

ՀԱՅԿԱԿԱՆ ՍՍՀ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԿԱԴԵՄԻԱ
 АКАДЕМИЯ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР

ԶԵԿՈՒՅՑՆԵՐ
 ДОКЛАДЫ

LXXVII, № 3

1983

Խմբագրական կոլեգիա

Գ. Ա. ԱՐՁՈՒՄՅԱՆՅԱՆ, տեխն. գիտ. բեկնա-
 ծու (պատ. ֆաբրիկար), է. Գ. ԱՅՐԻԿՅԱՆ,
 ՀՍՍՀ ԳԱ ակադեմիկոս, Ա. Թ. ԲԱՐԱՅԱՆ,
 ՀՍՍՀ ԳԱ ակադեմիկոս, Ա. Հ. ԳԱՐՐԻՆՅԱՆ,
 ՀՍՍՀ ԳԱ ակադեմիկոս, Ա. Ա. ԹԱԼԱԼՅԱՆ,
 ՀՍՍՀ ԳԱ րդր. անդամ, Վ. Մ. ԹԱՌԱՅԱՆ,
 ՀՍՍՀ ԳԱ րդր. անդամ, Վ. Հ. ՀԱՄԲԱՐՁՈՒՄ-
 ՅԱՆ, ակադեմիկոս, Վ. Հ. ՂԱԶԱՐՅԱՆ, ՀՍՍՀ
 ԳԱ ակադեմիկոս (պատ. խմբագրի տեղա-
 կալ), Վ. Գ. ՄԵՆԺԱՐՅԱՆ, ՀՍՍՀ ԳԱ րդր.
 անդամ, Գ. Ս. ՍԱՀԱԿՅԱՆ, ՀՍՍՀ ԳԱ ակա-
 դեմիկոս, Օ. Մ. ՍԱՊՈՆԺՅԱՆ, ՀՍՍՀ ԳԱ րդր.
 անդամ, Մ. Լ. ՏԵՐ-ՄԻՔԱՅԵԼՅԱՆ, ՀՍՍՀ ԳԱ
 ակադեմիկոս, Վ. Բ. ՖԱՆԱՐՁՅԱՆ, ՀՍՍՀ ԳԱ
 ակադեմիկոս:

Редакционная коллегия

В. А. АМБАРЦУМЯН, академик, Г. А.
 АРЗУМАНЯН, канд. техн. наук (отв.
 секретарь), Э. Г. АФРИКЯН, академик
 АН АрмССР, А. Т. БАБАЯН, академик
 АН АрмССР, А. А. ГАБРИЕЛЯН, ака-
 демик АН АрмССР, В. О. КАЗАРЯН,
 академик АН АрмССР (зам. отв. редак-
 тора), В. Г. МХИТАРЯН, чл.-корр. АН
 АрмССР, Г. С. СААКЯН, академик АН
 АрмССР, О. М. САПОНДЖЯН, чл.-корр.
 АН АрмССР, А. А. ТАЛАЛЯН, чл.-корр.
 АН АрмССР, В. М. ТАРАЯН, чл.-корр.
 АН АрмССР, М. Л. ТЕР-МИКАЕЛЯН,
 академик АН АрмССР, В. В. ФАНАР-
 ДЖЯН, академик АН АрмССР.

ԲՈՎԱՆԴԱԿՈՒԹՅՈՒՆ

ՄԱԹԵՄԱՏԻԿԱ

52

- Լ. Ա. Բաղդասարյան—Դիրակի և Շտուրմ-Լիովիլիի ռեգուլյար օպերատորների պո-
տենցիալների վերականգնման մասին 99
- Ի. Գ. Սիմոնյան—Մաթորիտար տարածություններով ծնված տոչերանտության տա-
րածությունները 103
- Վ. Կ. Բրուտյան—Անորոշ պարամետրներով մարկովյան ղեկավարելի համակարգերի
սինթեզը 108
- Վ. Ա. Վարդանյան—Բուլյան ֆունկցիաների դինամիկ տեսության բարդության մասին 113
- Ս. Ս. Աղայան, Ա. Կ. Մաքևոսյան, Ա. Ա. Մուրադյան—Թվային ֆիլտրերը ըստ Հաարի
համակարգերի ընտանիքի 117

ԱՌԱՋԴԱԿԱՆՈՒԹՅԱՆ ՏԵՍՈՒԹՅՈՒՆ

- Ն. Ֆ. Մուրզուլ, Մ. Վ. Պաուլշտո—Երկչափանի առաձգականության դիսկրետ մոդել-
ների մասին 122

ՖԻԶԻԿԱ

- Ի. Ս. Վարդանյան—Ռենտգենյան ճառագայթների դիֆրակցիայի տեսության մեջ ին-
վարիանտության սկզբունքի կիրառման մասին 127

ՄՈԼԵԿՈՒԼԱՅԻՆ ԿԵՆՍԱՐԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

- Ի. Գ. Անտոնյան, Կ. Հ. Դանագուլյան, Ն. Ն. Սարգսյան, Ժ. Ա. Կծոյան—S. derby
K 8-ի ռադիոռեզիստենտ՝ Դեթ-պոլիմերազա 1-ի ղեֆեկտ կրող շտամները . . . 132

ԲԻՈՔԻՄԻԱ

- Ժ. Ս. Գեուրգյան, Ա. Ս. Հովհաննիսյան, Կ. Վ. Մայսուրյան—Երիկամային հյուսված-
քում որոշ ամինաթթուների դեամինացման պրոցեսներին մասնակցող ֆերմենտների
ակտիվության կանոնավորման հարցի շուրջ 136

ՄԻՋԱՏԱՐԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

- Մ. Ա. Մարչանյան—Զրխկան բղեղների նոր տեսակ ՍՍՀՄ-ից 141

СОДЕРЖАНИЕ

Стр.

МАТЕМАТИКА

- Л. А. Багдасарян*—О восстановлении потенциалов регулярных операторов Дирака и Штурма—Лнувилля 99
- Р. Г. Симонян*—Пространства толерантности, порожденные мажоритарными пространствами 103
- В. К. Брутян*—Синтез марковских управляемых систем с неопределенными параметрами 108
- В. А. Варданян*—О сложности динамических тестов для булевых функций 113

ПРИКЛАДНАЯ МАТЕМАТИКА

- С. С. Агаян, А. К. Матевосян, А. А. Мурадян*—Цифровые фильтры по семейству Хаара 117

ТЕОРИЯ УПРУГОСТИ

- Н. Ф. Морозов, М. В. Паукишто*—О дискретных моделях двумерной теории упругости 122

ФИЗИКА

- Р. С. Варданян*—О применении принципа инвариантности в теории дифракции рентгеновских лучей 127

МОЛЕКУЛЯРНАЯ БИОЛОГИЯ

- Р. Г. Антонян, К. Г. Данагулян, Н. Н. Саркисян, Ж. А. Кцоян*—Радиорезистентные, дефектные по ДНК-полимеразе типа I штаммы *Salmonella derby* К 89 132

БИОХИМИЯ

- Ж. С. Геворкян, А. С. Оганесян, К. В. Майсурян*—К вопросу регуляции активности ферментов, принимающих участие в процессах деаминарования некоторых L-аминокислот в почечной ткани 136

ЭНТОМОЛОГИЯ

- М. А. Марджанян*—Два новых вида жуков-щелкунов из СССР (Coleoptera, Elateridae) 141

C O N T E N T S

MATHEMATICS	P
<i>L. A. Baghdasarian</i> —On the recovery of potentials of regular operators of Dirac and Sturm—Liouville	99
<i>R. G. Simonian</i> —Tolerance spaces generated by majority spaces . . .	103
<i>V. K. Brutian</i> —Markov's control system synthesis with unknown parameters.	108
<i>V. A. Vardanian</i> —On the complexity of dynamic tests for Boolean functions	113
APPLIED MATHEMATICS	
<i>S. S. Agayan, A. K. Matevosian, A. A. Muradian</i> —Haar family digital filters	117
THEORY OF ELASTICITY	
<i>N. F. Morozov, M. V. Paukshto</i> —On the discrete models of two-dimensional theory of elasticity	122
PHYSICS	
<i>R. S. Vardanian</i> —On application of invariance principle in X-ray diffraction theory	127
MOLECULAR BIOLOGY	
<i>R. G. Antonian, K. G. Danagulian, N. N. Sarkisian, J. A. Ktsoyan</i> —Radioresistance and defective strain of <i>Salmonella derby</i> K89 by DNA-polymerase type I.	132
BIOCHEMISTRY	
<i>J. S. Gevorkian, A. S. Oganessian, K. V. Maysurian</i> —On the regulation of activity of enzymes realising the deamination of some α -amino acids in kidney tissue.	136
ENTOMOLOGY	
<i>M. A. Mardjanian</i> —Two new species of clickbeetles from the U. S. S. R. (Coleoptera, Elateridae)	141

Техн. редактор АЗИЗБЕКЯН Л. А.

Сдано в набор 23.08.1983. Подписано к печати 28.11.1983. ВФ 06114

Бумага № 1, 70×108¹/₁₆. Высокая печать. Печ. лист. 3,0. Усл. печ. лист. 4,2.

Учет.-изд. 2,91. Тираж 420. Заказ 676. Издат. 6036.

Адр. ред.: 375019, Ереван, пр. Маршала Баграмяна, 24-г, II эт., I к.

Издательство Академии наук Армянской ССР, 375019, Ереван,
пр. Маршала Баграмяна, 24-г.

Типография Издательства АН АрмССР, 378310, г. Эчмиадзин

УДК 517.984

МАТЕМАТИКА

Л. А. Багдасарян

О восстановлении потенциалов регулярных операторов
Дирака и Штурма—Лиувилля

(Представлено чл.-корр. АН Армянской ССР Р. Р. Варшамовым 15/X 1982)

Рассмотрим краевые задачи

$$I \frac{dy}{dx} + \varepsilon Q(x)y = \lambda y, \quad y = \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \end{pmatrix}, \quad (1)$$

$$y_2(0) = y_2(1) = 0, \quad (2)$$

$$I = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}, \quad Q(x) = \begin{pmatrix} p(x) & r(x) \\ r(x) & -(px) \end{pmatrix},$$

и

$$-\varphi'' + \varepsilon q(x)\varphi = \mu\varphi, \quad (3)$$

$$\varphi'(0) = \varphi'(1) = 0, \quad \left(' = \frac{d}{dx} \right). \quad (4)$$

Функции $p(x)$, $r(x)$ и $q(x)$ предполагаются непрерывными и вещественными, ε — малый параметр, λ и μ — спектральные параметры.

Известно ⁽¹⁾, что спектры задач (1)+(2) и (3)+(4) дискретны, а собственные значения $\lambda_n(\varepsilon)$ и $\mu_n(\varepsilon)$, $n=0, \pm 1, \dots$ аналитически зависят от ε ^(2,3). Кроме того, для каждой из этих задач существует свое число $\varepsilon_0 > 0$ такое, что в интервале $-\varepsilon_0 < \varepsilon < \varepsilon_0$ справедливы следующие разложения:

$$\lambda_n(\varepsilon) = \pi n + \sum_{k=1}^{\infty} \varepsilon^k \lambda_k^{(n)}, \quad (5)$$

$$\mu_n(\varepsilon) = \pi^2 n^2 + \sum_{k=1}^{\infty} \varepsilon^k \mu_k^{(n)}. \quad (6)$$

Цель настоящей работы показать, что коэффициенты $\lambda_1^{(n)}$ и $\mu_1^{(n)}$ $n=0, \pm 1, \dots$ позволяют восстановить потенциальные функции соответственно задач (1)+(2) и (3)+(4). А именно, справедливы следующие теоремы.

Теорема 1. При сделанных предположениях последовательность $\{\lambda_1^{(n)}\}_{n=-\infty}^{\infty}$ удовлетворяет условиям

$$\sum_{m=0}^{\infty} |\lambda_1^{(m)} \pm \lambda_1^{(-m)}| < \infty$$

и позволяет восстановить функции $p(x)$ и $r(x)$ уравнения (1) со свойствами:

$$p(x) = p(1-x), \quad r(x) = -r(1-x) \quad (7)$$

однозначно по формулам:

$$p(x) = \sum_{m=0}^{\infty} (\lambda_1^{(m)} + \lambda_1^{(-m)}) \cos 2m\pi x, \quad (8)$$

$$r(x) = \sum_{m=0}^{\infty} (\lambda_1^{(m)} - \lambda_1^{(-m)}) \sin 2m\pi x. \quad (9)$$

Теорема 2. Последовательность $\{\mu_1^{(n)}\}_{n=-\infty}^{\infty}$ удовлетворяет условию

$$\left| \frac{1}{2} \mu_1^{(0)} \right| + \sum_{m=1}^{\infty} |2\mu_1^{(m)} - \mu_1^{(0)}| < \infty, \quad \mu_1^{(-m)} = \mu_1^{(m)}$$

и позволяет восстановить функцию $q(x)$ уравнения (3) со свойством $q(x) = q(1-x)$, притом однозначно по формуле

$$q(x) = \sum_{m=1}^{\infty} \left(\mu_1^{(m)} - \frac{1}{2} \mu_1^{(0)} \right) \cos 2m\pi x. \quad (10)$$

Ниже приводится краткое изложение доказательства этих теорем.

Обозначим через $\psi_n(x, \varepsilon) = \begin{pmatrix} \psi_{n1} \\ \psi_{n2} \end{pmatrix}$ собственную вектор-функцию, соответствующую собственному значению $\lambda_n(\varepsilon)$ задачи (1)+(2). Мы имеем

$$\psi_n(x, \varepsilon) = \psi_0^{(n)}(x) + \sum_{k=1}^{\infty} \varepsilon^k \psi_k^{(n)}(x) \quad (n=0, \pm 1, \dots), \quad (11)$$

где $\psi_0^{(n)}(x)$ — нормированные собственные вектор-функции невозмущенной задачи (1)+(2), т. е.

$$\psi_0^{(n)}(x) = \begin{pmatrix} \cos n\pi x \\ \sin n\pi x \end{pmatrix}.$$

После подстановки (5) и (11) в (1) получаем

$$I \frac{d}{dx} \psi_1^{(n)}(x) = \lambda_0^{(n)} \psi_1^{(n)}(x) + \{ \lambda_1^{(n)} E - Q(x) \} \psi_0^{(n)}(x), \quad (12)$$

$$\psi_{12}^{(n)}(0) = \psi_{12}^{(n)}(1) = 0, \quad n=0, \pm 1, \dots, \quad E = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}. \quad (13)$$

Интегрируя систему (12) и учитывая первое из краевых условий (13), получаем

$$\begin{aligned} \psi_{12}^{(n)}(x) = & \psi_{11}^{(n)}(0) \sin n\pi x + \left\{ \int_0^x [r(t) \cos 2n\pi t - p(t) \sin 2n\pi t] dt \right\} \sin n\pi x + \\ & + \left\{ \lambda_1^{(n)} \cdot x - \int_0^x [r(t) \sin 2n\pi t + p(t) \cos 2n\pi t] dt \right\} \cos n\pi x. \end{aligned} \quad (14)$$

В силу второго краевого условия (13) из (14) получаем

$$\lambda_1^{(n)} - \int_0^1 [r(x) \sin 2n\pi x + p(x) \cos 2n\pi x] dx = 0,$$

откуда следует, что

$$2 \int_0^1 p(x) \cos 2n\pi x dx = \lambda_1^{(m)} + \lambda_1^{(-m)}, \quad (m=0, 1, \dots) \quad (15)$$

$$2 \int_0^1 r(x) \sin 2n\pi x dx = \lambda_1^{(m)} - \lambda_1^{(-m)}, \quad (m=0, 1, \dots). \quad (16)$$

Полученные формулы (15) и (16) позволяют восстановить функции $p(x)$ и $r(x)$ соответствующими свойствами (7), притом однозначно по формулам (8) и (9).

Доказательство теоремы 2 проводится аналогично. Здесь получаем

$$-\frac{d^2}{dx^2} \varphi_1^{(n)}(x) = \mu_0^{(n)} \varphi_1^{(n)}(x) + \{\mu_1^{(n)} - q(x)\} \varphi_0^{(n)}(x), \quad (17)$$

$$\frac{d}{dx} (\varphi_1^{(n)}(x))_{x=0} = \frac{d}{dx} (\varphi_1^{(n)}(x))_{x=1} = 0, \quad (18)$$

где $\varphi_0^{(n)}(x) = \pm \sqrt{2} \cos n\pi x$ — нормированные собственные функции невозмущенной задачи: $-\varphi'' = \mu \varphi$; $\varphi'(0) = \varphi'(1) = 0$, а $\varphi_n(x, \varepsilon) = \sum_{k=0}^{\infty} \varepsilon^k \varphi_k^{(n)}(x)$ — собственные функции задачи (3) + (4), соответствующие $\mu_n(\varepsilon)$.

Решая задачу (17) + (18), получаем

$$\int_0^1 \cos^2 n\pi x \{\mu_1^{(n)} - q(x)\} dx = 0,$$

откуда имеем

$$2 \int_0^1 q(x) dx = \mu_1^{(0)}, \quad \int_0^1 q(x) \cos 2m\pi x dx = \mu_1^{(m)} - \frac{1}{2} \mu_1^{(0)}, \quad (19)$$

$$\int_0^1 q(x) \sin 2m\pi x dx = 0. \quad (20)$$

Равенства (19) и (20) позволяют восстановить функцию $q(x)$ уравнения (3), притом однозначно по формуле (10).

При доказательстве теорем 1 и 2 применяем метод малого параметра (4–6).

Автор считает своим долгом выразить благодарность А. Г. Костюченко за обсуждение результатов.

Դիրակի և Շտուրմ-Լիովիլի ռեզոլյար օպերատորների պոտենցիալների վերականգնման մասին

Դիտարկվում են Դիրակի և Շտուրմ-Լիովիլի ռեզոլյար եզրային խնդիրները $[0;1]$ հատվածի վրա՝ իրական և անընդհատ պոտենցիալներով և փոքր պարամետրերով՝ պոտենցիալից առաջ:

Ապացուցվում է, որ եթե հայտնի է սեփական արժեքների՝ ըստ պարամետրի վերլուծությունների առաջին գործակիցներից կաղմված թվային հաջորդականությունը, ապա նշված օպերատորների պոտենցիալային ֆունկցիաները վերականգնվում են, ըստ որում միարժեքորեն:

ЛИТЕРАТУРА — ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

- ¹ Б. М. Левитан, И. С. Саргсян, Введение в спектральную теорию, Наука, М., 1970.
- ² Т. Като, Теория возмущенных линейных операторов, Мир, М., 1972.
- ³ Ф. Рисс, Б. Секефальви-Надь, Лекции по функциональному анализу, ИЛ, М., 1954.
- ⁴ М. Л. Гервер, Д. А. Каждан, Мат. сб., т. 73, вып. 2 (1967).
- ⁵ Л. Я. Айнола, ПММ, т. 35, вып. 2 (1971).
- ⁶ И. Г. Хачатрян, Изв. АН АрмССР. Математика, т. 10, № 4 (1975).

УДК 51:621.391

МАТЕМАТИКА

Р. Г. Симонян

Пространства толерантности, порожденные мажоритарными пространствами

(Представлено чл.-корр. АН Армянской ССР Р. Р. Варшамовым 24/XI 1982)

1. Отношение толерантности (т. е. рефлексивное и симметричное отношение) формализует понятие (неполного) «сходства» объектов. В данной работе рассматриваются пространства, элементы которых сходны в том и лишь в том случае, когда на них совпадают значения «достаточно большого» числа признаков. Последнее выражение уточняется с помощью мажоритарных пространств, введенных в ⁽¹⁾. Показано, что такие пространства имеют следующие особенности: они однородны, в них всегда существует стандартного вида базис («правильный» базис). Показано, что класс рассматриваемых пространств по существу совпадает с классом пространств, порожденных монотонными системами (теорема 3). Кроме того, даны необходимые и достаточные условия минимальности правильного базиса.

Все не определенные ниже понятия взяты из ⁽¹⁾ и ⁽²⁾.

2. *Основное определение и некоторые его следствия.* Пусть задано мажоритарное пространство $\langle X, M \rangle$. Определим на $\mathcal{B}(X)$ отношение τ правилом:

$$A \tau B \stackrel{df}{\Leftrightarrow} A \oplus B \in M \quad A \oplus B = (A \cap B) \cup (\bar{A} \cap \bar{B}).$$

Введенное нами отношение есть толерантность. Нашей задачей будет характеристика пространства $\langle \mathcal{B}(X), \tau \rangle$.

Теорема 1. $A \equiv B$ тогда и только тогда, когда $A \oplus B$ — доминирующее множество.

Следствие. Толерантность τ есть эквивалентность тогда и только тогда, когда M — фильтр.

Следующая теорема нужна для обоснования корректности важного определения. Компонентой связности пространства $\langle \mathcal{B}(X), \tau \rangle$ будем называть компоненту связности графа отношения τ .

Теорема 2. В пространстве $\langle \mathcal{B}(X), \tau \rangle$ все компоненты связности изоморфны между собой.

Мы несколько расширим предмет исследования, впрочем, как будет видно ниже, несущественно. Дело в том, что введенное нами выше определение отношения τ на $\mathcal{B}(X)$ имеет смысл и при более общих условиях, когда M будет произвольной монотонной системой, т. е. M будет удовлетворять лишь условиям 1 и 2 из ⁽¹⁾.

Теорема 2 сохраняет силу и при этих более общих условиях. Будем теперь M считать монотонной системой и введем определение, которое корректно в силу теоремы 2.

Определение. Будем говорить, что два пространства $\langle \mathcal{B}(X), \tau \rangle$ и $\langle \mathcal{B}(X'), \tau' \rangle$ *однотипны*, если компоненты связности их изоморфны.

Однотипные пространства могут различаться лишь количеством компонент связности, но внутренние структуры их компонент одинаковы. Ясно, что однотипность есть эквивалентность. *Типом* пространств толерантности будем называть произвольный класс эквивалентности по этому отношению.

Выделим теперь среди монотонных систем два класса. Один класс составят уже известные нам мажоритарные системы, во второй класс попадут монотонные системы, которые удовлетворяют условиям 1, 2 и

$$4. \bigcap_{A \in M} A = \emptyset.$$

Объединение этих двух классов даст все монотонные системы. Соответствующие классы пространств толерантности обозначим через T_1 и T_2 .

Теорема 3. *Любой тип пространств толерантности имеет непустое пересечение как с T_1 , так и T_2 .*

Нас в этой работе интересует внутренняя структура рассматриваемых пространств, и наши дальнейшие утверждения зависят не от конкретных пространств, но от их типов. Поэтому в дальнейшем в силу теоремы 3 мы можем предполагать выполнение либо 3 либо 4 (что-либо одно) либо даже отбросить оба эти условия и тем не менее считать, что имеем дело с мажоритарными пространствами. Это удобно при рассмотрении контрпримеров.

3. Правильные классы толерантности. Правильный базис. Пусть $A, B \subseteq X$. *Сегментом* $[A, B]$ будем называть семейство $\{C \subseteq X / A \cap B \subseteq C \subseteq A \cup B\}$. Предкласс (а также класс) толерантности назовем *правильным*, если он с любыми своими двумя элементами A и B содержит и весь сегмент $[A, B]$.

Лемма 1. $A \tau B$ тогда и только тогда, когда $[A, B]$ — *правильный предкласс*.

Теорема 4. *Всякий правильный предкласс толерантности можно вложить в некоторый правильный класс толерантности.*

Следствие. *Правильные классы толерантности образуют базис пространства $\langle \mathcal{B}(X), \tau \rangle$.*

Через φ_B обозначим взаимно-однозначное отображение $\mathcal{B}(X)$ на себя, определяемое формулой $\varphi_B(A) = A \oplus B$. Всякое φ_B является автоморфизмом пространства $\langle \mathcal{B}(X), \tau \rangle$. Поэтому, если $\mathcal{A}$ — класс толерантности, то и $\varphi_B(\mathcal{A})$ — класс толерантности. Если к тому же $B \in \mathcal{A}$, то $\varphi_B(\mathcal{A})$ — класс толерантности, целиком состоящий из большинства. Таким образом, достаточно описать классы толерантности, целиком лежащие в M ; все остальные можно получить с помощью автомор-

физмов φ_B . Классы, целиком лежащие в M , до некоторой степени характеризует следующее утверждение: *класс A лежит в M тогда и только тогда, когда $X \in A$. Далее, A — правильный класс тогда и только тогда, когда $\varphi_B(A)$ также правильный класс.* Здесь вновь достаточно описать правильные классы, состоящие только из большинства. Их характеристика дается в следующей теореме.

Теорема 5. *Пусть A — класс толерантности и $A \subseteq M$. Тогда A — правильный класс в том и только в том случае, когда A есть максимальный по включению фильтр в M .*

Существуют пространства толерантности, в которых всякий класс толерантности правильный (например, если M — фильтр; имеются и менее тривиальные примеры, скажем, при большинстве «в два голоса из трех»). Есть, однако, пространства, в которых имеется базис, не содержащий ни одного правильного класса толерантности. Позже будет построен соответствующий пример. Мажоритарные пространства, порождающие толерантность первого рода, будем называть *правильными*. Имеется простая их характеристика.

Теорема 6. *Пространство $\langle X, M \rangle$ правильное тогда и только тогда, когда для любых $A, B \in M$ имеем $A \nabla B \Leftrightarrow A \cap B \in M$.*

Приведем теперь пример пространства, в котором имеется базис, не содержащий ни одного правильного класса толерантности.

Пусть X — произвольное множество и $M = \{A / |A| \geq 1\}$. Заметим, что если $|X| \geq 2$, то соответствующее пространство толерантности лежит в классе T_2 , однако по теореме 3 аналогичный пример можно построить и с помощью мажоритарных пространств. Правильный класс в таком пространстве есть либо максимальный собственный фильтр, либо максимальный собственный идеал. Теперь для каждого правильного класса A определим класс A^* , поменяв X на $\emptyset$ или $\emptyset$ на X . При этом A^* в самом деле будет классом толерантности, однако при $|X| \geq 3$ класс A^* уже не будет ни максимальным собственным фильтром, ни максимальным собственным идеалом, т. е. не будет правильным классом. Тем не менее совокупность всех классов типа A^* образует базис нашего пространства толерантности.

Заметим, что в построенном пространстве толерантности „очень много“ классов толерантности; именно, если X — конечное множество, то в пространстве $\langle \mathcal{B}(X), \nabla \rangle$ имеется $2^{|X|} - 1$ классов толерантности.

Еще пример. Пусть $\langle X, M_X \rangle$ — правильное мажоритарное пространство и $a \notin X$. Положим $Y = X \cup \{a\}$ и пусть M_Y состоит из всех множеств вида $A \cup \{a\}$, где $A \in M_X$, кроме того содержит X . Тогда $\langle Y, M_Y \rangle$ — правильное мажоритарное пространство, существенно отличающееся от первого в том смысле, что принадлежит иному типу. Вся конструкция показывает, что типов правильных пространств имеется бесконечное число.

Базис, состоящий из правильных классов толерантности, играет особую роль (мы его будем называть *правильным базисом*), поскольку в некоторых случаях это единственный базис пространства толерантности. Мы поэтому рассмотрим его подробнее, а именно, выпишем условия, при которых правильный базис является минимальным. Введем следующее определение.

Через T_A обозначим множество $\{B \subseteq X / B \nabla A\}$. Совокупность классов толерантности, содержащих A и покрывающих T_A , назовем *базисным покрытием T_A* .

Пусть для каждого A π_A обозначает базисное покрытие T_A .

Тогда $\bigcup_{A \subseteq X} \pi_A$ есть базис пространства толерантности. Обратно, пусть a — некоторый базис пространства толерантности и пусть π_A^a — совокупность классов толерантности базиса a , содержащих A .

Тогда π_A^a , очевидно, покрывает T_A и потому есть базисное покрытие.

Теорема 7. Если a — правильный базис пространства толерантности, то a — минимальный по включению базис тогда и только тогда, когда π_A^a — минимальное по включению базисное покрытие T_A для любого A .

Заметим, что если π_A^a — минимальное базисное покрытие для T_A , то $\varphi_B(\pi_A^a)$ есть также минимальное базисное покрытие (для $T_{A \oplus B}$) при всяком B . В частности, в качестве B можно выбрать само A . Тогда $\varphi_A(T_A) = T_X$ и $\varphi_A(\pi_A^a)$ есть просто совокупность максимальных в M фильтров. Теперь применение теоремы 7 дает

Следствие. Правильный базис минимален тогда и только тогда, когда совокупность максимальных в M фильтров образует минимальное базисное покрытие M .

Далее можно получить следующее следствие к следствию.

Следствие. Если $\langle X, M \rangle$ — конечное мажоритарное пространство (и вообще, если максимальные в M фильтры — главные), то правильные классы толерантности образуют минимальный базис в $\langle \mathcal{B}(X), \tau \rangle$.

В заключение приведем пример пространства, в котором правильные классы не образуют минимального базиса.

Пусть X — бесконечное множество, Φ — семейство всех дополнений до конечных подмножеств из X . Известно, что Φ — фильтр. Пусть $X' \subseteq X$ таково, что X' и $\bar{X}'$ — бесконечны. Рассмотрим семейство подмножеств из X такое, что для любого X'' из этого семейства имеет место $|X' \setminus X''| = |X'' \setminus X'| < \infty$. Главные фильтры, порожденные элементами этого семейства, и фильтр Φ составят нашу систему M . Из построения M видно: все выделенные нами фильтры есть максимальные по включению фильтры в M и Φ покрывается остальными фильтрами. Согласно следствию к теореме 7 в таком пространстве правильные классы не образуют минимального базиса.

Вычислительный центр

Академии наук Армянской ССР

и Ереванского государственного университета

Ռ. Գ. ՍԻՄՈՆՅԱՆ

Մաթոյրիտաւ տարածութիւններով ծնված տոլերանտութեան
տարածութիւններ

Տոլերանտութեան հարաբերութիւնը (այսինքն ռեֆլեքսիվ և սիմետրիկ հարաբերութիւնը) հանդիսանում է օբյեկտների «նմանութեան» ֆորմալացում: Դիտարկվող տարածութեան էլեմենտները «նման են» այն և միայն այն դեպքում, երբ նրանց հայտանիշների «գերակշռող մասը» համընկնում է: Վերջին արտահայտութիւնը ճշգրիտ է դարձվում Յու. Ա. Շրեյդերի և Ն. Յա.

Վիլենկինի կողմից առաջարկված մաթորիտար տարածության գաղափարի օգնությամբ: Ցույց է տրված, որ դիտարկվող տարածություններին բնորոշ են հետևյալ հատկությունները. նրանք համասեռ են, միշտ ունեն ստանդարտ տեքստի բազիս («ճիշտ» բազիս): Այս տարածությունների դասը ըստ էության համընկնում է մոնոտոն սիստեմներով ծնված տարածությունների դասի հետ: Բացի այդ, բերված են ճիշտ բազիսի մինիմալության անհրաժեշտ և բավարար պայմաններ:

Л И Т Е Р А Т У Р А — Դ Ր Ա Կ Ա Ն Ո Ւ Թ Յ Ո Ւ Ն

- ¹ Н. Я. Виленкин, Ю. А. Шрейдер. Семиотика и информатика, вып. 8(1977).
² Ю. А. Шрейдер, Равенство, сходство, порядок, Наука, М., 1981.

УДК 519.217 : 62.501.7

МАТЕМАТИКА

В. К. Брутян

Синтез марковских управляемых систем с неопределенными параметрами

(Представлено чл.-корр. АН Армянской ССР Р. Р. Варшамовым 7/II 1983)

Рассматривается задача синтеза марковских управляемых систем (МУС), обеспечивающих по возможности точное слежение за командными сигналами при наличии неизвестных и неизмеряемых случайных возмущений. Исследуется известный командный сигнал как выход некоторой динамической модели, структура которой известна, а начальное состояние произвольно. Синтез следящей марковской системы с помощью допустимого управляющего закона происходит таким образом, чтобы при допустимых вариациях параметров ошибка слежения оставалась также допустимой. Решение задачи основывается на изучении функции Ляпунова ^(1, 2).

Пусть непрерывная МУС определяется линейным дифференциальным стохастическим уравнением

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Du(t) + L\xi(t), \quad x(t_0) = x_0, \quad t \in I_t \triangleq [t_0, T], \quad (1)$$

где $x(t)$ — n — вектор состояния, $u(t)$ — скалярная функция управления, $\xi(t)$ — вектор нормального белого шума с нулевым математическим ожиданием и корреляционной матрицей $M\{\xi(t)\xi'(\tau)\} = S_{\xi\xi}(t)\delta(t-\tau)$, $S_{\xi\xi}(t)$ — интенсивность нормального белого шума. Элементы матриц A , L и компоненты вектора D могут быть регулярно меняющимися функциями времени с определенными границами ⁽³⁻⁶⁾.

Пусть:

1) матрица A необязательно устойчивая, но непрерывная марковская система является полностью управляемой;

2) управление выбирается в виде обратной связи по состоянию ^(7, 8) и характеризуется функцией $u(t) = G(t) \operatorname{sign} F(\Delta x(t))$, где $\Delta x(t) = \tilde{x}(t) - x(t)$ — вектор ошибки слежения МУС, причем $\tilde{x}(t)$ — выход динамической модели, структура которой известна, $G(t)$ и $F(\Delta x(t))$ — подлежащие определению неизвестные функции;

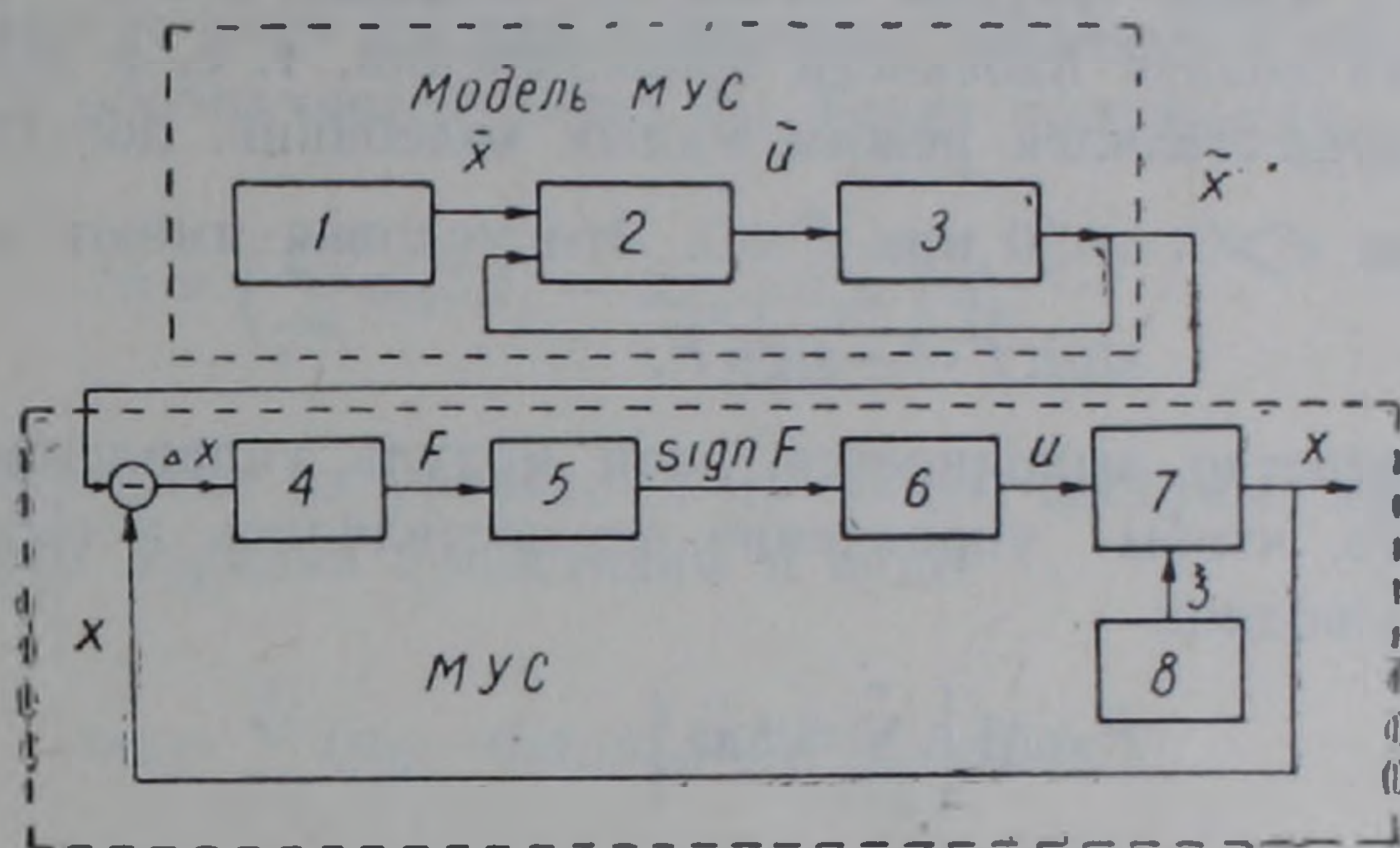
3) $F(\Delta x(t))$ является линейной функцией и описывается формулой

$$F(\Delta x(t)) = M\{\beta(t)\Delta x(t)\} = M\left\{\sum_{i=1}^n \beta_i(t)\Delta x_i(t)\right\};$$

4) элементы матрицы $\delta_1 \triangleq \tilde{A} - A$ и компоненты вектора $\delta_2 \triangleq \tilde{D} - D$

являются медленно меняющимися функциями времени на I , с определенными границами.

При этих предположениях рассматривается принцип функционирования следящей МУС, составленной из двух подсистем и представленной на рисунке. Заданный командный сигнал поступает на вход модели. Состояние следящей МУС есть функция текущего состояния динамической модели, т. е. входом МУС является ошибка, соответствующая отклонению выходного сигнала МУС от текущего состояния динамической модели.



Структурная схема следящей МУС. 1—генератор командного сигнала; 2—компенсатор; 3—модель МУС с номинальными параметрами; 4—линейный закон управления; 5—идеальное реле; 6—коэффициент усиления G ; 7—объект управления; 8—генератор помехи

Пусть динамическая модель с номинальными параметрами описывается уравнением

$$\dot{\tilde{x}}(t) = \tilde{A}\tilde{x}(t) + \tilde{D}u(\tilde{x}(t), \tilde{x}(t)), \quad (2)$$

где $\tilde{x}(t)$ —реакция динамической модели на управление $\tilde{u}(t)$, начальное состояние которого произвольно, $\tilde{A}$ и $\tilde{D}$ являются номинальными значениями матрицы A и вектора D , $\tilde{x}(t)$ —заданный командный сигнал, который заранее не известен.

Задача синтеза состоит в выборе таких переменных параметров $G(t)$ и $\beta(t)$ закона управления, при которых текущее состояние МУС при допустимых вариациях параметров A , D и L с вероятностью 1 следовало бы за некоторым командным сигналом $\tilde{x}(t)$: а) с нулевой ошибкой, если $\delta_1 = \delta_2 = 0$; б) с допустимой ошибкой, если δ_1 и δ_2 ограничены.

Решение сформулированной задачи основывается на рассмотрении функции Ляпунова, т. е. на вычислении положительно определенной квадратичной формы $v = F'(\Delta x) F(\Delta x)/2$. Следует заметить, что если закон управления u выбирается такой, что производная $\dot{v} = F\dot{F}$ является отрицательно полуопределенной, то вектор ошибки слежения Δx , попав с вероятностью 1 в некоторый момент времени $t \in I_t$ на

плоскость переключений (гиперплоскость, определяемая условием $F=0$), остается в дальнейшем с вероятностью 1 в этой плоскости.

Теперь получим условие устойчивости текущего состояния следящей МУС на плоскости переключений. На основании уравнений (1), (2) можно записать уравнение для вектора ошибки слежения

$$\Delta \dot{x} = A\Delta x - \delta_1 \tilde{x} + \tilde{D}\tilde{u} - L\xi - Du \quad (3)$$

или

$$\Delta \dot{x}_i = f_i(\Delta x) + g_i(\tilde{x}, \tilde{u}, \xi) - d_i u, \quad i = 1, \dots, n. \quad (4)$$

Для того чтобы текущее состояние следящей МУС с вероятностью 1 находилось вблизи плоскости переключений, т. е. в МУС с вероятностью 1 осуществлялся режим малых колебаний, достаточно выполнить условия $\dot{v} > 0$, $\dot{v} < 0$ при $F \neq 0$. Эти условия имеют место, если

$$\text{sign } \dot{F} = -\text{sign } F. \quad (5)$$

Это равенство выполняется, если модуль управления u достаточен для того, чтобы управление осуществлялось в соответствии со знаком производной

$$\dot{F} = M \left\{ \sum_{i=1}^n \beta_i \Delta \dot{x}_i \right\}. \quad (6)$$

Эта формула в соответствии с уравнением (4) представляется в виде $\dot{F} = M \left\{ \Phi(\Delta x, \tilde{x}, \tilde{u}, \xi) \right\} - \sum_{i=1}^n \beta_i d_i u$. Отсюда следует, что равенство (5) выполняется, если закон управления u удовлетворяет условиям

$$|u| = G > |M \{ \Phi(\Delta x, \tilde{x}, \tilde{u}, \xi) \} / \sum_{i=1}^n \beta_i d_i|, \quad (7)$$

$$\text{sign} \left(\sum_{i=1}^n \beta_i d_i u \right) = \text{sign } F. \quad (8)$$

Если, помимо этого, в любой момент времени $F(\Delta x) = 0$, то тогда траектория текущего состояния с вероятностью 1 не выходит из плоскости переключений. Для того чтобы определить условия устойчивости текущего состояния, следует заметить, что уравнение (3) описывает текущее состояние в n -мерном пространстве, а траектория текущего состояния на плоскости переключений может быть описана в $n-1$ -мерном евклидовом пространстве. Это следует из равенств $F(\Delta x) = \dot{F}(\Delta x) = 0$. В соответствии с ними понижается размерность уравнения (3), так как исключается из рассмотрения одна из компонент Δx . Благодаря этому можно записать новое уравнение для $n-1$ -мерного вектора ошибки слежения

$$\Delta \dot{x} = h_1(\beta, A, \Delta x) + h_2(\beta, D, \delta_1 \tilde{x}, \delta_2 \tilde{u}, \xi). \quad (9)$$

Поскольку $\tilde{x}$ и $\tilde{u}$ являются выходами динамической модели, а интенсивность нормального белого шума меняется в допустимых границах, то слагаемое h_2 , значение которого зависит от ξ и вариаций δ_1 и δ_2 , является ограниченным. Помимо этого можно доказать (см. приложение), что если $\delta_1 = \delta_2 = \xi = 0$, то слагаемое $h_2 = 0$. Из этого следует,

что если в законе управления u компоненты вектора β выбраны так, что МУС, вектор Δx которой описывается уравнением (9), асимптотически устойчива при $h_2=0$, то вектор ошибки слежения также является ограниченным.

Приложение

Можно доказать, что если $\delta_1=\delta_2=\xi=0$, то слагаемое h_2 в уравнении (9) равно нулю. Уравнение (3) с учетом условий $\delta_1=\delta_2=\xi=0$ представляется в форме $\Delta \dot{x}_i - \sum_{j=1}^n a_{ij} \Delta x_j = d_i(\tilde{u} - u)$, $i=1, \dots, n$. Пусть вектор D содержит хотя бы два ненулевых элемента и пусть один из этих элементов обозначается через d_2 . Тогда получается

$$u = \left(\sum_{j=1}^n a_{2j} \Delta x_j - \Delta \dot{x}_2 + d_2 \tilde{u} \right) / d_2.$$

Затем, исключая одно из уравнений из общей системы, новую систему пониженного порядка представим в виде

$$\Delta \dot{x}_i = \sum_{j=1}^n (a_{ij} - d_i a_{2j} / d_2) \Delta x_j + d_i \Delta \dot{x}_2 / d_2.$$

Из этого соотношения следует равенство $h_2 = d_i \Delta \dot{x}_2 / d_2$. Поскольку предполагается, что закон управления обеспечивает траекторию текущего состояния на плоскости переключений, которая описывается в $n-1$ -мерном евклидовом пространстве (что следует из равенств $F(\Delta x)=0$, $\dot{F}(\Delta x)=0$), и исключается из рассмотрения одна из компонент вектора Δx , то получаются равенства $\Delta x_2 = \Delta \dot{x}_2 = 0$, и следовательно, $h_2=0$, что и требовалось доказать.

Автор благодарит В. И. Зубова за участие в обсуждении работы.

Ереванский институт
народного хозяйства

Վ. Կ. ԲՐՈՒՏՅԱՆ

Անորոշ պարամետրերով մարկովյան ղեկավարելի համակարգերի սինթեզը

Դիտարկվում է կարգադրող ազդանշաններին բավական ճիշտ հետևող մարկովյան ղեկավարելի համակարգի սինթեզի խնդիրը՝ անհայտ և ոչ չափվող արտաքին պատահական ազդեցությունների առկայությամբ: Կարգադրող ազդեցությունն իրենից ներկայացնում է հայտնի կառուցվածքով, բայց կամավոր սկզբնական վիճակով դինամիկ համակարգի ելքային փոփոխական: Թույլատրելի ղեկավարող օրենքի օգնությամբ հետևող մարկովյան համակարգի սինթեզը իրականացվում է այնպես, որ պարամետրի թույլատրելի

փոփոխումների դեպքում հետևելու սխալը նույնպես մնա թույլատրելի սահմաններում: Խնդրի լուծման մեթոդը հիմնված է լայնունովի ֆունկցիայի կիրառման վրա:

ЛИТЕРАТУРА — ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

¹ Н. Н. Красовский, Теория управления движением, Наука, М., 1968. ² В. И. Зубов, Лекции по теории управления, Наука, М., 1975. ³ В. К. Брутян, Некоторые вопросы применения марковских процессов к исследованию нелинейных автоматических систем, Изд-во Ереванск. гос. ун-та, 1974. ⁴ В. К. Брутян, Автоматика и телемеханика, № 7, 1980. ⁵ В. К. Брутян, Изв. АН СССР. Техн. кибернетика, № 6, 1980. ⁶ В. К. Брутян, Уч. зап. ЕрГУ. Сер. естественных наук, т. 145, № 3 (1980). ⁷ В. К. Брутян, Изв. АН АрмССР. Сер. техн. наук, т. 35, № 1 (1982). ⁸ В. К. Брутян, Изв. АН АрмССР. Сер. техн. наук, т. 35, № 5 (1982).

УДК 519.95

МАТЕМАТИКА

В. А. Варданян

О сложности динамических тестов для булевых функций

(Представлено чл.-корр. АН Армянской ССР Р. Р. Варшамовым 15/II 1983)

Понятие «динамического теста» предложено А. В. Петросяном в работе ⁽¹⁾, где изучены единичные динамические тесты для классов линейных, монотонных и симметрических булевых функций. В настоящей работе приведены асимптотические оценки сложности минимального динамического теста для почти всех булевых функций. Эти оценки получены на основе вероятностных методов ^(2,3,4).

Введем следующие обозначения: B^n — множество наборов n -мерного единичного куба; $P_2(n)$ — множество всех булевых функций, зависящих от n переменных; $|A|$ — число элементов множества A ; $H(p) = -p \log p - (1-p) \log(1-p)$, $0 < p < 1$, где символ $\log$ означает логарифм по основанию 2.

Пусть $\tilde{\alpha} = (\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n) \in B^n$, $I = \{i_1, i_2, \dots, i_k\} \subseteq \{1, 2, \dots, n\}$, положим $(\tilde{\alpha})' = (\alpha_1, \dots, \alpha_{i_1-1}, \overline{\alpha_{i_1}}, \alpha_{i_1+1}, \dots, \alpha_{i_k-1}, \overline{\alpha_{i_k}}, \alpha_{i_k+1}, \dots, \alpha_n)$.

Определение 1 ⁽¹⁾. Функция $P_2(n)$ называется активной по совокупности направлений $I \subseteq \{1, 2, \dots, n\}$, $I \neq \emptyset$, если существует набор $\tilde{\alpha} \in B^n$ такой, что $f(\tilde{\alpha}) \neq f((\tilde{\alpha})')$.

Определение 2. Функция $f \in P_2(n)$ называется активной, если она активна по каждой совокупности направлений $I \subseteq \{1, 2, \dots, n\}$, $I \neq \emptyset$.

Через A_n обозначим множество всех активных функций $f \in P_2(n)$.

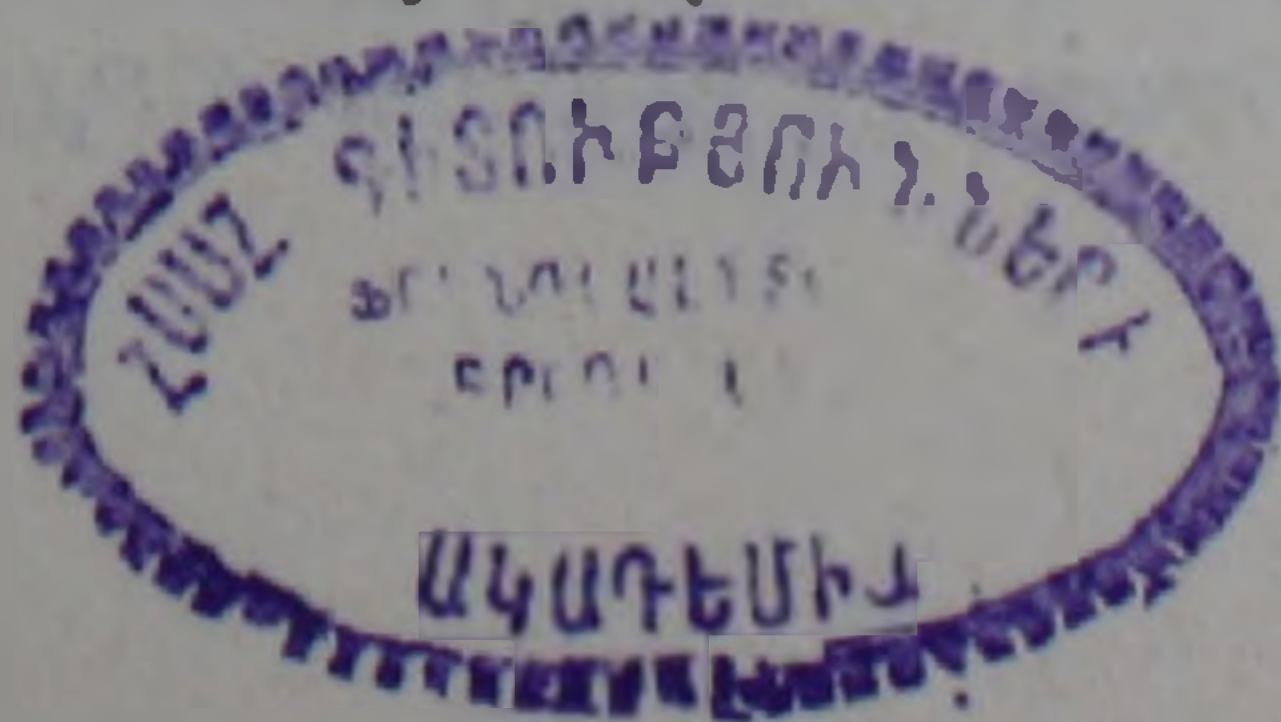
Определение 3 ⁽¹⁾. Активностью функции $f \in P_2(n)$ на наборе $\tilde{\alpha} \in B^n$ называется величина $\omega^f(\tilde{\alpha}) = \sum_{i=1}^n [f(\tilde{\alpha}) \oplus f((\tilde{\alpha})_i)]$. Число $\omega^f = \max_{\tilde{\alpha} \in B^n} \omega^f(\tilde{\alpha})$

называется активностью функции f , а набор $\tilde{\alpha} \in B^n$ — набором активности k для функции f , если $\omega^f(\tilde{\alpha}) = k$ ($0 \leq k \leq n$).

Через $\omega(k, f)$ обозначим число наборов активности k для функции $f \in P_2(n)$. Средним значением параметра $\omega(k, f)$ называется

$$\overline{\omega(k, n)} = \frac{1}{|P_2(n)|} \sum_{f \in P_2(n)} \omega(k, f).$$

Определение 4. Множество наборов $T_k(f) \subseteq B^n$ называется k -динамическим тестом для функции $f \in P_2(n)$, если для каждого подмножества $I \subseteq \{1, 2, \dots, n\}$, $1 \leq |I| \leq k$, из активности функции f по совокупности направлений I следует существование набора $\tilde{\alpha} \in T_k(f)$



такого, что $f(\tilde{\alpha}) \neq f((\tilde{\alpha})')$. Тест $T_k(f)$ называется минимальным, если содержит минимальное число наборов среди всех k -динамических тестов для функции f .

Множество $T_1(f)$ назовем единичным динамическим тестом, а $T_n(f)$ — полным динамическим тестом для функции $f \in P_2(n)$.

Лемма 1. $\overline{\omega(k, n)} = C_n^k$, $0 \leq k \leq n$.

Будем считать множество $P_2(n)$ пространством событий, в котором каждое событие $f \in P_2(n)$ происходит с вероятностью 2^{-2^n} . Определим случайную величину ξ_{nk} , принимающую значение r , $0 \leq r \leq 2^n$, с вероятностью $p(n, k, r) \cdot 2^{-2^n}$, где $p(n, k, r)$ — число функций $f \in P_2(n)$, имеющих точно r наборов активности k . Очевидно, что $M\xi_{nk} = \overline{\omega(k, n)}$, где $M\xi_{nk}$ — математическое ожидание случайной величины ξ_{nk} .

Пусть $D\xi_{nk}$ — дисперсия случайной величины ξ_{nk} .

Лемма 2. $D\xi_{nk} = C_n^k + n2^{-n+1}[(C_{n-1}^{k-1})^2 + (C_{n-1}^k)^2] + n(n-1)2^{-n}[(C_{n-2}^{k-2} + C_{n-2}^{k-1})^2 + 4(C_{n-2}^{k-1})^2] - (C_n^k)^2 \cdot 2^{-n-1}(n^2 + n + 2)$, где $0 \leq k \leq n$, $C_m^s = 0$, если $s < 0$ или $s > m$.

Лемма 3. Для почти всех функций $f \in P_2(n)$ $\omega(k, f) \sim C_n^k$ при $n \rightarrow \infty$, $1 \leq k \leq n-1$.

Теорема 1. Для почти всех функций $f \in P_2(n)$ $n-1 \leq \omega' \leq n$.

Теорема 2. Для почти всех функций $f \in P_2(n)$, существенно зависящих от n переменных, минимальный единичный динамический тест состоит не более чем из двух наборов.

В работе (1) было показано, что доля функций $f \in P_2(n)$, минимальный единичный динамический тест для которых состоит из одного набора, стремится к $1 - e^{-1}$ при $n \rightarrow \infty$. Учитывая теорему 2, получаем следующее утверждение.

Следствие. Доля функций $f \in P_2(n)$, минимальный единичный динамический тест для которых состоит из двух наборов, стремится к e^{-1} при $n \rightarrow \infty$.

Лемма 4. Пусть множество $Q_{skn} \subseteq B^n$ является кодом в B^n с кодовым расстоянием $2k+1$ (5) и $|Q_{skn}| = s$, где $s = [\log \sum_{i=1}^k C_n^i] + \varphi(n)$, $\varphi(n)$ — целочисленная функция, $\varphi(n) \rightarrow \infty$ при $n \rightarrow \infty$. Тогда для почти всех функций $f \in P_2(n)$ множество Q_{skn} является k -динамическим тестом.

Пусть $T_k(f)$ — минимальный k -динамический тест для функции $f \in P_2(n)$.

Теорема 3. 1) При $k = o(n)$, $n \rightarrow \infty$ для почти всех функций $f \in P_2(n)$

$$|T_k(f)| \leq k \log \frac{n}{k}.$$

2) При $k = [\lambda n]$, $0 < \lambda < \frac{1}{4}$, $n \rightarrow \infty$ для почти всех функций $f \in P_2(n)$

$$|T_k(f)| \leq nH(\lambda).$$

Лемма 5. Почти все функции $f \in P_2(n)$ активны.

Лемма 6 (В. Н. Носков ⁽⁴⁾). Для всякого множества $M \subseteq B^n$, $|M| = m$, существует класс параллельных, непересекающихся $(n-m+1)$ -мерных подкубов мощности 2^{m-1} , каждый подкуб из которого содержит не более одного набора из M .

Теорема 4. 1) При $k = o(n)$, $k \rightarrow \infty$, $n \rightarrow \infty$ для почти всех функций $f \in P_2(n)$

$$|T_k(f)| \geq k \log \frac{n}{k}$$

2) При $k = \text{const} \geq 2$, $n \rightarrow \infty$ для почти всех функций $f \in P_2(n)$

$$|T_k(f)| \geq (k-1) \log n.$$

3) При $k = [\lambda n]$, $0 < \lambda < \frac{1}{2}$, $n \rightarrow \infty$ для почти всех функций $f \in P_2(n)$

$$|T_k(f)| \geq \frac{nH(\lambda)}{1+H(\lambda)}.$$

4) При $k \geq n/2$, $n \rightarrow \infty$ для почти всех функций $f \in P_2(n)$

$$|T_k(f)| \geq \frac{n}{2}.$$

Из теорем 3 и 4 вытекают следующие утверждения.

Следствие 1. При $k = o(n)$, $k \rightarrow \infty$, $n \rightarrow \infty$ для почти всех функций $f \in P_2(n)$

$$|T_k(f)| \sim k \log \frac{n}{k}.$$

Следствие 2. При $k = \text{const} \geq 2$, $n \rightarrow \infty$ для почти всех функций $f \in P_2(n)$

$$(k-1) \log n \leq |T_k(f)| \leq k \log n.$$

Следствие 3. При $k = [\lambda n]$, $0 < \lambda < 1/4$, $n \rightarrow \infty$ для почти всех функций $f \in P_2(n)$

$$\frac{nH(\lambda)}{1+H(\lambda)} \leq |T_k(f)| \leq nH(\lambda).$$

А. В. Петросяном и автором в неопубликованной совместной работе доказано, что для всякой функции $f \in P_2(n)$ $|T_n(f)| \leq n$. Учитывая четвертое утверждение теоремы 4, получаем следующее утверждение.

Следствие 4. При $n \rightarrow \infty$ для почти всех функций $f \in P_2(n)$

$$\frac{n}{2} \leq |T_n(f)| \leq n.$$

Автор выражает глубокую благодарность А. В. Петросяну и Л. А. Асланяну за ряд полезных советов.

Вычислительный центр
Академии наук Армянской ССР
и Ереванского государственного университета

Բուլյան ֆունկցիաների դինամիկ տեսանքի բարդության մասին

Աշխատանքում ներկայացված են մինիմալ k — դինամիկ տեսանքի բարդության որոշ ասիմպտոտիկ գնահատականներ համարյա բոլոր բուլյան ֆունկցիաների համար: Մասնավորապես, նշված է, որ համարյա բոլոր բուլյան ֆունկցիաների համար $n-1 \leq \omega^f \leq n$, $1 \leq |T_1(f)| \leq 2$, որտեղ ω^f -ը և $|T_1(f)|$ -ը համապատասխանաբար հանդիսանում են f ֆունկցիայի ակտիվությունը և մինիմալ միավոր դինամիկ տեսանքի բարդությունը:

ЛИТЕРАТУРА — ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

¹ А. В. Петросян, Тапалтаныок, Будапешт, № 135 (1982). ² В. В. Глаголев, Проблемы кибернетики, вып. 19 (1967). ³ И. А. Акопова, Л. А. Асланян, Уч. зап. ЕГУ. Естественные науки, № 1 (1980). ⁴ В. Н. Носков, Дискретный анализ, Новосибирск, вып. 27 (1975). ⁵ В. И. Левенштейн, Дискретная математика и мат. вопросы кибернетики, М., Наука, т. 1 (1974).

УДК 621.372.54

ПРИКЛАДНАЯ МАТЕМАТИКА

С. С. Агаян, А. К. Матевосян, А. А. Мурадян

Цифровые фильтры по семейству систем Хаара

(Представлено чл.-корр. АН Армянской ССР Р. Р. Варшамовым 10/XI 1982)

1. Одной из основных операций цифровой обработки сигналов, применяемых в различных областях науки и техники (^{1,2}), является фильтрация (статистическая и частотная), основным математическим аппаратом которой являются быстрые дискретные ортогональные преобразования (³⁻⁹)

$$F = Hf. \quad (1.1)$$

Среди них наиболее перспективными и интересными представляются два крупных класса:

- системы Виленкина—Крестенсона (⁶⁻⁸);
- системы типа Хаара.

Детально исследованы цифровые фильтры Виленкина—Крестенсона (¹⁰), известны также примеры применения фильтров Хаара (^{2,3}). Естественно, возникает задача построения «гибридных» цифровых фильтров, обладающих положительными свойствами обоих классов.

В задачах статистической фильтрации—выделении полезного сигнала из шума при известных автокорреляционных зависимостях оптимальными являются цифровые фильтры Карунена—Лоэва (^{8,11}). Однако преобразование Карунена—Лоэва из-за трудоемкости вычислений на практике не используется, что и приводит к изучению обратной задачи Карунена—Лоэва, а именно: нахождения для заданного базиса, обладающего быстрыми алгоритмами вычисления, классов корреляционных матриц, для которых рассматриваемый базис является базисом Карунена—Лоэва.

В настоящей работе введены обобщенные матрицы Хаара порядка $N = m_1 m_2 \dots m_n$, совпадающие при $m_1 = m_2 = \dots = m_n = 2$ с классической системой Хаара, а также позволяющие строить гибридные системы: Хаар—Хаар, Хаар—Уолш, Хаар—Фурье, Хаар—Слент и т. д. По сконструированным системам функций разработаны быстрые алгоритмы вычисления преобразований. Построены и реализованы на ЭВМ по введенным системам функций нерекурсивные цифровые фильтры; посредством z -преобразования выявлены их основные свойства. Решены обратная задача Карунена—Лоэва для класса ортогональных систем Хаара и задача статистической фильтрации с ограниченным базисом для непрерывных сигналов.

2. Пусть $e_{m_{k+1}}$ —вектор-строка из m_{k+1} единиц, I_{N_k} —единичная матрица порядка N_k , $\psi^{(k+1)}$ —исходная матрица порядка m_{k+1} . Назовем систему функций, порождаемую последовательностью матриц (2.1) порядка $N_{k+1}=m_1 m_2 \dots m_{k+1}$, обобщенной системой Хаара

$$\psi_{N_{k+1}} = \left\| \frac{\Psi_{N_k} \otimes e_{m_{k+1}}}{\sqrt{N_k} I_{N_k} \otimes \psi^{(k+1)}} \right\| \quad k=1, 2, \dots, n. \quad (2.1)$$

Введенная система (2.1) упорядочена по Адамару ⁽⁶⁾.

Свойство 2.1. Построенная система является ортогональной.

Свойство 2.2. Система (2.1) может быть упорядочена по Пэли ⁽⁶⁾:

$$\Psi_{N_{k+1}} = \left\| \begin{array}{c} I_{N_k} \otimes e_{m_{k+1}} \\ \sqrt{N_k} I_{N_k} \otimes \varphi_2^{(k+1)} \\ \vdots \\ \sqrt{N_k} I_{N_k} \otimes \varphi_{m_{k+1}}^{(k+1)} \end{array} \right\|,$$

где $\varphi_i^{(k+1)}$, $i=2, 3, \dots, m_{k+1}$ —функции исходной матрицы $\psi^{(k+1)}$, упорядоченной по Пэли.

Предложенный метод построения систем функций (2.1) позволяет получить при различных исходных системах $\{\psi^{(k)}\}$ гибридные ортогональные преобразования. Полученные ортогональные системы назовем семейством Хаара и обозначим через χ . Построенное семейство χ содержит с одной стороны лучшие свойства ортогональных преобразований Фурье, Уолша, Адамара, с другой—Хаара. Полученное семейство Хаара лучше декоррелирует данные, чем преобразование Хаара, обладает быстрыми алгоритмами выполнения преобразования, близкими по скоростям к преобразованию Хаара, а также аппаратно легко реализуемо и может служить основой конструирования автоматических систем распознавания образов.

Теорема 2.1. Семейства систем Хаара порядка $N=m_1 m_2 \dots m_n$ в упорядочениях по Адамару и по Пэли допускают разложения:

$$\Psi_N = R_1 R_2 \dots R_n; \quad \bar{\Psi}_N = \bar{R}_1 \bar{R}_2 \dots \bar{R}_n, \quad (2.2)$$

где

$$R_n = \left\| \begin{array}{c} I_{N_{n-1}} \otimes e_{m_n} \\ \sqrt{N_{n-1}} I_{N_{n-1}} \otimes \psi^{(n)} \end{array} \right\|, \quad \bar{R}_n = \left\| \begin{array}{c} I_{N_{n-1}} \otimes e_{m_n} \\ \sqrt{N_{n-1}} I_{N_{n-1}} \otimes \varphi_2^{(n)} \\ \vdots \\ \sqrt{N_{n-1}} I_{N_{n-1}} \otimes \varphi_{m_n}^{(n)} \end{array} \right\|$$

$$R_i = \left\| \begin{array}{c|c} I_{N_{i-1}} \otimes e_{m_i} & 0 \\ \hline \sqrt{N_{i-1}} I_{N_{i-1}} \otimes \psi^{(i)} & \\ \hline 0 & I_{N_n - N_i} \end{array} \right\|, \quad \bar{R}_i = \left\| \begin{array}{c|c} I_{N_{i-1}} \otimes e_{m_i} & \\ \hline \sqrt{N_{i-1}} I_{N_{i-1}} \otimes \varphi_2^{(i)} & \\ \hline \vdots & \\ \hline \sqrt{N_{i-1}} I_{N_{i-1}} \otimes \varphi_{m_i}^{(i)} & \\ \hline 0 & I_{N_n - N_i} \end{array} \right\|$$

Замечание. Представление (2.2) Ψ_N в произведение слабозаполненных матриц задает быстрый алгоритм вычисления преобразований.

Утверждение 2.1. Для семейства Хаара существует быстрый алгоритм вычисления преобразования $F = \Psi_N f$ за $l = \sum_{k=1}^n m_{n+1-k} N_{n+1-k}$ операций.

Замечание. При $m_k = 2$ приведенный алгоритм сводится к хорошо известному алгоритму преобразования Хаара, требующего $2(N-1)$ операций.

Перейдем к изучению свойств нерекурсивных цифровых фильтров ⁽¹⁰⁾ по семейству Хаара. Фильтры Хаара порядка $N = m_1 m_2 \dots m_n$ состоят из n групп, причем каждая k -ая группа, $k = 1, 2, \dots, n$, содержит $m_1 \dots m_{k+1}(m_k - 1) = N_k - N_{k-1}$ фильтров, укомплектованных в свою очередь в $m_k - 1$ подгруппы. Передаточная характеристика такого фильтра $H_m(z) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \Psi_m(k) z^{-k}$.

Утверждение 2.2. В j -ой подгруппе k -ой группы фильтры семейства Хаара имеют одинаковую амплитудную характеристику, равную

$$A_{H_m} = |\Psi_j(k)(z^{N_{k-1}}; m_k)|,$$

и фазовые характеристики, равные

$$\varphi_{H_m} = |\Psi_j(k)(z^{N_{k-1}}; m_k) \cdot z^{-\sqrt{-1} m_k}|.$$

3. Рассмотрим задачу оптимальной статистической фильтрации с ограниченным базисом для непрерывных сигналов, а именно: нахождение при заданном аддитивном случайном входе $x(t) = z(t) + o(t)$ полезного сигнала $z(t)$ и шума $o(t)$ и при известных корреляционных зависимостях между ними $R^{xx}(t, s)$, $R^{xz}(t, s)$, $(t, s) \in [0, 1]$ наилучшей в смысле среднеквадратичной ошибки линейной оценки функции $z(t)$

$$\bar{z}(t) = \sum_{n=1}^{\infty} q_n \int_0^1 x(t) u_n(t) dt,$$

где ищется

$$\min_{\{q_n\}} G = \min E \left\{ \int_0^1 [z(t) - \bar{z}(t)]^2 \right\}.$$

E — символ математического ожидания, q_n — весовые коэффициенты.

Пирлом было предложено решение этой задачи для дискретного случая ⁽¹¹⁾.

Теорема 3.1. Оптимальные весовые коэффициенты в задаче статистической фильтрации с ограниченным базисом $\{u_i\}$ для непрерывных сигналов равны

$$q_n = \frac{\int_0^1 R^{xz} u_n(t) u_n(s) dt ds}{\int_0^1 R^{xx} u_n(t) u_n(s) dt ds}$$

при минимальной остаточной ошибке

$$\bar{\varepsilon}_{0p}^2(u) = \sum_{n=1}^{\infty} \int_0^1 R^{zz} u_n(t) u_n(s) dt ds - \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\left[\int_0^1 R^{xz} u_n(t) u_n(s) dt ds \right]^2}{\int_0^1 R^{xx} u_n(t) u_n(s) dt ds}.$$

4. Перейдем теперь к решению обратной задачи Карунена—Лозва для семейства систем Хаара. Относительно семейства ВКФ эта задача решена в (12). Для формулировки теорем с решением обратной задачи Карунена—Лозва введем следующие обозначения: $\alpha_{jk}^{(k)} =$

$= \sum_{i=1}^{N_{k-1}} N_{i-1} \beta_{j_i(k)}$ — сумма одной k -ой группы по блокам $j_i(k)$; $\beta_{j_i(k)} =$

$= \sum_{l=2}^{m_k} \lambda_{l,j_i(k)} \varphi_{l,j_i(k)}(s) \varphi_{l,j_i(k)}(t)$ — сумма j -го блока по функциям φ , $(t, s) \in$

$\in [j_i(k) + (l-1)]$, $N_0 = 1$; k — номер группы; $j_i(k)$ — номер блока в k -ой группе; l — номер функции в блоке; $\varphi_{l,j_i(k)}$ — функция в исходной системе; $\lambda_{l,j_i(k)}$ — собственные значения функции $R(t, s)$, соответствующие собственным функциям $\varphi_{l,j_i(k)}$; $\text{diag}\{\alpha_{m_n}^1, \dots, \alpha_{m_n}^{j(N_k)}\}$ — диагональная

матрица порядка $N_n(m_n-1)N_{n+1}$; $[\alpha_{m_n}^{j_i(k)}]_{t_i s_i} = \sum_{l=2}^{m_n} d_l^{j_i(k)} [\varphi_{m_n}]_{t_i l} [\varphi_{m_n}]_{l s_i}$ —

элементы матрицы α порядка m_n ; J_{m_n} — квадратная матрица порядка m_n из 1, d_l — элементы диагональной матрицы d , на диагонали которой расположены собственные значения R ; p — количество первых совпавших разрядных коэффициентов t и s до первого несовпадения.

Теорема 4.1. Пусть

$$R(t, s) = \begin{cases} \varphi_1 + \sum_{k=1}^{\infty} \alpha_{j(k)}^{(k)}, & p = \infty \\ \varphi_1 + \sum_{k=1}^p \alpha_{j(k)}^{(k)} - \alpha_{j(p+1)}^{(p+1)}, & p < \infty, \end{cases} \quad (4.1)$$

тогда система функций $\psi_k(s)$ семейства Хаара является решением интегрального уравнения

$$\int_0^1 R(t, s) \psi_k(s) ds = \lambda_k \psi_k(t).$$

Теорема 4.2. Пусть $R_{N_1} = R_m$,

$$R_{N_{n+1}}(t, s) = R_{N_n} \otimes J_{m_n} + \text{diag}\{\alpha_{m_n}^1, \dots, \alpha_{m_n}^{j_{N_n}^{(h)}}\}, \quad (4.2)$$

тогда система дискретных функций Ψ_N семейства Хаара γ является решением уравнения $\Psi_N R = d \Psi_N$.

Таким образом, цифровые фильтры, построенные на основе семейств Хаара (учетом результатов (13)), являются статистически оптимальными для классов автокорреляционных матриц (4.1) и (4.2).

Вычислительный центр

Академии наук Армянской ССР

и Ереванского государственного университета

Թվային ֆիլտրեր ըստ Հաարի համակարգերի ընտանիքի

Ներկա աշխատանքում մտցվում է $N = m_1 m_2 \dots m_n$ կարգի ընդհանրացված օրթոգոնալ Հաարի համակարգի գաղափարը: Մշակված է արագ ձևափոխման ալգորիթմը մտցված համակարգի համար՝ համարակալված ըստ Հադամարի և Պէլիի: Կառուցված է նաև թվային ֆիլտր ընդհանրացված Հաարի ձևափոխության հիման վրա և Z ձևափոխության միջոցով բացահայտված է նրա հիմնական հատկությունները:

Լուծված է Կարհունեն—Լոնի հակադարձ խնդիրը Հաարի ձևափոխության համար, այսինքն գտնված է այն կոռելյացիոն ֆունկցիաների դասերը, որոնց համար Հաարի ընդհանրացված ձևերը հանդիսանում են օպտիմալ:

ЛИТЕРАТУРА — ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

- ¹ П. Рабинер, Б. Гоулд, Теория и применение цифровой обработки сигналов, Мир, М., 1978. ² P. Gubbins, I. Scullar, P. Wisskivchen, Annales de Geophysique tome 71, №2 (1971). ³ X. Хармут, Теория секвентного анализа, Мир, М., 1980. ⁴ W. K. Pratt, W. H. Chen, L. R. Welch, IEEE, Transactions and Communications, vol. Com-22, №8, Aug. (1974). ⁵ В. П. Логинов, Зарубежная радиоэлектроника, № 4, 1973. ⁶ А. М. Трахтман, В. А. Трахтман, Основы теории дискретных сигналов на конечных интервалах, Сов. радио, М., 1975. ⁷ S. S. Agaian, Proc. of the Fifth European Meeting of Cybernetics and Systems Research, v. 8, B. 1980. ⁸ S. S. Agaian, A. K. Matevosian, Acta Cybernetica, Tom. 5, Fasc 3. Szeged (1981). ⁹ С. С. Агаян, А. К. Матевосян, Труды ВЦ АН Арм. ССР, № 12, 1982. ¹⁰ И. А. Большаков, В. С. Ракошиц, Изв. АН СССР. Тех. кибернетика, № 5, 1977. ¹¹ Д. Пирл, Зарубежная радиоэлектроника, № 8, 1972. ¹² А. Мановцев, Радиотехника, № 7, 1975. ¹³ Г. Лэм Аналоговые и цифровые фильтры, Мир, М., 1982.

УДК 539.375.539.3

ТЕОРИЯ УПРУГОСТИ

Н. Ф. Морозов, М. В. Паукшто

О дискретных моделях двумерной теории упругости

(Представлено академиком АН Армянской ССР Н. Х. Арутюняном 7/VI 1982)

п. 0. Вопрос о соотношении между дискретными и непрерывными моделями теории упругости имеет давнюю историю и восходит к работе Коши ⁽¹⁾. Следующие два столетия проходят с приоритетом непрерывных моделей. Свойства структуры, не отражаемые классической упругостью, учитывались более сложными, но по-прежнему непрерывными моделями моментной теории упругости ^(2,3). Однако дальнейшее развитие теории трещин и острых вырезов и невозможность объяснения некоторых качественных и количественных эффектов в рамках непрерывной теории вновь обращают исследователей к дискретным моделям (см. например ⁽⁴⁾). В работах ^(5,6) Л. И. Слепян применил дискретную модель к задаче распространения трещины и определил, в частности, долю притекающей в конец трещины энергии, идущей на разрушение, и зависимость этой доли от скорости распространения трещины. Такой анализ был невозможен на основе классической теории упругости.

В настоящей работе описывается широкий класс дискретных моделей, дающих близкие к классической теории упругости результаты, и выясняется степень их близости.

С математической точки зрения рассматриваются дифференциально-разностные аппроксимации динамической системы уравнений Ламе, имеющие вид уравнений Ньютона, и устанавливаются условия сходимости данной аппроксимации. Разностные схемы, изученные О. А. Ладыженской в работе ⁽⁷⁾, не входят в рассматриваемый класс приближений, но при исследовании устойчивости используется предложенный там метод Фурье.

Динамические уравнения одномерной упругой цепочки подробно рассмотрены в книге В. П. Маслова ⁽⁸⁾ и, под иным углом зрения, в работе А. М. Франка и Н. Н. Яненко ⁽⁹⁾.

п. 1. Рассмотрим на плоскости группу G точек единичной массы, связанных невесомыми стержнями. Пусть Γ_x — все точки, соединенные с точкой $x \in G$ и $K(x, y)$, $L(x, y)$ — пара функций, характеризующих стержень, соединяющий точки x и $y \in \Gamma_x$. Продолжим нулем $K(x, y)$ и $L(x, y)$ на оставшиеся пары точек $(x, y) \in G \times G$, $y \notin \Gamma_x$. Физически очевидно, что если $y \in \Gamma_x$, то $x \in \Gamma_y$, кроме того, $K(x, y) = K(y, x) > 0$, $L(x, y) = L(y, x)$, $y \in \Gamma_x$. Пусть $u = u(x) = u(x, t)$ — вектор смещения

точки $x \in G$ в момент времени t , тогда продольной жесткости $K(x, y)$ соответствует сила

$$K(x, y) \{ |y - x + u(y) - u(x)| - |y - x| \} \frac{y - x + u(y) - u(x)}{|y - x + u(y) - u(x)|},$$

или, учитывая $|u(x) - u(y)| \ll |y - x|$, после линеаризации по Коши ⁽¹¹⁾

$$K(x, y)(u(y) - u(x), y - x) \frac{y - x}{|y - x|^2}.$$

В нашем случае сила, соответствующая стержню, принимается равной

$$K(x, y)(u(y) - u(x), y - x) \frac{y - x}{|y - x|^2} + L(x, y)(u(y) - u(x), (y - x)^\perp) \frac{(y - x)^\perp}{|y - x|^2}$$

здесь $(\cdot)$ — скалярное произведение на плоскости, $v^\perp$ вектор, ортогональный вектору v и такой, что $|v^\perp| = |v|$.

Таким образом, для каждой точки $x \in G$ имеем соотношение

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \sum_{y \in G} \left\{ K(x, y)(u(y) - u(x), y - x) \frac{y - x}{|y - x|^2} + \right. \\ \left. + L(x, y)(u(y) - u(x), (y - x)^\perp) \frac{(y - x)^\perp}{|y - x|^2} \right\}. \end{aligned} \quad (1)$$

Чтобы упростить это уравнение, предположим дополнительно, что G — решетка:

$$G = \{x \in R^2 : x = hHn\},$$

где H — матрица с определителем, равным единице, n — целочисленный вектор, h — параметр. Кроме того, пусть G „устроена в каждой точке одинаково“ и жесткости K и L постоянны, тогда $\Gamma_x = \{c_j\}_j^m = -m$, $j \neq 0$, и обозначив через K_j, L_j соотношение жесткостей j -го стержня к квадрату его длины, запишем (1) в виде

$$h^2 \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \sum_{j=1}^m \{K_j(\bar{\nabla}_{hc_j} \nabla_{hc_j} u, c_j) c_j + L_j(\bar{\nabla}_{hc_j} \nabla_{hc_j} u, c_j^\perp) c_j^\perp\}, \quad (2)$$

через $\nabla_{c_j}, \bar{\nabla}_{c_j}$ обозначены конечные разности

$$\nabla_{c_j} u = u(\cdot + c_j) - u(\cdot), \quad \bar{\nabla}_{c_j} u = u(\cdot) - u(\cdot - c_j).$$

Постоянные $K_j, L_j, c_j, j=1, 2, \dots, m$ выберем из условия совпадения предельного уравнения, соответствующего (2), с классическим уравнением теории упругости, которое эквивалентно условию

$$K_j(\hat{u}, c_j)(\xi, c_j)^2 c_j + L_j(\hat{u}, c_j^\perp)(\xi, c_j)^2 c_j^\perp = \mu |\xi|^2 \hat{u} + (\mu + \lambda) \xi(\xi, \hat{u}), \quad (3)$$

для любых $\hat{u} = (\hat{u}_1, \hat{u}_2), \quad \xi = (\xi_1, \xi_2)$.

Нетрудно проверить, что (3) равносильно тождеству

$$(c_{1j} + z c_{2j})^2 [K_j(c_{1j} + \bar{z} c_{2j})^2 + L_j(b_{1j} + \bar{z} b_{2j})^2] = \mu (z - \bar{z})^2 + (2\mu + \lambda)(1 + z\bar{z})^2. \quad (4)$$

п. 2. Перейдем к вопросу сходимости решения (2) при $h \rightarrow 0$ к решению предельной системы

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \sum_{j=1}^m \left\{ K_j \left(\frac{\partial^2 u}{\partial c_j^2}, c_j \right) c_j + L_j \left(\frac{\partial^2 u}{\partial c_j^2}, c_j^\perp \right) c_j^\perp \right\} = \mu \Delta u + (\mu + \lambda) \operatorname{grad}(\operatorname{div} u), \quad (5)$$

последнее равенство вытекает из условия (4). Запишем соответствующие (5) краевые задачи:

$$\begin{cases} \frac{\partial u}{\partial t} = v, \\ h^2 \frac{\partial v}{\partial t} = \sum_{j=1}^m \{ K_j (\bar{\nabla}_{hc_j} \nabla_{hc_j} u, c_j) c_j + L_j (\bar{\nabla}_{hc_j} \nabla_{hc_j} u, c_j^\perp) c_j^\perp \}, \\ u|_{t=0} = u_0(x), \quad v|_{t=0} = 0, \quad x \in G, \end{cases} \quad (6)$$

$$\begin{cases} \frac{\partial u}{\partial t} = v, \\ \frac{\partial v}{\partial t} = \sum_{j=1}^m \left\{ K_j \left(\frac{\partial^2 u}{\partial c_j^2}, c_j \right) c_j + L_j \left(\frac{\partial^2 u}{\partial c_j^2}, c_j^\perp \right) c_j^\perp \right\}, \\ u|_{t=0} = u_{00}(x), \quad v|_{t=0} = 0, \quad x \in \mathbb{R}^2. \end{cases} \quad (7)$$

Пусть $T_h = \{z \in \mathbb{R}^2 : 2h|H^*z|_\infty < 1\}$, тогда преобразование Фурье вектор-функций

$$\tilde{W}(z) = h^2 \sum_{x \in G} \exp\{-i2\pi(x, z)\} W(x) \quad (8)$$

устанавливает изоморфизм пространств $l_2(G)$ и $L_2(T_h)$. После преобразования Фурье

$$\hat{W}(z) = \int_{\mathbb{R}^2} \exp\{-i2\pi(x, z)\} W(x) dx$$

по переменным x в уравнениях (7) и преобразования (8) в системе (6) обозначим матрицы правых частей уравнений (6) и (7) соответственно через $P_h(z)$ и $P(z)$. Образы Фурье решений задач (6) и (7) запишутся в виде

$$\tilde{W}^h(z, t) = \exp\{tP_h(z)\} \tilde{W}_0(z), \quad \hat{W}(z, t) = \exp\{tP(z)\} \hat{W}_{00}(z),$$

где $\tilde{W}_0(z) = (\tilde{u}_0(z), 0)$ и $\hat{W}_{00}(z) = (\hat{u}_{00}(z), 0)$.

Теорема. Пусть выполнено (4), $\hat{u}_{00}$ — гладкая функция с компактным носителем, $u_0 \in l_2(G)$, тогда при $h \rightarrow 0$ выполнена оценка

$$\|W^h(\cdot, t) - W(\cdot, t)\|_{l_2(G)} \leq c(h, t) \|u_0 - u_{00}\|_{l_2(G)} + o(1), \quad (9)$$

константы в этом неравенстве не зависят от u_0 .

Доказательство. Рассмотрим характеристический многочлен,

$$\begin{aligned} |P_h(z) - \nu E| &= \nu^2 + (2\pi)^2 \nu^2 \frac{\sin^2 \pi h(z, f_j)}{\pi^2 h^2} (K_j |c_j|^2 + L_j |c_j^\perp|^2) + \\ &+ (2\pi)^4 |c_j|^2 |c_p|^2 \frac{\sin^2 \pi h(z, c_j)}{\pi^2 h^2} \frac{\sin^2 \pi h(z, c_i)}{\pi^2 h^2} (L_j L_p + K_j K_p). \end{aligned} \quad (10)$$

В силу (4) корни $|P(z) - \nu E|$ имеют вид $\pm i\sqrt{\mu}|z|$, $\pm i\sqrt{(2\mu + i)}|z|$. Поэтому нетрудно проверить, что при достаточно малых $h > 0$ равномерно по $z \in \text{supp } \hat{u}_{00}$ корни (10) чисто мнимые и простые. Далее при достаточно малых $h > 0$

$$W(x, t) = \int_{T_h} e^{i2\pi(x, z)} e^{tP(z)} \hat{W}_{00}(z) dz,$$

и, следовательно, осталось оценить выражение

$$\begin{aligned} & \|\exp\{tP(z)\} \hat{W}_{00}(z) - \exp\{tP_h(z)\} \tilde{W}_0\|_{L_2(T_h)} \leq \\ & \leq \|(\exp\{tP(z)\} - \exp\{tP_h(z)\}) \hat{W}_{00}\|_{L_2(T_h)} + \\ & + \|\exp\{tP_h(z)\}(\hat{W}_{00} - \tilde{W}_0)\|_{L_2(T_h)}. \end{aligned} \quad (11)$$

Используя представление ⁽¹⁰⁾

$$\exp\{tP_h(z)\} = \frac{1}{2\pi i} \int_{\gamma} e^{t\nu} \frac{Q_h(z, \nu)}{|P_h(z) - \nu E|} d\nu,$$

в котором элементы матрицы $Q_h(z, \nu)$ с точностью до знака совпадают с главными минорами матрицы $P_h(z) - \nu E$, а γ — произвольный спрямленный замкнутый контур, содержащий внутри нули $|P_h(z) - \nu E|$, и тот факт, что $P_h(z) \rightarrow P(z)$ при $h \rightarrow 0$, найдем, что первое слагаемое в (11) есть $o(1)$ при $h \rightarrow 0$. При оценке второго слагаемого в неравенстве (11) используем равномерную ограниченность компонент матрицы $P_h(z)$ при $z \in R^2$. Теорема доказана.

В заключение приведем пример двухконстантной теории упругости: $c_1 = (1, 0)$, $c_2 = (1/2, \sqrt{3}/2)$, $c_3 = (1/2, -\sqrt{3}/2)$, $L_1 = L_2 = L_3 = L$, $K_1 = K_2 = K_3 = K$. При малых $h > 0$ эта система соответствует непрерывной теории с постоянными Ламе вида

$$\mu = \frac{3}{8}(K + 3L), \quad \lambda = \frac{3}{8}(K - 5L).$$

Нетрудно также обобщить полученные результаты на случай анизотропной теории упругости.

Ленинградский государственный университет
им. А. А. Жданова

Ե. Ֆ. ՄՈՐՈՋՈՎ, Մ. Վ. ՊԱՌԻՎՇՏՈ

Երկչափանի առաձգականության դիսկրետ մոդելների մասին

Դիտարկվում են հարթության վրա կետային զանգվածների համասեռ սիստեմներ: Զանգվածները միացված են բնութագրիչ $h > 0$ երկարությամբ անկշռելի առաձգական ձողերով:

$h \rightarrow 0$ դեպքում ստացված է կյամեյի դասական հավասարումներով նը-

կարագրվող առաձգական միջավայրերի տատանումների և այդ սիստեմների տատանումների միջին իմաստով մոտիկության պարզ հանրահաշվական պայման:

ЛИТЕРАТУРА — ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

¹ A. L. Canchy, Ex. de Math. 1827 (см. В. В. Новожилов, Теория упругости, Судпромгиз, Л., 1958). ² E. Cosserat, F. Cosserat, Theorie des corps deformables, Paris, 1909. ³ W. Voigt, Abh. Ges. Wiss. Göttingen, Bd. 34, 1887. ⁴ И. А. Кукин, Теория упругих сред с микроструктурой, Наука, М., 1975. ⁵ Л. И. Слепян, ДАН СССР, т. 258, № 3 (1981). ⁶ Л. И. Слепян, там же, т. 260, № 3 (1981). ⁷ О. А. Ладыженская, УМН, т. 12, № 5 (1957). ⁸ В. П. Маслов, Операторные методы, Наука, М., 1975. ⁹ А. М. Франк, Н. Н. Яненко, О свойствах осредненного движения упругой одномерной решетки и движении мезообъектов. Новосибирск, ИТПМ, препринт № 14, 1980. ¹⁰ Е. А. Горин, Вестник МГУ, № 4, 1965. ¹¹ А. Е. Ляв, Математическая теория упругости, ОНТИ, М., 1935.

УДК 539.1.01 : 548.0

ФИЗИКА

Р. С. Варданян

О применении принципа инвариантности в теории дифракции рентгеновских лучей

(Представлено чл.-корр. АН Армянской ССР Г. С. Саакяном 30/XII 1982)

В теории Дарвина дифракции рентгеновских лучей (см. например ^(1,2)), рассматривается отражение от кристалла, когда отражающие атомные плоскости параллельны поверхности кристалла. При решении задачи дифракции по методу Дарвина составляется следующая система уравнений „переноса“ относительно T_k и S_k , где T_k , S_k амплитуды волн непосредственно над атомной плоскостью с номером k , идущих соответственно в направлении падения и отражения:

$$\begin{aligned} T_{k+1} &= \sigma e^{-i\varphi} T_k + r e^{-2i\varphi} S_{k+1}; \\ S_k &= \sigma e^{-i\varphi} S_{k+1} + r T_k. \end{aligned} \quad (1)$$

Здесь r , σ соответственно коэффициенты отражения и пропускания одной атомной плоскости; $\varphi = \frac{2\pi d}{\lambda} \sin \theta$ изменение фазы волны при прохождении лучом межплоскостного расстояния (вдоль направления падения или отражения); d — расстояние между атомными плоскостями; λ — длина волны; θ — угол скольжения.

Для „полубесконечного“ кристалла решение системы (1) ищется в виде

$$T_{k+1} = x T_k. \quad (2)$$

Отметим, что соотношение (2) в неявном виде содержит принцип инвариантности (ПИ). Но более эффективным является классический подход принципа инвариантности (³⁻⁵), позволяющий непосредственно определять коэффициент отражения амплитуды ρ полубесконечного кристалла. Рассмотрению этого вопроса посвящен пункт 1° данной статьи.

Представляет определенный интерес решение задачи дифракции на кристалле конечной толщины. Для решения аналогичной задачи переноса в работе Н. Б. Енгибаряна и М. А. Мнацаканяна (⁵) разработан эффективный метод, основанный на установлении связи между решениями задач переноса в полубесконечной среде и в среде конечной толщины. В пункте 2° дискретный аналог метода Н. Б. Енгибаряна и М. А. Мнацаканяна применяется для нахождения коэффициента отражения ρ_n и коэффициента пропускания Q_n кристалла, содержащих конечное число отражающих плоскостей.

1°. Пусть отражающие атомные плоскости заполняют полупространство (рис. 1). Обозначим через T_1 и S_1 соответственно амплитуды падающей и отраженной волн, причем будем считать, что угол скольжения θ близок к брегговскому углу θ_0 . Будем пользоваться системой уравнения „переноса“ (1). Согласно ПИ⁽³⁻⁵⁾ существует такое ρ , что

$$S_k = \rho \cdot T_k. \quad (3)$$

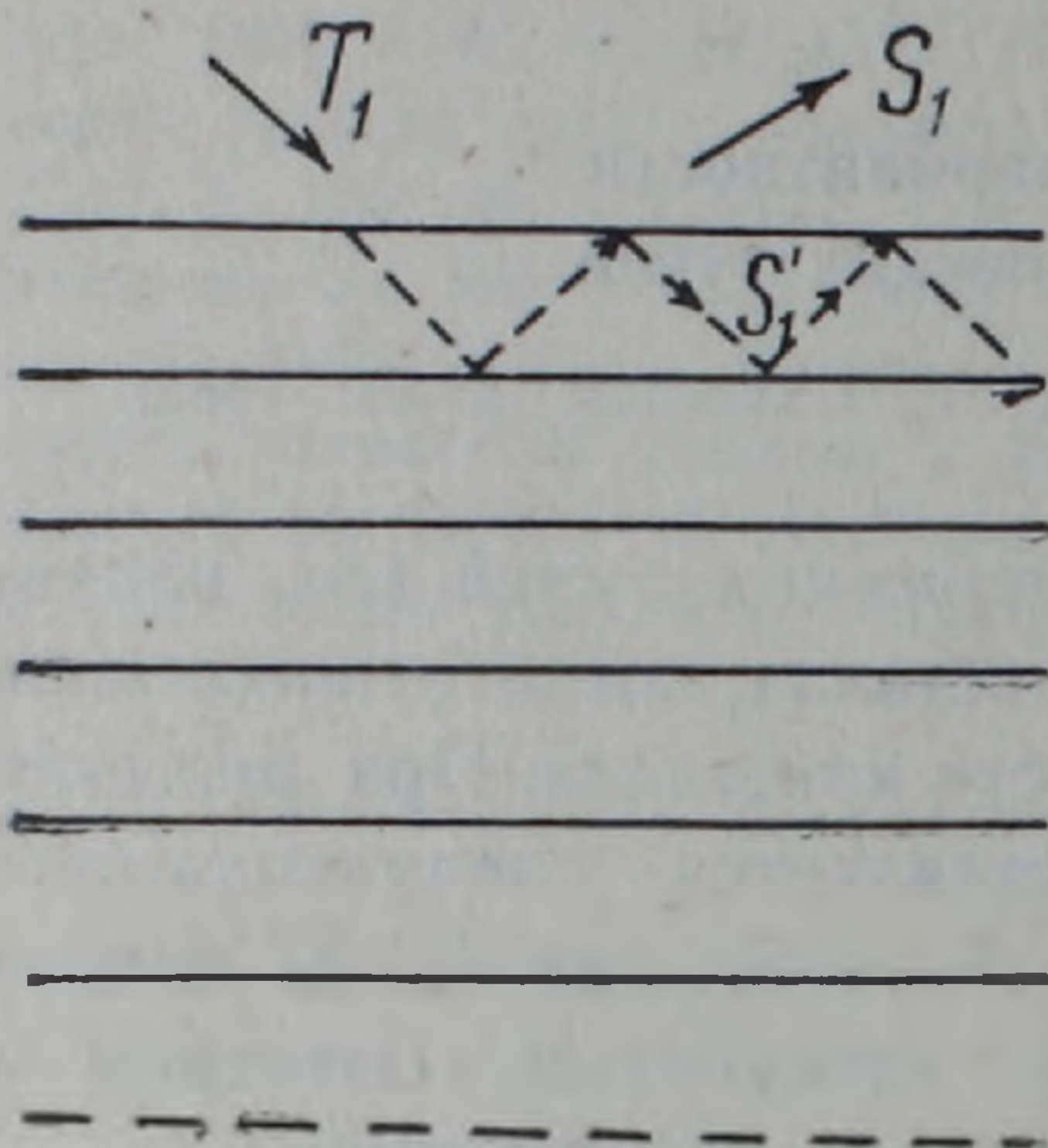


Рис. 1

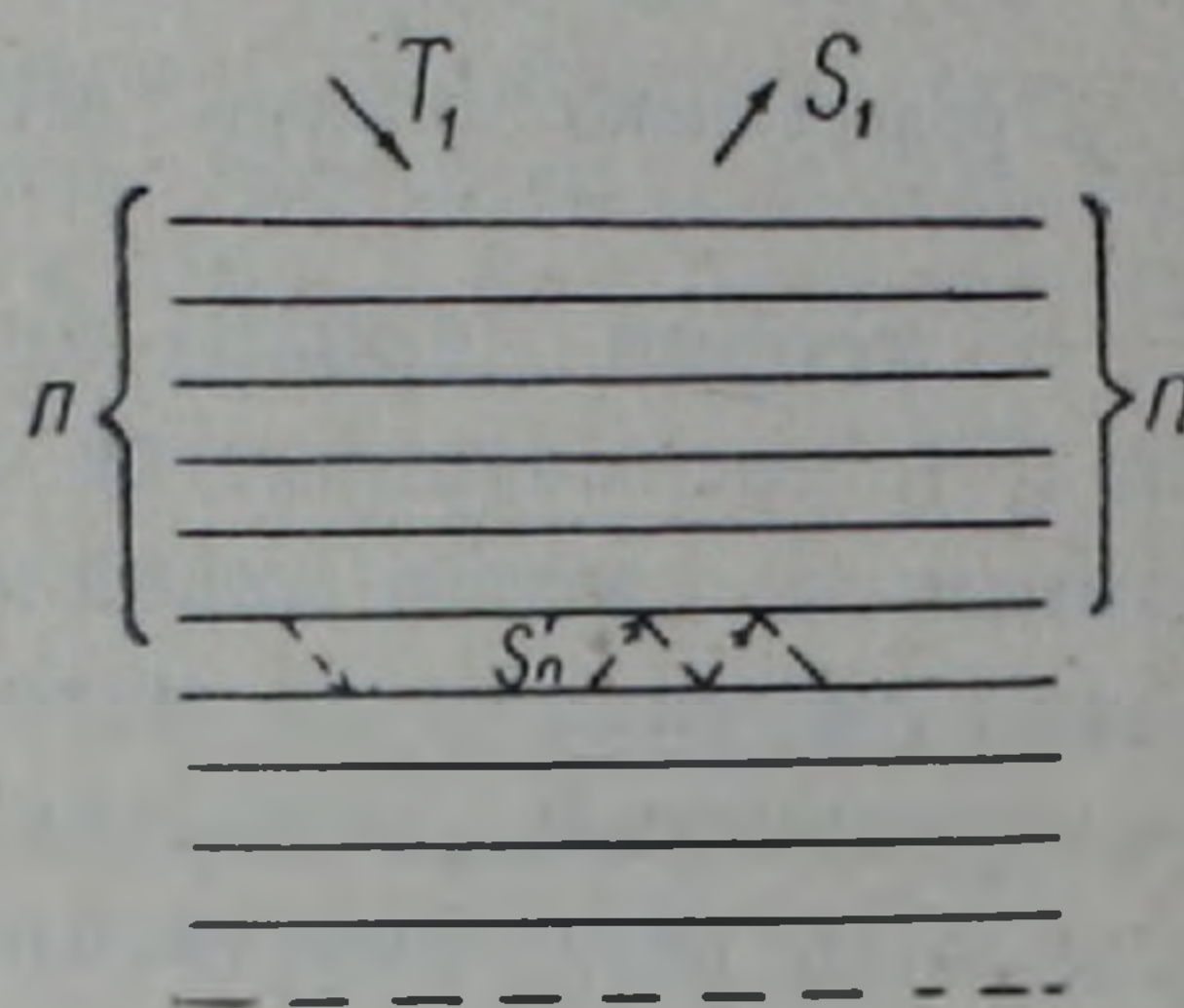


Рис. 2

Подстановка (3) в систему (1) приводит к следующему квадратному уравнению относительно ρ :

$$re^{-2i\varphi}\rho^2 - [1 + (r^2 - \varepsilon^2)e^{-2i\varphi}]\rho + r = 0. \quad (4)$$

Это уравнение Амбарцумяна для данной задачи.

Отметим, что для получения уравнения (4) можно было бы и не воспользоваться системой (1). Основываясь на ПИ, можно привести другой вывод уравнения (4).

Согласно принципу инвариантности, отражательная способность полубесконечного кристалла не изменится, если добавить (или отнять) конечное число атомных плоскостей.

Амплитуда волны, отраженной от всего кристалла, складывается из амплитуды волны, отраженной первой атомной плоскостью и из амплитуды волн, отраженных (после многократных рассеяний) от кристалла без первой атомной плоскости. Амплитуда волны, отраженной непосредственно от первой атомной плоскости, будет rT_1 ; амплитуда волны, дошедшей до второй плоскости и отраженной от всего „оставшегося“ полубесконечного кристалла, будет $\rho e^{-i\varphi} T_1$. Следовательно, амплитуда волны, падающей на первую атомную плоскость снизу (в направлении отражения), будет

$$S'_2 = e^{-i\varphi} \rho e^{-i\varphi} T_1.$$

Эта волна частично пройдет через первую атомную плоскость (либо непосредственно, либо после многократных отражений между плоскостью $n=1$ и всего оставшегося кристалла). Обозначим через

$Y_1 S'_2$ амплитуду прошедшей волны, тогда суммарная амплитуда волны, отраженной от всего кристалла, будет

$$S_1 = \rho T_1 = r T_1 + Y_1 e^{-l\varphi} \rho e^{-l\varphi} T_1. \quad (5)$$

С другой стороны, согласно сказанному

$$Y_1 S'_2 = \sigma S'_2 + S'_2 e^{-i\varphi} \rho e^{-l\varphi} r T_1 Y_1. \quad (6)$$

Подставляя $Y_1 = (1 - r \rho e^{-2i\varphi})^{-1}$ из (6) в (5), приходим к уравнению (4).

Коэффициенты отражения и пропускания r и σ имеют вид (см. например (2)):

$$r = -iq; \quad \sigma = 1 - iq_0.$$

Следовательно, для ρ получим окончательно следующее уравнение:

$$q e^{-2i\varphi} \rho^2 - i [1 - q^2 e^{-2l\varphi} - (1 - iq_0)^2 e^{-2i\varphi}] \rho + q = 0. \quad (7)$$

Представляя в виде $\varphi = m\pi + v$ и считая v малой величиной, относительно ρ получим следующее уравнение (в том приближении, что обычно делается в теории Дарвина):

$$\rho^2 + 2 \frac{\varepsilon}{q} \rho + 1 = 0; \quad \rho = \frac{\varepsilon \pm \sqrt{\varepsilon^2 - q^2}}{-q}. \quad (8)$$

2°. Пусть кристалл содержит n атомных плоскостей (рис. 2). Введем коэффициент отражения ρ_n и коэффициент пропускания Q_n для такого кристалла:

$$\rho_n = \frac{S_1}{T_1}, \quad Q_n = \frac{T'_n}{T_1}.$$

Присоединим к кристаллу (конечной толщины) снизу полубесконечный кристалл. Пусть на n -ую атомную плоскость снизу, в направлении отражения, падает волна с амплитудой S'_n . Эта волна либо непосредственно, либо после многократных отражений между кристаллом конечной толщины и присоединенным полубесконечным кристаллом частично выйдет из среды. Обозначим через $Y_n S'_n$ амплитуду вышедшей волны. Исходя из определения Y_n можно легко получить следующее простое рекуррентное соотношение

$$Y_n = \sigma e^{-l\varphi} Y_{n-1} + r e^{-i\varphi} \rho e^{-l\varphi} Y_n \quad (9)$$

с условием

$$Y_1 = \frac{\sigma}{1 - r \rho e^{-2l\varphi}}. \quad (10)$$

Из (9) и (10) следует

$$Y_n = \left(\frac{\sigma e^{-l\varphi}}{1 - r \rho e^{-2i\varphi}} \right)^n e^{l\varphi}. \quad (11)$$

Исходя из принципа инвариантности, будем считать, что коэффициент отражения полубесконечного кристалла не изменится, если добавить конечное число атомных плоскостей (5). Тогда легко составить следующую систему уравнений для ρ_n и Q_n :

$$\rho = \rho_n + Q_n e^{-l\varphi} \rho e^{-l\varphi} Y_n; \quad (12)$$

$$Y_n = Q_n + \rho_n e^{-l\varphi} \rho e^{-l\varphi} Y_n. \quad (13)$$

Из (11), (12), (13) с учетом (5) находим:

$$\rho_n = \frac{(1 - R^{2n}) e^{2in\varphi}}{1 - R^{2n} \rho^2 e^{2i(n-1)\varphi}}; \quad (14)$$

$$R = \frac{\rho - r}{\rho \sigma}$$

$$Q_n = \frac{(1 - \rho^2 e^{-2l\varphi}) R^n e^{l(n+1)\varphi}}{1 - R^{2n} \rho^2 e^{2i(n-1)\varphi}}. \quad (15)$$

Если для ρ ограничиться приближением (8), то можно показать, что для непоглощающего кристалла в соответствующем приближении ρ_n , $|\rho_n|^2$, Q_n , $|Q_n|^2$ имеют вид:

а) $\varepsilon^2 \leq q^2$;

$$\rho_n = \frac{1 - e^{-2nqx}}{1 - e^{-2nqx + 2i\alpha_0}} e^{i\alpha_0}; \quad |\rho_n|^2 = \frac{\text{sh}^2 nqx}{\text{sh}^2 nqx + x^2}; \quad (16)$$

$$Q_n = \frac{1 - e^{2i\alpha_0}}{1 - e^{-2nqx + 2i\alpha_0}} e^{-nqx}; \quad |Q_n|^2 = \frac{x^2}{\text{sh}^2 nqx + x^2}; \quad (17)$$

$$x = \sqrt{1 - \varepsilon^2/q^2}, \quad \alpha_0 = \text{arctg} \frac{\sqrt{q^2 - \varepsilon^2}}{\varepsilon};$$

б) $\varepsilon^2 \geq q^2$;

$$\rho_n = \frac{1 - e^{2in\Phi}}{1 - \rho^2 e^{2in\Phi}} \rho; \quad |\rho_n|^2 = \frac{\sin^2 nq\zeta}{\sin^2 nq\zeta + \zeta^2}; \quad (18)$$

$$Q_n = \frac{1 - \rho^2}{1 - \rho^2 e^{2in\Phi}} e^{in\Phi}; \quad |Q_n|^2 = \frac{\zeta^2}{\sin^2 nq\zeta + \zeta^2}; \quad (19)$$

$$\zeta = \sqrt{\varepsilon^2/q^2 - 1}, \quad \Phi = -\text{sign} \varepsilon \sqrt{\varepsilon^2 - q^2}.$$

Коэффициент отражения $|\rho_n|^2$ кристалла конечной толщины ранее был найден по динамической теории Эвальда—Лауэ (см. например (6)). При решении этой задачи по теории Дарвина обычно совершается переход из системы разностных уравнений (1) к системе дифференциальных уравнений (7). В данной статье нами было показано, что применение принципа инвариантности В. А. Амбарцумяна позволяет решить задачу дифракции в рамках теории Дарвина без перехода к системе дифференциальных уравнений.

Хотя в статье рассматриваются задачи симметричного отражения от centrosymmetric кристалла, предложенный метод легко обобщается и на случай асимметричного отражения от неcentrosymmetric кристалла.

Автор выражает благодарность Н. Б. Енгибаряну за полезные советы и обсуждение.

Отдел прикладных проблем физики
Академии наук Армянской ССР

Ռենտգենյան ճառագայթների դիֆրակցիայի տեսության մեջ
ինվարիանտության սկզբունքի կիրառման մասին

Աշխատանքում դիտարկվում են իդեալական բյուրեղների վրա ռենտգենյան ճառագայթների դիֆրակցիայի որոշ խնդիրներ: Առաջարկվում է ռենտգենյան ճառագայթների բազմակի ցրման հաշվառման նոր մեթոդ, որի հիմքում ընկած է Վ. Հ. Համբարձումյանի ինվարիանտության սկզբունքը^(3,4): Այդ սկզբունքի կիրառությունը հնարավորություն է տալիս կիսաանվերջ բյուրեղի դեպքում ստանալ հավասարում անմիջականորեն անդրադարձման գործակցի համար: Վերջավոր հաստության բյուրեղի անդրադարձման և անցման գործակիցները որոշելու համար կիրառում է Ն. Բ. Ենգիբարյանի և Մ. Ա. Մնացականյանի մեթոդը⁽⁵⁾, որը հնարավորություն է տալիս արտահայտել այդ գործակիցները կիսաանվերջ բյուրեղի անդրադարձման գործակցով:

ЛИТЕРАТУРА — ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

- ¹ Р. Джеймс, Оптические принципы дифракции рентгеновских лучей, ИЛ, М., 1950. ² В. И. Иверонова, Г. П. Ревкевич, Теория рассеяния рентгеновских лучей, Изд-во МГУ, 1978. ³ В. А. Амбарцумян, Научные труды, т. 1, Изд-во АН АрмССР, Ереван, 1960. ⁴ В. В. Соболев, Перенос лучистой энергии в атмосферах звезд и планет, ГИТТЛ, М., 1956. ⁵ Н. Б. Енгибарян, М. А. Мнацаканян, ДАН СССР, т. 217, № 3 (1974). ⁶ И. Б. Боровский, Физические основы рентгеноспектральных исследований, Изд-во МГУ, 1956. ⁷ А. В. Кузнецов, А. Д. Феофанов, Изв. вузов. Физика, т. 10, 1970.

УДК 577.1 : 577.15 : 576.851

МОЛЕКУЛЯРНАЯ БИОЛОГИЯ

Р. Г. Антонян, К. Г. Данагулян, Н. Н. Саркисян, Ж. А. Кцоян

Радиорезистентные, дефектные по ДНК-полимеразе
типа I штаммы *Salmonella derby* K 89

(Представлено чл.-корр. АН Армянской ССР А. А. Галояном 28/XII 1982)

Из литературы известно, что введение R-плазмид в клетку бактерий приводит к значительному повышению радиорезистентности, к усилению мутагенной репарации, увеличению спонтанной и индуцированной мутабельности в клетках дикого типа (10^{-4}). Механизм эффекта плазмид пока представляется гипотетическим.

В связи с этим нам показалось интересным исследовать влияние обнаруженной нами в клетках *Salmonella derby* лекарственно-устойчивой плазмиды рGK-101, с которой ассоциирована активность репарационного фермента ДНК-полимеразы типа I (5^{-6}) на радиорезистентность изогенных штаммов *S. derby*. Плазида рGK-101 *S. derby* придает клеткам устойчивость к хлорамфениколу (Cm), пенициллину (Pn) и стрептомицину (Sm).

Для генетической характеристики плазмиды рGK-101 в настоящей работе проведена ее элиминация, изучена активность ДНК-полимеразы I в полученных изогенных штаммах *S. derby*, исследована радиорезистентность дикого штамма *S. derby* K 89, его радиочувствительного бесплазмидного штамма K 82 pol⁻ и излеченных от плазмиды рGK-101 штаммов, образующих различные группы при действии УФ-света.

В работе использовали дикий тип *S. derby* K 89, выделенный нами его радиочувствительный мутант K 82 pol⁻. Характеристика штаммов: K 89—прототроф, Cm^r, Pn^r, Sm^r; *S. derby* K 82 pol⁻—ауксотроф, Tс^r. Применяли полноценные жидкие и минимальные среды с добавлением необходимых факторов роста. Использовали коммерческие препараты антибиотиков в следующих концентрациях (в мкг/мл): хлорамфеникол—20; стрептомицин—200, пенициллин—20, гидрохлорид тетрациклина—20, бромистый этидий—100.

Элиминацию плазмиды осуществляли обработкой клеток *S. derby* K 89 в количестве 10^2 клеток/мл бромистым этидием в концентрации 100 мкг/мл. Обработанные клетки инкубировали при 37° 18 ч, а затем высевали на чашки без антибиотиков. Выжившие клетки, которые составляли 3%, высевались на селективные чашки с антибиотиками для отбора излеченных от плазмиды клеток, число которых составляло 10%, а также на минимальную среду.

Активность ДНК-полимеразы определяли в стандартных условиях (⁷) с использованием «активированной» ДНК из спермы лосося (в

качестве затравки-матрицы), 5-дезоксинуклеозидтрифосфатов фирмы «Reanal» (Венгрия), H^3 ТТР фирмы «Amersham» (Англия). Полная реакционная смесь в 1,75 мл содержала (в мкм): ДНК—800, АТР—3,8, ГТР—12,3, СТР—44, H^3 ТРР—12, $MgCl_2$ —30, буфер рН—8—80. Радиоактивность считали в счетчике «Intertechnique» (Франция).

Облучение УФ-светом производили под лампой БУВ-30 на расстоянии 50 см ⁽⁸⁾. Облучали дозами $3,5 \cdot 10^{-5}$, $7 \cdot 10^{-5}$ и $15 \cdot 10^{-5}$ дж/см². Культуру (Т— 10^8 кл/мл) перед облучением разводили 1 : 100 в физиологическом растворе.

Результаты экспериментов по излечению клеток *S. derby* К 89 от плазмиды представлены в табл. 1.

Таблица 1

Характеристика групп излеченных от плазмиды рGК—101 штаммов *S. derby* К89

Группа излеченных штаммов	Рост на полноценной среде с антибиотиками				Рост на минимальной среде	Активность ДНК-полимеразы I, импульсы за 1 мин
	Cm	Rp	Sm	Tc		
I	—	—	—	—	+	70
II	—	—	—	+	—	65
III	—	+	—	—	+	75
IV	—	+	+	—	+	70
V	—	+	—	+	+	75
К89 дикий штамм	+	+	+	—	+	5450
К82 радиочувствительный мутант	—	—	—	+	—	130

При элиминации плазмиды происходит расщепление признаков по устойчивости к антибиотикам и по способности роста на минимальной среде. По антибиотикоустойчивости излеченные клетки распадаются на несколько групп.

Первую группу составляют клетки, в которых плаزمида полностью элиминирована. Вторую составляют клетки, утратившие резистентность ко всем антибиотикам, свойственную К 89,—ауксотрофы, но приобретшие резистентность к тетрациклину (Тс), как и ранее выделенный из штамма *S. derby* К 89 радиочувствительный мутант К 82 pol^- . В третью группу входят клетки, устойчивые лишь к Рп. Четвертую составляют клетки, устойчивые к Sm и Рп. В последнюю группу входят клетки, резистентные к Рп и Тс.

Все излеченные клетки, входящие в указанные группы, кроме второй, делятся в свою очередь на прототрофные и ауксотрофные. Подобное расщепление признаков по способности роста на минимальной среде наблюдалось и при конъюгационном переносе плазмиды рGК-101 из дикого штамма *S. derby* К 89 в реципиентный штамм *S. derby* К 82 pol^- и при трансформации клеток *S. derby* К 82 pol^- плазмидной ДНК К 89.

При определении активности ДНК-полимеразы I у полученных элиминацией плазмид изогенных штаммов *S. derby* К 89 показано, что у всех излеченных штаммов независимо от группы элиминация плазмиды приводит к снижению уровня активности ДНК-полимеразы I до 1—3% (табл. 1). Подобная низкая активность ДНК-полимеразы I

была выявлена нами в мутантном бесплазмидном штамме *S. derby* K 82 pol⁻ (6).

Таким образом, полученные при элиминации плазмиды pGK-101 в *S. derby* K 89 различные группы по антибиотикоустойчивости и росту на минимальной среде подтверждают высказанное нами в предыдущем сообщении (6) предположение о диссоциации плазмиды на несколько мелких, несущих различные маркеры. Результаты, полученные по определению активности ДНК-полимеразы I, а именно ее низкая активность в данных штаммах, является еще одним доказательством ассоциации активности ДНК-полимеразы I с плазмидой pGK-101 *S. derby*.

Нужно отметить, что во всех изогенных штаммах *S. derby* K 89 отсутствует устойчивость к Cm. Это позволяет предположить, что ген, ответственный за синтез ДНК-полимеразы I, и ген, определяющий устойчивость к Cm, по-видимому, расположены рядом.

Результаты экспериментов по сравнительному изучению радиорезистентности дикого штамма *S. derby* K 89, его радиочувствительного бесплазмидного штамма K 82 pol⁻ и полученных излеченных штаммов различных групп при действии УФ-света представлены в табл. 2.

Таблица 2

Радиорезистентность изогенных штаммов <i>S. derby</i> K 89			
Культура	Доза облучения, дж/см ²		
	3,5 · 10 ⁻⁵	7 · 10 ⁻⁵	15 · 10 ⁻⁵
K 89 дикий	18	6	0,08
K 82 pol ⁻ мутант	11,8	1,7	0,07
K 89 ₂₉ (II гр.)	18	1,3	0,08
K 89 ₁₁ (III гр.)	65	36	4,3
K 89 ₄₀ (V гр.)	36	8,9	0,21
K 89 ₆ (I гр.)	25	2,5	0,35
K 89 ₁₂ (I гр.)	28	11,3	1,8
K 89 ₂₆ (IV гр.)	38	22	2,3

Из таблицы видно, что у всех излеченных штаммов, отличающихся по устойчивости к антибиотикам и по способности роста на минимальной среде, при всех дозах облучения процент выживших клеток значительно выше, чем у дикого штамма, несущего плазмиду.

Повышение радиоустойчивости более четко наблюдается при больших дозах облучения (3,5 · 10⁻⁵ дж/см²). Наиболее устойчивым к действию УФ-лучей при всех дозах облучения является излеченный штамм K 89₁₁, устойчивый к Rp.

Представляет интерес также бесплазмидный излеченный штамм K 89₂₉, который по своим признакам (Tc^r, ауксотроф) похож на бесплазмидный мутант K 82 pol⁻ и проявляет при всех дозах облучения одинаковую с ним радиочувствительность, т. е. выживаемость его при всех дозах облучения ниже выживаемости дикого штамма K 89, в отличие от всех излеченных штаммов.

Проверялась также способность клеток излеченных штаммов поддерживать рост и размножение фага dp8 *S. derby*. Все излечен-

ные штаммы, как и бесплазмидный мутант K 82 pol⁻, утратили эту способность.

Таким образом, изучение радиорезистентности изогенных штаммов K 89 показало, что в данных штаммах отсутствие плазмиды приводит к значительному повышению степени радиорезистентности клеток при имеющейся низкой активности ДНК-полимеразы I, что указывает, по-видимому, на наличие какой-то индуцибельной репарации, зависимой от УФ-света.

Институт экспериментальной биологии
Академии наук Армянской ССР

Ո. Գ. ԱՆՏՈՆՅԱՆ, Կ. Հ. ԴԱՆԱԳՈՒԼՅԱՆ, Ն. Ն. ՍԱՐԳՍՅԱՆ, Ժ. Ա. ԿԾՈՅԱՆ

S. derby K 89-ի ռադիոռեզիստենտ՝ ԴՆԹ-պոլիմերազա 1-ի դեֆեկտ կրող շտամները

Ներկա աշխատանքում ուսումնասիրվել են էթիդիում բրոմիդով պլազմիդային էլիմինացիայի միջոցով ստացված տարբեր խմբերի (որոնք տարբերվում են անտիբիոտիկային զգայունությամբ և մինիմալ միջավայրի վրա աճման ընդունակությամբ) ռադիոռեզիստենտությունը ՄՓ-ի նկատմամբ և այդ խմբերում ԴՆԹ-պոլիմերազա 1-ի ակտիվությունը:

Ստացված արդյունքները հաստատում են մեր այն ենթադրությունը, որ S. derby-ի pGK-101 պլազմիդան դիսոցվում է երեք փոքր պլազմիդաների, որոնք կրում են տարբեր մարկերներ:

Ռադիոռեզիստենտության ուսումնասիրությունը ցույց է տալիս, որ իզոգեն շտամներում պլազմիդային էլիմինացիան ԴՆԹ-պոլիմերազա 1-ի ակտիվության նվազման հետ բերում է ռադիոռեզիստենտության զգալի բարձրացման, որը վկայում է, ըստ երևույթին ՄՓ-լույսից կախված ինչ-որ ինդուցիբելային ռեպարացիայի գոյությունը:

ЛИТЕРАТУРА — ԴՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

¹ S. Howarth, J. Gen. Microbiol., vol. 40, 43—55 (1965). ² K. E. Mortelmans, B. A. D. Stocker, J. Bacteriol., vol. 128: 271—282 (1976). ³ Скавронская и др. ДАН СССР, т. 236, 460—463 (1977). ⁴ G. C. Walker, J. Supramol. Struct. suppl., vol. 2, 70 (1978). ⁵ Ж. А. Кцоян, Н. Н. Саркисян, К. А. Аракелова, ДАН АрмССР, т. 68, № 5 (1979). ⁶ Н. Н. Саркисян, Р. Г. Антонян, Ж. А. Кцоян, ДАН АрмССР, т. 78, № 1 (1982). ⁷ M. Gefter, Progr. Nucl. Acid. Research., vol. 14, 101 (1974). ⁸ Дж. Муллер, Эксперименты в молекулярной генетике, Мир, М. 1976.

УДК 591.1.05

БИОХИМИЯ

Ж. С. Геворкян, А. С. Оганесян, К. В. Майсuryн

К вопросу регуляции активности ферментов, принимающих
участие в процессах деаминации некоторых
L-аминокислот в почечной ткани

(Представлено чл.-корр. АН Армянской ССР А. А. Галояном 29/XII 1982)

Многочисленные исследования, проведенные за последние годы, показали важную роль процессов фосфорилирования и дефосфорилирования ряда физиологически активных белков, в том числе и ферментов, в механизме регуляции их активности и метаболических процессов. Исследованиями ряда авторов (¹⁻³) установлено, что при фосфорилировании активность некоторых ферментов, как фосфорилаза «b», щелочная фосфатаза и др., повышается, а других, как гликогенсинтетаза, пируватдегидрогеназа, дрожжевая глутаматдегидрогеназа и др., понижается (³⁻⁵). Обратное явление наблюдается при их дефосфорилировании. В процессах фосфорилирования белков активное участие принимают протеинкиназы. Циклически-аденозинмонофосфат (сАМФ)-зависимая протеинкиназа, о чем будет идти речь в настоящем сообщении, состоит из регуляторной и каталитической субъединиц. сАМФ, связываясь с регуляторной субъединицей, отщепляет ее от холофермента, в результате чего проявляется активность каталитической субъединицы, что приводит к усилению процессов фосфорилирования белков (⁶). В животных тканях обнаружен белковый ингибитор этого фермента (⁷). В литературе имеются также сообщения о тормозящем действии диамида (бис-диметиламид-азодикарбоксикислоты) на активность сАМФ-зависимой протеинкиназы (⁸). Содержание сАМФ в животных тканях регулируется активностью двух энзиматических систем: аденилатциклазной и сАМФ-фосфодиэстеразной. Первая из них катализирует образование сАМФ из АТФ, а вторая осуществляет его распад. Дефосфорилирование белков происходит при участии фосфопро-теинфосфатазы (ФПФ-аза). В зависимости от физиологического состояния живого организма активность протеинкиназы и ФПФ-азы изменяется, что приводит к соответствующим сдвигам в сторону усиления фосфорилирования или дефосфорилирования белков. Показано, что под действием адреналина, глюкагона, паратиреоидного, антидиуретического и других гормонов повышается активность сАМФ-зависимой протеинкиназы.

Ранее нами было установлено, что при повышении содержания АТФ в почечной ткани (инкубация срезов в условиях высокого парциального давления кислорода) усиливается связывание меченого фосфора $\gamma^{32}\text{-P-ATP}$ с почечными белками, что сопровождается повы-

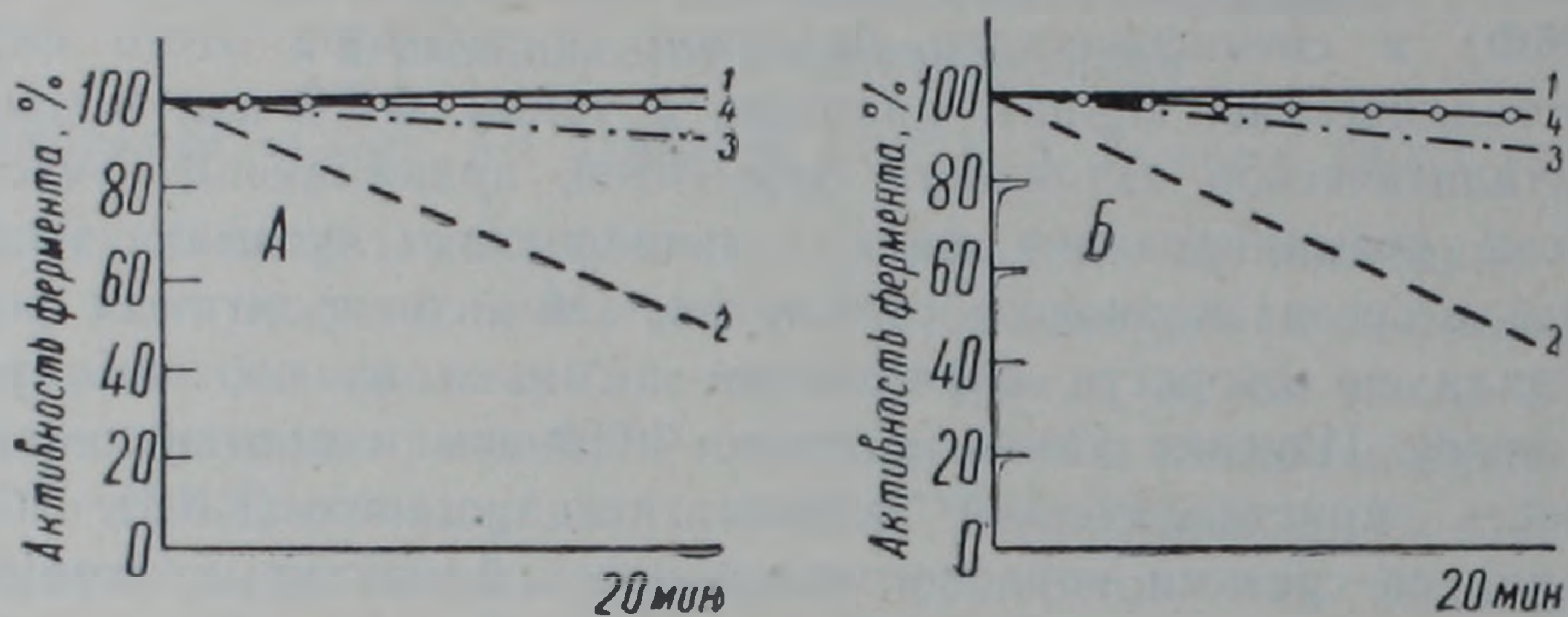
шением активности ферментов, осуществляющих деаминирование ряда L-аминокислот (глутамат, аспартат, орнитин). Обратное явление имеет место при понижении количества АТФ (инкубация срезов в условиях низкого парциального давления кислорода, в присутствии dI-этионина и обнаруженного нами сывороточного ингибитора (^{9, 10}). Результаты этих исследований дали нам основание высказать мнение о том, что активность ферментов, осуществляющих деаминирование указанных аминокислот, регулируется фосфорилированием и дефосфорилированием.

Имея в виду вышеизложенное, мы проводили ряд исследований по изучению действия активатора сАМФ-зависимой протеинкиназы (сАМФ) и специфического белкового ингибитора этого фермента (кристаллический, sigma), диамида, а также ФПФ-азы в проявлении каталитической активности ферментов, принимающих участие в процессах деаминирования ряда L-аминокислот (глутамат, аспартат, орнитин) в срезах коркового слоя почек. Об активности этих ферментов судили по скорости образования аммиака из соответствующих аминокислот. Изучали также влияние ФПФ-азы и протеинкиназы на активность кристаллической глутаматдегидрогеназы (ГДГ). Опыты проводили со срезами коркового слоя почек белых крыс, которые (по 100 мг) инкубировали в Кребс-Рингер-бикарбонатном буфере (2 мл) в течение одного часа при $t = 37^\circ$. На каждую пробу добавляли: аминокислоты — по 16 мкМ, протеинкиназу — 30 ед., ФПФ-азу — 1 мл элюат, белковый ингибитор протеинкиназы — 8 ед., диамид — 20 мкМ. Аммиак определяли микродиффузионным методом по Конве, с последующим колориметрированием после добавления реактива Несслера. Активность ГДГ определяли спектрофотометрическим методом Шмидта по изменению величины экстинкции при длине волны 340 нм. Почечная ФПФ-аза (из коркового слоя) почек белых крыс подвергалась частичной очистке по методу, описанному нами ранее (¹¹).

Как показывают результаты опытов, приведенные в табл. 1, добавленный к инкубируемой среде сАМФ в концентрации 10^{-4} М стимулирует деаминирование L-глутамата (на 23,3%), L-аспартата (на 33%) и L-орнитина (на 26,3%) в срезах коркового слоя почек. Эти данные дали нам основание считать, что сАМФ-зависимая протеинкиназа вовлекается в процессы деаминирования указанных аминокислот. В последующих опытах изучали действие ингибиторов этого фермента на деаминирование некоторых L-аминокислот.

Из данных табл. 1 видно, что под действием специфического белкового ингибитора протеинкиназы отмечается четкое подавление процессов деаминирования указанных аминокислот. Подобное явление наблюдается и в присутствии другого ингибитора этого фермента — диамида. Известно, что экстракт почечной ткани обладает высокой ФПФ-азной активностью, которая, принимая активное участие в процессах дефосфорилирования белков, в том числе и ферментов, оказывает регулирующее действие на их каталитическую активность. В связи с этим мы изучали действие указанного экстракта и препарата частично очищенной ФПФ-азы из почечной ткани (корковый слой) на деаминирование аминокислот в срезах почек. Как видно из табл. 2,

под действием как экстракта почек, так и частично очищенного препарата ФПФ-азы наблюдается выраженное подавление деаминирования аминокислот. На рисунке показаны изменения реаминирующей и деаминирующей активности кристаллической ГДГ под действием экстракта почек. Как видно экстракт почечной ткани подавляет активность ГДГ, причем это в более выраженной форме проявляется в отношении реаминирующей способности ГДГ. В присутствии протеникиназы сАМФ и АТФ подавляющий эффект экстракта в значительной мере снимается. После термообработки экстракта (выдержка при $t=96^{\circ}$ в течение 15 мин) его подавляющий эффект исчезает.



Влияние экстракта коркового слоя почек на активность глутаматдегидрогеназы: А—реаминирующая способность; Б—деаминирующая способность; 1—контрольный опыт; 2—действие нативного экстракта почек; 3—нативный экстракт почек+протеникиназа+сАМФ+АТФ; 4—действие термообработанного экстракта почек

Результаты исследований, приведенные в настоящем сообщении, говорят в пользу ранее высказанного нами мнения о том, что активность ферментов, принимающих участие в реаминировании L-глутамата, L-аспартата и L-орнитина, регулируются фосфорилированием и дефосфорилированием. Как было показано, сАМФ, действие которого осуществляется посредством влияния на протеникиназу и фосфорилирования белков, в том числе и ферментов, стимулирует процессы деаминирования вышеуказанных аминокислот в срезах почек. С другой стороны, подавление активности протеникиназы под действием соответствующих ингибиторов, в том числе и под действием специфического ингибитора этого фермента, приводит к торможению деаминирования указанных аминокислот. Подобный эффект наблюдается и под действием препаратов ФПФ-азы, которая осуществляет дефосфорилирование белков.

Ранее нами было установлено, что в условиях, приводящих к повышению содержания АТФ в почечной ткани, связывание меченого фосфата $\gamma^{32}\text{-P-ATP}$ с белками этой ткани возрастает, что сопровождается повышением активности ферментов, осуществляющих деаминирование глутаминовой, аспарагиновой кислот и орнитина. Обратное явление наблюдается при понижении содержаний АТФ и под действием фосфопротеинфосфатазы (усиление дефосфорилирования белков и снижение активности аминокислотдеаминирующих ферментов).

Таблица 1

Влияние активатора и ингибиторов сАМФ-зависимой протеинкиназы
на образование аммиака из некоторых L-аминокислот
в срезах коркового слоя почек
(средние данные из 6 опытов)

Условия опыта	Количество аммиака, мкмоль/г . ткани/ч		
	глутамат	аспартат	орнитин
Контроль	6,0 ± 0,8	10,6 ± 1,1	13,7 ± 1,3
+сАМФ	7,4 ± 0,3	14,1 ± 0,5	17,3 ± 0,9
+белковый ингибитор протеинкиназы	3,0 ± 0,2	6,0 ± 0,7	10,6 ± 0,8
+диамид	4,2 ± 0,5	6,3 ± 0,8	8,7 ± 1,1

Таблица 2

Влияние экстракта коркового слоя почек
и частично очищенной ФПФазы на образование аммиака из
L-аминокислот в срезах коркового слоя почек
(средние данные из 4 опытов)

Условия опыта	Количество аммиака, мкмоль/г . ткани/ч		
	глутамат	аспартат	орнитин
Контроль	6,1 ± 0,5	10,3 ± 1,2	12,3 ± 1,6
Срезы+экстракт коркового слоя почек	1,7 ± 0,1	5,5 ± 0,6	7,0 ± 0,9
Срезы+ФПФаза	0,8 ± 0,05	4,1 ± 0,5	5,9 ± 0,9

Интересные результаты были получены с кристаллической ГДГ. Фосфопротеинфосфатаза подавляет активность ГДГ, а сАМФ-зависимая протеинкиназа снимает этот эффект. В наших других исследованиях было установлено, что под действием ФПФ-азы из ГДГ отщепляется неорганический фосфат. Таким образом, на новом материале было показано, что в почечной ткани млекопитающих (белые крысы) активность ГДГ, а также ферментов, осуществляющих деаминирование L-аспартата и L-орнитина, регулируется фосфорилированием и дефосфорилированием, причем фосфорилирование приводит к повышению их активности, а дефосфорилирование—к снижению.

В физиологических условиях между фосфорилированием и дефосфорилированием ферментов (а также и других физиологически активных белков) существует кинетическое равновесие и соотношением их действия определяется степень активности этих ферментов (и физиологически активных белков).

**Երիկամային հյուսվածքում որոշ ամինաթթուների դեամինացման
պրոցեսներին մասնակցող ֆերմենտների ակտիվության կանոնավորման
հարցի շուրջը**

Ստացված տվյալները ցույց են տվել, որ ցիկլիկ ադենոզինմոնոֆոսֆատ-կախյալ պրոտեինկինազայի ակտիվատոր՝ ցիկլիկ ադենոզինմոնոֆոսֆատը խթանում է, իսկ այդ ֆերմենտի սպիտակուցային բնույթի սպեցիֆիկ ինհիբիտորը և դիամիդը ընդհակառակը, ճնշում են որոշ L-ամինաթթուների (գլուտամատ, ասպարտատ, օրնիտին) դեամինացումը սպիտակ առնետների երիկամային հյուսվածքում (կեղևային շերտ)։ Մյուս կողմից, երիկամի կեղևի էքստրակտը, որը հարուստ է ֆոսֆոպրոտեինֆոսֆատազայով և այդ ֆերմենտի մասնակի մաքրված պրեպարատը, որը իրականացնում է սպիտակուցների դեֆոսֆորացումը, ճնշում են վերոհիշյալ ամինաթթուների դեամինացման պրոցեսները։ Մաքուր (բյուրեղային) գլուտամատդեհիդրոգենազայի հետ կատարված փորձերը ցույց են տվել, որ երիկամի էքստրակտը զգալի չափով ճնշում է այդ ֆերմենտի ակտիվությունը, իսկ ավելացրած պրոտեինկինազան (ՍՏՖ-ի հետ միասին) կանխում է այդ արգելակումը։

Ստացված տվյալները հաստատում են նախկինում մեր կողմից արտահայտած այն տեսակետը, որ երիկամային հյուսվածքում վերոհիշյալ ամինաթթուների դեամինացմանը մասնակցող ֆերմենտների ակտիվությունը կանոնավորվում է նրանց ֆոսֆորացմամբ և դեֆոսֆորացմամբ, ընդ որում ֆոսֆորացումը նպաստում է նրանց ակտիվության բարձրացմանը, իսկ դեֆոսֆորացումը՝ իջեցմանը։

Л И Т Е Р А Т У Р А — Գ Ր Ա Կ Ա Ն Ո Ւ Թ Յ Ո Ւ Ն

- ¹ J. T. Carney, R. J. Beynon, J. Kay e. o., Biochem. J., v. 175, 105 (1978).
- ² M. M. Ames, P. Lerner, W. Lovenberg, J. Biol. Chem., v. 253, 27 (1978). ³ E. C. Krebs, Ann. Rev. Biochem., v. 48, 923 (1979). ⁴ P. H. Sugden, P. J. Randle, Biochem. J., v. 173, 659 (1978). ⁵ B. A. Hemmings, J. Biol. Chem., v. 253, 5255 (1978) ⁶ E. G. Krebs, Curr. topics Cell Regul., v. 5, 99 (1972). ⁷ D. A. Walsh, C. D. Ashby, C. Gonzales, e. o., J. Biol. Chem., v. 246, 1977 (1971). ⁸ F. J. von Tersch, J. Mendicino, D. J. Pillon, Biochem. Biophys. Res. Commun., v. 64, 433 (1975). ⁹ Ж. С. Геворкян, ДАН АрмССР, т. 69, 272 (1979). ¹⁰ А. Лайта, М. Шварц, Г. Сершен и др., ДАН АрмССР, т. 68, 50 (1979). ¹¹ Г. Х. Бунятыян, Ж. С. Геворкян, А. С. Оганесян и др., ДАН СССР, т. 261, 1006 (1981).

УДК 595.763.7

ЭНТОМОЛОГИЯ

М. А. Марджанян

Два новых вида жуков-щелкунов из СССР (Coleoptera, Elateridae)

(Представлено чл.-корр. АН Армянской ССР С. О. Мовсисяном 27/I 1983)

В статье дается описание 2 новых видов из рода *Cardiophorus* Eschz из СССР.

1. *Cardiophorus* (s. str.) *pseudogramineus* Mardjanian sp. n.

Голотип ♀ из Еревана по сборам Малюженко, 5 паратипов оттуда же, 2 паратипа ♂, из Арени (12—15.5.1953, Яблоков-Хнзорян), 1 паратип ♂, из Ехегнадзора (30.5.1979, Калашян), 1 паратип из Чанаба и 1 паратип из Хоя (Иран). Все типы хранятся в коллекциях Института зоологии АН АрмССР.

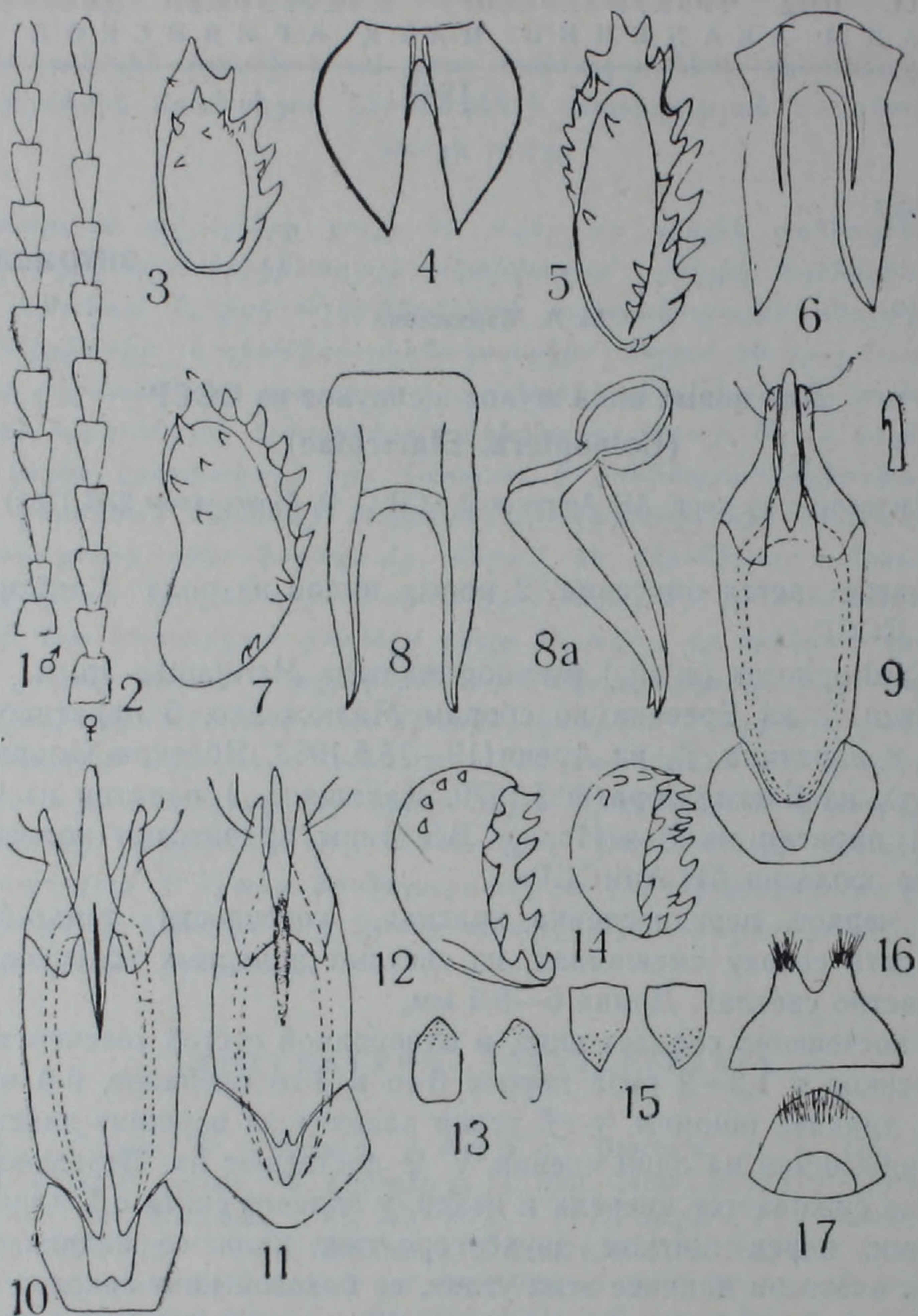
Тело черное, переднеспинка красная, конечности темно-бурые. Волосистость сверху смешанная, из светлых и черных волосков, снизу одноцветно светлая. Длина 6—8,2 мм.

Лоб постепенно спадает вниз, в однородной густой точечности. 2-й членик усиков в 1,2—2 раза короче 3-го и 4-го члеников, 5-й членик в 2 раза длиннее ширины, у ♂ усики заходят за вершину задних углов переднеспинки на один членик, у ♀ достигают их. Переднеспинка постепенно суживается кпереди и кзади, у заднего ската с 2 длинными бороздками, перед щитком двухбугорчатая, кили ее задних углов втрое или вчетверо длиннее этих углов, ее боковой кант заходит за середину длины проплевр, точечность диска густая, двойная, крупные точки в 1,5 раза крупнее прочих. Выrost щита переднегруди с коротким передним зубцом. Надкрылья в 2,4—2,7 раза длиннее переднеспинки, с глубокими бороздками, их точки вдвое крупнее точек на плоских промежутках, волосистость 3 пришовных промежутков зачесана косо назад.

Самец. 8-й стернит с двузубчатым вершинным краем. Пенис—рис. 9. Парамеры с вентральным зубчиком, загнутым вниз.

Самка. 8-й стернит щитовидный. Ложный яйцеклад постепенно суживается к вершине, его реснички сконцентрированы в дистальной части. Совокупительная сумка с 3 пластинками: с 2 боковыми и 1 срединной. Боковая пластинка двугранная, со сходными краевыми зубцами, срединная П-образная (рис. 3, 4) с длинными широкими зубцами, с широким дугообразно изогнутым ребром.

В Палеарктике нам известны 3 габитуально сходных вида, окраска которых одинаковая, иногда надкрылья с синим металлическим



1, 2, 10, 12, 13, 16—*C. hiekel* Mardj. sp. n. из Забайкалья; 3, 4, 9—*C. pseudogramineus* Mardj. sp. n. из Еревана (♀) и из Арени (♂); 5, 6—*C. miniatcollis* Cand. из Палестины; 7, 8, 8a—*C. gramineus* (Scop.) из Фонтенбло; 11, 14, 15, 17—*C. ebeninus* (Germ.), 11, 17—♂, паратип, 14, 15—♀, лектотип. 1, 2—усики; 3, 8, 8a, 12—15—пластинки совокупительной сумки; 9—11—пенисы; 16, 17—8-й стернит самца. 1, 2, 16—17×32, прочие 7×8

отливом. Их можно отличить по самкам, по пластинкам совокупительной сумки; ниже приводим таблицу для этих 3 видов:

- 1(4) Боковая пластинка слабо треугольная или бобовидная, двугранная, с гладким внешним краем, срединная в 1,06—1,2 раза длиннее нее. Вентральный зубец параметра направлен вниз.
- 2(3) Срединная пластинка (рис. 4) в 1,06 раза длиннее ширины, с дугообразно изогнутым широким ребром, боковая пластинка (рис. 3) слабо треугольная, со сходными краевыми и полевыми

зубцами. Переднеспинка у заднего ската с 2 длинными бороздками. Пенис—рис. 9. Длина 6,8—8,2 мм

. *C. (s. str.) pseudogramineus* Mard.

3(2) Срединная пластинка (рис. 8, 8а) в 2—2,3 раза длиннее ширины, у основания дорсально с ковшевидной лопастью, с 2 широкими длинными ребрами, боковая пластинка (рис. 7) бобовидная, со сходными краевыми зубцами, полевые зубцы мельче. Переднеспинка у заднего ската с 2 менее длинными бороздками и 2 вырезками. Средняя Европа, европейская часть СССР, Кавказ. Длина 5—7,2 мм *C. (s. str.) gramineus* Scop.

4(1) Боковая пластинка (рис. 5) овальная, трехгранная, ее внешний край с 2—3 зубцами, срединная пластинка в 1,8 раза длиннее ширины. Вершина парамер с небольшим утолщением и с выемкой у внутреннего края. Переднеспинка у заднего ската с 2 короткими бороздками. Палестина, Греция, Иран. Длина 7,8—8 мм

. *C. (s. str.) miniatcollis* Cand.

2. *Cardiophorus* (s. str.) *hiekei* Mardjanian sp. n.

Голотип ♂, аллотип и 3 паратипа ♀, из Забайкалья (Dauria, Transbaikalia) из коллекции Исаака (I. Isaak), в музее Берлинского университета им. Гумбольдта, 15 паратипов ♂, там же, из Европы (1♂ Frankenhs., 24.5.1917, Feige; 1♂ Bärndorf, Styria, Moosbrugger; 1♂ Bavaria; 1♂ Bormio, 5.01. Pozzi; 5♂ 16599; 1♂ Lombardia, Fiori; 4♂ Lazio, Fiori; одна особь без четкой этикетки) и 5 паратипов ♂ из коллекции Гаузена.

Все типы, кроме 5 паратипов (1♀ и 4♂) в Берлине, эти последние в коллекциях Института зоологии АН АрмССР.

Тело и конечности черные, колени осветлены. Волосистость сверху рыжая, снизу светлая. Длина 5,5—7,5 мм. Лоб постепенно спадает вниз, в густой неоднородной точечности. Усики не достигают вершины задних углов переднеспинки, их членики начиная с 3-го треугольные (рис. 1, 2), 5-й членик в 1,4—1,6 раза длиннее ширины. Переднеспинка постепенно суживается кпереди и кзади, у заднего ската с парой длинных бороздок, перед щитком двубугорчатая, кили ее задних углов вдвое длиннее этих углов, ее боковой кант достигает середины длины проплевр, диск в густой неоднородной точечности, точки отстоят на 1 диаметр. Выrost переднегруди с более или менее длинным, острым передним зубцом. Надкрылья в 2,6 раза длиннее переднеспинки, с неглубокими бороздками, их точки в 5 раз крупнее точек на слабо выпуклых промежутках, волосистость всюду зачесана назад.

Самец. 8-й стернит (рис. 16) с двузубчатым вершинным краем. Пенис—рис. 10. Парамеры без зубца.

Самка. 8-й стернит с дугообразно изогнутым вершинным краем. Ложный яйцеклад постепенно суживается к вершине, его реснички сконцентрированы в дистальной части. Совокупительная сумка (рис. 12, 13) с 4 пластинками: с 2 боковыми и 2 срединными. Боковые пластинки слабо вогнутые, трехгранные, со сходными краевыми крупными зубцами, полевые малочисленные, намного мельче краевых,

срединные пластинки слабо хитинизированные, треугольные, у вершины с мелкими зубчиками, края мелко зазубренные.

Этот вид принадлежит к подроду *Cardiophorus* s. str., к группе габитуально сходных видов, с черным телом и черными или двуцветными ногами, усики черные. От всех сходно окрашенных видов отличается по следующим признакам.

Самец. Вершинный край 8-го стернита двузубчатый (рис. 16), чем отличается от всех прочих известных нам видов этой группы, кроме *C*(s. str.) *megathorax* Fald (с расширенной к вершине пенисной трубкой и широким терменом) и *C*. (*Zygocardiophorus*) *nigratissimus* Buyss.

Самка. Совокупительная сумка с 4 пластинками, чем и отличается от прочих видов группы, кроме *C*(s. str.) *ebeninus* Germ., у которого переднеспинка у заднего ската с более длинными бороздками, пластинки совокупительной сумки с большим количеством зубцов (рис. 14), срединные пластинки идентичные, но крупнее, чем у нового вида (рис. 15), пенис (рис. 11), 8-й стернит самца (рис. 17). Весь этот материал был нам любезно прислан из Берлина. Вид назван именем известного энтомолога Ф. Хике (Hieke).

Институт зоологии
Академии наук Армянской ССР

Մ. Ս. ՄԱՐԶԱՆՅԱՆ

Զրիական բզեզների նոր տեսակ ՍՍՀՄ-ից

Հոգվածում նկարագրված է շրիականների 2 նոր տեսակ, այդ թվում՝

1. *Cardiophorus* (s. str.) *pseudogramineus* Mardjanian sp. n. Հայկական ՍՍՀ-ից՝ հոլոտիպ ♀ նկարագրված է Երևանից, հայտնի է նաև Զանաճառից (Նախ. ԱՍՍՀ) և Խոջից (Իրան)։
2. *Cardiophorus* (s. str.) *hiekei* Mardjanian sp. n; Անդրբայկալից, հայտնի է նաև միջին Եվրոպայից։

