8

ISSN 0321—1339

ՀԱՅԿԱԿԱՆ ՍՍՀ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԿԱԴԵՄԻԱ
АКАДЕМИЯ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР

ԶԵԿՈՒՅՑՆԵՐ
ДОКЛАДЫ

LXXIV, № 5
1982

ՀԱՅԿԱԿԱՆ ՍՍՀ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԿԱԴԵՄԻԱՅԻ ՀՐԱՏԱՐԱԿՉՈՒԹՅՈՒՆ

ԵՐԵՎԱՆ ЕРЕВАН

Доклады Академии наук Армянской ССР, т. 74, № 5, с. 193—240

Основан в 1944 г.
Периодичность—10 номеров в год.
На русском языке

ԲՈՎԱՆԴԱԿՈՒԹՅՈՒՆ

Էջ

ՄԱԹԵՄԱՏԻԿԱ

ՄԵԽԱՆԻԿԱ

ՖԻԶԻԿԱ

ԱՍՏՂԱՖԻԶԻԿԱ

ՖԻԶԻՈԼՈԳԻԱ

СОДЕРЖАНИЕ

Индекс 77730

CONTENTS

Техн. редактор АЗИЗБЕКЯН Л. А.

Сдано в набор 7. 6. 1982. Подписано к печати 8. 7. 1982. ВФ 05316.
Бумага № 1, 70×108$^{1}/_{16}$. Плоскопечать. Печ. лист. 3,0. Усл. печ. лист. 4,2.
Учет.-изд. 3.41. Тираж 430. Заказ 488. Издат. 5719.
Адр. ред.: 375019, Ереван, Барекамутян, 24-г. II эт., I к.

Издательство Академии наук Армянской ССР, 375019, Ереван, Барекамутян 24 г.
Типография Издательства Академии наук АрмССР, 378310, г. Эчмиадзин.

ՀԱՅԿԱԿԱՆ ՍՍՀ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԿԱԴԵՄԻԱՅԻ ԶԵԿՈՒՅՑՆԵՐ
ДОКЛАДЫ АКАДЕМИИ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР
LXXIV 1982 5

УДК 519.8

МАТЕМАТИКА

Т. Е. Кулаковская

Кооперативные игры, порожденные выпуклыми функциями выигрыша

(Представлено чл.-корр. АН Армянской ССР Р. Р. Варшамовым 12/II 1982)

То, что бескоалиционная игра n лиц естественным образом порождает кооперативную игру, было отмечено еще Дж. фон Нейманом и О. Моргенштерном ([1]). Представляет интерес установить связь свойств полученной игры с исходной бескоалиционной моделью. В данной работе рассмотрена бескоалиционная игра с выпуклыми функциями выигрыша и доказано, что порожденная кооперативная игра имеет не пустое ядро. В качестве примера рассмотрена одна экономическая модель.

Пусть $I=\{1, \ldots, n\}$—множество игроков, $X^{(i)}$—выпуклый метрический компакт стратегий i-го игрока ($i=1, \ldots, n$).

В результате независимого выбора игроками своих стратегий $x^{(i)}\in X^{(i)}$ они получают выигрыши $H_i(x^{(1)}, \ldots, x^{(n)})$. Подмножества $S\subseteq I$ будем называть коалициями. Обозначим

$$X^{(S)}=\prod_{i\in S} X^{(i)},$$

где $X^{(S)}$—множество стратегий коалиции S; оно также является выпуклым метрическим компактом. Положим

$$v(S)=\max_{X^{(S)}}\min_{X^{(I\setminus S)}}\sum_{i\in S} H_i(x^{(1)}, \ldots, x^{(n)}).$$

Таким образом $v(S)$—это тот наибольший доход, который может обеспечить себе коалиция S коллективными действиями, если все остальные участники объединяются против нее, т. е. это наибольший гарантированный доход коалиции,

$$v(\{i\})=\max_{X^{(i)}}\min_{X^{(I\setminus i)}} H_i(x^{(1)}, \ldots, x^{(n)})$$

$$v(I)=\max_{X^{(I)}}\sum_{i=1}^{n} H_i(x^{(1)}, \ldots, x^{(n)}).$$

Рассмотрим кооперативную игру $\langle I, v\rangle$. Множество исходов игры (дележей) обозначим через A.

$$A=\left\{(y_1, \ldots, y_n)\left|\sum_{i=1}^{n} y_i=v(I),\ y_i\geqslant v(\{i\})\quad i=1, \ldots, n\right.\right\}.$$

Пользуясь определением $v(S)$, легко показать, что $\sum_{i\in S}(v\{i\})\leqslant$

$\leqslant v(S)$ для всех $S \subseteq I$, так что объединение игроков в коалиции выгодно для них, и множество A не пусто.

Ядром (или C-ядром) игры $\langle I, v \rangle$ называется следующее подмножество $C \subseteq A$:

$$C = \left\{ y \in A \,\middle|\, \sum_{i \in S} y_i \geqslant v(S) \text{ для всех } S \subset I \right\}.$$

Теорема. *Пусть функции $H_i(x^{(1)}, \ldots, x^{(n)})$ $(i=1, \ldots, n)$ заданы на множестве $X^{(I)} = \prod_{j=1}^{n} X^{(j)}$, где $X^{(j)}$ — выпуклые метрические компакты $(j=1, \ldots, n)$ и вогнуты на этом множестве. Тогда кооперативная игра $\langle I, v \rangle$ с характеристической функцией*

$$v(S) = \max_{X^{(S)}} \min_{X^{(I \setminus S)}} \sum_{i \in S} H_i(x^{(1)}, \ldots, x^{(n)})$$

имеет непустое ядро.

В доказательстве используется известная теорема Бондаревой — Шепли о сбалансированных покрытиях ([2]).

Рассмотрим случай с „распадающимися" переменными, т. е.

$$H_i(x^{(1)}, \ldots, x^{(n)}) = \sum_{j=1}^{n} F_{ij}(x^{(j)}),$$

где все функции $F_{ij}(y)$ выпуклы.
Тогда

$$v(I) = \max_{X^{(I)}} \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} F_{ij}(x^{(j)}) = \max_{X^{(I)}} \sum_{j=1}^{n} \sum_{i=1}^{n} F_{ij}(x^{(j)}) =$$

$$= \max_{X^{(I)}} \sum_{j=1}^{n} G_j(x^{(j)}) = \sum_{j=1}^{n} \max_{X^{(j)}} G_j(x^{(j)}) = \sum_{j=1}^{n} G_j(\overset{\circ}{x}{}^{(j)}).$$

Таким образом, для достижения общего суммарного дохода $v(I)$ i-й игрок должен применять стратегию $\overset{\circ}{x}{}^{(j)}$, максимизирующую его суммарный вклад в выигрыше всех участников. Полученный доход $v(I)$ можно согласно теореме разделить между участниками так, чтобы каждая коалиция S была удовлетворена (т. е. получила не менее чем $v(S)$).

Заметим, что если рассмотреть бескоалиционную игру с функциями выигрыша $H_i(x) = \sum_{j=1}^{n} F_{ij}(x^{(j)})$, то равновесные стратегии $\bar{x}^{(j)}$ определяются из условия

$$F_{ii}(\bar{x}^{(i)}) = \max_{X^{(i)}} F_{ii}(x^{(i)}),$$

т. е. игроки должны максимизировать только свои „чистые" доходы.

Нетрудно убедиться, что $\sum_{i=1}^{n} H_i(\bar{x}) \leqslant v(I)$ и во всех нетривиальных случаях неравенство строгое. Так что кооперативный подход имеет в данном случае преимущество по сравнению с бескоалиционным.

Применим полученный результат к одной экономической задаче.

Пусть имеется n участников и m тем. Каждый участник имеет капитал X_i, который он распределяет между темами. Пусть далее x_{ij} — вклад i-го участника в j-ю тему,

$$\sum_{j=1}^{m} x_{ij} = X_i;\ x_{ij} \geqslant 0;\ x^{(i)} = (x_{i1}, \ldots, x_{im})$$

$x = (x^{(1)}, \ldots, x^{(n)})$ — общее распределение капиталов по темам.

$\Phi_{ij}(x) = \Phi_{ij}(x_{1j}, x_{2j}, \ldots, x_{nj})$ — доход i-го участника от j-й темы. Он зависит от вкладов всех участников в эту тему.

Общий доход i-го участника

$$H_i(x^{(1)}, \ldots, x^{(n)}) = \sum_{j=1}^{n} \Phi_{ij}(x^{(1)}, \ldots, x^{(n)}).$$

Положим

$$\Phi_{ij}(x) = \Phi_{ij}(x_{ij} - \sum_{k \neq i} x_{kj}),$$

где $\Phi_{ij}(t)$ — вогнутые возрастающие функции. Нетрудно видеть, что кооперативная игра, построенная по данной модели, удовлетворяет условиям теоремы, а, следовательно, имеет непустое ядро.

Ленинградский государственный университет

Տ. Ն. ԿՈՒԼԱԿՈՎՍԿԱՅԱ

Շահույթի ուռուցիկ ֆունկցիաներով ծնված կոոպերատիվ խաղեր

Դիտարկվում է շահույթի ուռուցիկ ֆունկցիա ունեցող n խաղացողների ոչ կոալիցիոն խաղ։ Ըստ Ջ. ֆոն Նեյմանի և Օ. Մորգենշտերնի «Խաղերի տեսություն և տնտեսագիտական վարք» մենագրության կառուցվում է կոոպերատիվ խաղ։ Ապացուցվում է, որ այդ խաղը ունի ոչ դատարկ C-կորիզ։

Որպես օրինակ դիտարկվում է տնտեսագիտական խնդիր, որտեղ մասնակցում են n կողմեր և առկա են m թեմաներ։

Ներկայացնելով այդ խնդիրը որպես n խաղացողների կոոպերատիվ խաղ և օգտվելով վերը ապացուցված թեորեմից, ապացուցվում է նաև այդ խաղի C-կորիզի դատարկ լինելը։

ЛИТЕРАТУРА — ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

[1] *Дж. фон Нейман, О. Моргенштерн.* Теория игр и экономическое поведение. Наука, М., 1970. [2] *О. Н. Бондарева.* Проблемы кибернетики, вып. 10, М., 1963.

ՀԱՅԿԱԿԱՆ ՍՍՀ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԿԱԴԵՄԻԱՅԻ ԶԵԿՈՒՅՑՆԵՐ
ДОКЛАДЫ АКАДЕМИИ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР

LXXIV 1982 5

УДК 519.833.5

МАТЕМАТИКА

Н. И. Наумова

O-доминирование в кооперативных играх

(Представлено чл.-корр. АН Армянской ССР Р. Р. Варшамовым 12/II 1982)

В данной работе для общей кооперативной игры $(I, A, w, \{P_i\}_{i\in I})$ предлагается новое отношение группового предпочтения. Для него изучаются условия непустоты C-ядра и существования внешне устойчивого C-ядра. В случае классической кооперативной игры вводится соответствующее новое отношение предпочтения на множестве дележей, называемое O-доминированием. Для классической кооперативной игры 3 лиц построены все НМ-решения ([1]) для O-доминирования и показано, что НМ-решение всегда существует. Игра 10 лиц Лукаса, не имеющая НМ-решения для классического доминирования ([2]), имеет единственное НМ-решение для O-доминирования.

Общей кооперативной игрой называется набор $(I, A, w, \{P_i\}_{i\in I})$ где I—множество игроков, A—множество альтернатив, $|A|>1$, w—характеристическая функция, т. е. отображение, ставящее в соответствие каждому $S\subset I$ множество $w(S)\subset A$, причем $w(\varnothing)=\varnothing$, $w(I)=A$, P_i—антирефлексивное отношение предпочтения игрока i на множестве альтернатив A. Обычно $w(S)$ трактуется как множество альтернатив, достижимых коалицией S, и рассматривается следующее отношение группового предпочтения $P=P(w, \{P_i\}_{i\in I})$ на множестве A: xPy, если существует такое $S\subset I$, что $x\in w(S)$ и xP_iy для всех $i\in S$.

Здесь будем трактовать $w(S)$ как множество альтернатив, неудовлетворенность которыми коалиция S имеет право высказывать, и рассматривать следующее отношение группового предпочтения $H=H(w, \{P_i\}_{i\in I})$ на множестве A: xHy, если существует такое $S\subset I$, что $y\in w(S)$ и xP_iy для всех $i\in S$.

C-ядром антирефлексивного отношения R на множестве A называется $C(A, R)=\{x\in A$: не yRx для всех $y\in A\}$.

Множество $V\subset A$ называется внешне устойчивым для отношения R на A, если для любого $y\in A\setminus V$ существует $x\in V$, для которого xRy.

Множество $V\subset A$ называется внутренне устойчивым для отношения R, если не существуют $x, y\in V$, для которых xRy.

НМ-решением отношения R на A называется такое $V\subset A$, которое внешне и внутренне устойчиво для R на A.

В работе ([3]) для конечного A получено необходимое и достаточное условие непустоты $C(A, P(w, \{P_i\}_{i\in I}))$ при любых ациклических P_i и фиксированных I, A, w.

Теорема 1. *Если множество альтернатив A конечно, то $C(A, H(w, \{P_i\}_{i\in I}))\neq\varnothing$ при любых ациклических P_i тогда и только тогда, когда $C(A, P(w, \{P_i\}_{i\in I}))\neq\varnothing$ при любых ациклических P_i.*

Теорема 2. *Пусть множества A, I конечны, тогда равносильны следующие утверждения:*

1) *$C(A, P(w, \{P_i\}_{i\in I}))$ внешне устойчиво на A для $P(w, \{P_i\}_{i\in I})$ при любых антирефлексивных транзитивных P_i;*

2) *$C(A, H(w, \{P_i\}_{i\in I}))$ внешне устойчиво на A для $H(w, \{P_i\}_{i\in I})$ при любых антирефлексивных транзитивных P_i;*

3) *при $|A|\geqslant 3$ существует такое $Q\subseteq I$, что $w(Q)=A$ и если $w(S)\neq\varnothing$, то $Q\subseteq S$. При $A=\{x, y\}$, если $x\in w(S_1)$, $y\in w(S_2)$, то $S_1\cap S_2\neq\varnothing$.*

Классической кооперативной игрой называется пара (I, v), где I — множество игроков, v — функция, ставящая в соответствие каждому $S\subseteq I$ число $v(S)$ — максимальную сумму выигрышей, которую S может себе обеспечить, действуя самостоятельно. В качестве множества альтернатив берется $A=\{x\in R^{|I|}: x_i\geqslant v(\{i\}),\ i\in I,\ \sum_{i\in I} x_i=v(I)\}$, называемое множеством дележей. Отношения P_i фиксированы, xP_iy тогда и только тогда, когда $x_i>y_i$. Обычно берут $w(S)=\{x\in A: \sum_{i\in S}x_i\leqslant v(S)\}$ и тогда отношение P является отношением доминирования, введенным в ([1]). Однако для произвольной v трудно трактовать элементы $w(S)$ как дележи, достижимые коалицией S.

Здесь для классической кооперативной игры рассмотрим прежние P_i, $A\subseteq\{x\in R^{|I|}: \sum_{i\in I} x_i=v(I)\}$ и возьмем следующую w: $w(S)=\{x\in A: \sum_{i\in S} x_i<v(S)\}$, т. е. $w(S)$ — множество векторов выигрышей, при которых коалиция S обижена. Тогда получаем следующее отношение H на множестве $A: xHy$, если существует такое $S\subseteq I$, что $\sum_{i\in S} y_i<v(S)$ и $x_i>y_i$ при всех $i\in S$. (Для обиженной коалиции предпочтительнее любой вектор выигрышей, более выгодный всем ее членам). Такое отношение H будем называть O-доминированием.

Теорема 3. *Если (I, v) — классическая кооперативная игра 3 лиц, то V — НМ-решение O-доминирования на $\overline{A}=\left\{x\in R: \sum_{i=1}^{3} x_i=v(I)\right\}$ тогда и только тогда, когда выполняется одно из условий:*

1) *V — НМ-решение O-доминирования на $A=\{x\in\overline{A}: x_i\geqslant v(\{i\}),\ i=1, 2, 3\}$;*

2) $V=\{x\}$, $x\in\overline{A}$, $x_i<v(\{i\})$, $x_j\leqslant v(\{j\})$, $x_k\leqslant v(\{k\})$, $\{i, j, k\}=\{1, 2, 3\}$;

3) $V=\{x\in\overline{A}: x_i=a,\ x_j\geqslant v(\{j\}),\ x_k\geqslant v(\{k\})\}$, где $v(I)-v(\{j, k\})\leqslant a<v(\{i\})$.

Замечание. Теорема 3 верна и при замене $\overline{A}$ на симплекс, содержащийся в $\overline{A}$.

В дальнейшем будем искать НМ-решение на множестве дележей $A=\left\{x\in R^3: x_i\geqslant v(\{i\}),\ i=1,\ 2,\ 3,\quad \sum_{i=1}^{3} x_i=v(I)\right\}$. Тогда как и для обычного доминирования можно считать, что v $(0-1)$ редуцирована, т. е. $v(\{i\})=0,\ i=1,\ 2,\ 3,\ v(I)=1,\quad 0\leqslant v(S)\leqslant v(I)$ для всех $S\subset I$

Обозначим $C=\{x\in A: x_i+x_k\geqslant v(i,\ k)$ для всех $i,\ k\in I\}$.

Теорема 4. *Если $(I,\ v)$—классическая кооперативная игра 3 лиц с $(0-1)$-редуцированной v, то V—НМ-решение О-доминирования на $A=\left\{x\in R^3: x_i\geqslant 0,\quad \sum_{i=1}^{3} x_i=1\right\}$ тогда и только тогда, когда меет место один из случаев:*

1) $V=C\bigcup\{x\in A: 0\leqslant x_k\leqslant v(i,\ k)+v(j,\ k)-1,\ x_i=f_i(x_k),\ x_j=f_j(x_k)\}$, *где* $f_i,\ f_j$—*непрерывные невозрастающие функции* $x_k+f_i(x_k)+f_j(x_k)=1,\ f_i(v(i,k)+v(j,k)-1)=1-v(j,k),\ v(i,j)+v(i,k)\leqslant 1,\ v(i,j)+v(j,k)\leqslant 1;$

2) $V=C\bigcup\{x\in A: x_i+x_k=v(i,\ k)\}\bigcup\{x\in A: x_j+x_k=v(j,\ k)\}$ *и* $v(i,\ k)+v(j,\ k)\leqslant 1$ *для некоторых* $i,\ j,\ k;$

3) $V=C\bigcup\{x\in A: x_i+x_j=v(i,\ j)\}\bigcup\{x\in A: 0\leqslant x_k\leqslant 1-2v(i,\ j),\quad x_i=f_i(x_k),\ x_j=f_j(x_k)\}$, *где* $f_i,\ f_j$—*непрерывные невозрастающие функции,* $x_k+f_i(x_k)+f_j(x_k)=1,\ f_i(1-2v(i,\ j))=v(i,\ j)$ *и* $v(i,\ j)+v(j,\ k)>1,\ v(i,\ j)+v(i,\ k)>1;$

4) $V=C\bigcup\{x\in A: b\leqslant x_k\leqslant a,\ x_i+x_k=v(i,\ k)\}\bigcup\{x\in A: b\leqslant x_k\leqslant a,\ x_j+x_k=v(j,\ k)\}\bigcup\{x\in A: x_k=a,\quad x_i+x_k\leqslant v(i,\ k)\}\bigcup\{x\in A: x_k=a,\quad x_j+x_k\leqslant v(j,\ k)\}$, *где* $b=\max\{1-v(i,\ j),\ v(i,\ k)+v(j,\ k)-1\},\ b<a<\min\left\{\frac{1}{2},\ v(i,\ k),\ v(j,\ k)\right\}$.

5) $V=C\bigcup\{x\in A: b\leqslant x_k\leqslant v(j,\ k),\quad x_j+x_k=v(j,\ k)\}\bigcup\{x\in A: b\leqslant x_k\leqslant v(j,\ k),\quad x_i+x_k=v(i,\ k)\}\bigcup\{x\in A: 0\leqslant x_i\leqslant v(i,\ k)-v(j,\ k),\quad x_j=f_j(x_i),\ x_k=f_k(x_i)\}$, *где* $b=\max\{1-v(i,\ j),\ v(i,\ k)+v(j,\ k)-1\}$, $f_j,\ f_k$—*невозрастающие непрерывные функции,* $x_i+f_j(x_i)+f_k(x_i)=1,\ f_k(v(i,\ k)-v(j,\ k))=v(j,\ k)$ *и* $v(i,\ k)>v(j,\ k),\ v(i,\ k)+v(j,\ k)\leqslant 1.$

6) $V=\left\{\left(\frac{1}{2},\ \frac{1}{2},\ 0\right),\ \left(0,\ \frac{1}{2},\ \frac{1}{2}\right),\ \left(\frac{1}{2},\ 0,\ \frac{1}{2}\right)\right\}$ *и* $v(i,\ j)>\frac{1}{2}$ *для всех* $i\neq j;$

7) $V=\{x\in A: x_k=a\}$, *где* $a<\frac{1}{2},\ 1-v(i,\ j)\leqslant a\leqslant v(i,\ k)+v(j,\ k)-1.$

Следствие. Любая кооперативная игра 3 лиц имеет НМ-решение для O-доминирования на множестве дележей, так как любая v удовлетворяет хотя бы одному из условий, описанных в случаях 2), 3).

Игра Лукаса 10 лиц, не имеющая НМ-решения в случае обычного доминирования ([2]), имеет для O-доминирования единственное НМ-решение, не совпадающее с C-ядром.

Ленинградский государственный
университет

Ն. Ի. ՆԱՈՒՄՈՎԱ

Կոոպերատիվ խաղերի O-դոմինանտությունը

Դիտարկվում է ընդհանուր կոոպերատիվ խաղ և ապացուցվում է, որ եթե բաշխույթների բազմությունը վերջավոր է, գերադասելիության H հարաբերությունը ծնված է ացիկլիկ P_i հարաբերություններից, ապա այդ խաղի C-կորիզը ըստ H հարաբերության դատարկ չէ այն և միայն այն ժամանակ, երբ C-կորիզը դատարկ չէ ըստ P դոմինանտության հարաբերության։

Որպես օրինակ դիտարկվում են նաև կլասիկ կոոպերատիվ խաղեր, որոնց համար սահմանվում է O-դոմինանտության հարաբերությունը և խաղերի մի դասի համար նկարագրվում են ՆՄ-լուծումները։

ЛИТЕРАТУРА—ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

[1] *Дж. фон Нейман, О. Моргенштерн.* Теория игр и экономическое поведение, М., 1970. [2] *W. F. Lucas*, Bull. Amer. Math. Soc., v. 74, № 2 (1968). [3] *Sh. Ishikawa, K. Nakamura*, J. Oper. Res. Soc. Jap., v. 22, № 3 (1979).

ՀԱՅԿԱԿԱՆ ՍՍՀ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԿԱԴԵՄԻԱՅԻ ԶԵԿՈՒՅՑՆԵՐ
ДОКЛАДЫ АКАДЕМИИ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР

LXXIV 1982 5

УДК 517.956

МАТЕМАТИКА

Г. А. Карапетян

Существование и поведение решений одного класса гипоэллиптических уравнений в неограниченных областях

(Представлено чл.-корр. АН Армянской ССР Р. А. Александряном 28/XII 1981)

Рассматривается линейный дифференциальный оператор

$$P(x,\ D)=\sum_{(\alpha,\mu)<2m} a_\alpha(x)D^\alpha, \tag{1}$$

где для $m_j\in N(j=1,\ldots,n)$ и $m=\max\limits_{1\leq j\leq n} m_j$, $\mu=\left(\frac{m}{m_1},\ldots,\frac{m}{m_n}\right)$, а $a_\alpha(x)\in$ $\in C^{(m)}(\overline{\Omega})$ вещественные функции. И пусть

$$P_0(x,\ D)=\sum_{(\alpha,\mu)=2m} a_\alpha(x)D^\alpha\ .$$

главная часть оператора (1).

Сначала предполагается, что оператор (1) равномерно семиэллиптический в Ω, т. е. существует постоянная $A>0$ такая, что для всех $x\in\Omega$, $\xi\in R_n$

$$A^{-1}(|\xi_1|^{2m_1}+\ldots+|\xi_n|^{2m_n})\leq|P_0(x,\xi)|\leq A(|\xi_1|^{2m_1}+\ldots+|\xi_n|^{2m_n}). \tag{2}$$

Операторы типа (1), удовлетворяющие условию (2) для ограниченных областей, изучены, например, в книге ([1]). В этой заметке оператор (1) рассматривается для некоторых неограниченных областей.

Определение 1 (см. ([2])). Для замкнутого ограниченного множества $E\subset\Omega\subseteq E_n$ положим

$$\operatorname{cap}_2^\mu(E)=\inf_f\int\limits_{E_n}\sum_{(\alpha,\mu)=m}(D^\alpha f)^2dx,$$

где нижняя грань берется по всем функциям $f\in C_0^\infty(\Omega)$, обращающимся в единицу в некоторой окрестности множества E.

$\operatorname{Cap}_2^\mu(E)$ называется n-мерной μ-гармонической емкостью порядка m, относительно множества Ω в смысле Мазьи.

Положим $Q(x^0,d)\equiv Q(x^0,d,\mu)=\left\{x\in E_n,\ |x_i-x_i^0|<\frac{d^{\mu_i}}{2},\ i=1,\ldots,n\right\}$.

Для замкнутого множества $E\subset Q(x^0,d)$ обозначим через $\mathbf{B}_{Q(x^0,d)}(E)$ множество функций, $u\in C^\infty(Q(x^0,d))$, обращающихся в нуль в некоторой окрестности E и $d^{-|\mu|}\int\limits_{Q(x^0,d)}u^2dx=1$.

Определение 2 (см. [3]). Для замкнутого множества $E \subseteq Q(x^0, d)$ положим

$$l_d^\mu(E) = \inf \{|u|_{m,d}^2,\ u \in \mathbf{B}_{Q(x^0,d)}(E)\},$$

где

$$|u|_{m,d} = \left(\sum_{j=1}^{m} d^{2(j-m)} \sum_{(\alpha,\mu)=j} \|D^\alpha u\|^2_{L_2(Q(x^0,d))}\right)^{\frac{1}{2}}.$$

Число $l_d^\mu(E)$ называется n-мерной μ-гармонической емкостью компакта E порядка m в смысле Кондратьева.

Как и в случае гармонических емкостей (см. [2]), использовав свойства анизотропного пространства С. Л. Соболева $H_m^\mu(\Omega)$, можно доказать

Лемму 1. *Существуют положительные постоянные K_1 и K_2 такие, что для любого компакта $E \subseteq Q(0, d) \equiv Q(d)$*

$$K_1 \operatorname{cap}^\mu_{Q(2d)}(E) \leqslant l_d^\mu(E) \leqslant K_2 \operatorname{cap}^\mu_{Q(2d)}(E).$$

Определение 3 (см. [4]). Пусть r и γ произвольные положительные числа. Будем говорить, что область G имеет μ-внутренний диаметр меньший r с точностью до μ-емкости γ порядка m, если для любой точки $x^0 \in E_n$

$$\operatorname{cap}^\mu(Q(x^0, r) \setminus G) > \gamma r^{|\mu|-2m}.$$

В работе [4] Е. М. Ландисом исследовано поведение решений эллиптических уравнений для таких неограниченных областей, которые имеют малый внутренний диаметр.

В заметке изучаются подобные вопросы для семиэллиптических уравнений. Для решений этих уравнений справедлива следующая

Лемма 2. *Пусть M и γ произвольные положительные числа. Существует положительное число $r_0 = r_0(M, \gamma)$ такое, что если $r < r_0$, область G с μ-внутренним диаметром меньшим r с точностью до емкости γ порядка m расположена в прямоугольнике $Q(4)$ и $u(x)$ слабое решение уравнения $P(x, D)u = f$ в G, удовлетворяющее нулевым условиям Дирихле на той части Γ границы области G, которая расположена строго внутри $Q(4)$, то*

$$\int_G u^2 dx \geqslant M \int_{Q(1)\cap G} u^2 dx - \int_G f^2 dx. \tag{3}$$

Пусть теперь $G \subseteq E_n$ неограниченная область и в G определено слабое решение уравнения $P(x, D)u = 0$, удовлетворяющее нулевым условиям Дирихле на ∂G. Тогда имеет место следующая альтернатива.

Теорема 1 *(типа Фрагмена—Линделефа). Пусть γ и r положительные числа и G область с μ-внутреним диаметром меньшим r с точностью до μ-емкости γ порядка m. Существует $r_0 = r_0(\gamma, P)$ такое, что при $r < r_0$ либо $u \equiv 0$, либо*

$$\varlimsup_{\rho \to \infty} \left(\int_{Q(\rho)} u^2 dx\right) e^{-\frac{r_0 \rho}{r}} > 0. \tag{4}$$

(Здесь функция u считается продолженной нулем вне G).

Доказательство. Подберем такое число K, чтобы прямоугольник $Q(4)$ можно было покрыть прямоугольниками $Q(x^i, 1)$, $i=1, \ldots, K$, и положим $M=e^6K$. Найдем по лемме 2 число r_0, соответствующее этому M и данному γ. Пусть $u \not\equiv 0$. Тогда существует прямоугольник $Q(x^0, 1)$ такой, что

$$\int\limits_{Q(x^0,1)} u^2 dx = a > 0.$$

И по лемме 2 имеем

$$\int\limits_{Q(x^0,4)} u^2\, dx > M \int\limits_{Q(x^0,1)} u^2 dx.$$

Итак, как это делается в работе [4], можно построить последовательность точек $\{x^k\}$ $k=0, 1, 2 \ldots$ таких, что

$$|x_i^k - x_i^{k-1}| < 4^{\mu_i}, \quad i=1, \ldots, n,$$

$$\int\limits_{Q(x^k,1)} u^2 dx > e^6 \int\limits_{Q(x^{k-1},1)} u^2 dx.$$

Отсюда при достаточно больших k имеем

$$\int\limits_{Q(6k)} u^2\, dx > \int\limits_{Q(x^k,1)} u^2 dx > e^{6k} a.$$

Откуда и следует утверждение теоремы при $r=r_0$.

Случай $r<r_0$ получается посредством преобразования

$$y_i = x_i \left(\frac{r_0}{r}\right)^{\mu_i}, \quad i=1, \ldots, n.$$

Для решений рассматриваемого оператора справедлив своеобразный принцип максимума, а именно:

Теорема 2. *Пусть область G расположена в прямоугольнике $Q(R)$, $R>4$. Для всякого $\gamma>0$ найдется такое $r_0>0$, что если $r<r_0$, G имеет μ-внутренний диаметр меньший r с точностью до емкости γ порядка m и $u(x)$ является слабым решением уравнения $P(x, D)u=0$, удовлетворяющим нулевым условиям Дирихле на той части границы G, которая расположена строго внутри прямоугольника $Q(R)$.*

Пусть

$$\sup_{\substack{(R-4)^{\mu_i} < |x_i| < R^{\mu_i} \\ \exists i,\ i=1, \ldots, n}} \int\limits_{Q(x,1)} u^2 dx = m.$$

Тогда для всякой точки $x^0 \in Q(R)$ справедливо неравенство

$$\int\limits_{Q(x^0,1)} u^2 dx \leqslant m. \tag{5}$$

Для регулярных ограниченных областей С. М. Никольским в работе ([5]) доказаны теоремы существования и единственности задачи Дирихле для оператора (1). Если теперь в теореме 1 область G ограничена, то мы получим в добавление к теоремам единственности С. М. Никольского следующую теорему единственности для семиэллиптических уравнений

Теорема 3. *Пусть G ограниченная область $f\in L_2(G)$, тогда для всякого $\gamma>0$ найдется число $r_0=r_0(\gamma)$ такое, что если $r<r_0$ и G имеет μ-внутренний диаметр меньший r с точностью до μ-емкости γ порядка m, то уравнение $P(x, D)u=f$ имеет не более одного решения из класса $H^{\mu}_{m}(G)$*

Если наложить еще некоторые ограничения на рост функции $u(x)$ при $|x|\to\infty$, то теорема 1 позволяет получить теоремы существования и единственности и для некоторых неограниченных областей.

Теорема 4. *Пусть в неограниченной области G определен оператор $P(x, D)$. Для всякого $\gamma>0$ найдется такое $r_0>0$, что если $r<r_0$ и μ-внутренний диаметр области G меньше r с точностью до емкости γ порядка m, то справедливо следующее:*

пусть функция $f(x)\in L^{loc}_2(G)$ такова, что

$$\overline{\lim_{\rho\to\infty}}\left(M_\rho(f)\,/\,e^{\frac{1}{4}\frac{r_0}{r}\rho}\right)<0. \tag{6}$$

Тогда существует и притом единственное слабое решение $u(x)$ уравнения $P(x, D)u=f$ в $\overset{\circ}{H}{}^{\mu}_{m}(G)$ такое, что

$$\lim_{\rho\to\infty}\left(M_\rho(u)\,/\,e^{\frac{r_0}{r}\rho}\right)=0, \tag{7}$$

где

$$M_\rho(u)\sup_{\substack{|x_i|=\rho^{1/\mu_i}\\ \exists i,\, i=1,\ldots,n}}\int\limits_{Q(x,1)}u^2dx.$$

Теперь мы будем отказываться от регулярности оператора (1) т. е. могут существовать точки $\xi_i\in R^{(0)}_n=\{\xi\in R_n, \xi_1\ldots\xi_n\neq0\}$ такие, что $P_0(\xi)$, главная часть многочлена $P(\xi)$, обращается в нуль в этих точках.

Обозначим $2m_1=\max\limits_{\alpha}\{(\mu, \alpha)<2m, \gamma_\alpha\neq0\}$ и представим оператор с постоянными коэффициентами $P(D)$ в виде

$$P(D)=P_0(D)+\sum_{(\alpha,\mu)\leqslant2m_1}\gamma_\alpha D^\alpha.$$

Предположим, что существуют точки $\{\alpha^i\}^n_1$, $\alpha^i=\{0, \ldots, \alpha_i, \ldots 0\}$ такие, что $\gamma_{\alpha^i}\neq0$, $(\alpha^i, \mu)=2m_1$, $i=1, \ldots, n$, и пусть существует многочлен $A(\xi)$ такой, что $A^2(\xi)=P_0(\xi)$. Будем предполагать, что оператор $P(D)$ удовлетворяет следующему условию: существует постоянная $\varkappa>0$ такая, что

$$|A(\xi)|^2+\sum_{(\alpha,\mu)\leqslant m_1}|\xi^\alpha|^2\leqslant\varkappa(|P(\xi)|+1), \quad \forall\xi\in R_n. \tag{8}$$

Решение будем искать в классе

$$H^{\{P\}}(G)=\{u;\ \|A(D)u\|_{L_2(G)}+\sum_{(\alpha,\mu)\leq m_1}\|D^\alpha u\|_{L_2(G)}<\infty\}.$$

Обозначим через $\overset{\circ}{H}{}^{\{P\}}(G)$ замыкание множества $C_0^\infty(G)$ в норме

$$\|u\|_P=\|A(D)u\|_{L_2(G)}+\sum_{(\alpha,\mu)\leq m_1}\|D^\alpha u\|_{L_2(G)}.$$

Тогда справедливы аналоги теорем 1 и 4 для решений нерегулярного оператора $P(D)$.

Теорема 5. *Пусть оператор $P(D)$ удовлетворяет условию (8). Пусть $G\subseteq E_n$ неограниченная область и в G определено слабое решение уравнения $P(D)u=0$ в классе $\overset{\circ}{H}{}^{\{P\}}(G)$, где G область с μ-внутренним диаметром меньшим r с точностью μ-емкости $\gamma>0$ порядка m_1. Существует $r_0=r_0(\gamma)>0$ такое, что при $r<r_0$ либо $u\equiv 0$ либо*

$$\overline{\lim_{\rho\to\infty}}\left(\int\limits_{Q(\rho)}u^2\,dx\right)e^{-\frac{r_0}{r}\rho}>0.$$

Теорема 6. *Пусть $G\subseteq E_n$ неограниченная область и оператор $P(D)$ удовлетворяет условию (8) в G. Для всякого $\gamma>0$ найдется такое число $r_0>0$, что если $r<r_0$ и μ-внутренний диаметр области G меньше r с точностью до емкости γ порядка m_1, то справедливо следующее:*

пусть функция $f\in L_2^{\mathrm{loc}}(G)$ такова, что

$$\overline{\lim_{\rho\to\infty}}\left(M_\rho(f)/e^{\frac{1}{4}\frac{r_0}{r}\rho}\right)<\infty.$$

Тогда решение уравнения $P(D)u=f$ в классе $u(x)\in\overset{\circ}{H}{}^{\{P\}}_{\mathrm{loc}}(G)$, удовлетворяющих условию

$$\lim_{\rho\to\infty}\left(M_\rho(u)/e^{\frac{r_0}{r}\rho}\right)=0,$$

существует и единственно.

Для ограниченной области G теоремы существования и единственности доказаны Г. Г. Казаряном [6].

Ереванский государственный университет

Գ. Ա. ԿԱՐԱՊԵՏՅԱՆ

Հիպոէլիպտիկ հավասարումների մի դասի լուծումների գոյությունը և փոքր անսահմանափակ տիրույթներում

Աշխատանքում հիպոէլիպտիկ հավասարումների մի դասի լուծումների համար ապացուցվում են Լյուվիլի և Ֆրագմեն-Լինդելյոֆի տիպի թեորեմներ փոքր μ ներքին տրամագիծ ունեցող անսահմանափակ տիրույթների համար։ Նշված թեորեմներն ապացուցվում են օգտվելով հայտնի ապրիորի գնահատականներից։ Մասնավորապես աշխատանքում ապացուցվում է հե-

տեյալը, որ եթե $G \subseteq E_n$ անսահմանափակ, փոքր չէ ներքին տրամագիծ ունեցող տիրույթ է, ապա $P(x,D)u=0$ հավասարման թույլ լուծման համար տեղի ունի հետևյալ ալտերնատիվան, կամ $u=0$, կամ

$$\overline{\lim_{\rho\to\infty}} \left(\int\limits_{Q(\rho)} u^2 dx \right) e^{-C\rho} > 0.$$

Օգտվելով այսպիսի թեորեմներից, աշխատանքում նշված օպերատորների համար ապացուցվում են $\exists$ և միակության թեորեմներ, այնպիսի u ֆունկցիաների համար $H^{\mu}_{m}(G)$ դասից, որոնց համար

$$\lim_{\rho\to\infty} M_\rho(u) e^{-C\rho} = 0,$$

որտեղ՝

$$M_\rho(u) = \sup_{\substack{|x^l| = \rho^{\mu_l} \\ \exists l,\ l=1,\dots,n}} \int\limits_{Q(x,1)} u^2 dx.$$

ЛИТЕРАТУРА — ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

[1] *О. В. Бесов, В. П. Ильин, С. М. Никольский.* Интегральные представления функций и теоремы вложения, Мир, М., 1975. [2] *В. Г. Мазья*, Сиб. мат. журн., т. 6, № 1 (1965). [3] *В. А. Кондратьев*, Тр. ММО, т. 16, № 1 (1967). [4] *Е. М. Ландис*, Тр. ММО, т. 31 (1974). [5] *С. М. Никольский* ДАН СССР, т. 146, № 4 (1962). [6] *Г. Г. Казарян*, ДАН СССР, т. 251, № 1 (1980).

ՀԱՅԿԱԿԱՆ ՍՍՀ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԿԱԴԵՄԻԱՅԻ ԶԵԿՈՒՅՑՆԵՐ
ДОКЛАДЫ АКАДЕМИИ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР
LXXIV 1982 5

УДК 537.312.5:539.6

МЕХАНИКА

М. В. Белубекян

О статической устойчивости токонесущей пластинки

(Представлено академиком АН Армянской ССР С. А. Амбарцумяном 8/IX 1981)

М. А. Леонтовичем и В. Д. Шафрановым было показано, что провод с постоянным электрическим током может потерять устойчивость ([1]) аналогично тому, как сжатый стержень теряет устойчивость в смысле Эйлера. В дальнейшем этому вопросу были посвящены и другие исследования, в том числе ([2–4]). Трудность его решения заключается в том, что несмотря на допустимость одномерного подхода к упругому стержню задача остается существенно трехмерной вследствие необходимости решения уравнений электродинамики, как в области, занимаемой телом стержня, так и в области, окружающей стержень.

В настоящей работе рассматривается статическая устойчивость тонкой пластинки, служащей проводником электрического тока с заданной плотностью, равномерно распределенной по толщине пластинки. Модель бесконечной пластинки позволяет вместо пространственной задачи рассматривать двумерную. Это обстоятельство дает возможность получить достаточно обоснованное значение критической плотности тока, при которой пластинка теряет устойчивость, и значительно упрощает решение задачи. На основе решения задачи устойчивости бесконечной пластинки дается метод решения для соответствующей пластинки с конечными размерами.

1. Пусть слой толщиной $2h$ из достаточно хорошо проводящего материала служит для транспортировки стационарного электрического тока с плотностью J_0.

Прямоугольная координатная система (x_1, x_2, x_3) выбирается так, чтобы начало координат лежало в срединной плоскости слоя, ось ox_1 совпала с направлением электрического тока и ось ox_3 была перпендикулярна срединной плоскости слоя. При таком выборе координатной системы слой занимает область

$$(-\infty<x_1<\infty,\ -\infty<x_2<\infty,\ -h\leq x_3\leq h).$$

Ток в слое создает собственное магнитное поле, которое направлено по оси ox_2 и определяется следующим образом (в абсолютной гауссовой системе единиц):

$$H_0=-4\pi c^{-1}J_0x_3,\quad |x_3|\leq h. \tag{1.1}$$

Выражение H_0 из (1.1) вытекает из уравнения магнитостатики

$$\operatorname{rot} \vec{H}_0 = 4\pi c^{-1} \vec{J}_0. \tag{1.2}$$

Остальные величины определяются из следующих связей:

$$\vec{E}_0 = \sigma^{-1} \vec{J}_0; \quad \vec{B}_0 = \mu \vec{H}_0. \tag{1.3}$$

Вследствие электромагнитного поля на упругий слой будет действовать объемная сила

$$\vec{R}_0 = c^{-1} (\vec{J}_0 \times \vec{B}_0). \tag{1.4}$$

Решая уравнения статики для упругого слоя при отсутствии поверхностной нагрузки и при наличии объемной силы (1.4), получим для напряжений следующие выражения

$$\sigma_{11}^0 = \sigma_{22}^0 = \frac{2\pi\mu\lambda J_0^2}{(\lambda+2G)c^2}(x_3^2 - h^2); \quad \sigma_{33}^0 = \frac{2\pi\mu J_0^2}{c^2}(x_3^2 - h^2). \tag{1.5}$$

Из (1.5) видно, что максимальные напряжения достигаются для σ_{33}^0 при $x_3 = 0$. Так как максимальное напряжение должно быть меньше предела прочности, то отсюда следует, что плотность электромагнитного поля должна быть ограничена определенной величиной

$$J_0 < J_s = \frac{c}{h} \sqrt{\frac{\sigma_s}{2\pi\mu}}. \tag{1.6}$$

Вычисления показывают, что характерная величина $2hJ_s$ для металлов имеет порядок $10^5 - 10^6$ а/см.

2. Рассмотрим новое деформированное состояние слоя, которое будем называть возмущенным по отношению к приведенному выше начальному состоянию. Предполагается, что начальные и возмущенные упругие перемещения малы и поэтому справедливы следующие уравнения равновесия (5)

$$\frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_j} + \frac{\partial}{\partial x_j}\left(\sigma_{jk}^0 \frac{\partial u_i}{\partial x_k}\right) + X_i' = 0, \quad (i,\ j = 1,\ 2,\ 3), \tag{2.1}$$

где u_i — компоненты перемещений возмущенного состояния, X_i' — компоненты возмущения объемной силы вследствие изменения направления электрического тока.

Представляя характерные величины возмущенного электромагнитного поля в виде $\vec{J}_0 = \vec{J}_0 + \vec{j}$, $\vec{H} = \vec{H}_0 + \vec{h}$, $\vec{E} = \vec{E}_0 + \vec{e}$, уравнения магнито- и электростатики, определяющие возмущения электромагнитного поля, приведем к виду (6)

$$\operatorname{rot} \vec{h} = 4\pi c^{-1} \vec{j}, \quad \operatorname{div} \vec{h} = 0, \quad \vec{j} = \sigma \vec{e}, \quad \operatorname{rot} \vec{e} = 0. \tag{2.2}$$

Из выражения

$$\vec{R} = \mu c^{-1} (\vec{J} \times \vec{H})$$

возмущенной объемной силы имеем

$$\vec{R}' = \mu c^{-1} (\vec{J}_0 \times \vec{h} + \vec{j} \times \vec{H}_0 + \vec{j} \times \vec{h}). \tag{2.4}$$

Следует отметить, что уравнения (2.2) линейны относительно возмущений, а выражение (2.4) содержит нелинейный член.

В дальнейшем для простоты рассматривается частный случай возмущенного состояния, когда возмущения не зависят от координаты x_2.

Для определения возмущений электромагнитного поля используется условие непротекания тока через поверхности, ограничивающие слой ($\vec{n}$ — нормаль поверхности)

$$\vec{J}\cdot\vec{n}=0 \text{ при } x_3=\pm h. \qquad (2.5)$$

При условии малости упругих деформаций условие (2.5) приводится к виду

$$j_3=J_0\partial u_3/\partial x_1, \quad x_3=\pm h. \qquad (2.6)$$

Для постановки задачи к условиям (2.6) необходимо присоединить также следующие граничные условия:

$$\sigma_{i3}=0, \quad x_3=\pm h. \qquad (2.7)$$

Уравнения равновесия (2.1) с учетом (1.5), (2.4) и связи между напряжениями и деформациями приводятся к следующей форме:

$$G\Delta u_1+(\lambda+G)\frac{\partial}{\partial x_1}\left(\frac{\partial u_1}{\partial x_1}+\frac{\partial u_3}{\partial x_3}\right)+\frac{2\pi\mu}{c^2}J_0^2\left\{\frac{\lambda}{\lambda+2G}(x_3^2-h^2)\frac{\partial^2 u_1}{\partial x_1^2}+\right.$$
$$\left.+\frac{\partial}{\partial x_3}\left[(x_3^2-h^2)\frac{\partial u_1}{\partial x_3}\right]\right\}+\frac{\mu J_0}{c}\frac{\partial h_2}{\partial x_1}x_3-\frac{\mu}{4\pi}h_2\frac{\partial h_2}{\partial x_1}=0;$$
$$(2.8)$$
$$G\Delta u_3+(\lambda+G)\frac{\partial}{\partial x_3}\left(\frac{\partial u_1}{\partial x_1}+\frac{\partial u_3}{\partial x_3}\right)+\frac{2\pi\mu}{c^2}J_0^2\left\{\frac{\lambda}{\lambda+2G}(x_3^2-h^2)\frac{\partial^2 u_3}{\partial x_1^2}+\right.$$
$$\left.+\frac{\partial}{\partial x_3}\left[(x_3^2-h^2)\frac{\partial u_3}{\partial x_3}\right]\right\}+\frac{\mu J_0}{c}h_2+\frac{\mu J_0}{c}\frac{\partial h_2}{\partial x_3}x_3-\frac{\mu}{4\pi}h_2\frac{\partial h_2}{\partial x_3}=0.$$

Входящее в (2.8) неизвестное h_2, согласно (2.2), удовлетворяет уравнению

$$\Delta h_2=0, \quad |x_3|\leqslant h. \qquad (2.9)$$

Таким образом, задача приводится к решению уравнений (2.8), (2.9) с граничными условиями (2.6), (2.7), причем в уравнениях (2.8) участвуют нелинейные члены. Из первого уравнения системы (2.2) и условия (2.6) следует оценка $|h_2|\sim 4\pi c^{-1}J_0|u_3|$. Используя оценку для h_2 и условие ограниченности тока (1.6), получаем, что нелинейными членами можно пренебречь соответственно с первыми членами уравнений (2.8), так как $|u_3|\sigma_s/(hG)\ll 1$.

3. Пусть периодические по координате x_1 упругие возмущения слоя таковы, что отношение толщины слоя к длине волны мало, так что в отношении слоя можно применять гипотезу Кирхгофа.

Тогда вместо второго уравнения из (2.8) следует рассматривать следующее уравнение относительно прогиба пластинки:

$$Dw^{\text{IV}}-M_0''+T_0+Z+m_1'=0, \qquad (3.1)$$

где

$$M_0=\int_{-h}^{h} X_3\sigma_{11}^0\frac{\partial u_1}{\partial x_1}dx_3;\quad T_0=\int_{-h}^{h}\left(\sigma_{33}''\frac{\partial u_1}{\partial x_3}-\sigma_{11}^0\frac{\partial u_3}{\partial x_1}\right)dx_3;$$

$$Z=\int_{-h}^{h} X_3'dx_3;\quad m_1=\int_{-h}^{h} x_3X_1'dx_3; \tag{3.2}$$

D—жесткость пластинки; x_1', x_3'—соответствующие компоненты силы (2.4); штрих—производные по координате x_1.

Сравнение членов уравнения (3.1) с индексом нуль с первым членом показывает, что при условии (1.6) этими членами можно пренебречь.

Подставляя в (3.2) значения X_1', X_2' без нелинейных членов, учитывая граничные условия (2.6), уравнение (3.1) приведем к виду

$$Dw^{IV}=\frac{8\pi\mu}{c^2}J_0^2hw+\frac{\mu J_0}{c}\left(\int_{-h}^{h}x_3^2h_2dx_3\right)''. \tag{3.3}$$

Уравнение (3.3) необходимо решать с уравнением (2.9) с учетом граничных условий (2.6). Представляя искомые решения в виде

$$w=w_0\exp(-ikx_1),\quad h_2=q(x_2)\exp(-ikx_1)$$

и удовлетворяя граничным условиям (2.6), легко получить для $q(x_3)$ выражение

$$q(x_3)=\frac{4\pi}{c}J_0w_0\frac{\mathrm{ch}kx_3}{\mathrm{ch}kh}. \tag{3.4}$$

Из (3.4) видно, что в приближении тонкой пластинки можно считать, что $q(x_3)$ не зависит от координаты x_3. Подстановка (3.4) в (3.3) показывает, что последним членом в уравнении (3.3) также можно пренебречь. Окончательно, уравнение статической устойчивости токонесущей пластинки приводится к виду

$$Dw^{IV}=8\pi\mu c^{-2}J_0^2hw. \tag{3.5}$$

Согласно (3.5) критическая плотность электрического тока определяется по формуле

$$J_*=\alpha k^2,\quad \alpha^2=c^2D/(8\pi\mu h). \tag{3.6}$$

В случае достаточно широкой пластинки-полосы $(0\leqslant x_1\leqslant l)$ невозмущенное электромагнитное поле мало отличается от поля бесконечной пластинки, поэтому уравнение статической устойчивости такой пластинки будет приближенно описываться уравнением (3.5). Тогда, если пластинка-полоса шарнирно оперта по краям $x_1=0,\ l$, для минимального значения критической плотности тока получается выражение (3.6), где $k=\pi/l$. В этом случае численные расчеты показывают, что для алюминиевой пластинки-полосы шириной $l=20$ см, толщиной $2h=0,1$ см $J_*=1,76$ ка/см, если же $l=40$ см, то $J_*=0,44$ ка/см^2.

Институт механики Академии наук Армянской ССР

Մ. Վ. ԲԵԼՈՒԲԵԿՅԱՆ

Հոսանքատար սալի ստատիկ կայունության մասին

Ենթադրվում է, որ էլեկտրական հոսանքը հավասարաչափ բաշխված է ըստ սալի հաստության։ Սալի նախնական լարվածությունը արհամարհվում է։

Ցույց է տրվում, որ սալի ձևը փոխելու հետևանքով առաջանում են հոսանքով պայմանավորված նոր ուժեր, որոնք բերում են սալի կայունության կորուստի։

Դիտարկված են երկու մասնավոր խնդիրներ՝ երբ սալը հոդակապորեն ամրակցված է իր եզրերով և երբ սալի մի եզրը կոշտ ամրակցված է, իսկ մյուսը՝ ազատ է։ Գտնված են էլեկտրական հոսանքի խտության կրիտիկական արժեքները, որի դեպքում սալը կորցնում է կայունությունը։

ЛИТЕРАТУРА—ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

[1] *М. А. Леонтович, В. Д. Шафранов*, в кн.: Физика плазмы и проблема управляемых термоядерных реакций, т. I, Изд-во АН СССР, М., 1958. [2] *Н. И. Долбин, А. И. Морозов*, Журн. прикладной механики и техн. физики, № 3, 1966. [3] *Ю. В. Вандакуров, Э. Н. Колесников*, Журн. техн. физики, т. 37, вып. 11 (1967). [4] *S. Chattopadhyay*, F. Moon. J. Appl. Mech., № 42 (1975). [5] *В. В. Новожилов*, Теория упругости, Судпромгиз, Л., 1958. [6] *Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц*, Электродинамика сплошных сред, Гостехиздат, М., 1957. [7] *С. А. Амбарцумян, Г. Е. Багдасарян, М. В. Белубекян*, Магнитоупругость тонких оболочек и пластин, Наука, М., 1977. [8] Вибрации в технике, т. 1, гл. 11, Машиностроение, М., 1978.

LXXIV 1982 5

УДК 53. 05/08

ФИЗИКА

В. И. Луценко, И. В. Луценко, В. М. Тер-Антонян

Критерий неоднородности одномерных статистических систем

(Представлено чл.-корр. АН Армянской ССР Г. С. Саакяном 2/XII 1981)

Реальные статистические системы обычно наделены несколькими признаками, что усложняет их исследование. В связи с этим при работе с такими системами в качестве первого шага сосредотачивают внимание на одном из признаков, а по остальным ведут суммирование. Примерами систем, которые при таком инклюзивном подходе ([1]) приводятся к одномерным, могут служить смесь полезных компонентов с пустой породой, промышленные предприятия данной отрасли с распределенными между ними средствами, участки звездного неба с содержащимися в них светящимися объектами, пленки с фиксированными на них треками элементарных частиц и многое другое.

При экспериментальной обработке данных, снимаемых с одномерных статистических систем, в первую очередь устанавливается спектр возможных значений исследуемого признака x. В ряде случаев вместо самого признака используется его концентрация $\beta = x/\lambda$, где λ—максимальное количество признака, которое может приходиться на один элемент системы. Определенное таким образом β заключено в интервале $0 \leqslant \beta \leqslant 1$. Следующий шаг в обработке данных — это группировка элементов системы в подсистемы с данным β и построение плотности распределения $\gamma(\beta)$ элементов системы по концентрации признака. Каждая подсистема с данным β несет на себе определенное количество признака, и поэтому признак также оказывается распределенным с некоторой плотностью $\varepsilon(\beta)$ по собственной концентрации.

В настоящей статье рассматриваются следствия, к которым приводит сравнение этих двух плотностей распределений.

Из самого определения γ- и ε-распределений следует, что между ними имеется связь

$$\varepsilon(\beta) = \frac{\beta}{\bar{\beta}} \gamma(\beta), \tag{1}$$

где $\bar{\beta}$—средняя концентрация. Если $\gamma = \varepsilon$, то из уравнения связи имеем

$$\gamma(\beta) = \delta(\beta - \bar{\beta}), \tag{2}$$

где справа стоит дельта-функция Дирака. В системах с γ-распределением (2) все элементы с точки зрения признака являются тождественными, и потому такие системы целесообразно называть однородными. В неоднородных системах ($\gamma \neq \varepsilon$) спектр концентраций признака обязательно содержит более одной точки. Будем считать систему тем неоднороднее, чем больше различие между γ- и ε-распределениями. При таком подходе в качестве меры неоднородности естественно принять критерий

$$L = \int_0^{\bar\beta} \left[1 - \frac{\beta}{\bar\beta} \right] \gamma(\beta) d\beta, \tag{3}$$

интегральным образом учитывающий различие между функциями γ и ε. Легко показать, что

$$0 \leqslant L \leqslant 1 - \bar\beta, \tag{4}$$

причем нижний предел достигается в однородных системах. Из неравенства (4) следует существование крайне неоднородных систем, для которых $L = 1 - \bar\beta$. Выясним, какими γ-распределениями они описываются. Формула (3) говорит о том, что чем сильнее функция $\gamma(\beta)$ сосредоточена вблизи точек $\beta = 0$ и $\beta = 1$, тем больше L. Поэтому естественно ожидать, что крайне неоднородным системам должны соответствовать γ-распределения, имеющие вид

$$\gamma(\beta) = 2(1 - \bar\beta)\delta(\beta) + 2\bar\beta\delta(\beta - 1). \tag{5}$$

Здесь учтено условие нормировки γ-распределения и определение $\bar\beta$. Из формул (3) и (5) следует, что для этих γ-распределений $L = 1 - \bar\beta$ и потому такие плотности распределений действительно описывают крайне неоднородные системы.

Неравенство (4) выделяет в плоскости $(L, \bar\beta)$ треугольник, в котором катету $(0, \bar\beta)$ соответствуют однородные, гипотенузе $L = 1 - \bar\beta$ — крайне неоднородные системы, а внутренним точкам — системы с промежуточной степенью неоднородности. Для описания того, насколько при данном $\bar\beta$ система далека от состояния крайней неоднородности, введем стадию неоднородности

$$E = \frac{L}{1 - \bar\beta}.$$

Системы, находящиеся на равной стадии неоднородности, группируются на отрезке, соединяющем соответствующую точку катета $(L, 0)$ с вершиной треугольника $(0, 1)$.

Описанная картина позволяет ввести понятие о состоянии неоднородности одномерной статистической системы. Будем считать, что такое состояние задано, если фиксированы L и $\bar\beta$. Состояние неоднородности вообще говоря может включать в себя множество „микросостояний“, каждое из которых полностью определено своим γ-распределением. В результате каждой точке треугольника неоднородности соответствует ансамбль микросостояний. Мерой близости двух состояний неоднородности служит расстояние между точками треугольника, изображающими эти состояния, т. е.

$$r_{ij}=[(\overline{\beta}_i-\overline{\beta}_j)^2+(L_i-L_j)^2]^{1/2}. \tag{6}$$

Совокупность состояний неоднородности с данными $\overline{\beta}$, L или E образуют кластеры ([2]). Мера близости $\overline{\beta}$- и L-кластеров определяется формулой (6), если в нее формально подставить $L_i=L_j$ или $\overline{\beta}_i=\overline{\beta}_j$ соответственно, а расстояние между E-кластерами равно $|E_i-E_j|$.

В математической статистике изучение одномерных систем сводится к эксплуатации γ-распределения без какого-либо упоминания об ε-распределении ([3]). В то же время эта характеристика прочно вошла в обиход инженеров-обогатителей, и поэтому мы сохраняем за ней название „функция извлечения". Легко убедиться, что многие формулы из математической статистики могут быть переписаны в терминах разности между γ- и ε-распределениями. Например, дисперсия γ-распределения равна

$$D=\overline{\beta}\int\limits_0^1\beta(\varepsilon-\gamma)d\beta.$$

Аналогичные формулы можно получить и для центральных моментов более высокого порядка. Это значит, что такие характеристики, как дисперсия D, коэффициент вариации v и другие являются „продуктами" неоднородности и описывают лишь частичные проявления последней (разброс, нормированный разброс и т. д.). Поэтому не удивительно, что в некоторых простых случаях по этим характеристикам можно весьма точно судить о мере неоднородности одномерных статистических систем. Так, для γ-распределения

$$\gamma(\beta)=\frac{\Theta(\beta-a)-\Theta(\beta-b)}{b-a},$$

где $b>a$ и Θ—функция Хевисайда, L-критерий выражается через коэффициент вариации следующим образом

$$L=\frac{\sqrt{3}}{4}v^2.$$

Неоднородные системы обязательно наделены некоторым „беспорядком", и в этом смысле „продуктом" неоднородности является также информационная энтропия S. Поэтому выясним, в какой степени можно по энтропии судить о неоднородности системы. Рассмотрим множество систем со средней концентрацией $\overline{\beta}=1/2$. Среди этих систем максимумом S обладает та, элементы которой распределены по концентрации β равномерно, т. е. $\gamma(\beta)=1$. Для таких систем $L=1/4$ и $E=1/2$, что означает, что система с максимумом S может быть далека от крайне неоднородного состояния (5) и, следовательно, информационная энтропия может заведомо ошибочно оценивать степень неоднородности систем со значительной стадией неоднородности.

Нам приятно поблагодарить Г. С. Саакяна, А. Н. Сисакяна и А. Г. Худавердяна за интерес к работе и полезные обсуждения.

Ереванский государственный университет

Վ. Ի. ԼՈՒՑԵՆԿՈ, Ի. Վ. ԼՈՒՑԵՆԿՈ, Վ. Մ. ՏԵՐ-ԱՆՏՈՆՅԱՆ

Միաչափ վիճակագրական համակարգերի անհամասեռության չափանիշը

Աշխատանքում ուսումնասիրված են վիճակագրական սիստեմներ, որոնց տարրերը կամայական ձևով բաշխված են ըստ իրենց բնութագրող հայտանիշի կոնցենտրացիայի։ Տրված են համասեռ, անհամասեռ և ծայրահեղ անհամասեռ միաչափ վիճակագրական սիստեմների (Մ. Վ. Ս.) հասկացությունների սահմանումներ։ Ստացված են ՄՎՍ-ի անհամասեռության չափը և աստիճանը որոշող L և E հայտանիշներ։

Պարզաբանվել է L —հայտանիշի դերը մաթեմատիկական վիճակագրության ընդունված բնութագրիչների նկատմամբ։ Կատարված է ՄՎՍ-ի դասակարգում ըստ կլաստերների և պարզաբանվել է կապը անհամասեռության և էնտրոպիայի միջև։

ЛИТЕРАТУРА—ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

[1] *R. P. Feynman.* Phys. Rev. Lett., vol. 23, 1415 (1969). [2] *Б. Дюран, Д. Оделл.* Кластерный анализ, Мир, М., 1977. [3] *Г. Крамер,* Математические методы статистики, Мир, М., 1975.

ՀԱՅԿԱԿԱՆ ՍՍՀ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԿԱԴԵՄԻԱՅԻ ԶԵԿՈՒՅՑՆԵՐ
ДОКЛАДЫ АКАДЕМИИ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР
LXXIV 1982 5

УДК 523. 852. 35

АСТРОФИЗИКА

С. Г. Искударян

Сотношение блеск—диаметр для объектов типа IrrII

(Представлено академиком В. А. Амбарцумяном 7/VI 1981)

Внешний вид наиболее типичных представителей галактик типа IrrII (M 82, NGC 520, NGC 5195) говорит о происходящих в них бурных физических процессах. Поиски объектов этого типа на Паломарских картах велись нами именно на основании их внешних характеристик [1]. Одной из них является обилие пыли в этих объектах. Статистическое исследование выделенных кандидатов в Irr II галактики указывало на то, что эти объекты представляют собой определенное физическое состояние галактик, принадлежащих разным морфологическим типам [2]. Обилие пыли указывает на то, что это состояние общегалактическое в том смысле, что эти галактики или отдельные их подсистемы и структурные детали окутаны пылью, так что наблюдаемая их картина в отличие от нормальных галактик, возможно, является довольно искаженной. Поглощение должно сильно влиять на наблюдаемую форму, размеры и яркость. С этой точки зрения исследование соотношения между блеском и диаметром выделенных нами кандидатов представляет особый интерес.

Известно, что у M 82, NGC 3077 линейные размеры малы, но по светимости они представляют собой галактики-гиганты. На рис. 1, *а* приводится зависимость между логарифмом линейного диаметра и абсолютной величиной для объектов всех трех групп списка выделенных кандидатов и для известных Irr II галактик.

Та же зависимость для галактик из каталога [3], которые не входят в наши списки, показана на рис. 1, *б*. При построении диаграмм были использованы данные из известных и уже описанных в работе [1] источников.

Для обеих диаграмм характерен рост светимости галактик с увеличением их линейных диаметров, несмотря на разброс точек, что намного сильнее для кандидатов в Irr II. Здесь каждому значению абсолютных величин соответствует довольно обширный диапазон линейных диаметров и наоборот. Например, одному и тому же значению 4.4 для $\lg d$ на рис. 1, *а* соответствуют значения абсолютной величины в интервале от -18^m9 до -22^m7. Или же одному и тому же значению абсолютной величины -20^m5 соответствуют значения $\lg d$ от 3.9 до 5.1. Для нормальных галактик эти интервалы намного уже и составляют соответственно $(-19^m1, -20^m9)$ и (4.3, 4.7).

Возможно, что в наблюдаемом разбросе точек на рис. 1, *а* главную роль играют как пыль, газ и дозвездное вещество, содержащиеся в этих галактиках, так и физические процессы, происходящие в них, так как различие в типе звездного населения, которое могло быть одной из причин такого большого разброса точек, у нормальных га-

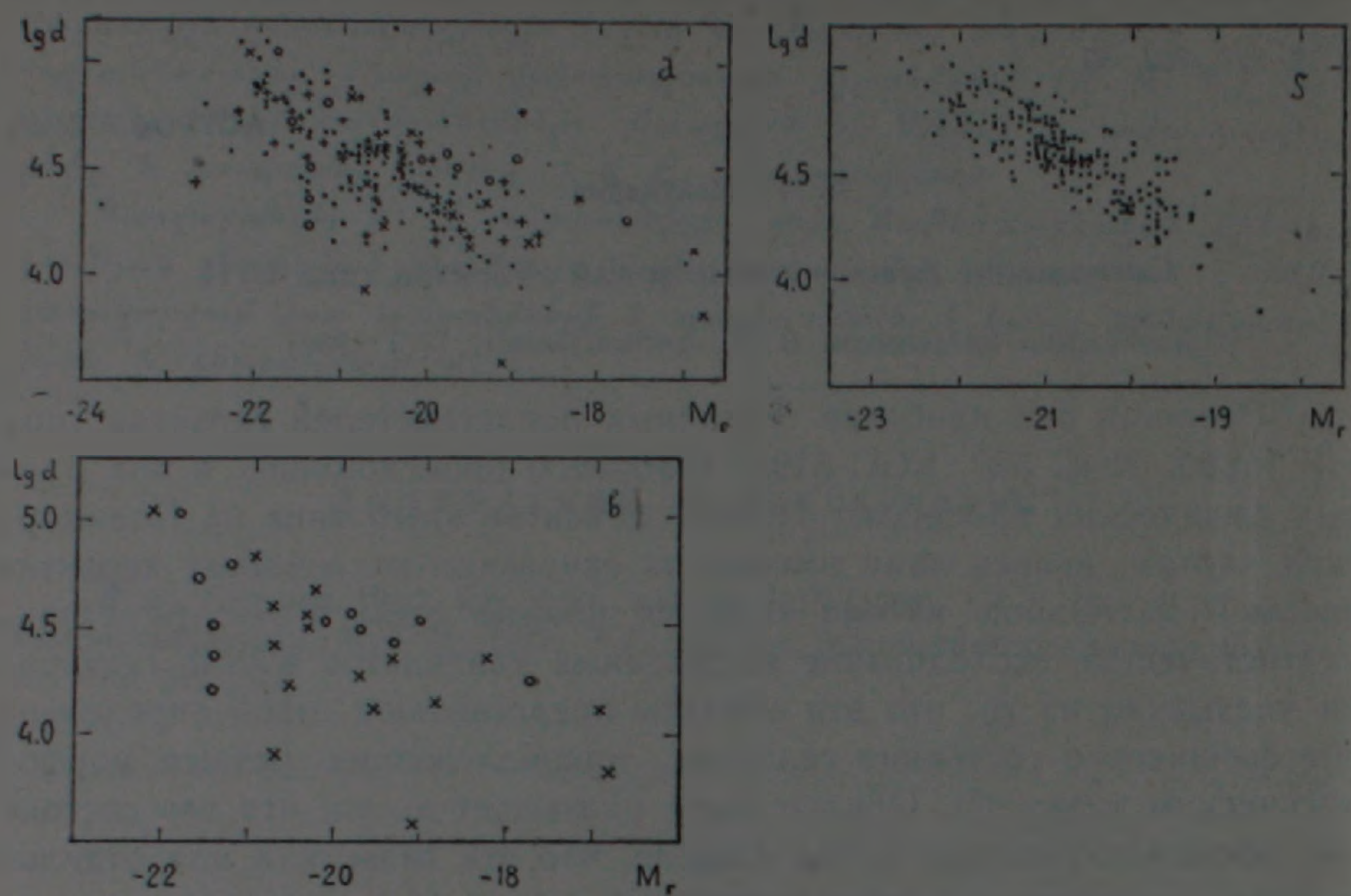

Рис. 1. *а*—Зависимость абсолютная величина—линейный диаметр для кандидатов в Irr II галактики. Условные обозначения: ○—первоочередные кандидаты в Irr II галактики; +—вероятные кандидаты в Irr II галактики; ·—менее вероятные кандидаты в Irr II галактики; ×—известные Irr II галактики. *б*—Зависимость абсолютная величина—линейный диаметр для нормальных галактик. *в*—Зависимость абсолютная величина — линейный диаметр для известных Irr II галактик и для первоочередных кандидатов в Irr II галактики. Условные обозначении те же, что и на рис. 1, *а*

лактик значительно разнообразнее, чем у галактик типа Irr II, и разброс точек у нормальных галактик на диаграмме рис. 1, *б* должен был быть бо́льшим, чем у галактик типа Irr II. В действительности же наблюдается обратная картина.

Согласно идеям В. А. Амбарцумяна звезды, пыль и газ образуются вместе при распаде дозвездных тел, на основании чего можно думать, что в объектах типа Irr II идет интенсивный процесс формирования состава галактик—их отдельных подсистем, отдельных деталей, а возможно и всей галактики в целом, и так как присутствие пыли общегалактическое, то создается впечатление, как будто в объектах типа Irr II происходит бурный процесс „проявления" галактики.

Из диаграммы на рис. 1, *а* были выделены известные Irr II галактики и первоочередные кандидаты в галактики этого типа ([1]). Соотношение абсолютная величина—линейный диаметр для этих объектов дается на рис. 1, *в*. Из этой диаграммы видно, что точки, соответствующие известным Irr II галактикам, и точки, соответствующие первоочередным кандидатам в Irr II, в отдельности, распределяются по некоторым линиям, в совокупности напоминающим форму буквы λ. Схожесть в распределении точек говорит о том, что выделенные на Паломарских картах первоочередные кандидаты могут быть действительными Irr II галактиками. Известные Irr II галактики кроме формы λ в своем распределении на диаграмме имеют еще одну промежуточную ветвь. Все три ветви своими концами приходятся приблизительно на значения абсолютных величин -16^m0, -18^m5, -21^m0 соответственно, т. е. разница между отдельными ветвями в интервале абсолютных величин составляет 2^m5. Чтобы убедиться, что такая форма распределения не случайность, для той же области были составлены диаграммы точек со случайными координатами, значения которых были взяты из таблицы случайных цифр. 15 таких попыток свидетельствуют о том, что схожесть распределения вышеуказанных объектов не может быть случайной. Среди всех 15 случаев не встретилось ни одного такого, чтобы точки разных групп (точки, соответствующие известным Irr II галактикам, и точки, соответствующие первоочередным кандидатам) одновременно показали хотя бы несколько похожее распределение.

В работе ([2]) состояние IrrII считается следствием одной из форм активности ядер этих галактик. Возможно, что ветви на диаграмме рис. 1, *в* представляют собой эволюционные треки за какой-то промежуток времени в жизни галактики. Если это так, то одной из возможных интерпретаций этого вида развития является следующая: продвижение галактик по этим трекам ожидается при таком проявлении активности ядра, когда оно освобождается от значительной части своей массы. При этом сама система расширяется, увеличивая свой диаметр. На первой ветви расположены галактики M 82, NGC 3656, 4433, 972, 520, 1275. Все они имеют высокую светимость. При продвижении вдоль этой ветви снизу наверх наблюдается быстрое увеличение диаметра галактики, потом рост диаметра прекращается и начинает возрастать светимость. Параллельно этой ветви расположены следующие первоочередные кандидаты в Irr II галактики: NGC 838, 835, 7727, 4038—39 и UGC 06602.

На средней ветви, которая у первоочередных кандидатов отсутствует, находятся галактики NGC 3077, 4691, 3067, 4753, 5363. По-видимому, ядра этих галактик пережили активность, когда абсолютная величина галактик была около -18^m5, затем произошло постепенное увеличение диаметра и светимости галактик. Изображения этих галактик на Паломарских картах имеют довольно нормальную форму. Все они имеют высокую поверхностную яркость.

На третьей ветви из известных Irr II галактик находятся NGC 5195, 5360, 2814, 3955, 2968, 3448. Эта ветвь начинается со значения абсолютной величины -16^m0 и простирается вдоль всей области, занимаемой диаграммой. У галактик этой ветви рост диаметра и рост светимости происходят намного медленнее, чем у галактик остальных ветвей. В эту группу входят галактики весьма разных светимостей и разных поверхностных яркостей. Из первоочередных кандидатов в эту группу входят галактики NGC 4438, 4293, 2993, 5506, 2992, 2146, 2936. Все эти галактики имеют разные светимости, но почти все — сравнительно невысокую поверхностную яркость.

Из соотношения абсолютная величина—линейный диаметр видно, что среди известных Irr II галактик и первоочередных кандидатов в Irr II галактики существуют в основном два типа: галактики, в ядрах которых активные процессы как будто еще не завершились, ядра потеряли значительную часть своей массы, что привело к сильному расширению этих систем, и галактики, в ядрах которых бурные процессы в основном закончились и в них идет вышеупомянутый процесс „проявления" галактики, когда светимость и диаметр галактики медленно растут за счет вновь образовавшегося звездного населения.

Соотношением абсолютная величина—линейный диаметр выявлен характер физического состояния, в котором находятся галактики типа Irr II. Соотношение же видимый блеск—угловой диаметр показывает еще одну сторону этого состояния. Окутанность пылью галактик—кандидатов в IrrII хорошо выражалась бы также на диаграмме видимый блеск—угловой диаметр, которая приводится на рис. 2, *а*. Эта зависимость для нормальных галактик из каталога Нильсона (4) приводится на рис. 2, *б*. Для ясности та же зависимость для тех же кандида-

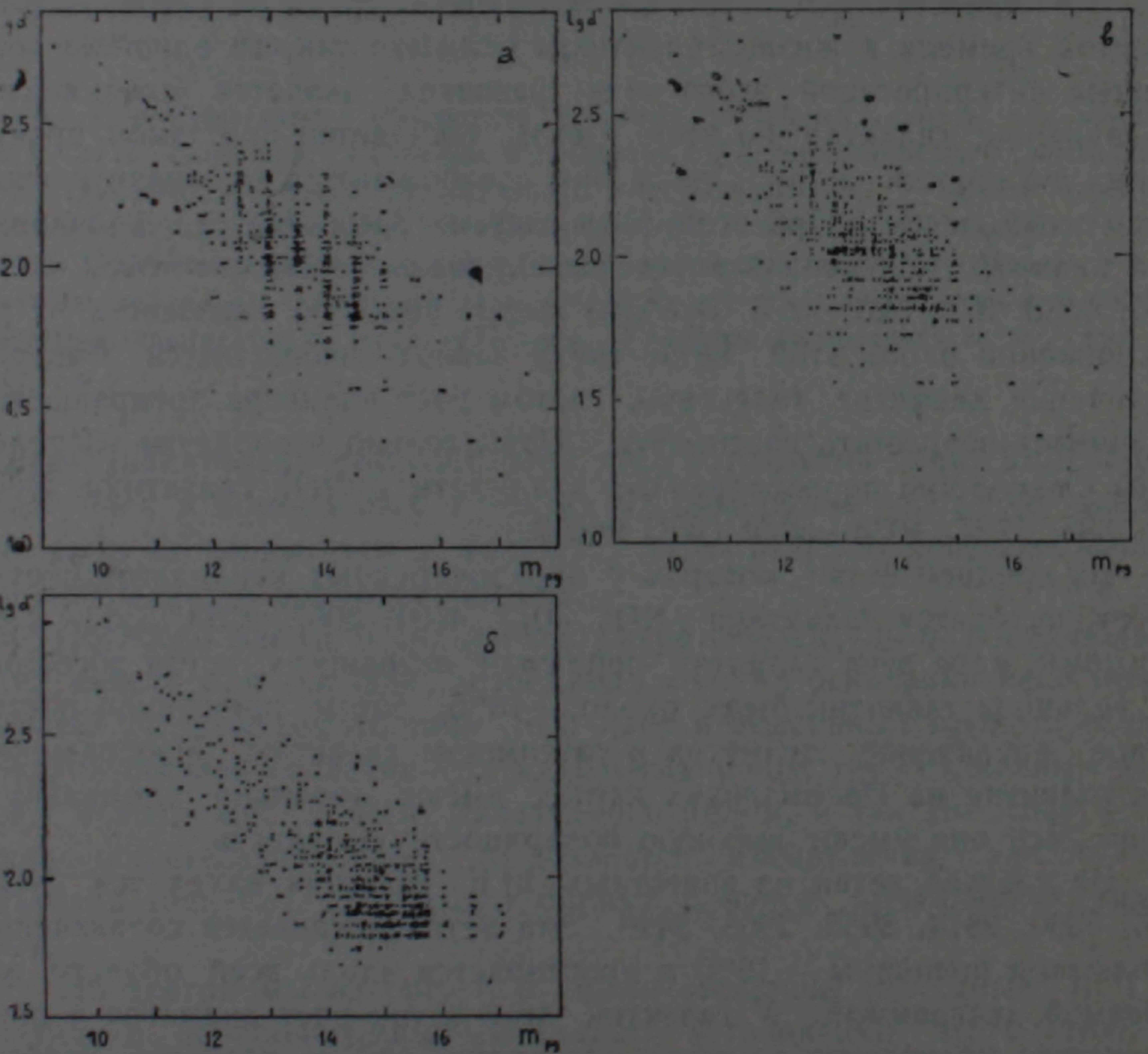

Рис. 2. *а*—Зависимость видимый блеск—угловой диаметр для кандидатов в IrrII галактики (*а*), для нормальных галактик (*б*) для кандидатов в Irr II галактики в случайно рассеянном виде точек (*в*)

тов в IrrII галактики приводится на рис. 2, *в*, где из-за тесных куч точек все точки диаграммы рис. 2, *а* были подвергнуты нами небольшому случайному рассеиванию. Из диаграммы видно, что для каждого значения m_{pg} у кандидатов в Irr II галактики $\lg d$ меняется в довольно широком диапазоне, чего нельзя сказать о нормальных галактиках из каталога Нильсона. Одним из объяснений этого факта может быть присутствие обильной пылевой материи, количество и объем которой с переходом от одной галактики к другой сильно меняется. Следует отметить, что при составлении диаграммы 2, *б* из каталога Нильсона

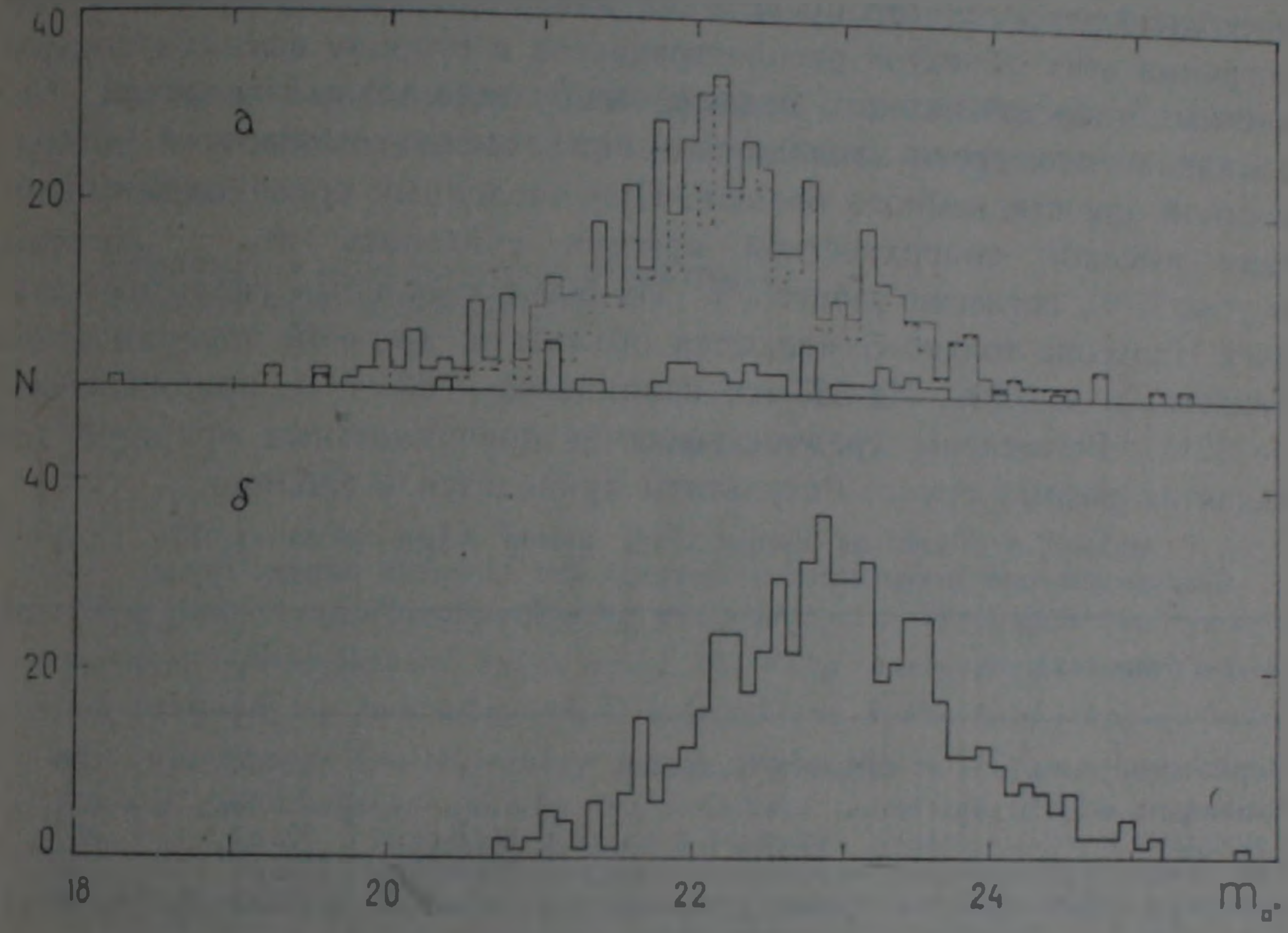

Рис. 3. Гистограмма поверхностных яркостей нормальных галактик (*а*), кандидатов в Irr II галактики (*б*) Тонкая сплошная линия—кандидаты в Irr II галактики, пунктирная линия—кандидаты в IrrII галактики, которые входят в каталог Нильсона, жирная линия—известные Irr II галактики и первоочередные кандидаты в Irr II

начиная с первой страницы брались все те галактики, морфологический тип и размеры которых были определенными. Нужно отметить также, что угловые размеры тех кандидатов в Irr II галактики, которые не содержатся в каталоге Нильсона, измерялись на снимках Паломарских карт. Проверка разностей между этими измерениями и данными Нильсона показазала, что в наших оценках угловые размеры в среднем занижены на 0'.25. Однако поправка эта не внесена в соответствующие значения из-за идентичности методик измерений угловых размеров у нас и у Нильсона.

Из диаграмм видно, что кандидаты в Irr II галактики представляют собой объекты более высокой поверхностной яркости, чем нормальные галактики. Резкий обрыв диаграммы рис. 2, *б* снизу, вдоль значения $\lg d$, равного 1.6, 1.7, по-видимому, объясняется избирательностью каталога Нильсона, куда уже не входят галактики, у которых $\lg d \leqslant 1.7$.

Для проверки того, действительно ли кандидаты в IrrII имеют более высокую поверхностную яркость, были составлены гистограммы значений этой величины. На рис. 3, *б* дается гистограмма для нормальных галактик из каталога Нильсона. На рис. 3, *а* даются соответственно гистограммы для выделенных кандидатов в IrrII (сплошная тонкая линия), для кандидатов в IrrII, входящих в каталог Нильсона (пунктирная линия), для известных IrrII галактик и первоочередных кандидатов в IrrII галактики (жирная линия). Как видно из гистограмм, максимумы для кандидатов в IrrII расположены несколько левее, в сторону высоких поверхностных яркостей, и гистограмма этих объектов распространяется в сторону высоких поверхностных яркостей намного дальше, чем у нормальных галактик. Нет сомнения, что среди кандидатов в IrrII объектов высокой поверхностной яркости намного больше. При численных сравнениях объектами высокой поверхностной яркости считались те, у которых $m_{\square''} \leqslant 21^m0$, согласно работе ([5]). Из 600 нормальных галактик каталога Нильсона только 5 являются объектами высокой поверхностной яркости, т. е. 0.8%. Из 533 же кандидатов —63, т. е. приблизительно 12%. Вычислены средние значения поверхностных яркостей для галактик разных групп. Результаты приводятся в таблице.

Средние значения поверхностных яркостей для галактик разных групп

Группы галактик	$\overline{m}_{\square''}$	n
Нормальные галактики из каталога Нильсона	22^m97	600
Кандидаты в IrrII галактики	22.43	533
Кандидаты в IrrII галактики, входящие в каталог Нильсона	22.43	397
Кандидаты в IrrII галактики, не входящие в каталог Нильсона	22.10	136
Известные IrrII галактики и первоочередные кандидаты в IrrII	22.47	46
Известные IrrII галактики и первоочередные кандидаты, входящие в каталог Нильсона	22.62	32
Известные IrrII галактики и первоочередные кандидаты, не входящие в каталог Нильсона	22.11	14

В первом столбце таблицы приводятся названия групп галактик, во втором — средняя поверхностная яркость для каждой группы и в третьем — число галактик, входящих в соответствующую группу. Как видно из таблицы, средние значения поверхностных яркостей тех галактик, которые входят в каталог Нильсона, в среднем на 0^m4 выше, чем у галактик, не входящих в этот каталог. Если внести эту поправку, то все равно с уверенностью можно сказать, что поверхностные яркости кандидатов в IrrII в среднем на 0^m5 ярче, чем у нормальных галактик.

Следует отметить, что при составлении гистограммы 3, *б* из каталога Нильсона брались нормальные галактики почти всех морфологических типов Хаббла. Гистограммы поверхностных яркостей для кандидатов в IrrII и для нормальных галактик в основном похожи друг на друга, с тем различием, что галактик высоких поверхностных яркостей среди кандидатов больше, чем среди нормальных галактик, и гистограммы для кандидатов в среднем на 0^m5 сдвинуты в сторону высоких поверхностных яркостей. Можно предположить, что в состояние IrrII галактики всех морфологических типов попадают в такой момент своей жизни, когда у них поверхностная яркость выше какого-то определенного среднего значения. В данном конкретном случае это значение равно 22^m5 с квадратной секунды. Для поздних спиралей оно несколько больше и равно 23^m0 (неопубликованные данные автора).

Все вышесказанное говорит в пользу предположения, сделанного в работах [2,6], что тип IrrII скорее представляет собой определенное физическое состояние галактик, чем определенный морфологический тип.

Автор выражает свою благодарность академику В. А. Амбарцумяну за ценные указания при выполнении и обсуждении настоящей работы.

Бюраканская астрофизическая обсерватория
Академии наук Армянской ССР

Ս. Գ. ԻՍԿՈՒԴԱՐՅԱՆ

Փայլ—տրամագիծ կապը IrrII տիպի օբյեկտների համար

Այս կապի ուսումնասիրությունը ցույց տվեց, որ IrrII վիճակում գտնվող օբյեկտները հիմնականում երկու տիպի են. մեկը՝ որոնց կորիզներում ակտիվ վիճակ է սկսվել ոչ վաղ անցյալում, և կորցնելով իրենց կորիզների զանգվածի մեծ մասը, այդ համակարգերը խիստ լայնացել են, և մյուսը՝ որոնց կորիզներում բուռն ակտիվ վիճակը հիմնականում ավարտվել է և այդ սիստեմներում գնում է գալակտիկայի «հայտածման» գործողությունը, երբ նրա լուսատվությունն ու տրամագիծը դանդաղ աճում են նոր ձևավորվող աստղային բնակչության հաշվին։

Ցույց է տրվում, որ IrrII վիճակում կարող են հայտնվել տարբեր մորֆոլոգիական տիպերի գալակտիկաներ, բայց համեմատաբար բարձր մակերևութային պայծառության, երբ $m_{\square''} < 22^m5$։

ЛИТЕРАТУРА—ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

[1] *С. Г. Искударян*, ДАН АрмССР, т. 67, № 2 (1978). [2] *С. Г. Искударян*, ДАН АрмССР, т. 68, № 3 (1979). [3] *M. L. Humason, N. U. Mayall, A. R. Sandage*, A. J., vol. 61, 97 (1956). [4] *P. Nilson*, Uppsala General Catalogue of Galaxies, Uppsala, 1973. [5] *М. А. Аракелян*, Сообщ. Бюраканской обс., вып. 47 (1975). [6] *С. Г. Искударян*, ДАН Арм ССР, т. 69, № 1 (1979).

ՀԱՅԿԱԿԱՆ ՍՍՀ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԿԱԴԵՄԻԱՅԻ ԶԵԿՈՒՅՑՆԵՐ
ДОКЛАДЫ АКАДЕМИИ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР

LXXIV 1982 5

УДК 612. 73+612.171

ФИЗИОЛОГИЯ

К. В. Казарян, А. С. Тираян

Влияние работы натриевого насоса на спонтанную биоэлектрическую активность гладкомышечных клеток taenia coli морской свинки

(Представлено чл.-корр. АН Армянской ССР С. А. Бакунцем 8/XII 1981)

Экспериментально установлена электрогенность натриевого насоса клеток гладкой мускулатуры taenia coli морской свинки [1,2]. Хотя роль натриевого насоса в генерации мембранного потенциала скелетных мышц и нервных волокон определена с большой достоверностью [3,4], сравнительно мало работ посвящено изучению этого вопроса для гладких мышц.

Клетки taenia coli морской свинки, как известно [5,6], характеризуются спонтанной активностью, состоящей из спайковых и медленноволновых изменений мембранного потенциала. Изучение участия насоса в генерации сложных изменений мембранного потенциала требует определенных условий, наиболее четко выявляющих электрогенность насоса, — удаления ионов калия из наружной среды, добавления оуабаина в среду и т. п. Исходя из этого в настоящей работе были предприняты попытки изучить влияние натриевого насоса на спонтанную электрическую активность гладкомышечных клеток (ГМК) taenia coli в указанных выше условиях. Учитывая малоизбирательность мембран ГМК, исследовали также специфичность натриевого насоса к ионам лития.

Опыты проводили на изолированных полосках taenia coli морской свинки. Толщина препаратов была около 0,5 мм, а длина 10—15 мм. Изолированные препараты выдерживали в нормальном растворе Кребса при температуре 36—37° в течение 0,5 ч, после чего помещали в соответствующие камеры „сахарозного мостика", сконструированного по Бергеру и Барру [7].

Через все отсеки сахарозной камеры с постоянной скоростью протекали растворы. Нормальный раствор Кребса, протекающий через средний отсек, имел следующий состав: $NaCl$—120,4; KCl—5,9; $NaHCO_3$—15,5; $MgCl_2$—1,2; NaH_2PO_4—1,2; глюкоза —1,5; $CaCl_2$—2,5 мМ на 1 литр дистиллированной воды. В бескалиевом растворе KCl замещен на $NaCl$, в растворе же с литием $NaCl$ замещен на $LiCl$. Растворы сахарозы и хлористого калия были изотоничны нормальному раствору Кребса. Все тестируемые растворы поддерживались при постоянной температуре около 36°.

Мембранные потенциалы отводили хлорсеребряными электродами.

В растворе Кребса была зарегистрирована типичная спайковая электрическая активность (рис. 1, *I*). На рисунке разряды импульсов имеют частоту 0,9 имп/сек и амплитуду 1,8 мв. Приведенная характерная кривая находится в согласии с данными литературы [5,6] и свидетельствует о сложной картине электрической активности, генерируемой на фоне медленных изменений мембранного потенциала.

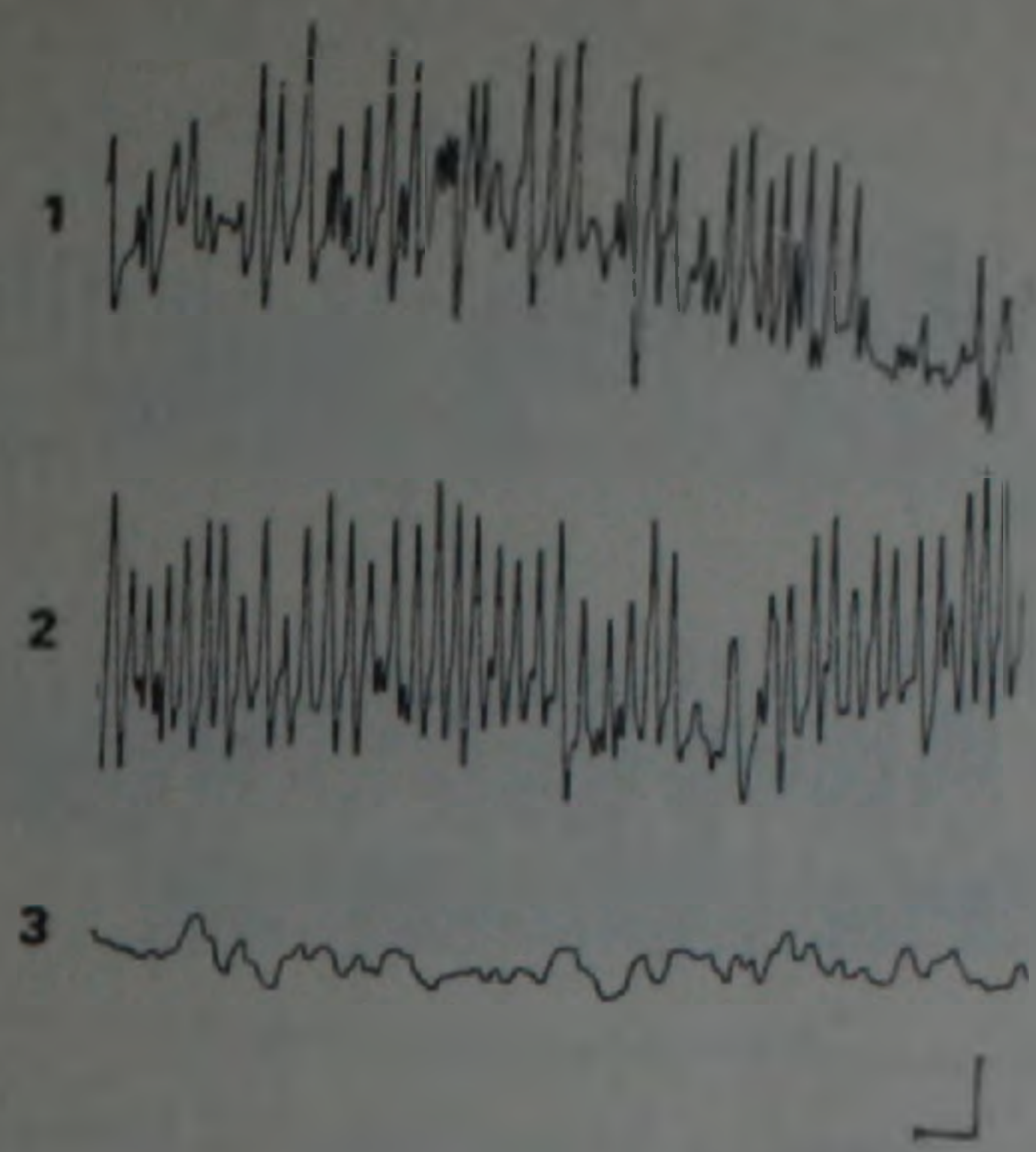

Рис. 1. Спонтанная биоэлектрическая активность taenia coli морской свинки при удалении ионов K в наружной среде: *1*—нормальный раствор Кребса; *2*—бескалиевый раствор; *3*—нормальный раствор Кребса. Калибровка: 1 мв, 10 сек

При удалении ионов калия из наружной среды сразу же меняется активность мышц во всех исследуемых препаратах и наблюдается увеличение частоты разрядов (рис. 1, *2*). Если в растворе Кребса наблюдались изменения мембранного потенциала с менее регулярными разрядами импульсов, то в бескалиевом растворе активность становится более четкой и ритмичной с амплитудой 2,3 мв, к тому же генерируется на относительно стабильном фоне. После переключения же бескалиевого раствора на раствор Кребса сразу имело место полное исчезновение активности, которая, как правило, восстанавливалась через 40 мин (рис. 1, *3*).

Учитывая наличие электрогенного насоса в taenia coli, данный результат можно объяснить блокированием работы насоса при переносе мышц в бескалиевый раствор и в связи с этим деполяризацией мембраны. Удаление ионов K из внешней среды, как известно, угнетает активный выход ионов Na из клетки и способствует его пассивному входу.

На основании результатов ряда авторов [8,9], указывающих на быстрый обмен Na^+, мы вправе предполагать, что через 40 мин клетки, достаточно обогащенные ионами Na, при добавлении в среду K^+ должны резко гиперполяризоваться в течение определенного времени и стать невозбудимыми. В пользу этого свидетельствуют также данные Бюльбринг с соавторами [10,11], которые показали торможение активности в taenia coli при повышении интенсивности тканевого обмена, влекущем за собой гиперполяризацию мембраны.

В наших опытах возвращение электрической активности к нормальной наблюдалось через 40—50 мин, т. е. в результате восстановления обычного режима работы насоса, ответственного, по-видимому, за колебания мембранного потенциала. Это достаточно четко было показано для ГМК двенадцатиперстной кишки ([12]).

Добавление оуабаина (10^{-5}М) вызывало эффект, подобный тому, который представлен на рис. 1, *2*, и при этом частота спайковых разрядов становилась больше (рис. 2, *2*). Если при нормальной элек-

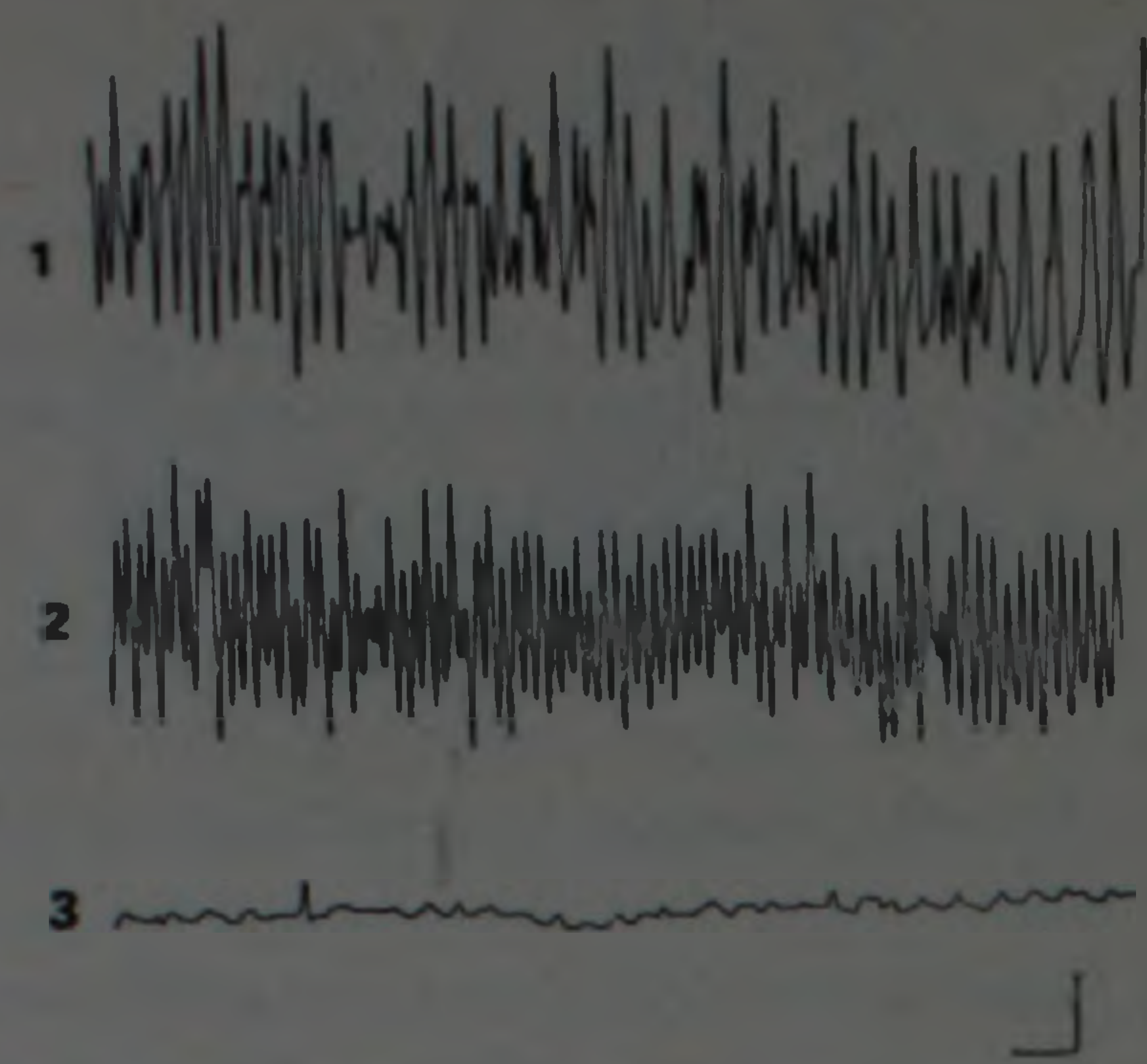

Рис. 2. Действие оуабаина на спонтанную активность: *1*—нормальный раствор Кребса; *2*—добавление оуабаина в раствор Кребса; *3*—нормальный раствор Кребса. Калибровка: 1 мв, 10 сек.

трической активности в растворе Кребса наблюдалось постепенное нарастание амплитуд пиков до полного потенциала действия, то в растворе с оуабаином активность мыщц представляет собой лишь четкие потенциалы действия, со средней амплитудой 1,8мв.

Подобное действие бескалиевого раствора и раствора Кребса с оуабаином подтверждает наличие электрогенной помпы в ГМК taenia coli, что, возможно, является одной из причин нестабильного мембранного потенциала, на фоне которого генерируются потенциалы действия.

Ионы лития, как известно, являются удобным заменителем ионов Na для импульсных разрядов нейронов ([13]). Они, имея меньший кристаллический радиус, чем ионы Na, свободно перемещаются по натриевым каналам. Аналогичная роль ионов Li для поддержания электрической активности ГМК taenia coli морской свинки была выявлена при замене NaCl на LiCl в наружном растворе. Как видно из рис. 3, во всех исследуемых препаратах электрическая активность становится более четкой и регулярной, что можно объяснить внезапной деполяризацией мембраны.

Данный эффект более наглядно проявляется для полосок с высокой частотой спонтанной активности. Если в течение 15—20 мин после замены NaCl на LiCl чувствуются периодические изменения фонового потенциала (рис. 3, *2*), то через 20—25 мин спайки генерируются на более стабильном фоне (рис. 3, *3*) и остаются постоянными по величине (1,3 мв), меньшей по сравнению с раствором Кребса.

При замене в наружной среде Na на Li спонтанно активные мышцы, подобные taenia coli, накапливают ионы Li. Согласно данным

Кастилса и соавторов ([14]) минут через тридцать в указанных условиях практически в мышцах отсутствуют ионы Na. В наших же опытах в течение этого промежутка времени наблюдалось постепенное исчезновение флюктуаций мембранного потенциала. Учитывая это обстоятельство, а также связывая флюктуации фонового потенциала с работой насоса, полученные нами данные могут служить доказатель-

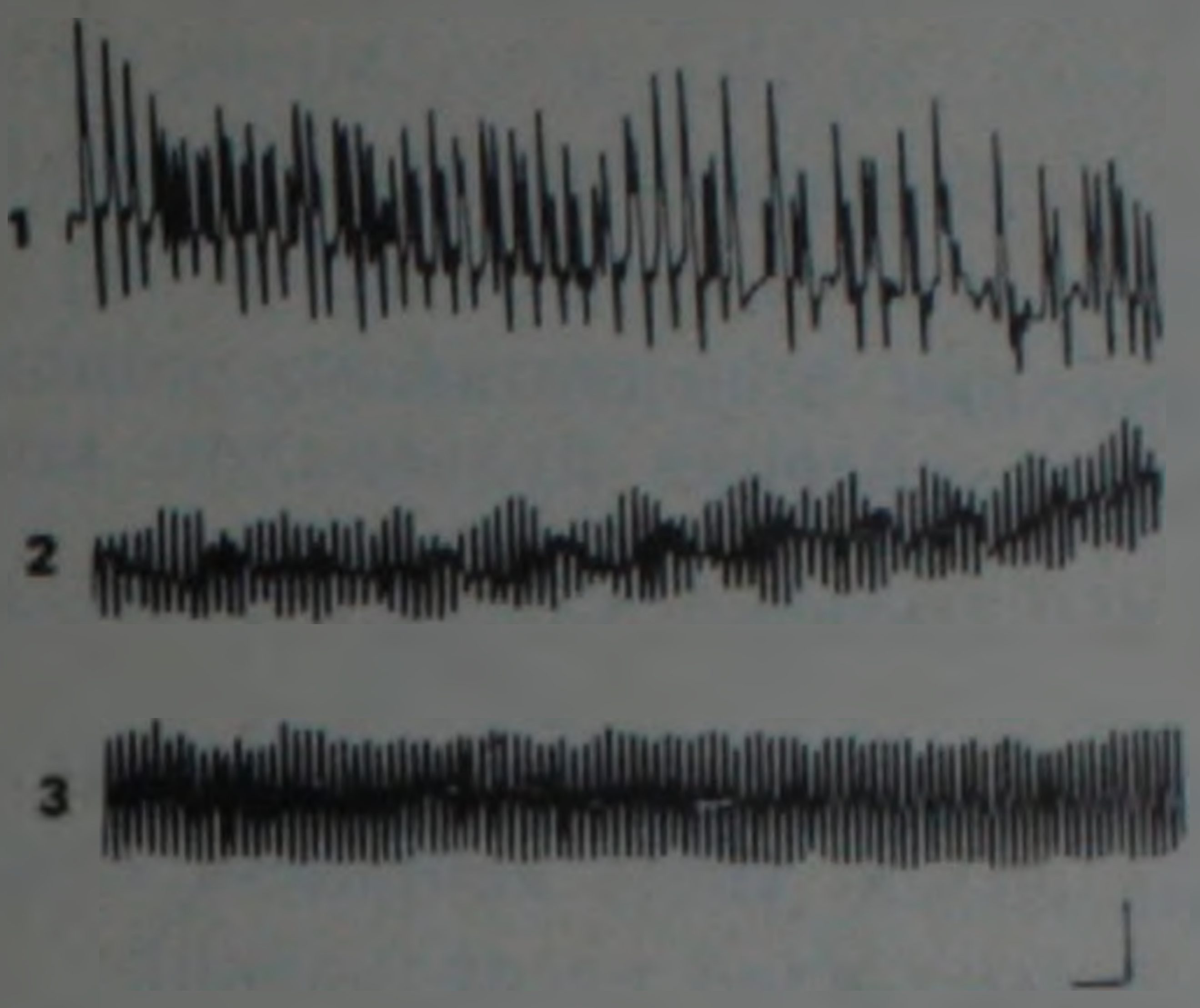

Рис. 3. Влияние ионов Li на спонтанную активность: *1*—нормальный раствор Кребса; *2*—литиевый раствор через 15—20 мин; *3*—литиевый раствор через 20—25 мин Калибровка: 1 мв, 10 сек

ством специфичности насоса к ионам Na, как это было показано для поперечнополосатых мышц ([13]).

Таким образом, изложенные выше данные подтверждают допущение об участии насоса в генерации спонтанной активности ГМК taenia coli морской свинки.

Институт физиологии им Л. А. Орбели Академии наук Армянской ССР

Ք. Վ. ՂԱԶԱՐՅԱՆ, Ա. Ս. ՏԻՐԱՅԱՆ

Նատրիումական պոմպի ազդեցությունը ծովախոզուկների հաստ աղիքի հարթ մկանների ինքնաբուխ ակտիվության գեներացիայի վրա

Սախարոզային կամրջակի մեթոդով ուսումնասիրվել է նատրիումական պոմպի ազդեցությունը ծովախոզուկների հաստ աղիքի հարթ մկանների մեկուսացված պրեպարատների ինքնաբուխ էլեկտրական ակտիվության վրա։ Ստացված տվյալները հաստատում են պոմպի հնարավոր մասնակցությունը ինքնաբուխ էլեկտրական ակտիվության առաջացման պրոցեսում։ Ցույց է տրված նաև պոմպի սպեցիֆիկությունը նատրիումի իոնների նկատմամբ, ինչպես այդ հաստատված է միջաձիգ-զոլավոր մկանների մոտ։

ЛИТЕРАТУРА—ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

¹ *R. Casteels, G. Droogmans, H. Hendricks*, J. Physiol., vol. 217, № 2 (1971). ² *T. Tomita, T. Jamamoto*, J. Physiol., vol. 212, № 3 (1971). ³ *R. P. Kernan*, Nature, vol. 193 (1962). ⁴ *G. A. Kerkut, R. C. Thomas*, Comp. Biochem. Physiol., vol. 14 (1965). ⁵ *E. Bülbring, G. Burnstock, M. E. Holman*, J. Physiol., vol. 142, № 2 (1958). ⁶ *M. E. Holman*, J. Physiol., vol. 141, № 2 (1958). ⁷ *W. Berger, L. Barr*, J. Appl. Physiol., vol. 26, № 3 (1969). ⁸ *P. J. Goodford, K. Hermansen*, J. Physiol. vol. 158, № 2 (1961). ⁹ *R. P. Durbin, R. R. Monson*, Federation Proc., vol. 20, № 1 (1961). ¹⁰ *J. Axelsson, E. Bueding, E. Bülbring*, J. Physiol. vol. 156, № 2 (1961). ¹¹ *J. Axelsson, E. Bülbring*, J. Physiol. vol. 156, № 2 (1961). ¹² *J. A. Connor, C. J. Prosser, W. A. Weems*, J. Physiol., vol. 240, № 3, (1974). ¹³ *R. P. Kernan*, In: Membranes and Ion transport, vol. 1, 1970. ¹⁴ *R. Casteels, G. Droogmans, H. Hendricks*, J. Physiol., vol. 228, № 3 (1973).

ՀԱՅԿԱԿԱՆ ՍՍՀ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԿԱԴԵՄԻԱՅԻ ԶԵԿՈՒՅՑՆԵՐ
ДОКЛАДЫ АКАДЕМИИ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР

LXXIV 1982 5

УДК 612 84

ФИЗИОЛОГИЯ

А. А. Экимян, Б. А. Арутюнян-Козак

Пространственная суммация в рецептивных полях зрительно-чувствительных нейронов пульвинара кошки

(Представлено чл.-корр. АН Армянской ССР О. Г. Баклаваджяном 18/XII 1981)

В настоящее время вопрос пространственной суммации наиболее изучен в рецептивных полях (РП) нейронов геникулостриарной системы [1-10] и сравнительно мало исследований, посвященных изучению этого вопроса в экстрагеникулатных зрительных структурах. Между тем этот вопрос является одним из важных вопросов в нейрофизиологии, так как лежит в основе механизмов, формирующих интегративную деятельность нервной системы. С этой точки зрения представляет интерес изучение пространственной суммации в РП зрительно-чувствительных нейронов пульвинара, характеризующихся сложным афферентным входом. Особенно интересно рассмотрение проблемы суммации в отношении разных типов клеток, обнаруженных в пульвинаре кошки [11].

Опыты проведены на 30 кошках. Техника операции и методика регистрации внеклеточных потенциалов действия одиночных нейронов описаны в предыдущем сообщении [11]. Границы РП нейронов определялись сначала черными стимулами на экране периметра, затем производилось раздражение поверхности РП стационарными стимулами разной величины (светлые пятна 1—20°), располагающимися в центре РП и имеющими постоянную оптимальную интенсивность освещения (2, 5—5 лк). Фоновое освещение составило 0, 5—1 лк.

Исследованы РП 75 зрительно-чувствительных нейронов пульвинара. Согласно ответам на станционарный стимул нейроны были распределены на три основные группы: 49% составили ON—OFF нейроны, 37%—OFF нейроны, а 14%—ON нейроны.

При исследовании пространственной суммации в РП ON—OFF нейронов (37 из 75) оказалось, что у 35% нейронов не наблюдалось увеличения числа разрядов в ответе при увеличении величны стимула. 25% нейронов этой группы характеризовались изменением числа разрядов в ON компоненте ON—OFF ответа при увеличении размера стационарного пятна. Как видно из рис. 1, *A*, увеличение диаметра стимула от 1 до 4° приводит к резкому увеличению числа разрядов в ON компоненте ответа, по мере увеличения размера стимула число разрядов в ответе уменьшается. Что же касается OFF ответа, то увеличение стимула не вносит каких-либо существенных изменений и число разрядов остается постоянным. Как показали опыты, в РП этой группы нейронов зона суммации, находящаяся в центре РП, обнаруживается лишь для ON ответов; периферия же РП оказывает на эти ответы тормозное действие, зона суммации колеблется в пределах 2—7°, а тормозная зона начинает выявляться при величине стимула 5—8°.

Обратная картина наблюдается у остальных 40% ON—OFF нейронов, в РП которых при увеличении размера стимула не наблюдалось увеличения числа разрядов в ON ответах, в то время как число разрядов в OFF ответах резко возрастало (рис. 1, *Б*). Интересно отметить, что число разрядов в OFF ответе у данного нейрона (рис *Б*) резко возрастало при достижении величины стимула до 4° и

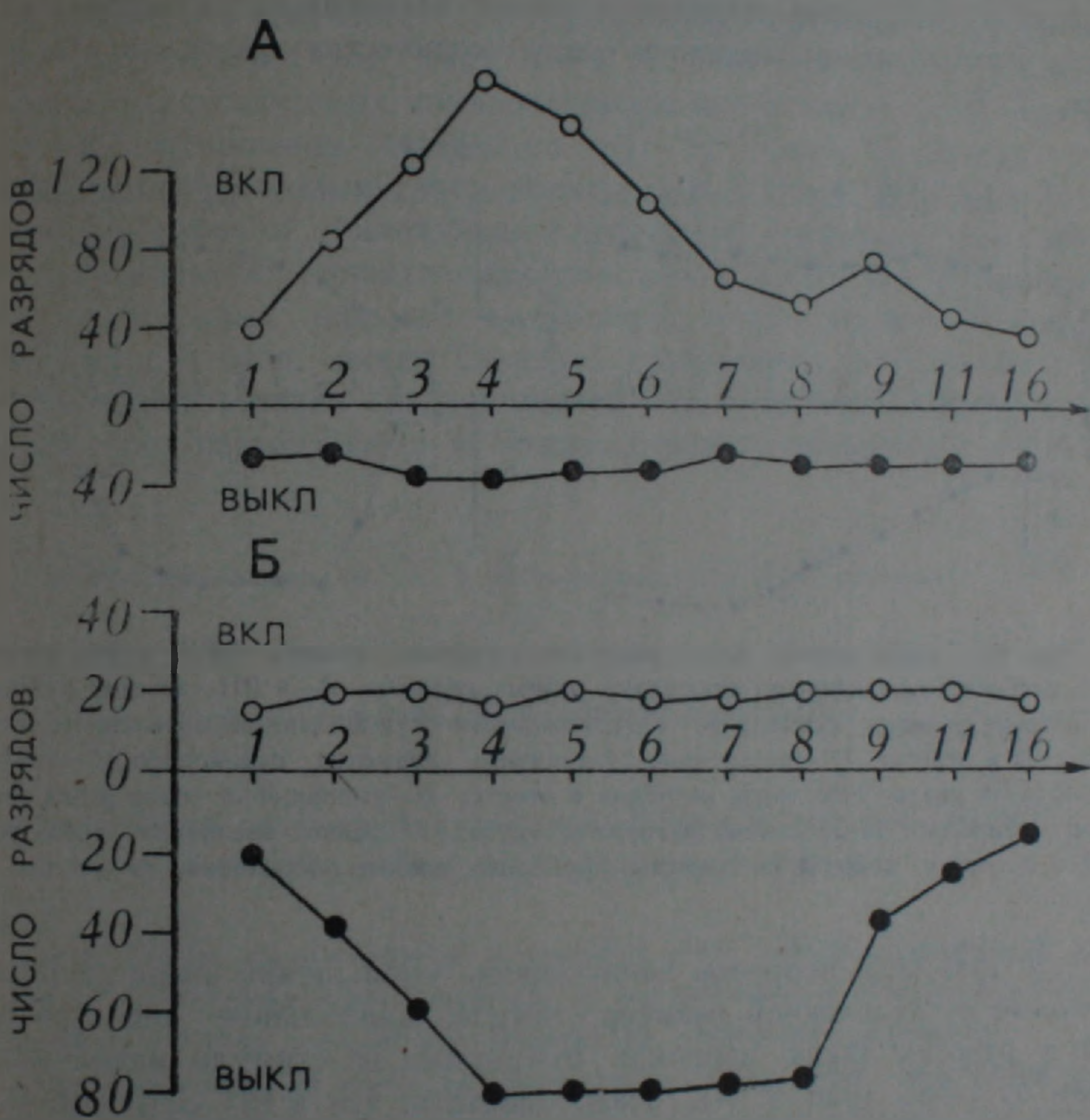

Рис. 1. Распределение числа разрядов в ответах двух ON—OFF нейронов на раздражение стационарными стимулами разных величин. *А*—увеличение числа разрядов в ON компоненте ON—OFF ответа нейрона с увеличением размера стимула до 4°, дальнейшее увеличение размера стимула вызывает уменьшение числа разрядов; в OFF компоненте ответа число разрядов существенно не меняется; *Б*—увеличение числа разрядов в OFF компоненте ON—OFF ответа с увеличением размера стимула; число разрядов в ON компоненте ответа колеблется в незначительных пределах. По оси абсцисс — величина стимула в градусах, по оси ординат — число разрядов на включение (вкл) и выключение (выкл) света

такой ответ без существенных изменений регистрировался на стимулы 5—8°, дальнейшее увеличение размера стимула приводило к уменьшению числа разрядов. Можно предположить, что РП таких нейронов характеризуются довольно сложным строением: при отсутствии на поверхности РП каких-либо признаков пространственной суммации для ON ответов имеется определенная зона суммации для OFF ответов (величиной от 3—4 до 7—8°), окруженная тормозной зоной (в пределах 9—16°).

Из 75 исследованных нейронов пульвинара 28 реагировали на выключение стационарного стимула (OFF нейроны). У большинства (45%) нейронов этой группы не наблюдалось увеличения числа разрядов в ответе нейрона при увеличении размера стимула (рис. 2, *А*). У 30% нейронов этой группы по мере увеличения размера стимула увеличивалось число разрядов в ответе, дальнейшее увеличение размера стимула не приводило к спаду количества разрядов в ответе (рис. 2, *Б*).

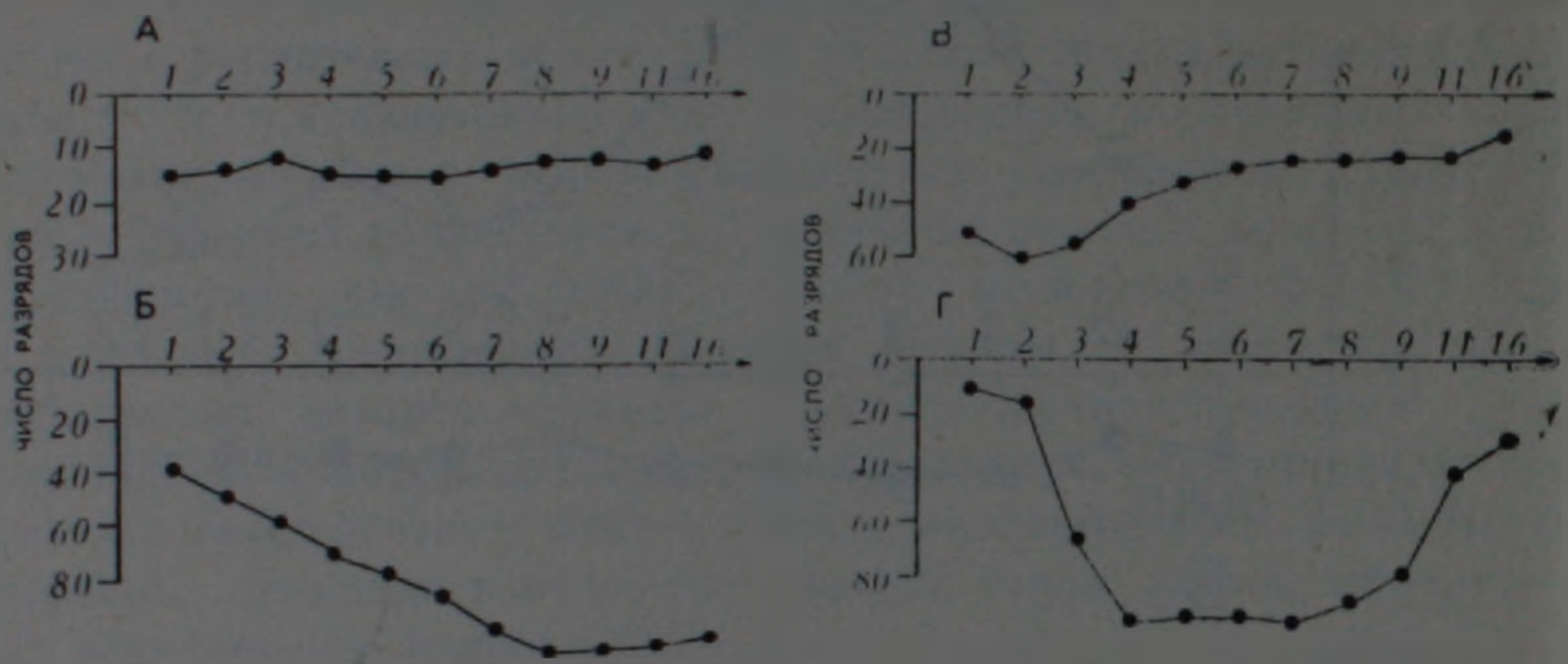

Рис. 2. Распределение числа разрядов в ответах четырех OFF нейронов при раздражении стационарными стимулами разных величин. *А*—в РП данного нейрона увеличение размера стимула не сопровождается существенным изменением числа разрядов в ответе; *Б*—постепенное увеличение диаметра стационарного стимула приводит к увеличению числа разрядов в ответе; *В*—уменьшение числа разрядов в ответе нейрона с увеличением размера стимула; *Г*—резкое увеличение числа разрядов в ответе нейрона на стимулы 3—9°. Остальные обозначения те же, что на рис. 1

У 15% OFF нейронов наблюдалось уменьшение числа разрядов в ответе с увеличением размера стимула, наибольшее число разрядов в ответах таких нейронов отмечалось на стимулы малой величины от 1—3° (рис. 2, *В*). Надо отметить, что в РП нейронов этой группы имеется довольно маленькая зона суммации, составляющая примерно 1—4° в центре РП. Дальнейшее увеличение стимула приводит к значительному снижению числа разрядов в ответах. РП таких нейронов характеризуются маленьким разрядным центром, окруженным довольно большой зоной торможения

Особенно интересным оказалось исследование РП 10% нейронов, характеризующихся увеличением числа разрядов в ответах при определенной величине стимула от 1 до 4° (рис. 2, *Г*). Дальнейшее увеличение размера стимула (5—9°) не вносило существенных изменений в ответ нейрона, однако при величине стимула 11 и 16° наблюдалось резкое увеличение числа разрядов в ответе. Если представить организацию РП таких нейронов, то можно полагать, что они состоят из довольно большой зоны суммации, замыкающейся с обеих сторон двумя тормозными зонами.

В целом результаты проведенных экспериментов показали большую чувствительность нейронов пульвинара к размерам зрительного стимула, а также выявили, что в РП нейронов данной структуры имеют место довольно сложные и многообразные процессы пространственной суммации. Важно отметить, что в отличие от нейронов геникулостриарного пути, в РП которых наблюдается процесс пространственной суммации, в РП определенной части нейронов пульвинара вообще не отмечается пространственная суммация. Особый интерес представляет тот факт, что в РП ON—OFF типов процессы суммации для отдельных компонентов сложного ответа клетки могут протекать совершенно независимо друг от друга; очевидно, это связано с определенным типом конвергенции ON и OFF элементов на данные нейроны. Разнообразие процессов суммации в РП нейронов пульвинара подтверждает предположение о том, что РП зрительно-чувствительных нейронов пульвинара, одного из звеньев экстрагеникулатного пути, имеют сложную организацию, обусловленную в определенной степени конвергенцией многочисленных афферентых входов, поступающих сюда от разных структур зрительного анализатора.

Институт физиологии им. Л. А. Орбели Академии наук Армянской ССР

Ա. Ա. ՀԵՔԻՄՅԱՆ, Բ. Ա. ՀԱՐՈՒԹՅՈՒՆՅԱՆ-ԿՈԶԱԿ

Տարածական սումացիան կատվի պուլվինարի տեսողական զգայուն նեյրոնների ռեցեպտիվ դաշտերում

Սուր փորձի պայմաններում կատուների մոտ միկրոէլեկտրոդային գրանցման օգնությամբ ուսումնասիրվել են տարածական սումացիայի առանձնահատկությունները պուլվինարի նեյրոնների ռեցեպտիվ դաշտերում։

Փորձերը ցույց են տվել, որ հետազոտված որոշ խմբի նեյրոնների ռեցեպտիվ դաշտերում առկա է տարածական սումացիայի պրոցեսը, որը ապացույց է այն բանի, որ տվյալ նեյրոնները մասնակցում են տեսողական ինֆորմացիայի մշակման ժամանակ տեղի ունեցող ինտեգրատիվ պրոցեսներին։ Պուլվինարի որոշ նեյրոնները ընդհանրապես զուրկ են սումացիոն հատկություններից։

Տարածական սումացիայի բազմազանությունը պուլվինարի նեյրոնների ռեցեպտիվ դաշտերում հաստատում է այն ենթադրությունը, որ այդ գոյացության նեյրոնների ռեցեպտիվ դաշտերը ունեն բարդ կառուցվածք, որը հավանաբար պայմանավորված է տարբեր աֆերենտ մուտքերի փոխազդեցությամբ տվյալ տեսողական կենտրոնում։

ЛИТЕРАТУРА — ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

[1] *В. Д. Глезер, И. И. Цукерман,* Информация и зрение, Изд. АН СССР, Л. (1961). [2] *В. Д. Глезер, Н. Б. Костелянец,* Биофизика, т. 6, вып. 6 (1961). [3] *S. W. Kuffler,* J. Neurophysiol., vol. 16, № 1. (1953). [4] *C. Enroth-Cugell, J. G. Robson,* J. Physiol., vol. 187, № 3 (1966). [5] *O. D. Creutzfeldt, B. Sakmann, H. Scheirch, A. Korn,* J. Neurophysiol., vol. 28, № 5 (1970). [6] *H. B. Barlow,* J. Physiol., vol 119, № 1 (1953). [7] *J. A. Movshon, I. D. Thompson, D. J. Tolhurst,* J. Physiol., vol. 283, № 1 (1978). [8] *A. M. Derrington, A. F. Fuchs,* J. Physiol., vol. 293, № 3 (1979). [9] *J. Stone, M. Fabian,* Vis. Res., vol. 8, № 10 (1968). [10] *R. M. Shapley S. Hochstein,* Nature, vol. 256, 411—413 (1975). [11] *А. А. Экимян, Г. Г. Григорян, Б. А. Арутюнян-Козак,* Физиол. журн. СССР, т. 65, №2 (1979).

ԲՈՎԱՆԴԱԿՈՒԹՅՈՒՆ LXXIV հատորի

Էջ

ՄԱԹԵՄԱՏԻԿԱ

ՄԵԽԱՆԻԿԱ

ՇԻՆԱՐԱՐԱԿԱՆ ՄԵԽԱՆԻԿԱ

ԱՌԱՁԳԱԿԱՆՈՒԹՅԱՆ ՏԵՍՈՒԹՅՈՒՆ

ՍՈՂՔԻ ՏԵՍՈՒԹՅՈՒՆ

ՖԻԶԻԿԱ

ԱՍՏՂԱՖԻԶԻԿԱ

ԳԵՈՖԻԶԻԿԱ

ԻՆԺԵՆԵՐԱՅԻՆ ՍԵՅՍՄՈԼՈԳԻԱ

ՍԵՅՍՄՈԼՈԳԻԱ

ՖԻԶԻԿԱԿԱՆ ՔԻՄԻԱ

ՕՐԳԱՆԱԿԱՆ ՔԻՄԻԱ

ՄԻՋԱՏԱԲԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

ԲԺՇԿԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

ՖԻԶԻՈԼՈԳԻԱ

СОДЕРЖАНИЕ LXXIV тома

ТЕОРИЯ ПОЛЗУЧЕСТИ

ФИЗИКА

АСТРОФИЗИКА

ГЕОФИЗИКА

ИНЖЕНЕРНАЯ СЕЙСМОЛОГИЯ

СЕЙСМОЛОГИЯ

ФИЗИЧЕСКАЯ ХИМИЯ

ОРГАНИЧЕСКАЯ ХИМИЯ

ЭНТОМОЛОГИЯ

МЕДИЦИНА

ФИЗИОЛОГИЯ

CONTENTS of volume LXXIV

THEORY OF GREEP

ASTROPHYSICS

GEOPHYSICS

APPLIED SEISMOLOGY

SEISMOLOGY

PHYSICAL CHEMISTRY

ORGANIC CHEMISTRY

ENTOMOLOGY

MEDICINE

PHYSIOLOGY