

ՀԱՅԿԱԿԱՆ ՍՍՀ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԿԱԴԵՄԻԱ
 АКАДЕМИЯ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР

ԶԵԿՈՒՅՑՆԵՐ ДОКЛАДЫ

LXXIII, № 5

1981

Խմբագրական կոլեգիա

Գ. Ա. ԱՐՁՈՒՄԱՆՅԱՆ, տեխն. գիտ. թեկնածու (պատ. ֆաբրիկար), է. Գ. ԱՅՐԻՎՅԱՆ, ՀՍՍՀ ԳԱ թղթակից-անդամ, Ա. Թ. ԲԱՔԱՅԱՆ, ՀՍՍՀ ԳԱ ակադեմիկոս, Ա. Ա. ԹՄԼԱՅԱՆ, ՀՍՍՀ ԳԱ թղթակից-անդամ, Վ. Մ. ԹԱԹԱՅԱՆ, ՀՍՍՀ ԳԱ թղթակից-անդամ, Վ. Հ. ՀԱՄՐԱՐՁՈՒՄՅԱՆ, ակադեմիկոս, Վ. Հ. ՂԱԶԱՐՅԱՆ, ՀՍՍՀ ԳԱ ակադեմիկոս (պատ. խմբագրի տեղակալ), Հ. Գ. ՄԱՂԱՔՅԱՆ, ՀՍՍՀ ԳԱ ակադեմիկոս, Ա. Գ. ՆԱԶԱՐՈՎ, ՀՍՍՀ ԳԱ ակադեմիկոս (պատ. խմբագիր), Գ. Ս. ՍԱՀԱԿՅԱՆ, ՀՍՍՀ ԳԱ թղթակից-անդամ, Օ. Մ. ՍԱՊՈՆՋՅԱՆ, ՀՍՍՀ ԳԱ թղթակից-անդամ, Մ. Լ. ՏԵՐ-ՄԻՔԱՅԵՆՅԱՆ, ՀՍՍՀ ԳԱ թղթակից-անդամ, Վ. Բ. ՅԱՆԱՐՋՅԱՆ, ՀՍՍՀ ԳԱ թղթակից-անդամ:

Редакционная коллегия

В. А. АМБАРЦУМЯН, академик, Г. А. АРЗУМАНЯН, канд. техн. наук (отв. секретарь), Э. Г. АФРИКЯН, чл.-корр. АН АрмССР, А. Т. БАБАЯН, академик АН АрмССР, В. О. КАЗАРЯН, академик АН АрмССР (зам. отв. редактора), И. Г. МАГАКЬЯН, академик АН АрмССР, А. Г. НАЗАРОВ, академик АН АрмССР (отв. редактор), Г. С. СААКЯН, чл.-корр. АН АрмССР, О. М. САПОНДЖЯН, чл.-корр. АН АрмССР, А. А. ТАЛАЛЯН, чл.-корр. АН АрмССР, В. М. ТАРАЯН, чл.-корр. АН АрмССР, М. Л. ТЕР-МИКАЕЛЯН, чл.-корр. АН АрмССР, В. В. ФАНАРДЖЯН, чл.-корр. АН АрмССР.

ԲՈՎԱՆԴԱԿՈՒԹՅՈՒՆ

էջ

ՄԱՔԵՄԱՏՈՒՄ

- Ա. Ս. Հուսարյան—Որոշ *ՄԲ*-երի պրոբլեմների հրկեղմանի մուտքագրմի հեր-
 դրված *Ե-զ* օգտագործությունների մասին 253
- Մ. Ի. Կառավարյան—Ֆուգիդ—Պուսեանի թևերնի ասիմետրիկ տարրերակր դժա-
 յին սահմանափակ օպերատորների վերաբերյալ ուժեղ և թույլ օպերատորային տույն-
 գիտություն 263
- Պ. Յու. Քալանյան—Ետերմ—Հիսկիսի օպերատորի սպեկտրի մասին 269
- Ա. Մ. Մելիքյան—Երկու *Քերեմեր* փանդոմիդիզի դասերի վերաբերյալ 273

ՄԵՆԱԿԱ

- Ռ. Ա. Քաղաքացյան—Կոմպոզիցիոն նյութի պատրաստման գլանային թաղանթի
 օմրոթյան օպտիմիզացիայի մասին Վարվաթի մասնակ 279

ԱՌԱՋԿԱԿԱՆՈՒԹՅԱՆ ՏԱՄՈՒԹՅՈՒՆ

- Ն. Լ. Հաբարյան, Բ. Ա. Դոլյսեւ—Մերայման երկակա տասնգումարների
 սեմանդի հերի մակամեցման մասին 283

ԻՔՅԵՆԵՐԱԿԱՆ ՍԵՅՍՄՈՒՈՒՄ

- Ա. Տ. Գորյան—Սկսվել արդիությունների դեպքում շենքերի և կառուցվածքների
 հակադեմոնստրացիոններն ըստ ուժեղ երկրաշարժերի ախտահարումների հաշվարկման վե-
 րաբերյալ 287

ԳԻՈՅԻՋՈՒՄ

- Է. Ի. Պարյուսեմյան, Տ. Վ. Տոնյան—Րեակտիվ սողալիտի էլեկտրադինամիկություն-
 ների ուսումնասիրությունը կախված քերամատիվներից և ճնշումից 295

ԱԳՐՈՓԻՄԻԱ

- Ա. Ա. Արամյան, Ա. Դ. Մալոսյան—Հողի հումուսային պրոպագանդների դե-
 հիդրոգենացիոն հատկությունը 302

ՖԻԶԻՈԼՈԳԻԱ

- Ս. Կ. Կարապետյան, Վ. Հ. Մալոյան, Ն. Մ. Մալոյան—Հազերի մեծ կիսադեղների և
 միջին ուղեղի անադախան ընթացիկների հրահրված պատենցիալների փոխադարձությունը
 լույսային լույզի գրգռների պայմաններում 306

- Թվանդակություն LXXIII հատորի 313

СОДЕРЖАНИЕ

МАТЕМАТИКА

Стр.

- А. С. Асратян*—Некоторые NP -полные проблемы о вложенных c -сочетаниях двудольного мультиграфа 259
- М. И. Караханян*—Асимптотический вариант теоремы Фуглида—Путнама о коммутаторах линейных ограниченных операторов в сильной и слабой операторных топологиях 265
- Г. Ю. Таманян*—Об асимптотике спектра оператора Штурма—Лиувилля 269
- С. М. Меликян*—Две теоремы о классах псевдочисел 273

МЕХАНИКА

- Р. А. Багдасарян*—Об оптимизации прочности цилиндрической оболочки из композиционного материала при ударе 279

ТЕОРИЯ УПРУГОСТИ

- Н. Х. Арутюнян, Б. А. Шойхет*—О наращивании вязкоупругого полого шара, подверженного старению 284

ИНЖЕНЕРНАЯ СЕЙСМОЛОГИЯ

- А. Т. Гороян*—К вычислению реакций зданий и сооружений на сейсмическое воздействие по акселерограммам сильных землетрясений 288

ГЕОФИЗИКА

- Э. И. Пархоменко, Т. В. Тоноян*—Исследование электрических свойств природного содалита в зависимости от давления и температуры 295

АГРОХИМИЯ

- С. А. Абрамян, А. Ш. Галстян*—Дегидрирующее свойство гумусовых препаратов почв 302

ФИЗИОЛОГИЯ

- С. К. Карапетян, В. А. Малоян, Н. М. Малоян*—О взаимоотношении вызванных потенциалов полушарий и зрительных долей среднего мозга кур в условиях парной световой стимуляции 306

- Содержание LXXIII тома 312

C O N T E N T S

MATHEMATICS

<i>A. S. Hasratian</i> —Some <i>NP</i> -complete problems about embedded <i>c</i> -matchings of bipartite multigraphs	P. 259
<i>M. I. Karakhanian</i> —Asymptotic variant of the Fugled—Putnam's theorem on commutators of linear bounded operators in strong and weak operator topologies.	265
<i>G. Yu. Tamanian</i> —On the asymptotics of the Sturm—Liouville spectrum of operators	269
<i>S. M. Melikian</i> —Two theorems on the classes of pseudonumbers . . .	273

MECHANICS

<i>R. A. Bagdasarjan</i> —On the cylindrical shell of the composition material strength optimization under impact	279
---	-----

THEORY OF ELASTICITY

<i>N. Kh. Arutjunian, B. A. Shoyhet</i> —On increasing of a viscoelastic hollow sphere, subjected to age.	281
---	-----

APPLIED SEISMOLOGY

<i>A. T. Goroyan</i> —Seismic response analysis of buildings and structures on the basis of strong-motion earthquake accelerograms	288
--	-----

GEOPHYSICS

<i>E. I. Parkhomenko, T. V. Tonoyan</i> —Electric property investigation of natural sodalite depending on pressure and temperature	295
--	-----

AGROCHEMISTRY

<i>S. A. Abrahamian, A. Sh. Galstian</i> —Dehydrogenase property of humus preparations from soils	301
---	-----

PHYSIOLOGY

<i>S. K. Karapetian, V. H. Maloyan, N.M. Maloyan</i> —Interrelations of evoked potentials of chickens hemispheres and tectum opticum during paired photic stimulations	306
--	-----

Contents of volume LXXIII	312
-------------------------------------	-----

Техн. редактор АЗИЗБЕКЯН Л. А.

Сдано в набор 8.01.82. Подписано к печати 4.02.82. ВФ 05082.
 Бумага № 1. 70×108^{1/16}. Плоскопечать. Печ. лист. 4,0. Усл. печ. лист. 5,6
 Учет.-изд. 4,38. Тираж 500. Заказ. 15. Издат. 5597
 Адрес редакции: 375019, Ереван, Барекамутян, 24-г. II эт., I к.

УДК 519.1

МАТЕМАТИКА

А. С. Асратян

Некоторые NP -полные проблемы о вложенных c -сочетаниях двудольного мультиграфа

(Представлено чл.-корр. АН Армянской ССР Р. Р. Варшамовым 7/VI 1981)

В работе рассматриваются некоторые проблемы, касающиеся существования в двудольном мультиграфе вложенных реберных подмножеств специального вида. Проблемы такого типа возникают, например, при исследовании реберных раскрасок двудольного мультиграфа (¹⁻³). Показано, что рассмотренные проблемы являются NP -полными. (Все неопределяемые в настоящей работе понятия можно найти в (⁴) и (⁵)).

Пусть $G = (V_1, V_2; E)$ — двудольный мультиграф, $H \subseteq E$, а $c(x)$ и $c'(x)$ — отличные друг от друга целочисленные функции, определенные на множестве вершин $V_1 \cup V_2$ и для каждого $x \in V_1 \cup V_2$ удовлетворяющие условию $0 \leq c(x) \leq c'(x)$. Число ребер из H , инцидентных вершине x , будем обозначать через $r_H(x)$. Подмножество H называется c -сочетанием (c' -сочетанием) мультиграфа G , если $r_H(x) \leq c(x)$ ($r_H(x) \leq c'(x)$) для каждого $x \in V_1 \cup V_2$. Наибольшее по числу ребер c -сочетание (c' -сочетание) называется максимальным c -сочетанием (c' -сочетанием) мультиграфа G . Число элементов произвольного множества A будем обозначать через $|A|$.

З а м е ч а н и е 1. Используя алгоритм, предложенный в работе (⁶), максимальное c -сочетание (c' -сочетание) мультиграфа $G = (V_1, V_2; E)$ можно построить за время $O(n^3)$, где $n = |V_1 \cup V_2|$.

Цель настоящей работы — доказать NP -полноту следующих проблем.

Проблема 1.

В х о д. Двудольный мультиграф $G = (V_1, V_2; E)$, отличные друг от друга целочисленные функции $c(x)$ и $c'(x)$, определенные на множестве $V_1 \cup V_2$ и для каждого $x \in V_1 \cup V_2$ удовлетворяющие условию $0 \leq c(x) \leq c'(x)$.

С в о й с т в о. Существуют такие подмножества F_1 и F_2 множества E , что $F_1 \subset F_2^*$ и для каждого $x \in V_1 \cup V_2$ $r_{F_1}(x) = c(x)$, $r_{F_2}(x) = c'(x)$.

* Здесь и далее подразумевается строгое включение.

Проблема 2

Вход. Двудольный мультиграф $G_2 = (V_1, V_2; E_2)$, отличные друг от друга целочисленные функции $c(x)$ и $c'(x)$, определенные на множестве $V_1 \cup V_2$ и для каждого $x \in V_1 \cup V_2$ удовлетворяющие условию $0 \leq c(x) \leq c'(x)$.

Свойство. Существуют максимальное c -сочетание H_1 и максимальное c' -сочетание H_2 мультиграфа G_2 такие, что $H_1 \subset H_2$.

Проблема 3.

Вход. Двудольный мультиграф $G_3 = (V_1, V_2; E_3)$, целое число $m > 0$, отличные друг от друга целочисленные функции $c(x)$ и $c'(x)$, определенные на множестве $V_1 \cup V_2$ и для каждого $x \in V_1 \cup V_2$ удовлетворяющие условию $0 \leq c(x) \leq c'(x)$.

Свойство. Существуют c' -сочетание F_2 и максимальное c -сочетание F_1 мультиграфа G_3 такие, что $F_1 \subset F_2$ и $|F_2| \geq m$.

Проблема 4

Вход. Двудольный мультиграф $G_4 = (V_1, V_2; E_4)$, целые числа m_1 и m_2 , $0 \leq m_1 < m_2$, отличные друг от друга целочисленные функции $c(x)$ и $c'(x)$, определенные на множестве $V_1 \cup V_2$ и для каждого $x \in V_1 \cup V_2$ удовлетворяющие условию $0 \leq c(x) \leq c'(x)$.

Свойство. Существуют c -сочетание H_1 и c' -сочетание H_2 мультиграфа G_4 такие, что $H_1 \subset H_2$, $|H_1| = m_1$, $|H_2| = m_2$.

В работе (7) исследовалась проблема составления расписания, которая формулируется следующим образом.

Вход. 1) множество $H = \{1, 2, 3\}$;

2) подмножества $T_1, \dots, T_n$, где $T_i \subseteq H$ и $|T_i| \geq 2$, $i = 1, \dots, n$.

3) $(0-1)$ -матрица $R = (R_{ij})$ размерности $n \times m$, где $\sum_{j=1}^m R_{ij} = |T_i|$, $i = 1, \dots, n$.

Свойство. Существует такая функция $f(i, j, h)$, $f(i, j, h) \in \{0, 1\}$, $1 \leq i \leq n$, $1 \leq j \leq m$, $1 \leq h \leq 3$, что

а) $f(i, j, h) = 1 \Rightarrow h \in T_i$;

б) $\sum_{h=1}^3 f(i, j, h) = R_{ij}$, $1 \leq i \leq n$, $1 \leq j \leq m$;

в) $\sum_{i=1}^n f(i, j, h) \leq 1$, $1 \leq j \leq m$, $1 \leq h \leq 3$;

г) $\sum_{j=1}^m f(i, j, h) \leq 1$, $1 \leq i \leq n$, $1 \leq h \leq 3$.

Утверждение 1 (7). Проблема составления расписания является NP -полной.

Утверждение 2. Проблема составления расписания полиномиально сводится к проблеме 1.

Доказательство. Пусть $N_1 = \{i/T_i = \{2, 3\}, 1 \leq i \leq n\}$, $N_2 = \{i/T_i = \{1, 3\}, 1 \leq i \leq n\}$, $N_3 = \{i/T_i = \{1, 2\}, 1 \leq i \leq n\}$, $N_4 = \{i/T_i = \{1, 2, 3\}, 1 \leq i \leq n\}$.

$1 \leq i \leq n\}$, $|N_i| = n_i$, $i = 1, 2, 3, 4$. Ясно, что $N_i \cap N_j = \emptyset$, $1 \leq i < j \leq 4$, $n_1 + n_2 + n_3 + n_4 = n$. Из условий (б) и (в) следует, что $\sum_{i=1}^n R_{ij} \leq 3$, $j = 1, \dots, m$. Определим двудольный мультиграф $G_1 = (V_1, V_2; E_1)$ следующим образом. Положим $V_1 = \{x_1, \dots, x_{n+1}\}$, $V_2 = \{y_1, \dots, y_m\}$. Во множество E_1 внесем ребро (x_i, y_j) с кратностью 1, если $R_{ij} = 1$, $1 \leq i \leq n$, $1 \leq j \leq m$, и ребро (x_{n+1}, y_j) с кратностью $3 - \sum_{i=1}^n R_{ij}$, $j = 1, \dots, m$.

Тогда $\rho_{E_1}(x_{n+1}) = 3m - \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m R_{ij} = 3m - \sum_{i=1}^n |T_i| = 3m - (2n_1 + 2n_2 + 2n_3 + 3n_4) = 3m - 2n - n_4 \geq 0$. На множестве вершин $V_1 \cup V_2$ определим функции $c(x)$ и $c'(x)$ следующим образом. Для каждой вершины $z \in N_1$ положим $c(z) = 0$, $c'(z) = 1$, для каждой вершины $z \in N_2$ положим $c(z) = c'(z) = 1$, для каждой вершины $z \in N_3 \cup N_4 \cup V_2$ положим $c(z) = 1$, $c'(z) = 2$, а для вершины x_{n+1} положим $c(x_{n+1}) = \max\{0, m - n + n_1\}$, $c'(x_{n+1}) = \max\{c(x_{n+1}), 2m - 2n + n_1 + n_2\}$. Пусть существует функция $f(i, j, h)$, удовлетворяющая условиям а) — г). Тогда $m \geq n_2 + n_3 + n_4$, $m \geq n_1 + n_3 + n_4$, $m \geq n_1 + n_2 + n_4$ и поэтому $0 \leq m - n + n_1 = c(x_{n+1}) \leq c'(x_{n+1}) = 2m - 2n + n_1 + n_2 \leq \rho_{E_1}(x_{n+1})$. В мультиграфе G_1 определим подмножества ребер F_1 и F_2 следующим образом.

1. Если $f(i, j, 1) = 1$, то ребро (x_i, y_j) внесем и в F_1 , и в F_2 , а если $f(i, j, 2) = 1$, то ребро (x_i, y_j) внесем в $F_2 \setminus F_1$, $1 \leq i \leq n$, $1 \leq j \leq m$.

2. Если $\sum_{i=1}^n R_{ij} = 2$, то при $\sum_{i=1}^n f(i, j, h) = 0$ ребро (x_{n+1}, y_j) внесем и в F_1 , и в F_2 , а при $\sum_{i=1}^n f(i, j, 1) = 1$, $\sum_{i=1}^n f(i, j, 2) = 0$ ребро (x_{n+1}, y_j) внесем в $F_2 \setminus F_1$, $1 \leq j \leq m$.

3. Если $\sum_{i=1}^n R_{ij} = 1$, то ребро (x_{n+1}, y_j) входит во множество E_2 с кратностью 2. При $\sum_{h=1}^2 \sum_{i=1}^n f(i, j, h) = 0$ одно из ребер (x_{n+1}, y_j) внесем и в F_1 , и в F_2 , а другое — в $F_2 \setminus F_1$; при $\sum_{i=1}^n f(i, j, 1) = 1$ одно из ребер (x_{n+1}, y_j) внесем в $F_2 \setminus F_1$, а при $\sum_{i=1}^n f(i, j, 2) = 1$ одно из ребер (x_{n+1}, y_j) внесем и в F_1 , и в F_2 , $1 \leq j \leq m$.

Ясно, что $|F_1| = m$, $|F_2| = 2m$ и $\rho_{F_1}(z) = c(z)$, $\rho_{F_2}(z) = c'(z)$ для каждого $z \in V_1 \cup V_2 \setminus \{x_{n+1}\}$. Поскольку вершинам $x_1, \dots, x_n$ инцидентно $n_2 + n_3 + n_4$ ребер из F_1 и $n_1 + n_2 + 2n_3 + 2n_4$ ребер из F_2 , то $\rho_{F_1}(x_{n+1}) = m - (n_2 + n_3 + n_4) = m - n + n_1 = c(x_{n+1})$, $\rho_{F_2}(x_{n+1}) = 2m - (n_1 + n_2 + 2n_3 + 2n_4) = 2m - 2n + n_1 + n_2 = c'(x_{n+1})$. Таким образом подмножества F_1 и F_2 удовлетворяют требуемым условиям.

Обратно, пусть в G_1 существуют такие подмножества F_1 и F_2 , что для каждого $z \in V_1 \cup V_2$ выполняется $\rho_{F_1}(z) = c(z)$, $\rho_{F_2}(z) = c'(z)$ и $F_1 \subset F_2$. Определим функцию $f(i, j, h)$ следующим образом. Если $(x_i, y_j) \in F_1$, положим $f(i, j, 1) = 1$, $f(i, j, 2) = f(i, j, 3) = 0$; если $(x_i, y_j) \in F_2 \setminus F_1$,

положим $f(i, j, 2) = 1, f(i, j, 1) = f(i, j, 3) = 0$; если $(x_i, y_j) \in E_1 \setminus F_2$, положим $f(i, j, 3) = 1, f(i, j, 1) = f(i, j, 2) = 0$, а если $(x_i, y_j) \notin E_1$, положим $f(i, j, h) = 0, h = 1, 2, 3, 1 \leq i \leq n, 1 \leq j \leq m$. Нетрудно проверить, что функция $f(i, j, h)$ удовлетворяет требованиям а) — г). Утверждение 2 доказано.

Утверждение 3. Проблема 1 полиномиально сводится к проблеме 2.

Доказательство. Пусть t_1 и t_2 — числа ребер, соответственно, в максимальном c -сочетании и в максимальном c' -сочетании мультиграфа G_1 . (Числа t_1 и t_2 можно найти за время $O(n^3)$, где $n = |V_1 \cup V_2|$ (см. замечание 1)). Мультиграфу $G_1 = (V_1, V_2; E_1)$ сопоставим мультиграф $G_2 = (V_1, V_2; E_2)$ следующим образом. Если $t_1 = \frac{1}{2} \sum_{x \in V_1 \cup V_2} c(x)$ и $t_2 = \frac{1}{2} \sum_{x \in V_1 \cup V_2} c'(x)$, положим $E_2 = E_1$. В противном случае положим $E_2 = \emptyset$. Пусть в G_1 существуют такие подмножества ребер F_1 и F_2 , что $F_1 \subset F_2$ и для каждого $x \in V_1 \cup V_2$ $\rho_{F_1}(x) = c(x), \rho_{F_2}(x) = c'(x)$. Тогда $|F_1| = \frac{1}{2} \sum_{x \in V_1 \cup V_2} c(x), |F_2| = \frac{1}{2} \sum_{x \in V_1 \cup V_2} c'(x)$. Ясно, что F_1 является максимальным c -сочетанием, а F_2 — максимальным c' -сочетанием мультиграфа G_1 . Поэтому $G_2 = G_1$ и в качестве H_1 и H_2 в G_2 можно взять, соответственно, F_1 и F_2 . Обратно, пусть в G_2 существуют максимальное c -сочетание H_1 и максимальное c' -сочетание H_2 такие, что $H_1 \subset H_2$. Тогда $E_2 \neq \emptyset$ и из определения мультиграфа G_2 следует, что $G_2 = G_1, |H_1| = t_1 = \frac{1}{2} \sum_{x \in V_1 \cup V_2} c(x), |H_2| = t_2 = \frac{1}{2} \sum_{x \in V_1 \cup V_2} c'(x)$. Отсюда и из условия: для каждого $x \in V_1 \cup V_2$ $\rho_{H_1}(x) \leq c(x), \rho_{H_2}(x) \leq c'(x)$ — следует, что $\rho_{H_1}(x) = c(x), \rho_{H_2}(x) = c'(x)$ для каждого $x \in V_1 \cup V_2$. Поэтому в качестве подмножеств F_1 и F_2 в G_1 можно взять, соответственно, подмножества H_1 и H_2 . Утверждение 3 доказано.

Утверждение 4. Проблема 2 полиномиально сводится к проблеме 3.

Для доказательства достаточно положить $G_3 = G_2$ и $m = t_2$, где t_2 — число ребер в максимальном c' -сочетании мультиграфа G_2 .

Утверждение 5. Проблема 3 полиномиально сводится к проблеме 4.

Для доказательства достаточно положить $G_4 = G_3, m_1 = t_1$,

$$m_2 = \begin{cases} m, & \text{если } m > t_1, \\ t_1 + 1, & \text{если } m \leq t_1, \end{cases}$$

где t_1 — число ребер в максимальном c -сочетании мультиграфа G_3 .

Пусть $G_4 = (V_1, V_2; E_4), F \subseteq E_4, |F| = m_2, n = |V_1 \cup V_2|$.

Замечание 2. За время $O(n^2)$ можно выяснить, является ли подмножество F c' -сочетанием.

Замечание 3. За время $O(n^3)$ можно выяснить, существует ли подмножество $F_1 \subseteq F$, $|F_1| = m_1$, являющееся c -сочетанием мультиграфа G_4 . (Для этого достаточно определить число ребер в максимальном c -сочетании мультиграфа $G = (V_1, V_2; F)$ (см. замечание 1)).

Теорема. Проблемы 1, 2, 3, 4 являются NP -полными.

Доказательство. Из результатов работы (3) и из утверждений 1—5 следует, что для доказательства теоремы достаточно показать, что проблема 4 принадлежит классу NP . Для этого опишем недетерминированный полиномиальный алгоритм для определения того, существуют ли в G_4 c -сочетание F_1 и c' -сочетание F_2 такие, что $|F_1| = m_1$, $|F_2| = m_2$ и $F_1 \subset F_2$. Алгоритм недетерминированно выбирает из E_4 подмножество F из m_2 ребер и (см. замечания 2, 3) за время $O(n^3)$ проверяет: является ли F c' -сочетанием и содержит ли F c -сочетание мультиграфа G_4 , состоящее из m_1 ребер. Этим показано, что проблема 4 принадлежит классу NP . Теорема доказана.

Автор благодарен Г. Б. Маранджяну за полезные советы.

Ереванский государственный
университет

Ա. Ս. ՀԱՍՐԱԹՅԱՆ

Որոշ NP -լրիվ պրոբլեմներ երկկողմանի մուլտիգրաֆի ներդրված
 c -զուգակցությունների մասին

Դիցուք $G = (V_1, V_2; E)$ երկկողմանի մուլտիգրաֆի զագաթների բազմություն վրա որոշված են $c(x)$ և $c'(x)$ ամբողջ արժեքներ ընդունող ֆունկցիաներ, որտեղ $0 \leq c(x) \leq c'(x)$ ամեն մի x զագաթի համար: G մուլտիգրաֆի H կողալին ենթաբազմությունը կոչվում է c -զուգակցություն (c' -զուգակցություն), եթե $\rho_H(x) \leq c(x)$ ($\rho_H(x) \leq c'(x)$) ամեն մի x զագաթի համար, որտեղ $\rho_H(x)$ -ը դա H բազմությունից x զագաթին կից կողերի քանակն է: Ամենաշատ կող պարունակող c -զուգակցությունը (c' -զուգակցությունը) կոչվում է G մուլտիգրաֆի մաքսիմալ c -զուգակցություն (c' -զուգակցություն): Այսպիսով դիտարկվում են հետևյալ չորս ճանաչելիության պրոբլեմները:

1. Գոյություն ունե՞ն արդյոք G մուլտիգրաֆի ալիպիսի F_1 և F_2 կողալին ենթաբազմություններ, որ $F_1 \subset F_2$, $\rho_{F_1}(x) = c(x)$ և $\rho_{F_2}(x) = c'(x)$ ամեն մի x զագաթի համար:

2. Գոյություն ունե՞ն արդյոք G մուլտիգրաֆի ալիպիսի F_1 մաքսիմալ c -զուգակցություն և F_2 մաքսիմալ c' -զուգակցություն, որ $F_1 \subset F_2$:

3. Գոյություն ունե՞ն արդյոք G մուլտիգրաֆի ալիպիսի F_1 մաքսիմալ c -զուգակցություն և ալիպիսի F_2 c' -զուգակցություն, որ $F_1 \subset F_2$ և $|F_2| \geq m$, որտեղ m -ը բնական թիվ է:

4. Գոյություն ունե՞ն արդյոք G մուլտիգրաֆի ալիպիսի F_1 c -զուգակ-

ցութիւնն h F_2 չ-դուպլիցութիւնն, որ $F_1 \subset F_2$, $|F_1| = m_1$ և $|F_2| = m_2$, որտեղ m_1 և m_2 -ը ամբողջ թվեր են և $0 \leq m_1 < m_2$:

Ցույց է տրված, որ այդ չորս պրոբլեմներն էլ NP-լրիվ են ըստ Ռ. Կարպի:

ЛИТЕРАТУРА — ԴՐԱՎԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

- ¹ А. С. Асратян, Вестн. МГУ, сер. вычисл. математика и кибернетика, № 1, 1978.
- ² А. С. Асратян, Сб. работ по мат. кибернетике, вып. 2, ВЦ АН СССР, 1977. ³ D. de Werra, Discrete Mathem., 1, 167—179 (1971).
- ⁴ Ф. Харари, Теория графов, Мир, М., 1973.
- ⁵ Р. Карп, Кибернетический сб. (новая серия), вып. 12, Мир, М., 1975.
- ⁶ А. В. Карзанов, ДАН СССР, т. 215, № 1 (1974).
- ⁷ S. Even, A. Itai, A. Shamir, SIAM J. Comput., vol. 5, № 4 (1976).

УДК 513.8

МАТЕМАТИКА

М. И. Караханян

**Асимптотический вариант теоремы Фуглида—Путнама
о коммутаторах линейных ограниченных операторов в сильной
и слабой операторных топологиях**

(Представлено чл.-корр. АН Армянской ССР Р. А. Александрияном 10/VI 1981)

Пусть H —гильбертово пространство над полем $\mathbb{C}$ и $B(H)$ —алгебра всех ограниченных линейных операторов, действующих на H в равномерной операторной топологии. Теорема Фуглида утверждает, что если для нормального оператора $N \in B(H)$ и для оператора $T \in B(H)$ имеет место соотношение $NT = TN$, то $N^*T = TN^*$. Путнам обобщил эту теорему, установив, что если для пары нормальных операторов $N_1, N_2 \in B(H)$ имеет место условие $N_1T = TN_2$, где $T \in B(H)$, то $N_1^*T = TN_2^*$ (см., например, ⁽¹⁾, с. 337). Позднее Р. Муром (см. ⁽²⁾) был получен асимптотический вариант теоремы Фуглида — Путнама: при фиксированных нормальных операторах $N_1, N_2 \in B(H)$ для каждого оператора T с $\|T\| \leq 1$ и каждого $\epsilon > 0$ существует такое $\delta > 0$, что из $\|N_1T - TN_2\| < \delta$ следует $\|N_1^*T - TN_2^*\| < \epsilon$. В дальнейшем Е. А. Горин и автор в ⁽³⁾ усилили результаты из ⁽²⁾, установив, в частности, следующую теорему. Пусть a_1, a_2, b_1, b_2 —такие элементы комплексной банаховой алгебры, что $[a_1, b_1] = [a_2, b_2] = 0$ и $\|e^{\lambda a_1 - \lambda b_1}\| = o(|\lambda|^{1/2})$, $\|e^{\lambda a_2 - \lambda b_2}\| = o(|\lambda|^{1/2})$ при $|\lambda| \rightarrow \infty$. Тогда равномерно в каждом шаре $\|x\| \leq R < \infty$ имеет место неравенство $\|b_1x - b_2x\| \leq \varphi(\|a_1x - xa_2\|)$, где $\varphi(\epsilon) \rightarrow 0$ при $\epsilon \rightarrow 0$. Из этой теоремы, кстати, следует, что „нормально сопряженный“ элемент b к элементу a , т. е. такой, что $\|e^{\lambda a - \lambda b}\| = o(|\lambda|^{1/2})$ и $[a, b] = 0$, определяется однозначно, если он существует.

Недавно Д. Роджерс (см. ⁽⁴⁾) показал, что теорема Мура остается справедливой, если в алгебре операторов гильбертова пространства вместо равномерной рассмотреть сильную или слабую операторную топологию.

В данной работе, используя методику работы ^(3,4), мы обобщаем результаты работы ⁽⁴⁾ в том же духе, в каком работа ⁽³⁾ обобщает теорему Фуглида—Путнама—Мура.

Теорема. Пусть X — банахово пространство $A_1, A_2, B_1, B_2 \in B(X)$, причем $[A_1, B_1] = [A_2, B_2] = 0$ и $\|e^{\lambda B_1} - \bar{\lambda} A_1\| = o(|\lambda|^{1/2})$, $\|e^{\lambda B_2} - \bar{\lambda} A_2\| = o(|\lambda|^{1/2})$ при $|\lambda| \rightarrow \infty$. Тогда для каждой окрестности нуля U в сильной (или слабой) операторной топологии существует такая окрестность нуля V (в той же топологии), что из условий $\|T\| \leq 1$ и $A_1 T - T A_2 \in V$ следует, что $B_1 T - T B_2 \in U$.

Доказательство. Доказательство проведем сначала для сильной операторной топологии. Не ограничивая общности, можно считать, что $\|A_i\| \leq 1$, $\|B_i\| \leq 1$, где $i = 1, 2$. Чтобы упростить выкладки, положим $\omega(r) = \max_{|\lambda|=r} \|e^{\lambda B_i} - \bar{\lambda} A_i\|$, где $i = 1, 2$. Так как $\omega(r) = o(r^{1/2})$, то по

каждому $\varepsilon > 0$ найдется такое $r > 0$, что $\frac{[\omega(r)+1]^2+1}{r} < \varepsilon$. Пусть $K = [\omega(r)+1]^2+1$ и $\Gamma_r = \{\lambda \in \mathbb{C} : |\lambda| = r\}$. Пусть натуральное число n таково, что $\sum_{k=n+1}^{\infty} \frac{r^k}{k!} < e^{-r}$. Рассмотрим окрестность нуля

$$U = U(x, \varepsilon) = \{T : \|Tx\| < \varepsilon, \text{ где } x \in X, \|x\| = 1\}.$$

Пусть $h_i(\lambda) = e^{\lambda B_i}$, где $i = 1, 2$. Тогда функции $h_i(\lambda)$ — равномерно непрерывные функции от λ на Γ_r со значением в $B(X)$. Поэтому существует такое конечное множество $P \subset \Gamma_r$, что для каждого $\lambda \in \Gamma_r$ при подходящем $\gamma \in P$

$$\|h_1(\lambda) - h_1(\gamma)\| + \|h_2(-\lambda) - h_2(-\gamma)\| < e^{-r}.$$

Пусть $\delta = (re^{2r})^{-1}$ и

$$V = V(\delta, P) = \{L : \|L A_2^l y_\gamma\| < \delta, \text{ где } y_\gamma = e^{-(\gamma B_2 - \bar{\gamma} A_2)} x, \gamma \in P; l = 0, \dots, n\}.$$

Понятно, что $\|y_\gamma\| \leq \omega(r)$. Возьмем произвольный линейный оператор T с $\|T\| \leq 1$ и рассмотрим векторнозначную целую функцию $f(\lambda) = h_1(\lambda) T h_2(-\lambda) x = e^{\lambda B_1} T e^{-\lambda B_2} x$. Так как $\|h_i(\lambda)\| \leq e^r$, то для $\lambda, \gamma \in \Gamma_r$, где $\gamma \in P$, имеем

$$\|f(\lambda) - f(\gamma)\| \leq e^r \{\|h_1(\lambda) - h_1(\gamma)\| + \|h_2(-\lambda) - h_2(-\gamma)\|\} < 1.$$

Отсюда получаем, что $\|f\|_r \leq \max\{\|f(\gamma)\| : \gamma \in P\} + 1$, где $\|f\|_r = \max\{\|f(\lambda)\| : |\lambda| = r\}$.

Оценим $\|f(\gamma)\|$, когда $\gamma \in P$:

$$\begin{aligned} \|f(\gamma)\| &= \|e^{\gamma B_1} T e^{-\gamma B_2} x\| \leq \omega^2(r) + \|e^{\gamma B_1} (e^{-\bar{\gamma} A_1} T - T e^{-\bar{\gamma} A_2}) \times \\ &\quad \times e^{-(\gamma B_2 - \bar{\gamma} A_2)} x\| \leq \omega^2(r) + e^r \|(e^{-\bar{\gamma} A_1} T - T e^{-\bar{\gamma} A_2}) y_\gamma\|. \end{aligned}$$

Теперь заметим, что

$$\|(e^{-\bar{\gamma} A_1} T - T e^{-\bar{\gamma} A_2}) y_\gamma\| \leq \sum_{k=0}^n \frac{r^k}{k!} \|(A_1^k T - T A_2^k) y_\gamma\| + \sum_{k=n+1}^{\infty} \frac{r^k}{k!} \|(A_1^k T - T A_2^k) y_\gamma\|,$$

а так как

$$A_1^k T - T A_2^k = \sum_{l=0}^{k-1} A_1^{k-l-1} (A_1 T - T A_2) A_2^l \text{ и } A_1 T - T A_2 \in V, \text{ то}$$

$$\|(A_1^k T - T A_2^k) y_\gamma\| \leq k\delta.$$

Таким образом, имеем, что

$$\|(e^{-\bar{\lambda}A_1}T - Te^{-\bar{\lambda}A_2})y_\gamma\| \leq e^{-r}[1 + 2\omega(r)].$$

Окончательно получаем, что $\|f\|_r \leq [\omega(r) + 1]^2 + 1$.

В силу формулы Коши

$$f'(0) = \frac{1}{2\pi i} \int_{\Gamma_r} \frac{f(\lambda)}{\lambda^2} d\lambda,$$

откуда

$$\|f'(0)\| \leq \frac{[\omega(r) + 1]^2 + 1}{r}.$$

Так как $r > \frac{K}{\varepsilon}$, то $\|f'(0)\| < \varepsilon$. Но так как $f'(0) = (B_1T - TB_2)x$, то получаем, что $B_1T - TB_2 \in U$.

Теперь наметим доказательство для слабой операторной топологии.

Рассмотрим окрестность нуля

$$U = \{T : |\varphi(Tx)| < \varepsilon, \text{ где } \varphi \in X^*, x \in X \text{ с } \|x\| = 1, \|\varphi\| = 1\}.$$

Для целой функции $F(\lambda) = \varphi(e^{\lambda B_1}Te^{-\lambda B_2}x)$ положим $M_r(F) = \max\{|F(\lambda)| : |\lambda| = r\}$. Как и выше, для λ и γ из Γ_r , где $\gamma \in P$, имеем, что $M_r(F) \leq \max\{|F(\gamma)| : \gamma \in P\} + 1$.

При $\delta = (re^{2r})^{-1}$ определим окрестность нуля

$$V = \{L : |\psi_\gamma(A_1^{k-1-l}LA_2^l y_\gamma)| < \delta, \text{ с } l = 0, \dots, k-1; k = 0, \dots, n, \gamma \in P\},$$

где функционал ψ_γ определяется по формуле $\psi_\gamma(z) = \varphi(e^{\gamma B_1}z)$. Аналогично предыдущему $M_r(F) \leq [\omega(r) + 1]^2 + 1$.

Используя интегральную формулу Коши, получаем, что $|F'(0)| \leq \frac{[\omega(r) + 1]^2 + 1}{r}$, а так как $r > \frac{K}{\varepsilon}$, то $|F'(0)| < \varepsilon$. Однако $F'(0) = \varphi[(B_1T - TB_2)x]$, откуда следует, что $B_1T - TB_2 \in U$.

Теорема доказана.

Ереванский государственный университет

Մ. Ի. ԿԱՐԱՆԱՆՅԱՆ

Ֆուգիիդ—Պուտնամի թեորեմի ասիմպտոտիկ տարբերակը գծային սահմանափակ օպերատորների վերաբերյալ ուժեղ և թույլ օպերատորային տոպոլոգիաներում

Տվյալ հոդվածում ստացված է հետևյալ արդյունքը:

Դիցուք X -ը—բանախյան տարածություն է և A_1, A_2, B_1, B_2 գծային սահմանափակ օպերատորներ են զործող X տարածությունում, ընդ որում $[A_1, B_1] = [A_2, B_2] = 0$ և $\|e^{\lambda B_1} - \bar{\lambda} A_1\| = o(|\lambda|^{1/2})$, $\|e^{\lambda B_2} - \bar{\lambda} A_2\| = o(|\lambda|^{1/2})$, երբ $|\lambda| \rightarrow \infty$ Այդ դեպքում զրոյի կամական U շրջակալքի համար ուժեղ (կամ թույլ)

օպերատորային տոպոլոգիայում գոյություն ունի այնպիսի դրուի V շրջակալք (նույն տոպոլոգիայում), որ երբ $\|T\| \leq 1$ և $A_1 T - T A_2 \in V$, ապա $B_1 T - T B_2 \in U$:

Նկատենք, որ ճնորմալ համալուծ՝ B օպերատորը A օպերատորի նկատմամբ, այսինքն այնպիսին, որ $|A, B| = 0$ և $\|e^{\lambda B - \lambda A}\| = o(|\lambda|^{1/2})$ որոշվում է միարժեք, եթե այն գոյություն ունի:

Հավասարաչափ օպերատորային տոպոլոգիայի համար վերոհիշյալ արդյունքը մինչ այդ ստացված է եղել Ն. Ա. Գորինի և հեղինակի կողմից:

Երբ X հիլբերտյան տարածություն է և A_1, B_1 նորմալ գծային սահմանափակ օպերատորներ են գործող X տարածությունում, ապա ստացվում են Դ. Ռոջերսի արդյունքները:

ЛИТЕРАТУРА — ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

¹ У. Рудин, Функциональный анализ, Мир, М. 1975. ² R. Moore, Proc. Amer. Math. Soc., vol. 50, № 7 (1975). ³ Е. А. Горин, М. И. Караханян, Мат. заметки, т. 22, № 2 (1977); РЖМат., 12Б911 (1977). ⁴ D. D. Rogers, Proc. Amer. Math. Soc. vol. 75, № 1 (1979).

УДК 517.942

МАТЕМАТИКА

Г. Ю. Таманян

Об асимптотике спектра оператора Штурма—Лиувилля

(Представлено чл-корр. АН Армянской ССР Р. А. Александрияном 18/VI 1981)

Рассматривается оператор L , порожденный в $L_2(-\infty, \infty)$ дифференциальным выражением

$$ly = -y'' + q(x)y, \quad (1)$$

где $q(x)$ —1-периодический, аналитический потенциал.

Спектр оператора L , как известно, является непрерывным, причем в нем имеется, вообще говоря, счетное количество лакун. Обозначим через Δ_n ширину n -ой лакуны.

Ставится вопрос нахождения асимптотики Δ_n при $n \rightarrow \infty$. В статье ⁽¹⁾ была получена формула для длины лакуны

$$\Delta_n = |ln^2\varepsilon^+(\lambda_{n1}) - ln^2\varepsilon^-(\lambda_{n2})|, \quad (2)$$

где

$$\varepsilon^\pm(\lambda) = \frac{[2 - \Phi(\lambda)] \pm \sqrt{[2 - \Phi(\lambda)]^2 - \sum_{v=0}^N \frac{a_v}{\lambda^v} \sum_{v=0}^N \frac{(-1)^v a_v}{\lambda^v}}}{2 \sum_{v=0}^N \frac{a_v}{\lambda^v}},$$

а λ_{n1} и λ_{n2} две серии корней уравнения $\Delta(\lambda) = 2$ (аналогично для уравнения $\Delta(\lambda) = -2$, см. ⁽¹⁾).

В этой статье будет приведен дальнейший анализ формулы (2) и потому будут использованы результаты и обозначения статьи ⁽¹⁾.

Обозначим через μ_n величину, которая служит мерой асимметричности последовательностей λ_{n1} и λ_{n2} .

$$\lambda_{n2} = -\lambda_{n1} + \mu_n. \quad (3)$$

Для μ_n можно получить некоторое аналитическое выражение. Именно (см. ⁽¹⁾)

$$e^{i\lambda_{n1}} = \varepsilon^+(\lambda_{n1});$$

$$e^{i\lambda_{n2}} = \varepsilon^-(\lambda_{n2}).$$

Поэтому

$$\lambda_{n1} + \lambda_{n2} = i \ln (\varepsilon^+(\lambda_{n1}) \cdot \varepsilon^-(\lambda_{n2})).$$

Следовательно, в силу (3)

$$\mu_n = i \ln (\varepsilon^+(\lambda_{n1}) \cdot \varepsilon^-(\lambda_{n2})), \quad (4)$$

а потому формула (2) принимает вид:

$$\Delta_n = \left| \mu_n \times \ln \left(\frac{\varepsilon^-(\lambda_{n2})}{\varepsilon^+(\lambda_{n1})} \right) \right|. \quad (5)$$

Очевидно, главный член асимптотики Δ_n в (5) мы получим, если учтем главные части λ_{n1} и λ_{n2} в (5).

$$\Delta_n \doteq \left| \mu_n \times \ln \frac{\varepsilon^-(-n + \mu_n)}{\varepsilon^+(n)} \right| \quad (6)$$

$$\mu_n \doteq i \ln (\varepsilon^+(n) \cdot \varepsilon^-(-n + \mu_n)); \quad (7)$$

Итак получена

Теорема 1. Если $\mu_n = \lambda_{n2} + \lambda_{n1}$, то для ширины n -ой лакуны Δ_n в спектре оператора L верна формула (5), а главный член асимптотики Δ_n описывается в (6) и (7).

Формула (7) представляет собой нелинейное уравнение относительно μ_n . Его предлагается решать методом Ньютона—Канторовича (2).

Итак, рассмотрим уравнение

$$p(\mu) = i\mu - \ln (\varepsilon^+(n) \cdot \varepsilon^-(\mu - n)). \quad (8)$$

Здесь фиксируем n и обозначаем через μ_0 начальное приближение. Обозначим через

$$\eta = \frac{1 + \ln M(n)}{1 - \frac{Q(n)}{m(n)}}, \quad (9)$$

где

$$M(n) = \max_{\mu \in \Omega_0} |\varepsilon^-(\mu - n)|;$$

$$m(n) = \min_{\mu \in \Omega_0} |\varepsilon^-(\mu - n)|;$$

$$Q(n) = \max_{\mu \in \Omega_0} |\varepsilon^{-'}(\mu - n)|,$$

а через K обозначим величину

$$K = \frac{Q^2(n) + N(n)M(n)}{m(n)(m(n) - Q(n))}, \quad (10)$$

где

$$N(n) = \max_{\mu \in \Omega_0} |\varepsilon^{-''}(\mu - n)|$$

и

$$\Omega_0 = \{\mu : |\mu_0 - \mu| \leq r\}. \quad (11)$$

Опираясь на теорему Канторовича (²), получаем следующий результат.

Теорема 2. Если потенциал $q(x)$ таков, что числа K и η (см. (9) и (10)) удовлетворяют соотношению

$$h = K\eta \leq \frac{1}{2}$$

и r (в (11)) таково, что

$$r \geq r_0 = \frac{1 - \sqrt{1 - 2h}}{h} \eta,$$

то процесс Ньютона, определяемый формулой

$$\mu_{k+1} = \mu_k - \frac{P(\mu_k)}{P'(\mu_0)}; \quad k = 0, 1, 2, \dots, \quad (12)$$

сходится к μ^* , являющемуся решением уравнения

$$P(\mu) = 0,$$

причем

$$|\mu^* - \mu_0| \leq r_0.$$

И если, сверх того, при

$$r < r_1 = \frac{1 + \sqrt{1 - 2h}}{h} \eta, \quad (13)$$

то в области Ω_0 имеется единственное решение μ^* уравнения (8) и скорость сходимости процесса Ньютона к решению можно оценить так:

$$|\mu_k - \mu^*| \leq \frac{\eta}{h} (1 - \sqrt{1 - 2h})^{k+1} \quad k = 0, 1, 2, \dots$$

В качестве следствия из теоремы 2 можно получить следующий критерий конечнозонности потенциала.

Теорема 3. Если потенциал $q(x)$ таков, что начиная с некоторого n_0 число $h = K\eta < \frac{1}{2}$ и имеет место (13), то в спектре оператора L имеется не более чем n_0 лакун.

Доказательство. Достаточно заметить, что уравнение $P(\mu) = 0$ имеет для любого n решение $\mu = 0$. Следовательно, как только выполняется условие (13) единственности решения в схеме Ньютона—Канторовича, так тотчас $\mu_n = 0$ при $n \geq n_0$, а следовательно, в силу (6) и $\Delta_n = 0$ при $n \geq n_0$. Теорема доказана.

Дальнейший анализ применимости теоремы 2 показывает

Теорема 4. Каковым бы ни был аналитический 1-периодический потенциал $q(x)$, для достаточно большого n , процесс Ньютона (12) осуществим, т. е. выполнены условия теоремы 2.

Доказательство. Можно видеть, что

$$\Phi(\lambda) = O\left(\frac{1}{\lambda}\right), \quad \lambda \rightarrow \pm\infty;$$

$$\Phi'(\lambda) = O\left(\frac{1}{\lambda}\right), \quad \lambda \rightarrow \pm\infty;$$

$$\Phi''(\lambda) \rightarrow \pm\infty, \quad \lambda \rightarrow \pm\infty.$$

Поэтому

$$\varepsilon''(\lambda) = O(\lambda^{1/2}), \quad \lambda \rightarrow \pm\infty,$$

и следовательно число

$$h = K\eta = O(\lambda^{-1/2}), \quad \lambda \rightarrow \pm\infty,$$

и при достаточно большом λ

$$h \leq \frac{1}{2}.$$

Теорема доказана.

В заключение автор выражает глубокую благодарность А. Г. Костюченко за внимание к работе.

Ереванский государственный
университет

Գ. ՅՈՒ. ԹԱՄԱՆՅԱՆ

Շտուրմ — Լիովիլի օպերատորի սպեկտրի մասին

Հոդվածում դիտարկվում է L օպերատորը, ծնվող $L_2(-\infty, \infty)$ տարածության մեջ հետևյալ դիֆերենցիալ արտահայտությամբ՝

$$ly = -y'' + q(x)y,$$

որտեղ $q(x)$ — պարբերական ($q(x+1) = q(x)$) և անալիտիկ է:

Ստացված է L օպերատորի սպեկտրում n -րդ լակունայի երկարության համար Δ_n ասիմպտոտիկայի գլխավոր անդամը նկարագրող բանաձևը ($n \rightarrow \infty$): Առաջարկվում է նյութոնի — կանտորովիչի մեթոդը ասիմպտոտիկան ստանալու համար:

Ապացուցվում է՝ ինչ պայմանների դեպքում L օպերատորի սպեկտրում կա վերջավոր թվով լակուններ:

Ցույց է տրվում, որ բավականաչափ մեծ n -երի համար, նյութոն-կանտորովիչի մեթոդը կիրառելի է յուրաքանչյուր պարբերական անալիտիկ պոտենցիալի համար:

Л И Т Е Р А Т У Р А — Գ Ր Ա Կ Ա Ն ՈՒ Թ Յ ՈՒ Ն

¹ Г. Ю. Таманян, ДАН АрмССР, т. 70, № 3 (1980). ² Л. В. Канторович, Г. П. Акилов, Функциональный анализ, Наука, М., 1977.

УДК 51.01:517

МАТЕМАТИКА

С. М. Меликян

Две теоремы о классах псевдочисел

(Представлено чл.-корр. АН Армянской ССР Р. Р. Варшамовым 14/VII 1981)

В статье рассматриваются псевдочисла, т. е. конструктивные псевдосходящиеся последовательности рациональных чисел; исследуется классификация псевдочисел в соответствии со скоростью сходимости их приближений. Регуляторами сходимости псевдочисел являются всюду определенные предельно-рекурсивные функции — псевдопределы конструктивных последовательностей рекурсивных функций ^(1,2). Работа выполнена в рамках конструктивного направления в математике ^(3,4).

Основные понятия и определения. Мы будем использовать понятия и обозначения из ⁽⁴⁻⁷⁾. Через φ_i , W_i и q_k обозначим соответственно геделевские нумерации частично рекурсивных функций, рекурсивно-перечислимых множеств и рациональнозначных частично-рекурсивных функций. Для краткости изложения введем следующие обозначения: Π — множество псевдочисел, F — множество F -чисел ⁽⁵⁾, ОРФ — множество общерекурсивных функций, ПрРФ — множество всюду определенных предельно-рекурсивных функций. Если K — множество функций, то через $K \uparrow$ обозначим множество неубывающих функций из K , а через K^∞ обозначим множество неограниченных функций из $K \uparrow$.

Введем некоторые понятия и обозначения, относящиеся к псевдочислам и ПрРФ (ср. ⁽⁸⁾).

На множестве ПрРФ определим отношение мажорируемости ($\leq$) и строгой мажорируемости ($\leq$). Пусть $f \in \text{ПрРФ} \uparrow$ и $g \in \text{ПрРФ} \uparrow$, тогда отношения $\leq$ и $\leq$ определяются следующим образом:

$$g \leq f \Leftrightarrow \neg \neg \exists t \forall x [x \geq t \Rightarrow g(x) \leq f(x)],$$

$$g \leq f \Leftrightarrow \forall x [g(x) \leq f(x)].$$

Если $p \in \Pi$, то через l_p обозначим минимальный регулятор сходимости относительно отношения строгой мажорируемости. Если f — двуместная общерекурсивная функция, то через $\hat{f}$ будем обозначать предельно-рекурсивную функцию, определенную на основе f ; точку

над f будем опускать в тех случаях, когда это не приводит к недоразумениям.

Пусть $f \in \text{ПрРФ}^\uparrow$. Определим множество псевдочисел R_f следующим образом: скажем, что $p \in R_f$ в том и только в том случае, когда существует бесконечное рекурсивно-перечислимое множество A такое, что выполняется следующее соотношение:

$$\forall x [x \in A \Rightarrow \forall yz [y, z \geq f(x) \Rightarrow |p(y) - p(z)| < 2^{-x}]]. \quad (1)$$

Нетрудно убедиться в том, что (1) эквивалентно следующему соотношению:

$$\forall x [x \in A \Rightarrow l_p(x) \leq f(x)].$$

Теорема 1. Существует неубывающая предельно-рекурсивная функция f , мажорирующая любую общерекурсивную функцию и такая, что $\bigcap (R_f = F)$.

Теорема 2. Для любых неубывающих предельно-рекурсивных функций g и h существует неубывающая предельно-рекурсивная функция f такая, что h не мажорирует f и $\bigcap (R_f = R_g)$.

Изложим основные конструкции, применяемые в доказательствах теорем 1 и 2. В дальнейшем используются двуместные общерекурсивные функции γ_i и θ_j со следующими свойствами:

- 1) $\forall i x [\lambda y [\gamma_i(x, y)] \in \text{ОРФ}^\uparrow];$
- 2) $\forall i [q_i \in \Pi \Rightarrow \gamma_i \in \text{ПрРФ}^\uparrow \& \gamma_i = l_{q_i}];$
- 3) $\forall i y [\lambda x [\theta_i(x, y)] \in \text{ОРФ}^\infty];$
- 4) $\forall j x [\lambda y [\theta_j(x, y)] \in \text{ОРФ}^\uparrow];$
- 5) $\forall i j [i < j \Rightarrow \forall x y [\theta_i(x, y) \leq \theta_j(x, y)]];$
- 6) $\forall j [\theta_j \in \text{ПрРФ}^\infty];$
- 7) $\forall i \bigcap \bigcap \exists j [\varphi_j \in \text{ОРФ} \& \theta_i = \varphi_j];$
- 8) $\forall i [\varphi_i \in \text{ОРФ} \Rightarrow \varphi_i \leq \theta_i].$

Возможность построения таких функций легко устанавливается посредством применения обычных диагональных теоретико-алгоритмических конструкций.

Для двуместных функций f , построение которых проводится по шагам в процессе доказательств теорем 1 и 2, мы будем на каждом s -ом шаге процесса строить значения $f(x, s)$ при $x \leq s$ и подразумевать, что значения $f(s, y)$ при $y < s$ берутся равными $f(s, s)$.

Доказательство теоремы 1 проводится методом приоритета. Пусть s, x, i, j — натуральные числа. Через $\Delta_{x,i,j}^s$ обозначим следующее множество:

$$\Delta_{x,i,j}^s = \{y : \exists z [y \leq z \& \theta_i(z, s) \leq \theta_i(x, s)]\}.$$

Будем говорить, что x допустимо по j относительно конечного множества A на s -ом шаге, если

$$x \leq s \& j \leq s \& x \in W_{r(i)}^s \& \theta_j(x, s) < \gamma_{r(i)}(x, s);$$

$$\forall i [i < j \& i \notin A \& y \leq s \& y \in W_{r(i)}^s \cap \Delta_{x,i,j}^s \Rightarrow \gamma_{r(i)}(y, s) \leq \theta_i(y, s)].$$

Будем говорить, что i устойчиво в точке x на s -ом шаге, если

$$\forall y [y \leq x \Rightarrow [y \in W_{r(i)}^s \Rightarrow y \in W_{r(i)}^{s-1}] \& \theta_i(y, s-1) = \theta_i(y, s) \&$$

$$\& [\gamma_{r(i)}(y, s-1) \leq \theta_i(y, s-1) \Rightarrow \gamma_{r(i)}(y, s) \leq \theta_i(y, s)]].$$

Определим теперь функцию f по шагам.

Шаг 0. Положим $f(0, 0) = 0$ и $E_0 = \emptyset$.

Шаг $(s+1)$. На s -ом шаге уже построены E_s и $f(x, s)$ для $x \leq s$.

Этап I. Возможны два случая:

а) $E_s = \emptyset$. Положим $B = \emptyset$ и переходим к этапу II.

б) $E_s \neq \emptyset$. Пусть $E_s = \{(x_0, i_0), \dots, (x_n, i_n)\}$, где $x_m < x_{m+1}$ и $m = 0, \dots, (n-1)$.

Обозначим через A_e следующее множество:

$$A_e = \{(x_0, i_0), \dots, (x_e, i_e)\}, \text{ где } e \leq n.$$

Индуктивно определим свойство P множества A_e следующим образом: $P(A_0)$ имеет место в том и только в том случае, когда:

1) i_0 устойчиво в точке x_0 на $(s+1)$ -ом шаге,

2) x_0 допустимо по i_0 относительно множества $\emptyset$ на $(s+1)$ -ом шаге.

Далее, $P(A_{e+1})$ имеет место в том и только в том случае, когда:

1) $P(A_e)$;

2) i_{e+1} устойчиво в точке x_{e+1} на $(s+1)$ -ом шаге;

3) x_{e+1} допустимо по i_{e+1} относительно множества $\downarrow_1 A_e$ на $(s+1)$ -ом шаге.

В этом случае определим множество B следующим образом:

$$B = \begin{cases} \emptyset, & \text{если } \neg P(A_0); \\ A_e, & \text{если } P(A_0), \end{cases} \quad (2)$$

где $c = \max\{e : P(A_e)\}$, и переходим к этапу II.

Этап II. Обозначим через Q следующий предикат: $Q(x, j)$ имеет место в том и только в том случае, когда $j \notin \downarrow_1 B$ и x допустимо по j относительно множества $\downarrow_1 B$ на $(s+1)$ -ом шаге.

Возможны два случая.

а. Существуют x и j такие, что $Q(x, j)$.

Пусть $\bar{x} = \min\{x : \exists j Q(x, j)\}$, а $\bar{j}$ таково, что $Q(\bar{x}, \bar{j})$ (заметим, что $\exists j Q(\bar{x}, j)$). Полагаем

$$E_{s+1} = B \cup \{(\bar{x}, \bar{j})\}.$$

Если $B = \emptyset$, то положим $f(x, s+1) = \theta_j(\bar{x}, s+1)$, где $0 \leq x \leq s+1$; если $B \neq \emptyset$, то из (2) имеем $B = A_c$, тогда

$$f(x, s+1) = \begin{cases} f(x, s), & \text{если } 0 \leq x \leq x_c; \\ \theta_j(\bar{x}, s+1), & \text{если } x_c < x \leq s+1, \end{cases}$$

и переходим к шагу $(s+2)$.

б. Для любых x и j имеет место $\neg Q(x, j)$. Тогда полагаем $E_{s+1} = B$.

Если $B = \emptyset$, то положим $f(x, s+1) = 0$, где $0 \leq x \leq s+1$; если $B \neq \emptyset$, то из (2) имеем $B = A_c$; тогда положим

$$f(x, s+1) = \begin{cases} f(x, s), & \text{если } 0 \leq x \leq x_c; \\ f(x_c, s), & \text{если } x_c < x \leq s+1, \end{cases}$$

и переходим к шагу $(s+2)$.

Этим завершается построение функции f . На основании построения можно показать, что функция f — требуемая.

Доказательство теоремы 2 проводится методом приоритета, причем организация приоритета аналогична методу, применяемому в теореме 1. При доказательстве этой теоремы используются результаты из (9,10), а также следующая лемма:

Лемма. Существует неубывающая неограниченная предельно-рекурсивная функция g_0 такая, что для любой неубывающей предельно-рекурсивной функции g имеет место следующее утверждение:

$$\neg \neg (R_{g_1} = R_g), \quad \text{где } g_1 = \max\{g_0, g\}.$$

Изложим основную конструкцию доказательства теоремы 2.

Пусть $g \in \text{ПрРФ}^\dagger$ и $h \in \text{ПрРФ}^\dagger$, а g_0 — такая функция, что для нее выполнены условия леммы. Определим функции g_1, g_2, h_1 и d следующим образом:

$$g_1(x, y) = \max\{g_0(x, y), g(x, y)\};$$

$$g_2(x, y) = \max\{g_1(z, y) : z \leq x\};$$

$$h_1(x, y) = \max\{h(x, y), g_2(x, y)\};$$

$$d(x, s) = \max\{y : \exists z [y \leq z \leq s \& g_2(z, s) \leq h_1(x+1, s) + 1]\}.$$

Будем говорить, что x допустимо по j относительно конечного множества A на s -ом шаге, если

$$x \leq s \& j \leq s \& x \in W'_{r(j)}^s \& g_2(x, s) < \gamma_{r(j)}(x, s);$$

$$\forall i [i < j \& i \notin A \& y \leq d(x, s) \& y \in W'_{r(i)}^s \Rightarrow \gamma_{r(i)}(y, s) \leq g_2(y, s)].$$

Будем говорить, что i устойчиво в точке x на s -ом шаге, если

$$h_1(x+1, s+1) = h_1(x+1, s) \& d(x, s+1) = d(x, s);$$

$$\forall y [y \leq x \Rightarrow [y \in W'_{r(i)}^s \Rightarrow y \in W'_{r(i)}^{s+1}] \& g_2(y, s+1) = g_2(y, s) \&$$

$$\& [g_2(y, s+1) \geq \gamma_{r(i)}(y, s+1) \Rightarrow g_2(y, s) \geq \gamma_{r(i)}(y, s)]].$$

Определим функцию f по шагам.

Шаг 0. Положим $f(0, 0) = 0$ и $E_0 = \emptyset$.

Шаг $(s+1)$. На s -ом шаге построены E_s и $f(x, s)$ для $x \leq s$.

Этап I. Описание этого этапа полностью совпадает с описанием этапа I в доказательстве теоремы 1.

Этап II. Обозначим через Q следующий предикат: $Q(x, j)$ имеет место в том и только в том случае, когда $j \in \downarrow_1 B$ и x допустимо по j относительно множества $\downarrow_1 B$ на $(s+1)$ -ом шаге.

Возможны два случая.

а) Существуют x и j такие, что $Q(x, j)$.

Пусть $\bar{x} = \min\{x : \exists j Q(x, j)\}$, а j такое, что $Q(\bar{x}, j)$ (заметим, что $\nexists j Q(\bar{x}, j)$).

Положим $E_{s+1} = B \cup \{(\bar{x}, j)\}$.

Если $B = \emptyset$, то положим

$$f(x, s+1) = \begin{cases} g_2(\bar{x}, s+1), & \text{если } 0 \leq x \leq \bar{x} \\ h_1(\bar{x}+1, s+1)+1, & \text{если } \bar{x} < x \leq s+1. \end{cases}$$

Если $B \neq \emptyset$, то согласно (2) имеем $B = A_c$. В этом случае положим

$$f(x, s+1) = \begin{cases} f(x, s), & \text{если } 0 \leq x \leq d(x_c, s+1), \\ g_2(\bar{x}, s+1), & \text{если } d(x_c, s+1) < x \leq \bar{x}, \\ h_1(\bar{x}+1, s+1)+1, & \text{если } \bar{x} < x \leq s+1 \end{cases}$$

и переходим к $(s+2)$ -ому шагу.

б) Для любых x и j имеет место $\neg Q(x, j)$. Тогда положим $E_{s+1} = B$.

Если $B = \emptyset$, то положим

$$f(x, s+1) = 0, \quad \text{где } 0 \leq x \leq s+1;$$

если $B \neq \emptyset$, то как и выше, имеем $B = A_c$; тогда полагаем

$$f(x, s+1) = \begin{cases} f(x, s), & \text{если } 0 \leq x \leq d(x_c, s+1), \\ h(x_c+1, s+1)+1, & \text{если } x_c < x \leq s+1 \end{cases}$$

и переходим к шагу $(s+2)$.

Этим завершается построение функции f .

Можно показать, что построенная функция f — требуемая.

Вычислительный центр Академии наук Армянской ССР
и Ереванского государственного университета

ՈՒՄԱՐՈՒՄ

Երկու թեորեմներ փակորթների դասերի վերաբերյալ

Հոդվածում ապացուցվում են հետևյալ երկու թեորեմները:

1. Գոյություն ունի ընվադող սահմանային ռեկուրսիվ այնպիսի ֆունկցիա:

որ այդ ֆունկցիան մաժորում է կամայական ընդհանուր ռեկուրսիվ ֆունկցիայի և այդ ֆունկցիայով որոշվող փակդոթների դասը համընկնում է կոնստրուկտիվ իրական թվերի դասի հետ:

2. Նախօրոք տրված g և h չնվազող սահմանային ռեկուրսիվ ֆունկցիաների համար գոյություն ունի չնվազող սահմանային ռեկուրսիվ ֆունկցիա f , այնպես որ h -ը չի մաժորում f -ին և g ու f ֆունկցիաներով որոշվող փակդոթների դասերը համընկնում են:

ЛИТЕРАТУРА — ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

- ¹ E. M. Gold, J. Symb. Logic, v 30, 1 (1965). ² Б. А. Кушнер, Сб. работ по теории алгоритмов и мат. логике, М., ВЦ АН СССР, 1974. ³ А. А. Марков, Тр. Мат. ин-та АН СССР, т. 67 (1962). ⁴ Н. А. Шанин, Тр. Мат. ин-та АН СССР, т. 52 (1958). ⁵ Б. А. Кушнер, Лекции по конструктивному мат. анализу, Наука, М., 1973. ⁶ А. А. Марков, Тр. Мат. ин-та АН СССР, т. 52 (1958). ⁷ Х. Роджерс, Теория рекурсивных функций и эффективная вычислимость, Мир, М., 1972. ⁸ С. М. Меликян, ДАН Арм. ССР, т. 73, № 2 (1981). ⁹ С. М. Меликян, Тезисы IV Всесоюзной конференции по мат. логике, Кишинев, 1976. ¹⁰ Н. В. Петри, Сб. работ по теории алгоритмов и мат. логике, М., ВЦ АН СССР, 1974.

УДК 539.3

МЕХАНИКА

Р. А. Багдасарян

Об оптимизации прочности цилиндрической оболочки из композиционного материала при ударе

(Представлено академиком АН Армянской ССР С. А. Амбарцумяном 28/1 1981)

В работе (1) рассматривается вопрос определения напряженного состояния при ударе вращающейся цилиндрической оболочки о жесткую преграду. В предположении, что оболочка изготовлена из композиционного (анизотропного) материала, на основе безмоментных уравнений движения оболочки определяются напряжения на фронтах упругих волн и приводится анализ зависимости напряжений от угла между главными геометрическими и физическими направлениями.

Ниже ставится задача прочности при продольном ударе о жесткую преграду вращающейся анизотропной полубесконечной цилиндрической оболочки. В предположении, что оболочка изготовлена из элементарных слоев композиционного материала, уложенных под углом φ к образующей оболочки, при ограничении на прочность определяется максимальное значение продольной скорости, скорости вращения, или их комбинации при неизменном весе.

В работе (1) получены следующие выражения для напряжений $\sigma_{xx}^{(n)}$, $\sigma_{yy}^{(n)}$, $\sigma_{xy}^{(n)}$ (x —координата вдоль образующей, y —по дуге поперечного сечения):

$$\begin{aligned} \sigma_{xx}^{(1)} &= \frac{1}{v_1} (B_{11} + \alpha_1 B_{16}) \frac{\alpha_2 c - \omega R}{\alpha_1 - \alpha_2}, & \sigma_{xx}^{(2)} &= \frac{1}{v_2} (B_{11} + \alpha_2 B_{16}) \frac{\alpha_1 c - \omega R}{\alpha_2 - \alpha_1}; \\ \sigma_{yy}^{(1)} &= \frac{1}{v_1} (B_{12} + \alpha_1 B_{26}) \frac{\alpha_2 c - \omega R}{\alpha_1 - \alpha_2}, & \sigma_{yy}^{(2)} &= \frac{1}{v_2} (B_{12} + \alpha_2 B_{26}) \frac{\alpha_1 c - \omega R}{\alpha_2 - \alpha_1}; \\ \sigma_{xy}^{(1)} &= \frac{1}{v_1} (B_{16} + \alpha_1 B_{66}) \frac{\alpha_2 c - \omega R}{\alpha_1 - \alpha_2}, & \sigma_{xy}^{(2)} &= \frac{1}{v_2} (B_{16} + \alpha_2 B_{66}) \frac{\alpha_1 c - \omega R}{\alpha_2 - \alpha_1}, \end{aligned} \quad (1.1)$$

соответственно на фронтах упругих волн

$$t = \frac{x}{v_n} + c_n, \quad (n=1, 2), \quad (1.2)$$

движущихся со скоростью

$$\begin{aligned} v_1^2 &= \frac{1}{2\rho} \left[B_{11} + B_{66} + \sqrt{(B_{11} - B_{66})^2 + 4B_{16}^2} \right]; \\ v_2^2 &= \frac{1}{2\rho} \left[B_{11} + B_{66} - \sqrt{(B_{11} - B_{66})^2 + 4B_{16}^2} \right]; \end{aligned} \quad (1.3)$$

$$\alpha_n = \frac{B_{10}}{\rho v_n^2 - B_{00}}, \quad (n = 1, 2).$$

Здесь, как обычно.

$$B_{11} = B'_{11} \cos^4 \varphi + 2(B'_{12} + 2B'_{66}) \sin^2 \varphi \cos^2 \varphi + B'_{22} \sin^4 \varphi,$$

[illegible]

$$B_{26} = \frac{1}{2} [B'_{11} \sin^2 \varphi - B'_{22} \cos^2 \varphi + (B'_{12} + 2B'_{66}) \cos 2\varphi] \sin 2\varphi,$$

где B_{11} , B_{22} , B_{66} , B_{12} — постоянные упругости элементарного слоя композиционного материала⁽³⁾, c — продольная скорость, ω — скорость вращения, R — радиус оболочки, ρ — плотность.

Пусть заданы характеристики прочности ортотропного композиционного материала $\sigma_{B_1}, \sigma_{B_2}, \tau_{B_1}, \tau_{B_0}$. Условие прочности берется в виде (4)

$$\frac{\sigma_{11}^2}{\sigma_{B_1}^2} + \frac{\sigma_{22}^2}{\sigma_{B_2}^2} + \frac{\sigma_{12}^2}{\sigma_{B_0}^2} - \left(\frac{1}{\sigma_{B_1}^2} + \frac{1}{\sigma_{B_2}^2} - \frac{1}{\sigma_{B_0}^2} \right) \sigma_{11} \sigma_{22} \leq 1, \quad (1.5)$$

где напряжения $\sigma_{ij}^{(n)}$ ($n=1, 2$) по главным физическим направлениям элементарного слоя композиционного материала выражаются через напряжения $\sigma_{xx}^{(n)}$, $\sigma_{yy}^{(n)}$, $\sigma_{xy}^{(n)}$ ($n=1, 2$) известными формулами

$$\begin{aligned}\sigma_{11}^{(n)} &= \sigma_{xx}^{(n)} \cos^2 \varphi + \sigma_{yy}^{(n)} \sin^2 \varphi + \sigma_{xy}^{(n)} \sin 2\varphi; \\ \sigma_{22}^{(n)} &= \sigma_{xx}^{(n)} \sin^2 \varphi + \sigma_{yy}^{(n)} \cos^2 \varphi - \sigma_{xy}^{(n)} \sin 2\varphi; \\ \sigma_{12}^{(n)} &= -\frac{1}{2} [\sigma_{xx}^{(n)} - \sigma_{yy}^{(n)}] \sin 2\varphi + \sigma_{xy}^{(n)} \cos 2\varphi.\end{aligned}\quad (1.6)$$

В предположении $\sigma_{B_1} = \sigma_{B_2}$, чего можно добиться дополнительным поперечным армированием, условие прочности (1.5) представляется в виде

$$\frac{\sigma_{11}^2}{\sigma_{B_1}^2} + \frac{\sigma_{22}^2}{\sigma_{B_2}^2} + \frac{\sigma_{12}^2}{\sigma_{B_0}^2} - \frac{\sigma_{11}\sigma_{22}}{\sigma_{B_1}^2} = 1. \quad (1.7)$$

Используя (1.1) и (1.6), из условия прочности (1.7) можно найти предельные значения продольных скоростей c_n , угловых скоростей и

их комбинации $c_n(k)$, где $k = \omega R/c$:

$$c_n(k) = \left[\left(\frac{f_n}{\sigma_{B_1}} \right)^2 + \left(\frac{g_n}{\sigma_{B_2}} \right)^2 + \left(\frac{h_n}{\sigma_{B_0}} \right)^2 - \frac{f_n g_n}{\sigma_{B_1}^2} \right]^{-\frac{1}{2}}, \quad (1.8)$$

где

$$\begin{aligned} f_n &= \gamma_n [(B_{11} + \alpha_n B_{16}) \cos^2 \varphi + (B_{12} + \alpha_n B_{26}) \sin^2 \varphi + (B_{16} + \alpha_n B_{66}) \sin 2\varphi]; \\ g_n &= \gamma_n [(B_{11} + \alpha_n B_{16}) \sin^2 \varphi + (B_{12} + \alpha_n B_{26}) \cos^2 \varphi + (B_{16} + \alpha_n B_{66}) \sin 2\varphi]; \\ h_n &= \gamma_n [0,5(B_{12} + \alpha_n B_{26} - B_{11} - \alpha_n B_{16}) \sin 2\varphi + (B_{16} + \alpha_n B_{66}) \cos 2\varphi]. \end{aligned} \quad (1.9)$$

$$\gamma_1 = \frac{\alpha_2 c - k}{v_1(\alpha_1 - \alpha_2)}, \quad \gamma_2 = \frac{\alpha_1 c - k}{v_2(\alpha_2 - \alpha_1)}. \quad (1.10)$$

В случае $c=0$ для ω_n получим формулы (1.8) и (1.9), где

$$\gamma_n = \frac{(-1)^n k}{v_n(\alpha_1 - \alpha_2)}, \quad (n=1, 2). \quad (1.11)$$

В качестве примера рассматривается оболочка, изготовленная из композиционного материала СВМ 5:1, со следующими характеристиками упругости и прочности:

$$B'_{12} = 0,12B'_{11}, \quad B'_{22} = 0,616B'_{11}, \quad B'_{66} = 0,157B'_{11}, \quad (2.1)$$

$$\sigma_{B_1} = 0,01886B'_{11}, \quad \sigma_{B_2} = 0,007718B'_{11}, \quad \sigma_{B_0} = 0,004972B'_{11}.$$

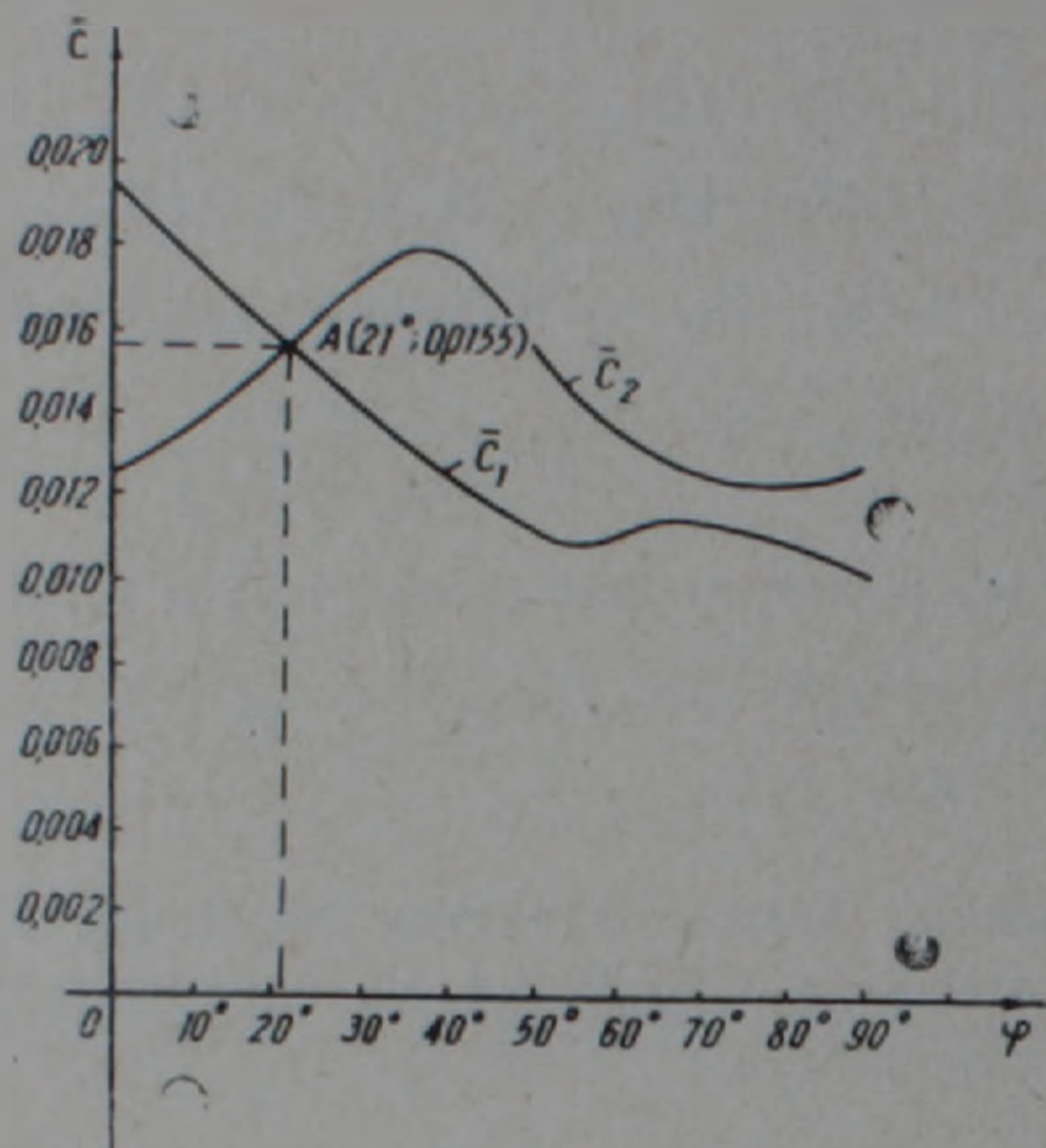
С помощью формул (1.8)–(1.11) в промежутке $[0^\circ, 90^\circ]$ шагом 1° вычислены приведенные значения продольных ($\bar{c} = c\sqrt{\rho/B_{11}}$) и угловых ($\bar{\omega} = \omega R\sqrt{\rho/B_{11}}$) скоростей для различных значений k ($k = -1, 0, 1$). Для нахождения максимальных допустимых значений продольной и приведенной угловых скоростей c^* и $\bar{\omega}^*$ вращающейся оболочки и соответствующих им оптимальных углов воспользуемся формулами

$$c^* = \max_{0^\circ \leq \varphi \leq 90^\circ} \min_n c_n(\varphi), \quad \bar{\omega}^* = \max_{0^\circ \leq \varphi \leq 90^\circ} \min_n \bar{\omega}_n(\varphi). \quad (2.2)$$

В случае $k = -1$ в интервале $[0^\circ, 58^\circ)$ допустимыми являются значения скорости на втором фронте упругих волн, так как в этом интервале $c_2(\varphi) < c_1(\varphi)$ для любого φ . $c_1(\varphi) < c_2(\varphi)$ в интервале $(58^\circ, 90^\circ]$, следовательно, в этом интервале допустимыми являются значения скорости на первом фронте упругих волн. При $\varphi = 58^\circ$ $c_1(\varphi) = c_2(\varphi)$. Среди этих допустимых значений максимальным является $c^* = 51,156$ м/сек, которое достигается при $\varphi = 0^\circ$ и $\varphi = 58^\circ$. В случае продольного удара ($k=0$) $c_1(\varphi) < c_2(\varphi)$ на всем интервале $[0^\circ, 90^\circ]$, следовательно, допустимыми являются значения $c_1(\varphi)$, максимальное значение которой достигается при $\varphi = 0^\circ$, т. е. $c^* = c_1(0^\circ) = 77,952$ м/сек.

Аналогично в случае $k=1$ получим $c^* = c_1(21^\circ) = c_2(21^\circ) = 63,057$ м/сек. Для иллюстрации этот случай показан на рисунке.

В случае же вращательного движения ($c=0$) оптимальным является угол $\varphi=68^\circ$ и максимальная допустимая приведенная скорость $\bar{\omega}^*=0,01387$.



Таким образом, оптимальным выбором угла укладки слоев материала можно существенно улучшить допускаемые продольные и угловые скорости движения оболочки.

Автор выражает благодарность В. Ц. Гнуну за постановку задачи и обсуждение результатов.

Ереванский политехнический институт
им. К. Маркса

Ռ. Ա. ԲԱՂԴԱՍԱՐՅԱՆ

Կոմպոզիցիոն նյութից պատրաստված գլանային թաղանթի ամրության օպ-
տիմիզացիայի մասին հաշվածի ժամանակ

Աշխատանքում դիտարկված է պտտվող, անիզոտրոպ, կիսաանվերջ գլա-
նային թաղանթի կոշտ արգելքին ուղղագիծ հարվածելու ժամանակ ամրության
խնդիրը, ենթադրելով, որ թաղանթը պատրաստված է կոմպոզիցիոն նյութի
էլեմենտար շերտերից, որոնց ուղղության և գլանային թաղանթի ծնիչի հետ
կազմած անկյունը տված է, ամրության պայմանից որոշվում են ուղղագիծ
արագության, անկյունային արագության և անփոփոխ բաշի դեպքում նրանց
կոմբինացիայի մեծագույն արժեքները: Ցույց է տրվում, որ նյութի շերտերի
դասավորման օպտիմալ ընտրությամբ կարելի է էապես մեծացնել թաղանթի
շարժման ուղղագիծ և անկյունային արագությունները:

¹ В. Ц. Гнунц, Л. А. Мовсисян, Материалы Всесоюзного симпозиума по переходным процессам деформации оболочек и пластин, Тарту, 1967. ² Г. М. Берковиц. Прикладная механика, т. 30, серия Е, № 3 (1963). ³ С. А. Амбарцумян, Теория анизотропных оболочек, Физматгиз, М., 1961. ⁴ З. А. Бажанов, Н. И. Гольденблат и др., Сопротивление стеклопластиков, Машгиз, М., 1968.

УДК 539.55

ТЕОРИЯ УПРУГОСТИ

Академик АН Армянской ССР Н. Х. Арутюнян, Б. А. Шойхет

О наращивании вязкоупругого полого шара,
подверженного старению

(Представлено 3/IV 1981)

Рассматривается полый шар, находящийся под действием переменного во времени внутреннего давления и непрерывно наращиваемый снаружи стареющим вязкоупругим материалом. Очевидно, что такое тело является неоднородно стареющим, так как процесс его наращивания происходит элементами материала различного возраста. Напряжения и деформации в неоднородно вязкоупругом растущем шаре выражаются через одну функцию времени, которая определяется из интегрального уравнения Вольтерра второго рода. Ядро и правая часть этого уравнения выражаются в замкнутой форме через упругие и реологические характеристики материала и закона движения внешней границы полого шара.

Задача наращивания с учетом ползучести рассматривалась в ^(1,2), а ее общая постановка для неоднородно стареющих вязкоупругих тел предложена в ⁽³⁾.

Пусть r — координата, отсчитываемая от центра шара, a_0 — внутренний постоянный радиус, $a(t)$ — внешний радиус, являющийся заданной функцией времени t . В момент $t=0$ имеет место $a(t)=a_0$.

Обозначим через $x(r)$ функцию, обратную $a(t)$, т. е. $x(r)$ — момент времени, в который граница движущейся области достигает радиуса r .

Уравнения задачи имеют вид:

$$\alpha_r(r, t) = \frac{\partial v_r(r, t)}{\partial r}, \quad \alpha_\theta(r, t) = \frac{v_r(r, t)}{r}, \quad a_0 \leq r \leq a(t); \quad (1)$$

$$\epsilon_r(r, t) = \int_{x(r)}^t \alpha_r(r, \tau) d\tau, \quad \epsilon_\theta(r, t) = \int_{x(r)}^t \alpha_\theta(r, \tau) d\tau, \quad t \geq x(r); \quad (2)$$

$$\alpha_r(r, t) + 2\alpha_\theta(r, t) = 0, \quad a_0 \leq r \leq a(t); \quad (3)$$

$$r \frac{\partial \sigma_r(r, t)}{\partial r} + 2(\sigma_r(r, t) - \sigma_\theta(r, t)) = 0, \quad a_0 \leq r \leq a(t); \quad (4)$$

$$\sigma_r(r, t) = q(t) \quad \text{при } r = a_0, \quad \sigma_r(r, t) = 0 \quad \text{при } r = a(t); \quad (5)$$

$$\sigma_r(r, t) = S_r(r, t) + P(r, t), \quad \gamma = r, \theta; \quad (6)$$

$$\frac{S_r(r, t)}{2G(t - x(r))} = \varepsilon_r(r, t) - \int_{x(r)}^t R(t - x(r), \tau - x(r)) \varepsilon_r(r, \tau) d\tau, \quad \gamma = r, \theta. \quad (7)$$

Здесь x_r, x_θ — скорости деформаций ε_r и ε_θ соответственно, v_r — скорость радиального перемещения, σ_r, σ_θ — компоненты напряжений, $q(t)$ — заданное внутреннее давление, S_r, S_θ — компоненты девиатора напряжений, P — шаровая часть тензора напряжений, $G(t)$ — упругомгновенный модуль сдвига, $R(t, \tau)$ — ядро релаксации стареющего материала. Отличные от нуля компоненты $\varepsilon_\varphi, \sigma_\varphi$ деформаций и напряжений равны соответственно $\varepsilon_\theta, \sigma_\theta$.

Подставив выражения (1) в условия несжимаемости (3), получим $\partial v_r / \partial r + 2v_r / r = 0$, откуда

$$v_r(r, t) = c(t)/r^2, \quad x_r(r, t) = -2c(t)/r^3, \quad x_\theta(r, t) = c(t)/r^3 \quad (8)$$

где $c(t)$ — неизвестная функция.

Подставляя (8) в (2), получим

$$\varepsilon_r(r, t) = -2[F(t) - F(x(r))]/r^3, \quad \varepsilon_\theta(r, t) = [F(t) - F(x(r))]/r^3, \quad (9)$$

$$F(t) \equiv \int_0^t c(\tau) d\tau.$$

Из закона ползучести (7) и выражений (9) следует

$$S_r(r, t) = \frac{-4G(t - x(r))}{r^3} (F(t) - F(x(r)) - \int_{x(r)}^t R(t - x(r), \tau - x(r)) (F(\tau) - F(x(r))) d\tau); \quad (10)$$

$$S_r(r, t) = -2S_\theta(r, t).$$

Из (4) с учетом (6) и (10) получим

$$\frac{\partial \sigma_r}{\partial r} = -\frac{3S_r}{r}. \quad (11)$$

Интегрируя (11) по r в промежутке $[a_0, a(t)]$ и используя краевые условия (5), получим уравнение

$$\int_{a_0}^{a(t)} \frac{3S_r(r, t)}{r} dr = q(t). \quad (12)$$

Подставим (10) в (12):

$$\begin{aligned} \int_{a_0}^{a(t)} \frac{G(t - x(r))}{r^4} (F(t) - F(x(r)) - \int_{x(r)}^t R(t - x(r), \tau - x(r)) (F(\tau) - F(x(r))) d\tau) dr = \\ = -\frac{q(t)}{12}, \end{aligned} \quad (13)$$

Сделаем в (13) замену переменной $\xi = x(r)$, тогда $r = a(\xi)$ и (13) преобразуется к виду

$$\int_0^t \frac{G(t-\xi)}{a^4(\xi)} \left(F(t) - F(\xi) - \int_{\xi}^t R(t-\xi, \tau-\xi) (F(\tau) - F(\xi)) d\tau \right) a'(\xi) d\xi = -\frac{q(t)}{12}. \quad (14)$$

Изменив порядок интегрирования в левой части (14), получим разрешающее уравнение Вольтерра второго рода относительно функции $F(t)$

$$A(t)F(t) - \int_0^t Q(t, \xi)F(\xi) d\xi = -\frac{q(t)}{12}. \quad (15)$$

Здесь

$$A(t) \equiv \int_0^t f(t, \xi) d\xi, \quad f(t, \xi) \equiv \frac{G(t-\xi)a'(\xi)}{a^4(\xi)}, \quad (16)$$

$$Q(t, \xi) \equiv f(t, \xi) \left[1 - \int_{\xi}^t R(t-\xi, \tau-\xi) d\tau \right] + \int_0^{\xi} R(t-\tau, \xi-\tau) f(t, \tau) d\tau.$$

Замечание. Так как $A(0)=0$, для существования ограниченного решения (15) необходимо, чтобы был конечен предел отношения $q(t)/A(t)$ при $t \rightarrow 0$. Механически это условие означает, что в начальный момент времени (когда полый шар имеет нулевую толщину) давление должно равняться нулю и скорость его нарастания должна быть согласована со скоростью роста толщины.

Институт механики Академии наук
Армянской ССР
Институт проблем механики АН СССР
Всесоюзный научно-исследовательский
институт гидротехники им.
Б. Е. Веденеева

Հայկական ՍՍՀ ԳԱ ակադեմիկոս Ն. Խ. ՀԱՐՈՒԹՅՈՒՆՅԱՆ, Բ. Ա. ՇՈՅԵՆՏ

Սերացման էներգիա առաձգամածուցիկ սնամեջ զնդի մակաճեցման մասին

Դիտարկվում է սնամեջ գունդ, որը գտնվում է ժամանակից կախված ներքին ճնշման ազդեցության տակ և արտաքին կողմից անընդհատ մակաճեցվում է ծերացող առաձգամածուցիկ նյութով: Ակնհայտ է, որ այդպիսի մարմինը հանդիսանում է անհամասեռ ծերացող, քանի որ նրա մակաճեցման ընթացքը կատարվում է տարրեր հասակ ունեցող նյութերի տարրերով: Անհամասեռ առաձգամածուցիկ աճող զնդի լարումները և դեֆորմացիաները

արտահայտվում են ժամանակից կախված մի ֆունկցիայի միջոցով, որը որոշվում է Վոլտերայի երկրորդ սեռի ինտեգրալ հավասարումից: Այդ ինտեգրալ հավասարման աջ մասը և կորիզը փակ ձևով արտահայտվում են նյութի ռեոլոգիական և առաձգական արտահայտիչներով և սնամեջ գնդի արտաքին սահմանի շարժման օրենքով:

Л И Т Е Р А Т У Р А — Գ Ր Ա Կ Ա Ն Ո Ւ Թ Յ Ո Ւ Ն

¹ В. Д. Харлаб, Тр. Ленинградского инж.-строит. ин-та, вып. 49 (1966). Д. И. Дятловский, А. И. Вайнберг, Формирование напряжений в гравитационных плотинах, Научная думка, Киев, 1975. ² Н. Х. Арутюнян, ПММ, т. 41, № 5 (1977).

УДК 699.841+624.042

ИНЖЕНЕРНАЯ СЕЙСМОЛОГИЯ

А. Т. Гороян

К вычислению реакций зданий и сооружений на
сейсмическое воздействие по акселерограммам сильных
землетрясений

(Представлено академиком АН Армянской ССР А. Г. Назаровым 30/X 1981)

При расчете зданий и сооружений на сейсмическое воздействие по акселерограммам реальных землетрясений приходится вычислять значения реакции—приведенного сейсмического ускорения, определяемого выражением ⁽¹⁾

$$\tau(t) = \varphi \int_0^t e^{-\frac{\gamma\varphi}{2}(t-\xi)} y_0^*(\xi) \sin \varphi(t-\xi) d\xi, \quad (1)$$

где $y_0^*(t)$ —закон колебания почвы (акселерограмма); γ —коэффициент внутреннего трения; φ —круговая частота свободных колебаний.

В работе ⁽²⁾ предложен численный метод определения значений $\tau(t)$, в которой функция (1) приводится к виду

$$\tau(t) = \varphi e^{-\frac{\gamma\varphi}{2}t} \left[\sin \varphi t \sum_{i=1}^k f_i - \cos \varphi t \sum_{i=1}^k g_i \right], \quad (2)$$

где

$$f_i = \int_{t_{i-1}}^{t_i} e^{\frac{\gamma\varphi}{2}\xi} y_0^*(\xi) \cos \varphi \xi d\xi, \quad (3)$$

$$g_i = \int_{t_{i-1}}^{t_i} e^{\frac{\gamma\varphi}{2}\xi} y_0^*(\xi) \sin \varphi \xi d\xi, \quad (4)$$

t_i —значения аргумента, при которых функция $y_0^*(t)$ задана таблично ($0 \leq t_i \leq t$, $i = 0, 1, \dots, k$); k —число интервалов разбиения акселерограммы. Вычисление интегралов (3) и (4) производится по формулам Симпсона с заданной точностью. При этом в нетабличных точках значения $y_0^*(t)$ находятся интерполяцией. Однако численная реализа-

ция данного алгоритма на ЭВМ требует сравнительно большого счетного времени, большая часть которого приходится на вычисление интегралов (3) и (4) ввиду слабой сходимости квадратурных формул, обусловленной сильно осциллирующим характером подынтегральных функций, особенно при малых значениях периодов свободных колебаний. К тому же выбор аппроксимирующей функции для нахождения значений $y_0(t)$ в нетабличных точках производится произвольно, и суммарные ошибки вычислений, обусловленные погрешностями численных методов и погрешностями округлений, не поддаются оценке. Избежать указанных недостатков возможно при аналитическом вычислении (3) и (4), с обоснованием выбора аппроксимирующей функции, чему и посвящена настоящая работа.

Допустим, что полином n -ой степени

$$P_n(t) = C_{i,0} + C_{i,1}t + C_{i,2}t^2 + \dots + C_{i,n}t^n \quad (5)$$

аппроксимирует функцию $y_0(t)$ в нетабличных точках $[t_{i-1}, t_i]$. Тогда, заменяя ее аппроксимирующим полиномом, (3) и (4) примут вид:

$$f_i = \sum_{j=0}^n C_{i,j} \int_{t_{i-1}}^{t_i} t^j e^{\frac{\gamma}{2}t} \cos \varphi t dt, \quad (6)$$

$$g_i = \sum_{j=0}^n C_{i,j} \int_{t_{i-1}}^{t_i} t^j e^{\frac{\gamma}{2}t} \sin \varphi t dt, \quad (7)$$

где $C_{i,j}$ — коэффициенты аппроксимирующих полиномов ($i=0, 1, \dots, k$).

Примем следующие обозначения:

$$I_n(t) = \int t^n e^{at} \sin bt dt, \quad (8)$$

$$J_n(t) = \int t^n e^{at} \cos bt dt. \quad (9)$$

Интегрируя (8) и (9) по частям, для $n \geq 1$ получим следующие рекуррентные выражения:

$$I_n(t) = I_0(t)t^n - \frac{n}{p} [aI_{n-1}(t) - bJ_{n-1}(t)], \quad (10)$$

$$J_n(t) = J_0(t)t^n - \frac{n}{p} [aJ_{n-1}(t) + bI_{n-1}(t)], \quad (11)$$

где

$$I_0(t) = \frac{e^{at}}{2a} (a \sin bt - b \cos bt),$$

$$J_0(t) = \frac{e^{at}}{2a} (a \cos bt + b \sin bt), \quad p = a^2 + b^2.$$

Тогда выражения (6) и (7) примут вид:

$$f_i = \sum_{j=0}^n C_{i,j} [I_j(t_i) - I_j(t_{i-1})], \quad (12)$$

$$g_i = \sum_{j=0}^n C_{i,j} [J_j(t_i) - J_j(t_{i-1})]. \quad (13)$$

Следовательно, вычисление интегралов (3) и (4) сводится к вычислению $I_n(t)$ и $J_n(t)$ по (10) и (11) при $t=t_{i-1}$ и $t=t_i$, с последующим их умножением на коэффициенты аппроксимирующих полиномов и суммированием.

В качестве аппроксимирующих полиномов нами взяты интерполяционные многочлены Ньютона и кубические сплайны. Их выбор обусловлен тем, что в узлах интерполяции $t_0, t_1, \dots, t_k$ их значения совпадают со значениями заданной функции.

Рассмотрим интерполяционный многочлен Ньютона для неравноотстоящих узлов интерполяции (его частным случаем является многочлен Ньютона для равноотстоящих узлов):

$$P_n(t) = P_n(t_0) + \Delta_1(t-t_0) + \Delta_2(t-t_0)(t-t_1) + \dots + \Delta_n(t-t_0)(t-t_1) \dots (t-t_{n-1}),$$

где $\Delta_1 = [t_0; t_1], \dots, \Delta_n = [t_0; t_1; \dots; t_n]$ — разделенные разности. Для представления его в виде (5) можно воспользоваться рекурсивными формулами:

$$\left. \begin{aligned} V_1^{(r)} &= \Delta_{n-r} - V_1^{(r-1)} t_{n-r} \\ V_s^{(r)} &= V_{s-1}^{(r-1)} - V_s^{(r-1)} t_{n-r}, \quad s=2, 3, \dots, r \\ V_{r+1}^{(r)} &= \Delta_n \end{aligned} \right\} \quad r=2, 3, \dots, n \quad (14)$$

и

$$\begin{aligned} V_1^{(1)} &= \Delta_{n-1} - \Delta_n t_{n-1}, \\ V_2^{(1)} &= \Delta_n, \quad \Delta_0 = P_n(t_0). \end{aligned}$$

При $r=n$ получаются окончательные результаты

$$C_{i,q} = V_{q+1}^{(n)}, \quad q=0, 1, 2, \dots, n.$$

Что касается сплайновой интерполяции, то ее коэффициенты определяются из выражения (3):

$$\begin{aligned} S_\Delta(t) &= M_{j-1} \frac{(t_j - t)^3}{6h_j} + M_j \frac{(t - t_{j-1})^3}{6h_j} + \left(y_{j-1} - M_{j-1} \frac{h_j^2}{6} \right) \frac{t_j - t}{h_j} + \\ &+ \left(y_j - \frac{M_j h_j^2}{6} \right) \frac{t - t_{j-1}}{h_j}, \end{aligned} \quad (15)$$

где y_j — табличное значение акселерограммы в точке t_j ; $h_j = t_j - t_{j-1}$; M_j определяется из системы линейных алгебраических уравнений

$$\begin{bmatrix} 2 & \lambda_1 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 \\ \mu_1 & 2 & \lambda_2 & \dots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \mu_2 & 2 & \dots & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 2 & \lambda_{k-2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & \mu_{k-2} & 2 & \lambda_{k-1} \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & \mu_{k-1} & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} M_1 \\ M_2 \\ M_3 \\ \vdots \\ M_{k-3} \\ M_{k-2} \\ M_{k-1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} d_1 \\ d_2 \\ d_3 \\ \vdots \\ d_{k-3} \\ d_{k-2} \\ d_{k-1} \end{bmatrix}, \quad (16)$$

где

$$\lambda_j = \frac{h_{j+1}}{h_j + h_{j+1}}; \quad \mu_j = 1 - \lambda_j; \quad d_j = 6 \frac{h_j(y_{j+1} - y_j) - h_{j+1}(y_j - y_{j-1})}{h_j h_{j+1} (h_j + h_{j+1})}; \quad (17)$$

$j = 1, 2, \dots, k-1$.

При этом M_0 и M_k считаются равными нулю, что соответствует нулевой кривизне акселерограммы на концах. Для решения системы (16) весьма эффективен метод прогонки. Раскрывая в (15) скобки и приводя подобные члены, для интервала $[t_j, t_{j+1}]$ получим:

$$S_\Delta(t) = C_{j,0} + C_{j,1}t + C_{j,2}t^2 + C_{j,3}t^3,$$

где

$$\begin{aligned} C_{j,0} &= \frac{1}{6h_j} (M_{j-1}t_j^3 + M_j t_{j-1}^3 + 6y_{j-1}t_j - M_{j-1}t_j h_j^2 - 6y_j t_{j-1} + M_j t_{j-1} h_j); \\ C_{j,1} &= \frac{1}{6h_j} (-3M_{j-1}t_j^2 + 3M_j t_{j-1}^2 - 6y_{j-1} + M_{j-1}h_j^2 + 6y_j - M_j h_j^2); \\ C_{j,2} &= \frac{1}{2h_j} (t_j M_{j-1} - t_{j-1} M_j); \quad C_{j,3} = \frac{1}{6h_j} (M_j - M_{j-1}); \end{aligned} \quad (18)$$

$j = 0, 1, \dots, k-1$.

Алгоритм вычисления $\max_i |\tau(t)|$ при аппроксимации $y_0(t)$ полиномом Ньютона n -ой степени может быть описан следующим образом.

Шаг 1 — Принимая $i := 1$, организуем цикл по числу интервалов разбиения акселерограммы.

Шаг 2 — По формулам (14) вычисляем значения коэффициентов $C_{i,j}$ ($j = 0, 1, 2, \dots, n$).

Шаг 3 — По рекуррентным выражениям (10) и (11) вычисляем значения интегралов (8) и (9) при $t = t_{i-1}$ и $t = t_i$.

Шаг 4 — Вычисляем значения функций f_i и g_i по (12) и (13).

Шаг 5 — По выражению (2) вычисляем значение $|\tau(t_i)|$ в интервале $[t_0, t_i]$ и, сравнивая с $\max_{l < i} |\tau(t_l)|$, среди них выбираем максимальное по абсолютной величине.

Шаг 6 — Принимая $i := i + 1$, проверяем условие $i > k$. Если „да“, то переход к шагу 7, если „нет“, то переход к шагу 2.

Шаг 7 — Останов.

При применении кубических сплайнов для аппроксимации функ-

ции в интервалах разбиения алгоритм вычисления функции (2) отличается от вышеописанного лишь тем, что значения коэффициентов $C_{i,j}$ сплайновой интерполяции для всех интервалов $[t_{i-1}, t_i]$ акселерограммы вычисляются на первом шаге по формулам (16)–(18). Далее, присваивая $i:=1$, организуется цикл по числу интервалов разбиения и выполняются шаги 3–7, а на шаге 6 при $i \leq k$ осуществляется переход к шагу 3.

По вышеописанным алгоритмам составлены программы на языке „Фортран–IV“ и реализованы на ЭВМ ЕС–1022. При полиномах степеней $n=1 \div 4$ и кубических сплайнах вычислены реакции линейного осциллятора по 45 акселерограммам землетрясений интенсивностью 7, 8 и 9 баллов. Вычисления произведены при $\gamma=0,1$ для 34 значений периодов свободных колебаний (T), составляющих геометрическую прогрессию с знаменателем $10^{1/24} \approx 1,10$. Рассмотрен интервал $T=0,10 \dots 2,37$ с. Сравнение реакций показало, что:

а) При увеличении степени аппроксимирующего полинома (начиная с 3-ей) предлагаемый алгоритм становится весьма чувствительным к ошибкам округления, ввиду чего вычисления приходится производить с двойной точностью;

б) Для акселерограмм с переменным шагом табуляции повышение степени аппроксимирующего полинома (начиная с 3-ей) сильно влияет на результат вычисления $\tau(t)$ ввиду возрастающего влияния погрешностей вычисления коэффициентов старших степеней, а для акселерограмм с постоянным шагом табуляции — не оказывает существенного влияния;

в) При интерполяции кубическими сплайнами для акселерограмм с переменным шагом табуляции значения $\tau(t)$ близки к значениям, вычисленным с использованием полиномов 2-ой степени, а для акселерограмм с постоянным шагом табуляции — почти совпадают со значениями, вычисленными с использованием полиномов 2-ой, 3-ей и 4-ой степеней;

г) Предлагаемые алгоритмы по времени счета эффективнее алгоритма, приведенного в (2), примерно в три раза, а значения реакций, вычисленных по ним, существенно не отличаются друг от друга, однако в диапазоне малых T значения $\tau(t)$, вычисленных по предложенным алгоритмам, несколько понижены, что свидетельствует об их устойчивости и надежности получаемых результатов.

Сопоставление спектров всех рассмотренных землетрясений показало целесообразность использования предложенных алгоритмов, как по времени счета, так и по точности получаемых результатов, для вычисления $\tau(t)$, где для аппроксимации подынтегральной функции $y_0(t)$ в (1) достаточно ограничиться полиномом Ньютона 2-ой степени.

В качестве иллюстрации на рис. 1 и 2 приведены спектры реакций двух землетрясений, вычисленных по вышеописанным алгоритмам и по алгоритму, приведенному в (2).

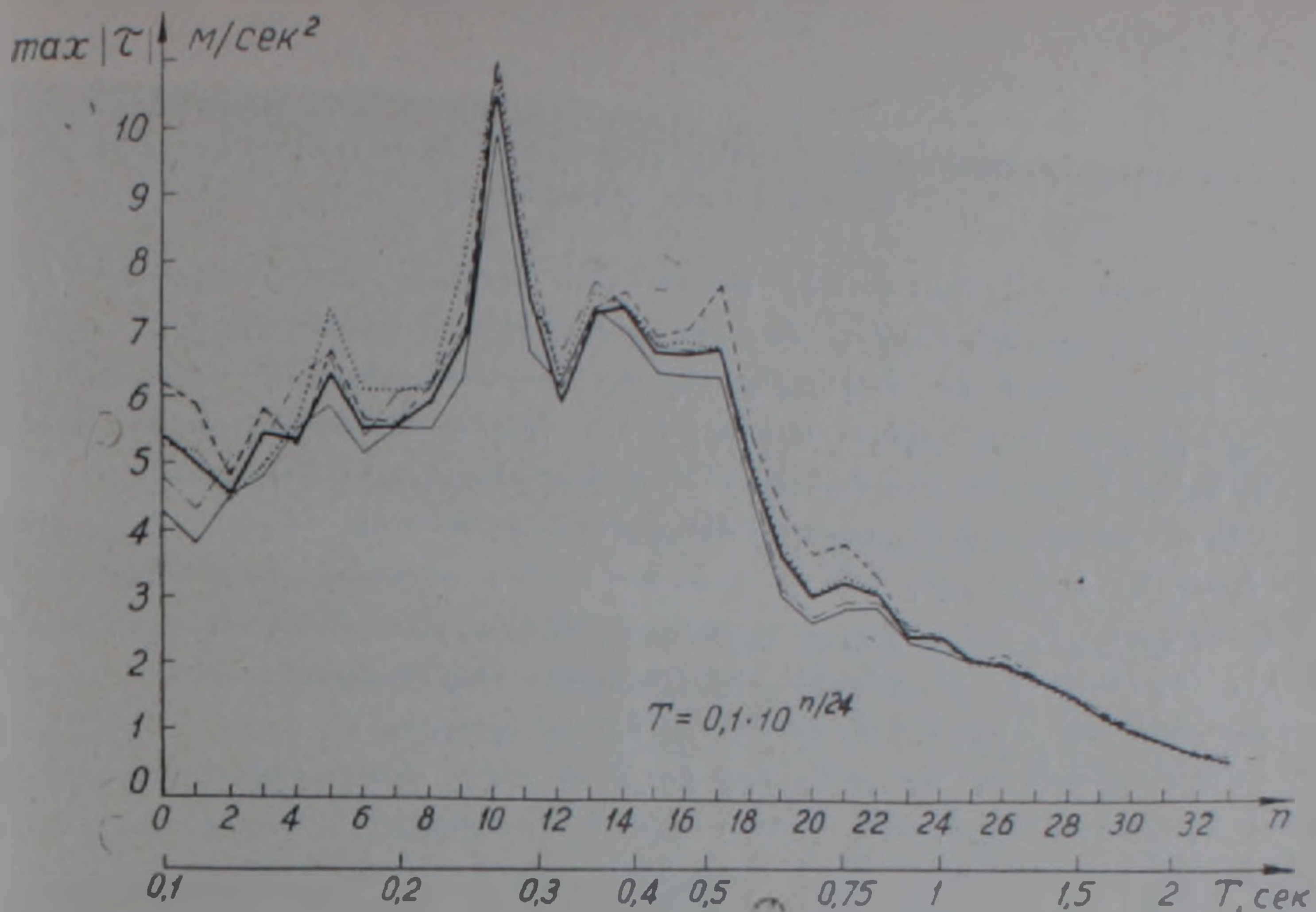


Рис. 1. Спектр реакций землетрясения в Толмеццо (Италия) 6 мая 1976 г. (составляющая С—Ю).

—— полином 1-ой степени; ——— полином 2-ой степени;
 --- полином 3-ей степени; —.— кубический сплайн;
 по алгоритму (2) при полиноме 2-ой степени

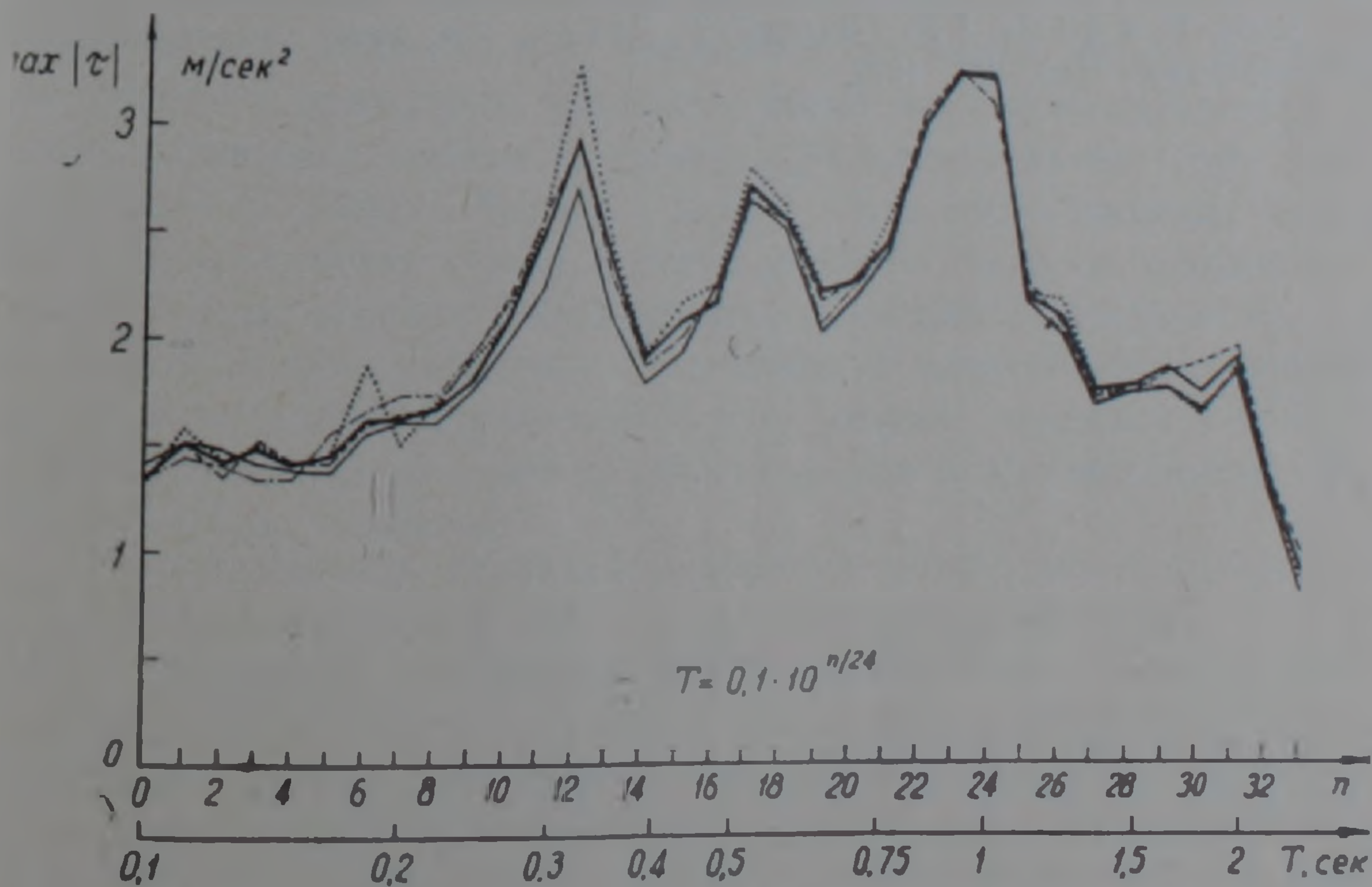


Рис. 2. Спектр реакций землетрясения в Санта-Барбара (Калифорния) 21 июля 1952 г. (составляющая Ю 48 В). Условные обозначения те же, что и на рис. 1

Սեյսմիկ ազդեցությունների դեպքում շենքերի և կառուցվածքների հակազդեցություններն ըստ ուժեղ երկրաշարժերի ակսելերոգրամների հաշվարկման վերաբերյալ

Հիմնավորելով հիմնատակի տատանման օրենքը՝ ակսելերոգրամը (որը տրված է աղյուսակի ձևով), մոտարկող ֆունկցիայի ընտրությունը, հողվածում առաջարկված են հակազդեցությունը՝ բերված սեյսմիկ արագացումը, անալիտիկորեն հաշվարկելու ալգորիթմներ: Որպես մոտարկող ֆունկցիաներ են դիտված նյուտոնի բազմանդամները և խորանարդային սպլայնները:

Ըստ առաջարկված ալգորիթմների «Ֆորտրան—4» լեզվով կազմված են ծրագրեր և իրացվել էՀՄ-ի վրա. $n=1-4$ աստիճանի բազմանդամների դեպքում, ըստ 7, 8 և 9 բալ ուժգնության երկրաշարժերի 45 ակսելերոգրամների, հաշվարկվել են գծային օսցիլյատորի հակազդեցությունները ազատ տատանումների պարբերության 34 արժեքների դեպքում:

Հաշվարկումների արդյունքները ցույց են տվել առաջարկված ալգորիթմների արդյունավետությունն ըստ հաշվման ժամանակի և նրանց կայունությունը ազատ տատանումների պարբերության փոքր արժեքների դեպքում: Ակսելերոգրամները մոտարկելիս բավարար է համարվում սահմանափակվել նյուտոնի 2-րդ աստիճանի բազմանդամով:

ЛИТЕРАТУРА — ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

¹ А. Г. Назаров, Метод инженерного анализа сейсмических сил, Изд. АН АрмССР, Ереван, 1959. ² Т. А. Гороян, Э. Е. Хачиян, Изв. АН АрмССР, сер. техн. наук, т. 24, № 4 (1971). ³ Дж. Альберг, Э. Нильсон, Дж. Уолш, Теория сплайнов и ее приложения, Мир, М., 1972.

УДК 552.1:53

ГЕОФИЗИКА

Э. И. Пархоменко, Т. В. Тоноян

Исследование электрических свойств природного содалита в зависимости от давления и температуры

(Представлено академиком АН Армянской ССР А. Г. Назаровым 22/V 1981)

Содалит встречается в виде двух разновидностей—хлорсодалита $\text{Na}_8(\text{AlSiO}_4)_6\text{Cl}_2$ и гакманита или гидросодалита $\text{Na}_8(\text{Al}_6\text{Si}_6\text{O}_{24})(\text{OH})_2 \cdot (\text{H}_2\text{O})$, которые встречаются в природе преимущественно в щелочных эффузивных породах. Содалит обычно ассоциирует с нефелином, канкринитом и эвдиалитом. Он принадлежит к пентагонтритетраэдрическому классу кубической системы.

Синтетические содалиты изучались во многих работах (¹⁻⁴). Физические свойства природного содалита изучены недостаточно. Однако с точки зрения исследований силикатов, входящих в состав земной коры, они представляют большой практический интерес.

Определенное значение для геологии и геофизики имеют электрические свойства природного содалита. Нами проведено комплексное изучение физических свойств содалита с Кольского полуострова (месторождение—оз. Лов). Образец содалита этого месторождения представляет собой агрегат серого цвета с многочисленными трещинами. Поскольку следы огранки отсутствовали, то образцы вырезались в произвольной системе координат. Исследования электрических свойств проводились методами, описанными в (⁵). Влияние давления и температуры на электрические свойства изучались как в изобарическом, так и изотермическом режимах.

Электропроводность природного содалита измерялась в интервале температур от комнатной до 900°C и при давлении до 20 кбар.

Ход зависимости электропроводности содалита от температуры при атмосферном давлении показан на рис. 1, откуда легко получается вычислением, что в области температур до 400—450° электропроводность осуществляется токоносителями с $E_0 = 0,84$ эв. В интервале температур 400—700° наблюдается нарушение линейной зависимости $\lg \rho$ от $1/T$. Этот факт дает основание предположить, что в этой области температур происходит фазовый переход второго рода. Температура

перехода находится в области 450—750°С и меняется от образца к образцу, поскольку зависит как от неоднородностей образцов, так и от режима нагрева. Выше 700—750°С наблюдается восстановление линейной зависимости. Энергия активации меняется от 0,6 до 4,5 эв для одного образца (рис. 1, а) и от 0,84 до 3,2 эв для другого (рис. 1, б).

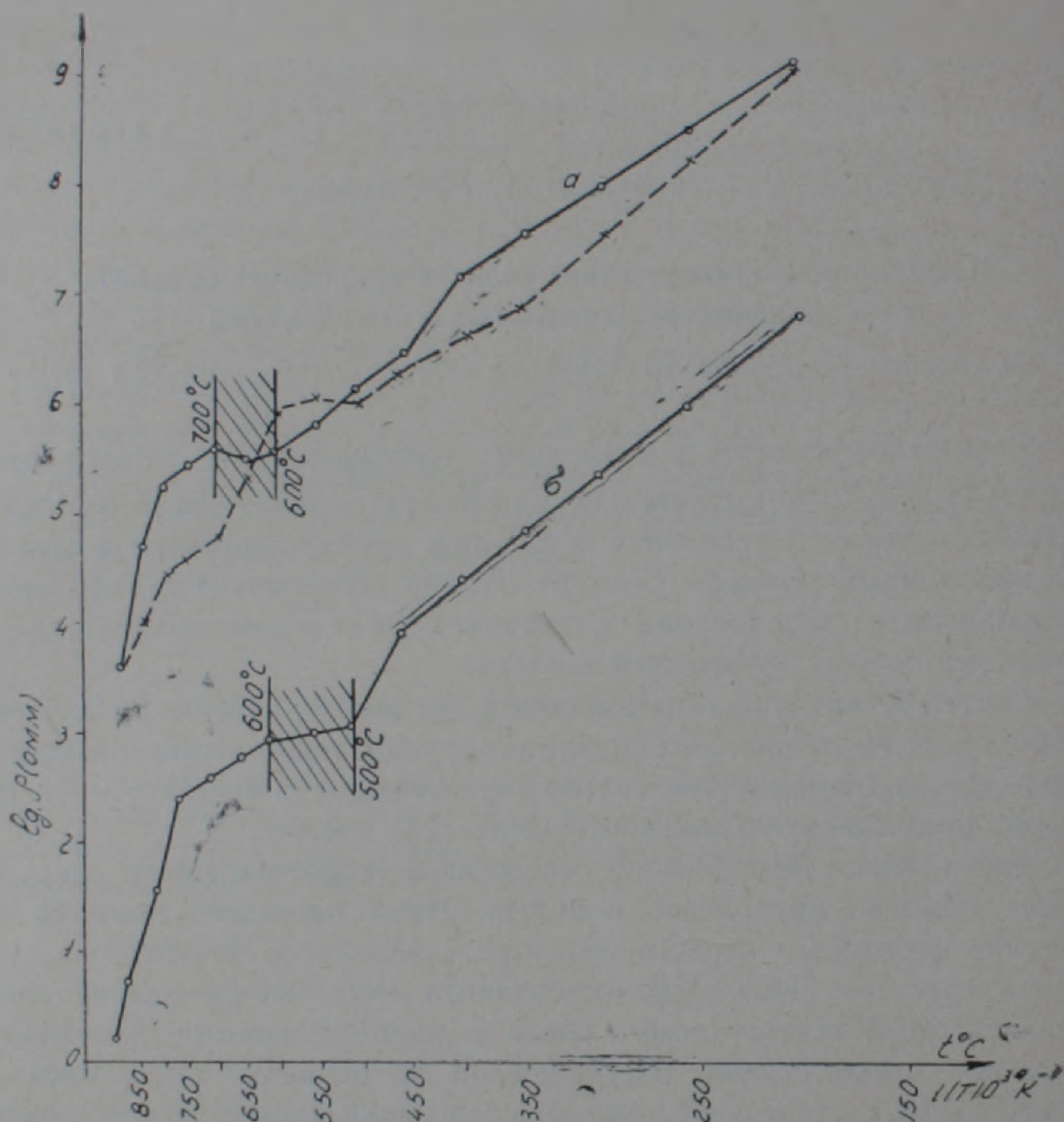


Рис. 1. Зависимость логарифма электросопротивления от температуры при атмосферном давлении для образца содалита 4491. а—прямой ход (сплошная кривая) и обратный ход (пунктирная кривая); б—прямой ход

Характер зависимости электропроводности содалита от давления при постоянной температуре изображен на рис. 2, а, откуда видно, что изменения ρ невелики по сравнению с температурными. Электропроводность с увеличением давления уменьшается, что объясняется уменьшением подвижности носителей тока за счет уменьшения структурных каналов, по которым происходит движение ионов натрия. Небольшое влияние давления на электропроводность можно видеть на рис. 3, где

показаны изобары при 5 и 10 кбар. Аномалия, вызванная фазовым переходом или другими причинами, на рис. 3 проявляется нечетко. Очевидно, это связано с тем, что под давлением первая точка излома смещается в сторону более высоких температур—около 500°С. А область собственной проводимости вообще не фиксируется из-за того, что камера высокого давления не выдерживает более высоких температур.

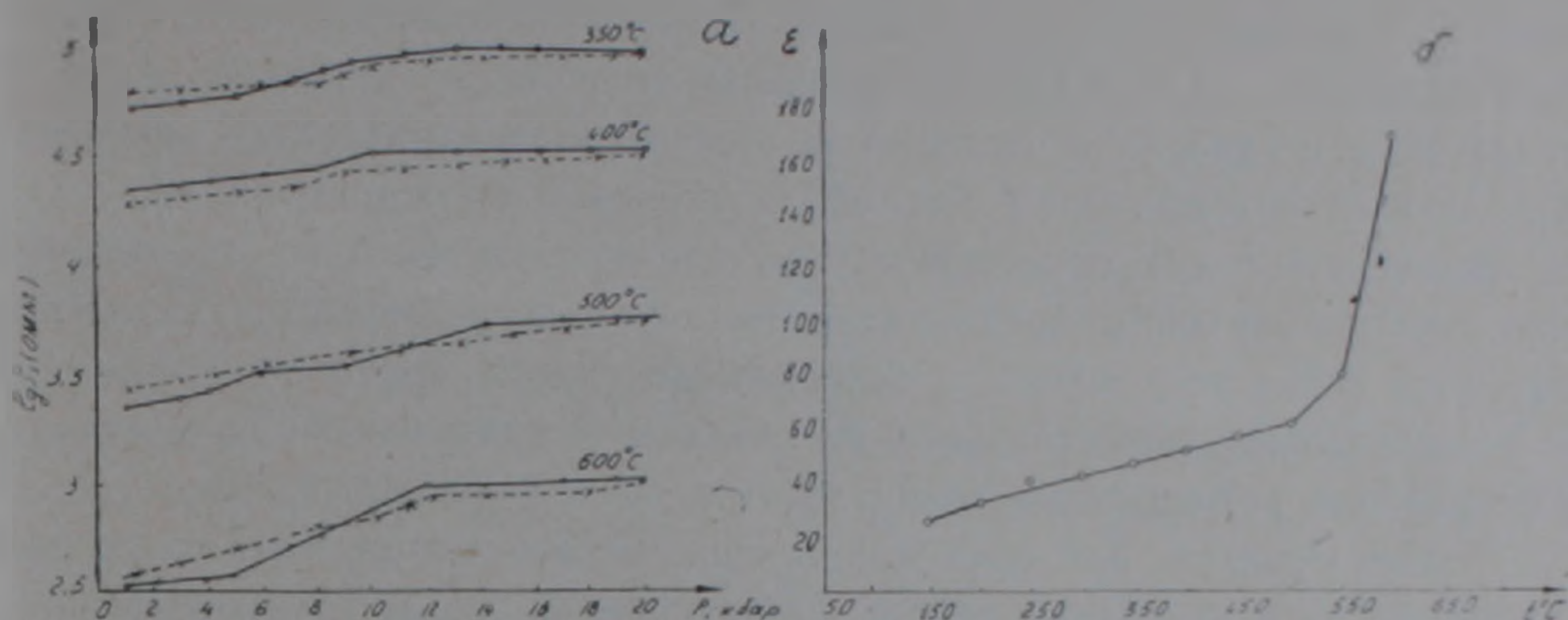


Рис. 2. а—Изотермы логарифма электросопротивления. б—Зависимость диэлектрической проницаемости от температуры при атмосферном давлении

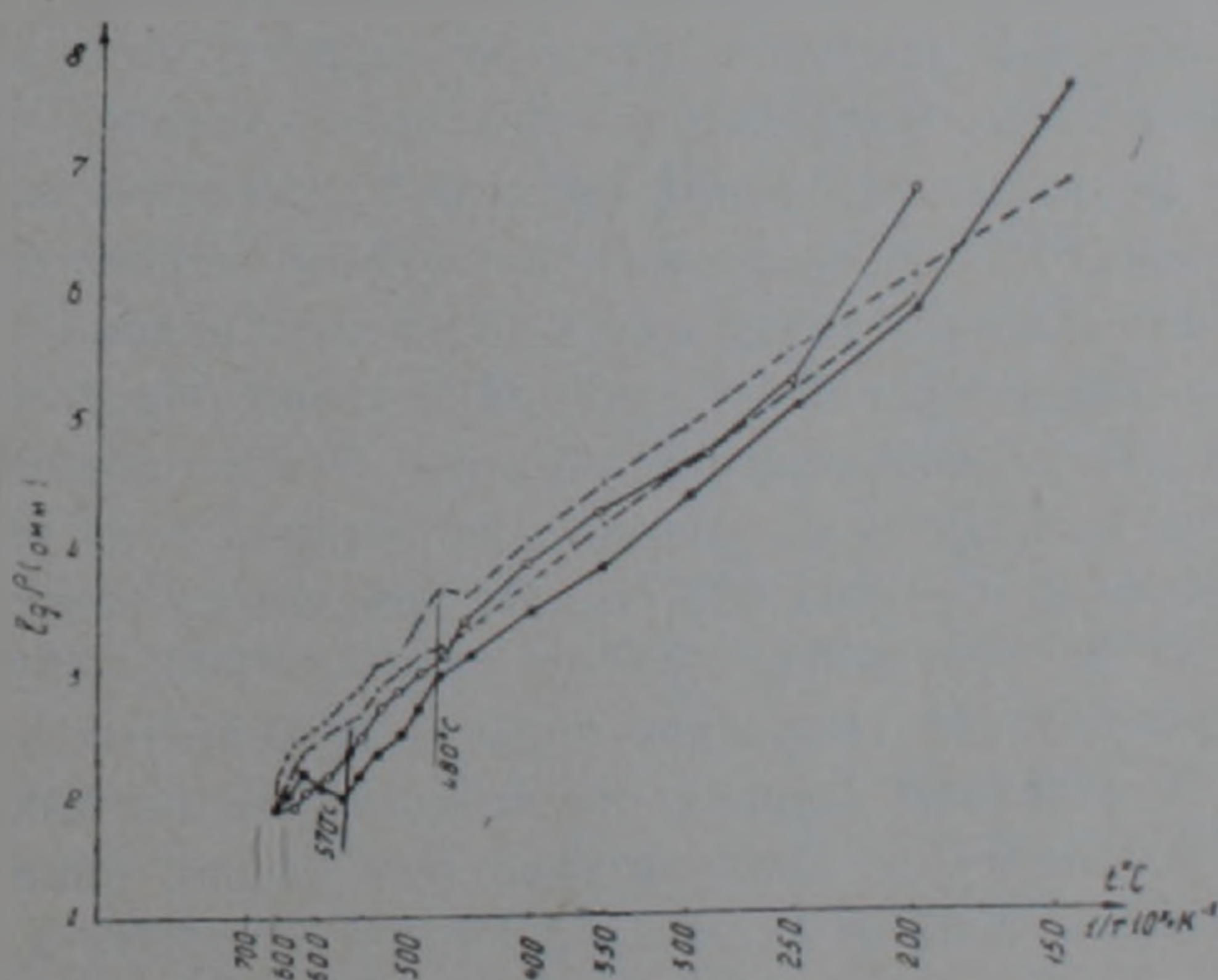


Рис. 3. Изобары логарифма электросопротивления при 5 и 10 кбар, верхняя и нижняя кривые соответственно

При измерении диэлектрической проницаемости было наблюдеено равномерное увеличение до температуры 450—500°С. Выше этой температуры начинается резкое увеличение ϵ (рис. 2, б). При температуре 600°С ϵ достигает предельного значения измерительной аппаратуры.

Установка для измерения ϵ описана в работе (5). Для измерения использовали ток частотой 1 кГц и мостовую схему, в которой индикатором служила электронно-лучевая трубка осциллографа С1—1. Выше температуры 550°C измерение ϵ осложнялось вследствие возникновения фигуры Лисажу. Это указывает на то, что кроме основного тока частотой 1 кГц протекает ток, кратный этой частоте. По этим фигурам легко устанавливается появление удвоенной частоты, которая может быть обусловлена электрострикцией. Поскольку образец является пьезоэлектрическим, то электрострикционные колебания приводят к появлению тока с удвоенной частотой за счет пьезоэлектрического эффекта. При низких температурах ток, обусловленный электрострикцией, мал по сравнению с действующим током, однако при высоких температурах, соответствующих предполагаемому фазовому переходу, электрострикция резко возрастает, а пьезоэлектрический эффект одновременно резко убывает, тогда токи ω и 2ω становятся сравнимыми по величине в результате компенсации токов частоты ω в мостовой схеме.

Таким образом, при изучении диэлектрической проницаемости было обнаружено не только резкое увеличение ϵ , но и электрострикционного эффекта, что также свидетельствует о фазовом переходе около 500°C.

Пьезоэлектрические свойства были изучены на образцах размером 20×20×20 мм. Температурную зависимость пьезоэлектрического эффекта исследовали до 800°C. Методика и техника экспериментов описаны в (6). Для оценки величины пьезоэлектрической активности использовали обратный пьезоэлектрический эффект, который по сравнению с прямым пьезоэлектрическим эффектом оказался более помехоустойчивым. Во время измерений питание нагревателя не выключали, что дало возможность избежать неравномерного нагрева образца. Электрическое поле создавали между платиновым электродом и землей. Частоту питающего генератора 3Г—3З выбирали таким образом, чтобы получить первый продольный резонанс образца. Эти колебания передавали через цилиндр из плавленого кварца к приемнику упругих продольных волн с собственной частотой 500 кГц. От приемника электрический сигнал поступал на электронно-лучевой осциллограф типа С1—17, тем самым контролировали амплитуду упругих продольных волн.

На рис. 4 показаны зависимости потенциалов на выходе приемника упругих колебаний от температуры. Как видно, пики напряжений несистематические и никакой повторяемости от опыта к опыту не отмечается.

Имеющиеся литературные данные о зависимости пьезоэлектрических модулей от температуры различных пьезоэлектриков не позволяют объяснить наблюдаемое явление. Из кривых рис. 4 видно, что начиная с некоторой температуры в интервале 450—550° эти пики исчезают, вместе с ними резко уменьшаются пьезоэлектрические свойства, однако они не исчезают полностью. Таким образом, характер изменения пьезоэлектрических свойств также подтверждает наличие фазового перехода в этом интервале температур.

По поводу генерируемых электрических пиков можно сделать некоторые предположения, например, связать их появление с вынужденной акустической эмиссией.

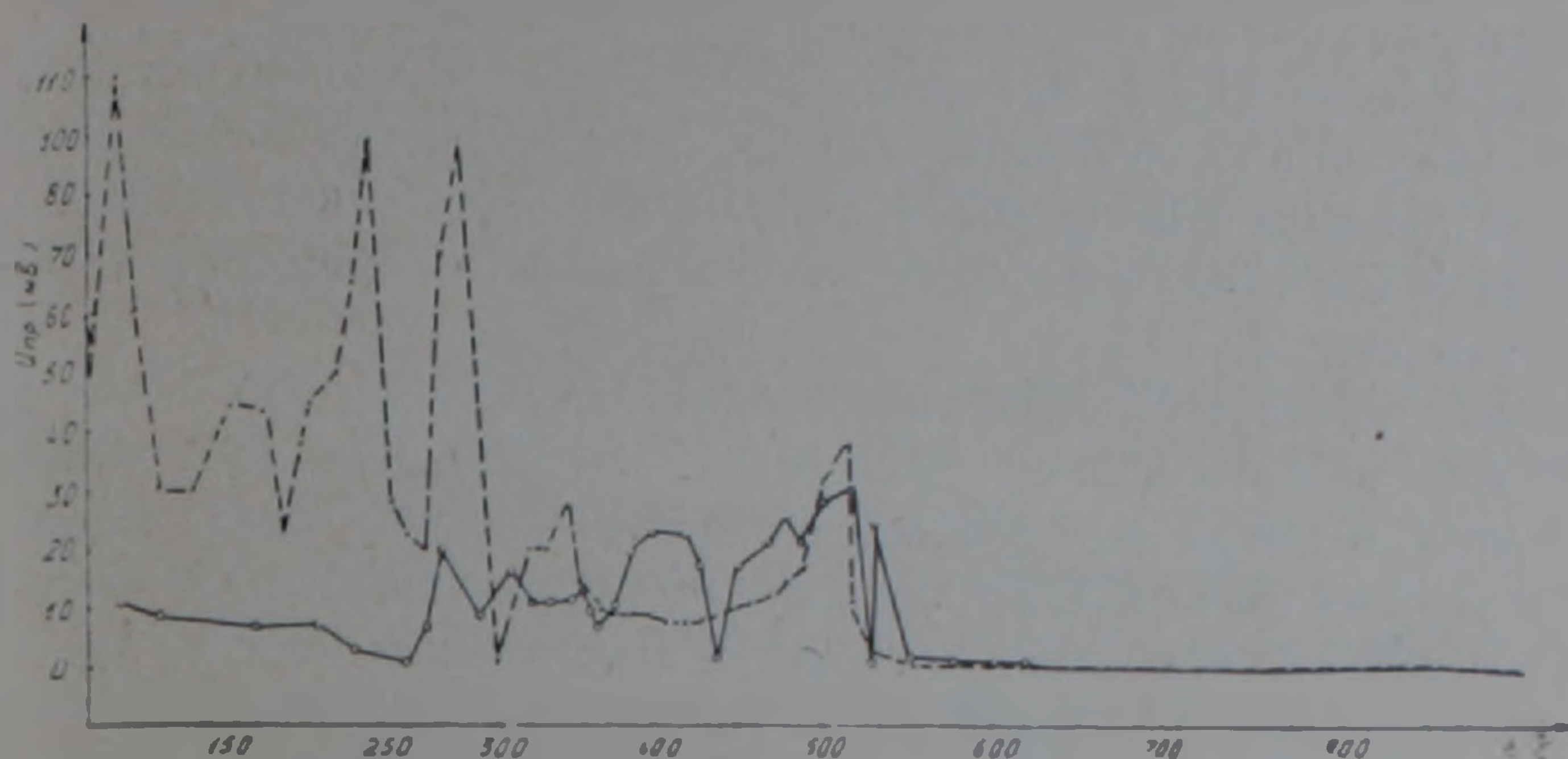


Рис. 4. Зависимость амплитуды синусоидального напряжения на выходе приемника упругих волн, генерируемых образцами природного содалита

Акустическая эмиссия твердых тел в температурном поле может быть вызвана следующими причинами. Во-первых, резкое изменение потока тепла через граничную поверхность может вызвать упругие волны, поскольку резкое изменение температуры твердого тела приводит к резкому сжатию или растяжению последнего. Такую генерацию звука называют термоупругой, поскольку этот эффект проявляется за счет связи между температурными и упругими полями.

Данный тип генерации звука обсуждается в работе (7), в которой рассматриваемое явление получается радиочастотным излучением и пучком электронов. Оба они приводят к внезапному изменению температуры поверхности тела и, следовательно, к возбуждению звука.

В пьезоэлектрических твердых телах проявляется тройная связь между упругими, температурными и электрическими полями (8). Эта связь приводит к тому, что источник тепла, концентрированные силы и заряды, накопленные в одной точке для пьезоэлектрических твердых тел, взаимно заменяемы. Таким образом, вторым механизмом возникновения акустической эмиссии в пьезоэлектрических телах является излучение упругих волн заряженными неоднородностями, которые могут появляться в теле вокруг трещин и дефектов структуры за счет термоупругой связи.

Имея в виду вышесказанное, пики на рис. 4 можно объяснить следующим образом. Поскольку образцы содалита находятся почти в однородном тепловом поле, то генерация звука за счет температурного градиента мала. Однако образцы обладают многочисленными трещинами. При распространении теплового потока в образец возникает скачок температуры на границах трещин, что приводит к напряженному

состоянию вблизи трещины, а это в свою очередь приводит к пространственному связанному заряду вокруг них. Электромагнитное поле, в котором находится образец, взаимодействуя с этим зарядом, вызывает диссипацию энергии последнего в виде упругих волн, частота которых совпадает с частотой вынуждающего поля.

Диссипация энергии трещины происходит не только на вынужденной частоте, но и на собственной, но так как собственные частоты очень высокие (порядка 1 мгц и выше), то приемная часть аппаратуры не регистрирует эти волны ввиду того, что они сильно поглощаются на акустических контактах.

Выше температуры 550°C скачкообразное изменение амплитуды упругих волн не наблюдается. Это еще раз подтверждает, что эмиссия звука происходит за счет тройной связи пьезоэлектрических, термических и упругих свойств. Если даже при отсутствии пьезоэлектрического эффекта термоупругая связь приводит к акустической эмиссии на собственных частотах, то их амплитуда настолько мала, что при данной чувствительности аппаратуры они не регистрируются.

Таким образом, все изученные физические свойства природного содалита указывают на наличие фазового перехода при температуре около 500°C.

Для подтверждения этого факта был проведен дифференциально-термический анализ. Однако фазовый переход данным методом не фиксировался. Отсутствие заметного изменения теплоемкости может быть результатом одновременного существования как экзогенных, так и эндогенных процессов, которые приводят к тому, что фазовый переход дифференциально-термическим анализом не выделяется. Следовательно, отсутствие фазового перехода на кривой дифференциально-термического анализа указывает лишь на необходимость дополнительных исследований, которые на данном этапе не входили в нашу задачу. Однако нами был проведен опыт, подтверждающий тот факт, что в температурном поле внутри образцов содалита образуются многочисленные трещины. Для этой цели была измерена скорость продольной волны до и после нагрева образца. Скорость изменилась от 4,5 до 3,4 км/сек. Это свидетельствует о том, что за счет трещин, которые образовались в температурном поле, скорость волны резко уменьшилась. Указанный факт может служить косвенным подтверждением того, что впервые наблюдаемые резкие пики излучения упругих волн природным содалитом, находящиеся одновременно в температурном и переменном электромагнитном полях, являются следствием вынужденного акустического излучения трещинами.

Институт физики Земли Академии наук СССР
Институт геофизики и инженерной
сейсмологии Академии наук Армянской ССР

Բնական սողալիտի էլեկտրական հատկությունների ուսումնասիրությունը կախված ջերմաստիճանից և ճնշումից

Հոդվածում շարադրված են Կոլայի թերակղզու բնական սողալիտների էլեկտրական հատկությունների ուսումնասիրման արդյունքները կախված ջերմաստիճանից և ճնշումից: Ուսումնասիրությունից պարզվել է, որ սողալիտի էլեկտրահաղորդականությունը խիստ կախված է ջերմաստիճանից և քիչ է կախված ճնշումից:

Ինչպես էլեկտրիկ թափանցելիությունը աճում է ջերմաստիճանի աճմանը զուգընթաց և 450°C մոտ նկատվում է շատ արագ աճ: Հավանաբար, այդ ջերմաստիճանի մոտ խիստ աճում են էլեկտրաստրիկցիոն հատկությունները:

Պիեզոէլեկտրական հատկությունների ուսումնասիրությունը ցույց է տվել, որ 450°C — 550°C միջակայքում տեղի է ունենում նրանց խիստ նվազում: Մինչև 450°C — 550°C ջերմաստիճանային և փոփոխական էլեկտրական դաշտում գրտնըվող նմուշները առաքում են ալիքներ, որոնց ամպլիտուդան շատ խիստ փոփոխական է: Ենթադրվում է, որ այդ փոփոխությունները պայմանավորված են լիցքավորված ճաքճքվածների հարուցված ճառագայթմամբ: Ուսումնասիրված ֆիզիկական հատկությունները թույլ են տալիս ենթադրել, որ 450°C կետի շրջակայքում տեղի է ունենում երկրորդ կարգի ֆազային անցում:

ЛИТЕРАТУРА — ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

- ¹ И. Р. Иванов, В. Ю. Галицкий, Кристаллография, т. 18, вып. 6 (1973). ² В. В. Гладкий, В. А. Кириков, А. Н. Лобачев и др., ДАН СССР, т. 238, № 1 (1978). ³ А. Н. Лобачев, Л. М. Беляев, И. М. Сильвестрова и др. Кристаллография, т. 19, № 1 (1974). ⁴ R. S. Bredly, J. P. Clark, D. C. Munro a. o., Geochimica et Cosmochimica Acta, vol. 36, 471—480 (1972). ⁵ Э. И. Пархоменко, А. Т. Бондаренко, Электропроводность горных пород при высоких давлениях и температурах, Наука, М., 1972. ⁶ Э. И. Пархоменко, Явление электризации в горных породах, Наука, М., 1968. ⁷ R. M. White, J. Appl. Phys., vol. 34, 3559—3567 (1963). ⁸ W. Nowacki, Proceedings of vibration problems, vol. 1, № 6 (1965).

УДК 631.465

АГРОХИМИЯ

С. А. Абрамян, А. Ш. Галстян

Дегидрирующее свойство гумусовых препаратов почв

(Представлено чл.-корр. АН Армянской ССР Э. К. Африкяном 11/IX 1981)

Дегидрогеназная активность гумусовых препаратов почв в зависимости от субстратов дегидрирования до настоящего времени не изучена. Выяснение этого вопроса будет способствовать познанию сущности иммобилизации ферментов почвой и каталитических свойств гумусовых кислот.

Исследования проводили на препаратах гуминовых кислот (ГК) и фульвокислот (ФК), выделенных из выщелочных черноземов, красноземов, каштановых карбонатных, орошаемых лугово-бурых, дерново-подзолистых и горно-луговых дерновых почв. Гумусовые препараты из почвы были выделены общепринятыми методами (¹⁻⁴).

Для определения дегидрогеназной активности гумусовых препаратов нами модифицирован ранее предложенный для почв метод (⁵), где в качестве акцептора водорода применяли бесцветные соли тетразолия (2,3,5-трифенилтетразолий хлористый, ТТХ, $E_h = 0.26$), которые восстанавливаются в красные соединения формазанов (трифенилформазан, ТФФ).

Навески (10—20 мг) тонко растертого гумусового препарата, пропущенного через сито с диаметром отверстий 0,01 мм, помещали в стаканы на 50 мл, прибавляли 3 мл фосфатного буфера pH 7,0. Затем прибавляли 1 мл 0,1 М раствора субстрата дегидрирования (глюкоза) и 1 мл 1%-ного раствора ТТХ. Определение проводили в анаэробных условиях, для чего стаканы после осторожного встряхивания помещали в вакуумный эксикатор, воздух эвакуировали при разряжении 10—12 мм рт. ст. в течение 10 мин. Эксикатор ставили в термостат при 30° на 24 ч. При выдерживании гумусовых препаратов с субстратами толуол в качестве антисептика не прибавляли, так как он сильно ингибирует действие дегидрогеназ. Контролем служили гумусовый препарат без ТТХ, стерилизованный препарат (полученный в автоклаве под давлением 1 атм. в течение 1 ч или под воздействием сухого жара пос-

ле предварительного увлажнения при 180° в течение 3 ч), а также субстраты без препарата. В течение инкубации эксикатор периодически встряхивали. После выдерживания гумусовых препаратов с субстратом в стаканы приливали 20 мл этилового спирта и с помощью стеклянной палочки содержимое перемешивали 5 мин. Полученный окрашенный раствор ТФФ фильтровали и колориметрировали, используя 5-миллиметровые кюветы и светофильтр с пропусканием лучей длиной волны 500—600 нм. Количество формазана в миллиграммах рассчитывали по стандартной кривой (0,1 мг в 1 мл). Активность дегидрогеназ выражали в миллиграммах ТФФ на 1 г гумусового препарата за 24 ч. Ошибка определения—до 8%.

Опыты показали, что препараты гуминовых кислот и фульвокислот различных типов почв без прибавления субстратов дегидрирования и коферментов—импортные препараты никотинамидадениндинуклеотид (НАД) и никотинамидадениндинуклеотид фосфат (НАДФ)—обладают дегидрирующим свойством (табл. 1). Это означает, что гумусовые препараты содержат некоторые дегидрогеназы и соответствующие им субстраты. При добавлении к гумусовым препаратам 0,5 мг коферментов НАД и НАДФ отмечается ускорение восстановления соли тетразолия, что свидетельствует о ферментативном характере этой реакции. Причем гумусовые препараты черноземов и горно-луговых почв больше нуждаются в коферментах, чем красноземов и бурых почв, а каштановых и дерново-подзолистых—занимают промежуточное положение. Дегидрирующая активность гумусовых препаратов черноземов и горно-луговых почв сравнительно выше, чем каштановых и дерново-подзолистых. Низкая активность обнаруживается в лугово-бурых почвах—ГК—2,7, ФК—0,8 мг ТФФ на 1 г препарата и красноземах—1,6 и 1,2 соответственно.

Таблица 1

Активность дегидрогеназ гумусовых препаратов почв
(мг ТФФ на 1 г препарата)

Почва	Гумусовые препараты	Без коферментов и донаторов	Глюкоза			Глутаминовая кислота		
			без кофермента	НАД	НАДФ	без кофермента	НАД	НАДФ
Горно-луговая	ГК	6,4	15,2	19,8	21,4	6,9	9,0	12,6
дерновая	ФК	4,0	13,8	18,2	20,0	5,0	10,4	11,0
Чернозем	ГК	7,6	26,5	34,9	36,3	12,0	13,9	15,2
выщелоченный	ФК	6,0	20,8	32,1	30,8	6,8	12,7	12,0
Дерново-	ГК	3,3	6,7	8,9	10,3	5,2	7,4	8,1
подзолистая	ФК	2,8	5,8	7,4	6,4	4,5	5,0	8,0

Для обнаружения дегидрогеназной активности гумусовых препаратов в качестве донаторов водорода были взяты: моно-, ди- и полисахара, многоатомные спирты, органические кислоты, аминокислоты и глицерофосфат. Опыты показали, что все прибавленные донаторы во-

дорода, кроме глицерофосфата, подвергаются дегидрированию гумусовыми препаратами (табл. 2). Гумусовые препараты имеют специфическое отношение к субстратам дегидрирования. Сравнительно активно дегидрируются углеводы, слабо—многоатомные спирты, затем органические кислоты и аминокислоты, а глицерофосфат нуждается в коферментах НАД и НАДФ.

Таблица 2

Влияние донаторов водорода на дегидрогеназную активность гумусовых препаратов почв (мг ТФФ на 1 г препарата)

Донаторы водорода	Горно-луговая дерновая		Чернозем выщелоченный		Дерново-подзолистая	
	ГК	ФК	ГК	ФК	ГК	ФК
Без донаторов	6,2	4,6	7,4	5,8	3,8	3,0
Глюкоза	15,6	12,0	24,8	21,4	6,9	5,2
Арабиноза	7,1	6,2	10,2	8,4	6,0	4,7
Мальтоза	18,6	19,0	17,9	14,5	5,8	5,0
Сахароза	14,4	10,8	20,4	20,8	4,9	4,1
Маннит	6,9	5,8	11,4	9,7	5,8	3,8
Сорбит	7,5	5,8	13,5	11,4	5,4	4,2
Лимонная кислота	8,3	10,2	12,5	9,8	4,6	5,0
Янтарная кислота	7,8	8,5	11,8	10,3	5,0	5,9
Глутаминовая кислота	8,0	9,4	10,6	10,9	5,2	4,5
Глицерофосфат	4,8	4,0	6,0	4,9	3,9	2,8

В гумусовых препаратах обнаруживается весьма активная глюкозодегидрогеназа (КФ 1.1.1.47), действие которой еще больше усиливается в присутствии коферментов (табл. 1). Следует отметить, что аналогичная закономерность обнаруживается в разных типах почв (⁶⁻⁸). Известно, что прибавление к почве гумусовых препаратов активизирует действие почвенных ферментов (⁹⁻¹⁰).

С помощью фосфатного буфера установлен оптимальный pH действия дегидрогеназ гумусовых препаратов; он находится в основном интервале pH 8,0, а его сдвиг составляет единицу.

Таким образом, гумусовые препараты (ГК, ФК), выделенные из разных типов почв, обладают свойством восстанавливать соли тетразолия в формазаны, причем прибавление донаторов водорода и коферментов (НАД, НАДФ) ускоряет эту реакцию. Следовательно гумусовые вещества обладают дегидрирующим каталитическим свойством и являются носителями дегидрогеназ в почве. Установлено, что наиболее активно дегидрируются углеводы, затем многоатомные спирты, слабо—органические кислоты и аминокислоты. Полученные данные являются дополнительным критерием для диагностики почв и оценки степени их биологической активности.

Институт почвоведения и агрохимии
МСХ Армянской ССР

Հողի հումուսային պրեպարատների դեհիդրոգենացնող հատկությունը

Ուսումնասիրված է տարբեր հողատիպերից անջատված հումինաթթուների և ֆուլվաթթուների դեհիդրոգենացնող հատկությունը՝ կախված ջրածնի դոնատորների բնույթից: Հաստատված է, որ հողերի հումուսային նյութերն օժտված են դեհիդրոգենազային ակտիվությամբ: Հումուսային նյութերի կողմից առավել ակտիվ դեհիդրոգենացվում են շաքարները, այնուհետև բազմատոմ սպիրտները, օրգանական թթուները և ամինաթթուները: Գլիցերաֆոսֆատը դեհիդրոգենացվում է կոֆերմենտների առկայությամբ: Պարզված է, որ հումուսային նյութերը հողում դեհիդրոգենազների հիմնական կրողներն են այդ ֆերմենտների իմոբիլիզացման ընթացքում:

Ուստի հողի հումուսային նյութերն ունեն կատալիտիկ բարձր ակտիվություն, որի որոշումը հնարավորություն է տալիս գնահատել նրանց կենսաբանական ակտիվությունը:

ЛИТЕРАТУРА — ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

- ¹ М. М. Кононова, Органическое вещество почвы, Изд. АН СССР, М., 1963.
- ² Д. С. Орлов, Л. А. Гришина, Практикум по биохимии гумуса, Изд. МГУ, 1981.
- ³ Д. С. Орлов, Гумусовые кислоты почв, Изд. МГУ, 1974. ⁴ А. Ш. Галстян, С. А. Абрамян, Е. Н. Бадалян, ДАН АрмССР, т. 70, № 1 (1980). ⁵ А. Ш. Галстян, Почвоведение, № 2, 1978. ⁶ А. Ш. Галстян, ДАН СССР, т. 156, № 2 (1964). ⁷ I. Kiss, M. Boaru Symposium on Methods in soil. Biologu, Bucharest, 1965. ⁸ L. E. Casida, D. A. Klein, T. Santoro, Soil Sci., vol. 98 (1964). ⁹ В. Г. Дудченко, А. К. Бескровный, А. В. Попова и др., Сборник докладов международного Симпозиума, т. 3, Брно, 1979.
- ¹⁰ W. Pflug, GES, Cötltingen, Bd. 29, H. 1 (1979).

УДК 612.822.3

ФИЗИОЛОГИЯ

Академик АН Армянской ССР С. К. Карапетян, В. А. Малоян, Н. М. Малоян

О взаимоотношении вызванных потенциалов полушарий и зрительных долей среднего мозга кур в условиях парной световой стимуляции

(Представлено 24/VIII 1981)

Современная физиологическая литература располагает богатым экспериментальным материалом о роли светового фактора и, в частности, удлиненной световой экспозиции в поддержании возбудимости центральной нервной системы домашних птиц (кур) и стимуляции нейрогуморальной регуляции их воспроизводительной, эндокринной функций и условнорефлекторной деятельности (¹⁻⁹). Эти данные явились главной предпосылкой проведения настоящих исследований, в связи с чем и была предпринята попытка изучить влияние светового и темнового факторов на динамику взаимоотношения вызванных потенциалов с помощью некоторых современных электрофизиологических методов.

Другой предпосылкой выполнения данной работы послужил тот факт, что домашние птицы—куры все еще остаются наименее изученными объектами электрофизиологических исследований, чем и объясняется отсутствие в литературе сведений по электрофизиологическому изучению головного мозга кур, подвергнутых длительному воздействию светового и темнового факторов. В аспекте изложенного и была поставлена цель: методом парных световых стимулов (при интервалах 20, 50, 70, 100, 120 и 150 мсек) выявить цикл восстановления вызванных потенциалов зрительных долей среднего мозга и больших полушарий головного мозга кур в условиях световой и темновой адаптации (соответственно световая—контрольная и темновая—опытная группы).

Как показали исследования, при интервале между стимулами 20 мсек в электрограммах изучаемых отделов мозга кур световой группы регистрировался один суммарный вызванный потенциал монофазного отрицательного отклонения с амплитудой 110 микровольт (мкв) в зрительных долях среднего мозга и 60 мкв в полушариях (рис. 1, 2А, Б). Из рисунка видно, что амплитуда суммарного ответа значительно превосходит величину ответа на одиночное световое раздражение (1А, Б). Мы полагаем, что возникновение данного потенциала связано с феноменом временной суммации и это согласуется с результатами

исследований ряда авторов, также отмечавших у человека (¹⁰) и лягушки (¹¹) появление суммарного ответа в зрительных долях среднего мозга при коротком межимпульсном интервале. С целью достоверности полученного феномена был использован метод последовательного наложения (суперпозиции) регистрируемых потенциалов, который подтвердил результаты опытов (рис. 1, 3А, Б).

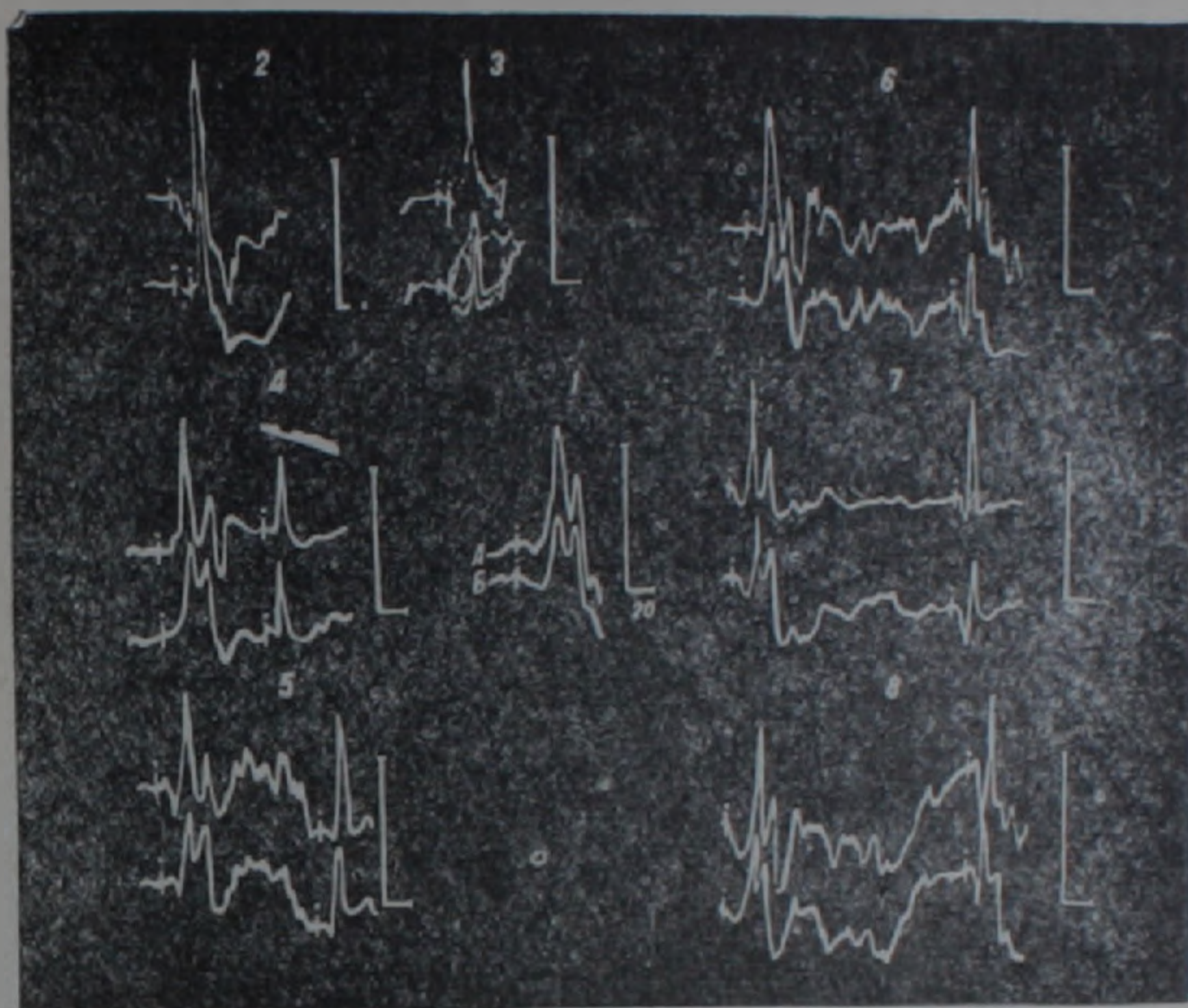


Рис. 1. Динамика взаимоотношения вызванных потенциалов зрительных долей среднего мозга (А) и полушарий (Б) кур световой (контрольной) группы в условиях парной световой стимуляции: 1—ответ на одиночную вспышку; 2—при интервале 20 мсек; 3—наложение ответов (суперпозиция); 4—при 50 мсек; 5—при 70 мсек; 6—при 100 мсек; 7—при 120 мсек; 8—при 150 мсек. Калибровка 100 мкв, 20 мсек

При интервале между стимулами 50 мсек возникали два ответа—на первое (кондиционирующее) и второе (тестирующее) раздражения (рис. 1, 4А, Б) причем величина ответов на тестирующий стимул уступала таковой ответов на кондиционирующий (соответственно 50 и 85 мкв), что, вероятно, обусловлено относительным рефрактерным периодом нейронной популяции после первого ответа.

При последующем увеличении интервала между стимулами (70 мсек) наблюдалось выравнивание амплитуд ответов на I и II стимулы (рис. 1, 5А, Б), т. е. происходило восстановление вызванных потенциалов исследуемых отделов мозга кур на тестирующий стимул. Такое соотношение величин ответов отмечалось также при дальнейшем увеличении диапазона межимпульсного интервала от 100 до 150 мсек (рис. 1,

6, 7, 8А, Б), что наглядно видно из графика цикла восстановления вызванных ответов (рис. 2).

Таким образом, изучение вопроса следового изменения возбудимости тестирующего ответа после кондиционирующего раздражения как в зрительных долях среднего мозга, так и в полушариях кур световой группы явилось подтверждением известных в литературе данных о стимулирующем влиянии светового фактора на организм животных и птиц и, прежде всего, центральную нервную систему, которое проявлялось в повышении возбудимости (тонуса) головного мозга кур (4).

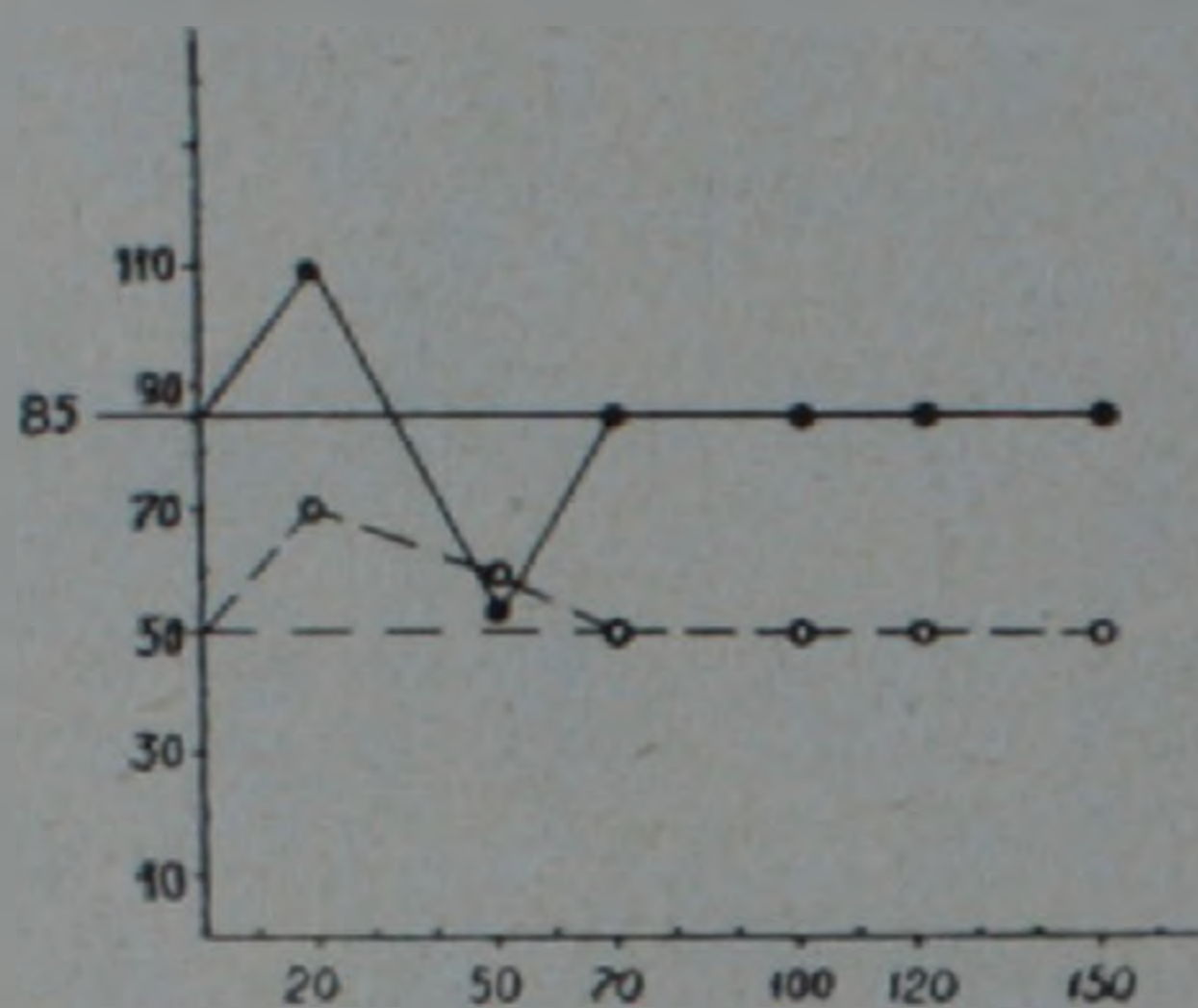


Рис. 2. Графики цикла восстановления вызванных потенциалов на тестирующий стимул в зрительных долях среднего мозга и в полушариях кур световой (контрольной) группы. По оси абсцисс—интервал между стимулами (мсек), по оси ординат—амплитуда ответов (мкв). Сплошная линия—зрительные доли, пунктирная—полушария. Прямая сплошная и пунктирная линии—исходная амплитуда ответа на кондиционирующий стимул. Калибровка 100 мкв, 20 мсек

Изучение взаимоотношения парных световых стимулов в исследуемых структурах головного мозга птиц темновой группы показало, что при интервале между стимулами 20 мсек также, как и в опытах со световой группой, регистрировался феномен временной суммации (рис. 3, 2А, Б), который в данном случае отличался меньшей величиной суммарного ответа (80 мкв в зрительных долях среднего мозга и 50 мкв в полушариях).

При дальнейшем увеличении межимпульсного интервала (от 50 до 120 мсек) отмечалось появление ответов как на кондиционирующее, так и тестирующее раздражения, причем амплитуда второго ответа уступала таковой первого до интервала 120 мсек (рис. 3, 4—7А, Б). При 150 мсек происходило выравнивание амплитуд обоих ответов, что указывало на их восстановление (рис. 3, 8А, Б). Соответствующее графическое изображение цикла восстановления вызванных потенциалов показано на рис. 4.

Нам представляется, что позднее восстановление вызванных потенциалов на тестирующее раздражение при последнем интервале между стимулами обусловлено более удлиненным рефрактерным периодом ответов на кондиционирующий стимул и является электрофизиологическим отражением тормозного состояния головного мозга кур, подвергавшихся воздействию круглосуточного затемнения.

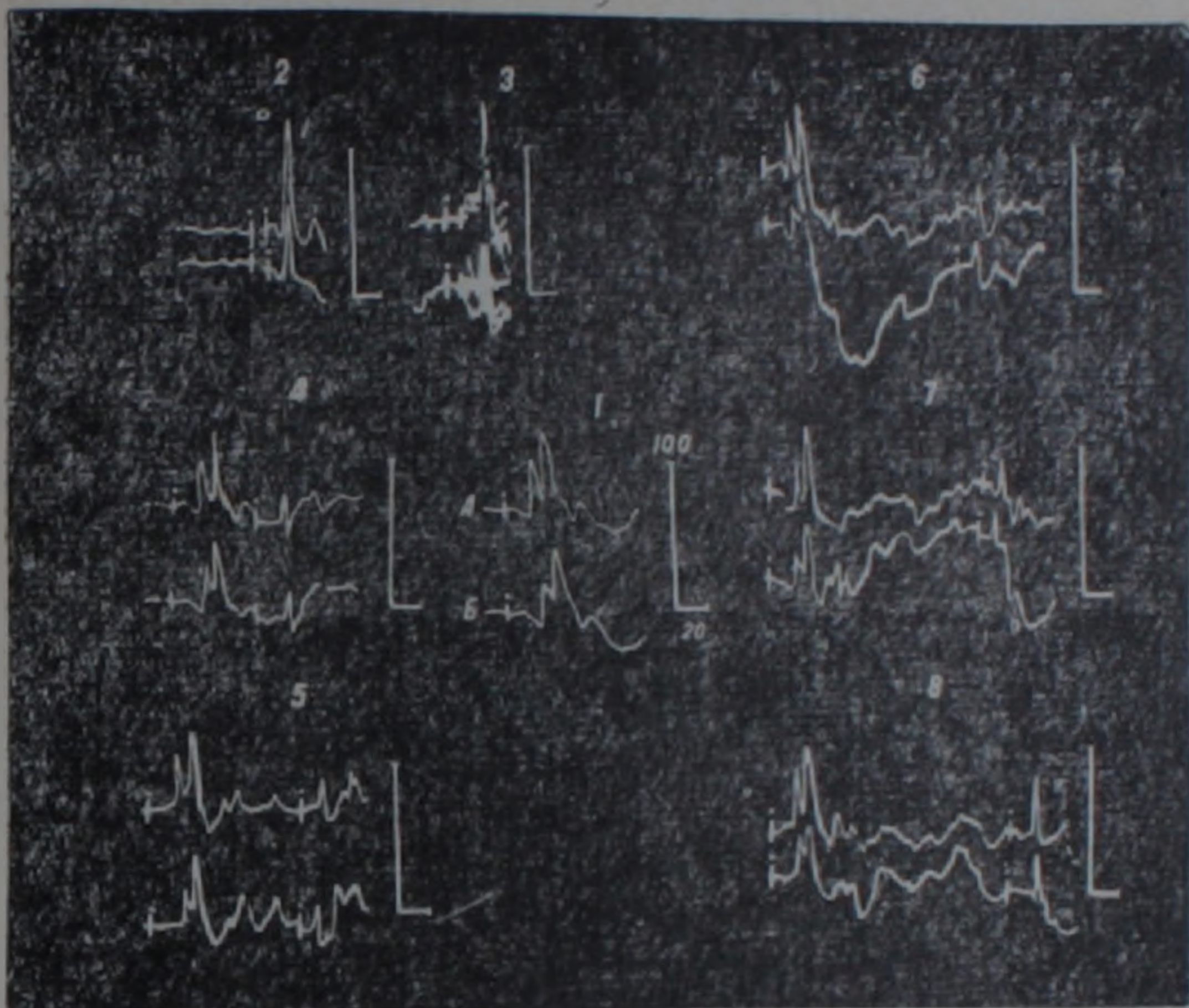


Рис. 3 Динамика взаимоотношения вызванных потенциалов зрительных долей среднего мозга (А) и полушарий (Б) кур темновой (опытной) группы в условиях парной световой стимуляции. Остальные обозначения те же, что и на рис. 1

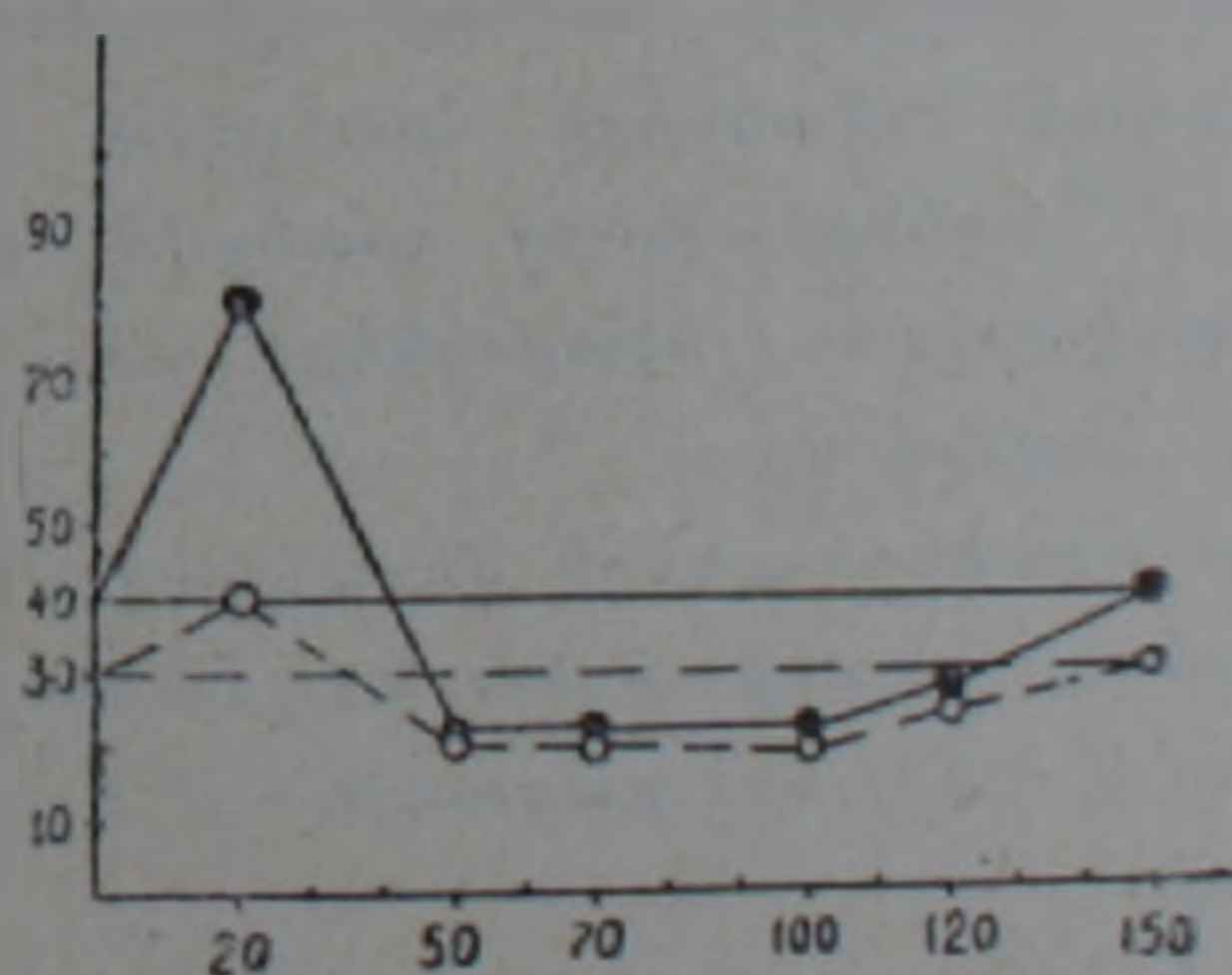


Рис. 4. Графики цикла восстановления вызванных потенциалов на тестирующий стимул в зрительных долях среднего мозга и в полушариях кур темновой (опытной) группы. Остальные обозначения те же, что и на рис 2

Следовательно, изучение параметров тестирующего ответа после кондиционирующего раздражения как в зрительных долях среднего мозга, так и в полушариях подопытных кур выявило, с одной стороны, быстрое восстановление вызванных потенциалов у птиц световой (контрольной) группы, что указывало на высокий уровень возбудимости головного мозга, обусловленный влиянием светового фактора и, с другой стороны, позднее восстановление ответов у птиц темновой (опытной) группы, указывающее на низкий уровень возбудимости головного мозга вследствие нахождения кур в условиях круглосуточного затемнения.

Таким образом, изложенный фактический материал, полученный при изучении временно-амплитудных параметров вызванных потенциалов, возникающих в ответ на парные световые стимулы, указывает на тонизирующее влияние светового фактора и тормозное действие темного на функциональное состояние головного мозга и, в частности, центральный отдел зрительного анализатора, что явилось подтверждением данных ранее проведенных нами исследований (¹²⁻¹⁴).

Институт физиологии им. акад. Л. А. Орбели
Академии наук Армянской ССР

Հայկական ՍՍՀ ԳԱ ակադեմիկոս Ս. Կ. ԿԱՐԱՊԵՏՅԱՆ, Վ. Հ. ՄԱՆՈՅԱՆ, Ն. Մ. ՄԱՆՈՅԱՆ

Հավերի մեծ կիսագնդերի և միջին ուղեղի տեսողական բլթակների հրահրված պոտենցիալների փոխհարաբերությունը լույսային գույգ գրգիռների պայմաններում

Էլեկտրաֆիզիոլոգիական եղանակով ուսումնասիրվել է լույսային և մթնային գործոնների ազդեցությունը հավերի գլխուղեղի մեծ կիսագնդերի և միջին ուղեղի տեսողական բլթակների հրահրված պոտենցիալների վերականգման շրջանի վրա: Պոտենցիալները գրանցվել են գլխուղեղի վերոհիշյալ բաժիններում տեղակայված էլեկտրոդների միջոցով: Փորձերը կատարվել են երևանյան ցեղի հավերի վրա:

Հաստատվել է, որ պոտենցիալների վերականգման շրջանը ավելի կարճատև է լույսային գործոնի ազդեցության պայմաններում (նկարներ 1 և 2), քան մթնային (նկարներ 3 և 4), որը բացատրվում է լույսային գործոնի խթանիչ հատկություններով:

Ստացված տվյալները վկայում են հավերի գլխուղեղի և մասնավորապես տեսողական անալիզատորի կենտրոնական բաժինների գրգռողականության բարձր մակարդակի մասին:

¹ С. К. Карапетян, ДАН СССР, т. 86, № 2 (1952). ² С. К. Карапетян, ДАН СССР, т. 94, № 3 (1954). ³ С. К. Карапетян. Роль света в физиологической стимуляции животного организма, Изд-во АН АрмССР, Ереван, 1961. ⁴ С. К. Карапетян, А. В. Аршакаян, Труды X съезда Всесоюз физиологического о-ва им. И. П. Павлова, т. 2, 1964. ⁵ А. В. Аршакаян, Изв. АН АрмССР, т. 17, № 10 (1964). ⁶ А. В. Аршакаян, Изв. АН АрмССР, т. 18, № 9 (1965). ⁷ А. В. Аршакаян, Д. К. Хачатрян, Материалы I съезда физиологов Армении, Ереван, 1970. ⁸ М. Е. Лобашев и В. Б. Савватеев, Труды Ин-та физиологии им. И. П. Павлова, т. 2, Л., 1953. ⁹ В. Б. Савватеев, Журн. ВНД, т. 9, № 5 (1959). ¹⁰ Э. П. Шайтор, Автореф. канд. дис., Л., 1965. ¹¹ К. А. Быков, Б. А. Фунтиков, Механизмы вызванных потенциалов мозга, Л., 1971. ¹² С. К. Карапетян, В. А. Малоян, Биол. журн. Армении, т. 22, № 6 (1969). ¹³ С. К. Карапетян, В. А. Малоян, Материалы I съезда физиологов Армении, Ереван, 1970. ¹⁴ В. А. Малоян, Материалы III Респ. науч. конф. молодых науч. работников Армении, Ереван, 1970.

Բ Ո Վ Ա Ն Դ Ա Կ Ո Ւ Թ Յ Ո Ւ Ն LXXIII հատորի

ՄԱԹԵՄԱՏԻԿԱ

Վ. Ս. Զախարյան, Ա. Գ. Հունանյան—Գրինի տիպի պոտենցիալի եզրային առնչություններ	3
Լ. Շ. Աղաբաբյան, Հ. Բ. Ներսիսյան—Աստիճանային վերացում ունեցող երկրորդ կարգի հիպերբոլական հավասարման համար Գուրսայի խնդրի կոոեկտության բավարար պայմանների մասին	9
Ռ. Յ. Մուսայելյան—Նշանափոխ կորուսյան որոշ լրիվ չափերի ոեզուլյար ամբողջական E^3 ընկղմելիության մասին	17
Ա. Հ. Բաբյան—Վիներ—Հոպֆի այլափոխվող սիմվոլով ինտեգրալ հավասարումները	24
Մ. Մ. Զրբաշյան, Ս. Գ. Ռաֆայելյան—Կշռային L_p դասի էքսպոնենցիալ տիպի ամբողջ ֆունկցիաների մասին	29
Հ. Ս. Ասատրյան—Երկու թեորեմ սահմանափակ թյուրինգյան բերելիության մասին	67
Մ. Յու. Խոջայանց— e -աստիճաններ, T -աստիճաններ և աքսոմատիկ տեսություններ	73
Ա. Կ. Մարկոսյան—Դրական և բացասական ($m_1, m_2, \dots, m_n$)-փաթեթների հաշվման արագ ալգորիթմներ	78
Ս. Մ. Մելիֆյան—Փսևդոթվերի դասերի որոշ հատկությունները	83
Մ. Ժ. Գրիգորյան—Ինտեգրելի ֆունկցիաների Ֆուրյեի բազմապատիկ շարքերի սֆերիկ մասնական գումարների $LP, 0 < p < 1$, մետրիկայով զուգամիտության մասին	87
Գ. Կ. Դևոբջյան—Հաարի և Ուոլշի համակարգերի միակության բազմությունների մասին	91
Մ. Ա. Մնացականյան—Փռվող մակերևույթի տիրույթի մակերեսի մասին	97
Վ. Լ. Շիրվանյան—Երկու տառերից կազմված անվերջ ապերիոդիկ հաջորդականությունների մասին	131
Յ. Հ. Մամիկոնյան—Որոշ բազմաչափ ինտեգրալ անհավասարությունների գնահատականների մասին	136
Ռ. Ա. Բաղիյան—Շրջման բանաձև և Ս. Ն. Բերնշտեյնի ընդհանրացված անհավասարության ճշգրտումը	195
Ռ. Ա. Ալիխանյան—Դիրիխլեի խնդիրը հանրագումարելի ֆունկցիաների դասում չորրորդ կարգի ճշգրիտ էլիպտիկ հավասարման համար	202
Գ. Կ. Դևոբջյան—Ֆուրյեի ինտեգրալների համար միակության բազմությունների մասին	211
Ա. Ս. Հասրաբյան—Որոշ NP-լրիվ պրոբլեմների երկկողմանի մուլտիգրաֆի ներդրված C -զուգակցությունների մասին	259
Մ. Ի. Կաբախանյան—Ֆուգիդ—Պուտնամի թեորեմի ասիմպտոտիկ տարբերակը գծային սահմանափակ օպերատորների վերաբերյալ ուժեղ և թույլ օպերատորային տոպոլոգիաներում	265
Գ. Յու. Խամանյան—Շտուրմ—Լիովիլի օպերատորի սպեկտրի մասին	269
Ս. Մ. Մելիֆյան—Երկու թեորեմներ փսևդոթվերի դասերի վերաբերյալ	273

ԿԻՐԱՌԱԿԱՆ ՄԱԹԵՄԱՏԻԿԱ

Շ. Ե. Բոգոյան—Ինտեգրալ միկրոսխեմաների վրա հավաքված տրամաբանական սխեմաների նկարագրության լեզու	37
---	----

ՄԱՆԱԴԱՆԻԿԱ

Գ. Ի. Կուսին, Վ. Գ. Մազյա—Մաքսիմովի սկզբունքը Լամբի և Ստոկսի համակարգերի համար կիսատարածության մեջ	46
--	----

Ս. Ա. Նազարով—Ճեղքի համար նրա ափերի տեղամասերի կցման դեպքում գա- զաթի մոտ խտացող լարումների եզակիության ցուցիչի մասին	51
Բ. Խ. Գրիգորյան—Անվերջ կտոր-առ-կտոր համասեռ առաձգական ներդիրով առաձգա- կան հարթության մի պարբերական խնդրի վերաբերյալ	103
Լ. Վ. Արբանաժյան, Լ. Ա. Մովսիսյան—Ճեղք ունեցող ուղղանկյուն սալի ազատ տա- տանումները	219
Ի. Ա. Բաղդասարյան—Կոմպոզիցիոն նյութից պատրաստված գլանային թաղանթի ամրության օպտիմիզացիայի մասին հարվածի ժամանակ	279

ԷԼԵԿՏՐԱՄԵԽԱՆԻԿԱ

Ա. Ղ. Իոսիֆյան, Գ. Լ. Արեշյան—Փոփոխական հոսանքի ունակային սինխրոն մեքե- նաների տեսության հիմունքները	54
Ա. Ղ. Իոսիֆյան, Գ. Լ. Արեշյան—Փոփոխական հոսանքի ունակային ասինխրոն մեքե- նաների տեսության հիմունքները	109

ԱՌԱՋՊԱԿԱՆՈՒԹՅԱՆ ՏԵՍՈՒԹՅՈՒՆ

Ս. Մ. Մխիթարյան—Առաձգական կիսահարթության կամ հարթության և կիսաանվերջ անհամասեռ վերդրակի միջև կոնտակտային փոխադրեցության խնդրի շուրջը	226
Ն. Խ. Հաբուրյուճյան, Բ. Ա. Շոյխետ—Մերացման ենթակա առաձգամածուցիկ սնամեջ գնդի մակաճեցման մասին	284

ՖԻԶԻԿԱ

Ֆ. Պ. Սաֆարյան—Խառնուրդային լազերային բյուրեղներում էլեկտրոնային զրգոման էներգիայի էլեկտրոն-ֆոնոնային ոչ ճառագայթային փոխանցման մեխանիզմ	146
---	-----

ՔԻՄԻԱԿԱՆ ՖԻԶԻԿԱ

Հ. Կ. Դավրյան—Ներքին այրման շարժիչի (ՆԱՇ) օգտակար գործողության գործակցի (ՕԳԳ) սպեցիֆիկ առանձնահատկությունների մասին	116
Հ. Կ. Դավրյան—Վառելանյութի դիսպերգացման միջոցները և նրա լրիվ այրմանը կինետիկական ներքին այրման շարժիչում (ՆԱՇ)	152
Հ. Կ. Դավրյան—Վառելանյութերի դիսպերգացման միջոցները և նրա լրիվ այրմանը նպաստող մյուս գործոնները ներքին այրման շարժիչներում (ՆԱՇ)	234

ԻՆՓԵՆԵՐԱԿԱՆ ՍԵՅՍՄՈԼՈԳԻԱ

Ա. Տ. Գորոյան—Սեյսմիկ ազդեցությունների դեպքում շենքերի և կառուցվածքների հակազդեցություններն ըստ ուժեղ երկրաշարժերի ակսելերոգրամների հաշվարկման վե- րաբերյալ	288
---	-----

ԳԵՈՄԵՏՐԻԱ

Է. Ի. Պարխոմենկո, Տ. Վ. Տոնոյան—Բնական սողալիտի էլեկտրական հատկություն- ները ուսումնասիրությունը կախված ջերմաստիճանից և ճնշումից	295
---	-----

ՏԵԿՏՈՆԻԿԱ

Ա. Հ. Գաբրիելյան—Հայաստանի և Անտիկովկասի հարակից շրջանների տեկտոնա- կան շրջանացումը	157
--	-----

ԳԵՆԵՏԻԿԱ

Ա. Մ. Աղաջանյան—Տ-ալելիների գործունեությունը <i>Lycopersicon hirsutum</i> -ի ներ- տեսակային հիբրիդների հետադարձ խաչաձևումների ժամանակ	123
--	-----

ԲԻՈՔԻՄԻԱ

Ջ. Ս. Մկրտչյան, Մ. Գ. Ղազարյանց, Լ. Ս. Ներսեսովա, Ժ. Ի. Հակոբյան, Գ. Ա. Նե- վիսսկի—Աֆին քրոմատոգրաֆիայի օգնությամբ ճազարի մկաններից կրեատինկինազի բարձր մաքրության պրեպարատի ստացումը	163
---	-----

ԲՆՈՑԻՋԻԿԱ

Ա. Ա. Բաջինյան—Տարբեր պրոստազլանդինների ազդեցությունը երկշերտ ֆոսֆոլիպիդային թաղանթների հաղորդականության վրա	241
--	-----

ԱԴՐՈՔԻՄԻԱ

Ա. Շ. Գալստյան, Զ. Վ. Անտոնյան—Հողի սուլֆիտօքսիդազայի ակտիվության որոշումը	168
Ս. Ա. Աբրահամյան, Ա. Շ. Գալստյան—Հողի հումուսային պրեպարատների դեհիդրոգենացնող հատկությունը	302

ԲՈՒՅՍԵՐԻ ԳԵՆԵՏԻԿԱ

Գ. Ա. Սահակյան, Հ. Ա. Սարգսյան—Հետերոզիսի երևույթի ուսումնասիրությունը ցորենի մուտանտների խաչաձևումից ստացված հիրրիդների առաջին սերնդում	171
--	-----

ԲՈՒՅՍԵՐԻ ՖԻԶԻՈԼՈԳԻԱ

Վ. Հ. Ղազարյան, Ի. Ա. Գևորգյան—Կալանխոյա բույսերի կենսագործունեությունում օդային արմատների դերի մասին	176
---	-----

ՄԻՋԱՏԱԲԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

Է. Ա. Քաջվորյան, Հ. Խ. Տերտերյան—Մժեղի (Diptera, Simuliidae) նոր տեսակ Հայկական ՍՍՀ-ից	181
Ս. Մ. Յաբլոկով-Խենձորյան, Մ. Ա. Մարտնյան—Ձրխկան բզեզների զուգավորման պրոցեսը, էղեագուսի կառուցվածքը և <i>Cardiophorus</i> Eschz սեռի նոր ենթասեռի նկարագրությունը (Coleoptera, Elateridae)	244

ԱԿԱՐԱԼՈԳԻԱ

Վ. Գ. Շևչենկո, Ա. Հ. Պոդոսովա—Հայաստանում սոճիների (ընտ. Pinaceae) վրա հանդիպող քառոտ տզերի (Acariformes, Tetrapodili) ֆաունայի վերաբերյալ նոր տեսակի նկարագրությամբ	250
--	-----

ՖԻԶԻՈԼՈԳԻԱ

Լ. Ա. Մատինյան, Հ. Ա. Զիլինգարյան, Գ. Կ. Մարկոսյան, Լ. Ս. Մարկոսյան—Իմ-մորիլիզացված տրիպսինի ֆորեզը դիադինամիկ և սինուսոիդալ մոդուլացված հոսանքի միջոցով	62
Դ. Ս. Մելիքնյան, Ս. Գ. Աղամյան, Տ. Գ. Աբեշյան, Խ. Ա. Ռօսլայդ, Ա. Մ. Շամշինո-վա—Մարդու էլեկտրարեպոնոգրամայի տատանողական պոտենցիալի հաճախային բնութագրերը	186
Ս. Կ. Կաբապետյան, Վ. Հ. Մալոյան, Ն. Մ. Մալոյան—Հավերի մեծ կիսագնդերի և միջին ուղեղի տեսողական ընթացիկների հրահրված պոտենցիալների փոխհարաբերությունը լույսային զույգ գրգիռների պայմաններում	306
Բովանդակություն LXXIII հատորի	312

СОДЕРЖАНИЕ LXXIII тома

МАТЕМАТИКА	Стр.
В. С. Захарян, А. Г. Унанян—Изменение на отрезке потенциала типа Грина	3
Л. Ш. Агабабян, А. Б. Нерсисян—О достаточных условиях корректности задачи Гурса для гиперболического уравнения второго порядка со степенным выражением	9
Р. Ц. Мусаелян—О регулярном погружении в целом в E^3 некоторых полных метрик знакопеременной кривизны	17
А. О. Бабаян—Интегральные уравнения Винера—Хопфа с вырождающимся символом	24
М. М. Джрбашян, С. Г. Рафаелян—О целых функциях экспоненциального типа из весовых классов L_p	29
О. С. Асатрян—Две теоремы о $b\Gamma$ сводимости	67
М. Ю. Ходжаянц— e -степени, T -степени и аксиоматические теории	73
А. К. Матевосян—Быстрые алгоритмы вычисления положительно и отрицательно обернутых $(m_1, m_2, \dots, m_n)$ -сверток	78
С. М. Меликян—О некоторых свойствах классов псевдочисел	83
М. Ж. Григорян—О сходимости в метрике $L_p, 0 < p < 1$, сферических частичных сумм кратных рядов Фурье суммируемых функций	87
Г. Г. Геворкян—О множествах единственности для систем Хаара и Уолша	91
М. А. Мнацаканян—О площади области на развертывающейся поверхности	97
В. Л. Ширванян—О бесконечных апериодических последовательностях из двух букв	131
Ф. О. Мамиконян—Об оценках решений некоторых многомерных интегральных неравенств	136
Р. А. Багиян—Формула обращения и уточнение обобщенного неравенства С. Н. Бернштейна	195
Р. А. Алиханян—Задача Дирихле для эллиптических уравнений четвертого порядка с суммируемыми граничными условиями	202
Г. Г. Геворкян—О множествах единственности для интеграла Фурье	211
А. С. Асратян—Некоторые NP -полные проблемы о вложенных s -сочетаниях двудольного мультиграфа	259
М. И. Караханян—Асимптотический вариант теоремы Фуглида—Путнама о коммутаторах линейных ограниченных операторов в сильной и слабой операторных топологиях	265
Г. Ю. Таманян—Об асимптотике спектра оператора Штурма—Лиувилля	269
С. М. Меликян—Две теоремы о классах псевдочисел	273

ПРИКЛАДНАЯ МАТЕМАТИКА

Ш. Е. Бозоян—Алгебраическое описание схем, построенных на интегральных микросхемах	37
--	----

МЕХАНИКА

Г. И. Кресин, В. Г. Мазья—О принципе максимума для систем Ламе и Стокса в полупространстве	46
--	----

С. А. Назаров—О показателе сингулярности напряжений для трещины при сцеплении участков ее берегов, сгущающихся к вершинам	51
Э. Х. Григорян—Об одной периодической задаче упругой плоскости с бесконечным кусочно-однородным упругим включением	103
Л. В. Абрамян, Л. А. Мовсисян—Свободные колебания прямоугольной пластинки с разрезом	219
Р. А. Багдасарян—Об оптимизации прочности цилиндрической оболочки из композиционного материала при ударе	279

ЭЛЕКТРОМЕХАНИКА

А. Г. Иосифьян, Г. Л. Арешян—Основы теории синхронных емкостных машин переменного тока	54
А. Г. Иосифьян, Г. Л. Арешян—Основы теории асинхронных емкостных машин переменного тока	109

ТЕОРИЯ УПРУГОСТИ

С. М. Мхитарян—К задаче контактного взаимодействия между полубесконечным неоднородным стрингером и упругой полуплоскостью или плоскостью.	226
Н. Х. Арутюнян, Б. А. Шойхет—О наращивании вязкоупругого полого шара, подверженного старению	284

ФИЗИКА

Ф. П. Сафарян—Механизм электрон-фононной кросс-релаксационной передачи энергии электронного возбуждения в примесных лазерных кристаллах	146
---	-----

ХИМИЧЕСКАЯ ФИЗИКА

О. К. Давтян—О некоторых специфических особенностях кпд. двигателей внутреннего сгорания (ДВС).	116
О. К. Давтян—Кинетика цепных реакций сгорания топлива и предварительных процессов крекинга в двигателях внутреннего сгорания (ДВС)	152
О. К. Давтян—Способы диспергирования топлива и другие факторы, способствующие полному сгоранию в двигателях внутреннего сгорания (ДВС).	234

ИНЖЕНЕРНАЯ СЕЙСМОЛОГИЯ

А. Т. Гороян—К вычислению реакций зданий и сооружений на сейсмическое воздействие по акселерограммам сильных землетрясений	288
--	-----

ГЕОФИЗИКА

Э. И. Пархоменко, Т. В. Тоноян—Исследование электрических свойств природного содалита в зависимости от давления и температуры	295
---	-----

ТЕКТОНИКА

А. А. Габриелян—Тектоническое районирование Армении и сопредельных частей Антикавказа	157
---	-----

ГЕНЕТИКА

А. М. Агаджанян—Действие S-аллелей при возвратных скрещиваниях внутривидовых гибридов <i>Lycopersicon hirsutum</i>	123
--	-----

БИОХИМИЯ

З. С. Мкртчян, М. Г. Газарянц, Л. С. Нерсесова, Ж. Н. Акопян, Г. А. Невинский—Получение высокоочищенных препаратов креатинкиназы из мышц кролика с помощью аффинной хроматографии	163
---	-----

БИОФИЗИКА

- С. А. Баджиян—Влияние различных простагландинов на проводимость бислойных фосфолипидных мембран 241

АГРОХИМИЯ

- А. Ш. Галстян, З. В. Антонян—Определение активности сульфитоксидазы почвы 168
- С. А. Абрамян, А. Ш. Галстян—Дегидрирующее свойство гумусовых препаратов почв 302

ГЕНЕТИКА РАСТЕНИЙ

- Г. А. Саакян, А. А. Саркисян—Явление гетерозиса у гибридов F_1 , полученных от скрещивания индуцированных мутантов пшеницы 171

ФИЗИОЛОГИЯ РАСТЕНИЙ

- В. О. Казарян, И. А. Геворкян—К вопросу о роли воздушных корней в жизнедеятельности растений каланхое 176

ЭНТОМОЛОГИЯ

- Э. А. Качворян, А. Е. Тертерян—Новый вид мошки (Diptera, Simuliidae) из Армянской ССР 181
- С. М. Яблоков-Хнзорян, М. А. Марджанян—О процессе совокупления и строении эдеагуса у жуков щелкунов с описанием нового подрода в роде *Cagliophorus* Eschz (Coleoptera, Elateridae) 244

АКАРОЛОГИЯ

- В. Г. Шевченко, А. Р. Погосова—К фауне четырехногих клещей (Acariformes, Tetrapodili), встречающихся на соснах (сем. Pinaceae) в Армении, с описанием нового вида 250

ФИЗИОЛОГИЯ

- Л. А. Матинян, Р. А. Чилингарян, Г. К. Маркосян, Л. С. Маркосян—Форез иммобилизованного трипсина посредством динамических и синусоидальных модулированных токов 62
- Д. С. Мелконян, С. Г. Адамян, Т. Г. Арешян, Х. А. Роолайд, А. М. Шамшинова—Частотные характеристики осцилляторного потенциала в электроретинограмме человека 186
- С. К. Карапетян, В. А. Малоян, Н. М. Малоян—О взаимоотношении вызванных потенциалов полушарий и зрительных долей среднего мозга кур в условиях парной световой стимуляции 306

C O N T E N T S O F L X X I I I V O L U M E

MATHEMATICS

<i>V. S. Zakarian, A. G. Hunanlan</i> —The change of the potential Grin's type on the segment	3
<i>L. Sh. Agababyan, A. B. Nersesyan</i> —On sufficient conditions of the well posed Goursat problem for the second order degenerated hyperbolic equation .	9
<i>R. Ts. Musaelian</i> —Of regular immersion in the whole of E of some complete metric alternating curvature.	17
<i>A. O. Babayan</i> —Integral Wiener-Hopf equations with vanishing symbol .	24
<i>M. M. Djrbashian, S. G. Rafaelian</i> —On entire functions of exponential type of weighted L_p -classes	29
<i>H. S. Assatrian</i> —Two theorems on bounded-turning reducibility . . .	67
<i>M. J. Khodjalants</i> — e -degrees, T -degrees and axiomatic theories . . .	73
<i>A. K. Matevosyan</i> —Fast algorithm form of the calculation of positive and negative $(m_1, m_2, \dots, m_n)$ —convolutions	78
<i>S. M. Melikian</i> —On some properties of classes of pseudonumbers .	83
<i>M. G. Grigorian</i> —On convergence of spheric partial sums in metric L_p , $0 < p < 1$ of Fourier multiple series of integrable functions	87
<i>G. G. Gevorgian</i> —On sets of uniqueness for Haar and Walsh systems .	91
<i>M. A. Mnatsakanian</i> —On the area of a region on the evolving surface .	97
<i>V. L. Shirvanian</i> —On infinite aperiodic successions consisting of two letters	131
<i>F. H. Mamikonian</i> —On estimates of solutions of some multidimension integral inequalities	136
<i>R. A. Baghian</i> —A converse formula and precision of generalized S. N. Bernstein's inequality.	195
<i>R. A. Alikhanian</i> —The Dirichlet's problem for the elliptic equation of the fourth order	202
<i>G. G. Gevorgian</i> —On sets of uniqueness for integrals of Fourier . .	211
<i>A. S. Hasratian</i> —Some NP-complete problems about embedded c -matchings of bipartite multigraphs	259
<i>M. I. Karakhanian</i> —Asymptotic variant of the Fugled—Putnam's theorem on commutators of linear bounded operators in strong and weak operator topologies	265
<i>G. Yu. Tamanian</i> —On the asymptotics of the Sturm—Liouville spectrum of operators	269
<i>S. M. Melikian</i> —Two theorems on the classes of pseudonumbers . .	273

APPLIED MATHEMATICS

<i>Sh. Y. Bozoyan</i> —About algebraic description of the schemes built on the integral microschemas	37
--	----

MECHANICS

<i>G. I. Kresin, V. G. Maz'ya</i> —On the maximum principle for Lamé and Stokes systems in a half-space	46
---	----

<i>S. A. Nazarov</i> —On the singularity exponent of stresses for a crack with contact areas of edges thickening at the top	51
<i>E. CH. Grigorian</i> —On some periodic problem of the elastic plane with the infinite piece-homogeneous elastic inclusion	103
<i>L. V. Abrahamian, L. A. Movsisian</i> —The free vibrations of the rectangular plate with cut	219
<i>R. A. Bagdasarian</i> —On the cylindrical shell of the composition material strength optimization under impact	279

ELECTROMECHANICS

<i>A. G. Iosifian, G. L. Arechian</i> —Fundamentals of theory of the alternating current synchronous capacitors machines	54
<i>A. G. Iosifian, G. L. Arechian</i> —Fundamentals of theory of the alternating current asynchronous machines	109

THEORY OF ELASTICITY

<i>S. M. Mkhitarian S. M. Mkhitarian</i> —On the problem of the interaction between the half-infinite non-homogeneous stringer and elastic half plane or plane.	226
<i>N. Kh. Arutiunian, B. A. Shoyhet</i> —On increasing of a viscoelastic hollow sphere, subjected to age	284

PHYSICS

<i>F. P. Safarian</i> —Mechanism of electron-phonon cross-relaxational transition of electron excitation energy in impurity laser crystals	146
--	-----

CHEMICAL PHYSICS

<i>O. K. Davtjan</i> —On some specific peculiarity of the internal-combustion engines	116
<i>O. K. Davtian</i> —Kinetics of chain reactions of fuel combustion and cracking processes in the internal-combustion engines	152
<i>O. K. Davtian</i> —Dispersing ways of fuel and other factors favoured to the full combustion of the internal-combustion engines	234

APPLIED SEISMOLOGY

<i>A. T. Goroyan</i> —Seismic response analysis of buildings and structures on the basis of strong-motion earthquake accelerograms	288
--	-----

GEOPHISICS

<i>E. I. Parkhomenko, T. V. Tonoyan</i> —Electric property investigation of natural sodalite depending on pressure and temperature	295
--	-----

TECTONICA

<i>A. A. Gabriellian</i> —Tectonic division of Armenian and adjacent parts of Anticaucasus	157
--	-----

GENETICA

<i>A. M. Aghadjanian</i> —S-allele action in reciprocal crossing of intraspecific hybrids <i>Lycopersicon hirsutum</i>	123
--	-----

BIOCHEMISTRY

<i>Z. S. Mkrtchian, M. G. Gasaryants, L. S. Nersessova, Z. I. Akopyan</i> —Preparation of high purified creatine kinase from rabbit muscles by affinity chromatography	163
--	-----

BIOPHYSICS

- S. A. Badjinian*—Influence of various prostaglandines on the conductivity of bi-layered phospholipide membranes 241

AGROCHEMISTRY

- A. Sh. Galstian, Z. V. Antonian*—Determination sulfoxidase activity of soils 168
- S. A. Abrahamian, A. Sh. Galstian*—Dehydrogenase property of humus preparations from soils 302

GENETICS OF PLANT

- G. A. Sahakian, H. A. Sarkisian*—Heterosis of F_1 hybrids received by crossing the induced mutants of wheat 171

PLANT PHYSIOLOGY

- V. O. Kazarian, I. A. Gevorkian*—On the question of the role of aeral roots in vital capacity of Kalanchoe plants 176

ENTOMOLOGY

- E. A. Kachvorian, A. E. Terterian*—New species of black-flies (Diptera, Simuliidae) from Armenian SSR. 181
- S. M. Iablukoff-Khinzorian, M. A. Mardjanian*—On the process of copulation and structure of the aedeagus of the click beetles (Coleoptera, Elateridae), with the description of a new subgenus of the genus *Cardiophorus* Eschz . . . 244

ACAROLOGY

- V. G. Shevtchenko, A. R. Pogosova*—To the fauna of the four-legged mites (Acariformes, Tetrapodili) on pines (fam. Pinaceae) in Armenia, with the description of new species 250

PHYSIOLOGY

- L. A. Matinian, R. A. Chilingarian, G. K. Markossian, L. S. Markossian*—Phoresis of the immobilized trypsin by means of diadynamic and sinusoidal modulated currents 62
- D. S. Melkontian, S. G. Adamian, T. G. Areshian, H. A. Roolald, A. M. Schamshinova*—Frequency characteristics of the oscillatory potential in the human electroretinogramm. 186
- S. K. Karapetian, V. H. Maloyan, N. M. Maloyan*—Interrelations of evoked potentials of chickens hemispheres and tectum opticum during paired photic stimulations 306

