модуля многочлена при переходе с подмножества на множество ^(8,9).

Следствие. Для того чтобы ошибка прогноза ε_n убывала к нулю с экспоненциальной скоростью, необходимо, чтобы с. п. $f(\lambda)$ обращалась в нуль на множестве положительной меры.

Замечание. Как отмечалось выше, емкость дуги длиной 2α единичной окружности равна $\sin \frac{\alpha}{2}$ ⁽⁵⁾, так что в соотношении (1)

Розенблатта в правой части стоит величина емкости спектра с. п. $f(\lambda)$. Таким образом, соотношение (1) является частным случаем утверждения б) теоремы 1 (когда спектр с. п. $f(\lambda)$ состоит всего лишь из одной дуги), причем подчеркнем, что в теореме 1 непрерывности

с. п. $f(\lambda)$ не требуется. Прежде чем сформулировать теорему 2 напомним определение точки Лебега.

Пусть E — подмножество единичной окружности S . Точка $z \in E$ называется точкой Лебега множества E , если

$$\lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \frac{m(E \cap D_\varepsilon(z))}{2\varepsilon} = 1,$$

где $D_\varepsilon(z)$ — круг радиуса ε с центром в точке z , а $m(e)$, $e \in S$, обозначает линейную меру множества e .

Пусть E имеет тот же смысл, что и в теореме 1, а N — множество точек Лебега множества E .

С использованием результатов П. П. Коровкина (¹) доказывается

Теорема 2. Если на окружности S существует такое замкнутое множество F , состоящее из объединения счетного числа дуг, что $E \subset F$ и $\tau(N) = \tau(F) = \tau$, то $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{\sigma_n} = \tau$.

В заключение автор выражает благодарность своему научному руководителю И. А. Ибрагимову за постоянное внимание и помощь в работе.

Ленинградский государственный университет им. А. А. Жданова

Ն. Մ. ԲԱՐԱՅԱՆ

Գուշակման սխալի ասիմպտոտիկ վարքը սինգուլյար ստացիոնար հաջորդականության համար

Աշխատանքում դիտարկվում է գծային գուշակման խնդիրը սինգուլյար ստացիոնար հաջորդականության համար: Հետազոտվում է գուշակման սխալի ասիմպտոտիկ վարքը, երբ հատվածի երկարությունը, ըստ որի կատարվում է գուշակումը, ձգտում է անվերջության: Հաստատվում է գուշակման սխալի էքսպոնենցիալ արագության և հաջորդականության սպեկտրալ խտության սպեկտրի ունակության միջև եղած կապը:

ЛИТЕРАТУРА — Գ Ր Ա Վ Ա Ն Ո Ւ Թ Յ Ո Ւ Ն

- ¹ Ю. А. Розанов, Стационарные случайные процессы, М., Физматгиз, 1963.
² U. Grenander, M. Rosenblatt, Trans. amer. math. soc., v. 76, № 1 (1954).
³ G. Baxster, Math. scand., v. 10, № 2 (1962).
⁴ И. А. Ибрагимов, Теория вероятности и ее применения, т. 9, № 4 (1964).
⁵ M. Rosenblatt, J. of rational mech. and analysis, v. 6, № 6 (1957).
⁶ Г. М. Голузин, Геометрическая теория функций комплексного переменного, М., Наука, 1966.
⁷ П. П. Коровкин, Уч. зап. Калинингр. гос. пединститута, т. 5 (1958).
⁸ S. Mazurkiewicz, Ann. soc. pol. math., v. 18 (1945).
⁹ Я. Л. Геронимус, Мат. сб., т. 23 (65), № 1 (1948).

УДК 517.544

МАТЕМАТИКА

В. С. Захарян, С. В. Мадоян

О граничных значениях функций класса
 $N_\alpha (-1 < \alpha < 0)$ М. М. Джрбашяна

(Представлено академиком АН Армянской ССР М. М. Джрбашяном 3/III 1983)

1. Класс $N_\alpha (-1 < \alpha < 0)$ М. М. Джрбашяна ^(1,2) совпадает с множеством функций $F(z)$, допускающих представление вида

$$F(z) = cz^\lambda \frac{B_\alpha(z; a_\mu)}{B_\alpha(z; b_\nu)} \exp \left\{ \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} S_\alpha(e^{-i\theta} z) d\psi(\theta) \right\}, \quad (1)$$

где c — постоянная, λ — целое число,

$$S_\alpha(z) = \Gamma(1+\alpha) \left\{ \frac{2}{(1-z)^{1+\alpha}} - 1 \right\}, \quad (2)$$

а $\psi(\theta)$ — произвольная вещественная функция ограниченной вариации на сегменте $[0, 2\pi]$.

В представлении (1) функции $B_\alpha(z; a_\mu)$ и $B_\alpha(z; b_\nu)$, сходящиеся в $|z| < 1$, произведения М. М. Джрбашяна с нулями $\{a_\mu\}_1^\infty$ и $\{b_\nu\}_1^\infty$ соответственно.

Обозначим через $\{B\}$ систему всех множеств, измеримых по Борелю и лежащих в сегменте $[0, 2\pi]$.

Будем называть мерой μ всякую неотрицательную вполне аддитивную функцию множеств, определенную на $\{B\}$ и нормированную. Будем говорить, что мера μ сосредоточена на множестве B и писать $\mu \ll B$, если $\mu(B) = 1$.

Множество E (см. например ⁽³⁾), измеримое по Борелю, имеет положительную γ -емкость ($0 < \gamma < 1$), если найдется такая мера $\mu \ll E$, для которой функция

$$V(x; r) = \int_0^{2\pi} \frac{1}{|e^{it} - re^{ix}|^\gamma} d\mu \quad (3)$$

остается равномерно ограниченной по x , при $r \rightarrow 1$. Тогда напишем, что $\text{Cap}_\gamma E > 0$.

Если такой меры $\mu \ll E$, для которой это условие выполнено, не существует, то говорят, что E имеет γ -емкость, равную нулю, и пишут $\text{Cap}_\gamma E = 0$.

Замечание. Если множество E типа G_δ и $\text{Cap}_\gamma E = 0$, то существует мера $\mu \ll E$, такая что $V(x; r) \rightarrow \infty$ равномерно при $r \rightarrow 1$, когда $x \in E$, и $V(x; r) < \infty$ при $x \notin E$ (см. например ⁽⁴⁾, с. 223).

Если $-1 < \alpha < 0$, то класс N_α М. М. Джрбашяна содержится в классе функций ограниченного вида и следующие две теоремы характеризуют граничные свойства функций этих классов ((⁵), теоремы 2 и 3, при $\omega(x) = (1-x)^\alpha$).

Теорема А. Если $F(z) \in N_\alpha (-1 < \alpha < 0)$, то предел

$$F(e^{i\theta}) = \lim_{r \rightarrow 1-0} F(re^{i\theta})$$

существует для любого $\theta \in [0, 2\pi]$, кроме, быть может, некоторого множества $E \subset [0, 2\pi]$, $(1+\alpha)$ -емкость которого равна нулю.

Теорема В. Пусть $F(z) \in N_\alpha (-1 < \alpha < 0)$ и $E \subset [0, 2\pi]$ любое множество с положительной $(1+\alpha)$ -емкостью.

Пусть для меры $\mu \ll E$, функция $V(x; r)$ остается равномерно ограниченной по x при $r \rightarrow 1$, тогда для граничных значений $F(e^{i\theta})$ функции $F(z)$ выполняются условия

$$\int_E |\log |F(e^{i\theta})|| d\mu(\theta) < \infty.$$

Приведенное построение функций классов N_α показывают точность этих теорем.

2. Теорема 1. Пусть для измеримого по Борелю множества E имеем $\text{Cap}_{1+\alpha} E = 0$ ($-1 < \alpha < 0$). Существует функция из класса $N_\alpha (-1 < \alpha < 0)$, радиальные предельные значения которой на множестве E равны нулю.

Доказательство. Оценим снизу вещественную часть функции $K_\psi(z)$ для всех $|z| < 1$.

Имеем

$$\begin{aligned} \text{Re } K_\psi(z) &= \text{Re} \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \frac{d\psi(\theta)}{(1 - e^{-i\theta}z)^{1+\alpha}} = \\ &= \text{Re} \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \frac{(1 - re^{i(\varphi-\theta)})^{1+\alpha} d\psi(\theta)}{|1 - re^{i(\varphi-\theta)}|^{2(1+\alpha)}} \geq \\ &\geq \delta_\alpha \int_0^{2\pi} \frac{d\psi(\theta)}{|1 - re^{i(\varphi-\theta)}|^{2+\alpha}} \geq \frac{\delta_\alpha}{2\pi} \int_0^{2\pi} \frac{d\psi(\theta)}{|1 - re^{i(\varphi-\theta)}|^{1+\alpha}}, \end{aligned} \quad (4)$$

где δ_α удовлетворяет неравенству $\cos(1+\alpha) \frac{\pi}{2} \leq \delta_\alpha \leq 1$. Так как $\text{Cap}_{1+\alpha} E = 0$, то согласно замечанию существует распределение $\mu \ll E$ такое, что

$$\lim_{r \rightarrow 1} \int_E \frac{d\mu(\theta)}{|1 - re^{i(\varphi-\theta)}|^{1+\alpha}} = +\infty$$

равномерно по φ на множестве E .

Если принять за функцию $\psi(\theta)$ это распределение на E и построить функцию

$$F(z) = \exp\{-K_+(z)\},$$

то легко усмотреть согласно неравенству (4), что она будет требуемой функцией из класса N_α .

Учитывая, что функции $\frac{1}{F(z)}$ и $E(z)$ одновременно принадлежат классу N_α ($-1 < \alpha < 0$), и приняв во внимание теоремы А и В, получим следующую теорему.

Теорема 2. Для того чтобы существовала функция $F(z)$ из класса N_α ($-1 < \alpha < 0$) М. М. Джрбашяна, для которой на измеримом по Борелю множестве E на окружности

- 1) не существовали радиальные предельные значения или
 - 2) радиальные предельные значения равнялись нулю,
- необходимо и достаточно, чтобы $\text{Cap}_{1+\alpha} E = 0$.

Ереванский политехнический институт им. К. Маркса

Վ. Ս. ԶԱԲԱՐՅԱՆ, Ս. Վ. ՄԱԴՈՅԱՆ

Մ. Մ. Զրբաշյանի դասի N_α ($-1 < \alpha < 0$) եզրային արժեքների մասին

Աշխատանքում կառուցված են Մ. Մ. Զրբաշյանի N_α ($-1 < \alpha < 0$) դասի պատկանող երկու ֆունկցիա, որոնցից առաջինը նախապես տրված զրոյի հավասար $(1+\alpha)$ ունակութիւնը բազմութիւն վրա չունի եզրային արժեքներ, իսկ երկրորդը ունի զրոյի հավասար եզրային արժեքներ նույն բազմութիւն վրա:

Ստացված արդյունքները ապացուցում են այդ դասի ֆունկցիաների եզրային արժեքների համար նախկինում ստացված արդյունքների ճշգրտութիւնը:

ЛИТЕРАТУРА — ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

- ¹ М. М. Джрбашян, ДАН СССР, т. 157, № 5 (1964). ² М. М. Джрбашян, Интегральные преобразования и представление функций в комплексной области, Наука, М., 1966. ³ Н. К. Бари, Тригонометрические ряды, Физматгиз, М., 1961. ⁴ Н. С. Ландкоф, Основы современной теории потенциала, Наука, М., 1966. ⁵ М. М. Джрбашян, В. С. Захарян, Изв. АН СССР. Сер. мат., т. 34 (1970).

УДК 517.988

МАТЕМАТИКА

А. Б. Нерсисян, Н. А. Чернявская

Об обращении интегральных операторов
 с почти разностным ядром

(Представлено академиком АН Армянской ССР М. М. Джрбашяном 9/III 1983)

В работе (1) были введены в рассмотрение интегральные операторы второго рода с ядром $K(x, t)$, удовлетворяющим соотношению

$$\frac{\partial K}{\partial x} + \frac{\partial K}{\partial t} = q(t)p(x), \quad (*)$$

где K — матрица размеров $(m \times m)$, а $q(t)$, $p(x)$ — соответственно $(m \times \alpha)$ - и $(\alpha \times m)$ -матрицы. Такие ядра естественно назвать почти разностными. Оказалось, что для построения резольвентного ядра можно воспользоваться алгоритмом, основанным на аналоге известной формулы В. В. Соболева (2).

В работе (3) было показано, что к интегральному оператору на всей оси с двойным почти разностным ядром применим классический метод исследования на нормальную разрешимость.

В данной работе продолжается изучение операторов с почти разностным ядром. Обобщаются известные результаты И. Б. Симоненко (4), И. И. Комяка (5) об операторах с составными разностными ядрами, а также результат И. И. Комяка (6) для уравнения с сопряжением. Перенесены на случай оператора с почти разностным ядром и основные результаты Л. А. Сахновича (7,8), относящиеся к построению оператора, обратного к общему оператору с разностным ядром.

1°. Рассмотрим уравнение

$$(iJ - \mathcal{K})y = iy(x) - \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} K(x, t)y(t)dt = f(x), \quad -\infty < x < \infty, \quad (1)$$

где

$$K(x, t) = \begin{cases} K_1(x-t) + \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^0 q_1(t+\tau)p_1(\tau+x)d\tau, & 0 < x, t < \infty \\ K_2(x-t) + \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^0 q_2(t+\tau)p_2(\tau+x)d\tau, & -\infty < x \leq 0, 0 < t < \infty \\ K_3(x-t) + \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^{\infty} q_3(t+\tau)p_3(\tau+x)d\tau, & -\infty < x, t \leq 0 \\ K_4(x-t) + \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^{\infty} q_4(t+\tau)p_4(\tau+x)d\tau, & 0 < x < \infty, -\infty < t \leq 0 \end{cases} \quad (2)$$

$K_i(x)$, $q_i(x)$, $p_i(x)$ — соответственно $(m \times m)$ -, $(m \times a)$ -, $(a \times m)$ -матрицы с элементами из $L_1(-\infty, \infty)$, $i=1, \dots, 4$; λ — комплексный параметр. При этих условиях оператор $\lambda \mathcal{Y} - \mathcal{K}$ естественно рассматривать в классе $E_{(m \times 1)}$, введенном в работе (9).

Уравнение (1) с ядром (2) в случае нулевых матриц q_i, p_i — парное уравнение с двойным ядром, — было рассмотрено ранее (см. (10), с. 81).

Применением преобразования Фурье и формулы Сохоцкого — Племеля приходим к соотношению (знаки \wedge и \vee соответствуют прямому и обратному преобразованию Фурье)

$$\left[\lambda \mathcal{Y} - \frac{1}{2} \hat{K}_1(\xi) - \frac{1}{2} \hat{K}_3(\xi) - \frac{1}{2} \check{q}_1(\xi) \hat{p}_1(\xi) - \frac{1}{2} \check{q}_3(\xi) \hat{p}_3(\xi) \right] \hat{y}(\xi) + \frac{1}{2\pi i} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\hat{K}_3(\xi) - \hat{K}_1(\xi) - \check{q}_1(\xi) \hat{p}_1(\xi) - \check{q}_3(\xi) \hat{p}_3(\xi)}{\eta - \xi} \hat{y}(\eta) d\eta + T\hat{y} = \hat{f}(\xi), \quad (3)$$

где T — вполне непрерывный оператор, и поэтому получаем (см. (10), с. 64, 65) следующие условия нетеровости оператора (1) — (2):

$$\det[\lambda \mathcal{Y} - \hat{K}_i(\xi) - \check{q}_i(\xi) \hat{p}_i(\xi)] \neq 0, \quad i=1, 3.$$

Индекс оператора $\lambda \mathcal{Y} - \mathcal{K}$ вычисляется по формуле*

$$\kappa = \text{ind} \frac{\det[\lambda \mathcal{Y} - \hat{K}_3(\xi) - \check{q}_3(\xi) \hat{p}_3(\xi)]}{\det[\lambda \mathcal{Y} - \hat{K}_1(\xi) - \check{q}_1(\xi) \hat{p}_1(\xi)]} \quad (4)$$

З а м е ч а н и е. Рассмотренным выше методом легко обобщаются на случай операторов с почти разностным ядром и результаты И. И. Комяка (5,6) об условиях нетеровости и индексе операторов со многими разностными ядрами и операторов с разностными ядрами и с сопряжением.

2°. Рассмотрим ограниченный линейный оператор

$$Sf = \frac{d}{dx} \int_0^{\omega} f(t) s(x, t) dt, \quad 0 < \omega < +\infty \quad (5)$$

в пространстве $L_m^2(0, \omega)$ вектор-функций

$$f(x) = [f_1(x), \dots, f_m(x)] \text{ с нормой } \|f\| = \sqrt{\sum_{k=1}^m \int_0^{\omega} |f_k(x)|^2 dx}. \text{ Будем счита-}$$

тать, что

$$s(x, t) = s_0(x-t) + \int_{-\infty}^0 q(t+\tau) p(\tau+x) d\tau, \quad (6)$$

где $s_0(x)$ — $(m \times m)$ -, $q(x)$ — $(m \times a)$ -, $p(x)$ — $(a \times m)$ -матрицы, строки которых принадлежат, соответственно, $L_m^2(-\omega, \omega)$, $L_a^2(0, \omega)$, $L_m^2(0, \omega)$;

строки матрицы $\int_{-\infty}^0 q(t+\tau) p(\tau+x) d\tau$ при каждом фиксированном значении переменной x или t по другой из них принадлежат $L_m^2(0, \omega)$,

* При $\lambda=0$ необходимо накладывать естественные условия на бесконечности (см. (10)).

элементы матрицы $q(x)p(x)$ стремятся к 0 при $x \rightarrow \infty$, а $\int_0^{\omega} f(t) s(x, t) dt$ абсолютно непрерывен на $[0, \omega]$ при $f(x) \in L_m^2(0, \omega)$.

Из теоремы 1.1 (*) следует, что оператор S вида (5) с ядром (6) является наиболее общим линейным ограниченным оператором с почти разностным ядром в $L_m^2(0, \omega)$.

Непосредственным вычислением можно убедиться, что справедлива

Теорема 1. Для любого ограниченного оператора S с почти разностным ядром имеет место равенство

$$(A_0 S - S A_0^*) f = i \int_0^{\omega} f(t) \left[M(x) + N'(t) + \int_0^t q(\tau) d\tau \cdot p(x) \right] dt, \text{ где}$$

$$A_0 f = i \int_0^x f(t) dt, \quad A_0^* f = -i \int_x^{\omega} f(t) dt \quad \text{и}$$

$$M(x) = s_0(x) + \int_{-\infty}^0 q(\tau) p(\tau + x) d\tau, \quad N(x) = -s_0(-x) - \int_{-\infty}^0 q(x + \tau) p(\tau) d\tau.$$

Из теоремы 1 вытекает

Следствие. Если оператор S имеет ограниченный обратный T , то $(T A_0 - A_0^* T) f = i \int_0^{\omega} f(t) Q(x, t) dt$, где

$$Q(x, t) = M_1^*(t) N_1(x) + M_2^*(t) N_2(x) + M_3^*(t) N_3(x), \quad (7)$$

а $(m \times m)$ -матрицы $M_i, N_i, i=1, 2$, и $(\alpha \times m)$ -матрицы M_3, N_3 удовлетворяют соотношениям

$$S^* M_1 = E_m, \quad S^* M_2 = N^*, \quad S^* M_3 = \int_0^t q^*(\tau) d\tau, \quad (8)$$

$$S N_1 = M, \quad S N_2 = E_m, \quad S N_3 = p.$$

Из теоремы 1, следствия и теоремы 1.3 (*) вытекает

Теорема 2. Если оператор S с почти разностным ядром ограничен вместе с обратным и существуют матрицы $M_i, N_i, i=1, 2, 3$, строки которых принадлежат $L_m^2(0, \omega)$, удовлетворяющие соотношениям (8), то для оператора $T = S^{-1}$ справедливо представление

$$Tf = \frac{d}{dx} \int_0^{\omega} f(t) \frac{\partial}{\partial t} \Phi(x, t) dt, \quad (9)$$

где

$$\Phi(x, t) = \frac{1}{2} \int_{x+t}^{2\omega - |x-t|} Q\left(\frac{s+x-t}{2}, \frac{s-x+t}{2}\right) ds, \quad (10)$$

а матрица-функция $Q(x, t)$ определяется соотношением (7).

Используя теорему 2, можно доказать утверждение, обратное теореме 1.

Теорема 3. Если ограниченный оператор S , действующий в $L_m^2(0, \omega)$, удовлетворяет при некоторых матрицах $M(x)$, $N(x)$, $P(x)$, $R(x)$ ($R(0)=0$), строки которых принадлежат, соответственно, $L_m^2(0, \omega)$, $L_m^2(0, \omega)$, $L_m^2(0, \omega)$, $L_m^2(0, \omega)$, соотношению

$$(A_0 S - S A_0^*) f = i \int_0^\omega f(t) [M(x) + N'(t) + R(t)P(x)] dt, \quad (11)$$

то S является оператором с почти разностным ядром.

Доказательство. Как и в (7), рассмотрим оператор $S_1 = USU$, где U — оператор инволюции ($Uf = \overline{f(\omega - x)}$). Из (11) следует, что

$$(S_1 A_0 - A_0^* S_1) f = i \int_0^\omega f(t) [\overline{M(\omega - x)} + \overline{N(\omega - t)} + \overline{R(\omega - t)P(\omega - t)}] dt.$$

По теореме 2 оператор S_1 имеет вид (9), где

$$\begin{aligned} \Phi(x, t) = & \frac{1}{2} \int_{x+t}^{2\omega - |x-t|} \left[M\left(\omega - \frac{s+x-t}{2}\right) + N\left(\omega - \frac{s-x+t}{2}\right) + \right. \\ & \left. + R\left(\omega - \frac{s-x+t}{2}\right) P\left(\omega - \frac{s+x-t}{2}\right) \right] ds. \end{aligned}$$

Оператор S можно теперь восстановить по формуле

$$Sf = US_1 Uf = U \left\{ \frac{d}{dx} \int_0^\omega \overline{f(\omega - t)} \frac{\partial}{\partial t} \Phi(x, t) dt \right\} = \frac{d}{dx} \int_0^\omega f(t) s(x, t) dt,$$

где

$$\begin{aligned} s(x, t) = & \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial t} \int_{2\omega - x - t}^{2\omega - |x-t|} \left[M\left(\omega - \frac{s-x+t}{2}\right) + N\left(\omega - \frac{s+x-t}{2}\right) + \right. \\ & \left. + R\left(\omega - \frac{s+x-t}{2}\right) P\left(\omega - \frac{s-x+t}{2}\right) \right] ds. \end{aligned}$$

После несложных преобразований получим

$$s(x, t) = \begin{cases} [M(x-t) - \int_{-\infty}^0 R'(\tau) P(\tau+x-t) d\tau] + \int_{-\infty}^0 R'(t+\tau) P(\tau+x) d\tau, & x > t \\ [-N(t-x) - \int_{-\infty}^0 R'(t-x+\tau) P(\tau) d\tau] + \int_{-\infty}^0 R'(t+\tau) P(\tau+x) d\tau, & x < t \end{cases} \quad (12)$$

и, следовательно, ядро $s(x, t)$ является почти разностным.

Удастся доказать справедливость формул (32), (34)—(40) из (6) для оператора S с почти разностным ядром (матрица-функция $Q(x, t)$ в рассматриваемом нами случае определена соотношением (7)), а значит и следующей теоремы (см. (8)).

Теорема 4. Пусть оператор S , определенный формулой (5), ограничен в пространстве $L_m^2(0, \omega)$ и существуют матрицы-функции $N_k(x)$, $M_k(x)$, $k=1, 2, 3$ с элементами из $L^2(0, \omega)$, удовлетворяющие соотношениям (8) и на множестве дважды дифференцируе-

ных функций $W_m^{(2)} = \{\varphi(x) = [\varphi_1(x), \dots, \varphi_m(x)] \mid \varphi''(x) \in L_m^{(2)}(0, \omega)\}$ определен оператор

$$T\varphi = \int_0^{\omega} \varphi'(t)Q(x, t)dt + \varphi(0)N_2(x) - \varphi'(0) \int_x^{\omega} N_2(u)du - \int_x^{\omega} \int_{t-x}^{\omega} \varphi''(x-t+u)Q(t, u)dtdu, \quad (13)$$

где $Q(x, t)$ удовлетворяет соотношению (7). Тогда оператор T является правым обратным для оператора S на $W_m^{(2)}$, т. е.

$$ST\varphi = \varphi, \quad \varphi \in W_m^{(2)}.$$

Институт математики Академии наук
Армянской ССР
Харьковское культурно-просветительное училище

Հ. Ռ. ՆԵՐՍԻՍՅԱՆ, Ե. Ա. ՉԵՐՆՆԱՎՍՎԱՅԱ

Համարյա տարբերակային կորիզով ինտեգրալ օպերատորների շրջման մասին

Աշխատանքում դիտարկվում են ինտեգրալ օպերատորներ, որոնց կորիզները բավարարում են (*) հավասարմանը: 1^o-ում բացահայտվում են հորմալ լուծելիության պայմանները, իսկ 2^o-ում կառուցվում է հակադարձ օպերատորը: Արդյունքները ընդհանրացնում են Վ. Բ. Սիմոնենկոյի, Լ. Ա. Սախնովիչի և այլոց (3-8) աշխատանքները:

ЛИТЕРАТУРА — ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

- ¹ T. Kallath, L. Ljung, M. Morf, Topics in Funct. Anal. Advances in Math. Suppl. Studies, 3, 1978. ² В. В. Соколов, Перенос лучистой энергии в атмосферах звезд и планет, Гостехиздат, М., 1956. ³ А. Б. Нерсисян, Изв. АН Арм ССР. Математика, т. 17, № 6 (1982). ⁴ И. Б. Симоненко, Изв. вузов. Математика, № 2, 1959. ⁵ И. И. Комяк, ДАН СССР, т. 179, № 2 (1968). ⁶ И. И. Комяк, ДАН БССР, т. 13, № 3 (1969). ⁷ Л. А. Сахнович, УМН, т. 35, № 4 (214) (1980). ⁸ Л. А. Сахнович, Укр. мат. журн., т. 32, № 1 (1980). ⁹ И. Ц. Гохберг, М. Г. Крейн, УМН, т. 13, № 2 (80) (1958). ¹⁰ Ф. Д. Гахов, Ю. И. Черский, Уравнение типа свертки, Наука, М., 1978.

УДК 515.1

МАТЕМАТИКА

Э. А. Мирзаханян

О некоторых свойствах бесконечномерных гомотопических групп подмножеств гильбертова пространства

(Представлено чл.-корр. АН Армянской ССР Р. А. Александрияном 23/III 1983)

В статье приводятся некоторые свойства построенных в ^(1,2) бесконечномерных гомотопических групп $\Pi_q(X, x_0)$ и $\Pi_q^c(X, x_0)$ компактного типа множеств вещественного сепарабельного гильбертова пространства H . Допустимым классом непрерывных отображений служит введенный В. Г. Болтянским ⁽³⁾ класс K_0 отображений $f: M \rightarrow H$ подмножеств пространства H .

Приведем определение класса K_0 . Пусть G — открытое подмножество пространства H и $f: G \rightarrow H$ — непрерывное отображение. Будем говорить, что отображение f принадлежит классу K_0 , если f обладает следующим свойством: для любой точки $x_0 \in G$ и любого числа $\epsilon > 0$ существуют такое конечномерное подпространство $L \subset H$, такая окрестность $U \subset G$ точки x_0 в H и такие действительные числа λ и $\delta > 0$ ($0 < \delta < \frac{\pi}{2}$), что если $x, y \in U$ и угол между вектором $x - y$ и

подпространством L не меньше $\frac{\pi}{2} - \delta$, то выполнено соотношение

$$\|f(x) - f(y) - \lambda(x - y)\| \leq \epsilon \|x - y\|.$$

Фигурирующее в приведенном выше определении действительное число λ можно выбрать так, чтобы оно определялось только точкой x_0 и было пригодно для любого числа $\epsilon > 0$. Получающаяся таким образом действительная функция $\lambda(x) = \lambda_{f, x}$, заданная на G , непрерывна и единственна и называется терминальной производной отображения f .

Пусть M — произвольное подмножество пространства H . Мы будем говорить, что непрерывное отображение $f: M \rightarrow H$ принадлежит классу K_0 , если существует открытое в H множество $G \supset M$ и непрерывное отображение $g: G \rightarrow H$, которое принадлежит классу K_0 и совпадает на M с отображением f .

Рассмотрим теперь бесконечномерные гомотопические группы $\Pi_q^c(S, x_0)$ и $\Pi_q(S, x_0)$ единичной сферы S пространства H . Пусть a — произвольный элемент группы $\Pi_q^c(S, x_0)$ и $f: (H, H \setminus B) \rightarrow (S, x_0)$, где B — единичный замкнутый шар пространства H , некоторый сфероид

индекса q компактного типа сферы S точки x_0 , принадлежащий классу α . Рассматривая f как сфероид некомпактного типа сферы S точки x_0 и обозначая через $\theta(\alpha)$ элемент группы $\Pi_q(S, x_0)$, имеющий в качестве представителя сфероид f , мы можем построить отображение $\theta: \Pi_q^c(S, x_0) \rightarrow \Pi_q(S, x_0)$. Так как групповые операции в этих группах определяются одинаково, то отображение θ представляет собой гомоморфизм. Имеет место следующее утверждение.

Теорема 1. *Гомоморфизм $\theta: \Pi_q^c(S, x_0) \rightarrow \Pi_q(S, x_0)$ является мономорфизмом при любом целом q .*

Замечание. Аналогичным образом можно доказать, что теорема 1 остается справедливой, если единичную сферу S (имеющую дефект 1 относительно H) заменить сферой S_r конечного дефекта r относительно пространства H .

Следствие. В классе K_0 единичная сфера пространства H нестягиваема по себе в точку.

Действительно, легко показать, что если бы в классе K_0 сфера S была стягиваема по себе в точку $x_0 \in S$, то группа $\Pi_q(S, x_0)$ была бы тривиальна при любом целом q . Между тем из теоремы 1 следует, что не все группы $\Pi_q(S, x_0)$ тривиальны, например, при $q=1$, ибо группа $\Pi_1^c(S, x_0) \approx Z$ (сл. (2)).

Замечание. Следует отметить, что в классе всех непрерывных отображений подмножеств пространства H единичная сфера S стягивается по себе в точку. Важность полученного факта состоит в том, что в классе K_0 остается справедливым соответствующее утверждение для единичной сферы S^{n-1} евклидова пространства R^n .

Пусть X и Y такие подмножества пространства H , что $X \subset H_1$ и $Y \subset H_2$, где линейные подпространства H_1, H_2 пространства H обладают тем свойством, что $H = H_1 \oplus H_2$. Предположим, далее, что одно из этих подпространств, например, H_2 , имеет конечный дефект в H (стало бы, H_1 конечномерно). Положим $Z = X \times Y$ и выберем точки $x_0 \in X, y_0 \in Y$ и $z_0 \in Z$, где $z_0 = (x_0, y_0)$. В сделанных обозначениях справедлива следующая теорема о прямом произведении бесконечномерных гомотопических групп.

Теорема 2. *Для любого целого q имеет место изоморфизм*

$$\Pi_q(Z, z_0) \approx \Pi_q(X, x_0) \oplus \Pi_q(Y, y_0).$$

Следующее свойство бесконечномерных гомотопических групп является непосредственным следствием приведенной ниже леммы, доказательство которой содержится в статье (5).

Лемма. *Пусть G открытое подмножество пространства H и $f: G \rightarrow X$ отображение класса K_0 ; тогда если множество X конечномерно или локально компактно, то терминальная производная $\lambda_f(x)$ отображения f тождественно равна нулю на множестве G .*

Теорема 3. *Если множество $X \subset H$ конечномерно или*

локально компактно, то для любой точки $x_0 \in X$ и при любом целом q бесконечномерная гомотопическая группа $\Pi_q^c(X, x_0)$ компактного типа тривиальна.

Ереванский государственный университет

Է. Ա. ՄԻՐԶԱԽԱՆՅԱՆ

Հիլբերտյան տարածության ենթաբազմությունների անվերջ չափանի հոմոտոպիկ խմբերի որոշ հատկությունների մասին

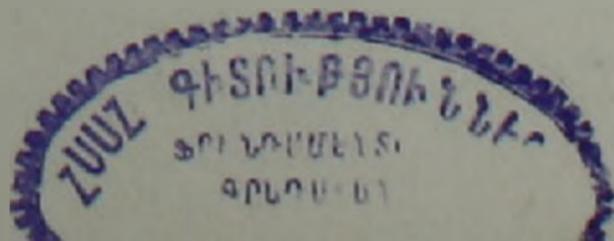
Հոդվածում բերվում են իրական սեպարարել հիլբերտյան տարածության ենթաբազմությունների ^(1,2)-ում կառուցված անվերջ չափանի հոմոտոպիկ $\Pi_q(X, x_0)$ և կոմպակտային տիպի $\Pi_q^c(X, x_0)$ խմբերի որոշ հատկություններ: Որպես անընդհատ արտապատկերումների թուլատրելի դաս ծանալում է [3]ում կառուցված K_0 դասը:

Մասնավորապես պարզվում է, որ H տարածության S միավոր սֆերայի համար յուրաքանչյուր q ամբողջ թվի դեպքում գոյություն ունի $\Pi_q^c(S, x_0)$ խմբի մոնոմորֆիզմ $\Pi_q(S, x_0)$ խմբի մեջ:

Այստեղից հետևում է, որ K_0 դասում S սֆերան չի սեղմվում իր նկատմամբ կետի: Այնուհետև, եթե X բազմությունը վերջավոր չափանի է կամ լոկալ կոմպակտ է, ապա ցանկացած q -ի դեպքում $\Pi_q^c(X, x_0)$ խումբը տրիվիալ է:

ЛИТЕРАТУРА — ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

- ¹ Э. А. Мирзаханян, Изв. АН АрмССР. Математика, т. 8, № 3 (1973). ² Э. А. Мирзаханян, Изв. АН АрмССР. Математика, т. 10, № 2 (1975). ³ В. Г. Болтянский, Изв. АН АрмССР. Математика, т. 9, № 2 (1974). ⁴ В. Г. Болтянский, Э. А. Мирзаханян, Изв. АН АрмССР. Математика, т. 9, № 5 (1974). ⁵ Э. А. Мирзаханян, Изв. АН АрмССР. Математика, т. 15, № 5 (1980).



УДК 517.53

МАТЕМАТИКА

Г. Г. Геворкян

О множествах относительной единственности для интегралов Фурье

(Представлено чл.-корр. АН Армянской ССР А. А. Талаляном 1/IV 1983)

В работе (1) доказана следующая

Теорема 1. Для любого $\varepsilon > 0$ существует измеримое множество $E \subset (-\infty, +\infty)$, $\mu E < \varepsilon$, которое обладает следующими свойствами:

1) если $f(x) \in L_2(-\infty, +\infty)$, $f(x) = 0$ п. в. на E и $\hat{f}(x) \in L_p(-\infty, +\infty)$ для некоторого p , $1 \leq p < 2$, то $\hat{f}(x) = 0$ п. в. на $(-\infty, +\infty)$;

2) если $f(x) \in L_p(-\infty, +\infty) \cap L_2(-\infty, +\infty)$ для некоторого p , $1 \leq p < 2$ и $\hat{f}(x) = 0$ при $x \in E$, то $f(x) = 0$ п. в. на $(-\infty, +\infty)$.

Здесь и в дальнейшем рассматривается преобразование Фурье в классе $L_2(-\infty, +\infty)$, т. е. $f(x) \in L_2(-\infty, +\infty)$ и

$$\hat{f}(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \text{l.i.m.}_{\sigma \rightarrow +\infty} \int_{-\sigma}^{\sigma} e^{-itx} f(t) dt,$$

где $\text{l.i.m.}_{\sigma \rightarrow +\infty}$ обозначает предел в смысле сходимости в $L_2(-\infty, +\infty)$ при $\sigma \rightarrow +\infty$.

В настоящей заметке в некотором смысле обобщается эта теорема. Для формулировки результатов приведем некоторые определения.

Определение 1. Скажем, что множество $E \subset (-\infty, +\infty)$ является U_p множеством для преобразования Фурье (короче U_p множеством), если из условий $f(x) \in L_2(-\infty, +\infty)$, $f(x) = 0$ п. в. на E и $\hat{f}(x) \in L_p(-\infty, +\infty)$ следует, что $f(x) = 0$ п. в. на $(-\infty, +\infty)$.

Определение 2. Скажем, что множество $E \subset (-\infty, +\infty)$ является U_p^* множеством для интеграла Фурье (короче U_p^* множеством), если из условий

1) $f(x) \in L_2(-\infty, +\infty)$, $\hat{f}(x) \in L_p(-\infty, +\infty)$,

2) $f_N(x) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} f(t) \frac{4\sin^2 \frac{N(x-t)}{2}}{(x-t)^2 N} dt \rightarrow 0$ для любого $x \in E$ следует,

что $f(x) = 0$ почти всюду на $(-\infty, +\infty)$.

Известно, что $\lim_{N \rightarrow \infty} f_N(x) = f(x)$ п. в. Поэтому всякое U_p множество является U_p^* множеством.

Ясно, что для $p \geq 2$ U_p (или U_p^*) множества с точностью до множества меры нуль совпадают с прямой $(-\infty, +\infty)$. Поэтому интереснее рассмотреть U_p (соответственно U_p^*) множества при $p < 2$.

В работе (2) доказана

Теорема 2. Существует множество $E \subset (-\infty, +\infty)$, $\mu E = 0$, которое является U_p^* множеством для интеграла Фурье при любом $p < 2$.

Вообще, если E является U_p (или U_p^*) множеством, то оно является также $U_{p'}$ (соответственно $U_{p'}^*$) множеством при любом $p' < p$.

Верны следующие теоремы.

Теорема 3. Для любого p , $1 < p \leq 2$, существует множество $E \subset (-\infty, +\infty)$, которое не является U_p множеством для преобразования Фурье и является $U_{p'}$ множеством при любом $p' < p$.

Теорема 4. Для любого p , $1 < p \leq 2$, существует такое U_p множество для преобразования Фурье, которое не является $U_{p'}$ множеством при всех $p' > p$.

Теорема 5. Для любого p , $1 < p \leq 2$, существует множество $E \subset (-\infty, +\infty)$, $\mu E = 0$, которое не является U_p^* множеством для интеграла Фурье и является $U_{p'}^*$ множеством при любом $p' < p$.

Теорема 6. Для любого p , $1 \leq p < 2$, существует множество $E \subset (-\infty, +\infty)$, $\mu E = 0$, которое является U_p^* множеством и не является $U_{p'}^*$ множеством для интеграла Фурье ни при одном $p' > p$.

Аналогичные вопросы для ортогональных рядов рассмотрены в работах (3-9).

При доказательстве вышеуказанных теорем основную роль играет следующая

Лемма 1. Существует некоторая положительная константа A такая, что для любого p , $1 < p < 2$, любого отрезка $\left[\frac{x-1}{2^k} 2\pi, \frac{x}{2^k} 2\pi \right]$ и любого натурального m при достаточно больших ν справедливы следующие неравенства:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} |\hat{\varphi}(x)|^p dx < A 2^{(1-p)(k+m)},$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} |\hat{f}(x)|^q dx < A 2^{m-k} \frac{1}{p-1},$$

где

$$f(x) = \begin{cases} 1 & \text{на } \bigcup_{j=1}^{2^\nu} \left(\frac{x-1}{2^k} 2\pi + \frac{j-1}{2^{k+\nu}} 2\pi + \frac{1}{2^{k+\nu+m}} 2\pi, \frac{x-1}{2^k} 2\pi + \frac{j}{2^{k+\nu}} 2\pi \right) \\ 1-2^m & \text{на } \bigcup_{j=1}^{2^\nu} \left(\frac{x-1}{2^k} 2\pi + \frac{j-1}{2^{k+\nu}} 2\pi, \frac{x-1}{2^k} 2\pi + \frac{j-1}{2^{k+\nu}} 2\pi + \frac{1}{2^{k+\nu+m}} 2\pi \right) \\ 0 & \text{в остальных случаях} \end{cases}$$

$$\varphi(x) = \begin{cases} 1 & \text{на } \bigcup_{j=1}^{2^v} \left[\frac{x-1}{2^k} 2\pi + \frac{j-1}{2^{k+v}} 2\pi, \frac{x-1}{2^k} 2\pi + \frac{j-1}{2^{k+v}} 2\pi + \frac{1}{2^{k+v+m}} 2\pi \right) \\ -1 & \text{на } \bigcup_{j=1}^{2^v} \left[\frac{x-1}{2^k} 2\pi + \frac{j-1}{2^{k+v}} 2\pi + \frac{1}{2^{k+v+m}} 2\pi, \frac{x-1}{2^k} 2\pi + \frac{j-1}{2^{k+v}} 2\pi + \frac{2}{2^{k+v+m}} 2\pi \right) \\ 0 & \text{в остальных случаях} \end{cases}$$

а q сопряженное к p , т. е. $\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = 1$.

Для фиксированного p , $1 < p \leq 2$, применяя лемму 1, строятся открытые множества $E^{(i)}$, которые не являются U_p множествами и являются $U_{p'}$ множествами при любом $p' < p$, причем $\mu E^{(i)} = 0$.

Далее, применяя леммы 2, 3, 4, доказывается, что множество $\bigcap_{i=1}^{\infty} E^{(i)}$ не является U_p^* множеством и является $U_{p'}^*$ множеством при любом $p' < p$.

Лемма 2. Для любых $\epsilon > 0$, $p' < p$ и $[a, b] = \left[\frac{y}{2^k} 2\pi, \frac{x}{2^m} 2\pi \right] \subset [0, 2\pi]$ существует монотонная сингулярная функция $f(x)$ такая, что носитель меры $df(x)$ лежит в $\bigcap_{i=1}^{\infty} E^{(i)}$ и

$$\left\{ \int_{-\infty}^{+\infty} \left| \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_a^b e^{itx} d[f(x) - x] \right|^{q'} dt \right\}^{\frac{1}{q'}} < \epsilon,$$

где q' сопряженное к p' .

Лемма 3. Пусть $f(x) \in L_2(-\infty, +\infty)$ и $f_\sigma(x) =$

$$= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} f(t) \frac{4 \sin^2 \frac{\sigma(x-t)}{2}}{(x-t)^{2\sigma}} dt, \quad 0 < \sigma < +\infty, \text{ суммы Фейера ее интеграла}$$

Фурье. Если $\lambda(x)$ непрерывно дифференцируемая ограниченная функция, то

$$\frac{\lambda(x)}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} f(t) \frac{4 \sin^2 \frac{\sigma(x-t)}{2}}{(x-t)^{2\sigma}} dt - \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} f(t) \lambda(t) \frac{4 \sin^2 \frac{\sigma(x-t)}{2}}{(x-t)^{2\sigma}} dt \rightarrow 0 \text{ при } \sigma \rightarrow +\infty.$$

Эта лемма доказана в (2) (см. (2), лемма 1).

Лемма 4. Пусть $f(x) \in L_2(-\infty, +\infty)$ такая, что $\hat{f}(x) \in L_p(-\infty, +\infty)$ для некоторого p , $1 \leq p \leq 2$, тогда для произвольной бесконечно дифференцируемой финитной функции преобразование Фурье функции $f(x)$ принадлежит классу $L_p(-\infty, +\infty)$.

Таковыми же путями доказываются теоремы 4, 6.

Ֆուրյեի ինտեգրալների հարաբերական միակության
բազմությունների մասին

Աշխատանքում դիտարկվում են U_p և U_p^* բազմություններ Ֆուրյեի ինտեգրալների համար: Մասնավորապես, ապացուցված է, որ կամայական $1 \leq p < p' \leq 2$ համար գոյություն ունի $U_p(U_{p'}^*)$ բազմություն, որը չի հանդիսանում $U_{p'}$ (համապատասխանաբար $U_{p'}^*$) բազմություն Ֆուրյեի ինտեգրալի համար:

ЛИТЕРАТУРА — ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

- ¹ Գ. Գ. Գեվորյան, ДАН АрмССР, т. 72, № 4 (1981). ² Գ. Գ. Գեվորյան, ДАН АрмССР, т. 73, № 4 (1981). ³ Y. Katznelson, Bull. Amer. Math. Soc., v. 70 (1964). ⁴ L. Golzani, Bull. U. M. I., v. 16—B (1979). ⁵ L. Golzani, Proc. A. M. S., v. 83, № 3 (1981). ⁶ Գ. Գ. Գեվորյան, Мат. заметки, т. 32, № 5 (1982). ⁷ L. Michele, P. M. Suardi, Boll. U. M. I., v. (4) 11 (1975). ⁸ Գ. Գ. Գեվորյան, Уч. зап, ЕГУ, № 2, 1981. ⁹ Գ. Գ. Գեվորյան, ДАН АрмССР, т. 77, № 4 (1983).

УДК 519.46

МАТЕМАТИКА

Ф. А. Талалян

О функциях с произвольно малыми периодами
 на топологических группах

(Представлено чл.-корр. АН Армянской ССР А. А. Талаляном 15/IV 1983)

Известно, что заданная на всей действительной оси конечная измеримая функция, имеющая произвольно малые периоды, постоянна почти всюду. В настоящей заметке мы переносим этот результат на локально компактные группы.

Ниже всюду G — локально компактная группа, e — единица группы G , N — база окрестностей e и F — некоторое семейство замкнутых нормальных подгрупп группы G , обладающее следующим свойством: для любого $V \in N$ существует $H \in F$ такой, что $VH \in G$.

Справедлива следующая

Теорема. Пусть φ — действительная борелевская функция на G . Если φ H -периодична* для любого $H \in F$, то φ постоянна локально почти всюду относительно меры Хаара группы G .

Сначала докажем несколько лемм.

Лемма 1. Для любого $W \in N$ существует сеть H_α в F такая, что

$$WH_\alpha = G \text{ при любом } \alpha \tag{1}$$

и

$$\text{lim } H_\alpha = G, \tag{2}$$

где равенство (2) понимается в смысле топологии Хаусдорфа для замкнутых подгрупп группы G .

Доказательство. Пусть N_α есть база окрестностей точки G в пространстве замкнутых подгрупп, направленная по включению. Каждый элемент $\alpha \in N_\alpha$ задается конечным семейством F_α непустых открытых подмножеств G . Для каждого $U \in F_\alpha$ возьмем непустое компактное множество $K_U \subset U$ и $V_U \in N$ так, чтобы $V_U K_U \subset U$. Далее пусть V — симметричная окрестность e , содержащаяся в пересечении $W \cap (\bigcap V_U : U \in F_\alpha)$. В качестве H_α возьмем такую подгруппу из F , чтобы имело место $VH_\alpha = G$.

Очевидно, построенная сеть H_α удовлетворяет условию (1). Условие (2) следует из того, что при любом $\alpha \in N_\alpha$ имеем $H_\alpha \in \alpha$. Действительно, из равенства $VH_\alpha = G$ имеем $VH_\alpha \cap K_U \neq \emptyset$, откуда $H_\alpha \cap$

* Функция на G называется H -периодической, если она постоянна на классах смежности по H .

$\bigcap U \neq \emptyset$, для каждого $U \in \mathcal{F}_\alpha$. Таким образом $H_\alpha \in \mathcal{I}$, что и требовалось.

Обозначим через $C(G)$ семейство всех непрерывных на G действительных функций с компактным носителем, а через $C(G)^+$ — семейство всех положительных функций из $C(G)$.

Лемма 2. Пусть W — окрестность e с компактным замыканием и H_α — сеть в F , соответствующая W согласно лемме 1. Тогда левые меры Хаара μ на G и μ_α на H_α для любого $\alpha \in \mathbb{N}_0$ можно выбрать так, чтобы для любого $f \in C(G)$ равномерно относительно $g \in G$ имело место

$$\lim_{H_\alpha} \int_{H_\alpha} f(gt) d\mu_\alpha(t) = \int_G f d\mu. \quad (3)$$

Доказательство. Выберем μ и μ_α так, чтобы для любого $f \in C(G)$ имело место (см. приложение к (1))

$$\lim_{H_\alpha} \int_{H_\alpha} f d\mu_\alpha = \int_G f d\mu \quad (4)$$

Так как $WH_\alpha = G$, то $\int_{H_\alpha} f(gt) d\mu_\alpha(t) = \int_{H_\alpha} f(wh_t) d\mu_\alpha(t) = \int_{H_\alpha} f(wt) d\mu_\alpha(t)$, где $h \in H_\alpha$, $w \in W$. Поэтому достаточно доказать, что равномерно относительно $w \in W$ имеет место

$$\lim_{H_\alpha} \int_{H_\alpha} f(wt) d\mu_\alpha(t) = \int_G f d\mu. \quad (5)$$

В силу (4) равенство (5) выполняется в любой точке $w \in \overline{W}$. Так как по условию \overline{W} компактно, то для равномерного выполнения (5) достаточна равномерная непрерывность на \overline{W} семейства функций $\int_{H_\alpha} f(wt) d\mu_\alpha(t)$, $\alpha \in \mathbb{N}_0$.

Пусть $w_0 \in \overline{W}$ и $\epsilon > 0$. Возьмем открытое множество W_0 , содержащее носитель функции $f(w_0 t)$ и имеющее компактное замыкание. Тогда (приложение к (1)) существует число $a > 0$, зависящее только от W_0 такое, что

$$\mu_\alpha(\overline{W_0} \cap H_\alpha) \leq a \text{ для любого } \alpha. \quad (6)$$

Пусть V — окрестность точки w_0 такая, что для любого $w \in V$ носитель функции $f(wt)$ содержится в W_0 и $\sup\{|f(wt) - f(w_0 t)| : t \in G\} < \epsilon/a$. Тогда если $w \in V$, то для любого α в силу (6) имеем

$$\left| \int_{H_\alpha} f(wt) d\mu_\alpha(t) - \int_{H_\alpha} f(w_0 t) d\mu_\alpha(t) \right| \leq \int_{H_\alpha} |f(wt) - f(w_0 t)| d\mu_\alpha(t) \leq \frac{\epsilon}{a} \cdot \mu_\alpha(\overline{W_0} \cap H_\alpha) \leq \epsilon.$$

Этим доказана требуемая равномерная непрерывность, а с нею и лемма 2.

Пусть μ , μ_α , H_α — те же, что в лемме 2. Для любого α левую меру Хаара λ_α на фактор-группе G/H_α выберем так ((2), 28.54), чтобы

$$\int_{G/H_\alpha} d\lambda_\alpha \int_{H_\alpha} f(gt) d\mu_\alpha(t) = \int_G f d\mu, \quad f \in L^1(G). \quad (7)$$

Тогда для мер λ_α справедлива следующая

Лемма 3. Для достаточно больших α имеет место неравенство

$$\lambda_\alpha(G/H_\alpha) < 2. \quad (8)$$

Доказательство. Возьмем функцию $f \in C(G)^+$ такую, что $\int_0 f d\mu > 0$. Тогда в силу леммы 2 начиная с некоторого α' выполняется неравенство

$$\int_{H_\alpha} f(gt) d\mu_\alpha(t) > \frac{1}{2} \int_0 f d\mu \quad g \in G. \quad (9)$$

Из (7) и (9) имеем $\int_0 f d\mu > \lambda_\alpha(G/H_\alpha) \cdot \frac{1}{2} \int_0 f d\mu$, откуда следует (8).

Лемма 4. Пусть φ — ограниченная положительная борелевская функция на G такая, что для любых $s \in G$ и $f \in C(G)^+$ имеет место

$$\int_0 \varphi(t) f(t) d\mu(t) = \int_0 \varphi(t) f(st) d\mu(t). \quad (10)$$

Тогда φ постоянна, μ — локально почти всюду.

Доказательство. Предположим обратное. Тогда существуют два измеримых множества A и B с конечными положительными мерами и действительные числа ξ и η такие, что $\xi < \eta$ и

$$\varphi(x) < \xi \text{ при } x \in A, \quad \varphi(x) > \eta \text{ при } x \in B \quad (11)$$

Возьмем $s \in G$ так, чтобы $\mu(A \cap sB) > 0$ ((³), 20.17) и компактное множество $K \subset A \cap sB$, $\mu(K) > 0$. Тогда

$$K \subset A, \quad s^{-1}K \subset B. \quad (12)$$

Пусть U — открытое множество такое, что

$$K \subset U, \quad \mu(U \setminus K) < \frac{\mu(K)(\eta - \xi)}{\sup \varphi(t)}. \quad (13)$$

Пусть, наконец, f есть функция Урысона для пары (K, U) . Тогда в силу (11) и (12) имеем $\int_0 \varphi(t) f(t) d\mu(t) < \xi \mu(K) + \sup \varphi(t) \cdot \mu(U \setminus K)$ и $\int_0 \varphi(t) f(st) d\mu(t) > \eta \cdot \mu(s^{-1}K) = \eta \cdot \mu(K)$. Из последних двух неравенств в силу (13) получим $\int_0 \varphi(t) f(st) d\mu(t) - \int_0 \varphi(t) f(t) d\mu(t) > 0$, что противоречит (10).

Доказательство теоремы. Можно считать, что φ — положительная ограниченная функция, в противном случае мы можем, сохранив условие H -периодичности, перейти к функции $\frac{\exp \varphi(t)}{1 + \exp \varphi(t)}$. Пусть $f \in C(G)^+$ и $s \in G$. Тогда из (7) в силу H_α -периодичности φ имеем

$$\int_0 \varphi(t) f(t) d\mu(t) = \int_{0/H_\alpha} \left[\int_{H_\alpha} f(gt) d\mu_\alpha(t) \right] \varphi d\lambda_\alpha \quad (14)$$

$$\text{и} \quad \int_0 \varphi(t) f(st) d\mu(t) = \int_{0/H_\alpha} \left[\int_{H_\alpha} f(sgt) d\mu_\alpha(t) \right] \varphi d\lambda_\alpha. \quad (15)$$

В силу (3) для достаточно больших α выполняется неравенство

$$\left| \int_{H_\alpha} f(gt) d\mu_\alpha(t) - \int_{H_\alpha} f(sgt) d\mu_\alpha(t) \right| < \varepsilon, \quad g \in G, \quad (16)$$

где $\varepsilon > 0$ — произвольное заданное число. Из (14), (15), (16) и (8) для достаточно больших α будем иметь

$$\left| \int_0^1 \varphi(t) f(t) d\mu(t) - \int_0^1 \varphi(t) f(st) d\mu(t) \right| \leq \int_{0/H_\alpha H_\alpha} |f(gt) - f(sgt)| d\mu_\alpha(t) |\varphi| d\lambda_\alpha \leq 2\varepsilon \cdot \sup \varphi(t).$$

В силу произвольности ε отсюда получим, что (10) выполняется для любых $s \in G$ и $f \in C(G)^+$. Тогда из леммы 4 следует, что функция φ постоянна μ -локально почти всюду. Теорема доказана.

Ереванский государственный университет

Ֆ. Ա. ԹԱԼԱԼՅԱՆ

Տոպոլոգիական խմբերի վրա որոշված կամայապես փոքր պարբերություն ունեցող ֆունկցիաների մասին

Ապացուցվում է, որ լոկալ կոմպակտ խմբի վրա տրված որոշակի իմաստով կամայապես փոքր պարբերություն ունեցող բորելյան ֆունկցիան այդ խմբի Հաարի շափի նկատմամբ համարյա ամենուրեք հաստատուն է:

ЛИТЕРАТУРА — ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

- ¹ J. Glimm, Pacific J. Math., v. 12, № 3 (1962). ² Э. Хьюитт, К. Росс, Абстрактный гармонический анализ, т. 2, Мир, М., 1975. ³ Э. Хьюитт, К. Росс, Абстрактный гармонический анализ, т. 1, Наука, М., 1975.

УДК 512.62

МАТЕМАТИКА

Член-корреспондент АН Армянской ССР
 Р. Р. Варшамов

Об одном методе построения неприводимых полиномов
 над конечными полями

(Представлено 5/IV 1983)

Проблемы приводимости полиномов над полями Галуа, представляющие исключительный самостоятельный интерес ⁽¹⁾, играют важную роль в современной технике ^(2,3). В статье рассматриваются некоторые конструктивные методы построения неприводимых полиномов над произвольным полем Галуа F_q .

Все рассматриваемые в дальнейшем полиномы предполагаются с коэффициентами из поля F_q .

Обозначим через $L^\theta f(x)$ выражение $F(x) = \sum_{u=0}^n a_u (\theta(x))^{q^u-1}$, где

$f(x) = \sum_{u=0}^n a_u x^u$, $\theta(x) = \sum_{u=0}^m b_u x^u$. Перепишем некоторые полезные в дальнейшем свойства оператора L^θ .

Свойство линейности. Для любых двух полиномов $f(x)$ и $g(x)$

$$L^\theta(\alpha f(x) + \beta g(x)) = \alpha L^\theta f(x) + \beta L^\theta g(x) \quad (\alpha, \beta \in F_q). \quad (1)$$

Свойство мультипликативности. Для любой функции $f(x)$ имеет место равенство

$$L^\theta f(x) = (L^\theta r(x)) L^{\theta L^\theta r(x)} h(x), \quad (2)$$

где $f(x) = r(x)h(x)$.

Свойство сепарабельности. Кратность любого корня многочлена $\frac{F(x)}{(\theta(x)', F(x))}$ равна в точности q^σ , где σ — наибольшее целое, удовле-

творяющее условию $f(x) = x^\omega f_1(x)$, т. е. $a_\omega \neq 0$ ($a_\omega = 0$, $\omega < \sigma$). Используя вышеуказанные свойства оператора L^θ , можно получить следующие факты: $(L^\theta f(x), L^\theta g(x)) = L^\theta(f(x), g(x))$;

$$L^{\theta L^\theta g(x)} f(x) = \frac{L^{\theta L^{\theta \lambda_1(x)}}(f(x))}{L^{\theta L^{\theta \lambda_1(x)} \lambda_2(x)}} L^{\theta L^{\theta \lambda_1(x)} L^{\theta L^{\theta \lambda_1(x)} f(x)} \lambda_2(x),$$

где $g(x) = \lambda_1(x)\lambda_2(x)$ и $(\lambda_2(x), f(x)) = 1$, а также:

Лемма 1. Функция $L^{\theta L^{\theta \lambda(x)+a} r(x)}$ делит без остатка полином $L^{\theta L^{\theta g(x)+a_1} f(x)}$, где $r(x) | f(x)$, $g(x) = \lambda(x)\lambda_1(x)$, $a \in F_q$, $a_1 = \alpha \lambda_1(1)$ и $(\lambda_1(x), r(x)) = 1$, т. е.

$$L^{\theta L^{\theta \lambda(x)+a} r(x)} | L^{\theta L^{\theta g(x)+a_1} f(x)}. \quad (3)$$

Лемма 2. Для любых двух полиномов $\lambda(x)$ и $f(x)$ ($f(1) \neq 0$) имеет место равенство

$$L^{\theta L^0(x-1)\lambda(x)} f(x) = \prod_{a \in F_q} L^{\theta L^0 \lambda(x) + a} f(x). \quad (4)$$

Из (4) вытекает соотношение

$$(\theta L^0(x-1)\lambda(x), L^{\theta L^0 \lambda(x) + a} f(x)) = 1, \quad (5)$$

справедливое для любого $a \in F_q$.

Основная теорема. Пусть $\theta(x) = p(x)L^{\rho\lambda(x)} + \alpha$, где $p(x)$ — произвольный полином, $\lambda(x)$ и $f(x)$ — полиномы с ненулевыми свободными членами, $f(1) \neq 0$, α — произвольный элемент поля F_q , $K(\lambda_u, f_u) = L^{\rho L^{\rho\lambda_u(x)}} f_u(x)$, где $\lambda_u(x) | \lambda(x)$, $f_u(x) | f(x)$, $\lambda_u(x)f_u(x) \neq \lambda(x)f(x)$, $\varepsilon(\alpha) = \alpha^{q-1}x - 1$ и N — период полинома $S(x) = \varepsilon(\alpha)\lambda(x)f(x)$. Тогда степень $g(x)$ — любого неприводимого делителя $L^{\theta}f(x)$, удовлетворяющего условию $g(x) \nmid K(\lambda_u, f_u)$, кратна N .

Доказательство. Допустим противное, а именно, что $(m, N) \neq N$, где m степень полинома $g(x)$. Тогда $S_u(x) = (x^m - 1, S(x))$ будет собственным делителем $S(x)$. Но $S_u(x) = a(x)(x^m - 1) + b(x)S(x)$ ($S_u(x) = \varepsilon(\alpha)\lambda_u(x)f_u(x)$), а поэтому в силу (1), (2) и (3) находим

$$L^{\rho\varepsilon(\alpha)\lambda_u(x)} L^{\rho L^{\rho\lambda_u(x)}} f_u(x) = A(x)L^{\rho}(x^m - 1) + B(x)L^{\rho L^{\rho\lambda(x)}} f(x). \quad (6)$$

По определению $p(x)L^{\rho}(x^m - 1) = \sum_{u=0}^k p_u(x^{uq^m} - x^u)$ ($p(x) = \sum_{u=0}^k p_u x^u$), а

это значит, что $x^{q^m} - 1 | p(x)L^{\rho}(x^m - 1)$ и $g(x) | p(x)L^{\rho}(x^m - 1)$. Согласно (5) $(p(x)L^{\rho\varepsilon(\alpha)\lambda(x)}, g(x)) = 1$, т. е. $(p(x), g(x)) = 1$, $g(x) | L^{\rho}(x^m - 1)$ и ввиду (3) $(p(x)L^{\rho\varepsilon(\alpha)\lambda(x)}, g(x)) = 1$. Стало быть из (6) в силу (4) следует

$$g(x) | L^{\rho L^{\rho\lambda_u(x)}} f_u(x). \quad (7)$$

Но соотношение (7) противоречит условию теоремы. Следовательно, наше предположение оказалось неверным. Значит $(m, N) = N$, что и требовалось доказать

Прямым следствием основной теоремы являются следующие утверждения:

Теорема 1. Пусть $p(x) = x$. Тогда степень полинома $g(x)$ совпадает с периодом $S(x)$, т. е. $m = N$.

Теорема 2. Полином $L^{\theta}f(x)$ ($p(x) = x$) разлагается на $K = N^{-1}q^{\nu}(q^{\nu} - 1)$ различных неприводимых в поле F_q делителей степени N , где ν и ν степени полиномов соответственно $f(x)$ и $\lambda(x)$. Стало быть, в частности (теорема Уре, Глисона, Карлица, Марша), для того чтобы функция $L^{\theta}f(x)$ ($p(x) = x$, $\lambda(x) = 1$, $\alpha = 0$) была неприводимой, необходимо и достаточно, чтобы полином $f(x)$ являлся примитивным в поле F_q . Или же

Теорема 3. Пусть q — простое число*, $f(x)$ ($f(1) \neq 0$) — примитивный полином, $\alpha \in F_q$ ($\alpha \neq 0$) и $\delta = 0, 1$ или $(1 + (-1)^q)$. Тогда полином $L^{\theta}L^{\delta}(x-1)^{\delta} f(x)$ неприводим над полем F_q .

* С некоторыми незначительными ограничениями аналогичная теорема верна и для произвольного $q = p^s$.

И, наконец,

Теорема 4. Пусть $f(x) = \prod_{u=1}^{\sigma} f_u(x)$, где $f_u(x)$ ($f_u(1) \neq 0$) — примитивные над полем F_2 полиномы с попарно взаимно-простыми степенями n_i , $\epsilon = (\epsilon_1, \dots, \epsilon_{\sigma})$ ($0 \leq \epsilon_i \leq 1$, $i = \overline{1, \sigma}$)

$$|\epsilon| = \sum_{u=1}^{\sigma} \epsilon_u, \quad f^{(\epsilon)}(x) = \prod_{u=1}^{\sigma} f_u(x)^{\epsilon_u}, \quad \theta(x) = xL^x(x-1)^{\delta} + \alpha$$

и $\delta = 0, 1$ или 2 . Тогда полином

$$F(x) = \prod_{u=0}^{\lfloor \sigma/2 \rfloor} \left(\prod_{|\epsilon| = \sigma - 2u - 1} L^0 f^{(\epsilon)}(x) \right)^{-1} \left(\prod_{|\epsilon| = \sigma - 2u} L^0 f^{(\epsilon)}(x) \right)$$

неприводим над полем F_2 .

Имеет место также и следующая

Теорема 5. Для любого натурального числа m полином $\psi_m(x)$, степени 2^m , определяемый рекуррентным соотношением

$$\psi_m(x) = \psi_{m-1}(x)^2 + (x + \alpha) \prod_{u=0}^{m-2} \psi_u(x)^2,$$

где $\alpha \in F_2$, $\psi_0(x) = x + 1 + \alpha$, неприводим над полем F_2 .

Вычислительный центр

Академии наук Армянской ССР

и Ереванского государственного университета

Հայկական ՍՍՀ ԳԱ Բրախից-անդամ Ռ. Ռ. ՎԱՐՇԱՄՈՎ

Վերջավոր դաշտերի վրա անվերածելի բազմանդամների
կառուցման մի եղանակի մասին

Գալուայի դաշտերի վրա բազմանդամների վերածելիության արտակարգ ինքնուրույն հետաքրքրություն ներկայացնող պրոբլեմը կարևոր դեր է կատարում ժամանակակից տեխնիկայում: Հոդվածում դիտարկվում է L^0 գծային օպերատորը, որի որոշման տիրույթը՝ Գալուայի F_q դաշտից վերցված գործակիցներով բազմանդամներն են: Դիտարկվում են L^0 օպերատորի որոշ հատկությունները և դրանց օգնությամբ ապացուցվում են մի շարք թեորեմներ, որոնք թույլ են տալիս անվերածելի բազմանդամներ կառուցել բացահայտ տեսքով՝ Գալուայի կամայական դաշտի վրա: Բացի այդ, վերջում տրվում է F_2 վերջավոր դաշտի վրա 2^n -րդ աստիճանի (որտեղ n -ը՝ կամայական բնական թիվ է) անվերածելի բազմանդամների կառուցման մի ուղղորենտ եղանակ:

ЛИТЕРАТУРА — Գ Ր Ա Կ Ա Ն Ո Ւ Թ Յ Ո Ւ Ն

¹ A. A. Albert, Fundamental concepts of Higher algebra, University of Chicago, 1956. ² N. Jlerler, J. Soc Induct. appl Math., v. 7 (1959). ³ R. Pelce, P. Eggreen, A communication technique for multipath channels, Prac., v. 46 (1958).

УДК 535.317

ФИЗИКА

А. Г. Багдоев, Г. С. Безиргенян

О дифракции интенсивной световой волны
 в неоднородной, кубически-нелинейной
 среде

(Представлено академиком АН Армянской ССР М. Л. Тер-Микаеляном 28/IV 1983)

1. Рассматривается ряд задач о взаимодействующих пучках и дифракции высокочастотных мощных световых волн в кубически-нелинейных, неоднородных средах ($\varepsilon = \varepsilon_0(\mathbf{r}) + \varepsilon(\mathbf{r}_1)|\mathbf{E}_1|^2$), где \mathbf{r} — радиус-вектор текущей точки возмущенной области, $|\mathbf{E}_1|$ — модуль амплитуды монохроматической волны.

Исходные уравнения Максвелла (при отсутствии сторонних токов) совместно с нелинейными материальными уравнениями для немагнитных ($\mu = 1$) нелинейных, неоднородных изотропных сред для вектора напряженности \mathbf{E} электрического поля сводятся к одному уравнению (1). Рассматривая линейно-поляризованные волны (2) ($\mathbf{E} = |\mathbf{E}|\mathbf{e}$, $\mathbf{e} = \text{const}$ — единичный вектор поляризации), ищем его решение в форме

$$\mathbf{E} = \text{Re}\{\mathbf{E}_1(\mathbf{r})e^{-i\omega t}\}, \quad (1)$$

где ω — основная циклическая частота, а вектор \mathbf{E}_1 для задачи с двумя эйконалами взаимодействующих волн записывается в форме

$$\mathbf{E}_1 = (Ae^{ip} + Be^{iq})\mathbf{e}, \quad (2)$$

где $A = ae^{i\varphi}$, $B = be^{i\psi}$ — комплексные амплитуды, причем A и B медленно меняющиеся функции координат $\left|\frac{\partial A}{\partial x_j}\right| \ll k|A|$; $\left|\frac{\partial B}{\partial x_j}\right| \ll k|B|$; $k = \sqrt{\varepsilon_0}\omega/c$, $j = 1, 2, 3$, p, q — основные эйконалы волн, a, b — их действительные амплитуды, а φ и ψ — дополнительные эйконалы возбужденных волн.

Подставив выражение \mathbf{E} и \mathbf{E}_1 из (1), (2) в вышеуказанное уравнение, умножив полученное уравнение поочередно на $\exp(-ip)$ и $\exp(-iq)$ и проведя осреднение по $p-q$, в отрезке $[0, 2\pi]$ с использованием дисперсионных соотношений $\sum_1^3 \alpha_j^2 = \sum_1^3 \beta_j^2 = k^2$ соответственно получаем параболическое уравнение для комплексных амплитуд:

$$\nabla^2 A + 2i \sum_1^3 \frac{\partial A}{\partial x_j} \alpha_j - 2i \frac{k^2}{\omega} A \left(\frac{d}{dt}\right)_+ \ln A e + \frac{\varepsilon \omega^2}{c^2} A (a^2 + 2b^2) = 0; \quad (3)$$

$$\nabla^2 B + 2i \sum_1^3 \frac{\partial B}{\partial x_j} \beta_j - 2i \frac{k^2}{\omega} B \left(\frac{d}{dt} \right)_- \ln B_e + \frac{\bar{\epsilon} \omega^2}{c^2} B (2a^2 + b^2) = 0, \quad (4)$$

где $\alpha_j = \partial p / \partial x_j$, $\beta_j = \partial q / \partial x_j$ ($j=1, 2, 3$) — компоненты волновых векторов основных волн, $A_e = 1/\sqrt{S_1 \sqrt{\epsilon_0}}$, $B_e = 1/\sqrt{S_2 \sqrt{\epsilon_0}}$ — лучевые решения, S_1 ,

S_2 — коэффициенты расхождения лучевых трубок, $\left(\frac{d}{dt} \right)_+ = \frac{\omega}{k^2} \sum_1^3 \alpha_j \frac{\partial}{\partial x_j}$,

$\left(\frac{d}{dt} \right)_- = \frac{\omega}{k^2} \sum_1^3 \beta_j \frac{\partial}{\partial x_j}$ — производные вдоль лучей.

В дальнейшем будем рассматривать плоскую или осесимметрическую дифракционные задачи, для которых удобно вводить криволинейную систему координат следующим образом: координату $x_1 = x$ направим вдоль лучей, а координату $x_2 = y$ — вдоль фронтов волн, при этом предполагается, что прямая и обратные волны в точке контакта имеют общую нормаль, т. е. $\alpha_1 = \beta_1 = -k$, $\alpha_{2,3} = \beta_{2,3} = 0$. Соответственно принятому допущению в дифракционных задачах ^(1,2) изменения комплексных амплитуд A и B в поперечном направлении возмущенной волновой области происходят намного быстрее, чем в продольном направлении, т. е. $\partial A / \partial y \gg \partial A / \partial x$, $\partial B / \partial y \gg \partial B / \partial x$.

Следовательно, в уравнениях (3) и (4) можно отбросить вторые производные по x и оставить лишь вторые производные по y . Отметим, что при изучении задачи дифракции на полубесконечном, непрозрачном экране предполагаем, что в точке контакта падающей (прямой) волны с краем экрана имеет место касание и, следовательно, фронты падающих и отраженных (обратных) волн, распространяясь в прямом и обратном направлении вдоль дифракционного луча OP (рис. 1), имеют общую нормаль. При таком выборе координат и

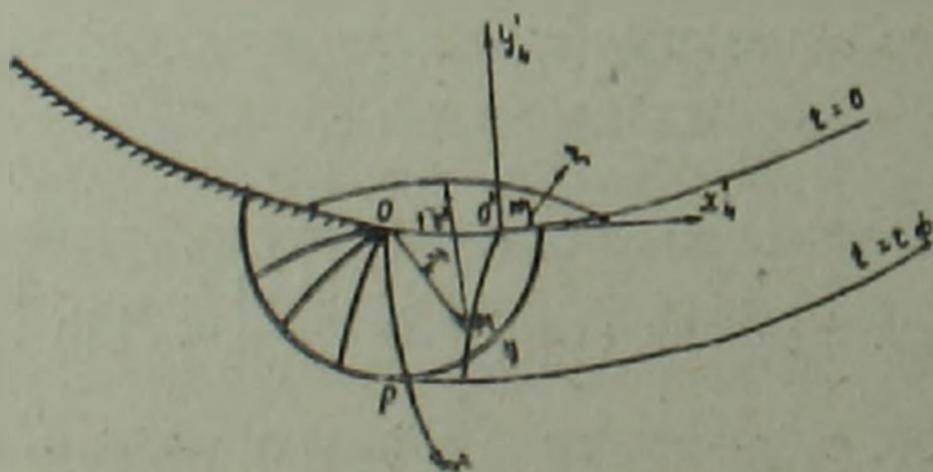


Рис. 1.

сделанном допущении уравнения для эйконалов и амплитуд запишутся в форме:

$$\frac{\partial^2 \bar{a}}{\partial y^2} - \bar{a} \left(\frac{\partial \varphi}{\partial y} \right)^2 + 2\bar{a}k \frac{\partial \varphi}{\partial x} + \frac{m}{y} \frac{\partial \bar{a}}{\partial y} + \epsilon_2 \frac{\omega^2}{c^2} \bar{a} (A_e^2 \bar{a}^2 + 2B_e^2 \bar{b}^2) = 0; \quad (5)$$

$$2 \frac{\partial \bar{a}}{\partial y} \frac{\partial \varphi}{\partial y} + \bar{a} \left(\frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} + \frac{m}{y} \frac{\partial \varphi}{\partial y} \right) - 2k \frac{\partial \bar{a}}{\partial x} + \epsilon_1 \frac{\omega^2}{c^2} \bar{a} (A_e^2 \bar{a}^2 + 2B_e^2 \bar{b}^2) = 0 \quad (6)$$

(уравнения для \bar{b} и ψ получаются соответственно из (5) и (6) заменой \bar{a} на \bar{b} , φ на ψ , k на $-k$), где $\bar{a} = a/A_e$, $\bar{b} = b/B_e$, $m=0$ соответ-

ствуется плоской, а $m=1$ осесимметричной задаче (для однородных сред $A_e = B_e = 1$).

Отметим, что уравнения для \bar{a} , φ , \bar{b} , ψ в случае одной основной волны ($a=0$ или $b=0$) выведены в (1).

В плоском случае и при $\epsilon_1=0$ уравнения для \bar{a} , φ , \bar{b} , ψ исследованы на стационарную устойчивость и показано, что интервал устойчивости одной волны шире, чем для двух волн.

2. Исходя из уравнений амплитуд и эйконалов для однородной среды и осесимметричной задачи исследуем ход распространения лучей двух взаимодействующих узких гауссовых пучков с начальными почти плоскими фронтами.

Представив решение уравнений для амплитуд и эйконалов в форме

$$a = \frac{a_0}{\sqrt{f_0^{m+1}}} \exp(-y^2/2y_0^2 f_0^2), \quad \varphi = k \left[\sigma_0(x) + \frac{y^2}{2R_0(x)} \right],$$

(выражения b и ψ получаются из a и b заменой соответственно a_0 на b_0 , f_0 на f_1 , y_0 на y_1 , σ_0 на σ_1 и R_0 на R_1), где a_0, b_0 — начальные амплитуды волн, y_0, y_1 — начальные ширины волновых пучков, σ_0, σ_1 — набег фаз по оси пучков, R_0, R_1 — радиусы кривизны волновых фронтов, f_0, f_1 — безразмерные ширины пучков, и подставив в них, после разложения $\exp(-y^2/2y_j^2 f_j^2)$ ($j=0, 1$) в ряд и приравнивания членов нулевого и первого порядка малости по y^2 , получаем уравнения для $\sigma_0, \sigma_1, f_0, f_1$. Отметим, что уравнения, которые получаются из (6) или из уравнения для эйконала ψ в нулевом и первом приближении по y^2 , совпадают только для осесимметричной задачи ($m=1$) при условиях: $a_0 = b_0, y_0 = y_1, f_0 = f_1 = f$ и соответственно дают:

$$\frac{1}{R_0} = f'/f + \frac{3}{2} \frac{\epsilon_1}{\epsilon_0} k \frac{a_0^2}{f^2}, \quad \frac{1}{R_1} = f'/f - \frac{3}{2} \frac{\epsilon_1}{\epsilon_0} k \frac{a_0^2}{f^2}, \quad \left(f' = \frac{df}{dx} \right). \quad (7)$$

Для плоской задачи при $\epsilon_1=0$ получаются взаимоисключающие друг друга уравнения. Поэтому для плоской диссипативной задачи решение в форме гауссовых пучков не имеет места.

Приравнявая в (5) и в уравнении для \bar{b} члены порядка y^2 , получаем одинаковые по виду уравнения, в которых фигурируют соответственно $\frac{1}{R_0}$ и $\frac{1}{R_1}$. Подставляя в них их выражение из (7), получаем одно и то же уравнение:

$$f'' = \frac{1}{4l_A^2 f^3} - \frac{3}{F_{\text{нл}} f^3}, \quad \text{где } \frac{1}{l_A} = \frac{2}{ky_0^2}, \quad \frac{1}{F_{\text{нл}}} = a_0^2 \left(\frac{3}{4} a_0^2 k^2 \frac{\epsilon_1^2}{\epsilon_0^2} + \frac{1}{y_0^2} \frac{\epsilon_2}{\epsilon_1} \right). \quad (8)$$

Из уравнения (8) видно, что диссипация существенна для не очень малых амплитуд высокочастотных волн и усиливает фокусирование.

Граничные условия для симметрично расположенных одинаковых пучков зададим в форме:

$$f_j(\pm x_1) = 1, \quad \frac{df_j(\pm x_1)}{dx} = \pm \Gamma \quad (j=1, 2), \quad \Gamma = \frac{1}{R_0(x)} - 3 \frac{\epsilon_1}{\epsilon_0} a_0^2 k. \quad (9)$$

Для выполнения условия $f_0(x) = f_1(x)$ следует потребовать четность функции $f(x)$.

Интегрируя (8) с использованием вторых граничных условий (9), находим

$$ff' = \pm \sqrt{(f^2 - 1)n + \Gamma^2 f^2}, \quad \text{где } n = \frac{1}{4l_d^2} \left(1 - 12 \frac{l_d^2}{F_{\text{на}}} \right)^* \quad (10)$$

Рассмотрим случай $n < 0$, который имеет место при преобладании рефракции над дифракцией. В этом случае $f < 1$, $f' > 0$ ($\Gamma > 0$), и следует в (10) брать верхний знак. Тогда из (10) при условиях (9) получаем

$$\frac{\sqrt{f^2(\Gamma^2 + n) - n}}{\Gamma^2 + n} = |x| - x_1 + \frac{\Gamma}{\Gamma^2 + n} \quad (11)$$

Из решения (11) следует, что фокусирование происходит при $x_\phi = x_1 - 1/d$ ($d = \sqrt{-n} + \Gamma$). Из выражения x_ϕ видно, что фокусы двух пучков располагаются к $|x| = x_1$ примерно в $1/\sqrt{3}$ ближе по сравнению с фокусным расстоянием для одного пучка.

Допустим, что $x_\phi > 0$. Тогда для значения $x < x_\phi$ $f' < 0$, и следует перед корнем в (10) брать нижний знак. После интегрирования получаем

$$\frac{1}{\Gamma^2 + n} (\sqrt{f^2(\Gamma^2 + n) - n}) = |x| - x_1 - \frac{1}{\Gamma^2 + n} (2\sqrt{-n} - \Gamma) \quad (12)$$

Из (12) следует, что $f = 1$ при $x = \tilde{x} = x_1 - 2/d$. График функций (11), (12) изображен на рис. 2, где пунктиром проведены нереализуемые

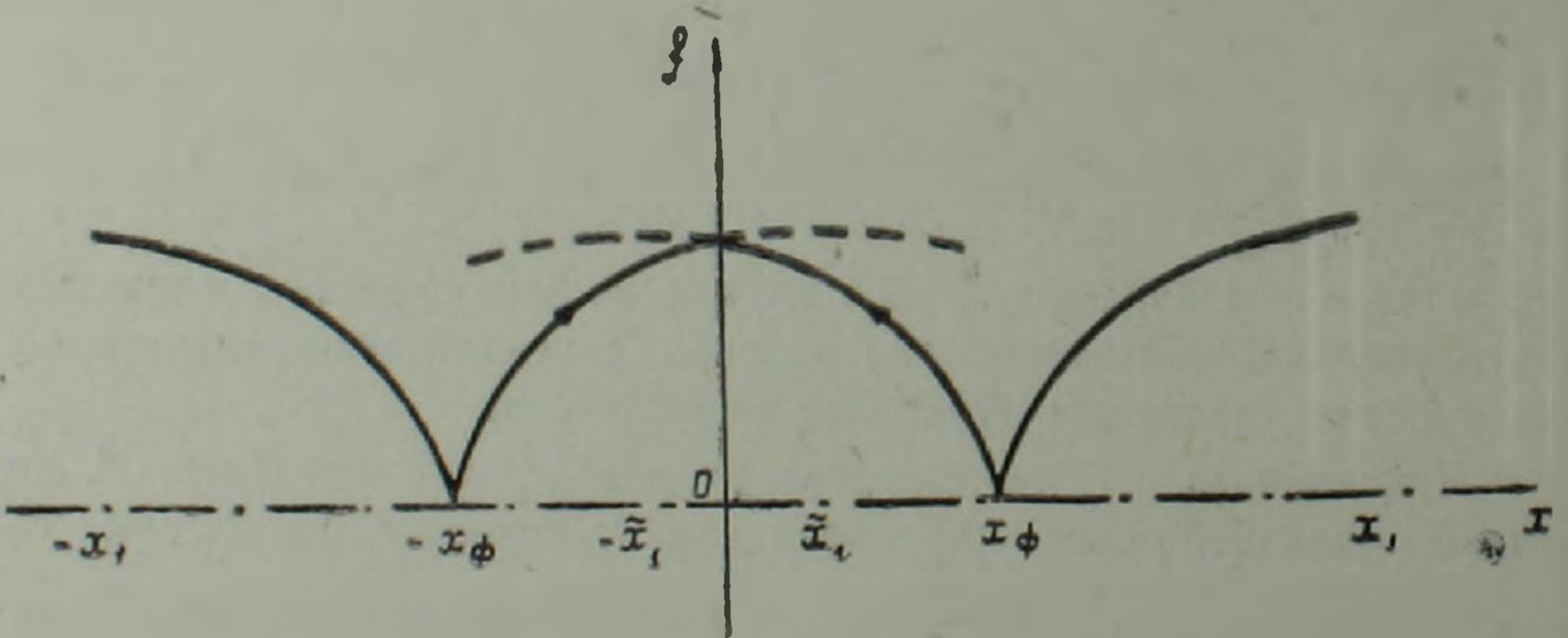


Рис. 2.

части кривых. Для получения гладкой функции, которая имеет физический смысл, следует наложить на x_1 условия: $x_1 = \frac{1}{d}$ или $x_1 = \frac{2}{d}$

Для непрерывности уклона лучей относительно оси Ox следует считать $\epsilon_1 = 0$. Соответствующие кривые изображены на рис. 3.

Решения (11), (12), в которых $|x|$ заменен на x и выбрано $\frac{1}{R_0(x)} = 0$, описывают также отражение волны, которая при $x = x_1$ ста-

* Для одного пучка второе слагаемое в скобке (10) уменьшается втрое.

новится плоской и совпадает с плоским отражателем, причем отраженные лучи совпадают с падающими; при этом решение дается правой ветвью на рис. 3, включая пунктир.

3. Пусть мощная световая волна, генерируемая лазерным гене-

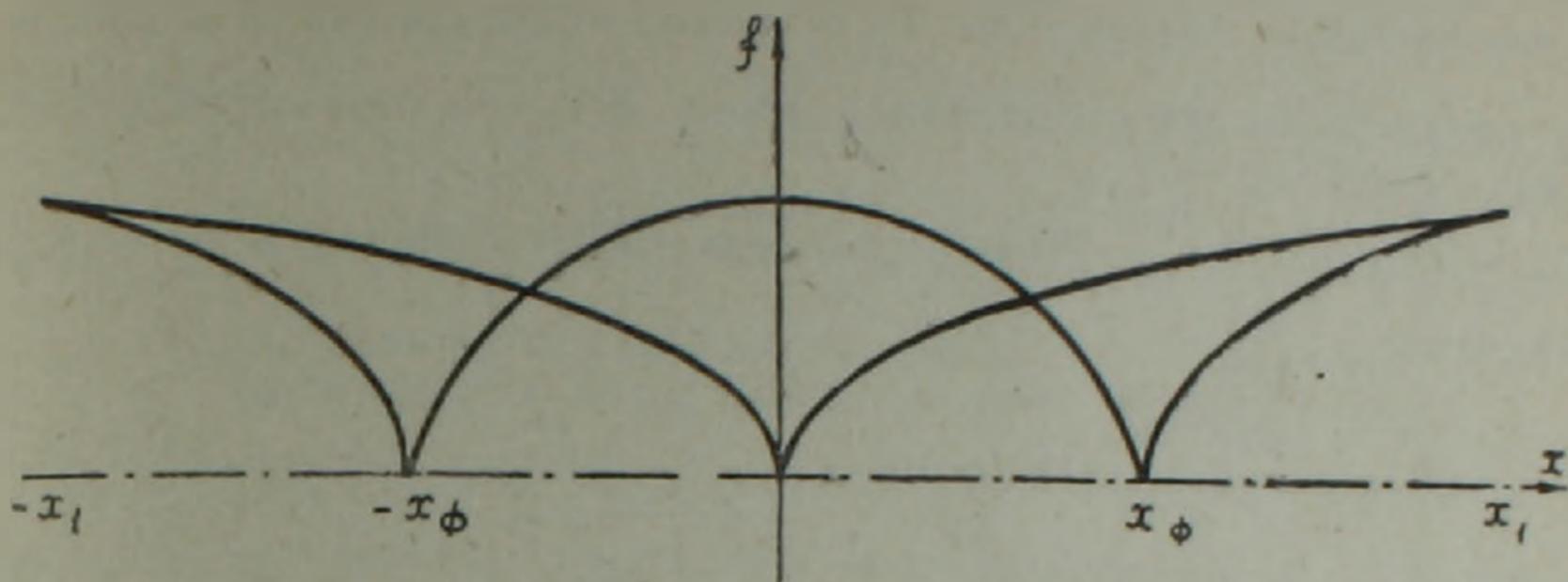


Рис. 3.

ратором, падает на непрозрачный тонкий полубесконечный экран произвольной формы. Материальная среда, в которой распространяются электромагнитные волны, предполагается изотропной, неоднородной и линейной. Допустим, что в момент $t=0$ фронт волны касается экрана в точке O (рис. 1). Рассматривается плоская задача распространения волн с вектором E , перпендикулярным к плоскости возмущений. Обозначим через $t=t_φ$ положение фронта падающей волны в любой момент времени t . В произвольный момент t возьмем точку M , расположенную вблизи фронта $t=t_φ$ и дифракционного луча OP . Определим напряженность возмущенной волновой области в точке M . Следуя ⁽³⁾, введем координаты ζ, x_4 , где ζ — расстояние любой точки, расположенной за фронтом $t=0$, до текущей точки N , расположенной на ней, а $x_4 = \overline{ON}$ дуга.

Начальные условия согласно теории Кирхгофа и работе ⁽³⁾ зададим в форме: $E|_{t=0} = U_0(x, y) = A\zeta^\lambda x_4^\nu$, $\frac{\partial E}{\partial t}|_{t=0} = \frac{1}{c_0} \frac{\partial E}{\partial \zeta} = \frac{A\lambda}{c_0} \zeta^{\lambda-1} x_4^\nu$, где

λ, ν, A — постоянные числа, а c_0 — начальная скорость волны, причем для $\zeta < 0, x_4 < 0$, впереди волны и на экране начальные условия нулевые. Отметим, что значения $\lambda=0, \nu=0$ соответствуют скачкообразной волне. Согласно работе ⁽³⁾ $E = A\lambda c_0^{-\lambda} \sqrt{2 \left| \frac{\partial \mathbf{r}'}{\partial \beta} \right|} \iint_{\Sigma} \frac{1}{\sqrt{\varphi}} x_4^\nu \zeta^{\lambda-1} d\zeta dx_4$, где

$\varphi = c_0(t - t_φ) - \frac{1}{2}(k_1 - k_2)(x_4 - s)^2 - \zeta$, Σ — площадь, ограниченная линия-

ми $\zeta=0$ и квазиокружностью, которая получается из пересечения характеристического коноида, проведенного через точку (x, y, t) (проекцией которой является точка M) с плоскостью $t=0$. k_1, k_2 — соответственно кривизны квазиокружности и начальной волны, s — значение x_4 для точки M , $\mathbf{r}' = \mathbf{r}'(\tau', \beta)$ — поле лучей, проходящих через точку M ⁽⁴⁾.

Используя соотношение, полученное в ⁽³⁾ (с. 254, формула (5.5)), и принцип взаимности фундаментальных решений ⁽⁴⁾ $c_0 |\partial \mathbf{r}' / \partial \beta| =$

$=c_n/H_2$, $H_2 = \left| \frac{\partial r}{\partial \theta} \right|$ — коэффициент Ламе для точечной волны, θ — угол

наклона лучей точечной волны $t = \tau$ к оси x_4 (⁵), можно показать, что $(k_1 - k_2)s = \vartheta_0 - \vartheta$. Вычисляя выражение E при $\lambda = 0$, $\beta = 0$ и делая преобразование Лапласа по $t - \tau$, можно получить решение для периодической во времени волны в форме: $E = \frac{A_1}{2\omega} [(1 - C - S) + i(C - S)]$,

$A_1 = 1/\sqrt{S}\sqrt{\epsilon_0}$, $\xi = \frac{\sqrt{\omega}}{K}$, $K = \frac{1}{\vartheta - \vartheta_0} \int \sqrt{2c_0(k_1 - k_2)}$, $S(\xi)$, $C(\xi)$ — интегралы Френеля.

Институт механики
Академии наук Армянской ССР

Ա. Գ. ԲԱԳԴՈՅՎ, Գ. Ս. ԲԵԶԻՐԳԵՆՅԱՆ

Անհամասեռ, խորանարդ աստիճանով ոչ գծային միջավայրում ինտենսիվ լույսային ալիքների դիֆրակցիան

Դիտարկվում են մի քանի խնդիրներ նեղ փնջերի համադրեցության և հզոր, բարձր հաճախականության լույսային ալիքների դիֆրակցիայի մասին:

Ոչ գծային միջավայրում երկու ալիքների համար ստացված են կապված հավասարումներ կոմպլեքս ամպլիտուդաների համար: Հարթ և առանցքասիմետրիկ փնջերի իրական ամպլիտուդաների և ֆազաների համար ստացված է հավասարումների սիստեմ: Ցույց է տրված, որ երբ դիֆրակցիայի համար թափանցելիության ոչ գծային մասը կոմպլեքս մեծություն է, ստացված հավասարումների սիստեմն ունի գառայան փնջերի տեսքի ճշգրիտ լուծում միայն առանձգասիմետրիկ փնջերի համար: Բարձր հաճախականության ալիքների համար ինչպես դիսպացիան, այնպես էլ փնջերի փոխադրեցությունը էապես ազդում են ֆոկուսացման վրա:

Դիտարկված է նաև անհամասեռ ոչ գծային միջավայրում դիֆրակցիայի խնդիրը կիսաանվերջ, կամայական տեսքի էկրանի վրա:

ЛИТЕРАТУРА — ԿՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

- ¹ С. А. Ахманов, Р. П. Сухоруков, Р. В. Хохлов, УФН, т. 93, вып. 1 (1967).
² В. Н. Бабич, Уч. зап. ЛГУ. Сер. мат. наук, т. 6, № 246, вып. 32 (1958). ³ Р. Курант, Уравнения с частными производными, М., 1964. ⁴ А. Г. Багдоев, Распространение волн в сплошных средах, Изд-во АН АрмССР, Ереван, 1981.

УДК 553.3+550.3

МЕТАЛЛОГЕНИЯ

А. И. Карапетян, А. А. Киракосян

О сейсмичности и рудоносности узловых зон пересечений
глубинных разломов территории Армянской ССР

(Представлено академиком АН Армянской ССР А. А. Габриеляном 20/IV 1983)

С целью изучения временного хода проявления землетрясений, приуроченных к зонам главнейших общекавказских глубинных разломов, нами (¹) были построены пространственно-временные графики, из которых стало очевидным, что вдоль этих зон очаги землетрясений распределены крайне неравномерно. Наиболее высока их концентрация в пределах сравнительно небольших участков, которые часто соответствуют узловым зонам пересечений рассмотренных глубинных разломов с поперечными или широтными глубинными разломами и границам определенных тектонических блоков, которые за время длительной геологической истории характеризовались различными тенденциями развития. Некоторые из этих участков одновременно представляют собой поля, в пределах которых интенсивно проявлено гидротермальное оруденение.

Вместе с тем среди сейсмоактивных участков выделяются также, в пределах которых в настоящее время оруденение либо отсутствует, либо проявлено очень слабо. В связи с этим возникли вопросы: какие из узловых зон пересечений глубинных разломов обладают наибольшей сейсмоактивностью и как они распределены на территории республики; существует ли какая-нибудь связь между сейсмоактивностью узловых зон и их рудоносностью. Для решения этих важных для сейсмо- и рудопрогноза вопросов необходимо было определить относительную сейсмоактивность узловых зон пересечений известных на территории Армянской ССР основных глубинных разломов. С этой целью нами были составлены диаграммы временного хода сейсмичности по разломам, выявленным геологическими и (или) геофизическими методами (²⁻⁶). Всего была изучена 21 разломная зона (по пять разломов общекавказского, меридионального и широтного, шесть—поперечного (северо-восточного) простираний), в пределах территории республики в общей сложности образующие 35 узловых зон (рис. 1). Временной ход сейсмичности последних определялся на основании имеющихся к настоящему времени всех относительно достоверных инструментальных данных о свыше шести тысячах землетрясений, накопленных с 1962 г., с использованием имеющихся в литературе данных о сильных и разрушительных землетрясениях, имевших место здесь начиная с VIII в. н. э. Для характеристики узловых зон как в отношении частоты, так и интенсивности проявления землетрясений были по-

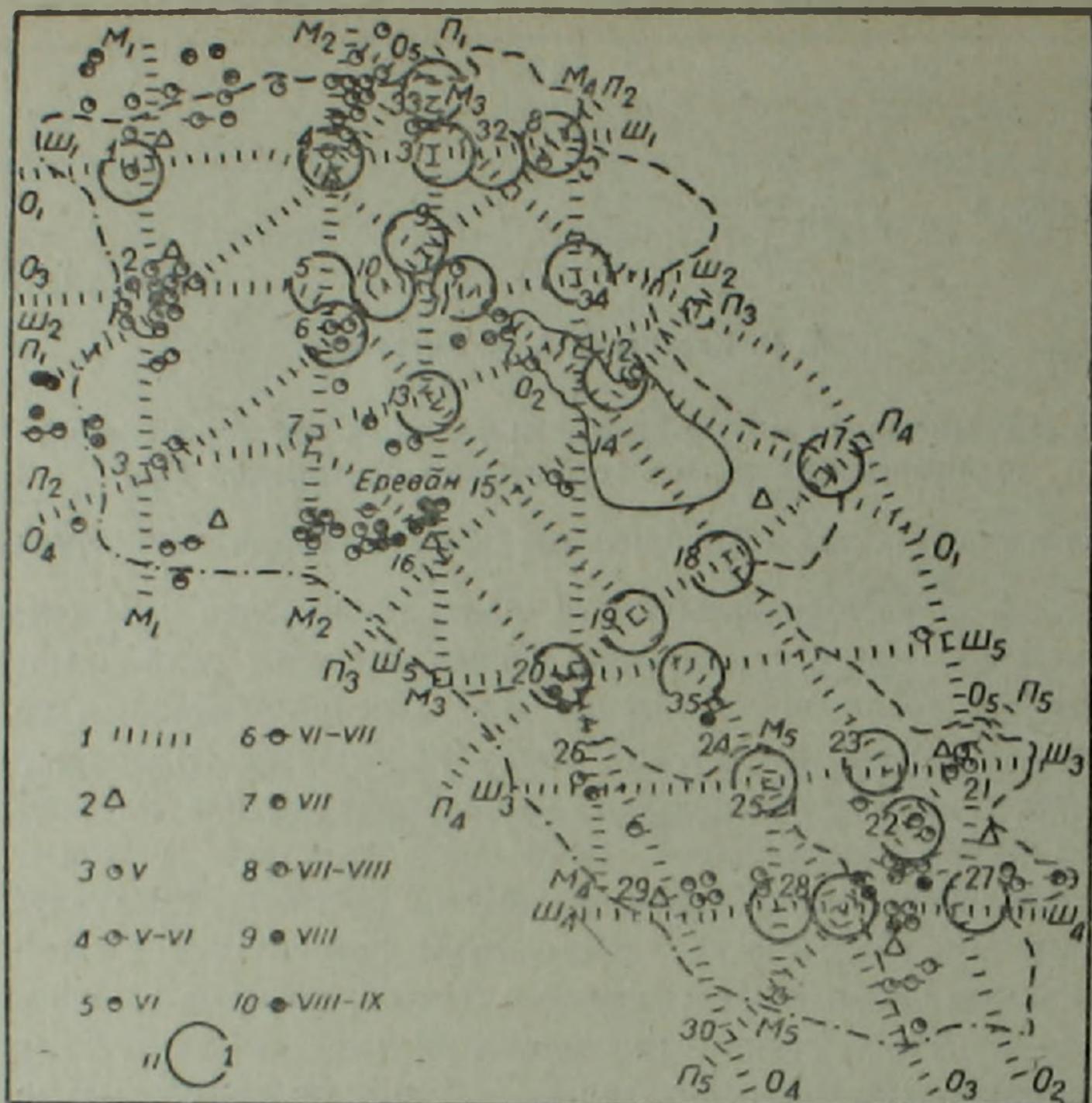


Рис. 1 Схема расположения глубинных разломов (1), сейсмостанций (2), эпицентров сильных землетрясений, имевших место за 735—1976 гг., с показом интенсивности в баллах (по MSK—64) (3—10) и рудных полей, совпадающих с узловыми зонами пересечения глубинных разломов территории Армянской ССР (11). Значение указанных на карте букв см. в примечании к таблице

строены графики (рис. 2) для землетрясений со всеми энергетическими классами $5 < K \leq 13$ (слева) и в отдельности для землетрясений с $K \geq 9$ (справа). Систематизация и обработка исходного материала по зонам разломов, принятым в виде полос шириной до 20 км, произведены на электронно-вычислительной машине марки М-1050.

По рассмотренным зонам разломов (рис. 2) следует, что узлы с повышенными и максимальными значениями интенсивности и частоты проявления землетрясений преобладают. Количество узловых зон с максимальными и повышенными значениями для землетрясений со всеми энергетическими классами ($5 \leq K \leq 13 = 43,6\%$) и в отдельности для $K \geq 9$ почти в 1,5 раза превышает количество узлов с минимальными и пониженными значениями землетрясений. При этом наибольшее количество узловых зон с максимальным и повышенным значениями интенсивности проявившихся землетрясений приурочено к общекавказским разломам.

Максимальные значения частоты землетрясений характерны для узлов пересечений разломов общекавказских с широтными простираниями. Высокой частотой и интенсивностью землетрясений характеризуются также сложные узлы, отличающиеся высокой частотой зем-

летрясений (всего 495), которые, однако, характеризовались сравнительно небольшой силой.

Среди узлов пересечений общекавказских и поперечных разломов выделяются и такие, которые характеризуются минимальными и по-

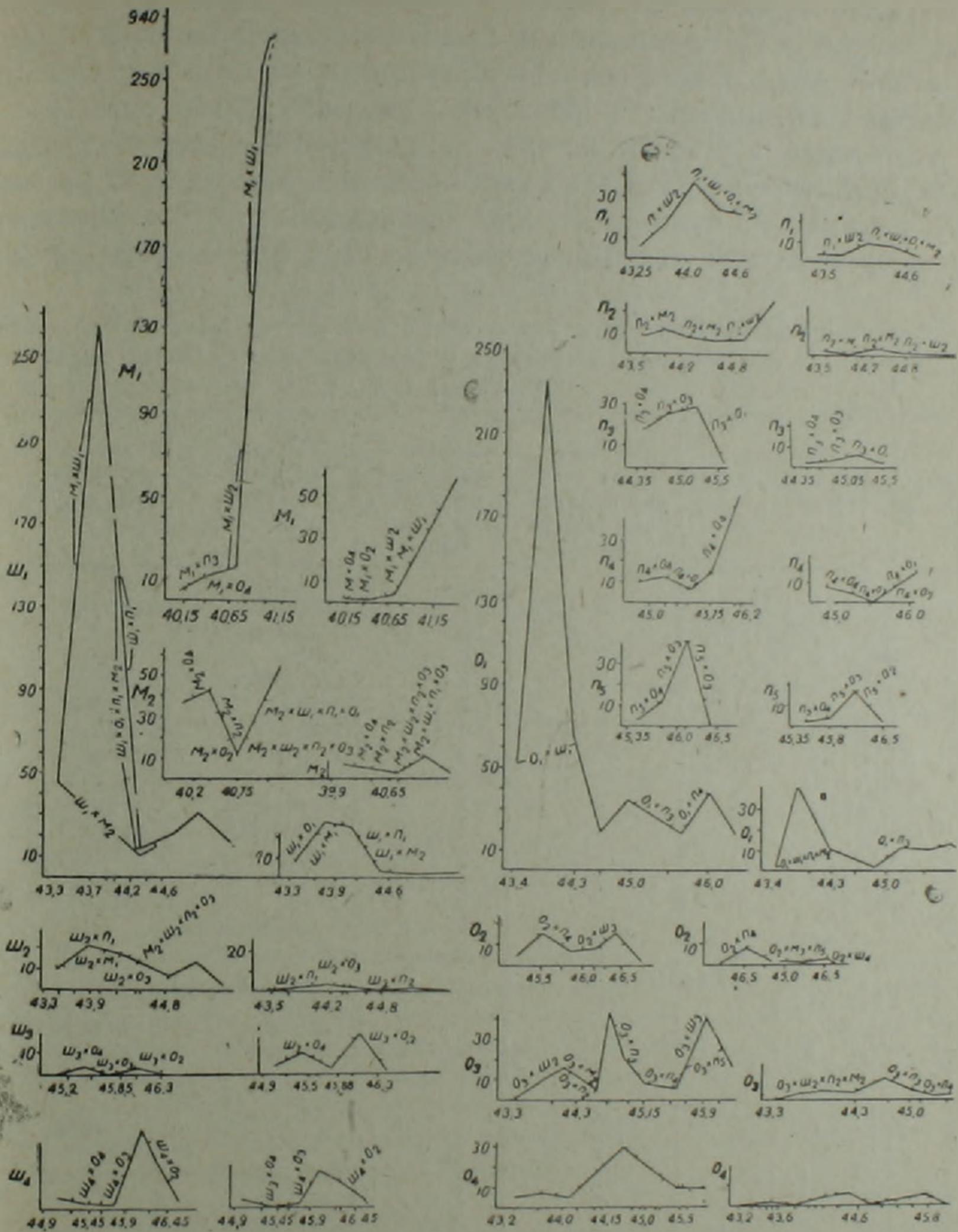


Рис. 2. Графики сейсмоактивности и распределения землетрясений вдоль основных зон разломов, выявленных геологическими и (или) геофизическими методами на территории Армянской ССР

ниженными значениями интенсивности и количества землетрясений. В этом отношении особенно отличается Севано-Зангезурский (O₂) глубинный разлом, который почти на всех пересечениях с широтными, поперечными разломами дает пониженные значения интенсивности и частоты проявления землетрясений. Обобщенные в таблице данные по сейсмичности и рудоносности рассматриваемых узловых зон показывают, что преобладающее большинство из них соответствует полям

развития рудной минерализации. Этот факт, наряду с установленным нами ранее фактом повышенной сейсмоактивности большинства узловых зон (¹), дает основания сделать заключение об общности причин, обуславливающих сейсмоактивность и высокую магмо- и рудопроницаемость определенных участков земной коры. Среди рассмотренных узловых зон с максимальным, повышенным, средним, пониженным и минимальным значениями интенсивности и частоты проявленных землетрясений выделяются интенсивно, умеренно, слабо рудоносные, а также такие, в пределах которых оруденение пока еще не установлено. Существенные различия в сейсмичности и рудоносности различных узловых зон можно объяснить индивидуальными особенностями их внутреннего строения. Приведенные на рис. 3 возможные случаи

Характеристика сейсмичности и рудоносности узловых зон пересечений главных меридиональных, широтных, поперечных и общекавказских разломов территории Армянской ССР

№ узловых зон	Слагающие узлы пересечения	Сейсмичность по историческим данным с VIII в. н. э.	Сейсмичность по данным с 1962 по 1980 г.	Степень рудоносности	Рудное поле или месторождение
1	$M_1 \times Ш_1 \times O_1$	3	1 — 2	Умеренная	Амасия
2	$M_1 \times П_1 \times Ш_2 \times O_3$	1	3 — 4	Не установлена	—
3	$M_1 \times П_2 \times O_4$	3	5 — 5	—	—
4	$M_2 \times П_1 \times Ш_1 \times O_1$	2	2 — 1	Сильная	Арманис
5	$M_2 \times Ш_2 \times O_3$	5	5 — 5	Слабая	Сарикая
6	$M_2 \times П_2$	2	4 — 5	Сильная	Анкаван
7	$M_2 \times O_4$	5	2 — 3	Слабая	Арагац
8	$Ш_1 \times П_2$	3	5 — 5	—	Севкар
9	$O_1 + П_2$	3	3 — 4	Сильная	Тандзут
10	$Ш_2 \times П_2$	2	3 — 4	Умеренная	Тежсар
11	$Ш_2 \times O_1$	2	4 — 5	—	Гамзачиман
12	$O_1 \times П_3$	5	3 — 3	—	Шоржа
13	$П_2 \times O_3$	2	5 — 1	—	Раздан
14	$O_2 \times П_3$	5	3 — 2	Не установлена	—
15	$O_3 \times П_3$	2	2 — 2	—	—
16	$O_4 \times П_3$	1	1 — 1	—	—
17	$O_1 \times П_4$	5	3 — 3	Сильная	Зод
18	$O_2 \times П_4$	5	1 — 1	Слабая	Варденис
19	$O_3 \times П_4$	5	4 — 5	Умеренная	Газма
20	$O_4 \times П_4$	2	2 — 5	—	Советашен
21	$Ш_3 \times П_5$	2	1 — 1	Не установлена	—
22	$Ш_3 \times O_2$	5	1 — 1	Умеренная	Дастакерт
23	$П_5 \times O_2$	2	2 — 2	—	Сваранц
27	$Ш_4 \times O_4$	2	4 — 5	Сильная	Кафан
28	$O_3 \times Ш_4 \times П_5$	2	1 — 1	Умеренная	Гехи
31	$Ш_1 \times M_3$	3	2 — 2	Сильная	Техут
32	$Ш_1 \times O_5$	5	2 — 2	—	Техут
33	$П_1 \times M_3$	3	2 — 3	—	Шамлуг-Ахтала
34	$Ш_2 \times M_4$	5	4 — 3	Умеренная	Дилижан
35	$O_3 \times Ш_5$	5	4 — 5	Сильная	Азатек

Примечания. Ш—широтные, М—меридиональные, П—поперечные (северо-восточные), О—общекавказские, О₁—Севанский глубинный разлом, О₂—Севано-Зангезурский, О₃—Ленинакан-Ордубадский, О₄—Ереванский, О₅—Алаверди-Кафанский; 1—максимальная, 2—повышенная, 3—средняя, 4—пониженная, 5—минимальная.

взаиморасположения слагающих узловых зон блоков показывают, что в зависимости от направления действующих сил и конфигурации

блоков могут образоваться не только в различной степени благоприятные для внедрения магмы и рудообразующих растворов условия, но и различной силы и характера землетрясения.

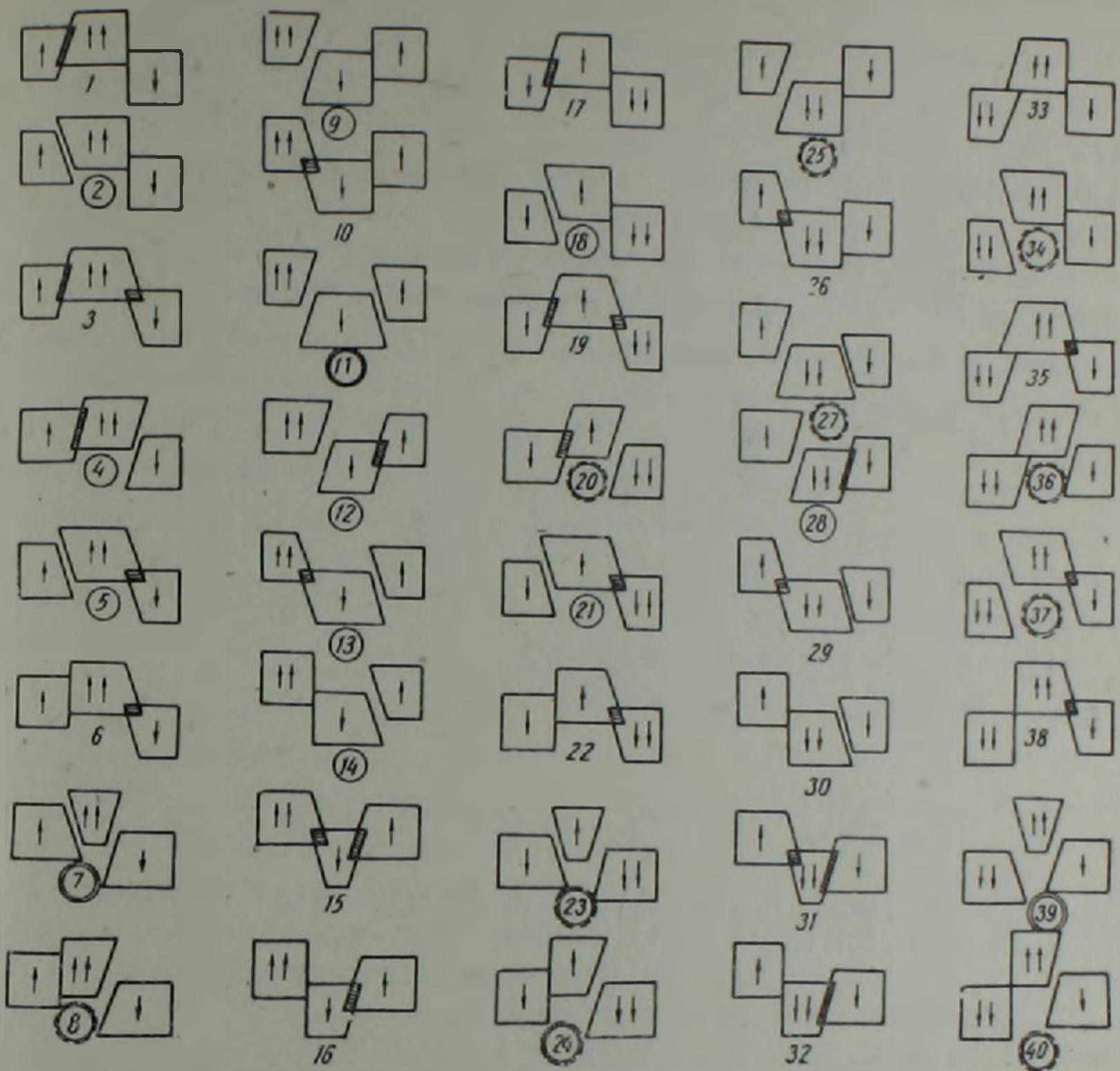


Рис. 3. Случаи возможного расположения слагающих узловых зон глубоких разломов, установленных на территории Армянской ССР. Выделяются очень благоприятные (двойные кружки), весьма благоприятные (сочетание сплошных и пунктирных кружков), благоприятные (сплошные кружки) и неблагоприятные (остальные) для внедрения магмы и рудообразующих растворов. Двумя стрелками, направленными вверх, показаны блоки стабильного поднятия, одной стрелкой, направленной вверх—блоки с тенденцией воздымания, двумя стрелками вниз—блоки стабильного опускания, одной стрелкой—блоки с тенденцией опускания

Таким образом, существенные различия в степени и характере сейсмичности и рудоносности различных узловых зон обусловлены особенностями внутреннего строения самих разломов (кинематические типы, глубина и элементы залегания разломных зон, их мощность, взаиморасположение и относительное время возникновения), которые в итоге обуславливают возможность образования благоприятных для магмо- и рудообразования условий.

Հայկական ՍՍՀ տարածքի խորքային բեկվածքների հատման, հանգուցային զոնաների սեյսմիկականության և հանեաբերության մասին

ՀՍՍՀ տարածքում արձանագրված ավելի քան 6 հազար երկրաշարժերի տվյալների մեքենայական մշակման արդյունքների հիման վրա կազմվել է խորքային բեկվածքների հանգուցային զոնաների սեյսմաակտիվության գրաֆիկներ: Վերջիններիս համաձայն բարձր, մաքսիմալ և միջին սեյսմաակտիվությամբ բնութագրվող հանգուցները քանակապես գերակշռում են թույլ և ցածր սեյսմաակտիվությամբ բնութագրվողներին, իսկ հանգուցների ավելի քան 70%-ը համապատասխանում են ներծին հանքայնացում պարունակող դաշտերին, որը հեղինակների կարծիքով վկայում է սեյսմաակտիվություն և հանքայնացում պայմանավորող ընդհանուր պատճառներով: Դիտվող հանգուցների սեյսմաակտիվության և հանքաբերության մեջ նկատվող տարբերությունները, ըստ հողվածի հեղինակների, կարելի է բացատրել հանգուցների ներքին կառուցվածքների առանձնահատկություններով: Կախված ազդող ուժերի ուղղություններից և հանգուցների կառուցվածքում մասնակցող բեկորների կոնֆիգուրացիայից, առաջանում են ոչ միայն մագմատիզմի և հանքայնացման համար տարբեր աստիճանի բարենպաստ պայմաններ, այլև տարբեր ուժի և բնույթի երկրաշարժեր:

ЛИТЕРАТУРА — ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

- ¹ А. И. Карапетян, С. Н. Назаретян, А. А. Киракосян, Изв. АН АрмССР. Науки о Земле, т. 36, № 1 (1983). ² А. Т. Асланян, Региональная геология Армении, Ереван, 1958. ³ А. А. Габриелян, Основные вопросы тектоники Армении, Изд. АН АрмССР, Ереван, 1959. ⁴ Б. М. Меликсетян, Б. К. Архипов, Г. П. Капралов и др., Изв. АН АрмССР. Науки о Земле, т. 28, № 6 (1975); т. 29, № 1 (1976). ⁵ С. Н. Назаретян, С. С. Казарян, Изв. АН АрмССР. Науки о Земле, т. 29, № 3 (1976). ⁶ С. Н. Назаретян, ДАН АрмССР, т. 58, № 4 (1978). ⁷ А. И. Карапетян, Эндогенные рудные формации Памбак-Зангезурской зоны Малого Кавказа, Изд. АН АрмССР, Ереван, 1983. ⁸ Н. К. Карапетян, Изв. АН СССР. Сер. геол., т. 13, № 1 (1960).

УДК 591.182+577.352

БИОФИЗИКА

В. Л. Арванов, М. А. Сулейманян, С. Б. Мажинян, С. Н. Айрапетян

О действии уабаина на процессы взаимодействия АТФ с наружной стороной нейрональной мембраны

(Представлено академиком АН Армянской ССР В. В. Фанарджяном 4/VII 1983)

В настоящее время установлено, что аденозинтрифосфат (АТФ) является не только основным источником энергии в биологических системах, но может выступать и в роли как медиатора нервной системы, так и модулятора синаптических процессов (¹⁻⁴). Известно, что нервные клетки улитки могут служить хорошей моделью для фармакологических исследований (⁵). В нашей предыдущей работе (⁶) было показано, что уабаин—специфический ингибитор Na, K-АТФазы мембраны блокирует АХ-вызванные токи перфузированного изнутри нейрона путем подавления процесса связывания АХ с рецепторами мембраны. Поэтому представляло также интерес исследование действия уабаина на процессы взаимодействия АТФ с нейрональной мембраной для более глубокого понимания медиаторной роли АТФ и механизмов функциональной корреляции между системой Na, K-АТФазы мембраны и ее рецепторными свойствами.

Опыты проводились с помощью электрофизиологической и изотопной методик. Потенциометрическое исследование АТФ-вызванных трансмембранных токов проводилось с помощью методики фиксации напряжения и внутриклеточной перфузии гигантских нейронов улитки *Helix*. Предыдущими нашими работами (⁶) было установлено, что внутриклеточно-перфузированные нейроны являются удобной моделью для изучения хеморецептивных свойств нейрональной мембраны. Для исследования процесса связывания радиоактивных молекул АТФ с мембраной нервные ганглии улитки инкубировали в течение 20 мин в 3 мл наружного раствора, содержащего 10^{-5} М немеченого и 30 мкКи меченого α^{32} -АТФ (фирма «Amersham»). Затем, после двукратного промывания холодным рингеровским раствором, содержащим 10^{-5} М «холодного» АТФ, ганглии растворяли в 2 мл растворителя «протозол» (фирма «New England Nucl. Corp.») при 45°, добавляли сцинтилятор Брея (⁷) и считали количество связанных радиоактивных молекул АТФ в ганглиях на сцинтиляционном спектрометре СЛ-4221 (фирма «Intertecnlque»).

В настоящее время известно, что мембранные рецепторы, взаимодействующие с медиатором, располагаются обычно на наружной стороне нейрональной мембраны и в большинстве случаев ионофоретическое введение медиаторов внутрь клетки не вызывает генерации специфического ответа мембраны, реализующегося при наружной аппли-

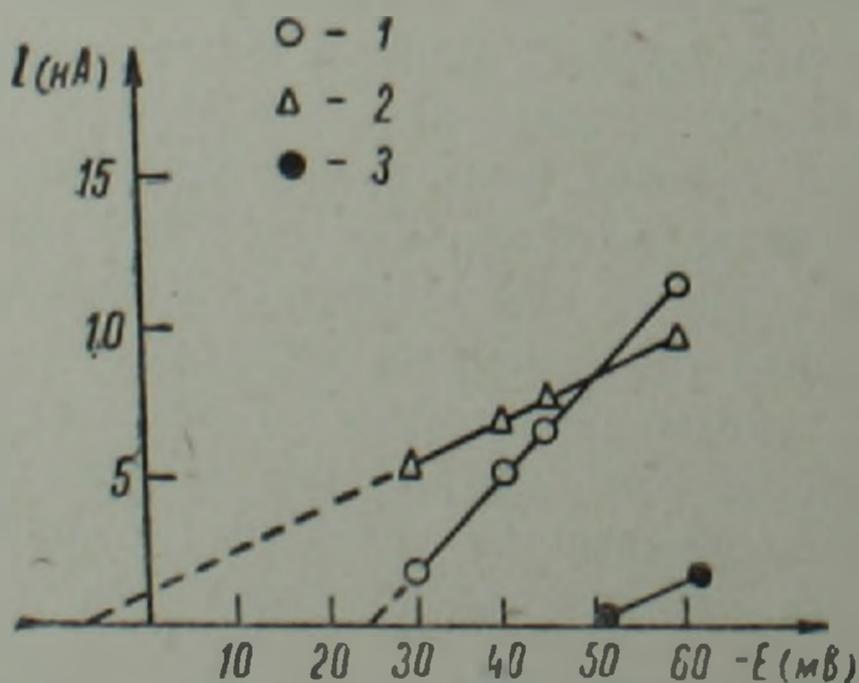
кации медиатора (8). Для того чтобы выяснить, обусловлено ли действие АТФ на нейрональную мембрану его взаимодействием с определенными мембранными рецепторами или же оно неспецифично, было изучено действие АТФ с наружной и с внутренней сторон мембраны на трансмембранные токи перфузированного нейрона.

В предыдущей работе (6) нами было идентифицировано два типа нейронов, различающихся ионными механизмами генерации АХ-ответов и их чувствительностью к убаину. АХ-ответы у нейронов типа А обуславливались АХ-вызванными увеличениями мембранной проницаемости для ионов Na^+ и Cl^- и блокировались убаином. Генерация АХ-ответов нейронов типа Б реализовалась за счет увеличения мембранной проницаемости для ионов Na^+ и K^+ , и они были нечувствительны к убаину.

Исследование действия АТФ с наружной стороны мембраны показало, что в случае нейронов типа А $5 \cdot 10^{-5}$ М АТФ (рисунок) вызывал ток входящего направления, тогда как у нейронов типа Б генерация АТФ-вызванного входящего тока не наблюдалась, даже при увеличении концентрации апплицированного АТФ до 10^{-3} М. Непосредственное добавление аналогичной концентрации АТФ во внутриклеточный перфузат нейрона типа А не вызывало генерации ответных токов мембраны, которые развивались при добавлении АТФ с наружной стороны мембраны этого же нейрона.

Графически рассчитанный на рисунке равновесный потенциал (E_p) для АТФ-вызванных ответов мембраны соответствовал -23 мВ.

Для того чтобы выяснить роль ионов Cl^- в генерации АТФ-вызванных токов мембраны типа А, была изучена зависимость вольт-амперных характеристик АТФ-вызванных ответов от градиента ионов Cl^- на мембране. Как видно из рисунка, уменьшение в 2 раза концентрации ионов Cl^- в наружном растворе путем замещения ионов Cl^- соответствующими концентрациями ацетата, приводило к сдвигу E_p для АТФ-вызванных ответов мембраны на величины, близкие к теоретически (9) рассчитанным, так же, как было ранее показано (6), и для АХ-ответов типа А.



Вольт-амперные характеристики для АТФ-вызванных трансмембранных токов: 1—в условии нормального омывающего раствора; 2—при замещении 50% ионов Cl^- в растворе на ацетат; 3—под действием убаина

Полученные данные позволяют предположить, что в основе реализации АТФ-вызванных ответов мембраны у нейронов типа А лежит увеличение мембранной проницаемости для Cl^- . В случае нейронов типа Б, где под действием АХ не обнаруживается изменение мембранной проницаемости для Cl^- , АТФ не продуцировал генерации ответов.

Таким образом, вышеприведенные электрофизиологические данные указывают на возможность АТФ связываться со специфическими участками на нейрональной мембране и продуцировать генерацию электрического ответа.

Как было ранее установлено (^{6,10}), убаин подавляет именно те ответы мембраны на действие АХ и ГАМК, которые обуславливаются увеличением мембранной проницаемости для Cl^- , и не действует на ответы мембраны, в реализации которых хлор участия не принимал. В связи с этим было интересно выяснить механизм действия убаина на АТФ-вызванные ответы мембраны.

Как видно на рисунке, 10^{-4} М убаин почти полностью подавлял АТФ-вызванные ответы мембраны, обусловленные увеличением мембранной проницаемости для Cl^- . Следовательно, можно предположить, что убаин подавляет ответы мембраны, которые обусловлены активацией различными медиаторами (в том числе АТФ) именно Cl^- -каналов мембраны, и не действует на ответы, в реализации которых Cl^- участия не принимает.

Полученные данные говорят в пользу гипотезы Карпентера (¹¹), согласно которой различные связывающие участки (рецепторы) на мембране для различных нейротрансмиттеров могут комбинироваться с одним из трех ионофоров (Na, K и Cl), через которые реализуется поток ионов.

В наших предыдущих работах (¹²) было показано наличие «резервных» хеморецепторов на нейрональной мембране, которые находились в экранированном состоянии в условиях активной работы электрогенного натриевого насоса и обнажались для взаимодействия с медиатором при набухании нейрона, обусловленном как инактивацией натриевого насоса, так и действием гипотонического раствора. Если предположить, что АТФ является медиатором и связывается со специфическими участками нейрональной мембраны, то, очевидно, следует ожидать открывания новых участков для связывания АТФ в гипотоническом растворе, которые до этого находились в «экранированном» состоянии. Ввиду сказанного представляло интерес исследовать зависимость количества связанного с мембраной меченого АТФ от активности электрогенного натриевого насоса и от тоничности окружающего раствора (осмотичность раствора варьировали изменением содержания сахарозы в нем). Как видно из таблицы, по мере увеличения тоничности раствора уменьшается число связанных молекул АТФ с мембранами и, наоборот, увеличивается их число в гипотоническом растворе, как это имело место при действии таких синаптических медиаторов, как АХ и ГАМК.

Аналогичное увеличение связанного с мембраной АТФ, вызван-

Действие убаина, ацетилхолина и тоничности раствора на процесс связывания АТФ с мембранами клеток ганглиозной массы улитки ($\times 10^9$ молекул/мг влажного веса)

Инкубационная среда	Количество связанного с мембраной АТФ
Нормальный рингеровский раствор	24404,0 \pm 403,6
Гипотонический раствор	42786,5 \pm 908,8
Изотонический раствор	29131,0 \pm 430,1
Гипертонический раствор	12582,0 \pm 313,8
АХ-содержащий раствор рингера	2908, \pm 98,9
Убаинсодержащий раствор рингера	6604,0 \pm 217,5
	n=5

ное гипотоническим раствором, следовало бы ожидать и под действием убаина и АХ, которые так же как и гипотонический раствор вызывают набухание нейрона (¹³). Однако, как явствуют данные таблицы, в отличие от гипотонического раствора и АХ, и убаин вызывали значительное подавление связывания меченого АТФ с мембранами клеток ганглиозной массы улитки. Эти данные указывают на наличие близкой функциональной корреляции между участками для связывания АТФ на мембране с системой мембранных холинорецепторов и с Na, K-АТФазой мембраны.

К сожалению, используемая в настоящей работе изотопная методика не позволяла определить, какая часть молекул АТФ связывается с мембраной и какая часть проникает внутрь клетки. Однако известно, что, как правило, АХ увеличивает проницаемость мембраны для ионов и, следовательно, утилизацию АТФ в клетке. Но полученные данные об уменьшении количества взаимодействующих молекул АТФ с клетками в АХ и убаинсодержащем растворах указывают, что α^{32} -АТФ связывается с мембраной, хотя эти данные не исключают возможность частичного проникновения молекул АТФ в клетки.

Резюмируя вышеприведенные данные, можно предположить, что АТФ может выполнять роль медиатора ЦНС у улитки, связываясь с определенными рецепторами мембраны и вызывая увеличение мембранной проницаемости для Ca^{2+} . С другой стороны, полученные данные о подавляющем действии убаина на АТФ-вызванные трансмембранные токи и на связывание меченого АТФ с мембраной служат еще одним доводом в пользу ранее высказанной гипотезы о том, что одна и та же макромолекула, локализованная в мембране, может выполнять функцию и рецептора, и Na, K-АТФазы или они имеют общую субъединицу (⁶).

Однако для выяснения механизма, лежащего в основе взаимодействия АТФ с наружной стороны нейрональной мембраны и его функциональной корреляции с системами холинорецепторов и Na, K-АТФазы мембраны, требуется более детальное исследование.

Ուարայինի ազդեցությունը ԱԵՖ-ի արտամեմբրանային կապվածության վրա

ԱԵՖ-ի մեղիատորային դերը պարզելու համար ուսումնասիրվել է ԱԵՖ-ի ազդեցությունը խխունջի հսկա նեյրոնների տրանսմեմբրանային հոսանքների վրա: Ուսումնասիրվել է նաև նշված α^{32} -ԱԵՖ մոլեկուլների կապվածությունը β ադանթի հետ:

$5 \cdot 10^{-5}$ մոլ ԱԵՖ-ի ներկայությունը արտաքին միջավայրում առաջացնում է քլոր իոնների β ափանցելիության մեծացում, որի հետևանքով առաջանում է ներս մտնող ուղղությամբ տրանսմեմբրանային հոսանք, որը ճնշվում է ուարայինով:

α^{32} -ԱԵՖ-ի կապվածությունը β ադանթի հետ մեծանում է հիպոտոնիկ և փոքրանում է հիպերտոնիկ լուծույթներում և ճնշվում է ինչպես ացետիլխոլինով այնպես էլ ուարայինով:

Ենթադրվում է, որ ԱԵՖ-ը կատարում է խխունջի կենտրոնական ներվային համակարգում մեղիատորի դեր:

ЛИТЕРАТУРА — ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

- ¹ G. Burnstock, *Newroscience*, v. 1, p. 239—248 (1976). ² M. J. Dowdall, A. F. Boyne, V. P. Whittaker, *Biochem. J.*, v. 140, p. 1—12 (1974). ³ Т. Г. Путьицева, Т. М. Турнаев, *ДАН СССР*, т. 129, с. 1442—1444 (1959). ⁴ E. M. Sillinsky, *J. Physiol.*, v. 247, p. 145—162 (1975). ⁵ G. A. Kerkut, R. M. Piltman, R. J. Walker, *Comp. Biochem. Physiol.*, v. 31, p. 611—633 (1969). ⁶ В. Л. Арванов, С. Н. Айрапетян, *ДАН СССР*, т. 251, с. 222—225 (1980). ⁷ G. A. Bray, *Anal. Biochem.*, v. 1, p. 279—281 (1966). ⁸ H. P. Rang, *Quart. Rev. Biophys.*, v. 7, p. 283—399 (1974). ⁹ A. Takenchi, N. Takenchi, *J. Physiol*, v. 154, p. 52—67 (1960). ¹⁰ С. Н. Айрапетян, С. С. Дадалян, Г. А. Геворкян, *ДАН СССР*, т. 262, с. 1007—1010 (1982). ¹¹ D. O. Carpenter, J. W. Swann, P. J. Iarowski, *J. Neurobiol.*, v. 8, p. 119—132 (1977). ¹² S. N. Ayrapetyan, V. L. Arvanov, *Comp. Biochem. Physiol.*, v. 64A, p. 601—604 (1979). ¹³ S. N. Ayrapetyan, M. A. Suleimanyan, *Comp. Biochem. Physiol.*, v. 64A, p. 571—575 (1979).

УДК 595.782/497.25/

ЭНТОМОЛОГИЯ

А. К. Загуляев

Новый вид пальцекрылой моли
(Lepidoptera: Pterophoridae) из Армянской ССР

(Представлено чл.-корр. АН Армянской ССР С. О. Мовсисяном 27/IV 1983)

Изучение различных материалов по молевидным чешуекрылым, любезно предоставленных в наше распоряжение А. С. Аветян, а также личных сборов 1955—1961 гг., позволило выявить 15 видов пальцекрылых молей, ранее неизвестных для Армении, а также один новый для науки вид из наших сборов. Описание нового вида приводится ниже, типовой экземпляр хранится в Зоологическом институте АН СССР (Ленинград).

Автор искренне благодарен А. С. Аветян за помощь в экспедиционной работе и предоставленный материал.

Platyptilia armeniaca Zagulajev, sp. n.

Внешние признаки (рис. 1). Опушение головы светло-желтовато-пепельное. Конусовидный пучок чешуек на лбу небольшой, меньше диаметра глаз. Губные щупики светлые и короткие, менее чем в $1\frac{1}{2}$ раза превышают диаметр глаз. Усики светлые, сверху с резкими ко-



Рис. 1. *Platyptilia armeniaca* Zag., sp. n.
Общий вид (рис. Т. А. Темкиной)

ричевыми перехватами, равны $1/3$ длины крыла; жгутик с 30 члениками. Грудь желтовато-пепельная. Размах передних крыльев 23,5 мм.

Передние крылья желтовато-пепельные со слабо выраженным более темным рисунком. Костальная половина крыла опылена коричневым; светлый штрих по кости за основанием развилка слабо заметен. Темное треугольное костальное пятно перед развилком и поперечные перевязи не выражены. Бахромка первой лопасти по заднему краю, в основной половине и на вершине внешнего края беловатая, по заднему углу—темная. Бахромка второй лопасти заднего края беловатая, наружного—темная. На задних крыльях первая и вторая лопасти светло-коричневые, их бахромка в основании светлая, остальная часть—темная; третья лопасть светлее остальных, ее бахромка темная, но без черного пятна чешуек по ее заднему краю. Ноги светлые, голени задних ног с неясными темноватыми широкими перехватами у основания шпор; средняя пара шпор расположена на $2/3$ длины голени. Брюшко светлое с неясными более темными продольными штрихами.

Гениталии самца (рис. 2, А—В). Вальвы узкие с выпуклым нижним краем. Ункус узкий островершинный, незначительно (на $1/5—1/6$)

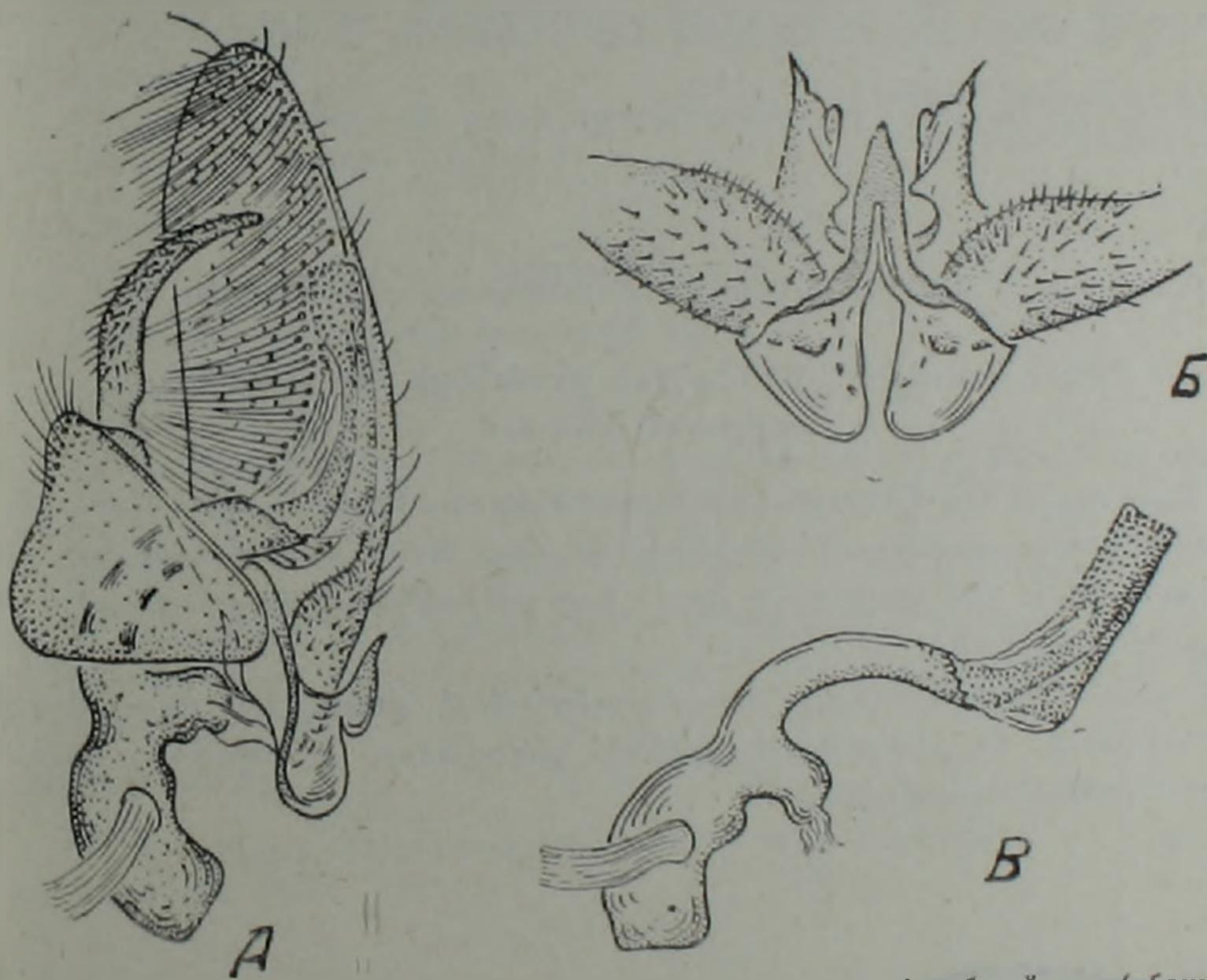


Рис. 2. *Platyptilla armenlaca* Zag., sp. n. Гениталии самца: А—общий вид (сбоку); Б—эдеагус; В—анеллус и саккус (вид снизу, большое увеличение).

длиннее тегумена. Эдеагус в $1\frac{1}{2}$ раза короче вальвы, с отростком перед серединой, за которым он круто изгибается; его вершина не расширена; базальная часть прямая, не изогнутая. Ветви анеллуса короткие и очень широкие (рис. 2, В). Саккус с одним торчащим наружу башилевидным отростком, который равен или несколько длиннее базальных лопастей (рис. 2, А, В).

Самка неизвестна.

Сравнительные замечания. По светлой окраске крыльев и отсутствию черного пятна на бахромке заднего края третьей лопасти заднего крыла моль похожа на *Platyptilla plantodactyla* Zll., но отличается от нее короткими губными щупиками и конусовидным пучком

чешуек на лбу. По особенностям строения гениталий: узким длинным вальвам и шпилевидному отростку саккуса, вид близок к *P. stenoptiloides* Fil., от которого, как и от других видов рода, отличается предсрединным положением отростка на эдеагусе, прямым цекумом и короткими очень широкими ветвями анеллуса.

Исследованный материал. 1 ♂

Армения, окрестности Эчмиадзина, 1 ♂ 26 VI 1960 (Загуляев), типовой экземпляр снабжен нами стандартной этикеткой красного цвета с надпечаткой „Holotypus“ и отметкой черной тушью: „*Platyptilia armeniaca* Zagulajev, sp. n. ♂, Armenia“, на обратной стороне обозначено: „coll. Zool. Inst., Leningrad, gen. praep. № 13997 ♂, det. A. Zagulajev“.

Биология. Бабочка была поймана на сухом склоне под вечер, среди редкой травянистой растительности. Гусеницы ближайших видов пальцекрылок минируют листья и стебли преимущественно сложноцветных: различные виды подбела (*Petasites*), мать-и-мачехи (*Tussilago*), крестовника (*Senecio*), реже губоцветных: акульки (*Scutellaria*).

Зоологический институт
Академии наук СССР

Ա. Կ. ԶԱԴՈՒԼՅԱՆԻ

Pterophoridae (Lepidoptera) ընտանիքի նոր տեսակ Հայկական ՍՍՀ-ում

Նկարագրվում է *Platyptilia armeniaca* sp. n. նոր տեսակ, հայտնաբերված էջմիածնի շրջակայքում՝ հեղինակի կողմից: Արտաքին տեսքով նոր տեսակը նման է *P. miantodactyla* Zll., իսկ գենիտալների կազմով՝ *P. stenoptiloides* Fil.-ի:

Նոր տեսակի կենսակերպը ուսումնասիրված չէ, բայց նրան մոտ տեսակները ականում են բարդածաղկավորների ցողունները և տերևները, սակավ գեպում շրթնածաղկավորների:

