

Զ Ե Կ Ո Ւ Յ Ց Ն Ե Ր  
Д О К Л А Д Ы

LXXVII, № 5

1983

## Խմբագրական կոլեգիա

Գ Ա. ԱՐԶՈՒՄԱՆՅԱՆ, տեխն. գիտ. թեկնածու (պատ. ֆաբուլոլար), Է. Գ. ԱՖՐԻԿՅԱՆ, ՀՍՍՀ ԳԱ ակադեմիկոս, Ա. Թ. ԲԱԲԱՅԱՆ, ՀՍՍՀ ԳԱ ակադեմիկոս, Ա. Հ. ԳԱՐՐԻՆԵԼՅԱՆ, ՀՍՍՀ ԳԱ ակադեմիկոս, Ա. Ա. ԹԱԼԱԼՅԱՆ, ՀՍՍՀ ԳԱ րղր. անդամ, Վ. Մ. ԹԱՌԱՅԱՆ, ՀՍՍՀ ԳԱ րղր. անդամ, Վ. Հ. ՀԱՄԲԱՐԶՈՒՄՅԱՆ, ակադեմիկոս, Վ. Հ. ՂԱԶԱՐՅԱՆ, ՀՍՍՀ ԳԱ ակադեմիկոս (պատ. խմբագրի տեղակալ), Վ. Գ. ՄԻՒԹԱՐՅԱՆ, ՀՍՍՀ ԳԱ րղր. անդամ, Գ. Ս. ՍԱՀԱԿՅԱՆ, ՀՍՍՀ ԳԱ ակադեմիկոս, Օ. Մ. ՍԱՊՈՆԺՅԱՆ, ՀՍՍՀ ԳԱ րղր. անդամ Մ. Լ. ՏԵՐ-ՄԻՔԱԵԼՅԱՆ, ՀՍՍՀ ԳԱ ակադեմիկոս, Վ. Բ. ՖԱՆԱՐԺՅԱՆ, ՀՍՍՀ ԳԱ ակադեմիկոս:

## Редакционная коллегия

В. А. АМБАРЦУМЯН, академик, Г. А. АРЗУМАНЯН, канд. техн. наук (отв. секретарь), Э. Г. АФРИКЯН, академик АН АрмССР, А. Т. БАБАЯН, академик АН АрмССР, А. А. ГАБРИЕЛЯН, академик АН АрмССР, В. О. КАЗАРЯН, академик АН АрмССР (зам. отв. редактора), В. Г. МХИТАРЯН, чл.-корр. АН АрмССР, Г. С. СААКЯН, академик АН АрмССР, О. М. САПОНДЖЯН, чл.-корр. АН АрмССР, А. А. ТАЛАЛЯН, чл.-корр. АН АрмССР, В. М. ТАРАЯН, чл.-корр. АН АрмССР, М. Л. ТЕР-МИКЕЛЯН, академик АН АрмССР, В. В. ФАНАРДЖЯН, академик АН АрмССР.

**Թ Ո Վ Ա Ն Գ Ա Կ Ո Ւ Թ Յ Ո Ւ Ն**

**ՄԱԹԵՄԱՏԻԿԱ**

62

Ս. Վ. Հակոբյան—Հետքերի բանաձևը $J$ -ոչ բացասական օպերատորների համար միջուկային գրգռումների դեպքում	195
Վու Կիմ Թուան—Վոլտերայի տիպի ինտեգրալային հավասարումներ, որոնք կորիզում պարունակում են $F_2$ և $G_2$ ֆունկցիաները	201

**ԿՐԱՌԱԿԱՆ ՄԱԹԵՄԱՏԻԿԱ**

Վ. Կ. Բրուտյան—Մարկովյան ղեկավարելի համակարգերում հետևելու մասին խնդրի վերաբերյալ	205
---	-----

**ՀԻՊՐՈՄԵՆՆԱՆԻԿԱ**

Ջ. Ս. Թորոսյան—Սեպարացիայի սահմանի հետազոտումը	208
--	-----

**ԱՌԱՋԳԱԿԱՆՈՒԹՅԱՆ ՏԵՍՈՒԹՅՈՒՆ**

Ա. Վ. Մանժիրով—Ոչ գծային առաձգամածուցիկ մարմիններում անցքերի մոտ լարումների կոնցենտրացիայի վրա անհամասեռ ծերացման ազդեցության մասին	214
---	-----

**ՖԻԶԻԿԱ**

Ա. Ս. Գեվորգյան—Գծային համակարգ կազմող երեք մարմինների վերադասավորումը պարաբոլիկ հավասարման մեթոդի շրջանակներում	219
--	-----

**ԲԻՈՔԻՄԻԱ**

Ս. Ա. Աբրահամյան, Ա. Շ. Գալստյան—Ինվերտազայի իմբիլիկացումը հողում	225
Ա. Ս. Աղաբալյան, Ա. Ֆ. Ղազանչյան, Ա. Ս. Սաֆարյան, Հ. Գ. Գալստյան, Կ. Ա. Վազարյան, Մ. Վ. Տատյան, Ռ. Ա. Ջաֆարյան—Na-նուկլեինատից անջատած երկթելանի ԻՆՏ-ի բնութագիրը	228
Բովանդակություն LXXVII հատորի	232

## СОДЕРЖАНИЕ

	Стр.
<b>МАТЕМАТИКА</b>	
<i>Р. В. Акопян</i> —О формуле следов для $J$ -неотрицательных операторов при ядерных возмущениях . . . . .	195
<i>Ву Ким Туан</i> —Интегральные уравнения Вольтерра, содержащие функции $F_2$ и $G_2$ в ядре . . . . .	201
<b>ПРИКЛАДНАЯ МАТЕМАТИКА</b>	
<i>В. К. Брутян</i> —К задаче о преследовании в случае марковских управляемых систем . . . . .	205
<b>ГИДРОМЕХАНИКА</b>	
<i>Дж. С. Торосян</i> —Исследование предела сепарирования . . . . .	208
<b>ТЕОРИЯ УПРУГОСТИ</b>	
<i>А. В. Манжиров</i> —О влиянии неоднородного старения на концентрацию напряжений около отверстий в нелинейных вязкоупругих телах . . . . .	214
<b>ФИЗИКА</b>	
<i>А. С. Геворкян</i> —Перестройка в линейной системе трех тел в рамках метода параболистического уравнения . . . . .	219
<b>БИОХИМИЯ</b>	
<i>С. А. Абрамян, А. Ш. Галстян</i> —Об иммобилизации инвертазы в почве . . . . .	225
<i>А. С. Агабян, А. Ф. Казанчян, А. С. Сафарян, Г. Г. Галустян, К. А. Казарян, М. В. Татьян, Р. А. Захарян</i> —Характеристика двуспиральных РНК, выделенных из препарата нуклеината натрия . . . . .	228
Содержание LXXVII тома . . . . .	235

C O N T E N T S

MATHEMATICS	P.
<i>R. V. Hakopian</i> —About the trace formula of $J$ -nonnegative operators during perturbation by trace class. . . . .	195
<i>Wo Kim Twan</i> —Volterra's integral equations, which include the functions $F_2$ and $G_2$ in the kernel. . . . .	201
APPLIED MATHEMATICS	
<i>V. K. Brutian</i> —On the pursuit problem with Markov's control system . . . . .	205
HYDROMECHANICS	
<i>J. S. Torossian</i> —Investigation of the limits of separating . . . . .	208
THEORY OF ELASTICITY	
<i>A. V. Mandzirov</i> —On the influence of nonhomogeneous growing old on the concentration of stresses near the openings in the nonlinear viscoelastic bodies. . . . .	214
PHYSICS	
<i>A. S. Gevorkian</i> —Parabolic equation method for recombination reaction in linear three body system. . . . .	219
BIOCHEMISTRY	
<i>S. A. Abrahamian, A. Sh. Galstian</i> —On the immobilization of invertase in the soil . . . . .	225
<i>A. S. Agabalian, A. F. Kazanchian, A. S. Safarian, M. G. Galustian, K. A. Kazarian, M. B. Tatlian, R. A. Zucharian</i> —The characteristics of double-stranded RNA, isolated from sodium nucleinate preparation . . . . .	228
Contents of LXXVII volume . . . . .	238

Техн. редактор АЗИЗБЕКЯН Л. А.

Сдано в набор 15.11.1983 г. Подписано к печати 5.01.1984 г. ВФ 04014  
 Бумага № 1, 70×108<sup>1</sup>/<sub>16</sub>. Высокая печать. Печ. лист 3,0. Усл. печ. лист. 4,2.  
 Учет.-изд. 3,07 л. Тираж 420. Заказ 900. Издат. 6072.  
 Адр. ред.: 375019, Ереван, пр. Маршала Баграмяна, 24г, II эт., 1 к.

---

Издательство Академии наук Армянской ССР, 375019, Ереван,  
 пр. Маршала Баграмяна, 24-г.  
 Типография Издательства Академии наук АрмССР, 378310, г. Эчмнадзин

Р. В. Акопян

О формуле следов для  $J$ -неотрицательных операторов  
 при ядерных возмущениях

(Представлено чл.-корр. АН Армянской ССР Р. А. Александряном 9/XII 1982)

В этой заметке для обратимого  $J$ -неотрицательного оператора выводится формула следов при ядерных возмущениях.

В работе <sup>(1)</sup> И. М. Лифшиц для двух самосопряженных операторов,  $\tilde{A}$ ,  $A$ -разность которых конечномерна, и, еще при некоторых дополнительных условиях получил (не вполне строго) так называемую

формулу следов  $\text{sp}\{\Phi(\tilde{A}) - \Phi(A)\} = \int_{-\infty}^{\infty} \xi(\lambda) \Phi'(\lambda) d\lambda$ , где  $\Phi(\lambda)$  — функ-

ция достаточно общего класса.

Вскоре М. Г. Крейн в работе <sup>(2)</sup> дал строгое доказательство формулы следов в более общем случае, когда разность операторов  $\tilde{A}$  и  $A$  ядерна.

В работе <sup>(3)</sup> формула следов были перенесена на случай двух  $J$ -неотрицательных операторов  $\tilde{A}$  и  $A$ , разность которых конечномерна и  $J$ -неотрицательна.

1. Напомним некоторые хорошо известные факты для пространств с индефинитной метрикой (см. <sup>(4)</sup>).

Пусть  $H$  — гильбертово пространство, в котором наряду с обычным скалярным произведением  $(f, g)$  ( $f, g \in H$ ) введено индефинитное скалярное произведение  $[f, g] = (Jf, g)$ ,  $J = P_+ - P_-$ , где  $P_{\pm}$  — взаимно дополнительные ортопроекторы в  $H$ .

Для любого линейного оператора  $A$ , действующего в плотной области определения  $D(A)$ , соответствующий  $J$ -сопряженный оператор однозначно определяется при помощи равенства  $[Af, g] = [f, A^+g]$ ,  $f \in D(A)$ .

Оператор  $A$  называется  $J$ -самосопряженным, если  $A^+ = A$ . В дальнейшем под  $J$ -неотрицательным оператором понимается  $J$ -самосопряженный оператор, удовлетворяющий условию  $[Af, f] \geq 0$ ,  $f \in D(A)$ .

Пусть  $A$  —  $J$ -неотрицательный оператор с непустым резольвентным множеством, спектральная функция которого регулярна на бесконечности. Тогда, как известно <sup>(5)</sup>, оператор  $A$  имеет спектральное

разложение:  $A = S + \int_{-\infty}^{\infty} \lambda dE(\lambda)$ .

При этом резольвента  $(A-zI)^{-1}$  представима в виде

$$(A-zI)^{-1} = -\frac{I}{z} + \frac{1}{z} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dF(\lambda)}{\lambda-z} = -\frac{I}{z} - \frac{S}{z^2} + \frac{1}{z} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\lambda dE(\lambda)}{\lambda-z},$$

где  $[F(\lambda)f, f]$  — неубывающая функция такая, что при любом  $f \in H$

сходится интеграл  $\int_{|\lambda|>1} \frac{d[F(\lambda)f, f]}{|\lambda|}$ .

2. Далее, всюду предполагается, что спектральная функция  $E(\lambda)$  оператора  $A$  регулярна на бесконечности.

Лемма 1. Пусть  $A$  — непрерывно обратимый  $J$ -неотрицательный оператор,  $K$  — любой  $J$ -неотрицательный ограниченный оператор и  $\tilde{A} = A + K$ .

Тогда оператор  $A$  также непрерывно обратимый оператор.

Лемма 2. Пусть  $A$  есть  $J$ -неотрицательный непрерывно обратимый оператор,  $K = \sum_{i=1}^{\infty} \alpha_i [\cdot, \varphi_i] \varphi_i$ ,  $(\alpha_i > 0, \sum_{i=1}^{\infty} \alpha_i < \infty)$  —  $J$ -неотрицательный ядерный оператор и  $\tilde{A} = A + K$ .

Положим  $A_0 = A$ ,  $A_n = A + \sum_{i=1}^n \alpha_i [\cdot, \varphi_i] \varphi_i = A + K_n$  ( $n = 1, 2, \dots$ ).

Пусть  $E^{(n)}(\lambda)$  ( $n = 1, 2, \dots$ ) и  $\tilde{E}(\lambda)$  являются спектральными функциями операторов  $A_n$  и  $\tilde{A}$  ( $E^{(0)}(\lambda) = E(\lambda)$ ) соответственно.

Тогда  $\|E^{(n)}(0) - \tilde{E}(0)\| \rightarrow 0$  при  $n \rightarrow \infty$ .

Доказательство. Известно, что  $(6) \quad I - 2E^{(n)}(0) =$

$$= \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} (A_n - iy)^{-1} dy; \quad I - 2\tilde{E}(0) = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} (\tilde{A} - iy)^{-1} dy. \quad \text{Отсюда получаем}$$

$$2[E^{(n)}(0) - \tilde{E}(0)] = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} [(\tilde{A} - iy)^{-1} - (A_n - iy)^{-1}] dy =$$

$$= \frac{1}{\pi} \int_{|y|>a} (A_n - iy)^{-1} (K_n - K) (\tilde{A} - iy)^{-1} dy + \frac{1}{\pi} \int_{|y|\leq a} [(\tilde{A} - iy)^{-1} - (A_n - iy)^{-1}] dy \quad (1)$$

где  $a > 0$  — некоторое постоянное, определяемое ниже. Так как (см. (5))

$$\|(A - iy)^{-1}\| \leq \frac{N}{|y|}, \quad \|K_n\| \leq M \quad (n = 1, 2, \dots) \quad \text{и при } \frac{MN}{|y|} < 1 \quad \text{имеем}$$

разложение  $(A_n - iy)^{-1} = (A + K_n - iy)^{-1} = (A - iy)^{-1} \sum_{m=0}^{\infty} [K_n (A - iy)^{-1}]^m$ , то

$$\text{при } |y| > 2MN \quad \text{будем иметь } \|(A_n - iy)^{-1}\| \leq 2\|(A - iy)^{-1}\| \leq \frac{2N}{|y|} \quad (n = 1, 2, \dots)$$

Поскольку согласно лемме 1  $\|(\tilde{A} - iy)^{-1}\| \leq \frac{N_1}{|y|}$ , то при  $a = 2MN$  пер-

вый интеграл в равенстве (1) имеет оценку:  $\left\| \frac{1}{\pi} \int_{|y|>a} (A_n - iy)^{-1} (K_n - K) \times \right.$   
 $\left. \times (\bar{A} - iy)^{-1} dy \right\| \leq \frac{2}{\pi} N N_1 \|K_n - K\| \int_{|y|>a} \frac{dy}{y^2}$ . Второй интеграл в (1) оце-  
 нивается как в работе (6).

3. Пусть  $A$  есть  $J$ -неотрицательный непрерывно обратимый опе-  
 ратор,  $K$ — $J$ -неотрицательный ядерный оператор и  $\bar{A} = A + K$ .

Составим определитель возмущения:

$$\Delta_{\bar{A}/A}(z) = \det(\bar{A} - zI)(A - zI)^{-1} = \det(I + K(A - zI)^{-1}).$$

Очевидно, что  $\overline{\Delta_{\bar{A}/A}(z)} = \Delta_{\bar{A}/A}(\bar{z})$ . Учитывая, что  $\|(A - zI)^{-1}\| \leq \frac{N}{|\operatorname{Im}z|}$ ,  
 как и в работе (7), получим

$$e^{-\frac{N\|K\|_1}{|\operatorname{Im}z|}} \leq |\Delta_{\bar{A}/A}(z)| \leq e^{\frac{N\|K\|_1}{|\operatorname{Im}z|}}, \quad (2)$$

где  $\|K\|_1$ —ядерная норма оператора  $K$ .

Из (2) следует, что имеет смысл функция  $\ln \Delta_{\bar{A}/A}(z)$ , у которой  
 можно выбрать внутри верхней полуплоскости ( $\operatorname{Im}z > 0$ ) однозначную  
 ветвь, стремящуюся к нулю при  $\operatorname{Im}z \rightarrow \infty$ .

Если  $K = \alpha[\cdot, \varphi]\varphi$ ,  $\alpha > 0$ ,  $\|\varphi\| = 1$ , то  $\Delta(z) = \Delta_{\bar{A}/A}(z) = 1 + \alpha[R_z(A)\varphi, \varphi]$ .

В работе (3) установлено, что существует функция  $\xi(\lambda) = \xi(\lambda, A,$

$\bar{A}) \in L_1(-\infty, \infty)$  такая, что  $\ln \Delta_{\bar{A}/A}(z) = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\xi(\lambda) d\lambda}{\lambda - z}$ , причем  $\int_{-\infty}^{\infty} \xi(\lambda) d\lambda = \alpha[\varphi, \varphi]$ .

Аргумент  $\Delta_{\bar{A}/A}(z)$  выбирается так, что  $-\pi < \arg \Delta(z) < \pi$ . При этом  
 п. в.  $\xi(\lambda) = \frac{1}{\pi} \lim_{\eta \downarrow 0} \arg \Delta_{\bar{A}/A}(\lambda + i\eta)$ .

Лемма 3. Пусть  $A$ — $J$ -положительный оператор с регуляр-  
 ной спектральной функцией  $E(\lambda)$  и  $\bar{A} = A + \alpha[\cdot, \varphi]\varphi$ .

Тогда имеет место следующая оценка:  $\int_{-\infty}^{\infty} |\xi(\lambda)| d\lambda \leq \alpha(1 + 2\|I - E(0)\|^2)$ .

Замечание. В условиях леммы 3 оператор  $S = 0$  и  $E(+0) =$   
 $= E(-0)$ . По определению положим  $E(0) = E(-0)$ .

Доказательство. Рассмотрим оператор  $A_1 = A + \alpha[\cdot, \varphi_2]\varphi_2$ ,  
 $\varphi_2 = (I - E(0))\varphi$  и составим определитель возмущений:  $\Delta_1(z) = \Delta_{A_1/A}(z) =$   
 $= 1 + \alpha[R_z(A)\varphi_2, \varphi_2]$ .

Как и в работе (4), будем иметь  $\ln \Delta_1(z) = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\xi_1(\lambda) d\lambda}{\lambda - z}$ , причем

почти всюду  $\xi_1(\lambda) = \frac{1}{\pi} \lim_{\eta \downarrow 0} \arg \Delta_1(\lambda + i\eta)$ . Отсюда следует, что  $\xi_1(\lambda) = 0$   
 при  $\lambda < 0$  и  $\xi_1(\lambda) \geq 0$  при  $\lambda > 0$ . Обозначим граничные значения  $\Delta(x + iy)$   
 $(\Delta_1(x + iy))$  при  $y \downarrow 0$  через  $\Delta(x)$  ( $\Delta_1(x)$ ).

$$\text{Так как } \Delta(z) = 1 + \alpha \int_{-\infty}^{\infty} \frac{d[E(\lambda)\varphi, \varphi]}{\lambda - z} = 1 + \alpha \int_{-\infty}^0 \frac{d[E(\lambda)\varphi_1, \varphi_1]}{\lambda - z} + \alpha \int_0^{\infty} \frac{d[E(\lambda)\varphi_2, \varphi_2]}{\lambda - z},$$

где  $\varphi_1 = E(0)\varphi$  и  $\Delta_1(z) = 1 + \alpha \int_0^{\infty} \frac{d[E(\lambda)\varphi_2, \varphi_2]}{\lambda - z}$ , то при  $x > 0$  будем иметь:

$$\text{Im } \Delta(x) = \text{Im } \Delta_1(x), \quad \text{Re } \Delta(x) = \text{Re } \Delta_1(x) + \int_{-\infty}^0 \frac{d[E(\lambda)\varphi_1, \varphi_1]}{\lambda - x} \geq \text{Re } \Delta_1(x).$$

Поскольку при  $x > 0$ ,  $\text{Im } \Delta(x) \geq 0$ , то  $\arg \Delta(x) \leq \arg \Delta_1(x)$ , т. е. почти всюду  $0 \leq \xi(\lambda) \leq \xi_1(\lambda)$  при  $\lambda > 0$ .

Поэтому  $\int_0^{\infty} \xi(\lambda) d\lambda \leq \int_0^{\infty} \xi_1(\lambda) d\lambda = \alpha[\varphi_2, \varphi_2] \leq \alpha \|I - E(0)\|^2$ . Так как

$$\int_{-\infty}^{\infty} \xi(\lambda) d\lambda = \alpha[\varphi, \varphi], \quad \text{то} \quad \left| \int_{-\infty}^{\infty} \xi(\lambda) d\lambda \right| = \left| \alpha[\varphi, \varphi] - \int_0^{\infty} \xi(\lambda) d\lambda \right| \leq \alpha \|\varphi, \varphi\| +$$

$$+ \int_0^{\infty} \xi_1(\lambda) d\lambda \leq \alpha(1 + \|I - E(0)\|^2). \quad \text{Следовательно} \quad \int_{-\infty}^{\infty} |\xi(\lambda)| d\lambda = \int_{-\infty}^0 |\xi(\lambda)| d\lambda +$$

$$+ \int_0^{\infty} \xi(\lambda) d\lambda \leq \alpha(1 + 2\|I - E(0)\|^2).$$

Лемма 3 доказана.

**Теорема 1.** Пусть  $A$  есть  $J$ -неотрицательный непрерывно обратимый оператор с регулярной спектральной функцией на бесконечности,  $K$  есть  $J$ -неотрицательный ядерный оператор и  $\tilde{A} = A + K$ .

Тогда существует функция  $\xi(\lambda) = \xi(\lambda, A, \tilde{A}) \in L_1(-\infty, \infty)$  такая, что

$$\ln \Delta_{\tilde{A}/A}(z) = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\xi(\lambda) d\lambda}{\lambda - z}, \quad (3)$$

причем  $\int_{-\infty}^{\infty} \xi(\lambda) d\lambda = \text{sp} K$ .

Функция  $\xi(\lambda)$  для почти всех  $\lambda$  определяется формулой

$$\xi(\lambda) = \frac{1}{\pi} \lim_{\eta \downarrow 0} \arg \Delta_{\tilde{A}/A}(\lambda + i\eta).$$

Заметим, что если отбросить требование непрерывной обратимости, то теорема 1 становится неверной (3).

**Доказательство.** Пусть  $K = \sum_{i=1}^{\infty} \alpha_i [\cdot, \varphi_i] \varphi_i$ ,  $\alpha_i > 0$ ,  $\|\varphi_i\| = 1$  и

$\sum_{i=1}^{\infty} \alpha_i < \infty$ . Введем обозначения:  $A_0 = A$ ,  $A_n = A + \sum_{i=1}^n \alpha_i [\cdot, \varphi_i] \varphi_i = A + K_n$  ( $n = 1, 2, \dots$ ).

Пусть  $E^{(n)}(\lambda)$  ( $E^{(0)}(\lambda) = E(\lambda)$ ) и  $\tilde{E}(\lambda)$  являются соответственно спектральными функциями операторов  $A_n$  и  $\tilde{A}$ .

Поскольку  $A_j - A_{j-1} = \alpha_j[\cdot, \varphi_j]\varphi_j$  ( $j=1, 2, \dots$ ), то существует функция  $\xi_j(\lambda) = \xi_j(\lambda, A_j, A_{j-1}) \in L_1(-\infty, \infty)$  такая, что  $\ln \Delta_{A_j/A_{j-1}}(z) = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\xi_j(\lambda) d\lambda}{\lambda - z}$ .

Согласно лемме 3  $\int_{-\infty}^{\infty} |\xi_j(\lambda)| d\lambda \leq \alpha_j(1 + 2\|I - E^{(j-1)}(0)\|^2)$ .

Из лемм 1 и 2 следует существование числа  $M$  такого, что  $1 + 2\|I - E^{(j-1)}(0)\|^2 \leq M$  ( $j=1, 2, \dots$ ).

Таким образом, в условиях теоремы 1 ряд  $\sum_{j=1}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} |\xi_j(\lambda)| d\lambda$  сходится.

Так как  $\Delta_{A_n/A}(z) = \det(I + K_n R_z(A))$  и  $K_n \rightarrow K$  в ядерной норме, то  $\Delta_{A_n/A}(z) \rightarrow \det(I + K R_z(A)) = \Delta_{\tilde{A}/A}(z)$ .

С другой стороны  $\ln \Delta_{A_n/A}(z) = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\sum_{j=1}^n \xi_j(\lambda)}{\lambda - z} d\lambda$ . Поэтому при  $n \rightarrow \infty$

$\ln \Delta_{A_n/A} \rightarrow \ln \Delta_{\tilde{A}/A}(z) = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\xi(\lambda) d\lambda}{\lambda - z}$ , где  $\xi(\lambda) = \sum_{j=1}^{\infty} \xi_j(\lambda)$ , причем этот ряд сходится абсолютно в  $L_1(-\infty, \infty)$ . Кроме того

$$\int_{-\infty}^{\infty} \xi(\lambda) d\lambda = \sum_{j=1}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \xi_j(\lambda) d\lambda = \sum_{j=1}^{\infty} \alpha_j[\varphi_j, \varphi_j] = \text{sp } K.$$

Последнее утверждение теоремы следует из представления (3).

Теперь, используя теорему 1, как и в работе (2), устанавливается, что формула следов

$$\text{sp}\{\Phi(\tilde{A}) - \Phi(A)\} = \int_{-\infty}^{\infty} \Phi'(\lambda) \xi(\lambda) d\lambda \quad (4)$$

справедлива для любой рациональной функции  $\Phi(\lambda)$  с полюсами, принадлежащими пересечению резольвентных множеств операторов  $A$ ,  $\tilde{A}$  и имеющими на бесконечности плюс не выше первого порядка.

Более того, рассуждая так, как в работе (1), можно доказать следующую теорему:

**Теорема 2.** Пусть  $A$  — непрерывно обратимый  $J$ -неотрицательный оператор с регулярной спектральной функцией на бесконечности,  $K$  есть  $J$ -неотрицательный ядерный оператор и  $\tilde{A} = A + K$ .

Тогда формула следов (4) имеет место для любой комплекснозначной непрерывно дифференцируемой функции  $\Phi(\lambda)$  такой, что

$$\Phi(\lambda) = \int_{-\infty}^{\infty} e^{i\lambda t} d\omega(t), \quad \text{զժե } \int_{-\infty}^{\infty} |t| |d\omega(t)| < \infty.$$

В заключение выражаю благодарность М. Г. Крейну за обсуждение результатов работы.

Ереванский государственный университет

Ռ. Վ. ՀԱԿՈՐՅԱՆ

Հետքերի բանաձևը  $J$ -ոչ բացասական օպերատորների համար միջուկային գրգռումների դեպքում

Աշխատանքում արտածվում է հետքերի բանաձևը  $J$ -ոչ բացասական օպերատորների համար միջուկային գրգռումների դեպքում:

Ապացուցվում է հետևյալ թեորեմը՝

Դիցուք  $A$ -ն  $J$ -ոչ բացասական օպերատոր է, որի սպեկտրալ չափը սեզոնալ է անվերջությունում և ունի սահմանափակ հակադարձ,  $K$ -ն  $J$ -ոչ բացասական միջուկային օպերատոր է և  $A = A + K$ :

Այդ դեպքում (4) բանաձևը տեղի ունի ցանկացած

$$\Phi(\lambda) = \int_{-\infty}^{\infty} e^{i\lambda t} d\omega(t)$$

տեսքի ֆունկցիայի համար, որտեղ՝

$$\int_{-\infty}^{\infty} |t| |d\omega(t)| < \infty.$$

#### ЛИТЕРАТУРА — ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

- <sup>1</sup> И. М. Лифшиц, УМН, т. 7, № 1(47) (1952). <sup>2</sup> М. Г. Крейн, Мат. сб., т. 33(75), № 3 (1953). <sup>3</sup> Р. В. Акопян, ДАН АрмССР, т. 57, № 4 (1973). <sup>4</sup> М. Г. Крейн, Вторая летняя мат. школа, Киев, 1965. <sup>5</sup> Р. В. Акопян, Изв. АН АрмССР, т. 15, № 5 (1980). <sup>6</sup> Т. Като, Теория возмущений линейных операторов, Мир, М., 1972. <sup>7</sup> М. Г. Крейн, Первая летняя мат. школа, Наукова думка, Киев, 1964.

УДК 517.948.32

МАТЕМАТИКА

Ву Ким Туан

**Интегральные уравнения Вольтерра, содержащие функции  $F_2$  и  $G_2$  в ядре**

(Представлено академиком АН Армянской ССР М. М. Джрбашяном 11/1 1983)

В настоящей работе устанавливаются критерии обратимости и формулы обращения 10 двумерных интегральных уравнений Вольтерра с функциями Аппеля—Горна  $F_2$  и  $G_2$  в ядрах. Одно из этих уравнений исследуется более подробно. При этом используются определения операторов дробного интегро-дифференцирования Римана—Лиувилля  $I^\mu$  произвольного комплексного порядка  $\mu$  из работ (1,2) и методы, подобные изложенным там.

1°. Пусть задано двумерное интегральное уравнение Вольтерра вида

$$T_A(\alpha, \beta, \beta', \gamma, \gamma')f \equiv \int_0^x \int_0^y \frac{(x-u)^{\gamma-1}}{\Gamma(\gamma)} \frac{(y-v)^{\gamma'-1}}{\Gamma(\gamma')} F_2\left(\alpha, \beta, \beta', \gamma, \gamma'; \frac{u-x}{a+u+v}, \frac{v-y}{a+u+v}\right) \times f(u, v) du dv = g(x, y); \quad (A)$$

$$\times f(u, v) du dv = g(x, y); \quad 0 \leq x \leq \delta, \quad 0 \leq y \leq \delta', \quad a \in [-\delta - \delta', 0],$$

где  $F_2(\alpha, \beta, \beta', \gamma, \gamma'; x, y)$ —функция Аппеля (3). Его решение будем искать в классе  $L$ , где  $L$  здесь и в дальнейшем означает множество комплекснозначных функций, заданных и интегрируемых в прямоугольнике  $[0, \delta] \times [0, \delta']$ . Другие уравнения такого рода, содержащие в ядрах функции Горна  $\Phi_1, \Phi_2, \Phi_3, \Psi_1, \Xi_2, F_3$  (3), но с простым интегралом по отрезкам оси, рассматривались ранее в работах (1,4-6).

Оператор  $T_A(\alpha, \beta, \beta', \gamma, \gamma')f$  при  $\alpha=0$  превращается в двойной дробный интеграл Римана—Лиувилля (7), который является частным случаем общего  $n$ -мерного дробного интеграла, изучавшегося в (8).

В пункте 2 решение уравнения (A) выписывается с помощью операторов  $I_x^\mu, I_y^\mu$ , через которые обозначены операторы  $I^\mu$  в случаях, когда  $I^\mu$  действуют соответственно по переменным  $x$  и  $y$ . Другие применения операторов  $I^\mu$  можно найти, например, в работах (9,10).

2°. Из ограниченности функции  $F_2\left(\alpha, \beta, \beta', \gamma, \gamma'; \frac{u-x}{a+u+v}, \frac{v-y}{a+u+v}\right)$  в прямоугольнике  $(x, y) \in [0, \delta] \times [0, \delta']$  несложно установить, что справедлива следующая

Теорема 1. Пусть  $\operatorname{Re}\gamma, \operatorname{Re}\gamma' > 0$ . Тогда оператор  $T_A(\alpha, \beta, \beta', \gamma, \gamma')$  действует из пространства  $L$  в  $L$ .

Теорема 2. Пусть  $\operatorname{Re}\gamma, \operatorname{Re}\gamma' > 0$ . Если  $\operatorname{Re}\mu > -\operatorname{Re}\gamma, \operatorname{Re}\mu' > -\operatorname{Re}\gamma'$  и  $f \in L$ , то

$$I_x^\mu I_y^{\mu'} T_A(\alpha, \beta, \beta', \gamma, \gamma') f = T_A(\alpha, \beta, \beta', \gamma + \mu, \gamma' + \mu') f. \quad (1)$$

Теорема 3. Если  $\operatorname{Re}\gamma, \operatorname{Re}\gamma', \operatorname{Re}\beta, \operatorname{Re}\beta' > 0$  и  $f \in L$ , то имеет место представление

$$T_A(\alpha, \beta, \beta', \gamma, \gamma') f = I_x^{\gamma-\beta} I_y^{\gamma'-\beta'} (a+x+y)^{-\alpha} I_x^\beta I_y^{\beta'} (a+x+y)^\alpha f(x, y). \quad (2)$$

Теорема 4. Если  $\operatorname{Re}\gamma, \operatorname{Re}\gamma' > 0$  и  $f \in L$ , то  $I_x^{-\gamma} I_y^{-\gamma'} g \in L$ .

Теорема 5. Если  $\operatorname{Re}\beta, \operatorname{Re}\beta' > 0$ , то интегральное уравнение

$$I_x^\beta I_y^{\beta'} (a+x+y)^\alpha f(x, y) = (a+x+y)^\alpha I_x^\beta I_y^{\beta'} g(x, y) \quad (3)$$

для каждой функции  $g \in L$  имеет решение  $f \in L$  и наоборот — для каждой  $f \in L$  имеет решение  $g$  из класса  $L$ .

Применив теоремы 3–5, можно получить следующую основную теорему.

Теорема 6. Пусть  $\operatorname{Re}\gamma, \operatorname{Re}\gamma', \operatorname{Re}\beta, \operatorname{Re}\beta' > 0$ . Тогда необходимым и достаточным условием для того, чтобы уравнение (A) имело решение  $f \in L$ , является условие  $I_x^{-\gamma} I_y^{-\gamma'} g \in L$ . Если оно выполняется, то решение единственно и выражается формулой

$$f(x, y) = (a+x+y)^{-\alpha} I_x^{-\beta} I_y^{-\beta'} (a+x+y)^\alpha I_x^{\beta-\gamma} I_y^{\beta'-\gamma'} g(x, y). \quad (A')$$

3°. Рассмотрим теперь аналогичные уравнения с функцией  $F_2$  в ядрах:

$$\int_0^x \int_0^y \frac{(x-u)^{\gamma-1}}{\Gamma(\gamma)} \frac{(y-v)^{\gamma'-1}}{\Gamma(\gamma')} F_2\left(\alpha, \beta, \beta', \gamma, \gamma'; \frac{x-u}{a+x+y}, \frac{y-v}{a+x+y}\right) \quad (B)$$

$$\times f(u, v) du dv = g(x, y), \quad \operatorname{Re}(\gamma-\beta), \operatorname{Re}(\gamma'-\beta') > 0, \quad a \in [-\delta-\delta', 0];$$

$$\int_0^x \int_0^y \frac{(x-u)^{\gamma-1}}{\Gamma(\gamma)} \frac{(y-v)^{\gamma'-1}}{\Gamma(\gamma')} F_2\left(\alpha, \beta, \beta', \gamma, \gamma'; \frac{u-x}{a+u-v}, \frac{y-v}{a+u-v}\right) \quad (C)$$

$$\times f(u, v) du dv = g(x, y), \quad \operatorname{Re}\beta, \operatorname{Re}\beta' > 0, \quad a \in [-\delta, \delta'];$$

$$\int_0^x \int_0^y \frac{(x-u)^{\gamma-1}}{\Gamma(\gamma)} \frac{(y-v)^{\gamma'-1}}{\Gamma(\gamma')} F_2\left(\alpha, \beta, \beta', \gamma, \gamma'; \frac{x-u}{a+x-y}, \frac{v-y}{a+x-y}\right) \quad (D)$$

$$\times f(u, v) du dv = g(x, y), \quad \operatorname{Re}(\gamma-\beta), \operatorname{Re}(\gamma'-\beta') > 0; \quad a \in [-\delta, \delta'];$$

$$\int_0^x \int_0^y \frac{(x-u)^{\gamma-1}}{\Gamma(\gamma)} \frac{(y-v)^{\gamma'-1}}{\Gamma(\gamma')} (a+x+v)^{-\alpha} F_2\left(\alpha, \beta, \beta', \gamma, \gamma'; \frac{x-u}{a+x+v}, \quad (E)$$

$$\frac{v-y}{a+x+v}\right) f(u, v) du dv = g(x, y), \quad \operatorname{Re}(\gamma-\beta), \operatorname{Re}\beta' > 0, \quad a \in [-\delta-\delta', 0];$$

$$\int_0^x \int_0^y \frac{(x-u)^{\gamma-1}}{\Gamma(\gamma)} \frac{(y-v)^{\gamma'-1}}{\Gamma(\gamma')} (a+x-v)^{-\alpha} F_2 \left( \alpha, \beta, \beta', \gamma, \gamma'; \frac{x-u}{a+x-v}, \frac{y-v}{a+x-v} \right) f(u, v) dudv = g(x, y), \quad \text{Re}(\gamma-\beta), \text{Re}\beta' > 0, \quad a \in [-\delta, \delta']. \quad (F)$$

Во всех этих уравнениях положим  $\text{Re}\gamma, \text{Re}\gamma' > 0$  и  $(x, y) \in [0, \delta] \times [0, \delta']$ .  
Справедлив следующий аналог теоремы 6.

**Теорема 7.** Каждое из вышеперечисленных уравнений имеет решение  $f \in L$  тогда и только тогда, когда  $I_x^{-\alpha} I_y^{-\alpha} g \in L$ . При таком условии эти решения единственны и выражаются соответствующими формулами вида

$$f(x, y) = I_x^{\beta-\gamma} I_y^{\beta'-\gamma'} (a+x+y)^{\alpha} I_x^{-\beta} I_y^{-\beta'} (a+x+y)^{-\alpha} g(x, y), \quad (B')$$

$$f(x, y) = (a+x-y)^{-\alpha} I_x^{-\beta} I_y^{-\beta'} (a+x-y)^{\alpha} I_x^{\beta-\gamma} I_y^{\beta'-\gamma'} g(x, y), \quad (C')$$

$$f(x, y) = I_x^{\beta-\gamma} I_y^{\beta'-\gamma'} (a+x-y)^{\alpha} I_x^{-\beta} I_y^{-\beta'} (a+x-y)^{-\alpha} g(x, y), \quad (D')$$

$$f(x, y) = I_x^{\beta-\gamma} I_y^{-\beta'} (a+x+y)^{\alpha} I_x^{-\beta} I_y^{\beta'-\gamma'} g(x, y), \quad (E')$$

$$f(x, y) = I_x^{\beta-\gamma} I_y^{-\beta'} (a+x-y)^{\alpha} I_x^{-\beta} I_y^{\beta'-\gamma'} g(x, y). \quad (F')$$

4°. Пусть теперь заданы интегральные уравнения, содержащие функцию Горна  $G_2$  (3) в ядрах:

$$\int_0^x \int_0^y \frac{(x-u)^{-\beta}}{\Gamma(1-\beta)} \frac{(y-v)^{-\beta'}}{\Gamma(1-\beta')} (a+x+v)^{-\alpha} (a+u+y)^{-\alpha'} \quad (G)$$

$$\times G_2 \left( \alpha, \alpha', \beta, \beta'; \frac{u-x}{a+x+v}, \frac{v-y}{a+u+y} \right) f(u, v) dudv = g(x, y),$$

$$a \in [-\delta - \delta', 0], \quad \text{Re}\alpha, \text{Re}\alpha' > 0, \quad \text{Re}\beta, \text{Re}\beta' < 1;$$

$$\int_0^x \int_0^y \frac{(x-u)^{-\beta}}{\Gamma(1-\beta)} \frac{(y-v)^{-\beta'}}{\Gamma(1-\beta')} (a+u+y)^{-\alpha} (a+x+v)^{-\alpha'} \quad (H)$$

$$\times G_2 \left( \alpha, \alpha', \beta, \beta'; \frac{x-u}{a+u+y}, \frac{y-v}{a+x+v} \right) f(u, v) dudv = g(x, y),$$

$$a \in [-\delta - \delta', 0], \quad \text{Re}\beta, \text{Re}\beta', \text{Re}(\alpha+\beta), \text{Re}(\alpha'+\beta') < 1;$$

$$\int_0^x \int_0^y \frac{(x-u)^{-\beta}}{\Gamma(1-\beta)} \frac{(y-v)^{-\beta'}}{\Gamma(1-\beta')} (a+x-v)^{-\alpha} (a+u-y)^{-\alpha'}$$

$$\times G_2 \left( \alpha, \alpha', \beta, \beta'; \frac{u-x}{a+x-v}, \frac{y-v}{a+u-y} \right) f(u, v) dudv = g(x, y), \quad (I)$$

$$a \in [-\delta, \delta'], \quad \text{Re}\alpha, \text{Re}\alpha' > 0, \quad \text{Re}\beta, \text{Re}\beta' < 1;$$

$$\int_0^x \int_0^y \frac{(x-u)^{-\beta}}{\Gamma(1-\beta)} \frac{(y-v)^{-\beta'}}{\Gamma(1-\beta')} (a+u-y)^{-\alpha} (a+x-v)^{-\alpha'} \quad (J)$$

$$\times G_2\left(\alpha, \alpha', \beta, \beta'; \frac{x-u}{a+u-y}, \frac{v-y}{a+x-v}\right) f(u, v) du dv = g(x, y),$$

$$\alpha \in [-\delta, \delta'], \operatorname{Re} \beta, \operatorname{Re} \beta', \operatorname{Re}(\alpha + \beta), \operatorname{Re}(\alpha' + \beta') < 1.$$

Во всех этих уравнениях  $(x, y) \in [0, \delta] \times [0, \delta']$ .

Теорема 8. Необходимым и достаточным условием того, чтобы каждое из уравнений (G), (H), (I), (J) имело решение  $f \in L$ , является условие  $I_x^{\beta-1} I_y^{\beta'-1} g \in L$ . При таком условии эти решения единственны и выражаются соответственно формулами

$$f(x, y) = (a+x+y)^{\alpha+\alpha'+\beta+\beta'-1} I_x^{-\alpha} I_y^{-\alpha'} (a+x+y)^{1-\beta-\beta'} \quad (G')$$

$$\times I_x^{\alpha+\beta-1} I_y^{\alpha'+\beta'-1} g(x, y),$$

$$f(x, y) = I_x^{\alpha+\beta-1} I_y^{\alpha'+\beta'-1} (a+x+y)^{1-\beta-\beta'} I_x^{-\alpha} I_y^{-\alpha'} (a+x+y)^{\alpha+\alpha'+\beta+\beta'-1} g(x, y), \quad (H)$$

$$f(x, y) = (a+x-y)^{\alpha+\alpha'+\beta+\beta'-1} I_x^{-\alpha} I_y^{-\alpha'} (a+x-y)^{1-\beta-\beta'} \quad (I)$$

$$\times I_x^{\alpha+\beta-1} I_y^{\alpha'+\beta'-1} g(x, y),$$

$$f(x, y) = I_x^{\alpha+\beta-1} I_y^{\alpha'+\beta'-1} (a+x-y)^{1-\beta-\beta'} I_x^{-\alpha} I_y^{-\alpha'}$$

$$\times (a+x-y)^{\alpha+\alpha'+\beta+\beta'-1} g(x, y). \quad (J)$$

Автор выражает искреннюю благодарность академику АН АрмССР М. М. Джрбашяну за внимание и ценные замечания по работе и доценту БГУ им. В. И. Ленина О. И. Маричеву за помощь при оформлении статьи.

Белорусский государственный университет  
им. В. И. Ленина

#### ՎՈՒ ԿԻՄ ԹՈՒԱՆ

Վոլտերայի տիպի ինտեգրալային հավասարումներ, որոնք կորիզում պարունակում են  $F_2$  և  $G_2$  ֆունկցիաները

Դիտարկվում են կորիզում Գորնի  $F_2$  ֆունկցիաները պարունակող Վոլտերայի 6 երկչափ և  $G_2$  պարունակող նման տիպի ինտեգրալային հավասարումներ: Տրվում է այդ հավասարումներից մեկի մանրամասն հետազոտումը և բերվում են բոլոր 10 հավասարումների լուծումները: Այդ լուծումները տրվում են կոմպլեքս կարգի (2, 5, 9, 1) Ռիման—Հիլդիլի կոտորակային ինտեգրալ-դիֆերենցման օպերատորի և աստիճանային ֆունկցիաներով բաղմապատկման օպերատորների կոմպոզիցիայի տեսքով:

#### ЛИТЕРАТУРА — ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

- <sup>1</sup> E. R. Love, Proc. Edinburgh Math. Soc., v. 15, № 3 (1967). <sup>2</sup> T. R. Prabhakar, Canad. Math. Bull., v. 14, № 3 (1971). <sup>3</sup> Г. Бейтмен, А. Эрдейи, Высшие трансцендентные функции, т. 1, Наука, М., 1965. <sup>4</sup> О. И. Маричев, ДАН СССР, т. 204, № 3 (1972). <sup>5</sup> H. M. Srivastava, R. G. Buschman, Integral Equations with special function kernels, New York — London — Sydney, 1977. <sup>6</sup> T. R. Prabhakar, SIAM J. Math. Anal., v. 3, № 3 (1972). <sup>7</sup> D. P. Mourya, Proc. Indian Acad. Sci., v. 72, № 4 (1970). <sup>8</sup> А. А. Килбас, Ву Ким Туан, ДАН БССР, т. 26, № 10 (1982). <sup>9</sup> М. М. Джрбашян, Интегральные преобразования и представления функций в комплексной области, Наука, М., 1966. <sup>10</sup> М. М. Джрбашян, А. Б. Нерсисян, Изв. АН АрмССР. Математика, т. 3, № 1 (1968). <sup>11</sup> A. Erdelyi, Proc. Roy. Soc. Edinburgh. Sec. A, v. 62, № 3 (1946—48).

УДК 519.217 : 62.501.7

ПРИКЛАДНАЯ МАТЕМАТИКА

В. К. Брутян

К задаче о преследовании в случае  
 марковских управляемых систем

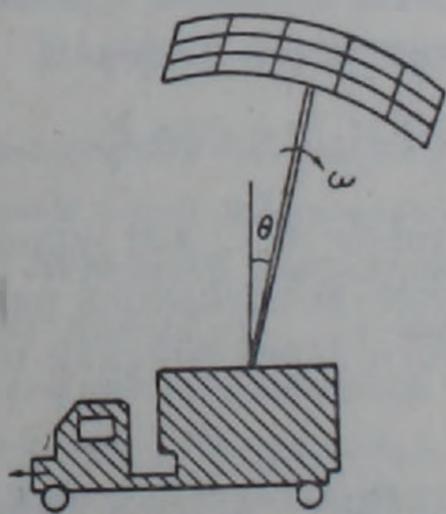
(Представлено чл.-корр. АН Армянской ССР Р. Р. Варшамовым 7/II 1983)

Рассматривается задача обеспечения высокочастотного слежения однозеркальной параметрической антенной радиолокатора за летящим объектом при воздействии на антенну, установленную на движущемся аппарате, порывов ветра и при непредвиденных маневрах летящей цели. Эта задача является типичной иллюстрацией задачи синтеза марковских управляемых систем (МУС) с неопределенными параметрами, обеспечивающих по возможности точное слежение за командными сигналами. В работе (1) синтез следящей марковской системы с помощью допустимого управляющего закона происходит таким образом, чтобы при допустимых вариациях параметров ошибка слежения оставалась также допустимой. При малых отклонениях уравнения следящей МУС (рисунок) имеют вид (2-4)

$$\dot{v} = a_{11}v + a_{12}\theta + d_1u + l_1\xi,$$

$$\dot{\theta} = \omega,$$

$$\dot{\omega} = a_{31}v + a_{32}\theta + d_3u + l_3\xi,$$



Установленная на движущемся аппарате антенна радиолокатора

где  $v$ —скорость аппарата,  $\theta$ —угловое отклонение антенны от исходного состояния,  $\omega$ —угловая скорость антенны при воздействии поворотных механизмов,  $u$ —управляющий параметр двигателя,  $\xi$ —случайные возмущения типа нормального белого шума.

Динамическая модель описывается уравнениями (см. рис. 1 (1))

$$\dot{\tilde{x}}_1 = \tilde{a}_{11}\tilde{x}_1 + \tilde{a}_{12}\tilde{x}_2 + \tilde{d}_1\tilde{u},$$

$$\dot{\tilde{x}}_2 = \tilde{x}_3,$$

$$\dot{\tilde{x}}_3 = \tilde{a}_{31}\tilde{x}_1 + \tilde{a}_{32}\tilde{x}_2 + \tilde{d}_3\tilde{u}.$$

Уравнение рассогласования между динамической моделью и следящей МУС можно записать в форме

$$\Delta\dot{x}_1 = a_{11}\Delta x_1 + a_{12}\Delta x_2 + g_1 - d_1u,$$

$$\Delta\dot{x}_2 = \Delta x_3,$$

$$\Delta\dot{x}_3 = a_{31}\Delta x_1 + a_{32}\Delta x_2 + g_3 - d_3u,$$

где  $g_i = -\delta_{i1}\tilde{x}_1 - \delta_{i2}\tilde{x}_2 + \tilde{d}_i\tilde{u} - l_i\xi$ ,  $\delta_{ij} = a_{ij} - \tilde{a}_{ij}$ ,  $i, j = 1, 2, 3$ .

Пусть

$$v = F^2/2 = M \left\{ \sum_{i=1}^3 \beta_i \Delta x_i \right\}^2 / 2, \quad \beta_1 = 1, \quad \beta_2 > 0, \quad \beta_3 > 0.$$

Подставляя значения  $\Delta\dot{x}_i$  в выражение (6) (1), получим

$$\begin{aligned} \dot{F} = M \left\{ \sum_{i=1}^3 \beta_i \Delta\dot{x}_i \right\} = M \{ & a_{11}\Delta x_1 + a_{12}\Delta x_2 + g_1 - d_1u + \beta_2\Delta x_3 + \\ & + \beta_3(a_{31}\Delta x_1 + a_{32}\Delta x_2 + g_3 - d_3u) \}. \end{aligned}$$

В рассматриваемом случае условие (7) (1) принимает вид

$$|u| = G \gg |[\psi_1(\Delta x) - \psi_2(\tilde{x}) + (\tilde{d}_1 + \beta_3\tilde{d}_3)\tilde{u}] / (d_1 + \beta_3d_3)|, \quad (1)$$

где

$$\psi_1 = M \{ (a_{11} + \beta_3a_{31})\Delta x_1 + (a_{12} + \beta_3a_{32})\Delta x_2 + \beta_2\Delta x_3 \},$$

$$\psi_2 = M \{ (\delta_{11} + \beta_3\delta_{31})\tilde{x}_1 + (\delta_{12} + \beta_3\delta_{32})\tilde{x}_2 - (\tilde{d}_1 + \beta_3\tilde{d}_3)\tilde{u} + (l_1 + \beta_3l_3)\xi \}.$$

Соотношение (8) (1) записывается в виде

$$\text{sign}(d_1 + \beta_3d_3)u = \text{sign} F. \quad (2)$$

Очевидно, что если условия (1), (2) удовлетворяются и математическое ожидание случайного возмущения равно нулю, то уравнения ошибки слежения на плоскости переключений имеют вид

$$(I + d_{13}\beta_{03})\Delta\hat{x}_1 = [a_{11} + d_{13}(\beta_{03}\beta_{23} - a_{31})]\Delta\hat{x}_1 + \hat{g}_1 - d_{13}\hat{g}_3 + [a_{12} + d_{13}(\beta_{23}^2 - a_{32})]\Delta\hat{x}_2. \quad (3)$$

$$\Delta\hat{x}_2 = -\beta_{03}\Delta\hat{x}_1 - \beta_{23}\Delta\hat{x}_2, \quad \beta_{03} \stackrel{\Delta}{=} \beta_3^{-1}, \quad \beta_{23} \stackrel{\Delta}{=} \beta_2/\beta_3, \quad d_{13} \stackrel{\Delta}{=} d_1/d_3, \quad (4)$$

$$\hat{g}_i = -\delta_{i1}\tilde{x}_1 - \delta_{i2}\tilde{x}_2 + \tilde{d}_i\tilde{u}, \quad M\{\Delta x_i\} \stackrel{\Delta}{=} \Delta\hat{x}_i, \quad M\{g_i\} \stackrel{\Delta}{=} \hat{g}_i, \quad i = 1, 2, 3.$$

Пусть коэффициенты  $\beta_2$  и  $\beta_3$  выбраны так, что следящая МУС,

описываемая уравнениями (3) и (4), устойчива. В этом случае ошибки слежения целесообразно представить в форме

$$\Delta \hat{x}_1 = a_{11} \Delta \hat{x}_1 + a_{12} \Delta \hat{x}_2, \quad \Delta \hat{x}_2 = a_{21} \Delta \hat{x}_1 + a_{22} \Delta \hat{x}_2.$$

Характеристическое уравнение  $p^2 + (a_{11} + a_{22})p + (a_{11}a_{22} - a_{21}a_{12}) = 0$  позволяет определить следующие условия устойчивости:  $a_{11} + a_{22} > 0$ ,  $a_{11}a_{12} > a_{21}a_{22}$ . Отсюда при  $\beta_1 = 0$  следует  $\beta_2 > 0$ ,  $\beta_3 > 1$ .

Ниже рассматриваются условия, при которых  $v < 0$ . Если удовлетворяется (1), то это означает, что управление  $u$  определяется знаком функции  $F$ . При  $\beta_3 > 1$  и для номинальных величин  $d_1$  и  $d_3$  получается  $\text{sign} u = -\text{sign} F$ . Чтобы при вариациях неопределенных параметров  $d_1$  и  $d_3$  выполнялось последнее условие, необходимо выбрать коэффициент  $\beta_3$  так, чтобы величина  $d_1 + \beta_3 d_3$  имела всегда один и тот же знак.

Для того чтобы определить допустимую величину  $|u|$  по формуле (1), необходимо знать допустимый интервал изменения функций  $\psi_1(\Delta x)$ ,  $\psi_2(\Delta x)$  и  $\bar{u}$ . Из уравнений (3), (4) следует, что в случае отсутствия вариаций параметров МУС функции  $\psi_1(\Delta x)$  и  $\psi_2(\Delta x)$  равны нулю. В этом случае условие (1) принимает вид  $|u| = G \geq |\bar{u}|$ . В общем случае, так как функция  $\bar{u}(t)$  зависит от командного сигнала  $\bar{x}(t)$ , для определения  $|u|$  требуется знание интервала изменений неопределенных параметров следящей МУС. Величина  $G$  в соответствии с условием (1) должна быть взята достаточно большой, чтобы перекрыть возможные вариации значений функций  $\psi_1(\Delta x)$  и  $\psi_2(\Delta x)$ .

Автор благодарит В. И. Зубова за участие в обсуждении работы.

Ереванский институт  
народного хозяйства

#### Վ. Կ. ԲՐՈՒՏՅԱՆ

### Մարկովյան դեկավարելի համակարգերում հետևելու մասին խնդրի վերաբերյալ

Դիտարկվում է շնախատեսանված մանյովրներով թռչող օբյեկտին ճշգրիտ հետևող և շարժվող ապարատի վրա տեղադրված ու քամիների պոռթկումների ենթակա պարաբոլիկ հայելային ուղղիչակառուցվածքի անտենայի դեկավարման համակարգի խնդիրը: Օգտվելով <sup>(1)</sup> աշխատանքի արդյունքներից, ստացվել են հետևող մարկովյան դեկավարելի համակարգի ընթացիկ վիճակի կայունության պայմանները: Թույլատրելի դեկավարող օրենքի օգնությամբ հետևող մարկովյան համակարգի սինթեզը իրականացվում է այնպես, որ պարամետրերի թույլատրելի փոփոխականների դեպքում հետևելու սխալը նույնպես մնա թույլատրելի սահմաններում:

#### ЛИТЕРАТУРА — ԴՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

<sup>1</sup> В. К. Брутян, ДАН АрмССР, т. 77, № 3 (1983). <sup>2</sup> Инженерный справочник по космической технике, Изд-во МО СССР, М., 1977. <sup>3</sup> В. А. Боднер, Системы управления летательными аппаратами, Машиностроение, М., 1973. <sup>4</sup> Н. Т. Кузовков, Системы стабилизации летательных аппаратов, баллистических и зенитных ракет, Высшая школа, М., 1976.

УДК 66.067.52 : 637.232.152

ГИДРОМЕХАНИКА

Дж. С. Торосян

### Исследование предела сепарирования

(Представлено академиком АН Армянской ССР А. Г. Назаровым 13/XII 1980)

Исследование процесса сепарирования жидких смесей показывает, что при определенных конструктивно-механических параметрах ротора сепаратора не всегда удается выделить все частицы дисперсной фазы (1-3). Это явление связано с броуновским движением и называется пределом сепарирования.

Для исследования предела сепарирования воспользуемся уравнением диффузии (4, 5):

$$\frac{\partial c}{\partial t} + (\vec{v}, \text{grad}c) = D\Delta c, \quad (1)$$

где  $c$  — концентрация дисперсной фазы жидкой смеси;  $t$  — время;  $v$  — скорость;  $D$  — коэффициент диффузии;  $\Delta$  — оператор Лапласа.

При разделении жидких смесей в центробежных сепараторах после достижения определенного предела процесс сепарирования прекращается вне зависимости от продолжительности центрифугирования (3). Поэтому для этого режима разделения  $\frac{\partial c}{\partial t} = 0$ .

Введем цилиндрические координаты, направив ось  $oz$  по оси вращения ротора сепаратора. Тогда (1) будет иметь вид

$$v_r \frac{\partial c}{\partial r} + v_\theta \frac{1}{r} \frac{\partial c}{\partial \theta} + v_z \frac{\partial c}{\partial z} = D \left( \frac{\partial^2 c}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial c}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 c}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 c}{\partial z^2} \right), \quad (2)$$

где  $r$ ,  $\theta$  и  $z$  — цилиндрические координаты, а  $v_r$ ,  $v_\theta$  и  $v_z$  компоненты скорости по координатным осям.

Исследование показывает, что граничные условия не зависят от координат  $z$  и  $\theta$ , и поэтому из (2) имеем

$$D \left( \frac{\partial^2 c}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial c}{\partial r} \right) = v_r \frac{\partial c}{\partial r}. \quad (3)$$

Здесь  $v_r$  — скорость осаждения частицы на радиусе  $r$ , определяемая из уравнения Стокса применительно к полю центробежных сил инерции (1,2):

$$v = \frac{1}{18} \frac{\rho_\phi - \rho_c}{\mu} d^2 \omega^2 r, \quad (4)$$

где  $\rho_\phi$  и  $\rho_c$  — плотности дисперсной фазы и дисперсионной среды;

$\mu$ —динамическая вязкость дисперсионной среды;  $d$ —диаметр отделяемой частицы;  $\omega$ —угловая скорость вращения ротора сепаратора.

Коэффициент диффузии  $D$  выразим через уравнение Эйнштейна (6). При предположении, что отделяемая частица имеет сферическую форму,

$$D = \frac{kT}{3\pi\mu d}, \quad (5)$$

где  $k$ —постоянная Больцмана;  $T$ —абсолютная температура.

Уравнение (3) на основании (4) и (5) запишем в виде

$$\frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left( r \frac{dc}{dr} \right) = \frac{\pi d^3 (\rho_\phi - \rho_c) \omega^2 r}{6kT} \frac{dc}{dr}. \quad (6)$$

Если разделить переменные (6) и проинтегрировать их, принимая постоянную интегрирования равной нулю, то

$$\frac{dc}{c} = \frac{\pi d^3 (\rho_\phi - \rho_c) \omega^2 r}{6kT} dr. \quad (7)$$

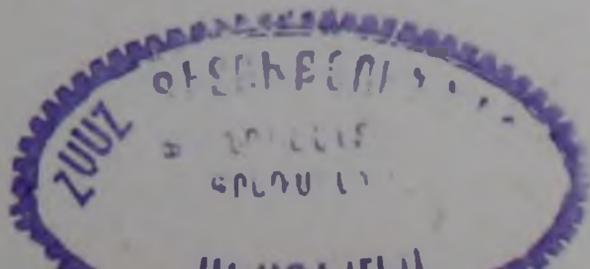
Проинтегрировав левую часть (7) от  $c_0$  до  $c_\phi$ , а правую от  $r_{\max}$  до  $r_{\min}$ , для сепараторов, предназначенных для разделения суспензии ( $\rho_\phi > \rho_c$ ), найдем

$$\ln \frac{c_\phi}{c_0} = - \frac{\pi d^3 (\rho_\phi - \rho_c) \omega^2}{12kT} \cdot (r_{\max}^2 - r_{\min}^2), \quad (8)$$

где  $c_0$  и  $c_\phi$ —содержания дисперсной фазы жидкой смеси до и после сепарирования, а  $r_{\max}$  и  $r_{\min}$ —наибольший и наименьший радиусы тарелки. Интегрированием левой части (8) от  $c_0$  до  $c_\phi$ , а правой от  $r_{\min}$  (радиус входа жидкости в межтарелочное пространство) до  $r_{\max}$  найдем для сепараторов, предназначенных для разделения эмульсий ( $\rho_c > \rho_\phi$ ), выражение, аналогичное (8). Введя обозначение  $\Delta\rho$  (абсолютное значение разности плотностей разделяемых фаз), из (8) будем иметь

$$c_\phi = c_0 \exp \left( - \frac{\pi d^3 \Delta\rho}{12kT} (r_{\max}^2 - r_{\min}^2) \cdot \omega^2 \right). \quad (9)$$

Анализ уравнения (9) показывает, что при процессе центрифугирования не всегда могут быть выделены все высокодисперсные частицы дисперсной фазы жидкой смеси, так как они подвержены броуновскому движению и диффузия, вызываемая этим движением, препятствует выделению частиц из общего потока обрабатываемой жидкости, текущей по межтарелочным пространствам ротора сепаратора. Из (9) также следует, что для преодоления эффекта порога предела сепарирования необходимо увеличить напряженность поля центробежных сил инерции. Кроме того для уменьшения содержания дисперсной фазы жидкой смеси необходимо уменьшить температуру процесса. Существенным методом интенсификации процесса является увеличение диаметра отделяемых частиц, а также увеличение эффективной плотности разделяемых фаз и уменьшение вязкости дисперсионной среды.



Найдем уравнение производительности жидкостного центробежного тарельчатого сепаратора с учетом броуновского движения частиц дисперсной фазы разделяемой жидкой смеси. Исходя из того, что за время прохождения разделяемой жидкости через межтарелочное пространство сепаратора частица определенного размера должна суметь под действием поля центробежных сил инерции пройти расстояние между тарелками по направлению нормали к оси вращения, рассмотрим соотношение

$$dl = v dt, \quad (10)$$

где  $l$ —расстояние между коническими тарелками перпендикулярно оси вращения ротора сепаратора;  $v$ —скорость отделяемой частицы;  $t$ —время процесса.

Скорость отделяемых частиц на радиусе  $r$  обычно определяют с учетом свободного осаждения частицы в процессе сепарирования по гидродинамическим закономерностям, без учета молекулярной структуры жидкости (1, 2). Однако по мере того как размеры частиц становятся меньше среднего пути свободного пробега молекул дисперсионной среды (6), их движение не подчиняется закону вязкого осаждения и отличается от расчетного в связи с миграциями отдельных частиц, в результате чего резко изменяется и скорость отделяемых частиц в поле центробежных сил инерции. Предполагая, что сила сопротивления движению частиц пропорциональна скорости, и используя соотношения Эйнштейна (6), определим скорость отделяемых сферических частиц

$$v = \frac{\pi D}{6kT} d^3 (\rho_{\phi} - \rho_c) \omega^2 r. \quad (11)$$

Выделим объем разделяющей зоны ротора сепаратора в форме элементарного усеченного конуса и, используя уравнение неразрывности, найдем продолжительность процесса сепарирования (7)

$$dt = \frac{2\pi b n r dr}{Q \sin \alpha}, \quad (12)$$

где  $b$ —расстояние между коническими тарелками по направлению оси вращения ротора сепаратора;  $n$ —количество межтарелочных пространств;  $\alpha$ —угол наклона образующей тарелки к вертикали;  $Q$ —объемная производительность сепаратора в единицу времени.

На основании (11) и (12) уравнение (10) после интегрирования левой части в пределах от 0 до  $l$ , а правой — от  $r_{\min}$  до  $r_{\max}$  запишем в виде

$$l = \frac{\pi^2}{9 \sin \alpha} b n \omega^2 d^3 \frac{D(\rho_{\phi} - \rho_c)}{kTQ} (r_{\max}^3 - r_{\min}^3).$$

Имея в виду, что  $l = b \operatorname{tg} \alpha$  и  $\operatorname{tg} \alpha = \frac{r_{\max} - r_{\min}}{H}$ , где  $H$ —высота тарелки, найдем производительность жидкостного тарельчатого сепаратора:

$$Q = \left[ \frac{\pi^2}{9 \sin \alpha} n \omega^2 H \frac{r_{\max}^3 - r_{\min}^3}{r_{\max} - r_{\min}} \right] \left[ \frac{d^3 (\rho_{\phi} - \rho_c)}{kT} D \right]. \quad (13)$$

В (13) входят как величины, относящиеся к конструкции центробежного тарельчатого сепаратора и характеризующие способность сепаратора производить процесс разделения жидкой смеси, так и параметры, определяющие физико-механические свойства обрабатываемой гетерогенной жидкости.

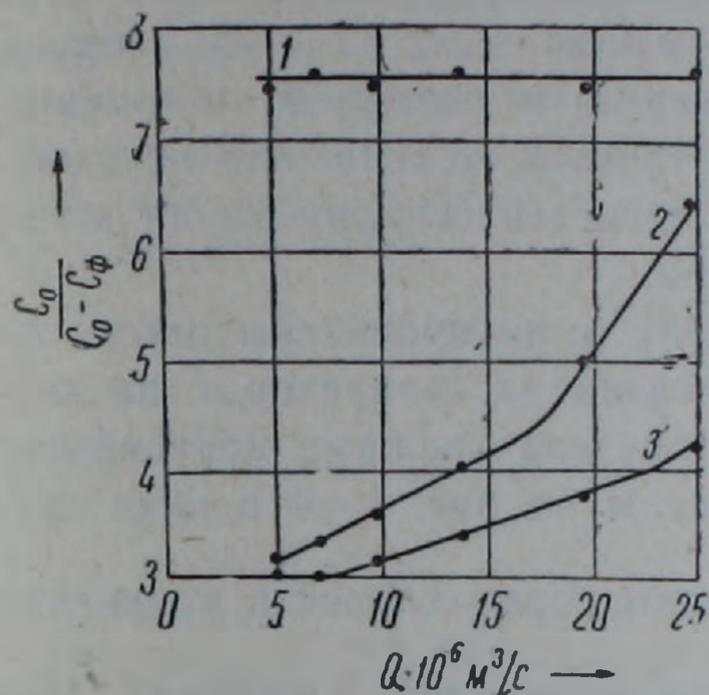


Рис. 1. Зависимость  $\frac{c_0}{c_0 - c_{\phi}} = f(Q)$ , полученная на сепараторе модели АС—2Е при разделении эмульсии жижики с  $c_0 = 7\%$  и при  $305^\circ\text{K}$ : 1— $\omega = 870$ ; 2— $980$ ; 3— $1150$  рад/с

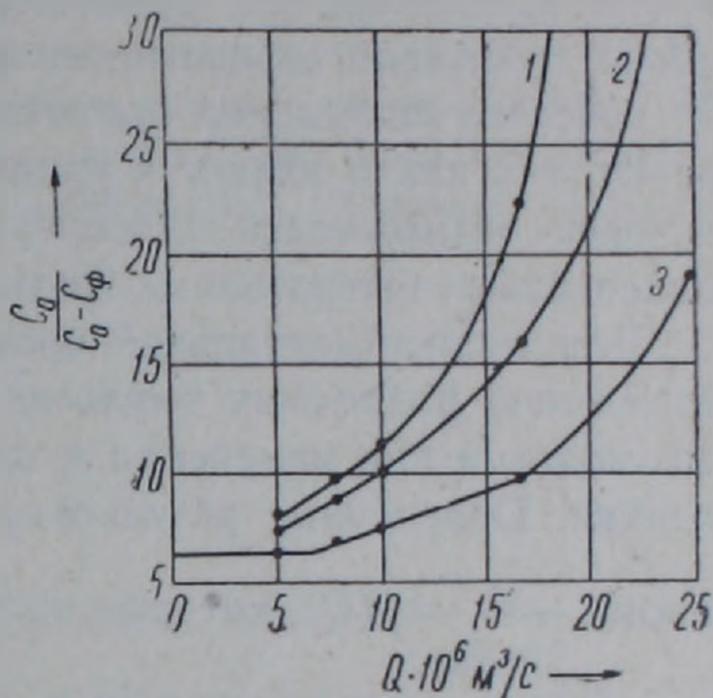


Рис. 2. Зависимость  $\frac{c_0}{c_0 - c_{\phi}} = f(Q)$ , полученная на сепараторе модели АС—2Е при разделении эмульсии жижики с  $c_0 = 6,6\%$  и  $\omega = 1150$  рад/с при: 1— $T = 343$ ; 2— $T = 323$ ; 3— $T = 303^\circ\text{K}$

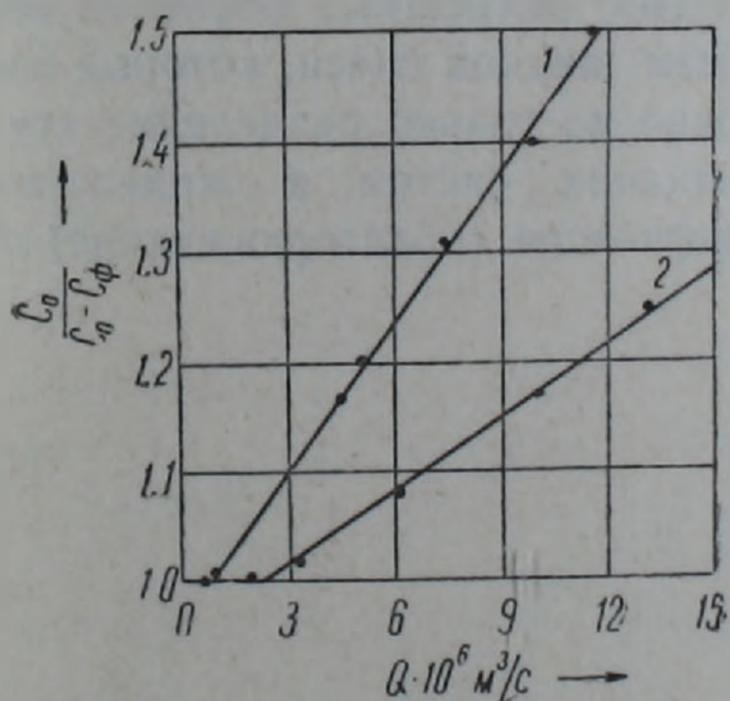


Рис. 3. Зависимость  $\frac{c_0}{c_0 - c_{\phi}} = f(Q)$ , полученная на сепараторе модели ОТ—ОР—230 при разделении суспензии азопигмента бордо „ЧЖ“ с  $c_0 = 0,4\%$  и  $\omega = 950$  рад/с с дисперсионной средой: 1—без диспергатора; 2—с диспергатором

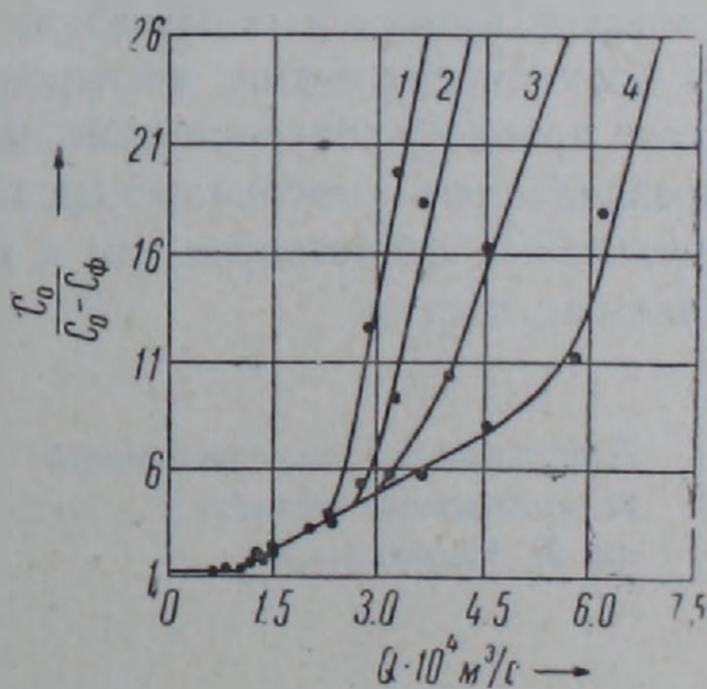


Рис. 4. Зависимость  $\frac{c_0}{c_0 - c_{\phi}} = f(Q)$ , полученная на сепараторе модели ОТ—3М600—НЖ при разделении суспензии азопигмента ярко-красного „ЧЖ“ при содержании дисперсионной фазы в исходной суспензии: 1— $c_0 = 5,16$ ; 2— $c_0 = 2,5$ ; 3— $c_0 = 1,1$ ; 4— $c_0 = 1,03\%$

Из (13) вытекает, что если в разделяемой жидкой смеси имеются частицы дисперсной фазы жидкой смеси определенных размеров, способные совершать броуновское движение, они не всегда могут быть выделены при процессе сепарирования, так как ввиду наличия градиента концентрации в межтарелочном пространстве в отделяемой жидкости происходит диффузия. Уравнение (13) показывает, что эффективность процесса сепарирования повышается с увеличением напряженности поля центробежных сил инерции и с уменьшением температуры процесса, что принципиально отличается от выводов по общепринятым формулам производительности сепаратора. Кроме того из (13) следует, что качество разделения существенно зависит от размеров отделяемых частиц, так как  $d$  входит в уравнение в третьей степени. Это открывает новые возможности интенсификации процесса сепарирования высокодисперсных гетерогенных жидких систем.

Для экспериментальной проверки (13) были проведены опыты по разделению различных эмульсий и суспензий на сепараторах различных моделей при изменении в широких пределах режима центрифугирования. Полученные результаты приведены на рис. 1—4 в виде графиков  $\frac{c_0}{c_0 - c_{\phi}} = f(Q)$ , которые подтверждают справедливость уравнений (9) и (13) и указывают новые пути идентификации процесса. При нарушении линейной связи  $\frac{c_0}{c_0 - c_{\phi}} = f(Q)$  качество классификации резко нарушается (дисперсные составы разделенной и исходной суспензий существенно не отличаются). Процесс сепарирования и классификация частиц дисперсной фазы гетерогенных систем осуществляются с помощью поверхностно-активных веществ. В этом случае благодаря процессу образования развитых сольватных оболочек вокруг броуновских частиц дисперсной фазы жидкой смеси, которые подлежат процессу сепарирования, возможно не только разделение трудноразделяемых высокодисперсных жидких систем в жидкостных тарельчатых сепараторах, но и классификация (облагораживание) отделяемых частиц.

Ленинканский государственный  
педагогический институт  
им. М. Налбандяна

Ջ. Ս. ԹՈՐՈՍՅԱՆ

### Սեպարացիայի սահմանի հետազոտումը

Ուսումնասիրված է ափսեավոր կենտրոնախույս հեղուկային բաժանիչների անջատման սահմանը: Առաջարկված է բաժանիչի արտադրողականության հավասարումը այն դեպքի համար, երբ բաժանվող տարակազմ հեղու-

կի դիսպերսիոն ֆազի մասնիկների շարժումը շեղվում է մաթուցիկ նստվածքի հիդրոդինամիկ օրինաչափություններից: Առաջարկված է անջատման պրոցեսի ինտենսիֆիկացման և անջատման սահմանի շեմքի հաղթահարման ուղիները: Հետազոտություններից ստացված արդյունքներն ամրապնդված են փորձերով:

#### ЛИТЕРАТУРА — ԿՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

<sup>1</sup> Г. И. Бремер, Жидкостные сепараторы, Машгиз, М., 1957. <sup>2</sup> В. И. Соколов, Центрифугирование, Химия, М., 1976. <sup>3</sup> Д. С. Торосян, ДАН АрмССР, т. 75, № 1 (1982). <sup>4</sup> В. Г. Левич, Физико-химическая гидродинамика, Физматгиз, М., 1959. <sup>5</sup> В. В. Кафаров, Основы массопередачи, Высшая школа, М., 1962. <sup>6</sup> А. Эйнштейн, Собр. науч. тр., т. 3, Наука, М., 1966. <sup>7</sup> Д. С. Торосян, Изв. АН АрмССР. Техн. науки, т. 36, № 1 (1983).

УДК 539.376

ТЕОРИЯ УПРУГОСТИ

А. В. Манжиров

О влиянии неоднородного старения на концентрацию напряжений  
 около отверстий в нелинейных вязкоупругих телах

(Представлено академиком АН Армянской ССР Н. Х. Арутюняном 14/XII 1982)

Исследованы задачи о концентрации напряжений возле кругового отверстия и сферической полости в неоднородно-стареющей нелинейной вязкоупругой среде. Показано, что фактор неоднородного старения существенно влияет на напряженно-деформированное состояние около концентраторов.

Рассмотрим задачи о концентрации напряжений у кругового отверстия (плоская деформация,  $n=2$ ) и у сферической полости ( $n=3$ ), находящихся в неоднородно-стареющей нелинейной вязкоупругой среде, на которую действует радиальное напряжение  $P(t)$ , приложенное на бесконечности.

Считая материал среды несжимаемым и пользуясь уравнениями состояния в форме (1,2), будем иметь:

$$s(t, r) = 2G(t + x(r)) \left\{ e(t, r) \varphi^*[\varepsilon_i(t, r)] + \int_{\tau_0}^t e(\tau, r) \varphi^*[\varepsilon_i(\tau, r)] R(t + x(r), \tau + x(r)) d\tau \right\}, \quad (1)$$

$$\frac{\partial \sigma_r}{\partial r} + (n-1) \frac{\sigma_r - \sigma_\theta}{r} = 0; \quad (2)$$

$$\frac{\partial u_r}{\partial r} + (n-1) \frac{u_r}{r} = 0, \quad \varepsilon_r = \frac{\partial u_r}{\partial r}; \quad \varepsilon_\theta = \frac{u_r}{r}; \quad (3)$$

$$\varepsilon_i(t, r) = \sqrt{n^2 - 3n + 3} |\varepsilon_\theta(t, r)|; \quad (4)$$

$$\varphi^*[\varepsilon_i(t, r)] = \varepsilon_i^{\mu-1}(t, r),$$

где  $s(t, r)$  и  $e(t, r)$  — девиаторы тензоров напряжений и деформации,  $G(t)$  характеризует упругие свойства материала и при  $\varphi^* \equiv 1$  имеет смысл упругомгновенного модуля сдвига,  $\varphi^*$  — некоторая заранее известная функция,  $\varepsilon_i(t, r)$  — интенсивность деформаций,  $t$  — текущий момент времени,  $\tau_0$  — возраст материала в точке отсчета времени в момент приложения нагрузки,  $R(t, \tau)$  — ядро релаксации,  $r$  — радиальная координата,  $x(r)$  — функция неоднородного старения,  $\sigma_r$  и  $\sigma_\theta$  — компоненты тензора напряжений,  $\varepsilon_r$  и  $\varepsilon_\theta$  — компоненты тензора деформации,  $u_r$  — радиальное перемещение,  $\mu$  — показатель нелинейности.

Полагая радиус полости или отверстия равным  $a$ , запишем граничные условия задач в виде

$$\begin{aligned} \sigma_r &= P(t), \quad r = \infty; \\ \sigma_r &= 0, \quad r = a. \end{aligned} \quad (5)$$

Решая уравнение (3), получим, что

$$u_r = \frac{c(t)}{r^{n-1}}; \quad \varepsilon_r = (1-n) \frac{c(t)}{r^n}; \quad \varepsilon_\theta = \frac{c(t)}{r^n}, \quad (6)$$

откуда с учетом (1) — (6) и замены переменных

$$\begin{aligned} r^* &= ra^{-1}; \quad t^* = t\tau_0^{-1}; \quad \tau^* = \tau\tau_0^{-1}; \quad x^*(r^*) = x(r)\tau_0^{-1}; \\ R^*(t^*, \tau^*) &= R(t, \tau); \quad R_1^*(t^*, \tau^*) = R_1(t, \tau); \quad c^*(t^*) = c(t)a^{-n}; \\ P^*(t^*) &= P(t)\psi(t)^{-1}; \quad \sigma_r^* = \sigma_r\psi(t)^{-1}; \quad \sigma_\theta^* = \sigma_\theta\psi(t)^{-1}; \end{aligned}$$

$$\psi(t) = (n-1)(n^2-3n+3)^{\frac{\mu-1}{2}} 2G_1(t)\mu^{-1}$$

(звездочки далее опустим) получим:

$$\begin{aligned} \sigma_r &= P(t) - \int_1^\infty \frac{\partial \sigma_r}{\partial r} dr; \quad \sigma_\theta = \frac{r}{n-1} \frac{\partial \sigma_r}{\partial r} + \sigma_r; \\ \frac{\partial \sigma_r}{\partial r} &= n\mu \frac{G(t+x(r))}{G_1(t)} \left[ \operatorname{sgn}(c(t))|c(t)|^\mu + \right. \\ &\quad \left. + \int_1^t \operatorname{sgn}(c(\tau))|c(\tau)|^\mu R(t+x(r), \tau+x(r)) d\tau \right]; \\ \operatorname{sgn}(c(t))|c(t)|^\mu &= P(t) - \int_1^t P(\tau) K_1(t, \tau) d\tau; \end{aligned} \quad (7)$$

$$G_1(t) = n\mu \int_1^\infty \frac{G(t+x(r))}{r^{n\mu+1}} dr;$$

$$R_1(t, \tau) = n\mu \int_1^\infty \frac{G(t+x(r)) R(t+x(r), \tau+x(r))}{G_1(t) r^{n\mu+1}} dr,$$

где  $K_1(t, \tau)$  есть резольвента ядра  $R_1(t, \tau)$ .

Нас интересует случай  $r=1$ . Пусть начало отсчета времени выбрано так, что  $x(1)=0$ , тогда в соответствии с (7)

$$\sigma_\theta = k\Phi(t, x)P(t), \quad x = x(r); \quad k = n(n-1)^{-1}\mu G(1)G_1(1)^{-1}; \quad (8)$$

$$\Phi(t, x) = \frac{G(t)G_1(1)}{G_1(t)G(1)} \left\{ 1 - \int_1^t \frac{P(\tau)}{P(t)} K_1(t, \tau) d\tau + \right.$$

$$+ \int_1^t \left[ \frac{P(\tau)}{P(t)} - \int_1^\tau \frac{P(\xi)}{P(t)} K_1(\tau, \xi) d\xi \right] R(t, \tau) d\tau, \quad (9)$$

где  $k$  — коэффициент концентрации, определяющий напряженное состояние на концентраторе в упругом случае, а  $\Phi(t, x)$  — функция концентрации, зависящая от времени и функции неоднородного старения.

Отметим, что в линейных упругом и однородно-стареющем случаях получим известные результаты <sup>(3,4)</sup>, т. е.  $\Phi(t, x) \equiv 1$ ,  $k=2$  при  $n=2$  и  $k=1,5$  при  $n=3$ .

Рассмотрим конкретный вид ядра релаксации  $R(t, \tau)$ . Представим его в виде

$$R(t, \tau) = \frac{1}{G(t)} \frac{\partial}{\partial \tau} [\omega(t, \tau) - G(\tau)],$$

где  $\omega(t, \tau)$  — мера релаксации. Тогда в соответствии с формулами (7) будем иметь

$$R_1(t, \tau) = \frac{1}{G_1(t)} \frac{\partial}{\partial \tau} [\omega_1(t, \tau) - G_1(\tau)];$$

$$\omega_1(t, \tau) = n\mu \int_1^\infty \frac{\omega(t+x(r), \tau+x(r))}{r^{n\mu+1}} dr.$$

Пусть теперь  $\omega(t, \tau) = \varphi(\tau)f(t-\tau)$ , где  $\varphi(\tau)$  — функция, учитывающая старение материала, а  $f(t-\tau)$  — характеризующая его наследственные свойства. Откуда

$$\omega_1(t, \tau) = \varphi_1(\tau)f(t-\tau); \quad \varphi_1(\tau) = n\mu \int_1^\infty \frac{\varphi(\tau+x(r))}{r^{n\mu+1}} dr. \quad (10)$$

Положительную монотонно убывающую функцию  $\varphi(\tau)$  представим в виде  $\varphi(\tau) = C + Ae^{-\beta\tau}$ , тогда (см. (10))

$$\varphi_1(\tau) = C + A\nu e^{-\beta\tau}; \quad \nu = n\mu \int_1^\infty \frac{e^{-\beta x(r)}}{r^{n\mu+1}} dr. \quad (11)$$

Рассмотрим основные варианты неоднородного старения среды.

Случаем естественного старения среды назовем случай, когда возраст элементов с координатой  $r=1$  максимален. Действительно, естественно полагать, что при возведении конструкции возраст ее внутренних элементов оказался больше возраста элементов, близких к границе. Тогда можно получить оценки  $-1 < x(r) \leq 0$  и  $1 \leq \nu < e^\beta$ .

Случаем искусственного старения среды назовем вариант, когда возраст элементов с координатой  $r=1$  минимален. В самом деле, элементы реальной конструкции, близкие к границе, наиболее подвержены различным внешним воздействиям: облучению, температуре и т. д. В этом случае  $x(r) \geq 0$  и  $0 < \nu \leq 1$ .

Отметим тот факт, что область изменения параметра неоднородного старения  $\nu$  для двух указанных случаев не зависит ни от размерности задачи  $n$ , ни от показателя нелинейности  $\mu$ . То же можно сказать и об области изменения функции концентрации (9).

В качестве примера построим функцию концентрации для полимерного материала (5). Если  $G(t) = G = \text{const}$ , то  $\Phi(t, x) = \Phi_1(t, \nu)$ , и изменяя  $\nu$  в известных пределах, найдем значения функции концентрации для случаев естественного и искусственного старения среды. Следует, однако, помнить, что, задавая  $x(r)$  и  $\mu$ , необходимо определять для плоского или пространственного случаев свое  $\nu$  (см. (11)).

Возьмем следующие значения функций и параметров:

$$f(t - \tau) = 1 - e^{-\gamma(t - \tau)}, \quad P(t) = \text{const}, \quad G(t) = G, \\ CG^{-1} = 0,05, \quad AG^{-1} = 0,45.$$

1. Естественное старение среды:

$$\beta = 0,8; \quad \gamma = 10; \quad \tau_0 = 100 \text{ сут}; \quad 1 \leq \nu < 2,2.$$

На рис. 1 показаны графики зависимости функции  $\Phi_1(t, \nu)$  от параметра  $\nu$  при фиксированных значениях времени  $t$ :  $t = 1,1$  — (1),  $t = 1,2$  — (2),  $t = 1,4$  — (3).

2. Искусственное старение среды:

$$\beta = 0,08; \quad \gamma = 1; \quad \tau_0 = 10 \text{ сут}; \quad 0 < \nu \leq 1.$$

На рис. 2 имеем аналогичные предыдущим графики для  $t = 2$  — (1),  $t = 3$  — (2),  $t = 4$  — (3).

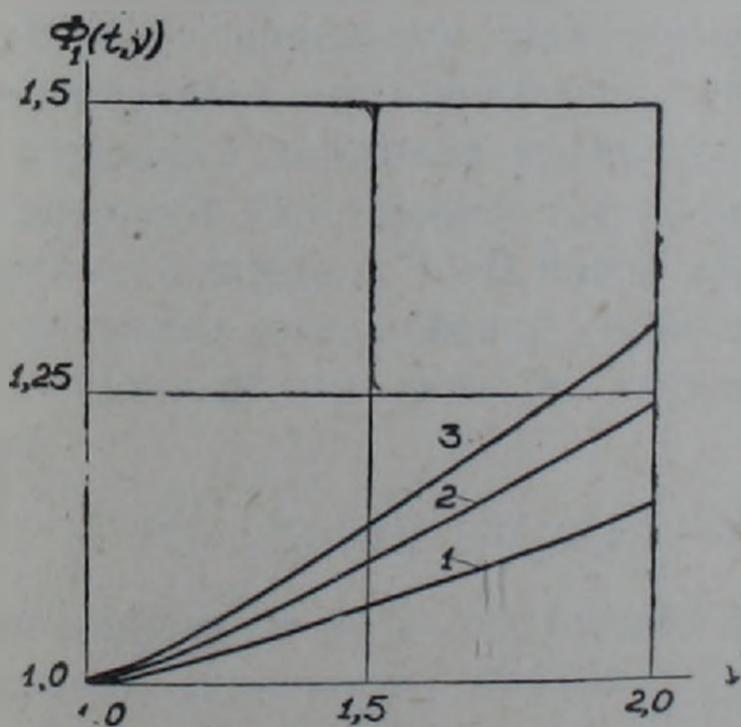


Рис. 1

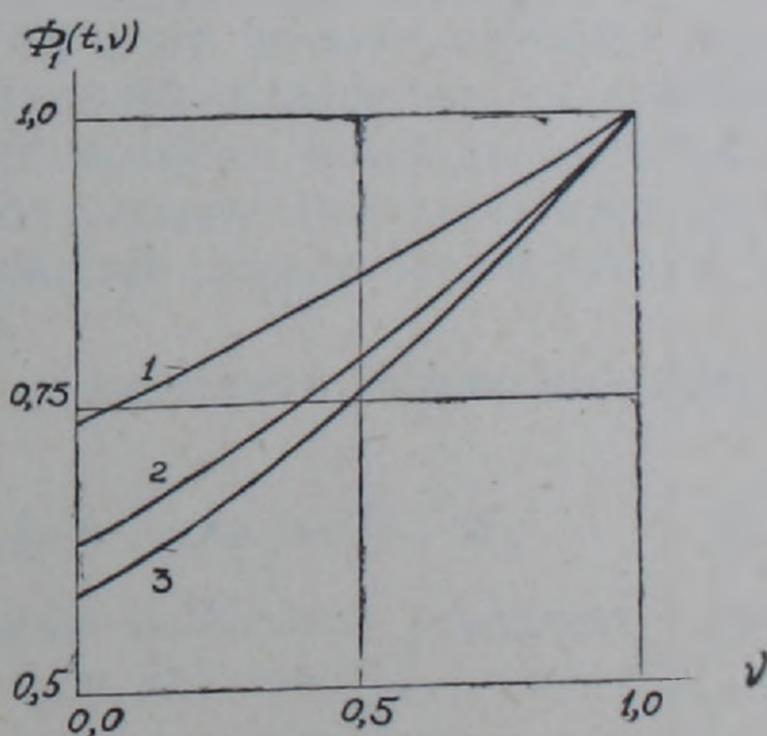


Рис. 2

На основании проведенных исследований можно утверждать: в случае однородного старения среды напряжения на концентраторах не зависят от времени и совпадают с упругими; естественно неоднородно-стареющая среда создает неблагоприятную ситуацию на концентраторах, поскольку с течением времени начальные (упругие) напряжения могут значительно возрасти (см. рис. 1); искусственно не-

однородно-стареющая среда обладает улучшающимися во времени свойствами и может уменьшить начальные окружные напряжения почти вдвое (см. рис. 2).

Московский Ордена Трудового Красного Знамени  
инженерно-строительный институт им. В. В. Куйбышева

Ա. Վ. ՄԱՆԺԻՐՈՎ

Ոչ գծային առաձգամածուցիկ մարմիններում անցքերի մոտ լարումների կոնցենտրացիայի վրա անհամասեռ ծերացման ազդեցության մասին

Դիտարկվում են անհամասեռ ծերացող ոչ գծային առաձգամածուցիկ միջավայրում շրջանային անցքի և գնդաձև խոռոչի մոտ լարումների կոնցենտրացիայի վերաբերյալ խնդիրներ: Ենթադրվում է, որ առաձգամածուցիկ միջավայրն անսեղմելի է:

Ցույց է տրվում, որ միջավայրի նյութի անհամասեռ ծերացման գործոնը էապես է ազդում կոնցենտրատորների մոտ լարված-դեֆորմացված վիճակի վրա:

Բերվում են թվային արդյունքներ:

#### ЛИТЕРАТУРА — ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

<sup>1</sup> Н. Х. Арутюнян, ДАН СССР, т. 229, № 3 (1976). <sup>2</sup> Н. Х. Арутюнян, ПММ, т. 23, вып. 5 (1959). <sup>3</sup> Н. Х. Арутюнян, Некоторые вопросы теории ползучести, Гостехиздат, М.—Л., 1952. <sup>4</sup> Ю. Н. Работнов, Механика деформируемого твердого тела, Наука, М., 1979. <sup>5</sup> L. C. E. Struik, Physical aging in amorphous polymers and other materials, Amsterdam: Elsevier, 1978.

УДК 535.375

ФИЗИКА

А. С. Геворкян

Перестройка в линейной системе трех тел  
 в рамках метода параболического уравнения

(Представлено академиком АН Армянской ССР Г. М. Гарибяном 7/1 1983)

Исследование роли квантовых эффектов в реактивных атомно-молекулярных столкновениях в рамках линейной модели может быть основано на методе классической S-матрицы (<sup>1-3</sup>), принципе соответствия (<sup>4</sup>), интегральном представлении T-оператора для реакции перестройки через точные классические траектории задачи трех тел (<sup>5</sup>) и т. д.

В настоящей работе строится более точное квазиклассическое представление T-оператора для коллинеарной модели с учетом кривизны классической траектории в конфигурационном пространстве в рамках метода параболического уравнения (ПУ). Изучается наиболее интересный случай рассеяния с перестройкой частиц  $1 + (3,2)_{n_1} \rightarrow (1,3)_{n_2} + 2$ . Для этого процесса получена T-матрица перехода в виде одномерного интеграла по координате относительного движения  $l$ . После симметризации по методу Шиффа она вычисляется в приближении стационарной фазы (СФ).

При решении задачи будем исходить из следующих предположений: а) в начальном (in) и конечном (out) каналах молекула рассматривается как линейный гармонический осциллятор; б) энергия внутреннего движения молекулы предполагается малой по сравнению с энергией налетающей (вылетающей) частицы. При таких предположениях в пределе  $\hbar \rightarrow 0$  поток вероятностей сосредоточен в узкой полосе около классической траектории.

Полный гамильтониан системы в якобиевых координатах имеет вид

$$\hat{H}_{c_j} = \hat{P}_{r_j}^2 + \hat{P}_{\rho_j}^2 + V_{12}(r_j, \rho_j) + V_{13}(r_j, \rho_j) + V_{23}(r_j, \rho_j) = \hat{H}_j^0 + W_j, \quad (1)$$

где индекс  $j = 1, 2$  обозначает системы якобиевых координат в начальном (конечном) каналах (рис. 1, а, б);  $r_j = \sqrt{2\mu_j} r_j^0$ ;  $\rho_j = \sqrt{2\mu_{3j}} \rho_j^0$ ;  $\mu_j$  — приведенная масса свободной частицы и связанной пары,  $\mu_{3j}$  — приведенная масса связанной пары.

Принимая во внимание условие б), разложим функцию  $W$  в малой окрестности около пути реакции с точностью квадратичного члена по координате  $s$ , перпендикулярной к траектории (рис. 2)

$$W \simeq W^0(l) + W_s s + \frac{1}{2} W_{ss} s^2 \quad (\text{для простоты записи ниже, где это воз-}$$

можно, опускаются индексы, обозначающие каналы).

Уравнение Шредингера

$$H^0\psi + P^2(r, \rho)\psi = 0; \quad P^2(r, \rho) = 2(E - W); \quad \hbar = m = 1 \quad (2)$$

в координатах реакции  $(l, s)$  для малых  $s$  приводится к параболическому уравнению <sup>(6)</sup>

$$\left[ 2ip \frac{\partial}{\partial l} + i \frac{\partial p}{\partial l} + \left( \frac{\partial}{\partial s} \right)^2 - p^2 \Phi_{ss} s^2 \right] U = 0;$$

$$p = P(l, 0); \quad U = \psi \exp \left( -i \int p dl \right); \quad \Phi_{ss} = \frac{\partial^2}{\partial s^2} p^{-1} \Big|_{l;0} \quad (3)$$

Здесь  $p$  в начальном (конечном) канале имеет смысл импульса налетающей (вылетающей) частицы.

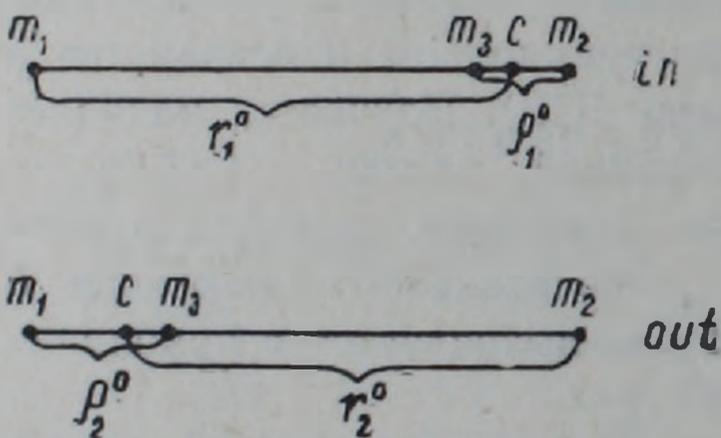


Рис. 1. Якобиевы координатные системы в каналах. Точка  $C$  обозначает центр тяжести связанной пары

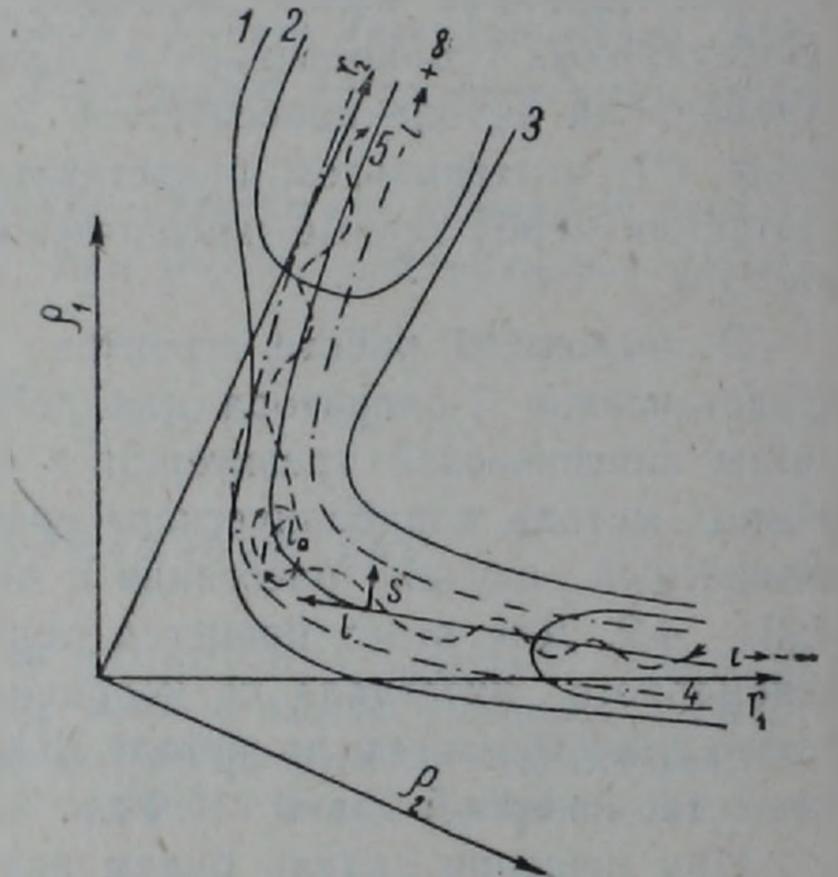


Рис. 2. Сплошные линии (1—4) характеризуют потенциальную поверхность, ..... линии каустики определяют область сосредоточения потока вероятностей, расстояние между ними  $\hbar^{1/2}$  <sup>(6)</sup>, линия 5 изображает путь реакции, ----> является траекторией классического движения

Теперь раскроем физический смысл пути реакции. При получении уравнения (3) предполагалось, что движение системы происходит в узкой полосе вокруг траектории с бесконечной эффективной кривизной

$$R_{s\phi\phi}(l) = |R_{\text{нст}}^{-1}(l) + p_s(l)/p(l)|^{-1} = \infty, \quad (4)$$

следовательно, путь реакции есть траектория свободного движения системы с замороженной внутренней энергией, т. е. геодезическая. Так как, с другой стороны, уравнение (4) описывает силу, которая действует на связанную пару и в начальном канале приводит к разрушению связи, то перестройка в системе  $1 + (2,3)$  возможна только в конфигурационном пространстве с неевклидовой геометрией.

Переменные в (3) разделяются с помощью подстановки  $U = F(l)G(\eta(l)s) \exp\{is^2q(l)\}$ . Частными решениями уравнения являются следующие выражения:

$$\psi_{i,f}^{\pm} = \frac{C_{n,m}}{p^{1/4} \sqrt{\sigma}} \exp \left\{ \frac{i}{\hbar} \int_{\mp\infty}^l \Delta p dl' + \frac{i}{2\hbar} s^2 p \left( \frac{\sigma'}{\sigma} - \frac{1}{2} \frac{p_l}{p} \right) - \right. \\ \left. - i \left( n, m + \frac{1}{2} \right) \int_{\mp\infty}^l \frac{dl'}{\sigma_{\Delta}^2} - \frac{i}{\hbar} p_0 l - i \frac{l}{\sigma_0^2} \left( n, m + \frac{1}{2} \right) \right\} D_{n,m} \left( \frac{\sqrt{2} p^{1/2}}{\sigma \hbar^{1/2}} s \right), \quad (5)$$

где верхний знак относится к квазиклассической волновой функции, эволюционирующей из состояния in→out, а нижний—наоборот,  $p_0' = p|_{l \rightarrow \pm\infty}$ ,  $\Delta p = p - p_0$ ,  $C_{n,m}$ —произвольная постоянная,  $D_r(\sqrt{2}x) = 2^{-r/2} \exp\left(-\frac{x^2}{2}\right) H_r(x)$ ,  $H_r, x$ —функция Эрмита,  $\sigma$  выражается через два линейно-независимых уравнения

$$\Theta_{ll} + K(l)\Theta = 0, \quad K(l) = \left[ \left( \frac{1}{2} \frac{p_l}{p} \right)^2 - \frac{1}{2} \frac{p_{ll}}{p} + \frac{W_{ss}}{p^2} + \frac{W_s^2}{p^4} \right], \\ \sigma_0 = \sigma|_{l \rightarrow \mp\infty} = \frac{p_0^{1/2}}{\lambda^{1/2}} = \frac{p^{1/2}}{\sqrt[4]{W_{ss}}} \Big|_{l \rightarrow \mp\infty}, \quad \sigma_{\Delta}^{-2} = \sigma^{-2} - \sigma_0^{-2}. \quad (6)$$

Как следует из уравнения (6),  $\sigma^{-2}$  характеризует энергию внутреннего движения, поэтому, строго говоря, теория верна, когда

$$p\sigma^2 \gg \hbar. \quad (7)$$

Производя сшивку (5) с ее асимптотическим выражением

$$\Phi_{i,f} = \left( \frac{1}{2^{n,m} (n, m)!} \sqrt{\frac{\lambda_{i,f}}{4\pi^3}} \right)^{1/2} \exp \left\{ \frac{i p_{0i,f}}{\hbar} l \left( 1 - \frac{\hbar \lambda_{i,f}}{p_{0i,f}} \left( n, m + \frac{1}{2} \right) \right) - \right. \\ \left. - \frac{p_{i,f}}{\hbar \sigma_{i,f}^2} s_{i,f}^2 \right\} H_{n,m} \left( \frac{p_{i,f}^{1/2}}{\hbar^{1/2} \sigma_{i,f}} s_{i,f} \right), \quad (8)$$

получим  $C_r = \left( \frac{\lambda_{i,f} / 2\pi^{3/2}}{r! p_{0i,f}} \right)^{1/2}$ . По найденным функциям  $\psi_{i,f}^{\pm}$  и  $\Phi_{i,f}$  можно вычислить  $T$ -матрицу, исходя из интегрального тождества (7)

$$T_{i \rightarrow f} = (\Phi_f V_2, \psi_i^+) = (\psi_f^-, V_1, \Phi_i), \quad (9)$$

где  $V_{1,2}$ —потенциалы взаимодействия в начальном и конечном каналах соответственно. В дальнейшем будем использовать разложение этих потенциалов вдоль пути реакции по малому отклонению

$$V_{1,2}(l, s) = \sum_{t=0}^{\infty} \frac{1}{t!} V_{1,2}^{(t)} s^t, \quad V_{1,2}^{(t)} = \frac{\partial^{(t)} V_{1,2}}{\partial s^t} \Big|_{s=0} \quad (10)$$

Подставляя (5), (8) и (10) в (9) и выполняя интегрирование по координате  $s$ , для  $T$ -матрицы можно получить интегральное представление в виде одномерного интеграла по  $l$ . С целью дальнейшего исследования этого интеграла по методу (СФ) выражение для  $T$ -матрицы полезно симметризовать относительно начального и конечного каналов

$$(4). \quad \text{Таким образом, учитывая, что } \frac{P_i}{\sigma_i^2} s_i^2 (2n_i + 1)^{-1} = \frac{p_f}{\sigma_f^2} s_f^2 (2n_f + 1)^{-1},$$

для симметризованной  $T$ -матрицы можно получить окончательно (четно-четные переходы)  $n_i = 2\nu_i$ ,  $n_f = 2\nu_f$

$$T_{2\nu_i \rightarrow 2\nu_f}^s = \frac{(-1)^{\nu_i + \nu_f}}{\pi} 2^{-\nu_i - \nu_f - 2} \frac{\sqrt{(2\nu_i)!(2\nu_f)!}}{\nu_i! \nu_f!} \lambda_i^{1/4} \lambda_f^{1/4} \int_{-\infty}^{+\infty} dl \exp\left(\frac{i}{\hbar} \Delta S\right) \times$$

$$\left[ \left(\frac{p_{0i}}{\lambda_i^{1/2}}\right)^{1/2} V_2^{(0)} \sqrt{\frac{\sigma_i}{p_i^{3/2}}} \alpha_i^{1/2} (1 - \alpha_i)^{\nu_i} (1 - \gamma^2 \alpha_i)^{\nu_f} F_1\left(-\nu_i, -\nu_f, \frac{1}{2}, Z_i\right) \exp\left(-\frac{i}{\hbar} \Delta S_f\right) + \right.$$

$$\left. \left(\frac{p_{0f}}{\lambda_f^{1/2}}\right)^{1/2} V_1^{(0)} \sqrt{\frac{\sigma_f}{p_f^{3/2}}} \alpha_f^{1/2} (1 - \gamma^{-2} \alpha_f)^{\nu_i} (1 - \alpha_f)^{\nu_f} F_1\left(-\nu_i, -\nu_f, \frac{1}{2}, Z_f\right) \times \right.$$

$$\left. \times \exp\left(-\frac{i}{\hbar} \Delta S_i\right) \right]. \quad (11)$$

Здесь  $\Delta S$  есть классическое действие с поправками, учитывающими вклад множества траекторий, примыкающих к классической

$$\Delta S = \int_{-\infty}^l \Delta p_i dl' + \int_l^{+\infty} \Delta p_f dl - \frac{(2\nu_i + 1/2)}{\hbar^{-1}} \int_{-\infty}^l \frac{dl'}{\sigma_{\Delta i}^2} - \frac{(2\nu_f + 1/2)}{\hbar^{-1}} \int_l^{+\infty} \frac{dl'}{\sigma_{\Delta f}^2} +$$

$$+ p_{0i} l \left(1 - \frac{\hbar \lambda_i}{p_{0i}^2} \left(2\nu_i + \frac{1}{2}\right)\right) - p_{0f} l \left(1 - \frac{\hbar \lambda_f}{p_{0f}^2} \left(2\nu_f + \frac{1}{2}\right)\right),$$

$\Delta S_{i,f}$  — приращения действия в каналах, вычисляемые по формуле

$$\Delta S_{i,f} = \pm \int_{\mp\infty}^l \Delta p_{i,f} dl' \mp \frac{(2\nu_{i,f} + 1/2)}{\hbar^{-1}} \int_{\mp\infty}^l \frac{dl'}{\sigma_{\Delta i,f}^2}, \quad \gamma^2 = \frac{4\nu_f + 1}{4\nu_i + 1},$$

$$\alpha_{i,f} = \frac{1}{2\hbar} (1 + \gamma^{\pm 2}) - \frac{i}{2\hbar} \sigma_{i,f}^2 \left( \frac{\sigma'_{i,f}}{\sigma_{i,f}} - \frac{1}{2} \frac{p_{i,f}}{p_{i,f}} \right); \quad Z_{i,f} = \frac{\sigma_{i,f}^2 \gamma^{\pm 2}}{(1 - \alpha_{i,f})(1 - \gamma^{\pm 2} \alpha_{i,f})}.$$

Амплитуда перехода между нечетно-нечетными и состояниями с разной четностью получается аналогичным образом, но только во втором случае вместо обычных потенциалов в каналах фигурируют соответствующие силы по координате  $s$ . Нетрудно убедиться в том, что выражение (11) переходит в известное выражение для эйкональной амплитуды, если классическая траектория вычисляется в рамках первого порядка теории возмущений (5).

В квазиклассическом пределе  $\Delta S \gg 1$ , и поэтому интеграл (11) можно вычислить по методу (СФ) в трех наиболее интересных случаях: 1) частица летит высоко над потенциальным барьером, 2) частица летит вблизи барьера, 3) частица туннелирует через узкий барьер (случай широкого барьера требует специального рассмотрения и поэтому здесь не приводится).

В этих случаях точка стационарной фазы определяет конфигурацию перехода и задается уравнением  $\Delta S'_l = 0$

$$\text{или} \quad p_i - p_f - \left(2\nu_i + \frac{1}{2}\right) \frac{\hbar}{\sigma_i^2} + \left(2\nu_f + \frac{1}{2}\right) \frac{\hbar}{\sigma_f^2} = 0, \quad (12)$$

где первые два члена характеризуют точку стационарности на классических траекториях, а два оставшихся являются квантовыми поправками.

Ниже вычисляется амплитуда перехода для случая 1) и качест-

венно исследуются случаи 2) и 3). Когда имеет место случай 1), из уравнения (12) в нулевом приближении получаем  $p_i^{(0)}(l^0) = p_f^{(0)}(l^0)$ . Т. е. фактически это условие стыковки импульсов входного и выходного каналов означает просто реализацию непрерывной действительной траектории изображающей точки, приводящей к перестройке в случае надбарьерных реакций. При этом, как известно, в конфигурационном пространстве возможно существование нескольких стационарных точек, т. е. нескольких путей, приводящих к перераспределению.

Дальнейшее упрощение в выражении (11) достигается, когда около точки перехода  $l^0$  путь реакции рассматривается с предельными кривизнами  $\rho_{\text{ист}} \rightarrow \{0 \text{ или } \infty\}$ . В этих случаях уравнение (6) решается явно:

$$\sigma_{i,f} = \beta_{i,f}^{(0)} \sqrt{p_{i,f}} \exp \left\{ i \tilde{u}_{i,f} \int_1^{l^0} \frac{dl'}{p_{i,f}} \right\} + \gamma_{i,f}^{(0)} \sqrt{p_{i,f}} \exp \left\{ -i \tilde{u}_{i,f} \int_1^{l^0} \frac{dl'}{p_{i,f}} \right\}, \text{ когда } \rho_{\text{ист}} \rightarrow 0$$

$$\sigma_{i,f} = \beta_{i,f}^{(\infty)} \sqrt{p_{i,f}} + \gamma_{i,f}^{(\infty)} \sqrt{p_{i,f}} \int_1^{l^0} \frac{dl'}{p_{i,f}}, \text{ когда } \rho_{\text{ист}} \rightarrow \infty,$$

где  $\beta_{i,f}^{(0,\infty)}$ ,  $\gamma_{i,f}^{(0,\infty)}$  — компоненты разложения  $\sigma_{i,f}$  около точки перехода  $l^0$ .

Отметим, что в случае вырождения асимптотики  $T$ -матрицы в классической точке стационарности  $l^0$  учет квантовых поправок в (12) позволяет получить некоторые, вообще говоря, комплексно-классические траектории, на которых асимптотика регулярна.

Напишем окончательное выражение для амплитуды реакций между четно-четными переходами, когда путь реакции слабо искривлен, а энергия столкновения умеренная

$$T_{2\nu_i \rightarrow 2\nu_f} = \sum_{k=1}^N \sqrt{\frac{2\pi\hbar}{\Delta S''(l_{0k})}} [T_{2\nu_i; 2\nu_f}^*(l_{0k}) + O(\hbar)] \exp \left\{ \frac{i}{\hbar} \Delta S(l_{0k}) + \frac{i\pi}{4} \text{sign} \Delta S''(l_{0k}) \right\}$$

$$T_{2\nu_i; 2\nu_f}^*(l_{0k}) = \frac{1}{\pi} 2^{-\nu_i - \nu_f - 2} \frac{\sqrt{(2\nu_i)!(2\nu_f)!}}{\nu_i! \nu_f!} \lambda_i^{1/4} \lambda_f^{1/4} F_1(-\nu_i, -\nu_f, 1/2, 1) \times$$

$$\times \left[ q_i \frac{V_i^{(0)}}{\sqrt{p_i}} \alpha_i^{\nu_i + \nu_f} \exp \left( -\frac{i}{\hbar} \Delta S_f(l_{0k}) \right) + q_f \frac{V_f^{(0)}}{\sqrt{p_f}} \alpha_f^{\nu_i + \nu_f} \exp \left( -\frac{i}{\hbar} \Delta S_f(l_{0k}) \right) \right],$$

$$q_j = (2i\lambda_j^{1/2}/p_{0j}\gamma_{2j})^{1/2} \gamma^{2\mu_j}, \quad \mu_j = \begin{cases} \nu_f, & j=i \\ -\nu_i, & j=f \end{cases}.$$

Отметим, что при движении вдоль координаты  $l$ , когда частица летит вблизи барьера (случай 2), возможны переходы, связанные с надбарьерным отражением (возбуждение системы). Такие переходы имеют меньшую вероятность, тем не менее их исследование представляет определенный интерес. Для учета эффектов их влияния на амплитуду перестройки следует использовать метод перевала (МП), т. е. учесть комплексные классические траектории, приводящие к отражению. Таких траекторий может быть много, и, хотя вклад каждой траектории в амплитуду экспоненциально мал, в сумме они могут сравниться с величинами основного члена.

В третьем из рассматриваемых случаев траектория движения частицы под барьером получается путем аналитического продолжения соответствующей классической траектории в комплексную плоскость (8). Поэтому для вычисления (11) можно применить метод перевала (МП). Тогда для точки перехода получается мнимое значение.

В заключение подчеркнем, что в рамках изучаемого метода возможно описание эффектов надбарьерного отражения и подбарьерного прохождения через однородные ВКБ-решения по координате  $l$ , а также учет ангармонических эффектов.

Автор благодарит Г. В. Дубровского и А. В. Богданова за многократные обсуждения.

Ленинградский государственный университет

Ա. Ս. ԳԵՎՈՐԴՅԱՆ

Գծային համակարգ կազմող երեք մարմինների վերադասավորումը  
պարաբոլիկ հավասարման մեթոդի շրջանակներում

Ցրման մատրիցայի համար պարաբոլիկ հավասարման մեթոդի հիման վրա ստացված է նոր քվադրատական ներկայացում՝ երեք մարմինների գրծային մոդելի շրջանակներում:

Հանգամանորեն ուսումնասիրված է ցրումից հետո մասնիկների վերադասավորման կարևոր հարցը.

$$1 + (3, 2)_{n_1} \rightarrow (1, 3)_{n_1} + 2$$

ինչպես վերխոչընդոտային, այնպես էլ ներխոչընդոտային դեպքում:

#### ЛИТЕРАТУРА — ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

- <sup>1</sup> W. H. Miller, T. F. George, Chem. Phys., v. 56 № 11 (1972). <sup>2</sup> М. Я. Овчинникова, ЖЭТФ, т. 67 (1974). <sup>3</sup> W. H. Miller, N. C. Handy, J. E. Adams, v. 72, № 1 (1980). <sup>4</sup> A. P. Clark, A. S. Dickinson, A. D. Richards, Adv. Chem. Phys, v. 36 (1977). <sup>5</sup> А. В. Богданов, Г. В. Дубровский, ТМФ, т. 30 (1977). <sup>6</sup> В. М. Бабич, Б. С. Булдырев, Асимптотические методы в задачах дифракции коротких волн, Наука, М., 1972. <sup>7</sup> А. Мессиа, Квантовая механика, т. 2, Наука М., 1979. <sup>8</sup> G. V. Dubrovsky, A. V. Bogdanov, Chem. Phys. Letters. v. 62 (1979).

УДК 631.465

БИОХИМИЯ

С. А. Абрамян, А. Ш. Галстян

## Об иммобилизации инвертазы в почве

(Представлено академиком АН Армянской ССР Э. К. Африкяном 1/III 1983)

Вопросы иммобилизации инвертазы ( $\beta$ -фруктофуранозидазы, КФ 3.2.1.26) в почве до настоящего времени не изучены. Установлено, что почва обладает высоким иммобилизующим свойством в отношении внеклеточных ферментов, которые химически комплексируются с ее минеральными и органическими коллоидами. Это придает ферментам сравнительно высокую устойчивость. Их определение позволяет выявить генетические особенности почв, оценить биологическую активность и степень плодородия (<sup>1-5</sup>).

В данной работе ставилась цель выявить основные носители при иммобилизации внеклеточной инвертазы в почве. Для этого из почвы были выделены препараты гуминовых кислот, фульвокислот, негидролизуемых коллоидов и остатка почвы, которые представляют в основном ее минеральную часть (<sup>6,7</sup>). Исследования проводили на различных типах почв: горно-луговая дерновая ( $A_d 0-11$  см), среднесуглинистая, гумус 15,7%, рН водной суспензии 5,0, сумма обменных катионов 23,0 мэкв на 100 г почвы, степень насыщенности основаниями 61,7%, активность инвертазы 123,0 мг глюкозы на 1 г почвы; чернозем выщелоченный ( $A_d 0-14$  см), тяжелосуглинистый, гумус 11,6%, рН 6,6, сумма обменных катионов 63,9 мэкв, активность инвертазы 74,6 мг; каштановая карбонатная ( $A 0-16$  см), среднесуглинистая, гумус 3,4%, рН 8,0, сумма обменных катионов 32,8 мэкв, активность инвертазы 36,4 мг. Для определения активности инвертазы препараты гумусовых веществ подвергали диализу и высушивали при 40—45°.

Навески (50 мг) свежесыделенного тонкорастертого гумусового препарата и по 1 г негидролизуемых коллоидов и остатка почвы помещали в колбы емкостью 50 мл, прибавляли 5 мл фосфатного буфера рН 8,0 и 0,2 мл толуола в качестве антисептика. Колбы с содержимым оставляли на сутки для пептизации препаратов, затем прибавляли 5 мл 6%-ного раствора сахарозы, приготовленного на фосфатном буфере рН 5,0 в случае гумусовых препаратов не насыщенных основаниями почв и рН 7,0—насыщенных. Контролем служили препараты без субстрата для учета их редуцирующих свойств, стерилизованные препараты (в автоклаве под давлением 1 ат. 1 ч или воздействуя сухим жаром при 180° в течение 3 ч, после предварительного увлажнения) и субстраты без препаратов. Колбы закрывали корковыми пробками, осторожно встряхивали и помещали в термостат при 30° на 24

ч. В процессе взаимодействия субстрата с гумусовыми препаратами колбы периодически встряхивали. По истечении соответствующего времени в колбы прибавляли 20 мл дистиллированной воды и фильтровали. В фильтрате (10 мл) редуцирующие сахара определяли по Бертрану (5). Активность инвертазы выражали в миллиграммах глюкозы на 1 г препарата.

Исследования показали, что гумусовые препараты—гуминовые кислоты и фульвокислоты обладают сравнительно более высокой активностью инвертазы, чем негидролизующие коллоиды и остаток почвы (таблица). Следовательно, внеклеточная инвертаза почвы в основном иммобилизована гумусовыми веществами. В не насыщенных основаниями горно-луговых почвах более высокой активностью инвертазы обладают препараты фульвокислот, а в насыщенных (чернозем, каштановая)—гуминовых кислот. Причем наблюдается определенное соответствие действия инвертазы в препаратах гумусовых кислот их соотношению в почве. Как известно, в насыщенных основаниями почвах гуминовые кислоты преобладают над фульвокислотами, отношение  $C_{гк} : C_{фк}$  больше единицы, а в ненасыщенных—меньше единицы. Высокая активность инвертазы в препаратах фульвокислот не насыщенных основаниями почв при непосредственном ее определении связана также со степенью пептизации гелей гумусовых препаратов. Гуминовые кислоты по сравнению с фульвокислотами пептизируются труднее. Опыты показали, что при дальнейшей пептизации препаратов гумусовых веществ активность инвертазы в них возрастает. Этот факт был установлен при повторном определении активности инвертазы в одних и тех же препаратах по мере их пептизации. Причем при каждом определении реакция проводилась в присутствии толуола в качестве антисептика.

Активность инвертазы препаратов, выделенных из различных типов почв (n=5)

Препарат	П о ч в а								
	горно-луговая			чернозем			каштановая		
	$M \pm m$	V	P	$M \pm m$	V	P	$M \pm m$	V	P
Гуминовая кислота	$75,9 \pm 3,1$	8,1	4,0	$63,4 \pm 2,6$	8,2	4,1	$38,6 \pm 1,3$	6,7	3,3
Фульвокислота	$149,9 \pm 13,5$	17,9	9,0	$25,5 \pm 2,1$	16,2	8,2	$17,4 \pm 1,3$	14,4	7,5
Негидролизующие коллоиды	$2,9 \pm 0,3$	21,4	10,7	$9,2 \pm 1,3$	33,7	14,1	$7,2 \pm 0,5$	13,9	6,9
Остаток почвы	$9,4 \pm 1,4$	24,5	14,9	$5,1 \pm 0,8$	25,5	15,7	$8,2 \pm 0,1$	1,8	1,2

Активность инвертазы гумусовых препаратов по сравнению с почвой со временем инактивируется значительно, что, по-видимому, связано с присутствием в них свободных ферментов, деиммобилизованных из минеральной части почвы в процессе препаративного выделения гуминовых и фульвокислот.

Приведенные данные свидетельствуют о высоком каталитическом свойстве препаратов гумусовых веществ гидролитически расщеплять  $\beta$ -фруктофуранозидную связь субстрата сахарозы. Активность инвертазы находится в тесной коррелятивной связи с содержанием гумуса в почве— $r=0,85+0,06$ ,  $t=14,2$ ,  $n=40$ . Инвертирующее свойство негидролизующих коллоидов и остатка почвы низкое или вовсе не обнаруживается, причем коэффициент вариации сравнительно высокий, а ошибка определения большая.

Изучение рН-зависимости препаратов гумусовых веществ свидетельствует о существовании двух форм инвертазы в почве (<sup>8</sup>). Для гумусовых веществ не насыщенных основаниями почв оптимум рН-действия фермента 5,0, а насыщенных—7,0. Это необходимо учитывать при биодиагностике и индикации различных типов почв и оценке их биологической активности.

Институт почвоведения и агрохимии  
МСХ Армянской ССР

Ս. Ա. ԱՐՐԱՀԱՄՅԱՆ, Ա. Շ. ԳԱԼՍՅԱՆ

### Ինվերտազայի իմոբիլիզացումը հողում

Ուսումնասիրված է սևահողի, լեռնա-մարգագետնային և շագանակագույն հողերի կողմից ինվերտազա ֆերմենտի իմոբիլիզացումը: Այս նրպատակով ուսումնասիրվող հողերից անջատվել են հումինաթթուների, ֆուլվոթթուների, չհիդրոլիզվող կոլոիդների և անօրգանական մասի պրեպարատներ և որոշվել նրանց ինվերտազայի ակտիվությունը: Պարզվել է, որ հումինաթթուների և ֆուլվոթթուների պրեպարատներն ունեն ինվերտազայի ավելի բարձր ակտիվություն, քան չհիդրոլիզվող կոլոիդները և հողի մնացորդը: Ուստի հողում արտաբջջային ինվերտազան հիմնականում կապված է հումինաթթուների և ֆուլվոթթուների հետ և վերջիններս հանդիսանում են այդ ֆերմենտի կրողները: Հողի կողմից ինվերտազայի իմոբիլիզացումը նրան տալիս է բարձր կայունություն:

### ЛИТЕРАТУРА — ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

- <sup>1</sup> Т. А. Щербакова, В. П. Максимова, Н. А. Галушко, ДАН БССР, т. 14, 7 (1970).
- <sup>2</sup> J. M. Sarkar, L. Battstic, J. Mayaudon, Soil Biol. and Biochem., v. 12, 4 (1980).
- <sup>3</sup> R. G. Burns, M. H. El-sayed, A. D. McLaren, Soil Biol. Biochem., v. 4, (1972). <sup>4</sup> B. Ceccanti, P. Nannipleri, S. Cervelli, Saqui, Soil Biol. Biochem, v. 10 (1978). <sup>5</sup> А. Ш. Галстян, Ферментативная активность почв Армении, Ереван, 1974. <sup>6</sup> Д. С. Орлов, Л. А. Гришина, Практикум по химии гумуса. Изд. МГУ, 1981. <sup>7</sup> М. М. Кононова, Органическое вещество почвы, Наука, М., 1983. <sup>8</sup> А. Ш. Галстян, С. А. Абрамян, ДАН АрмССР, т. 71, № 3 (1980).

УДК 611.98 : 578.824.11—092.9—085.371

БИОХИМИЯ

А. С. Агабалян, А. Ф. Казанчян, А. С. Сафарян, Г. Г. Галустян,  
К. А. Казарян, М. В. Татъян, Р. А. ЗахарянХарактеристика двуспиральных РНК, выделенных из препарата  
нуклеината натрия

(Представлено академиком АН Армянской ССР Э. Г. Африкяном 3/V 1983)

В последнее десятилетие в терапии различных заболеваний с успехом используются препараты РНК, полученные из дрожжей в форме натриевой соли,—нуклеинат натрия (НН) (<sup>1-3</sup>). Исследования по метаболизму вирусных РНК и стимулированию синтеза интерферона клетками животных привели к обнаружению в неинфицированных клетках двуспиральных (дс) РНК. Эти наблюдения показали, что у многих живых организмов выявлена устойчивая к панкреатической рибонуклеазе клеточная РНК, имеющая двуспиральную структуру (<sup>4-6</sup>). Эти дс РНК обладают выраженными биологическими свойствами, в частности они являются сильными индукторами интерферона (<sup>7</sup>).

Целью настоящей работы явилось изучение в составе официальных препаратов дрожжевых РНК и нуклеината натрия наличия дс РНК, а также исследование некоторых ее физико-химических и биологических свойств.

Дс РНК из препарата нуклеината натрия получали по методу Кроненберга и Хамфрейса (<sup>8</sup>), включающему обработку тотального препарата РНК-азой, фенольную депротенинизацию и фракционирование 4 М хлористым литием. О степени чистоты препаратов РНК судили по отношению  $E_{260}/E_{280}$ , которое во всех случаях было равно 2,0. Дальнейшее фракционирование дс РНК проводили на колонках с немодифицированной целлюлозой. Для обработки препаратов РНК нуклеазой SI РНК вносили в инкубационную среду следующего состава: 0,03 М Na-ацетатный буфер, рН 4,6, 0,05 М NaCl, 1 мМ ZnSO<sub>4</sub>, 5%-ный глицерин, добавляли нуклеазу SI (2000 ед. активности) и инкубировали в течение 15 мин при 45°. Реакцию останавливали охлаждением. Электрофорез препаратов РНК в 1,5%-ном геле агарозы проводили по общепринятому способу (<sup>9</sup>).

Электронно-микроскопическую визуализацию препаратов РНК проводили на электронном микроскопе BS-613 с ускоряющим напряжением 80 кВ. Молекулярные веса определяли по Лангу (<sup>10</sup>).

Для изучения формирования первичного иммунного ответа к ксеногенному антигену последний вводили внутривенно в дозе  $5 \times 10^8$ , а препарат дс РНК—в дозе 10 мкг на мышь в разные дни по отношению к тест-иммунизации. Количество антителообразующих клеток (АОК) определяли с помощью метода локального гемолиза в геле на 4 сутки после введения антигена (<sup>11</sup>).

Тотальную РНК препарата НН фракционировали на колонке с немодифицированной целлюлозой, предварительно обработав ее РНК-азой (20 мкг/мл) и 4 М раствором хлористого лития. Элюцию РНК проводили буфером STE с 15% этанола и чистым буфером STE. При этом РНК вымывалась с колонки тремя пиками, из которых первый (фракции 13-27) соответствует односпиральным молекулам РНК и элюируется буфером STE с 15% этанола, в то время как дс РНК элюируется двумя небольшими пиками (фракции 37-43 и 46-58) только чистым STE буфером (рис. 1). Наши данные, полученные по хроматографическому поведению одно- и двуспиральных РНК на колонках с немодифицированной целлюлозой, полностью коррелируют с результатами других авторов (8). Проведенные расчеты показали, что описанный способ фракционирования позволяет получить около 100—200 мкг дс РНК при использовании 1 г тотального препарата НН.

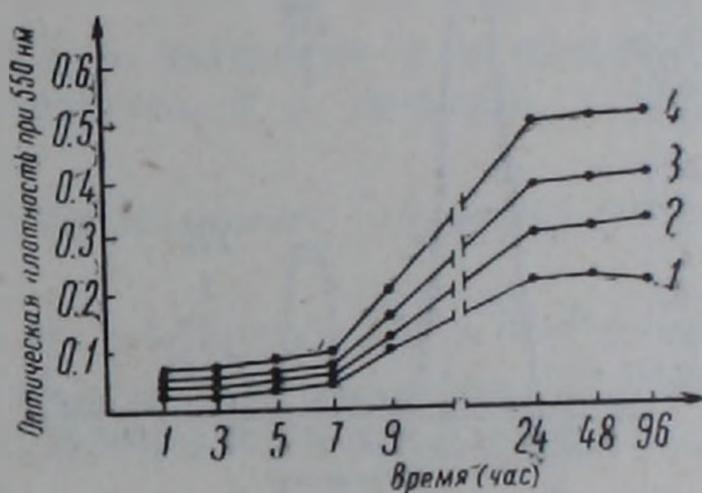


Рис. 1. Фракционирование РНК на немодифицированной целлюлозе

Выделенную описанным путем РНК идентифицировали как двуспиральную по нескольким тестам: по отношению к действию панкреатической рибонуклеазы в среде с высокой ионной силой, нуклеазы SI, а также электронно-микроскопически. Как показали результаты, полученные препараты РНК оказались резистентными к действию РНК-азы, в то время как односпиральные формы практически полностью перевариваются РНК-азой. Для дальнейшего подтверждения двуспиральности полученных РНК их подвергали воздействию SI нуклеазы, избирательно действующей только на односпиральные формы нуклеиновых кислот. Как и предполагалось, полученные препараты РНК оказались в отличие от тотального препарата резистентными к действию этого фермента.

Электронно-микроскопическая визуализация препаратов РНК выявила набор двуспиральных молекул РНК с молекулярным весом от  $0,06 \times 10^6$  до  $1,2 \times 10^6$  дальтон (Д). Наиболее часто встречающимися типами дс РНК, выделенными из тотального препарата НН, являются дс РНК с молекулярным весом  $0,13 \times 10^6$  (21%),  $0,26 \times 10^6$  (21%) и  $0,4 \times 10^6$  Д (16%).

Специальная серия экспериментов была посвящена изучению биологической активности выделенных и физико-химически и электронно-микроскопически охарактеризованных дс РНК. Ранее было показано, что тотальные препараты РНК стимулируют рост медленно растущих штаммов бактерий (12). Нами изучено действие односпи-

ральных и двуспиральных РНК на рост бактерий *Salmonella derby*. Установлено, что оба препарата оказывают стимулирующее действие на рост бактерий, причем хотя концентрация препаратов дс РНК и была в 2000 раз меньше, однако стимулирующее действие обоих препаратов практически было одинаковым. Эти данные подтверждают наше предположение о том, что в ряде случаев стимулирующая активность дрожжевых РНК зависит от содержащихся в них двуспиральных форм РНК (рис. 2).

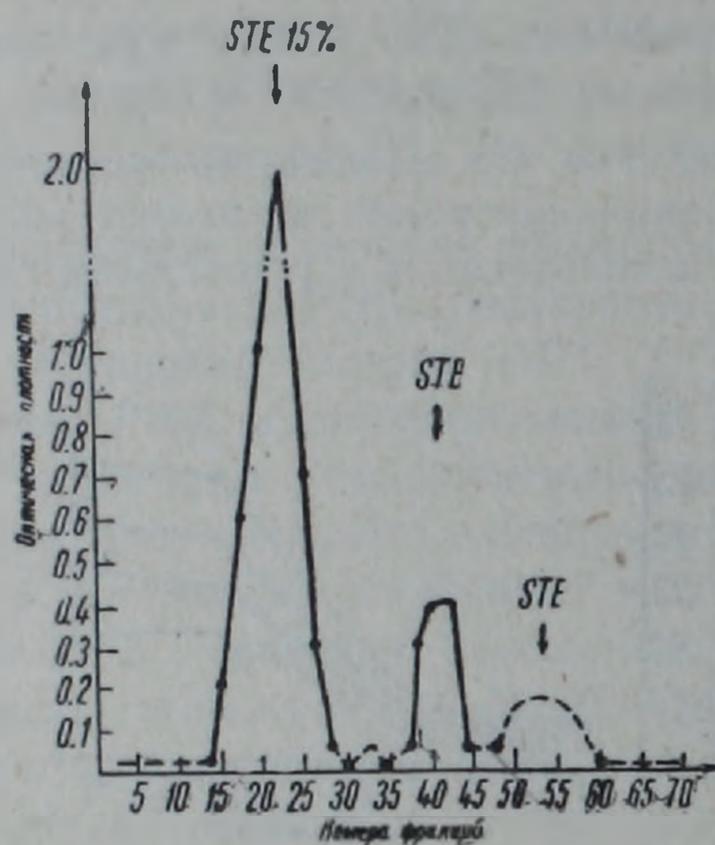


Рис. 2. Стимуляция роста бактерий *Salmonella derby* препаратами дс РНК: 1—контроль; 2—5 мкг дс РНК; 3—10 мкг дс РНК; 4—100 мкг дс РНК

В экспериментах по выявлению влияния дс РНК и НН на процесс формирования первичного иммунного ответа к ксеногенному антигену было показано, что количество антителообразующих клеток у подопытных животных, получавших препараты РНК, практически не отличалось от таковых у контрольных мышей (таблица). Это свидетельствует о том, что в условиях данного эксперимента изучаемые препараты не оказывают влияния на процессы образования гемолизинпродуцирующих клеток и гемагглютининов. В то же время сти-

Влияние дс РНК на первичный иммунный ответ

Материал	Концентрация	Время введения препарата	Количество клеток в селезенке	Количество антителообразующих клеток в селезенке
Эритроциты барана (контроль)	$5 \times 10^8$	—	347	136773
дс РНК	10 мкг/мышь	За 24 ч до введения антигена	258	100925
НН	3,5 мг/мышь	—	321	92931
дс РНК	10 мкг/мышь	Одновременно с введением антигена	300	199067
НН	3,5 мг/мышь	—	290	142487

муляция первичного иммунного ответа препаратами НН, обнаруженная другими авторами (<sup>1</sup>), зависит по-видимому от использования другого антигена.

Таким образом, наши эксперименты по выявлению биологической активности препаратов дс РНК и НН позволяют предположить, что по крайней мере некоторые эффекты, вызываемые официальным препаратом НН, по-видимому, зависят от присутствия в них дс РНК. Малые дозы этой формы РНК, ответственные за стимуляцию роста бактерий, в отличие от нуклеината натрия позволяют еще больше расширить спектр применения дс РНК, особенно в тех случаях, когда очень большие концентрации официального препарата могут оказаться токсичными.

Институт экспериментальной биологии  
Академии наук Армянской ССР

Ա. Ս. ԱՂԱՐԱՅԱՆ, Ա. Յ. ՂԱԶԱՆՉՅԱՆ, Ա. Ս. ՍԱՅԱՐՅԱՆ, Հ. Գ. ԳՍԼՍՏՅԱՆ,  
Կ. Ա. ՂԱԶԱՐՅԱՆ, Մ. Վ. ՏԱՏՅԱՆ, Ռ. Ա. ԶԱՔԱՐՅԱՆ

### Na-նուկլեինատից անջատած երկթելանի ՌՆԹ-ի բնութագիրը

Ուսումնասիրված են երկթելանի (ԵԹ) ՌՆԹ-ի որոշ ֆիզիկաքիմիական և կենսաբանական առանձնահատկությունները: ԵԹ ՌՆԹ-ի ստացվել է վաճառքում եղած խմորասնկերի ՌՆԹ-ի Na-ական աղից Կրոնենբերգի և Հյումֆրեյսի եղանակով (<sup>8</sup>): Մաքրված ԵԹ ՌՆԹ-ն նույնացվել է էլեկտրաֆորետիկ և էլեկտրոնային միկրոսկոպիկ եղանակներով, ինչպես նաև պանկրեատիկ ռիբոնուկլեազայի և S 1 նուկլեազայի ազդեցությամբ:

Ցույց է տրված, որ նշված եղանակով ստացված ՌՆԹ-ն կայուն է այդ ֆերմենտների հանդեպ, մինչդեռ մեկթելանի ՌՆԹ-ն՝ ոչ: Ըստ էլեկտրոնային միկրոսկոպիկ հետազոտության տվյալների ԵԹ ՌՆԹ-ի մոլեկուլային կշիռը գտնվում է  $0,06 \cdot 10^6 - 1,2 \cdot 10^6$  դալտոն սահմաններում:

Ցույց է տրված, որ ԵԹ ՌՆԹ-ն խթանում է S. derby միկրոբների աճը: Մեր փորձերում քսենոգեն անտիգենի նկատմամբ իմուն պատասխանի փոփոխություն ինչպես Na-նուկլեինատի, այնպես էլ ԵԹ ՌՆԹ-ի ազդեցության տակ ճազարների մոտ չի հայտնաբերվում:

### ЛИТЕРАТУРА — ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

- <sup>1</sup> А. М. Земсков, В. М. Земсков, В. Г. Передерий, ЖМЭИ, т. 9, 13 (1982).
- <sup>2</sup> А. М. Земсков, В. М. Земсков, В. Г. Передерий и др., Антибиотики, т. 9, 23 (1969).
- <sup>3</sup> Б. Б. Фукс, С. Ф. Шершевская, Л. М. Попова, Бюлл. эксп. биол. мед., т. 9, 23 (1969).
- <sup>4</sup> L. Montagnier, C. r. Acad. Sci. D. v. 287, 1417 (1968). <sup>5</sup> C. Colby, B. Stollar, M. Simon, Nature, New Biol., v. 229, 172 (1971). <sup>6</sup> А. П. Рысков, Успехи совр. биол. т. 86, 163 (1978). <sup>7</sup> W. Carter, E. De Clerq, Science, v. 186, 1172 (1974). <sup>8</sup> L. Kronenberg, Huphreys, Biochemistry, v. 11, 2020 (1972). <sup>9</sup> Р. А. Захарян, А. С. Агабалян, Л. А. Чил-Акопян и др. ДАН АрмССР, т. 53, 42 (1976). <sup>10</sup> D. Lang, J. Mol. Biol., v. 54, 557 (1970). <sup>11</sup> N. Yerne, A. Pordin, Science, 140 (1963). <sup>12</sup> А. М. Земсков, А. А. Харикова, Л. П. Иванова и др., Лабор. дело, т. 9, 565 (1978).

Բ Ո Վ Ա Ն Դ Ա Կ ՈՒ Թ Յ ՈՒ Ն LXXVII Հ Ա Տ ՈՐ Ի

ՄԱԹԵՄԱՏԻԿԱ

	էջ
Ա. Ա. Շանինյան—Շոշափումային հարմոնիկ և գրադիենտային մոտարկումներ	3
Ս. Վ. Շանվերդյան—Կառավարման փոփոխության սահմանափակումով դիսկրետ համակարգերի օպտիմիզացիա	6
Վ. Ա. Միրզոյան—Ենթաբազմաձևության նորմալ դեֆեկտականությունը	11
Ա. Ա. Թալալյան—Հարի գրո-շարքերի գրոյի զուգամիտելու արագության մասին	16
Լ. Դ. Կրիգորյան—Է. Լանդաուի մի թեորեմի վերաբերյալ	20
Վ. Ռ. Ֆատալով—Ոչ համասեռ գաուսյան պատահական դաշտի մաքսիմուսի բաշխման ֆունկցիայի ճշգրիտ ասիմպտոտիկա	25
Յու. Մ. Մովսիսյան—Կոնույնությունները հանրահաշիվներում	51
Ի. Գ. Խաչատրյան—Կիսառանցքի վրա բարձր կարգի դիֆերենցիալ օպերատորների համար ցրման հակադարձ խնդրի լուծելիության անհրաժեշտ և բավարար պայմաններ	55
Ղ. Ս. Ղազարյան—Կշռային LP տարածություններում համալուծ եռանկյունաչափական շարքերի հանրագումարումը ըստ Աբելի և կշռային H <sup>p</sup> տարածություններ	59
Լ. Ա. Բաղդասարյան—Դիրակի և Շտուրմ-Լիուվիլի ռեզուլյար օպերատորների պոտենցիալների վերականգնման մասին	99
Ռ. Գ. Սիմոնյան—Մաժորիտար տարածություններով ծնված տոլերանտության տարածությունները	103
Վ. Կ. Բրուտյան—Անորոշ պարամետրներով մարկովյան ղեկավարելի համակարգերի սինթեզը	108
Վ. Ա. Վաթյանյան—Բուլյան ֆունկցիաների դինամիկ տեսության բարդության մասին	113
Ա. Ա. Բաբաջանյան—Օպերատորների հավասարումների լուծման խտրատիվ մեկ սխեմայի մասին	147
Կ. Գ. Գևորգյան—Որոշ օրթոգոնալ շարքերի միակության բազմությունների մասին	151
Ա. Հ. Մաբտիբոսյան—Նախնական ինֆորմացիայի հետ հիպոթեզների համաձայնեցվածության ազդեցությունն ինդուկտիվ արտածման բարդության վրա	154
Լ. Ջ. Գևորգյան—Օպերատորների սուբնորմալության հայտանիշը և մոմենտների աստիճանային պրոբլեմը	158
Ն. Ն. Թովմասյան, Լ. Ա. Աղասյան—Լապլասի հավասարման համար անվերջ բազմակապ տիրույթներում խառը խնդրի լուծումը հաջորդական մոտավորությունների մեթոդով	162
Ռ. Վ. Հակոբյան—Հետքերի բանաձևը J-ոչ բացասական օպերատորների համար միջուկային գրգռումների դեպքում	195
Վու Կիմ Թուան—Վոլտերայի տիպի ինտեգրալային հավասարումներ, որոնք կորիզում պարունակում են F <sub>2</sub> և G <sub>2</sub> ֆունկցիաները	201

ԿԻՐԱՌԱԿԱՆ ՄԱԹԵՄԱՏԻԿԱ

Ա. Գ. Թաղևոսյան—Օրինակների լրիվ համակարգ կառուցելու խնդրի որոշ լուծելի դեպքերի մասին	64
Ս. Ս. Աղայան, Ա. Կ. Մաթևոսյան, Ա. Ա. Մուրադյան—Թվային ֆիլտրեր ըստ Հաարի համակարգերի ընտանիքի	117
Վ. Կ. Բրուտյան—Մարկովյան ղեկավարելի համակարգերում հետևելու մասին խնդրի վերաբերյալ	205

ՄԵՆԱՆԻԿԱ

Ս. Ս. Ջալալյան—Լամբի հավասարումներից ստացված սինգուլյար ինտեգրալ հավասարումների համակարգի լուծումների վարքագիծը, եզրագծի անկյունային կետերի շրջակայքում	30
---	----

Գ. Լ. Պետրոսյան, Գ. Մ. Մուսայելյան—Սակոտկեն նյութի իրական մեխանիկական հատկությունների որոշման ալգորիթմը . . . . .	69
Գ. Լ. Պետրոսյան—Սակոտկեն նյութերի ամրության շափանիչի մասին . . . . .	73
Ս. Ա. Ջարգարյան—Առաձգականության տեսության հարթ խնդրի սինգուլյար ինտեգրալ հավասարումների համակարգի լուծման եզակիությունների որոշումը հզրում տված լարումների դեպքում . . . . .	167

**ՀԻԴՐՈՄԵԿԱՆԻԿԱ**

Ջ. Ս. Թուրոսյան—Սեպարացիայի սահմանի հետազոտումը . . . . .	208
---	-----

**ԱՌԱՋԳԱԿԱՆՈՒԹՅԱՆ ՏԵՄՈՒԹՅՈՒՆ**

Ն. Ֆ. Մուրզոզով, Մ. Վ. Պանկլտո—Երկշափանի առաձգականության դիսկրետ մոդելների մասին . . . . .	122
Ա. Վ. Մանժիրով—Ոչ գծային առաձգամածուցիկ մարմիններում անցքերի մոտ լարումների կոնցենտրացիայի վրա անհամասեռ ծերացման ազդեցության մասին . . . . .	214

**ՖԻԶԻԿԱ**

Ն. Ս. Անանիկյան, Գ. Լ. Բալայան—Դիագրամների գումարումը լեծանդրի ձևափոխության միջոցով՝ ըստ սկալյար պարամետրի: Բարձր կարգեր . . . . .	36
Վ. Ն. Հայրսույետյան, Յու. Ն. Հայրապետյան—Ջերմաստիճանից գծայնորեն կախված գործակցով ջերմահաղորդականության ոչ գծային հավասարման լուծման գնահատումը . . . . .	40
Թ. Ս. Վարդանյան—Ռենտգենյան ճառագայթների դիֆրակցիայի տեսության մեջ ինվարիանտության սկզբունքի կիրառման մասին . . . . .	127
Ա. Հ. Դուրգարյան—Ուլտրաձայնի ազդեցության տակ դիսլոկացիաների թերմոակտիվացված շարժման ուղադրություն սպեկտրը . . . . .	173
Վ. Ն. Մկրտչյան, Մ. Լ. Տեր-Միքայելյան, Վ. Հ. Չալիկյան—Երկու ֆոտոնի ճառագայթումը ատոմի կողմից ռեզոնանսային դաշտում . . . . .	178
Պ. Ս. Պողոսյան, Վ. Գ. Սիմոնյան, Ա. Մ. Խաչատրյան—Ջերմային իներաֆոնոկուսացման ազդեցությունը ՕԹՈՒ-երի ժամանակային բնութագրերի վրա . . . . .	182
Ա. Ս. Գեվորգյան—Գծային համակարգ կազմող երեք մարմինների վերադասավորումը պարաբոլիկ հավասարման մեթոդի շրջանակներում . . . . .	219

**ՀԻԴՐԱՎԼԻԿԱ**

Ա. Մ. Բարխուդարյան—Նոդոլակներում և հիդրոդինամիկ հարթաչափման համակարգերում հեղուկի տատանումները զանգվածային ուժերի դաշտում . . . . .	186
---	-----

**ՕՐԳԱՆԱԿԱՆ ՔԻՄԻԱ**

Վ. Կ. Պիժով, Վ. Ն. Ջալիլջևի, Գ. Մ. Պողոսյան—Սիմ-տրիագին պարունակող քլորանհիդրիդի և դիֆենիլուպրոպանի բարձրջերմաստիճանային պոլիկոնդենսացման կինետիկան . . . . .	45
---	----

**ՄՈԼԵԿՈՒԼԱՅԻՆ ԿԵՆՍԱԲԱՆՈՒԹՅՈՒՆ**

Գ. Ս. Խաչատրյան, Հ. Գ. Գալստյան—Կորիզային ՌՆԹ-ի պարունակությունը գըլխուղեղի նեյրոնային և գլխալ հարստացված ֆրակցիաներում պուրին և պիրիմիդին պարունակող ցիկլիկ նուկլեոտիդների ազդեցության դեպքում . . . . .	77
Թ. Գ. Անտոնյան, Կ. Հ. Գանազուլյան, Ն. Ն. Սարգսյան, Փ. Ա. Կծոյան—S. derby K 89-ի ռադիոռեզիստենտ՝ ԴՆԹ-պոլիմերազա 1-ին դեֆեկտ կրող շտամները . . . . .	132

**ԲԻՈՔԻՄԻԱ**

Փ. Ս. Գևորգյան, Ա. Ս. Հովհաննիսյան, Կ. Վ. Մայսուրյան—Երիկամային հյուսվածքում որոշ ամինաթթուների դեամինացման պրոցեսներին մասնակցող ֆերմենտների ակտիվության կանոնավորման հարցի շուրջ . . . . .	136
Ս. Ա. Աբրահամյան, Ա. Շ. Գալստյան—Ինվերտազայի իմոբիլիզացումը հողում . . . . .	225
Ա. Ս. Աղաբալյան, Ա. Ֆ. Ղազանչյան, Ա. Ս. Սաֆարյան, Հ. Գ. Գալստյան, Կ. Ա. Վազարյան, Մ. Վ. Տատյան, Թ. Ա. Ջաֆարյան—Na-նուկլեինատից անջատած երկթելանի ՌՆԹ-ի բնութագրերը . . . . .	228

ՄԻՋԱՏԱԲԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

Մ. Յու. Քալաշյան—Pristonychus Dej. սեռի նոր տեսակ Հայաստանից (Coleoptera, Carabidae)	81
Մ. Ա. Մարջանյան—Չրխկան բզեզների նոր տեսակ ՍՍՀՄ-ից	141

ՖԻԶԻՈԼՈԳԻԱ

Թ. Կ. Կիպրիյան, Ա. Ս. Անդրեասյան, Վ. Ա. Չավուշյան—Ողնուղեղի նեյրոնների բիոէլեկտրական ակտիվությունը մակերիկամները հեռացված առնետների մոտ	84
Գ. Կ. Խաչվանճյան, Է. Գ. Կասյան—Տարածական սումացիայի օրինաչափությունները կատունների գլխուղեղի կեղևի լատերալ սուպրասիլվյան շրջանի նեյրոնների ռեցեպտիվ դաշտերում	89
Ի. Լ. Ջավադյան, Մ. Բ. Աֆրիկյան—Կատունների գլխուղեղի կեղևի լատերալ սուպրասիլվյան շրջանի նեյրոնների ռեցեպտիվ դաշտերի կառուցվածքը	93

## СОДЕРЖАНИЕ LXXVII ТОМА

## МАТЕМАТИКА

А. А. Шагинян—О касательной гармонической и градиентной аппроксимации	3
С. В. Шахвердян—Оптимизация дискретных систем с ограничением на изменение управления	6
В. А. Мирзоян—Нормальная дефектность подмногообразия	11
А. А. Талалаян—О скорости сходимости к нулю нуль-рядов по системе Хаара	16
Л. Д. Григорян—К одной теореме Ландау	20
В. Р. Фаталов—Точная асимптотика функции распределения максимума гауссовского неоднородного случайного поля	25
Ю. М. Мовсисян—Котождества в алгебрах	51
И. Г. Хачатрян—Необходимые и достаточные условия разрешимости обратной задачи рассеяния для дифференциальных операторов высших порядков на полуоси	55
К. С. Казарян—Суммирование по Абелю сопряженных тригонометрических рядов в весовых пространствах $L^p$ и весовые пространства $H^p$ , $1 < p < \infty$	59
Л. А. Багдасарян—О восстановлении потенциалов регулярных операторов Дирака и Штурма—Лиувилля	99
Р. Г. Симонян—Пространства толерантности, порожденные мажоритарными пространствами	103
В. К. Брутян—Синтез марковских управляемых систем с неопределенными параметрами	108
В. А. Варданян—О сложности динамических тестов для булевых функций	113
А. А. Бабаджанян—Об одной итеративной схеме решения операторных уравнений	147
Г. Г. Геворкян—О множествах единственности для некоторых ортогональных рядов	151
А. А. Мартиросян—О влиянии согласованности гипотез с исходной информацией на сложность индуктивного вывода	154
Л. З. Геворкян—Критерий субнормальности операторов и степенная проблема моментов	158
Н. Е. Товмасын, Л. А. Агасян—Решение смешанной задачи для уравнения Лапласа методом последовательных приближений в многосвязных неограниченных областях	162
Р. В. Акопян—О формуле следов для $J$ -неотрицательных операторов при ядерных возмущениях	195
Бу Ким Таун—Интегральные уравнения Вольтерра, содержащие функции $F_2$ и $G_2$ в ядре	201

## ПРИКЛАДНАЯ МАТЕМАТИКА

А. Г. Тадевосян—О некоторых разрешимых случаях проблемы построения полной системы примеров	64
С. С. Агаян, А. К. Матевосян, А. А. Мурадян—Цифровые фильтры по семейству Хаара	117
В. К. Брутян—К задаче о преследовании в случае марковских управляемых систем	205

## МЕХАНИКА

С. С. Заргарян—Об асимптотике решений системы сингулярных интегральных уравнений, порожденной уравнениями Ламе, в окрестности угловых точек контура	30
---	----

- Г. Л. Петросян, Г. В. Мусаелян*—Алгоритм вычисления действительных механических свойств пористого материала . . . . . 69
- Г. Л. Петросян*—О критерии прочности пористых материалов . . . . . 73
- С. С. Заргарян*—Об особенностях решений системы сингулярных интегральных уравнений плоской теории упругости при заданных на границе напряжениях 167

#### ГИДРОМЕХАНИКА

- Дж. С. Торосян*—Исследование предела сепарирования . . . . . 208

#### ТЕОРИЯ УПРУГОСТИ

- Н. Ф. Морозов, М. В. Паукшто*—О дискретных моделях двумерной теории упругости . . . . . 122
- А. В. Манжиров*—О влиянии неоднородного старения на концентрацию напряжений около отверстий в нелинейных вязкоупругих телах . . . . . 214

#### ФИЗИКА

- Н. С. Ананикян, Г. Л. Балаян*—Суммирование диаграмм с помощью преобразования Лежандра по скалярному параметру. Высшие порядки . . . . . 36
- В. Н. Айрапетян, Ю. Н. Айрапетян*—Оценка решения нелинейного уравнения теплопроводности с коэффициентом, линейно зависящим от температуры . . . . . 40
- Р. С. Варданян*—О применении принципа инвариантности в теории дифракции рентгеновских лучей . . . . . 127
- А. А. Дургарян*—Спектр релаксации термоактивного движения в условиях ультразвукового нагружения . . . . . 173
- В. Е. Мкртчян, М. Л. Тер-Микаелян, В. О. Чалтыкян*—Излучение двух фотонов атомом в поле резонансного излучения . . . . . 178
- П. С. Погосян, В. Г. Симонян, А. М. Хачатрян*—Влияние тепловой самофокусировки на временные характеристики ОКУ . . . . . 182
- А. С. Геворкян*—Перестройка в линейной системе трех тел в рамках метода параболического уравнения . . . . . 219

#### ГИДРАВЛИКА

- А. М. Бархударян*—Колебание жидкости в трубопроводах и в системах гидродинамических нивелиров в поле массовых сил . . . . . 186

#### ОРГАНИЧЕСКАЯ ХИМИЯ

- В. К. Пыжов, В. Н. Заплишный, Г. М. Погосян*—Кинетика высокотемпературной поликонденсации дифенилолпропана и симм-триазинсодержащего хлорангидрида . . . . . 45

#### МОЛЕКУЛЯРНАЯ БИОЛОГИЯ

- Г. С. Хачатрян, Г. Г. Галстян*—Содержание ядерной РНК в обогащенных нейрональной и глиальной фракциях головного мозга при действии пурин- и пиримидинсодержащих циклических нуклеотидов . . . . . 77
- Р. Г. Антонян, К. Г. Данагулян, Н. Н. Саркисян, Ж. А. Кцоян*—Радиорезистентные, дефектные по ДНК-полимеразе типа I штаммы *Salmonella derby* К 89 . . . . . 132

#### БИОХИМИЯ

- Ж. С. Геворкян, А. С. Оганесян, К. В. Майсуриян*—К вопросу регуляции активности ферментов, принимающих участие в процессах деаминирования некоторых L-аминокислот в почечной ткани . . . . . 136
- С. А. Абрамян, А. Ш. Галстян*—Об иммобилизации инвертазы в почве . . . . . 225
- А. С. Агабалян, А. Ф. Казанчян, А. С. Сафарян, Г. Г. Галустян, К. А. Казарян, М. В. Татьяна, Р. А. Захарян*—Характеристика двуспиральных РНК, выделенных из препарата нуклеината натрия . . . . . 228

## ЭНТОМОЛОГИЯ

- М. Ю. Калашян*—Новый вид рода *Pristonychus* Dej. из Армении (Coleoptera, Carabidae) . . . . . 81
- М. А. Марджанян*—Два новых вида жуков-щелкунов из СССР (Coleoptera, Elateridae) . . . . . 141

## ФИЗИОЛОГИЯ

- Т. К. Киприян, А. С. Андреасян, В. А. Чавушян*—Биоэлектрическая активность нейронов спинного мозга адреналэктомированных крыс . . . . . 84
- Д. К. Хачванкян, Э. Г. Касьян*—Закономерности процессов пространственной суммации в рецептивных полях нейронов латеральной супрасильвиевой области коры мозга кошки . . . . . 89
- Р. Л. Джавадян, М. Б. Африкян*—Пространственная организация рецептивных полей нейронов латеральной супрасильвиевой области коры мозга кошки . . . . . 93

C O N T E N T S of LXXVII volume

MATHEMATICS

	P.
<i>A. A. Shahinian</i> —On tangential harmonic and gradient approximation . . . . .	3
<i>S. V. Shahverdian</i> —The optimization of discrete systems with the limitation on control variation . . . . .	6
<i>V. A. Mirzoyan</i> —The normal nullity of submanifold . . . . .	11
<i>A. A. Talalyan</i> —On the rapidity of convergence to zero of Haar system null series . . . . .	16
<i>L. D. Grigorian</i> —To a theorem of E. Landau . . . . .	20
<i>V.R. Fatalov</i> —The exact asymptotic for distribution function of maximum of Gaussian nonhomogeneous random field . . . . .	25
<i>Yu. M. Movsisian</i> —Coidentities in algebra . . . . .	51
<i>I. G. Khachatryan</i> —The necessary and sufficient conditions for the solvability of the inverse scattering problem for the high order differential operators on the half-line . . . . .	55
<i>K. S. Kazarian</i> —Summation of conjugate trigonometric series in the weighted $L^p$ spaces and weighted $H^p$ , $1 < p < \infty$ , spaces . . . . .	59
<i>L. A. Baghdasarian</i> —On the recovery of potentials of regular operators of Dirac and Sturm—Liouville . . . . .	99
<i>R. G. Simonian</i> —Tolerance spaces generated by majority spaces . . . . .	103
<i>V. K. Brutian</i> —Markov's control system synthesis with unknown parameters. . . . .	108
<i>V. A. Vardanian</i> —On the complexity of dynamic tests for Boolean functions . . . . .	113
<i>A. A. Babadjanian</i> —On an iterative design of the solving the operator equations . . . . .	147
<i>G. G. Gevorkian</i> —On sets of uniqueness for some orthogonal series . . . . .	151
<i>A. H. Martirosian</i> —The consistency of the hypotheses to the initial information and its influence on the complexity of inductive inference . . . . .	154
<i>L. Z. Gevorkian</i> —On the subnormality criterion of operators and momentum power problem . . . . .	158
<i>N. E. Toumasian, L. A. Aghasian</i> —Solution of mixed problem for the Laplace equation on the infinite multiconnected domain by iterated approximation method . . . . .	162
<i>R. V. Hakopian</i> —About the trace formula of $J$ -nonnegative operators during perturbation by trace class. . . . .	195
<i>Wo Kim Twan</i> —Volterra's integral equations, which include the functions $F_2$ and $G_2$ in the kernel . . . . .	201

APPLIED MATHEMATICS

<i>A. G. Tadevosian</i> —On some solvable cases of problems of complete sample system construction . . . . .	64
<i>S. S. Agayan, A. K. Matevosian, A. A. Muradlian</i> —Haar family digital filters . . . . .	117
<i>V. K. Brutian</i> —On the pursuit problem with Markov's control system . . . . .	205

MECHANICS

<i>S. S. Zargarian</i> —On singularities of solutions of the system of singular integral equations of plane elasticity resulting from stresses given at the boundary . . . . .	30
<i>G. L. Petrossian, G. V. Musaellian</i> —Technique of determination of real mechanical properties of porous materials by use of a computer . . . . .	69

<i>G. L. Petrossian</i> —On the strength criterion of porous materials . . . . .	73
<i>S. S. Zargarian</i> —On singularities of solutions of the system of singular integral equations of plane elasticity resulting from stresses given at the boundary . . . . .	167
HYDROMECHANICS	
<i>J. S. Torossian</i> —Investigation of the limits of separating . . . . .	208
THEORY OF ELASTICITY	
<i>N. F. Morozov, M. V. Paukschto</i> —On the discrete models of two-dimensional theory of elasticity . . . . .	122
<i>A. V. Mandzirov</i> —On the influence of nonhomogeneous growing old on the concentration of stresses near the openings in the nonlinear viscoelastic bodies . . . . .	214
PHYSICS	
<i>N. S. Ananikian, G. L. Balayan</i> —The method of diagram summation by means of Legendre transformation in a scalar parameter. Higher orders . . . . .	36
<i>V. N. Hairapetian, U. N. Hairapetian</i> —Estimation of solution of non-linear heat conduction equations with linear dependent coefficient . . . . .	40
<i>R. S. Vardanian</i> —On application of invariance principle in X-ray diffraction theory . . . . .	127
<i>A. A. Durgarian</i> —The relaxation spectra of thermoactivated motion of dislocations under the influence of ultrasonics . . . . .	173
<i>V. E. Mkrtchian, M. L. Ter-Mikaelian, V. H. Chaltikian</i> —Two-photon emission by a two-level atom in a resonant radiation field . . . . .	178
<i>P. S. Poghosian, W. G. Simonian, A. M. Khachatourian</i> —Influence of thermal self-focusing of time characteristics in laser . . . . .	182
<i>A. S. Gevorkian</i> —Parabolic equation method for recombination reaction in linear three body system. . . . .	219
HYDRAULICS	
<i>A. M. Barkhudarian</i> —Liquid oscillation in tubes and in the systems of hydrodynamic levelling in the field of mass strength . . . . .	186
ORGANIC CHEMISTRY	
<i>V. K. Pizhov, V. N. Zapfshny, G. M. Pogossian</i> —Kinetics of high-temperature polycondensation of diphenylpropane and simm-triazin-containing chloranhydrite . . . . .	45
MOLECULAR BIOLOGY	
<i>G. S. Khachatrian, H. G. Galstian</i> —The nuclear RNA contents in enriched neuronal and glial fractions of the brain under the action of purine and pyrimidine containing cyclic nucleotides . . . . .	77
<i>R. G. Antonian, K. G. Danagulian, N. N. Sarkisian, J. A. Ktsoyan</i> —Radioresistance and defective strain of <i>Salmonella derby</i> K89 by DNA-polymerase type 1. . . . .	132
BIOCHEMISTRY	
<i>J. S. Gevorkian, A. S. Oganessian, K. V. Maysurian</i> —On the regulation of activity of enzymes realising the deamination of some 1-amino acids in kidney tissue. . . . .	136
<i>S. A. Abrahamian, A. Sh. Galstian</i> —On the immobilization of invertase in the soil . . . . .	225
<i>A. S. Agaballan, A. F. Kazanchian, A. S. Safarian, M. G. Galustian, K. A. Kazarlan, M. B. Tatian, R. A. Zacharian</i> —The characteristics of double-stranded RNA, isolated from sodium nucleinate preparation . . . . .	228

ENTOMOLOGY

*M. Y. Kalaschian*—A new species of the genus *Pristonychus* Dej. from Armenia (Coleoptera, Carabidae) . . . . . 81  
*M. A. Mardjanian*—Two new species of clickbeetles from the U. S. S. R. (Coleoptera, Elateridae) . . . . . 141

PHYSIOLOGY

*T. K. Kiprian, A. S. Andreasian, V. A. Chavushian*—Bioelectrical activity of the spinal cord neurons in adrenalectomized rats . . . . . 84  
*D. K. Khachvankian, E. G. Kasian*—The characteristics of the summation processes in the receptive fields of the neurons of the lateral suprasylvian area . . . . . 89  
*R. H. Djavadian M. B. Afrikian*—The spatial organization of the receptive fields of neurons in cat lateral suprasylvian area . . . . . 93

