

ՀԱՅԿՍՏԱՆԻ ՍՍՀ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԿԱԴԵՄԻԱ
 АКАДЕМИЯ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР

Զ Ե Կ Ո Ւ Յ Ց Ն Ե Ր
 Д О К Л А Д Ы

LXIX, № 4

1979

Խմբագրական կոլեգիա

Գ. Ա. ԱՐՉՈՒՄԱՆՅԱՆ, տեխն. գիտ. բեկնածու (պատ. ֆաբրիկար), Է. Գ. ԱՖՐԻԿՅԱՆ, ՀՍՍՀ ԳԱ րդրակից-անդամ, Ա. Թ. ԲԱԲԱՅԱՆ, ՀՍՍՀ ԳԱ ակադեմիկոս, Հ. Խ. ԲՈՒՆՅԱՆ, ՀՍՍՀ ԳԱ ակադեմիկոս, Ա. Ա. ԹԱԼԱԼՅԱՆ, ՀՍՍՀ ԳԱ րդրակից-անդամ, Վ. Մ. ԹԱՌԱՅԱՆ, ՀՍՍՀ ԳԱ րդրակից-անդամ, Վ. Հ. ՀԱՄԲԱՐՉՈՒՄՅԱՆ, ակադեմիկոս, Վ. Հ. ՂԱԶԱՐՅԱՆ, ՀՍՍՀ ԳԱ ակադեմիկոս (պատ. խմբագրի տեղակալ), Հ. Գ. ՄԱՂԱՔՅԱՆ, ՀՍՍՀ ԳԱ ակադեմիկոս, Ա. Գ. ՆԱԶԱՐՈՎ, ՀՍՍՀ ԳԱ ակադեմիկոս (պատ. խմբագիր), Գ. Ս. ՍԱՀԱԿՅԱՆ, ՀՍՍՀ ԳԱ րդրակից-անդամ, Օ. Մ. ՍԱՊՈՆՉՅԱՆ, ՀՍՍՀ ԳԱ րդրակից-անդամ, Մ. Լ. ՏԵՐ-ՄԻՔԱՅԵԼՅԱՆ, ՀՍՍՀ ԳԱ րդրակից-անդամ, Վ. Բ. ՖԱՆԱՐՉՅԱՆ, ՀՍՍՀ ԳԱ րդրակից-անդամ:

Редакционная коллегия

В. А. АМБАРЦУМЯН, академик, Г. А. АРЗУМАНЯН, канд. техн. наук (отв. секретарь), Э. Г. АФРИКЯН, чл.-корр. АН АрмССР, А. Т. БАБАЯН, академик АН АрмССР, Г. Х. БУНЯТЯН, академик АН АрмССР, В. О. КАЗАРЯН, академик АН АрмССР (зам. отв. редактора), И. Г. МАГАКЬЯН, академик АН АрмССР, А. Г. НАЗАРОВ, академик АН АрмССР (отв. редактор), Г. С. СААКЯН, чл.-корр. АН АрмССР, О. М. САПОНДЖЯН, чл.-корр. АН АрмССР, А. А. ТАЛАЛЯН, чл.-корр. АН АрмССР, В. М. ТАРАЯН, чл.-корр. АН АрмССР, М. Л. ТЕР-МИКАЕЛЯН, чл.-корр. АН АрмССР, В. В. ФАНАРДЖЯН, чл.-корр. АН АрмССР.

Բ Ո Վ Ա Ն Դ Ա Կ Ո Ւ Թ Յ Ո Ւ Ն

էջ

ՄԱԹԵՄԱՏԻԿԱ

Գ. Գ. Ասատրյան, Ի. Ա. Սաֆարյան—Բաշխման ֆունկցիաներ, որոնց հանդեպ կարգային շափանիշը լուկալ ամենահզորն է 193

Վ. Վ. Ոսկանյան—Բանախի տարածությունների մեծագույն և փոքրագույն \otimes -նորմերի մասին 193

Շ. Ն. Սահակյան—Սեղմումների ներկայացման թեորիայի և նրանց խարակտերիստիկ ֆունկցիաների մասին 205

Ա. Ս. Մաշուրյան—Նախնական սեկուրսիվ ֆունկցիաների մի դասի մասին 209

ԿԻՐԱՌԱԿԱՆ ՄԱԹԵՄԱՏԻԿԱ

Ա. Ա. Բաբաջանյան—Որոշումների ընդունման մարկովյան պրոցեսների պայմանական խոշորացումը և օպտիմալ ստրատեգիան գտնելու ալգորիթմը 213

ՖԻԶԻԿԱ

Տ. Ս. Զոյյան—Կիսահաղորդիչ-մետաղ անցումը օբսիդային կիսահաղորդչային համաձուլվածքներում 217

ԱՍՏՂԱՖԻԶԻԿԱ

Ռ. Հ. Սարյան, Լ. Ա. Թադևոսյան—Թվային մեթոդների կիրառությունը Մարգարյան 372 դայակտիկայի առաքման սպեկտրում թույլ մանրամասնություններ հայտնաբերելու համար 222

ԻՆՓԵՆԵՐԱՅԻՆ ՍԵՅՍՄՈՂՈԳԻԱ

Ռ. Հ. Համասյան, Գ. Հ. Համբարձումյան—Սեյսմիկ պրոցեսների մոդելացման հավանական մոտեցման մասին 229

ԲԻՈՔԻՄԻԱ

Ջ. Վ. Ղարիբյան, Հ. Մ. Ստեփանյան, Ի. Ս. Դանիելյան, Յու. Ս. Բաբայան, Բ. Տ. Ղարիբջանյան, Վ. Մ. Ասլանյան—Գնթ-ի հատկությունների և կառուցվածքի համեմատական ուսումնասիրությունը որոշ փորձնական ուսուցքներում 236

Հ. Խ. Բունյարյան, Վ. Ս. Հովհաննիսյան, Լ. Լ. Բաղալյան—Առնետների երիկամների ցիտոպլազմատիկ ֆոսֆատկախյալ գլուտամինազայի իզոֆերմենտը 243

ԲՈՒՅՍԵՐԻ ՖԻԶԻՈՂՈԳԻԱ

Վ. Հ. Ղազարյան, Ն. Ի. Քոչարյան—Բույսերի ազոտային փոխանակության վրա լույսի որակի ազդեցության մասին 245

ՖԻԶԻՈՂՈԳԻԱ

Գ. Կ. Խաչվանյան, Կ. Գ. Խաչանով, Բ. Ա. Հաբուրյունյան—Կոզակ—Ուղղադիժ կազմակերպված նեյրոնային կոմպլեքսները Կլեր-Բիշոպի ասոցիատիվ կեղևում 251

СОДЕРЖАНИЕ

МАТЕМАТИКА

- Д. Г. Асатрян, И. А. Сафарян* — О функциях распределения, при которых ранговый критерий является локально наиболее мощным 193
- В. В. Восканян* — О наибольшей и наименьшей \otimes -нормах тензорных произведений банаховых пространств 198
- Ш. Н. Саакян* — К теории представления сжатий и их характеристических функций 205
- А. С. Машурян* — Об одном классе примитивно рекурсивных функций 209

ПРИКЛАДНАЯ МАТЕМАТИКА

- А. А. Бабаджанян* — Условное укрупнение марковских процессов принятия решений и алгоритм нахождения оптимальной стратегии 213

ФИЗИКА

- Т. С. Золян* — Переход полупроводник-металл в оксидных полупроводниковых расплавах 217

АСТРОФИЗИКА

- Р. А. Саркисян, Л. А. Татевосян* — Применение цифровых методов для выявления слабых деталей в эмиссионном спектре галактики Маркарян 372 222

ИНЖЕНЕРНАЯ СЕЙСМОЛОГИЯ

- Р. О. Амасян, Г. Г. Амбарцумян* — К вероятностному подходу моделирования сейсмических процессов 229

БИОХИМИЯ

- Дж. В. Гарибян, Г. М. Степанян, И. С. Даниелян, Ю. С. Бабаян, Б. Т. Гарибджанян, В. М. Асланян* — Сравнительное изучение структуры и свойств ДНК некоторых экспериментальных опухолей 236
- Г. Х. Бунятян, В. С. Оганесян, Л. Л. Бадалян* — Изозим фосфатзависимой глутаминазы цитоплазмы почек крыс 243

ФИЗИОЛОГИЯ РАСТЕНИЙ

- В. О. Казарян, Н. И. Кочарян* — О влиянии качества света на рост и азотный обмен корней 246

ФИЗИОЛОГИЯ

- Д. К. Хачванкян, К. Г. Хаджанов, Б. А. Арутюнян-Козак* — Вертикальная организация нейронных комплексов в ассоциативной коре Клер—Бишопа 251

CONTENTS

MATHEMATICS	P.
<i>D. G. Asatryan, I. A. Safarlan</i> —On distribution functions under which a linear rank test is locally most powerful	193
<i>V. V. Voskarian</i> —On the greatest and smallest \otimes -norms of tensor products of Banach spaces	198
<i>S. N. Sahaklan</i> —On the representation theory of contractions and its characteristic functions	205
<i>A. S. Mashurlan</i> —About one class of primitive recursive functions	209
APPLIED MATHEMATICS	
<i>A. A. Bibadjanian</i> —Conditional aggregation of markovian decision processes and algorithm finding of the optimal strategy	213
PHYSICS	
<i>T. S. Zolyan</i> —Transition semiconductor-metal in oxide semiconducting melts	217
ASTROPHYSICS	
<i>R. A. Sarkisian, L. A. Tatevoslan</i> —Application of digital methods for faint details revealed in the Markarian 372 galaxy emission spectrum	222
ENGINEERING SEISMOLOGY	
<i>R. O. Amaslan, G. G. Ambartsumian</i> —Probable approach to modulation of seismic processes	229
BIOCHEMISTRY	
<i>J. V. Garibjan, H. M. Stepanian, I. S. Dantellan, Yu. S. Babayan, B. T. Garibjanian, V. M. Aslanian</i> —Comparative study of the structure and properties of DNA of some experimental tumours	236
<i>H. Ch. Baniatlian, V. S. Hovhannisian, L. L. Badalian</i> —Isoenzyme of Phosphate-Dependent Glutaminase from Rat Kidney Cytoplasm	243
PLANT PHYSIOLOGY	
<i>Y. O. Kazarian, N. I. Kocharian</i> —On the influence of the quality of light on the growth and nitrogenous change of the roots	246
PHYSIOLOGY	
<i>D. K. Khachvankian, K. G. Khaganov, B. A. Harutunian-Kozak</i> —The columnar arrangement of neurons in the Clare-Bishop area	251

Технический редактор Л. А. АЗИЗБЕКЯН

ВФ 03104. Подписано к печати 11.1.80 Тираж 510. Изд. 5145. Заказ 930

Формат бумаги 70×108^{1/16}. Печ. л. 4,0. Бум. л. 2,0.

Усл. печ. л. 5,6. Уч. изд. л. 4,36.

Типография Издательства АН Армянской ССР, Ереван, Барекамутян, 24.

УДК 519.2

МАТЕМАТИКА

Д. Г. Асатрян, И. А. Сафарян

О функциях распределения, при которых ранговый критерий является локально наиболее мощным

(Представлено чл.-корр. АН Армянской ССР Р. Р. Варшамовым 15/VI 1979)

Рассмотрим гипотезу $H_0: \theta = 0$ против альтернатив $H_1: \theta > 0$ для функций распределения $G(x; \theta)$ ($0 \leq \theta \leq \varepsilon$) в задаче о двух выборках. Обычно линейные ранговые статистики, применяемые для этой задачи, имеют вид

$$T_N(J) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n E J(U_{(i)}), \quad (1)$$

где E — символ математического ожидания, $J(u)$ — функция меток, $U_{(i)}$ — i -я порядковая статистика выборки объема $N = m + n$ из равномерного распределения на $(0, 1)$, R_i — ранг наблюдения y_i в объединенной упорядоченной выборке $x_1, \dots, x_m; y_1, \dots, y_n$.

При некоторых ограничениях на плотность распределения локально наиболее мощный ранговый критерий (л. н. м. р. к.) для H_0 против H_1 существует и основан на статистике (1), причем функция меток определяется по заданному распределению как

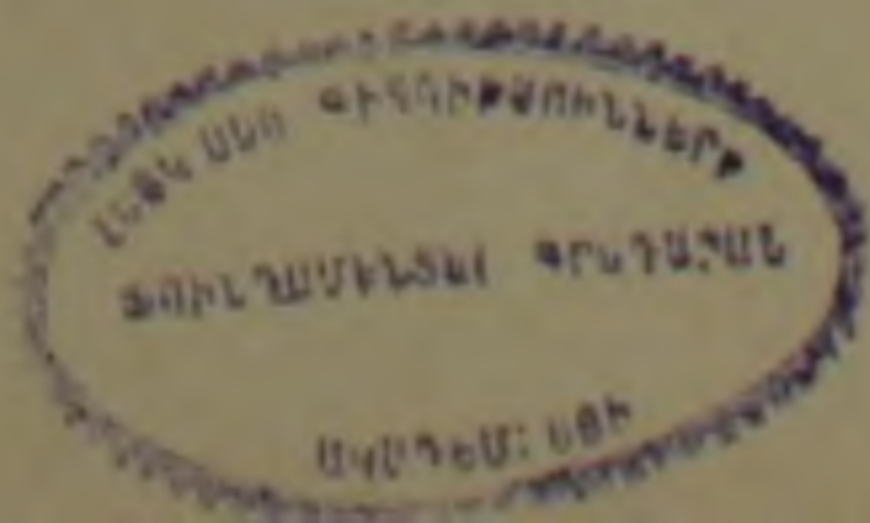
$$J(F(x)) = \frac{\frac{\partial}{\partial \theta} g(x; \theta) \Big|_{\theta=0}}{g(x; 0)}, \quad (2)$$

где обозначено $F(x) = G(x; 0)$. Получение л. н. м. р. к. в виде (1) с функцией меток (2) при различных ограничениях на плотность распределения рассматривается в работах (1-3) и др.

Настоящая заметка посвящена решению обратной задачи, а именно — отысканию функций распределения вида

$$G(x; \theta) = \Phi(F(x); \theta), \quad (3)$$

при которых линейный ранговый критерий (1), основанный на заданной функции меток $J(u)$, является локально наиболее мощным.



1°. Будем предполагать, что функция меток $J(u)$ ($0 < u < 1$) непрерывна и удовлетворяет условиям:

$$\int_0^1 J(u) du = 0,$$

$$\int_0^1 |J(u)| du < c.$$

Решение поставленной задачи может быть найдено с помощью следующей теоремы.

Теорема. Пусть $J(u; t)$ непрерывна по $0 < u < 1$ и $0 \leq t \leq \varepsilon$ и удовлетворяет условиям:

$$J(u; 0) = J(u), \quad (4)$$

$$\int_0^1 |J(u; t)| du \text{ сходится равномерно по } 0 \leq t \leq \varepsilon, \quad (5)$$

$$1 + \int_0^{\varepsilon} J(u; t) dt > 0 \text{ при } u \in (0, 1), \quad (6)$$

$$\int_0^1 \int_0^{\varepsilon} J(u; t) du dt = 0; \quad (7)$$

тогда критерий (1) с заданной функцией меток $J(u)$ является л. н. м. р. к. при альтернативе

$$\Phi(F; \theta) = F + \int_0^F \int_0^{\theta} J(u; t) du dt \quad (8)$$

для H_0 против H_1 .

Доказательство. $\Phi(F; \theta)$, определенная в (7), является альтернативой, удовлетворяющей следующим условиям регулярности:

(а) плотности $g(x; \theta)$ и $g(x; 0)$ взаимно абсолютно непрерывны;

(б) $\Phi_F(F; \theta)$ непрерывна по $0 < F < 1$, $\Phi_{F\theta}^+(F; \theta)$ существует и непрерывна по $0 < F < 1$ и $0 \leq \theta \leq \varepsilon$;

(в) $\int |\Phi_{F\theta}^-(F; \theta)| dF$ сходится равномерно по $0 \leq \theta \leq \varepsilon$.

Выполнение условий (б) и (в) очевидно, выполнение условия (а) следует из (б), поскольку

$$g(x; \theta) = \Phi_F(F; \theta)g(x; 0) = \left\{ 1 + \int_0^{\theta} J(u; t) dt \right\} g(x; 0).$$

Используя схему получения л. н. м. р. к. в (1), можно показать, что для альтернативы $\Phi(F; \theta)$, удовлетворяющей условиям (а), (б), (в), такой критерий основан на статистике

$$\sum_{i=1}^n E \Phi_{F_i}^*(U_{(R_i)}; 0), \quad (9)$$

т. е. является критерием вида (1) с функцией меток

$$\Phi_{u_i}^*(u; 0) = J(u; 0) = J(u).$$

Действительно, критическая область л. н. м. р. к. имеет вид

$$\left. \frac{\partial P\{R\}}{\partial \theta} \right|_{\theta=0} \geq c_\alpha,$$

где c_α — константа, соответствующая уровню значимости α , а $P\{R\}$ — совместное распределение рангов u -ов, которое при выполнении условия (а) может быть представлено в виде

$$P\{R\} = \frac{1}{\binom{N}{n}} \cdot \frac{N!}{(R_1-1)! \dots (N-R_n)!} \times \\ \times \int_{0 \leq F_1 \leq \dots \leq F_n \leq 1} \prod_{i=1}^n \Phi_{F_i}^*(F; \theta) F_i^{R_i-1} \dots F_n^{N-R_n} dF_1 \dots dF_n.$$

Выполнение условий (б) и (в) дает возможность дифференцировать это выражение под знаком интеграла, что приводит к (9). Теорема доказана.

2. Построение по заданной функции меток $J(u)$ некоторой $J(u; t)$, удовлетворяющей условиям теоремы, в большинстве случаев довольно просто. Приведем несколько примеров известных ранговых критериев.

Пример 1. Очевидно в представлении (1) функция меток, соответствующая критерию Вилкоксона, является линейной. Рассмотрим

$$J(u) = 2u - 1.$$

Определим

$$J(u; t) = J(u)/(1 + kt)^2, \quad k \geq 0.$$

Легко проверить, что условия (4)–(7) выполняются; таким образом из (8) получим

$$\Phi(F; \theta) = F + \frac{\theta}{1+k\theta} (F^2 - F) = F \left(1 - \frac{\theta}{1+k\theta} \right) + F^2 \frac{\theta}{1+k\theta}.$$

При $k=0$ получаем известную (2) альтернативу для критерия Вилкоксона

$$\Phi(F; \theta) = (1 - \theta)F + \theta F^2.$$

Пример 2. Легко убедиться, что при

$$J(u) = \{(r+1)u^r - 1\}/r, \quad r > 0$$

критерий (1) представляет полином степени r от рангов.

Определим $J(u; t)$ следующим образом:

$$J(u; t) = \frac{(J(u) - 1) \left(1 + \frac{t}{r+1}\right) + 1}{\left\{1 + \frac{tr}{r+1} (1 - J(u))\right\}^{1/r+2}}$$

Выполнение условий (5)–(7) нетрудно проверить, если заметить, что

$$J(u; t) = \left(\frac{1+t}{\left\{1 + \frac{tr}{r+1} (1 - J(u))\right\}^{1/r+1}} \right)^r$$

Из (8) получим:

$$\Phi(F; \theta) = \frac{F}{1 + \theta(1 - F^r)^{1/r}} \quad (10)$$

При $r = 1$ имеем еще одну альтернативу, соответствующую критерию Вилкоксона

$$\Phi(F; \theta) = \frac{F}{1 + \theta(1 - F)}$$

Можно показать, что (10) является альтернативой сдвига для распределения

$$F(x) = \left\{ \frac{e^{rx}/r}{1 + e^{rx}/r} \right\}^{1/r}, \quad x \geq 0$$

и альтернативой масштаба для распределения

$$F(x) = \left\{ \frac{x^r/r}{1 + x^r/r} \right\}^{1/r}$$

Оба эти распределения получены в (4) при определении тех $F(x)$, для которых линейная ранговая статистика, основанная на данной $J(u)$, является асимптотически оптимальной.

Пример 3. Функция меток, соответствующая критерию Муда (2), равна

$$J(u) = \frac{1}{2} \{3|2u - 1|^2 - 1\},$$

в общем случае можно рассмотреть

$$J(u) = \frac{1}{r} \{(r+1)|2u - 1|^{r-1}\}, \quad r > 0.$$

Используя такую же $J(u; t)$, как в предыдущем примере, получим

$$\Phi(F; \theta) = \frac{1}{2} \left\{ 1 + \frac{2F-1}{|1+\theta-6|2F-1|^{1/r}} \right\},$$

при $r=2$ соответствующая альтернатива имеет вид

$$\Phi(F; \theta) = \frac{1}{2} \left\{ 1 + \frac{2F-1}{|1+\theta-6|2F-1|^{1/2}} \right\}.$$

Пример 4. Критерию нормальных меток ⁽¹⁾ соответствует

$$J(u) = \Phi_0^{-1}(u),$$

где $\Phi_0^{-1}(u)$ — обратная функция стандартного нормального распределения. Определяя

$$J(u; t) = \{ J(u) + t \} \exp\{ ((J(u) + t)^2 - J^2(u))/2 \},$$

убедимся, что такая $J(u; t)$ удовлетворяет условиям (4) — (7) и, следовательно, из (8) получим

$$\Phi(F; \theta) = \Phi_0(\Phi_0^{-1}(F) - \theta).$$

Можно заметить, что при $F(x) = \Phi_0(x)$ полученная $\Phi(F; \theta)$ является альтернативой сдвига нормального распределения.

Всесоюзный научно-исследовательский институт
радиофизических измерений

Գ. Գ. ԱՍԱՏՐՅԱՆ, Ի. Ա. ՍԱՅԱՐՅԱՆ

Ռաշխման ֆունկցիաներ, որոնց հանդեպ կարգային չափանիշը լոկալ ամենահզորն է

Գտնված է հավանականությունների բաշխման ֆունկցիաների մի դաս, որոնց հանդեպ նախօրոք տրված կարգային չափանիշը լոկալ ամենահզորն է: Իերված են օրինակներ, որոնք ընդգրկում են Վիլկոքսոնի և Մուդի չափանիշները:

ЛИТЕРАТУРА — ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

¹ J. Capon, Ann. Math. Stat., vol. 32, № 1 (1961). ² Э. Леман, Проверка статистических гипотез, „Наука“, М., 1964. ³ Я. Гаек, Э. Шудак, Теория ранговых критериев, „Наука“, М., 1971. ⁴ P. W. Mielke, J. Amer. Statist. Assoc., vol. 67, № 340 (1972).

УДК 157.98

МАТЕМАТИКА

В. В. Восканян

О наибольшей и наименьшей \otimes -нормах тензорных
 произведений банаховых пространств

(Представлено чл.-корр. АН Армянской ССР Р. А. Александрияном 19/VI 1979)

Как известно, до сих пор остается открытой следующая пробле-
 ма, поставленная А. Гротендиком (см. (1,2)).

Является ли каноническое вложение $E \hat{\otimes} F \rightarrow E \check{\otimes} F$ собственным
 для произвольных бесконечномерных банаховых пространств E и F ?
 Другими словами, существует ли для всякого $A > 0$ конечная сумма
 $u = \sum x_i \otimes y_i \in E \otimes F$ такая, что $\|u\|_{\wedge} > A \|u\|_{\vee}$?

Если это имеет место для некоторых пространств E и F , то ус-
 ловимся обозначать этот факт коротко:

$$E \hat{\otimes} F \neq E \check{\otimes} F. \quad (*)$$

В работах А. Гротендика (1,2) содержатся и некоторые резуль-
 таты в этом направлении, задающие условия на одно из этих прост-
 ранств (например на F), при которых верно (*).

Произведения $E \hat{\otimes} F$ и $E \check{\otimes} F$ можно рассматривать и как классы
 операторов из E' в F (либо из F' в E , по поводу всех определений
 см., например, в (1)), поэтому в связи с этим несомненный интерес
 представляет собой оценка соответствующих норм конечномерных
 операторов.

В настоящей работе, используя некоторую общую конструкцию,
 мы будем строить, в зависимости от условий, налагаемых на прост-
 ранство F , подходящие „ k -мерные“ элементы $u = \sum_{i=1}^k x_i \otimes y_i$ из $E \otimes F$
 (или, что то же, конечномерные операторы $u: x' \rightarrow \sum_{i=1}^k x'(x_i) y_i$ из E' в
 F) и для них будет оцениваться число $A_k = \|u\|_{\wedge} \|u\|_{\vee}^{-1}$.

Всюду в дальнейшем E и F у нас будут обозначать бесконеч-
 номерные банаховы пространства. Через $S(\cdot)$ будем обозначать замк-

нутый единичный шар соответствующего банахова пространства, а через $(\cdot)'$ — сопряженное пространство.

Напомним определения \wedge - и \vee -норм (обозначающих, соответственно, наибольшую и наименьшую тензорные (или \otimes -) нормы).

Пусть $u = \sum_{i=1}^m x_i \otimes y_i$ — произвольный элемент из $E \otimes F$ ($x_i \in E$, $y_i \in F$, $i = 1, \dots, m$).

Определение 1.

$$\|u\|_{\wedge} = \sup_{\|B\| \leq 1} \left| \sum_{i=1}^m B(x_i, y_i) \right|,$$

где верхняя грань берется по всем билинейным функционалам B на $E \times F$, у которых норма $\|B\| = \sup_{\|x\|, \|y\| \leq 1} |B(x, y)| \leq 1$.

Определение 2.

$$\|u\|_{\vee} = \sup_{x' \in S(E'), y' \in S(F')} \left| \sum_{i=1}^m x'(x_i) y'(y_i) \right|$$

Пополнения линейного многообразия $E \otimes F$ по нормам \wedge и \vee обозначаются соответственно через $E \hat{\otimes} F$ и $E \underset{\vee}{\otimes} F$.

Напомним, что расстоянием Банаха—Мазура между изоморфными банаховыми пространствами X и Y называют число $\delta(X, Y) = \inf \|T\| \|T^{-1}\|$, где нижняя грань берется по всем изоморфизмам $T: X \rightarrow Y$.

Условимся также впредь через l_k^p ($1 \leq p \leq \infty$) обозначать k -мерные аналоги пространств l^p . Всюду далее $\{e_i\}_1^k$ будет обозначать канонический базис в l_k^p , причем там, где нужно, будем считать орты e_i и элементами (в естественном понимании) пространств l^p ($1 \leq p \leq \infty$).

Отправной точкой наших рассуждений будет служить теорема Дворецкого (¹):

Для любого бесконечномерного банахова пространства E и натурального числа k существует k -мерное подпространство $E_k \subset E$, почти изометричное l_k^2 .

Иными словами, для любого натурального k и $\varepsilon > 0$ найдется такое E_k , что $\delta(E_k, l_k^2) < 1 + \varepsilon$.

Заметим, что если G — некоторое подпространство F , то для произвольного элемента $u \in E \otimes G$ его \wedge -норма $\|u\|_{\wedge(E \otimes G)}$ как элемента из $E \otimes G$, вообще говоря, отлична от его \wedge -нормы $\|u\|_{\wedge(E \otimes F)}$ как элемента из $E \otimes F$ (\vee -норма, однако, не меняется). Если G конечномерно, то, разумеется, каноническое вложение $\chi: E \hat{\otimes} G \rightarrow E \underset{\vee}{\otimes} G$ будет изоморфизмом этих пространств. Пользуясь теоремой Дворецкого, покажем, насколько можно „испортить“ χ за счет выбора G , т. е. сколь великой окажется норма $\|\chi^{-1}\|$ в зависимости от размерности G .

Теорема 1. Пусть E и F произвольны. Для любого натурального k и $\varepsilon > 0$ найдется такое k -мерное подпространство $F_k \subset F$, точки $x_1, \dots, x_k \in E$, $y_1, \dots, y_k \in F$, что для элемента $u = \sum_1^k x_i \otimes y_i$ как элемента из $E \otimes F_k$ выполнено неравенство

$$\|u\|_{\wedge} \|u\|_{\vee}^{-1} > k^{1/2} - \varepsilon.$$

Доказательство. Согласно теореме Дворецкого можно выбрать k -мерные подпространства $E_k \subset E$ и $F_k \subset F$, почти изометричные l_k^2 . Чтобы не загромождать наши выкладки, будем считать, что E_k и F_k изометричны l_k^2 . Тогда все последующие оценки могут быть получены с любой точностью и в доказательствах это оговариваться не будет. Итак, будем считать, что существуют изоморфизмы $j_1: E_k \rightarrow l_k^2$ и $j_2: F_k \rightarrow l_k^2$ такие, что

$$\|j_1\| = \|j_1^{-1}\| = \|j_2\| = \|j_2^{-1}\| = 1.$$

Обозначим

$$j_1^{-1}e_i = x_i' \quad (1)$$

и

$$i = 1, \dots, k$$

$$j_2^{-1}e_i = y_i \quad (2)$$

Учитывая (1) и (2), найдем такие точки $x_i \in E$, что

$$|x_i| = 1 \text{ и } \operatorname{Re}(x_i'(x_i)) \geq |x_i'| - \delta = 1 - \delta, \quad i = 1, \dots, k, \quad (3)$$

где $\delta > 0$ достаточно мало. Наконец, рассмотрим элемент $u = \sum_1^k x_i \otimes y_i$ и оценим его \wedge - и \vee -нормы, как элемента пространства $E \otimes F_k$.

Определим оператор $T = j_1^{-1}j_2: F_k \rightarrow E'$. По построению

$$Ty_i = x_i', \quad i = 1, \dots, k \text{ и } \|T\| = 1. \quad (4)$$

Заметив теперь, что выражение $(Ty)x$ определяет на $E \times F_k$ билинейный функционал с нормой, равной $\|T\|$, получим по определению 1 и в силу (3) и (4)

$$|u|_{\wedge} \geq \left| \sum_1^k (Ty_i)(x_i) \right| \geq k(1 - \delta). \quad (5)$$

Для оценки нормы $|u|_{\vee}$ выберем произвольно $x' \in S(E')$ и $y' \in S(F_k)$.

Если числа c_1, \dots, c_k таковы, что $\sum_1^k |c_i|^2 \leq 1$, то

$$\left| \sum_1^k c_i y'(y_i) \right| = \left| y' \left(\sum_1^k c_i y_i \right) \right| = \left| y' j_2^{-1} \left(\sum_1^k c_i e_i \right) \right| \leq 1,$$

поэтому

$$\sum_1^k |y'(y_i)|^2 \leq 1.$$

В силу (3) $|x'(x_i)| \leq 1$ и, следовательно,

$$\left| \sum_1^k x'(x_i) y'(y_i) \right| \leq k^{1/2}.$$

Ввиду произвольности $x' \in S(E')$ и $y' \in S(F')$

$$\|u\|_V \leq k^{1/2}. \quad (6)$$

Сравнивая теперь соотношения (5) и (6), получаем утверждение теоремы 1.

Теорема 2. Пусть E произвольно, а F содержит подпространство G , изоморфное некоторому l^p ($2 < p \leq \infty$). Для любого натурального числа k и $\varepsilon > 0$ найдется элемент $u = \sum_1^k x_i \otimes y_i$ из $E \otimes F$ такой, что

$$\|u\|_\wedge \|u\|_V^{-1} \geq \frac{k^{1/2-1/p}}{\delta(G, l^p)} - \varepsilon. \quad (7)$$

Замечание 1. Условие теоремы эквивалентно тому, что F фактор-изоморфно $(l^p)'$, т. е. существует линейный непрерывный оператор с F' на $(l^p)'$ ($2 < p \leq \infty$).

Обозначим через $L: G \rightarrow l^p$ такой изоморфизм пространств G и l^p , что

$$\|L\| \|L^{-1}\| \leq \delta(G, l^p) + \varepsilon_1, \quad (8)$$

где $\varepsilon_1 > 0$ достаточно мало. Обозначим далее

$$\begin{aligned} L^{-1}e_i &= y_i \\ & i = 1, \dots, k, \\ L'e_i &= \bar{y}_i \end{aligned} \quad (9)$$

где $L': (l^p)' \rightarrow G'$ есть сопряженный к L оператор. Продолжим функционалы y_i с G на все пространство F с сохранением нормы и обозначим эти продолжения через \bar{y}_i . По построению

$$\bar{y}_i(y_i) = 1 \quad \text{и} \quad \|\bar{y}_i\| \leq \|L'\| = \|L\| \quad i = 1, \dots, k. \quad (10)$$

Пользуясь теперь теоремой Дворецкого, мы, как и в теореме 1, найдем k -мерное подпространство $E_k \subset E'$, почти изометричное l_k^2 . Опять же для облегчения выкладок будем считать, что E_k изометрично l_k^2 , т. е. найдется такой изоморфизм $J: E_k \rightarrow l_k^2$, что $\|J\| = \|J^{-1}\| = 1$. Обозначим $J^{-1}e_i = x_i$ и определим элементы $x_i \in E$ так, чтобы

$$\|x_i\| = 1 \quad \text{и} \quad \operatorname{Re}(x_i(x_i)) \geq \|x_i\| - \delta = 1 - \delta, \quad i = 1, \dots, k, \quad (11)$$

где $\delta > 0$ достаточно мало.

Покажем теперь, что элемент $u = \sum_1^k x_i \otimes y_i$ — искомый. Для оценки нормы $\|u\|_\wedge$ построим оператор $R: F \rightarrow l_k^2$, определенный формулой

$$Ry = \sum_1^k \bar{y}_i(y) e_i. \quad (12)$$

Пусть $\|y\| < 1$. Обозначим $\bar{y}_i(y) = c_i$, $i = 1, \dots, k$. Так как

$$|c_i| = |\bar{y}_i(y)| \leq \|L\|, \text{ то } \left(\sum_1^k |c_i|^2\right)^{1/2} \leq k^{1/2} \|L\|.$$

В силу произвольности $y \in S(F)$ из (12) вытекает, что

$$\|R\| \leq k^{1/2} \|L\|. \quad (13)$$

Взяв теперь оператор $T = \|L\|^{-1} k^{-1/2} j^{-1} R : F \rightarrow E'$, получим, используя (10)–(13), следующие соотношения:

$$\|T\| \leq 1 \text{ и } \operatorname{Re}((Ty_i), x_i) \geq \frac{1-\delta}{\|L\| k^{1/2}} \quad i = 1, \dots, k. \quad (14)$$

Заметив теперь, что выражение $(Ty)x$ определяет на $E \times F$ билинейный функционал с нормой, равной $\|T\|$, получим в силу (14)

$$\|u\|_{\wedge} \geq \left| \sum_1^k (Ty_i)x_i \right| \geq k^{1/2} \|L\|^{-1} (1-\delta). \quad (15)$$

Для оценки нормы $\|u\|_{\vee}$ выберем произвольно $x' \in S(E')$ и $y' \in S(F')$. Обозначим $x'(x_i) = a_i$, $y'(y_i) = b_i$.

Пусть y'_0 – сужение функционала y' на подпространство G , обозначим $(L')^{-1} y'_0 = f \in (l^p)'$, тогда $\|f\| \leq \|L^{-1}\|$.

Если $\{d_i\}_1^k$ есть такой набор, что $\sum_1^k |d_i|^p \leq 1$, то, учитывая (9) и то, что по построению $y_i \in G$, $i = 1, \dots, k$, получим

$$\left| \sum_1^k d_i b_i \right| = |y'_0 \left(\sum_1^k d_i y_i \right)| = |L' f \left(\sum_1^k d_i y_i \right)| = |f \left(\sum_1^k d_i e_i \right)| \leq \|f\| \leq \|L^{-1}\|.$$

Отсюда получаем $\left(\sum_1^k |b_i|^q\right)^{1/q} \leq \|L^{-1}\| (1/p + 1/q = 1)$. Так как $|x'_i| \leq 1$, то $|a_i| \leq 1$ и поэтому

$$\left| \sum_1^k a_i b_i \right| \leq \left| \sum_1^k 1 \right|^{1/p} \cdot \left(\sum_1^k |b_i|^q\right)^{1/q} \leq \|L^{-1}\| k^{1/p}.$$

В силу произвольности $x' \in S(E')$ и $y' \in S(F')$ получаем

$$\|u\|_{\vee} \leq \|L^{-1}\| k^{1/p}. \quad (16)$$

Сравнивая теперь (15) с (16) и учитывая (8), получаем утверждение (7) теоремы 2.

Идеи предыдущего доказательства позволяют установить и следующее утверждение.

Теорема 3. Пусть E произвольно, а F – фактор-изоморфно некоторому l^p ($1 \leq p < 2$), т. е. существует линейный ограниченный оператор V с F на l^p . Обозначим $C = \sup\{M > 0 : M \cdot S(l^p) \subset V(S(F))\}$.

Тогда для любого натурального k и $\varepsilon > 0$ найдется элемент $u = \sum_1^k x_i \otimes y_i$ из $E \otimes F$ такой, что

$$\|u\| \wedge \|u\|_V^{-1} \geq C \|V\|^{-1} k^{1/p-1/2} - \varepsilon. \quad (17)$$

Замечание 2. Условие теоремы означает, что пространство F содержит подпространство, изоморфное l^q ($1/p + 1/q = 1$), а из открытости отображения V следует, что $C > 0$.

В случае, когда F изоморфно некоторому l^p ($1 \leq p \leq \infty$), оценки теорем 2,3 можно усилить и получить утверждение, в неявном виде эквивалентное теоремам 2–4 Гротендика в (3), содержащим точные оценки (в асимптотическом смысле по степени k).

Следствие 1. Пусть E произвольно, а F изоморфно некоторому l^p ($1 \leq p \leq \infty$). Тогда для любого натурального числа k и $\varepsilon > 0$ найдется такой элемент $u = \sum_1^k x_i \otimes y_i$ из $E \otimes F$, что

$$\|u\| \wedge \|u\|_V^{-1} \geq \frac{k^{1/2}}{\delta(F, l^p)} - \varepsilon.$$

Из теорем 2 и 3 и следствия 1 немедленно следует

Следствие 2. Пусть E произвольно. Если F содержит подпространство, изоморфное некоторому l^p ($2 < p \leq \infty$), либо F факторизоморфно некоторому l^p ($1 \leq p < 2$), либо F изоморфно l^2 , то $E \hat{\otimes} F \neq E \overset{\vee}{\otimes} F$.

Отметим, что конструкция, использованная в теоремах 1–3, позволяет доказать и следующие утверждения.

Теорема 4. Пусть E и F — произвольные пространства, F_k — некоторое k -мерное подпространство пространства F . Тогда для любого $\varepsilon > 0$ найдутся такие точки $x_i \in E$ и $y_i \in F_k$, $i = 1, \dots, k$, что для элемента $u = \sum_1^k x_i \otimes y_i$ из $E \otimes F$ выполнено неравенство

$$\|u\| \wedge \|u\|_V^{-1} \geq \frac{k^{1/2}}{\delta(F_k, l_k^2)} - \varepsilon.$$

Теорема 5. Пусть E и F — произвольные пространства, F_k — некоторое k -мерное подпространство пространства F . Тогда для любого $\varepsilon > 0$ найдутся такие точки $x_i \in E$ и $y_i \in F$, $i = 1, \dots, k$, что для элемента $u = \sum_1^k x_i \otimes y_i$ из $E \otimes F$ выполнено неравенство

$$\|u\| \wedge \|u\|_V^{-1} \geq \frac{k^{1/2}}{\delta(F_k, l_k^2)} - \varepsilon.$$

Из теорем 4 и 5 немедленно следует

Следствие 3. Пусть E произвольно, а пространство F таково, что существует возрастающая последовательность натуральных чи-

сез k_i и k_i -мерных пространств U_i , каждое из которых является подпространством либо пространства F , либо F' , и таких, что

$$\delta(U_i, U_i') \cdot k_i^{-1/2} \rightarrow 0 \text{ при } i \rightarrow \infty. \text{ Тогда } E \hat{\otimes} F = E \otimes F.$$

Ереванский государственный университет

Վ. Վ. ՈՍԿԱՆՅԱՆ

Քանոնիկ տարածությունների տեղեկության արտադրյալների մեծագույն և փոքրագույն \otimes -հարման մասին

Միջուկ E -ն և F -ը անվերջ չափանի k -անախի տարածություններ են. \wedge և \vee -ը համապատասխանաբար մեծագույն և փոքրագույն \otimes -նորմերը $E \otimes F$ -ում: Ելնելով F տարածության վրա դրված պալմաններից կառուցվում են համապատասխան k -չափանի՝ $u = \sum_{i=1}^k x_i \otimes y_i \in E \otimes F$ էլեմենտները, որոնց համար դեհատվում է $A_k = |u| \wedge |u|^{-1}$ թիվը՝

ЛИТЕРАТУРА — ԳՐԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

¹ A. Grothendieck, Mem. Amer. Math. Soc., vol. 16, 1955. ² A. Grothendieck, Bol. Soc. Mat. São Paulo vol. 8, 1956. ³ A. Grothendieck, Bol. Soc. Mat. São Paulo, vol. 9, 1954. ⁴ A. Dvoretzky, Proc. Symp. on Linear Spaces, Jerusalem, 1961.

УДК 513.88+517.948.35+517.948.5

МАТЕМАТИКА

Ш. Н. Саакян

К теории представления сжатий и их характеристических функций

(Представлено чл.-корр. АН Армянской ССР Р. А. Александрияном 21/VI 1979)

1. В работах (1-3) М. Г. Крейн построил общую теорию представления для эрмитовых операторов с конечными дефектными числами. Затем многие положения этой теории были распространены на случай эрмитова оператора с бесконечными дефектными числами (4). Отметим некоторые первоначальные понятия этой теории для изометрического оператора.

Пусть V — некоторый изометрический оператор в гильбертовом пространстве H , с областью определения $D(V)$ и областью значения $\Delta(V)$. Рассмотрим оператор V_* , определенный следующим образом: $V_* := V^{-1}$ на $\Delta(V)$, который также является изометрическим оператором. Как известно, множество $\Delta_\zeta(V_*) = (I - \zeta V_*) D(V_*)$ для произвольной точки $\zeta \in \mathbb{C}$ ($|\zeta| \neq 1$) замкнутое подпространство (что эквивалентно тому, что ζ является точкой регулярного типа для оператора V_*) и поле регулярности оператора V_* , вообще говоря, распадается на две компоненты, а именно внутренность и внешность единичного круга. Дефектное подпространство $D_\zeta(V_*) := H \ominus \Delta_\zeta(V_*)$ оператора V_* , соответствующее точке ζ , для всех ζ из одной и той же компоненты, поле регулярности имеет одну и ту же размерность.

Пусть L — некоторое подпространство из H , называемое масштабным, такое, что имеет место следующее разложение:

$$H = \Delta_\zeta(V_*) \dot{+} L. \quad (1)$$

Обозначим через P_ζ оператор косоугольного проектирования пространства H на подпространство L параллельно Δ_ζ . Множество всех $\zeta \in \mathbb{C}$, для которых имеет место разложение (1), $\rho(V_*, L)$ открытое множество и $P_{(\cdot)}$ является голоморфной оператор-функцией на $\rho(V_*, L)$.

Нетрудно видеть, что отображение

$$f \rightarrow f_L(\zeta) := P(\zeta)f$$

относит каждому вектору $f \in H$ голоморфную на $\rho(V_*, L)$ вектор-

функцию от λ , $f_\lambda(\cdot)$ со значениями в L , которое является однозначным (при условии, что V_* — простой изометрический оператор) отображением, и что при этом оператор V_* переходит в оператор умножения на независимую переменную.

2. Как известно, впервые понятие характеристической функции для изометрического оператора с дефектными числами $(1, 1)$ ввел М. С. Лившиц в работе ⁽⁵⁾, а затем для изометрического оператора с дефектными числами (m, m) ($m < \infty$) в ⁽⁷⁾. В 1951 г. М. Г. Крейн рассмотрел характеристическую функцию $\chi(\cdot)$ для изометрического оператора с произвольными равными дефектными числами. В дальнейшем теория характеристических функций оператора развивается для разных случаев многими авторами. Нас будет интересовать характеристическая функция сжатия в виде Секефальви-Надь-Фояша ⁽⁸⁾. Напомним ее определение.

Пусть T — сжатие в гильбертовом пространстве H . Дефектные операторы D_T и D_{T^*} , дефектные подпространства D_T и D_{T^*} , связанные со сжатием T , определяются соответственно формулами:

$$D_T = (I - T^*T)^{1/2} \quad D_{T^*} = (I - TT^*)^{1/2}$$

$$D_T = \overline{D_T H} \quad D_{T^*} = \overline{D_{T^*} H}$$

Множество всех $\lambda \in \mathbb{C}$, для которых оператор $(I - \lambda T^*)$ ограниченно обратим (оно открытое множество и содержит единичный круг), обозначим через $\Lambda(T)$. Для $\lambda \in \Lambda(T)$ положим

$$\Theta_T(\lambda) = \left| -T + \lambda D_{T^*} (I - \lambda T^*)^{-1} D_T \right|_{D_T}.$$

$\Theta_T(\lambda)$ оказывается аналитической оператор-функцией, значения которой являются сжатиями из D_T в D_{T^*} , причем $|\Theta_T(0) f| < |f|$ для $f \in D_T$.

Чистую сжимающую аналитическую функцию

$$\left| D_T, D_{T^*}; \Theta_T(\lambda) \right| \quad (|\lambda| < 1)$$

и называют характеристической функцией сжатия T . В том частном случае, когда T — частичная изометрия, т. е. на D_T оператор T обращается в нуль, легко видеть, что имеем $D_T = P_{D_T}$; $D_{T^*} = P_{D_{T^*}}$, и, следовательно, функция $\Theta_T(\lambda)$ будет иметь следующий вид:

$$\chi_T(\lambda) = \lambda P_{D_{T^*}} (I - \lambda T^*)^{-1} P_{D_T} |_{D_T} \quad (|\lambda| < 1).$$

3. Пусть L — некоторая копия дефектного подпространства D_T сжатия T . Рассмотрим пространство $\tilde{H} = H \oplus L$ и оператор V в \tilde{H} , определенный следующим образом:

$$V|f, 0\rangle = \langle Tf, D_T f \rangle \quad \text{для } f \in H.$$

Легко видеть, что V — изометрический оператор с $D(V) = H$ и что частично изометрическое расширение $\bar{V} := V(I - P_L)$ оператора V обладает следующими свойствами:

$$T = P_H V|_H = P_H \bar{V}|_H \quad \text{и} \quad T^* = P_H \bar{V}^*|_H = \bar{V}^*|_H.$$

Пусть V_* оператор, определенный как в пункте 1 для V , тогда будем иметь, что $\bar{V}^* = V_* P_{\Delta(V)}$.

Оказывается, что между оператор-функцией $P(\cdot)$ и характеристической функцией $H_T(\cdot)$ сжатия T существует тесная связь, а именно, верна следующая

Теорема. *Характеристическая функция $H_T(\cdot)$ совпадает с функцией $P(\cdot)|_L$ (т. е. сужением оператор-функции $P(\cdot)$ на подпространстве L).*

При доказательстве указанной теоремы используется следующая $\chi(t) = P(\cdot)|_L$ связь между характеристической функцией частичной изометрии \bar{V} и оператор-функцией $P(\cdot)$.

4. Пусть частично изометрический оператор \bar{V} из класса $C_{\cdot, \cdot}$ (т. е. для произвольного $f \in \bar{H}$ $(\bar{V}^*)^n f \rightarrow 0$ при $n \rightarrow \infty$). Тогда можно доказать, что отображение $f \rightarrow f_L(\cdot) := P(\cdot)f$ ($f \in \bar{H}$) изометрически отображает пространство \bar{H} в некоторое подпространство H пространства Харди $H_2(L_*)$, а оператор T^* переходит в оператор

$$(T^* f)(\cdot) = 1/\cdot [f(\cdot) - f(0)] \quad f \in H.$$

Автор выражает благодарность М. Г. Крейну за обсуждение данной работы.

Институт математики
Академии наук Армянской ССР

Շ. Ն. ՍԱՀԱԿՅԱՆ

Սեղմանների ներկայացման բնութայի և նրանց խառակտերիստիկ ֆունկցիաների մասին

Իրցուք V իզոմետրիկ օպերատոր է H հիլբերտյան տարածության մեջ. H, V . Կրկնի հայանի էրմիտյան օպերատորների ներկայացման նման ստացվում է V — ի ներկայացում: Այդ տեսության մեջ էական դեր է խաղում $P(\cdot)$ օպերատոր ֆունկցիան, որի արժեքները թեք պրոեկտորներ են ինչ որ L ենթատարածության վրա:

Թող T -ն լինի սեղմում: Իրատարկվում է T -ի մասնակի իզոմետրիկ լայնացում և նրա համար արդեն նշված ներկայացումից ստացվում է ներկայացում T -ի սեղմման համար:

Ի հարտ է բերվում T սեղմման խարակտերիստիկ ֆունկցիայի և $P(\cdot)$ —
օպերատոր ֆունկցիայի միջև հետևյալ կապը:

Քերեմ. T օպերատորի $\Theta_T(\cdot)$ խարակտերիստիկ ֆունկցիան համընկե-
նում է $P(\cdot)$ — օպերատոր ֆունկցիայի նեղացման հետ L ենթատարածու-
թյան վրա:

ЛИТЕРАТУРА — ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

- ¹ М. Г. Крейн, ДАН СССР, т. 43, № 8 (1944). ² М. Г. Крейн, ДАН СССР, т. 44,
№ 4 (1944). ³ М. Г. Крейн, УМЖ, 1:2, 3—66 (1949). ⁴ М. Г. Крейн, Труды между-
народного конгресса математиков (Москва, 1966), «Мир», М., 1968. ⁵ М. Г. Крейн,
Ш. Н. Саакян, ДАН СССР, т. 169, № 6 (1966). ⁶ М. С. Лившиц, Мат. сб., 19(1946).
⁷ М. С. Лившиц, Мат. сб., 26(1950). ⁸ Б. Секефальви-Надь, Ч. Фояш, Гармонический
анализ операторов в гильбертовом пространстве, «Мир», М., 1970.

УДК 517.11

МАТЕМАТИКА

А. С. Машурян

Об одном классе примитивно рекурсивных функций

(Представлено чл.-корр. АН Армянской ССР Р. А. Александрином 10/VII 1979)

Настоящая статья является естественным продолжением ⁽¹⁾ и содержит три окончательных результата:

1°. Указан класс всех индукционных моделей (см. ниже определение 1), на которых определена показательная функция a^x (см. ниже теорему 5).

2°. Указан класс всех индукционных моделей, на которых определена показательно-степенная функция x^y (см. ниже теорему 4).

3°. Установлен класс всех индуктивно определимых функций (см. ниже определение 2), а именно установлено, что таковыми являются только и только многочлены с натуральными коэффициентами (см. ниже теоремы 3, 6, 6').

В конце статьи указывается отношение полученных здесь результатов к „парадоксу Дедекинда“ ⁽¹⁾.

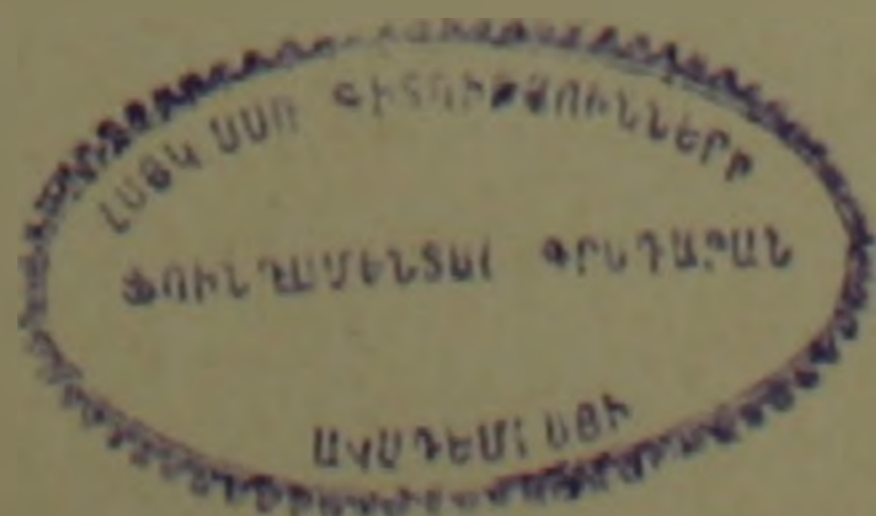
Определение 1. Пусть A — произвольное непустое множество, a_0 — некоторый фиксированный элемент из A , φ — отображение множества A в A . Тройка $M = \langle A, a_0, \varphi \rangle$ называется индукционной моделью, если выполнено следующее условие, называемое свойством индукции: если A' — такое подмножество множества A , что 1) $a_0 \in A'$ и 2) из $a \in A'$ следует, что $\varphi(a) \in A'$, то $A' = A$.

Индукционная модель $M = \langle A, a_0, \varphi \rangle$ называется моделью Пеано, если выполнены требования:

1°. равенство $\varphi(a) = a_0$ не выполнено ни для какого элемента $a \in A$;

2°. если $a, b \in A$ и $a \neq b$, то $\varphi(a) \neq \varphi(b)$.

Замечание 1. То, что в нашем определении названо моделью, правильнее было, следуя, например, ⁽²⁾, называть алгеброй. Но мы придерживаемся восходящей к ⁽³⁾ более удобной для наших целей и не приводящей к путанице терминологии из ⁽¹⁾. Кроме того, так как в дальнейшем мы будем рассматривать только индукционные модели, то для краткости вместо „индукционная модель“ мы будем писать просто „модель“.



Определение 2.

(а) Примитивно рекурсивная функция $f(x)$ называется определенной на модели M , если из $f(x_1) \neq f(x_2)$ следует, что $x_1 \neq x_2$.

(б) Примитивно рекурсивная функция $f(x_1, x_2, \dots, x_n)$ называется определенной на модели M , если из $f(x_1, x_2, \dots, x_n) \neq f(y_1, y_2, \dots, y_n)$ следует, что $x_1 \neq y_1$ или $x_2 \neq y_2$ или \dots или $x_n \neq y_n$.

(в) Примитивно рекурсивная функция называется индуктивно определенной функцией (ИОФ), если она определима на любой модели.

В ⁽¹⁾ введено понятие типа модели и с помощью этого понятия установлены некоторые свойства моделей и ИОФ. Нужные для нашего изложения факты из указанной статьи даны в следующей теореме:

Теорема 1. (а) функции const , $x + y$, xy являются ИОФ

(б) для того, чтобы функция $f(x)$ была ИОФ, необходимо и достаточно, чтобы для каждой пары натуральных чисел m и n выполнялось условие: $f(m+n) = f(m) + kn$ при некотором натуральном k . (Число нуль здесь считается натуральным);

(в) для того, чтобы функция $f(x_1, x_2, \dots, x_n)$ являлась ИОФ, необходимо и достаточно, чтобы она являлась такой по каждой переменной, при фиксированных значениях других переменных.

Из (б) сразу следует

Теорема 2. (а) Суперпозиция двух ИОФ является ИОФ;

(б) если $f(x, y)$, $\varphi(x)$, $\psi(x)$ — суть ИОФ, то функция $g(x) = f(\varphi(x), \psi(x))$ также является ИОФ.

Доказательство. (а) Пусть $f(x)$ и $\varphi(x)$ произвольные ИОФ. Тогда при произвольных натуральных m и n имеем:

$$f(\varphi(m+n)) = f(\varphi(m) + k_1 n) = f(\varphi(m)) + k_2 k_1 n = f(\varphi(m)) + kn,$$

то, что требовалось доказать.

$$(б) \text{ Имеем } g(m+n) = f(\varphi(m+n), \psi(m+n)) = f(\varphi(m) + k_1 n, \psi(m) + k_2 n) = f(\varphi(m), \psi(m)) + l_1 k_1 n + l_2 k_2 n = g(m) + kn.$$

Комбинируя теоремы 1 (а), (б) и 2 (а), (б), получаем следующую теорему.

Теорема 3. Многочлен $a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + \dots + a_n x^n$ с произвольными натуральными коэффициентами является ИОФ.

Ниже, в теореме 6, будет доказано обратное утверждение. В ⁽¹⁾ установлен критерий определенности показательной-степенной, а следовательно, и показательной функций на модели типа (m, n) (теорема 6 из ⁽¹⁾), но найдены не все модели, удовлетворяющие этому критерию. Пользуясь теоретико-числовыми методами, а именно, теорией сравнимости по модулю, в частности, малой теоремой Ферма (см., например, ⁽⁴⁾, гл. II), нами доказаны следующие теоремы.

Теорема 4. Для того, чтобы функция x^y была определима на модели типа (m, n) , необходимо и достаточно, чтобы $n = 2^k$ при некотором натуральном k и $m \neq 0$, причем: либо $k=0$, либо $k \neq 0$ и $m \geq k$.

Теорема 5. Показательная функция a^x , кроме моделей, указанных в теореме 4, определима еще на моделях типа (m, n) , где при разложении $a = p_1^{a_1} \cdot \dots \cdot p_l^{a_l}$ имеют место условия: $m \neq 0$ и $n = p_1^{i_1} \cdot \dots \cdot p_l^{i_k}$, где $0 \leq i_i < l$; $p_0 = 1$; $1 \leq j_u \leq m + \lambda_u$, $u = 1, \dots, k$.

Для доказательства теоремы 6 нам понадобятся следующие леммы.

Лемма 1. Если функции $f(x) + g(x)$ и $g(x)$ являются ИОФ, то функция $f(x)$ также является ИОФ.

Доказательство. При произвольных натуральных m и n имеем: $f(m+n) + g(m+n) = f(m) + g(m) + ln$ и $g(m+n) = g(m) + kn$, где l, k некоторые натуральные числа и $l \geq k$. Следовательно, $f(m+n) = f(m) + (l-k)n$ и лемма 1 доказана.

Лемма 2. Если функции $f(x) \cdot g(x)$ и $g(x)$ являются ИОФ, то функция $f(x)$ также является ИОФ.

Доказательство. Пусть $M = \langle A, a_0, \varphi \rangle$ — произвольная модель и $a \in A$ — произвольный элемент. Тогда $g(a)$ и $f(a)g(a)$ однозначно определены. Пусть $f(a) = c_1$ и $f(a) = c_2$; тогда $f(a)g(a) = c_1g(a)$ и $f(a)g(a) = c_2g(a)$. Следовательно, $c_1g(a) = c_2g(a)$ и из теоремы 1 (а) получаем, что $c_1 = c_2$, что и доказывает лемму 2.

Теорема 6. Для того, чтобы функция $f(x)$ была ИОФ, необходимо и достаточно, чтобы она была многочленом с натуральными коэффициентами.

Доказательство. Достаточность установлена в теореме 3. Докажем необходимость. Пусть $f(x)$ — произвольная ИОФ, а $t \neq 0$ — некоторое натуральное число. Так как $f(x)$ определена на модели типа $(0, t)$, то имеем: $f(t) = f(0+t) = f(0) + k_1t$ (*).

Рассмотрим функцию $\varphi_1(t) = k_1$. По теореме 1 (а) и леммам 1, 2 $\varphi_1(t)$ является ИОФ. Тогда имеем: $\varphi_1(t) = \varphi_1(0+t) = \varphi_1(0) + l_1 \cdot t$. Положим $\varphi_2(t) = l_1$. Аналогично предыдущему, $\varphi_2(t)$ является ИОФ. Подстановкой в (*) получаем:

$$f(t) = f(0) + \varphi_1(0)t + \varphi_2(t)t^2.$$

Продолжая таким образом, на k -ом шаге получим:

$$f(t) = f(0) + \varphi_1(0)t + \varphi_2(0)t^2 + \dots + \varphi_{k-1}(0)t^{k-1} + \varphi_k(t)t^k.$$

Но так как при фиксированном t $f(t)$ является натуральным числом, то в последовательности

$$\varphi_1(0), \varphi_2(0), \dots, \varphi_n(0), \dots \quad (**)$$

имеем конечное число отличных от нуля чисел. Пусть n — номер последнего отличного от нуля числа в последовательности (**).

Тогда имеем:

$$f(t) = f(0) + \varphi_1(0)t + \varphi_2(0)t^2 + \dots + \varphi_n(0)t^n,$$

и так как эти коэффициенты от t не зависят, то теорема 6 доказана.

Аналогично можно доказать следующую теорему:

Теорема 6'. Для того, чтобы примитивно рекурсивная функция $f(x_1, x_2, \dots, x_n)$ была ИОФ, необходимо и достаточно, чтобы она являлась многочленом с натуральными коэффициентами.

Таким образом, возвращаясь к "парадоксу Дедекинда" о том, что "свойства индукции не достаточно для определений по индукции" (см., например, (1)), теперь можно утверждать следующее:

свойство индукции достаточно лишь для определения многочленов; для задания иных функций по индукции необходимо вводить дополнительные аксиомы, постулирующие свойства модели, на которой функция должна определяться.

Например, для задания класса примитивно рекурсивных функций необходимы аксиомы Пеано либо какая-нибудь эквивалентная им аксиоматика натурального ряда.

Ереванский государственный университет

Ա. Ս. ՄԱՇՈՒՐՅԱՆ

Նախնական ուսումնական ֆունկցիաների մի դասի մասին

Այս հոդվածում շարունակվում է ուսումնական սխեմաներով առույթներ սահմանելու (1)-ում սկսած հետազոտությունը և տրվում են սպառիչ պատասխաններ հետևյալ երեք հարցերին.

1. Նշել բոլոր այն հանգուցակների դասը, որոնց վրա որոշելի է ցուցչային առույթը (թևորեմ 5),

2. Նշել բոլոր այն հանգուցակների դասը, որոնց վրա որոշելի է աստիճանա-ցուցչային առույթը (թևորեմ 4),

3. Նշել բոլոր այն առույթների դասը, որոնք որոշելի են բոլոր հանգուցակների վրա (թևորեմներ 6, 6'),

Հոդվածի վերջում ակնարկվում է «Դեդեկինդյան պարադոքսը»:

ЛИТЕРАТУРА — ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

¹ А. С. Машурян, ДАН Арм ССР, т. LIX, № 4 (1974). ² Л. Генкин, О математической индукции, Физматгиз, М., 1962. ³ А. И. Мальцев, Алгебраические системы, «Наука», М., 1970. ⁴ Л. Дирихле, Лекции по теории чисел, М., 1936. ⁵ Р. Дедекинд, Что такое числа и для чего они служат? Казань, 1903.

УДК 519.9

ПРИКЛАДНАЯ МАТЕМАТИКА

А. А. Бабаджанян

Условное укрупнение марковских процессов принятия решений и алгоритм нахождения оптимальной стратегии

(Представлено чл.-корр. АН Армянской ССР Р. Р. Варшановым 8/V 1979)

Нахождение оптимальной стратегии марковских и полумарковских процессов принятия решений при бесконечном времени планирования основано на двух подходах — итерационном алгоритме Ховарда^(1,2) и линейном программировании^(2,3).

Практическое применение методов⁽¹⁻³⁾ затруднительно, в связи с чем в работах⁽⁴⁻⁶⁾ предложены подходы к сокращению возникающих вычислительных трудностей. В⁽⁴⁾ дан приближенный метод, основанный на группировке состояний процесса. Схема улучшения стратегии по частям в марковских процессах принятия решений была использована в⁽⁵⁾. В случае сведения к задаче линейного программирования в⁽⁶⁾ дана схема декомпозиции, в основе которой лежит метод Данцига — Вульфа.

В настоящей работе предлагается метод условного укрупнения марковских процессов принятия решений без переоценки, алгебраической основой которого является результат, полученный в⁽⁷⁾. На основе условного укрупнения приведен алгоритм нахождения оптимальной стратегии путем фиксирования стратегий по частям. Предложенный метод в отличие от⁽⁴⁾ является точным. Следует отметить, что нижеизложенные результаты можно распространить на полумарковские процессы принятия решений как с переоценкой, так и без нее.

1. Пусть имеется система, пространство состояний которой есть конечное множество $S = \{1, 2, \dots, N\}$ (здесь следуем обозначениям⁽²⁾). Каждому состоянию $i \in S$ соответствует конечное множество K_i решений, элементы которого обозначим $k = 1, 2, \dots, K_i$, $K = K_1 \times \dots \times K_N$. Если система находится в состоянии $i \in S$ и принимается решение $k \in K_i$, то система получает доход r_i^k и ее состояние в следующий момент времени определяется вероятностным законом p_{ij}^k ($j \in S$), где p_{ij}^k — вероятность перехода из состояния i при выборе решения k в

состояние j . Задание отображения (стратегии) $f: S \rightarrow K$, где $f(i) = k \in K_i$ ($i \in S$) определяет марковскую цепь, которая предполагается эргодической.

Нахождение стационарной оптимальной стратегии, максимизирующей норму дохода $g(f)$ (²), основано на алгоритме Ховарда, состоящем из:

а) процедуры определения весов.

Для произвольной стационарной стратегии f решается система уравнений

$$g + v_i = r_i^k + \sum_{j=1}^{N-1} p_{ij}^k v_j$$

относительно g, v_1, \dots, v_{N-1} (полагая $v_N = 0$);

б) процедуры улучшения стратегии.

По найденным v_i ($i = 1, \dots, N$) и g для каждого $i \in S$ выберем такой элемент множества $G(i, f)$, что

$$r_i^k + \sum_{j=1}^{N-1} p_{ij}^k v_j > g + v_i$$

при любых $k \in K_i$. Если $G(i, f) = \emptyset$ при всех $i \in S$, то f оптимальна.

Если существует i , для которого $G(i, f) \neq \emptyset$, то улучшенная стратегия f' строится так: $f'(i) \in G(i, f)$, если $G(i, f) \neq \emptyset$, и $f'(i) = f(i)$, если $G(i, f) = \emptyset$. После этого следует обратиться к пункту б).

Пусть пространство состояний разбито на части $S = S_1 \cup S_2$, $S_1 \cap S_2 = \emptyset$. Примем $S_1 = \{1, \dots, h\}$, а $S_2 = \{h+1, \dots, N\}$. Предположим, что для состояний $i \in S_1$ множество K_i состоит из единственного элемента, т. е. нет альтернативы в состояниях из S_1 . Тогда имеет место следующая основная

Теорема. Существует марковский процесс решения с числом состояний m ($m = |S_2| + 1$) такой, что для любой стратегии f :

$$a) \bar{g}(\bar{f}) = g(f),$$

$$b) \bar{v}_1 = \sum_{i \in S_1} v_i / h,$$

$$\bar{v}_i = v_{i+h-1} \quad i = 2, \dots, m.$$

Пространством состояний здесь принято множество $\bar{S} = \{1, \dots, m\}$, здесь и ниже черта сверху означает соответствие укрупненному процессу.

Доказательство теоремы проводится при помощи формального приема „банка“ из (⁴) с использованием результата (⁷), где дан и сам алгоритм построения такого укрупнения.

Назовем построенный марковский процесс решения условно-укрупненным, а соответствующую оптимальную стратегию условно-оптимальной.

Замечание 1. Аналогичная теорема имеет место и при произвольном разбиении пространства состояний $S = \bigcup S_e$.

2. Ниже схематично излагается алгоритм нахождения оптимальной стратегии.

Пусть f — произвольная стратегия. Разобьем пространство состояний на части $S = S_1 \cup S_2$, $S_1 \cap S_2 = \emptyset$.

Предположим зафиксированным f на S_1 . Перейдя к условно-укрупненному процессу, найдем с помощью алгоритма Ховарда \bar{f} -условно-оптимальное. Ясно, что $g(\bar{f}) > g(f)$, хотя $\bar{f}(i) = f(i)$, $i \in S_1$.

Теперь улучшим стратегию \bar{f} , оставляя ее неизменной на S_2 . Снова, перейдя к условно-укрупненному процессу, найдем \tilde{f} -условно-оптимальное, где $g(\tilde{f}) > g(\bar{f})$. Принимаем \tilde{f} вновь за произвольную и поступаем с ней аналогично f .

Таким образом, процесс нахождения оптимальной стратегии сводится к определению конечной последовательности условно-оптимальных стратегий укрупненных процессов решения.

Замечание 2. Следует отметить, что метод, предложенный в (4), приближенный, так как не удовлетворяет условию совместимости (см. (2)), тем самым не имеет место б).

Замечание 3. Идея фиксации части стратегий широко применяется в динамических задачах: в марковских процессах решения она применена в (5) с использованием блочного алгоритма Гаусса (схема улучшения стратегий по частям).

Отметим, что могут быть предложены другие разновидности схемы улучшения стратегий по частям с использованием условно-укрупненных процессов.

3. Связь с линейным программированием и условное укрупнение полумарковских процессов принятия решений выделены в самостоятельную работу.

В заключение выражаю благодарность К. А. Абгаряну за внимание к работе.

Армянский научно-исследовательский институт энергетики

Ա. Ա. ԲԱՐԱՋԱՆՅԱՆ

Որոշումների ընդունման մարկովյան պրոցեսների պայմանական խոշորացումը
և օպտիմալ ստրատեգիան գտնելու ալգորիթմը

Աշխատանքում մտցվում է որոշման ընդունման մարկովյան պրոցեսի պայմանական խոշորացումը և նրան համապատասխանող պայմանական-օպտիմալ ստրատեգիայի հասկացությունը:

Այդպիսի խոշորացումը հնարավոր է դառնում հեղինակի կողմից՝ գծային բալանսային հավասարումների ագրեգացման տեսության մեջ ստացված արդյունքի շնորհիվ:

Դրա հիման վրա առաջարկվում է օպտիմալ ստրատեգիան որոշելու ալ-
գորիթմը՝ ստրատեգիան մաս-մաս բարելավելու սխեմայի ճանապարհով:

Վերահիշյալ մեթոդը թույլ է տալիս որոշումների ընդունման տրված մար-
կովյան պրոցեսը բերելու պայմանական խոշորացված պրոցեսների վերջա-
վոր հաջորդականությանը:

ЛИТЕРАТУРА — ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

- ¹ P. I. Ховард, Динамическое программирование и марковские процессы, «Со-
ветское радио», М., 1964. ² Х. Майн, С. Осаки, Марковские процессы принятия реше-
ний, «Наука», М., 1977. ³ Ф. Вольф, Д. Данциг, Кибернетический сборник, вып. 4
(1967). ⁴ М. Г. Теплицкий, Автоматика и телемеханика, № 10 (1969). ⁵ Буй Куанг Зиеу,
Вестник ЛГУ, № 19 (1978). ⁶ В. К. Демин, А. А. Осадченко, Известия АН СССР,
Техническая кибернетика, № 3 (1979). ⁷ А. А. Бабаджанян, ДАН Арм ССР, LXVIII
№ 4 (1979). ⁸ Дж. Кемени, Дж. Снелл, Конечные цепи Маркова, «Наука», М., 1970.

УДК 621.382

ФИЗИКА

Т. С. Золян

Переход полупроводник—металл в оксидных полупроводниковых расплавах

(Представлено чл.-корр. АН Армянской ССР Г. М. Авакьянцем 15/XII 1978)

Известно, что жидкие полупроводниковые расплавы, являющиеся классическим примером неупорядоченных структур⁽¹⁾, в отличие от твердотельных кристаллических веществ не проявляют склонности к легированию⁽²⁾. Однако введением значительного количества примесей — «методом разбавления» в ряде случаев удается значительно изменять электрофизические свойства жидких полупроводниковых расплавов, в том числе и оксидных⁽³⁾. Представляло интерес проверить теоретическое соотношение Мотта — Андерсона⁽⁴⁾ в применении к указанным жидким оксидным полупроводникам при высоких температурах.

Согласно соотношению Мотта — Андерсона делаются численные оценки, по которым полупроводниковый расплав при достаточно высокой температуре должен потерять свои полупроводниковые свойства ввиду наступающего перехода полупроводник—металл при достижении минимальной «металлической» проводимости. Это значение $\sigma_{и,мин}$ было предсказано Моттом⁽⁵⁾, в соответствии с теорией Андерсона⁽⁶⁾, согласно которой имеет место «размытие» псевдозазора локальных состояний в спектре расплава с полупроводниковой характеристикой при определенных условиях.

Жидкие оксидные полупроводники, видимо, являются весьма удобным объектом для проверки указанного соотношения, позволяя как изменять в широком интервале температур диапазон значений электропроводности σ от 10^{-3} до $1 \cdot 10^3 \text{ ом}^{-1} \text{ см}^{-1}$, так и осуществлять изменение состава «методом разбавления».

Одновременно удается избежать резкого осложнения экспериментов, связанных с наличием в полупроводниковых расплавах сульфидов, селенидов и теллуридов легколетучих компонент в виде S, Se, Te, что вынудило авторов некоторых работ⁽⁷⁻⁸⁾ применять специальную аппаратуру с высоким давлением нейтрального газа до 400 ат, предотвращающую и подавляющую диссоциацию жидкого полупровод-

ника. Экспериментальная часть настоящей работы включала изготовление образцов и измерение их электропроводности и удельного сопротивления.

Образцы изготовляли из порошков окислов CuO и V_2O_5 марок «ЧДА» с соотношением шихты от 1:1 до 1:25. Синтез проводили в корундизовых тиглях, при температуре, превышающей температуру плавления $T_{\text{пл}}$ наиболее тугоплавкого компонента шихты. Корундизовые тигли, в отличие от кварцевых, не показали каких-либо признаков коррозионного воздействия для составов с большим содержанием CuO . Однако при непродолжительных (до 1 часа) электрических измерениях и кварцевые ампулы показали устойчивость к коррозии вплоть до максимально высоких температур (2000°K).

После охлаждения синтезированные образцы заданных составов тщательно измельчали в агатовой ступке и засыпали в измерительные сосуды.

Измерение указанных электрических характеристик проводили по двум независимым методикам: непосредственным измерением электропроводности 4-зондовым методом ⁽²⁾ и методом вращающегося магнитного поля ⁽⁹⁾. Обе методики дали близкие результаты. При 4-зондовых измерениях четыре термопары помещали в прямоугольную корундизовую лодочку, засыпали измеряемым веществом и помещали в измерительную печь. При этом Pt электроды крайних Pt—Pt/Rh термопар использовали как зондовые. Две промежуточные термопары давали потенциометрические данные ⁽²⁾. На рис. 1 приведены данные температурной зависимости σ исходной V_2O_5 , добавлением к которой CuO «методом разбавления» получен жидкий оксидный полупроводниковый расплав.

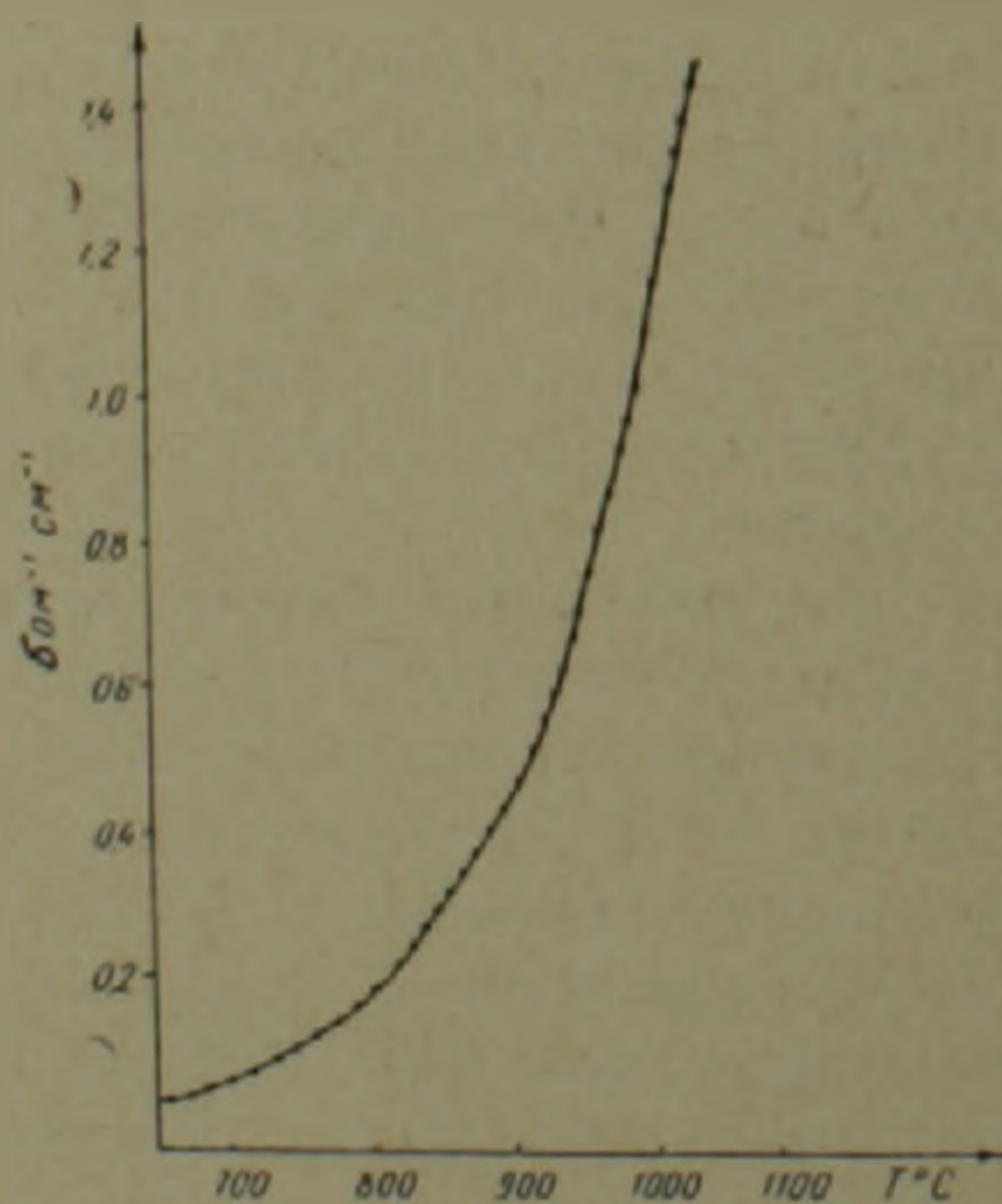


Рис. 1. Зависимость электропроводности из исходной V_2O_5 от температуры

Данные температурной зависимости электропроводности, полученные 4-зондовым методом для состава $20\text{CuO} \cdot \text{V}_2\text{O}_5$, приведены на рис. 2. Как видно из рисунка, зависимость электропроводности от температуры при переходе в жидкое состояние носит растянутый характер, причем переход в жидкое состояние сопровождается общим нараста-

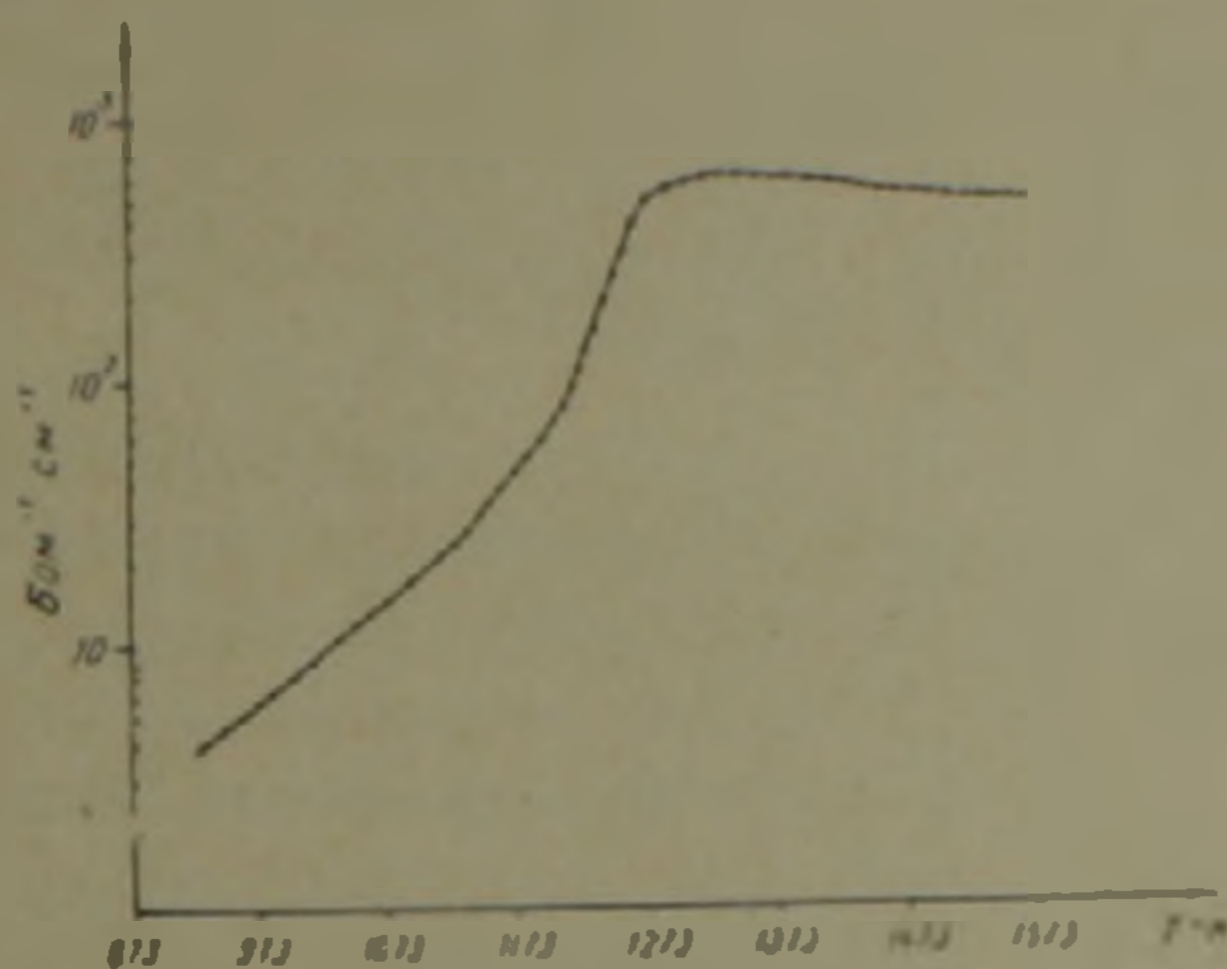


Рис 2. Температурная зависимость электропроводности состава $20\text{CuO} \cdot \text{V}_2\text{O}_5$.

нием энергии активации, характеризуемым наклоном $\log \sigma$ к $1/T$, при общем экспоненциальном росте электропроводности σ от температуры. При достижении максимального значения электропроводности σ наблюдается незначительный прямой участок — плато, при значении σ порядка $\sim 10^3 \text{ ом}^{-1} \text{ см}^{-1}$, затем ясно заметно уменьшение значения σ с температурой, характерное для металлической проводимости.

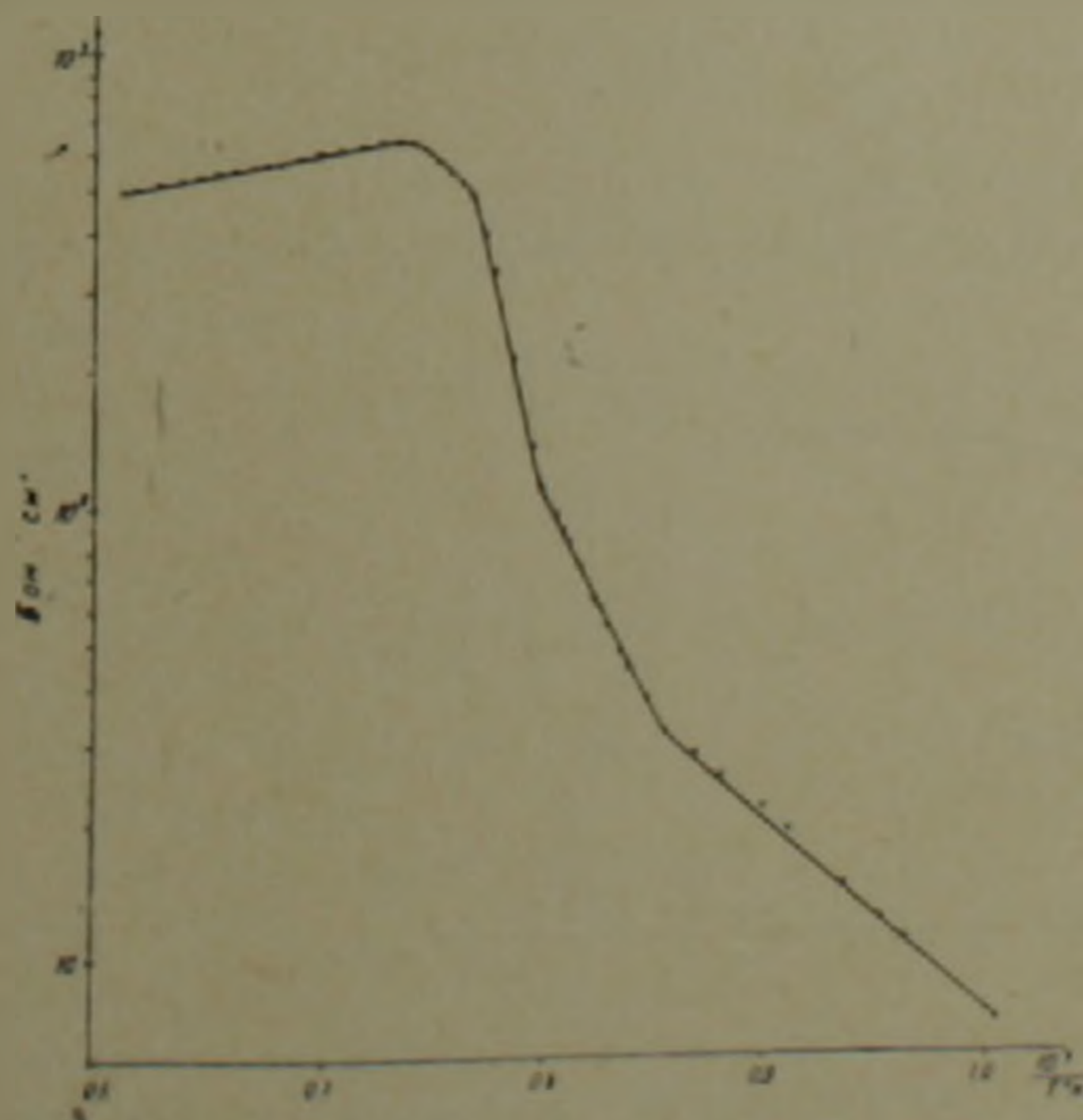


Рис 3. Зависимость электропроводности состава $20\text{CuO} \cdot \text{V}_2\text{O}_5$ от обратной температуры.

Для более наглядной демонстрации указанных свойств на рис. 3 приведены данные зависимости $\log \sigma$ от $1/T$ в полулогарифмическом масштабе, из которых обращает на себя внимание область перегиба двух участков кривых с нарастающей от температуры энергией активации, определяемой наклоном этих участков при $\sigma \approx 10^2 \text{ ом}^{-1} \text{ см}^{-1}$. Имеющий место перегиб, видимо, характеризует переход к «металлической» проводимости, которая достигает максимального значения при втором перегибе при значении проводимости в $\sigma \approx (5-6) \times 10^2 \text{ ом}^{-1} \text{ см}^{-1}$, что соответствует предсказанному Моттом — Андерсоном критерию минимальной «металлической» проводимости $\sigma_{\text{мин}}$, оцениваемой в $(1-5) \cdot 10^2 \text{ ом}^{-1} \text{ см}^{-1}$, при которой происходит исчезновение псевдощели, соответствующей переходу полупроводник—металл (^{1,4,5}). Особый интерес представляет наблюдаемая после достижения вершины кривой с небольшим плато зависимость электропроводности σ от температуры (рис. 2 и 3), показывающая явное снижение σ с температурой, характерное для металлов. Рассмотренная интерпретация экспериментальных данных первоначально была предложена для ртути Моттом (⁴), предположившим, что перегиб при $\sigma \approx 200 \text{ ом}^{-1} \text{ см}^{-1}$ соответствует минимальной электропроводности, имеющей место перед началом локализации, для металлической стороны, и нашла свое подтверждение в ряде работ (^{7,6}).

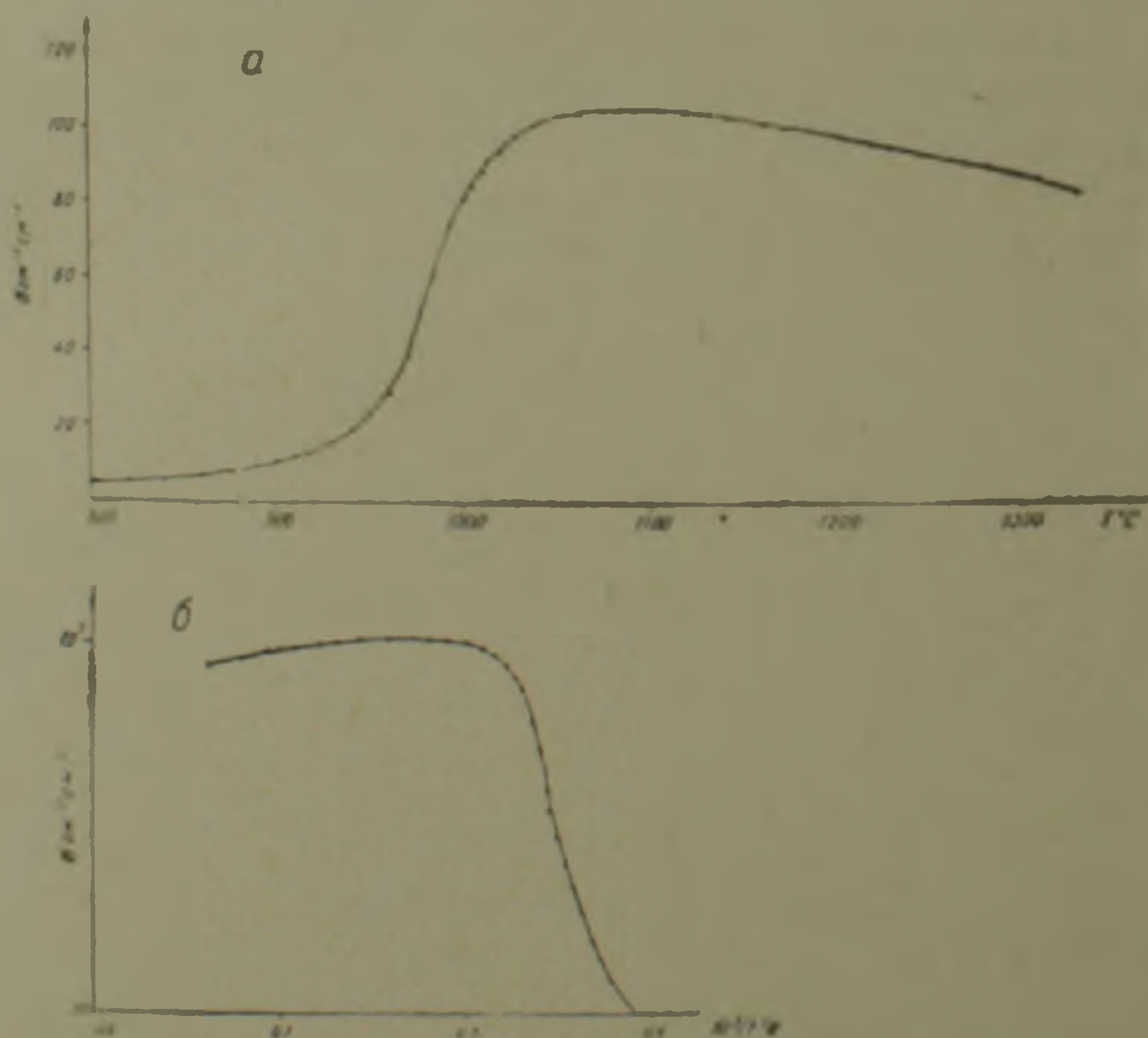


Рис. 4 а—температурная зависимость электропроводности состава с минимальной «металлической» проводимостью; б—зависимость электропроводности от обратной температуры для состава с минимальной «металлической» проводимостью

Незначительный участок плато на рис. 2 и 3, видимо, свидетельствует о закончившемся процессе металлизации расплава, после которого наблюдается типично металлический ход $\log \sigma = f(1/T)$.

Для подтверждения этого предположения был изготовлен состав, имеющий максимальное значение металлической проводимости σ_{min} порядка $10^2 \text{ ом}^{-1} \text{ см}^{-1}$ (рис. 4, а, б). Как видно из рис. 4, б, в этом случае процесс металлизации задерживается и металлический ход $\log \sigma = f(1/T)$ наблюдается при более высокой температуре, при этом до достижения перегиба, соответствующего переходу полупроводник — металл, наклон кривой, характеризующий энергию активации, имеет лишь один участок.

Таким образом, для полупроводникового оксидного расплава системы V—O—Cu подтверждается справедливость данного Моттом выражения для минимальной металлической проводимости $\sigma_{\text{min}} =$

$$= \frac{0,06e^2}{\pi a_E}, \quad \text{где } e - \text{заряд электрона; } \hbar = \frac{h}{2\pi} \quad (h - \text{постоянная Планка),}$$

a_E — расстояние между атомами, которое для $a_E = 4 \text{ \AA}$ приводит к $\sigma_{\text{min}} \approx 350 \text{ ом}^{-1} \text{ см}^{-1}$, что близко к нашим данным, так же как и значение $g \approx 1/3,5$, при котором осуществляется начало локализации⁽¹⁾.

Институт радиофизики и электроники
Академии наук Армянской ССР

S. U. ՉՈՒՅԱՆ

Կիսահաղորդիչ—մետաղ անցումը օքսիդային կիսահաղորդչային համաձուլվածքներում

Ինչխատանքում դիտարկվում է կիսահաղորդիչ-մետաղ անցումը համակարգի օքսիդային կիսահաղորդչային համաձուլվածքներում բարձր ջերմաստիճաններում մինչև 1700° K.

Ցույց է տրված, որ ստացված արդյունքները մոտ են Մոտտի տեսական արտահայտություններին:

ЛИТЕРАТУРА—ԴՐԱՎՈՒՄՆԵՐ

- ¹ Н. Мотт, Э. Дэвис, Электронные процессы в некристаллических веществах, «Мир», М., 1974. ² Т. С. Золян, А. Р. Регель, ФТТ, 6, 1950 (1964). ³ Т. С. Золян, Автореф канд. дис., М., 1965. ⁴ N. F. Mott, Phil. Mag., 22, 7 (1970). ⁵ N. F. Mott, Phil. Mag., 26, 1015 (1972). ⁶ P. W. Anderson, Phys. Rev. 109, 1492 (1958). ⁷ А. А. Андреев, Б. Т. Меллех, Т. Тургунов, ФТТ, 18, 244 (1976). ⁸ I. C. Perrow, Adv. in Phys., 16, 657 (1967). ⁹ А. Р. Регель, ЖТФ, 18, 1511 (1948).

УДК 522.62

АСТРОФИЗИКА

Р. А. Саркисян, Л. А. Татевосян

**Применение цифровых методов для выявления слабых деталей
в эмиссионном спектре галактики Маркарян 372**

(Представлено академиком В. А. Амбарцумяном 1/VI 1979)

В современной наблюдательной астрономии очень большое внимание уделяется выявлению и изучению слабых деталей, структур астрономических изображений (1, 2). На процесс формирования астрономических изображений большое влияние оказывают шумы, природные и инструментальные, которые ухудшают качество изображений (отношение сигнал/шум, разрешение и т. д.) (3, 4). В частности, при спектральных наблюдениях влияние аппаратной функции, зернистости эмульсии фотопластинки и т. д. не дает возможности выявить отдельные слабые детали в спектральных линиях. Весьма перспективным является применение машинного моделирования для обработки изображений, причем в первую очередь представляет интерес обработка таких изображений, получение которых связано с аппаратными трудностями. К таким изображениям относятся астронегативы, аэрофотоснимки и т. д. Применение некоторых математических методов (суперпозиция, Фурье-анализ пространственных частот, корреляционный анализ и т. д.) в определенной степени улучшает качество изображений (точечное, линейное, протяженное). Такие методы были применены для информационной обработки спектра галактики Маркарян 372 на ЭВМ.

Четыре спектра галактики Маркарян 372 были получены Э. Е. Хачикяном на 2,7 м телескопе обсерватории McDonald со спектрографом UVITS (дисперсия 220 Å /мм) на фотопластинках Kodak IIaO. Обработываемый участок спектра включал линии [O III] $\lambda\lambda$ 4959/5007 и H_{β} . Регистрограммы (распределение почернений) были получены на микрофотометре ИФО-451. Ширина щели микрофотометра равна 15 мкм, высота 4 мм. По регистрограммам путем использования характеристической кривой для каждого снимка было получено распределение интенсивности в спектре с шагом 10 мкм (2,2 Å). При такой дискретизации по длине волны было получено 128 значений интенсивности для каждого спектра. На рис. 1 приведено одно из исходных распределений интенсивности в спектре (до обработки).

Математическая модель была построена для решения задачи выделения слабых деталей в спектре астрономических изображений. Машинная обработка осуществлялась на ЭВМ «Минск-32». Для обработки информации была создана алгоритмическая система, работающая в режиме диалога «оператор — ЭВМ» и состоящая из блоков подпрограмм обработки и управляющей программы. Блок подпрограмм состоит из ряда различных программ, позволяющих выполнять различные операции обработки (такие как преобразование Фурье, вычисление модуля и фазы спектра изображения, матричные операции, нелинейные преобразования, вывод информации в виде графиков, многоградационных изображений и т. д.).

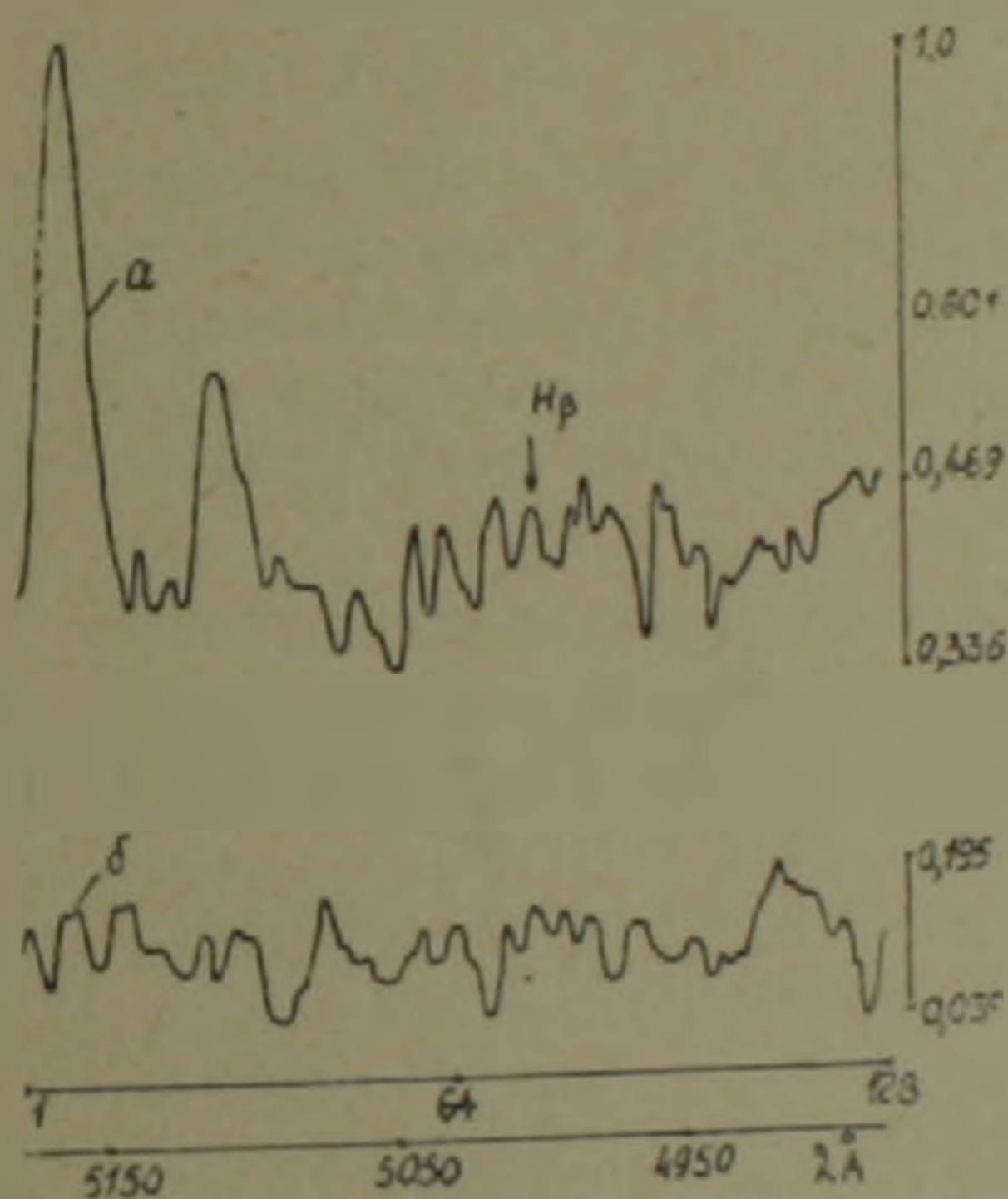


Рис. 1. а — Исходное распределение интенсивности в спектре галактики Маркарян 372; б — усредненное шумовое распределение, обусловленное зернистостью фотослоя

Оператор задает процесс обработки с ПМ ЭВМ в виде набора последовательных «имен» подпрограмм управляющей программе, которая автоматически выполняет требуемые преобразования над исходной информацией; таким образом появляется возможность варьировать процесс моделирования, что обеспечивает достаточную гибкость процесса обработки и позволяет в любой момент времени вводить необходимые коррективы в процесс обработки информации. Алгоритмы программ написаны на языке «Фортран». На рис. 2 показана блок-схема обработки информации на ЭВМ. В блоке 1 осуществляется усреднение введенных интенсивностей, далее в блоке 2 выполняется дискретное преобразование Фурье над этим усредненным распределением, в блоке 3 может выполняться в зависимости от выбранного процесса обработки либо оптимальная фильтрация, либо нелинейное пре-

образование спектра изображения, либо фильтрация с применением аппаратной функции. Блок 4 выполняет обратное дискретное преобразование Фурье, а блок 5 осуществляет регистрацию обработанной информации на устройствах вывода ЭВМ.

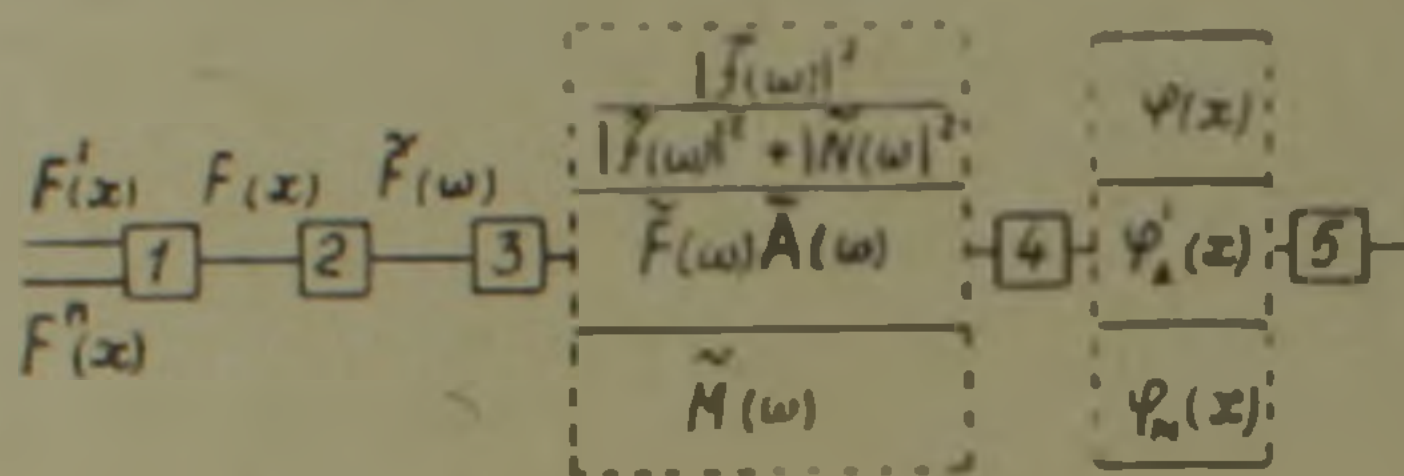


Рис. 2. Блок-схема обработки информации

Первоначально производилась нормировка каждого из четырех спектров по их максимальным значениям. После нормировки осуществлялся процесс усреднения четырех исходных спектров. Предполагалось, что шумы имеют случайное распределение и не коррелируют с сигналом. При таком допущении шумы складываются по закону случайных ошибок.

Допустим, что $f(x)$ выражает распределение сигналов в спектре (с инструментальным профилем, но без шумов $N(x)$). Тогда распределение наблюдаемого сигнала (после суперпозиции) можно выразить через функцию $F(x) = f(x) + N(x)$.

Оптимальный фильтр коррекции шумов $\Phi(x)$ находится из условия минимума следующего интеграла (3):

$$\int_{-\infty}^{\infty} |f(x) - \varphi(x)|^2 dx,$$

где

$$\varphi(x) = \int_{-\infty}^{\infty} F(x-x')\Phi(x')dx'. \quad (1)$$

Фурье-преобразование от $\varphi(x)$ будет

$$\tilde{\varphi}(\omega) = \tilde{F}(\omega)\tilde{\Phi}(\omega), \quad (2)$$

где тильдой обозначается Фурье-преобразование функции.

Учитывая теорему Парсеваля (3), напишем:

$$\int_{-\infty}^{\infty} |f(x) - \varphi(x)|^2 dx = \int_{-\infty}^{\infty} |\tilde{f}(\omega) - \tilde{\varphi}(\omega)|^2 d\omega; \quad (3)$$

исходя из условия минимума (3) по $\Phi(\omega)$ можно найти вид распределения оптимального фильтра:

$$\bar{\Phi}(\omega) = \frac{|\bar{f}(\omega)|^2}{|\bar{f}(\omega)|^2 + |\bar{N}(\omega)|^2} \quad (4)$$

При таком фильтре обратное преобразование Фурье от (2) дает $\varphi(x)$, что и представляет распределение интенсивности после фильтрации. Подобно (1) аппаратную функцию можно использовать и качестве „фильтра“ для усиления сигналов. При этом

$$\varphi_A(x) = \int_{-\infty}^{\infty} F(x-x')A(x')dx' \quad (5)$$

или

$$\bar{\varphi}_A(\omega) = \bar{F}(\omega)\bar{A}(\omega).$$

Последовательное применение (5) дает возможность более точно выразить реальное распределение интенсивности. Второе приближение можно брать следующим образом (6):

$$F'(x) = 2F(x) - \varphi_A(x), \quad (6)$$

тогда

$$\bar{\varphi}'(\omega) = \bar{F}(\omega)\bar{A}'(\omega) \quad \text{и т. д.}$$

Обратное Фурье-преобразование (6) дает распределение интенсивности после действия аппаратной функции. Затем представляется целесообразным для улучшения контраста спектральных линий изображения несколько подавить высокие частоты ω_H и слегка усилить низкие частоты ω_N , что может быть выполнено следующим образом: над суммарной информацией $F(x)$ производится дискретное преобразование Фурье и получается пространственный спектр изображения, т. е.

$\bar{F}(\omega)$. Для изменения соотношения высокочастотных и низкочастотных составляющих над модулем $\bar{F}(\omega)$ производилось нелинейное преобразование. В качестве модуля исправленной функции $\bar{F}(\omega)$ бралась величина $|\bar{F}(\omega)|^{3/2}$, что касается распределения фаз, то оно оставалось неизменным. После такой, несколько произвольной модификации модуля спектра выполнялось обратное преобразование Фурье. В полученной подобным образом реализации улучшалась контрастность сигнала.

Рассмотрим результаты обработки. На рис. 3,а показан обрабатываемый участок после усреднения четырех исходных спектров, а на рис. 3,б тот же участок после оптимальной фильтрации. Из сравнения этих рисунков следует, что после фильтрации высокие частоты сглаживаются, а отношение сигнал/шум для линии $H\beta$, λ 4861 Å ($z=0,03$, λ 5007 Å) по мощности улучшается примерно на 3-4дб.

На рис. 4, *a, б* изображен спектр после обработки с аппаратной функцией (*a* — первое, *б* — второе приближение). Из сравнения этих рисунков следует, что некоторые компоненты сигналов (отдельные детали) более четко обнаруживаются после второго приближения, так например, фиолетовая компонента линии H_β по мощности улучшается примерно на $2+3$ дб, а по сравнению с исходным изображением примерно на $5+6$ дб.

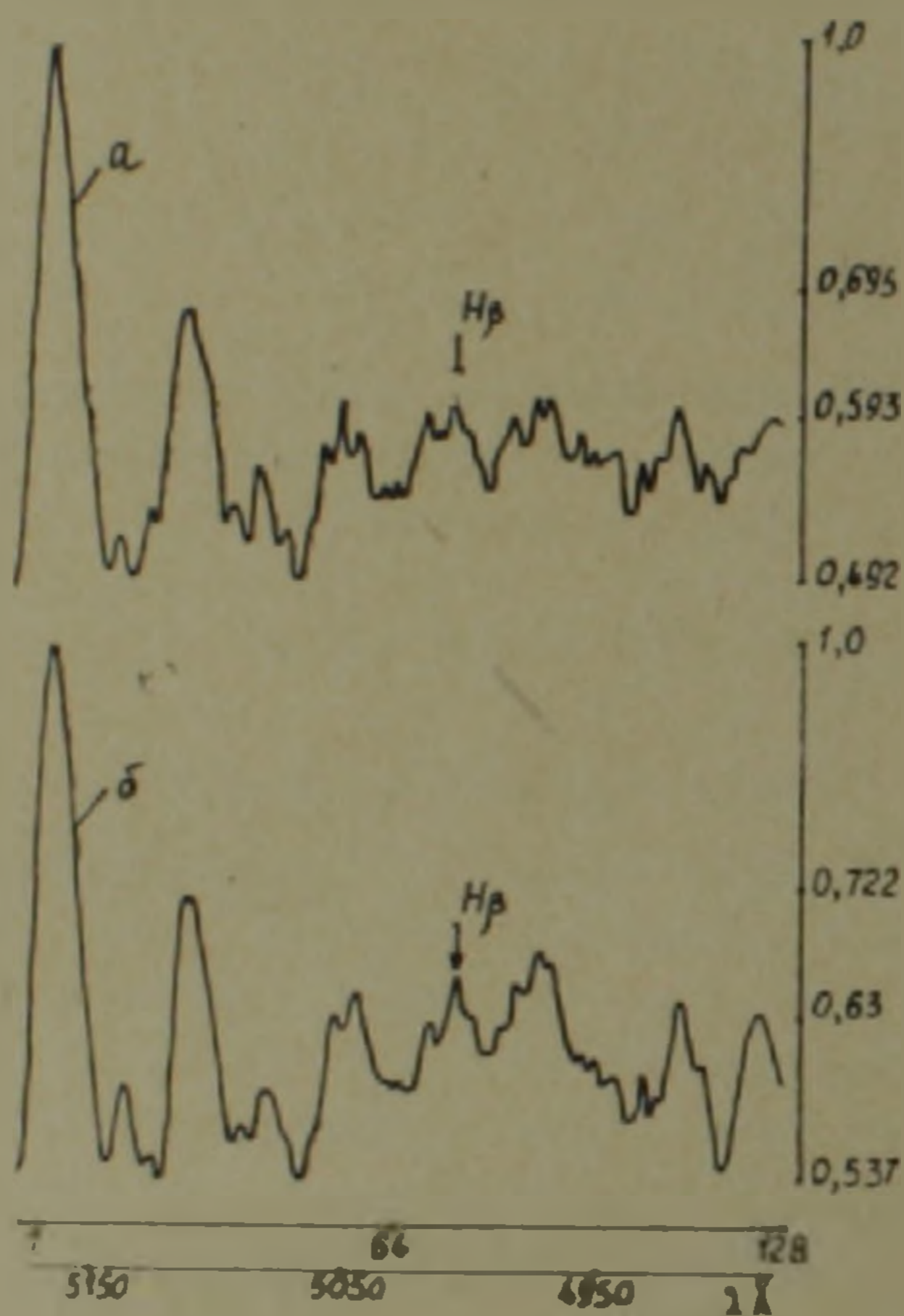


Рис. 3 *a* — результат усреднения исходных интенсивностей; *б* — результат оптимальной фильтрации

На рис. 4, *в* приведен спектр после произведенного изменения соотношений высокочастотных и низкочастотных пространственных частот. Из него видно, что несмотря на потери некоторых высокочастотных деталей получено четкое оконтуривание линии H_β со своими компонентами.

Из сравнения всех рисунков, полученных разными методами информационной обработки, следует, что выявляются контур и детали линии H_β (центр линии показан стрелкой). Особенно хорошо обнаруживаются две компоненты линии H_β со сдвигом, соответствующим доплеровской скорости около 2000 км/сек на красном (≈ 5045 Å) и 1500 км/сек на фиолетовом (≈ 4963 Å) крыльях линии. Следы подобных же компонент обнаруживаются как будто и у запрещенных

линий $\lambda\lambda$ 5107,8/5157, 2Å ($z=0,03$). Выявлены, в результате обработки, также две эмиссионные линии на фиолетовой стороне от коротковолновой компоненты $H\beta$. Одна из них имеет приближенную длину вол-

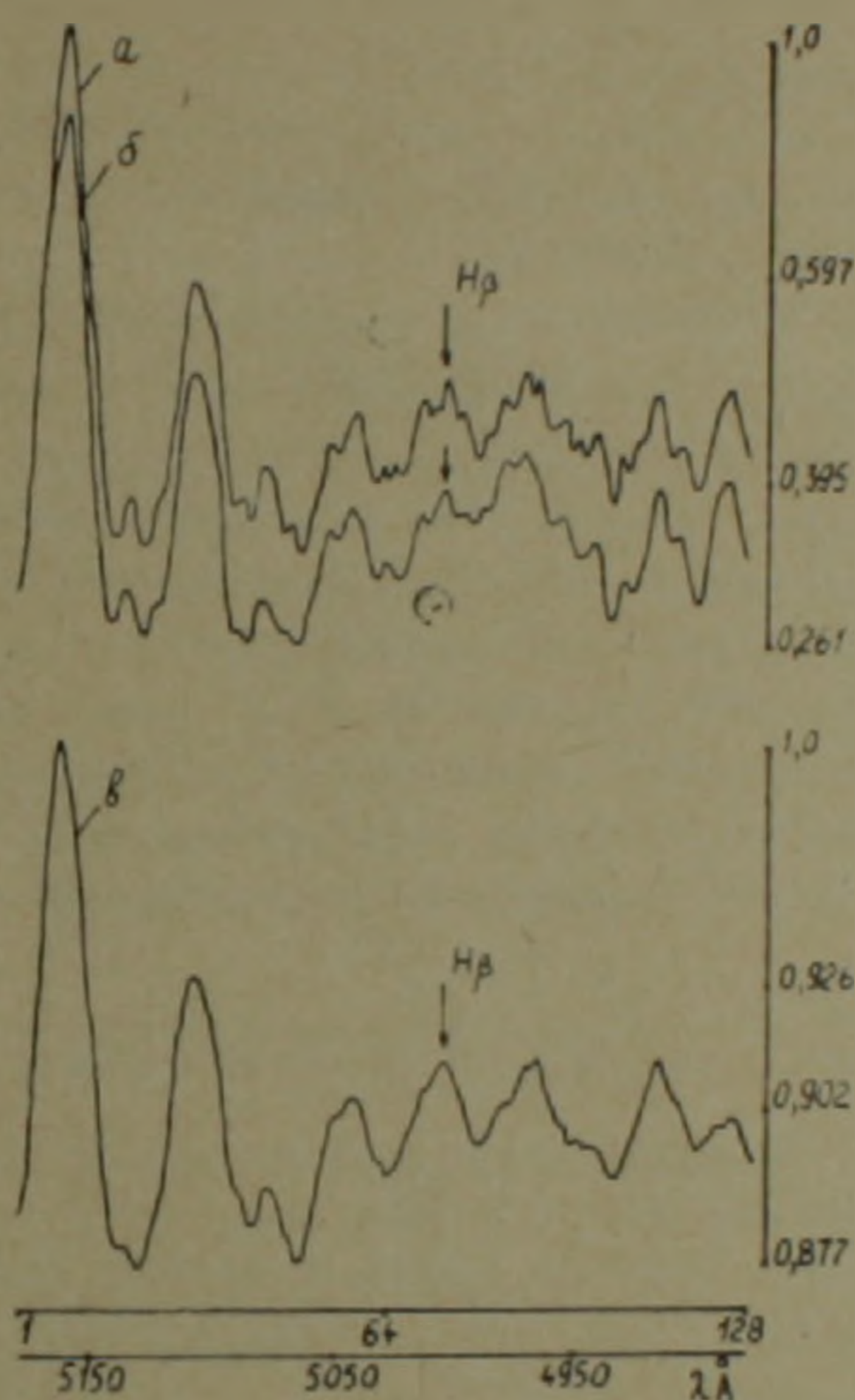


Рис. 4. *a*—первое приближение при обработке с аппаратной функцией; *б*—второе приближение; *в*—результат нелинейного преобразования пространственного спектра

ны λ 4918 Å и близка к длине волны линии $H\beta$ 4916, 07 Å. присутствие которой обусловлено рассеянием в атмосфере света ртутных ламп постороннего освещения. Другая же эмиссионная линия соответствует линии $[ArIV]$ λ 4882, 4 Å и принадлежит объекту.

Бюраканская астрофизическая обсерватория
Академии наук Армянской ССР

Институт радиофизики и электроники
Академии наук Армянской ССР

Թվային մերոզների կիրառությունը Մարգարյան 372 գալակտիկայի առաջնան սպեկտրում բույլ մանրամասնություններ հայտնաբերելու համար

Ներկա աշխատանքում կիրառված են մի քանի թվային մեթոդներ (պատկերների վերադրում, տարածական հաճախականությունների Ֆուրյե վերլուծություն և այլն) Մարգարյան 372 Գալակտիկայի սպեկտրում եղած թույլ մանրամասնություններ հայտնաբերելու նպատակով: Ինֆորմացիայի թվային մշակումը կատարվել է «Մինսկ 32» էլեկտրոնային հաշվիչ մեքենայի վրա: Ինֆորմացիայի մշակումը հնարավորություն է տվել հայտնաբերել $H\gamma$ 4861 Å առաջնան գծը (նկ. 3, λ 5007 Å, $z \approx 0,03$) իր նրկու բաղադրիչներով: Բաղադրիչներից մեկին՝ կարմիր թևին (λ 5045 Å), համապատասխանում է ≈ 2000 կմ/վրկ Իոպլերյան արագության, իսկ մյուսին՝ մանուշակագույնին՝ ≈ 1500 կմ/վրկ: Այսպիսի բաղադրիչների հետքերը երևում են արգելված զրծերում ($[OIII]$ λ 4959/5007: Մշակումից հետո հայտնաբերվել են ևս նրկու գծեր: Իրանցից մեկը λ 4918 Å նույնացված է $H\delta$ λ 4916,07 Å գծի հետ, որը առաջանում է սնդիկային լամպի լույսը մթնոլորտում ցրվելու հետևանքով: Մյուս գծը՝ λ 4742 Å նույնացված է գալակտիկային պատկանող $[ArIV]$ λ 4740,2 Å գծի հետ:

ЛИТЕРАТУРА — ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

¹ H. Arp, I. Lorre, Astrophys. J., 210, 58 (1976). ² J. W. Brault, O. R. White, Astronomy and Astrophys., 13, 169 (1971). ³ G. Lynga, Reports from the Observatory of Lund, 5, 6 (1975). ⁴ P. A. Саркисян, Сообщ. Бюраканской обсерватории, 46 (1975). ⁵ Дж. Гудмен, Введение в Фурье-оптику, «Мир», М., 1970. ⁶ Э. А. Гуртовенко, Астрон. ж., 43, 659 (1966).

УДК 55 034 + 699 841

ИНЖЕНЕРНАЯ СЕЙСМОЛОГИЯ

Р. О. Амасян, Г. Г. Амбарцумян

К вероятностному подходу моделирования сейсмических процессов

(Представлено академиком АН Армянской ССР А. Г. Назаровым 27/IV 1979)

При моделировании динамических, в частности, сейсмических, процессов на естественном гравитационном поле, т. е. при равных ускорениях оригинала и модели $W' = W$, множители подобия линейных размеров α , напряжения β , деформации γ , объемных весов δ , времени ξ , модулей упругости материалов модели E' и оригинала E должны удовлетворять следующим условиям (1):

$$\xi = \sqrt{\alpha \gamma}; \quad \beta = \alpha \delta; \quad E'/E = \frac{\alpha \delta}{\gamma}. \quad (1)$$

Статистический подход к решению задачи заключается в том, чтобы найти законы распределения вероятностей и основные числовые характеристики (среднее значение и среднеквадратическое отклонение) множителей подобия α , β , γ по заданным вероятностным характеристикам материалов модели E' и оригинала E .

Множители подобия для объемных весов δ и времени ξ принимаются постоянными как коэффициенты, мало поддающиеся флуктуациям при процессе возведения и испытания модели.

Условия (1) преобразуем и пишем в следующем виде:

$$\begin{aligned} \alpha &= \varphi_1(\lambda) = \xi \delta^{-1/2} \lambda^{1/2}; \\ \beta &= \varphi_2(\lambda) = \xi \delta^{1/2} \lambda^{1/2}; \\ \gamma &= \varphi_3(\lambda) = \xi \delta^{1/2} \lambda^{-1/2}. \end{aligned} \quad (2)$$

Здесь $\lambda = E'/E$ принимается случайной величиной, характеризующей деформативные свойства материалов модели и оригинала, вероятностные характеристики которой следует определять по вероятностным характеристикам случайных величин E и E' .

Подобная задача была решена для частного случая в предположении, что отношение $\lambda = E'/E$ в первом приближении имеет нормальный закон распределения для нормальных распределений модулей упругости материала оригинала E и модели E' (2).

Ниже рассматривается случай для произвольных функций распределений модулей упругости материалов модели оригинала.

В терминах теории вероятностей задача выбора оптимальных множителей подобия α , β , γ может быть сформулирована как задача определения их средних значений по заданной плотности распределения вероятностей частного λ — $f_\lambda(x)$.

Вид этого распределения, с учетом независимости случайных величин E и E' , определяется по формуле (3):

$$f_\lambda(x) = \int_0^{\infty} z f_1(zx) f_2(z) dz = \int_0^{\infty} z f_1'(zx) f_2(z) dz, \quad (3)$$

где $f_1(z)$ — плотность распределения модуля упругости материала модели E' ; $f_2(z)$ — плотность распределения модуля упругости материала оригинала E .

Обозначим плотности распределений вероятностей случайных величин α , β , γ через $g(\alpha)$, $g(\beta)$, $g(\gamma)$. Ввиду того, что функции $\alpha = \varphi_1(\lambda)$, $\beta = \varphi_2(\lambda)$, $\gamma = \varphi_3(\lambda)$ монотонные в пределах изменения интересующих нас значений аргумента λ , для определения искомых распределений вероятностей можно пользоваться формулами (4):

$$\begin{aligned} g(\alpha) &= f_\lambda[\psi(\alpha)]|\psi'(\alpha)|; \\ g(\beta) &= f_\lambda[\psi(\beta)]|\psi'(\beta)|; \\ g(\gamma) &= f_\lambda[\psi(\gamma)]|\psi'(\gamma)|, \end{aligned} \quad (4)$$

где $\psi(\alpha)$, $\psi(\beta)$, $\psi(\gamma)$ — функции, обратные функциям (2), соответственно равные:

$$\begin{aligned} \psi(\alpha) &= \alpha^2 \delta \xi^{-2}; \\ \psi(\beta) &= \beta^2 \xi^{-2\delta - 1}; \\ \psi(\gamma) &= \xi^2 \delta \gamma^{-2}, \end{aligned} \quad (5)$$

а $\psi'(\alpha)$, $\psi'(\beta)$, $\psi'(\gamma)$ — производные первой степени от соответствующих аргументов:

$$\begin{aligned} \psi'(\alpha) &= 2\alpha\delta\xi^{-2}; \\ \psi'(\beta) &= 2\beta\xi^{-2\delta-1}; \\ \psi'(\gamma) &= -2\xi^2\delta\gamma^{-3}. \end{aligned} \quad (6)$$

Плотности распределений вероятностей коэффициентов подобия для линейных размеров α , напряжений β и деформаций γ согласно уравнениям (4), (5), (6) соответственно равны:

$$\begin{aligned} g(\alpha) &= 2 f_\lambda(\alpha^2 \delta \xi^{-2}) \alpha \delta \xi^{-2}; \\ g(\beta) &= 2 f_\lambda(\beta^2 \xi^{-2\delta - 1}) \beta^2 \xi^{-2\delta - 1}; \\ g(\gamma) &= 2 f_\lambda(\xi^2 \delta \gamma^{-2}) \xi^2 \delta \gamma^{-3}. \end{aligned} \quad (7)$$

Для вычисления оптимальных значений множителей подобия $\bar{\alpha}$, $\bar{\beta}$, $\bar{\gamma}$ получаем следующие формулы:

$$\begin{aligned}\bar{\alpha} &= \int_{-\infty}^{\infty} \alpha g(\alpha) d\alpha = 2\delta\xi^2 \int_{-\infty}^{\infty} \alpha^2 f_{\lambda}(\alpha^2\xi^{-2}) d\alpha; \\ \bar{\beta} &= \int_{-\infty}^{\infty} \beta g(\beta) d\beta = 2\xi^{-2\delta-1} \int_{-\infty}^{\infty} \beta^2 f_{\lambda}(\beta^2\xi^{-2\delta-1}) d\beta; \\ \bar{\gamma} &= \int_{-\infty}^{\infty} \gamma g(\gamma) d\gamma = 2\xi^{2\delta} \int_{-\infty}^{\infty} \gamma^{-2} f_{\lambda}(\xi^{2\delta}\gamma^{-2}) d\gamma.\end{aligned}\tag{8}$$

Для иллюстрации предложенного метода определения оптимальных множителей подобия по вероятностным характеристикам материалов модели E' и оригинала E рассмотрен случай независимых случайных величин E' и E с одинаковым распределением Релея:

$$f_{E'}(x) = \begin{cases} \frac{x}{\sigma_1^2} e^{-\frac{x^2}{2\sigma_1^2}} & \text{при } x \geq 0 \\ 0 & \text{при } x < 0; \end{cases}$$

$$f_E(x) = \begin{cases} \frac{x}{\sigma_2^2} e^{-\frac{x^2}{2\sigma_2^2}} & \text{при } x \geq 0 \\ 0 & \text{при } x < 0. \end{cases}$$

Формула (3) для определения плотности распределения λ принимает следующий вид:

$$f_{\lambda}(x) = \frac{1}{\sigma_1^2 \sigma_2^2} \int_0^{\infty} xz^3 e^{-\frac{z^2(x^2\sigma_2^2 + \sigma_1^2)}{2\sigma_1^2\sigma_2^2}} dz.$$

Проделяв вычисления, получаем:

$$f_{\lambda}(x) = \frac{2\sigma_1^2\sigma_2^2 x}{(x^2\sigma_2^2 + \sigma_1^2)^2}.$$

Плотности распределений вероятностей коэффициентов подобия α , β , γ согласно (7) соответственно равны:

$$g(\alpha) = \frac{4\alpha^2\delta^2\sigma_1^2\sigma_2^2}{\xi^4 \left(\frac{\alpha^4\delta^2}{\xi^4} \sigma_2^2 + \sigma_1^2 \right)^2};$$

$$g(\beta) = \frac{4\beta^2\sigma_1^2\sigma_2^2}{\xi^{4\delta} \left(\frac{\beta^4}{\xi^{4\delta}} \sigma_2^2 + \sigma_1^2 \right)^2};$$

Название распределения	Вид плотностей распределений
1	2
<p>Нормальное распределение</p>	$f_E(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_1} e^{-\frac{x^2}{2\sigma_1^2}}$ $f_E(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_2} e^{-\frac{x^2}{2\sigma_2^2}}$
<p>Распределение Релея</p>	$f_E(x) = \begin{cases} \frac{x}{\sigma_1^2} e^{-\frac{x^2}{2\sigma_1^2}} & x \geq 0 \\ 0 & x < 0 \end{cases}$ $f_E(x) = \begin{cases} \frac{x}{\sigma_2^2} e^{-\frac{x^2}{2\sigma_2^2}} & x \geq 0 \\ 0 & x < 0 \end{cases}$
<p>Распределение Эрланга</p>	$f_E(x) = \begin{cases} \frac{4x}{m_1^2} e^{-\frac{2x}{m_1}} & x > 0 \\ 0 & x < 0 \end{cases}$ $f_E(x) = \begin{cases} \frac{4x}{m_2^2} e^{-\frac{2x}{m_2}} & x > 0 \\ 0 & x < 0 \end{cases}$

Вид плотности
распределения
частного $\lambda = E'/E$

Вид оптимальных мно-
жителей подобия

3

4

$$f_{\lambda}(x) = \frac{\sigma_1 \sigma_2}{\pi(\lambda^2 \sigma_2^2 + \sigma_1^2)}$$

$$\bar{\alpha} = \sqrt{2} \xi \sqrt{\frac{\sigma_1}{\sigma_2 \delta}}$$

$$\bar{\beta} = \sqrt{2} \xi \sqrt{\frac{\delta \sigma_1}{\sigma_2}}$$

$$\bar{\gamma} = \sqrt{2} \xi \sqrt{\frac{\delta \sigma_2}{\sigma_1}}$$

$$f_{\lambda}(x) = \frac{2\sigma_1^2 \sigma_2^2 x}{(x^2 \sigma_2^2 + \sigma_1^2)^2}$$

$$\bar{\alpha} = \frac{\pi \sqrt{2}}{4} \xi \sqrt{\frac{\sigma_1}{\sigma_2 \delta}}$$

$$\bar{\beta} = \frac{\pi \sqrt{2}}{4} \xi \sqrt{\frac{\delta \sigma_1}{\sigma_2}}$$

$$\bar{\gamma} = \frac{\pi \sqrt{2}}{4} \xi \sqrt{\frac{\delta \sigma_2}{\sigma_1}}$$

$$f_{\lambda}(x) = \frac{6m_1^2 m_2^2 x}{(m_2 x + m_1)^4}$$

$$\bar{\alpha} = \frac{3\pi}{8} \xi \sqrt{\frac{\delta m_1}{m_2 \delta}}$$

$$\bar{\beta} = \frac{3\pi}{8} \xi \sqrt{\frac{\delta m_1}{m_2}}$$

$$\bar{\gamma} = \frac{3\pi}{8} \xi \sqrt{\frac{m_2 \delta}{m_1}}$$

1	2	3	4
Гамма-распределение	$f_E(x) = \begin{cases} \frac{1}{\Gamma(k_1)\beta_1^{k_1}} x^{k_1-1} e^{-\frac{x}{\beta_1}} & x > 0 \\ 0 & x < 0 \end{cases}$ $f_E(x) = \begin{cases} \frac{1}{\Gamma(k_2)\beta_2^{k_2}} x^{k_2-1} e^{-\frac{x}{\beta_2}} & x > 0 \\ 0 & x < 0 \end{cases}$	$f_2(x) = \frac{x^{k_1-1} \beta_1^{k_2} \beta_2^{k_1}}{B(k_1, k_2) (\beta_1 \beta_2 + x)^{k_1+k_2}}$	$\bar{\alpha} = \frac{\pi}{2} \xi \sqrt{\frac{\beta_1}{\beta_2 \delta}}$ $\bar{\beta} = \frac{\pi}{2} \xi \sqrt{\frac{\beta_1 \delta}{\beta_2}}$ $\bar{\gamma} = \frac{\pi}{2} \xi \sqrt{\frac{\beta_2 \delta}{\beta_1}}$
Распределение Эрланга	$f_E(x) = \begin{cases} \frac{4x}{m^2} e^{-\frac{2x}{m}} & x \geq 0 \\ 0 & x < 0 \end{cases}$ $f_E(x) = \begin{cases} \frac{1}{\Gamma(k)\mu^k} x^{k-1} e^{-\frac{x}{\mu}} & x > 0 \\ 0 & x < 0 \end{cases}$	$f_2(x) = \frac{4m^k \mu^2 k(k-1)x}{(2x\mu + m)^{k+2}}$	$\bar{\alpha} = \frac{3\sqrt{\pi}}{4} \frac{\Gamma\left(k - \frac{1}{2}\right)}{\Gamma(k)} \xi \sqrt{\frac{m}{2\delta\mu}}$ $\bar{\beta} = \frac{3\sqrt{\pi}}{4} \frac{\Gamma\left(k - \frac{1}{2}\right)}{\Gamma(k)} \xi \sqrt{\frac{m\delta}{2\mu}}$ $\bar{\gamma} = \frac{\sqrt{\pi}}{2} \frac{\Gamma\left(k + \frac{1}{2}\right)}{\Gamma(k)} \xi \sqrt{\frac{2\delta\mu}{m}}$

$$g(\gamma) = \frac{4\xi^4\zeta^2\sigma_1^2\sigma_2^2}{\gamma^3 \left(\frac{\xi^4\zeta^2}{\gamma^4} \sigma_2^2 + \sigma_1^2 \right)^2}$$

Определим оптимальные множители подобия $\bar{\alpha}$, $\bar{\beta}$, $\bar{\gamma}$ случайных величин линейных размеров α , напряжений β , деформаций γ по формулам (8):

$$\bar{\alpha} = \frac{4\zeta^2\sigma_1^2\sigma_2^2}{\xi^4} \int_0^\infty \frac{\alpha^4 d\alpha}{\left(\frac{\alpha^4\zeta^2}{\xi^4} \sigma_2^2 + \sigma_1^2 \right)^2} = \frac{\pi\sqrt{2}}{4} \xi \sqrt{\frac{\sigma_1}{\zeta\sigma_2}};$$

$$\bar{\beta} = \frac{4\sigma_1^2\sigma_2^2}{\xi^4\zeta^2} \int_0^\infty \frac{\beta^4 d\beta}{\left(\frac{\beta^4}{\xi^4\zeta^2} \sigma_2^2 + \sigma_1^2 \right)^2} = \frac{\pi\sqrt{2}}{4} \xi \sqrt{\frac{\zeta\sigma_1}{\sigma_2}};$$

$$\bar{\gamma} = 4\xi^4\zeta^2\sigma_1^2\sigma_2^2 \int_0^\infty \frac{d\gamma}{\gamma^4 \left(\frac{\xi^4\zeta^2}{\gamma^4} \sigma_2^2 + \sigma_1^2 \right)^2} = \frac{\pi\sqrt{2}}{4} \xi \sqrt{\frac{\zeta\sigma_2}{\sigma_1}}.$$

Были рассмотрены примеры нахождение оптимальных множителей подобия $\bar{\alpha}$, $\bar{\beta}$, $\bar{\gamma}$ для разных видов распределений случайных величин модулей упругости материалов модели E' и оригинала E .

Полученные результаты приведены в таблице.

Численный пример. Рассмотрим задачу определения оптимальных множителей подобия линейных размеров, напряжений и деформаций при $\xi=0,724$, $\zeta=0,7$ по вероятностным характеристикам модулей упругости материалов модели и оригинала.

В результате испытаний по 30-ти образцам из материалов модели и оригинала были получены две статистические выборки, по которым определяли средние значения модулей упругости материалов модели $\bar{E}' = 36,1 \cdot 10^4 \text{ кг/см}^2$ и оригинала $\bar{E} = 26,4 \cdot 10^4 \text{ кг/см}^2$.

Для определения вероятностных характеристик модулей упругости материалов модели и оригинала сформулирована гипотеза H_1 , состоящая в том, что модуль упругости материала модели имеет распределение Эрланга с математическим ожиданием m :

$$f_{E'}(x) = \frac{4x}{m^2} e^{-\frac{2x}{m}},$$

и гипотеза H_2 для материала оригинала, состоящая в том, что модуль упругости имеет гамма-распределение с параметром $k=2$ и математическим ожиданием $2v$:

$$f_E(x) = \frac{1}{v^2} x e^{-\frac{x}{v}}$$

Проверка экспериментальных данных с гипотезами H_1 и H_2 с помощью критерия согласия Пирсона χ^2 дала положительные результаты. После определения вероятностных характеристик можно перейти непосредственно к определению оптимальных множителей подобия.

Для решения данной задачи были использованы результаты таблицы для распределения Эрланга модуля упругости материала модели и гамма-распределения с параметром $k=2$ модуля упругости материала оригинала, т. е. оптимальные множители подобия вычислялись по формулам:

$$\bar{\alpha} = \frac{3\sqrt{\pi}}{4} \frac{\Gamma(3/2)}{\Gamma(2)} \xi \sqrt{\frac{m}{2\delta\nu}};$$

$$\bar{\beta} = \frac{3\sqrt{\pi}}{4} \frac{\Gamma(3/2)}{\Gamma(2)} \xi \sqrt{\frac{m^2}{2\nu}};$$

$$\bar{\gamma} = \frac{3\sqrt{\pi}}{4} \frac{\Gamma(3/2)}{\Gamma(2)} \xi \sqrt{\frac{2\delta\nu}{m}}.$$

Проделав вычисления по следующим данным: $\xi=0,724$, $\delta=0,7$, $2\nu=26,4 \cdot 10^4$, $m=36,1 \cdot 10^2$, получаем:

$$\bar{\alpha} = 0,355;$$

$$\bar{\beta} = 0,248;$$

$$\bar{\gamma} = 1,818.$$

Ордена Трудового Красного Знамени
Институт геофизики и инженерной сейсмологии
Академии наук Армянской ССР

Ռ. Հ. ՀԱՄԱՍՅԱՆ, Գ. Հ. ՀԱՄԲԱՐՁՈՒՄՅԱՆ

Սեյսմիկ պրոցեսների մոդելացման հստակացման մոտեցման մասին

Հոդվածում դիտարկվում է օպտիմալ նմանութայան գործակիցների որոշման ստատիստիկական մեթոդը, ըստ մոդելի և օրիգինալի նյութերի հավանականական բնութագրերի:

Բերվում է գծային չափսերի, լարումների և դեֆորմացիաների օպտիմալ նմանութայան գործակիցների մաթեմատիկական բանձները մոդելի և օրիգինալի առանձգականութայան մոդուլների տարբեր տեսքի բաշխման ֆունկցիաների դամար:

Դիտարկվում է նմանութայան օպտիմալ գործակիցների որոշման թվային օրինակ, երբ մոդելի առանձգականութայան մոդուլը ունի էռլանգի բաշխման ֆունկցիա, իսկ օրիգինալինը՝ դամար:

ЛИТЕРАТУРА — ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

- ¹ А. Г. Назаров, О механическом подобии твердых деформируемых тел. Изд. АН Арм. ССР, Ереван, 1965. ² Р. О. Амасян, Бюллетень по инженерной сейсмологии, № 10, 1979. ³ Б. В. Гнеденко, Курс теории вероятностей, Гос изд. физ.-мат. лит., М., 1961. ⁴ Е. С. Вентцель, Теория вероятностей, Гос изд. физ.-мат. лит., М., 1962

УДК [577.12:616—006].59

БИОХИМИЯ

Дж. В. Гарибян, Г. М. Степанян, И. С. Даниелян,
 Ю. С. Бабалян, Б. Т. Гарибджанян, В. М. Асланян

Сравнительное изучение структуры и свойств ДНК некоторых экспериментальных опухолей

(Представлено чл.-корр. АН Армянской ССР А. А. Галояном 20/II 1979)

Важное значение для проявления терапевтического эффекта противоопухолевых препаратов имеет взаимодействие активного вещества со структурными элементами клетки, т. е. их биохимическое действие связано в основном с непосредственной атакой ДНК, что вызывает повышенный интерес исследователей к отличиям в структуре ДНК опухолевых и нормальных клеток. В литературе имеются указания о связи метилирования ДНК с дифференциацией и специализацией клеток, а также о том, что опухолеродное перерождение клеток сопряжено с изменением метилирования их ДНК (¹), т. е. в трансформированных клетках с измененной регуляцией транскрипции и репликации генома может иметь место иной характер метилирования ДНК по сравнению с нормальными клетками (²).

Метилирование ДНК—энзиматический процесс включения метильных групп из S-аденозилметионина в азотистые основания полинуклеотидной цепи ДНК. Продукт метилирования в ДНК животных—исключительно 5-метилцитозин.

Некоторые исследователи при изучении перевиваемых опухолей мышей и крыс различной локализации наблюдали количественную корреляцию содержания ДНК со скоростью их роста. Так, например, содержание ДНК в медленно растущих гепатомах крыс находится в нормальных пределах, несколько увеличено в гепатомах с большей скоростью роста и значительно повышено в низкодифференцированных, утративших тканевую специфичность опухолях (^{3,4}). А поскольку известно, что имеется некоторая корреляция между скоростью синтеза и скоростью метилирования ДНК (^{5,6}), то сопоставление данных о сравнительном изучении характера метилирования ДНК опухолей может свидетельствовать о нестереотипности взаимодействия опухоли и организма, его зависимости от вида и скорости роста опухоли.

Исходя из вышесказанного при выполнении настоящей работы нас интересовали следующие вопросы: имеются ли отличия в нуклеотидном составе ДНК экспериментальных опухолей, характеризующиеся разными морфологическими и биологическими свойствами (асцитная опухоль Эрлиха, карциносаркома 256 Уокера, саркома М—1, лимфосаркома Плисса, лимфолейкоз Швеца, саркома 45, саркома 180); отличаются ли физико-химическими свойствами ДНК опухолевых и нормальных клеток.

В наших исследованиях особое внимание было уделено изучению уровня метилирования (содержание 5-метилцитозина) в этих ДНК, поскольку он может рассматриваться как один из возможных механизмов регуляции транскрипции (⁷).

Замороженную опухолевую ткань гомогенизировали в стандартном солевом растворе с ЭДТА в присутствии 1%-ного додецилсульфата Na при pH 8 и из гомогената с помощью хлороформной и фенольной депротенизации выделяли препараты суммарной ДНК. Полученные препараты обрабатывали панкреатической РНКазой и затем проназой в стандартных условиях для удаления РНК и белка. Концентрацию белка определяли по методу Лоури (⁸); количество белка и РНК в препаратах не превышало 1,5%. Таким образом, в результате были получены довольно высокоочищенные препараты ДНК из опухолевой ткани.

Плавления ДНК проводили в цитратно-солевом буфере, при ионной силе (Na^+)=0,0165 и pH=7,3. Кривые плавления получены на спектрофотометре UNICAMSP—8000, при непрерывном режиме нагрева растворов ДНК. Скорость нагрева—0,25°/мин. Точность определения температуры—0,05 С. T_m С 66,8—67,1, ΔT С 6,5—6,3, а величина гиперхромизма составляла 36—37%, что характерно для более или менее нативных высокополимерных ДНК животного происхождения.

Для определения состава ДНК препараты гидролизовали до оснований (99%-ная муравьиная кислота, 175°, 30 мин), предварительно высушив их при 105°. Основания разделяли с помощью двукратной одномерной восходящей хроматографии на бумаге в растворителе Н-бутанол-вода-25% NH_4 , OH (60:10:0,1) и определяли спектрофотометрически (⁹) на спектрофотометре СФ-4а.

В таблице приведены данные по содержанию канонических оснований и 5-метилцитозина в ДНК исследованных опухолевых штаммов. Эти значения являются средними величинами из 5—9 определений для каждого препарата ДНК. Из таблицы видно, что нуклеотидный состав всех препаратов ДНК соответствует правилам Чаргаффа. Изученные ДНК принадлежат к АТ-типу, количество (Г+Ц+МЦ) в них составляет 44,8—45,9%.

Содержание ГЦ-пар оснований в препаратах ДНК, выделенных из изученных штаммов опухолей, практически одинаково.

Четкое различие между образцами ДНК, полученными из изученных штаммов опухолей, обнаруживается по содержанию 5-метилцитозина.

В настоящее время нет единого мнения относительно изменения нуклеотидного состава ДНК в процессе опухолевого роста. Было найдено, что содержание 5-метилцитозина в ДНК лейкозных лимфоцитов выше, чем в ДНК лимфоцитов здорового человека (¹⁰). Имеются данные о более высокой степени метилирования остатков цитозина ДНК в лейкоцитах больных острым и хроническим лейкозом, а также о том, что вновь синтезированная ДНК лимфоцитов крови больных хроническим лимфолейкозом является гиперметилованной (¹¹). Этому представлению соответствуют данные о том, что ДНК лимфоцитов из крови здоровых и лейкозных коров обладают разной CH_3 -акцепторной способностью в реакции гетерологического метилирования ДНК-метилазной активностью из клеток *E. coli* (¹²).

Нуклеотидный состав ДНК различных экспериментальных опухолей

Источник ДНК	Содержание оснований			ДНК, мол %		
	Г	Ц	МЦ	А	Т	Г+Ц+ +МЦ
Асцитная опухоль Эрлиха	22.6	21.5	0.94±0.010	27.6	27.0	45.0
Карциносаркома 256 Уокера	22.9	21.9	1.14±0.038	27.0	26.1	45.9
Саркома М-1	22.2	20.8	1.81±0.015	27.8	27.8	44.8
Лимфосаркома Плясса	22.6	21.2	1.59±0.031	27.6	27.0	45.3
Лимфолейкоз Швеца	22.7	21.0	1.44±0.026	27.7	27.1	45.2
Саркома 45	22.5	21.1	1.45±0.060	28.3	27.8	45.0
Саркома 180	22.9	21.7	1.29±0.032	27.6	26.6	45.8

В перевиваемых опухолях существует корреляция между степенью биохимической и морфологической дедифференцировки и скоростью роста опухоли. Так, в быстрорастущей гепатоме один из изозимов медленно растущей гепатомы Морриса 7316А заменяется другим, характерным именно для данной опухоли, т. е. появляются упорядоченные изменения, повторяющиеся, как правило, в разных опухолях и коррелирующие со скоростью роста опухоли (¹³). И если раковый фенотип, как считают японские исследователи (¹³), рассматривать как ненормальную дифференцировку (а имеются данные, указывающие на связь метилирования ДНК с дифференцировкой и функциональной активностью клеток (¹⁴)), то не исключено, что выявленные нами изменения степени метилирования на разных штаммах опухолей могут лежать в основе индуцированного искажения клеточной дифференцировки и быть одной из главных причин трансформации клеток при разных формах опухолей. При рассмотрении изменений в уровне метилирования разных штаммов опухолей привлекает внимание тот факт, что опухоли, отличающиеся более высокой степенью дифференцировки, характеризуются увеличением содержания 5-метилцитозина (таблица). Отмеченное увеличение метилирования ДНК может быть связано с изменением хроматина и доступности в нем ДНК для соответствующих

метилаз и с активацией этих метилаз, т. е. в более дифференцированных опухолях с относительно медленным ростом метилазы включают гораздо больше метильных групп в ДНК, чем в малодифференцированных опухолях. Таким образом, скорее всего речь может идти о энзиматическом метилировании опухолевой ДНК.

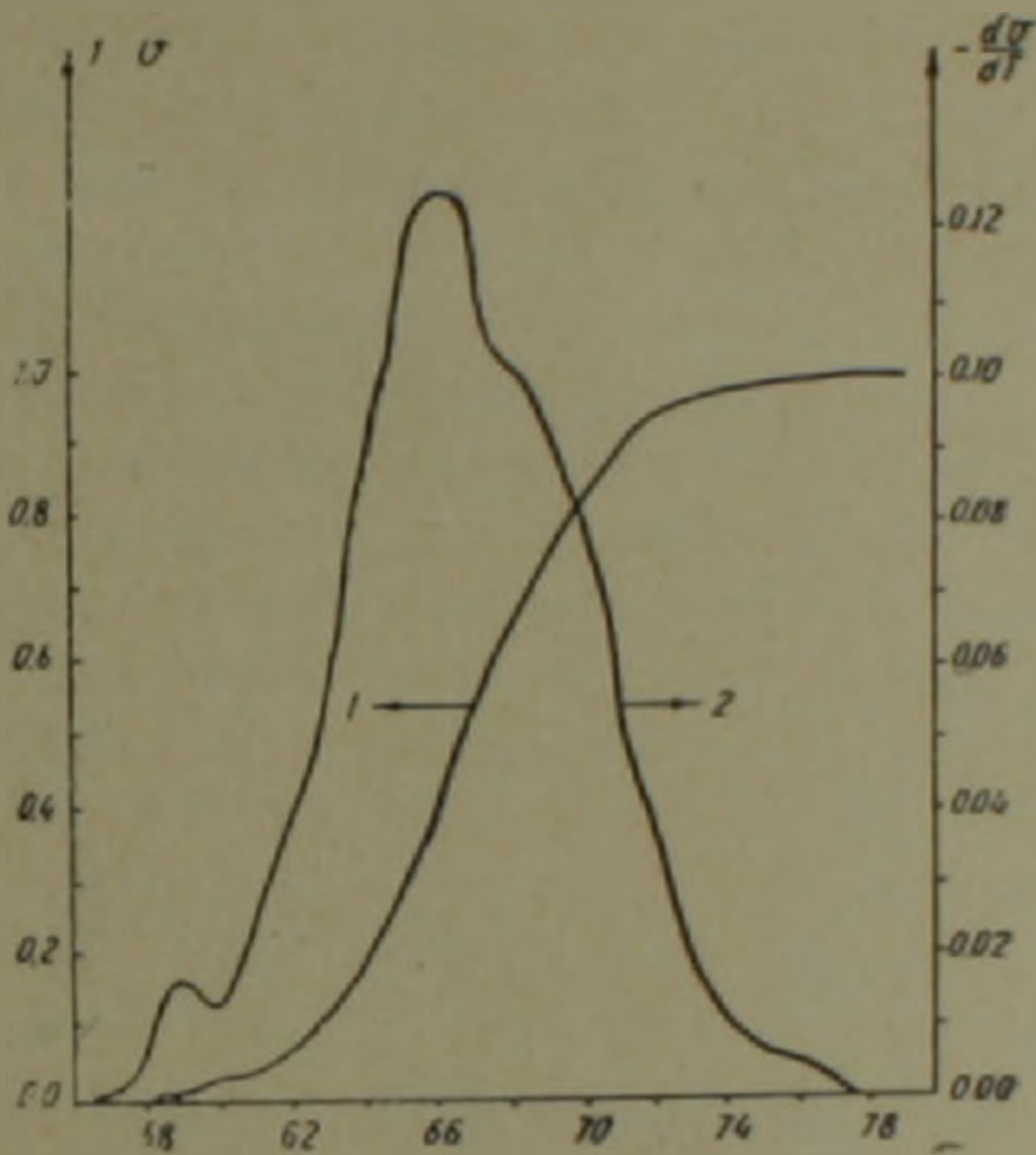


Рис 1 Кривая плавления (1) и дифференциальная кривая плавления (2) ДНК лимфосаркомы Плисса при ионной силе $[Na^+] = 0.0165$ M — доля спиральных звеньев в ДНК

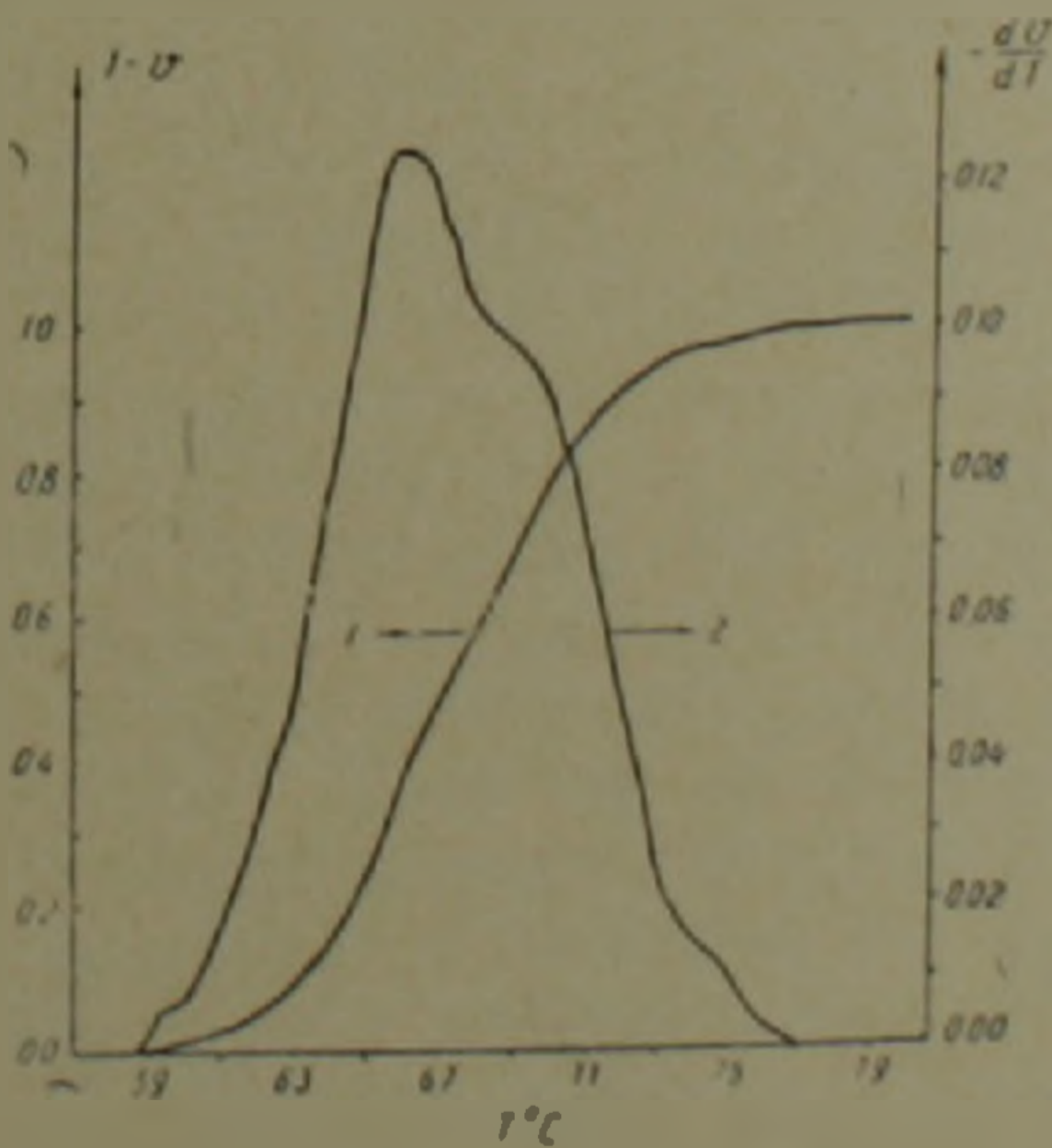


Рис. 2 Кривая плавления (1) и дифференциальная кривая плавления (2) ДНК лимфолейкоза Швец при ионной силе $[Na^+] = 0.0165$ M — доля спиральных звеньев в ДНК

Анализ работ по сравнению физико-химических свойств ДНК опухолей с ДНК нормы (рис. 1, 2) показывает, что в опухолевых ДНК возможны изменения во вторичной структуре, которые в основном можно свести к образованию локально денатурированных или дестабилизированных (дефектных) участков (^{15,16}) (1–4 дефект на 10⁴ пар нуклеотидов) (¹⁶). Образование дефектных участков приводит к уменьшению температуры (T_m) и увеличению интервала (ΔT) перехода спираль—клубок (плавление) ДНК (¹⁷). Так как у животных при злокачественном росте метилируется в основном цитозин в пятом положении (¹⁸), то введение метильных групп не изменяет числа комплементарных водородных связей и заметно стабилизирует ДНК (¹⁸). Поэтому, чтобы выяснить изменения во вторичной структуре опухолевых ДНК, имеет смысл исследовать кривые плавления ДНК, выделенных из разных опухолей. Для выяснения особенностей в характере поведения кривых плавления был осуществлен переход к дифференциальным кривым плавления (ДКП). Для избежания случайных ошибок кривые плавления сглаживали многочленом третьего порядка по 5 точкам, потом проводили дифференцирование на ЭВМ ЕС. ДКП* вместе с кривыми плавления приведены на рис. 1 и 2. При сравнении ДКП ДНК 2 штаммов опухолей (лимфолейкоз Швеца и лимфосаркома Плисса) видно, что при температурах 58–60°C имеется пик, который не наблюдается для интактных ДНК. Пик хорошо выражен для ДНК лимфосаркомы Плисса, а для ДНК лимфолейкоза Швеца имеет вид плеча. Аналогичные результаты для опухолей получены в работе грузинских авторов (¹⁹) микрокалориметрическим способом. Появление пика, по-видимому, свидетельствует о наличии в ДНК легкоплавких дефектных участков, содержащих в основном АТ нуклеотидные пары. Так как величина пика зависит от вида опухоли, то приходим к заключению, что содержание дефектных участков в ДНК зависит от вида опухоли. Увеличение содержания легкоплавких участков приводит к увеличению ΔT и уменьшению T_m . Данные по ΔT и T_m , приведенные в настоящей работе, подтверждают сказанное. Но на температуру плавления влияют дефекты и метилирование цитозина: дефекты уменьшают, а метилирование увеличивает T_m . Так как содержание 5-метилцитозина в ДНК лимфосаркомы Плисса больше, чем в ДНК лимфолейкоза Швеца, а T_m —соответственно меньше, то можно заключить, что дефектные участки в ДНК лимфосаркомы Плисса оказывают большее влияние на T_m , чем метилирование. Эти данные согласуются с соответствующими ДКП опухолевых ДНК (появление плеча и пика; рис. 1 и 2). Дефекты такого типа (¹⁹) не влияют на изменение поглощения ДНК при плавлении (гиперхромный эффект), поэтому изменение гиперхромного эффекта для разных опухолевых ДНК, возможно, связано с метилированием цитозина.

Следовательно, изменение характера метилирования генома и

* Авторы благодарны Д. Ю. Ландо (ИБОХ АН БССР) за расчет ДКП.

дефекты во вторичной структуре могут лежать в основе нарушения регуляции транскрипции генома и трансформации клеток в различных опухолях. Поэтому можно заключить, что рост опухолевых клеток сопровождается увеличением метилирования генома и изменением во вторичной структуре ДНК, а так как ДНК действительно является мишенью при действии различных противоопухолевых препаратов (20) и в значительной степени эффект связывается со способностью их влиять на синтез белка, НК и модифицировать азотистые основания (21), то это позволяет предположить, что изучение первичной и вторичной структуры ДНК различных штампов опухолей может привести к более целенаправленному применению противоопухолевых препаратов.

ИТОХ Академии наук Армянской ССР

Ереванский государственный университет

Ջ. Վ. ՂԱՐԻԲՅԱՆ, Ն. Մ. ՈՍՏՈՒՄՅԱՆ, Ի. Ս. ԴԱՆԻԵԼՅԱՆ, ՅՈՒ. Ս. ԲԱՐԱՅԱՆ,
Բ. Տ. ՂԱՐԻԲՉԱՆՅԱՆ, Վ. Մ. ԱՍԼԱՆՅԱՆ

ԴՆԹ-ի հատկությունների և կառուցվածի համեմատական ուսումնասիրությունը որոշ փորձնական ուռուցքներում

Հայտնի է, որ ԴՆԹ-ի սինթեզի և մեթիլացման արագություն միջև գոյություն ունի որոշ կարգավորում, ինչպես նաև, ուռուցքների ԴՆԹ-ի մեթիլացման ընդհանուր համեմատական ուսումնասիրության տվյալների համադրումը կարող է վկայել ուռուցքի և օրգանիզմի որոշ փոխազդեցության մասին, որը իր հերթին կախված է ուռուցքի տեսակից և նրա աճման արագությունից:

Ելնելով վերը նշվածից, ներկա աշխատանքի կատարման ժամանակ մեզ հետաքրքրել են հետևյալ հարցերը. կա արդյոք տարբերություն ոչ միանման մորֆոլոգիական և կենսաբանական հատկություն ունեցող փորձնական ուռուցքների ԴՆԹ-ի նուկլեոտիդային կազմի մեջ, տարբերվում են արդյոք նորմալ և ուռուցքային բջիջների ԴՆԹ-ները իրենց ֆիզիկա-քիմիական հատկություններով:

Մեր հետազոտությունների ընթացքում հատուկ ուշադրություն է դարձվել նշված ԴՆԹ-ների մեթիլացման մակարդակի վրա (5-մեթիլցիտոզինի պարունակությունը), քանի որ դա կարող է դիտվել որպես տրանսկրիպցիայի կարգավորման հնարավոր մեխանիզմներից մեկը:

Ստուգված ուռուցքային հյուսվածքը հոմոգենիզացվել և քլորոֆորմային ու ֆենոլային սպիտակուցազրկման օգնությամբ անջատվել է ԴՆԹ, ԴՆԹ-ի հալեցումը կատարվել է ցիտրատ-աղային բուֆերում, նուկլեոտիդային կազմը որոշելու համար ԴՆԹ-ի պրեպարատները հիդրոլիզվել են մինչև հիմքերի (99% միջնաթթու, 175°, 30 րոպ.), նախապես նրանց շորացնելով 105°-ում: Հիմքերը բաժանվել են կրկնակի, միաշափ. վերընթաց քրոմատոգրաֆիայի օգնությամբ (թղթի վրա):

Հաստատվել է, որ ԴՆԹ-ի բոլոր պրեպարատների նուկլեոտիդային կազմը համապատասխանում է Չարգաֆի կանոնին: Ուռուցքային տարբեր շտամների

րից անջատված ԴՆԹ-ի պրեպարատներում պարունակվող հիմքերի ԳՑ-գույ-
գերը գործնականորեն միատեսակ են, իսկ 5-մեթիլցիտոզինի պարունակու-
թյան տեսակետից, նրանց միջև գոյություն ունի հստակ տարբերություն: Նոր-
մալ և ուռուցքային ԴՆԹ-ների ֆիզիկա-քիմիական հատկությունների անալի-
զը ցույց է տալիս, որ ուռուցքային ԴՆԹ-ում հնարավոր են երկրորդային կա-
ռուցվածքի փոփոխություններ:

Այսպիսով կարելի է եզրակացնել, որ ուռուցքային քիչինի աճը ուղեկ-
ցվում է գենոմի մեթիլացման ավելացմամբ և ԴՆԹ-ի երկրորդային կառուց-
վածքի փոփոխմամբ:

ЛИТЕРАТУРА — ԿՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

- ¹ E. Scarano, Iaccarino M. Proc. Nat. Acad. Sci USA, 1957, 1394 (1967). ² E. Borek, Srinivasan P. Annual. Rev. Biochem., 35, 275 (1966). ³ M. Lea, H. Morris, G. Weber, Cancer Res., 26, 465 (1966). ⁴ T. Shirasaka, S. Fujii, Cancer Res., 35, 517 (1975). ⁵ J. W. Kappler, J. Cell. Physiol., 75, 21 (1970). ⁶ D. Druhovsky, A. Wacker, Naturwissenschaften, 62, 189 (1975). ⁷ B. E. Vanyushin, L. E. Nemirovsky, V. V. Klimentko, V. K. Vasiliev et al., Gerontologia, 19, 138 (1973). ⁸ O. H. Lowry, N. I. Rosenbro-ugh, A. L. Farr, R. I. Randall, J. Biol. Chem., 193, 265 (1951). ⁹ B. F. Vanyushin, A. L. Masin, V. K. Vasiliev, A. N. Belosersky, Biochim. et biophys. acta, 299, 397 (1973). ¹⁰ L. S. Desai, U. C. Wulf, G. E. Folley, Exptl. Cell. Res., 65, 260 (1971). ¹¹ Т. В. Боровкова, Н. А. Федоров, Материалы симпозиума „Структура и функции НК и нуклеопротеидов“, М., 1974. ¹² Н. Н. Бурцева, И. П. Демидкина, Ю. М. Ази-зов, В. Ф. Ванюшин, Биохимия, 42, 1690 (1977). ¹³ N. Kurota, T. Matsushima, T. Sugimura, Biochem. and Biophys. Res Commun., 48, 473 (1972). ¹⁴ L. Tosi, A. Gra-neri, E. Scarano, Exptl. Cell. Res., 72, 257 (1972). ¹⁵ Г. П. Жижина, С. И. Бабович, К. А. Авакян, О. Е. Петров, ДАН АН СССР, 235, 703 (1977). ¹⁶ С. В. Кузьмина, Н. Б. Стржевская, Биофизика, 15, 1133 (1970). ¹⁷ Н. В. Берестецкая, К. И. Ко-ганов, К. С. Лазуркин, Э. Н. Трифионов, М. Д. Франк-Камеицкий, Мол. биол., 4, 137 (1970). ¹⁸ M. Ehrlich, K. Ehrlich, J. Mayo, Biochim. et biophys. acta, 395, 109 (1975). ¹⁹ З. Н. Чанчалишвили, Г. В. Маджагаладзе, Г. Н. Мгелაузе, Д. Р. Мона-селидзе, в сб. „Конформационные изменения биополимеров в растворах“, Тбилиси, 1975. ²⁰ P. F. Swann, P. N. Magee, J. Biochem., 110, 39 (1968). ²¹ A. Loreles, C. Hampton, Mutation Res. 7, 1, 1 (1969).

УДК 577.152:611.61

БИОХИМИЯ

Академик АН Армянской ССР Г. Х. Бунятыан,
 В. С. Оганесян, Л. Л. Бадалян

Изоэнзим фосфатзависимой глутаминазы цитоплазмы почек крыс

(Представлено 28/VII 1979)

В животных тканях имеются фосфатзависимая глутаминаза (ФЗГ) и фосфатнезависимая глутаминаза (ФНГ), которые активируются различными эффекторами (1-3). Наиболее высокой глутаминазной активностью обладают мозговая и почечная ткани. ФЗГ этих органов, обладая слабой каталитической активностью, стимулируется целым рядом низкомолекулярных соединений различной природы. В отличие от ФНГ почек, единственным активатором которой является малеат, активность ФЗГ почек стимулируется не только фосфатом, но и ацетиламинокислотами, аминокислотами и компонентами цикла трикарбоновых кислот. Однако среди модуляторов глутаминазы почек, так же как и мозга, наиболее эффективными являются макроэрги, кофакторы и гормоны (4-7). Роль тиреоидных гормонов (ТГ) и ацил-КоА производных жирных кислот в регуляции активности ФЗГ изучена достаточно детально (5-10).

Известно, что ФЗГ и ФНГ локализованы, в основном, в митохондриальной фракции различных тканей (1-3, 11). Однако недавно ФНГ была обнаружена и в микросомальной фракции почек (12-13).

Проведенные нами исследования показали, что супернатант почек крыс, полученный после центрифугирования гомогената в течение часа при 105 000 g, также обладает глутаминазной активностью.

Изучение действия различных соединений на активность цитоплазматической глутаминазы показало, что единственным эффективным активатором этого фермента является фосфат. Такие соединения, как цитрат, сукцинат, α -кетоглутарат, ацетиласпартат и аспартат либо вовсе не действуют, либо оказывают незначительный стимулирующий эффект на активность цитоплазматической ФЗГ. ТГ, являясь сильными активаторами митохондриальной ФЗГ мозга и почек, практически не влияют на активность цитоплазматического фермента. Стимулирующий эффект указанных соединений составляет всего лишь 0,5-3% от эффекта фосфата.

Далее, из проведенных нами исследований выяснилось, что эффект фосфата при его совместном применении с ТГ, в зависимости от рН среды, концентраций фосфата и применяемого гормона, проявляется по-разному. Так, при рН 8,0 тироксин не влияет на стимулирующий эффект низких концентраций фосфата, но слабо потенцирует действие сравнительно высоких концентраций этого активатора. При рН 9,0 в присутствии тироксина эффект высоких концентраций фосфата слабо подавляется, а низких не меняется. Однако совместное применение трийодтиронина с низкой концентрацией фосфата как при рН 8,0, так и при рН 9,0 приводит к четырехкратному усилению его стимулирующего действия. Эффект высоких концентраций фосфата при низком значении рН также потенцируется, а при рН 9,0 не меняется.

Наряду с этим было установлено, что при этих значениях рН одновременное добавление тироксина с цитратом, сукцинатом, α -кетоглутаратом, ацетиласпартатом и аспартатом не приводит к изменению их стимулирующего эффекта. В то же время при рН 9,0 совместное применение трийодтиронина с указанными соединениями приводит к многократному (15—20 раз) усилению активирующего действия последних, а при низком значении рН действие этих соединений или не потенцируется, или потенцируется очень слабо.

Итак, выяснилось, что стимулирующее действие всех испытанных эффекторов на активность растворимой глутаминазы почек в присутствии тироксина и трийодтиронина проявляется по-разному. Следует указать, что при одновременном добавлении двух других эффекторов повышения активности фермента не наблюдается. Следовательно, в повышении чувствительности фермента к указанным соединениям трийодтирону принадлежит особая роль.

Как показывают полученные данные, процесс регуляции активности растворимой глутаминазы почек носит поливалентный характер.

Необходимо отметить, что исследования, проведенные на митохондриальной ФЗГ, показывают, что в этом случае активность фермента эффективно стимулируется не только фосфатом, но и тироксином и трийодтиронином, а также цитратом, сукцинатом и другими соединениями. При совместном применении фосфата и других активаторов как с тироксином, так и с трийодтиронином происходит усиление их активизирующего действия в несколько раз, причем эффект потенцирования с тироксином выражен сильнее, чем с трийодтиронином.

Сопоставляя эти данные с данными настоящего сообщения, можно заметить, что регуляторные свойства глутаминазы митохондриальной фракции и цитоплазмы почек крыс принципиально отличаются. Полученные данные дают нам достаточно веские основания предположить, что в цитоплазме почек крыс содержится изоэнзим ФЗГ.

Институт биохимии
Академии наук Армянской ССР

Առնետների երիկամների ցիտոպլազմատիկ ֆոսֆատկախյալ գլուտամինազայի
իզոֆերմենտր

Առնետների երիկամների ցիտոպլազմայում հայտնաբերվել է ֆոսֆատ-
կախյալ գլուտամինազա, որն իր կարգավորիչ հատկություններով խիստ տար-
բերվում է երիկամների միտոքոնդրիալ ֆրակցիայում գտնվող գլուտամինա-
զայից:

ЛИТЕРАТУРА — ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

- ¹ N. Katunuma, A. Huzino, I. Tomino, *Advances In Enzyme Regulation*, 5, 55 (1967). ² N. Katunuma, T. Katsunuma, I. Tomino, Y. Matsuda, *Advances in Enzyme Regulation*, 6, 227 (1968). ³ N. Katunuma, T. Katsunuma, T. Towatari, I. Tomino, in *The Enzymes of Glutamine Metabolism*, Ed. by S. Prusiner E. R. Stadtman. Academic Press, New-York and London, p. 227 (1973). ⁴ В. С. Оганесян, Г. Х. Бунятян, К. С. Микиртумова, Л. Л. Бадалян, *Вопросы биохимии мозга*, вып. 6, Изд. АН Арм ССР, Ереван (1970). ⁵ В. С. Оганесян, Л. Л. Бадалян, К. С. Микиртумова, Ж. Дж. Саакян, *Вопросы биохимии мозга*, вып. 8, Изд. АН Арм ССР, Ереван (1973). ⁶ Л. Л. Бадалян, Г. Х. Бунятян, В. С. Оганесян, *Вопросы биохимии мозга*, вып. 10, Изд. АН Арм ССР, Ереван (1975). ⁷ В. С. Оганесян, К. С. Микиртумова, Г. Х. Бунятян, *Вопросы биохимии мозга*, вып. 12, Изд. АН Арм ССР, Ереван (1977). ⁸ H. Weil-Malherbe, *J. Neurochem.*, 19, 2257 (1972). ⁹ E. Kvamme, I. Aa. Torgner, *Biochem. J.*, 137, 525 (1974). ¹⁰ E. Kvamme, I. Aa. Torgner, *Biochem. J.*, 149, 83 (1975). ¹¹ M. Errera, J. P. Greenstein, *J. Biol. Chem.*, 178, 495 (1949). ¹² Z. Kovacevic, *Biochem et Biophys. Acta*, 334, 199 (1974). ¹³ N. P. Curthoys, in: *Isozymes*, Ed. by C. I. Markert, Academic Press, New-York and San-Francisko, p. 1 (1975).

УДК 2.23.10.7

ФИЗИОЛОГИЯ РАСТЕНИЙ

Академик АН Армянской ССР В. О. Казарян, Н. И. Кочарян

О влиянии качества света на рост и азотный обмен корней

(Представлено 30/VII 1979)

Физиологически активная коротковолновая радиация оказывает весьма положительное влияние на образование белков и аминокислот^(1,2). При этом синтез последних осуществляется непосредственно в процессе фотосинтеза даже при весьма кратковременной световой экспозиции^(3,4) и др.).

Исходя из корреляции процессов, протекающих в листьях и корнях^(5,6) и др.), мы вправе допустить, что положительное влияние коротковолновой радиации на синтез белков и аминокислот осуществляется и в корневой системе. Притом, видимо, разница в синтетической деятельности корней растений, воспринимающих свет различного качества, должна определяться метаболической и поглотительной активностью, а также общей массой всасывающих корней. Это предположение косвенно оправдывается, если учесть, что при свете разного качества у растений формируются листья с неодинаковой поверхностью и корнеобеспеченностью⁽⁷⁾.

Для экспериментальной проверки этих положений и установления характера влияния света различного качества на азотный обмен корней в зависимости от общей представленности последних нами были предприняты некоторые опыты с травянистыми растениями дурнишник (*Xanthium strumarium* L.), осот (*Sonchus asper* L.), бородавник (*Lapsana grandiflora* M. B.) и лопух (*Arctium palladinii* (Marc.) A. Grossh).

Растения выращивали в больших глиняных вазонах с садовой почвой и с появлением первых недоразвитых листьев подвергали действию света различного качества, но одинаковой интенсивности в люминистатном шкафу, в нижней части которого размещали растения, а в верхней — светофильтры. Максимум пропускания света у светофильтров находился в следующих пределах: для красного света — 650, зеленого — 530, синего — 440 мкм (рис. 1). Контрольные растения получали естественный свет. Температура воздуха в камерах — 28 — 30°C, полив ежедневный, до полного насыщения почвы.

С появлением 4–6 листьев были взяты корни растений и определены формы азота по Кьельдаалу (6). Полученные данные для всех видов опытных растений оказались идентичными и в связи с этим приводятся лишь данные по дурнишнику (рис. 2). Как мы видим, наибольшее накопление азота в корнях имело место в условиях физиологически более активных — синих, а затем — красных лучей, где формировалась и большая корневая масса (табл. 1). Меньшее содержание азо-

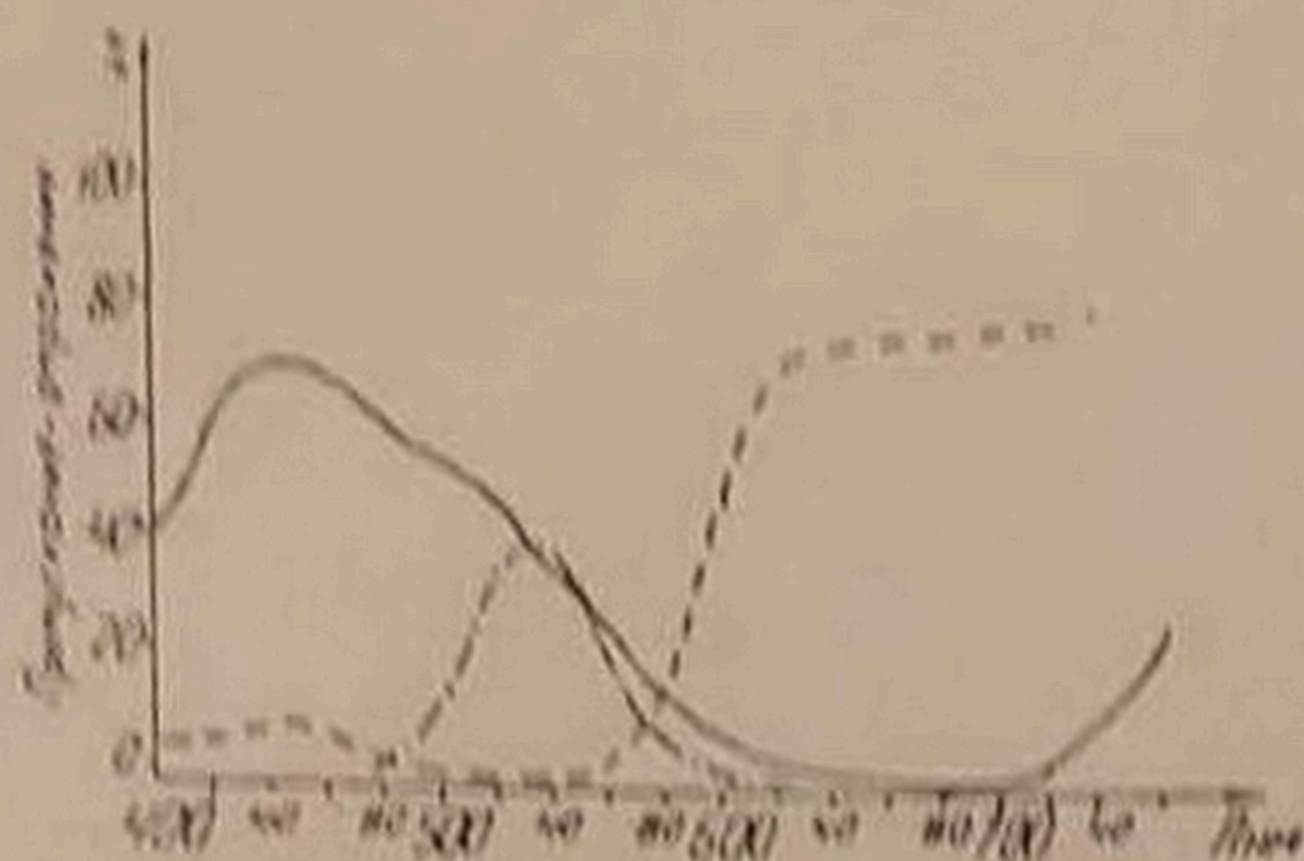


Рис. 1. Спектр пропускания лучей светофильтрами: — синий; - - - зеленый; - · - · - красный

та у растений, получивших зеленый свет, возможно, связано как со слабой представленностью, так и низкой поглотительной способностью корней (6). Аналогично общему азоту констатировано уменьшение его белковой формы у растений, выращенных в условиях зеленого света, и увеличение в условиях красного и синего. В связи с этим идентичному изменению подвергалось и отношение белкового азота к общему.

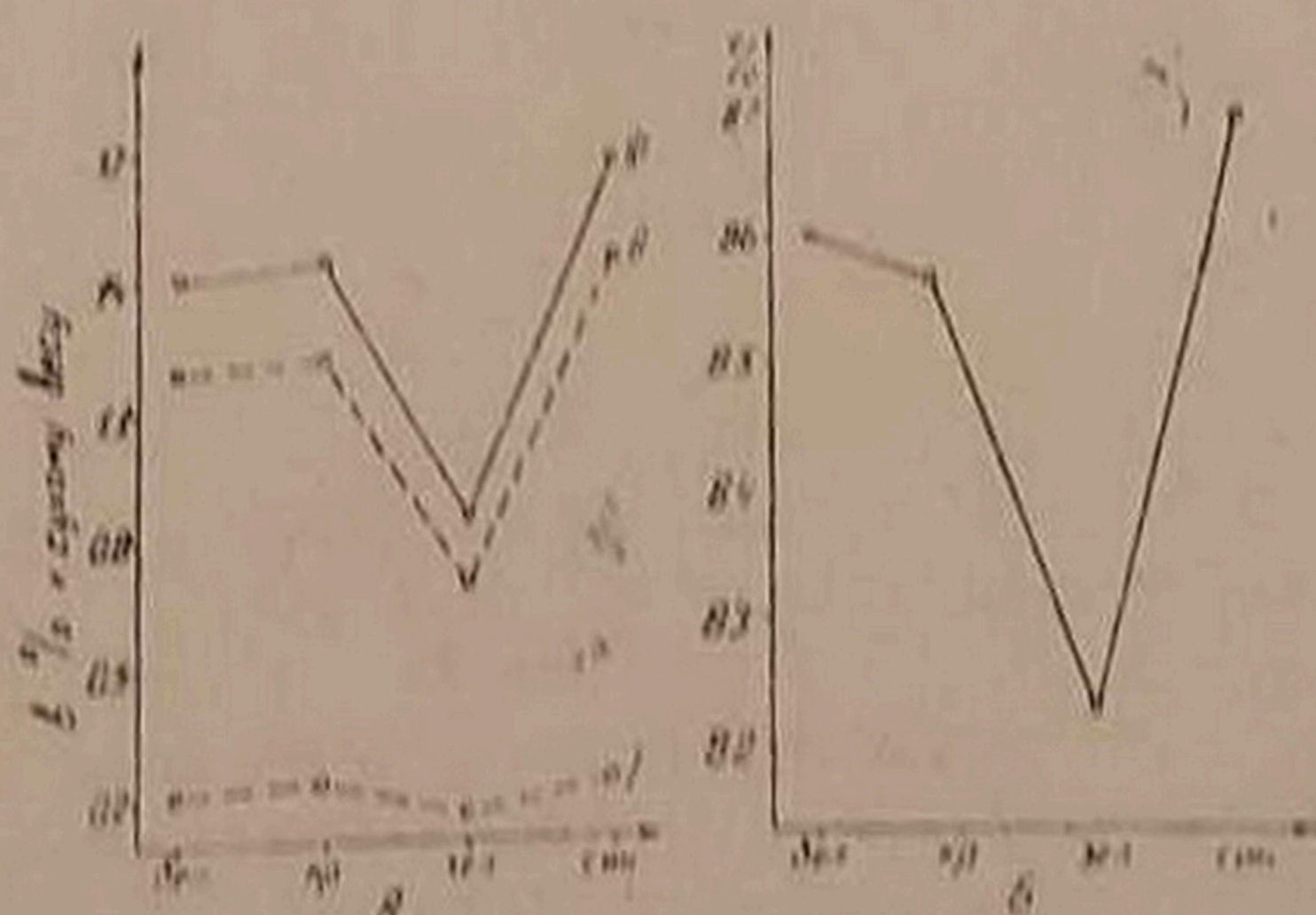


Рис. 2. Содержание форм азота в корнях дурнишника, выращенного в условиях света различного качества: А — в процентах от сухого веса; I — небелковый азот, II — белковый азот, III — общий азот; В — белковый азот в процентах от общего

Для выявления зависимости азотного обмена корней от общей мощности последних у всех опытных растений определяли общую массу корней, учитывая, что они будучи экологически различными должны реагировать на качество света неодинаково.

Как видно из приведенных данных (табл. 1), опытные растения показали неодинаковую реакцию на качество света в отношении активности образования корней. Если в условиях естественного, красного и зеленого света мощность корней постепенно уменьшается от дурнишника к лопуху, то при синем свете этот показатель у бородавника наивысший. Кроме того наблюдается существенное расхождение величины процентного соотношения корней растений, выращенных в условиях различного качества света, от корней контрольных растений. Дело в том, что длительная эволюция этих растений шла в различных условиях, главным образом, в отношении влажности и освещения. С этой точки зрения сравнительно светолюбивым и засухоустойчивым является дурнишник, а более теневыносливым и влаголюбивым лопух. Промежуточное место занимают осот и бородавник.

Таблица 1

Мощность корневой системы растений, выращенных в условиях света различного качества

Растения	Естественный (Контроль)		Красный		Зеленый		Синий	
	Масса корней		Масса корней		Масса корней		Масса корней	
	мг	%	мг	%	мг	%	мг	%
Дурнишник	1240	100	1105	89,1	325	26,2	1070	86,3
Осот	835	100	659	78,9	239	27,5	644	77,1
Бородавник	678	100	651	96,0	124	18,3	669	98,6
Лопух	480	100	413	86,0	192	40,0	433	90,2

В связи с указанными биологическими особенностями идентично изменяется и мощность их корневой системы в условиях различного качества света. Резкое уменьшение общей массы корней в условиях зеленого света, видимо, является одной из причин низкого уровня содержания азота в них.

Имея в виду, что корни являются одним из главных центров метаболизма веществ, поглощенных из почвы, и учитывая зависимость общей активности этих обменных процессов от мощности корневой системы, мы определяли количественный и качественный состав аминокислот в корнях опытных растений, предполагая, что эти показатели в значительной степени зависят от качества света. В действительности, полученные данные (табл. 2) наглядно показывают, что максимальное содержание аминокислот определено в корнях растений, выращенных в условиях синего света, минимальное — зеленого. В данном случае

выявлена прямая зависимость между общей мощностью корней (табл. 2) и содержанием аминокислот в них. В отношении же числа идентифицированных аминокислот не обнаруживается особенных различий между отдельными вариантами. Положительное влияние синего света проявилось и в отношении активности синтеза амидов.

Таблица 2

Изменение содержания аминокислот в корнях дурнишника под действием света различной длины волны (в мг на 1 г сухого веса)

Кислота	Контроль	Красный	Зеленый	Синий
Лизин	Следы	Следы	Следы	Следы
Аргинин + гистидин	0,05	Следы	Следы	0,02
Аспарагин	0,10	Следы	Следы	0,10
Глутамин	0,92	0,7	0,7	0,85
Аспарагиновая кислота	0,42	0,39	0,3	0,46
Серин + глицин	0,37	0,35	0,26	0,42
Глутаминовая кислота	0,28	0,25	0,20	0,25
Треонин	0,03	0,04	0,03	0,05
Аланин	0,07	0,07	0,02	0,05
Пролин	+	++	++	+
Тирозин	0,09	0,1	0,05	0,06
Триптофан	0,06	0,1	Следы	Следы
Метионин	0,15	0,12	0,10	0,15
Валин	0,23	0,20	0,16	0,18
Фенилаланин	0,10	0,08	0,05	0,07
Лейцины	0,03	Следы	Следы	0,05
Сумма	2,90	2,40	1,88	2,69

Сопоставляя эти показатели с данными по содержанию форм азота, мы находим некоторый параллелизм между общим количеством белкового азота и аминокислот, что свидетельствует об активации синтеза указанных соединений в условиях синего света.

При действии красного света увеличивалось количество триптофана, а содержание аланина было несколько выше, чем в корнях растений, получавших синий свет. Наряду с этим наблюдается увеличение содержания фенилаланина, тирозина, пролина, для образования которых аланин является основой⁽⁹⁾, чем обуславливается его тесная связь с процессами переаминирования. На синем свету преобладают серин + глицин, аспарагин и аспарагиновая кислота. Повышение содержания аминокислот под действием указанного света сравнительно с красным дает основание полагать, что в корневой системе, как и в листьях, под влиянием коротковолновых лучей усиливаются окислительные процессы⁽¹⁰⁾.

Резюмируя полученные данные, мы приходим к заключению, что физиологически активные лучи через усиление фотосинтеза и обменных реакций листьев оказывают существенное влияние на рост и азотный обмен корней. При этом более активный синтез белков и аминокислот обнаруживается в корнях растений, выращенных в условиях синего света. Подобная реакция корней определяется и их повышенной поглотительной и метаболической активностью⁽⁷⁾.

Таким образом, уровень синтетической активности в условиях того или иного качества света всегда коррелируется в сферах корень — лист, в чем проявляется целостность растительного организма.

Ботанический институт
Академии наук Армянской ССР

Հայկական ՍՍՀ ԳԱ ակադեմիկոս Վ. Հ. ՂԱԶԱՐՅԱՆ, Ն. Բ. ՔՈԶՈՐՅԱՆ

Բույսերի ազոտային փոխանակության վրա լույսի սրակի ազդեցության մասին

Բույսերը մշակվել են միևնույն ինտենսիվության տարրեր սրակի լույսի պայմաններում, այնուհետև որոշվել արմատների ընդհանուր մասսան, նրանց մեջ ազոտի տարրեր ձևերը և ամինաթթուների պարունակությունը:

Պարզարանված է, որ ամինաթթուների ամենամեծ քանակը սպիտակուցային ազոտը և ամինաթթուները առաջանում են բնական լույսի, կապույտ և կարմիր ճառագայթների պայմաններում, իսկ նշված ցուցանիշների ամենաքիչ պարունակությունը-կանաչ լույսի ազդեցության ներքո: Արվում է եզրակացություն, որ ֆիզիոլոգիական ախտիվ ճառագայթները ֆոտոսինթեզի ախտիվացման եղանակով ազդում են արմատների աճի և նրանց սինթետիկ ֆունկցիայի վրա:

ЛИТЕРАТУРА — ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

- ¹ Т. Ф. Андреева, Г. Ф. Коржева, Физиология растений, 11, 6 (1964). ² М. М. Окунцов, Н. В. Назаренко, Вопросы фотосинтеза, вып. 1, Томск, 1964. ³ J. Galmiche, Com-miss. Energie Atomique Dept de Biolo B. P. N2Gif s Yvette (SLO), 1963. ⁴ Y. Hess, N. E. Tolbert, 4th Internat. Photobiol. Congr. Authors abstr., Oxford, 1, 1964. ⁵ А. Л. Курсанов, Взаимосвязь физиологических процессов в растениях, 20-е Тимирязевское чтение, Изд. АН СССР, М., 1970. ⁶ В. О. Казарян, Старение высших растений, «Наука», М., 1969. ⁷ В. О. Казарян, Н. И. Коцарян, Биологический журн. Армении, т. 19, № 5, 1976. ⁸ А. Н. Белозерский, Н. И. Проскуряков, Практическое руководство по биохимии растений, «Наука», М., 1951. ⁹ В. Л. Кретонович, Обмен азота в растениях, «Наука», М., 1972. ¹⁰ Н. П. Воскресенская, Фотосинтез и спектральный состав света, «Наука», М., 1965.

УДК 612.84

ФИЗИОЛОГИЯ

Д. К. Хачванкян, К. Г. Хаджанов, Б. А. Арутюнян-Козак

Вертикальная организация нейронных комплексов в ассоциативной коре Клер — Бишопа

(Представлено чл.-корр. АН Армянской ССР О. Г. Баклаваджяном 29/V 1979)

Как показали предыдущие данные (¹⁻²), ассоциативная корковая область Клер—Бишопа играет существенную роль в центральном анализе зрительной информации. Из данных Маунткэсла (³⁻⁴) на примере соматической коры известно, что функциональной единицей корковой структуры является определенная вертикальная организация нейронов одной афферентной модальности в так называемые вертикальные столбцы. Хюбел и Визел (⁵), в свою очередь, доказали существование вертикальных столбцов нейронов в зрительной проекционной коре. Так, по данным Хюбела и Визела (⁵) нейроны, имеющие одинаковую реакцию на определенное направление зрительного стимула в рецептивном поле, расположены в одном столбце перпендикулярно поверхности коры. В дальнейшем Дец и Арутюнян-Козак (⁶) было показано, что зрительно-чувствительные нейроны верхнего двуххолмия также организованы в вертикальные столбики. Таким образом, можно предполагать, что подобная организация нейронов является необходимым элементом нейронных комплексов коры и имеет существенное аналитико-интегративное значение в процессах зрительной информации.

Настоящая работа посвящена исследованию закономерностей организации нейронов в корковой ассоциативной области Клер—Бишопа и возможной функциональной роли такой организации в анализе зрительной афферентной информации.

Опыты проводили на кошках весом 2,5—3,0 кг. Методика операции и регистрации ответов одиночных клеток области Клер—Бишопа описаны в (¹). Размеры и формы рецептивных полей нейронов определяли на экране периметра, нулевая точка которого соответствовала «0» по системе координат Хорслей—Кларка. Зрительные стимулы (светлые пятна — стационарные и движущиеся) просцировали на экран периметра при помощи проекционной системы. Освещенность стимулов была в пределах 3—15 люкс, фоновое освещение — 0,1 люкс. После каж-

дого опыта производили гистологическое определение локализации электрода.

В целом были произведены 463 вертикальные пенетрации поверхности коры в области Клер—Бишопа. В 255 из 463 пенетраций были обнаружены ответы на зрительные стимулы, причем в 69 из 255 пенетраций удалось обнаружить только общую реакцию на предъявление зрительных стимулов, т. е. общую масс-реакцию нейронов без выделения разрядов какой-либо одиночной клетки. В 186 пенетрациях по ходу вертикального погружения электрода была зарегистрирована активность одиночных клеток в ответ на зрительные стимулы. Для более правильного определения организации необходимо было иметь в одной пенетрации 3 и более нейронов. В связи с этим были взяты на учет 55 пенетраций. Были исследованы 304 клетки, чувствительные к зрительным раздражениям. Количество незрительных клеток втрое превышало это число. Таким образом, как видно из представленных данных, ассоциативная зрительная область Клер — Бишопа в отличие от проекционной зрительной коры (поля 17, 18, 19) имеет меньшую густоту и большой разброс зрительных элементов. В данной работе нейроны были классифицированы как организованные в вертикальные столбики по следующим критериям: если в одной вертикальной пенетрации обнаруживалась группа нейронов с идентичными характеристиками; если обнаруживалась пространственная суперпозиция рецептивных полей нейронов одного столбика; если в одной пенетрации нейроны были расположены группами, по два-три, с идентичными характеристиками. Согласно вышеуказанным критериям все 55 пенетраций, где было описано 3 или больше нейронов в одной пенетрации, были распределены в 4 группы. Больше всех оказалось столбиков, в которых нейроны расположены по 2—3 однотипных попеременно с парой другого типа. На рис. 1, А изображен такой столбик. Первые 4 нейрона в пенетрации имеют ответ на включение светлого пятна и дирекционально-чувствительный ответ на движение того же пятна по рецептивному полю. Слева на рис. 1, А показано пространственное расположение рецептивных полей описанных нейронов. Последние два нейрона проявляли идентичные характеристики, имея ответы как на включение, так и на выключение стационарного зрительного стимула и дирекционально-нечувствительный ответ на движущийся стимул. Рис. 1, Б представляет столбик, где были обнаружены три нейрона (3, 4, 5), имеющие идентичные характеристики, т. е. ответ на включение стационарного стимула и дирекционально-нечувствительный ответ на движущийся стимул. Столбиков с такой организацией нейронов оказалось 24 из 55.

Далее было обращено внимание на характер пространственного перекрытия рецептивных полей нейронов одного столбика. Оказалось, что из 55 исследованных столбиков в 18 имелось значительное перекрытие (суперпозиция) рецептивных полей. Рис. 2, А, Б представляет примеры таких столбиков. Таким образом, значительное про-

странство из поля зрения может быть воспринято группой зрительно-чувствительных нейронов.

Довольно малое число (8 из 55) составили «совершенные» столбики, где все нейроны в одном столбике имели идентичные характеристики. В остальных пенетрациях (5 из 55) не было обнаружено никаких

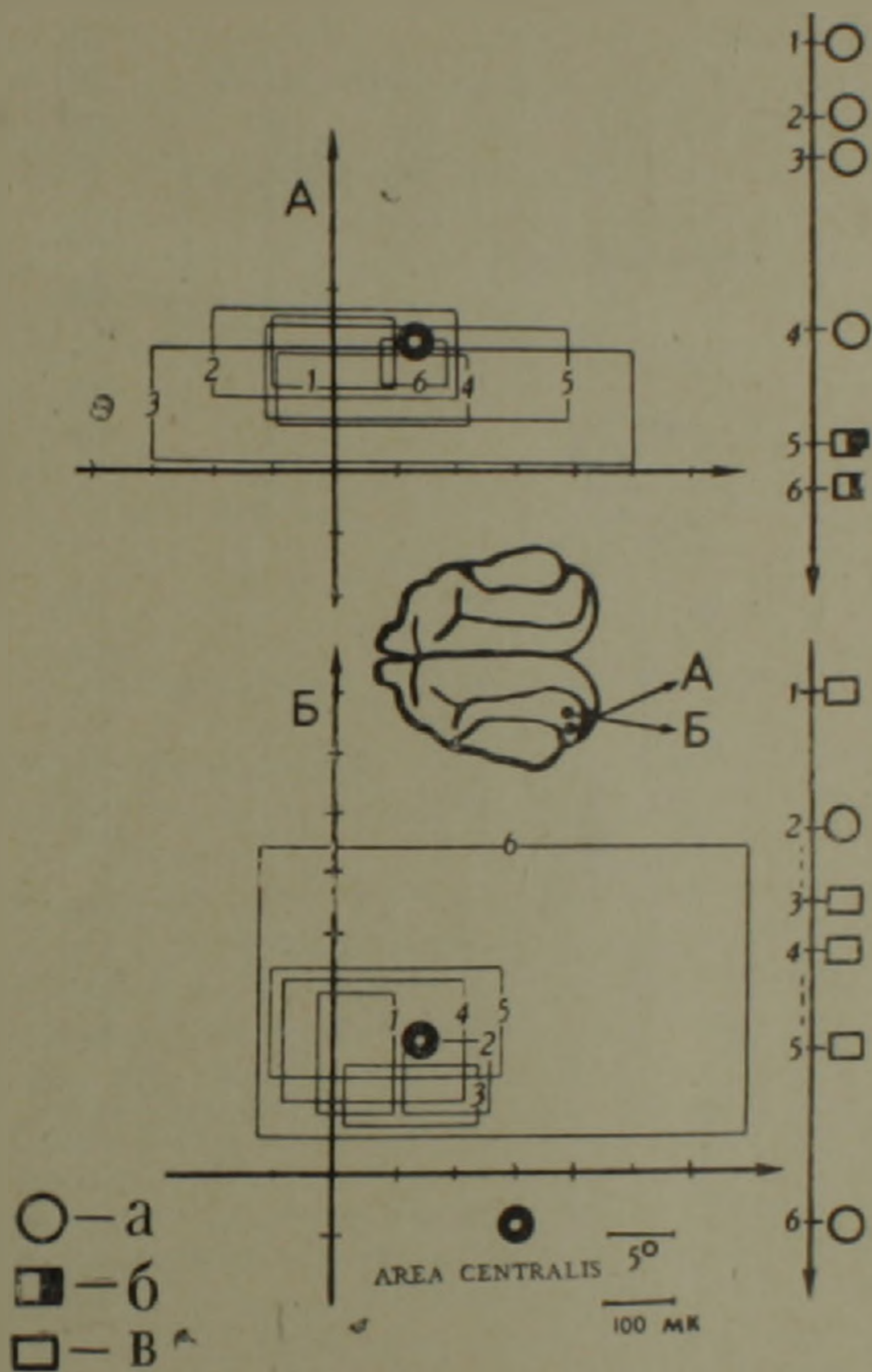


Рис. 1. А, Б—вертикальные пенетрации электродом с групповой организацией нейронов. Слева на рисунке—расположение рецептивных полей нейронов. Цифры указывают очередность нейронов в пенетрации. «0» координат соответствуют «0» системы координат Хорслен—Кларка. а—дирекциональный ответ на движущийся стимул и ответ на включение стационарного стимула; б—недирекциональный ответ на движущийся стимул и ответы на включение и выключение стационарного стимула; в—недирекциональный ответ на движущийся стимул и ответ на включение стационарного стимула

закономерностей организации. Клетки в таких столбиках отличаются друг от друга своими характеристиками ответов как на стационарный, так и на движущийся зрительные стимулы.

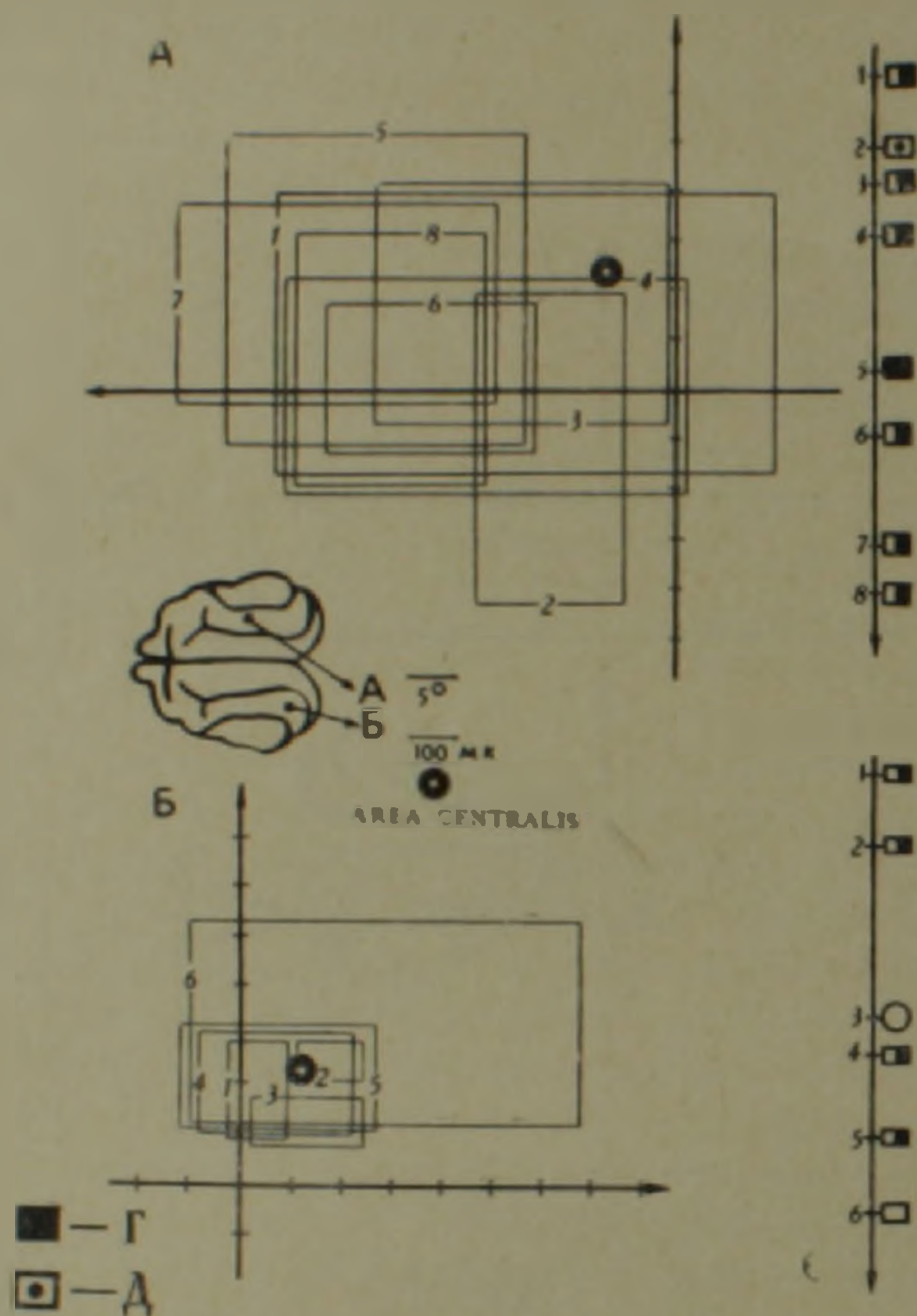


Рис 2 А, Б—вертикальные пенетрации электродом с суперпозицией рецептивных полей нейронов 2—недирекциональный ответ на движущийся стимул и ответ на выключение стационарного стимула; 4—нейрон, отвечающий только на движение черного стимула. Остальные обозначения те же, что на рис. 1

Трудность определения колумнарной организации нейронов зрительной коры заключается в том, что ответы клеток многообразны и специфичны, отличаются от мономодальных клеток, описанных Маунт-каслем (1) в соматической коре. Хюбел и Визел (4) взяли ориентацию движения предмета относительно рецептивного поля как единственный тест, характеризующий зрительную клетку; этого, по нашему мнению, недостаточно для полного определения свойств нейронов в одной колумне. Поэтому мы старались применять как можно больше тестов и, разносторонне исследуя каждую очередную клетку в пенетрации, уста-

новить их истинное сходство. Как показали данные, только 8 столбиков из 55 соответствовали понятию четкой колумнарной организации нейронов. Такие столбики, очевидно, логично считать функциональными единицами корковой структуры. Они, очевидно, благоприятствуют интеграции сенсорной информации, приходящей к ним по афферентным волокнам. Однако большинство исследованных пенетраций (24 из 55) не имели такой организации, а состояли из групп нейронов (по 2—3) с одинаковыми характеристиками. Трудно рассматривать их как определенную колумнарную организацию, руководствуясь понятиями Маунткэсла (3). Однако можно предполагать, что такие «несовершенные» столбики играют немалую роль в интеграции зрительной сенсорной информации. Столбик с группой нейронов с разными характеристиками, надо полагать, имеет большие возможности к интеграции, тогда как «совершенные» столбики с идентичными нейронами, возможно, более эффективны в аналитических процессах.

Институт физиологии
Академии наук Армянской ССР

Կ. Կ. ԽԱԶՎԱՆՔՅԱՆ, Կ. Գ. ԽԱՋԱՆՈՎ, Բ. Ո. ՀԱՐՈՒԹՅՈՒՆՅԱՆ-ԿՈՉԱԿ

Ուղղագրի կազմակերպված նեյրոնային կոմպլեքսները կլեր—Քիչոպի առոցիատիվ կեղևում

Սուր փորձի պայմաններում հարկողի շենթարկված կատուների մոտ միկրոէլեկտրոդային գրանցման մեթոդի օգնությամբ ուսումնասիրվել են գլխուղեղի կեղևի առոցիատիվ տեսողական շրջանի (Կլեր-Քիչոպի) նեյրոնային խմբավորումների կազմակերպման օրինաչափությունները:

Փորձերը ցույց են տվել, որ 55 ուսումնասիրված խմբավորումներից 24-ը ունեն որոշակի օրինաչափություն ուղղագրի (կեղևին ուղղահայաց) կազմված նույնատիպ նեյրոնների գույգերից, 8-ը կազմված են նույնատիպ նեյրոններից, 12-ն ունեն նեյրոնների ռեցեպտիվ դաշտերի վերադրում և 5 խմբավորում չունեն որևէ օրինաչափություն: Առաջարկված ենթադրության համաձայն, նեյրոնների գույգավորված ուղղագրի խմբավորումն ունի որոշակի ինտեգրատիվ նշանակություն՝ տեսողական զգացողական ինֆորմացիայի մշակման պրոցեսում:

ЛИТЕРАТУРА—ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

- 1 Б. А. Арутюнян-Козак, Д. К. Хачванкян, А. С. Оганян, А. Г. Тутунджян, Нейрофизиология, 10, № 1 (1978). 2 Д. К. Хачванкян, Б. А. Арутюнян-Козак, ДАН Арм. ССР, т. 66, № 3 (1978). 3 V. B. Mountcastle, P. W. Davies, L. Berman, J. Neurophysiol., 20, № 4 (1957). 4 V. B. Mountcastle, J. Neurophysiol., 20, № 4 (1957). 5 D. H. Hubel, T. H. Wiesel, J. Physiol., 165, № 2 (1963). 6 K. Dec, B. Harutjunian-Kozak, Acta Neurobiol. Exp., 32, № 1 (1972).

