

ՀԱՅԿԱԿԱՆ ՍՍՀ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԿԱԴԵՄԻԱ
 АКАДЕМИЯ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР

ԶԵԿՈՒՅՑՆԵՐ
 ДОКЛАДЫ

LXXVIII, № 1

1984

Խմբագրական կոլեգիա

Գ. Ա. ԱՐՁՈՒՄԱՆՅԱՆ, տեխ. գիտ. թեկնածու (պատ. ֆաբրիկար), Է. Գ. ԱՆՐԻԿՅԱՆ, ՀՍՍՀ ԳԱ ակադեմիկոս, Ա. Բ. ԲԱՐԱՅԱՆ, ՀՍՍՀ ԳԱ ակադեմիկոս, Ա. Հ. ԳԱՐՐԻՆԻՅԱՆ, ՀՍՍՀ ԳԱ ակադեմիկոս, Ա. Ա. ԹԱԼԱԼՅԱՆ, ՀՍՍՀ ԳԱ թղթ. անդամ, Վ. Մ. ԹԱՌԱՅԱՆ, ՀՍՍՀ ԳԱ թղթ. անդամ, Վ. Հ. ՀԱՄԲԱՐՁՈՒՄՅԱՆ, ակադեմիկոս, Վ. Հ. ՂԱԶԱՐՅԱՆ, ՀՍՍՀ ԳԱ ակադեմիկոս (պատ. խմբագրի տեղակալ), Վ. Գ. ՄԽԻԹԱՐՅԱՆ, ՀՍՍՀ ԳԱ թղթ. անդամ, Գ. Ս. ՍԱՀԱԿՅԱՆ, ՀՍՍՀ ԳԱ ակադեմիկոս, Օ. Մ. ՍԱՊՈՆԺՅԱՆ, ՀՍՍՀ ԳԱ թղթ. անդամ, Մ. Լ. ՏԵՐ-ՄԻԿԱԵԼՅԱՆ, ՀՍՍՀ ԳԱ ակադեմիկոս, Վ. Բ. ՖԱՆԱՐԺՅԱՆ, ՀՍՍՀ ԳԱ ակադեմիկոս:

Редакционная коллегия

В. А. АМБАРЦУМЯН, академик, Г. А. АРЗУМАНЯН, канд. техн. наук (отв. секретарь), Э. Г. АФРИКЯН, академик АН АрмССР, А. Т. БАБАЯН, академик АН АрмССР, А. А. ГАБРИЕЛЯН, академик АН АрмССР, В. О. КАЗАРЯН, академик АН АрмССР (зам. отв. редактора), В. Г. МХИТАРЯН, чл.-корр. АН АрмССР, Г. С. СААКЯН, академик АН АрмССР, О. М. САПОНДЖЯН, чл.-корр. АН АрмССР, А. А. ТАЛАЛЯН, чл.-корр. АН АрмССР, В. М. ТАРАЯН, чл.-корр. АН АрмССР, М. Л. ТЕР-МИКАЕ

ԲՈՎԱՆԳԱԿՈՒԹՅՈՒՆ

42

ՄԱԹԵՄԱՏԻԿԱ

Յու. Մ. Մովսիսյան—Ալբերտի բևեռները երկտեղ հանրահաշիվների կատեգորիայում	3
Հ. Կ. Մարտիրոսյան—Անհամաչափ մաշվածություն ունեցող համակարգերի համար մի քանի օպերիմիզացիոն խնդիրների մասին	8
Ժ. Կ. Նիկողոսյան—Գրաֆի համիլտոնյանության մի բավարար սկզբնական	12
Բ. Լ. Դուրյան—Գնահատականներ Քրիստոֆել—Դարբուսի բազմանդամային կորիզների համար և Ջ. Պրայսի մի թեորեմի ընդհանրացումը	17
Բ. Կ. Խաչատրյան—Հետքերի որոշ բանաձևերի մասին	23

ԿԻՐԱՌԱԿԱՆ ՄԱԹԵՄԱՏԻԿԱ

Ի. Ս. Մինասյան—Ջերմահաղորդականության խառը եզրային խնդիրը պտտվող զր-լանի համար	28
---	----

ՄԵՆԵԿՆԵԿԱ

Պ. Կ. Քեչիշյան—Քառակուսի լայնական հատույթով սյուների կոշտ միացած և եզրագծով ազատ հենված բարակ ուղղանկյուն սալի ճշումը	33
---	----

ՀԻՄՆՈՒԹԵՆԵԿԱ

Ջ. Ս. Թուրսյան—Սեղիմենաացման հավասարումը սեպտորացիայի դեպքում	37
---	----

СОДЕРЖАНИЕ

Стр.

МАТЕМАТИКА

Ю. М. Мовсисян—Теорема Алберта в категории бинарных алгебр	3
Г. Г. Мартиросян—О некоторых оптимизационных задачах для систем с не- равномерным износом	8
Ж. Г. Никогосян—Одно достаточное условие гамильтоновости графа	12
Б. Л. Голинский—Оценки для полиномиальных ядер Кристоффеля—Дарбу и обобщение одной теоремы Дж. Прайса	17
И. Г. Хачатрян—О некоторых формулах следов	23

ПРИКЛАДНАЯ МАТЕМАТИКА

Р. С. Минасян—Смешанная граничная задача теплопроводности для враща- ющегося цилиндра	28
--	----

МЕХАНИКА

П. Г. Кешишян—Изгиб равномерно нагруженной тонкой прямоугольной пли- ты, свободно опертой по контуру и жестко соединенной с колоннами квадрат- ного поперечного сечения	33
---	----

ГИДРОМЕХАНИКА

Дж. С. Торосян—Уравнение седиментации при сепарировании	37
---	----

ЭНТОМОЛОГИЯ

С. М. Яблоков-Хнзорян—Новый вид жуков-чернотелок из Армянской ССР (Coleoptera, Tenebrionidae)	43
--	----

ФАРМАКОЛОГИЯ

Э. С. Габриелян, М. Б. Ордян, А. Т. Тигевосян, В. Н. Мадикян, Р. Ш. Ма- тевосян—Физиологическая активность некоторых металлокомплексов тетранат- риевой соли сульфокислоты тетрафенилпорфирина (МТФП-SO ₃ Na)	45
--	----

CONTENTS

MATHEMATICS

<i>Yu. M. Movsisian</i> —Albert's theorem in the category of binary algebra	3
<i>H. G. Martirosian</i> —Some optimization problems for the system with uneven deterioration	8
<i>G. G. Nicoghossian</i> —A sufficient condition for a graph to be Hamiltonian	12
<i>B. L. Golinsky</i> —Some estimates for the Christoffel—Darboux polynomial kernels and a strengthening of a theorem of J. Price	17
<i>I. G. Khachatryan</i> —On some trace formulas	23

APPLIED MATHEMATICS

<i>R. S. Minasian</i> —Boundary-value problem of heat conduction for a rotating cylinder	28
--	----

MECHANICS

<i>P. G. Keshishian</i> —Bending by a uniformly distributed load of a simply supported rectangular thin plate rigidly connected with columns of square cross-sections	33
---	----

HYDROMECHANICS

<i>I. S. Torossian</i> —The equation of sedimentation during separation . . .	37
---	----

ENTOMOLOGY

<i>S. M. Iablokoff-Khuzorian</i> —A new species of Tenebrionid beetles from Armenian SSR (Coleoptera, Tenebrionidae)	43
--	----

PHARMACCOLOGY

<i>E. S. Gabriellian, M. B. Ordian, A. T. Tatevosian, V. N. Madakian, R. Sh. Matevosian</i> —Physiological activity of some metallocomplexes of tetrasodium salt of tetraphenylporphyrin sulphoacid	45
---	----

Техн. редактор АЗИЗБЕКЯН Л. А.

Сдано в набор 1.12.1983 г. Подписано к печати 29.02.1984 г. ВФ 00025.
Бумага № 1, 70X108¹/₁₆. Высокая печать. Печ. лист

УДК 519.4

МАТЕМАТИКА

Ю. М. Мовсисян

Теорема Алберта в категории бинарных алгебр

(Представлено чл.-корр. АН Армянской ССР Р. В. Амбарцумяном 6/IX 1982)

В настоящей работе рассматривается вопрос изотопии—изоморфизма для универсальных алгебр с бинарными обратимыми операциями.

Бинарные алгебры $\langle Q; \Sigma \rangle$ и $\langle Q'; \Sigma' \rangle$ называются изотопными, если существуют биективные отображения $\alpha, \beta, \gamma: Q \rightarrow Q'$ и $\tilde{\varphi}: \Sigma \rightarrow \Sigma'$ такие, что для любой операции $A \in \Sigma$ и для любых $x, y \in Q$ справедливо равенство $\alpha A(x, y) = [\tilde{\varphi} A](\beta x, \gamma y)$.

При условии $\alpha = \beta = \gamma$ изотопия — изоморфизм. Отношение изотопии является эквивалентностью. Универсальная алгебра $\langle Q; \Sigma \rangle$ с бинарными операциями называется обратимой (групповой системой), если для каждой $A \in \Sigma$ группоид $Q(A)$ — квазигруппа (группа), и с луповой операцией, если относительно некоторой операции $B \in \Sigma$ множество Q — лупа.

Изотопный образ обратимой алгебры — обратимая алгебра.

Следующее утверждение — обобщение теоремы Брака—Хьюза (см., например, (1)).

Л е м м а 1

$X[x, Y(y, z)] = Y[x, X(y, z)]$ является нетривиальным уравновешенным сверхтождеством длины 3.

Известно, что сверхтождества

$$X[x, Y(y, z)] = Y[X(x, y), z]; \quad (1)$$

$$X[x, Y(y, z)] = X[Y(x, y), z]; \quad (2)$$

$$X[x, X(y, z)] = Y[Y(x, y), z] \quad (3)$$

являются единственными нетривиальными сверхтождествами ассоциативности в нетривиальных обратимых алгебрах ⁽²⁾ и в нетривиальных бинарных алгебрах с моноидальными операциями ⁽³⁾, причем из сверхтождества (3) вытекает сверхтождество (2), а из (2) следует (1).

Важность сверхтождеств (1)–(3) связана не только с ассоциативным законом $x \cdot yz = xy \cdot z$ или с их применением в теории кодирования ⁽⁴⁾, но и с тем, что сверхтождества ассоциативности в неявной форме вступают и при классификациях других сверхтождеств. Приведем, например, классификацию (по выполнимости) уравновешенных сверхтождеств длины 4, образуемых по равенству $x(y \cdot zu) = (xy \cdot z)u$.

Предложение 1. В классе всех нетривиальных обратимых алгебр каждое нетривиальное сверхтождество, определенное по равенству $x(y \cdot zu) = (xy \cdot z)u$, эквивалентно (в смысле выполнимости) одному из следующих четырех сверхтождеств:

$$X[x, Y[y, X(z, u)]] = X[Y[X(x, y), z], u]; \quad (4)$$

$$X[x, Y[y, X(z, u)]] = X[X[Y(x, y), z], u]; \quad (5)$$

$$X[x, X[y, Y(z, u)]] = Y[Y[Y(x, y), z], u]; \quad (6)$$

$$X[x, X[y, X(z, u$$

систем каждое нетривиальное уравновешенное сверхтождество длины 3 (длины 4) эквивалентно одному из сверхтождеств (1) — (3) (соответственно (4) — (7)).

Как показывает следующий результат, при переходе к классу обратимых алгебр количество неэквивалентных уравновешенных сверхтождеств возрастает.

Предложение 3. В классе всех нетривиальных обратимых алгебр каждое нетривиальное уравновешенное сверхтождество, определенное по равенству $(xu \cdot z)u = x(yz \cdot u)$, эквивалентно одному из следующих* сверхтождеств:

$$\begin{aligned} &XXY = YXX, \quad XYX = XYX, \quad YXX = YXX, \quad XXY = XYX, \\ &XYX = YXX, \quad XYX = XXY, \quad XXY = YYY, \quad XYX = YYY, \\ &XXX = YXY, \quad XXY = ZZY, \quad XYX = YZZ, \quad XYX = ZYZ, \\ &XYX = ZZY, \quad XXX = YYY, \quad YXX = YYX, \quad XYX = YYX, \\ &XYX = YXY. \end{aligned}$$

Теорема 1. Если обратимая алгебра с луповой операцией изотопна алгебре со сверхтождеством ассоциативности (1), тогда они изоморфны.

Доказательство. Нетрудно доказать, что если в обратной алгебре выполняется сверхтождество (1), то в ней будет выполняться и конъюнкция следующих формул:

$$\begin{aligned} &Y(x_1, y_0) = Y(x_0, y_1) \\ &Y(x_1, y_2) = Y(x_0, y_3) \rightarrow X(x_2, y_3) = Y(x_3, y_2); \end{aligned} \quad (8)$$

$$X(x_2, y_1) = Y(x_3, y_0)$$

$$X(x_1, y_0) = X(x_0, y_1)$$

$$Y(x_1, y_2) = X(x_0, y_3) \rightarrow X(x_2, y_3) = Y(x_3, y_2). \quad (9)$$

$$X(x_2, y_1) = X(x_3, y_0)$$

Кроме того, формулы (8) и (9) изотопно-инвариантны. Поэтому, если обратимая алгебра $\langle Q; \Sigma \rangle$ изотопна (обратимой) алгебре $\langle$

$$x_1 = y_1$$

$$y_3 = Y(x_1, y_2) \rightarrow x_2 \circ y_3 = Y(x_3, y_2).$$

$$x_3 = x_2 \circ y_1 = x_2 \circ x_1$$

Иначе говоря, в обратимой алгебре $\langle Q; \Sigma \rangle$ помимо полученного равенства выполняется еще и равенство $x_2 \circ Y(x_1, y_2) = Y(x_2 \circ x_1, y_2)$ для любой $Y \in \Sigma$ и для любых $x_1, x_2, y_2 \in Q$. Предполагая $X = Y = A_i \in \Sigma$ и полагая в полученных равенствах соответственно $x_1 = 1$ и $y_2 = 1$, имеем: $A_i(x_2, y_2) = a_i x_2 \circ y_2$; $x_2 \circ a_i x_1 = a_i(x_2 \circ x_1)$, где $a_i : x \mapsto A_i(x, 1)$ — подстановка. Из последнего равенства при $x_1 = 1$ вытекает $a_i(x_2) = x_2 \circ t_i$, где $t_i = a_i 1$. Таким образом, каждая операция $A_i \in \Sigma$ определяется по правилу: $A_i(x, y) = x \circ t_i \circ y$, где $Q(\circ)$ — группа, $t_i \in Q$. Остается сослаться на вышеуказанную лемму 1.

С л е д с т в и е. Если обратимая алгебра с луповой операцией изотопна групповой системе с нетривиальным уравновешенным сверхтождеством длины 3 или 4, тогда они изоморфны.

Рассмотрим следующие формулы ($\forall \exists(V)$ -тождества):

$$\forall X, Y \exists Z \forall x, y, z (X[Y(x, y), z] = Y[x, Z(y, z)]); \quad (11)$$

$$\forall X, Y \exists Z \forall x, y, z (X[Y(x, y), z] = Z[x, X(y, z)]); \quad (12)$$

$$\forall X, Y \exists Z \forall x, y, z (Z[Y(x, y), z] = Y[x, X(y, z)]); \quad (13)$$

$$\forall X, Y \exists Z \forall x, y, z (X[Z(x, y), z] = Y[x$$

$$\exists X \forall Y \forall x, y, z (X|x, Y(y, z)| = Y|Y(x, y), z|). \quad (20)$$

Точная формулировка здесь такова:

Теорема 5. Если в обратимой алгебре $\langle Q; \Sigma \rangle$ выполняется формула (19) или (20) и она изотонна алгебре с нетривиальным сверхтождеством ассоциативности, то порядок (мощность) $|\Sigma| = 1$.

Новые классы формул с рассматриваемыми здесь свойствами выделяются среди формул и сверхтождеств, определенных по уравновешенным тождествам длины $d > 3$.

Ереванский государственный университет

Յու. Մ. ՄՈՎՍԻՍՅԱՆ

Ալբերտի թեորեմի երկտեղ հանրահաշիվների կատեգորիայում

Ներկա աշխատանքում հետազոտվում է իզոտոպիա-իզոմորֆիզմ հարցը ունիվերսալ հանրահաշիվների կատեգորիայում: Առաջին արդյունքը Ալբերտի հայտնի թեորեմի բավական լայն ընդհանրացումն է, որի ապացուցման համար նախապես ընդհանրացվում է նաև Բրակ-հյուլի թեորեմը: Մնացած արդյունքներում գերնույնությունների փոխարեն դիտարկվում են ազնի բարդ նույնություններ, որոնց մեջ գործողության նշանների (ֆունկցիոնալ փոփոխականների) մի մասը կապված են ընդհանրության քվանտորով, իսկ դրանց մնացած մասը՝ դույնության քվանտորով:

ЛИТЕРАТУРА — ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

- ¹ А. Г. Куроп, Общая алгебра, Наука, М., 1974. ² В. Д. Белоусов, УМН, т. 20, № 1 (121) (1965). ³ Ю. М. Мовсисян, ДАН АрмССР, т. 62, № 5 (1976). ⁴ R. Schauffler, Math. Zeltschr., В. 67

УДК 519.876.3

МАТЕМАТИКА

Г. Г. Мартиросян

О некоторых оптимизационных задачах для систем с неравномерным износом

(Представлено чл.-корр. АН Армянской ССР Р. Р. Варшамовым 16/IX 1983)

Рассматривается задача (5) из (1). Функции $b_i(t)$ предполагаются непрерывными, строго возрастающими, неотрицательными на $[0, \infty)$ и положительными на $(0, \infty)$. Сохраняются все определения и обозначения, данные в (1,2).

Рассмотрим класс расписаний для задачи (5) (1), имеющих не более $(s-1)$ -ой перестановки деталей.

Определение 1. Расписания ρ и ρ' называются подобными, если последовательность $\beta_j^1, \beta_j^2, \dots, \beta_j^s$ расписания ρ совпадает с соответствующей последовательностью расписания ρ' для $j=1, 2, \dots, n$.

Ясно, что подобие задает на множестве расписаний с $(s-1)$ -ой перестановкой отношение эквивалентности с числом классов эквивалентности $r_s \leq s^n$. Для каждого такого класса K , рассмотрим оптимизационную задачу

$$\begin{cases} T_s \rightarrow \max \\ z_l(\rho) \geq 0 \end{cases} \quad l=1, 2, \dots, n, \quad$$

на месте A_n до полного износа. 2, 3, ..., i -ая детали работают до момента T' на местах $A_2, A_3, \dots, A_i$ по расписанию ρ' , построенному по лемме 1, а затем на местах $A_1, \dots, A_{i-1}$ по расписанию ρ'' такому, что $z_j(\rho') + z_j(\rho'') = 0$ (его существование утверждается предположением индукции). Пусть $T^*(T')$ — момент полного износа 1-ой детали, а $T^{**}(T')$ — момент полного износа остальных деталей (если $T' = q_1$, то 2, 3, ..., i -ая детали работают на местах $A_2, \dots, A_i$ до полного износа). Рассмотрим функцию $\omega(T') = T^*(T') - T^{**}(T')$. Она непрерывна по теореме о неявных функциях на интервале $[0, q_1]$. $\omega(0) > 0$, $\omega(q_1) < 0$, поэтому существует $T' \in (0, q_1)$, такое, что $\omega(T') = 0$. Соответствующее этому T' расписание ρ будет искомым.

Теорема 1 явно задаст класс подобия оптимального расписания ρ , а для нахождения моментов перестановок задает систему 2^{n-1} уравнений с 2^{n-1} неизвестными и гарантирует ее разрешимость в множестве положительных чисел.

Рассмотрим случай $b_i(t) = x_i(t) + \beta$, часто встречающийся в реальных условиях. Пусть D — следующий определитель:

$$D = \begin{vmatrix} x_1 - x_2 & x_2 - x_3 & \dots & x_{n-1} - x_n & \\ x_2 - x_3 & x_3 - x_4 & & & x_n - x_1 \\ \vdots & \vdots & & & \vdots \\ x_{n-1} - x_n & x_n - x_1 & & & x_{n-3} - x_{n-2} \end{vmatrix}$$

Теорема 2. Для $b_i(t) = x_i t + \beta$ при $D \neq 0$ существует оптимальное расписание ρ , содержащее $(n-1)$ -у перестановку.

Доказательство. Зададим параметры β_i^j расписания ρ следующим образом: $\beta_i^j = (j + i - 1) \bmod n$. Согласно лемме 2 (1) и замечанию к ней достаточно показать существование положительного решения системы

$T_s = \frac{n}{\sqrt{2 \sum_{i=1}^n \sqrt{a_i}}}$. Отсюда и из теоремы 5 следует теорема 6.

Замечание. Теорему 6 можно доказать и в случае $b_i(t) = \alpha_i t^m$.

Теорема 7. Если $b_i(t) = \alpha_i t + \gamma_i$ и $\frac{\gamma_i}{\sqrt{\alpha_i}} = \frac{\gamma_j}{\sqrt{\alpha_j}} = a$, $i, j = 1, 2, \dots, n$, то всякое квазиоптимальное расписание является оптимальным.

Доказательство. Индукцией по l можно доказать, что

$$z_p^l(T_l) = \frac{1}{2} \left(\sum_{j=1}^l t_j \sqrt{\alpha_{\beta_j^l}} \right)^2 + a \left(\sum_{j=1}^l t_j \sqrt{\alpha_{\beta_j^l}} \right), \quad i = 1, 2, \dots, n.$$

Из равенства $z_p^l(T_s) = 1$ получаем, решая квадратные уравнения и суммируя по i ,

$$T_s = T(p) = n(\sqrt{a^2 + 2} - a).$$

Отсюда и из теоремы 5 следует доказываемая теорема.

2. Գ. ՄԱՐՏԻՐՈՍՅԱՆ

Անհամաչափ մաշվածություն ունեցող համակարգերի համար մի փանի
օպտիմիզացիոն խնդիրների մասին

Աշխատանքում ստացված են n մանրակների n տեղերում աշխատանքի
ժամանակը մարսիմիզացնող եղանակները մաշման արագությունն ըստ մա-
մանակի աճման դեպքում: Մաշման արագությունն ըստ մաշման աստիճանի
դեպքում օպտիմալ եղանակները ստացված են մաշման արագության ֆունկ-
ցիան դժային և այլ ս

УДК 519.1

МАТЕМАТИКА

Ж. Г. Никогосян

Одно достаточное условие гамильтоновости графа

(Представлено чл.-корр. АН Армянской ССР Р. Р. Варшамовым 15/1 1983)

Рассматриваются конечные неориентированные графы без петель и кратных ребер. Все понятия и обозначения, не определяемые здесь, можно найти в книге ⁽¹⁾. Пусть G —граф с множеством вершин $V(G)$ и множеством ребер $X(G)$. Через $v(G)$, $\delta(G)$, $k(G)$ и $\alpha(G)$ обозначим соответственно число вершин, минимальную степень, вершинную связность и вершинное число независимости графа G . Граф называется гамильтоновым, если содержит простой цикл C длины $v(G)$ (при этом C называется гамильтоновым циклом графа G).

В 1952 г. Дирак ⁽²⁾ доказал, что если $\delta(G) \geq v(G)/2$, то G имеет гамильтонов цикл. При $\delta(G) \geq v(G)/2 - 1$ граф G не всегда содержит гамильтонов цикл.

В работе ⁽³⁾ (см. также ⁽⁴⁾) доказано (1981 г.), что при дополнительном условии $k(G) \geq 2$ для гами

Определение. $(Z_1, Z_2, \dots, Z_t)$ назовем (H, r) -схемой, если $Z_1, Z_2, \dots, Z_t$ являются независимыми множествами в подграфе $\|H\|$, а неравенство $d_H(\xi, \eta) \geq r$ имеет место для любых i, j ($i \neq j$) и для любых $\xi \in Z_i, \eta \in Z_j$ ($\xi \neq \eta$). Если множества $Z_1, Z_2, \dots, Z_t$ имеют систему различных представителей, то (H, r) -схема называется нетривиальной.

Доказательство теоремы основано на следующих вспомогательных утверждениях:

Лемма 1. Если P является n -вершинной ($n \geq 2$) простой цепью, $r \geq 2$ — целое число, (Z_1, Z_2) — нетривиальная (P, r) -схема, то $|Z_1| + |Z_2| \leq \max\{(n-r+5)/2, 2(n+r-1)/r\}$.

Лемма 2. Если P является n -вершинной ($n \geq 3$) простой цепью, $r \geq 2$ — целое число, (Z_1, Z_2, Z_3) — нетривиальная (P, r) -схема и $|Z_i| \geq 3$, $i = 1, 2, 3$, то $|Z_1| + |Z_2| + |Z_3| \leq \max\{(n-2r+12)/2, 3(n+r-1)/r\}$.

Лемма 3. Пусть $P = \xi_1 \xi_2 \dots \xi_n$ ($n \geq 3$) — произвольная простая цепь графа G . Если $|N(\xi_1) \cap V(P)| + |N(\xi_n) \cap V(P)| \geq n+1$, то $\xi_1 \xi_{i+1} \in X(G)$, $\xi_n \xi_{i-1} \in X(G)$ для некоторого i ($2 \leq i \leq n-1$).

Лемма 4. Пусть $P = \xi_1 \xi_2 \dots \xi_n$ ($n \geq 3$) — произвольная простая цепь графа G , ε ($0 \leq \varepsilon \leq n-2$) — произвольное целое число. Если $|N(\xi_1) \cap V(P)| + |N(\xi_n) \cap V(P)| \geq n + \varepsilon$, то существуют попарно различные целые числа $i_1, i_2, \dots, i_{\varepsilon+1}$ такие, что $\xi_1 \xi_{i_1+1} \in X(G)$, $\xi_n \xi_{i_\varepsilon} \in X(G)$ для всех значений $i_$

Так как $\delta \geq 1$, то достаточно рассматривать случай $\delta \leq (v+1)/3$ (при $\delta \geq (v+2)/3$ граф G гамильтонов ⁽⁵⁾), откуда $v \geq 3\delta - 1$. Учитывая также $v \leq 4\delta - 2k$ (см. (1)), получим $\delta - k + 1 \geq k$, откуда $|V(H^-)| \geq |V(G_1)| \geq \delta - k + 1 \geq k$. Тогда по теореме Холла ⁽⁶⁾ и ввиду k -связности графа G существует множество вершин $\{v_1, v_2, \dots, v_{2m}\}$ такое, что $v_i v_l \in X(G)$, $l = \overline{1, 2m}$. Введем два множества фиктивных ребер

$$R^- = \left(\bigcup_{i=1}^{m-1} \{v_{2i} v_{2i+1}\} \right) \cup \{v_{2m} v_1\}, \quad R^0 = \bigcup_{i=1}^m \{v_{2i-1} v_{2i}\}.$$

Рассмотрим граф G' с множеством вершин $V(G)$ и множеством ребер $R^- \cup R^0 \cup X(G)$. Через W обозначим множество простых циклов C графа G' , удовлетворяющих условию

$$V(C) \subseteq V(H^-) \cup S, \quad V(C) \cap V(L^+) = \{v_1, v_2, \dots, v_{2m}\}, \quad R^0 \subseteq X(C).$$

Множество вершин $\{v_1, v_2, \dots, v_{2m}\} \cup \{v_1', v_2', \dots, v_{2m}'\}$ и множество ребер $R^- \cup R^0 \cup \left(\bigcup_{i=1}^{2m} \{v_i v_i'\} \right)$ определяют простой цикл графа G' , принадлежащий W , т. е. $W \neq \emptyset$. Обозначим

$$W^1 = \{x \in W / \forall y \in W (|X(x) \cap R^-| \leq |X(y) \cap R^-|),$$

$$W^2 = \{x \in W^1 / \forall y \in W^1 (|V(y)| \leq |V(x)|)\}.$$

Из $W \neq \emptyset$ следует $W^2 \neq \emptyset$. Выберем произвольный $C^- \in W^$

Թեև $k \geq 3$ և

$$\delta \geq \max \left(\frac{v+2k}{4}, \alpha \right),$$

այսինքն G -ն համիլտոնյան գրաֆ է:

Երկրորդ թեորեմը $3 \leq k < (v+8)/6$ դեպքում ավելի ուժեղ է. քան ներկայացված հայտնի թեորեմը, որը պնդում է, որ եթե $k \geq 2$ և $\delta \geq \max((v+2)/3, \alpha)$, ապա G -ն համիլտոնյան է:

ЛИТЕРАТУРА — ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

¹ Փ. Харари, Теория графов, Мир, М., 1973. ² A. G. Dirlac, Math. Soc., Ser. 3, 2 (1952). ³ R. Häggkvist, G. G. Nicoghossian, J. Comb. Theory, 30 (1981). ⁴ Ж. Г. Никогосян, ДАН АрмССР, т. LXXII, № 2 (1981). ⁵ C. St. J. A. Nash-Williams, Studies in Pure Mathematics (L. Mirsky, ed.), Academic Press, London, 1971. ⁶ М. Холл, Комбинаторика, Мир, М., 1970.

причем знак равенства достигается для $Q_n(x) = K_n(x, x_0)$. Полагая $P_n(x) = Q_n(x)/Q_n(x_0)$, получим (1).

Пусть

$$P_n(x) = \frac{1}{\mu_n} \{S_\nu(\theta - \theta_0) + S_\nu(\theta + \theta_0)\}, \quad x = \cos \theta, \quad x_0 = \cos \theta_0,$$

а

$$S_\nu(\varphi) = \frac{1}{4\nu^2} \left(\frac{\sin \nu \varphi}{\sin \frac{\varphi}{2}} \right)^2 = \frac{1}{4\nu^2} \{2\nu + 2[(2\nu - 1)\cos \varphi + \dots + \cos(2\nu - 1)\varphi]\},$$

$$\mu_\nu = 1 + \frac{1}{4\nu^2} \sin^2 2\nu \theta_0 / \sin^2 \theta_0, \quad 2\nu - 1 = n, \quad \nu = 1, 2, \dots$$

В силу (1) имеем

$$K_{\tau, n}^{-1}(x_0) = \frac{2}{\mu_\nu^2} \int_0^\pi [S_\nu^2(\theta - \theta_0) + S_\nu^2(\theta + \theta_0)] d\sigma(\theta) = I_\nu(\theta_0), \quad (2)$$

где σ, τ .

$$\sigma(\theta) = -\tau(\cos \theta) \text{ при } 0 \leq \theta \leq \pi, \quad \sigma(\theta) = \tau(\cos \theta) \text{ при } \pi \leq \theta \leq 2\pi \quad (3)$$

Для определенности будем считать, что $0 < \theta_0 < \pi$. Очевидно $d\sigma(\theta) = \varphi(\theta)d\theta + d\sigma_1(\theta)$, $\varphi(\theta) = W(\cos \theta)|\sin \theta|$, $\sigma_1(\theta)$ — сумма функции скачков и сингулярной компоненты. По условию $\sigma_1(\theta) = \text{const}$ при $\theta_0 - \delta_1 \leq \theta \leq \theta_0 + \delta_2$, $\theta_0 - \delta_1 = \arccos(x_0 + \delta_0)$, $\theta_0 + \delta_2 = \arccos(x_0 - \delta_0)</$

Գնահատականներ Քրիստոֆել—Դարբուի բազմանդամային կորիզների համար
և Ջ. Պրայսի մի թեորեմի ընդհանրացումը

Էլեմենտար մեթոդներով ստացված են ճշգրիտ գնահատականներ

$K_{\tau,n}(x_0) = \sum_{k=1}^n P_{\tau,k}(x_0)$ Քրիստոֆել—Դարբուի բազմանդամային կորիզների

համար, որտեղ $\{P_{\tau,k}(x)\}_{k=0}^{\infty}$ -ը $[-1, 1]$ հատվածի վրա օրթոնորմալ բազմանդամներ են $d\tau(x)$ բաշխման նկատմամբ, այն դեպքում, երբ $\tau(x)$ -ը բացարձակ անընդհատ է $[-1+\delta, 1-\delta]$ հատվածում, իսկ x_0 -ի δ շրջակայքում բավարարում է ռեկուրրենցիայի պայմանի և

$$\omega(x_0) = 0, \quad x_0 \in [-1+2\delta, 1-2\delta]$$

Մասնավորաբար այդ կետում կարող է լինել $\omega(x)$ ֆունկցիայի հանրահաշվական և լոգարիթմական բնույթի դրո:

Կիրառելով օրթոգոնալ բազմանդամների տեսությունը, $d\sigma(\theta)$ բաշխման նկատմամբ միավոր շրջանագծի վրա օրթոգոնալ բազմանդամների Սեզյուլի բազմանդամային կորիզների համար ստացված էին անալոգ գնահատականներ, երբ $\sigma'(\theta) > 0$ համ

УДК 517.984.5

МАТЕМАТИКА

И. Г. Хачатрян

О некоторых формулах следов

(Представлено академиком АН Армянской ССР М. М. Джрбашяном 28/1 1983)

В настоящей заметке получены формулы для следов ядра разности резольвент и ядра разности спектральных ортопроекторов двух самосопряженных дифференциальных операторов порядка $2n > 2$ в $L^2(0, \infty)$ с коэффициентами, удовлетворяющими некоторым условиям убывания на бесконечности. Эти формулы в случае $n=1$ получены в работах (1-3).

Пусть l — самосопряженная дифференциальная операция порядка $2n > 2$, заданная на полуоси $(0, \infty)$ по формуле

$$l[y] \equiv \frac{1}{i^{2n}} y^{(2n)} + \sum_{k=0}^{n-1} \frac{1}{i^{2k}} [p_{2k} y^{(k)}]^{(k)} + \sum_{k=0}^{n-2} \frac{1}{2i^{2k+1}} \{ [p_{2k+1} y^{(k)}]^{(k+1)} + [p_{2k+1} y^{(k+1)}]^{(k)} \}, \quad (1)$$

где $p_k(x)$ — вещественные функции, удовлетворяющие условиям

где функция $u(x, t)$ определяется по формуле (8) и, следовательно,

$$u(x, t) = - \frac{2ni}{\sqrt{2\pi}} \lambda^{2n-1} \sum_{j=1}^n \overline{\gamma_{jn}(\lambda)} u_j(x, \lambda^{2n}), \quad t > 0.$$

Далее равенство (18) выводится при помощи тождества (3) так же, как формула (9).

Институт математики
Академии наук Армянской ССР

Ի. Գ. ԽԱԶԱՏՐՅԱՆ

Հետքերի որոշ բանաձևերի մասին

Դիտարկվում են $L^2(0, \infty)$ տարածությունում L և L_0 ինքնահամալուծ ղեկերենցիալ օպերատորները, որոնց գործակիցները բավարարում են անվերջությունում նվազելու որոշ պայմանների: L և L_0 օպերատորների ռեզոլվենտները նշանակենք համապատասխանաբար R_μ և R_μ^0 , իսկ սպեկտրալ օրթոպրոյեկտորները՝ E_μ և E_μ^0 . Դուրս են բերվում բանաձևեր $R_\mu - R_\mu^0$ և $E_\mu - E_\mu^0$ ինտեգրալ օպերատորների կորիզների հետքերի համար:

ЛИТЕРАТУРА — ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

¹ Л. Д. Фаддеев, ДАН СССР, т. 115, № 5 (1957). ² В. С. Буслаев, Л. Д. Фаддеев, ДАН СССР, т. 132, № 1 (1960). ³ В. А. Яврян, ДАН АрмССР, т. 38, № 4 (1964). ⁴ М. А. Наймарк, Линейные дифференциальные операторы, Наука

$$n_0 = -\frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} \left[\frac{h(\varphi)}{h^*} - 1 \right] \sum_{j=1}^{\infty} j^{-3} (m_j \sin j\varphi + n_j \cos j\varphi) d\varphi + q_0.$$

Здесь введены следующие обозначения:

$$m_k = k^3 [c_k u_k(\gamma_k R) + d_k v_k(\gamma_k R)]; \quad n_k = k^3 [d_k u_k(\gamma_k R) - c_k v_k(\gamma_k R)];$$

$$n_0 = 2A_0 - \frac{2}{\lambda} \ln R \int_0^R r w(r) dr;$$

$$M_k = \gamma_k [u_k(\gamma_k R) u'_k(\gamma_k R) + v_k(\gamma_k R) v'_k(\gamma_k R)] + h^* [u_k^2(\gamma_k R) + v_k^2(\gamma_k R)];$$

$$N_k = \gamma_k [u_k(\gamma_k R) v'_k(\gamma_k R) - v_k(\gamma_k R) u'_k(\gamma_k R)]; \quad G_k = \gamma_k^3 [u_k'^2(\gamma_k R) + v_k'^2(\gamma_k R)] +$$

$$+ 2\gamma_k h^* [u_k(\gamma_k R) u'_k(\gamma_k R) + v_k(\gamma_k R) v'_k(\gamma_k R)] + h^{*2} [u_k^2(\gamma_k R) + v_k^2(\gamma_k R)]; \quad (11)$$

$$p_k = \frac{k^3}{\pi G_k} \int_0^{2\pi} h(\varphi) S(\varphi) (M_k \sin k\varphi - N_k \cos k\varphi) d\varphi;$$

$$q_k = \frac{k^3}{\pi G_k} \int_0^{2\pi} h(\varphi) S(\varphi) (M_k \cos k\varphi + N_k \sin k\varphi) d\varphi;$$

$$q_0 = \frac{1}{\pi h^*} \int_0^{2\pi} h(\varphi) S(\varphi) d\varphi + \frac{1}{\lambda R h^*} \int_0^{2\pi} r w(r) dr.$$

При этом согласно (11) c_k , d_k и A_0 выразятся через новые постоянные m_k и n_k :

$$c_k = k^{-\frac{3}{2}} \frac{m_k u_k(\gamma_k R) - n_k v_k(\gamma_k R)}{$$

զանի տարբեր կոնստրուկտիվ պարամետրի և բաժանվող սիստեմների ֆիզիկա-քիմիական պարամետրերի փոփոխման դեպքերում: Առաջարկվում է ինքնուրույն կոնստրուկտիվ ուժերի դաշտում դիսպերսիոն ֆազի մասնիկների սեդիմենտացիայի հավասարումը:

ЛИТЕРАТУРА — ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

- ¹ В. И. Соколов, Центрифугирование, Химия, М., 1976. ² Г. И. Бремер, Жидкостные сепараторы, Машгиз, М., 1957. ³ П. Г. Романков, С. А. Плюшкин, Жидкостные сепараторы, Машиностроение, Л., 1976. ⁴ Н. Н. Липатов, Сепарирование в молочной промышленности, Пищевая промышленность, М., 1971. ⁵ В. И. Соколов, Д. С. Торосян, Изв. ВУЗов. Пищевая технология, № 1, 1967. ⁶ В. И. Соколов, Д. С. Торосян, Химическое и нефтяное машиностроение, № 5, 1968. ⁷ J. Myrkes, Filtration and Separation, March/April, 1967. ⁸ Н. Н. Цюрүна, Коллоидный журнал, т. 26, № 1 (1964). ⁹ Н. Я. Авдеев, Об аналитическом методе расчета седиментометрического дисперсионного анализа, Изд. Ростовского ун-та, 1964. ¹⁰ Д. С. Торосян, ДАН АрмССР, т. 75, №1 (1982). ¹¹ Д. С. Торосян, Изв. АН АрмССР. Техн. науки, т. 36, №1 (1983).

