

Զ Ե Կ Ո Ւ Յ Ց Ն Ե Ր  
Д О К Л А Д Ы

LXXIII, № 3

1981

## Խմբագրական կոլեգիա

Գ. Ա. ԱՐՁՈՒՄՅԱՆ, տեխ. գիտ. բեկնածու (պատ. Բարտոլոմեոս), է. Գ. ԱՅՐԻԿՅԱՆ, ՀՍՍՀ ԳԱ քղրակից-անդամ, Ա. Բ. ԲԱԲԱՅԱՆ, ՀՍՍՀ ԳԱ ակադեմիկոս, Ա. Ա. ԹԱԼԱԼՅԱՆ, ՀՍՍՀ ԳԱ քղրակից-անդամ, Վ. Մ. ԹԱՌԱՅԱՆ, ՀՍՍՀ ԳԱ քղրակից-անդամ, Վ. Հ. ՀԱՄՐԱՐՁՈՒՄՅԱՆ, ակադեմիկոս, Վ. Հ. ՂԱԶԱՐՅԱՆ, ՀՍՍՀ ԳԱ ակադեմիկոս (պատ. խմբագրի տեղակալ), Հ. Գ. ՄԱՂԱԿՅԱՆ, ՀՍՍՀ ԳԱ ակադեմիկոս, Ա. Գ. ՆԱԶԱՐՈՎ, ՀՍՍՀ ԳԱ ակադեմիկոս (պատ. խմբագիր), Գ. Ս. ՍԱՀԱԿՅԱՆ, ՀՍՍՀ ԳԱ քղրակից-անդամ, Օ. Մ. ՍԱՊՈՆԺՅԱՆ, ՀՍՍՀ ԳԱ քղրակից-անդամ, Մ. Լ. ՏԵՐ-ՄԻՔԱՅԵԼՅԱՆ, ՀՍՍՀ ԳԱ քղրակից-անդամ, Վ. Բ. ՅԱՆԱՐՁՅԱՆ, ՀՍՍՀ ԳԱ քղրակից-անդամ:

## Редакционная коллегия

В. А. АМБАРЦУМЯН, академик, Г. А. АРЗУМАНЯН, канд. техн. наук (отв. секретарь), Э. Г. АФРИКЯН, чл.-корр. АН АрмССР, А. Т. БАБАЯН, академик АН АрмССР, В. О. КАЗАРЯН, академик АН АрмССР (зам. отв. редактора), И. Г. МАГАКЪЯН, академик АН АрмССР, А. Г. НАЗАРОВ, академик АН АрмССР (отв. редактор), Г. С. СААКЯН, чл.-корр. АН АрмССР, О. М. САПОНДЖЯН, чл.-корр. АН АрмССР, А. А. ТАЛАЛЯН, чл.-корр. АН АрмССР, В. М. ТАРАЯН, чл.-корр. АН АрмССР, М. Л. ТЕР-МИКАЕЛЯН, чл.-корр. АН АрмССР, В. В. ФАНАРДЖЯН, чл.-корр. АН АрмССР.

**ԲՈՎԱՆԴԱԿՈՒԹՅՈՒՆ**

էջ

**ՄԱԹԵՄԱՏԻԿԱ**

- Վ. Լ. Շիրվանյան—Օրկու տառերից կազմված անվերջ ապերիոդիկ հաջորդականությունների մասին . . . . . 131
- Ֆ. Հ. Մամիկոնյան—Որոշ բազմաչափ ինտեգրալ անհավասարությունների գնահատականների մասին . . . . . 136

**ՖԻԶԻԿԱ**

- Ֆ. Պ. Սաֆարյան—Խառնուրդային լազերային բյուրեղներում էլեկտրոնային դրզման էներգիայի էլեկտրոն-ֆոնոնային ոչ ճառագայթային փոխանցման մեխանիզմ . . . . . 146

**ՔԻՄԻԱԿԱՆ ՖԻԶԻԿԱ**

- Հ. Կ. Դավթյան—Վառելանյութի այրման և կրեկինդի շղթայական ուսկցիանների կինետիկան ներքին այրման շարժիչում (ՆԱՇ) . . . . . 152

**ՏԵԿՏՈՆԻԿԱ**

- Ա. Հ. Գաբրիելյան—Հայաստանի և Անտիկովկասի հարակից շրջանների տեկտոնական շրջանացումը . . . . . 157

**ԲԻՈՔԻՄԻԱ**

- Ջ. Ս. Մկրտչյան, Մ. Գ. Ղազարյանց, Լ. Ս. Ներսեսովա, Ժ. Ի. Հակոբյան, Գ. Ա. Նևվիճեկի—Աֆին քրոմատոգրաֆիայի օգնությամբ ճազարի մկաններից կրիստիկինազիբարձր մաքրության պրեպարատի ստացումը . . . . . 163

**ԱՒՐՈՔԻՄԻԱ**

- Ա. Շ. Գալստյան, Ջ. Վ. Անտոնյան—Հողի սուլֆիտոքսիդազայի ակտիվության որոշումը . . . . . 168

**ԲՈՒՅՍԵՐԻ ԳՆՆԵՏԻԿԱ**

- Գ. Ա. Սահակյան, Հ. Ա. Սարգսյան—Հետերոզիսի երևույթի ուսումնասիրությունը ցորենի մուտանտների խաչաձևումից ստացված հիբրիդների առաջին սերնդում . . . . . 171

**ԲՈՒՅՍԵՐԻ ՖԻԶԻՈԼՈԳԻԱ**

- Վ. Հ. Ղազարյան, Ի. Ա. Դեոբզյան—Կալանխոյա բույսերի կենսազործունեությունում օդային արմատների դերի մասին . . . . . 176

**ՄԻՋԱՏԱՔԱՆՈՒԹՅՈՒՆ**

- Է. Ա. Քաչվորյան, Հ. Ե. Տերտերյան—Մժեղի (Diptera, Simuliidae) նոր տեսակ Հայկական ՍՍՀ-ից . . . . . 181

**ՖԻԶԻՈԼՈԳԻԱ**

- Գ. Ս. Մելիֆոնյան, Ս. Գ. Աղամյան, Տ. Գ. Արեշյան, Խ. Ա. Խոսրոյան, Ա. Մ. Շամշինովա—Մարդու էլեկտրարեակտիվացման տատանողական պոտենցիալի հաճախային բնութագրերը . . . . . 186

## СОДЕРЖАНИЕ

Стр.

### МАТЕМАТИКА

- В. Л. Ширванян*—О бесконечных аperiodических последовательностях из двух букв . . . . . 131
- Ф. О. Мамиконян*—Об оценках решений некоторых многомерных интегральных неравенств . . . . . 136

### ФИЗИКА

- Ф. П. Сафарян*—Механизм электрон-фононной кросс-релаксационной передачи энергии электронного возбуждения в примесных лазерных кристаллах . 146

### ХИМИЧЕСКАЯ ФИЗИКА

- О. К. Давтян*—Кинетика цепных реакций сгорания топлива и предварительных процессов крекинга в двигателях внутреннего сгорания (ДВС) . 152

### ТЕКТОНИКА

- А. А. Габриелян*—Тектоническое районирование Армении и сопредельных частей Антикавказа . . . . . 157

### БИОХИМИЯ

- З. С. Мкртчян, М. Г. Газарянц, Л. С. Нерсесова, Ж. Н. Акопян, Г. А. Шевинский*—Получение высокоочищенных препаратов креатинкиназы из мышц кролика с помощью аффинной хроматографии . . . . . 163

### АГРОХИМИЯ

- А. Ш. Галстян, З. В. Антосян*—Определение активности сульфитоксидазы почвы . . . . . 168

### ГЕНЕТИКА РАСТЕНИЙ

- Г. А. Саакян, А. А. Саркисян*—Явление гетерозиса у гибридов  $F_1$ , полученных от скрещивания индуцированных мутантов пшеницы . . . . . 171

### ФИЗИОЛОГИЯ РАСТЕНИЙ

- В. О. Казарян, И. А. Геворкян*—К вопросу о роли воздушных корней в жизнедеятельности растений каланхоэ . . . . . 176

### ЭНТОМОЛОГИЯ

- Э. А. Качворян, А. Е. Тертерян*—Новый вид мошки (Diptera, Simuliidae) из Армянской ССР . . . . . 181

### ФИЗИОЛОГИЯ

- Д. С. Мелконян, С. Г. Адамян, Т. Г. Арешян, Х. А. Роолайд, А. М. Шамшинова*—Частотные характеристики осцилляторного потенциала в электрокардиограмме человека . . . . . 186

## C O N T E N T S

## MATHEMATICS

- V. L. Shirvanian*—On infinite aperiodic successions consisting of two letters . . . . . 131
- F. H. Mamikonian*—On estimates of solutions of some multidimension integral inequalities . . . . . 139

## PHYSICS

- F. P. Safarian*—Mechanism of electron-phonon cross-relaxational transition of electron excitation energy in impurity laser crystals . . . . . 146

## CHEMICAL PHYSICS

- O. K. Davtian*—Kinetics of chain reactions of fuel combustion and cracking processes in the internal-combustion engines . . . . . 152

## TECTONICA

- A. A. Gabriellian*—Tectonic division of Armenian and adjacent parts of Anticaucausus . . . . . 157

## BIOCHEMISTRY

- Z. S. Mkrtchian, M. G. Gasaryants, L. S. Nersessova, Z. I. Akopyan*—Preparation of high purified creatine kinase from rabbit muscles by affinity chromatography . . . . . 163

## AGROCHEMISTRY

- A. Sh. Galstian, Z. V. Antonian*—Determination sulfiteoxidase activity of soils . . . . . 168

## GENETICS OF PLANT

- G. A. Sahakian, H. A. Sarkisian*—Heterosis of  $F_1$  hybrids received by crossing the induced mutants of wheat . . . . . 171

## PLANT PHYSIOLOGY

- V. O. Kazarian, I. A. Gevorkian*—On the question of the role of aeral roots in vital capacity of Kalanchoe plants . . . . . 176

## ENTOMOLOGY

- E. A. Kachvorian, A. E. Terterian*—New species of black-flies (Diptera, Simuliidae) from Armenian SSR. . . . . 181

## PHYSIOLOGY

- D. S. Melkonian, S. G. Adamian, T. G. Areshian, H. A. Roolaid, A. M. Schamshinova*—Frequency characteristics of the oscillatory potential in the human electroretinogramm. . . . . 186

Техн. редактор АЗИЗБЕКЯН Л. А.

Сдано в набор 18.11.1981. Подписано к печати 2.12.1981. ВФ 11036.  
Бумага № 1, 70×108<sup>1</sup>/<sub>16</sub>. Плоскопечать. Печ. лист. 4,0. Усл. печ. лист. 5,6.  
Учет.-изд. 3,85. Тираж 500. Заказ 891. Издат. 5559.  
375019, Ереван, Барекамутиян, 24-г. II эт., 1 к.

Типография Издательства Академии наук АрмССР, 378310. г. Эчмиадзин

УДК 510.5

МАТЕМАТИКА

В. Л. Ширванян

О бесконечных апериодических последовательностях  
 из двух букв

(Представлено чл.-корр. АН Армянской ССР Р. А. Александряном 18/III 1981)

Известно, что существует бесконечная апериодическая последовательность слов в двухбуквенном алфавите  $\{a, b\}$  без вхождений слов вида  $E^{3^k}$ , где  $E$  непусто (см., например, <sup>(1)</sup>, гл. 1, §3). Однако в слова этой последовательности входят квадраты обеих букв. В связи с этим возникает вопрос о существовании такой последовательности без вхождения квадратов обеих букв или одной буквы.

Если требовать, чтобы не было квадратов обеих букв  $a$  и  $b$ , то последовательность, очевидно, оборвется очень скоро, так как после буквы  $a$  должна быть буква  $b$ , а после  $b$  должна быть  $a$ ; следовательно, слово  $(ab)^3$  будет входить в любое слово  $X$ , для которого  $d(X) > 6$  ( $d(X)$  — длина слова  $X$ , т. е. число вхождения букв в  $X$ ).

Если допускать вхождения квадрата только одной буквы, то опять не может быть апериодической последовательности, без вхождения непустых слов вида  $E^3$ . Действительно, пусть последовательность не содержит, например, вхождения  $a^2$  и содержит вхождения  $b^2$ . В этом случае после буквы  $a$  идет буква  $b$ , а после  $b$  должно быть или  $a$ , или слово  $ba$ .

Для определенности рассмотрим слова, которые начинаются с буквы  $a$ . Тогда имеем следующие последовательности (в процессе образования слов мы выбрасываем те продолжения, в которых встречается  $E^3$ ):

$ababb, ababbab, \dots,$   
 $abbab, abbababb, \dots,$   
 $abbabbababb, \dots$

Очевидно, достаточно рассмотреть первую последовательность.

\*  $E^n \overline{a} \underbrace{EE \dots E}_n$

За словом  $ab$  должно быть слово  $abb$  (в противном случае слово будет содержать  $(ab)^3$ ), а за словом  $abb$  должно быть слово  $ab$ , так как в противном случае появится подслово  $(bab)^3$ . Легко заметить, что первая последовательность обрывается на слове  $ababbababbabab$ .

Таким образом, в двухбуквенном алфавите не может быть аperiodической последовательности без вхождения слов вида  $E^3$  при непустом  $E$  и без квадрата хотя бы одной из букв. Следовательно, если разрешить только вхождение  $b^2$ , то естественно говорить о бесконечной последовательности без вхождения непустых подслов вида  $E^4$ .

Но можно разрешать только вхождения  $b^3$  и не разрешать вхождения  $a^2$  и  $b^4$ .

Мы получаем следующие две теоремы, доказательство которых является целью настоящей статьи.

*Теорема 1. Существует бесконечная последовательность слов в двухбуквенном алфавите  $\{a, b\}$*

$$V_1, V_2, \dots, V_i, \dots$$

*такая, что при каждом  $j$  в слово  $V_j$  не входит никакое непустое слово  $E^4$  и не входит  $a^2$ .*

*Теорема 2. Существует бесконечная последовательность слов в двухбуквенном алфавите  $\{a, b\}$*

$$C_1, C_2, \dots, C_i, \dots$$

*такая, что при каждом  $j$  в слово  $C_j$  не входит никакое непустое слово вида  $E^3$ , при  $E \neq b$ , и не входят  $a^2$  и  $b^4$ .*

Для доказательства этих теорем мы применяем бесконечную аperiodическую последовательность слов в трехбуквенном алфавите  $\mathfrak{X} = \{1, 2, 3\}$  без вхождений непустых слов вида  $E^2$ . Алгоритм построения такой последовательности предложен Аршоном <sup>(2)</sup> (см. также <sup>(1)</sup>, гл. 1, § 3). Приведем первые три слова  $A_j$  этой последовательности:

$$A_1 = 123,$$

$$A_2 = 123132312,$$

$$A_3 = 123132312321312132312321231.$$

Доказательство теоремы 1. На множестве слов в алфавите  $\mathfrak{X}$  определим функцию  $\nu$ , значениями которой являются слова в алфавите  $\{a, b\}$ . Положим:

$$\nu(1) \Leftarrow bab, \quad \nu(2) \Leftarrow habab, \quad \nu(3) \Leftarrow bababab \quad (1)$$

и для любого слова  $X$  в алфавите  $\mathfrak{X}$  через  $\nu(X)$  обозначим результат подстановки в  $X$  вместо цифры  $i$  слова  $\nu(i)$  ( $i=1, 2, 3$ ). Слова  $\nu(i)$  назовем компонентами слова  $\nu(X)$ .

Замечание 1. Очевидно, для любого слова  $X$  в алфавите  $\mathfrak{X}$  в слово  $\nu(X)$  не входят слова  $a^2$  и  $b^3$ . Если  $d(X) > 1$ , то в слово  $\nu(X)$

входит слово  $b^2$ , причем  $b^2$  появляется только на „стыках“ двух компонент. Число вхождений  $b^2$  в слово  $\nu(X)$  равно  $d(X)-1$ . Максимальная степень слова  $ab$  ( $ba$ ), входящая в слова  $\nu(i)$  ( $i=1, 2, 3$ ), равна 3.

Из сделанного замечания следует соотношение

$$Pb^2Q \overline{\nu(X)} \Leftrightarrow X \overline{\nu^{-1}(Pb)\nu^{-1}(bQ)}. \quad (2)$$

Следовательно,

$$\nu(X) \overline{\nu(Y)} \Leftrightarrow X \overline{Y},$$

т. е. отображение  $Y = \nu(X)$  взаимно-однозначно.

Докажем, что слова  $B_j = \nu(A_j)$  при  $j \geq 1$  удовлетворяют условиям теоремы 1.

Допустим, что при некоторых  $P$  и  $Q$

$$\nu(A_j) \overline{PE^4Q},$$

где  $E$  непусто. Тогда в силу замечания 1 в  $E$  входят обе буквы —  $a$  и  $b$ , т. е.  $d(E) > 1$ . Рассмотрим следующие возможные случаи:

- 1) в слово  $E$  входит  $b^2$ ,
- 2) в слово  $E$  не входит  $b^2$ .

В случае 1) имеем  $E \overline{Rb^2S}$ , при некоторых  $R$  и  $S$ , где слово  $RS$  непусто. Тогда имеем

$$\nu(A_j) \overline{PRb^2SRb^2SRb^2SRb^2SQ}.$$

Отсюда в силу соотношения (2) получаем

$$A_j \overline{\nu^{-1}(PRb)\nu^{-1}(bSRb)\nu^{-1}(bSRb)\nu^{-1}(bSRb)\nu^{-1}(bSQ)},$$

т. е. в слово  $A_j$  входит куб непустого слова  $\nu^{-1}(bSRb)$ , что противоречит выбору последовательности  $A_j$ .

Пусть теперь имеет место случай 2). Докажем, что слово  $E$  начинается и кончается буквой  $b$ . Оно не может начинаться и заканчиваться буквой  $a$ , так как в этом случае слово  $E^2$  и, следовательно,  $\nu(A_j)$  содержало бы  $a^2$ .

Из  $d(E) \geq 2$  следует  $d(E^4) \geq 8$ . Отсюда и из неравенств  $d(\nu(i)) \leq 7$  ( $i=1, 2, 3$ ) в силу замечания 1 следует, что  $b^2$  входит в  $E^4$ , но это неверно как при  $E \overline{ab}$ , так и при  $E \overline{ba}$ . Следовательно,  $E$  начинается и кончается буквой  $b$ , т. е.  $E \overline{bE_1b}$  при некотором  $E_1$ , где  $d(E_1) \geq 1$ . Тогда имеем

$$\nu(A_j) \overline{PbE_1b^2E_1b^2E_1b^2E_1bQ}.$$

В силу соотношения (2) получаем

$$A_j \overline{\nu^{-1}(PbE_1b)\nu^{-1}(bE_1b)\nu^{-1}(bE_1b)\nu^{-1}(bE_1bQ)},$$

т. е. слово  $A_j$  содержит квадрат непустого слова  $\nu^{-1}(bE_1b)$ , что опять противоречит выбору последовательности  $A_j$ .

Второе требование теоремы 1 следует из замечания 1.

Доказательство теоремы 2. В определении функции  $\nu$  вместо (1) положим

$$\nu(1) \Leftrightarrow bab, \quad \nu(2) \Leftrightarrow bab^2, \quad \nu(3) \Leftrightarrow babab^2. \quad (3)$$

Замечание 2. Очевидно, что для любого слова  $X$  в алфавите  $\mathfrak{M}$  слово  $\nu(X)$  не содержит вхождений  $a^2$  и  $b^4$ . При  $\partial(X) > 1$  слово  $\nu(X)$  содержит  $b^2$ . Оно может содержать также вхождения  $b^3$ , причем только на „стыках“ двух компонент. Максимальная степень слова  $ab$  ( $ba$ ), входящая в слова  $\nu(i)$  ( $i=1, 2, 3$ ), равна двум.

Из сделанного замечания и равенств (3) получаем соотношения:

$$Pab^2aQ \overline{\nu(X)} \Rightarrow X \overline{\nu^{-1}(Pab)} \nu^{-1}(baQ), \quad (4)$$

$$Rb^3S \overline{\nu(X)} \Rightarrow X \overline{\nu^{-1}(Pb^2)} \nu^{-1}(bS). \quad (5)$$

Отсюда следует эквивалентность:

$$\nu(X) \overline{\nu(Y)} \Leftrightarrow X \overline{Y}.$$

Докажем, что слова

$$C_j \Leftrightarrow \nu(A_j) \quad (j=1, 2, \dots)$$

составляют указанную в теореме 2 последовательность.

В силу замечания 2 слова  $C_j$  не содержат вхождения  $a^2$  и  $b^4$ .

Допустим, что при некоторых  $P$  и  $Q$

$$\nu(A_j) \overline{PE^3Q}, \quad \text{где } E \neq b,$$

Возможны следующие случаи:

- а) слово  $E$  содержит  $b^3$ ,
- б) слово  $E$  не содержит  $b^3$  и содержит  $b^2$ ,
- в) слово  $E$  не содержит  $b^2$ .

В случае а) имеем  $E \overline{E_1b^3E_2}$  при некоторых  $E_1$  и  $E_2$ , где  $E_1E_2$  не пусто. Тогда

$$\nu(A_j) \overline{PE_1b^3E_2E_1b^3E_2E_1b^3E_2Q}$$

и в силу соотношения (5) получаем

$$A_j \overline{\nu^{-1}(PE_1b^2)} \nu^{-1}(bE_2E_1b^2) \nu^{-1}(bE_2E_1b^2) \nu^{-1}(bE_2Q),$$

т. е.  $A_j$  содержит квадрат непустого слова  $\nu^{-1}(bE_2E_1b^2)$ , что противоречит выбору слов  $A_j$ .

Аналогичным образом в силу соотношения (4) следует невозможность случая б).

Пусть теперь имеет место случай в). Так как слова  $\nu(A_j)$  не содержат  $a^2$ , то слово  $E$  не может начинаться и заканчиваться буквой  $a$ . Так как  $\partial(E) \geq 2$ , то  $\partial(E^3) \geq 6$ . Отсюда в силу неравенств  $\partial(\nu(i)) \leq 6$  ( $i=1, 2, 3$ ) и замечания 2 следует, что  $b^2$  входит в слово  $E^3$ . Но это невозможно как при  $E \overline{aE_1b}$ , так и при  $E \overline{bE_1a}$ . Следовательно,  $E$  начинается и кончается буквой  $b$ , т. е.  $E \overline{bE_1b}$ , где  $E_1$  не пусто.

Тогда имеем

$$\nu(A_j) \overline{PbE_1bbE_1bbE_1bQ}.$$

Заметим, что по условию слово  $E_1$  должно начинаться и кончаться

буквой  $a$ . Тогда в силу выбора значений  $\nu(i)$  ( $i=1, 2, 3$ ) и замечаний 2 следует, что  $\partial(E_1)=1$ , т. е.  $E_1 \overline{=} a$ .

В силу соотношения (4) получаем

$$A_j \overline{=} \nu^{-1}(P)\nu^{-1}(bab)\nu^{-1}(bab)\nu^{-1}(babQ),$$

т. е. слово  $A_j$  содержит квадрат непустого слова  $\nu^{-1}(bab) \overline{=} 1$ , что опять противоречит выбору слов  $A_j$ .

Этим теорема 2 доказана.

Приношу благодарность С. И. Адяну за полезные замечания.

Ереванский политехнический  
институт им. К. Маркса

#### Վ. Լ. ՇԻՐՎԱՆՅԱՆ

### Երկու տառերից կազմված անվերջ ապերիոդիկ ճաշորդականությունների մասին

Հայտնի է, որ կարելի է կառուցել երկու  $a$  և  $b$  տառերից կազմված բառերի անվերջ հաջորդականություն, որը չի պարունակում  $EEE$  տեսքի ոչ դատարկ ենթաբառեր: Սակայն այդ հաջորդականությունը պարունակում է տառերի քառակուսիները՝  $aa$  և  $bb$ :

Հողվածում նախ ցույց է տրվում, որ չի կարելի կառուցել նշված տեսքի հաջորդականություն առանց գոնե մեկ տառի քառակուսու: Միաժամանակ կառուցվում է անվերջ հաջորդականություն առանց  $EEEE$  տեսքի ոչ դատարկ ենթաբառերի և առանց  $aa$ -ի:

Բացի այդ կառուցվում է անվերջ ապերիոդիկ հաջորդականություն, որը չի պարունակում  $EEE$  տեսքի ոչ դատարկ ենթաբառեր, որտեղ  $E \neq b$  և չի պարունակում  $aa$ :

#### ЛИТЕРАТУРА — ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

<sup>1</sup> С. И. Адян, Проблема Бернсайда и тождества в группах, Наука, М., 1975.

<sup>2</sup> С. Е. Аршон, Мат. сб., т. 2, № 4 (1937).

УДК 517.946

МАТЕМАТИКА

Ф. О. Мамиконян

Об оценках решений некоторых многомерных  
 интегральных неравенств

(Представлено академиком АН Армянской ССР М. М. Джрбашяном 23/IV 1981)

1. Основные результаты. Пусть  $R_+^n \equiv \{x = (x_1, \dots, x_n) \in R^n; x_i \geq 0, i = 1, 2, \dots, n\}$  и  $R_+^{m,n} \equiv \{(\xi_m; x_n) \equiv (\xi_1, \dots, \xi_m; x_1 \dots x_n) \in R^{m+n}; \xi_i \geq 0, i = 1, \dots, m; x_p \geq 0, p = 1, \dots, n\}$ . Обозначим  $Q^{m,n} \equiv \{(\xi_m; x_n) \in R_+^{m,n}; m \leq n; \xi_i \leq x_i, i = 1, 2, \dots, m\}$ .

Пусть, далее,  $k$  — некоторое удовлетворяющее условию  $1 \leq k \leq n$  натуральное число. Обозначим  $(t_k, x_n) \equiv (t_1, \dots, t_k, x_{k+1}, \dots, x_n)$ ,  $(\xi_m; t_k, x_n) \equiv (\xi_1, \dots, \xi_m; t_1 \dots t_k, x_{k+1} \dots x_n)$  и  $x_{i,j} \equiv (x_i, x_{i+1}, \dots, x_j)$ ,  $(t_{i,j}; x_{k,e}) \equiv (t_i, t_{i+1}, \dots, t_j; x_k, x_{k+1}, \dots, x_e)$ .

В классе определенных в  $R_+^n$  и локально интегрируемых с квадратом в  $R_+^k$  функций рассматривается интегральное неравенство типа Гронуолла

$$u(x) \leq f(x) + g(x) \int_0^{x_1} \dots \int_0^{x_k} a(t_k, x_n) u(t_k, x_n) dt_1 \dots dt_k \quad (1.1)$$

почти всюду в  $R_+^n$ , где  $1 \leq k \leq n$ , а  $f(x)$ ,  $g(x)$  и  $a(x)$  — некоторые определенные в  $R_+^n$  и локально интегрируемые с квадратом в  $R_+^k$  функции.

При изучении неравенств подобного рода важную роль играет следующая

Лемма 1. Пусть  $f(x)$ ,  $g(x)$  и  $a(x)$  — некоторые определенные в  $R_+^n$  и локально интегрируемые с квадратом в  $R_+^k$  функции. Пусть, кроме того, функции  $g(x)$  и  $a(x)$  неотрицательны всюду в  $R_+^n$ .

Тогда для любой удовлетворяющей неравенству (1.1) функции  $u(x)$  имеет место неухудшаемая оценка

$$u(x) \leq f(x) + g(x) \int_0^{x_1} \dots \int_0^{x_k} a(t_k, x_n) f(t_k, x_n) R(t_k; x_n) dt_1 \dots dt_k, \quad (1.2)$$

где  $R(t_k; x_n)$  — решение интегрального уравнения

$$R(t_k; x_n) = 1 + \int_{t_1}^{x_1} \dots \int_{t_k}^{x_k} a(s_k, x_n) g(s_k, x_n) R(t_k; s_k, x_n) ds_1 \dots ds_k. \quad (1.3)$$

Таким образом, задача сводится к нахождению или оценке решения интегрального уравнения (1.3). С точки зрения приложений наиболее интересны оценки, выражающиеся через функции, поведение которых хорошо изучено. Ниже приводятся некоторые результаты в этом направлении.

**Теорема 1.** Пусть выполнены все условия леммы 1 и, кроме того, функция  $f(x)$  неотрицательна всюду в  $R_+^n$ .

Тогда для любой удовлетворяющей неравенству (1.1) функции  $u(x)$  имеет место оценка

$$u(x) \leq f(x) + g(x) \int_0^{x_1} \dots \int_0^{x_k} a(t_k, x_n) f(t_k, x_n) \exp \alpha(t_k; x_n) dt_1 \dots dt_k, \quad (1.4)$$

где

$$\alpha(t_k; x_n) \equiv \int_{t_1}^{x_1} \dots \int_{t_k}^{x_k} a(s_k, x_n) g(s_k, x_n) ds_1 \dots ds_k. \quad (1.5)$$

Отметим, что если  $f(x) \equiv 0$ , неравенство (1.1) влечет за собой  $u(x) \leq 0$ .

Для дальнейшего нам понадобится

**Определение.** Пусть  $1 \leq p \leq n$ . В множестве  $p$ -мерных векторов  $(x_1, x_2, \dots, x_p)$  введем частичное упорядочение:  $(x_1, \dots, x_p) \leq (y_1, \dots, y_p)$  эквивалентно  $x_s \leq y_s, s = 1, 2, \dots, p$ . В дальнейшем всегда подразумевается именно это покомпонентное частичное упорядочение.

Определенную в  $R_+^n$  функцию  $v(x)$  назовем неубывающей относительно вектора  $(x_1, \dots, x_p)$ , если из того, что  $(x_1, \dots, x_p) \leq (y_1, \dots, y_p)$ , следует  $v(x_1, \dots, x_p, x_{p+1}, \dots, x_n) \leq v(y_1, \dots, y_p, x_{p+1}, \dots, x_n)$ .

Аналогично можно ввести понятие функции, неубывающей относительно произвольного вектора  $(x_{l_1}, \dots, x_{l_m})$ .

**Теорема 2.** Пусть выполнены все условия теоремы 1 и, кроме того, функции  $f(x)$  и  $g(x)$  не убывают относительно вектора  $(x_1, \dots, x_k)$ .

Тогда для любой удовлетворяющей неравенству (1.1) функции  $u(x)$  имеет место оценка

$$u(x) \leq f(x) + g(x) \int_0^{x_1} \dots \int_0^{x_k} a(t_k, x_n) f(t_k, x_n) \exp\{g(t_k, x_n) \alpha(0; t_k, x_n) dt_1 \dots dt_k\}, \quad (1.6)$$

где функция  $\alpha(0; x_n)$  определяется выражением (1.5).

Следствие 1. В предположениях теоремы 2 для любой удовлетворяющей неравенству (1.1) функции  $u(x)$  имеет место оценка

$$u(x) \leq f(x) \cdot \exp\{g(x) \cdot \alpha(0; x_n)\}, \quad (1.7)$$

где функция  $\alpha(0; x_n)$  определяется выражением (1.5).

Приведенные здесь оценки выражены через экспоненциальную функцию. Оказывается, что для некоторых частных классов функций  $a(x)$  и  $g(x)$  эти оценки можно уточнить.

Определение. Пусть  $1 \leq m \leq n$ . Определенную в  $R_+^n$  функцию  $z(x)$  назовем мультипликативной функцией степени  $m$ , если существует последовательность натуральных чисел  $p_0, p_1, \dots, p_m$  такая, что  $1 = p_0 \leq p_1 \leq p_2 \leq \dots \leq p_{m-1} \leq p_m = n$  и

$$z(x) = \prod_{i=1}^m z_i(x_{p_{i-1}, p_i}). \quad (1.8)$$

Естественно считать, что если функция  $z(x)$  локально интегрируема с квадратом в  $R_+^k$  и неотрицательна в  $R_+^n$ , эти свойства соответственно наследуются функциями  $z_i$  ( $i = 1, 2, \dots, m$ ).

Прежде чем сформулировать соответствующий результат, обозначим

$$\alpha(t_{p_1, p_2}; x_{p_1, p_2}; z) \equiv \int_{t_{p_1}}^{x_{p_1}} \dots \int_{t_{p_2}}^{x_{p_2}} z(\xi_1, \dots, \xi_t, x_{p_2+1}, \dots, x_{p_1}) d\xi_1 \dots d\xi_t \quad (1.9)$$

для произвольной локально суммируемой в  $R_+^t$  ( $t = p_2 - p_1$ ) функции  $z(x_{p_1, p_2})$  и любых натуральных чисел  $p_1, p_2, p_3$  таких, что  $p_1 \leq p_2 \leq p_3$ .

Обозначим также

$$I_m(\tau) \equiv \sum_{k=0}^{\infty} \frac{\tau^k}{(k!)^m} \quad (1.10)$$

для произвольного натурального числа  $m$ . Очевидно, что  $I_m(\tau)$  является целой функцией переменной  $\tau$ .

Имеет место

Теорема 3. Пусть выполнены все условия теоремы 1 и, кроме того,  $a(x) \cdot g(x)$  является мультипликативной функцией некоторой степени  $m$ .

Тогда для любой удовлетворяющей неравенству (1.1) функции  $u(x)$  имеет место оценка

$$u(x) \leq f(x) + g(x) \int_0^{x_1} \dots \int_0^{x_n} a(s) f(s) I_m\{\tau(s_n; x_n; z_1 \dots z_m)\} ds_1 \dots ds_n \quad (1.11)$$

при  $k = n$  и

$$u(x) \leq f(x) + g(x) \int_0^{x_1} \dots \int_0^{x_k} a(s_k x_n) f(s_k, x_n) I_r\{\mu(s_k; x_n; z_1 \dots z_m)\} ds_1 \dots ds_k \quad (1.12)$$

при  $k < n$ ; причем  $I_l(\xi)$  определяется выражением (1.10),  $r$  — натуральное число такое, что  $p_{r-1} \leq k \leq p_r$ ,

$$\tau(s_n; x_n; z \dots z_m) \equiv \prod_{l=1}^m \alpha_l(s_{p_{l-1}, p_l}; x_{p_{l-1}, p_l}; z_l), \quad (1.13)$$

$$\begin{aligned} & \mu(s_k; x_n; z_1, \dots, z_m) \equiv \\ & \equiv \prod_{l=1}^{r-1} \alpha_l(s_{p_{l-1}, p_l}; x_{p_{l-1}, p_l}; z_l) \alpha_r(s_{p_{r-1}, k}; x_{p_{r-1}, p_r}; z_r) \prod_{l=r}^{m-1} z_{l+1} x_{p_{l+1}, p_{l+1}} \end{aligned} \quad (1.14)$$

и, наконец, каждая  $\alpha_l$  определяется соответствующим выражением (1.9).

При этом, если  $k = n = m$  или  $k < n$  и

$$a(x) \cdot g(x) = \prod_{i=1}^k z_i(x_i) \cdot z_{k+1}(x_{k+1}, n) \quad (1.15)$$

то оценка (1.11) (и соответственно (1.12)) является наилучшей.

Заметим, что при  $m = 1$  утверждение теоремы 3 сводится к утверждению теоремы 1. Отметим также, что если функция  $a(x) \cdot g(x)$  не зависит явным образом от некоторых переменных  $x_{i_s}, \dots, x_{i_p}$  ( $i_s \leq k, s = 1, \dots, p$ ), она является мультипликативной функцией степени выше 1 и к решению интегрального неравенства (1.1) применимы более точные оценки (1.11) и (1.12).

Аналогичным образом может быть обобщено утверждение теоремы 2.

Теорема 4. Пусть выполнены все условия теоремы 1 и, кроме того,  $f(x)$  и  $g(x)$  не убывают относительно вектора  $(x_1, \dots, x_k)$ , а  $a(x)$  — мультипликативная функция некоторой степени  $m$ , т. е.

$$a(x) = \prod_{i=1}^m a_i(x_{p_{i-1}, p_i}). \quad (1.16)$$

Тогда в обозначениях теоремы 3 для любой удовлетворяющей неравенству (1.1) функции  $u(x)$  имеет место оценка

$$u(x) \leq f(x) + g(x) \int_0^{x_1} \dots \int_0^{x_k} a(s) f(s) I_m \{g(s) \tau(0; s_n; a_1 \dots a_m)\} ds_1 \dots ds_n \quad (1.17)$$

при  $k=n$  и

$$u(x) \leq f(x) + g(x) \int_0^{x_1} \dots \int_0^{x_k} a(s_k, x_n) f(s_k, x_n) I_r \{g(s_k, x_n) \mu(0; s_k, x_n; a_1 \dots a_m)\} ds_1 \dots ds_k \quad (1.18)$$

при  $k < n$ .

Следствие 2. В предположениях и обозначениях теоремы 4 для любой удовлетворяющей неравенству (1.1) функции  $u(x)$  имеет место оценка

$$u(x) \leq f(x) \cdot I_m \{g(x) \cdot \tau(0; x_n; a_1 \dots a_m)\} \quad (1.19)$$

при  $k=n$  и

$$u(x) \leq f(x) \cdot I_r \{g(x) \cdot \mu(0; x_n; a_1 \dots a_m)\} \quad (1.20)$$

при  $k < n$ .

Заметим, что все результаты настоящей работы можно распространить на интегральные неравенства

$$u(x) \leq f(x) + \sum_{i=1}^m g_i(x) \int_0^{x_1} \dots \int_0^{x_k} a_i(t_k, x_n) u(t_k, x_n) dt_1 \dots dt_k, \quad (1.21)$$

если положить  $g(x) \equiv \max_{1 \leq i \leq m} g_i(x)$  и  $a(x) \equiv \sum_{i=1}^m a_i(x)$ .

С другой стороны, все сформулированные утверждения остаются в силе, если интегральное неравенство (1.1) рассматривать в классе измеримых и существенно ограниченных в произвольной ограниченной подобласти  $D \subset R_+^n$  функций, т. е.  $u \in L_{\infty}^{loc}(R_+^n)$ . Для этого достаточно предположить, что функции  $f(x)$ ,  $g(x)$ ,  $a(x)$  неотрицательны всюду в  $R_+^n$ ,  $f(x)$ ,  $g(x) \in L_{\infty}^{loc}(R_+^n)$  и  $a(x)$  локально суммируема в  $R_+^n$ .

В связи с оценками (1.11), (1.12), (1.17), (1.18), (1.19) и (1.20) встает вопрос о поведении функции  $I_m(\tau)$  при  $\tau \rightarrow +\infty$ . Заметим, что при  $m=2$   $I_2(\tau) = I_0(2\sqrt{\tau})$ , где  $I_0(s)$  — функция Бесселя нулевого порядка, асимптотика которой хорошо изучена. С другой стороны, согласно известной формуле Стирлинга

$$(2\pi)^{-\frac{m}{2}} \cdot e^{-\frac{m}{12}} \cdot E_{1/m}(\tau; 1) \leq I_m(\tau) \leq \sqrt{m} \cdot e^{\frac{1}{12m}} \cdot E_{1/m}(m^m \tau; 1); \quad m=2, 3 \dots,$$

где

$$E_p(z; \mu) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{z^k}{\Gamma(\mu + kp^{-1})}$$

есть функция типа Миттаг-Лефлера, поведение которой подробно изучено в монографии М. М. Джрбашяна (1). Таким образом, при  $\tau \rightarrow +\infty$  функция  $I_m(\tau)$  ведет себя как функция типа Миттаг-Лефлера порядка  $1/m$ . В частности, отсюда следует, что

$$I_m(\tau) \leq \sqrt{m} \cdot e^{\frac{1}{12m}} \cdot \exp\left\{m \cdot \frac{1}{\tau^m}\right\}; \quad m=2, 3 \dots \quad (1.22)$$

Изучению интегральных неравенств типа (1.1) при  $n=1$  и  $n=2$  посвящено большое число работ, хороший обзор которых можно найти в (3). Отметим только, что при  $n=1$  оценка (1.4) настоящей работы непосредственно совпадает с оценками, полученными в (4-6), а при  $n=2$  — с оценкой, полученной в (7). В частности, основополагающий при  $n=2$  результат Вендроффа (2) легко получается из предложенной здесь оценки (1.7). Для случая произвольного  $n$  интересные результаты получены в (8), где, в частности, получена оценка (1.7) настоящей работы для случая, когда  $g(x) \equiv 1$ . Отметим также, что сформулированные выше теоремы 3 и 4 позволяют уточнить результаты работы (8) для классов мультипликативных функций степени выше 1. Так, например, для решений интегрального неравенства

$$u(x) \leq f(x) + \int_0^{x_1} \dots \int_0^{x_n} a(t_1, t_2) b(t_3, t_4) dt_1 dt_2 dt_3 dt_4$$

согласно (8) имеем оценку

$$u(x) \leq f(x) \cdot \exp\left\{\int_0^{x_1} \int_0^{x_2} a(t_1, t_2) dt_1 dt_2 \cdot \int_0^{x_3} \int_0^{x_4} b(t_3, t_4) dt_3 dt_4\right\},$$

если функция  $f(x)$  не убывает по каждой из своих переменных, в то время как согласно (1.19) при тех же условиях

$$u(x) \leq f(x) \cdot I_0\left(2l \sqrt{\int_0^{x_1} \int_0^{x_2} a(t_1, t_2) dt_1 dt_2 \cdot \int_0^{x_3} \int_0^{x_4} b(t_3, t_4) dt_3 dt_4}\right),$$

где  $I_0(\tau)$  — функция Бесселя нулевого порядка. С другой стороны, предложенные здесь результаты позволяют перенести результаты работы (8) на более общие классы интегральных неравенств.

2. Доказательство. Нам понадобится следующая легко доказываемая

Лемма 2. Обозначим

$$\alpha(t_k; x_n) \equiv \int_{t_1}^{x_1} \dots \int_{t_k}^{x_k} a(s_k, x_n) ds_1 \dots ds_k,$$

где  $1 \leq k \leq n$  и  $a(x)$  — определенная и неотрицательная в  $R_+^n$  и локально суммируемая в  $R_+^k$  функция. Оценки

$$\int_{t_1}^{x_1} \dots \int_{t_k}^{x_k} \alpha^p(t_k; s_k, x_n) \frac{\partial^k \alpha(t_k; s_k, x_n)}{\partial s_1 \dots \partial s_k} ds_1 \dots ds_k \leq \frac{\alpha^{p+1}(t_k; x_n)}{p+1} \quad (2.1)$$

имеют место для любого натурального  $p$ .

Перейдем к доказательству сформулированных в 1 утверждений.

1. Самое простое доказательство утверждения леммы 1 можно получить, основываясь на том, что в предположении неотрицательности функции  $a(x) \cdot g(x)$  решение интегрального уравнения

$$v(x) = f(x) + g(x) \int_0^{x_1} \dots \int_0^{x_k} a(t_k, x_n) v(t_k, x_n) dt_1 \dots dt_k \quad (2.2)$$

является наилучшей оценкой сверху для удовлетворяющих неравенству (1.1) функций. То, что определяемая правой частью (1.2) функция есть решение интегрального уравнения (2.2), проверяется непосредственной подстановкой.

2. Очевидно, что решение интегрального уравнения (1.3) имеет вид

$$R(t_k; x_n) = \sum_{p=0}^{\infty} R_p(t_k; x_n), \quad (2.3)$$

где

$$R_0(t_k; x_n) \equiv 1,$$

$$R_p(t_k; x_n) = \int_{t_1}^{x_1} \dots \int_{t_k}^{x_k} a(s_k, x_n) g(s_k, x_n) R_{p-1}(t_k; s_k, x_n) ds_1 \dots ds_k; \quad p=1, 2, \dots \quad (2.4)$$

Основываясь на лемме 2, можно легко показать, что для функций  $R_p(t_k; x_n)$  имеют место оценки

$$R_p(t_k; x_n) \leq \frac{1}{p!} \cdot \alpha^p(t_k; x_n); \quad p=1, 2, \dots,$$

где функция  $\alpha(t_k; x_n)$  определяется выражением (1.5). Тогда согласно (2.3),  $R(t_k; x_n) \leq \exp \alpha(t_k; x_n)$  и утверждение теоремы 1 будет непосредственно следовать из оценки (1.2) для любой удовлетворяющей неравенству (1.1) функции  $u(x)$ .

3. Решение интегрального уравнения (2.2) имеет вид

$$v(x) = \sum_{p=0}^{\infty} v_p(x), \quad (2.5)$$

где

$$v_0(x) \equiv f(x),$$

$$v_p(x) = g(x) \int_0^{x_1} \dots \int_0^{x_k} a(t_k, x_n) v_{p-1}(t_k, x_n) dt_1 \dots dt_k; \quad p=1, 2, \dots \quad (2.6)$$

Как и в предыдущем случае, на основе леммы 2 можно показать, что

$$v_p(x) \leq g(x) \int_0^{x_1} \dots \int_0^{x_k} a(t_k, x_n) f(t_k, x_n) g^{p-1}(t_k, x_n) \frac{\alpha^{p-1}(0; t_k, x_n)}{(p-1)!} dt_1 \dots dt_k; \quad p=1, 2, \dots, \quad (2.7)$$

где функция  $\alpha(0; x_n)$  определяется выражением (1.5). Тогда согласно (2.5)

$$v(x) \leq f(x) + g(x) \int_0^{x_1} \dots \int_0^{x_k} a(t_k, x_n) f(t_k, x_n) \exp\{g(t_k, x_n) \alpha(0; t_k, x_n)\} dt_1 \dots dt_k,$$

что и доказывает теорему 2, так как  $u(x) \leq v(x)$  для любой удовлетворяющей неравенству (1.1) функции  $u(x)$ .

Заметим, что в предположениях теоремы 2 из (2.7) следует, что

$$v_p(x) \leq f(x) \cdot \frac{1}{p!} [g(x) \cdot \alpha(0; x_n)]^p; \quad p=1, 2, \dots,$$

откуда уже стандартными рассуждениями можно получить утверждение следствия 1.

4. Доказательство теоремы 3 для простоты проведем для случая  $k=n$ . Случай  $k < n$  приводит лишь к усложнению обозначений.

Как и при доказательстве теоремы 1, решение интегрального

уравнения (1.3) определяется функциональным рядом (2.3), каждый элемент которого удовлетворяет рекуррентному соотношению (2.4). Используя мультипликативность функции  $a(x) \cdot g(x)$ , на основе леммы 2 можно показать, что

$$R_p(t_n, x_n) \leq \frac{1}{(p!)^m} [a_1(t_{1,p_1}; x_{1,p_1}; z_1) \cdot \dots \cdot a_m(t_{p_{m-1},n}; x_{p_{m-1},n}; z_m)]^p;$$

$$p = 1, 2, \dots \quad (2.8)$$

где каждое из  $a_i$  определяется соответствующим выражением (1.9). При этом для  $m=n$  (2.8) представляет собой точное равенство. Подставляя (2.8) в (1.2), получим оценку для удовлетворяющих неравенству (1.1) функций, которая совпадает с (1.11), причем для  $m=n$  эта оценка является наилучшей.

Утверждение теоремы 4 доказывается по той же схеме, только вместо рекуррентных соотношений (2.4) для последовательных приближений решения интегрального уравнения (1.3) необходимо рассматривать рекуррентные соотношения (2.6) для последовательных приближений решения интегрального уравнения (2.2) и воспользоваться тем, что функция  $a(x)$  мультипликативна, а  $f(x)$  и  $g(x)$  не убывают относительно вектора  $(x_1, x_2, \dots, x_k)$ .

Исходя из оценок, получающихся при доказательстве теоремы 4 для последовательных приближений решения интегрального уравнения (2.2), можно легко получить предложенные выше оценки (1.19) и (1.20), которые составляют содержание следствия 2 настоящей работы.

Ереванский государственный университет

## 3. 2. ԽԱՄԻԿՈՆՑԱՆ

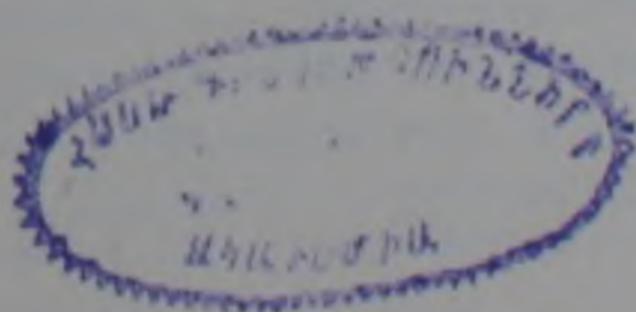
### Որոշ բազմաչափ ինտեգրալ անհավասարությունների գնահատականների մասին

Քառակուսով լուկալ հանրագումարելի ֆունկցիաների դասում դիտարկվում են Գրոնուոլի տիպի որոշ բազմաչափ ինտեգրալ անհավասարություններ: Այդպիսի անհավասարությունների լուծումների համար ստացված են վերին գնահատականներ, որոնք ընդհանրացնում են միաչափ և երկչափ դեպքերում հայտնի արդյունքները:

Մտցվում է  $m$ -րդ աստիճանի մուլտիպլիկատիվ ֆունկցիայի գաղափարը՝ իրր ինտեգրալ անհավասարության կորիզը հանդիսանում է  $m$ -րդ աստիճանի որևէ մուլտիպլիկատիվ ֆունկցիա, լուծումների համար բերվում են ավելի ճշգրիտ գնահատականներ Մասնավորապես, ցույց է տրվում, որ այդ լուծումների վարքը  $x \rightarrow +\infty$  դեպքում համընկնում է  $1/m$  կարգի Միտտագ-Լեֆլերի տիպի ֆունկցիայի վարքի հետ:

#### ЛИТЕРАТУРА — ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

- <sup>1</sup> М. М. Джрбашян, Интегральные преобразования и представление функций в комплексной области, Наука, М., 1966. <sup>2</sup> E. F. Beckenbach, R. Bellman, Inequalities, Springer-Verlag, Berlin/New York, 1961. <sup>3</sup> А. Н. Филатов, Л. В. Шарова, Интегральные неравенства и теория нелинейных колебаний, Наука, М., 1976. <sup>4</sup> И. В. Харламов, Укр. мат. журн., т. 7, № 4 (1955). <sup>5</sup> G. S. Jones, J. Soc. Ind. Appl. Math, 12, 43—57 (1964). <sup>6</sup> Ш. Г. Гамидов, Дифференциальные уравнения, т. 5, № 3 (1969). <sup>7</sup> Т. Нуримов, ДАН УзССР, № 11, (1971). <sup>8</sup> В. П. Бурлаченко, Н. И. Сиденко, Укр. мат. журн., т. 16, № 4 (1980).



УДК 535.341

ФИЗИКА

Ф. П. Сафарян

**Механизм электрон-фононной кросс-релаксационной  
передачи энергии электронного возбуждения в примесных  
лазерных кристаллах**

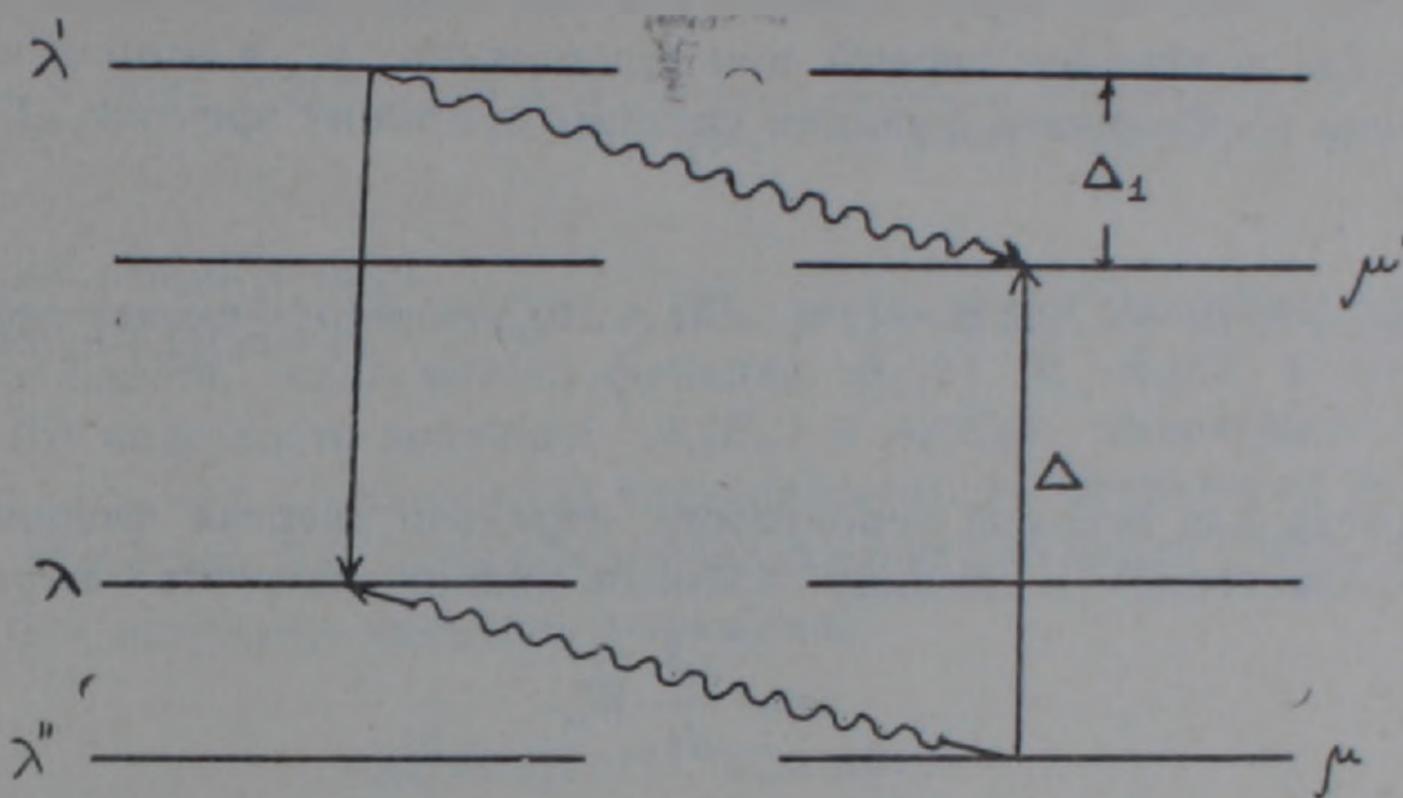
(Представлено чл.-корр. АН Армянской ССР М. Л. Тер-Микаеляном 18/VI 1981)

1. В <sup>(1)</sup> вычислена вероятность резонансной передачи энергии электронного возбуждения между двумя одинаковыми примесными ионами, находящимися в диэлектрических кристаллах. Считалось, что ионы связаны друг с другом через взаимодействие их оптических электронов с фононами решетки. Как известно, такая передача приводит к миграции энергии электронного возбуждения по примесным ионам. Поскольку при миграции возбужденные уровни как доноров, так и акцепторов идентичны, то миграция не может привести к непосредственному тушению люминесценции. Тушение происходит в отдельных примесных центрах, если имеются соответствующие каналы безызлучательного перехода энергии электронного возбуждения к тепловому резервуару фононов решетки. В настоящее время считается, что одним из механизмов таких безызлучательных переходов является процесс кросс-релаксации, при котором энергия электронного возбуждения без изменения переходит от одного примесного центра к другому, однако допускается, что возбужденный уровень акцепторного иона отличается от соответствующего уровня донорного иона. Если возбужденный уровень акцептора затем может распадаться, излучая световую энергию, то кросс-релаксационные процессы в конечном итоге приводят к изменению частотного спектра люминесценции. Однако если возбужденный уровень акцептора может распадаться безызлучательно, то кросс-релаксационные процессы приводят к тушению люминесценции.

В настоящей статье, используя метод двухвременных температурных функций Грина, мы получили формулу для вероятности кросс-релаксации. Эта формула является более общей, поскольку она содержит члены, соответствующие как «дальнодействующим», так и «короткодействующим» механизмам передачи энергии. В частном случае

они переходят в формулы для резонансной миграции энергии, которые получены в (1). Результаты численных вычислений для конкретных кристаллических систем мы приводим в другом сообщении.

2. Обозначим электронные состояния донорного иона посредством  $\lambda, \lambda', \dots$  и т. д., а электронные состояния акцептора — посредством  $\mu, \mu' \dots$  и т. д. (см. рисунок). Гамильтониан электрон-фононной сис-



темы типа примесных кристаллов можно представить в следующем общем виде:

$$H = \sum_{\nu} \epsilon_{\nu} a_{\nu}^{\dagger} a_{\nu} + \sum_{\alpha} \hbar \omega_{\alpha} b_{\alpha}^{\dagger} b_{\alpha} + \sum_{\nu, \nu'} \sum_{\alpha} B_{\alpha}^{(1)}(\nu, \nu') a_{\nu}^{\dagger} a_{\nu'} [b_{\alpha}^{\dagger} e^{-i \vec{x} \cdot \vec{R}'} + b_{\alpha} e^{i \vec{x} \cdot \vec{R}'}], \quad (1)$$

где  $a_{\nu}^{\dagger}, a_{\nu}$  — операторы рождения и уничтожения электронов в примесных электронных состояниях  $\nu$  ( $\nu$  может принимать как значения  $\lambda, \lambda' \dots$  и т. д., так и значения  $\mu, \mu' \dots$  и т. д.);  $b_{\alpha}^{\dagger}, b_{\alpha}$  — операторы рождения и уничтожения фононов решетки типа  $\alpha$  ( $\alpha$  заменяет два индекса  $\vec{x}, s$ , где  $\vec{x}$  — волновой вектор решетки,  $s$  — ветвь колебаний,  $\epsilon_{\nu}$  — энергия одноэлектронных состояний примесных ионов,  $\hbar \omega_{\alpha}$  — энергия фононов решетки,  $\vec{R}'$  — радиус-вектор примесного иона,  $B_{\alpha}^{(1)}(\nu, \nu')$  — коэффициенты электрон-фононного взаимодействия (ЭФВ) первого порядка\*).

Для конкретных систем типа активированных гранатов в (2) получены на основе учета кулоновского взаимодействия оптического электрона примесей с близко расположенными ионами решетки правильные выражения для этих коэффициентов.

Допустим, что в момент времени  $t=0$  первый ион находится в возбужденном состоянии  $\lambda'$ , а второй — в основном состоянии  $\mu$ . Очевидно, волновую функцию этого состояния в представлении чисел заполнения электронов ( $n_{\nu}$ ) и фононов ( $\nu_{\alpha}$ ) можно получить из

\* В задачах передачи энергии вклад членов более высоких порядков ничтожно мал.

основного состояния системы  $(n_\lambda, n_{\lambda'} \dots n_\mu, n_{\mu'} \dots v_\alpha)$ , воздействуя оператором  $a_{\lambda'}^+ a_{\lambda'}$ :

$$|0\rangle = |n_{\lambda'} + 1, \dots, n_{\lambda'} - 1, \dots, v_\alpha\rangle = \frac{a_{\lambda'}^+ a_{\lambda'} |n_{\lambda'} \dots n_{\mu'} \dots v_\alpha\rangle}{\sqrt{n_{\lambda'}(n_{\lambda'} + 1)}}. \quad (2)$$

Допустим, что через время  $t$  система переходит в такое состояние, когда возбужден первый ион в состоянии  $\lambda$ , а второй ион — в состоянии  $\mu'$ . Волновая функция системы в момент времени  $t$  тогда будет:

$$|t\rangle = |n_\lambda + 1, n_{\lambda'} - 1, \dots, n_\mu - 1, n_{\mu'} + 1, \dots, v_\alpha\rangle = \frac{a_\lambda^+ a_{\lambda'} a_{\mu'}^+ a_\mu |n_\lambda \dots n_{\mu'} \dots v_\alpha\rangle}{(1 + n_\lambda)(1 + n_{\mu'}) n_\lambda n_{\mu'}}. \quad (3)$$

Тогда для искомой вероятности передачи энергии (вероятность кросс-релаксации) в единицу времени можно написать выражение

$$w = \frac{d}{dt} W,$$

где

$$W = \frac{|\langle a_\mu^+ a_\mu a_\lambda^+ a_\lambda(t), a_\lambda^+ a_\lambda(0) \rangle|^2}{n_\lambda^2 n_{\mu'} (1 + n_\lambda)(1 + n_{\lambda'})(1 + n_{\mu'})}, \quad (4)$$

где можно подставить  $n_{\lambda'} = n_\mu = 1$ ,  $n_\lambda = n_{\lambda'} = n_{\mu'} = 0$ . Входящее в формулу (4) выражение корреляционной функции  $\langle A(t), B(0) \rangle = \langle n_\lambda \dots n_{\mu'} \dots v_\alpha | AB | n_\lambda \dots v_\alpha \rangle$ , представляющее собой как квантовомеханическое, так и статистическое усреднение оператора  $A \cdot B$  (где  $A = a_\mu^+ a_\mu a_\lambda^+ a_\lambda$ ;  $B = a_\lambda^+ a_\lambda$ ), можно найти, используя известную формулу

$$\langle A(t), B(0) \rangle = \lim_{\epsilon \rightarrow 0} \int \frac{e^{\beta E}}{e^{\beta E} + 1} \{ \langle\langle A|B \rangle\rangle_{E+i\epsilon} - \langle\langle A|B \rangle\rangle_{E-i\epsilon} \} e^{-iEt} dE; \quad (5)$$

$$\beta = \frac{1}{kT},$$

связывающую корреляционную функцию  $\langle A(t), B(0) \rangle$  с Фурье-представлением соответствующей двухвременной функции Грина  $\langle\langle A|B \rangle\rangle_E$ . Процедура составления и расщепления цепочки уравнений для функции типа  $\langle\langle A|B \rangle\rangle_E$  приведена, например, в (1,3). Нетрудно показать, что аналогичные расчеты приводят к следующему значению для рассматриваемой функции  $\langle\langle a_\mu^+ a_\mu a_\lambda^+ a_\lambda | a_\lambda^+ a_\lambda \rangle\rangle_E$ :

$$\langle\langle a_\mu^+ a_\mu a_\lambda^+ a_\lambda | a_\lambda^+ a_\lambda \rangle\rangle_E = \frac{i/2\pi A(E) n_\mu n_{\lambda'}}{(E - \epsilon_{\mu\mu'} - \epsilon_{\lambda\lambda'})(E - \epsilon_{\lambda'\lambda'})}, \quad (6)$$

где

$$\varepsilon_{\lambda'\lambda} = \varepsilon_{\lambda'} - \varepsilon_{\lambda};$$

$$A(E) = A_1(E) + A_2(E);$$

$$A_1(E) = - \sum_{\alpha} B_{\alpha}^{(1)}(\lambda, \mu) B_{\alpha}^{(1)}(\lambda', \mu') \left\{ \frac{v_{\alpha}}{\varepsilon_{\lambda\mu} + \hbar\omega_{\alpha}} + \frac{1+v_{\alpha}}{\varepsilon_{\lambda\mu} - \hbar\omega_{\alpha}} - \frac{v_{\alpha}}{\varepsilon_{\lambda'\mu'} - \hbar\omega_{\alpha}} - \frac{1+v_{\alpha}}{\varepsilon_{\lambda'\mu'} + \hbar\omega_{\alpha}} \right\}, \quad (7)$$

$$A_2(E) = \sum_{\alpha} B_{\alpha}^{(1)}(\lambda, \lambda') B_{\alpha}^{(1)}(\mu, \mu') \left\{ - \frac{v_{\alpha}}{\varepsilon_{\lambda'\lambda} - \hbar\omega_{\alpha}} - \frac{1+v_{\alpha}}{\varepsilon_{\lambda'\lambda} + \hbar\omega_{\alpha}} + \frac{v_{\alpha}}{\varepsilon_{\mu'\mu} + \hbar\omega_{\alpha}} + \frac{1+v_{\alpha}}{\varepsilon_{\mu'\mu} - \hbar\omega_{\alpha}} \right\}. \quad (8)$$

Подставляя формулу (6) в (5), мы получим интеграл, который легко решается, если вместо функций  $A_1(E)$  и  $A_2(E)$  в функции Грина (6) подставить значения  $A_1(E_m)$  и  $A_2(E_m)$ , полученные в максимуме ( $E_m = \varepsilon_{\mu'\mu} + \varepsilon_{\lambda\lambda'} = \varepsilon_{\lambda'\lambda}$ ) спектрального распределения функции  $\langle\langle a_{\mu}^{+} a_{\mu} a_{\lambda}^{+} a_{\lambda} | a_{\lambda}^{+} a_{\lambda} \rangle\rangle_E$ . Тогда для корреляционной функции  $\langle a_{\mu}^{+} a_{\mu} a_{\lambda}^{+} a_{\lambda}(t); a_{\lambda}^{+} a_{\lambda}(0) \rangle$  нетрудно получить выражение

$$\begin{aligned} & \langle a_{\mu}^{+} a_{\mu} a_{\lambda}^{+} a_{\lambda}(t), a_{\lambda}^{+} a_{\lambda}(0) \rangle = \\ & = \frac{A(E_m) n_{\mu} n_{\lambda'}}{\varepsilon_{\lambda'\lambda} - \varepsilon_{\mu'\mu}} \{ n(\varepsilon_{\mu'\mu} + \varepsilon_{\lambda\lambda'}) e^{i(\varepsilon_{\mu'\mu} + \varepsilon_{\lambda\lambda'})t} - n(\varepsilon_{\lambda'\lambda}) e^{-i\varepsilon_{\lambda'\lambda}t} \}, \quad (9) \end{aligned}$$

где  $n(E) = e^{\beta E} [e^{\beta E} + 1]^{-1}$ .

Подставляя формулу (9) в (4), для вероятности кросс-релаксации получим выражение

$$\omega = 2\pi N [A(E_m)]^2 \delta(\varepsilon_{\mu'\mu} - \varepsilon_{\lambda'\lambda}), \quad (10)$$

где

$$\begin{aligned} N &= \frac{n_{\mu} [1 - n(\varepsilon_{\lambda'\lambda})]^2}{(1 + n_{\lambda'}) (1 + n_{\lambda}) (1 + n_{\mu'})} \approx 1; \\ A(E_m) &= A_1(E_m) + A_2(E_m); \quad (11) \end{aligned}$$

$$A_1(E_m) = \frac{1}{\hbar} \sum_{\alpha} B_{\alpha}^{(1)}(\mu', \lambda') B_{\alpha}^{(1)}(\mu, \lambda) \left[ \frac{1}{\Delta_1 + \omega_{\alpha}} - \frac{1}{\Delta_1 - \omega_{\alpha}} \right]; \quad (12)$$

$$A_2(E_m) = - \frac{1}{\hbar} \sum_{\alpha} B_{\alpha}^{(1)}(\mu', \mu) B_{\alpha}^{(1)}(\lambda', \lambda) \left[ \frac{1}{\Delta + \omega_{\alpha}} - \frac{1}{\Delta - \omega_{\alpha}} \right]; \quad (13)$$

$$\Delta_1 = \frac{1}{\hbar} (\varepsilon_{\lambda} - \varepsilon_{\mu}) = \frac{1}{\hbar} (\varepsilon_{\lambda'} - \varepsilon_{\mu'}); \quad \Delta = \frac{1}{\hbar} (\varepsilon_{\lambda'} - \varepsilon_{\lambda}) = \frac{1}{\hbar} (\varepsilon_{\mu'} - \varepsilon_{\mu}).$$

3. В соответствии с двумя членами в сумме  $A(E_m)$  (11) вероятность передачи (10) можно интерпретировать на основе двух механизмов передачи — „дальнодействующего“ и „короткодействующего“, вероятности которых зависят от коэффициентов  $A_2(E_m)$  и  $A_1(E_m)$  соответственно. В первом случае матричные элементы ЭФВ  $B_{\alpha}^{(1)}(\mu', \mu)$ ,

$B_a^{(1)}(\lambda', \lambda)$  связывают электронные состояния одного и того же примесного иона и зависимость вероятности передачи от расстояния ( $\bar{R}'$ ) между ионами получается за счет присутствующих в гамильтониане (1) множителей типа  $e^{\pm i\vec{k} \cdot \vec{R}'}$ .

Именно такие механизмы передачи (в случае миграции энергии) рассматривались в работах (4-6), где получена зависимость вероятности передачи от  $R$  в виде  $\frac{1}{R^n}$ , где  $n$  меняется в пределе от  $n=1$  до  $n=12$ .

В случае „короткодействующего“ механизма передачи энергии потенциальная функция ЭФВ связывает электронные состояния двух разных примесных ионов ( $B_a^{(1)}(\mu', \lambda')$ ;  $B_a^{(1)}(\mu, \lambda)$ ). Поскольку волновые функции электронных состояний примесных ионов локализованы в окрестностях своих ядер, то такая вероятность передачи содержит интеграл перекрытия волновых функций примесных ионов.

Величины вероятностей рассматриваемых двух механизмов передачи зависят также от величин энергетических расщеплений  $\Delta_1$  и  $\Delta_2$ , входящих в формулы (10), (12) и (13). В частном случае, когда  $\Delta_1 \rightarrow 0$  и  $\Delta \gg \omega_a$ , формула (10) переходит в формулу для короткодействующей миграции энергии, найденной в (1). В другом частном случае, когда  $\Delta \rightarrow 0$  и  $\Delta_1 \gg \omega_a$ , в процессе передачи энергии будут преобладать дальнедействующие кросс-релаксационные процессы. Какой из рассматриваемых механизмов преобладает в случае конкретных кристаллических систем, зависит, таким образом, от особенностей энергетических спектров рассматриваемых систем. Этот вопрос окончательно можно выяснить только после проведения количественных расчетов, аналогичных приведенным в (1) для вероятности нерезонансной миграции энергии.

Институт физических исследований  
Академии наук Армянской ССР

### Յ. Պ. ՍԱՅԱՐՅԱՆ

Խառնուրդային լազերային բյուրեղներում էլեկտրոնային գրգռման էներգիայի էլեկտրոն-ֆոնոնային ոչ ճառագայթային փոխանցման մեխանիզմը

Հայտնի է, որ էլեկտրոնային գրգռման էներգիայի ոչ ճառագայթային փոխանցումը բյուրեղներում խառնուրդային իոնների մեջ տեղի ունի մասնակցությամբ նաև էլեկտրոն-ֆոնոնային փոխազդեցության: Սակայն այդպիսի ոչ ճառագայթային անցման հնարավորությունը բավականին վատ է ուսումնասիրված թե՛ տեսականորեն և թե՛ գործնականում: Ներկա հոդվածում խնդիր է դրված ստանալու այդպիսի անցումների հավանականության համար բանաձևեր, որոնք հնարավորություն տան ի հայտ բերելու էլեկտրոն-ֆոնոնային ոչ ճառագայթային անցումների հավանականության կախումը

խառնուրդների կոնցենտրացիայից և ջերմաստիճանից: Ներկա հոդվածում քննարկվում է ավելի ընդհանուր խնդիր՝ կապված կրոս-ռելակսացիոն պրոցեսների հավանականության հաշվման հետ, որի մասնավոր դեպքն է հանդիսանում նախկինում մեր կողմից քննարկված միգրացիոն պրոցեսների հավանականության հաշվարկը:

#### ЛИТЕРАТУРА — ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

<sup>1</sup> Փ. Ս. Սաֆարյան, Изв. АН АрмССР. Физика, т. 16, № 4 (1981). <sup>2</sup> Փ. Ս. Սաֆարյան, препринт ПЛРФ—78—19, Ереван, 1978 <sup>3</sup> Փ. Ս. Սաֆարյան, ДАН. АрмССР, т. 71, № 1 (1980). <sup>4</sup> R. Orbach, M. Tachiki, Phys. Rev, vol. 158, 524 (1967). <sup>5</sup> Л. К. Аминов, Б. И. Кочелаяев, ЖЭТФ, т. 42 (1962). <sup>6</sup> В. Р. Нагибаров, И. А. Нагибарова, Опт. и спектр., т. 20, 814 (1966). <sup>7</sup> Փ. Ս. Սաֆարյան, ДАН АрмССР, т. 72, № 5 (1981).

УДК 541.1

ХИМИЧЕСКАЯ ФИЗИКА

О. К. Давтян

**Кинетика цепных реакций сгорания топлива и предварительных процессов крекинга в двигателях внутреннего сгорания (ДВС)**

(Представлено академиком АН Армянской ССР А. Б. Налбандяном 12/XI 1980)

1. Одна из важных особенностей процесса сгорания топлива в двигателях внутреннего сгорания заключается в том, что процессы сгорания углеводородов и их пиролиза и крекинга носят цепной характер и сопровождаются зарождением и гибелью активных центров—свободных радикалов. В камере сгорания интенсивное образование активных центров происходит вначале в зоне электрического разряда или спонтанных тепловых вспышек, а затем продолжается в виде цепных реакций.

Непосредственных данных для суждения о механизме элементарных процессов, протекающих при цепных реакциях, в том числе в процессах горения в двигателях внутреннего сгорания, и о процессе в целом нет. Практически не существует метода составления цепной схемы, однозначно удовлетворяющей эмпирически найденным кинетическим уравнениям. Однако можно предложить наиболее вероятные схемы реакций с учетом свободных радикалов, которые согласуются с опытом. Для составления наиболее вероятной схемы цепной реакции мы должны, во-первых, учесть, что в двигателях цепные реакции должны протекать по кинетике неразветвленных цепей. В противном случае процесс будет связан с взрывом—детонацией, что недопустимо. Во-вторых, цепные реакции вообще связаны с зарождением активных центров—свободных радикалов и их гибелью в результате реакций. При окислении углеводородов активными центрами обычно являются свободные перекисные радикалы  $RO_2 \cdot$ , которые образуются при взаимодействии кислорода с реагирующими веществами—углеводородами. При крекинге первоначальными свободными радикалами являются  $CH_3 \cdot$  и  $\cdot H$ . Гибель свободных радикалов приводит к обрыву цепей. Уменьшение скорости рождения свободных радикалов и увеличение скорости их гибели приводит к уменьшению скорости горения топлива, понижению давления в камере горения, увеличению степени диссоциации двуокиси углерода и молекулярного азота и в

конечном результате по этим причинам, как и по причинам, отмеченным в (1), падению экономичности двигателя. В обычных цепных реакциях в газообразной фазе обрыв цепей может происходить в результате захвата свободного радикала стенками реакционного сосуда и молекулами ингибиторов. В этом случае скорость реакции обрыва обычно пропорциональна концентрации свободных радикалов, т. е. обрыв является линейным. Однако в камере горения двигателя внутреннего сгорания гибель свободных радикалов, а следовательно, и обрыв цепей, происходит совершенно по другому механизму. В камере горения двигателя топливо находится в двухфазном состоянии: в виде мелких капелек и пара. Поэтому в условиях горения топлива почти единственным местом гибели свободных радикалов являются капельки жидкости. Остальные факторы обрыва цепей имеют второстепенное значение. Вот это обстоятельство, как мы видим, и играет главную роль в создании специфической особенности процесса и кинетики цепной реакции в двигателях внутреннего сгорания.

На основании перечисленных данных мы можем составить наиболее вероятную схему цепных реакций и определить скорость горения топлива в зависимости от разных факторов, способствующих процессу реакции.

Исходя из многих известных экспериментальных данных по окислению и крекингу углеводородов, можно предположить, что наиболее вероятная схема цепной реакции горения и крекинга (или пиролиза) жидкого топлива, состоящего из смеси углеводородов, включает два типа элементарных реакций:



где  $R_1$  и  $R_2$  — свободные радикалы;  $A_1$ ,  $A_2$ ,  $B_1$  и  $B_2$  — реагирующие вещества.

Если изменение концентрации всех реагирующих веществ одинаково лимитирует общую скорость реакции, то для характеристики последней мы можем исходить из изменения концентрации любого из реагирующих веществ. Если же среди реагирующих веществ общую скорость реакции лимитирует только одно, скажем  $A$ , то тогда она определяется изменением его концентрации. В любом случае скорость цепной реакции будет равна

$$w_A = - \frac{d[A]}{dt} = k_A [R][A], \quad (2)$$

где  $[R]$  — концентрация свободных радикалов;  $[A]$  — концентрация реагирующего вещества;  $k_A$  — константа скорости.

На основании приведенных выше информации о характерных особенностях процесса горения и крекинга в двигателях мы можем определить скорость изменения концентрации свободных радикалов в следующем виде:

$$\frac{d[R]}{dt} = w_R - k_c[R] - k_{In}[R][I_n] - k_L[R][L]. \quad (3)$$

Здесь  $w_R$  — скорость зарождения свободных радикалов;  $k_c$ ,  $k_{In}$ ,  $k_L$  — соответственно константы скоростей процесса захвата свободных радикалов стенками сосуда, ингибиторами и капельками жидкости;  $[R]$ ,  $[I_n]$ ,  $[L]$  — концентрации свободных радикалов, ингибиторов и капелек соответственно.

Так как цепная реакция не разветвляется, то со временем наступает стационарное состояние, при котором

$$[R] = \text{const}, \quad \frac{d[R]}{dt} = 0. \quad (4)$$

Последние выражения соответствуют максимуму скорости изменения давления. Тогда согласно (3)

$$[R] = \frac{w_R}{k_c + k_{In}[I_n] + k_L[L]}. \quad (5)$$

И поскольку скорость гибели свободных радикалов на стенках и на ингибиторах очень мала по сравнению с таковой на капельках, то

$$k_c + k_{In}[I_n] \approx 0 \quad (6)$$

и тогда

$$[R] = \frac{w_R}{k_L[L]}. \quad (6)$$

Очевидно, что

$$k_L = 4\pi r^2 e^{-E_L/RT}, \quad (7)$$

где  $r$  — средний радиус капельки;  $E_L$  — энергия активации захвата свободного радикала капелькой. Разумеется, что для такого захвата нет никакого потенциального барьера,  $E_L = 0$ . Тогда

$$[R] = \frac{w_R}{4\pi r^2[L]}. \quad (8)$$

Итак, концентрация свободных радикалов обратно пропорциональна квадрату радиуса капельки и концентрации капелек. В соответствии с (8) должна понижаться и скорость реакции продолжения цепи. Действительно согласно выражению (2)

$$w_R = w = - \frac{d[A]}{dt} = k_A \frac{w_R}{4\pi r^2[L]} [A] \quad (9)$$

или

$$w = k \frac{w_R p_A}{4\pi r^2[L]} e^{-E_1/RT}, \quad (10)$$

где  $x$ —статистический или вероятный фактор;  $p_A$ —парциальное давление компонента  $A$ ;  $E$ —энергия активации реакции.

Таким образом, скорость цепной реакции сгорания и крекинга топлива в двигателях внутреннего сгорания обратно пропорциональна квадрату среднего радиуса капелек и их числу в единице объема и прямо пропорциональна парциальному давлению реагирующего компонента, лимитирующего общий процесс. Кроме того, она зависит также от температуры.

Отсюда мы делаем очень важный вывод: для увеличения скорости процесса крекинга, сгорания топлива и степени полноты горения, следовательно, для увеличения экономичности двигателя и для уменьшения токсичности выхлопных газов, необходимо создать условия, способствующие уменьшению концентрации капелек топлива в камере горения и, что особенно важно, уменьшению их размеров.

2. В процессе горения имеет место расходование капелек топлива (через стадии их испарения и последующего окисления). Этот расход в основном определяется наличием некоторого «равновесного» состояния между парообразной и жидкой фазами. Скорость перехода из жидкого состояния в парообразное будет пропорциональна концентрации капелек и концентрации свободных радикалов. По мере расходования топлива в парообразной фазе (вследствие его окисления) жидкая фаза (капельки) будет переходить в парообразное состояние. Если вначале в системе имеется очень большое количество капелек, то согласно формуле (9)  $w \approx 0$  до тех пор, пока капельки не будут почти полностью израсходованы; только после этого начинается цепная реакция. Это объясняет тот факт, что процесс горения в двигателях внутреннего сгорания всегда имеет резко выраженный период индукции.

Период индукции может быть определен посредством формулы

$$[L] = [L]_0 - \left( -\frac{d[L]}{dt} \right) t,$$

где

$$-\frac{d[L]}{dt} = k_L [R][L].$$

Согласно (6)

$$-\frac{d[L]}{dt} = w_R$$

и, следовательно,

$$[L] = [L]_0 - w_R t.$$

В конце периода индукции, когда  $t = \tau$ , можно считать  $[L] \approx 0$  и тогда период индукции будет равен

$$\tau = \frac{[L]_0}{w_R}. \quad (11)$$

Таким образом, период индукции процесса горения в двигателях внутреннего сгорания прямо пропорционален первоначальной концентрации капелек и обратно пропорционален скорости зарождения свободных радикалов.

Увеличение периода индукции означает затягивание процесса сгорания, что, как отмечалось, увеличивает тепlostдачу от газа к охлаждающей жидкости и выхлопным газам и, следовательно, сильно влияет на экономичность двигателя. Таким образом, и в данном случае согласно формуле (2) нужно стремиться уменьшить концентрацию капелек.

Дальнейшие исследования в этой области, естественно, проводились в направлении поиска подходящих методов более интенсивного диспергирования топлива и уменьшения концентрации капелек жидкости. В этом отношении весьма успешными оказались разработанные нами методы диспергирования жидкостей, сущность которых будет изложена в следующем сообщении.

НПО «Армсельхозмеханизация»

## 2. 4. ԴԱՎՔՅԱՆ

### Վառելանյութի այրման և կրեկինգի շղթայական ռեակցիաների կինետիկան ներքին այրման շարժիչում (ՆԱՇ)

Վառելանյութի լրիվ այրումը և շարժիչի աշխատանքի խնայողությունը կապված են ածխաջրածինների օքսիդացման և կրեկինգի շղթայական ռեակցիաների արագության հետ: Շղթայական ռեակցիաների արագությունը իր հերթին սերտորեն կապված է վառելանյութի հեղուկ ֆազի դիսպերգացման աստիճանի հետ. հակառակ համեմատական է կաթիլների շառավիղի քառակուսուն և նրանց կոնցենտրացիային: Այդպիսի կախումը պայմանավորված է նրանով, որ վառելանյութի կաթիլները հանդիսանում են շղթայական ռեակցիա առաջացնող ազատ ռադիկալների կորստյան կենտրոններ:

## ЛИТЕРАТУРА — ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

<sup>1</sup> О. К. Давтян, ДАН АрмССР, т. 73, № 2 (1981).

УДК 551.24

ТЕКТОНИКА

Член-корреспондент АН Армянской ССР А. А. Габриелян

### Тектоническое районирование Армении и сопредельных частей Антикавказа

(Представлено 13/IV 1981)

В наших ранних работах (<sup>1-3</sup>), основываясь на принципе возраста складчатости, мы на территории Армении выделяли три разновозрастные складчатые области: раннеальпийскую (киммерийскую), среднеальпийскую и позднеальпийскую.

Новые геологические данные, полученные за последние годы, убеждают нас в том, что если область киммерийской складчатости на самом деле представляет самостоятельную тектоническую единицу, характеризующуюся свойственными ей структурными, формационными и металлогеническими особенностями, то этого нельзя сказать в отношении областей среднеальпийской и позднеальпийской складчатости. Они историко-геологически тесно связаны друг с другом и тектонопарны.

Орогенные впадины, относящиеся к области позднеальпийской складчатости, по времени заложения соответствуют эпохам складчатости и поднятия (орогенез) сопряженных с ними складчатых сооружений (области среднеальпийской складчатости) и, таким образом, разновозрастны с ними.

Несомненно, что тектонические движения, обусловившие складчатость и формирование пликативных структур заполняющих орогенные впадины молассового комплекса отложений, проявились также и на соседних складчатых горных сооружениях, но там они не фиксируются ввиду отсутствия отложений соответствующего возраста.

Поэтому целесообразно объединить эти две области в единую зону альпийской (собственноальпийской) складчатости и, таким образом, на территории Армении выделить две разновозрастные складчатые области—киммериды и альпиды.

В составе альпийской складчатой области необходимо выделить как самостоятельную тектоническую единицу высокого ранга участки, которые в варисском тектоническом периоде характеризовались квази-

платформенным режимом (северная краевая часть Аравийского древнего Кратона), а в альпийском подверглись регенерации и приобрели парагеосинклинальный (многогеосинклинальный) режим.

В поздней юре—раннем мелу на стыке указанных двух разновозрастных тектонических блоков возникла Базум-Зангезурская (Севано-Акеринская) эвгеосинклинальная зона, характеризующаяся всеми основными структурными и формационными признаками, свойственными для шовных зон.

Процессы деструкции и заложения геосинклинальных зон, с одной стороны, и складчатости, метаморфизма и гранитизации, т. е. формирование гранитно-метаморфического слоя земной коры, с другой,—имели место и в дальнейшем в позднем мелу и палеогене, и в результате сформировались современные тектонические (структурно-формационные) зоны Антикавказа.

Принцип «возраст складчатости» является общепринятым при районировании больших территорий—геосинклинальных поясов и континентов. Для небольших участков земной коры этот метод применяется для выделения тектонических единиц высокого ранга (области, тектонические комплексы и др.), которые при составлении средне- и крупномасштабных тектонических карт подразделяются на тектонические единицы более низких порядков (зоны, подзоны).

В этом случае учитываются все основные структурные, вещественные и другие историко-геологические признаки: время установления геосинклинального режима, возраст и тектоническая природа догеосинклинального основания, стратиграфический разрез и формационный состав отложений, типы складчатых структур, магматизм, минералогия, характер геофизических полей и др.

Все перечисленные структурно-формационные критерии, в конечном итоге, обусловлены геологической историей данного региона и, в частности, геотектоническим режимом, установившимся в варисском, киммерийском и альпийском этапах развития.

Основываясь на указанных принципах, мы предлагаем схему тектонического расчленения территории Армении и сопредельных частей Антикавказа (Малого Кавказа).

В качестве тектонических элементов высшего ранга выделяются области киммерийской и альпийской складчатости, которые подразделяются на элементы более низкого порядка—комплексы, зоны, подзоны.

Область киммерийской складчатости. Как складчатая область она возникла из геосинклинального прогиба, который был заложен в начале альпийского тектонического периода (в лейасе) на байкальском гранитно-метаморфическом основании Закавказского срединного массива,—эпибайкальская вторичная или регенерированная геосинклиналь. Эта геосинклиналь прошла неполный цикл развития, с чем и связаны многие ее структурные и формационные особенности (отсутствие офиолитового магматизма и др.). Более или менее четко выражена здесь ранняя стадия геосинклинального процесса со свойст-

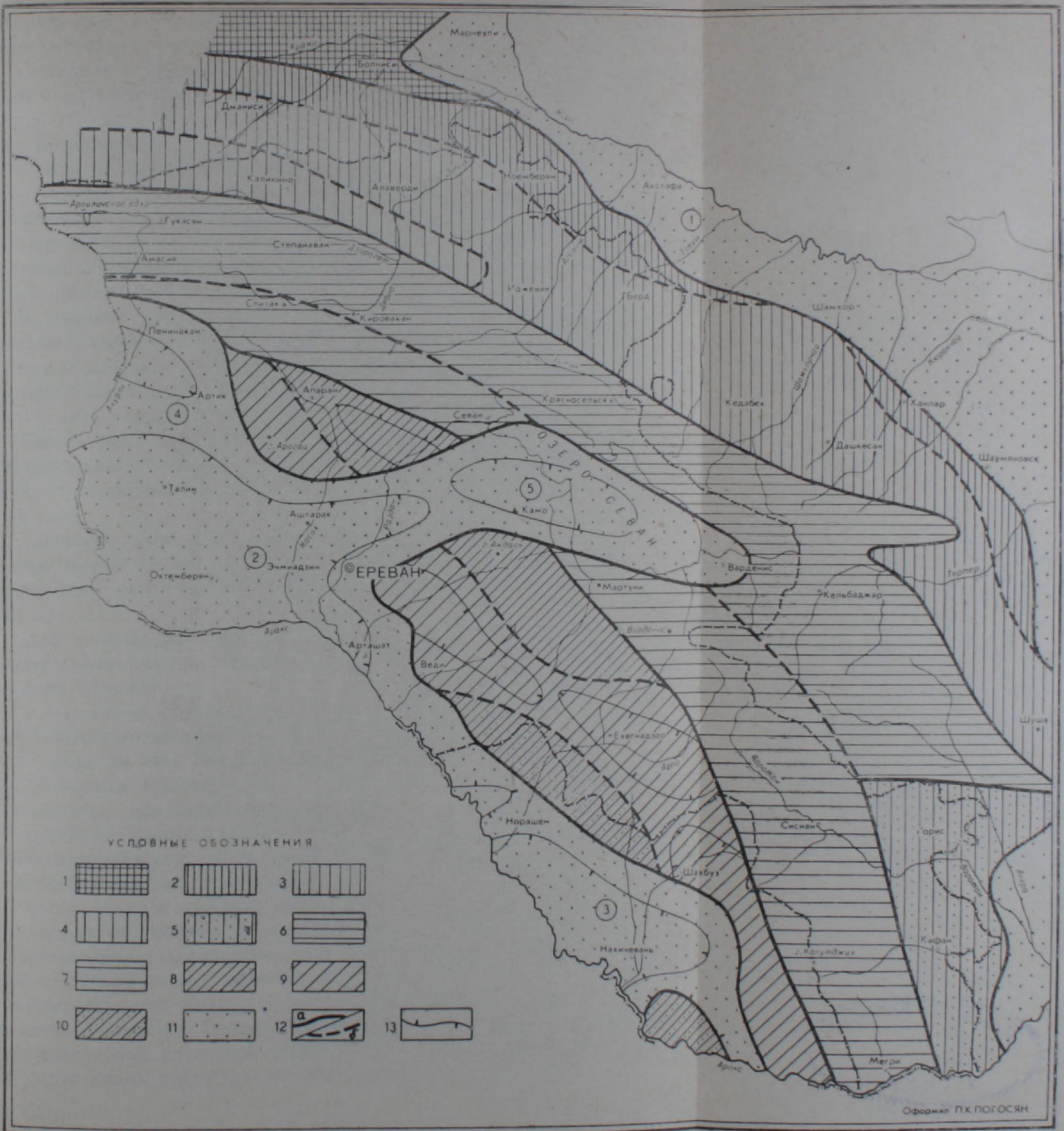


Схема тектонического районирования Армении и сопредельных частей Антикавказа. Составил А. А. Габриелян. 1981 г.  
 А. Закавказский срединный массив с байкальским складчатым основанием и фанерозойским, слабо дислоцированным чехлом. 1—Болнисская (Сомхетская глыба).

Б. Обвалы древнего (1) и современного (2) ледникового покрова в долине Аракса. В. Срединный массив с байкальским основанием и киммерий-

венными ей магматизмом и металлогенией, и, наоборот, слабо представлены позднегеосинклинальная и орогенная стадии. Соответственно этому отсутствуют типичные молассы, калиевые гранитоиды и соответствующие рудные месторождения. Подобные геосинклинали, характеризующиеся помимо указанных признаков также сравнительно простой, германотипной тектоникой, известково-щелочным андезитовым и риолитовым магматизмом и вулканоплутоническими формациями, М. Г. Ломизе (4) вслед за Ж. Обуэном и А. Бореллом называет *лиминарными* (окраинно-континентальными).

К этой характеристике следует добавить и некоторые другие, не менее важные структурные и палеогеологические признаки, а именно: обращенный (инверсионный) тип крупных, брахиформных пликативных структур (антиклинориев, синклинориев), их кулисное сочленение по разломам, обусловленное, вероятно, сдвиговой деформацией, и сравнительно простое внутреннее строение.

В строении этой области (Сомхето-Кафанского тектонического комплекса) участвуют терригенно-граувакковая формация лейаса-аалена, вулканогенные, туфо-осадочные и терригенно-карбонатные формации юры и мела наряду с ограниченным развитием палеогена и почти полным отсутствием отложений неогена и антропогена.

Первая фаза складчатости и частной инверсии имела место в бате (предкелловейская фаза), а полная инверсия в геотектоническом режиме, обусловившая завершение геосинклинальной стадии развития,— в неокоме.

Заключительная фаза тектогенеза произошла в конце мела. С батской фазой тектогенеза связано внедрение плагиогранитов, а с неокомскими движениями—натриевых (вероятно, мантийных) гранитоидов.

Для описываемой области свойственны медно-серноколчеданные, полиметаллические и скарновые железорудные месторождения киммерийского возраста.

В составе киммерийской складчатой области выделяются *Сомхето-Карабахская антиклинорная зона и Кафанский сегмент*.

Первая из них подразделяется на *Прикуринскую* (Ноемберян-Маднеульскую) *моноклиналичную, Локско-Карабахскую антиклинорную и Лорийскую моноклиналичную* подзоны.

Севернее Локско-Карабахской зоны расположена *Болнисская глыба* Закавказского срединного массива, ограниченная с севера Аджаро-Триалетской зоной альпид.

Более сложное строение имеет область альпийской складчатости. Общим для этой области в целом является широкое развитие меловых и палеогеновых вулканогенных, туфообломочных и осадочных морских флишевых образований, неогеновых и четвертичных морских, лагунных и континентальных моласс, а также средне-позднеальпийский возраст складчатых структур. Однако по ряду других важнейших структурных и формационных признаков (магматизм, эндогенная минерализация, типы пликативных структур) эта область резко неоднородна и делится

на Базум-Зангезурскую зону и Перигондванский тектонический блок.

Последний представляет часть северного края Гондванской древней платформы, которая в палеозое характеризовалась платформенным (квазиплатформенным) режимом. В альпийском тектоническом периоде этот блок испытывал некоторую тектоническую переработку, однако сравнительно слабая подвижность его сохранилась.

Здесь был установлен парагеосинклинальный (миогеосинклинальный) тектонический режим, вещественным доказательством чего являются преобладание в разрезах альпийского комплекса отложений осадочных формаций, брахиаксиальная складчатость, а также слабое развитие магматизма и эндогенной минерализации.

Начало заложения парагеосинклинального режима датируется поздним мелом, следовавшим после длительного поднятия и перерыва в осадконакоплении, имевшего место в раннеальпийском подэтапе (юра—ранний мел).

Основные фазы складчатости, обусловившие формирование пликативных структур этого блока, происходили на рубеже позднего мела и палеогена (в датском веке), среднего и позднего эоцена.

Полная инверсия в геотектоническом режиме, знаменующая завершение геосинклинальной стадии развития и переход в орогенную, имела место на границе позднего эоцена и олигоцена, а затем—в конце палеогена—начале миоцена. Эти движения вызвали сводово-блоковое поднятие всего Антикавказа и обусловили заложение межгорных молассовых впадин. В дальнейшем в орогенной стадии тектонические движения складчато-блокового характера происходили неоднократно, из коих наиболее важными, обусловившими существенные тектонические и палеогеографические преобразования, были постсарматская (предмэотическая) и послепонтийская (среднеплиоценовая или Восточно-Кавказская) фазы тектогенеза.

Перигондванский тектонический блок (комплекс) делится на две зоны: *Приараксинскую миогеосинклинальную (парагеосинклинальную) складчатую зону и зону орогенных молассовых впадин.*

Приараксинская зона, в свою очередь, делится на три подзоны: *подзону краевых массивов и антиклинориев, Еревано-Ордубадскую синклинорную подзону и Урц-Айоцдзор-Джультфинскую антиклинорную подзону.*

Характерной особенностью их является инверсионный тип тектонического развития и прямое соотношение крупных пликативных структур (антиклинориев и синклинориев) и мегаформ современного рельефа.

Базум-Зангезурская (Севано-Акеринская) тектоническая зона как геосинклинальный прогиб была заложена в поздней юре—раннем мелу на стыке Перигондванской глыбы и Закавказского срединного массива и представляет типичную шовную зону. Подобным тектоническим положением и определяются ее структурные и формационные особенности: интенсивная складчатость слагающих зону меловых и палео-

геновых отложений (линейные, местами изоклинальные и всеорообразные, опрокинутые и лежащие, осложненные взбросами и надвигами, альпинотипные складки), широкое развитие магматических (эффузивных и плутонических) формаций и эндогенной металлогении.

Зона эта прошла полный цикл геосинклинального развития, в связи с чем в строении ее участвуют осадочные, магматические и рудные формации всех стадий геосинклинального процесса—начальной, ранней, инверсионной, заключительной. Особенно характерно широкое развитие формаций ультрабазитов, толеитовых вулканитов и ассоциирующих с ними различных глубоководных кремнистых осадков—офиолитовой ассоциации пород (начальная стадия) юры—раннего мела и палингенных калиевых гранитоидов позднего палеогена—раннего неогена (инверсионная и раннеорогенная стадии).

Первая частная инверсия в этой зоне, как и в Перигондванском блоке, имела место на рубеже среднего и позднего эоцена (формирование внутренних поднятий и боковых прогибов), а полная инверсия и смена геосинклинального режима в орогенный—з олигоцене.

Зона характеризуется медно-молибденовой, полиметаллической, золоторудной и железорудной минерализацией.

Предлагаемая новая схема тектонического районирования Армении отличается от ранее представленных нами схем более четким отражением главных принципов районирования (возраст складчатости, вещественные, структурные и другие историко-геологические особенности), а также более удачным, на наш взгляд, сгруппированием тектонических зон в геологические единицы высокого ранга, что имеет важное научное и прикладное значение.

Ереванский государственный университет

Հայկական ՍՍՀ ԳԱ լիդրակիր-անդամ Ա. Հ. ԿԱՐՐԻԵԼՅԱՆ

### Հայաստանի և Անտիկովկասի հաբակից շրջանների տեկտոնական շրջանացումը

*Հեղինակը, հիմք ընդունելով ծալքավորման հասակի սկզբունքը, Անտիկովկասի տարածքում անջատում է երկու առաջին կարգի տեկտոնիկ տարրեր՝ կիմերիդներ և ալպիդներ:*

*Ալպյան ծալքավոր մարզն իր երկրաբանական կառուցվածքով ու զարգացման պատմությամբ համասեռ չի և իր հերթին բաժանվում է Բազում-Ջանգեզուրյան (կամ Սևան-Աքերայի) տեկտոնիկ զոնայի ու Մերձարաքսյան կոմպլեքսի: Վերջինիս կազմում առանձնացվում են Մերձարաքսյան ու Օրոգեն միջնոնային իջվածքների ենթազոնաներ, որոնք ստորաբաժանվում են անտիկլինորիումների, սինկլինորիումների, իջվածքների, ելուստների և այլ ավելի ցածր կարգի տեկտոնական տարրերի:*

ЛИТЕРАТУРА — ՉՐԱՇԱԿՆԵՐՆԵՐ

- <sup>1</sup> А. А. Габриелян, Изв. АН АрмССР. Науки о Земле, т. 27, № 3—4 (1974).  
<sup>2</sup> А. А. Габриелян, Изв. АН АрмССР. Науки о Земле, т. 31, № 5 (1978). <sup>3</sup> А. А. Габриелян, О. А. Саркисян, В. Т. Акопян и др. Тектоническая карта и карта интрузивных формаций Армянской ССР, Изд-во Митк, Ереван, 1968. <sup>4</sup> А. А. Ломизе, Автореф. докт. дис. М., 1980.

УДК 577.151

БИОХИМИЯ

З. С. Мкртчян, М. Г. Газарянц, Л. С. Нерсесова,  
Ж. И. Акопян, Г. А. Невинский

Получение высокоочищенных препаратов креатинкиназы  
из мышц кролика с помощью аффинной хроматографии

(Представлено чл.-корр. АН Армянской ССР А. А. Галояном 8/IV 1981)

Креатинкиназа (АТР : креатин-фосфотрансфераза; КФ 2.7.3.2) осуществляет обратимый перенос фосфорильной группы с  $Mg^{2+}$  АТР на креатин. Препараты фермента, получаемые с помощью классических методов, например, метода Кьюби (<sup>1</sup>) в модификации Четвериковой (<sup>2</sup>), обычно представляют собой белки 85—90%-ной чистоты по данным электрофореза в полиакриламидном геле. Однако для исследования каталитических и физико-химических свойств фермента и его отдельных субъединиц требуются еще более чистые препараты креатинкиназы (<sup>3,4</sup>). В настоящей работе описано получение гомогенных препаратов фермента на сефарозе с иммобилизованным голубым декстраном.

В работе использованы: креатинфосфат, АТР, АДР фирмы «Reanal» (ВНР), креатин фирмы «Chemapol» (ЧССР), кумасси (бриллиантовый голубой) фирмы «Sigma» (США). Остальные реагенты были аналитически чистыми.

Активность креатинкиназы в прямой реакции определяли потенциометрически. Измерения проводили в термостатированной кювете при 30°C при непрерывном перемешивании. Реакционная смесь объемом 1,5 мл содержала:  $4 \cdot 10^{-2}M$  креатина,  $4 \cdot 10^{-3}M$  АТР,  $5 \cdot 10^{-3}M$  ацетата магния,  $1 \cdot 10^{-3}M$  дитиотрейтола,  $1 \cdot 10^{-4}M$  ЭДТА, 0,1 M ацетата натрия. Реакцию запускали добавлением 1 мкг фермента. О начальной скорости судили по расходу 0,01 N NaOH за первые 3 мин, поддерживая рН раствора равным 9. Белок определяли по методу Лоури. За единицу активности фермента принимали количество мкэкв ионов водорода, образовавшихся за одну минуту на мг белка.

Активность фермента в обратной реакции определяли колориметрическим методом (<sup>5</sup>). Реакционная смесь объемом 0,16 мл содержала  $1,3 \cdot 10^{-3}M$  АДР,  $7,5 \cdot 10^{-3}M$  креатинфосфата,  $3,8 \cdot 10^{-3}M$  ацетата

магния в 0,1 М трис-ацетатном буфере, рН 7,5. Реакцию запускали добавлением креатинфосфата. После 2 мин инкубации при 30°C реакцию останавливали добавлением 0,2 мл 1%-ного щелочного раствора  $\alpha$ -нафтола и 0,1 мл 2,5% диацетила. Полученный раствор разбавляли 2 мл воды и определяли количество образовавшегося креатина колориметрически при длине волны 520 нм. За единицу активности принимали количество мкмоль креатина, образовавшегося за 1 мин на мг белка.

Электрофорез в полиакриламидном геле проводили согласно (6). Время электрофореза 4—5 ч, на трубку наносили 20—30 мкг белка, использовали 7,5%-ный гель. Гели окрашивали в 0,25%-ном растворе кумасси, после отмывки гели сканировали с помощью денситометра Scan—400 (Joyce, Loble, Англия).

Для очистки фермента использовали сефарозу с иммобилизованным голубым декстраном (2 мг декстрана на 1 мл смолы).

На первом этапе очистку препарата креатинкиназы проводили по методу Кьюби (1) в модификации Четвериковой с сотр. (2). Процедура очистки состояла из нескольких стадий: разрушения икроножных мышц кролика, экстрагирования белкового материала 0,01 М КСl, последовательного фракционирования хлористым аммонием и этанолом. В таблице приведены результаты типичной очистки фермента.

Белковый препарат, полученный после повторного фракционирования этанолом, далее очищали на сефарозе с иммобилизованным голубым декстраном (по аналогии с очисткой креатинкиназы из тканей рыб на сефарозе с иммобилизованным цибакроном—С (7)). Для этого 5—20 мг фермента растворяли в 50—100 мл 0,02 М К-фосфатного буфера, рН 5,7, содержащего  $1,5 \cdot 10^{-3}$ М  $MgCl_2$ ,  $1 \cdot 10^{-4}$ М ЭДТА и  $1 \cdot 10^{-5}$ М дитиотрейтола. Раствор фермента наносили на колонку с сефарозой (1×25 см), предварительно уравновешенную тем же буфером. Скорость нанесения и последующей элюции—12 мл/ч. Хроматографию проводили при 4°C. Колонку промывали указанным буфером до полного исчезновения поглощения элюата при 280 нм. Специфическую элюцию креатинкиназы со смолы проводили 0,05 М К-фосфатным буфером, рН 8,0, содержащим те же компоненты, что и указанный выше буфер. Для анализа плотности элюата использовали микроспектрофотометр «Обь» отечественного производства. Выход гомогенного белка на этом этапе составлял 50—80%. Активность исходного препарата креатинкиназы до хроматографирования на аффинном сорбенте составляла 100—120 единиц  $\left(\frac{\text{мкэкв Н}^+}{\text{мг/мин}}\right)$ , а после хроматографирования возрастала до 200—400 единиц. Полученный препарат фермента хранили в лиофилизованном виде.

Из таблицы видно, что достигнута 16-кратная очистка фермента с достаточно высоким выходом общей активности—36%. На рис. 1 приведены данные хроматографической очистки креатинкиназы на аффинном сорбенте. Видно, что при нанесении фермента и последующей промывке элюируется часть наносимого белка. Специфическая

элюция креатинкиназы со смолы достигается при использовании буфера pH 8,0. Небольшое количество белкового материала элюируется при промывке колонки этим же буфером, содержащим 1 н NaCl. Однако этот белок (пик 3) не обладает киназной активностью.

Данные типичной очистки креатинкиназы скелетных мышц кролика

Фракция	Объем, мл	Концентрация фермента, ед/мл	Общее число единиц	Концентрация белка, мг/мл	Удельная активность, мкмоль/мг мин	Выход, %	Степень очистки
Исходный экстракт	300	188	56400	11,9	15,1	100	1
Фракционирование NH <sub>4</sub> Cl и этанолом	600	78	45800	2,2	35,7	81	2,36
Повторное фракционирование этанолом	7,6	4710	36000	39,2	115	65	7,6
Хроматографирование на сефарозе с иммобилизованным голубым декстраном	8,1	2520	20400	11	250	31,6	16

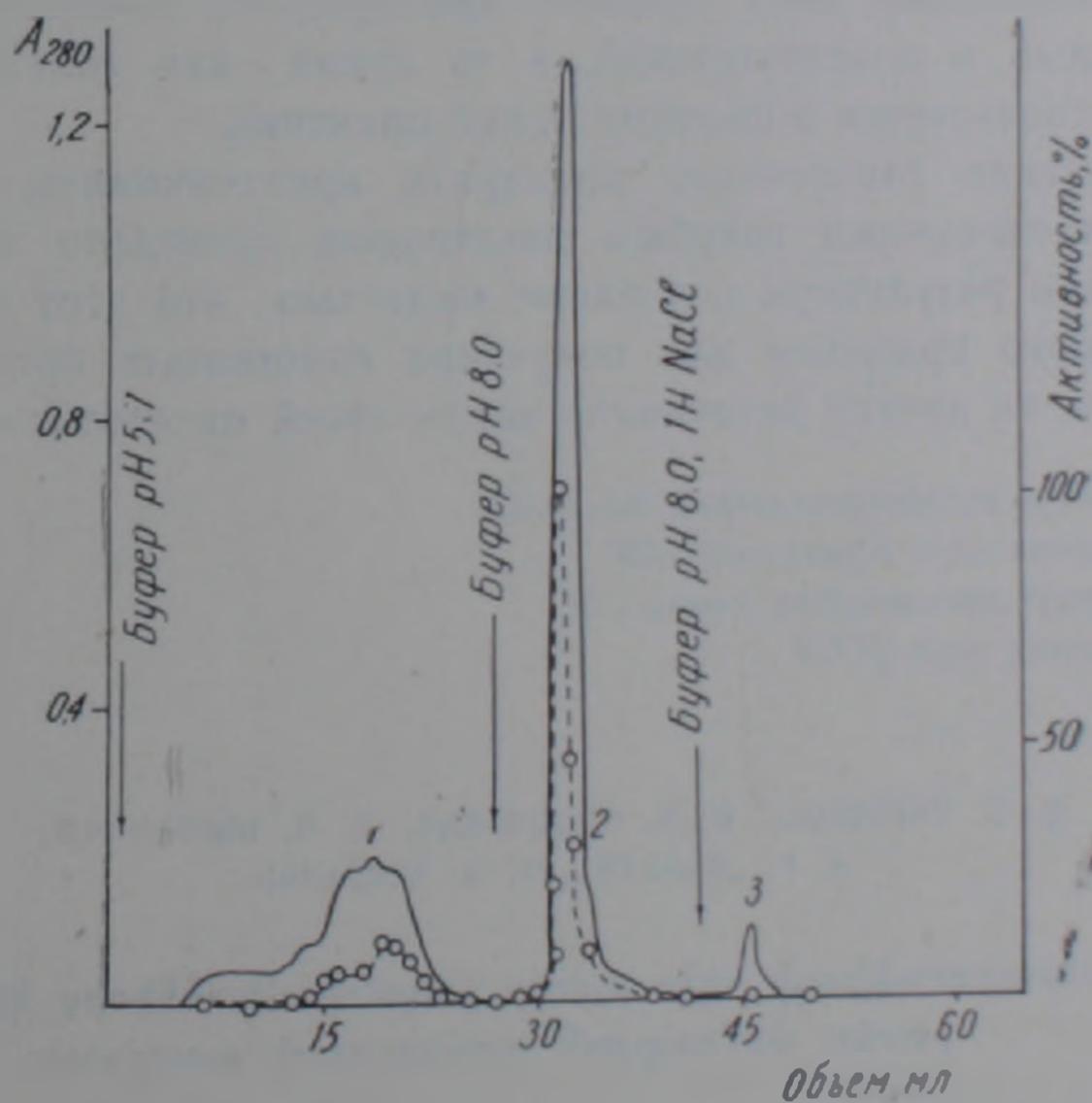


Рис. 1. Хроматографическое разделение креатинкиназы на сефарозе с иммобилизованным голубым декстраном. 9 мг белка в 50 мл К-фосфатного буфера, pH 5,7, нанесено на колонку с сефарозой.  $A_{280}$  (—); относительная активность фермента в реакции образования креатинфосфата из креатина и АТФ при pH 9,0 (—o—).

Полученный препарат фермента гомогенен по данным электрофореза в условиях сохранения нативной структуры (рис. 2). Таким

образом, использование аффинного сорбента позволило получить нам препараты креатинкиназы с более высокой степенью очистки, чем в случае использования метода Кьюби (1) в модификации Четвериковой с сотр. (2). Как было указано выше, изоферменты креатинкиназы

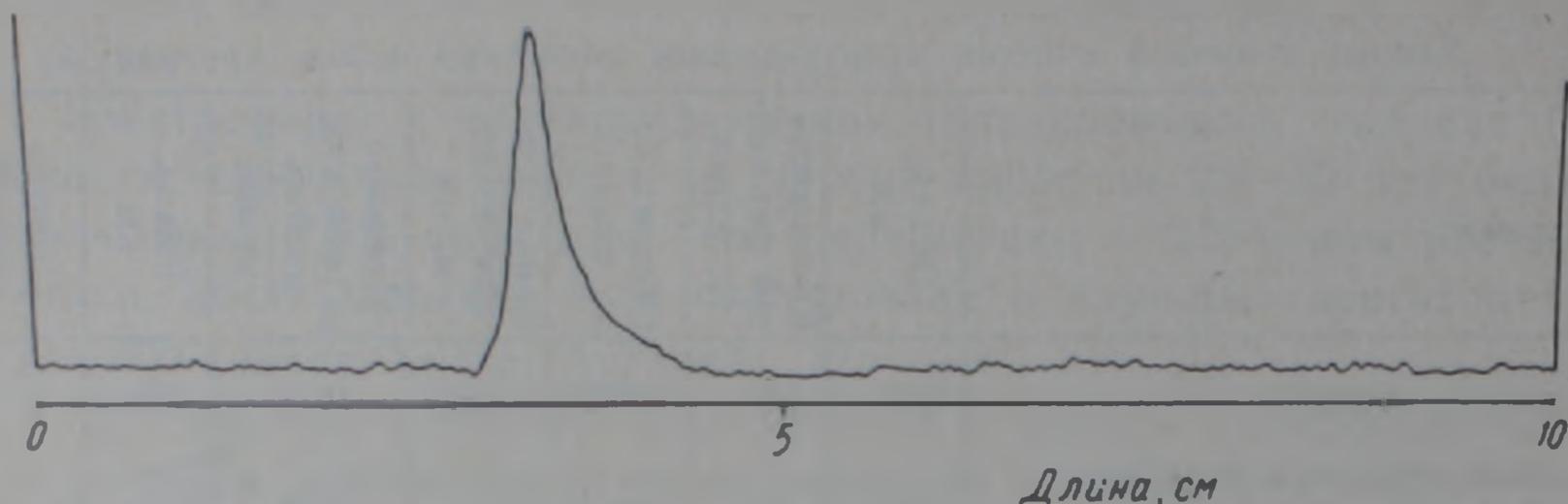


Рис. 2. Денситограмма геля после электрофореза препарата креатинкиназы, очищенного на сефарозе с иммобилизованным голубым декстраном (препарат соответствует пику 2 рис. 1)

из тканей рыб были очищены на сефарозе с иммобилизованным цибакроном—С (7). Этот сорбент, по-видимому, по свойствам близок к использованному нами. Однако цибакрон—С малодоступен, синтез его сложный и дорогостоящий, в то время как голубой декстран широко используется в биохимической практике.

Получение гомогенного препарата креатинкиназы на сефарозе с иммобилизованным голубым декстраном проведено нами впервые. Полученные результаты позволяют надеяться, что этот подход может быть широко применен для получения гомогенных препаратов креатинкиназы из других источников ввиду своей простоты и доступности.

Институт экспериментальной биологии  
Академии наук Армянской ССР  
Институт органической химии СО  
Академии наук СССР

Զ. Ս. ՄԿՐՏՉՅԱՆ, Մ. Գ. ՂԱԶԱՐՅԱՆՑ, Լ. Ս. ՆԵՐՍԵՍՈՎԱ,  
Փ. Ի. ՀԱԿՈՔՅԱՆ, Գ. Ա. ՆԵՎԻՆՍԿԻ

Աֆին իոնատոգրաֆիայի օգնությամբ ճազարի մկաններից կրեատինկինազի բարձր մաքրության պրեպարատի ստացումը

Նկարագրված է ճազարի մկաններից կրեատինկինազի հոմոգեն պրեպարատի ստացման մեթոդը երկնագույն դեքստրանով իմմոբիլիզացված սեֆարոզի վրա:

Ստացված ֆերմենտի պրեպարատը հոմոգեն է ըստ էլեկտրոֆորեզի տվյալների՝ նատիվ կառուցվածքի պահպանման պայմաններում:

Ստացված տվյալները թույլ են տալիս հուսալու, որ նկարագրված մեթոդը իր պարզությամբ և հասանելիությամբ մեծ կիրառում կստանա ուրիշ աղբյուրներից կրեատինկինազի հոմոգեն պրեպարատներ ստանալու:

ЛИТЕРАТУРА — ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

- <sup>1</sup> S. A. Kuby, L. Noda, H. A. Lardy, J. Biol. Chem., vol. 209, 203—211 (1954).  
<sup>2</sup> Е. П. Четверикова, А. В. Крикская, Н. А. Розанова и др., Биохимия, т. 35 953—  
—956(1970). <sup>3</sup> З. С. Мкртчян, Л. С. Нерсесова, Ж. И. Акопян и др., Биохимия, т.  
45, 808—809 (1980). <sup>4</sup> Ж. И. Акопян, М. Г. Газарянц, З. С. Мкртчян и др., Био-  
химия, т. 46, 262—267 (1981). <sup>5</sup> A. H. Ennor, H. Rozenberg, Biochem. J., vol. 51,  
606—616 (1952). <sup>6</sup> K. Weber, M. Osborn, J. Biol. Chem., vol. 244, 4406—4412 (1969).  
<sup>7</sup> H. J. Fisher, G. Whitt, Analyt. Biochemistry, vol. 94, 89—95 (1979). <sup>8</sup> H. J. Keutel,  
K. Okabe, H. K. Jacobs a. o., Archives Biochem. Biophys., vol. 150, 648—678 (1972).

УДК 631.465

АГРОХИМИЯ

А. Ш. Галстян, З. В. Антонян

## Определение активности сульфитоксидазы почвы

(Представлено академиком АН Армянской ССР В. О. Казаряном 6/V 1981)

Сульфитоксидаза (1.8.3.1, сульфит : кислородоксидоредуктаза) осуществляет окисление сульфитов в сульфаты. Она является молибдогемопротеидом и играет важную роль в обмене серы (<sup>1,2</sup>). Известно, что растения используют серу преимущественно в форме сульфатов, которые являются основным субстратом для биосинтеза S-аминокислот (<sup>3,4</sup>). Следовательно, изучение активности сульфитоксидазы почв представляет особый интерес.

Активность сульфитоксидазы почвы до настоящего времени не изучена. Нами разработана методика ее определения и выяснены некоторые вопросы действия этого фермента в различных типах почв. Метод определения активности сульфитоксидазы основан на количественном учете субстрата (сернистокислого натрия) йодометрически. При разработке метода определения активности сульфитоксидазы были выявлены соотношения между почвой и субстратом, а также оптимальные условия действия фермента (рН, t). Для анализа почву высушивали при комнатной температуре в тени, очищали от корней и просеивали через сито с отверстиями диаметром 0,25 мм. Навески (1 г) почвы помещали в колбы емкостью 50 мл, добавляли 20 мг углекислого кальция, прибавляли 1 мл 0,5 М раствора сернистокислого натрия и 0,2 мл толуола в качестве антисептика. Колбы ставили в термостат при температуре 30°C на 1 ч. По истечении времени взаимодействия субстрата с почвой в колбы добавляли 2 мл 0,1 М раствора уксуснокислого цинка для осаждения сульфидов, 17 мл дистиллированной воды, встряхивали и фильтровали через плотный фильтр. 10 мл фильтрата титровали 0,05 н. раствором йода. Титрование проводили в присутствии 1%-ного раствора крахмала. В опытах в качестве контроля служила почва с ингибитором однохлористой ртутью (0,1 г на 1 г почвы). Активность сульфитоксидазы выражали в мг SO<sub>3</sub> на 1 г почвы, ошибка определения—до 5%.

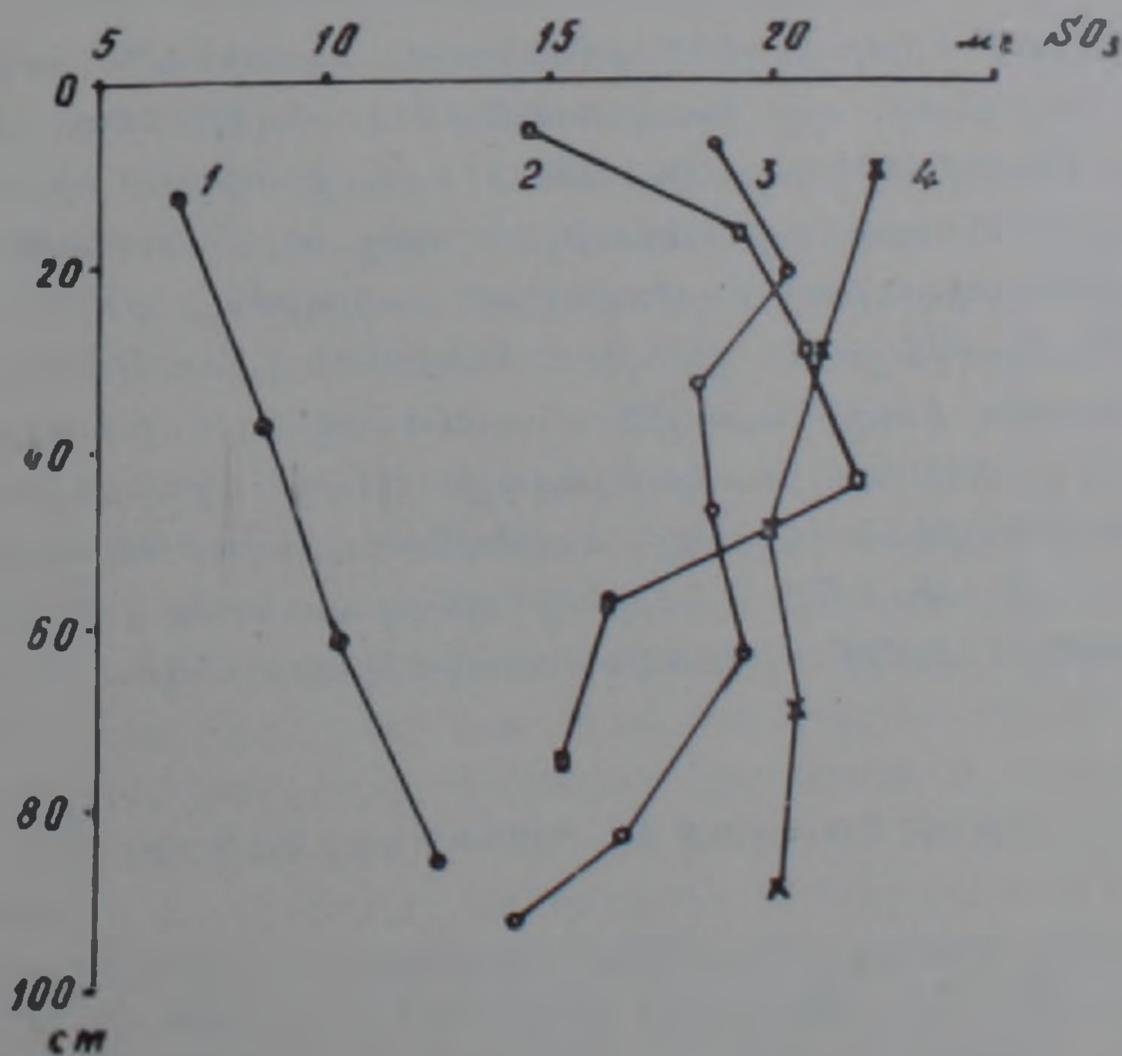
Исследования показали, что в ферментативной системе почвы

присутствует активная сульфитоксидаза. В стерилизованных (180° за 3 ч) образцах с ингибитором и без ингибитора выявлено участие в реакции окисления сульфитов неорганических катализаторов, которые при определениях учитывали в качестве контроля. В различных типах почв активность сульфитоксидазы неодинакова (таблица).

Активность сульфитоксидазы в различных типах почв

Почва, угодье, горизонт	Гумус, %	pH, H <sub>2</sub> O	Общая сера, мг на 100г почвы	Активность сульфитоксидазы, мг SO <sub>3</sub> на 1г почвы
Горно-луговая дерновая, луг, A <sub>1</sub> 0—9	15.7	5.2	145	17.2
Лугово-черноземная, травы, сенокос, A <sub>1</sub> 0—14	9.2	5.4	119	14.2
Лугово-черноземная, озимая пшеница, A <sub>п</sub> 0—27	7.4	5.2	85	20.0
Чернозем, целина, травы, A <sub>д</sub> 0—14	12.8	6.5	139	18.8
Чернозем, пашня, A <sub>п</sub> 0—25	7.1	6.8	108	24.8
Каштановая, пашня, эспарцет, A <sub>п</sub> 0—25	3.2	7.9	100	21.2
Солонец-солончак, целина, тамариск, 0—25	0.6	10.0	185	6.8
Дерново-подзолистая, пашня, A <sub>п</sub> 0—20	2.1	5.4	72	11.2
Краснозем, целина, после леса, A <sub>1</sub> 0—16	5.1	4.5	140	16.0

Высокой активностью фермента характеризуются черноземные, каштановые почвы, затем следуют горно-луговые, красноземы и лугово-черноземные, слабая активность у дерново-подзолистых почв и солонцов-солончаков. Причем окультуренные варианты почв имеют более высокую активность сульфитоксидазы, чем целинные. Следовательно, в пределах типов почв активность сульфитоксидазы может быть диагностическим показателем степени их окультуренности.



Изменение активности сульфитоксидазы по профилю различных типов почв: 1—солонец-солончак, 2—чернозем выщелоченный, 3—коричневая лесная, 4—лугово-черноземная

Активность сульфитоксидазы почвы в значительной степени зависит от кислотности среды. Установлено, что оптимум рН ее действия находится в слабоосновном интервале (рН—8,3). В различных типах почв смещение его составляет 0,5 единиц. Эти значения рН устанавливали при помощи фосфатных буферов. Вышесказанным объясняется тот факт, что относительно высокая активность сульфитоксидазы обнаруживается в насыщенных основаниями почвах.

Изучение активности фермента по профилю некоторых почв (рисунок) показало, что в солонце-солончаке активность сульфитоксидазы в нижних слоях выше, чем в верхнем; в выщелоченном черноземе высокая активность фермента обнаруживается в средних горизонтах, что связано с процессами иллювирования и содержанием в этих горизонтах карбонатов. В других типах почв активность сульфитоксидазы по профилю снижается.

Таким образом, в результате исследований в почвах обнаружена активность сульфитоксидазы, разработан метод ее определения и выявлены некоторые особенности действия этого фермента. Изучение активности сульфитоксидазы почв поможет познанию обмена серы и процессов мобилизации ее подвижной формы.

Институт почвоведения и агрохимии  
МСХ Армянской ССР

Ա. Շ. ԳԱԼՍՅԱՆ, Զ. Վ. ԱՆՏՈՆՅԱՆ

### Հողի սուլֆիտօքսիդազայի ակտիվության որոշումը

Բացահայտված է, որ հողի ֆերմենտային սիստեմում առկա է սուլֆիտօքսիդազա ֆերմենտը, որը իրականացնում է սուլֆիտների օքսիդացումը սուլֆատների: Մշակված է այս ֆերմենտի ակտիվության որոշման մեթոդը և բացահայտված են նրա գործունեության որոշ առանձնահատկությունները: Հողում սուլֆիտօքսիդազայի գործողության օպտիմալ рН-ը գտնվում է թույլ հիմնային միջավայրում рН8,3: Պարզված է, որ հիմքերով հագեցած հողերը՝ հատկապես կարբոնատային տարատեսակները, շահագիցածների համեմատությամբ ունեն սուլֆիտօքսիդազայի առավել բարձր ակտիվություն: Լավ կուլտուրականացված հողերը նույնպես օժտված են այդ ֆերմենտի բարձր ակտիվությամբ: Այս հարցերի պարզաբանումը հնարավորություն կտա կարգավորելու ծծմբի նյութափոխանակությունը հողում:

### ЛИТЕРАТУРА — ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

<sup>1</sup> Номенклатура ферментов, М., 1979. <sup>2</sup> М. Диксон, Э. Уэбб, Ферменты, ИЛ., М., 1966. <sup>3</sup> Л. Янг, Дж. Моу, Метаболизм соединений серы, ИЛ., М., 1961. <sup>4</sup> А. Майстер, Биохимия аминокислот, ИЛ., М., 1961. <sup>5</sup> Д. Н. Прянишников, Агрохимия, М., 1940.

УДК 575.125.633.11

ГЕНЕТИКА РАСТЕНИЙ

Г. А. Саакян, А. А. Саркисян

Явление гетерозиса у гибридов  $F_1$ , полученных от скрещивания индуцированных мутантов пшеницы

(Представлено академиком АН Армянской ССР Г. А. Бабаджаняном 3/V 1981)

В настоящее время использование индуцированных мутантов в селекции сельскохозяйственных культур получило широкое распространение. В этой связи включение мутантов в различные схемы скрещивания и изучение параметров основных селекционно-ценных количественных признаков представляет научный и практический интерес. Явление гетерозиса у пшеницы по отдельным количественным признакам изучено многими исследователями (1-7). Однако в этих исследованиях в качестве компонентов скрещивания редко использовались индуцированные мутанты (8-10).

В настоящей работе приводятся результаты изучения явления гетерозиса в гибридных сочетаниях, полученных с участием индуцированных мутантов и их исходных сортов.

Исходным материалом для получения гибридов  $F_1$  служили следующие низкостебельные мутанты и их исходные сорта: мутанты А, 25 и 625/73, индуцированные из сортов Мироновская 808, Белоцерковская 198 и Прибой соответственно; мутанты 926/73 и 937/73—из сорта Южноукраинка; мутанты 819/73 и 824—из сорта Одесская 16. Указанные мутанты и исходные формы получены из различных научно-исследовательских учреждений страны. Их характеристика в условиях Араратской равнины Армении дана в табл. 1.

Методом диаллельных скрещиваний мутантов получены 21 гибрид  $F_1$  и 10 гибридов  $F_1$  с участием исходных сортов, испытание которых совместно с родительскими формами проведено в полевых условиях в трехкратной повторности по 12—15 растений в каждой. Расстояние между рядами 20 см, между растениями в ряду—8—10 см. При оценке гибридов и компонентов скрещивания учитывали следующие признаки: высоту растений, массу зерна с одного растения, число и массу зерен в колосе и массу 1000 зерен. В период вегетации проводились соответствующие фенологические наблюдения и измерения. Эффект

гетерозиса в контрольных гибридных сочетаниях определен по сравнению с лучшим компонентом скрещивания. Достоверность различий между вариантами опытов установлена однофакторным дисперсионным анализом (11).

Таблица 1

Характеристика индуцированных мутантов по отдельным количественным признакам

Мутант	Высота растений, см		Масса зерна с растения, г		Масса зерна с колоса, г		Число зерен в колосе, шт.		Масса 1000 зерен	
	$\bar{X}$	%*	$\bar{X}$	%	$\bar{X}$	%	$\bar{X}$	%	$\bar{X}$	%
А	77	58	3,5	29	0,4	36	11	46	36	80
25	82	64	5,3	42	0,7	64	18	67	36	88
625/73	59	53	4,4	62	0,4	57	15	83	28	70
926/73	71	63	9,7	123	0,7	78	21	95	35	87
937/73	75	66	7,8	98	0,7	78	21	95	34	85
819/73	73	54	7,3	65	0,7	64	20	77	34	85
824	74	55	11,1	92	0,8	73	24	92	34	85
НСР 0,95	5,2		3,1		0,2		3,8		2,2	

\* В процентах к исходному сорту

Анализ полученных экспериментальных данных показывает, что частота и степень проявления гетерозиса у гибридов  $F_1$ , полученных от скрещивания индуцированных мутантов, значительно выше, чем у гибридов, компонентами скрещивания которых служили их исходные сорта (табл. 2). Проявление гетерозиса у гибридов, полученных от скрещивания исходных сортов, наблюдалось только в двух сочетаниях по признакам высоты растения и массы зерна с одного растения. По остальным трем изученным признакам указанные гибриды в основном занимали промежуточное положение между компонентами скрещивания, а в отдельных случаях находились на уровне лучшего родителя. Однако гибриды, полученные от скрещивания мутантов, индуцированных из этих сортов, проявили высокий уровень гетерозиса по всем изученным признакам (табл. 2).

Таблица 2

Степень и частота проявления гетерозиса у гибридов  $F_1$ , %

Признак	Гибриды между исходными сортами		Гибриды между мутантами	
	частота	степень	частота	степень
Высота растений	10	109	57	108—135
Масса зерна с растения	0	0	43	160—318
Масса зерна с колоса	10	114	48	137—225
Число зерен в колосе	0	0	43	119—161
Масса 1000 зерен	0	0	43	106—124

Наиболее высокие уровень и частота проявления гетерозиса среди изученных гибридов наблюдались в сочетаниях, где в качестве одного из компонентов скрещивания участвовали мутанты А и 25, индуцированные из сортов Мироновская 808 и Белоцерковская 198.

Мутант А отличается от исходного сорта Мироновская 808 одним рецессивным геном или блоком сильно сцепленных генов с определенным диапазоном плеiotропного действия. Однако гибриды, полученные с участием Мироновская 808, по изученным признакам не проявили эффекта гетерозиса несмотря на то, что эти гибриды имеют почти сходный генетический баланс. По такому сложному признаку, как масса зерна с растения, в сочетании А×625/73 степень проявления гетерозиса составляет 318%, а в сочетании Мироновская 808×Прибой, компонентами скрещивания которого являются исходные сорта этих мутантов, явление гетерозиса не установлено. В данном случае имело место доминирование показателя лучшего родителя—97% (табл. 3).

Таблица 3

Показатели некоторых гетерозисных гибридов F<sub>1</sub>, полученных с участием мутантов и гибридов между исходными сортами этих мутантов

Г и б р и д	Масса зерна с растения, г		Масса зерна с колоса, г		Число зерна в колосе, шт.		Масса 1000 зерен, г	
	$\bar{x}$	%*	$\bar{x}$	%	$\bar{x}$	%	$\bar{x}$	%
А×625/73	14.0	318	0.9	225	24	160	38.7	108
Мироновская 808×Прибой	11.7	97	1.0	99	22	112	45.0	100
А×25	11.6	219	1.1	157	29	161	38.3	106
Мироновская 808×Белоцерковская 198	12.0	100	0.9	82	22	81	43.0	95
А×937/73	15.9	204	1.1	157	28	133	37.0	104
Мироновская 808×Южноукраинка	9.8	82	1.0	99	23	96	43.0	95
25×937/73	17.3	222	1.3	186	32	152	41.7	116
Белоцерковская 198×Южноукр.	8.9	74	1.2	109	26	96	46.7	112
25×625/73	13.9	262	1.1	157	27	150	43.0	119
Белоцерковская 198×Прибой	13.0	102	1.0	99	22	81	43.0	105
НСР 0,95	3.1		0.2		3.8		2.2	

\* В процентах к лучшей исходной форме.

Высокий уровень проявления гетерозиса по изученным признакам установлен и в сочетаниях, полученных с участием мутанта 25, индуцированного из сорта Белоцерковская 198. Подобно гибридам, где в качестве одного из компонентов скрещивания участвовала Мироновская 808, гибриды с участием Белоцерковская 198 также не проявили эффекта гетерозиса. Так, если степень проявления гетерозиса по массе зерна с растения в сочетании А×25 составляет 219%, то в сочетании с участием их исходных сортов—100%. Аналогичные результаты получены и по остальным гибридным сочетаниям, полученным с участием мутантов А и 25 и их исходных сортов.

Отметим, что если оба скрещиваемые мутанта или один из них по изучаемым признакам находятся на уровне или выше исходного сорта, то частота и степень проявления гетерозиса в таких скрещиваниях бывают сравнительно ниже и почти не отличаются от гибридов, полученных путем скрещивания обычных сортов. Следовательно, нет основания полагать, что высокий уровень и частота проявления гетерозиса у изученных нами гибридов, полученных от скрещивания

индуцированных мутантов, является результатом действия или взаимодействия мутантных генов. В противном случае во всех сочетаниях, полученных от скрещивания случайного набора индуцированных мутантов, наблюдался бы высокий эффект проявления гетерозиса. Высокий уровень и частота проявления гетерозиса в приведенных сочетаниях, вероятно, связаны с тем, что у большинства изученных нами мутантов выраженность отдельных хозяйственно-ценных признаков намного ниже исходных сортов. У таких мутантов действие мутантного гена в целом отрицательно отражается на степень развития отдельных признаков. В результате этого мутант отстает от исходного сорта. В гибридных сочетаниях, полученных от скрещивания таких мутантов, отрицательное влияние мутантного гена частично или полностью компенсируется действием аллельных генов компонентов скрещивания, приводящих к восстановлению потенциальных возможностей до уровня исходных сортов.

Обычно эффект гетерозиса в конкретных гибридных сочетаниях измеряется по сравнению с лучшим компонентом скрещивания. В приведенных нами примерах мутантные формы восстанавливаются до уровня исходных сортов, а эффект гетерозиса измеряется по сравнению с лучшей мутантной формой, уступающей в определенной степени исходному сорту, в результате чего в таких гибридных сочетаниях отмечается высокий уровень проявления гетерозиса. Однако абсолютные показатели таких гибридов в основном бывают на уровне гибридов, полученных от их исходных сортов. Из этого следует, что чем выше степень депрессии мутантов, индуцированных из продуктивных сортов, тем выше частота и степень проявления гетерозиса у таких гибридов.

Следует также отметить, что в некоторых гибридных сочетаниях, полученных от скрещивания мутантов А и 25, абсолютные показатели значительно выше, чем у гибридов, полученных с участием их исходных сортов. Так, масса зерна с одного растения у гибрида А×937/73 составляет 15,9 г, а у гибрида, полученного от скрещивания исходных сортов Мироновская 808×Южноукраинка,—всего 9,8 г. Можно полагать, что в таких высокогетерозисных гибридных сочетаниях, кроме компенсации отрицательного влияния мутантных генов действием аллельных генов компонентов скрещивания, имеет место и взаимодействие мутантных генов с другими генами нового комплекса, ответственных за развитие данного признака.

На основании полученных экспериментальных данных можно заключить, что частота и степень проявления гетерозиса, а в некоторых случаях и абсолютные показатели у гибридов  $F_1$ , полученных от скрещивания индуцированных мутантов, значительно выше по сравнению с гибридами, компонентами скрещивания которых служили исходные сорта этих мутантов. Наиболее высокая частота и особенно степень проявления гетерозиса наблюдалась в сочетаниях, полученных с участием депрессивных мутантов, индуцированных из продуктивных сортов.

Подобные низкорослые индуцированные мутанты, обладающие высокой комбинационной способностью, с успехом можно использовать как в селекции на гетерозис, так и в синтетической селекции в качестве ценного исходного материала.

Институт земледелия МСХ Армянской ССР

Գ. Ա. ՍԱՀԱԿՅԱՆ, Ն. Ա. ՍԱՐԴՍՅԱՆ

Հետերոզիսի երևույթի ուսումնասիրությունը ցորենի մուտանտների խաչաձևումից ստացված հիբրիդների առաջին սերնդում

Հոդվածում բերվում է հետերոզիսի երևույթի ուսումնասիրության արդյունքները մի շարք մուտանտների և նրանց ելածների խաչաձևումից ստացված հիբրիդների առաջին սերնդում:

Պարզվել է, որ հետերոզիսի հաճախականությունը և նրա դրսևորման աստիճանը բարձր է այն դուզակցություններում, ոչոնց խաչաձևման կոմպոնենտները հանդիսացել են արդյունավետ սորտերից մակածված դեպրեսիվ մուտանտները: Նման մուտանտները, որոնք օժտված են բարձր համակցական ունակությամբ հաջողությամբ կարելի է օգտագործել հետերոզիսային և սինթետիկ սելեկցիայում որպես արժեքավոր ելանյութ:

#### ЛИТЕРАТУРА — ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

- <sup>1</sup> Е. Т. Вареница, С. В. Иванова, Вестник с.-х. наук, № 1, 1971. <sup>2</sup> А. И. Кныш, И. М. Норик, Генетика количественных признаков с.-х. растений, Колос, М., 1978. <sup>3</sup> С. Ф. Лыфенко, Г. М. Ковбасенко, Вестник с.-х. наук, № 8, 1970. <sup>4</sup> Э. Д. Неттевич, Селекция и семеноводство, № 1, 1965. <sup>5</sup> Н. В. Турбин, в сб.: Гетерозис: теория и практика, Колос, Л., 1968. <sup>6</sup> М. А. Федин, О гетерозисе пшеницы, Колос, М., 1970. <sup>7</sup> L. Granhall, Hereditas, vol. 32 (1946). <sup>8</sup> В. Г. Володин, А. В. Елеф, Изменчивость и отбор, Наука и техника, Минск, 1980. <sup>9</sup> А. П. Орлюк, Цитология и генетика, № 6, 1974. <sup>10</sup> Л. Г. Хайченко, канд. дис., 1980. <sup>11</sup> Б. А. Доспехов, Методика полевого опыта, Колос, М., 1973.

УДК 53.192.7

## ФИЗИОЛОГИЯ РАСТЕНИЙ

Академик АН Армянской ССР В. О. Казарян, И. А. Геворкян

К вопросу о роли воздушных корней в жизнедеятельности  
растений каланхое

(Представлено 2/IV 1981)

Установлено, что кольцевание ветвей приводит к пожелтению и отмиранию листьев, хотя сохраняется связь корень—лист через ксилему (<sup>1-3</sup>). В листьях таких побегов нарушается в первую очередь азотный обмен (<sup>1-2</sup>), приводящий к образованию аммиака (<sup>4</sup>). В случае же формирования придаточных корней выше кольцевого надреза физиологическое состояние листьев нормализуется. На основании этих и других экспериментальных данных (<sup>4,5</sup>) можно сделать вывод, что роль воздушных корней заключается в метаболической реутилизации промежуточных продуктов азотного обмена листьев. Благодаря такой своеобразной функции корней нормализуются обменные реакции, синтез и обновление молекул белков, нуклеиновых кислот, хлорофилла и других компонентов клетки.

Учитывая активное участие материнских корней в синтезе хлорофилла и физиологически активных веществ (<sup>6-8</sup>), мы полагали, что подобную роль должны играть и воздушные корни, хотя они, находясь в атмосфере, лишены поглотительной функции. Для экспериментальной проверки этого предположения нами предприняты специальные исследования на изолированных побегах каланхое (*Kalanchoe daigremontiana* L.), формирующих воздушные корни на стеблях и выводковые почки на листьях.

Растения выращивали в 5-литровых глиняных вазонах, находившихся в условиях 8-часового короткого дня для предотвращения цветения. После появления 4—5 пар листьев побеги у корневой шейки срезали и переносили в пустые сосуды Кирсанова (с 7/VII по 10/XI 79 г.), оставляя без полива. Наблюдения, проведенные в течение указанного срока, показали, что изоляция побегов способствует формированию воздушных корней. При регулярном удалении последних в процессе их появления интенсифицируется образование корней на

выводковых почках. При удалении же корней и с выводковых почек уже наступает пожелтение и отмирание самих побегов. Таким образом выясняется, что длительное сохранение жизнедеятельности срезанных побегов обуславливается исключительно наличием на них воздушных корней, которые, как следует из последующих экспериментов, принимают участие в процессах синтеза и обновления как молекул хлорофилла, так и физиологически активных веществ.

Для выявления роли воздушных корней в процессах синтеза хлорофилла были поставлены два варианта опыта: в одном случае формирующиеся воздушные корни оставляли, в другом—регулярно удаляли. Спустя 45 дней определяли содержание хлорофилла в листьях указанных побегов (табл. 1).

Полученные данные наглядно показывают, что по содержанию общего хлорофилла и отдельных его форм листья в этих вариантах существенно отличаются: у побегов с воздушными корнями содержание общего хлорофилла больше в 1,2 раза, т. е. на 24,8%. Эта цифра с первого взгляда не столь велика, однако если учесть, что подобная тенденция проявляется у всех листьев, то становится весьма существенной разница в содержании хлорофилла в листьях растений опытных вариантов. Весьма примечательны данные, характеризующие прочность связи хлорофилла с липопротеидным комплексом. Более слабая прочность этой связи у растений I варианта свидетельствует об активном обновлении молекул хлорофилла. Однако в количественном соотношении хлорофилла *a* и *b* существенной разницы не обнаруживается. Таким образом, приведенные данные наглядно свидетельст-

Таблица 1

Содержание различных форм хлорофилла в листьях изолированных побегов каланхое в связи с образованием воздушных корней (мг/г сухого вещества)

Формы хлорофилла	Изолированный побег			
	с воздушными корнями	без воздушных корней		
	M ± m			
Слабосвязанная форма	<i>a</i>	0,70 ± 0,07	0,55 ± 0,03	
	<i>b</i>	2,3 ± 0,11	1,98 ± 0,05	
	<i>a/b</i>	0,30	0,27	
	<i>a+b</i>	3,0 ± 0,12	2,53 ± 0,09	
% слабосвязанного хлорофилла от общего		54,2	54,9	
	Прочносвязанная форма	<i>a</i>	0,68 ± 0,03	0,49 ± 0,1
		<i>b</i>	1,85 ± 0,09	1,41 ± 0,07
		<i>a/b</i>	0,31	0,34
<i>a+b</i>		2,53 ± 0,11	1,90 ± 0,11	
Общая сумма		5,53 ± 0,13	4,43 ± 0,009	

вуют о положительном влиянии воздушных корней на синтез и обновление хлорофилла в листьях, тогда как их отсутствие приводит к постепенному разрушению зеленых пигментов.

Эта закономерность проявляется не только в отношении хлорофилла листьев, но и хлорофилла феллодермы и других тканей побе-

гов, что иллюстрируется в следующем опыте. Изолированные побеги, у которых удаляли все листья, делили на две группы: у одной сохраняли образующиеся воздушные корни, а у другой последние по мере образования удаляли. Определение содержания хлорофилла проводили в стеблях в разные сроки для иллюстрации динамики зеленых пигментов в зависимости от наличия или отсутствия воздушных корней (табл. 2).

Таблица 2

Содержание различных форм хлорофилла в стебле изолированного побега каланхое в связи с образованием воздушных корней (мг/г сух в-ва)

Формы хлорофилла	Изолированный побег						
	с воздушными корнями			без воздушных корней			
	M ± m						
	28.VIII	25.IX	13.X	28.VIII	25.IX	13.X	
Слабосвязанная форма	<i>a</i>	1,85±0,09	1,70±0,13	2,65±0,14	1,60±0,09	0,65±0,11	0,40±0,11
	<i>б</i>	0,75±0,05	0,80±0,07	1,10±0,05	0,62±0,04	0,40±0,06	0,28±0,03
	<i>a/б</i>	2,4	2,1	2,4	2,5	1,3	1,4
	<i>a+б</i>	2,60±0,13	2,50±0,14	3,75±0,09	2,50±0,14	1,05±0,12	0,68±0,09
% слабосвязанного хлорофилла от общего		59,09	52,09	60,0	51,0	63,9	66,0
Прочносвязанная форма	<i>a</i>	1,25±0,09	1,80±0,11	2,15±0,14	0,95±0,10	0,25±0,08	0,10±0,02
	<i>б</i>	0,55±0,03	0,50±0,09	0,35±0,11	0,35±0,07	0,35±0,13	0,25±0,06
	<i>a/б</i>	2,3	3,6	6,1	2,7	0,7	0,4
	<i>a+б</i>	1,80±0,12	2,30±0,14	2,50±0,17	1,30±0,11	0,60±0,15	0,35±0,09
Общая сумма		4,40±0,19	4,80±0,17	6,25±0,11	3,80±0,09	1,65±0,13	1,03±0,11

Полученные данные с большой наглядностью иллюстрируют существенную разницу в содержании хлорофилла в стеблях каланхое, в одном случае имеющих воздушные корни, в другом—без таковых. Как и в предыдущем опыте, выявлено, что наличие корней на побегах привело к количественной стабилизации хлорофилла в стеблях, с постепенным увеличением хлорофилла *a* и параллельным уменьшением хлорофилла *б* у побегов с воздушными корнями. При этом подобная тенденция была обнаружена как у слабосвязанной, так и прочносвязанной с липопроteidным комплексом форм. Этот факт уже показывает, что жизнедеятельность воздушных корней направлена в первую очередь на синтез хлорофилла *a* и не способствует сохранению оптимального уровня обновления хлорофилла *б*.

Совершенно противоположные результаты были получены у растений второго варианта, т. е. у изолированных побегов, лишенных воздушных корней и листьев. За 45 дней общее количество хлорофилла в стеблях уменьшилось в 3,7 раза, при этом убыль хлорофилла *a* была значительна (в 4,6 раза), тогда как содержание хлорофилла *б* уменьшалось незначительно (в 1,8 раза). В данном случае удаление воздушных корней оказало существенное воздействие на распад хлорофилла *a*.

Воздушные корни, как показано экспериментально, играют существенную роль и в синтезе физиологически активных веществ в

листьях <sup>(9)</sup>. Исходя из этих данных, мы вправе полагать, что активизация жизнедеятельности листьев воздушными корнями осуществляется и через синтез ауксинов. В действительности, полученные нами гистограммы (рис. 1) с применением методики Кефели и Турецкой

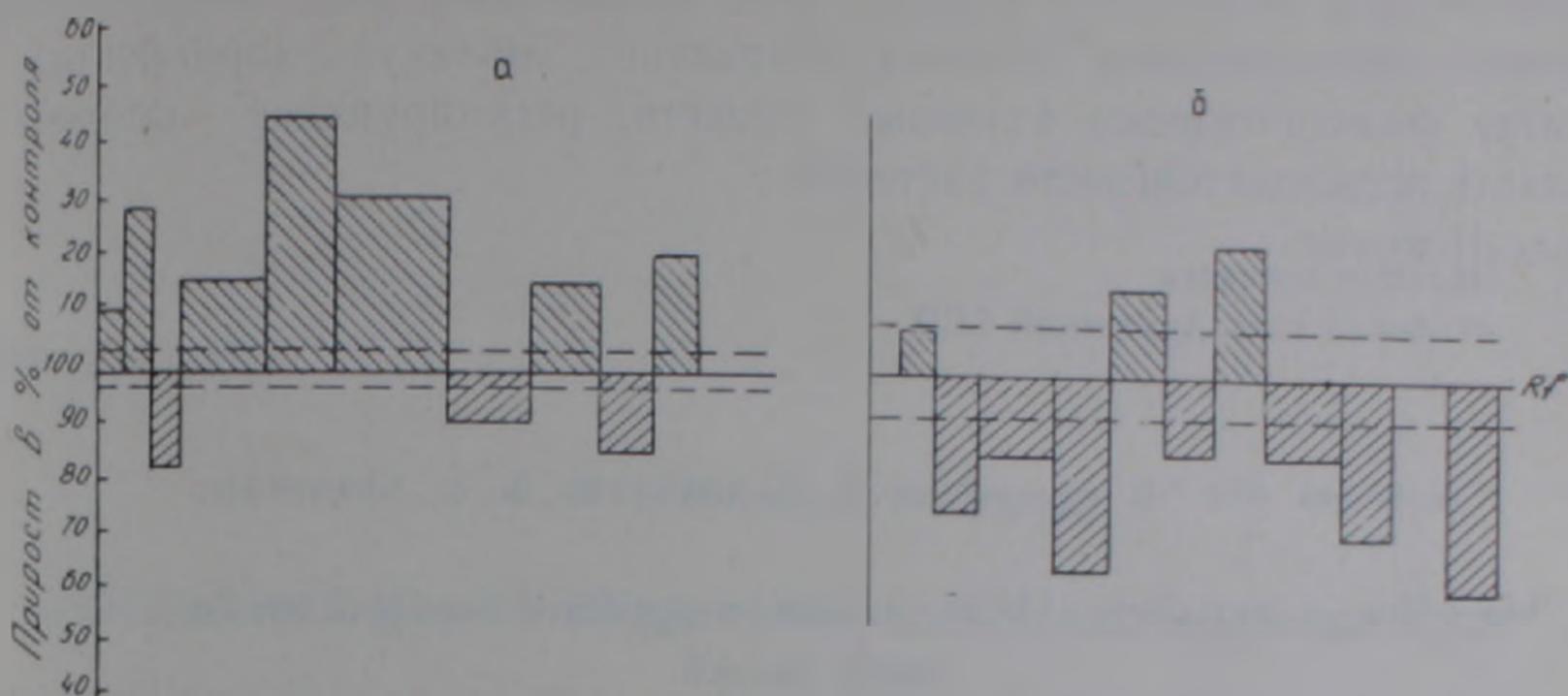


Рис. 1. Содержание физиологически активных веществ в листьях изолированных побегов с воздушными корнями (а) и без корней (б)

<sup>(10)</sup> показывают, что при наличии воздушных корней на изолированных побегах существенно увеличивается активность ауксинов в листьях (а), тогда как удаление корней вызывает нарастание ингибиторов (б).

Указанное обстоятельство наиболее ярко иллюстрируется при определении физиологически активных веществ на выводковых почках (рис. 2). При наличии корней на последних количество аук-

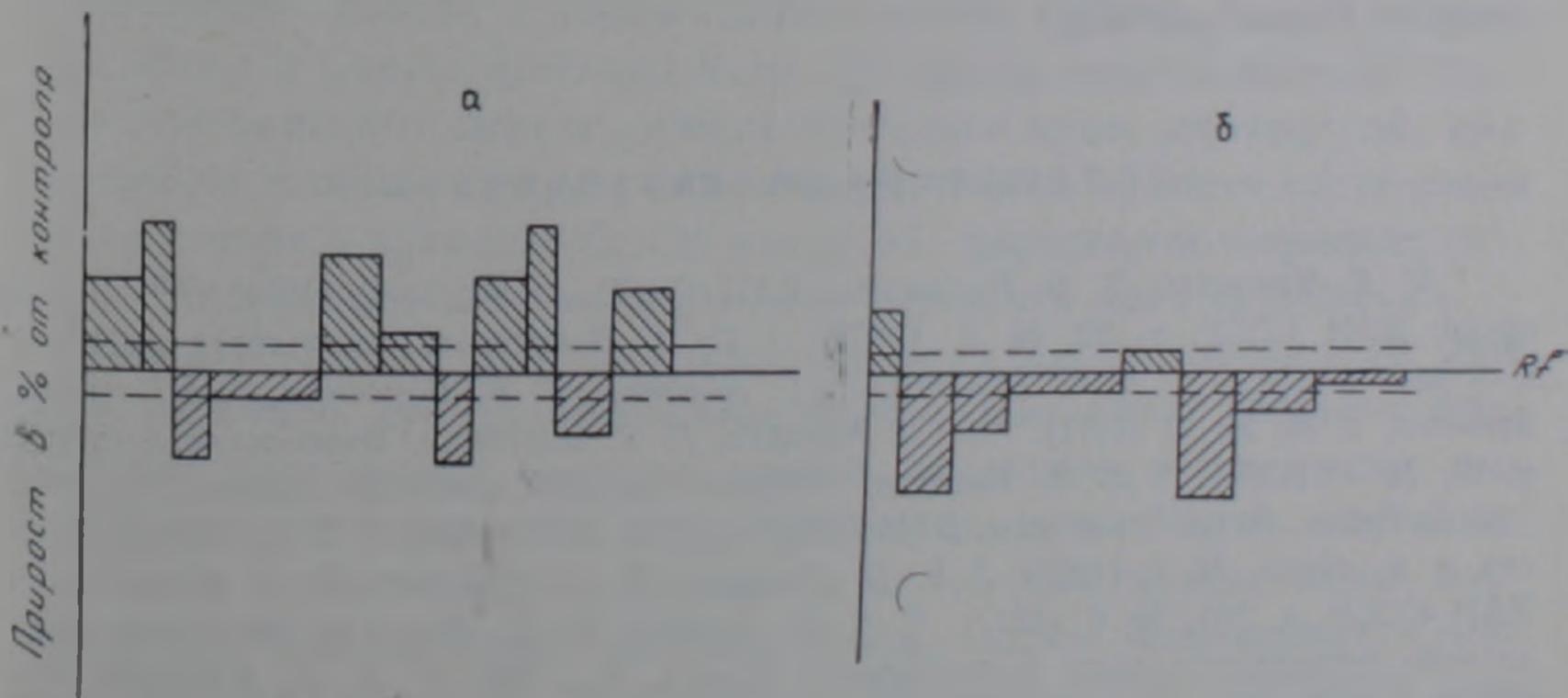


Рис. 2. Содержание физиологически активных веществ в выводковых почках с воздушными корнями (а) и без корней (б)

синов явно преобладает над ингибиторами, а без корней наблюдается обратная картина—ауксины почти исчезают, а содержание ингибиторов возрастает.

Таким образом, приведенные выше экспериментальные данные с большой наглядностью выявляют еще один аспект в роли воздушных корней в общей жизнедеятельности как листьев, так и растения в целом. Хотя они не выполняют поглотительной функции, однако при-

нимают деятельное участие в обменных реакциях. Это прежде всего выражается в метаболической реутилизации промежуточных продуктов азотного обмена листьев (5) и образовании разнообразных аминокислот (11,12), участвующих в синтезе белков. Благодаря метаболической роли воздушных корней, как показывают полученные нами данные, обеспечивается активное обновление молекул хлорофилла и синтез физиологически активных веществ, регулирующих процессы роста и жизнедеятельности растений.

Институт ботаники  
Академии наук Армянской ССР

Հայկական ՍՍՀ ԳԱ ակադեմիկոս Վ. Հ. ՂԱԶԱՐՅԱՆ, Ի. Ա. ԳԵՎՈՐԳՅԱՆ

### Կալանխոյա բույսերի կենսագործունեությունում օդային արմատների դերի մասին

Օդային արմատների կարևորագույն դերը տերևների կենսագործունեության մեջ մեզ բերում են այն համոզման, որ նրանք որոշակի մասնակցություն պետք է ունենան նաև քլորոֆիլի սինթեզի և վերականգնման պրոցեսներում: Այդ ուղղությամբ կատարված ուսումնասիրությունները ցույց են տվել, որ կալանխոյայի ցողունի վրա եղած օդային արմատները նպաստում են քլորոֆիլի, գլխավորապես նրա ա-ձևի, ինչպես և տերևներում աուքսինների սինթեզին:

Օդային արմատների այդ հատկությունը նպաստում է մեկուսացված տերևների երկարակեցությանը, երբ նրանց պահում ենք արմատներով խորասուզված թորած ջրի մեջ:

### ЛИТЕРАТУРА — ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

- <sup>1</sup> М. Х. Чайлахян, Т. В. Некрасова, ДАН СССР, т. 96, № 2 (1954). <sup>2</sup> Р. Д. Винокур, ДАН СССР, т. 93, № 2 (1953). <sup>3</sup> Т. В. Некрасова, Физиология растений, т. 5, вып. 6 (1958). <sup>4</sup> В. О. Казарян, А. Г. Абрамян, Г. Е. Вартамян, Биол. журнал Армении, т. 24, № 12 (1971). <sup>5</sup> В. О. Казарян, Г. Е. Вартамян, Физиология растений, т. 26, № 4 (1974). <sup>6</sup> В. О. Казарян, Старение высших растений, Наука, М., 1969. <sup>7</sup> Б. А. Рубин, В. Ф. Германова, ДАН СССР, т. 107, № 5 (1956). <sup>8</sup> Б. А. Рубин, Вестник с. х. науки, № 6 (1963). <sup>9</sup> В. О. Казарян, И. А. Казарян, Л. А. Мнацаканян, ДАН СССР, т. 235, № 6 (1977). <sup>10</sup> В. И. Кефели, Р. Х. Турецкая, Методика определения регуляторов роста и гербицидов, Наука, М., 1966. <sup>11</sup> А. Л. Курсанов, Физиология растений, т. 2, вып. 3 (1955). <sup>12</sup> В. П. Дадыкин, З. С. Игумнова, Физиология растений, т. 3, вып. 3 (1956).

УДК 595.771

Э. А. Качворян, А. Е. Тертерян

### Новый вид мошки (Diptera, Simuliidae) из Армянской ССР

(Представлено чл.-корр. АН Армянской ССР В. В. Фанарджяном 21/V 1981)

Фауне мошек Армянской ССР посвящена книга Тертеряна (1). В ней указано для Армении 41 вид и 12 подвидов. После 1968 г. были проведены дополнительные сборы мошек из ряда высокогорных водосточков; их систематическая обработка показала, что к ранее известному составу следует прибавить ряд новых для науки видов.

В настоящей статье дано описание одного из этих видов, обнаруженного в водоемах островного леса в Разданском районе.

*Cnetha chubarevae* sp. n. Kachvorlan et Terterian (рис. 1)

Наиболее близок к видам *Cnetha minuta* (Rubz.), *Cnetha dolomitensis* (Riv.) и *Cnetha djafarovi* Rubz. От первых двух отличается строением вентрального выреза, зубцов переднего края субментума, краевых зубцов мандибулы, рисунком лба у личинки, а также отсутствием рога на коконе у куколки; от *Cn. djafarovi* — характером ветвления ректальных придатков, а также строением переднего края субментума.

**Личинка.** Длина тела 9—9,5 мм. Окраска грязно-желтоватая. Лоб слегка затемнен, его задне-боковые края с заметными следами прикрепления мускульных волокон; заднее срединное пятно имеет вид удлиненного треугольника; передне-боковые пятна более или менее явственные, с позитивным рисунком и со следами прикрепления мускульных волокон. Антенна трехчлениковая, слегка затемненная. Соотношение длин члеников следующее: I членик—150,0—187,5 мк, II членик—175,0—212,5 мк, III членик—100,0—125,0 мк. Премандибулы имеют 38—43 жгутика в большом веере, 18—26 в малом веере и 8—9 в базальном. Жгутики большого веера к концу заострены. Микропектинация средних жгутиков большого веера очень тонкая, едва видимая, состоит из равновеликих волосков (рис. 1, г). Строение апикальной части жгутика малого веера изображено на рис. 1, в. Конец мандибулы дан на рис. 1, ж. 2-й предвершинный зубец мандибулы короче 1-го и 3-го; внутренних зубцов 11—12, они мелкие, почти одинаковой длины, их вершины не выходят за уровень 1-го и 3-го предвершинных зубцов;

краевые зубцы даны на рис. 1, з. Субментум с более явственными 1-м и 5-м зубцами, ширина его переднего края равна 62,5—87,5 $\mu$ ; промежуточные зубцы более или менее явственны, прикрыты передним краем ментума. По бокам субментума располагаются по 3 щетинки. Нижний край головной капсулы между вентральным вырезом и субментумом заметно пигментирован. Характер и расположение пигментных пятен по бокам головы личинки даны на рис. 1, д. Вентральный вырез головы более или менее глубокий, его глубина равна 112,5—137,5 $\mu$ ; внутренние края выреза в средней части образуют выступы, вершины которых заметно сближены. Расстояние от заднего края субментума до переднего края вентрального выреза равно 262,5—275,0 $\mu$ . В заднем прикрепительном органе 75—80 рядов крючков по 9—13 крючков в каждом ряду. Склеротизованная рама с относительно длинными передними ветвями (рис. 1, н). Склерит грудной ноги, расположенный перед присоской из крючков, имеет прямоугольную форму (рис. 1, с). Лопастные ректальных придатков крупные, на боковой лопасти 5—6, на средней 8 веточек.

*Куколка.* Длина кокона вместе с дыхательными нитями 7—7,5 мм. Кокон простой, передний кантик более или менее широкий, слабо склеротизован, по окраске едва отличается от остальной части кокона. Дыхательных нитей 4. Ветвление дихотомическое; стволики, на которых сидят дыхательные трубочки, сильно расходятся; нижний стволник относительно толще верхнего и в 1,2—1,5 раза длиннее его. Нижняя пара дыхательных трубочек ветвится в более или менее горизонтальной плоскости, плоскость ветвления верхних дыхательных трубочек лежит наискось к медианной линии тела куколки.

*Материал.* Личинки и незрелые куколки. Армянская ССР, Разданский район, мелкие родниковые ручьи в лесу (пгт. Цахкадзор), на высоте 1800 м, 9 июня 1978 г. Голотип: куколка из родникового ручья. Паратипы: личинки и куколки в препаратах № 1623, 1624, 1625, 1626.

*Экология.* *Sp. chubarevae* sp. n. развивается в мелких горных родниковых ручьях. Ручьи эти имеют ширину от 30 до 45 см, протекают по крутым лесным склонам и впадают в приток речки Цахкадзор. В 1978 г. в начале июня ручей, в котором был обнаружен *Sp. chubarevae* sp. n., был полноводным и в нем в большом количестве были зарегистрированы личинки старших возрастов (в том числе со зрелыми дыхательными нитями) и куколки; последние оказались незрелыми, ввиду чего их невозможно было довести до имаго. Позднее, в первой декаде июля, при осмотре ручья не удалось обнаружить ни личинок, ни куколок. В 1980 г. в середине июня вновь посетили этот ручей; уровень воды в нем сильно спал и была зарегистрирована лишь небольшая численность личинок средних возрастов *Sp. chubarevae* sp. n., среди которых оказалась лишь одна личинка со зрелыми дыхательными нитями.

Вид назван именем кариосистематика Лидии Архиповны Чубаревой.

*Сравнительные замечания.* Ранее род *Cnetha* End. рассматривался как группа «*latipes*», которая входила в род *Eusimulium* Roub. (<sup>1-3</sup>). Рубцовым (<sup>4</sup>) восстановлен таксономический статус рода, и в него

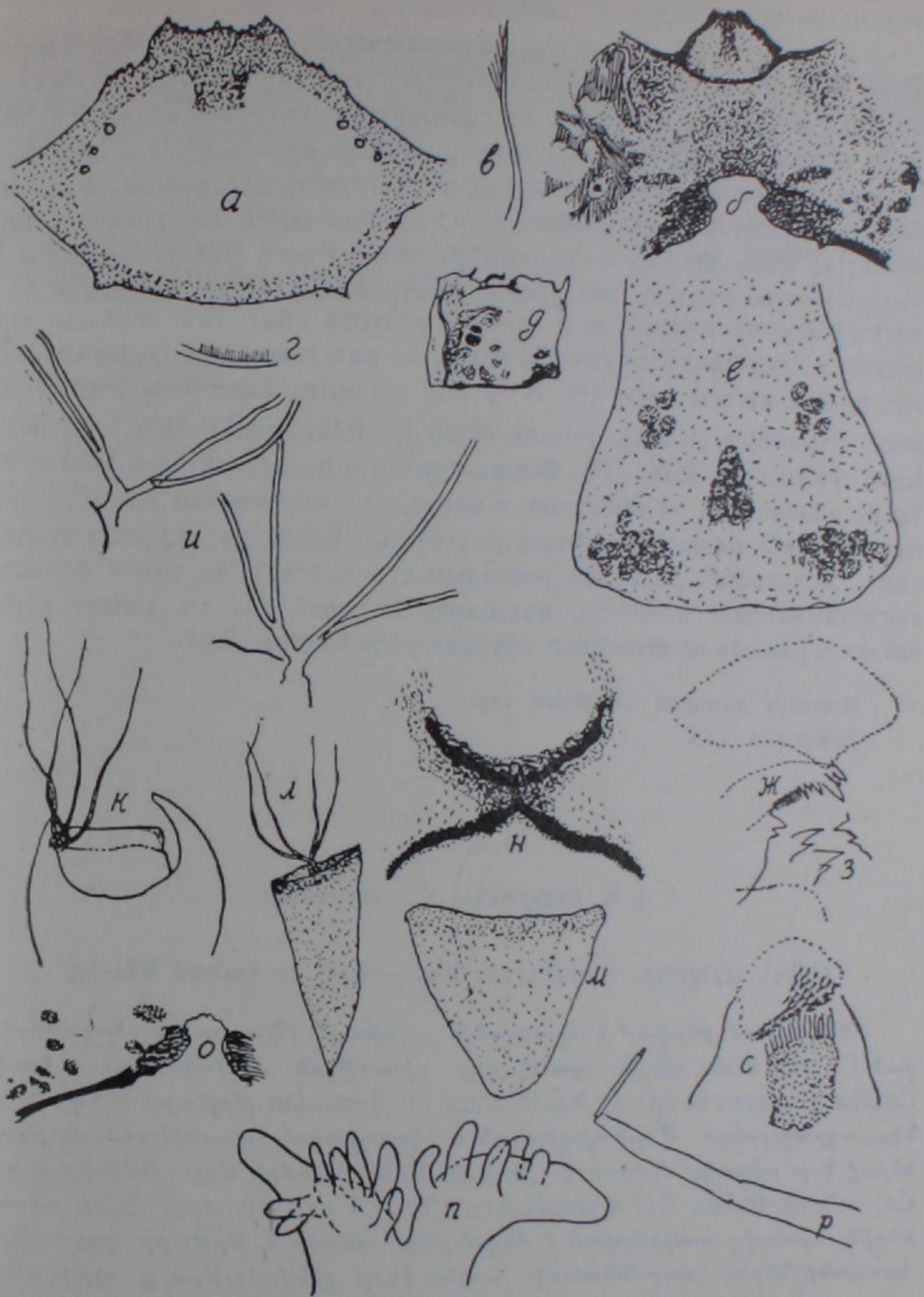


Рис. 1. *Cnetha chubarevae* sp. n. Kachvorlan et Terterlan:

а—субментум личинки в увеличенном виде, б—вентральная часть головной капсулы личинки, в—пектинация жгутика малого веера личинки, г—пектинация жгутика большого веера личинки, д—рисунок на головной капсуле личинки сбоку, е—лоб личинки, ж—зубцы мандибулы личинки, з—разные формы краевых зубцов мандибулы личинки, и—дыхательные трубочки куколки, к—передняя часть куколки сверху, л—куколка сбоку, м—кокон сверху, н—склеротизованная рама личинки, о—вентральный вырез головной капсулы личинки, п—средняя и боковая лопасти ректальных придатков, р—антенна личинки, с—склерит на грудной ножке личинки

вошли все представители вышеназванной группы. Позднее в роде *Cnetha* был намечен ряд групп, различающихся особенностями морфологии и экологии (5). По совокупности строения морфологических структур личинки и куколки и по своеобразию экологии *Cn. chubarevae* sp. n. должен быть включен в группу «*minuta* Rubz.» (6, 7). Наиболее важные таксономические признаки этой группы следующие: на фазе куколки—дихотомически ветвящиеся, расходящиеся дыхательные трубочки; на фазе личинки—заметное развитие 1-го и 5-го зубцов на субментуме, относительно неглубокий вентральный вырез, строение краевых зубцов на мандибуле и отчасти рисунок лба. По особенностям экологии представители группы «*minuta*» развиваются в горных холодных ручьях лесной зоны (5). В группу «*minuta*» включены следующие виды: *carpathica* (Knoz), *minuta* (Rubz.), *dolomitensis* (Riv.), *djafarovi* Rubz., *beltukovae* Rubz. (5). Форма кокона у представителей этой группы не одинаковая по строению: у одних он с явственным рогом, у других рог слабо развит, у третьих отсутствует. Вероятно, строение кокона, как и количество долек на ректальных придатках, не имеет большой таксономической ценности, поскольку сходный тип их может встречаться в разных естественных группах рода *Cnetha* End.

Институт зоологии Академии наук  
Армянской ССР

Է. Ա. ՔԱԶՎՈՐՅԱՆ, Հ. Ե. ՏԵՐՏԵՐՅԱՆ

### Մծեղի (Diptera, Simuliidae) նոր տեսակ Հայկական ՍՍՀ-ից

Հողվածում բերվում է Հրազդանի շրջանում (Մազկաձոր) հայտնաբերված *Cnetha* End. սեռին պատկանող գիտութիան համար նոր տեսակի՝ *Cnetha chubarevae* sp. n. Kachvorian et Terterian թրթուրի և հարսնյակի նկարագրությունը: Մորֆոլոգիական և էկոլոգիական առանձնահատկություններով նոր տեսակը մտնում է „*minuta* Rubz.“ խմբի մեջ: Ամենից մոտ է *Cn. minuta* Rubz., *Cn. dolomitensis* (Riv.) և *Cn. djafarovi* Rubz. տեսակներին, որոնցից տարրերվում է հարսնյակի բոժոժի և թրթուրի կազմության հատկանիշներով (սուրմենտումի առջևի եզրի զինվածությամբ, գլխի վեներալ կտրվածքով, մանդիբուլայի կողքային ատամներով, ճակատի նկարով և ուկտալ հավելումներով):

## ЛИТЕРАТУРА — ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

- <sup>1</sup> А. Е. Тертерян, Фауна Армянской ССР. Насекомые двукрылые. Мошки (Simuliidae), Ереван, 1968. <sup>2</sup> И. А. Рубцов, Фауна СССР. Насекомые двукрылые. Мошки (сем. Simuliidae), т. 6, вып 6, М.—Л., 1956. <sup>3</sup> З. В. Усова, Фауна мошек Карелии и Мурманской области (Diptera, Simuliidae), М.—Л., 1961. <sup>4</sup> И. А. Рубцов, Тр. Зоол. ин-та, 5, Л. (1974). <sup>5</sup> L. Rivosecchi, Fauna d'Italia, vol. 13, Simuliidae, Diptera—Nematocera, Bologna (1978). <sup>6</sup> I. A. Rubzow, Memoria I. Memorie Societa Entomologica Italiana, vol. 43, Genova (1964). <sup>7</sup> I. A. Rubzow, Lindner: Die Flieg. Palaearkt. Reg. Lief. 243, Stuttgart (1964).

УДК 621.391.6 : 612.172.4

ФИЗИОЛОГИЯ

Д. С. Мелконян, С. Г. Адамян, Т. Г. Арешян,  
 Х. А. Роолайд, А. М. Шамшинова

### Частотные характеристики осцилляторного потенциала в электроретинограмме человека

(Представлено чл.-корр. АН Армянской ССР В. В. Фанарджяном 15/IV 1981)

Осцилляторный потенциал (ОП) в электроретинограмме (ЭРГ) человека, возникающий при засвете сетчатки интенсивным импульсом света (<sup>1</sup>), обусловлен согласно современным взглядам существенно иными механизмами генерации, чем волны *a* и *b* ЭРГ (<sup>2,3</sup>). Полагают, что в происхождении ОП существенную роль играет синхронная активация клеточных ансамблей внутренних ядерного и плексиформного слоев сетчатки, для возникновения осцилляций в которых важное значение имеют синаптические механизмы и осуществляемые ими обратные связи (вероятно, посредством цепей латерального торможения (<sup>4,5</sup>)).

Поскольку ОП является сложным колебательным процессом, задачам его адекватного количественного исследования хорошо соответствует метод частотного анализа по Фурье ЭРГ, вызванных вспышкой света (<sup>6</sup>). Такой путь обработки ЭРГ с осцилляторными компонентами применялся в работах (<sup>2,4,7</sup>), однако невысокое разрешение по частоте использованных алгоритмов быстрого преобразования Фурье дало грубые оценки поведения частотных спектров в области доминантных частот ОП.

В настоящей работе на основе более совершенных методов машинной обработки ЭРГ (цифровой спектральный анализ с высоким разрешением по частоте и расчетом текущих спектров, цифровая фильтрация частотных характеристик, расчет обратных преобразований Фурье) ставятся задачи детального исследования частотных характеристик ЭРГ и ОП в целях выяснения возможностей выделения ОП в «чистом виде» и уточнения свойств и характеристик их генераторов.

Регистрацию ЭРГ производили на здоровых взрослых испытуемых с остротой зрения 1,0 (рефракция эмметропическая) по ранее описанной методике с использованием кожных электродов (<sup>8</sup>). Свето-

вой стимул, создаваемый импульсной лампой ИФК—120, подводили к исследуемому глазу посредством световода. Дискретизацию ЭРГ производили с шагом 150 мксек. Усредняли 20 ЭРГ при интервале между вспышками 2,5 сек.

Цифровой спектральный анализ ЭРГ осуществляли с помощью машинного метода расчета преобразований Фурье, основанного на аппроксимации анализируемой функции кусочно-линейной кривой (метод КЛПФ) <sup>(8,9)</sup>. Для сокращения избыточности исходных данных и достижения высокого разрешения по частоте использовали вариант КЛПФ <sup>(9)</sup>, при котором отсчеты берутся с неравномерным шагом дискретизации, выбираемым в зависимости от особенностей изменения обрабатываемой кривой. Расчет частотных спектров производили по сегментам разной длины от начала ЭРГ, что давало возможность получения картин текущих спектров.

Для выделения компонентов ЭРГ, соответствующих разным частотным диапазонам, использовали оригинальный цифровой метод фильтрации, сущность которого заключается в следующем.

Пусть  $U(j\omega) = R(\omega) + jI(\omega)$  — комплексный спектр ЭРГ, описываемой функцией времени  $u(t)$ . Пусть ЭРГ состоит из некоторого числа  $N+1$  компонентов, соответствующих различным частотным диапазонам. Представим соответствующие компоненты мнимой частотной характеристики  $I(\omega)$  в виде

$$I(\omega) = \sum_{j=0}^N I_j(\omega), \quad (1)$$

где  $I_j(\omega)$  — мнимая частотная характеристика  $j$ -го компонента. Разработанный способ выделения частотных компонентов состоит во введении „компонентной функции“  $\xi(\omega)$ , определяемой следующим образом:

$$\xi(\omega) = \mu(\omega) + \sum_{j=1}^{N-1} \xi_j(\omega) + \nu(\omega), \quad (2)$$

где

$$\mu(\omega) = \alpha(\omega; \omega_0; n_0), \quad \nu(\omega) = \beta(\omega; \omega_{N-1}; n_{N-1}),$$

$$\xi_j(\omega) = \beta(\omega; \omega_{j-1}; n_{j-1}) + \alpha(\omega; \omega_j; n_j),$$

$$\beta(\omega; \omega_j; n_j) = 1 - \alpha(\omega; \omega_j; n_j),$$

$$\alpha(\omega; \omega_j; n_j) = \left[ 1 + \left( \frac{\omega}{\omega_j} \right)^{2n_j} \right]^{-\frac{1}{2}} \text{ — функция Баттерворта } (9), \quad \omega_j > \omega_{j-1} \quad (j = 1, \dots, N).$$

Поскольку  $\xi(\omega) = 1$ , можно записать:

$$I(\omega) = I(\omega) \cdot \xi(\omega) = I_0(\omega) + \sum_{j=1}^{N-1} I_j(\omega) + I_N(\omega), \quad (3)$$

где

$$I_0(\omega) = I(\omega) \cdot \mu(\omega), \quad I_N(\omega) = I(\omega) \cdot \nu(\omega),$$

$$I_j(\omega) = I(\omega) \cdot \xi_j(\omega) \quad (j = 1, \dots, N-1).$$

Функция  $\mu(\omega)$  соответствует фильтру Баттерворта верхних частот <sup>(10)</sup>,  $\nu(\omega)$  — фильтру нижних частот,  $\xi_j(\omega)$  — полосовому фильтру. Таким образом, при соответствующем выборе параметров фильтров выражение (3) дает разложение частотной характеристики на компоненты, принадлежащие различным частотным диапазонам. Соответствующие временные компоненты определяются обратным синус-преобразованием Фурье

$$u_j(t) = -\frac{2}{\pi} \int_0^{\infty} I_j(\omega) \cdot \sin \omega t d\omega. \quad (4)$$

При этом  $\sum_{j=0}^N u_j(t) = u(t).$

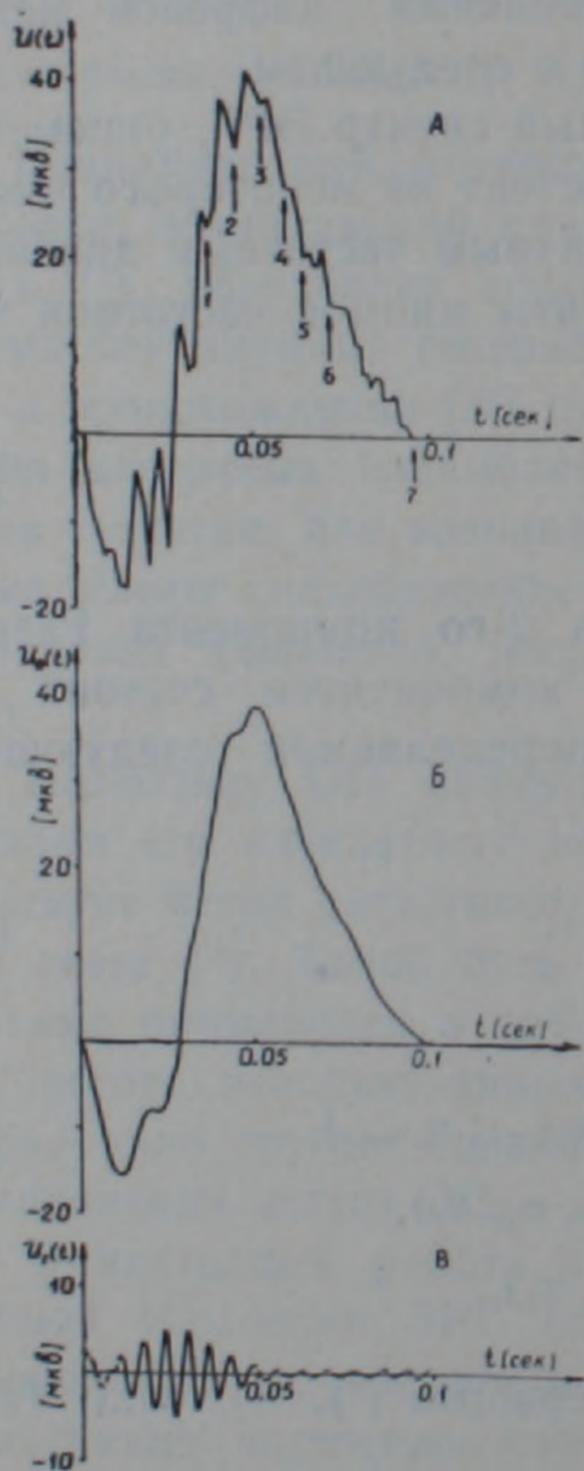


Рис. 1. Разделение ЭРГ на компоненты: А—ЭРГ здорового глаза человека, адаптированного к темноте в течение 7 мин, в ответ на вспышку света (энергия вспышки 40,5 дж, красный фильтр); Б—ЭРГ, из спектра которой фильтром  $\mu(\omega)$  вырезаны высокие частоты; В—осцилляторный потенциал, выделенный из исходной ЭРГ фильтром  $\xi_1(\omega)$

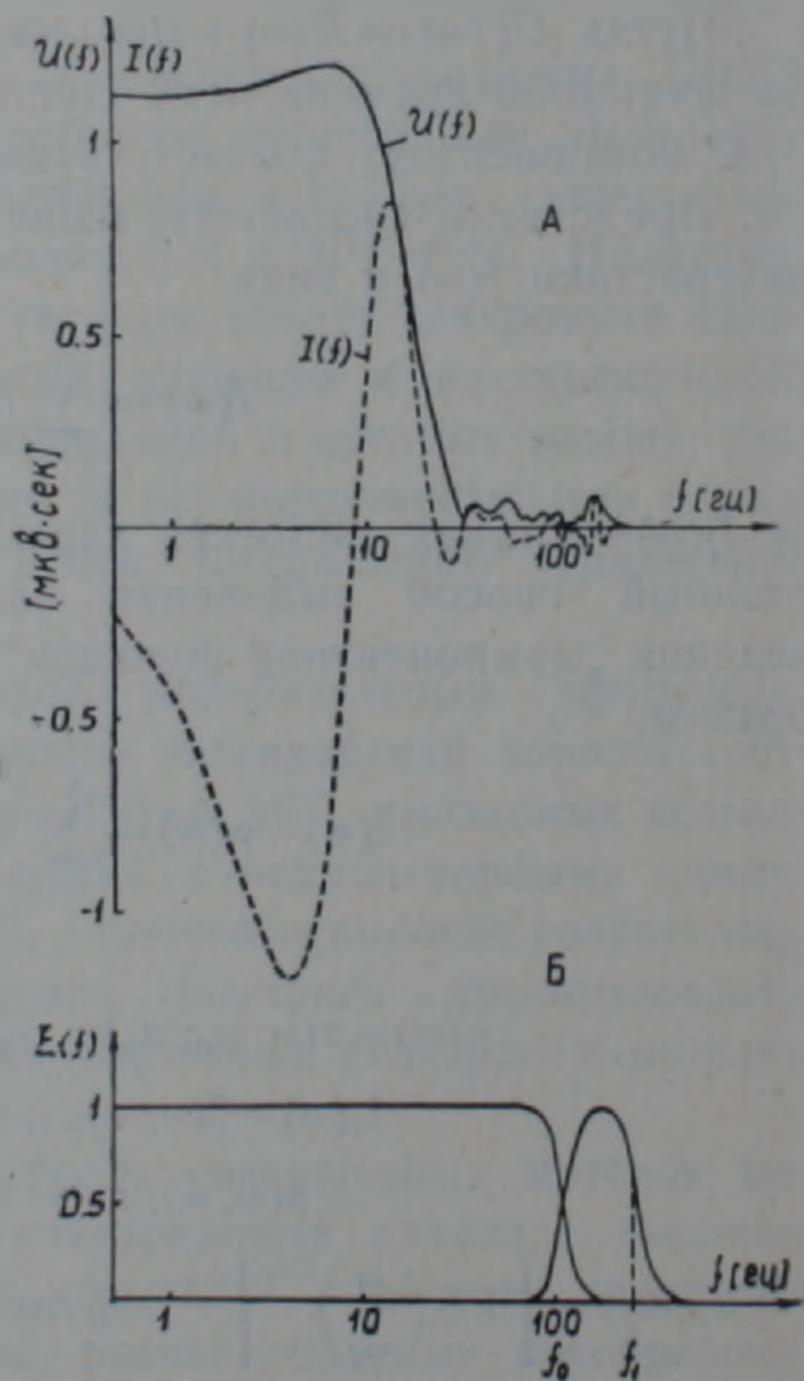


Рис. 2. Цифровая фильтрация частотных характеристик: А—амплитудная и мнимая частотные характеристики ЭРГ; Б—частотные фильтры, с помощью которых производится разделение частотных и временных характеристик ЭРГ на два компонента

Расчет временных компонентов согласно выражению (4) осуществляется с помощью машинного алгоритма, в котором исходными данными являются равноотстоящие отсчеты функции  $I(\omega)$  в логарифмической шкале частот (11), или с помощью соответствующего варианта метода КЛПФ (9).

Основные особенности частотных характеристик проиллюстрируем на примере обработки характерной ЭРГ, показанной на рис. 1, А (запись на графопостроителе NE—230). Осцилляторный потенциал возникает на 10-й мсек после подачи стимула и характеризуется 7 хорошо выраженными волнами.

Аппроксимирующая кусочно-линейная кривая, которая является исходным материалом для спектрального анализа, в масштабе рисунка практически совпадает с экспериментальной кривой.

Стрелками 1—7 обозначены моменты времени, до которых рассчитывались текущие спектры. Данные для более поздних участков ЭРГ не приводятся, поскольку они могут быть искажены артефактами, связанными с миоклоническими рефлексамии. Результаты цифрового спектрального анализа ЭРГ на отрезке от  $t=0$  до момента, отмеченного стрелкой 7, представлены на рис. 2, А в виде амплитудной  $U(\omega)$  и мнимой  $I(\omega)$  частотных характеристик. На этих характеристиках ОП проявляется в виде экстремумов на частотах порядка 150 гц.

Более детально состав частотного спектра ЭРГ характеризуется с помощью данных расчета текущих спектров, представленных на рис. 3. Здесь для диапазона частот от 125 до 200 гц представлены текущие спектры, вычисленные до моментов времени, отмеченных на исходной ЭРГ (рис. 1, А) стрелками 1—7.

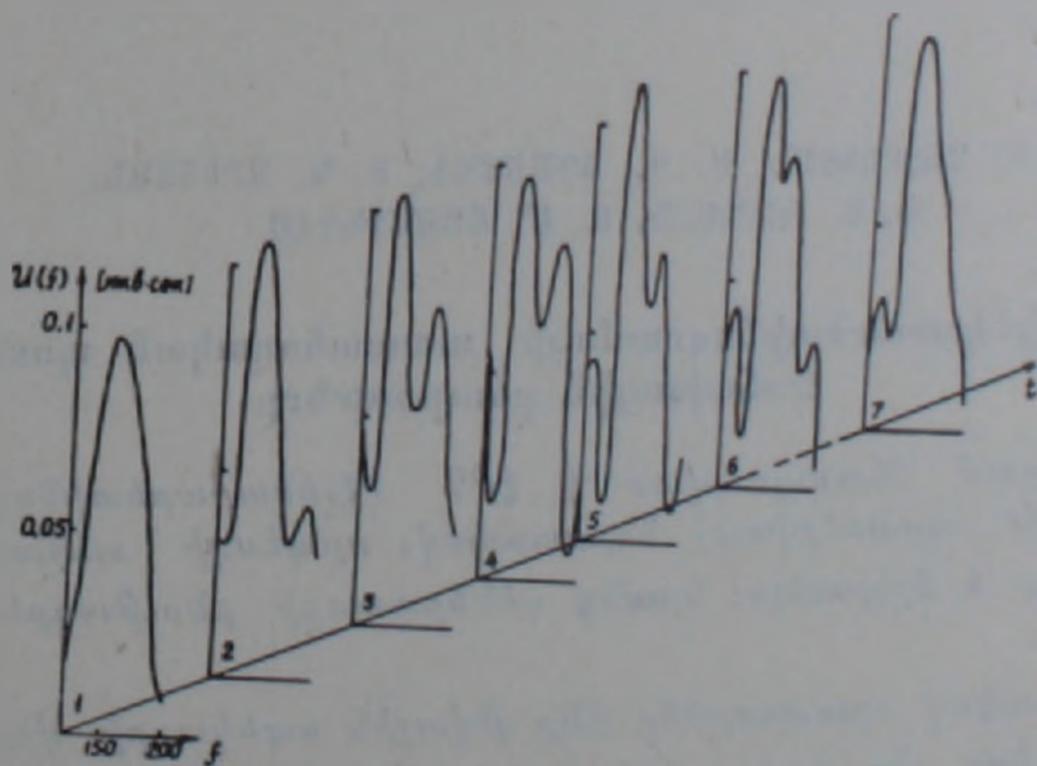


Рис. 3. Текущие спектры ЭРГ

Как видно из картины изменения текущих спектров ОП, цифровой спектральный анализ выявляет на отрезке времени до 70 мсек наличие в составе ОП двух источников разных частот (144 и 174 гц). При более длительных интервалах анализа этот эффект маскируется составляющими, связанными с шумовыми компонентами ЭРГ, видными на ниспадающей части волны  $v$  (рис. 1, А).

Как следует из представленных данных, основные частотные компоненты ОП лежат в области высоких частот, выходящих за пределы частотного диапазона (примерно до 100 гц), в котором содержатся соответствующие компоненты волн *a* и *b*. Это позволяет с помощью соответствующей компонентной функции отделить низкочастотную компоненту ЭРГ от ОП. На рис. 2, Б показаны фильтры  $\mu(\omega)$  и  $\xi_1(\omega)$  (кривая  $\nu(\omega)$  для простоты не начерчена), соответствующие следующим параметрам:  $n_0 = n_1 = 8$ ,  $f_0 = 100$  гц,  $f_1 = 251$  гц. Получаемые при использовании такой компонентной функции составляющие мнимой частотной характеристики  $I_\mu(\omega)$  и  $I_1(\omega)$  соответствуют во временной области осцилляторному потенциалу (рис. 1, В) и обычной ЭРГ (без ОП) с характерной двухфазностью волн *a* и *b* (рис. 1, Б).

Выделенная кривая ОП имеет форму, характерную для «биения», т. е. сложения двух колебаний близких частот. Наличие в частотном спектре ОП двух ведущих частотных компонентов обнаружилось при анализе всех исследованных ЭРГ, в частности полученных при различных хроматическом составе стимула и условиях адаптации.

Хотя этот эффект на основе полученных данных не может быть непосредственно связан с какими-либо конкретными клеточными процессами в сетчатке, очевидно, что ОП формируется как сумма колебаний двух близких частот и таким образом представляет более сложную характеристику нейронных взаимодействий в сетчатке, чем это представлялось ранее.

Институт физиологии им. Л. А. Орбели  
Академии наук Армянской ССР  
Московский НИИ глазных болезней им. Гельмгольца

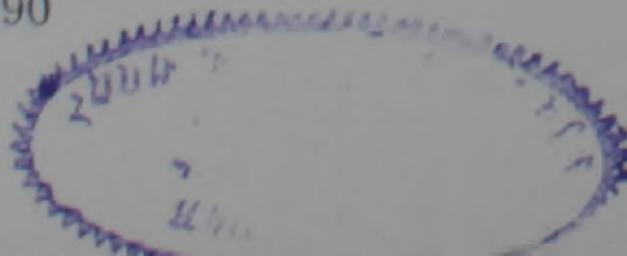
Գ. Ս. ՄԵԼՔՈՆՅԱՆ, Ս. Գ. ԱԴԱՄՅԱՆ, Տ. Գ. ԱՐԵՇՅԱՆ,  
Խ. Ա. ՌՈՍԼԱՅԴ, Ա. Մ. ՇԱՄՇԻՆՈՎԱ

Մարդու էլեկտրարետինոգրամայի տատանողական պոտենցիալի հաճախային բնութագրերը

Աշխատանքում հետազոտված է էՐԳ (էլեկտրարետինոգրամա) և SՊ (տատանողական պոտենցիալ) նպատակով, որպեսզի անջատվի SՊ «Մարդու վիճակում» և ճշգրտելու նրանց գեներատորի բնութագրերը և հատկությունները:

Այդ նպատակով օգտագործել ենք թվային սպեկտրի վերլուծիչ, ընթացող սպեկտրների հաշվարկ, հաճախային բնութագրերի թվային զտիչ, Ֆուրյեի հետադարձ ձևափոխությունների հաշվարկ:

Ցույց է տրված, որ SՊ-ի հիմնական հաճախային բաղադրիչը գտնվում է ավելի բարձր հաճախություններում (100 հց բարձր): Ենթադրվում է, որ SՊ ձևավորվում է որպես գումար երկու մոտ հաճախակությունների և այդպիսով հանդիսանում է ցանցաթաղաթի նեյրոնների փոխազդեցության բարդ բնութագիր, քան առաջ պատկերացնում էին:



- <sup>1</sup> W. A. Cobb, H. B. Morton, *Electroenceph. Clin. Neurophysiol.*, vol. 4, 547—556 (1952). <sup>2</sup> P. Alguere, S. Westbeck, *Vision Res.*, vol. 12, 195—214 (1972). <sup>3</sup> А. И. Богословский, В. К. Жданов, Г. Б. Милдажене, в сб.: Механизмы работы рецепторных элементов органов чувств. Наука, Л., 1973. <sup>4</sup> W. Kozak, in: *Intern. Symp. on vision processes in vertebrates. Vision Res. Suppl.*, No. 3, Pergamon Press 1971. <sup>5</sup> L. Wachtmeister, J. E. Dowling, in: *Proc. 16th ISCERG Symp. Morioka. Junk, The Hague 1979.* <sup>6</sup> D. S. Melkonian, in: *Advances in Electrophysiology and Pathology of the Visual System. 6th ISCERG Symp., VEB Thleme, Leipzig, 1968.* <sup>7</sup> M. Gur, Y. Zeevi, *J. Opt. Soc. Am.*, vol. 70, 53—59 (1980). <sup>8</sup> С. Г. Адамян, Л. Г. Барсегян, Д. С. Мелконян и др., *Журн. экспериментальной и клинической медицины*, т. 20, 628—631 (1980). <sup>9</sup> А. А. Газарян, Д. С. Мелконян, *Автометрия*, № 6, 1979. <sup>10</sup> Э. А. Гиллемин, *Синтез пассивных цепей. Связь*, М., 1970. <sup>11</sup> Д. С. Мелконян, В. И. Сааков, *Изв. АН Арм ССР, сер. техн. наук*, т. 24, 24—32 (1971).