

ՀԱՅԿԱԿԱՆ ՍՍՀ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԿԱԴԵՄԻԱ
 АКАДЕМИЯ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР

ԶԵԿՈՒՅՑՆԵՐ
 ДОКЛАДЫ

LXXVIII, № 5

1984

Խմբագրական կոլեգիա

Գ. Ա. ԱՐՁՈՒՄԱՆՅԱՆ, տեխն. գիտ. բեկնածու (պատ. ֆաբրիկար), է. Գ. ԱՅՐԻԿՅԱՆ, ՀՍՍՀ ԳԱ ակադեմիկոս, Ա. Խ. ԲԱՐԱՅԱՆ, ՀՍՍՀ ԳԱ ակադեմիկոս, Ա. Հ. ԿԱՐՐԻՆԼՅԱՆ, ՀՍՍՀ ԳԱ ակադեմիկոս, Ա. Ա. ԹԱԼԱԼՅԱՆ, ՀՍՍՀ ԳԱ թղթ. անդամ, Վ. Մ. ԹԱՌԱՅԱՆ, ՀՍՍՀ ԳԱ թղթ. անդամ, Վ. Հ. ՇԱՄՐԱՐՁՈՒՄՅԱՆ, ակադեմիկոս, Վ. Հ. ՂԱԶԱՐՅԱՆ, ՀՍՍՀ ԳԱ ակադեմիկոս (պատ. խմբագրի տեղակալ), Վ. Գ. ՄԽԻԹԱՐՅԱՆ, ՀՍՍՀ ԳԱ թղթ. անդամ, Գ. Ս. ՍԱՀԱԿՅԱՆ, ՀՍՍՀ ԳԱ ակադեմիկոս, Օ. Մ. ՍԱՊՈՆԺՅԱՆ, ՀՍՍՀ ԳԱ թղթ. անդամ, Մ. Լ. ՏԵՐ-ՄԻԺԱՅԻՆԼՅԱՆ, ՀՍՍՀ ԳԱ ակադեմիկոս, Վ. Բ. ՖԱՆԱՐՁՅԱՆ, ՀՍՍՀ ԳԱ ակադեմիկոս:

Редакционная коллегия

В. А. АМБАРЦУМЯН, академик, Г. А. АРЗУМАНЯН, канд. техн. наук (отв. секретарь), Э. Г. АФРИКЯН, академик АН АрмССР, А. Т. БАБАЯН, академик АН АрмССР, А. А. ГАБРИЕЛЯН, академик АН АрмССР, В. О. КАЗАРЯН, академик АН АрмССР (зам. отв. редактора), В. Г. МХИТАРЯН, чл.-корр. АН АрмССР, Г. С. СААКЯН, академик АН АрмССР, О. М. САПОНДЖЯН, чл.-корр. АН АрмССР, А. А. ТАЛАЛЯН, чл.-корр. АН АрмССР, В. М. ТАРАЯН, чл.-корр. АН АрмССР, М. Л. ТЕР-МИКАЕЛЯН, академик АН АрмССР, В. В. ФАНАРДЖЯН, академик АН АрмССР.

ՀԱՅԿԱԿԱՆ ՍՍՀ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԿԱԴԵՄԻԱՅԻ ՀՐԱՏԱՐԱԿԶՈՒԹՅՈՒՆ

ԵՐԵՎԱՆ

ЕРЕВАН

ԲՈՎԱՆԴԱԿՈՒԹՅՈՒՆ

է

ՄԱԹԵՄԱՏԻԿԱ

- Վ. Ս. Վիդենսկի — Գծային դրական օպերատորներով ծնված գումարման ուղղությամբ
 մատրիցաների մասին 195
- Վ. Զ. Մառտիրոսյան — Աջ ալտերնատիվ հանրահաշիվների բազմաձևությունների և
 թարազաձևությունների կապերների բաշխականության մասին 199

ԿՐԻԱԹԱԿԱՆ ՄԱԹԵՄԱՏԻԿԱ

- Կ. Ո. Եղիազարյան — Հաղամարի տարածական ընդհանրացված մատրիցաների մասին 203

ՄԵԽԱՆԻԿԱ

- Գ. Ե. Բաղդասարյան — Ոչ ստացիոնար հոսանքի մագնիսական դաշտում գտնվող զեր-
 հաղորդիչ գլանային թաղանթի զինամիկական կայունությունը 205

ԷՆԵՐԳԵՏԻԿԱ

- Ն. Ս. Խուրշադով — Դադամատակարարման օպտիմիզացման մոդելների համակարգի
 կազմավորումը 213

ՖԻԶԻԿԱԿԱՆ ՔԻՄԻԱ

- Կ. Ա. Կոստանյան, Մ. Ա. Պողոսյան, Վ. Ե. Աղամյան, Զ. Ա. Մուրադյան —
 $Li_2O-Fe_2O_3-B_2O_3$ սիստեմի ապակիների մի շարք ֆիզիկա-քիմիական և մագնիսական
 հատկությունները 218

ԲՈՒՅՍՆԵՐԻ ՖԻԶԻՈԼՈԳԻԱ

- Հ. Հ. Դեհյան, Խ. Կ. Խաժակյան, Կ. Վ. Էզիրյան — Ֆիտոհորմոնների պարունակու-
 թյունը կարտոֆիլի վալրի տեսակների մոտ՝ կապված օրվա տևողությունից 223

ՖԻԶԻՈԼՈԳԻԱ

- Հ. Պ. Քոսոյան, Ա. Հ. Բանտիկյան — Ուղեղիկ ուրվագծվող կամրջա-ուղեղիկային նեյ-
 ռոնների էլեկտրաֆիզիոլոգիական վերլուծությունը 227

- Բովանդակություն LXXVIII հատորի 232

СОДЕРЖАНИЕ

Стр.

МАТЕМАТИКА

- В. С. Виденский*—О регулярных матрицах суммирования, порождаемых линейными положительными операторами 195
- В. Д. Мяртиросян*—О дистрибутивности решеток подмногообразий многообразий правоальтернативных алгебр 199

ПРИКЛАДНАЯ МАТЕМАТИКА

- К. О. Егиазарян*—О пространственных обобщенных матрицах Адамара 203

МЕХАНИКА

- Г. Е. Багдасарян*—Динамическая устойчивость сверхпроводящей цилиндрической оболочки в магнитном поле нестационарного тока 208

ЭНЕРГЕТИКА

- И. С. Хуршудов*—Формирование системы моделей оптимизации газоснабжения 213

ФИЗИЧЕСКАЯ ХИМИЯ

- К. А. Костанян, М. А. Погосян, В. Е. Адамян, З. А. Мурадян*—Некоторые физико-химические и магнитные свойства стекол в системе $\text{Li}_2\text{O}-\text{Fe}_2\text{O}_3-\text{B}_2\text{O}_3$ 218

ФИЗИОЛОГИЯ РАСТЕНИЙ

- А. Г. Деведжян, Х. К. Хажакян, К. В. Эгибян*—О содержании фитогормонов у диких видов картофеля в связи с влиянием длины дня 223

ФИЗИОЛОГИЯ

- О. П. Косоян, А. О. Бантикян*—Электрофизиологический анализ нейронов собственных ядер моста, проецирующихся в мозжечке 227

- Содержание LXXVIII тома 232

CONTENTS

MATHEMATICS

<i>W. S. Videnski</i> —On regular matrices of summability, generated by linear positive operators	195
<i>V. J. Martiroşian</i> —On distributivity of lattices of subvarieties of the varieties of right alternative algebras	199

APPLIED MATHEMATICS

<i>K. O. Eglazarian</i> —On a higher dimensional generalized Hadamard matrices	203
--	-----

MECHANICS

<i>G. E. Bagdasarian</i> —Dynamic stability of a superconducting cylindrical shell in the magnetic field of a non-stationary current	208
--	-----

ENERGETICS

<i>N. S. Khurshudov</i> —Formation of a system of models for the optimization of gas supply	213
---	-----

PHYSICAL CHEMISTRY

<i>K. A. Kostanian, M. A. Pogosian, V. Y. Adcmian, Z. A. Muradian</i> —Some physical, chemical and magnetic properties of glasses in the system $Li_2O-Fe_2O_3-B_2O_3$	218
--	-----

PLANT PHYSIOLOGY

<i>H. H. Devedjian, K. K. Khazhakian, K. V. Egibian</i> —On the contents of phytohormones in the wild species of potatoes as influenced by the length of day	223
--	-----

PHYSIOLOGY

<i>H. P. Kosoyan, A. H. Bantikian</i> —Electrophysiological analysis of pontine gray proper neurons projecting to cerebellum	227
Contents of LXXVIII volume	232

Техн. редактор АЗИЗБЕКЯН Л. А.

Сдано в набор 9.04.1984 г. Подписано к печати 9.07.1984 г.
ВФ 06056. Бумага № 1. $70 \times 108^{1/16}$. Высокая печать. Печ. лист 3,0. Усл. печ. лист 4,2.
Учет.-изд. 3,31 л. Тираж 415. Заказ 298. Издат. 6115.
Адр. ред.: 375019, Ереван, пр. Маршала Баграмяна, 24г. II эт., 1 к.

Издательство Академии наук Армянской ССР, 375019, Ереван,
пр. Маршала Баграмяна, 24 г.
Типография Издательства Академии наук АрмССР, 378310, г. Эчмиадзин.

УДК 517.521.8

МАТЕМАТИКА

В. С. Виденский

О регулярных матрицах суммирования, порождаемых линейными положительными операторами

(Представлено академиком АН Армянской ССР М. М. Джрбашяном 4/III 1983)

1. Связь между многочленами Бернштейна, а также их обобщениями для системы функций $\{x^{a_k}\}$ и методами суммирования последовательностей была обнаружена и исследована в известных работах Хаусдорфа* ⁽¹⁾ и Кноппа ^(2,3) (см. также ⁽⁴⁾). Интересные теоремы тауберова типа для преобразования Хаусдорфа установлены в статье ⁽⁵⁾.

Цель настоящей заметки доказать одну общую теорему о матрицах суммирования, которые строятся при помощи линейных положительных операторов (л. п. о.) из $C[0, 1]$ в $C[0, 1]$ вида

$$L_n(f, x) = \sum_{k=0}^n f(\xi_{nk}) p_{nk}(x), \quad (1)$$

где $0 = \xi_{n0} < \xi_{n1} < \dots < \xi_{nn} = 1$, $p_{nk} \in C[0, 1]$, $p_{nk}(x) \geq 0$ при $0 \leq x \leq 1$, $L_n(1, x) = \sum_{k=0}^n p_{nk}(x) = 1$.

Последовательность операторов $\{L_n\}$ называется аппроксимирующей, если

$$\forall f \in C[0, 1] \quad \lim_{n \rightarrow \infty} \|L_n f - f\|_C = 0. \quad (2)$$

Теорема 1. Если α — функция ограниченной вариации на $[0, 1]$, такая что $\alpha(0) = \alpha(0+) = 0$, $\alpha(1) = 1$ и $\{L_n\}$ — аппроксимирующая последовательность л. п. о. вида (1), то регулярна матрица

$$a_{nk} = \int_0^1 p_{nk}(t) d\alpha(t).$$

Случай, когда $\xi_{nk} = k/n$, был рассмотрен в ⁽⁶⁾. В п.2 мы применим теорему 1 к л. п. о. по рациональным дробям (см. ^(7,8)) для исследования метода суммирования $[J, d_{nl}]$ Якимовского ⁽⁹⁾.

Доказательство. Мы имеем

* Пользуюсь случаем выразить искреннюю благодарность академику АН Армянской ССР М. М. Джрбашяну, который, представляя к печати заметку ⁽⁸⁾, привлек мое внимание к классической работе Хаусдорфа ⁽¹⁾. Результатами настоящей заметки я целиком обязан этому указанию.

$$\sum_{k=0}^n a_{nk} = 1, \quad \sum_{k=0}^n |a_{nk}| \leq \int_0^1 |d\alpha(t)| = A.$$

Таким образом, нужно только проверить, что

$$\lim_{n \rightarrow \infty} a_{nk} = 0. \quad (3)$$

$$\text{Обозначим } d(L_n) = \|L_n((t-x)^2, x)\| = \left\| \sum_{k=0}^n (\xi_{nk} - x)^2 p_{nk}(x) \right\|.$$

Как известно, условие (2) эквивалентно условию

$$\lim_{n \rightarrow \infty} d(L_n) = 0. \quad (4)$$

Действительно, так как $L_n((t-x)^2, x) = [L_n(t^2, x) - x^2] - 2x[L_n(t, x) - x]$, $d(L_n) \leq \|L_n(t^2, x) - x^2\| + 2\|L_n(t, x) - x\|$, то (4) следует из (2). В обратную сторону достаточно проверить, что (4) влечет (2) для функций, удовлетворяющих условию Липшица, так как класс этих функций плотен в $C[0, 1]$. Положим

$$\text{Lip}_M 1 = \{f: |f(x') - f(x'')| \leq M|x' - x''|; x', x'' \in [0, 1]\}.$$

Для $f \in \text{Lip}_M 1$ мы имеем $L_n(|f(t) - f(x)|, x) \leq M L_n(|t - x|, x) \leq M \sqrt{d(L_n)}$, таким образом, (2) следует из (4).

Покажем, что справедливы неравенства (см. (8)):

$$n^{-1} \leq \max_{1 \leq i \leq n} (\xi_{ni} - \xi_{n,i-1}) \leq 2\sqrt{d(L_n)}. \quad (5)$$

Левая часть (5) очевидна, так как $\sum_{i=1}^n (\xi_{ni} - \xi_{n,i-1}) = 1$. Для вывода правого неравенства положим $\max_{1 \leq i \leq n} (\xi_{ni} - \xi_{n,i-1}) = \xi_{np} - \xi_{n,p-1} = 2\mu$, $\xi_{np} - \xi_{n,p-1} = 2\nu$, и обозначим через f_n функцию, линейную на каждом из отрезков $[0, \xi_{n,p-1}]$, $[\xi_{n,p-1}, \nu]$, $[\nu, \xi_{np}]$, $[\xi_{np}, 1]$, причем $f_n(\xi_{nk}) = 0$, $f_n(\nu) = 1$. Так как $L_n(f_n, x) = 0$, $f_n \in \text{Lip}_{1/\mu} 1$, то $1 = f_n(\nu) = \|L_n f_n - f_n\| \leq \mu^{-1} \sqrt{d(L_n)}$, и (5) доказано. Из (5) следует, что $\xi_{nk} = \sum_{i=1}^k (\xi_{ni} - \xi_{n,i-1}) \leq 2k\sqrt{d(L_n)}$, и значит, если выполнено (4), то

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \xi_{nk} = 0. \quad (6)$$

Мы выведем (3) из (6). Зафиксируем $\epsilon > 0$ и натуральное число k . Выберем η по условию $2 \int_0^\eta |d\alpha(t)| < \epsilon$, а затем выберем N так, чтобы при $n \geq N$ выполнялись неравенства $2\xi_{nk} < \eta$, $8Ad(L_n) < \epsilon\eta^3$. Так как $0 \leq p_{nk}(t) \leq 1$ и $p_{nk}(t) \leq d(L_n)(\xi_{nk} - t)^{-2} \leq 4d(L_n)\eta^{-2}$ при $\eta \leq t \leq 1$, то имеем $|a_{nk}| \leq \int_0^\eta |d\alpha(t)| + \int_\eta^1 p_{nk}(t) |d\alpha(t)| < \epsilon$, и теорема 1 доказана.

Следствие 1. Если $\{L_n\}$ — аппроксимирующая последовательность л. п. о. вида (2), то при любом $x_0 \in]0, 1[$ регулярна матрица $(p_{nk}(x_0))$; при любом $x_0 \in [0, 1[$ регулярна матрица $(p_{n,n-k}(x_0))$.

Замечание. Неравенства (5) являются точными. Они достига-

ются для л. п. о. $\Lambda_n(f, x) = \sum_{k=0}^n f(x_k) \lambda_{nk}(x)$, $x_k = \frac{k}{n}$, где λ_{nk} — функции, линейные на каждом отрезке $[x_{i-1}, x_i]$, $\lambda_{nk}(x_k) = 1$, $\lambda_{nk}(x_i) = 0$ при $i \neq k$. Мы имеем $\Lambda_n(1, x) = 1$, $\Lambda_n(t, x) = x$, $\Lambda_n(t^2, x) = x^2 + \gamma_n(x)$, где $\gamma_n(x) = (x - x_{i-1})(x_i - x)$ при $x_{i-1} \leq x \leq x_i$, так что $d(\Lambda_n) = 1/4n^2$.

2. В заметке (7) построены л. п. о. вида (1) по рациональным дробям с данной матрицей вещественных полюсов $(x_{ni})_{i=1}^n$, $n \in \mathbb{N}$, $x_{ni} \in \mathbb{R} \setminus [0, 1]$. Напомним обозначения и основной результат:

$$\left. \begin{aligned} \rho_{ni} &= \min(|x_{ni}|, |x_{ni} - 1|), \quad s_n = \sum_{i=1}^n \rho_{ni} (1 + \rho_{ni})^{-1}, \\ x \in [0, 1], \quad h_{ni}(x) &= x(1 - x_{ni})(x - x_{ni})^{-1}; \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

ρ_{nk} определяются производящей функцией

$$\prod_{i=1}^n (y h_{ni}(x) + 1 - h_{ni}(x)) = \sum_{k=0}^n \rho_{nk}(x) y^k; \quad (8)$$

точки $0 = \tau_{n0} < \tau_{n1} < \dots < \tau_{nn} = 1$ находятся по формулам $\varphi_n(x) = n^{-1} \sum_{i=1}^n h_{ni}(x)$, $\varphi_n(\tau_{nk}) = kn^{-1}$. Определены л. п. о. $B_n(f, x) = \sum_{k=0}^n f(\tau_{nk}) \rho_{nk}(x)$ и доказано, что из условия

$$\lim_{n \rightarrow \infty} s_n = \infty \quad (9)$$

следует, что $\{B_n\}$ является аппроксимирующей. Необходимость условия (9) установлена в (8).

Применим операторы B_n к исследованию метода суммирования $[J, d_{ni}]$ Якимовского (9). Пусть $(d_{ni})_{i=1}^n$, $n \in \mathbb{N}$, данная треугольная матрица положительных чисел. Матрица суммирования Якимовского определяется производящей функцией

$$\prod_{i=1}^n \frac{y + d_{ni}}{1 + d_{ni}} = \sum_{k=0}^n a_{nk} y^k. \quad (10)$$

Положим $D_n = \sum_{i=1}^n d_{ni}^{-1}$. Мы получаем непосредственно следующее предложение (см. (9)).

Теорема 2. Если $\inf d_{ni} > 0$, то для того чтобы матрица (a_{nk}) , определяемая формулами (10), была регулярной, необходимо и достаточно, чтобы

$$\lim_{n \rightarrow \infty} D_n = \infty. \quad (11)$$

Доказательство. Необходимость условия (11) очевидна, так как из $1 + x < e^x$ следует, что

$$a_{n0} = \prod_{i=1}^n (1 + d_{ni}^{-1})^{-1} > e^{-D_n}.$$

Для доказательства достаточности условия (11) установим связь между методом суммирования $[J, d_{ni}]$ и л. п. о. B_n . Положим $\inf d_{ni} = 2\varepsilon$, $x_0 = (1 + \varepsilon)^{-1}$,

$$x_{nl} = d_{nl}(d_{nl} - \varepsilon)^{-1}. \quad (12)$$

Тогда, учитывая (7), (8) и (10), будем иметь $h_{nl}(x_0) = (1 + d_{nl})^{-1}$, $p_{nk}(x_0) = a_{nk}$.

Так как $s_n = \varepsilon D_n$, то условие (11) влечет условие (9), так что $\{B_n\}$, соответствующая полюсам (12), является аппроксимирующей и, значит, матрица $(a_{nk}) = (p_{nk}(x_0))$ регулярна.

Требование $\inf d_{nl} > 0$ излишне; оно вызвано здесь методом доказательства. Впрочем, в обычно рассматриваемых частных случаях оно выполнено (см. обзор ⁽¹⁰⁾).

Ленинградский государственный
педагогический институт
имени А. И. Герцена

Վ. Ս. ՎԻԴԵՆՍԿԻ

Գծային դրական օպերատորներով ծնված գումարման ռեզուլյար
մատրիցաների մասին

Ապացուցված է, որ եթե $C[0, 1]$ -ից $C[0, 1]$

$$L_n(f; x) = \sum_{k=0}^n f(\xi_{nk}) p_{nk}(x)$$

տեսքի դրական գծային օպերատորների $\{L_n\}$ հաջորդականությունը հանդիսանում է մոտարկող, որտեղ $0 = \xi_{n0} < \xi_{n1} < \dots < \xi_{nn} = 1$, $p_{nk} \in C[0, 1]$, $p_{nk}(x) \geq 0$, $L_n(1; x) = 1$ ապա՝

$$a_{nk} = \int_0^1 p_{nk}(t) d\alpha(t)$$

գումարման մատրիցան ռեզուլյար է, որտեղ α -ն այնպիսի վերջավոր վարիացիայի ֆունկցիա է, որ՝

$$\alpha(0) = \alpha(0+) = 0, \quad \alpha(1) = 1:$$

Այդ թեորեմն օգտագործվում է Յակիմովսկու գումարման մեթոդը ուսումնասիրելու համար:

ЛИТЕРАТУРА — ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

- ¹ F. Hausdorff, Math. Zellschr., v. 9 (1921). ² K. Knopp, Math. Zellschr., v. 15 (1922), v. 18 (1923). ³ K. Knopp, Theorie und Anwendung der unendlicher Reihen. Berlin, 1924. ⁴ Г. Харди, Расходящиеся ряды. ИЛ, М., 1951. ⁵ A. Jakimovski, D. Leviatan, Math. Zellschr., v. 102, № 3 (1967). ⁶ J. P. King, Canad. Math. Bull., v. 11, № 1 (1968). ⁷ В. С. Виденский, Изв. АН БССР. Сер. физ.-мат., № 1 (1979). ⁸ В. С. Виденский, ДАН АрмССР, т. 70, № 3 (1980). ⁹ A. Jakimovski, Michigan Math. Journ., v. 6 (1959). ¹⁰ Г. Ф. Кангро, Итоги науки и техники. Мат. анализ, т. 12, 1974.

УДК 519.49

МАТЕМАТИКА

В. Д. Мартirosян

О дистрибутивности решеток подмногообразий многообразий правоальтернативных алгебр

(Представлено чл.-корр. АН Армянской ССР Р. А. Александряном 23/III 1983)

В работе описываются многообразия правоальтернативных алгебр над полем характеристики нуль, решетки подмногообразий которых дистрибутивны, доказывається шпехтовость таких многообразий и приводится список минимальных многообразий правоальтернативных алгебр, решетки подмногообразий которых недистрибутивны. Задача об описании в терминах тождеств многообразий линейных алгебр с дистрибутивными решетками подмногообразий поставлена Л. А. Бокутем (см. ⁽¹⁾), задача 1.19). В работе А. З. Ананьяна и А. Р. Кемера ⁽²⁾ описаны многообразия ассоциативных алгебр над полем характеристики нуль, решетки подмногообразий которых дистрибутивны. Аналогичные описания для многообразий альтернативных алгебр и многообразий $(-1,1)$ -алгебр над полем характеристики нуль получены в работах автора ^(3,4). В работе Ю. Н. Мальцева ⁽⁵⁾ описаны минимальные многообразия ассоциативных алгебр над полем характеристики нуль, решетки подмногообразий которых недистрибутивны.

Пусть K — произвольное поле характеристики нуль, S_n — симметрическая группа на множестве $\{1, 2, \dots, n\}$, KS_n — групповая алгебра группы S_n , V — некоторое многообразие линейных (неассоциативных) алгебр над полем K , $F = F_V(X)$ — свободная алгебра многообразия V со множеством свободных образующих $X = \{x_1, x_2, \dots\}$, $L(V)$ — решетка подмногообразий многообразия V , F_n — пространство полилинейных многочленов из F от фиксированных переменных $x_1, x_2, \dots, x_n$. F_n является левым KS_n -модулем. Через L_n обозначим решетку KS_n -подмодулей в F_n . Для диаграммы Юнга D через e_D обозначим соответствующий, пропорциональный идемпотенту элемент из KS_n (определения разбиения натурального числа, таблицы, соответствующей этому разбиению, и диаграммы Юнга см. в ⁽³⁾).

Из результатов ⁽⁶⁾ следует

Предложение 1. Пусть V — многообразие линейных алгебр над полем K . Решетка $L(V)$ дистрибутивна тогда и только тогда, когда дистрибутивны решетки L_n при всех $n \geq 1$.

Предложение 2. Решетка L_n дистрибутивна тогда и только тогда, когда KS_n -модуль F_n является прямой суммой неприводимых попарно неизоморфных KS_n -подмодулей.

Заметим, что решетки L_1 и L_2 всегда дистрибутивны.

Из теории представлений группы S_n с помощью диаграмм Юнга и предложения 2 вытекает

Предложение 3. Дистрибутивность решетки L_n эквивалентна следующему условию: пусть $\{n_1, n_2, \dots, n_l\}$ — любое разбиение числа n , T — соответствующая этому разбиению таблица, D — фиксированная диаграмма Юнга таблицы T , а одночлены $v_1, v_2 \in F_n$ такие, что $e_D v_1 \neq 0, e_D v_2 \neq 0$. Тогда $KS_n e_D v_1 = KS_n e_D v_2$.

Введем некоторые обозначения: $[x, y] = xy - yx$ — коммутатор элементов x и y , $(x, y, z) = (xy)z - x(yz)$ — ассоциатор элементов x, y и z , $S(x, y, z) = (x, y, z) + (y, z, x) + (z, x, y)$, $S_3^1(x_1, x_2, x_3) = \sum_{\sigma \in S_3} (-1)^{\sigma} (x_1 x_2) x_3$, $S_3^2(x_1, x_2, x_3) = \sum_{\sigma \in S_3} (-1)^{\sigma} x_1 (x_2 x_3)$.

Определения. Алгебра A над полем K называется правоальтернативной (левоальтернативной), если в A выполняется тождество $(x, y, y) = 0$ ($((y, y, x) = 0)$). Алгебра A называется альтернативной, если A одновременно правоальтернативна и левоальтернативна. Тождество $(x, y, y) = 0$ называется тождеством правоальтернативности. Правоальтернативная алгебра A называется $(-1, 1)$ -алгеброй, если в A выполняется тождество $S(x, y, z) = 0$.

Пусть Alt — многообразие всех альтернативных алгебр над полем K .

Теорема 1. Пусть V — многообразие правоальтернативных алгебр над полем K и $V \not\subseteq \text{Alt}$. Для дистрибутивности решетки $L(V)$ необходимо и достаточно, чтобы для некоторых $\alpha_1, \beta_1, \gamma, \delta \in K$ ($(\gamma, \delta) \neq (0, 0)$) в V выполнялись тождества

$$[x, y]y = \alpha_1(y, x, y), \quad (1)$$

$$y[x, y] = \beta_1(y, x, y), \quad (2)$$

$$\gamma S_3^1(x, y, z) + \delta S_3^2(x, y, z) = 0. \quad (3)$$

Доказательство теоремы 1 опирается в основном на следующие леммы.

Лемма 1. Пусть V — многообразие правоальтернативных алгебр над полем K и $V \not\subseteq \text{Alt}$. Для дистрибутивности L_V необходимо и достаточно, чтобы в V выполнялись тождества (1)–(3).

Доказательство леммы следует из предложения 3.

Лемма 2. Пусть $\gamma + \delta \neq 0$. Тогда из (1)–(3) и тождества правоальтернативности вытекает тождество

$$\alpha[x, y]z + \beta z[x, y] = \delta_1 S(x, y, z), \quad (4)$$

где $\alpha = \beta_1, \beta = -\alpha_1, \delta_1 = 2(\alpha\delta - \beta\gamma)/3(\gamma + \delta)$.

Доказательство. Из (1) и (2) следует тождество

$$\alpha[x, y]y + \beta y[x, y] = 0,$$

откуда имеем:

$$\alpha[x, y]y + \beta((yx)y - y^2x) + 2\beta(y, y, x) = 0, \quad (5)$$

$$\alpha(xy^2 - y(xy)) + \beta y[x, y] + \alpha(y, y, x) = 0. \quad (6)$$

Линеаризуя (5) и (6), получим:

$$\alpha[x, y]z + \alpha[x, z]y + \beta((zx)y - (zy)x +$$

$$+(yx)z-(yz)x+2\beta((y,z,x)+(z,y,x))=0, \quad (7)$$

$$\alpha(x(yz)+x(zy)-y(xz)-z(xy))+\beta y[x,z]+ \\ +\beta z[x,y]+\alpha((y,z,x)+(z,y,x))=0. \quad (8)$$

Умножим (3) на $(\alpha+\beta)$, (7) на $(-\gamma)$, (8) на $(-\delta)$ и сложим полученные тождества. Получим: $(1-2(12))[\alpha\gamma((yz)x-(zy)x)+\alpha\delta(y(zx)-z(yx))+\beta\gamma((xy)z-(xz)y)+\beta\delta(x(yz)-x(zy))]=(2\beta\gamma+\alpha\delta)((y,z,x)+(z,y,x))$, откуда, обозначая выражение в квадратных скобках через f , имеем:

$$f=-\frac{2\beta\gamma+\alpha\delta}{3}[(z,x,y)+(y,z,x)-2(x,y,z)],$$

что после несложных преобразований приводит к тождеству (4).

Замечание 1. Пусть $\gamma+\delta=0$. Тогда многообразие V правоальтернативных алгебр, удовлетворяющих тождеству (3), будет многообразием $(-1,1)$ -алгебр, и, следовательно, утверждение теоремы 1 в этом случае справедливо в силу результата работы (4). Ввиду этого далее будем считать, что $\gamma+\delta\neq 0$.

Имеют место следующие утверждения:

Лемма 3. Из (1), (2) и тождества правоальтернативности вытекают следующие тождества:

$$[[x,y],z]=\gamma_1(z,x,y)+\frac{2-\gamma_1}{3}S(x,y,z), \quad (9)$$

$$[xy,z]=\alpha'(x,y,z)+\beta'(z,x,y)+\gamma'S(x,y,z), \quad (10)$$

где $\gamma_1=\alpha_1-\beta_1$, $\alpha'=\alpha_1+\beta_1+2$, $\beta'=\alpha_1+1$, $\gamma'=- (2\alpha_1+\beta_1+2)/3$.

Лемма 4. Пусть $\delta_1\neq 0$, $\gamma_1\neq 0$, V —многообразие правоальтернативных алгебр, удовлетворяющих тождествам (4), (9) и (10), $F(x,y)$ —свободная алгебра ранга 2 многообразия V . Тогда одночлены из $F(x,y)$ степени ≥ 4 коммутативно-ассоциативны и для любых одночленов $v_1, v_2\in F_4$ в многообразии V выполнены тождества $t^2(v_1-v_2)=(v_1-v_2)t^2=0$. Если, кроме того, $\alpha'\neq 0$, то для некоторых $\omega_1, \omega_2\in K$, $(\omega_1, \omega_2)\neq(0,0)$, в V выполняется тождество $\omega_1(x^2,y,z)+\omega_2(y,z,x^2)=0$.

Из доказательства теоремы 1 получено следующее

Следствие. Пусть V —многообразие правоальтернативных алгебр, удовлетворяющих тождествам (4) и (10). Тогда $\dim F_n\leq n+1$ при $n\geq 4$. Более того, если выполнены условия $(\alpha, \beta, \gamma)\neq(0,1,0)$, $(\alpha\delta-\beta\gamma, \alpha, \gamma)\neq(0, \beta, \delta)$, $(\alpha\delta-\beta\gamma, \alpha, \beta)\neq(0, -2, -1)$, то $\dim F_n\leq 1$ при $n\geq 7$.

Определение. Многообразие линейных алгебр W называется шпехтовым, если любое подмногообразие $U\subseteq W$ конечнобазируемо, т. е. может быть задано конечным множеством тождеств.

Теорема 2. Пусть V —многообразие правоальтернативных алгебр над полем K , решетка подмногообразий которого дистрибутивна. Тогда V шпехтово.

Доказательство теоремы 2 основывается на следствии из теоремы 1.

В связи с утверждением теоремы 1 и результатом работы ⁽³⁾ возникает задача об описании минимальных многообразий правоальтернативных алгебр с недистрибутивными решетками подмногообразий:

Теорема 3. *Многообразие V правоальтернативных алгебр над полем K характеристики нуль является минимальным многообразием с недистрибутивной решеткой подмногообразий тогда и только тогда, когда V — нильпотентное индекса 4 многообразие, задаваемое тождествами одного из следующих множеств:*

$$T_1 = \{(y, x, y) = x^3 = [x, y]y = y[x, y] = 0\},$$

$$T(\omega_1, \omega_2, \omega_3) = \{x^3 = S_3^1(x, y, z) = S_3^2(x, y, z) =$$

$$= \omega_1[x, y]y + \omega_2 y[x, y] + \omega_3(y, x, y) = 0\},$$

где $\omega_1, \omega_2, \omega_3 \in K, (\omega_1, \omega_2, \omega_3) \neq (0, 0, 0)$.

Замечание 2. Утверждения теорем 1—3 остаются в силе, если V — многообразие левоальтернативных алгебр над полем K .

В заключение автор выражает глубокую благодарность В. А. Артамонову за внимание к работе.

Ереванский государственный университет

Վ. Զ. ՄԱՐՏԻՐՈՍՅԱՆ

Այդ ալտերնատիվ հանրահաշիվների բազմաձևությունների
ենթաբազմաձևությունների կավարների բաշխականության մասին

Հոդվածում նույնությունների լեզվով նկարագրվում են զրո բնութագրիչի դաշտի վրա որոշված գծային այդ ալտերնատիվ հանրահաշիվների այն բազմաձևությունները, որոնց ենթաբազմաձևությունների կավարները բաշխական են: Ապացուցվում է, որ եթե զրո բնութագրիչի դաշտի վրա որոշված այդ ալտերնատիվ հանրահաշիվների բազմաձևության ենթաբազմաձևությունների կավարը բաշխական է, ապա այդ բազմաձևությունը շպեխտյան է, այսինքն նրան կամայական ենթաբազմաձևություն կարելի է տալ վերջավոր քանակությամբ նույնություններով:

Հոդվածում բերվում է զրո բնութագրիչի դաշտի վրա որոշված այդ ալտերնատիվ հանրահաշիվների այն միինիմալ բազմաձևությունների թվարկումը, որոնց ենթաբազմաձևությունների կավարները բաշխական չեն:

ЛИТЕРАТУРА — ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

- ¹ Днестровская тетрадь, Ин-т математики СО АН СССР. Новосибирск, 1982.
² А. З. Ананьин, А. Р. Кемер, Сиб. мат. журн., т. 17, № 4 (1978). ³ В. Д. Мартиросян, Мат. сб., т. 118(160), № 1(5) (1982). ⁴ В. Д. Мартиросян, О дистрибутивности решеток подмногообразий многообразий $(-1,1)$ -алгебр, рукопись деп. в ВИНТИ 13 июля 1981 г., № 3457—81 Деп. ⁵ Ю. Н. Мальцев, Мат. исследования, вып. 56 (1980). ⁶ В. А. Артамонов, УМН, т. 33, вып. 2(200) (1978).

УДК 519.1

ПРИКЛАДНАЯ МАТЕМАТИКА

К. О. Егизарян

О пространственных обобщенных матрицах Адамара

(Представлено чл.-корр. АН Армянской ССР Р. Р. Варшамовым 4/VII 1983)

1. Начиная с 1970 г. в связи с различными практическими применениями матриц Адамара, такими как коды, исправляющие ошибки, обработка сигналов и т. д., все более возрастает интерес к изучению и построению пространственных матриц Адамара. В этом плане можно указать работы Шлихта (^{1,2}), Эндрюса (³), Хаммера и Себерри (⁴), Агаяна (⁵).

Определение 1 (²). n -мерной матрицей Адамара $[H]_n = \|h_{i_1, i_2, \dots, i_n}\|$ ($i_1, i_2, \dots, i_n = 1, 2, \dots, m$) называется такая матрица, состоящая из $+1$ и -1 , в которой все параллельные $(n-1)$ -мерные сечения (сечения ориентаций (i_l) $1 \leq l \leq n$) взаимно ортогональны, т. е.

$$\sum_r \dots \sum_t \dots \sum_z h_{r \dots t \dots z} \bar{h}_{r \dots \beta \dots z} = m^{(n-1)} \delta_{\alpha, \beta}, \quad (1)$$

где $(r \dots t \dots z)$ представляют все перестановки $(i_1 \dots i_l \dots i_n)$, $\delta_{\alpha, \beta}$ — символ Кронекера.

Полностью правильной, или регулярной (⁵), n -мерной матрицей Адамара является та, в которой все двумерные сечения (плоскости), в любых возможных нормальных осевых направлениях есть матрицы Адамара и, как следствие, все промежуточные k -мерные сечения ($2 < k < n$) есть также полностью правильные пространственные матрицы Адамара.

В 1962 г. Батсон (⁶) ввел понятие обобщенной матрицы Адамара (или $H(p, m)$ -матрицы) — ортогональной матрицы порядка m с элементами — корнями p -ой степени из 1, которое содержит в себе известные, практически часто используемые матрицы — Уолша, Фурье (⁹), Виленкина—Крестенсона—Кронекера (¹⁰), а также классические (⁷) и комплексные (⁸) матрицы Адамара.

В связи с вышеуказанным возникла задача введения, построения так называемых пространственных обобщенных матриц Адамара ($[H(p, m)]_n$ -матриц), т. е. пространственных матриц с элементами — корнями p -ой степени из 1, которые удовлетворяют условию (1).

Основная задача. Для натуральных чисел p, m и n построить пространственную обобщенную матрицу Адамара $[H(p, m)]_n$.

В данной работе введено общее понятие пространственных мат-

риц Адамара, содержащее в себе понятия пространственных матриц Адамара ⁽²⁾, классических ⁽¹⁾ и обобщенных ⁽⁶⁾ матриц Адамара. Исследована задача построения пространственных обобщенных матриц Адамара. Приведены эффективные алгоритмы построения как полностью, так и частично правильных пространственных обобщенных матриц Адамара из обобщенных матриц Адамара и алгоритмы преобразования этих матриц. Преодолена трудность в описании разных классов пространственных матриц Адамара благодаря введению в рассмотрение алгебраического аппарата умножения многомерных матриц ⁽¹¹⁾.

2. Обозначим через $[A]_n = \|A_{i_1 \dots i_n}\|$; $[B]_r = \|B_{j_1 \dots j_r}\|$ ($i_1, \dots, i_n, j_1, \dots, j_r = 1, \dots, m$) соответственно n -мерную и r -мерную матрицы m -го порядков. (λ, μ) -свернутым произведением ⁽¹¹⁾ матрицы $[A]_n$ на $[B]_r$ по индексам разбиений s и c называется матрица $[D]_t$, если

$$[D]_t = \|D_{lsh}\| = {}^{\lambda, \mu}([A]_n [B]_r) = \left\| \sum_{(c)} A_{lsc} B_{csk} \right\|, \quad (2)$$

где $h = \lambda + \mu + \nu$; $r = \lambda + \mu + \nu$; $l = (l_1, l_2, \dots, l_\lambda)$; $s = (s_1, s_2, \dots, s_\mu)$; $c = (c_1, c_2, \dots, c_\mu)$; $k = (k_1, k_2, \dots, k_\nu)$; $t = n + r - \lambda - 2\mu$.

Пусть теперь H' — n -мерная матрица порядка m , а H'' — сопряженная к ней матрица, и H'_t и H''_t — матрицы H' и H'' соответственно, транспонированные по определенным индексам ⁽¹¹⁾ (t — фиксированное натуральное число).

Определение 2. n -мерную матрицу H'_t порядка m назовем (λ, μ) -ортогональной по всем нормальным осевым направлениям, если для натуральных λ, μ ($\mu \neq 0$) выполняется система уравнений:

$$\begin{cases} {}^{\lambda, \mu}(H'_t H''_t) = m^\mu E(\lambda, k) \\ t = 1, 2, \dots, N \end{cases}, \quad (3)$$

где $k = n - \lambda - \mu$; $E(\lambda, k)$ — $(\lambda + 2k)$ -мерная единичная матрица ⁽¹¹⁾, а $N = \begin{cases} n!/\lambda!\mu!k!, & \text{если } \mu \neq k \\ n!/2\lambda!\mu!k!, & \text{если } \mu = k \end{cases}$.

Замечание 1. Понятие (λ, μ) -ортогональной пространственной матрицы совпадает с понятиями:

а) пространственной обобщенной матрицы Адамара $[H(p, m)]_n$ при $\lambda + \mu = n - 1$ и если элементы матрицы H'_t являются корнями p -ой степени из 1. Выделим следующие случаи:

— при $\lambda = 0, \mu = n - 1$ имеем (общую) n -мерную обобщенную матрицу Адамара. Система (3) запишется как

$$\begin{cases} {}^{0, n-1}(H'_t H''_t) = m^{(n-1)} E(0, 1) \\ \text{где } H'_t = H' \begin{pmatrix} i_1 i_2 \dots i_{t-1} i_t \\ i_1 i_2 \dots i_{t-1} i_t \end{pmatrix}; H''_t = H'' \begin{pmatrix} i_1 i_{t+1} \dots i_n \\ i_n i_t \dots i_{n-1} \end{pmatrix}; \\ t = 1, 2, \dots, n \end{cases} \quad (4)$$

— при $\lambda = n - 2, \mu = 1$ имеем полностью правильную n -мерную обобщенную матрицу Адамара, если выполняется следующая система из $n(n-1)/2$ уравнений, полученная из (3):

$$\begin{cases} {}^{n-2,1}(H'_{t_1, t_1} H'^*_{t_1, t_1}) = mE(n-2, 1) \\ \text{где } H'_{t_1, t_2} = H' \begin{pmatrix} i_1 \dots i_{t_1-1} i_{t_1} i_{t_2} i_{t_2+1} \dots i_n \\ i_2 \dots i_{t_1} i_{t_1+1} i_{t_2} \dots i_{n-1} \end{pmatrix} \\ H^*_{t_1, t_2} = H'' \begin{pmatrix} i_1 \dots i_{t_1-1} i_{t_1} i_{t_2} i_{t_2+1} \dots i_n \\ i_2 \dots i_{t_1} i_{t_1+1} i_{t_2} \dots i_{n-1} \end{pmatrix} \\ t_1 = 1, 2, \dots, n-1; t_2 = t_1 + 1, \dots, n \end{cases} \quad (5)$$

Заметим, что при $n=2$ система (3) совпадает с известным ⁽⁶⁾ матричным уравнением в определении обобщенной матрицы Адамара;

б) пространственной (специальной) ортогональной матрицы, если в (3) $k=2, 3, \dots, n-1$ и ортогональность по множеству направлений $i_l (l=1, \dots, n)$.

Замечание 2. Если система (3) выполняется для $\lambda = \lambda_0$ ($\mu = \mu_0$), то она выполнится и для $\lambda = \lambda_1 < \lambda_0$ ($\mu = \mu_1 > \mu_0$).

3. Алгоритм построения пространственных обобщенных матриц Адамара. Приведем рекуррентный метод построения n -мерной обобщенной матрицы Адамара порядка $m: |H|_n = \|h^{(n)}_{i_1, i_2, \dots, i_n}\|, (i_1, i_2, \dots, i_n = 0, 1, \dots, m-1)$. Имеем $|H|_2 = \|h_{i_1, i_2}\| = \{\gamma_p^{\varphi(i_1, i_2)}\}_{i_1, i_2=0}^{m-1}$ — обобщенную матрицу Адамара, где γ_p здесь и в дальнейшем обозначает первообразный корень p -ой степени из 1.

а) Пусть построена k -мерная обобщенная матрица m -го порядка $|H|_k = \|h^{(k)}_{j_1, j_2, \dots, j_k}\|, (j_1, j_2, \dots, j_k = 0, 1, \dots, m-1)$. Строим матрицу $|A|_k = \|a^{(k)}_{l_1, l_2, \dots, l_k}\|, (l_1, l_2, \dots, l_k = 0, 1, \dots, m^2-1)$, полученную прямым произведением матрицы $|H|_k$ на себя. Тогда

$$\begin{aligned} |A|_k &= \|a^{(k)}_{m i_1 + j_1, \dots, m i_k + j_k}\| = \|h^{(k)}_{i_1, \dots, i_k} \cdot h^{(k)}_{j_1, \dots, j_k}\|, (i_1, \dots, i_k, j_1, \dots, j_k = \\ &= 0, 1, \dots, m-1). \end{aligned} \quad (6)$$

б) Определим $(k+1)$ -мерную матрицу m -го порядка

$$|H|_{k+1} = \|h^{(k+1)}_{i_1, i_2, \dots, i_{k+1}}\| = \|a^{(k)}_{(m+1) i_1, (m+1) i_2, \dots, (m+1) i_k, m i_{k+1}}\|, \quad (7)$$

являющуюся пространственной обобщенной матрицей Адамара.

Имея конструкцию матрицы $|H|_2$, равенства (6) и (7), получим n -мерную обобщенную матрицу Адамара

$$|H|_n = \|\gamma_p^{\sum_{l=1}^{n-1} 2^{n-l-1} \cdot \varphi(i_1, i_l) + \varphi(i_1, i_n)}\|, \quad (8)$$

Алгоритм построения полностью правильных пространственных обобщенных матриц Адамара. Пусть $|B|_2 = \|b^{(2)}_{i_1, i_2}\| = \{\gamma_p^{i_1 i_2}\}_{i_1, i_2=0}^{p-1} = H(p, p)$ — обобщенная матрица Адамара, построенная по матрице Вандермонда ⁽⁶⁾. Матрицу $|B|_n = \|b^{(n)}_{i_1, i_2, \dots, i_n}\| (i_1, i_2, \dots, i_n = 0, 1, \dots, p-1), (n \geq 2)$, определим рекуррентным способом:

$$\|b^{(n)}_{i_1, i_2, \dots, i_n}\| = \|b^{(n-1)}_{i_1 + i_n, i_2 + i_n, \dots, i_{n-1} + i_n}\| \quad (9)$$

или же

$$\|b^{(n)}_{i_1, i_2, \dots, i_n}\| = \|b^{(2)}_{i_1 + i_2 + \dots + i_n, i_2 + i_2 + \dots + i_n}\| = \|\gamma_p^{(i_1 + i_2 + \dots + i_n)(i_2 + i_2 + \dots + i_n)}\|. \quad (10)$$

Далее проверяется, что матрицы $|B|_n (n=2, 3, \dots)$ — полностью правильные пространственные обобщенные матрицы Адамара.

4. В этой части дадим некоторые приложения пространственных обобщенных матриц Адамара в дискретных ортогональных преобразованиях, в частности, пространственных унитарных преобразованиях.

Представим многомерное дискретное ортогональное преобразование в матричном виде

$$[A]_s = {}^{\lambda, \mu}([H]_n [X]_s), \quad (11)$$

где $n = \lambda + 2\mu$, $s \geq \lambda + \mu$, здесь $[X]_s$ — входная, а $[A]_s$ — выходная s -мерные матрицы порядка m , $[H]_n$ — ортогональная матрица, в частности, n -мерная обобщенная матрица Адамара.

Обратное преобразование от (11) запишем в следующем виде:

$$[X]_s = {}^{\lambda', \mu'}([H]_n^{-1} [A]_s), \quad (12)$$

где $n = \lambda' + 2\mu'$, причем

$${}^{\lambda', \mu'}([H]_n^{-1} [H]_n) = E(\lambda, \mu). \quad (13)$$

В работе (4) описано дискретное преобразование Адамара от двух переменных, являющееся частным случаем вышеуказанного преобразования, которое записывалось следующим матричным уравнением:

$$[A]_2 = [W]_3 [X]_2, \quad (14)$$

где $[X]_2$, $[A]_2$ соответственно входная и выходная (квадратная) матрицы порядка m и $[W]_3$ — Уолш 3-куб (Хаар 3-куб, или другая ортогональная кубическая матрица). Обратное преобразование от (14) записывалось как

$$[X]_2 = [W]_3^{-1} [A]_2, \quad (15)$$

где $[W]_3^{-1}$ обратная матрица $[W]_3$.

Рассмотрим пример многомерного дискретного ортогонального преобразования пространственных обобщенных матриц Адамара.

Имеем входную s -мерную матрицу $[X]_s$. Равенство (11) запишем в виде

$$[A]_s = {}^{n-2, 1}([H]_n [X]_s), \quad (16)$$

и, если выполняется

$${}^{n-2, 1}([H]_n^{-1} [H]_n) = E(n-2, 1), \quad (17)$$

то умножив обе части (16) слева $((n-2, 1)$ -свернутым произведением) на $[H]_n^{-1}$, получим обратное ортогональное преобразование к (16)

$$\begin{aligned} {}^{n-2, 1}([H]_n^{-1} [A]_s) &= {}^{n-2, 1}([H]_n^{-1} {}^{n-2, 1}([H]_n [X]_s)) = \\ &= {}^{n-2, 1}({}^{n-2, 1}([H]_n^{-1} [H]_n) [X]_s) = {}^{n-2, 1}(E(n-2, 1) [X]_s) = [X]_s. \end{aligned} \quad (18)$$

Пусть теперь

$$[H]_n = [H]_{i_1 i_2 \dots i_n} = \left\| \gamma_p^{(i_1 + i_2 + \dots + i_n)(i_1 + i_2 + \dots + i_n)} \right\|, \quad (i_1, i_2, \dots, i_n = 0, 1, \dots, p-1) \quad (19)$$

n -мерная обобщенная матрица Адамара. Равенство (17) выполняется

при $[H]_n^{-1} = \left\| \frac{1}{p} \overline{H}_{i_1 i_2 \dots i_n}^{(i_1, i_n)} \right\| = \left\| \frac{1}{p} \gamma_p^{-(i_1 + i_2 + \dots + i_n)(i_1 + i_2 + \dots + i_{n-1})} \right\|$. Запишем (18),

используя (19):

$$\|X_{i_1 i_2 \dots i_s}\| = \left\| \frac{1}{p} \sum_{j=0}^{p-1} \gamma_p^{-(i_1+i_2+\dots+i_{n-1}+j)(i_1+i_2+\dots+i_{n-1})} A_{j(i_2 \dots i_s)} \right\|. \quad (20)$$

Теперь по матричному уравнению (16) и (20) получим тождество

$$\begin{aligned} \|X_{i_1 i_2 \dots i_s}\| &= \left\| \frac{1}{p} \sum_{j=0}^{p-1} \gamma_p^{-(i_1+i_2+\dots+i_{n-1}+j)(i_1+i_2+\dots+i_{n-1})} \times \right. \\ &\quad \times \left. \sum_{l=0}^{p-1} \gamma_p^{(l+i_2+\dots+i_{n-1}+i)(i_2+\dots+i_{n-1}+i)} X_{l i_2 \dots i_s} \right\| = \\ &= \left\| \frac{1}{p} \sum_{l=0}^{p-1} \gamma_p^{(l-i_1)[l+i_1+i_2+2(i_2+\dots+i_{n-1})]} \sum_{j=0}^{p-1} \gamma_p^{j(l-i_1)} X_{l i_2 \dots i_s} \right\| = \|X_{i_1 i_2 \dots i_s}\|, \end{aligned}$$

которое доказывает правильность выбора $[H]_n$ — пространственной обобщенной матрицы Адамара (полностью правильной).

Автор выражает признательность С. С. Агаяну за постановку задачи.

Вычислительный центр
Академии наук Армянской ССР
и Ереванского государственного университета

Կ. Օ. ԽՂԻԱԶԱՐՅԱՆ

Հաղամարի տարածական ընդհանրացված մատրիցաների մասին

Առաջատանքում տրված է Հաղամարի տարածական մատրիցաների ընդհանուր սահմանումը, որն ընդգրկում է իր մեջ Հաղամարի դասական, տարածական և ընդհանրացված մատրիցաների գաղափարը: Ուսումնասիրված է Հաղամարի տարածական ընդհանրացված մատրիցաների կառուցման խնդիրը: Բերված են Հաղամարի մասնակի և լրիվ կանոնավոր տարածական ընդհանրացված մատրիցաների կառուցման և արագ ձևափոխման ալգորիթմներ, մասնավորապես եթե գոյություն ունի Հաղամարի ընդհանրացված մատրիցա, ապա՝ կառուցվում է n -շափանի (կամայական n -ի համար) Հաղամարի ընդհանրացված մատրիցա նույն պարամետրերի և վանդերմոնդի մատրիցայից կառուցվում են լրիվ կանոնավոր Հաղամարի տարածական ընդհանրացված մատրիցաներ: Տարածական մատրիցաների բազմապատկման հանրահաշվական մեթոդի շնորհիվ հաղթահարված են Հաղամարի տարածական մատրիցաների տարբեր դասերի նկարագրման դժվարությունները:

ЛИТЕРАТУРА — ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

- ¹ P. J. Shlichta, Bull. Amer. Phys. Soc., ser. 11, v. 16, p. 825—826 (1971).
- ² P. J. Shlichta, IEEE Trans. on Inform. Theory, v. IT—25, № 5, p. 566—572 (1979).
- ³ H. C. Andrews (²). ⁴ J. Hammer, J. Seberry, IEEE Trans. on Inform. Theory, v. IT—27, № 6, p. 772—779 (1981). ⁵ С. С. Агаян, ДАН АрмССР, 72, № 3, 131—134 (1981).
- ⁶ A. T. Butson, Proc. Amer. Math. Soc., v. 13, p. 894—898 (1962). ⁷ М. Холл, Комбинаторика, Мир, М., 1970. ⁸ R. J. Turyn, In: Combin. Structures and their Applications, Gordon and Breach, N. Y., 1970. ⁹ Л. Рабинер, Б. Гоулд. Теория и применение цифровой обработки сигналов, Мир, М., 1978. ¹⁰ А. М. Трахтман, В. А. Трахтман, Основы теории дискретных сигналов на конечных интервалах, Сов. радио, М., 1975. ¹¹ Н. П. Соколов, Введение в теорию многомерных матриц, Наукова думка, Киев, 1972.

УДК 539.3

МЕХАНИКА

Г. Е. Багдасарян

Динамическая устойчивость сверхпроводящей
цилиндрической оболочки в магнитном поле
нестационарного тока

(Представлено академиком АН Армянской ССР С. А. Амбарцумяном 23/III 1983)

Задачи устойчивости сверхпроводящих цилиндрических оболочек при стационарном токе рассмотрены в работах (1,2). В данной работе рассматривается задача динамической устойчивости сверхпроводящей цилиндрической оболочки, по направлению образующей которой течет нестационарный поверхностный ток. Установлена возможность потери динамической устойчивости невозмущенного состояния. Получены формулы для определения критических частот параметрического резонанса и ширины областей неустойчивости.

1. Пусть круговая бесконечная замкнутая цилиндрическая оболочка постоянной толщины $2h$ и радиуса срединной поверхности R отнесена к триортогональной системе координат α, β, γ так, что координатные линии α и β совпадают с линиями кривизны срединной поверхности, откладываемыми соответственно вдоль образующей и по дуге.

Считается, что оболочка изготовлена из упругого изотропного материала и покрыта тонким слоем сверхпроводящего сплава (например Nb_3Sn), толщина которого намного больше глубины проникновения магнитного поля в сверхпроводник (обычно порядка 10^{-6} см). Материал оболочки характеризуется модулем упругости E , коэффициентом Пуассона ν и плотностью ρ . Электромагнитные свойства среды, окружающей оболочку, эквивалентны свойствам вакуума. Принимается, что влиянием токов смещения на возмущенное магнитное поле можно пренебречь. В отношении тонкой оболочки считается справедливой гипотеза недеформируемых нормалей.

Пусть по поверхности оболочки вдоль оси α транспортируется переменный электрический ток силы $J=J(t)$, вектор линейной плотности которой равен

$$\vec{I} = \frac{J(t)}{2\pi R} \vec{e}_\alpha = I(t) \vec{e}_\alpha. \quad (1.1)$$

Невозмущенное электрическое $\vec{E}(E_\alpha, E_\beta, E_\gamma)$ и магнитное $\vec{H}(H_\alpha, H_\beta, H_\gamma)$ поля, возникающие в окружающем пространстве от тока (1.1), вследствие того, что магнитное поле не проникает в толщу сверхпроводника, существуют лишь в области $r > h$. Из условий за-

дачи следует, что $H_a = H_r = E_z = E_r = 0$ во всем пространстве. А из оставшихся отличных от нуля компонент электромагнитного поля H_β и E_a в дальнейшем используется только H_β , а точнее его значение H_β^* на поверхности оболочки. Указанное значение H_β^* , необходимое для определения поверхностного давления, вызванного электромагнитным полем, согласно поверхностному условию $\vec{n}_0 \times \vec{H} = 4\pi \vec{I}/c$ ($\vec{n}_0$ — единичный вектор внешней нормали к недеформированной поверхности оболочки), определяется формулой

$$H_\beta^* = \frac{4\pi}{c} I(t). \quad (1.2)$$

Вследствие того, что магнитное поле не проникает в область, занимаемую оболочкой, на поверхности оболочки компоненты тензора напряжений Максвелла претерпевают разрыв. Этим разрывом обусловлено появление магнитного давления $\vec{P}_0$, определяемого формулой ⁽³⁾

$$\vec{P}_0 = -\frac{H^2}{8\pi} \vec{n}_0 = -\frac{2\pi}{c^2} I^2(t) \vec{n}_0. \quad (1.3)$$

Под действием нагрузки $\vec{P}_0$ в оболочке устанавливается начальное невозмущенное состояние, характеризующееся усилением

$$T_2^0 = -\frac{2\pi R}{c^2} I^2(t). \quad (1.4)$$

Характеристики возмущенного движения должны удовлетворять нелинейным уравнениям и краевым условиям на деформированной поверхности оболочки. При малых возмущениях эти уравнения и граничные условия аналогично работам ^(4,5) линеаризуются. Используя известные соотношения гипотезы Кирхгофа—Лява, приходим к линейным уравнениям и граничным условиям возмущенного состояния, полученным в работе ⁽⁶⁾. В дальнейшем будем рассматривать случай, когда возмущения не зависят от координаты z . В этом случае линеаризованные уравнения возмущенного движения имеют вид ⁽⁶⁾

$$\frac{\partial^2 v}{\partial \beta^2} + \frac{1}{R} \frac{\partial w}{\partial \beta} - \frac{h^2}{3R} \frac{\partial}{\partial \beta} \left(\frac{\partial^2 w}{\partial \beta^2} + \frac{w}{R^2} \right) + \frac{(H_\beta^*)^2}{4\pi} \frac{1-v^2}{2Eh} \frac{\partial w}{\partial \beta} = \frac{\rho(1-v^2)}{E} \frac{\partial^2 v}{\partial t^2}, \quad (1.5)$$

$$D \left[\frac{\partial^4 w}{\partial \beta^4} + \frac{3}{Rh^2} \left(\frac{\partial v}{\partial \beta} + \frac{w}{R} \right) + \frac{1}{R^2} \frac{\partial^2 w}{\partial \beta^2} \right] + 2\rho h \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} - T_2^0 \left(\frac{\partial^2 w}{\partial \beta^2} + \frac{w}{R^2} \right) - \frac{h(H_\beta^*)^2}{4\pi} \frac{\partial^2 w}{\partial \beta^2} + \frac{H_\beta^* h_\beta^*}{4\pi} = 0, \quad D = \frac{2Eh^3}{3(1-v^2)}.$$

Рассматривая систему уравнений (1.5), замечаем, что она не замкнута. В нее, кроме перемещений v и w срединной поверхности оболочки, входит неизвестное граничное значение тангенциальной составляющей индуцированного магнитного поля h_β^* на поверхности оболочки. Его определяем, решая уравнения Максвелла для возмущенного состояния

$$\operatorname{rot} \vec{h} = 0, \quad \operatorname{div} \vec{h} = 0, \quad (1.6)$$

при следующем поверхностном условии ⁽⁶⁾

$$h_{\gamma}|_{\gamma=h} = H_{\beta}^+ \frac{\partial w}{\partial \beta}. \quad (1.7)$$

2. Для определения возмущенного магнитного поля $\vec{h}$ введем потенциальную функцию φ посредством

$$\vec{h} = \operatorname{grad} \varphi. \quad (2.1)$$

Тогда задача определения $\vec{h}$ во внешней области согласно (1.6), (1.7) и (1.2) приводится к решению следующей внешней задачи Неймана для круга ($\gamma > h$)

$$\Delta \varphi = \frac{1}{R+\gamma} \frac{\partial}{\partial \gamma} \left[(R+\gamma) \frac{\partial \varphi}{\partial \gamma} \right] + \frac{R^2}{(R+\gamma)^2} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial \beta^2} = 0, \quad (2.2)$$

$$\left. \frac{\partial \varphi}{\partial \gamma} \right|_{\gamma=h} = - \frac{4\pi}{c} I(t) \frac{\partial w}{\partial \beta}.$$

Решение задачи (2.2) представляется посредством интеграла Дини ⁽⁷⁾. Из этого решения в силу (2.1) для h_{β}^+ найдем

$$h_{\beta}^+ = - \frac{2I(t)}{cR} \int_0^{2\pi} \frac{\sin(\theta-\xi)}{1-\cos(\theta-\xi)} \frac{\partial w}{\partial \xi} d\xi, \quad \theta = \frac{\beta}{R}. \quad (2.3)$$

Подставляя (1.2), (1.4) и (2.3) в систему (1.5) и пренебрегая влиянием тангенциальных сил инерции, рассматриваемую задачу динамической устойчивости можно свести к исследованию следующего интегро-дифференциального уравнения с переменными коэффициентами:

$$\begin{aligned} & \frac{D}{R^4} \left(\frac{\partial^4 w}{\partial \theta^4} + 2 \frac{\partial^2 w}{\partial \theta^2} + w \right) + 2\rho h \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} + \\ & + \frac{2\pi I^2(t)}{Rc^2} \left[\frac{\partial^2 w}{\partial \theta^2} - w + \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} \frac{\sin(\theta-\xi)}{1-\cos(\theta-\xi)} \frac{\partial w}{\partial \xi} d\xi \right] = 0. \end{aligned} \quad (2.4)$$

Решения уравнения (2.4) должны удовлетворять условию замкнутости по координате $\theta = \beta/R$.

3. Представляя решение уравнения (2.4) в виде $w = f_n(t) \cos n\theta$ ($n = 2, 3, \dots$), удовлетворим условию замкнутости, а для определения неизвестных функций $f_n(t)$ из (2.4) получим дифференциальные уравнения

$$\frac{d^2 f_n}{dt^2} + \Omega_n [1 - 2\mu_n(t)] f_n(t) = 0, \quad (3.1)$$

где Ω_n — частоты собственных поперечных колебаний оболочки в от-

существование электрического тока, $\Omega_{0n} = \frac{D(n^2-1)^2}{2\rho h R^4}$, $\mu_n(t) = \frac{2\pi R^2}{D(n+1)^2} \frac{I^2(t)}{c^2}$.

В качестве примера рассмотрим случай, когда по образующим цилиндра течет гармонический электрический ток с вектором линейной плотности $\vec{I}(t) = (I_0 + I_1 \cos \omega t) \vec{e}_z$. Тогда уравнения (3.1) принимают вид

$$\frac{d^2 f_n}{dt^2} + \Omega_n^2 (1 - 2\mu_{1n} \cos \omega t - 2\mu_{2n} \cos 2\omega t) f_n = 0, \quad (3.2)$$

$$\Omega_n^2 = \Omega_{0n}^2 - \gamma_n^2 \frac{I_1^2 + 2I_0 I_1}{2c^2}, \quad \gamma_n^2 = \frac{\pi(n-1)^2}{\rho h R}$$

$$\mu_{1n} = \frac{\gamma_n^2}{\Omega_n^2} \frac{I_0 I_1}{c^2}, \quad \mu_{2n} = \frac{\gamma_n^2}{\Omega_n^2} \frac{I_1^2}{4c^2}. \quad (3.3)$$

В (3.3) Ω_n — частоты поперечных колебаний оболочки, несущей стационарный ток; μ_{1n} и μ_{2n} — коэффициенты возбуждения.

Из (3.2) в случае, когда по образующим цилиндра течет постоянный ток ($I_1 = 0$), легко найти критическую величину плотности этого тока $I_{0*} = c \Omega_{0n} (\gamma_n)^{-1}$, при которой цилиндрическая оболочка теряет статическую устойчивость⁽²⁾.

Уравнение (3.2) имеет периодические коэффициенты и, как известно^(8,9), при некоторых соотношениях между коэффициентами имеет неограниченно возрастающие решения. Границы областей главного параметрического резонанса согласно⁽⁹⁾ определяются следующими приближенными формулами:

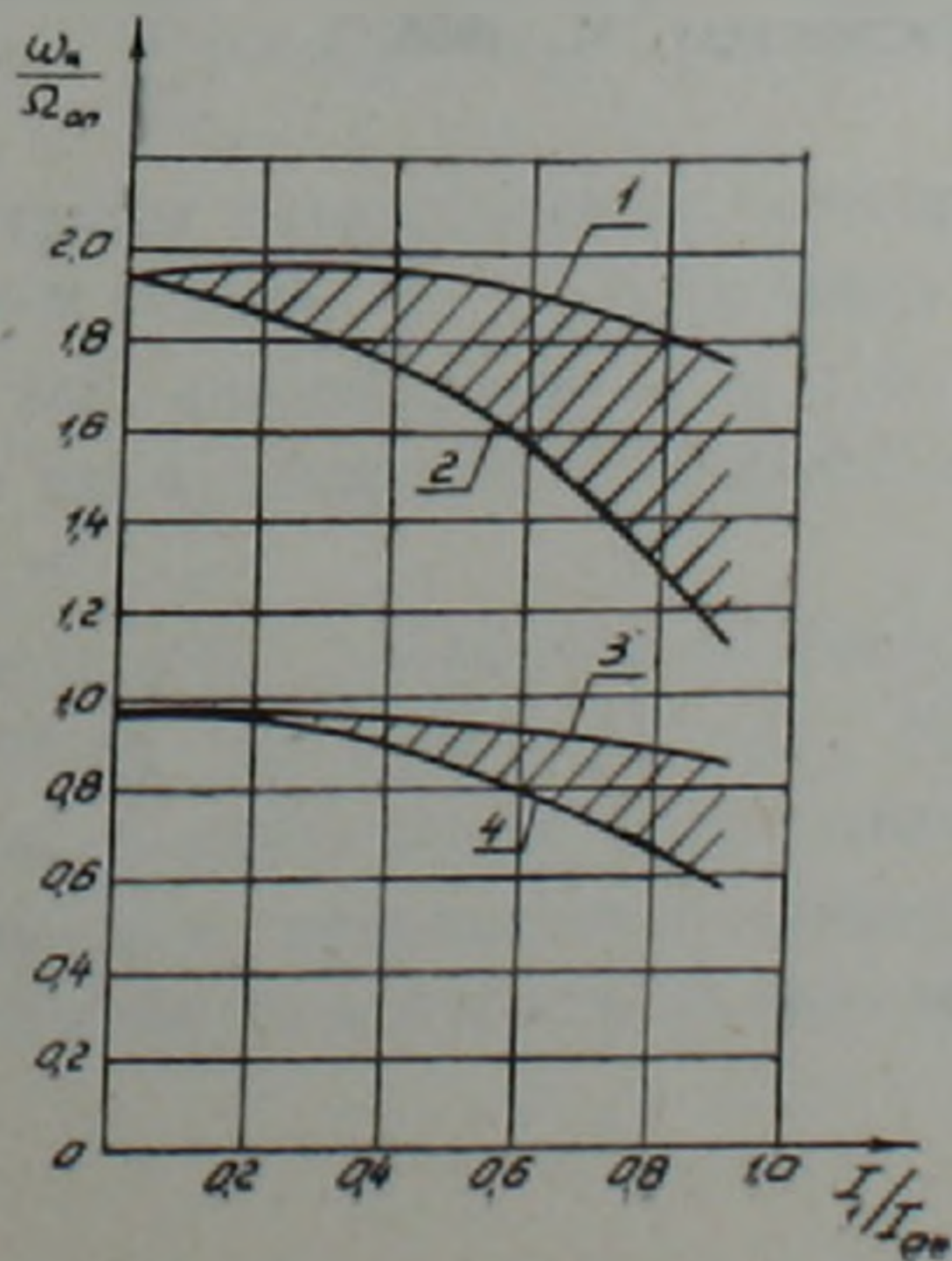
для области, расположенной вблизи частоты $2\Omega_n$,

$$\frac{\omega_*}{\Omega_{0n}} = 2 \sqrt{1 \pm \mu_{1n}} = 2 \left[1 - \left(\frac{I_0}{I_{0*}} \right)^2 - \frac{1}{2} \left(\frac{I_1}{I_{0*}} \right)^2 \pm \frac{I_0}{I_{0*}} \cdot \frac{I_1}{I_{0*}} \right]^{\frac{1}{2}}, \quad (3.4)$$

для области, расположенной вблизи частоты Ω_n ,

$$\frac{\omega_*}{\Omega_{0n}} = \sqrt{1 \pm \mu_{2n}} = \left[1 - \left(\frac{I_0}{I_{0*}} \right)^2 - \frac{1}{2} \left(\frac{I_1}{I_{0*}} \right)^2 \pm \frac{1}{4} \left(\frac{I_1}{I_{0*}} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}}. \quad (3.5)$$

На рисунке показаны области динамической неустойчивости обо-



лочки при $4I_0 = I_{\infty}$. Кривые 1 и 2 построены по уравнению (3.4), а кривые 3 и 4 — по уравнению (3.5). Из рисунка видно, что ширины областей неустойчивости увеличиваются с увеличением амплитуды плотности тока. Формулы (3.4) и (3.5) показывают: а) при достаточно малых значениях I_0 важной является область неустойчивости, расположенная вблизи частоты Ω_n ; б) ширины обеих областей являются монотонно возрастающими функциями величины I_0 .

Институт механики Академии наук
Армянской ССР

Գ. Ն. ԲԱՂԴԱՍԱՐՅԱՆ

Ոչ ստացիոնար հոսանքի մագնիսական դաշտում գտնվող գերհաղորդիչ
գլանային թաղանթի դինամիկական կայունությունը

Դիտված է գերհաղորդիչ գլանային թաղանթի դինամիկական կայունությունը մագնիսական դաշտում, որը ստեղծված է գլանի ծնիշների ուղղությամբ հոսող ոչ ստացիոնար մակերևութային հոսանքի կողմից Հարմոնիկ էլեկտրական հոսանքի դեպքում հաստատված է չգրգռված վիճակի դինամիկական կայունության կորուստ: Ստացված են բանաձևեր պարամետրական ռեզոնանսի կրիտիկական հաճախականությունների և անկայունության տիրույթների որոշման համար:

ЛИТЕРАТУРА — ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

- ¹ Р. Н. Овакимян, Изв. АН АрмССР. Механика, т. 22, № 4 (1969).
- ² Р. Н. Овакимян, Изв. АН АрмССР. Механика, т. 32, № 3 (1979).
- ³ Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, Электродинамика сплошных сред, Гостехиздат, М., 1957.
- ⁴ В. В. Новожилов, Основы нелинейной теории упругости, Гостехиздат, М., 1948.
- ⁵ В. В. Болотин, Неконсервативные задачи теории упругой устойчивости, Физматгиз, М., 1961.
- ⁶ Г. Е. Багдасарян, П. А. Мкртчян, Изв. АН АрмССР. Механика, т. 34, № 6 (1981).
- ⁷ Н. С. Кошляков, Э. Б. Глиер, М. М. Смирнов, Уравнения в частных производных математической физики, Высшая школа, М., 1970.
- ⁸ Н. В. Мак-Лахлан, Теория и приложения функций Матье, ИЛ, М., 1953.
- ⁹ В. В. Лолотин, Динамическая устойчивость упругих систем, Гостехиздат, М., 1956.

УДК 622.692.4.001

ЭНЕРГЕТИКА

Н. С. Хуршудов

Формирование системы моделей оптимизации газоснабжения

(Представлено академиком АН Армянской ССР Г. Т. Адонцем 23/II 1983)

Объективные условия развития и функционирования Единой системы газоснабжения страны (ЕСГ) определяют ⁽¹⁾ необходимость резервов различной целевой ориентации на магистральных газопроводах (МГ), подземных хранилищах газа (ПХГ), месторождениях и других технологических объектах для обеспечения качественного и бесперебойного газоснабжения потребителей. Целью работы является создание метода выбора структуры потоков газа в ЕСГ и параметров технологических объектов, согласованных с загрузкой системы, режимами транспорта и потребления газа и обеспечивающих надежное газоснабжение.

ЕСГ моделируется как совокупность: а) узлов ($i = \overline{1, n}$) — действующих или возможно новых месторождений, потребителей и ПХГ; б) ветвей ($j = \overline{1, m}$) — действующих или возможно новых МГ. Период развития представлен временными этапами — рядом лет ($t = \overline{1, T}$), в каждом году выделены сезоны ($\tau = \overline{1, \theta}$). Известно исходное состояние ЕСГ — схема и параметры газопроводной сети — пропускные способности МГ (P_j), достигнутая емкость ПХГ (V_i). По всем временным этапам заданы суммарная добыча газа в ЕСГ, полная потребность в топливе и двусторонние ограничения на потребление (плюс) или добычу (минус) газа в каждом узле (q_{it}, q_{it}^*).

Основа модели — система балансовых уравнений:

$$365 \sum_{j=1}^m s_{ij} Q_{jt} = q_{it}; \quad \sum_{j=1}^m c_{\tau} s_{ij} Q_{jt}^* = q_{it}^* \quad (i = \overline{1, n}); \quad (t = \overline{1, T}), \quad (1)$$

где s_{ij} — элемент матрицы инциденций узлы-ветви газопроводной сети, c_{τ} — число суток в τ -м сезоне, Q_{jt}, Q_{jt}^* — среднесуточная производительность (поток) j -го МГ, соответственно, за t -й год и τ -й сезон t -го года, ограниченные пропускными способностями МГ, достигнутыми к t -му году: $Q_{jt}, Q_{jt}^* \leq P_{jt}$.

Требуется определить пропускные способности МГ P_{jt} , обеспечивающие такие потоки газа Q_{jt} и Q_{jt}^* по МГ и объемы подачи (отбора) газа q_{it} и q_{it}^* в узлах по всем временным этапам, при которых достигается минимум приведенных затрат на развитие и функционирование системы за весь период T при выполнении всех огра-

ничений, в том числе обеспечивается уровень надежности газоснабжения ⁽²⁾:

$$R_t = \frac{1 - \sum_{k=1}^K p_{kt}(q_t^{\Sigma} - q_t^{(k)})}{q_t^{\Sigma}}, \quad (2)$$

где q_t^{Σ} —суммарный ресурс газа, выделенный на потребление в t -м году, k, K —индекс и общее число всевозможных аварийных ситуаций (АС), возникающих из-за ненадежности МГ, p_{kt} —вероятность наступления k -й АС, $q_t^{(k)}$ —фактическое потребление газа по ЕСГ при наступлении k -й АС.

Целевая функция:

$$\sum_{t=1}^T \sum_{\tau=1}^{\theta} \left[\sum_{j=1}^m Z_{jt}(\Pi_{jt}, Q_{jt}^{\tau}) + \sum_{i=1}^n \left\{ E_{it}(q_{it}, q_{it}^{\tau}) + F_{it}(q_{it}, q_{it}^{\tau}) + \right. \right. \quad (3) \\ \left. \left. + z_{it}(W_{it}, \eta_{it}^{\tau}) + \varphi_{it}(V_{it}, \rho_{it}^{\tau}) \right\} \right] \rightarrow \min,$$

где Z_{jt} —функция затрат на развитие и функционирование j -го МГ в t -м году при его производительности в τ -м сезоне, равной Q_{jt}^{τ} ; E_{it} , F_{it} , z_{it} , φ_{it} —функции затрат, аналогичные Z_{jt} , соответственно, по пункту потребления, месторождению, второму топливному хозяйству (ВТХ), ПХГ; W_{it} , V_{it} —емкость, соответственно, ВТХ и ПХГ; η_{it}^{τ} , ρ_{it}^{τ} —мощность или производительность, соответственно, ВТХ и ПХГ в τ -м сезоне t -го года.

Основным содержанием процесса (3) является обеспечение совмещения функций резервов различной целевой ориентации с основной функцией ЕСГ—обеспечением нормальной и среднегодовой загрузки (q_{it} , Q_{it}).

Изложенная задача в рамках ЕСГ или ее отдельных фрагментов отличается большой сложностью и размерностью, и поэтому реализация ее осуществлена на базе метода декомпозиции задач развития ЕСГ ⁽³⁾, заключающегося в разделении задачи на ряд подзадач меньшей размерности с помощью введения дополнительных ограничений на параметры—потоки газа, пропускные способности и коэффициенты загрузки МГ (k_{jt}), резервные объемы и мощности объектов. Причем область допустимых значений указанных параметров, определяемая на каждом шаге оптимизации как результат минимизации (снижения) (3), последовательно «сужается», что обеспечивает выполнение условий теоремы о сжатом отображении ⁽⁴⁾ и сходимость всего процесса.

Алгоритм расчета использует аддитивность (в данном случае, линейной) целевой функции (3) и возможность разбиения множества ограничений ⁽³⁾ в пространстве (i, j) и времени (t, τ) и предусматривает организацию циклов оптимизации, в каждом из которых решаются подзадачи (шаги расчета): резервирования (P)—расчета параметров средств резервирования аварийных недоотпусков; регулирования (H)—выбора параметров средств регулирования сезонной неравномерности газопотребления; структурной (C)—оптимизации пото-

ков газа и пропускных способностей МГ. Опишем эти подзадачи на l -м цикле расчета.

Подзадача Р. Здесь разыгрываются все K АС, в каждой из которых разрабатываются мероприятия, обеспечивающие газоснабжение с минимумом функции цели, полученной из (3) исключением из нее переменных с индексами τ . Пропускные способности $(\Pi_{it}^{(l-1)})$ и распределение годовых объемов газа по узлам $(q_{it}^{(l-1)})$, полученные в цикле $l-1$ в задаче С, используются как ограничения:

$$Q_{it}^{(k)} \leq \Pi_{it}^{(l-1)}; \quad q_{it}^{(k)} = q_{it}^{(l-1)}, \quad (4)$$

где индекс (k) соответствует значениям переменных в k -й АС. Балансовое уравнение записывается в виде

$$365 \sum_{i=1}^n s_{it}^{(k)} \cdot Q_{it}^{(k)} = q_{it}^{(k)} + y_{it}^{(k)} + \pi_{it}^{(k)} \quad (j = \overline{1, m}; \quad t = \overline{1, T}), \quad (5)$$

где $y_{it}^{(k)}$ — объем газа, поступающий в узел i сверх (ниже) $q_{it}^{(l-1)}$ и используемый на установках, для которых газ не является основным топливом (образующий недоотпуск газа); $\pi_{it}^{(k)}$ — потери газа.

В качестве дополнительных используются ограничения на V_{it}^p , ρ_{it}^p , W_{it}^p , η_{it}^p , вытекающие из многоцелевого характера функционирования объектов:

$$V_{it}^p + V_{it}^{n(l-1)} = V_{it} \leq V_{it}^{\max}; \quad \rho_{it} = \max(\rho_{it}^p, \rho_{it}^{n(l-1)}) \text{ и т. д.}, \quad (6)$$

где p и n — индексы объемов (мощностей), предусмотренные (достаточные) для, соответственно, компенсации недоотпусков и регулирования: $V_{it}^{n(l-1)}$, $\rho_{it}^{n(l-1)}$, ... — рассчитаны („заняты“) на $l-1$ цикле в задаче Н.

По результатам имитации K всевозможных АС определяются (как реализации случайного процесса изменения состояний ЕСГ) V_{it}^p , ρ_{it}^p , W_{it}^p , η_{it}^p , а также коэффициенты запаса пропускной способности МГ для целей компенсации аварийных недоотпусков k_{it}^p :

$$k_{it}^p = \frac{\sum_{k=0}^K p_{kt} Q_{it}^{(k)}}{Q_{it}^{(l-1)}}, \quad (7)$$

где $Q_{it}^{(l-1)}$ — значение потока газа, полученное на $l-1$ цикле в задаче С. $k=0$ соответствует безаварийной ситуации. Очевидно, $\sum_{k=0}^K p_{kt} = 1$.

Компоненты целевой функции в подзадаче Р $(^1)$ включают, в том числе: по Z_{it} — энергозатраты, по E_{it} — расход (экономия) резервного топлива при компенсации недоотпуска, F_{it} — затраты на дополнительный фонд скважин, обеспечивающий добычу газа из i -го месторождения сверх $q_{it}^{(l-1)}$ на нужды компенсации недоотпусков.

Подзадача Н. Здесь минимум целевой функции, полученной из (3) фиксацией переменных без индексов τ , достигается варьированием

Q_{jt}^* , q_{jt}^* обеспечивающих $Q_{jt} \leq \Pi_{jt}^{(l-1)}$ и $\sum_{t=1}^b q_{jt} = q_{jt}^{(l-1)}$. Ему соответствуют V_{jt}^* , ρ_{jt}^* , W_{jt}^* , η_{jt}^* , на которые накладываются дополнительные ограничения, подобные (6), но с фиксацией $V_{jt}^{p(l)}$, $\rho_{jt}^{p(l)}$, $W_{jt}^{p(l)}$, $\eta_{jt}^{p(l)}$, полученных в задаче P . Определяются также коэффициенты запаса пропускной способности для целей регулирования:

$$k_{jt}^* = \frac{\frac{1}{\theta} \sum_{t=1}^b Q_{jt}}{\max_t (Q_{jt}^*)} \quad (8)$$

Компоненты целевой функции подзадачи H включают, в том числе: по Z_{jt} —энергозатраты; по E_{jt} —эффект, полученный за счет разницы в посезонной стоимости топлива при фиксированном годовом объеме газопотребления $q_{jt}^{(l-1)}$.

Подзадача С. Целевая функция—(3), исключая переменные с индексами τ . Координация всего процесса осуществляется введением соотношений, позволяющих совместить на МГ функции резервов различного характера:

$$\Pi_{jt} = \frac{Q_{jt}}{k_{jt}^{(l)}}; \quad k_{jt}^{(l)} = k_{jt}^{n.z.} \cdot k_{jt}^{p(l)} \cdot k_{jt}^{n(l)}, \quad (9)$$

где $k_{jt}^{n.z.}$ —коэффициент директивного резерва (²). На $k_{jt}^{(l)}$ накладываются двусторонние ограничения, „сужаемые“ от цикла к циклу.

Реализация системы моделей, осуществленная на примерах оптимизации развития фрагментов ЕСГ с использованием специального (^{1,5}) и универсального (⁶) программного обеспечения, показала работоспособность метода и его практическую значимость: потребность в ресурсах на развитие системы значительно снижается по сравнению с вариантом, полученным без обеспечения совместимости резервных объемов и мощностей на объектах—в среднем, по металлу на 10%, по капиталовложениям на 8%, а с учетом дисконтирования до 23% на десятилетний период развития.

ВНИИЭгазпром

Ն. Ս. ԿՈՒՐՇՈՒՂՈՎ

Գազամատակարարման օպտիմիզացման մոդելների
համակարգի կազմավորումը

Առաջարկվում է գազամատակարարման համակարգի օպտիմիզացման մաթեմատիկական մոդել, որը հաշվի է առնում հուսալիություն և գազամատակարարման անհավասարաչափության գործոնները: Բերված է հաշվարկի ալգորիթմը, որը հնարավորություն է տալիս լուծել մեծ չափողականություն ունեցող խնդիրներ, օգտագործելով ելակետային սահմանափակումների բազմության դեկոմպոզիցիայի սկզբունքը:

ЛИТЕРАТУРА — ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

- ¹ Н. С. Хуршудов, Ю. А. Казарян, Р. А. Газарян, в кн.: Методические вопросы исследования надежности больших систем энергетики, вып. 24, кн. 1, Ереван, 1982.
- ² Надежность систем энергетики. Терминология, вып. 95. Под ред. Ю. Н. Руденко, Наука, М., 1980.
- ³ Р. А. Газарян, Н. С. Хуршудов, Изв. АН АрмССР. Серия техн. наук, т. 34, № 1 (1981).
- ⁴ Б. П. Демидович, И. А. Марон, Основы вычислительной математики, Наука, М., 1970.
- ⁵ Н. С. Хуршудов, Р. А. Газарян, в кн.: Автоматизированная система плановых расчетов «Газовая промышленность», ВНИИЭгазпром, М., 1983.
- ⁶ Применение пакетов прикладных программ по экономико-математическим методам в АСУ, Статистика М., 1980.

УДК 666.11.01 : 538

ФИЗИЧЕСКАЯ ХИМИЯ

Член-корреспондент АН Армянской ССР К. А. Костанян, М. А. Погосян,
В. Е. Адамян, З. А. Мурадян

Некоторые физико-химические и магнитные свойства
стекол в системе $\text{Li}_2\text{O}—\text{Fe}_2\text{O}_3—\text{B}_2\text{O}_3$

(Представлено 4/V 1983)

Исследование физико-химических свойств оксидных стеклообразующих систем, содержащих окись железа, представляет значительный теоретический и практический интерес, особенно после предсказаний Губанова (¹) о возможности существования аморфных магнетиков и появления металлических стекол (²) с интересными ферромагнитными свойствами. Изучение структуры и свойств металлических стекол позволило прийти к выводу, что они ничем не отличаются от обычных стекол. С использованием технологии получения металлических стекол (методом сверхбыстрого охлаждения) был создан ряд ферромагнитных стекол, и в обычных стеклообразующих системах содержащих большое количество окиси железа (³⁻⁵).

Настоящая работа посвящена выявлению возможности создания ферромагнитных стекол и изучению некоторых физико-химических свойств в железосодержащих системах, полученных традиционными методами. Объектом изучения служила система $\text{Li}_2\text{O}—\text{Fe}_2\text{O}_3—\text{B}_2\text{O}_3$. В литературе имеются данные о единичных стеклах этой системы, полученных методом быстрого охлаждения и имеющих спонтанный момент (⁶). Три состава стекол указанной системы были синтезированы и изучены Мазелевым с соавторами (⁷). Однако исследование магнитных свойств этих стекол носит чисто качественный характер.

Синтез стекол проводили в электрической печи с карборундовыми нагревателями в корундовых тиглях. Варку стекол в количестве 30—50 г производили при температурах 1100—1300° в течение одного часа на воздухе, из реактивов марок «Ч», «ХЧ» и «ОСЧ».

Область стеклообразования определяли путем отливки расплавов в количестве 15—20 г на холодную медную плиту.

Температурный коэффициент линейного расширения (ТКЛР) измеряли на кварцевом dilatометре ДКВ-2 по стандартной методике.

Температурную зависимость магнитной восприимчивости измеряли методом Фарадея (⁸) в интервале 300—1000°К, в переменных полях 3—8 КЭ. В качестве эталонного образца использовали соль Мора. Относительная ошибка измерения восприимчивости не превышает 1%. Температурную зависимость магнитного момента измеряли методом вибрирующего образца, предложенным Фонером (⁹). Калибровку установки производили с помощью монокристаллического образца иттриевого граната. Область измеряемых температур 77—300°К, ис-

пользуемых магнитных полей 3—15 КЭ. Относительная ошибка измерения намагниченности не превышает 3%.

Область стеклообразования в системе $\text{Li}_2\text{O}-\text{Fe}_2\text{O}_3-\text{B}_2\text{O}_3$ ограничивается следующими пределами концентраций компонентов (мол %): B_2O_3 30—100, Fe_2O_3 0—27, Li_2O 0—58. Область стеклообразования в двойной системе $\text{Li}_2\text{O}-\text{B}_2\text{O}_3$ взята из работы (10). Она ограничена содержанием Li_2O от 0 до 41 мол %. Введение Fe_2O_3 благоприятно влияет на стеклообразование и позволяет получать стекла с более низким содержанием B_2O_3 . Минимальная концентрация B_2O_3 составляет 30, концентрация Li_2O доходит до 56—58, а концентрация Fe_2O_3 при этом не превышает 15—20 мол %. Максимальное же количество Fe_2O_3 , вводимое в данную систему, составляет 25—27 мол %.

На рис. 1 показаны зависимости изменения ТКЛР, температуры начала деформации и намагниченности стекол (σ) в поле 14 КЭ при комнатной температуре от состава по разрезу с постоянным содержанием $\text{Fe}_2\text{O}_3=10$ мол %. Полученные данные можно сравнить с дан-

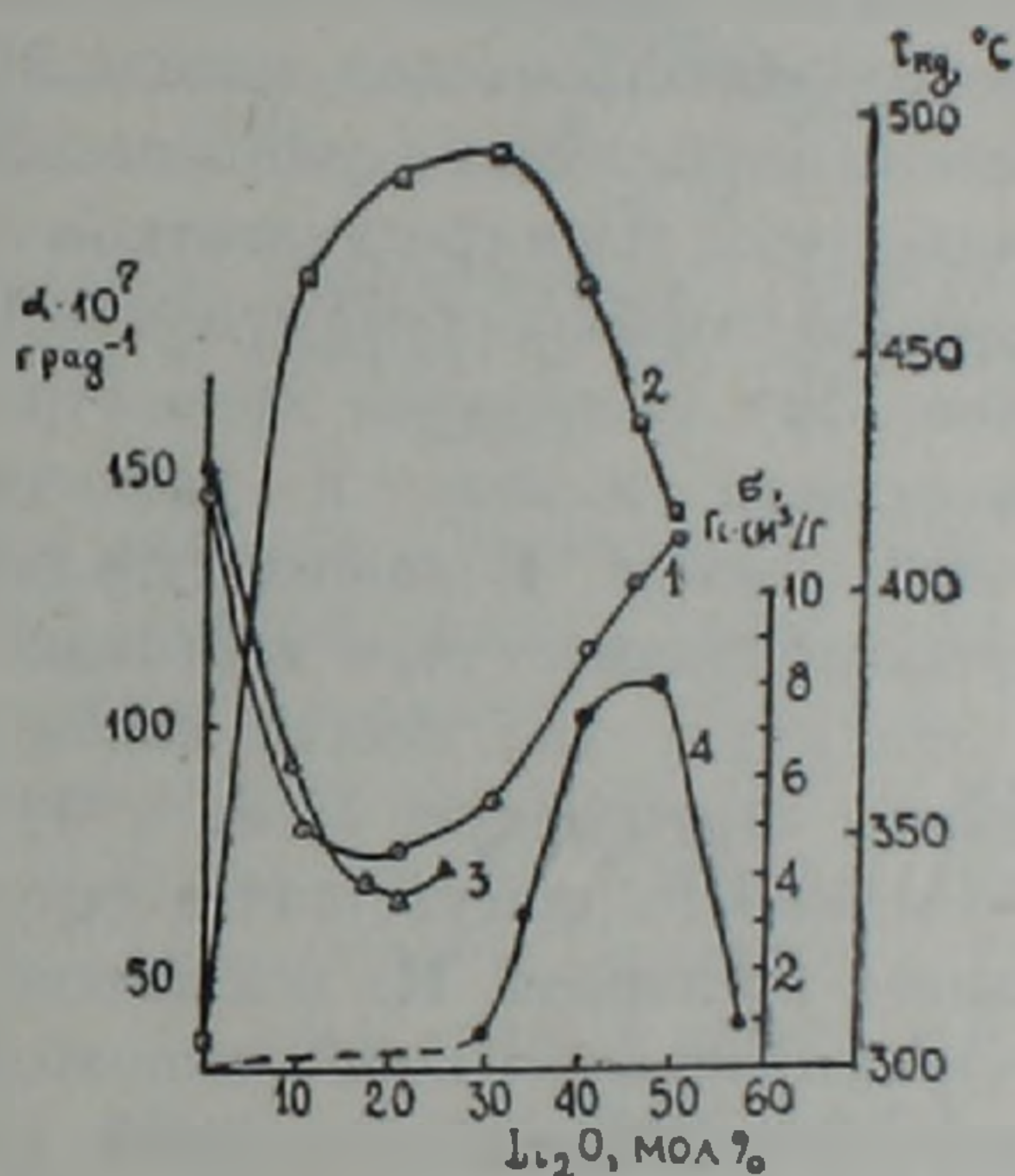


Рис. 1. Изменение ТКЛР, температур начала деформации и намагниченности стекол (σ) в поле 14 КЭ при комнатной температуре системы $\text{Li}_2\text{O}-\text{Fe}_2\text{O}_3-\text{B}_2\text{O}_3$ по разрезу с постоянным содержанием $\text{Fe}_2\text{O}_3=10$ мол %: 1—ТКЛР; 2—температура начала деформации; 3—ТКЛР стекол системы $\text{Li}_2\text{O}-\text{B}_2\text{O}_3$ по данным Мооре и Макмиллана ((11), с. 9). ТКЛР стеклообразной B_2O_3 по данным Стримте ((11), с. 32); 4—намагниченность

ными литературы по изменению ТКЛР системы $\text{Li}_2\text{O}-\text{B}_2\text{O}_3$ ((11) (кривая 3)). Хотя литературные данные очень скудны и охватывают ограниченную область составов, тем не менее можно констатировать идентичность характера изменения ТКЛР. Исходное стекло $10\text{Fe}_2\text{O}_3 \cdot 90\text{B}_2\text{O}_3$ имеет очень близкий ТКЛР к ТКЛР стеклообразного B_2O_3 . Появление минимума в области содержания Li_2O 20 мол %, видимо, можно связать с координационными превращениями B_2O_3 .

Исследование магнитных свойств стекол системы $\text{Li}_2\text{O}-\text{Fe}_2\text{O}_3-\text{B}_2\text{O}_3$ по разрезу с постоянным содержанием $\text{Fe}_2\text{O}_3=10$ мол % показало, что стекла, содержащие до 10 мол % Li_2O , парамагнитны. Ферромагнетизм появляется в области концентраций Li_2O 10—20 мол % и заметно увеличивается начиная с 30 мол % Li_2O . На рис. 1 (кривая 4) показана зависимость намагниченности стекол в поле 14 КЭ от состава при комнатной температуре. Максимум намагниченности наблюдается в области составов, содержащих 40—50 мол % Li_2O , т. е. при соотношении $\text{Li}_2\text{O}/\text{B}_2\text{O}_3 \sim 0,8-1,25$. Вероятно, такое соотношение является оптимальным для образования высокоспиновых комплексов ионов железа в структуре стекла. Проведение рентгенофазового анализа закристаллизованных стекол $50\text{Li}_2\text{O} \cdot 10\text{Fe}_2\text{O}_3 \cdot 40\text{B}_2\text{O}_3$ и $50\text{Li}_2\text{O} \cdot 20\text{Fe}_2\text{O}_3 \cdot 30\text{B}_2\text{O}_3$ показало наличие кристаллов LiFeO_2 , LiFe_5O_8 , LiB_2O_4 . Эти данные хорошо согласуются с литературными данными (¹²) и косвенно свидетельствуют о большой вероятности сделанных предположений. Определенную роль в образовании высокоспиновых комплексов, вероятно, играет и валентно-координационное состояние ионов железа. Согласно данным Мессбауеровской спектроскопии, метода ЭПР (^{3, 4, 13}) и работы (¹⁴) ионы железа в свинцовообратных и свинцовосиликатных стеклах находятся как в двухвалентном, так и трехвалентном состояниях. При низких концентрациях железа находится преимущественно в четырехкоординированном состоянии. При увеличении концентрации железа уменьшается доля двухвалентного железа и увеличивается количество шестикординированного железа. В наших стеклах, вероятно, железо может быть в четырехкоординированном состоянии и при более высоких концентрациях, так как у нас вместо ионов Pb^{2+} , которые сами склонны к вхождению в структурную сетку (¹⁵), присутствуют ионы лития, создающие возможность присутствия в структуре слабо связанных немостиковых ионов кислорода. Не исключено также и благоприятное влияние на магнитоупорядоченное окружение ионов железа координационного перехода $\text{BO}_3 \rightarrow \text{BO}_4$, который может иметь место в данной области концентраций Li_2O (¹⁶).

На рис. 2 изображена зависимость магнитного момента от напряжения внешнего магнитного поля при различных температурах для

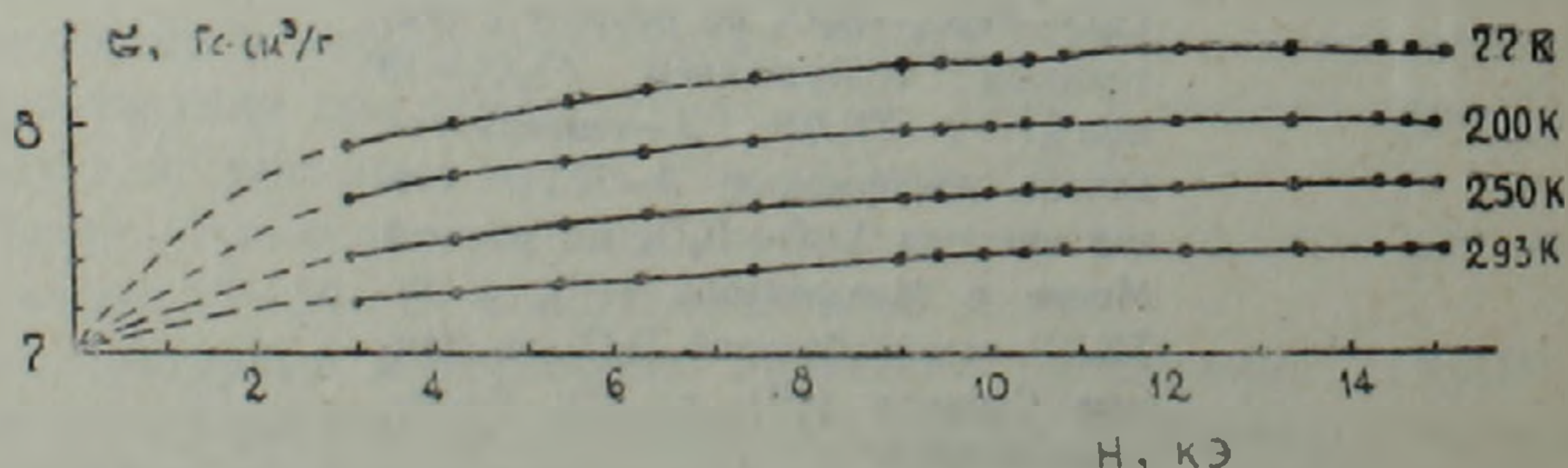


Рис. 2. Зависимость намагниченности (магнитного момента) от напряжения внешнего магнитного поля при различных температурах для стекла $40\text{Li}_2\text{O} \cdot 10\text{Fe}_2\text{O}_3 \cdot 50\text{B}_2\text{O}_3$

стекла $40\text{Li}_2\text{O} \cdot 10\text{Fe}_2\text{O}_3 \cdot 50\text{B}_2\text{O}_3$. Такие изменения $\sigma(H)$ характерны для ферромагнетиков. Насыщение наступает в полях ~ 8 КЭ. С повышением температуры значения магнитных моментов уменьшаются.

В работе проводилось также исследование температурной зави-

симости магнитной восприимчивости стекол. Детальному исследованию подвергалось стекло состава $50\text{Li}_2\text{O} \cdot 10\text{Fe}_2\text{O}_3 \cdot 40\text{B}_2\text{O}_3$. На рис. 3 показаны температурные зависимости намагниченности и обратной величины магнитной восприимчивости образца указанного состава.

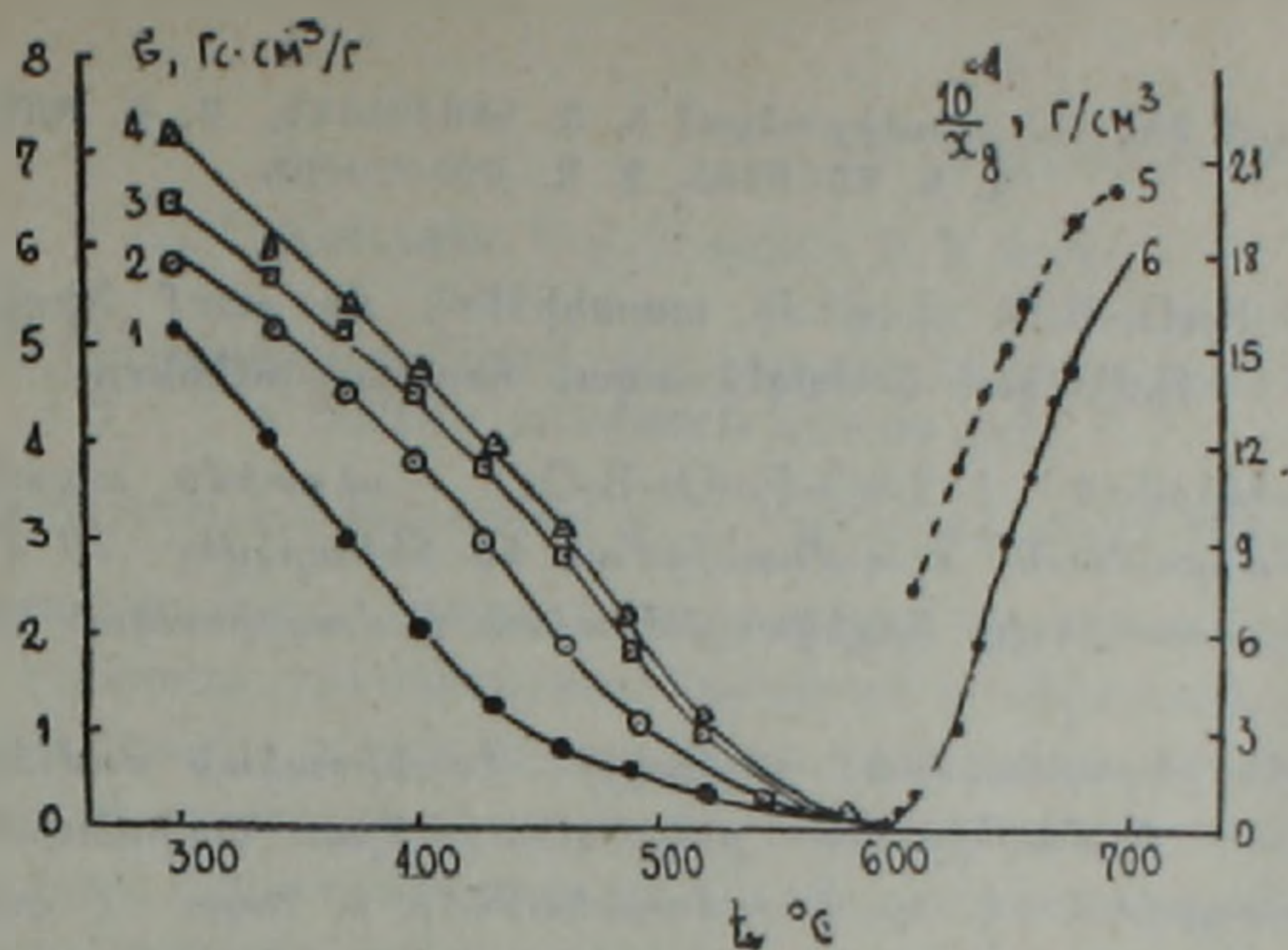


Рис. 3. Зависимость намагниченности и обратной магнитной восприимчивости от температуры для стекла $50\text{Li}_2\text{O} \cdot 10\text{Fe}_2\text{O}_3 \cdot 40\text{B}_2\text{O}_3$

Измерения проводили начиная с температуры 300° . Кривая 1 показывает зависимость $\sigma(T)$ первой пробы. Далее, при повторном измерении, $\sigma(T)$ этой же пробы выражается кривой 2. После этого первая проба была выдержана при температуре 660° в течение 10 мин и измерена зависимость $\sigma(T)$ (кривая 3). Кривая 4 выражает зависимость $\sigma(T)$ этой же пробы, охлаждаемой начиная с температуры 600° , в магнитном поле 5 КЭ. Из этих кривых видно, что один и тот же образец имеет разные величины намагниченности при многократном измерении, причем от опыта к опыту намагниченность возрастает. Это, по всей вероятности, связано с тем, что ввиду большой склонности к кристаллизации данного состава при термообработках в пробе образуются кристаллы ферромагнитного феррита лития, количество которого от опыта к опыту увеличивается. Температура Кюри исследуемого стекла лежит в области $580\text{—}600^\circ$.

Была сделана попытка измерения магнитной восприимчивости того же состава в парамагнитной области. Кривые 5, 6 описывают зависимость $1/\chi(T)$ разных проб. Они имеют одинаковый характер. Наблюдается резкое нелинейное уменьшение обратной восприимчивости при приближении к точке Кюри (не выполняется закон Кюри—Вейсса), напоминающее поведение ферритов. К сожалению, высокие температуры Кюри данных стекол, превышающие температуры размягчения приблизительно на 100° , не позволяют провести более детального изучения восприимчивости в парамагнитной области.

Таким образом, определена область стеклообразования в системе $\text{Li}_2\text{O}\text{—}\text{Fe}_2\text{O}_3\text{—}\text{B}_2\text{O}_3$. Выявлено, что по разрезу $\text{Fe}_2\text{O}_3=10$ мол % ферромагнетизм стекол появляется с концентрации $\text{Li}_2\text{O}=20$ мол % в пределах соотношений $\text{Li}_2\text{O}/\text{B}_2\text{O}_3 \sim 0,5\div 2$. Ионы железа при указанных соотношениях концентрации Li_2O и B_2O_3 находятся в высокоспиновых

комплексах (в закристаллизованных образцах присутствуют кристаллы ферромагнитного феррита лития). В парамагнитной области зависимость обратной восприимчивости от температуры не подчиняется закону Кюри—Вейсса.

Հայկական ՍՍՀ ԳԱ քղբակից-անդամ Կ. Ա. ԿՈՍՏԱՆՅԱՆ, Մ. Ա. ՊՈՂՈՍՅԱՆ,
Վ. Ե. ԱԴԱՄՅԱՆ, Զ. Ա. ՄՈՒՐԱԴՅԱՆ

$\text{Li}_2\text{O}-\text{Fe}_2\text{O}_3-\text{B}_2\text{O}_3$ սիստեմի ապակիների մի շարք ֆիզիկա- բիմիական և մագնիսական հատկությունները

Ուսումնասիրված է $\text{Li}_2\text{O}-\text{Fe}_2\text{O}_3-\text{B}_2\text{O}_3$ սիստեմի ապակեգոյացման տիրույթը: Մանրամասն ուսումնասիրման են ենթարկվել 10 մոլ % Fe_2O_3 պարունակող ապակիների ֆիզիկա-բիմիական և մագնիսական հատկությունները:

Զերմային ընդարձակման գոչժակցի, մագնիսական մոմենտի, մագնիսացվածության և մագնիսական ընկալունակության փոփոխման բնույթից ելնելով, ենթադրվում է, որ ֆերոմագնետիզմը ի հայտ է գալիս սկսած 20 մոլ % Li_2O -ի պարունակությունից, երբ Li_2O -ի և B_2O_3 -ի պարունակությունների հարաբերությունը գտնվում է 0,5—2-ի սահմաններում: Երկաթի իոնները, Li_2O -ի և B_2O_3 -ի նշված պարունակությունների սահմաններում, գտնվում են ուժեղ սպինային կոմպլեքսներում: Այդ բանի ոչ անմիջական ապացույցն է բյուրեղացված ապակիներում ֆերոմագնիսական լիրիումի ֆերիտի բյուրեղների առկայությունը:

ЛИТЕРАТУРА — ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

- ¹ А. И. Губанов, ФТТ, т. 2, № 3 (1960). ² T. Kemeny, Vincse, Fogarassy, Phys Rev, B. 20, № 2 (1979). ³ E. Burzo, Arbelean, Mater. Res. Bull., v. 14, № 11 (1979). ⁴ E. Burzo, Arbelean, J. Phys. and chem. Glasses., v. 20, № 1 (1979). ⁵ H. Lawille, I. C. Bernier, J. Mater. Sci, v. 15, № 1 (1980). ⁶ C. Chaumont, I. Bolssler, I-C. Bernier, Rev ent hauter temp et refract, v. 15, № 1 (1978). ⁷ Л. Я. Мазелев, А. М. Крупский, А. Д. Шныников, в сб.: Стекло и силикатные материалы, Минск, 1962. ⁸ В. Е. Адамян, А. В. Голубков, Г. М. Логинов и др., ФТТ, т. 7, вып. 11 (1965). ⁹ S. Folger, Rev. Sci. Inst., v. 30, 548 (1959). ¹⁰ P. Роусон, Неорганические стеклообразующие материалы, Мир, М., 1970. ¹¹ О. В. Мазурин, М. В. Стрельцина, Т. П. Швайко-Швайковская, Свойства стекол и стеклообразующих расплавов, Справочник, Наука, Л., 1975. ¹² Диаграммы состояния силикатных систем. Справочник под ред. В. П. Барзаковского, вып. IV, Наука, 1974. ¹³ А. Я. Кузнецов, В. А. Цехомский, ОМП, т. 7, № 27, (1962). ¹⁴ В. В. Варгин, Т. В. Зарубина, С. А. Степанов, ЖПХ, т. 13, № 6 (1970). ¹⁵ I. E. Stanworth, J. Soc. Glass. Techn., v, 32, 146, 154 (1962). ¹⁶ А. А. Аппен, Химия стекла, Химия, Л., 1970.

УДК 581.192

ФИЗИОЛОГИЯ РАСТЕНИЙ

А. Г. Деведжян, Х. К. Хажакян, К. В. Эгбян

О содержании фитогормонов у диких видов картофеля
в связи с влиянием длины дня

(Представлено академиком М. Х. Чайлахяном 25/III 1983)

Продолжительность дневного освещения является важным фактором для перехода клубненосных растений к образованию клубней. Известно, что многие клубненосы отличаются резко выраженной фотопериодической реакцией и короткий день является решающим фактором регуляции клубнеобразования⁽¹⁾. Установлено также, что клубнеобразование зависит от гормонального стимула, возникающего в листьях растений на коротком дне⁽²⁾.

Разносторонность действия фитогормонов, их непосредственная связь со многими физиологическими процессами дали основание предполагать, что регулирующие рост вещества могут контролировать процесс клубнеобразования.

Изучение роли гиббереллинов в процессе клубнеобразования показало, что они задерживают образование клубней и являются индукторами роста столонов. Об этом свидетельствуют и результаты наших опытов по влиянию гибберелловой кислоты на клубнеобразование⁽³⁾ и данные по эндогенному содержанию гиббереллинов в листьях и столонах растений⁽⁴⁾. Показано, что с началом клубнеобразования содержание гиббереллинов уменьшается, при этом имеет место и уменьшение содержания ауксинов⁽⁵⁾.

В опытах с применением ингибиторов роста выяснилось, что абсцизовая кислота не влияет на образование клубней у изолированных столонов картофеля⁽⁶⁾, но задерживает рост столонов, что обычно предшествует образованию клубней. При этом реакция абсцизовой кислоты на процесс клубнеобразования проявляется только в том случае, когда листья растений находятся в условиях короткого дня^(7,3). Вместе с тем в литературе имеются данные о том, что с началом клубнеобразования повышается уровень эндогенных ингибиторов⁽⁴⁾.

О физиологическом значении цитокининов в формировании клубней известно, что изолированные столоны картофеля могут легко формировать клубни при добавлении кинетина в среду⁽⁶⁾, однако кинетин и 6—БАП не усиливают клубнеобразование при обработке целых растений картофеля и топинамбура^(8,3). Это, по-видимому, связано с тем, что цитокинины не передвигаются из листьев вниз по стеблю. Единственное указание в литературе по поводу содержания природных цитокининов в связи с процессом клубнеобразования растений имеется в работе Маука и Лангилла⁽⁹⁾. Ими обнаружено, что повы-

шение содержания эндогенных цитокининов в корнях и столонах картофеля происходит при перестановке растений с длинного на короткий день.

Нами проводились сравнительные определения эндогенных гиббереллинов, абсцизовой кислоты и цитокининов в различных органах растений южноамериканского дикого картофеля *Solanum demissum*, выращенных в условиях длинного и короткого дня и обладающих качественно короткодневной реакцией клубнеобразования.

Определение гибберелловой и абсцизовой кислот проводили в листьях, а цитокининов—в столонах и клубнях. Это было связано с тем, что гибберелловая и абсцизовая кислоты образуются в листьях непосредственно под влиянием длины дня и передвигаются вниз к местам образования клубней, а цитокинины образуются в корнях, и их действие проявляется локально.

Экстракцию и хроматографическую очистку природных гиббереллинов проводили по методике, описанной В. Н. Ложниковой с сотр. (¹⁰). После разделения веществ на хроматограмме зоны, соответствующие *R_f* стандартной гибберелловой кислоты, испытывали на биологическую активность с помощью биотеста по удлинению гипокотилей проростков салата Берлинский (¹¹). Биологическая активность гиббереллинов представлена в процентах прироста проростков салата к контролю. Полученные данные приведены в таблице. Они показывают, что активность гибберелловой кислоты в листьях растений *S. demissum*, выращенных на длинном дне, выше, чем на коротком.

Абсцизиноподобные вещества выделяли по методике Рудницкого (¹²). После очистки экстрактов и их разделения на хроматограмме зоны, соответствующие *R_f* стандартной абсцизовой кислоты, анализировали на биологическую активность с помощью теста на прорастание семян горчицы Суперэлита (¹³). Биологическую активность абсцизинов определяли на основании результатов подсчета числа проросших под влиянием элюатов из хроматограмм, в процентах по отношению к контролю. Приведенные в таблице результаты показывают, что активность абсцизовой кислоты в листьях растений *S. demissum* на коротком дне выше, чем на длинном.

Выделение и очистку природных цитокининов проводили согласно В. В. Мазину и Л. С. Шашковой (¹⁴) с некоторыми изменениями. Растительный материал экстрагировали 80%-ным этанолом, а оставшуюся после отгонки спирта водную фракцию подщелачивали и экстрагировали бутанолом. Сухие остатки из бутанольной и водной фракций растворяли в фосфатном буфере, пропускали через стеклянный фильтр и испытывали на цитокининовую активность с помощью теста (¹⁵), основанного на биосинтезе бетацианинов у проростков щирцы в присутствии тирозина. Пропорциональная зависимость между содержанием эндогенных веществ с цитокининовой активностью и биосинтезом бетацианинов позволяет дать количественную оценку содержания цитокининов в экстрактах растительных тканей. Концентрацию бетацианинов определяли спектрофотометрически при длине волны 540 нм. Оптическую плотность бетацианинов выражали в процентах к контролю.

В таблице приведены данные активности цитокининов из водной фракции. Они показывают, что содержание цитокининов в столонах растений *S. demissum*, выращенных на длинном дне, низкое, а в столонах растений, находившихся в условиях короткого дня, выше и что максимальное содержание цитокининов обнаруживается в клубнях, которые у данного вида картофеля образуются только в условиях короткого дня.

Активность гибберелловой кислоты, абсцизовой кислоты и цитокининов в различных органах растений *Solanum demissum*, выращенных в условиях длинного и короткого дня

Фотопериодический режим	Органы	О п ы т ы			
		1	2	3	4

Гибберелловая кислота
(приrost проростков салата в % к контролю)

Длинный день	Листья	221	177	151	167
Короткий день	Листья	185	134	109	115

Абсцизовая кислота
(ингибирование прорастания семян горчицы в % к контролю)

Длинный день	Листья	70	102	26	24
Короткий день	Листья	61	60	9	7

Цитокинины
(экстинкция бетацианинов при 540 нм в % к контролю)

Длинный день	Столоны	96	111	189	—
Короткий день	Столоны	250	155	365	—
Короткий день	Клубни	730	240	470	—

Полученные в аналитических опытах результаты показывают, что на длинном дне в листьях *Solanum demissum* повышается активность гибберелловой кислоты, тогда как активность абсцизовой кислоты выше в условиях короткого дня. Цитокининов в столонах на длинном дне мало, их интенсивное образование в столонах и особенно в клубнях растений наблюдается в условиях короткого дня.

Таким образом, образование и рост столонов происходит в условиях длинного дня и индуцируется с помощью гиббереллинов в соответствии с тем, что содержание гиббереллинов больше на длинном, чем на коротком дне. Образование и рост клубней протекает в условиях короткого дня и стимулируется с помощью абсцизовой кислоты и цитокининов, и этому соответствует более высокое содержание этих соединений на коротком дне. Абсцизовая кислота при этом перетекает из листьев вниз и останавливает продольный рост столонов, а цитокинины перетекают из корней и способствуют поперечному росту столонов, т. е. росту в толщину и образованию клубней. Все это дает основание думать об определенной роли гиббереллинов, абсцизовой кислоты и цитокининов в регуляции клубнеобразования растений.

На основании полученных нами и имеющихся в литературе данных ⁽¹⁶⁾, по-видимому, можно заключить, что в клубнеобразовании иг-

рают роль два комплекса фитогормонов. Первый комплекс—гиббереллины и абсцизины, которые возникают в листьях, передвигаются вниз в стеблевые почки основания стебля и здесь регулируют первую фазу клубнеобразования, т. е. фазу роста или задержки роста столонов. Второй—это комплекс ауксинов и цитокининов; ауксины текут из верхушки в стеблевые почки основания стебля, а цитокинины поступают из корней в эти же почки и здесь действуют на вторую фазу, т. е. непосредственно на процесс клубнеобразования.

Институт агрохимических проблем и гидропоники
Академии наук Армянской ССР

Հ. Հ. ԴԵՎԵՋՅԱՆ, Խ. Կ. ԽԱԺԱԿՅԱՆ, Կ. Վ. ԷԳԻՐՅԱՆ

Ֆիտոհորմոնների պարունակությունը կարտոֆիլի վայրի տեսակների մոտ՝ կապված օրվա տևողությունից

Օրվա տարբեր տևողության պայմաններում աճեցրած *Solanum demissum* կարտոֆիլի տերևներում, ստղիկներում և սլաքարներում, կատարվել են հիբրեկինաթթվի, արսցիդինաթթվի և ցիտոկինինների ակտիվության որոշումներ:

Ստացված տվյալները ցույց տվեցին, որ կարտոֆիլի տերևներում հիբրեկինաթթվի ակտիվությունը բարձր է երկար՝ իսկ արսցիդինաթթվի ակտիվությունը—կարճ օրվա պայմաններում:

Երկար օրում բույսերի ստղիկներում պարունակվող ցիտոկինինների ակտիվությունը ցածր է, վերջիններիս ակտիվությունը ստղիկներում բարձրանում է կարճ օրում, իսկ ցիտոկինինների ամենաբարձր ակտիվությունը հայտնաբերվում է պալարներում, որոնք տվյալ տեսակի կարտոֆիլի մոտ առաջանում են միայն կարճ օրվա պայմաններում:

ЛИТЕРАТУРА — ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

- ¹ W. W. Garner, H. A. Allard, J. Arg. Res., v. 23 (1923). ² В. И. Разумов, Тр. по прикл. ботанике, генетике и селекции, т. 27, 5, 3 (1931). ³ Х. К. Хажакян, А. Г. Деведжян, М. Х. Чайлахян, ДАН СССР, т. 248, № 4 (1979). ⁴ I. Okazawa, J. Crop. Sci. Soc. Japan, v. 29 (1960). ⁵ I. Esashi, Eguchi, Nagao, Plant and Cell Physiol., v. 4 (1964). ⁶ C. E. Palmer, O. E. Smith, Plant and Cell Physiol., v. 10 657 (1969). ⁷ P. F. Wareing, A. M. V. Jennings, in: Plant Growth Substances, 1979, Berlin, Springer Verlag (1980). ⁸ Ж. В. Цовян, Ж. М. Котикян, Биол. журн. Армении, т. 24, № 2 (1981). ⁹ C. S. Mauk, A. R. Langill, Plant Physiol., v. 62 (1978). ¹⁰ В. Н. Ложникова, Л. П. Хлопенкова, М. Х. Чайлахян, в сб.: Методы определения фитогормонов, ингибиторов роста, дефолиантов и гербицидов, М., Наука, 1973. ¹¹ Г. С. Муромцев, Н. В. Русанова, Физиология растений, т. 9, № 5 (1962). ¹² R. Rudnicki, Planta, v. 8, № 1, (1969). ¹³ М. Г. Николаева, Т. В. Далецкая, Тр. ботаника АН СССР, т. 4, № 16 (1963). ¹⁴ В. В. Мазин, Л. С. Шашкова, в сб.: Рост растений и природные регуляторы, М., Наука, 1977. ¹⁵ C. Blgot, C. r. Acad. Sci., Paris, D266, № 4, (1968). ¹⁶ М. Х. Чайлахян, ДАН СССР, т. 268, № 4 (1983).

УДК 612.827.+612.826.8

ФИЗИОЛОГИЯ

О. П. Косоян, А. О. Бантикян

Электрофизиологический анализ нейронов собственных ядер моста, проецирующихся в мозжечок

(Представлено академиком АН Армянской ССР В. В. Фанарджяном 8/VI 1983)

Согласно современным представлениям предмозжечковые образования являются важными интегративными центрами, принимающими непосредственное участие в программировании движений и реализации моторной памяти (^{1,2}). К таким образованиям относятся собственные ядра варолиевого моста. Если к настоящему времени достаточно подробно изучены электрофизиологические особенности кортико-понтинной передачи (^{3,4}), то второе звено кортико-пonto-мозжечковой системы нуждается в дальнейшем изучении.

Имеется ряд морфологических исследований, посвященных проекции собственных ядер моста на кору мозжечка (⁵⁻⁷); наряду с этим остается спорным вопрос о проецировании нейронов моста к центральным ядрам мозжечка (⁸⁻¹⁰). Большой интерес представляет также исследование обратных связей из ядер мозжечка к нейронам моста для уточнения роли собственных ядер моста в осуществлении циркуляции импульсов в пределах стволо-мозжечкового круга (^{2,11}). В настоящей работе проведен анализ особенностей активации нейронов медиального собственного ядра моста (Pontin gray medialis, PGM) на раздражение центральных ядер мозжечка, его средней и верхней ножек.

Опыты выполняли на 22 взрослых кошках, наркотизированных нембуталом (40—50 мг/кг, внутривенно). Использовали вентральный подход к структурам варолиев моста (³). Раздражающие вольфрамовые биполярные электроды вводили стереотаксически в контралатеральные центральные ядра мозжечка, в его верхнюю и среднюю ножки. Внутриклеточное отведение активности нейронов PGM осуществляли с помощью стеклянных микроэлектродов, заполненных 3 М раствором хлористого калия или 2 М раствором цитрата калия. Метки кончиков отводящих и раздражающих электродов производили электролитически и их местоположение определяли на гистологических срезах, окрашенных метиленовой синью.

Была зарегистрирована активность 74 нейронов PGM. Все они идентифицировались как эфферентные ponto-мозжечковые нейроны на основании их антидромной активации. Антидромные потенциалы действия (ПД) указанных нейронов характеризовались коротким скрытым периодом выявления, который не изменялся при разной силе и частоте раздражения; коротким рефрактерным периодом; отсут-

ствием медленного препотенциала предшествующего ПД и способностью воспроизводить полные ПД при высокой частоте раздражения до 500 Гц (рис. 1, А, Б).

Из всех зарегистрированных нейронов 37 отвечали антидромным

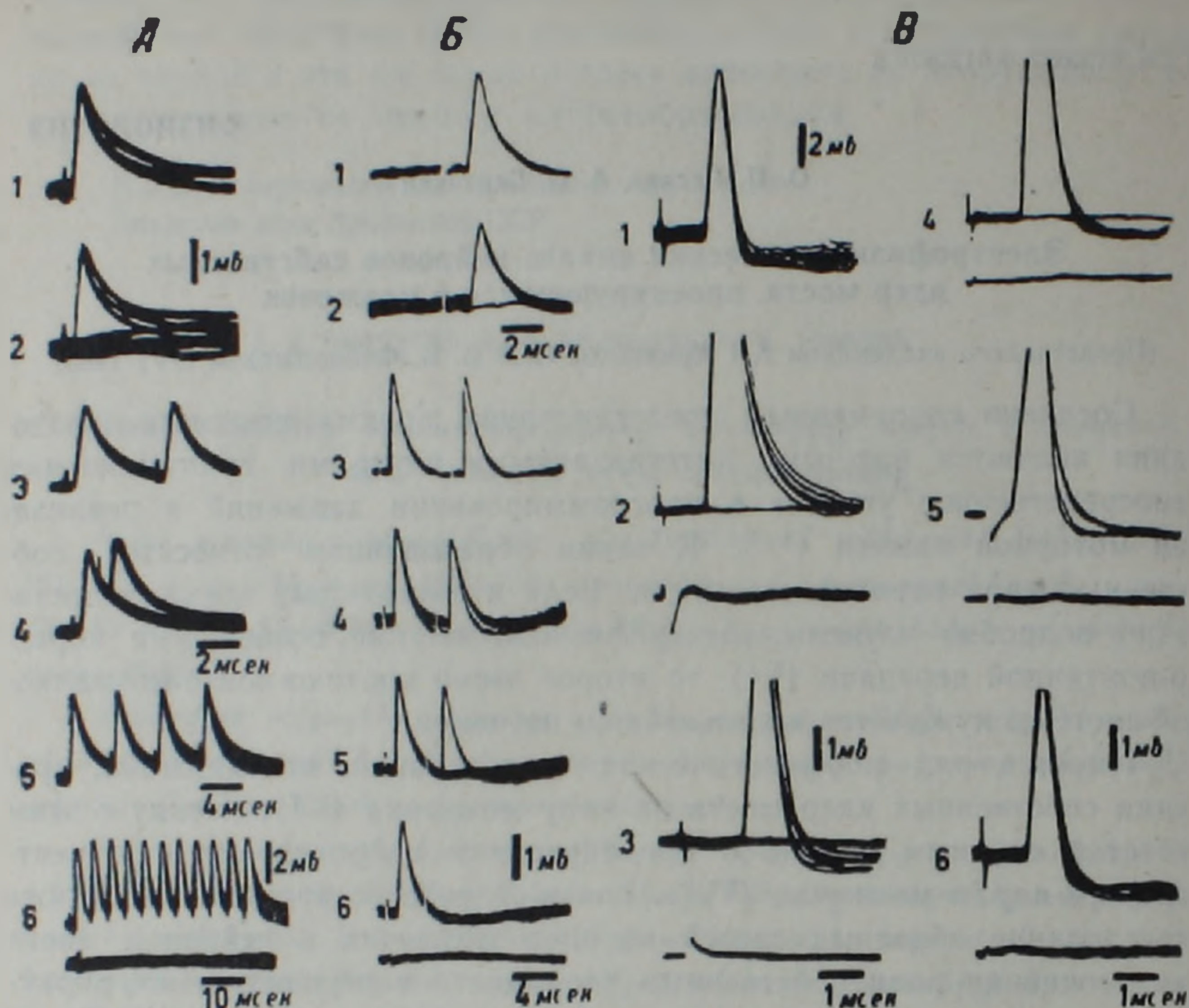


Рис. 1. Антидромная активация понто-мозжечковых нейронов, вызванная раздражением структур мозжечка. А, Б и В—три разных нейрона. А—стимуляция средней ножки мозжечка одиночными надпороговыми (1), строго пороговыми (2) импульсами, двойными импульсами с разными интервалами (3, 4) и частотой импульсов в 250 (5) и 300 Гц (6). Нижняя запись на А, 6 потенциал поля после выхода микроэлектрода из клетки. Б—стимуляция зубчатого ядра мозжечка одиночными надпороговыми (1), строго пороговыми импульсами, двойными импульсами с разными интервалами (3—6). Нижняя запись на Б, 6—потенциал поля после выхода микроэлектрода из клетки. В—стимуляция одиночными импульсами средней (1, 2), верхней (3) ножек мозжечка, его фастигиального (4), промежуточного (5) и зубчатого (6) ядер. Нижняя запись на В, 2—6—потенциал поля после выхода микроэлектрода из клетки.

Здесь и на рис. 3 потенциалы зарегистрированы при наложении 5—40 пробегов луча с частотой 1—5 Гц, использовался усилитель постоянного тока

ПД на раздражение средней ножки мозжечка. Скрытый период ответов исчислялся 0,15—1,6 мс; на гистограмме они распределялись бимодально с пиками в пределах 0,2—0,5 и 0,7—0,8 мс (рис. 2, А). На много меньшее количество нейронов (17 клеток) реагировало на раздражение верхней ножки мозжечка (рис. 2, Б), очевидно, указывая на то, что этот путь в меньшей степени используется для проведения импульсов от РГМ в мозжечок. Скрытые периоды зарегистрированных ответов составляли 0,3—1,0 мс. При испытании раздражения центральных ядер мозжечка наибольшее количество нейронов РГМ реагировало на стимуляцию зубчатого ядра мозжечка (41 клетка).

Скрытые периоды ответов колебались в пределах 0,2—1,4 мс, пик частоты распределения приходился на 0,3—0,5 мс (рис. 2, В). На раздражение промежуточного ядра мозжечка антидромные ПД со скрытым периодом 0,2—1,0 мс были зарегистрированы у 27 нейронов;

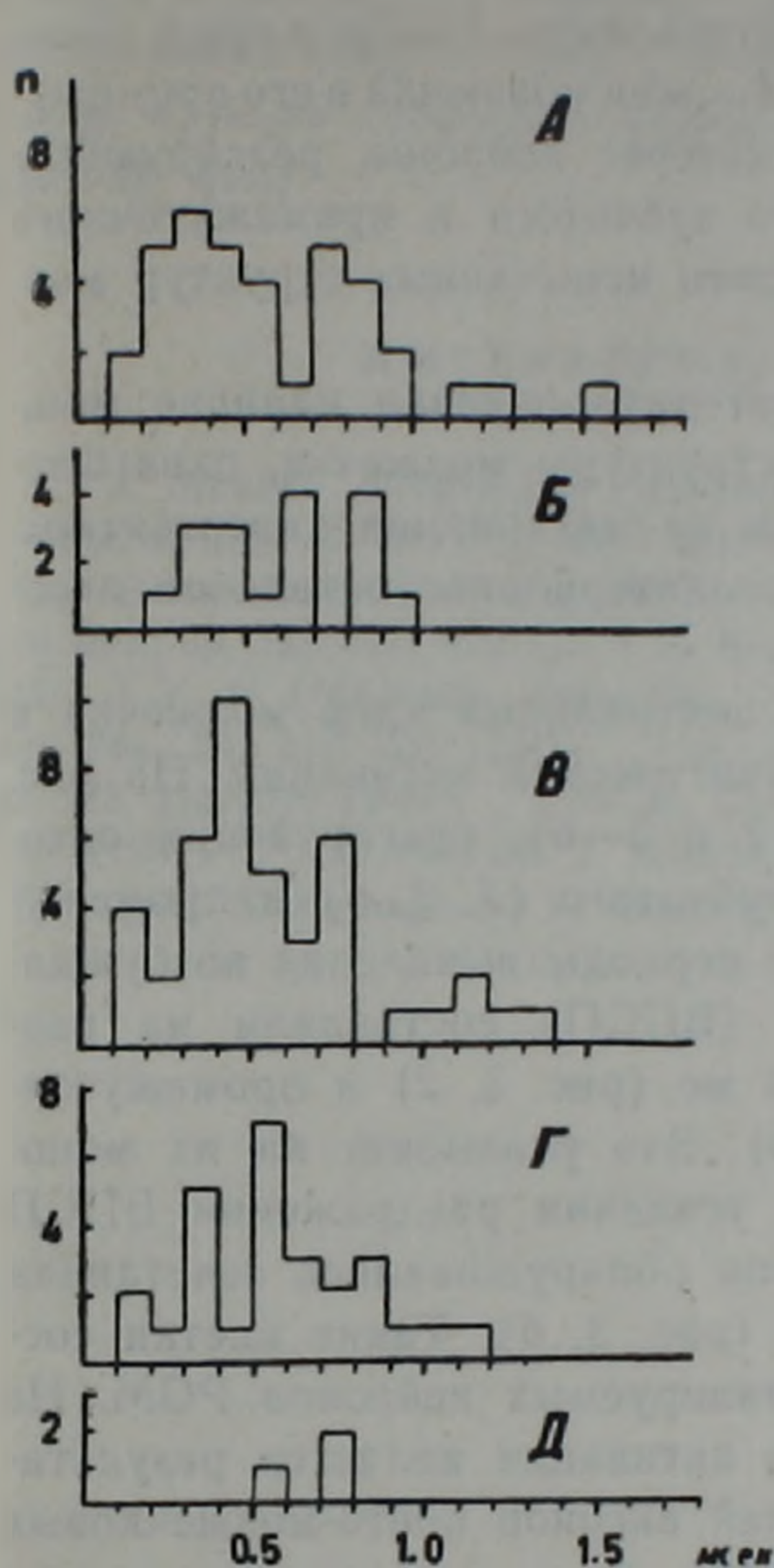


Рис. 2. Гистограммы распределения скрытых периодов антидромных потенциалов действия нейронов медиального собственного ядра моста, вызванных раздражением средней (А), верхней (Б) ножек мозжечка, его зубчатого (В), промежуточного (Г) и фастигиального (Д) ядер.

По оси абсцисс время в мс; по оси ординат—количество нейронов,

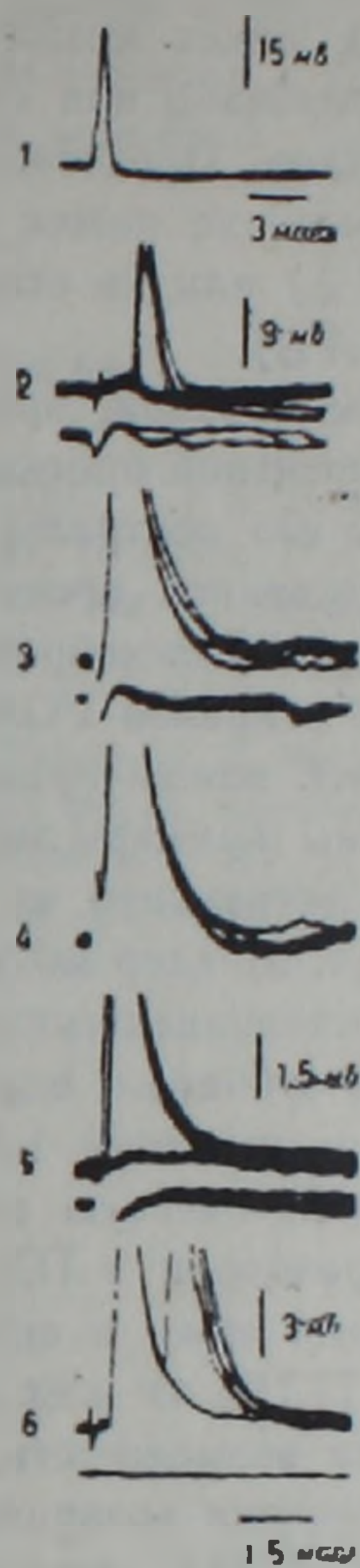


Рис. 3. Синаптическая активация нейронов медиального собственного ядра моста, вызванная раздражением структур мозжечка. Зарегистрированы активность двух нейронов (1—2 и 3—6), ВПСП и ортодромные ПД на раздражение зубчатого ядра мозжечка (1, 2), антидромный ПД на стимуляцию средней ножки мозжечка (3), ВПСП и ортодромные ПД на раздражение промежуточного ядра мозжечка (4, 5), одновременная антидромная и ортодромная активация РГМ на стимуляцию зубчатого ядра мозжечка (6). Нижняя запись на 2, 3, 5, 6 потенциал поля после выхода микроэлектрода из клетки

только три нейрона РГМ отвечали на раздражение фастигиального ядра мозжечка (скрытый период ответа 0,5—0,8 мс) (рис. 2, Д).

Было показано, что определенное число исследованных нейронов

могло быть антидромно активировано из разных структур мозжечка, что говорит о наличии коллатерального ветвления аксонов указанных нейронов (рис. 1, В). Так, 16,6% из всех 74 исследованных нейронов могло быть антидромно активировано при раздражении средней и верхней ножек мозжечка. 15,3% нейронов реагировали на раздражение обеих ножек мозжечка и его зубчатого ядра. 12,5% клеток было зарегистрировано при стимуляции обеих ножек мозжечка и его промежуточного ядра. Представляют большой интерес нейроны, реагирующие на раздражение ножек мозжечка и его зубчатого и промежуточного ядер (6,2%) или на стимуляцию всех пяти испытанных структур мозжечка (3,4%).

Таким образом, представленный материал показал наличие мощной эфферентной проекции из RGM в структуры мозжечка, охватывающей все его центральные ядра. Одним из механизмов дивергентности исследованной проекции является коллатеральное ветвление аксонов эфферентных нейронов.

У 19 нейронов RGM раздражение центральных ядер мозжечка и его верхней ножки приводило к их синаптической активации. На рис. 3 показаны примеры двух нейронов (1, 2 и 3—6), реагирующих ортодромной активацией на раздражение зубчатого (1, 2, 6) и промежуточного (4, 5) ядер мозжечка. Скрытые периоды выявления возбуждающих постсинаптических потенциалов (ВПСП) составляли на раздражение зубчатого ядра мозжечка 1,8 мс (рис. 3, 2) и промежуточного ядра мозжечка 1,3 мс (рис. 3, 5). Это указывает на их моно- или дисинаптическую активацию. При усилении раздражения ВПСП легко переходили в ПД. У части клеток обнаруживались сочетанная регистрация орто- и антидромных ПД (рис. 3, 6). Такие клетки составляли 73,7% из всех ортодромно активируемых нейронов RGM. Не исключена возможность, что указанная активация является результатом вовлечения возвратных коллатералей аксонов понто-мозжечковых нейронов. У 21% исследованных нейронов было показано наличие конвергенции афферентных входов из двух ядер мозжечка. Из них 15,8% ортодромно активировались на раздражение промежуточного и зубчатого ядер, а 5,2% на раздражение промежуточного и фастигиального ядер.

Приведенный материал показал наличие двусторонней связи между RGM и структурами мозжечка. На примере некоторых нейронов было обнаружено, что такая связь может быть ответственна за реверберацию возбуждения в пределах стволо-мозжечкового круга (2).

Институт физиологии им. Л. А. Орбели
Академии наук Армянской ССР

Հ. Պ. ՔՈՍՈՅԱՆ, Ա. Հ. ԲԱՆՏԻՎՅԱՆ

Ուղեղիկ ուղվագծվող կամրջա-ուղեղիկային նեյրոնների
էլեկտրաֆիզիոլոգիական վերլուծությունը

Կատունների մոտ, սուր փորձի պայմաններում, վարոլյան կամրջի միջային սեփական կորիզի նեյրոնների ակտիվությունը հետադոտվել է միկրոէլեկտրոդային ներթշջային արտածման մեթոդով: Հակընթաց պոտենցիալ-

ների գրանցումը ցույց է տվել, որ նշված նեյրոնները լայնորեն ուրվագծվում են ուղեղիկի ատամնավոր, միջակա և ֆաստիգիալ կորիզների վրա՝ նրա միջին և վերին ոտիկների միջոցով, որը ապահովվում է կենտրոնախույս նեյրոնների աքսոնների կողմնային ճյուղավորմամբ: Կամրջի նեյրոնների սինապտիկ ակտիվացումը ուղեղիկի կենտրոնական կորիզների և վերին ոտիկների գրգռման դեպքում հիմք է տալիս ենթադրելու, որ ուղեղիկի և Վարոլյան կամրջի միջային սեփական կորիզի նեյրոնների միջև գոյություն ունի երկկողմանի կապ:

ЛИТЕРАТУРА — ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

- ¹ J. Bloedel, Progress in Neurobiology, v. 2, 16--68 (1973). ² G. I. Allen, N. Tsukahara, Physiol. Rev., 54, 957--1006 (1974). ³ G. I. Allen, H. Korn, T. Oshima e. a., Exp. Brain Res., 24, 15--36 (1975). ⁴ G. I. Allen, T. Oshima, K. Toyama, Exp. Brain Res., 29, 123--137 (1977). ⁵ A. Brodal, J. Jansen, J. Comp. Neurol., 84, 31--118 (1946). ⁶ Y. H. Hoddevik, Brain Res., 95, 291--307 (1975). ⁷ Y. H. Hoddevik, Exp. Brain Res., 30, 511--526 (1977). ⁸ R. A. McCrea, G. A. Bishop, S. T. Kitai, Brain Res., 122, 215--228 (1977). ⁹ N. M. Gerrit, J. Voogd, Acta morph. neerl-scand., 19, 56--57 (1981). ¹⁰ E. Dietrich, J. Bjaalle, P. Brodal, Brain Res., 259, 127--131 (1983). ¹¹ K. Sasaki, S. Kawaguchi, T. Shimono e. a., Brain Res., 20, 425--428 (1970).

Բ Ո Վ Ա Ն Դ Ա Կ Ո Ւ Թ Յ Ո Ւ Ն LXXVIII հատորի

ՄԱԹԵՄԱՏԻԿԱ

Յու. Մ. Մովսիսյան—Ալբերտի թեորեմը երկտեղ հանրահաշիվների կատեգորիայում	3
Հ. Գ. Մաքսիմովսկի—Անհամաչափ մաշվածություն ունեցող համակարգերի համար մի քանի օպերատիվացիոն խնդիրների մասին	8
Ժ. Գ. Նիկոլայան—Գրաֆի համիլտոնյանության մի բավարար պայման	12
Բ. Լ. Գուլենկի—Գնահատականներ Քրիստոֆել—Դարբուի բազմանդամային կորիզների համար և Ջ. Պրայսի մի թեորեմի ընդհանրացումը	17
Ի. Գ. Խաչատրյան—Հետքերի որոշ քանաձևերի մասին	23
Ա. Ա. Շանինյան—Գնդում հարմոնիկ ֆունկցիաների մի հզորային հզակիության մասին	51
Յու. Մ. Մովսիսյան—Որոշ գերնույնություններով որոշվող հանրահաշիվների բազմաձևությունների վերաբերյալ	53
Ս. Դ. Գրիգորյան—Գրավիտացիոն զուլի կոնական հոսքերի երկրաչափական հետազոտությունը	57
Ա. Ա. Շանինյան—Դիրիխլեի խնդրի լուծելիության մասին էվկլիդեսյան տարածության անսահմանափակ տիրույթներում և բաց ուղիղի մակերևույթների վրա	99
Լ. Ա. Շանինյան—Ծռանկյունաչափական շարքերի միակության մասին	101
Հ. Կ. Այվիսյան—ՄՀԱ-կողերի որոշ հատկություններ	105
Ի. Գ. Խաչատրյան—Ոչ գծային լարի հավասարման որոշ լուծումների մասին	108
Ժ. Գ. Մաքսիմովսկի, Ղ. Լ. Մովսիսյան—Գծային կողերի կառուցման մի մոդելի մասին	113
Մ. Պ. Դուրդենկո, Բ. Պ. Օվսյանկին, Ա. Վ. Սմիրնով—Նախնական ժամկետները պահպանող բազմապրոցեսորային պլանների մասին	147
Պ. Է. Մելիք-Աղամյան—Կանոնական դիֆերենցիալ օպերատորների S-մատրիցաների տեսության մասին	151
Ա. Հ. Դալայան—Բառերի բացառելիության մասին	156
Վ. Ս. Վիդենսկի—Գծային դրական օպերատորներով ծնված գումարման ռեզուլյար մատրիցաների մասին	195
Վ. Ջ. Մաքսիմովսկի—Այլ ալտերնատիվ հանրահաշիվների բազմաձևությունների և թարգմանաբանությունների կապերների բաշխականության մասին	199

ԿԻՐԱՌԱԿԱՆ ՄԱԹԵՄԱՏԻԿԱ

Ռ. Ս. Մինասյան—Ջերմահաղորդականության խառը հզորային խնդիրը պատվող գրական համար	28
Կ. Օ. Նոյազարյան—Հաղամարի տարածական ընդհանրացված մատրիցաների մասին	203

ՄԵԽԱՆԻԿԱ

Պ. Գ. Քեշիշյան—Փառակուսի լայնական հատույթով սյուներին կոշտ միացած և հզորագծով ազատ հենված բարակ ուղղանկյուն սալի ծոումը	33
Ա. Վ. Գեվորգյան, Կ. Բ. Ղազարյան—Սահի մագնիսաառաձգական ալիքների անդրադարձման և բեկման խնդրի մասին	62
Ա. Դ. Դուրդենկո, Վ. Բ. Կուլմանովսկի, Վ. Դ. Պոտապով—Անմիասն ծերացող կաշուն առաձիգ նյութից պատրաստած ձողերի կայունությունը	117
Գ. Յու. Նոյազարյան, Վ. Վ. Կուլմանովսկի—Անհամասն ծերացող մարմինների համար առաձգամածուցիկության գլխավոր խորանարդային տեսության խնդիրների լուծման մասին	159
Ն. Խ. Հաբուսյան, Ա. Դ. Դուրդենկո, Վ. Բ. Կուլմանովսկի—Ծերացող առաձգամածուցիկ միջավայրում գտնվող զլանային խողովակի կայունության մասին	165
Կ. Ն. Բաղդասարյան—Ոչ ստացիոնար հոսանքի մագնիսական դաշտում գտնվող գերհաղորդիչ զլանային թաղանթի դինամիկական կայունությունը	208

ՀԻՊՐՈՄԵՆԵԱՆԻԿԱ

Ջ. Ս. Թուրսյան—Սեդիմենտացման հավասարումը սեպարացիայի դեպքում	37
ԱՌԱՋԳԱԿԱՆՈՒԹՅԱՆ ՏԵՍՈՒԹՅՈՒՆ	

Ս. Մ. Մխիթարյան, Ռ. Ս. Թումանյան—Առաձգական հարթությանը կամայական թվով միմյանցից հավասարահեռ դասավորված օղակաձև վերդրակներից բեռի փոխանցման մասին	122
Վ. Գ. Մազյա, Ս. Ա. Նազարով—Բարակ սալերի խնդիրներում առաջացող Սապոն-չյան-Բարուշկայի պարադոքսի վերաբերյալ	127

ՅԻՋԻԿԱ

Դ. Հ. Բաղդասարյան, Ա. Հ. Մակարյան, Պ. Ս. Պողոսյան—Տարբերային հաճախականության գեներացիան ալիքի երկարության միլիմետրական տիրույթում CO_2 լազերի օգնությամբ	66
Յու. Կ. Գաբրիելյան, Ա. Ն. Մառաբոսյան, Գ. Յ. Ներսիսյան, Վ. Օ. Պապուկյան—Կալիումի ճառագայթման սպեկտրը 50—100Նմ տիրույթում	71
Ռ. Հ. Խախանյան—Բարձրհաճախային ներնստի էֆեկտը և կիսահաղորդիչների դիլեկտրիկական թափանցելիությունը շերտաստիճանի գրադիենտի առկայության դեպքում	131
Դ. Մ. Սեդրակյան, Կ. Վ. Պապոյան, Գ. Ա. Վարդանյան—Քվանտային քյուրեզում ձայնի կլանման մասին	170

ԷԼԵԿՏՐԱՏԵԽՆԻԿԱ

Հ. Կ. Դավթյան, Գ. Ք. Քարամյան, Ռ. Հ. Հաբուրյունյան—Ֆոտովառելիքային էլեմենտների աշխատանքի սկզբունքները	174
---	-----

ԷՆԵՐԳԵՏԻԿԱ

Ն. Ս. Խուրշուդով—Գազամատակարարման օպտիմիզացման մոդելների համակարգի կազմավորումը	213
---	-----

ՍԵՅՍՄՈԼՈԳԻԱ

Ս. Ռ. Ասլանյան, Ա. Ա. Կիրակոսյան, Ս. Ն. Նազարեթյան—Հայկական ՍՍՀ տարածքի և նրան հարակից շրջանների սեյսմիկ ակտիվությունը և հնարավոր առավելագույն ուժի երկրաշարժերը	137
--	-----

ՖԻԶԻԿԱԿԱՆ ՔԻՄԻԱ

Կ. Ա. Կոստանյան, Մ. Ա. Պողոսյան, Վ. Ն. Աղամյան, Զ. Ա. Մուրադյան— $\text{Li}_2\text{O}-\text{Fe}_2\text{O}_3-\text{B}_2\text{O}_3$ սիստեմի ապակիների մի շարք ֆիզիկա-քիմիական և մագնիսական հատկությունները	218
--	-----

ՍԳՏԱԿԱՐ ՀԱՆԱԾՈՆԵՐ

Ա. Կ. Սաղաթելյան—Պղինձ-մոլիբդենային երակիկ-հատիկային հանքայնացման նոր տիպը Սևան—Ամասիայի կառուցվածքամետաղածնային մարզում	178
--	-----

ՏԵԿՏՈՆԻԿԱ

Ս. Ն. Նազարեթյան, Ս. Ռ. Ասլանյան—Նախիջևան—Ղափանի անդրգոտիական ընկվածքը	182
--	-----

ԲԻՈՖԻԶԻԿԱ

Վ. Լ. Արվանով, Ս. Ռ. Մաժինյան, Ս. Ն. Հայրապետյան—Կալիումազուրկ լուծույթի ճնշող ազդեցությունը թաղանթի թլորից կախված աջեոլիսոլինային պատասխանների վրա	141
---	-----

ԲՈՒՅՍՆԵՐԻ ՖԻԶԻՈԼՈԳԻԱ

Վ. Վ. Ղազարյան, Ս. Ա. Սարգսյան—ԱՆՖ-ի և ածխաջրերի սեզոնային թանաքական փոփոխությունները ինտրոդուկցված ծառատեսակների մոտ	74
Հ. Հ. Դևեճյան, Խ. Կ. Խաժակյան, Կ. Վ. Էգիբյան—Ֆիտոհորմոնների պարունակությունը կարտոֆիլի վայրի տեսակների մոտ՝ կապված օրվա տևողությունից	223
	233

ՄԻՋԱՏԱՐԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

Ա. Մ. Յաբլոկով-Խնձորյան—Սևամարմին-բզեզների նոր տեսակ Հայկական ՍՍՀ-ից (Coleoptera, Tenebrionidae) 43

Ա. Մ. Յաբլոկով-Խնձորյան—Ծրկարակնճիթ բզեզների երկու նոր տեսակ Կովկասից (Coleoptera, Curculionidae) 79

ՖԻԶԻՈԼՈԳԻԱ

Գ. Գ. Գրիգորյան, Ա. Մ. Ստոլբերգ, Ա. Ա. Հեֆիմյան—Պրետեկտալ շրջանի նեյրոնների ռեցեպտիվ դաշտերի առանձնահատկությունները 83

Լ. Ռ. Մանվելյան, Վ. Բ. Ֆանաբջյան—Կատվի դիմային նյարդի կորիզի շարժիչ նեյրոնների գործունեության ուղեղիկային վերահսկումը 87

Ա. Հ. Բանտիկյան, Հ. Պ. Քասոյան—Կամրջի ծածկի ցանցաձև գոյացության նեյրոնների էլեկտրաֆիզիոլոգիական առանձնահատկությունների մասին 187

Հ. Պ. Քասոյան, Ա. Հ. Բանտիկյան—Ուղեղիկ ուրվագծվող կամրջա-ուղեղիկային նեյրոնների էլեկտրաֆիզիոլոգիական վերլուծությունը 227

ԲԺՇԿԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

Ա. Հ. Միրզոյան, Է. Ս. Սեկոյան, Օ. Պ. Սոցկի, Գ. Մ. Սաբգիսովա, Է. Խ. Գրիգորյան, Ն. Գ. Եպիսկոպոսյան—Գլխուսփինգուլիպիդներ և սիրտ-անոթային պաթոլոգիա . . . 91

ԴԵՂԱՐԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

Է. Ս. Գաբրիելյան, Մ. Բ. Օրդյան, Ա. Բ. Թադևոսյան, Վ. Ն. Մադակյան, Հ. Շ. Մաքևոսյան—Տետրաֆենիլպորֆիրին սուլֆաթի տետրանատրիումական աղի որոշ մետաղակոմպլեքսների ֆիզիոլոգիական ակտիվությունը ($US\Phi\eta-SO_3Na$) 45

СОДЕРЖАНИЕ LXXVIII тома

Стр.

МАТЕМАТИКА

Ю. М. Мовсисян—Теорема Алберта в категории бинарных алгебр	3
Г. Г. Мартиросян—О некоторых оптимизационных задачах для систем с не- равномерным износом	8
Ж. Г. Никогосян—Одно достаточное условие гамильтоновости графа	12
Б. Л. Голинский—Оценки для полиномиальных ядер Кристоффеля—Дарбу и обобщение одной теоремы Дж. Прайса	17
И. Г. Хачатрян—О некоторых формулах следов	23
А. А. Шагинян—Об одной граничной особенности функций, гармонических в шаре	51
Ю. М. Мовсисян—О многообразиях алгебр, определенных некоторыми сверх- тождествами	53
С. Д. Григорян—Геометрическое исследование конических течений гравити- рующего газа	57
А. А. Шагинян—О разрешимости задачи Дирихле для гармонических функ- ций в неограниченных областях евклидовых пространств и на открытых Рима- новых поверхностях	99
Л. А. Шагинян—О единственности тригонометрических рядов	101
А. К. Айдинян—Некоторые свойства кодов МДР	105
И. Г. Хачатрян—О некоторых решениях уравнения нелинейной струны	108
Ж. Г. Маргарян, Г. Л. Мовсисян—Об одном методе построения линейных кодов	113
М. П. Дорофеева, Б. П. Овсянкин, А. В. Смирнов—О многопроцессорных расписаниях, соблюдающих директивные сроки	147
П. Э. Мелик-Адамян—К теории S-матриц канонических дифференциальных операторов	151
А. Г. Далалян—Об исключаемости слов	156
В. С. Виденский—О регулярных матрицах суммирования, порождаемых ли- нейными положительными операторами	195
В. Д. Мартиросян—О дистрибутивности решеток подмногообразий многооб- разий правоальтернативных алгебр	199

ПРИКЛАДНАЯ МАТЕМАТИКА

Р. С. Минасян—Смешанная граничная задача теплопроводности для враща- ющегося цилиндра	28
К. О. Егиазарян—О пространственных обобщенных матрицах Адамара	203

МЕХАНИКА

П. Г. Кешишян—Изгиб равномерно нагруженной тонкой прямоугольной пли- ты, свободно опертой по контуру и жестко соединенной с колоннами квадрат- ного поперечного сечения	33
А. В. Геворкян, К. Б. Казарян—К задаче отражения и преломления сдвиго- вой магнитоупругой волны	62
А. Д. Дроздов, В. Б. Колмановский, В. Д. Погалов—Устойчивость стержней из неоднородно-стареющего вязкоупругого материала	117
Г. Ю. Ермоленко, В. В. Колокольчиков—О решении задач главной кубичес- кой теории вязкоупругости для неоднородно-стареющих тел	159

Н. Х. Арутюнян, А. Д. Дроздов, В. Б. Колмановский—Об устойчивости цилиндрической трубы в стареющей вязкоупругой среде 165

Г. Е. Багдасарян—Динамическая устойчивость сверхпроводящей цилиндрической оболочки в магнитном поле нестационарного тока 208

ГИДРОМЕХАНИКА

Дж. С. Торосян—Уравнение седиментации при сепарировании 37

ТЕОРИЯ УПРУГОСТИ

С. М. Мхитарян, Р. С. Туманян—О передаче нагрузки от произвольного числа равноотстоящих друг от друга кольцеобразных накладок к упругой плоскости 122

В. Г. Мазья, С. А. Назаров—О парадоксе Сапонджяна—Бабушки в задачах теории тонких пластин 127

ФИЗИКА

Д. А. Багдасарян, А. О. Макарян, П. С. Погосян—Генерация разностной частоты в миллиметровой области длин волн с помощью СО₂-лазера 66

Ю. К. Габриелян, А. Е. Мартirosян, Г. Ц. Нерсисян, В. О. Папаян—Спектр излучения калия в области 50—100 нм 71

Р. Г. Тарханян—Высокочастотный эффект Нернста и диэлектрическая проницаемость полупроводников при наличии градиента температуры 131

Д. М. Седракян, К. В. Папоян, Г. А. Варданян—О поглощении звука в квантовом кристалле 170

ЭЛЕКТРОТЕХНИКА

О. К. Давтян, Г. Г. Карамян, Р. Г. Арутюнян—О принципах работы фототопливных элементов 174

ЭНЕРГЕТИКА

Н. С. Хуршудов—Формирование системы моделей оптимизации газоснабжения 213

СЕЙСМОЛОГИЯ

С. Р. Асланян, А. А. Киракосян, С. Н. Назаретян—Сейсмическая активность и максимальные возможные землетрясения территории Армянской ССР и сопредельных районов 137

ФИЗИЧЕСКАЯ ХИМИЯ

К. А. Костанян, М. А. Погосян, В. Е. Адамян, З. А. Мурадян—Некоторые физико-химические и магнитные свойства стекол в системе Li₂O—Fe₂O₃—B₂O₃ 218

ПОЛЕЗНЫЕ ИСКОПАЕМЫЕ

А. К. Сагателян—Новый тип прожилково-вкрапленного медно-молибденового оруденения в Севано-Амасийской структурно-металлогенической зоне 178

ТЕКТОНИКА

С. Н. Назаретян, С. Р. Асланян—Нахичеван-Кафанский трансзональный разлом 182

БИОФИЗИКА

В. Л. Арванов, С. Б. Мажинян, С. Н. Айрапетян—О блокирующем действии бескальцевого раствора на Cl⁻-зависимые ацетилхолиновые ответы мембраны 141

ФИЗИОЛОГИЯ РАСТЕНИЙ

В. В. Казарян, С. А. Саркисян—Сезонные количественные изменения АТФ и углеводов в древесных интродуцентах 74

А. Г. Деведжян, Х. К. Хажакян, К. В. Эгбян—О содержании фитогормонов у диких видов картофеля в связи с влиянием длины дня	223
---	-----

ЭНТОМОЛОГИЯ

С. М. Яблоков-Хнзорян—Новый вид жуков-чернотелок из Армянской ССР (Coleoptera, Tenebrionidae)	43
С. М. Яблоков-Хнзорян—Два новых вида жуков-долгоносиков с Кавказа (Coleoptera, Curculionidae)	79

ФИЗИОЛОГИЯ

Г. Г. Григорян, А. М. Стольберг, А. А. Экимян—Особенности рецептивных полей нейронов претектальной области	83
Л. Р. Манвелян, В. В. Фанарджян—Мозжечковый контроль деятельности мотонейронов ядра лицевого нерва кошки	87
А. О. Бантикян, О. П. Косоян—К электрофизиологическим особенностям нейронов ретикулярного ядра покрышки моста	187
О. П. Косоян, А. О. Бантикян—Электрофизиологический анализ нейронов собственных ядер моста, проецирующихся в мозжечке	227

МЕДИЦИНА

С. А. Мирзоян, Э. С. Секоян, О. П. Соцкий, Г. М. Саркисова, Э. Х. Григорян, Н. Г. Епископосян—Гликосфинголипиды и кардиоваскулярная патология	91
---	----

ФАРМАКОЛОГИЯ

Э. С. Габриелян, М. Б. Ордян, А. Т. Татевосян, В. Н. Мадакян, Р. Ш. Матевосян—Физиологическая активность некоторых металлокомплексов тетранатриевой соли сульфокислоты тетрафенилпорфирина (МТФП-SO ₃ Na)	45
--	----

CONTENTS of LXXVIII volume

MATHEMATICS

<i>Yu. M. Movsisian</i> —Albert's theorem in the category of binary algebra	3
<i>H. G. Martirosian</i> —Some optimization problems for the system with uneven deterioration	8
<i>G. G. Nicoghossian</i> —A sufficient condition for a graph to be Hamiltonian	12
<i>B. L. Golinsky</i> —Some estimates for the Christoffel—Darboux polynomial kernels and a strengthening of a theorem of J. Price	17
<i>I. G. Khachatryan</i> —On some trace formulas	23
<i>A. A. Shahinian</i> —On one singularity of functions harmonic in the ball	51
<i>Yu. M. Movsisian</i> —On the varieties of algebras defined by certain hyperidentities	53
<i>S. D. Grigorian</i> —The geometrical research of the conical flows of gravitating gas	57
<i>A. A. Shahinian</i> —On solvability of the Dirichlet problem for harmonic functions in unbounded domains of Euclidian spaces and on open Riemann surfaces	99
<i>L. A. Shahinian</i> —On uniqueness of trigonometrical series	101
<i>H. K. Aidinian</i> —On some properties of MDS codes	105
<i>I. G. Khachatryan</i> —On some solutions of the nonlinear string equation	108
<i>J. G. Margarian, G. L. Movsisian</i> —On a method of construction of the linear codes	113
<i>M. P. Dorofeeva, B. P. Ovsjankin, A. V. Smirnov</i> —On multiprocessor schedules with due dates	147
<i>P. E. Melik-Adamian</i> —On the S -matrices theory of canonical differential operators.	151
<i>A. H. Dalalian</i> —On avoidance of words	156
<i>W. S. Videnski</i> —On regular matrices of summability, generated by linear positive operators	195
<i>V. J. Martirosian</i> —On distributivity of lattices of subvarieties of the varieties of right alternative algebras	199

APPLIED MATHEMATICS

<i>R. S. Minasian</i> —Boundary-value problem of heat conduction for a rotating cylinder	28
<i>K. O. Eglazarlan</i> —On a higher dimensional generalized Hadamard matrices	203

MECHANICS

<i>P. G. Keshishian</i> —Bending by a uniformly distributed load of a simply supported rectangular thin plate rigidly connected with columns of square cross-sections	33
<i>A. V. Gevorkian, K. B. Kazarlan</i> —The problem of magnetoelastic shear wave reflection and refraction	62
<i>A. D. Drosdov, V. B. Kolmanovski, V. D. Potapov</i> —Stability of bars from inhomogeneously ageing visco-elastic material	117
<i>G. U. Ermolenko, V. V. Kolokolchikov</i> —On the solution of the problems of principal cubic theory of viscoelasticity for nonhomogeneous ageing bodies.	159

<i>N. Kh. Arutyunian, A. D. Drozdov, V. B. Kolmanovski</i> —On stability of cylindrical pipe in aging viscoelastic medium.	165
<i>G. E. Bagdasarjan</i> —Dynamic stability of a superconducting cylindrical shell in the magnetic field of a non-stationary current	208

HYDROMECHANICS

<i>J. S. Torossian</i> —The equation of sedimentation during separation . . .	37
---	----

THEORY OF ELASTICITY

<i>S. M. Mkhitarian, R. S. Tumanian</i> —About the load transfer from the arbitrary number of equidistant ring-shaped stringers to the elastic plane . . .	122
<i>V. G. Maz'ya, S. A. Nazarov</i> —On the paradox of Sapondzhyan—Babuška in problems of thin plate theory	127

PHYSICS

<i>D. H. Bagdassarjan, A. H. Makarian, P. S. Pogossian</i> —Difference frequency generation in millimetre region by CO ₂ laser	66
<i>Yu. K. Gabriellan, A. E. Martirosian, G. Ts. Nersislan, V. O. Papanian</i> —Potassium emission spectrum in 50—100 nm region	71
<i>R. G. Tarkhanian</i> —High frequency Nernst effect and dielectric susceptibility of semiconductors in the presence of temperature gradient	131
<i>D. M. Sedrakian, K. V. Papoyan, G. A. Vardanian</i> —On the sound absorption in quantum crystals	170

ELECTRICITY

<i>H. K. Davtian, G. G. Karamian, R. H. Arutyunian</i> —On the principle of the work of photo-fuel cells.	174
---	-----

ENERGETICS

<i>N. S. Khurshudov</i> —Formation of a system of models for the optimization of gas supply	213
---	-----

SEISMOLOGY

<i>S. R. Aslanian, A. A. Kirakosian, S. N. Nazaretian</i> —Seismic activity and maximum possible earthquakes on the territory of the Armenian SSR and adjoining areas	137
---	-----

PHYSICAL CHEMISTRY

<i>K. A. Kostanian, M. A. Pogosian, V. I. Adamian, Z. A. Muradian</i> —Some physical, chemical and magnetic properties of glasses in the system Li ₂ O—Fe ₂ O ₃ —B ₂ O ₃	218
---	-----

FOSSIL MINERALS

<i>A. G. Saghatelian</i> —A new type of porphyr-copper with molybdenic ores in the Sevan-Amasia structural metallogenic zones.	178
--	-----

TECTONICS

<i>S. N. Nazaretian, S. R. Aslanian</i> —The Nakhichevan-Khaphan transzoning fault.	182
---	-----

BIOPHYSICS

<i>V. L. Arvanov, S. B. Majinian, S. N. Ayrapetian</i> —On the inhibitory action of K-free solution on the Cl ⁻ -dependent acetylcholine responses of the membrane	141
---	-----

PLANT PHYSIOLOGY

V. V. Kazarian, S. A. Sarkisian—The seasonal quantitative changes of ATP and carbohydrate to the woody-introducent	74
H. H. Devedjian, K. K. Khazhakian, K. V. Egibian—On the contents of phytohormones in the wild species of potatoes as influenced by the length of day	223

ENTOMOLOGY

S. M. Iablokoff-Khinzorian—A new species of Tenebrionid beetles from Armenian SSR (Coleoptera, Tenebrionidae)	43
S. M. Iablokoff-Khinzorian—Two new species of curculionid beetles from the Caucasus (Coleoptera, Curculionidae)	79

PHYSIOLOGY

G. G. Grigorian, A. M. Stolberg, A. A. Hekimian—The properties of the receptive fields of pretectal neurons	83
L. R. Manvellian, V. V. Fanardjian—Cerebellar control of the activity of facial nucleus motoneurons in the cat	87
A. H. Bantiklan, H. P. Kosoyan—About the electrophysiological properties of nucleus reticularis tegmenti pontis neurons	187
H. P. Kosoyan, A. H. Bantiklan—Electrophysiological analysis of pontine gray proper neurons projecting to cerebellum	227

MEDICINE

S. A. Mirsoyan, E. S. Sekoyan, O. P. Sotzcki, G. M. Sarkissova, E. Ch. Grigorian, N. G. Eplscoposstan—Glycosphingolipids and cardiovascular pathology	91
---	----

PHARMACOLOGY

E. S. Gabriellian, M. B. Ordian, A. T. Tatevosian, V. N. Madaklan, R. Sh. Matevosian—Physiological activity of some metallocomplexes of tetrasodium salt of tetraphenylporphyrin sulphoacid	45
---	----

