

ՀԱՅԿԱԿԱՆ ՍՍՀ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԿԱԴԵՄԻԱ
 АКАДЕМИЯ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР

ԶԵԿՈՒՅՑՆԵՐ
 ДОКЛАДЫ

LXXV, № 2

1982

Խմբագրական կոլեգիա

Գ. Ա. ԱՐՁՈՒՄԱՆՅԱՆ, տեխն. գիտ. բեկնա-
 ծու (պատ. ֆաբրիկար), Է. Գ. ԱՅՐԻԿՅԱՆ,
 ՀՍՍՀ ԳԱ ակադեմիկոս, Ա. Թ. ԲԱԲԱՅԱՆ,
 ՀՍՍՀ ԳԱ ակադեմիկոս, Ա. Ա. ԹԱԼԱԼՅԱՆ,
 ՀՍՍՀ ԳԱ քղր. անդամ, Վ. Մ. ԹԱՌԱՅԱՆ,
 ՀՍՍՀ ԳԱ քղր. անդամ, Վ. Հ. ՀԱՄԲԱՐՉՈՒՄ-
 ՅԱՆ, ակադեմիկոս, Վ. Հ. ՂԱԶԱՐՅԱՆ, ՀՍՍՀ
 ԳԱ ակադեմիկոս (պատ. խմբագրի տեղա-
 կալ), Ա. Գ. ՆԱԶԱՐՈՎ, ՀՍՍՀ ԳԱ ակադեմի-
 կոս (պատ. խմբագիր), Գ. Ս. ՍԱՀԱԿՅԱՆ,
 ՀՍՍՀ ԳԱ ակադեմիկոս, Օ. Մ. ՍԱՊՈՆԺՅԱՆ,
 ՀՍՍՀ ԳԱ քղր. անդամ, Մ. Լ. ՏԵՐ-ՄԻԲԱՅԵԼ-
 ՅԱՆ, ՀՍՍՀ ԳԱ ակադեմիկոս, Վ. Բ. ՅԱՆԱՐՁ-
 ՅԱՆ, ՀՍՍՀ ԳԱ ակադեմիկոս:

Редакционная коллегия

В. А. АМБАРЦУМЯН, академик, Г. А. АРЗУМАНЯН, канд. техн. наук (отв. секретарь), Э. Г. АФРИКЯН, академик АН АрмССР, А. Т. БАБАЯН, академик АН АрмССР, В. О. КАЗАРЯН, ака-
 демик АН АрмССР (зам. отв. редакто-
 ра), А. Г. НАЗАРОВ, академик АН АрмССР (отв. редактор), Г. С. СААКЯН, академик АН АрмССР, О. М. САПОН-
 ДЖЯН, чл.-корр. АН АрмССР, А. А. ТА-
 ЛАЛЯН, чл.-корр. АН АрмССР, В. М. ТАРАЯН, чл.-корр. АН АрмССР, М. Л. ТЕР-МИКАЕЛЯН, академик АН Арм. ССР, В. В. ФАНАРДЖЯН, академик АН АрмССР.

Բ Ո Վ Ա Ն Դ Ա Կ Ո Ւ Թ Յ Ո Ւ Ն

62

ՄԱԹԵՄԱՏԻԿԱ

- Հ. Ս. Մյուսյելյան—Մաթսիմալ X-ենթախմբերի համալուծությունը ինչ-որ ավտոմորֆիզմի նկատմամբ 51
- Ղ. Լ. Սովսիսյան—n-չափանի միավոր խորանարդի կենտրոնի ենթաբազմությունների ծածկույթի շառավղի մասին 55

ՄԵԽԱՆԻԿԱ

- Ն. Բ. Սաֆարյան—Պլաստիկորեն անհամասեռ աստիճանային ամրապնդումով մարմինների հարթ դինամիկ խնդիրներ 60
- Կ. Ս. Կաբալյետյան, Կ. Ա. Կաբալյետյան—Բետոնե էլեմենտի ոչ համասեռ սողքը 65

ԱՌԱՋԴԱԿԱՆՈՒԹՅԱՆ ՏՆՍՈՒԹՅՈՒՆ

- Ն. Խ. Հաբուրյունյան, Վ. Վ. Մեսլոյով—Փոփոխվող եզրագծով ծերացող մարմինների սողքի տեսության մի խնդրի մասին 71

ՍՈՂՔԻ ՏՆՍՈՒԹՅՈՒՆ

- Ֆ. Մ. Փոլադյան—Բաղադրյալ շրջանային օղակի սեկտորի ոչ-գծային սողքը ոլորման դեպքում 76

ՖԻԶԻԿԱ

- Ս. Կ. Ավետիսյան, Է. Մ. Ղազարյան, Ա. Հ. Մելիքյան, Հ. Ռ. Մինասյան—Կիսահաղորդիչներում տարրերական հաճախությամբ երկարալիքային ճառագայթման պարամետրական գններացիան միջզոնային ոեզոնանսի առկայության դեպքում 82

ԻՆՖԵՆԵՐԱԿԱՆ ՍԵՅՍՄՈԼՈԳԻԱ

- Ա. Գ. Նազարով—Ակսելերոգրամների ձևավորման մեկ մեթոդի մասին՝ շենքերի սեյսմակայունության հաշվարկի համար 87

ՖԻԶԻՈԼՈԳԻԱ

- Ջ. Ս. Սարգսյան, Վ. Բ. Ֆախարջյան—Կատվի կարմիր կորիզ-ողնուղեղային նեյրոնների դրդումը հրահրված հետին սյուների կորիզների խթանմամբ 91

СОДЕРЖАНИЕ

Стр.

МАТЕМАТИКА

- Г. С. Микаелян*—Сопряженность максимальных X -подгрупп относительно некоторого автоморфизма 51
- Г. Л. Мовсисян*—О радиусе покрытия подмножеств точек единичного n -мерного куба 55

МЕХАНИКА

- Н. Б. Сафарян*—Плоские динамические задачи пластически-неоднородных тел со степенным упрочнением 60
- К. С. Карапетян, К. А. Карапетян*—Неоднородная ползучесть бетонного элемента 65

ТЕОРИЯ УПРУГОСТИ

- Н. Х. Арутюнян, В. В. Метлов*—Об одной задаче теории ползучести стареющих тел с изменяющейся границей 71

ТЕОРИЯ ПОЛЗУЧЕСТИ

- Ф. М. Поладян*—Нелинейная ползучесть составного сектора кругового кольца при кручении 76

ФИЗИКА

- С. К. Аветисян, Э. М. Казарян, А. О. Меликян, Г. Р. Микасян*—Параметрическая генерация длинноволнового разностного излучения в полупроводниках при наличии межзонного резонанса 82

ИНЖЕНЕРНАЯ СЕЙСМОЛОГИЯ

- А. Г. Назаров*—Об одном методе формирования акселерограмм для расчета сооружений на сейсмостойкость 87

ФИЗИОЛОГИЯ

- Дж. С. Саркисян, В. В. Финарджян*—Возбуждение рубро-спинальных нейронов кошки, вызванное стимуляцией ядер задних столбов 91

C O N T E N T S

MATHEMATICS

P.

G. S. Mikaellan—Conjugation of maximal X -subgroups in relation to some automorphisms 51

G. L. Movsisian—On the radius of the cover of subsets of vertices of a single n -measured cube 55

MECHANICS

N. B. Safarian—The plane dynamic problems of plastic-inhomogeneous bodies with power strengthening 60

K. S. Karapetian, K. A. Karapetian—Non-homogeneous creep of concrete in the elements of the constructions 65

THEORY OF ELASTICITY

N. Kh. Arutunyan, V. V. Metlov—On a problem of the theory of creep of bodies growing old with changing boundaries 71

THEORY OF CREEP

F. M. Poladian—The non-linear creep of a compound curved bar under torsion 75

PHYSICS

S. K. Avetisian, E. M. Kazarian, H. R. Minasian, A. O. Melikian—Parametric generation of submillimeter radiation in semiconductors in the range of interband resonance 82

ENGINEERING SEISMOLOGY

A. G. Nazarov—On a method of formation of accelerograms for the calculation of constructions on earthquake forces 87

PHYSIOLOGY

J. S. Sarkissian, V. V. Fanardjian—Excitation of rubro-spinal neurons by stimulation of dorsal columns nuclei in cat 91

Техн. редактор АЗИЗБЕКЯН Л. А.

Сдано в набор 18.08.1982. Подписано к печати 30.09.1982. ВФ 05394.

Бумага № 1, 70×108^{1/16}. Плоскопечат. Печ. лист. 3,0. Усл. печ. лист. 4,2.

Учет.-изд. 3,38. Тираж 430. Заказ. 649. Издат. 5763

Адр. ред.: 375019, Ереван, Барекамутян, 24-г. II эт., I к.

Издательствов Академии наук Армянской ССР, 375019, Ереван, Барекамутян 24 г.
Типография Издательства Академии наук АрмССР, 378310, г. Эчмиадзин.

УДК 512

МАТЕМАТИКА

Г. С. Микаелян

Сопряженность максимальных X -подгрупп
относительно некоторого автоморфизма

(Представлено чл. корр. АН Армянской ССР Р. А. Александрияном 12/1 1982)

1. В теории групп исключительно важна роль известной теоремы норвежского математика Силова о сопряженности максимальных p -подгрупп конечных групп, что и послужило поводом для многочисленных ее обобщений. Большинство из этих обобщений построено по следующей схеме: берется некоторый класс групп X и ставится целью описание различных подклассов класса Y тех групп, в которых максимальные X -подгруппы сопряжены.

Б. И. Плоткиным поставлена задача обратного характера: исходя из данного класса групп Y описать те классы групп X , для которых максимальные X -подгруппы сопряжены в любой Y -группе (легко сообразить, что достаточно тут ограничиваться случаем $X \subseteq Y$).

В ⁽¹⁾ и ⁽²⁾ автор решает эту задачу для классов конечных и конечных разрешимых групп при условии замкнутости класса X относительно взятия подгрупп. Было показано, что в первом случае X —либо единичный класс, либо класс всех конечных групп, либо класс всех p -групп для некоторого простого p , во втором же случае—класс конечных разрешимых Π -групп для некоторого множества простых чисел Π . Тем самым были обращены (в указанном выше смысле) как теорема Силова, так и теорема Холла о сопряженности холловских Π -подгрупп конечных разрешимых групп (см. ⁽³⁾).

В настоящей заметке для тех же классов конечных и конечных разрешимых групп исследуется задача Б. И. Плоткина в ситуации, когда вместо внутренних автоморфизмов рассматриваемых групп берутся произвольные их автоморфизмы. Теоремы А и Б показывают, что добавление новых автоморфизмов к внутренним здесь не меняет суть дела и в этой ситуации не появляются новые по сравнению с отмеченными выше „силовски правильные“ классы в классах конечных и конечных разрешимых групп.

2. Теорема А. *Если абстрактный класс конечных групп X замкнут относительно взятия подгрупп и в каждой конечной группе максимальные X -подгруппы сопряжены относительно некоторого автоморфизма этой группы, то X —либо единичный класс, либо класс всех конечных групп, либо же класс конечных p -групп для некоторого простого числа p .*

Отметим, что замкнутость класса X относительно взятия подгрупп здесь существенна.

Доказательство. Пусть X абстрактный неединичный класс конечных групп, замкнутый относительно взятия подгрупп и в каждой конечной группе максимальные X -подгруппы сопряжены относительно некоторого автоморфизма этой группы.

Сначала покажем, что для всяких натуральных чисел m и n верна следующая импликация:

$$Z_n \in X \Rightarrow \underbrace{Z_n \times \dots \times Z_n}_m. \quad (1)$$

Проведем индукцию m . Положим

$$G = gp(b) \times gp(a_1) \times \dots \times gp(a_{m-1}),$$

где $gp(b) \cong Z_n$, $gp(a_i) \cong Z_n$, $i = 1, \dots, m-1$. Пусть подгруппа

$$B = gp(b^k) \times gp(a_1) \times \dots \times gp(a_{m-1}), \quad (2)$$

где $k \in Z$, группы G является ее максимальной X -подгруппой. Тогда для некоторого $\varphi \in Aut(G)$ имеем $\varphi(b^n) \in B$.

Предположим, что

$$\varphi(b) = b^\beta a_1^{\alpha_1} \dots a_{m-1}^{\alpha_{m-1}}, \text{ где } \beta, \alpha_1, \dots, \alpha_{m-1} \in Z.$$

Тогда $\varphi(b^n) = b^{n\beta}$ и, ввиду (2), $b^{n\beta} \in gp(b^k)$. Но $|b^{n\beta}| = |b^n| = n$. Следовательно $|b^k| : n$, и импликация (1) доказана.

Предположим далее, что p любое простое число и A — конечная абелева группа, порядка не равного двум. Тогда верна следующая импликация:

$$Z_p, A \in X \Rightarrow A_2 Z_p \in X. \quad (3)$$

Действительно, пусть $GA_2 Z_p$, где $Z_p, A \in X$ и $A \neq 1$ (случай $A = 1$ тривиален). Если A^{Z_p} максимальная X -подгруппа в G ($A^{Z_p} \in X$ следует из импликации (1)), то для некоторой X -подгруппы B группы G $Z_p \subseteq B$ и $\varphi(A^{Z_p}) = B$, где $\varphi \in Aut(G)$. Но тогда

$$B \subseteq C_G(Z_p), \quad (4)$$

и так как $C_G(Z_p) = Z_p \cdot \text{Diag}(A^{Z_p})$, $|B| = |A|^p$, то мы получаем неравенство $p \cdot |A| < |A|^p$, что противоречит включению (2). Следовательно A^{Z_p} не является максимальной X -подгруппой в G . Но тогда $G \in X$, и импликация (3) доказана.

Наконец, покажем, что для любой конечной p -группы P

$$Z_p, P \in X \Rightarrow P_2 Z_p \in X. \quad (5)$$

Действительно, пусть $Z_p, P \in X$, $Z_p = gp(a)$ и b элемент наибольшего порядка в P . Тогда очевидно $|ab| > |b|$, где $b \in P^{Z_p}$ и

$$b(x) = \begin{cases} b, & \text{при } x = 1, \\ 1, & \text{при } x \neq 1. \end{cases}$$

Следовательно, для любого автоморфизма φ группы $G = P_2 Z_p$

$$\varphi(ab) \notin P^{Z_p}. \quad (6)$$

Разберем далее два случая: а) $|b| \neq 2$, б) $|b| = 2$. В случае а), применяя импликацию (3), получаем

$$\varphi(ab) \in X, \quad (7)$$

а в случае б) рассмотрим в группе $S(4)$ X -подгруппы $A = gp((12), (34))$ и $B = gp((12)(34), (13)(24))$, которые не переводятся друг на друга при помощи любого автоморфизма группы $S(4)$. Тогда для некоторого $\varphi \in \text{Aut}(S(4))$ $gp(\varphi(12), B) \in X$. Но, очевидно, любая транспозиция в $S(4)$ с B порождает подгруппу, содержащую элемент порядка 4, и так как в данном случае $|ab| = 4$, то (7) доказано и в случае б). Но тогда для некоторого $\varphi \in \text{Aut}(G)$

$$gp(\varphi(ab), P^Z) \in X. \quad (8)$$

Для завершения доказательства импликации (5) остается заметить, что ввиду (6) левая часть (8) совпадает с G .

Теперь предположим, что класс X содержит неединичную p -подгруппу для некоторого простого числа p . Индукцией по порядку $|P|$ покажем, что тогда в X содержится и любая конечная p -группа P . Очевидно $Z_p \in X$. Поэтому пусть $|P| > p$ и все p -группы, имеющие порядок, меньший $|P|$, содержатся в X . Тогда, рассматривая в P максимальную собственную подгруппу B , вложим P по теореме Калужнина—Краснера в сплетение $B_2 Z_p$. Тогда имея в виду (5), получим $P \in X$.

Таким образом, в X содержится любая p -группа. Если X не содержит нетривиальных q -групп, $q \neq p$, то он совпадает с классом конечных p -групп. Поэтому пусть некоторая неединичная q -группа также содержится в X . Тогда рассмотрим группу $S(n)$, где $n \neq 6$, $n: pq$. Ввиду того, что $S(n)$ совершенная и

$$S(n) \in \langle C_F, S \rangle [Z_p, Z_q],$$

по теореме А работы (2) мы получаем $S(n) \in X$, т. е. X совпадает с классом всех конечных групп.

3. Теорема Б. Если класс конечных разрешимых групп X замкнут относительно взятия подгрупп и в каждой конечной разрешимой группе максимальные X -подгруппы сопряжены относительно какого-либо автоморфизма этой группы, то X совпадает с классом конечных разрешимых Π -групп для некоторого множества простых Π .

И в этой теореме замкнутость класса X относительно взятия подгрупп существенна.

Доказательство. Пусть X класс конечных групп, замкнутый относительно взятия подгрупп и обладающий тем свойством, что в каждой конечной разрешимой группе максимальные X -подгруппы сопряжены при помощи некоторого автоморфизма этой группы.

Заметим, что утверждение (5) останется верным, если в нем класс X будет удовлетворять приведенным здесь условиям. Следовательно, если некоторая нетривиальная p -группа (p —простое число) содержится в X , то в X содержится и любая p -группа. Далее ввиду сопряженности относительно автоморфизмов максимальных подгрупп в любой конечной разрешимой группе ее максимальные X -подгруппы

будут холловскими $\omega(X)$ -подгруппами, где через $\omega(X)$ обозначено множество тех и только тех простых чисел, которые входят в каноническое разложение порядков некоторых X -групп. Таким образом X совпадает с классом конечных разрешимых $\omega(X)$ -групп.

Армянский педагогический институт им. Х. Абсвьяна

2. Ս. ՄԻՔԱՅԵԼՅԱՆ

Մաքսիմալ X -ենթախմբերի համալուծությունը ինչ-որ ավտոմորֆիզմի նկատմամբ

Խմբերի տեսության մեջ շատ մեծ է նորվեգացի մաթեմատիկոս Սիլովի՝ կամայական վերջավոր խմբի մաքսիմալ X -ենթախմբերի համալուծության վերաբերյալ թեորեմի դերը, որի շնորհիվ վերջինս ունեցել է բազում ընդհանրացումներ: Այդ ընդհանրացումներն հիմնականում ունեն այսպիսի կառուցվածք. վերցվում է խմբերի ինչ-որ X դաս և խնդիր է դրվում նկարագրելու այն խմբերի Y դասը, որոնց մեջ մաքսիմալ X -ենթախմբերն համալուծ են: Բ. Ի. Պլոտկինի կողմից առաջադրվել է այդ խնդրի հակադարձ խնդիրը. ելնելով խմբերի տրված Y դասից նկարագրել բոլոր այն X դասերը, որոնց համար կամայական Y -խմբում մաքսիմալ X -ենթախմբերն համալուծ են:

(¹) և (²) աշխատանքներում այս խնդիրը լուծված է խմբերի վերջավոր և վերջավոր լուծելի դասերի համար: Սույն աշխատանքում այդ նույն դասերի համար նշված խնդիրն ընդհանրացվում է այն առումով, որ սովորական համալուծության փոխարեն դիտարկվում են համալուծություններ կամայական ավտոմորֆիզմների նկատմամբ:

ЛИТЕРАТУРА — ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

¹ Г. С. Микаелян. XVI Всесоюзная алгебраическая конференция. Тезисы, ч. 2, 1981. ² Г. С. Микаелян, УМН, т. 36, вып. 6 (1981). ³ А. Г. Курош, Теория групп, Наука, М., 1967.

УДК 519.1

МАТЕМАТИКА

Г. Л. Мовсисян

О радиусе покрытия подмножеств точек единичного n -мерного куба

(Представлено чл.корр. АН Армянской ССР Р. Р. Варшамовым 15/II 1982)

Рассмотрим пространство E_n двоичных последовательностей длины n с заданной на нем метрикой Хэмминга $\rho(x, y) = \sum_{i=1}^n |x^i - y^i|$, где $x = (x^1 \ x^2 \ \dots \ x^n)$, $y = (y^1 \ y^2 \ \dots \ y^n)$.

Пусть $E_n^k = \{(x^1 \ x^2 \ \dots \ x^n) \in E_n / \sum_{i=1}^n x_i = k\}$.

Множество $S'_n(x) = \{y \in E_n / \rho(x, y) \leq t\}$ будем называть шаром радиуса t с центром x . Последовательности из E_n будем называть точками.

Одним из важнейших параметров кода $A \subseteq E_n (A \subseteq E_n^k)$ является радиус покрытия, который определяется следующим образом (см. (1)):

$$r(A) = \max_{x \in E_n} \min_{y \in A} \rho(x, y) \quad (\bar{r}(A) = \max_{x \in E_n^k} \min_{y \in A} \rho(x, y)).$$

В содержательном смысле $r(A) (\bar{r}(A))$ — наименьшее число, такое, что шары радиуса $r(A) (\bar{r}(A))$ покрывают все множество $E_n (E_n^k)$, т. е. для любой точки $x \in E_n (E_n^k)$ существует точка $y \in A$ такая, что $\rho(x, y) \leq r(A) (\bar{r}(A))$. Иногда этот параметр называют истинным внешним расстоянием кода.

Заметим, что если через $D_x (\bar{D}_x)$ обозначить область Дирихле (2) точки x в множестве $E_n (E_n^k)$, то

$$r(A) = \max_{x \in A} \max_{y \in D_x} \rho(x, y) \quad (\bar{r}(A) = \max_{x \in A} \max_{y \in \bar{D}_x} \rho(x, y)).$$

Введем величину

$$r(s) = \min_{|A|=s} r(A) \quad (\bar{r}(s) = \min_{|A|=s} \bar{r}(A)).$$

Определение. Код $A \subseteq E_n (A \subseteq E_n^k)$ назовем оптимальным относительно радиуса покрытия, если

$$r(A) = r(s) \quad (\bar{r}(A) = \bar{r}(s)).$$

В настоящей работе исследуются оптимальные коды относительно радиуса покрытия. Для $r(s), \bar{r}(s)$ получены асимптотические оцен-

ки, а также точная их асимптотика при определенных значениях параметров s и n .

Обозначим через $m(t)$ величину, удовлетворяющую условиям:

1) существует код $A = \{x_1, x_2, \dots, x_{m(t)}\}$ такой, что шары радиуса t с центрами в кодовых точках покрывают E_n ,

2) для величины $m(t)-1$ условие 1) не выполняется.

Пусть M матрица из нулей и единиц размеров $p \times g$, в каждом столбце которой содержится ровно l единиц.

Обозначим через $\mu(M)$ минимальное число строк матрицы M , таких, что в подматрице M' , образованной этими строками, нет нулевых столбцов.

Пусть далее $x_1, x_2, \dots, x_{2^n}$ — все точки E_n . Образует матрицу $M'_n = \{a_{ij}\}$ размеров $2^n \times 2^n$ следующим образом:

$$a_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{если } x_i \in S'_n(x_j), \\ 0 & \text{в противном случае.} \end{cases}$$

Очевидно, что в каждой из строк и столбцов матрицы содержится

$$S'_n = \sum_{i=0}^l C'_n \text{ единиц.}$$

Лемма 1. Если шары радиуса t с центрами в кодовых точках кода $A = \{x_1, x_2, \dots, x_{m(t)}\}$ покрывают все множество E_n , то

$$\mu(M'_n) = m(t).$$

Доказательство немедленно следует из определений $m(t)$ и $\mu(M)$.

Теорема 1. Для любого натурального s имеет место неравенство

$$s < \frac{2^n}{S_n^{r(s)-1}} \ln(S_n^{r(s)-1} + 1).$$

Доказательство. Из определения величины $r(s)$ следует, что E_n не покрывается шарами радиуса $r(s)-1$ при любом расположении s центров этих шаров в E_n .

Ясно, что

$$s < m(r(s)-1). \quad (1)$$

В (1) была получена верхняя оценка для $\mu(M)$:

$$\mu(M) < \frac{p}{l} \ln \frac{g \cdot l}{p} + \frac{p}{l} + 1.$$

Отсюда следует, что

$$\mu(M'_n) < \frac{2^n}{S'_n} \ln(S'_n + 1) + 1.$$

Из (1), используя лемму, получаем

$$s < m(r(s)-1) < \frac{2^n}{S_n^{r(s)-1}} \ln(S_n^{r(s)-1} + 1) + 1.$$

Так как $s, m(t)$ — целые, то

$$s < \frac{2^n}{S_n^{r(s)-1}} \ln(S_n^{r(s)-1} + 1),$$

что и требовалось.

Лемма 2. При $r(s) = o(n)$ справедливо неравенство

$$r(s) (\log n - \log r(s)) \geq n - \log s \quad (n \rightarrow \infty).$$

Лемма 3. При $r(s) = o(n)$ имеет место неравенство

$$(r(s) - 1)(\log n - \log(r(s) - 1)) \leq n - \log s \quad (n \rightarrow \infty).$$

Доказательство. Согласно теореме 1

$$s < \frac{2^n}{S_n^{r(s)-1}} (\ln(S_n^{r(s)-1} + 1),$$

т. е.

$$n - \log s > \log S_n^{r(s)-1} - \log \ln(S_n^{r(s)-1} + 1). \quad (2)$$

Поскольку $\log \ln(S_n^{r(s)-1} + 1) = o(\log S_n^{r(s)-1})$, то из (2) следует, что

$$n - \log s \geq \log S_n^{r(s)-1}.$$

Отсюда получаем

$$\begin{aligned} n - \log s &\geq (r(s) - 1) \log n - \left(\frac{(r(s) - 1)^2}{2n} + O(\log(r(s) - 1)) \right) \log e - (r(s) - 1) \times \\ &\times \log(r(s) - 1) + (r(s) - 1) \log e - O(\log(r(s) - 1)) - (r(s) - 1)(\log n - \log(r(s) - 1)), \end{aligned}$$

что и требовалось доказать.

Лемма 4. Если $\log s \geq n - n^c$, $c < 1$, то $r(s) = o(n)$ ($n \rightarrow \infty$).

Лемма 5. Если $\log s \geq n - n^c$, $c < 1$, то решение уравнения

$$r(s)(\log n - \log r(s)) = n - \log s$$

$$\text{имеет вид } r(s) \sim \frac{n - \log s}{\log(n \cdot \log n) - \log(n - \log s)}.$$

Из предыдущих четырех лемм вытекает следующая

Теорема 2. Если $\log s \geq n - n^c$, $c < 1$, то

$$\frac{n - \log s}{\log \left(\frac{n \cdot \log n}{n - \log s} \right)} \leq r(s) \leq \frac{n - \log s}{\log \left(\frac{n \cdot \log n}{n - \log s} \right)} + 1.$$

Лемма 6. Если $r(s) < r(s-1)$, то $s = m(r(s))$.

Теорема 3. Если

1) $\log s \geq n - n^c$, $c < 1$;

2) $r(s) < r(s-1)$,

то

$$r(s) \sim \frac{n - \log s}{\log \left(\frac{n \cdot \log n}{n - \log s} \right)}.$$

Аналогичными рассуждениями можно доказать относительно величины $\bar{r}(s)$ следующие утверждения.

Теорема 4. Если

$$1) k = o(n) \quad (n \rightarrow \infty);$$

$$2) \log s \geq (k - k^c) \log n, \quad c < 1 \quad (n \rightarrow \infty),$$

то

$$\frac{k \log \frac{n}{k} - \log s}{\log \left(\frac{k(n-k) \log k(n-k)}{\left(k \log \frac{n}{k} - \log s \right)^2} \right)} \leq \frac{\bar{r}(s)}{2} \leq \frac{k \log \frac{n}{k} - \log s}{\log \left(\frac{k(n-k) \log k(n-k)}{\left(k \log \frac{n}{k} - \log s \right)^2} \right)} + 1.$$

Теорема 5. Если

$$1) k = o(n) \quad (n \rightarrow \infty);$$

$$2) \log s \geq (k - k^c) \log n, \quad c < 1 \quad (n \rightarrow \infty);$$

$$3) \bar{r}(s) < \bar{r}(s-1),$$

то

$$\frac{\bar{r}(s)}{2} \sim \frac{k \log \frac{n}{k} - \log s}{\log \left(\frac{k(n-k) \log k(n-k)}{\left(k \log \frac{n}{k} - \log s \right)^2} \right)} \quad (n \rightarrow \infty).$$

Автор благодарит В. К. Леонтьева за большое внимание к работе.

Ереванский государственный университет

Ղ. Լ. ՄՈՎՍԻՍՅԱՆ

n -չափանի միավոր խորանարդի կետերի ենթաբազմությունների
ծածկույթի շառավղի մասին

Դիցուք E_n -ը n -չափանի միավոր խորանարդն է, հետևյալ մետրիկա-
լով $\rho(x, y) = \sum_{i=1}^n |x^i - y^i|$, որտեղ $x = (x^1 x^2 \dots x^n)$; $y = (y^1 y^2 \dots y^n)$.

$$E_n^k = \left\{ (x^1 x^2 \dots x^n) \in E_n / \sum_{i=1}^n x^i = k \right\}.$$

$A \subseteq E_n (A \subseteq E_n^k)$ կողի ծածկույթի շառավղի կոչվում է հետևյալ մեծությունը

$$r(A) = \max_{x \in E_n, y \in A} \min \rho(x, y) \quad (\bar{r}(A) = \max_{x \in E_n^k, y \in A} \min \rho(x, y))$$

$A \subseteq E_n (A \subseteq E_n^k)$ կողմ կոչվում է օպտիմալ ծածկույթի շառավղի նկատմամբ,
 եթե՝

$$r(A) = r(s) = \min_{|B|=s} r(B) \quad (\bar{r}(A) = \bar{r}(s) = \min_{|B|=s} r(B)).$$

Աշխատանքում ստացված են $r(s)$, $\bar{r}(s)$ մեծությունների համար ասիմպտոտիկ գնահատականներ, ինչպես նաև S և n պարամետրերի որոշակի արժեքների համար ստացված է նրանց ճիշտ ասիմպտոտիկան:

ЛИТЕРАТУРА — ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

¹ Ф. Дж. Мак-Вильямс, Н. Дж. Слоэн, Теория кодов, исправляющих ошибки, Связь, М., 1979. ² Г. Л. Мовсисян, в сб.: Прикладная математика и математическое обеспечение ЭВМ, МГУ, 1980. ³ В. К. Леонтьев, Мат. заметки, т. 15, № 3 (1974).

УДК 539.374

МЕХАНИКА

Н. Б. Сафарян

Плоские динамические задачи пластически-неоднородных тел со степенным упрочнением

(Представлено чл.-корр. АН Армянской ССР Б. Л. Абрамяном 2/XII 1981)

Напряженное состояние в пластически-неоднородных телах при динамических воздействиях впервые исследовано в работах Х. А. Рахматулина ^(1,2), в которых исходя из идеально-пластической схемы предел текучести принимается переменным по длине цилиндрического стержня. Этому направлению посвящены также исследования ⁽³⁻⁹⁾, где в основном рассматриваются идеально-пластические и линейно-упрочняющиеся среды при различных граничных и начальных условиях. Подробный анализ исследования динамических задач пластически-неоднородных тел дан в обзорных статьях Х. А. Рахматулина и Г. С. Шапиро ⁽¹⁰⁾, Н. Кристеску ⁽¹¹⁾, в монографии В. Ольшака, Я. Рыхлевского, В. Урбановского ⁽¹²⁾.

Здесь рассматриваются некоторые динамические плоские задачи радиально-неоднородных несжимаемых тел со степенным упрочнением.

Уравнение деформационной теории пластичности в случае плоской деформации, степенного упрочнения, несжимаемости и радиальной неоднородности материала в обычных обозначениях можно представить в виде:

дифференциальные уравнения движения

$$\frac{\partial \sigma_r}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \tau_{r\theta}}{\partial \theta} + \frac{\sigma_r - \sigma_\theta}{r} = \rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2}; \quad \frac{\partial \tau_{r\theta}}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \sigma_\theta}{\partial \theta} + \frac{2}{r} \tau_{r\theta} = \rho \frac{\partial^2 v}{\partial t^2}; \quad (1)$$

закон упрочнения

$$\sigma_0 = k(r) \varepsilon_0^m; \quad \sigma_0 = \frac{1}{2} \sqrt{(\sigma_r - \sigma_\theta)^2 + 4\tau_{r\theta}^2}, \quad \varepsilon_0 = \sqrt{(\varepsilon_r - \varepsilon_\theta)^2 + 4\gamma_{r\theta}^2}, \quad (2)$$

где $k(r)$ — определенная функция, характеризующая неоднородность материала, m — показатель упрочнения материала;

соотношения между компонентами деформации, перемещений и напряжений

$$\varepsilon_0 = \frac{\partial u}{\partial r} = \frac{1}{2} K(r) \sigma_0^{n-1} (\sigma_r - \sigma); \quad \varepsilon_\theta = \frac{u}{r} + \frac{1}{r} \frac{\partial v}{\partial \theta} = \frac{1}{2} K(r) \sigma_0^{n-1} (\sigma_\theta - \sigma);$$

$$2\gamma_{r\theta} = \frac{\partial v}{\partial r} - \frac{v}{r} + \frac{1}{r} \frac{\partial u}{\partial \theta} = K(r) \sigma_0^{n-1} \tau_{r\theta}; \quad (3)$$

здесь $n = 1/m$, $K(r) = k^{-n}(r)$. Принимаем, что неоднородность определяется по степенному закону $k(r) = kr^\mu$, где k и μ — параметры, определяемые из эксперимента.

Компоненты перемещения, удовлетворяющие условию несжимаемости, можно представить в виде

$$u = r^{-\lambda-1} \psi'(\theta) f(t), \quad v = \lambda r^{-\lambda-1} \psi(\theta) f(t), \quad (4)$$

где $\psi(\theta)$ и $f(t)$ — произвольные функции, λ — постоянный параметр. Для компонентов напряжений имеем:

$$\begin{aligned} \sigma_r &= \sigma_\theta - 4k(\lambda+1)r^{-(\lambda+2)m+\mu} \chi(\theta) \psi'(\theta) f^m(t); \\ \tau_{r\theta} &= kr^{-(\lambda+2)m+\mu} \chi(\theta) [\psi''(\theta) - \lambda(\lambda+2)\psi(\theta)] f^m(t); \\ \chi(\theta) &= (\sqrt{4(\lambda+1)^2 \psi'^2(\theta) + [\psi''(\theta) - \lambda(\lambda+2)\psi(\theta)]^2})^{m-1}. \end{aligned} \quad (5)$$

1. Сосредоточенная сила $P(t)$, приложенная в точке радиально-неоднородной бесконечной плоскости (задача Кельвина) (рис. 1).

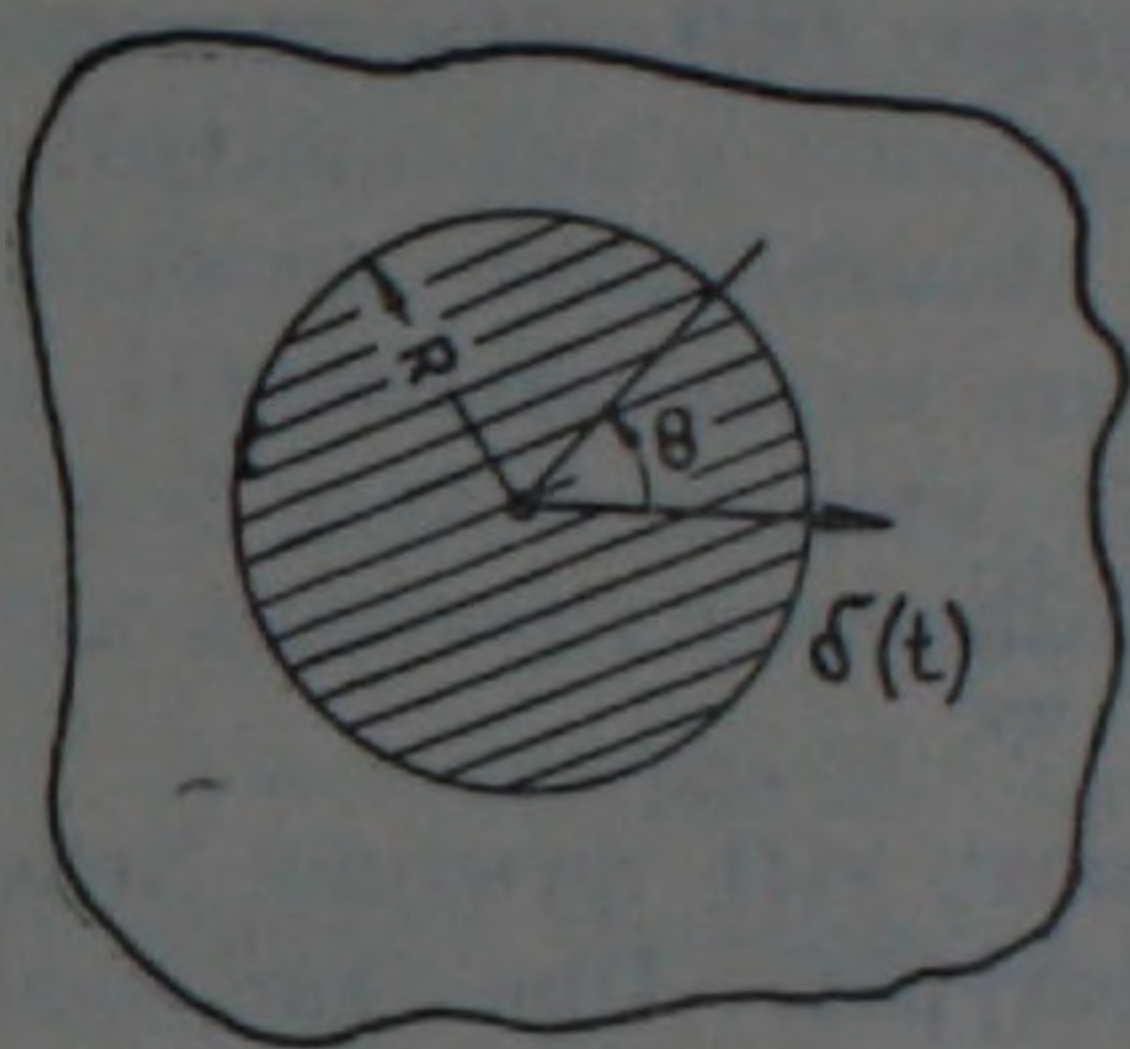


Рис. 1

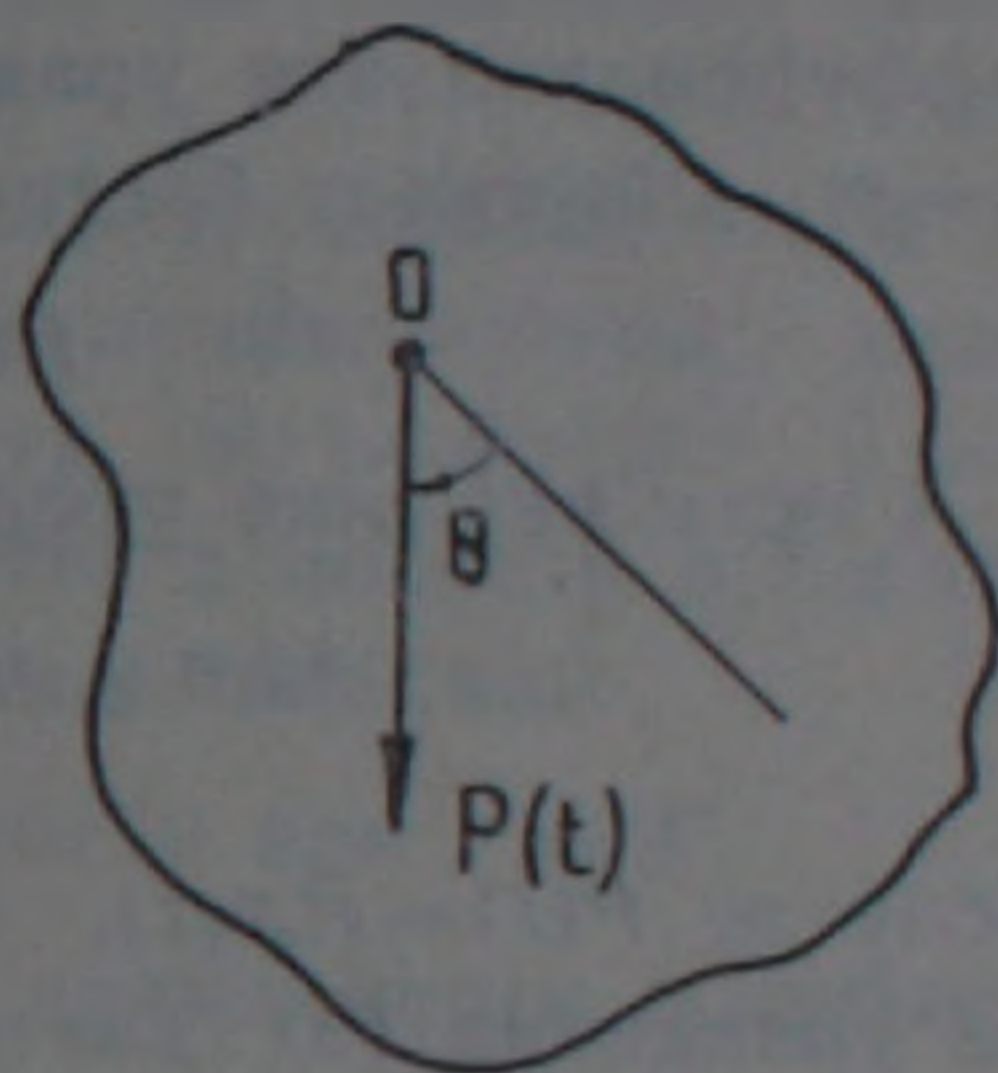


Рис. 2

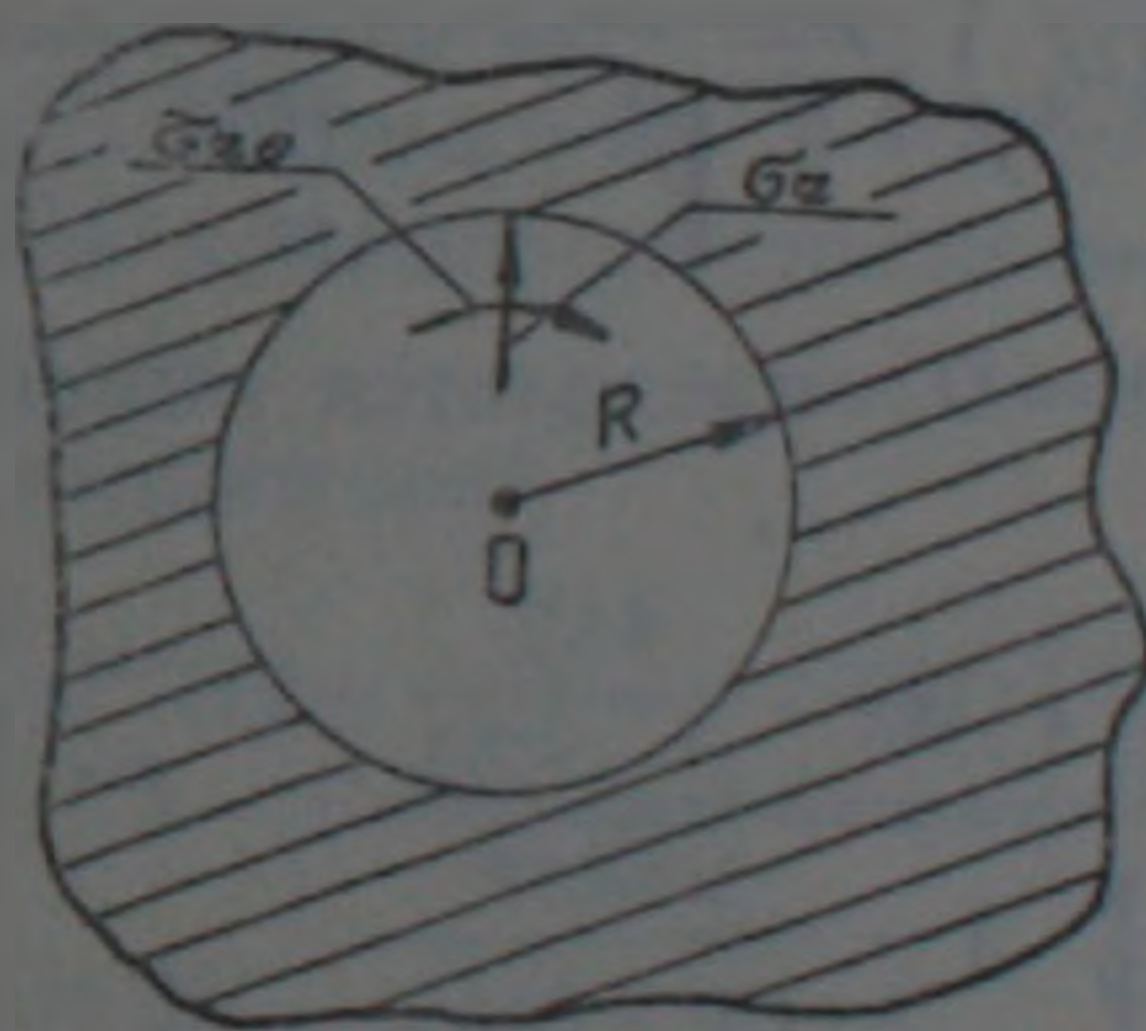


Рис. 3

Принимая в (4) — (5) $\psi(\theta) = \sin \theta$, $\mu = 3m - 1$, $\lambda = 1$ и удовлетворяя дифференциальным уравнениям движения (1), приходим к выражениям компонентов напряжений:

$$\sigma_r, \sigma_\theta = -[\rho f''(t) + 4^m(2 \pm 1)k f^m(t)] \frac{\cos \theta}{r}; \quad \tau_{r\theta} = -k 4^m f^m(t) \frac{\sin \theta}{r} \quad (6)$$

и компонентов перемещений:

$$u = f(t) \frac{\cos \theta}{r^2}; \quad v = f(t) \frac{\sin \theta}{r^2}. \quad (7)$$

Исходя из статического условия

$$2 \int_0^\pi (\sigma_r \cos \theta - \tau_{r\theta} \sin \theta) r d\theta + P(t) = 0 \quad (8)$$

и из (6), вводя обозначение $4f(t) = F(t)$, приходим к дифференциальному уравнению нелинейного колебания

$$F''(t) + c^2 F^m(t) = \frac{4P(t)}{\pi\rho}, \quad c^2 = \frac{8k}{\rho}. \quad (9)$$

Тогда формулы напряжения (6) и перемещения (7) примут вид:

$$\sigma_r, \sigma_\theta = - \left[\frac{P(t)}{\pi} \pm kF^m(t) \right] \frac{\cos \theta}{r}, \quad \tau_{r\theta} = -kF^m(t) \frac{\sin \theta}{r}; \quad (10)$$

$$u = F(t) \frac{\cos \theta}{4r^2}, \quad v = F(t) \frac{\sin \theta}{4r^2}. \quad (11)$$

Дифференциальное уравнение (9) при $F(t) = at^\nu$, где $a = \text{const}$, $\nu = 2m/1-m$, допускает частное решение

$$F(t) = At^\nu, \quad (12)$$

причем A есть решение уравнения

$$c^2 A^m + \nu n(\nu n - 1)A = \frac{4a}{\pi\rho}. \quad (13)$$

В случае $P(t) = P_0 e(t)$, где $P_0 = \text{const}$, $e(t)$ функция Хевисайда, решение уравнения (9) дается в квадратурах. При однородных начальных условиях ($F(0) = F'(0) = 0$) будем иметь

$$t = V \sqrt{\frac{\pi\rho}{8P_0}} \int_0^F \frac{dx}{\sqrt{x} \sqrt{1 - \frac{2\pi k x^m}{(m+1)P_0}}}. \quad (14)$$

Из условия $F'(t_*) = 0$ определится момент окончания этапа нагружения

$$t_* = V \sqrt{\frac{\pi\rho}{8P_0}} \int_0^{F^*} \frac{dx}{\sqrt{x} \sqrt{1 - \frac{2\pi k x^m}{(m+1)P_0}}}, \quad F^* = \left[\frac{(m+1)P_0}{2\pi k} \right]^{\frac{1}{m}}. \quad (15)$$

Здесь и в дальнейшем этапы разгрузки не рассматриваются.

2. Движение жесткого кругового включения в радиально-неоднородной бесконечной плоскости (рис. 2). Пусть жесткий круг с радиусом R получает прямолинейное перемещение в бесконечной плоскости с неоднородностью $k(r) = k(r/R)^\mu$, $\mu = 3m - 1$.

Граничные условия принимаем в виде

$$u = \delta \cos \theta, \quad v = \delta \sin \theta \quad \text{при } r = R; \quad (16)$$

здесь $\delta = \delta(t)$ заданный закон движения круга.

Используя граничные условия (16), из (6) находим компоненты напряжения:

$$\sigma_r, \sigma_\theta = - \left[\rho R^2 \left(\frac{\dot{z}(t)}{R} \right)'' + (2 \pm 1) k \left(\frac{4\dot{z}(t)}{R} \right)^m \right] \frac{R}{r} \cos \theta; \quad (17)$$

$$\tau_{r\theta} = -k \left(\frac{4\dot{z}(t)}{R} \right)^m \frac{R}{r} \sin \theta.$$

Компоненты перемещения будут:

$$u = \dot{z}(t) \left(\frac{R}{r} \right)^2 \cos \theta, \quad v = \dot{z}(t) \left(\frac{R}{r} \right)^2 \sin \theta. \quad (18)$$

По формуле (8) получаем силу давления жесткого круга на среду

$$P(t) = \pi R \left[\rho R^2 \left(\frac{\dot{z}(t)}{R} \right)'' + 2k \left(\frac{4\dot{z}(t)}{R} \right)^m \right]. \quad (19)$$

Можно поставить и обратную задачу: по заданному закону изменения во времени $P(t)$ определить $\dot{z}(t)$.

3. Нормальные и касательные знакопеременные силы на границе полости бесконечной радиально-неоднородной плоскости (рис. 3). Принимаем закон неоднородности $k(r) = k(r/R)^\mu$, $\mu = 2(2m - 1)$, где R радиус полости. Положим, что в полости в бесконечной плоскости действуют нормальные и касательные силы

$$\sigma_r = -kq(t) \sin 2\theta, \quad \tau_{r\theta} = -kq(t) \cos 2\theta \quad \text{при } r = R, \quad (20)$$

где $q(t)$ меняется во времени по закону нелинейного колебания

$$F''(t) + c^2 F^m(t) = 0, \quad c^2 = \frac{36k}{\rho R^{2(2m-1)}}, \quad (21)$$

причем $F(t) = R^4 q^n(t)$.

Полагая в (4)–(5) $\psi(\theta) = \cos 2\theta$, $\mu = 2(2m - 1)$, $\lambda = 2$ и удовлетворяя дифференциальным уравнениям движения (1), вводя обозначения $12f(t) = F(t)$, получим:

для компонентов напряжений

$$\sigma_r = \left[\rho F''(t) + \frac{24k}{R^{2(2m-1)}} F^m(t) \right] \frac{\sin 2\theta}{12 r^2}; \quad (22)$$

$$\sigma_\theta = \rho F''(t) \frac{\sin 2\theta}{12 r^2}, \quad \tau_{r\theta} = - \frac{k}{R^{2(2m-1)}} F^m(t) \frac{\cos 2\theta}{6 r^2};$$

для перемещений

$$u = -F(t) \frac{\sin 2\theta}{6 r^3}, \quad v = F(t) \frac{\cos 2\theta}{6 r^3}. \quad (23)$$

Решение уравнения (21) при начальных условиях $F(0) = 0$, $F'(0) = J$ будет

$$t = \int_0^F \frac{dx}{\sqrt{J^2 - \frac{2c^2}{m+1} x^{m+1}}}. \quad (24)$$

Используя граничные условия (20), для напряжений получаем

$$\sigma_r = -kq(t) \frac{R^2}{r^2} \sin 2\theta, \quad \sigma_\theta = -3kq(t) \frac{R^2}{r^2} \sin 2\theta, \\ \tau_{r\theta} = -kq(t) \frac{R^2}{r^2} \cos 2\theta. \quad (25)$$

Для перемещения будем иметь:

$$\frac{u}{R} = -\frac{1}{6} q^n(t) \frac{R^3}{r^3} \sin 2\theta; \quad \frac{v}{R} = \frac{1}{6} q^n(t) \frac{R^3}{r^3} \cos 2\theta. \quad (26)$$

Из условия $F'(t_*) = 0$ находим момент окончания этапа нагружения

$$t_* = \int_0^{F^*} \frac{dx}{\sqrt{J^2 - \frac{2c^2}{m+1} x^{m+1}}}, \quad F^* = \left[\frac{(m+1)J^2}{2c^2} \right]^{\frac{1}{m+1}}. \quad (27)$$

Плоская динамическая задача радиально-неоднородной трубы под действием равномерного внутреннего давления и начального импульса рассмотрена в работе (11).

Институт механики Академии
наук Армянской ССР

Ն. Բ. ՍԱՅԱՐՅԱՆ

Պլաստիկորեն անհամասեռ, աստիճանային ամրապնդումով
մադմինների հարթ դինամիկ խնդիրներ

Ուսումնասիրված են մի քանի հարթ դինամիկ խնդիրներ, շառավիղային ուղղությամբ անհամասեռ, անսեղմելի և աստիճանային ամրապնդումով նյութի դեպքում: Ստացված են արտահայտություններ լարումների և տեղափոխությունների համար:

Դիտարկվող առաջին խնդրում, ելնելով ստատիկայի պայմանից, տեղափոխության $f(t)$ ֆունկցիայի համար ստացված է ոչ գծային տատանման հավասարումը: Կառուցված է այդ հավասարման լուծումը կենտրոնացած ուժի որոշակի դեպքերի համար: Երկրորդ խնդրում, օգտվելով եզրային պայմաններից, անմիջապես որոշված է $f(t)$ ֆունկցիան, իսկ երրորդ խնդրում $f(t)$ ֆունկցիայի որոշումը նույնպես բերված է ոչ գծային տատանման հավասարմանը, որի լուծումը տրված է կվադրատուրայով:

ЛИТЕРАТУРА — ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

- ¹ X. A. Рахматулин, ПММ, т. 10, № 3 (1946). ² X. A. Рахматулин, ПММ, т. 14, № 1 (1950). ³ В. С. Ленский, Вестник МГУ, № 3, 1949. ⁴ С. Д. Мочахов, Уч. запис. Томск. ун-та, № 25 (1955). ⁵ П. Пежина, Arch. Mech. Stos., 11, № 5 (1959). ⁶ П. Пежина, Основные вопросы вязкопластичности, Мир, М., 1968. ⁷ R. Gutowski, S. Kaliski, I. Oslecki, Biuletyn WAT, № 2 (1959). ⁸ В. Н. Кукуджанов, Л. В. Никитин, Изв. АН СССР, отд. мех. и мат., № 4, 1960. ⁹ М. А. Задоян, Изв. АН АрмССР, сер. физ.-мат. наук, № 3, 1960. ¹⁰ X. A. Рахматулин, Г. С. Шапиро, Изв. АН СССР, ОТН, № 2, 1955. ¹¹ N. Cristescu, in: Proc. Sec. Symposium, Pergamon Press, New York, 1960. ¹² В. Ольшак, Я. Рыхлевский, В. Урбановский. Теория пластичности неоднородных тел, Мир, М., 1964.

УДК 539.4

МЕХАНИКА

К. С. Карапетян, К. А. Карапетян

Неоднородная ползучесть бетонного элемента

(Представлено академиком АН Армянской ССР Н. Х. Арутюняном 4/II 1982)

Как известно, бетон является неоднородно-стареющим материалом, прочностная и деформационная неоднородность которого обусловлена разными причинами.

Традиционная неоднородность, т. е. когда бетон неоднороден в пределах сечения элемента конструкции, является следствием того, что из-за высыхания наружного слоя элемента физико-механические свойства бетона во времени в наружном слое и в ядровой части изменяются с разной интенсивностью.

Другая неоднородность обусловлена процессом возведения элементов конструкций. Из-за перерывов в работе бетонирования, особенно при возведении массивных конструкций, элементы конструкции имеют разный возраст, а следовательно, разные физико-механические свойства.

Учет неоднородности прочности, модуля деформации и деформаций ползучести бетона имеет весьма важное значение для оценки действительного напряженно-деформированного состояния конструкции. С этой точки зрения весьма важным является разработанная Н. Х. Арутюняном теория ползучести неоднородно-стареющих сред⁽¹⁻⁴⁾.

Прочностная и деформационная неоднородность бетона, несмотря на ее большое научное и практическое значение, до сих пор мало исследована. Специально поставленные авторами опыты над старым бетоном (возраста 23 лет) дали возможность установить существенную неоднородность бетона по сечению цилиндра большого диаметра. Из-за высыхания прочность бетона в наружном слое цилиндра оказалась намного меньше, а деформации—больше, чем в ядровой части цилиндра⁽⁵⁾.

Согласно К. С. Карапетяну, причиной неодинаковости свойств бетона в различных направлениях, т. е. анизотропии, являются водные прослойки, образующиеся под частицами заполнителя в результате внутреннего расслаивания при его укладке и уплотнении. При испарении этих прослоек на их местах остаются пустоты (дефекты), которые ослабляют сечение бетонного элемента и снижают его прочность, увеличивают деформации^(6,7). Дальнейшие опыты показали, что восстановление водных прослоек путем насыщения сухого бетона водой приводит к обратному явлению—росту прочности и модуля деформации^(5,8).

В данной работе приводятся результаты исследования неоднородности прочности, модуля деформации и ползучести бетона в пределах сечения бетонного цилиндра при сжатии. Как и в работе (5), испытывали малые цилиндры диаметром 5,5 см. высотой на этот раз 22 см, которые выбуривали в радиальных направлениях из 4 различных зон (I, II, III и IV) сечения большого цилиндра (рис. 1).

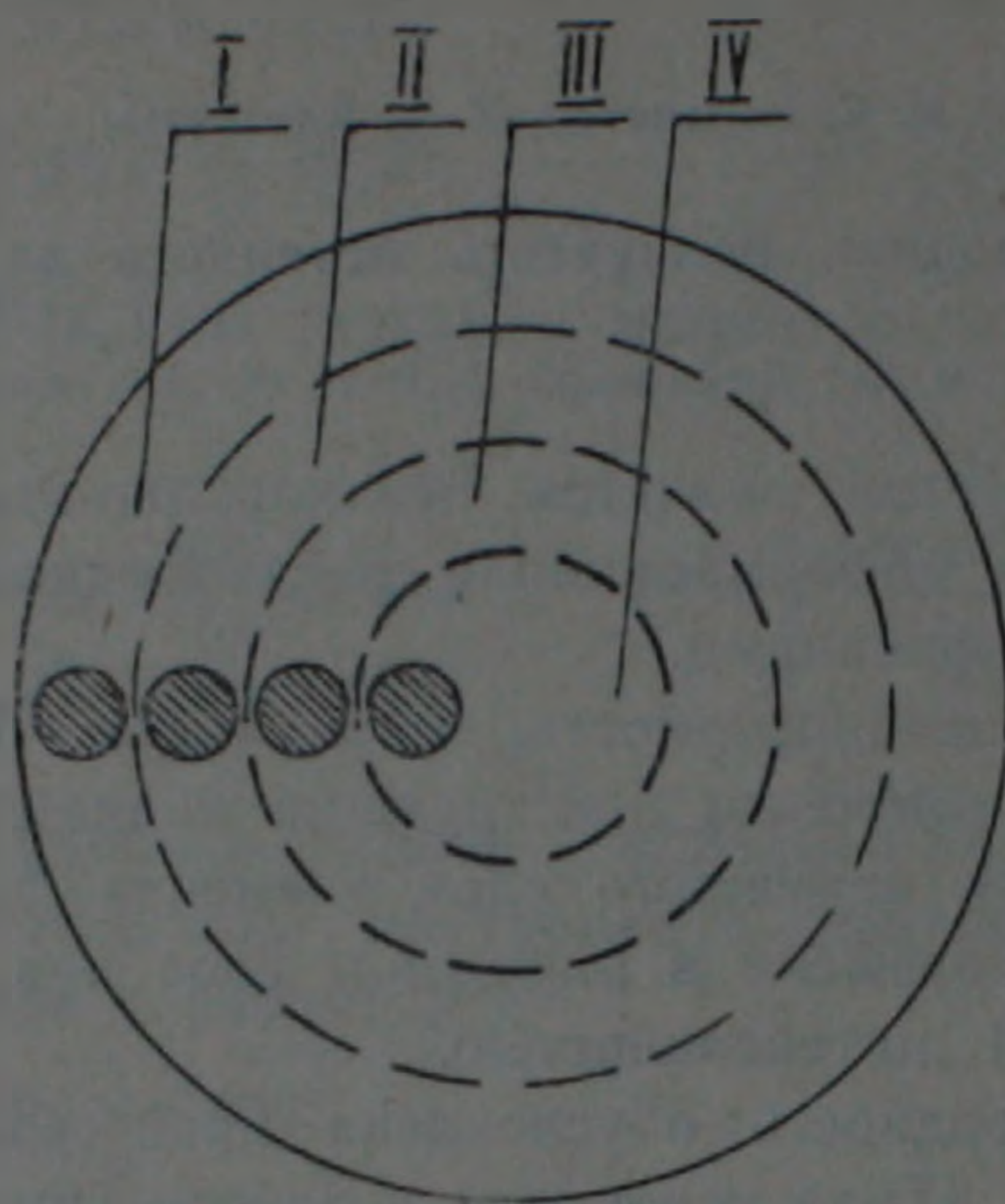


Рис. 1. Поперечное сечение большого цилиндра с указанием зон выбуривания

Цилиндры в количестве 5 шт. диаметром 57 см, высотой 25 см были изготовлены из бетона на литондной пемзе состава в массе 1 : 1, 43 : 2,50, В/Ц=0,86, Ц=294 кг на 1 м³ бетона. После распалубки торцы цилиндров изолировали так, чтобы испарение происходило только с боковых поверхностей. Для исследования неоднородности прочности и модуля деформации малые цилиндры выбуривали и испытывали в возрастах 28 сут.; 3 и 6 мес.; 1 года и 2 лет. Для исследования же неоднородности ползучести бетона малые цилиндры подвергали длительному загрузению в первых 4 возрастах. Напряжение в образцах составляло 5 МПа. В процессе всего длительного загрузения малые цилиндры, выбуренные из ядровой части большого цилиндра (II и III зоны), были изолированы от влагопотери, а малые цилиндры, выбуренные из наружного слоя (зона I), оставляли свободными поверхностями для высыхания.

По данным таблицы в возрасте 28 сут. как прочности, так и модули деформации образцов, выбуренных из всех 4 зон, практически одинаковы. Однако при испытании образцов последующих возрастов это отмечается только у образцов из зон II, III и IV. При этом с увеличением возраста бетона к моменту испытания разница как прочностей, так и модулей деформаций образцов, выбуренных из наружного слоя (зона I) и ядровой части (зоны II, III и IV), увеличивается. Объясняется это тем, что высыхание наружного слоя цилиндра привело к обезвоживанию бетона и тем самым к приостановлению процесса

упрочения наружного слоя. При этом на положительный процесс твердения бетона накладывается отрицательное влияние большей усадки наружного слоя и испарения водных прослоек из этого слоя.

Таким образом, в результате высыхания наружного слоя большой цилиндр по сечению стал по прочности и модулю деформации неоднородным, и с увеличением продолжительности высыхания степень неоднородности увеличивается. По данным таблицы, в возрасте 2 лет прочность бетона ядровой части на 30% больше, чем прочность бетона наружного слоя. Что касается модулей деформаций, то при рассмотренных напряжениях их отношение изменяется в пределах от 1,46 до 1,18.

Рассмотрим теперь результаты исследования неоднородной ползучести по сечению большого бетонного цилиндра (рис. 2). Кривые ползучести построены по следующим зависимостям:

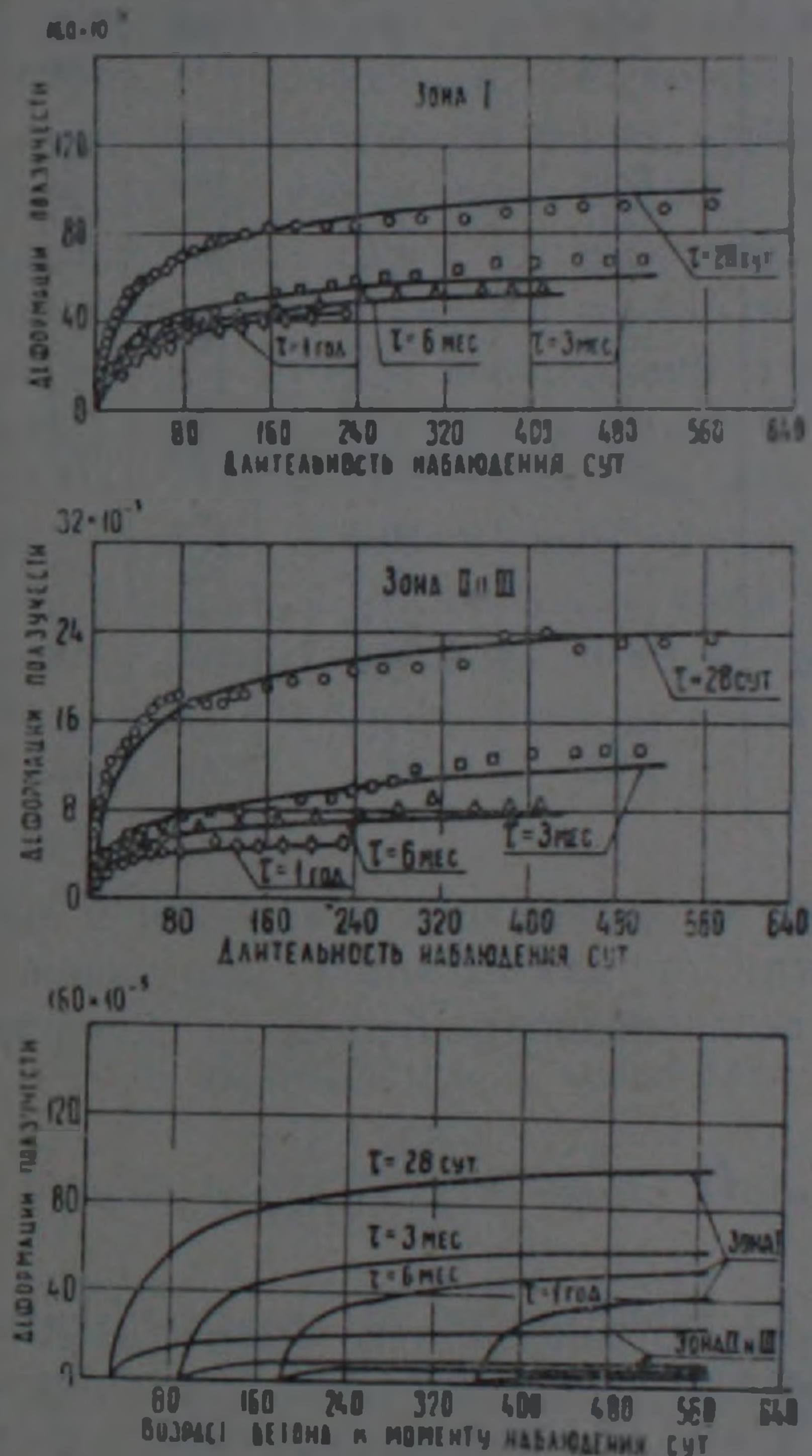


Рис. 2. Кривые ползучести бетона

а) образцов, выбуренных из наружного слоя (зона I)

$$\epsilon_{II} = \left(9,53 + \frac{312}{\tau}\right) [1 - 0,5(e^{-0,035\tau} + e^{-0,06\tau})] \times 5 \times 10^{-5}; \quad (1)$$

б) образцов, выбуренных из ядровой части (зоны II, III IV)

$$\epsilon'_{II} = \left(0,9 + \frac{120}{\tau}\right) [1 - 0,5(e^{-0,005\tau} + e^{-0,06\tau})] \times 5 \times 10^{-5}. \quad (2)$$

В зависимостях (1) и (2) τ —возраст бетона в момент загрузки-
ния, t —длительность загрузки в сутках.

Сравнение зависимостей (1) и (2) приводит к выводу, что кривые ползучести образцов, выбуренных из наружного слоя и ядровой части большого бетонного цилиндра, во всяком возрасте загрузки по-

Прочность и касательный модуль деформации бетона в различных зонах сечения большого цилиндра

Возраст бетона к моменту испытания	Зона выбуривания образцов	Объемная масса бетона, кг/м ³	Прочность на сжатие, МПа	Модуль деформации $E \times 10^{-3}$, МПа, при напряжении (МПа)				
				0	5	10	15	20
28 сут.	I	1715	16,1	146	113	84	59	—
	II	1728	16,4	146	113	85	60	—
	III	1728	16,5	150	116	86	61	—
	IV	1728	16,6	149	116	87	62	—
3 мес.	I	1694	22,1	162	144	126	110	95
	II	1730	24,5	180	153	128	106	86
	III	1731	24,6	180	154	130	108	88
	IV	1732	24,7	181	155	131	109	89
6 мес.	I	1672	21,6	160	141	124	107	92
	II	1721	25,2	188	162	138	116	96
	III	1727	25,1	187	163	140	119	99
	IV	1726	25,3	190	163	138	116	95
1 год	I	1663	20,5	152	137	122	109	96
	II	1718	25,8	193	167	143	121	100
	III	1716	25,5	190	165	141	120	100
	IV	1716	26,0	195	168	143	121	100
2 года	I	1616	21,1	137	126	115	104	94
	II и III	1702	27,5	200	175	152	131	111

добны, а отношение их деформаций ползучести в любом загруженном возрасте не зависит от длительности загрузки t .

Коэффициент неоднородности бетона по деформациям ползучести

$$H = \epsilon_n / \epsilon'_n = \frac{9,53\tau + 312}{0,9\tau + 120} \quad (3)$$

Рассчитанные по зависимости (3) коэффициенты неоднородности бетона по деформациям ползучести для возрастов к моменту загрузки 28 сут.; 3; 6 мес. и 1 год соответственно составляют—4,0; 5,8; 7,2 и 8,4.

Таким образом, в результате высыхания наружного слоя бетонного элемента прочность и модуль деформаций бетона в этой части существенно меньше, а ползучесть больше, чем в его ядровой части. Если такой бетонный элемент загрузить длительной сжимающей нагрузкой, то в момент загрузки упруго-мгновенная деформация по всему сечению будет одна и та же, а напряжение в более жесткой ядровой части окажется гораздо больше, чем в более податливом наружном слое. После этого благодаря большей ползучести наружного слоя начнется

перераспределение напряжений во времени, и в результате напряжение в ядровой части существенно возрастет, а в наружном слое, наоборот, уменьшится. Продолжение процесса перераспределения напряжений в конечном итоге приведет к тому, что наступит, наконец, такой момент, когда напряжение от непосредственного действия вертикальной нагрузки в наружном слое может исчезнуть, и в последующем этот слой будет нести нагрузку лишь постольку, поскольку он является частью общего элемента, имеющего прочный контакт с ядровой частью. С указанного момента наружный слой в основном будет играть роль обоймы и защитного слоя ядровой части, исключая испарение водных прослоек, и следовательно, снижение прочности и модуля деформации бетона этой части. При наличии арматуры напряженно-деформированное состояние такого элемента еще более сложно. В этом случае благодаря неоднородной ползучести по сечению перераспределение напряжений приведет к увеличению напряжения в арматуре и, наоборот, к уменьшению напряжения в бетоне, причем более чувствительно в наружном слое, чем в ядровой части.

В качестве примера мы рассмотрели влияние неоднородности бетона на напряженно-деформационное состояние бетонного и железобетонного элементов при сжатии. Однако вполне понятно, что влияние неоднородности бетона на работу конструкций отрицательно сказывается и при других напряженных состояниях. Необходимо по возможности уменьшить неоднородность бетона, и в этом вопросе как руководство могут служить существующие исследования анизотропных свойств бетона, так как и это свойство является следствием образования и испарения водных прослоек. Учет неоднородности бетона особенно важен в условиях сухого жаркого климата.

Институт механики

Академии наук Армянской ССР

Կ. Ս. ԿԱՐԱՊԵՏՅԱՆ, Կ. Ա. ԿԱՐԱՊԵՏՅԱՆ

Բետոնն էլեմենտի ոչ համասեռ սողնք

Աշխատանքում բերվում են բետոնի ամրության և դեֆորմատիվության անհամասեռության հետազոտման փորձարարական արդյունքները սեղմման դեպքում՝ ըստ մեծ տրամագծի բետոնի գլանի ընդլայնական կտրվածքի:

Փորձերը ցույց են տվել, որ արտաքին շերտի շորացմանը զուգընթաց բետոնն գլանը ըստ ամրության, դեֆորմացիաների մոդուլի և սողքի դեֆորմացիաների դառնում է խիստ անհամասեռ և հասակի մեծացմանը զուգընթաց այդ անհամասեռությունն աճում է: Ցանկացած հասակում բռնավորված բետոնն գլանի արտաքին շերտի և միջուկի մասի սողքի կորերը նման են:

Բետոնն էլեմենտի արտաքին շերտի ամրության նվազումը և դեֆորմացիաների աճը նշանակալի չափով պայմանավորված են այն խոռոչների (դեֆեկտների) բացասական ազդեցությամբ, որոնք առաջանում են շաղախի տեղադրման և խտացման ժամանակ լցիչի հատիկների տակ առաջացող ջրային շերտերից ջրի հետագա գոլորշացման հետևանքով:

¹ Н. Х. Арутюнян ДАН СССР, т. 229, № 3 (1976). ² Н. Х. Арутюнян Изв. АН СССР, МТТ, № 3, 1976. ³ Н. Х. Арутюнян ПММ, т. 41, № 5 (1977). ⁴ Н. Х. Арутюнян, Теория ползучести неоднородно-стареющих тел, Изд. Ин-та проблем механики АН СССР, М., 1981. ⁵ К. С. Карапетян, К. А. Карапетян, Изв. АН АрмССР, сер. механика, т. 34, № 4 (1981). ⁶ К. С. Карапетян, ДАН АрмССР, т. 24, № 4 (1957). ⁷ К. С. Карапетян, Изв. АН АрмССР, сер. физ-мат. наук, т. 10, № 6 (1957). ⁸ К. С. Карапетян, ДАН АрмССР, т. 57, № 3 (1973).

УДК 539.376

ТЕОРИЯ УПРУГОСТИ

Академик АН Армянской ССР Н. Х. Арутюнян, В. В. Метлов

Об одной задаче теории ползучести стареющих
 тел с изменяющейся границей

(Представлено 18/1 1982)

Рассмотрена плоская задача о наращивании бесконечного клина, нагруженного силой, приложенной к его вершине. Материал наращиваемого клина обладает свойствами ползучести и старения, в силу чего наращиваемый клин находится в условиях специфической неоднородности, обусловленной различным возрастом его элементов ^(1,2).

Пусть в момент времени $t=0$ изготавливается бесконечный клин $\Omega_0 = \{0 \leq r < \infty, -\alpha_0 \leq \theta \leq \alpha_0\}$ с углом раствора $2\alpha_0$, где r, θ — полярные координаты на плоскости. Одновременно к клину Ω_0 в его вершине прикладывается сила P_0 , рассчитанная на единицу его толщины. Начиная с момента времени $t=0$ происходит непрерывное наращивание клина по заданному закону

$$\Omega(t) = \{0 < r < \infty, -\alpha_1(t) < \theta < \alpha_2(t)\},$$

где $\alpha_i(t)$, $i=1, 2$ — положительные непрерывные монотонно возрастающие на отрезке $[0, T]$ функции, такие, что $\alpha_i(0) = \alpha_0$, $\alpha_i(T) \leq \pi$, $i=1, 2$. При этом сила изменяется по закону $P=P(t)$. В момент времени T наращивание прекращается, и функции $\alpha_i(t)$ остаются далее постоянными

$$\alpha_i(t) = \alpha_i(T) \text{ при } t \geq T, i=1, 2.$$

Требуется определить поле напряжений и деформаций в наращиваемом клине для всех $t \geq 0$. Мы будем считать, что функция $P(t)$ — кусочно-непрерывна при $t \geq 0$. Для определенности будем считать ее непрерывной слева, а правосторонний предел функции $P(t)$ в точке t обозначим символом $P(t+)$, так что $P(0)=0$, $P(0+)=P_0$. Множество точек разрыва функции $P(t)$ на отрезке $[0, T]$ обозначим символом S . Величину разрыва функции $P(t)$ в точке $t \in S$ обозначим через $\Delta P(t)$, так что $\Delta P(t) = P(t+) - P(t)$. Аналогичные обозначения принимаем также для компонент напряжений и деформаций. Введем функцию $\tau^*(\theta)$ на отрезке $[-\alpha_1(T), \alpha_2(T)]$, равную моменту зарождения слоя наращиваемого клина с координатой θ . При $\theta \in [-\alpha_0, \alpha_0]$ $\tau^*(\theta) = 0$, а при $\theta \in [-\alpha_1(T), -\alpha_0]$ и $\theta \in [\alpha_0, \alpha_2(T)]$ функция $\tau^*(\theta)$ совпадает с функциями, обратными к $\alpha_1(t)$ и $\alpha_2(t)$.

Согласно ⁽¹⁾ средние значения компонент напряжений и деформаций по толщине клина, обозначаемые символами $\sigma_{ij}(t, r, \theta)$ и

$\varepsilon_{\alpha\beta}(t, r, \theta)$, $\alpha, \beta = r, \theta$, удовлетворяют следующим уравнениям и условиям.

Уравнения равновесия

$$\begin{aligned} \frac{\partial \sigma_{rr}}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \sigma_{\theta r}}{\partial \theta} + \frac{\sigma_{rr} - \sigma_{\theta\theta}}{r} &= 0, \\ \frac{\partial \sigma_{\theta r}}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \sigma_{\theta\theta}}{\partial \theta} + \frac{2\sigma_{\theta r}}{r} &= 0, \quad (r, \theta) \in \Omega(t), \quad t \geq 0; \end{aligned} \quad (1)$$

уравнение состояния, записанное в форме интеграла Стильтьеса,

$$\varepsilon_{\alpha\beta} = \hat{\Delta}_{\alpha\beta} \hat{\Delta}_1 \sigma_{11} + \hat{\Delta}_2 \sigma_{\alpha\beta}, \quad t \geq \tau^*(\theta), \quad (2)$$

где символом $\hat{\Delta}_i$ обозначен интегральный оператор, действующий по правилу

$$\hat{\Delta}_i \varphi(t, r, \theta) = \int_{\tau^*(\theta)}^t \Delta_i(t - \tau^*(\theta), \tau - \tau^*(\theta)) d\varphi(\tau, r, \theta), \quad i = 1, 2,$$

$$d\varphi(\tau, r, \theta) = \dot{\varphi}(\tau, r, \theta) d\tau, \quad \dot{\varphi}(t, r, \theta) = \frac{\partial \varphi(t, r, \theta)}{\partial t};$$

уравнение совместности для скоростей деформаций

$$\begin{aligned} \frac{1}{r} \frac{\partial^2 \dot{\varepsilon}_{rr}}{\partial \theta^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial \dot{\varepsilon}_{\theta\theta}}{\partial r} \right) - \frac{\partial \dot{\varepsilon}_{rr}}{\partial r} &= \frac{2}{r} \frac{\partial^2 (r \dot{\varepsilon}_{r\theta})}{\partial r \partial \theta}, \\ \dot{\varepsilon}_{\alpha\beta} &= \frac{\partial \varepsilon_{\alpha\beta}}{\partial t}, \quad t \geq \tau^*(\theta). \end{aligned} \quad (3)$$

Здесь ввиду мгновенных приращений компонент напряжений и деформаций, вызванных мгновенными приращениями нагрузки $P(t)$, частные производные по времени понимаются в обобщенном смысле. В частности, уравнение совместности скоростей деформаций (3) при $t \in S$ означает совместность приращений деформаций $\Delta \varepsilon_{\alpha\beta}(t)$. Запишем условие равенства нулю компонент напряжений в элементе наращиваемого тела в момент его зарождения

$$\sigma_{\alpha\beta}(\tau^*(\theta), r, \theta) = 0. \quad (4)$$

Поскольку движущаяся граница

$$\Gamma(t) = \{0 < r < \infty, \theta = -\alpha_1(t)\} \cup \{0 < r < \infty, \theta = \alpha_2(t)\}$$

области $\Omega(t)$ совпадает при $0 < t \leq T$ с линиями уровня $|\tau^*(\theta) = t|$ функции $\tau^*(\theta)$, то из (4) вытекает, что

$$\sigma_{\alpha\beta}(t, t, \theta)|_{(r, \theta) \in \Gamma(t)} = 0, \quad 0 < t \leq T. \quad (5)$$

Если в процессе непрерывного наращивания происходит мгновенное изменение нагрузки, то в только что родившемся элементе возникают напряжения, однако вектор напряжения на движущейся поверхности равен нулю, т. е. имеем

$$\sigma_{r\theta}(t+, r, \theta)|_{(r, \theta) \in \Gamma(t)} = \sigma_{\theta\theta}(t+, r, \theta)|_{(r, \theta) \in \Gamma(t)} = 0, \quad t \in S. \quad (6)$$

Наконец, при $t > T$ будем иметь граничное условие

$$\sigma_{r\theta} = \sigma_{\theta\theta} = 0, \quad (r, \theta) \in \Gamma(T), \quad t > T. \quad (7)$$

Помимо перечисленных соотношений необходимо удовлетворить интегральным уравнениям равновесия

$$\begin{aligned} \int_{-a_1(t)}^{a_2(t)} r^2 \sigma_{\theta r}(t, r, \theta) d\theta = 0, \quad \int_{-a_1(t)}^{a_2(t)} (\sigma_{rr} \sin \theta + \sigma_{r\theta} \cos \theta) r d\theta = -P_2(t), \\ \int_{-a_1(t)}^{a_2(t)} (\sigma_{rr} \cos \theta - \sigma_{r\theta} \sin \theta) \cdot r d\theta = -P_1(t), \quad t \geq 0, \end{aligned} \quad (8)$$

где $P_1(t)$ и $P_2(t)$ — составляющие вектора $P(t)$.

Решение задачи (1) — (8) построим следующим образом ⁽³⁾. Положим равными нулю все компоненты напряжений, кроме σ_{rr} , которую будем искать в форме

$$\sigma_{rr}(t, r, \theta) = -\frac{F(t, \theta)}{r}, \quad (9)$$

где $F(t, \theta)$ — некоторая функция, подлежащая определению. При этом будут тождественно удовлетворены дифференциальные уравнения равновесия (1), первое из уравнений (8), а также граничные условия (6) и (7). Из (9) и (2) найдем

$$\varepsilon_{r\theta} = 0, \quad \dot{\varepsilon}_{rr} = \frac{\dot{C}_r(t, \theta)}{r}, \quad \dot{\varepsilon}_{\theta\theta} = \frac{\dot{C}_\theta(t, \theta)}{r}, \quad (10)$$

$$C_r(t, \theta) = -(\hat{\Delta}_1 + \hat{\Delta}_2)F(t, \theta), \quad C_\theta(t, \theta) = -\hat{\Delta}_1 F(t, \theta). \quad (11)$$

Подставляя (10) в (3), получим

$$\frac{\partial^2 \dot{C}_r}{\partial \theta^2} + \dot{C}_r = 0,$$

откуда находим

$$C_r(t, \theta) = a_1(t) \cos \theta + a_2(t) \sin \theta. \quad (12)$$

После обращения первого из соотношений (11) с учетом (4) получим

$$F(t, \theta) = -\hat{\mu} C_r(t, \theta) = -\int_{\tau^*(\theta)}^t \mu(t - \tau^*(\theta), \tau - \tau^*(\theta)) \cdot \dot{C}_r(\tau, \theta) d\tau,$$

$$\hat{\mu} = (\hat{\Delta}_1 + \hat{\Delta}_2)^{-1}. \quad (13)$$

Здесь функция $\mu(t, \tau)$ есть (как и $\Delta_1(t, \tau)$, $\Delta_2(t, \tau)$) заданная реологическая характеристика материала, равная продольному напряжению в момент времени t при одноосном напряженном состоянии однородного тела при воздействии единичной продольной деформации, приложенной в возрасте τ .

Подставляя (12) в (13), выражение (13) для функции $F(t, \theta)$ в (9), а затем значение σ_{rr} в интегральные уравнения равновесия (8),

после замены порядка интегрирования получим систему двух интегральных уравнений Вольтерра для определения неизвестных функций $a_1(t)$ и $a_2(t)$

$$\int_0^t \bar{\mu}(t, \tau) a(\tau) d\tau = P(t), \quad (14)$$

$$\bar{\mu}(t, \tau) = \int_{-a_1(\tau)}^{a_2(\tau)} \mu(t - \tau^*(\theta), \tau - \tau^*(\theta)) A(\theta) d\theta. \quad (15)$$

Здесь матрица $A(\theta)$ и векторы $a(t)$ и $P(t)$ определяются соотношениями

$$A(\theta) = \begin{pmatrix} \cos^2 \theta & \cos \theta \sin \theta \\ \cos \theta \sin \theta & \sin^2 \theta \end{pmatrix}, \quad a(t) = \begin{pmatrix} a_1(t) \\ a_2(t) \end{pmatrix}, \quad P(t) = \begin{pmatrix} P_1(t) \\ P_2(t) \end{pmatrix}.$$

Таким образом, задача нахождения поля напряжений и деформаций в наращиваемом клине свелась к решению системы двух интегральных уравнений Вольтерра (14). Пусть $S = \{t_i, i = 1, \dots, N\}$. Тогда решение системы (14) можно представить в виде

$$a(t) = a_{\text{reg}}(t) + \sum_{i=1}^N C_i \delta(t - t_i), \quad C_i = \bar{\mu}(t_i, t_i)^{-1} \Delta P(t_i),$$

$$\int_0^t \bar{\mu}(t, \tau) a_{\text{reg}}(\tau) d\tau + \sum_{t_i < t} \bar{\mu}(t, t_i) C_i = P(t),$$

где $\delta(t)$ — дельта-функция, $a_{\text{reg}}(t)$ — регулярная часть $a(t)$.

В случае симметричного наращивания имеем

$$a_1(t) = a_2(t) = a(t), \quad \tau^*(\theta) = \tau^*(-\theta),$$

и согласно (15) матрица $\bar{\mu}(t, \tau)$ будет диагональной, т. е. система (14) распадается на два независимых уравнения.

При проведении численного моделирования с использованием реологических характеристик бетона исследовалось влияние скорости процесса наращивания (при неизменной последовательности возведения-загрузки, т. е. неизменной зависимости силы P от угла α) на поле напряжений в наращиваемом клине. Процесс перераспределения напряжений в наращиваемом теле определяется рядом факторов. Во-первых, упругие свойства приводят к приращению напряжений одновременно во всех элементах наращиваемого тела при приращении внешней нагрузки, и при отсутствии свойства ползучести у наращиваемого тела скорость возведения-загрузки не влияет на окончательное распределение напряжений. Ползучесть материала приводит к передаче части усилия от ранее рожденных элементов на вновь рожденные. Так, например, при постоянной во времени силе $P = P_0$ вследствие ползучести происходит разгрузка исходного тела Ω_0 , которая компенсируется увеличением напряжений во вновь рожденных элементах. Наконец, старение материала приводит к возрастной неоднородности, состоящей в большей жесткости (меньшей

деформативности) ранее зародившихся элементов по сравнению со вновь рожденными, что уменьшает процесс разгрузки ранее рожденных элементов. Рассмотренные факторы приводят к существенной и немонотонной зависимости максимального напряжения в наращиваемом клине от скорости возведения-загружения.

Институт проблем механики
Академии наук СССР

Հայկական ՍՍՀ ակադեմիկոս Ն. Խ. ՀԱՐՈՒԹՅՈՒՆՅԱՆ, Վ. Վ. ՄԵՏԼՈՎ

Փոփոխվող եզրագծով ծեղացող մարմինների սողֆի տեսության
մի խնդրի մասին

Հոդվածում դիտարկվում է անվերջ, աճող սեպի մասին հարթ խնդիրը, երբ սեպը բեռնավորված է գազաթի վրա կիրառված ուժով: Աճող սեպի նյութը օժտված է սողքի և ծեղացման հատկություններով, որի պատճառով սեպը գտնվում է իր մասերի տարբեր հասակներ ունենալու անհամասեռության պայմաններում:

Խնդրի լուծումը բերվում է Վոլտերայի տիպի երկու ինտեգրալ հավասարումներից կազմված սիստեմի լուծմանը:

ЛИТЕРАТУРА — ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

¹ Н. Х. Арутюнян, ПММ, т. 41, вып. 5 (1977). ² Н. Х. Арутюнян, ДАН СССР, т. 229, № 3 (1976). ³ С. Г. Лехницкий, Теория упругости анизотропного тела, Наука, М., 1977.

УДК 539.376

ТЕОРИЯ ПОЛЗУЧЕСТИ

Ф. М. Поладян

Нелинейная ползучесть составного сектора
кругового кольца при кручении

(Представлено академиком АН Армянской ССР Н. Х. Арутюняном 4/II 1982)

Рассматривается задача о кручении составного сектора кругового кольца (кривой стержень), поперечное сечение которого состоит из N различных областей, материалы которых обладают свойством нелинейной наследственной ползучести ⁽¹⁾, с различными мерами ползучести и модуля мгновенного сдвига.

Пусть рассматриваемый сектор кругового кольца с постоянным поперечным сечением находится под воздействием перерезывающих сил P и крутящих моментов PR (R —радиус оси сектора кольца), приложенных на торцевых сечениях (рис. 1).

Задачи кручения однородных кривых стержней исследованы в ⁽²⁻⁶⁾. Пластическое кручение кривого стержня, составленного из различных материалов, исследовано в ⁽⁷⁾.

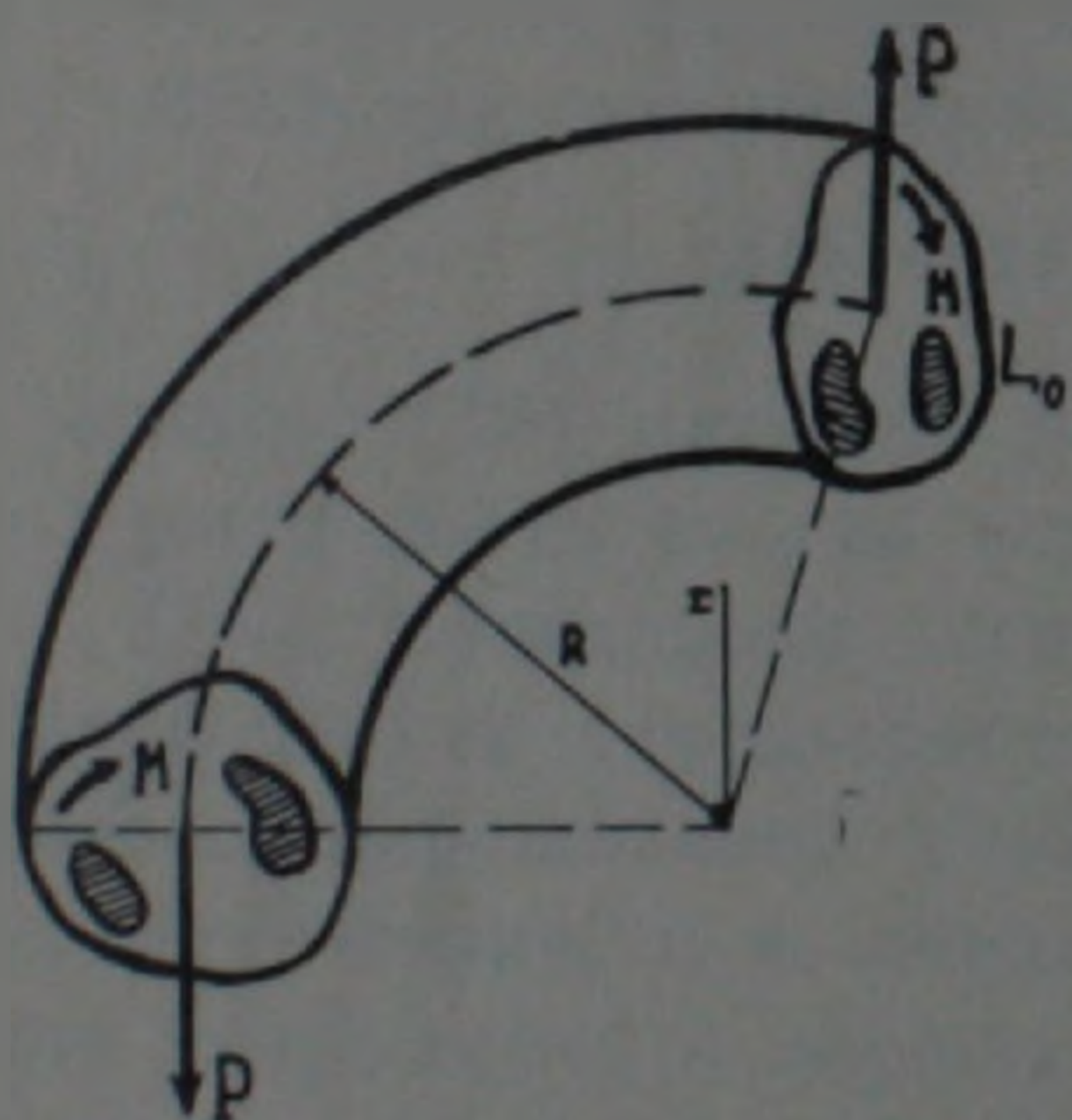


Рис. 1. Составной сектор кругового кольца, находящийся под воздействием перерезывающих сил P и крутящих моментов $M=PR$, приложенных на торцевых сечениях

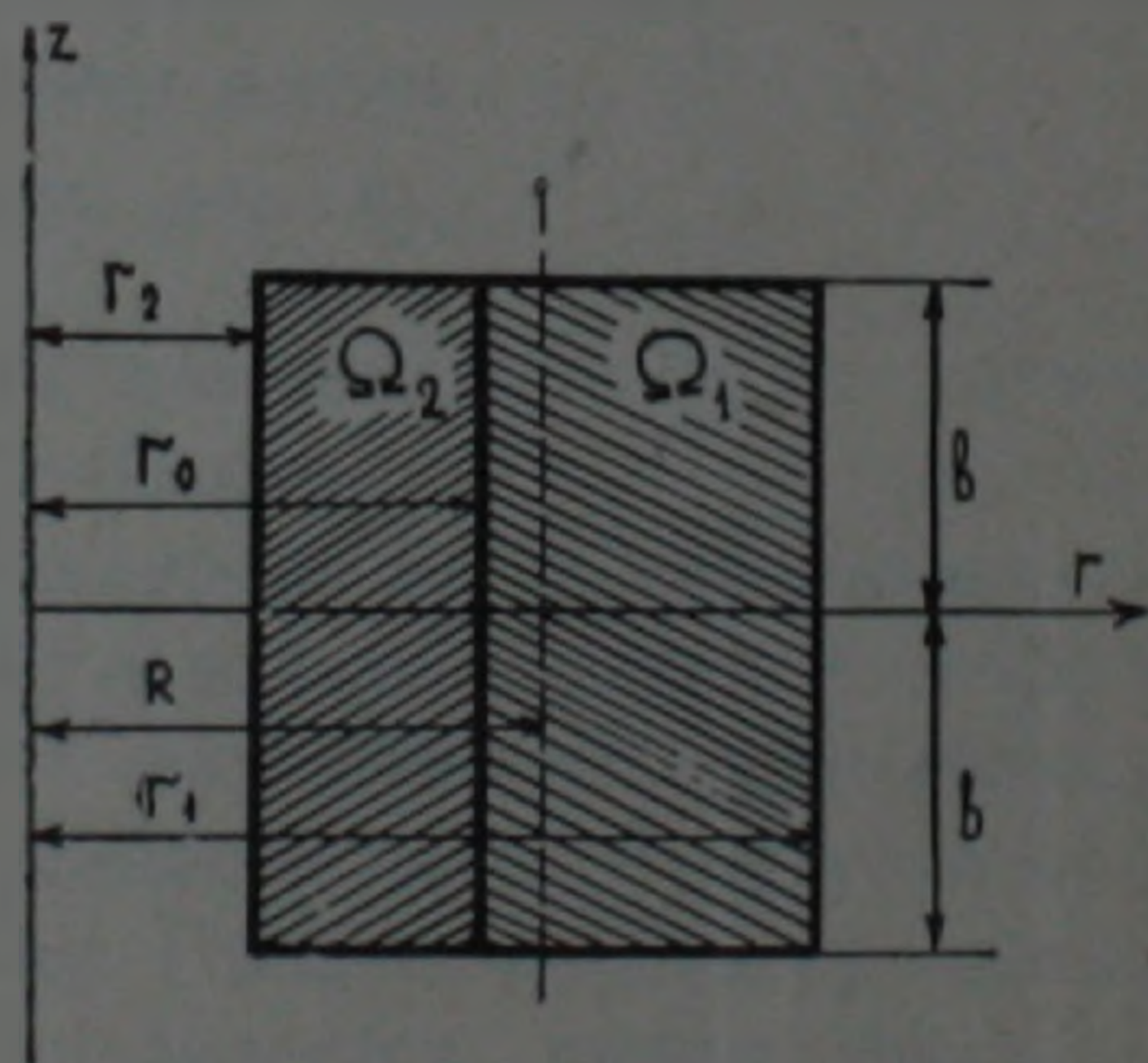


Рис. 2. Поперечное сечение скручиваемого составного сектора кругового кольца

1. Принимаем, что в области Ω_m между компонентами деформаций ползучести и напряжениями имеют место соотношения Н. Х. Арутюняна ⁽¹⁾:

$$2G_m \epsilon_{ij}^{(m)} = s_{ij}^{(m)} - \int_{\tau_0}^t s_{ij}^{(m)} f_m[\epsilon_0^{(m)}(\tau)] K_m(t, \tau) d\tau \quad (m = \overline{1, N}), \quad (1.1)$$

где G_m — модуль сдвига, $s_{ij}^{(m)} = \sigma_{ij}^{(m)} - \delta_{ij}\sigma^{(m)}$, δ_{ij} — символ Кронекера, $\sigma^{(m)}$ — среднее давление, $f_m[\sigma_0^{(m)}]$ — функция, характеризующая нелинейную зависимость между напряжениями и деформациями ползучести, $\sigma_0^{(m)}$ — интенсивность тензора напряжений в области Ω_m , $K_m(t, \tau) = 3G_m \frac{\partial C_m(t, \tau)}{\partial \tau}$, $C_m(t, \tau)$ — мера ползучести в области Ω_m . В

дальнейшем индекс m опускаем и понимаем, что приводимые ниже соотношения имеют место в каждой области Ω_m ($m = 1, 2, \dots, N$).

Перемещения в цилиндрических координатах представим в виде (°)

$$u = u_0 + \int \left(2r\varepsilon_{r\theta} + v - r \frac{\partial v}{\partial r} \right) d\theta, \quad v = v_0 + \int \left(r\varepsilon_{\theta z} - u \right) d\theta, \quad (1.2)$$

$$w = w_0 + \int \left(2r\varepsilon_{\theta z} - r \frac{\partial v}{\partial z} \right) d\theta,$$

где u_0 , v_0 , w_0 — произвольные функции от r , z и t .

Полагая в уравнениях равновесия (°) отличными от нуля только напряжения $\sigma_{r\theta}$, $\sigma_{z\theta}$, получим

$$\frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \sigma_{r\theta} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(r^2 \sigma_{z\theta} \right) = 0, \quad (1.3)$$

а из остальных следует, что напряженное состояние сектора кольца не зависит от полярного угла θ , следовательно, тензор деформации также не зависит от θ .

Вычисляя ε_r , ε_z , ε_{rz} и учитывая указанное обстоятельство, будем иметь

$$\varepsilon_r = \frac{\partial u_0}{\partial r}, \quad \varepsilon_z = \frac{\partial w_0}{\partial z}, \quad 2\varepsilon_{rz} = \frac{\partial u_0}{\partial z} + \frac{\partial w_0}{\partial r} \quad (1.4)$$

и

$$2\varepsilon_{r\theta} = \frac{\partial v_0}{\partial r} - \frac{v_0}{r}, \quad 2\varepsilon_{z\theta} = \frac{\partial v_0}{\partial z} - \frac{D(t)}{r}, \quad (1.5)$$

где $D(t)$ — произвольная функция от t и одно и то же для всех областей Ω_m ($m = 1, 2, \dots, N$). Из соотношения (1.5), исключая v_0 , получим уравнение совместности деформаций

$$\frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{\varepsilon_{r\theta}}{r} \right) - \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\varepsilon_{z\theta}}{r} \right) = \frac{D(t)}{r^3}. \quad (1.6)$$

Полагая в (1.4) равными нулю все компоненты деформаций, получим систему относительно u_0 , w_0 . Решения этой системы уравнений позволяют из (1.2) получить выражения для перемещений u , v , w .

В каждой области Ω_m вводя функцию напряжений $\Phi(r, z, t)$

$$\sigma_{r\theta} = \frac{1}{r^2} \frac{\partial \Phi}{\partial z}, \quad \sigma_{z\theta} = -\frac{1}{r^2} \frac{\partial \Phi}{\partial r},$$

при помощи соотношения (1.1), (1.6) получим

$$\frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{1}{r^3} \frac{\partial \Phi}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{1}{r^3} \frac{\partial \Phi}{\partial z} \right) - \int_{\tau_1}^t \left| \frac{\partial}{\partial r} \right| \frac{f(\tau_0)}{r^3} \frac{\partial \Phi}{\partial r} + \\ + \frac{\partial}{\partial z} \left[\frac{f(\tau_0)}{r^3} \frac{\partial \Phi}{\partial z} \right] K(t, \tau) d\tau = - \frac{D(t)G}{r^3}, \quad (1.7)$$

где

$$\sigma_0 = \tau_0(t) = \frac{1}{r^2} \sqrt{\left(\frac{\partial \Phi}{\partial r} \right)^2 + \left(\frac{\partial \Phi}{\partial z} \right)^2}. \quad (1.8)$$

Аналогично (1.8) можно получить контурные условия на линиях контакта L_{lk} :

$$\Phi = C_0^*(t) \text{ на } L_0, \quad \Phi_l = \Phi_k + C_{lk}^*(t) \text{ на } L_{lk}; \quad (1.9)$$

$$\frac{1}{G_l} \frac{\partial \Phi_l}{\partial n} - 3 \int_{\tau_1}^t \frac{\partial \Phi_l}{\partial n} f_l[\sigma_0^{(l)}] \frac{\partial C_l(t, \tau)}{\partial \tau} d\tau = \\ (1.10)$$

$$= \frac{1}{G_k} \frac{\partial \Phi_k}{\partial n} - \int_{\tau_1}^t \frac{\partial \Phi_k}{\partial n} f_k[\sigma_0^{(k)}] \frac{\partial C_k(t, \tau)}{\partial \tau} d\tau \text{ на } L_{lk},$$

где n — нормаль к L_{lk} .

Крутящий момент определяется аналогичной формулой (5.6).

2. Интегрируя обе части уравнения (1.7) в области Ω_* , целиком лежащей в одном из поперечных сечений скручиваемого сектора кольца и ограниченной замкнутым контуром L_* , и переходя к контурному интегралу, получим уравнение

$$\int_{L_*} \frac{1}{r^3} \left[\frac{\partial \Phi}{\partial n} - \int_{\tau_1}^t \frac{\partial \Phi}{\partial n} f(\tau_0) K(t, \tau) d\tau \right] ds = \frac{D(t)G}{2} \int_{L_*} \frac{dz}{r^2}, \quad (2.1)$$

выражающее теорему о циркуляции сдвига для нашей задачи.

3. Рассмотрим случай, когда поперечное сечение состоит из двух прямоугольных областей (рис. 2). Пусть в области Ω_1 материал обладает свойством нелинейной ползучести, а в области Ω_2 справедлив закон Гука. На основании вышеизложенного функция Φ_1 в области Ω_1 удовлетворяет уравнению (1.7), а функция Φ_2 в области Ω_2 уравнению

$$\frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{1}{r^3} \frac{\partial \Phi}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{1}{r^3} \frac{\partial \Phi}{\partial z} \right) = - \frac{D(t)G_2}{r^3}. \quad (3.1)$$

Полагая $f_1[\sigma_0^{(1)}] = 1 + \lambda[\sigma_0^{(1)}]^2$, решение уравнений (1.7) и (3.1) ищем в виде

$$\Phi_l(r, z, t) = \sum_{n=0}^{\infty} \lambda^n \Phi_{ln}(r, z, t) \quad (l=1, 2). \quad (3.2)$$

Подставляя (3.2) в (1.7) и (1.8), приходим к системе рекуррентных дифференциальных уравнений относительно $\Phi_{ln}(r, z, t)$.

Функции $\Phi_{ln}(r, z, t)$ ищем в виде

$$\Phi_{ln}(r, z, t) = - \sum_{k=1}^{\infty} A_{lk}^n(r, t) \cos \mu_k z, \quad \mu_k = \frac{2k-1}{2b} \pi. \quad (3.3)$$

Вводя функции

$$Z_k^n(r, z) = I_n(\mu_k r) K_n(\mu_k z) - I_n(\mu_k z) K_n(\mu_k r),$$

$$Z_k^{sm}(r, z) = I_s(\mu_k r) K_m(\mu_k z) + I_m(\mu_k z) K_s(\mu_k r),$$

где $I_n(x)$, $K_n(x)$ — функции Бесселя, коэффициенты $A_{lk}^n(r, t)$ в (3.3) при условиях (1.9) — (1.10) определяют следующими формулами:

$$A_{1k}^n(r, t) = r^2 \left[\frac{Z_k^2(r_2, r_0)}{I_2(\mu_k r_2)} \frac{Z_k^2(r_1, r)}{Z_k^2(r_1, r_0)} b_k^n(t) + \frac{Z_k^2(r_1, r)}{Z_k^2(r_1, r_0)} d_k^n(t) + \right. \\ \left. + \int_r^{r_1} \alpha_{nk}^1(\xi, t) \xi Z_k^2(\xi, r) d\xi \right],$$

$$A_{2k}^n(r, t) = r^2 \left[\frac{Z_k^2(r_2, r)}{I_2(\mu_k r_2)} b_k^n(t) + \alpha_{nk}^2(t) \int_{r_2}^r \xi Z_k^2(\xi, r) d\xi \right],$$

где

$$b_k^n(t) = \frac{h_k^n(t)}{a_k} + \frac{a_k^*}{a_k^2} \int_{\tau_1}^t h_k^n(\tau) K_1(t, \tau) d\tau,$$

$$d_k^n(t) = \alpha_{nk}^2(t) \int_{r_2}^{r_0} \xi Z_k^2(\xi, r_0) d\xi - \int_{r_0}^{r_1} \alpha_{nk}^1(\xi, t) \xi Z_k^2(\xi, r_0) d\xi,$$

$$a_k = \frac{G_1}{G_2} \frac{Z_k^{21}(r_2, r_0)}{I_2(\mu_k r_2)} + a_k^*, \quad a_k^* = - \frac{Z_k^2(r_2, r_0)}{I_2(\mu_k r_2)} \frac{Z_k^{21}(r_1, r_0)}{Z_k^2(r_1, r_0)},$$

$$\alpha_{nk}^1(r, t) = \frac{2}{b} \int_0^b Q_n(r, z, t) \cos \mu_k z dz, \quad \alpha_{0k}^2(t) = \frac{2(-1)^k G_2 D(t)}{b \mu_k}$$

$$\alpha_{nk}^2(t) = 0 \quad (n = 1, 2, \dots), \quad h_k^n(t) = F_k^n(t) - \int_{\tau_1}^t F_k^n(\tau) K_1(t, \tau) d\tau -$$

$$- \frac{G_1}{G_2} \alpha_{nk}^2(t) \int_{r_2}^{r_0} \xi Z_k^{21}(\xi, r_0) d\xi + \frac{P_k^n(r_0, t)}{a_k},$$

$$F_k^n(t) = \frac{Z_k^{21}(r_1, r_0)}{Z_k^2(r_1, r_0)} d_k^n(t) + \int_{r_0}^{r_1} \alpha_{nk}^1(\xi, t) \xi Z_k^2(\xi, r_0) d\xi.$$

$$Q_0(t) = G_1 \left[D(t) + \int_{\tau_1}^t D(\tau) R_1(t, \tau) d\tau \right], \quad n \geq 1 \quad Q_n(r, z, t) =$$

$$= \sum_{k=0}^{n-1} \int_{\tau_1}^t N_1(t, \tau) [\text{grad} \Phi_{1n} \text{grad} \Phi_{1, n-1-k} - \omega_k Q_{n-1-k}] d\tau,$$

$$N_1(t, \tau) = K_1(t, \tau) + \int_{\tau}^t R_1(t, \xi) K_1(\xi, \tau) d\xi, \quad \omega_n =$$

$$= r^{-4} \sum_{k=0}^n \text{grad} \Phi_{1k} \text{grad} \Phi_{1, n-k} \quad P_k^0(r, t) = 0, \text{ а при } n \geq 1$$

$$P_k^n(r, t) = -\frac{2}{b} \sum_{j=0}^{n-1} \int_0^b \left[\int_{\tau_1}^t \omega_j \frac{\partial \Phi_{1, n-1-k}}{\partial r} K_1(t, \tau) d\tau \right] \cos \mu_k z dz,$$

$R_1(t, \tau)$ — резольвента ядра $K_1(t, \tau)$. Для меры ползучести $C_1(t, \tau) = (C_{01} + A_{11}\tau^{-1})[1 - e^{-\gamma_1(t-\tau)}]$ $R_1(t, \tau)$ определяется так, как в (5,6).

Аналогично (5,6) доказывается существование решения задачи.

4. Рассмотрим сектор кольца, составленный из двух слоев различной толщины с сечением в виде узкого прямоугольника, вытянутый по направлению z . В этом случае напряжения в областях Ω_1, Ω_2 можно представить в виде $\sigma_{z\theta}^{(i)}(r, t, \tau_1) = H^{(i)}(r, t, \tau_1) \sigma_{z\theta}^{(i)}(r, \tau_1)$.

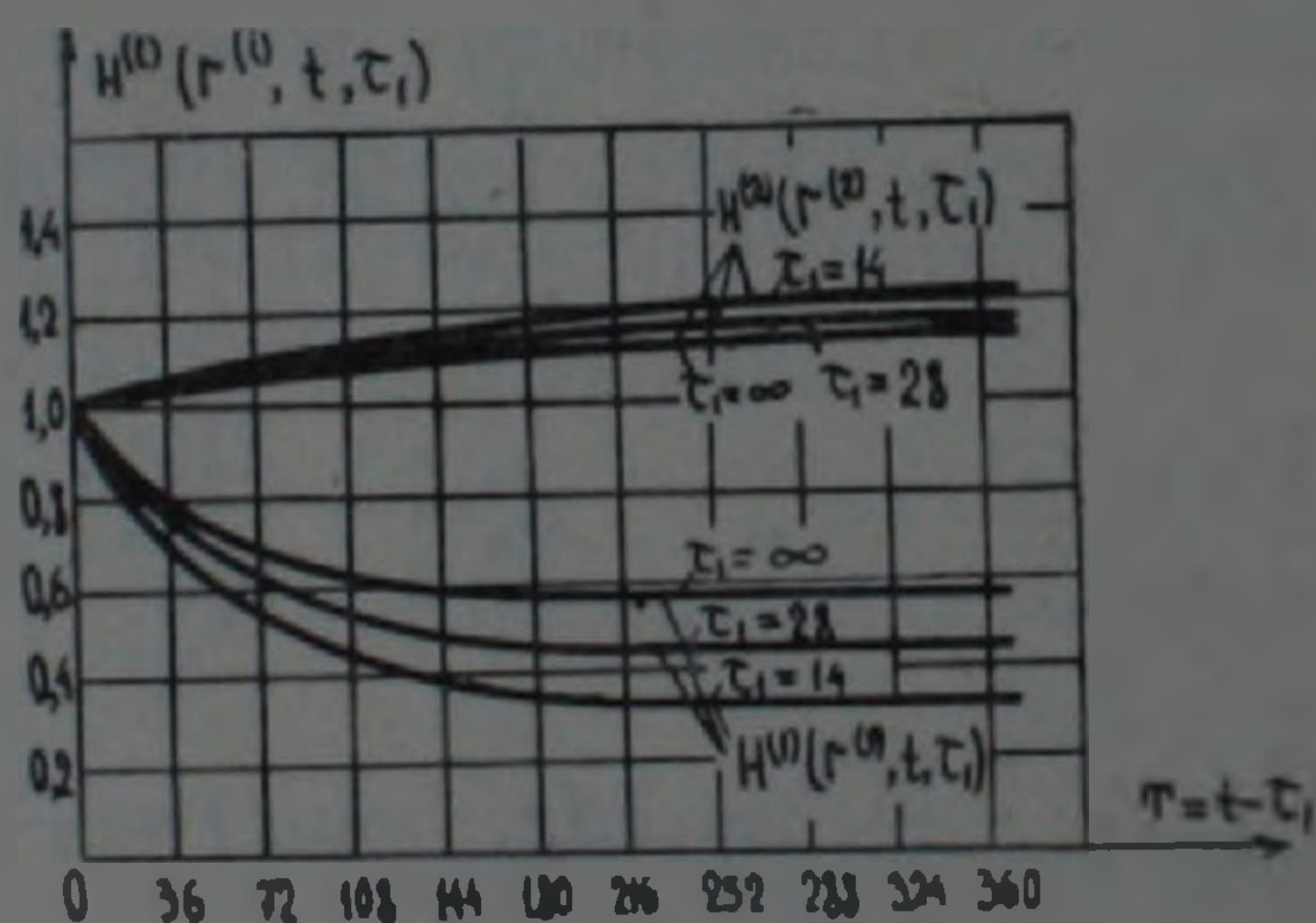


Рис. 3. Зависимость коэффициентов затухания и нарастания касательных напряжений во времени. $\lambda = 0,0001$, $M(\tau_1) = 400 \text{ кг} \cdot \text{см}$

На ЭВМ „ЕС-1022“ при значениях параметров $3C_{01} = 2,25 \cdot 10^{-5}$, $3A_{11} = 12,05 \cdot 10^{-5}$; $\gamma_1 = 0,026$; $G_1 = 8 \cdot 10^4 \text{ кг/см}^2$; $G_2 = 8 \cdot 10^5 \text{ кг/см}^2$; $R = 4,5 \text{ см}$; $r_{1,2} = R \pm 0,5$; $b = 5(r_1 - r_2)$; $r_0 = R - 1/8$ дано решение задачи.

На рис. 3 показана зависимость $H^{(i)}(r^{(i)}, t, \tau_1)$ от τ_1 , при $r^{(i)} = 0,5(r_0 + r_1)$.

Բաղադրյալ շրջանային օղակի սեկտորի ոչ-գծային
սողքը ոլորման դեպքում

Ուսումնասիրվում է ժառանգական, տարրեր ոչ-գծային սողքի հատկու-
թյուններ ունեցող նյութերից կազմված շրջանային օղակի սեկտորի ոլորման
խնդիրը:

Օգտվելով գլանային կոորդինատների համակարգից, խնդիրը բերվում է
յուրաքանչյուր տիրույթում ոչ-գծային ինտեգրա-դիֆերենցիալ հավասարման
ինտեգրմանը, խառը եզրային պայմաններով:

Ուսումնասիրվում է ուղղանկյուն ուղղահայաց հատույթի դեպքը:

Բարակապատ բաղադրյալ շրջանային օղակի սեկտորի դեպքում կառուց-
ված են լարումների բաղադրիչների գրաֆիկներ՝ թվային օրինակների հիման
վրա:

ЛИТЕРАТУРА — ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

- ¹ Н. Х. Арутюнян, Некоторые вопросы теории ползучести, ГИТТЛ, М.—Л., 1952.
² A. J. Wang, W. Prager, J. Mech. and Phys. Solids, vol. 3 (1955). ³ М. А. Задоян,
ДАН СССР, т. 223, № 2 (1975). ⁴ М. А. Задоян Изв. АН СССР, МТТ, № 1 (1977).
⁵ М. А. Задоян, Ф. М. Поладян, ДАН АрмССР, т. 71, № 3 (1980) ⁶ Ф. М. Пола-
дян, Изв. АН АрмССР, Механика, т. 34, № 2 (1981) ⁷ П. В. Галлчян, Изв. АН
АрмССР, Механика, т. 33, № 4 (1980). ⁸ Н. Х. Арутюнян, Б. Л. Абрамян. Кручение
упругих тел, Физматгиз, М., 1963. ⁹ В. В. Новожилов, Теория упругости, Судстрой-
издат, М.—Л., 1962.

УДК 621.315.592

ФИЗИКА

С. К. Аветисян, Э. М. Казарян,
А. О. Меликян, Г. Р. МинасянПараметрическая генерация длинноволнового
разностного излучения в полупроводниках при наличии
межзонного резонанса

(Представлено академиком АН Армянской ССР М. Л. Тер-Микаеляном 15/III 1982)

Хорошо известна роль когерентного субмиллиметрового излучения (СИ) большой мощности в экспериментальных исследованиях твердых тел. В частности, для фононной и экситонной спектроскопии представляет значительный интерес область частот порядка 10^{12-13} сек $^{-1}$. Однако на сегодняшний день имеются трудности для получения СИ с длиной волны $\lambda > 30$ мкм^(1,2) на прямых межзонных переходах в полупроводниках. Трудность здесь заключается в том, что даже в нелегированных материалах генерация СИ сильно подавляется решеточным поглощением. С другой стороны, можно создать благоприятные условия генерации СИ в полупроводниках, если частота излучения света меньше предельной частоты поперечного оптического фонона ω_{TO} в данном материале.

В настоящей работе предложена одна возможность генерации СИ в полупроводниках с $E_g \sim 0,1$ эВ. Она основана на эффекте резонансного параметрического взаимодействия двух волн накачки близких частот $\omega_1, \omega_2 \gtrsim E_g/\hbar$, удовлетворяющих соотношению $\omega_2 - \omega_1 = \omega_3 < \omega_{TO}$.

В отличие от стандартной теории параметрической генерации⁽³⁾, в данной задаче частоты накачки попадают в область межзонного поглощения и в случае выполнения условия сильного поля $\Omega\tau \gg 1$ (Ω — обратное время межзонных переходов в поле волн накачки, τ — транспортное время релаксации) методы теории возмущений для нахождения поляризации полупроводника становятся неприменимыми.

Общий подход для исследования резонансных параметрических процессов с учетом эффекта сильного поля заключается в нахождении поляризации среды без разложения последней в ряд по степеням напряженностей полей. Как было показано в⁽⁴⁾, поляризацию среды можно представить в виде производных квазиэнергии по напряженностям полей. Это обстоятельство позволяет получить точные самосогласованные уравнения распространения волн с учетом эффектов интенсивности.

Исходным для нахождения квазиэнергии двухзонного полупро-

водника (c и v зоны) в трех полях $\vec{A}_1, \vec{A}_2, \vec{A}_3$ является следующий гамильтониан:

$$\hat{H} = \frac{1}{2m_0} \left(\hat{\vec{p}} - \frac{e}{c} \vec{A} \right)^2 + V(\vec{r}), \quad (1)$$

где $V(\vec{r})$ — периодический потенциал решетки, m_0 — масса свободного электрона, а векторный потенциал $\vec{A}$ имеет следующий вид:

$$\vec{A} = |A_1| \vec{e} \cos(\vec{k}_1 \vec{r} - \omega_1 t + \varphi_1) + |A_2| \vec{e} \cos(\vec{k}_2 \vec{r} - \omega_2 t + \varphi_2) + |A_3| \vec{e} \cos(\vec{k}_3 \vec{r} - \omega_3 t + \varphi_3). \quad (2)$$

Применяя резонансное приближение для полей $\vec{A}_1$ и $\vec{A}_2$ ⁽⁹⁻¹¹⁾ и учитывая только внутризонные переходы в поле A_3 , для временных амплитуд волновой функции $a_c(t)$ и $a_v(t)$ нетрудно получить следующую систему уравнений:

$$\begin{aligned} i \hbar \dot{a}_v &= \frac{e(\vec{e} \vec{p}_{v\vec{c}})}{2m_0 c} \left[A_3 e^{i(\vec{k}_3 \vec{r} - \omega_3 t)} + \text{к. с.} \right] a_c + \frac{e(\vec{e} \vec{p}_{cv}^*)}{2m_0 c} \left[A_1 e^{i(\vec{k}_1 \vec{r} + \omega_1 t)} + A_2 e^{-i\vec{k}_2 \vec{r}} \right] a_c \\ i \hbar \dot{a}_c &= \Delta_{2\vec{k}} a_c + \frac{e(\vec{e} \vec{p}_{cc})}{2m_0 c} \left[A_3 e^{i(\vec{k}_3 \vec{r} - \omega_3 t)} + \text{к. с.} \right] a_c + \\ &+ \frac{e(\vec{e} \vec{p}_{cv})}{2m_0 c} \left[A_1 e^{i(\vec{k}_1 \vec{r} + \omega_1 t)} + A_2 e^{i\vec{k}_2 \vec{r}} \right] a_v, \end{aligned} \quad (3)$$

где

$$\vec{p}_{ij} = \int \psi_{i\vec{k}_2\vec{r}}^* (\vec{r}) \hat{\vec{p}} \psi_j (\vec{r}) d\vec{r} \quad (i, j = c, v); \quad A_l = |A_l| e^{i\varphi_l}, \quad l = (1, 2, 3),$$

$$\Delta_{2\vec{k}} = \frac{E_{c\vec{k}} - E_{v\vec{k}}}{\hbar} - \omega_2 - \text{расстройка резонанса для частоты } \omega_2,$$

$E_{c,v,\vec{k}}$ и $\psi_{c,v,\vec{k}}$ — невозмущенные энергии и волновые функции c и v зон соответственно.

Следует отметить, что именно внутризонные переходы в поле $\vec{A}_3$ обеспечивают параметрическое взаимодействие волн накачки $\vec{A}_1$ и $\vec{A}_2$ при распространении через полупроводник, а в отсутствие поля $\vec{A}_3$ система уравнений (3) переходит в известные уравнения, описывающие двухзонный полупроводник в бихроматическом поле ^(8,9). Система уравнений (3) нами решена методом Хилла ⁽¹⁰⁾, который для решения подобных задач впервые был применен в ⁽¹¹⁾. Воспользовавшись указанным методом, для квазиэнергии ε нетрудно получить

$$\varepsilon_{1,2} = \frac{\hbar \Delta_{2\vec{k}}}{2} \pm \frac{\hbar \omega_3}{2\pi} \arccos \left[\cos \frac{\pi \Delta_{2\vec{k}}}{\omega_3} - \frac{2\pi}{\omega_3} R \sin \frac{\pi \Delta_{2\vec{k}}}{\omega_3} \right]. \quad (4)$$

Следуя работе ⁽¹¹⁾, можно показать, что величина R представляется в виде быстро сходящегося ряда по параметрам задачи

$$\frac{V_i}{\hbar\omega_3} = \frac{e}{2m_0c} \frac{(\vec{e}\vec{p}_{cv})}{\hbar\omega_3} |A_i| \quad (i=1, 2) \quad \text{и} \quad \frac{V_3}{\hbar\omega_3} = \frac{e(e(\vec{p}_{cc}-\vec{p}_{cv}))}{2m_0c\hbar\omega_3} |A_3|.$$

Вычисление R с точностью до четвертого порядка по параметрам $\frac{V_i}{\hbar\omega_3}$ дает

$$R_{\vec{k}} = \frac{|V_2|^2}{\hbar\Delta_{2\vec{k}}} + \frac{|V_1|^2}{\hbar(\Delta_{2\vec{k}} + \omega_3)} + \frac{1}{\hbar^2\Delta_{2\vec{k}}(\Delta_{2\vec{k}} + \omega_3)} \left\{ V_3 V_1 V_2^* \exp[i(\varphi_1 + \varphi_3 - \varphi_2) + i(\vec{k}_1 + \vec{k}_3 - \vec{k}_2)\vec{r}] + \text{к. с.} \right\}. \quad (5)$$

Следует отметить, что в отсутствие поля $\vec{A}_3$ полученное решение (4) совместно с (5) есть квазиэнергия полупроводника в бихроматическом поле для неизученной области параметров задачи $\frac{V_i}{\hbar\omega_3} \rightarrow 1$, не поддающейся исследованию по теории возмущений $\left(\frac{V_i}{\hbar\omega_3} \ll 1\right)$ и адиабатическому приближению $\left(\frac{V_i}{\hbar\omega_3} \gg 1\right)$ (8,9).

Волновое уравнение, описывающее самосогласованную задачу распространения в полупроводнике трех коллинеарных волн с медленно меняющимися амплитудами, имеет вид

$$\frac{\partial^2 A}{\partial x^2} - \frac{n}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{A}}{\partial t^2} = - \frac{4\pi e}{m_0 c} \sum_{\vec{k}} \langle 1\vec{k} | \hat{p} | 1\vec{k} \rangle, \quad (6)$$

где $|1\vec{k}\rangle$ — квазиэнергетическая волновая функция электрона в состоянии 1 с квазиимпульсом $\hbar\vec{k}$.

При этом квазиэнергетическое состояние 1 выбрано таким образом, что при адиабатическом выключении взаимодействия оно переходит в основное состояние полупроводника.

Выражая согласно (4) диагональный матричный элемент оператора импульса через квазиэнергию, легко получить укороченные уравнения распространения для комплексных амплитуд $A_l (l=1, 2, 3)$

$$\frac{\partial A_l}{\partial x} + \frac{n(\omega_l)}{c} \frac{\partial A_l}{\partial t} = - \frac{4\pi c l}{\omega_l n(\omega_l)} \frac{\partial}{\partial A_l^*} \sum_{\vec{k}} \varepsilon_{\vec{k}}^l. \quad (7)$$

Первая часть (7) является резонансной поляризацией полупроводника, учитывающей весь ряд теории возмущений по параметру $\frac{|V_{1,2}|}{\hbar\omega_3}$, и, следовательно, корректно описывает эффекты интенсивности.

В дальнейшем будем предполагать, что волны распространяются в направлении синхронизации, т. е. для нерезонансных показателей преломления $n(\omega_l)$ имеем $n(\omega_l) = n$.

Здесь мы воспользуемся результатами работы (12), где показано, что систему уравнений типа (7) можно привести к виду, формально совпадающему с каноническими уравнениями движения Гамильтона классической механики.

Введя вместо амплитуд полей интенсивности излучений $I_l = \frac{\omega_l^2}{c^2} |A_l|^2$ ($l=1, 2, 3$) и учитывая наличие следующих инвариантов движения:

$$I_1 + I_2 + I_3 = \text{const}; \quad (8)$$

$$I_1/\omega_1 + I_2/\omega_2 = \text{const}, \quad (9)$$

из (7) для относительной интенсивности генерированного излучения $S = \frac{I_3}{I_1^0 + I_2^0}$ получаем следующее уравнение одномерного движения:

$$\frac{ds}{dx} = \frac{\pi}{L} \sqrt{\beta(\alpha_1 + s)(\alpha_2 - s)s - s^2}, \quad (10)$$

где

$$\frac{1}{L} = \frac{4}{\hbar n c} \sum_k \frac{\partial \varepsilon_k^1}{\partial R} \frac{|d_{cv}|^2 \omega_2 \omega_3}{\Delta_{2k}(\Delta_{2k} + \omega_3)}; \quad \alpha_1 = \frac{I_1^0}{I_1^0 + I_2^0} \frac{\omega_3}{\omega_2}; \quad \alpha_2 = \frac{I_2^0}{I_1^0 + I_2^0} \frac{\omega_3}{\omega_2};$$

$$\beta = \frac{4}{\hbar^2 \omega_3^2} \cdot \frac{e^2 [\vec{e}(\vec{p}_{cc} - \vec{p}_{vv})]^2}{4m_0^2 \omega_3^2} (I_1^0 + I_2^0); \quad d_{cv} = \frac{e(e\vec{p}_{cv})}{2m_0 \omega_2}.$$

а I_1^0, I_2^0 — начальные интенсивности волн накачки. Условие (8) выражает закон сохранения полной интенсивности излучения $I_1 + I_2 + I_3 = \text{const}$, а (9) есть аналог известного соотношения Менли—Роу⁽³⁾ для непоглощающей среды.

Величина s в (10) периодически (по x) изменяется от $s=0$ до $s=s_1$ — меньшего из корней подкоренного выражения в (10). Отсюда следует, что s_1 есть максимальный коэффициент преобразования начальных интенсивностей в СИ. Учитывая, что $\alpha_{1,2} \ll 1$ из-за наличия малых множителей $\omega_3/\omega_{1,2} \ll 1$, а $\beta \sim 1$, из (10) для s нетрудно получить

$$s = s_1 \sin^2 \frac{\pi x}{2L}, \quad (11)$$

где $s_1 = \beta \alpha_1 \alpha_2$.

Как видно из (11), $2L$ есть период осцилляции интенсивности СИ.

Из полученного выражения для максимального коэффициента преобразования видно, что интенсивность генерированного СИ квадратично зависит от параметра $I_1^0 + I_2^0$. Последнее означает, что предложенный механизм параметрической генерации СИ будет эффективным в выбранной нами области сильных полей. Так например, для реальных значений $\alpha_{1,2} \sim 0,1$, $\beta \sim 1$, что соответствует напряженностям полей накачки $E_{1,2}^0 \sim 10^5$ В/см: в кристалле $Pb_{x}H_{81-x}Se$ с $E_g \sim 0,1$ эВ $S_1 \sim 1\%$ ($E_3 \sim 10^4$ В/см).

Как было отмечено выше, верхний предел частоты генерируемого СИ определяется предельной энергией поперечного оптического фонона $\hbar\omega_{TO} \approx 0,02$ эВ в $Pb_{x}H_{81-x}Se$.

Что же касается нижнего предела частоты генерируемого СИ, то он определяется спектральной шириной импульсов накачки и для

пикосекундных режимов не может быть меньше $3 \cdot 10^{12} \text{ см}^{-1}$, что соответствует энергии кванта СИ $\hbar\omega_3 \sim 10^{-3}$ эВ.

В заключение отметим, что в процессе параметрического взаимодействия волн будут генерироваться также высшие гармоники $n\omega_3$. Однако эти частоты либо будут подавляться решеточным поглощением ($n\omega_3 \geq \omega_{TO}$), либо могут быть подавлены оптической системой ($n\omega_3 < \omega_{TO}$).

Ереванский политехнический институт им. К. Маркса

Ս. Կ. ԱՎԵՏԻՍՅԱՆ, Է. Մ. ՂԱԶԱՐՅԱՆ, Ա. Հ. ՄԵԼԻՔՅԱՆ, Հ. Ռ. ՄԻՆԱՍՅԱՆ

Կիսահաղորդիչներում տարբերական հանախությունը երկարալիֆային ճառագայթման պարամետրական գեներացիան միջզոնային ռեզոնանսի առկայության դեպքում

Աշխատանքում քննարկված է կիսահաղորդիչներում տարածվելիս երեք զուգահեռ լազերային իմպուլսների փոխազդեցության ինքնահամաձայնեցված խնդիրը: Օգտագործելով կիսահաղորդչի բևեռացման վեկտորի համար ստացված ճշգրիտ արտահայտությունը, հետազոտված է տարբերական հաճախության ռեզոնանսային պարամետրական գեներացիան: Ցույց է տրված $E_g \sim 0,1$ էվ արգելված գոտիով կիսահաղորդիչներում սուբմիլիմետրական ճառագայթման պարամետրական գեներացիայի հնարավորությունը: Նշված պրոցեսի համար որոշված է ինտենսիվության ձևափոխության էֆեկտիվությունը:

ЛИТЕРАТУРА — ԴՐԱՇԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

- ¹ Т. Мосс, Г. Барелл, Б. Эллис, Полупроводниковая оптоэлектроника, Мир, М., 1976. ² О. В. Богданкевич, С. А. Дарзек, П. Г. Елисеев, Полупроводниковые лазеры, Наука, М., 1976. ³ Н. Бломберген, Нелинейная оптика, Мир, М., 1966. ⁴ А. О. Меликян, Квантовая электроника, т. 4, 429 (1977). ⁵ М. Л. Тер-Микаелян, Нелинейная резонансная оптика, ч. 1, Препринт ИФИ—74—11, Ереван, 1974. ⁶ В. М. Голицкий, С. П. Гореславский, В. Ф. Елесин, ЖЭТФ, т. 57, 207 (1969). ⁷ Э. М. Казарян, А. О. Меликян, Г. Р. Минасян, ФТП, т. 13, 423 (1979). ⁸ С. S. Chang, P. Stehle, Phys. Rev., vol. A 4, 641 (1971). ⁹ В. Д. Попов, В. П. Яковлев, Десятое совещание по теории полупроводников, Новосибирск, 1980. ¹⁰ Э. Т. Уиттекер, Дж. Н. Ватсон, Курс современного анализа, т. 1, 2, Физматгиз, М., 1963. ¹¹ С. К. Аветисян, Э. М. Казарян, А. О. Меликян и др., ФТП, т. 15, 1493 (1981). ¹² А. О. Меликян, С. Г. Саакян, ЖЭТФ, т. 76, 1530 (1979).

УДК 699/841

ИНЖЕНЕРНАЯ СЕЙСМОЛОГИЯ

Академик АН Армянской ССР А. Г. Назаров

Об одном методе формирования акселерограмм для расчета сооружений на сейсмостойкость

(Представлено 26/III 1982)

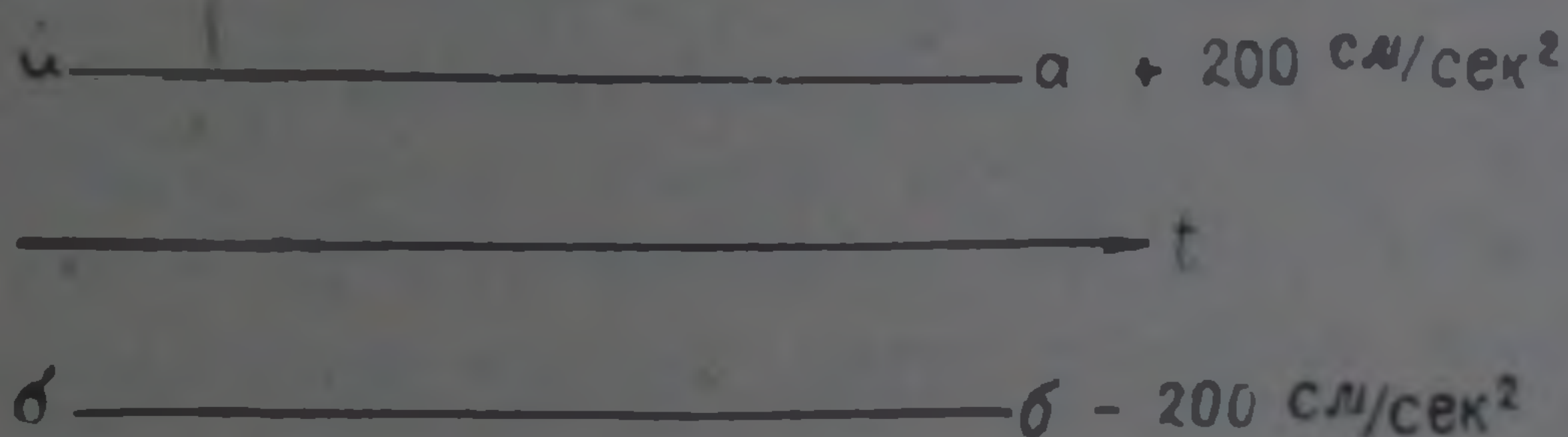
Огромное многообразие геологических условий в зонах сейсмических очагов, а также вдоль трассы сейсмического луча до выхода на дневную поверхность делает крайне затруднительным подбор ожидаемых реальных акселерограмм для расчета сооружений на сейсмостойкость. Исследования широким фронтом в этом направлении начаты, но они далеки еще от завершения.

В настоящей заметке нами выдвигается постановка этой проблемы с других позиций.

Суть заключается в следующем. В настоящее время на основе имеющихся фактических данных, кстати, вошедших в нормы сейсмостойкого строительства, имеются оценки максимальных ускорений. Для землетрясений интенсивностью 7, 8 и 9 баллов они соответственно равны 100, 200, 400 км/сек² (1).

Для конкретности наши рассуждения поведем применительно к интенсивности землетрясения в 8 баллов, с учетом результатов детального сейсмического районирования и микрорайонирования. Колебания рассматриваются в горизонтальном направлении.

Положим, что мы никакими сведениями о строении акселерограммы для данной площадки не располагаем. Таким образом, нам известны лишь верхняя и нижняя границы акселерограммы ± 200 см/сек².



Пусть требуется проверить на сейсмостойкость сооружение заданного типа. Проблема ставится следующим образом—вписать в заданные границы $a—a$ и $б—б$ (рисунок) такую акселерограмму, которая была бы невыгоднейшей для рассматриваемого сооружения при допустимых локальных повреждениях. Тогда можно объявить, что рассматриваемое сооружение безопасно эксплуатировать при землетрясении интенсивностью в 8 баллов.

В чисто математической постановке эта задача крайне сложна, в особенности при ее нелинейности. Но она может быть облегчена, если привлечь на помощь некоторые физические соображения.

Во-первых, как в начале землетрясения, так и в его конце амплитуды колебаний грунта малы, они обычно достигают максимума некоторое время спустя после начала землетрясения, измеряемое первыми секундами. Поэтому для полного и более точного решения задачи вместо прямых линий $a-a$ и $b-b$ следовало бы привести огибающие. Такую работу можно достаточно удовлетворительно осуществить и при имеющемся запасе акселерограмм.

Однако поскольку мы задались целью показать здесь лишь принципиальную сторону вопроса, ограничимся рассмотрением упрощенной схемы огибающей акселерограмм, показанной на рисунке.

Начнем разбор задачи с линейно-упругой системы с одной степенью свободы. Пусть период его свободных колебаний $T_1=0,3$ сек. Тогда наихудшим для рассматриваемой системы будет случай, когда и период колебаний акселерограммы равен 0,3 сек, так как в этом случае будет иметь место резонанс.

Свободными колебаниями системы будем пренебрегать, так как амплитуда колебаний плавно нарастает и плавно убывает. В этом можно непосредственно убедиться при рассмотрении акселерограмм.

Пусть логарифмический декремент колебаний есть δ . Тогда наиболее опасным для сооружения является состояние резонанса. Амплитуда колебаний a сооружения при этом равна ⁽²⁾

$$a = \frac{y_{ст} \pi}{\delta} \quad (1)$$

Здесь $y_{ст}$ — смещение груза Q под действием его веса, условно направленного в горизонтальном направлении. Динамический коэффициент будет равен

$$\beta = \frac{a}{y_{ст}} = \frac{\pi}{\delta} \quad (2)$$

Это наибольшее возможное значение динамического коэффициента. Из приведенного примера следует, что такой прием расчета целесообразно вести для систем с достаточно сильным затуханием.

Рассмотрим теперь упругую систему с двумя степенями свободы. Пусть периоды ее свободных колебаний T_1 и T_2 . Будем теперь рассматривать лишь колебания почвы, периоды колебаний которых также равны T_1 и T_2 .

Будем считать, что грунт колеблется одновременно по двум гармоническим законам с периодами колебаний T_1 и T_2 , причем между ними не имеет места сдвиг фаз.

Пусть максимальное ускорение для T_1 есть τ_1 , а для T_2 — τ_2 .

Для данного случая полное ускорение есть

$$\tau = \tau_1 + \tau_2 = 200 \text{ см/сек}^2 \quad (3)$$

Рассчитав упругую систему с двумя степенями свободы, зна-

чения τ_1 и τ_2 при ограничении (3) определим из условия, при котором напряжение в ней было невыгоднейшее.

Аналогично можно поступить и при упругой системе с n степенями свободы. В этом случае полагаем, что грунт колеблется по n различным гармоническим законам с амплитудами ускорений $\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_n$. Тогда

$$\tau = \tau_1 + \tau_2 + \dots + \tau_n. \quad (4)$$

Остальные $n-1$ уравнения, необходимые для определения максимально невыгодных сочетаний напряжений в $n-1$ сечениях, определяются из условий получения максимально напряженного состояния в сооружении.

В принципе такая постановка задачи возможна и для нелинейных систем со многими степенями свободы. Существенное упрощение достигается при применении индикаторных кривых билинейной формы. Этот метод применим также и для адаптивных систем, но по-видимому будет сопровождаться более громоздкими выкладками и физическими оценками.

При этом для нелинейных и адаптивных систем в рисунок должны быть вписаны не чисто гармонические колебания, а колебания, периоды которых будут удлиняться к концу землетрясения.

По какому закону следует удлинять периоды колебаний, чтобы получить невыгоднейшие результаты, выяснится в процессе вычисления.

В начальной, т. е. упругой, стадии периоды колебаний грунта следует принять равными периодам свободных колебаний рассматриваемой системы. В процессе развития пластических деформаций или хрупких разрушений периоды свободных колебаний будут удлиняться. В соответствии с этим должны быть постепенно удлинены и периоды колебаний грунтов по ходу вычислений.

Метод этот особенно пригоден для расчета ответственных сооружений при полном отсутствии сведений о спектральном составе колебаний при землетрясении в рассматриваемой местности и при достаточно большой диссипации энергии.

Если для данной местности имеются хотя бы некоторые устойчивые сведения о спектральном составе колебаний, то возможно допустить комбинированный метод расчета, частично используя спектр колебаний грунта, частично же спектр свободных колебаний сооружений.

Здесь приведен лишь схематический набросок, показывающий принципиальную возможность разработки предлагаемого метода расчета.

Возможно также снижение величины расчетной нагрузки исходя из каких-либо вероятностных принципов для менее ответственных сооружений.

Ордена Трудового Красного Знамени Институт
геофизики и инженерной сейсмологии
Академии наук Армянской ССР

Ակսելերոգրամների ձևավորման մեկ մեթոդի մասին՝
շենքերի սեյսմակայունության հաշվարկի համար

Աշխատանքում դիտարկված է կառույցների սեյսմակայունության հաշվարկի մեթոդ, երբ հայտնի է միայն ակսելերոգրամների պարուրիչը՝

Ակսելերոգրամների սպեկտրալ կազմը ընտրվում է ըստ հաշվարկվող կառույցների սպեկտրալ կազմի՝ երկրաշարժի ժամանակ վատթար շենքի պայմանից։

Այս մեթոդը բերում է շենքերի սեյսմակայունության հաշվարկին՝ պաշարով։ Նա առանձնապես կիրառելի է պատասխանատու կառույցների հաշվարկի համար այն տեղանքներում, որոնց համար անհայտ է երկրաշարժի ժամանակ գրունտի տատանման սպեկտրալ կազմը։

ЛИТЕРАТУРА — ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

¹ СНиП П—7—81. Строительство в сейсмических районах, Госстрой СССР.

² А. Г. Назаров, Метод инженерного анализа сейсмических сил. Ереван, Изд. АН Арм. ССР, 1959.

УДК 612.826

ФИЗИОЛОГИЯ

Дж. С. Саркисян, академик АН Армянской ССР В. В. Фанарджян

Возбуждение рубро-спинальных нейронов кошки,
вызванное стимуляцией ядер задних столбов

(Представлено 23/VII 1982)

В настоящее время красное ядро (КЯ) может рассматриваться не только как моторный центр, находящийся на выходе мозжечково-корковой петли и интимно связанный с контролем двигательной активности (¹⁻³), но и как рефлекторный центр, осуществляющий интеграцию периферической соматосенсорной информации (⁴⁻⁵). В ряде работ установлено наличие экстрамозжечковых и экстракорковых путей передачи соматосенсорной импульсации в КЯ, обнаружены промежуточные нейроны в пределах КЯ и показано их вовлечение при активации рефлекторных дуг (⁶⁻¹²).

При анализе восходящих путей передачи соматосенсорной информации в КЯ особое внимание привлекают ядра задних столбов (нежное ядро—п. gracilis (N. Gr) и главное клиновидное ядро—п. cuneatus (N. Cnp)) как наиболее вероятные передаточные инстанции для отмеченных афферентных влияний. Основанием для такого заключения послужили результаты электрофизиологических исследований, показавшие роль задних столбов спинного мозга в передаче соматосенсорной информации к КЯ (^{11,13}), а также морфологические работы, установившие наличие прямых проекций из ядер задних столбов в КЯ (¹⁴⁻¹⁶).

В ранее проведенных нами электрофизиологических исследованиях (^{17,18}) по нисходящим проекциям КЯ кошки было показано коллатеральное ветвление аксонов рубро-спинальных нейронов ко многим структурам ствола мозга, в том числе и к ядрам задних столбов. Целью настоящей работы явилось изучение восходящих влияний на КЯ посредством анализа синаптических процессов, возникающих в рубро-спинальных нейронах при стимуляции ядер задних столбов.

Опыты проводили на взрослых кошках, наркотизированных хлоралозой и нембуталом (60 и 20 мг/кг, соответственно, внутривенно). Операционная подготовка животного, подход к КЯ и методика внутриклеточного отведения электрической активности из нейронов КЯ описаны ранее (^{8,9,17}). Рубро-спинальные нейроны идентифицировались по антидромному возбуждению на стимуляцию контралатерального рубро-спинального тракта (RST) на уровне второго шейного сегмента (С₂) спинного мозга. Раздражающие вольфрамовые биполярные электроды вводились стереотаксически в ростральные отделы

контралатеральных ядер задних столбов (N. Cui и N. Cr). Местоположение кончиков раздражающих электродов контролировалось гистологически.

В КЯ была зарегистрирована активность 102 нейронов; все они были идентифицированы как рубро-спинальные. У 63 нейронов одиночное раздражение ядер задних столбов вызывало деполяризацию (ВПСП), легко переходящую в потенциалы действия (ПД). У 20 рубро-спинальных нейронов ВПСП удалось зарегистрировать в изолированном виде. На стимуляцию N. Cui ВПСП характеризовались латентным периодом $0,9-4,0$ мс (в среднем $2,34 \pm 1,16$; $n=20$), временем нарастания $0,8-2,6$ мс и общей длительностью $4,5-15,2$ мс. На стимуляцию N. Cr латентные периоды возникновения ВПСП колеба-

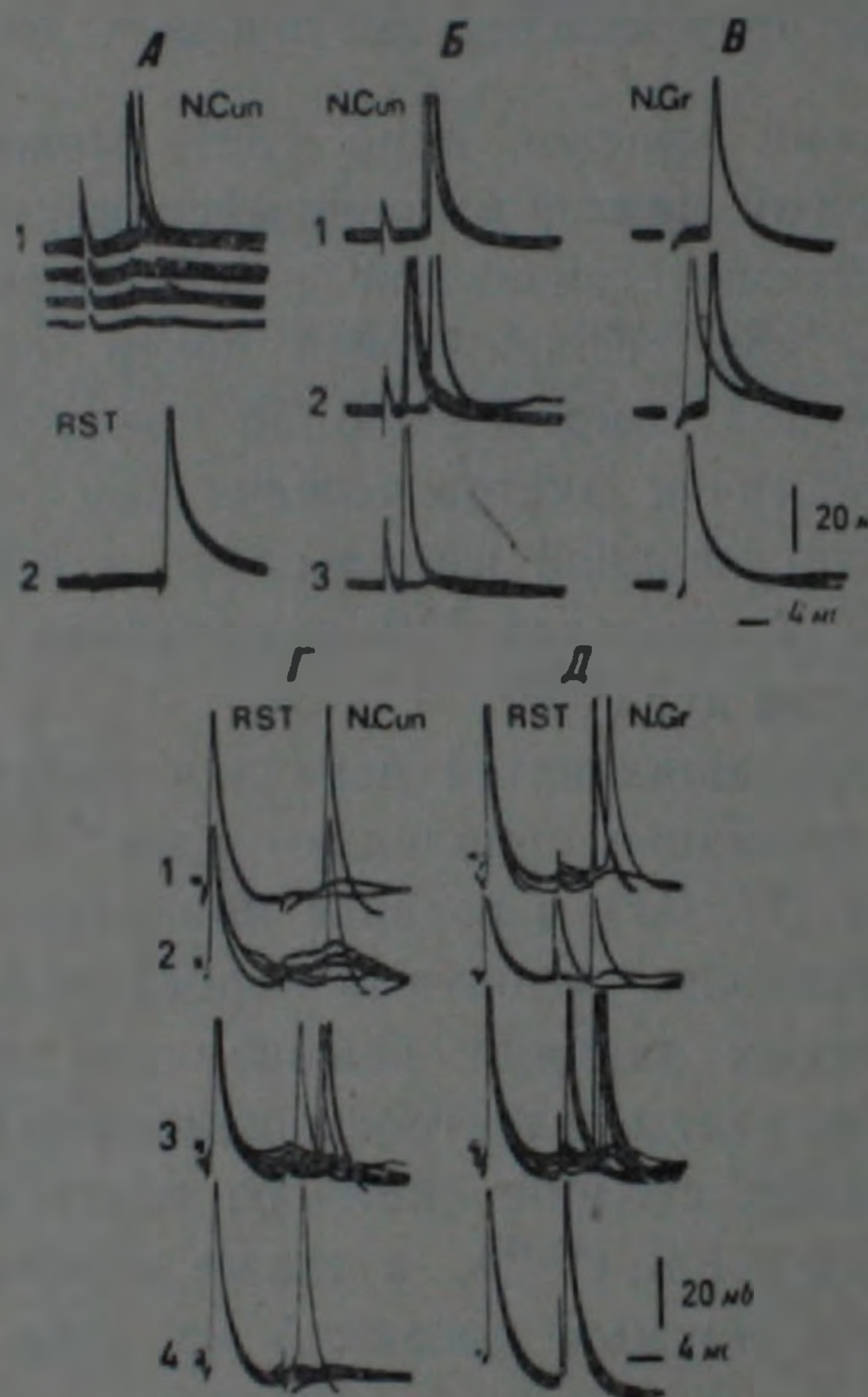


Рис. 1. Антидромная и синаптическая активация рубро-спинальных нейронов, вызванная раздражением ядер задних столбов.

А—В и Г—Д—два разных нейрона. Снизу вверх (А₁) и сверху вниз (Б—Д) усиление интенсивности раздражения ядер задних столбов. А₁—градуальное увеличение ВПСП, приводящее к генерации ПД; А₂—антидромный ПД, возникающий на раздражение области С₂. Б—В—ортодромные ПД (1), попеременное возникновение последовательности антидромных и ортодромных ПД (2), изолированное выявление антидромных ПД (3). Г, Д—первый стимул—антидромные ПД на раздражение рубро-спинального тракта; второй стимул—ортодромные и антидромные ПД на стимуляцию ядер задних столбов: ортодромные ПД (1, 2), попеременное возникновение последовательности антидромных и ортодромных ПД (3), изолированное выявление антидромных ПД (4). Здесь и на последующих рисунках потенциалы зарегистрированы наложением 5—40 пробегов луча при использовании усилителя постоянного тока. Обозначение областей раздражения: RST—рубро-спинальный тракт, N. Cui—главное клиновидное ядро, N. Cr—нежное ядро.

лись в пределах $1,17-3,6$ мс (в среднем $2,33 \pm 0,99$ мс; $n=20$), время их нарастания составляло $1,2-2,5$ мс, а общая длительность— $5,0-15,0$ мс. На раздражение обоих ядер максимальная амплитуда

ВПСП, еще не приводящая к генерации ПД, достигала 12 мв. Часть из отмеченных ВПСП при градуальном увеличении интенсивности раздражения характеризовалась отсутствием изменения длительности латентного периода, времени нарастания и общей длительности, что говорит об их моносинаптическом происхождении (рис. 1, A_1 , $\Gamma-D_{1,2}$).

Моносинаптические ПД на раздражение N. Cui возникали с латентным периодом 1,2—5,6 мс (в среднем $2,14 \pm 1,76$ мс; $n=54$), на стимуляцию N. Gr—1,25—4,95 мс (в среднем $2,95 \pm 1,06$ мс; $n=45$) (рис. 1, A_1 , $B-D_{1-2}$). Усиление одиночного раздражения ядер задних столбов приводило к возникновению в рубро-спинальных нейронах антидромных ПД, которые входили в конкурентное взаимодействие с ортодромными моносинаптическими ПД (рис. 1, $B-B_2$, $\Gamma-D_3$); при большей интенсивности раздражения антидромные ПД возникали в изолированном виде (рис. 1, $B-B_3$, $\Gamma-D_4$). Латентные периоды антидромных ПД на раздражение ядер задних столбов равнялись 0,12—1,40 мс (в среднем $0,59 \pm 0,32$ мс; $n=67$). Как было показано ранее (^{17,18}), отмеченные антидромные ПД являются результатом активации коллатералей аксонов рубро-спинальных нейронов, оканчивающихся в ядрах задних столбов. Они были зарегистрированы в 74,3% исследованных нейронов.

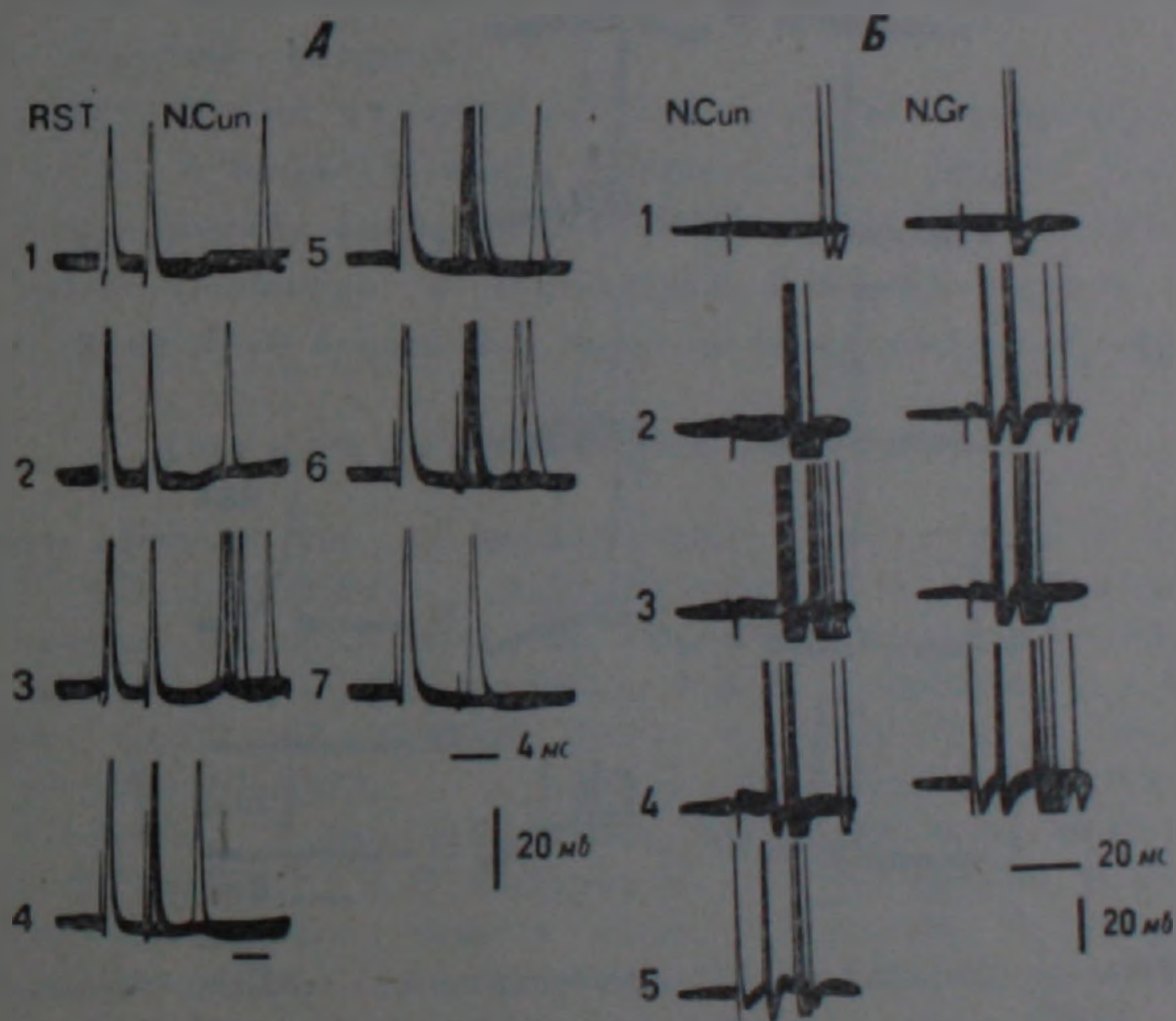


Рис. 2. Полисинаптические реакции рубро-спинальных нейронов на раздражение ядер задних столбов.

A и B —два разных нейрона. Сверху вниз—усиление интенсивности раздражения ядер задних столбов. A —первый стимул—антидромные ПД на раздражение рубро-спинального тракта; второй стимул—антидромные и полисинаптические ортодромные ПД на стимуляцию ядер задних столбов; отмечается сочетанное выявление антидромных и ортодромных ПД и уменьшение латентного периода последних при усилении раздражения. B —полисинаптические ортодромные ПД на раздражение ядер задних столбов. Показано укорочение латентного периода при увеличении интенсивности раздражения и возникновение антидромного ПД (нижние записи)

Помимо моносинаптического возбуждения стимуляция ядер задних столбов вызывала в рубро-спинальных нейронах полисинаптические

ские ответы. Последние характеризовались большим разбросом латентных периодов (для N. Сип—6,0—58,0 мс; для N. Сг—5,0—29,5 мс) и вариабельностью числа возникающих ПД (рис. 2, А, Б). При постепенном увеличении интенсивности стимуляции наблюдалось отчетливое укорочение латентных периодов полисинаптических ПД, возникновение антидромных ПД и последовательная антидромная и ортодромная активация рубро-спинальных нейронов на раздражение ядер задних столбов (рис. 2, Б). Лишь у некоторых нейронов усиление интенсивности раздражения не сопровождалось укорочением латентных периодов полисинаптических ПД (рис. 3₁₋₆).

У восьми исследованных нейронов стимуляция ядер задних столбов приводила к возникновению длительной деполяризации, характеризующейся латентным периодом 5,0—7,5 мс, временем нарастания 13,5—22,0 мс и общей длительностью 48,0—59,5 мс. Постепенное усиление раздражения приводило к градуальному возрастанию амплитуды деполяризации без изменения латентного периода ее возникновения, времени нарастания и общей длительности; указанная деполяризация могла сопровождаться ПД (рис. 3). В ряде случаев возникновение

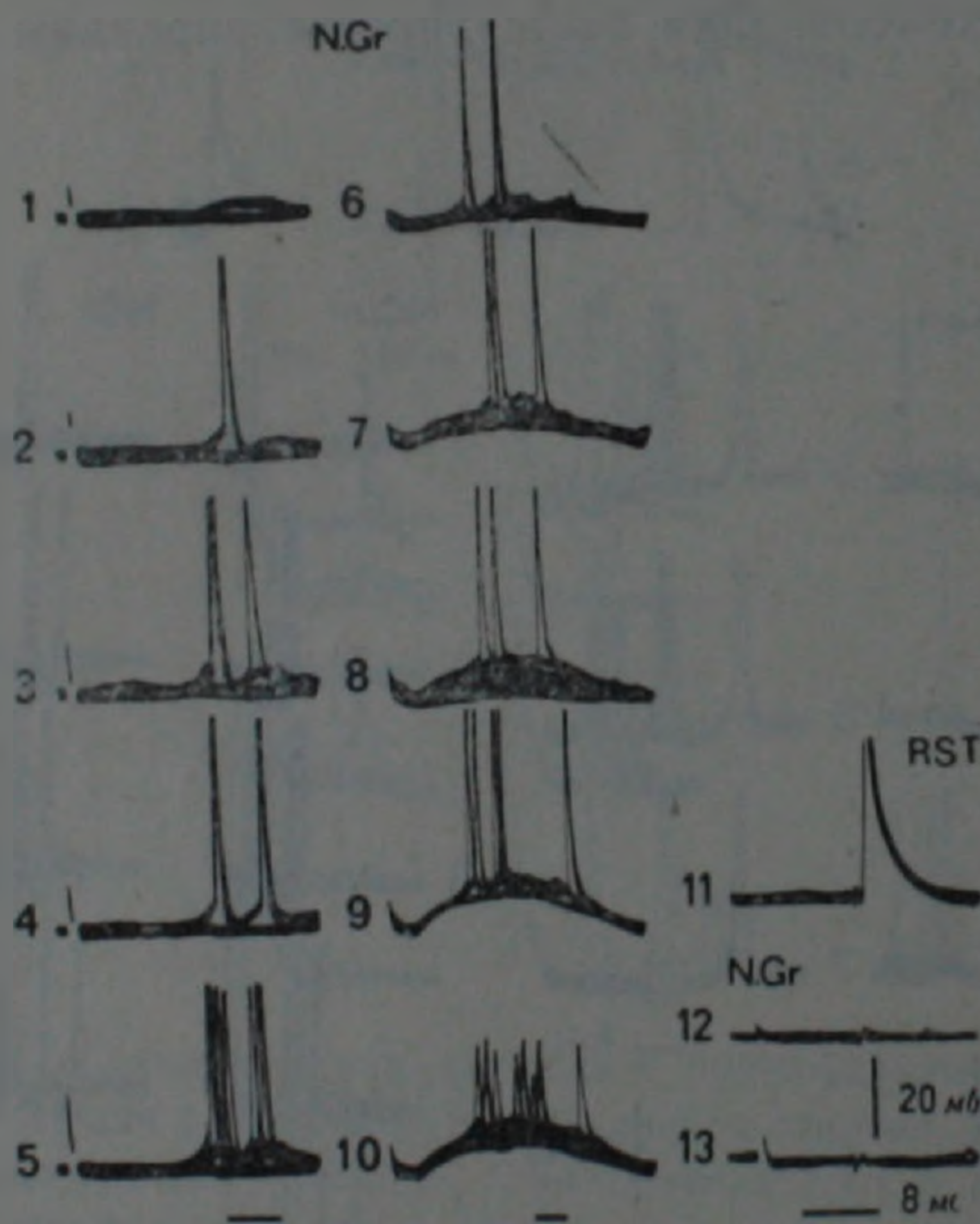


Рис. 3. Длительная деполяризация рубро-спинального нейрона, вызванная раздражением нежного ядра.

Сверху вниз—усиление интенсивности раздражения (1—10) при разных скоростях развертки луча (1—5 и 6—10). Отмечается возникновение длительной деполяризации при определенной интенсивности раздражения (6—10). 11—антидромные ПД на раздражение рубро-спинального тракта; 12, 13—экстраклеточные потенциалы поля после выхода микроэлектрода из клетки на раздражение рубро-спинального тракта (второй стимул) и на разные интенсивности раздражения нежного ядра (первый стимул)

последних не обнаруживало прямую зависимость от величины деполяризации. Имеется основание полагать ее дендритное происхождение. Такая динамика развития возбуждательных ответов не исключает воз-

возможности наличия параллельного механизма вовлечения аксо-соматических и аксо-дендритных синапсов на уровне одного нейрона.

Представленный материал указывает на моно- и полисинаптические возбуждающие влияния ядер задних столбов на рубро-спинальные нейроны. Последние на стимуляцию задних столбов обнаруживали и антидромную активацию, указывающую на наличие двусторонних связей между исследованными образованиями. Учитывая большую стабильность и частоту выявления антидромных ПД, можно предположить большую выраженность нисходящих проекций по сравнению с восходящими.

Институт физиологии им. Л. А. Орбели
Академии наук Армянской ССР

Զ. Ս. ՍԱՐԳՍՅԱՆ, Հայկական ՍՍՀ ԳԱ ակադեմիկոս Վ. Բ. ՅԱՆԱՐՋՅԱՆ

Կատվի կարմիր կորիզ-ողնուղեղային նեյրոնների դրդումը
հրահրված հետին սյուների կորիզների խթանմամբ

Սուր փորձի պայմաններում կատուների մոտ միկրոէլեկտրոդային ներթափանցիկ արտածման մեթոդով ուսումնասիրվել են կարմիր կորիզ-ողնուղեղային նեյրոնների պատասխանները՝ հետին սյուների կորիզների մեկական էլեկտրական գրգռման դեպքում:

Ցույց է տրվել նշված գոյացությունների գրգռման ազդեցությամբ կարմիր կորիզի մոնո- և պոլիսինապտիկ ակտիվությունը, ինչպես նաև հետընթաց դրդումը, որը կարմիր կորիզ-ողնուղեղային նեյրոնների կողմնային ճյուղերի ներգրավման հետևանքն է: Ապացուցվել է կարմիր կորիզի և հետին սյուների կորիզների միջև երկուստեք, ուղղակի կապի առկայությունը:

ЛИТЕРАТУРА — ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

- ¹ J. Massion, *Physiol. Rev.*, 47, 383—436 (1967). ² G. I. Allen, N. Tsukahara, *Physiol. Rev.*, 54, 957—1006 (1974). ³ В. В. Фанарджян, О нейронной организации эфферентных систем мозжечка, Наука, Л., 1975. ⁴ J. Massion, D. Albe-Fessard, *EEG and Clin. Neurophysiol.*, 15, 435—454 (1963). ⁵ В. В. Фанарджян, И. А. Манвелян, *Физиолог. журн. СССР*, 62, 499—509 (1976). ⁶ S. Nishioaka, H. Nakamura, *J. Neurophysiol.*, 36, 296—307 (1973). ⁷ J. S. King, D. M. Dom, G. F. Martin, *Brain Res.*, 67, 317—323 (1974). ⁸ Дж. С. Саркисян, В. В. Фанарджян, *Физиолог. журн. СССР*, 59, 1463—1472 (1973). ⁹ В. В. Фанарджян, Дж. С. Саркисян, В. И. Погосян, в сб.: Механизмы деятельности головного мозга, Мецниереба, Тбилиси, 392—401 (1975). ¹⁰ V. V. Fanardjian, I. A. Manvelian, *Neuroscience*, 3, 109—111 (1978). ¹¹ Y. Padel, T. Jeneskog, *Neuroscience Lett.*, 21, 177—182 (1981). ¹² В. В. Фанарджян, И. А. Манвелян, *Физиолог. журн. СССР*, 68, 896—903 (1982). ¹³ J. Massion, A. Urbano, *Arch. Ital. Biol.*, 106, 297—309 (1968). ¹⁴ M. D. Cheek, A. Rustioni, D. L. Trevino, *J. Comp. Neurol.*, 164, 31—46 (1975). ¹⁵ P. J. Hand, T. V. Winkle, *J. Comp. Neurol.*, 171, 83—110 (1977). ¹⁶ K. J. Berkley, P. J. Hand, *Brain Res.*, 153, 263—283 (1978). ¹⁷ В. В. Фанарджян, Дж. С. Саркисян, Н. К. Казарян, *Физиолог. журн. СССР*, 68, 235—243 (1982). ¹⁸ Дж. С. Саркисян, В. В. Фанарджян, Н. К. Казарян, *Физиолог. журн. СССР*, 68, 904—913 (1982).