

ՀԱՅԿԱԿԱՆ ՍՍՀ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԿԱԴԵՄԻԱ
 АКАДЕМИЯ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР

ԶԵԿՈՒՅՑՆԵՐ
 ДОКЛАДЫ

LXXII, № 3

1981

Խմբագրական կոլեգիա

Գ. Ա. ԱՐՁՈՒՄՅԱՆ, տեխ. գիտ. թեկնածու (պատ. ֆաբրիկա), Է. Գ. ԱՆՐԻԿՅԱՆ, ՀՍՍՀ ԳԱ թղթակից-անդամ, Ա. Խ. ԲԱՐԱՅԱՆ, ՀՍՍՀ ԳԱ ակադեմիկոս, Հ. Խ. ԲՈՒՆՅԱՆ, ՀՍՍՀ ԳԱ ակադեմիկոս, Ա. Ա. ԽԱԼԱԼՅԱՆ, ՀՍՍՀ ԳԱ թղթակից-անդամ, Վ. Մ. ԽԱՌԱՅԱՆ, ՀՍՍՀ ԳԱ թղթակից-անդամ, Վ. Հ. ՀԱՄԲԱՐՁՈՒՄՅԱՆ, ակադեմիկոս, Վ. Հ. ՂԱԶԱՐՅԱՆ, ՀՍՍՀ ԳԱ ակադեմիկոս (պատ. խմբագրի տեղակալ), Հ. Գ. ՄԱՂԱՏՅԱՆ, ՀՍՍՀ ԳԱ ակադեմիկոս, Ա. Գ. ՆԱԶԱՐՈՎ, ՀՍՍՀ ԳԱ ակադեմիկոս (պատ. խմբագիր), Գ. Ս. ՍԱՀԱԿՅԱՆ, ՀՍՍՀ ԳԱ թղթակից-անդամ, Ս. Մ. ՍԱԳՈՆՋՅԱՆ, ՀՍՍՀ ԳԱ թղթակից-անդամ, Մ. Լ. ՏԵՐ-ՄԻՓԱՅԵԼՅԱՆ, ՀՍՍՀ ԳԱ թղթակից-անդամ, Վ. Բ. ՆԱՆԱՐՋՅԱՆ, ՀՍՍՀ ԳԱ թղթակից-անդամ:

Редакционная коллегия

Յ. Ա. ԱՄԲԱՐՇՈՒՄՅԱՆ, ակադեմիկ, Դ. Ա. ԱՐՅՈՒՄԱՆՅԱՆ, կանդ. տեխ. ռաւք (ոթ սեքրետար), Յ. Դ. ԱՓՐԻԿՅԱՆ, շլ.-կորր. ԱՆ ԱրմՏՏՐ, Ա. Դ. ԲԱԲԱՅԱՆ, ակադեմիկ ԱՆ ԱրմՏՏՐ, Դ. Խ. ԲՈՒՅՏՅԱՆ, ակադեմիկ ԱՆ ԱրմՏՏՐ, Յ. Օ. ԿԱՅԱՐՅԱՆ, ակադեմիկ ԱՆ ԱրմՏՏՐ (շառ ոթ. ռեդակտոր), Ն. Դ. ՄԱԴԱԿՅԱՆ, ակադեմիկ ԱՆ ԱրմՏՏՐ, Ա. Դ. ՆԱՅԱՐՈՎ, ակադեմիկ ԱՆ ԱրմՏՏՐ (ոթ. ռեդակտոր), Դ. Տ. ՏԱԱԿՅԱՆ, շլ.-կորր. ԱՆ ԱրմՏՏՐ, Օ. Մ. ՏԱՓՈՆԴՅԱՆ, շլ.-կորր. ԱՆ ԱրմՏՏՐ, Ա. Ա. ԴԱԼԱԼՅԱՆ, շլ.-կորր. ԱՆ ԱրմՏՏՐ, Յ. Մ. ԴԱՐԱՅԱՆ, շլ.-կորր. ԱՆ ԱրմՏՏՐ, Մ. Լ. ԴԵՐՄԻԿԱԵԼՅԱՆ, շլ.-կորր. ԱՆ ԱրմՏՏՐ, Յ. Յ. ՓԱՆԱՐԴՅԱՆ, շլ.-կորր. ԱՆ ԱրմՏՏՐ:

ՀԱՅԿԱԿԱՆ ՍՍՀ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԿԱԴԵՄԻԱՅԻ ՀՐԱՏԱՐԱԿՑՈՒԹՅՈՒՆ

ԵՐԵՎԱՆ

ԵՐԵՎԱՆ

ԲՈՎԱՆԴԱԿՈՒԹՅՈՒՆ

էջ

ՄԱԹԵՄԱՏԻԿԱ

Ս. Ս. Ալլայան—Վիլյամսոնի տիպի Ադամարի տարածական մատրիցայի մասին	131
Վ. Խ. Մուսոյան—Դիրիխլեի լրիվ սխտեմով մոտարկվող ֆունկցիաների անալիտիկ շարունակությունը	135
Ս. Մ. Վառդանյան—Բազմությունների ճանաչման մեկ խնդիր	141
Ա. Ա. Վաղարշակյան—Միակության թեորեման քվադրիկոնֆորմ արտապատկերումների համար	144
Ա. Գ. Թադևոսյան—Ծրագրերի մի դասի համար օրինակների լրիվ համակարգ կառուցելու պրոբլեմի լուծելիությունը	151

ԿԻՐԱՌԱԿԱՆ ՄԱԹԵՄԱՏԻԿԱ

Դ. Հ. Ավեսիսյան—Ինֆորմատիկայի վիճակագրական տեսության հետ առնչվող չորս թեորեմների մասին	157
--	-----

ԱՍՏՂԱՅԻՋԻԿԱ

Ռ. Ա. Վառդանյան, Մ. Ս. Միրզոյան, Հ. Ա. Պողոսյան—Նախնական թվային ֆիլտրացիայի կիրառումով աստղագիտական օբյեկտների պատկերների մշակումը	162
--	-----

ՍՏՐԱՏԻԳՐԱՅԻԱ

Ս. Մ. Գրիգորյան, Լ. Ե. Մաբկոսյան—Նոր տվյալներ Հայոցձորի սինկլինորիումի պալեոցենի մասին (Հայկական ՍՍՀ)	169
---	-----

ԲԻՈՅԻՋԻԿԱ

Ս. Խ. Ավդալբեգյան, Ս. Ա. Բաչինյան—Էրիթրոցիտների էլեկտրոկինետիկ պոտենցիալի փոփոխությունների մեխանիզմների մասին թոքերի ոչ սպեցիֆիկ հիվանդությունների ժամանակ	175
--	-----

ՐԻՈՔԻՄԻԱ

Վ. Ս. Հովնանիսյան, Լ. Լ. Բաղալյան—Առնետների երկամների կեղևի Վ-գլուտամիլտրանսֆերազայի նոր ինհիբիտորը	179
---	-----

ԱԴՐՈՔԻՄԻԱ

Ա. Շ. Գալստյան, Զ. Վ. Անտոնյան—Հողում ցիստեինի փոխարկման մասին	183
--	-----

ԲԺՇԿԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

Ն. Ն. Քաբազյան, Լ. Ա. Հախվերդյան—Մահացությունը սուր ինֆարկտ միոկարդի ժամանակ նրևան ք. պայմաններում, կախված երկրի մազնիսական դաշտի աղտիվությունից	188
--	-----

СОДЕРЖАНИЕ

МАТЕМАТИКА

	Стр.
С. С. Агаян—О пространственной матрице Адамара типа Вильямсона	131
В. Х. Мусоян—Аналитическое продолжение функций, аппроксимируемых полной системой Дирихле	135
С. М. Вартанян—Об одной задаче распознавания множеств	141
А. А. Вагиршакян—Теорема единственности для квазиконформных отображений	144
А. Г. Тадевосян—О разрешимости проблемы построения полной системы примеров в одном классе программ	151

ПРИКЛАДНАЯ МАТЕМАТИКА

Д. О. Аветисян—О четырех теоремах, связанных со статистической теорией информатики	157
--	-----

АСТРОФИЗИКА

Р. А. Варданян, М. С. Мирзоян, Г. А. Погосян—Применение предварительной цифровой фильтрации для обработки изображений астрономических объектов	162
--	-----

СТРАТИГРАФИЯ

С. М. Григорян, Л. Е. Маркосян—Новые данные о палеоцене Айоцзорского синклинория (Армянская ССР)	169
--	-----

БИОФИЗИКА

С. Х. Авдалбекян, С. А. Баджинян—О механизме изменения электрокинетического потенциала эритроцитов при хронических неспецифических заболеваниях легких	175
--	-----

БИОХИМИЯ

В. С. Оганесян, Л. Л. Бадалян—Новый ингибитор гамма-глутамилтрансферазы коры почек крыс	179
---	-----

АГРОХИМИЯ

А. Ш. Галстян, З. В. Антосян—О превращении цистеина в почве	183
---	-----

МЕДИЦИНА

Н. Н. Каразян, Л. А. Ахвердян—Смертность при остром инфаркте миокарда в зависимости от активности геомагнитного поля в условиях г. Еревана	188
--	-----

CONTENTS

MATHEMATICS

P

S. S. Agayan—On higher dimensional Williamson-type Hadamard matrices	131
V. KCH. Musoyan—Analytic continuation of the functions approximable by the complete set of Dirichlet	135
S. M. Vartanian—A problem of knowing of sets.	141
A. A. Vagarshakian—The theorem of uniqueness for quasiconformal mappings	144
A. G. Tathevossian—On solvability of a complete sample system construction problem for one class of programs.	151

APPLIED MATHEMATICS

D. H. Avetisyan—About four theorems, connected with the statistical theory of informatics	157
---	-----

ASTROPHYSICS

R. A. Vardanian, M. S. Mirzoyan, H. A. Pogosian—Application of preliminary numerical filtration in treatment of pictures of celestial objects	162
---	-----

STRATIGRAPHY

S. M. Grigorian, L. E. Marcosian—New data on Paleocene of Hayoc-dzor synclinalorium (Armenian SSR)	169
--	-----

BIOPHYSICS

S. Kh. Avdalybekian, S. A. Badjinian—On the mechanism of electrokinetics potential change under chronic nonspecified lung diseases	175
--	-----

BIOCHEMISTRY

V. S. Hovhannitsian, L. L. Badalian—The new inhibitor of rats kidney cortex gamma-glutamyl-transpherase	179
---	-----

AGROCHEMISTRY

A. Sh. Galstian, Z. W. Antonian—On cysteine transformation in soil	183
--	-----

MEDICINE

N. N. Karazian, L. A. Akhverdian—Death rate from acute myocardial infarction depending upon the activity of the geomagnetic field in the conditions of Yerevan	188
--	-----

Техн. редактор АЗИЗБЕКЯН Л. А.

Сдано в набор 7.05.1981. Подписано к печати 8.07.1981г. ВФ 04891.
Бумага № 1, 70×108¹/₁₆. Плоскопечать. Печ. лист. 4,0. Усл. печ. лист. 5,6.
Учет.-изд. 4,2. Тираж 500. Заказ 409. Издат. 5477.
375019, Ереван, Барекамутян, 24-г. II эт., 1 к.

Типография Издательства Академии наук АрмССР, 378310, г. Эчминадзин

УДК 519.1

МАТЕМАТИКА

С. С. Агаян

О пространственной матрице Адамара типа Вильямсона

(Представлено чл.-корр. АН Армянской ССР Р. Р. Варшамовым 22/IX 1980)

1. Во многих задачах теории планирования эксперимента, в теории кодирования, в численном анализе и комбинаторике важную роль играют вопросы существования и построения матриц Адамара.

Матрицей Адамара или матрицей Сильвестра ^(1, 2) называется квадратная матрица H_m , состоящая из $+1$ и -1 и такая, что

$$H_m H_m^t = m I_m, \quad (1)$$

где I_m — единичная матрица порядка m , t — знак транспонирования.

Равенство (1) эквивалентно утверждению, что всякие две строки H_m — ортогональны.

Первые работы по построению матриц Адамара вышли еще в прошлом веке — так, в 1867 г. Сильвестр предложил метод построения подобных матриц порядка $m = 2^n$, $n = 1, 2, \dots$ ⁽²⁾.

В 1933 г. Пэлли установил, что если H_m — матрица Адамара порядка m , $m > 2$, то $m \equiv 0 \pmod{4}$ ⁽³⁾. Обратная задача, а именно задача построения матриц Адамара всех порядков $m \equiv 0 \pmod{4}$, остается нерешенной.

Существует ряд методов построения матриц Адамара, сведения о которых можно найти в работах ⁽²⁻⁷⁾.

Начиная с 1970 г. в связи с применением матриц Адамара в теории кодирования (например, правильные матрицы Адамара размерности $n \geq 4$ существенно улучшают характеристики корректирующих кодов ⁽⁸⁾), возрос интерес к исследованию пространственных матриц Адамара.

Определение 1 ⁽⁸⁾. Трехмерная матрица $A_m = \{h_{ijk}\}$, $h_{ijk} = \pm 1$, порядка m называется пространственной матрицей Адамара, если все ее двумерные составляющие, параллельные координатным плоскостям, удовлетворяют условиям:

$$\sum_i \sum_j h_{ija} h_{ijb} = m^2 \delta_{ab}; \quad (2)$$

$$\sum_i \sum_k h_{iak} h_{ibk} = m^2 \delta_{ab}; \quad (3)$$

$$\sum_i \sum_k h_{ajk} h_{bik} = m^2 \delta_{ab}, \quad (4)$$

где

$$\delta_{ab} = \begin{cases} 1 & \text{при } a = b \\ 0 & \text{при } a \neq b \end{cases}$$

Определение 2 (8). Кубические матрицы порядка m , для которых двумерные составляющие, параллельные координатным осям (i, j, k) , сами являются матрицами Адамара, а именно, для всех значений r параметра k , всех q и всех p справедливы равенства:

$$\sum_i h_{iar} h_{ibr} = \sum_j h_{air} h_{bjr} = m \delta_{ab}; \quad (5)$$

$$\sum_i h_{iqa} h_{iqb} = \sum_h h_{aqk} h_{bqk} = m \delta_{ab}; \quad (6)$$

$$\sum_j h_{pja} h_{pjb} = \sum_h h_{pak} h_{pbk} = m \delta_{ab}, \quad (7)$$

называются правильными матрицами Адамара порядка m .

В 1971 г. Шлихтом впервые были построены трехмерные и четырехмерные матрицы Адамара (9).

В работе (10) Эндрюсом построены трехмерные матрицы Адамара, основанные на конструкции прямого произведения (11) трех двумерных матриц Адамара порядка m , ориентированных в разных направлениях (i, j, k) . Отметим, что построенные таким образом пространственные матрицы Адамара в основном не удовлетворяют условиям (5), (6), (7).

Наконец, в работе (8) приведены:

а) пример трехмерной матрицы Адамара, не являющейся правильной матрицей Адамара;

б) алгоритм построения пространственных правильных матриц Адамара порядка 2^n ;

в) конструкции многомерных (трех, четырех и выше) матриц Адамара, не удовлетворяющих условиям (5), (6), (7).

В этой же работе Шлихт сформулировал несколько нерешенных задач, из коих приведем две:

1) построить для многомерного случая алгебраический аппарат исследования, аналогичный двумерному случаю;

2) построить многомерные аналоги матриц Вильямсона.

И наконец, сформулируем задачу по построению матриц Адамара: для данного натурального числа m построить матрицу (двумерную, многомерную) Адамара. Подчеркнем, что в многомерном случае даже не доказан аналог утверждения Пэлли (3). Известно, что если кубическая матрица $A_m = \{h_{ijk}\}$ — правильная пространственная матрица Адамара, то $m \equiv 0 \pmod{4}$, которая сразу вытекает из теоремы Пэлли и определения (2).

В настоящей работе доказана эквивалентность существования пространственных и двумерных матриц Вильямсона, распространен аналог теоремы Вильямсона на пространственный случай, построены правильные пространственные матрицы Адамара новых порядков.

2. Определение 3. Трехмерные матрицы

$$A_m = \{A_i, A_j, A_k |_{i,j,k=1}^m = [a_{ijk}], a_{ijk} = \pm 1$$

назовем пространственной матрицей Вильямсона, если все ее соответствующие двумерные составляющие, параллельные координатным плоскостям (i, j, k) , являются двумерными матрицами Вильямсона, т. е. выполняются следующие условия:

$$a) \quad \sum_{n=1}^4 A_p^n (A_p^n)^T = m I_m \quad p \in \{i, j, k\};$$

$$b) \quad A_p^f (A_p^q)^T = A_p^g (A_p^f)^T \\ p \in \{i, j, k\}, f \neq q, f, q = 1, 2, 3, 4.$$

Справедливы:

Лемма. Если A_m^i $i = 1, 2, 3, 4$, двумерные матрицы Вильямсона порядка m , то

$$A_m^i F, i = 1, 2, 3, 4, F \in \{u^k, R, u^k R, k = 1, 2, \dots, m-1\}$$

также являются матрицами Вильямсона.

Здесь

$$U = \begin{vmatrix} 010 & . & . & . & . & 00 \\ 0010 & . & . & . & . & 00 \\ . & . & . & . & . & . \\ . & . & . & . & . & . \\ 000 & . & . & . & . & 01 \\ 100 & . & . & . & . & 00 \end{vmatrix}$$

$$R = \begin{vmatrix} 000 & . & . & . & . & 001 \\ 000 & . & . & . & . & 010 \\ . & . & . & . & . & . \\ . & . & . & . & . & . \\ 010 & . & . & . & . & 000 \\ 100 & . & . & . & . & 000 \end{vmatrix}$$

Теорема 1. Для существования пространственных матриц Вильямсона порядка m необходимо и достаточно существование двумерных матриц Вильямсона.

Теорема 2. (Обобщенная теорема Вильямсона). Если A, B, C, D пространственные матрицы Вильямсона порядка m , то массив

$$\begin{vmatrix} -d-c & b & a & -c & d & a-b & -b & a-d & c & a & b & c & d \\ -c & d & a-b & d & c-b-a & -a-b-c-d & -b & a-d & c & -b & a-d & c \\ b-a & d-c & -a-b-c-d & -d-c & b & a & -c & d & a-b \\ -a-b-c & d & -b & a-d & c & c-d-a & b & -d-c-a & b \end{vmatrix} \begin{matrix} \xrightarrow{+} (i) \\ \xrightarrow{(k)} \\ \downarrow (j) \end{matrix}$$

является правильной пространственной матрицей Адамара порядка m .

С л е д с т в и е. Существуют правильные пространственные матрицы Адамара следующих порядков $4m$:

- 1) $m, m \in \{1, 2, 3, \dots, 100\} \setminus \{53, 59, 65, 67, 70, 71, 73, 83, 89, 94\}$
- 2) $\frac{1}{2}(p+1), \frac{1}{2}p(p+1), p \equiv 1 \pmod{4}$ — простое число;
- 3) $9^a, a$ — натуральное число;
- 4) $s(4s+3), s(4s-1), s \in \{1, 3, 5, \dots, 25\}$;
- 5) $2 \cdot 39, 2 \cdot 203, 2 \cdot 303, 2 \cdot 669, 2 \cdot 295$.

Вычислительный центр
Академии наук Армянской ССР и
Ереванского государственного
университета.

Ս. Ս. ԱՂԱՅԱՆ

Վիլլամսոնի տիպի Ադամարի տարածական մատրիցայի մասին

Ս ա հ մ ա ն ու մ. Եռաչափ $A_m = |h_{ijk}|$, $h_{ijk} = \pm 1$, մատրիցան կոչվում է m -րդ կարգի Ադամարի տարածական մատրիցա, եթե նրա բոլոր երկչափ բաղադրիչները, որոնք զուգահեռ են կոորդինատական հարթություններին, բավարարում են հետևյալ պայմաններին.

$$\sum_i \sum_j h_{ija} h_{ijb} = m^2 \delta_{ab}, \quad \sum_i \sum_k h_{iak} h_{ibk} = m^2 \delta_{ab}, \quad \sum_j \sum_k h_{ajk} h_{bjk} = m^2 \delta_{ab},$$

որտեղ $\delta_{ab} = \begin{cases} 1, & \text{եթե } a = b \\ 0, & \text{հակառակ դեպքում} \end{cases}$

Շլիխտեի կոդից (²) դրված են հետևյալ խնդիրները՝

- 1) Բազմաչափ դեպքի համար կառուցել հետազոտման հանրահաշվական ապարատ.
- 2) Կառուցել բազմաչափ Վիլլամսոնի տիպի մատրիցներ:
Աշխատանքը նվիրված է Շլիխտեի խնդիրների լուծմանը:

ЛИТЕРАТУРА—ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

- ¹ П. Эрдеш, Математика, т. 7 № 4 (1963). ² J. H. Sylvester, Philos. Mag., (4) 24 (1867). ³ R. E. Palay, J. Math. and Phys., vol. 12, № 3 (1933). ⁴ W. D. Wallis, A. P. Street, J. S. Wallis, Lecture Notes in Mathematics. Berlin, Heidelberg, New York, 1972. ⁵ A. Hedayat, W. D. Wallis, The annals of Statistics, vol. 6, № 6 (1978). ⁶ A. L. Whiteman, J. Comb. Theory A, vol. 14 (1973). ⁷ С. С. Азаян, в сб.: V Всесоюзная конференция по проблемам теоретической кибернетики 18—20 июля 1980 г. ⁸ P. I. Shlichta, IEEE Transactions on Information theory, vol. 11—25, № 5 (1979). ⁹ P. J. Shlichta, Bull. Amer. Phys. Soc. Ser. II, vol. 16 (1971). ¹⁰ H. C. Andrews, Private communication.

УДК 517.53/57

МАТЕМАТИКА

В. Х. Мусоян

Аналитическое продолжение функций, аппроксимируемых полной системой Дирихле

(Представлено академиком АН Армянской ССР М. М. Джрбашяном 22/X 1980)

Вопрос об аналитическом продолжении функций, аппроксимируемых неполной системой Дирихле, изучался многими авторами (см., например, (1–3)). Настоящая заметка посвящена изучению вопроса об аналитическом продолжении функций, аппроксимируемых полной системой Дирихле и более общими системами. Для этих систем доказывается аналог классической теоремы Бернштейна об аналитическом продолжении функций, аппроксимируемых на отрезке $[-1, 1]$ алгебраическими полиномами.

Рассмотрим в пространстве $L_2(0, \infty)$ конечную систему функций

$$\{e^{-\lambda_k x}, xe^{-\lambda_k x}, \dots, x^{m_k-1}e^{-\lambda_k x}\}, \quad k=1, 2, \dots, l, \quad (1)$$

где $m_1, m_2, \dots, m_l$ — произвольные натуральные, а $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_l$ — положительные числа.

Обозначим через $H_n(a)$ множество обобщенных полиномов, составленных из функций системы (1) при условии, что

$$\lambda_k \geq a > 0, \quad (k=1, 2, \dots, l), \quad m_1 + m_2 + \dots + m_l = n. \quad (2)$$

Заметим, что в обозначении $H_n(a)$ числа $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_l$ не зафиксированы и могут изменяться, лишь бы выполнялись условия (2).

Таким образом $H_n(a)$ — бесконечномерное подпространство пространства $L_2(0, \infty)$.

Пусть, далее, $f(x) \in L_2(0, \infty)$. Обозначим через $E_n(f)$ расстояние функции f от $H_n(a)$

$$E_n(f) = \inf_{P \in H_n(a)} \|f - P\|,$$

где $\|\cdot\|$ — обычная норма пространства $L_2(0, \infty)$. Основным результатом данной заметки является

Теорема. Если

$$\overline{\lim_{n \rightarrow \infty}} \sqrt[n]{E_n(f)} = b < 1,$$

то функция f аналитически продолжается во внутренность угла

$$|\arg z| < \arcsin \frac{1-b}{1+b}.$$

Доказательству теоремы предположим несколько лемм. Для формулировки этих лемм введем следующие обозначения:

$$W(\lambda) = \prod_{k=1}^l \left(\frac{\lambda_k - \lambda}{\lambda_k + \lambda} \right)^{m_k};$$

$$K(z, t) = \frac{1}{(2\pi i)^2} \int_{\Gamma} \frac{e^{-tz} e^{-\lambda t} d\zeta d\lambda}{W(\zeta) W(\lambda) (\zeta + \lambda)},$$

где контур Γ идет из бесконечности по лучу $\arg z = \varphi$ ($0 < \varphi < \pi/2$) до точки $\operatorname{Re} z = \gamma a$ ($0 < \gamma < 1$), затем по вертикали до точки $\operatorname{Re} z = \gamma a$, $\arg z = -\varphi$ и затем по лучу $\arg z = -\varphi$ опять в бесконечность. Ясно, что контур Γ охватывает все нули функции W . В обозначении $K(z, t)$ предполагается, что z и t находятся внутри угла $|\arg z| < \pi/2 - \varphi$, тем самым обеспечивается абсолютная сходимость рассматриваемого интеграла.

Лемма 1. Для любого обобщенного полинома $P(x)$ по системе (1) и для всех комплексных чисел z , находящихся в угле $|\arg z| < \pi/2 - \varphi$, имеет место интегральное представление

$$P(z) = \int_0^{\infty} K(z, t) P(t) dt. \quad (3)$$

Доказательство. Так как рассматриваемый оператор линейен, то достаточно доказать лемму для одночленов $x^p e^{-\lambda_k x}$, $p = 0, 1, \dots, m_k - 1$. Применяя теорему Фубини и проинтегрировав по частям, получим

$$\begin{aligned} \int_0^{\infty} K(z, t) t^p e^{-\lambda_k t} dt &= \frac{1}{(2\pi i)^2} \int_{\Gamma^2} \frac{e^{-tz} d\zeta d\lambda}{W(\zeta) W(\lambda) (\zeta + \lambda)} \left[\int_0^{\infty} t^p e^{-\lambda_k t} e^{-\lambda t} dt \right] = \\ &= \frac{p!}{(2\pi i)^2} \int_{\Gamma} \frac{e^{-tz}}{W(\zeta)} \left[\int_{\Gamma} \frac{d\lambda}{W(\lambda) (\lambda + \lambda_k)^{p+1} (\zeta + \lambda)} \right] d\zeta. \end{aligned} \quad (4)$$

Согласно теореме о вычетах

$$\begin{aligned} \frac{1}{2\pi i} \int_{\Gamma} \frac{d\lambda}{W(\lambda) (\lambda + \lambda_k)^{p+1} (\zeta + \lambda)} &= -\operatorname{Res} \left(\frac{1}{W(\lambda) (\lambda + \lambda_k)^{p+1} (\lambda + \zeta)}, -\zeta \right) = \\ &= -\frac{1}{W(-\zeta) (-\zeta + \lambda_k)^{p+1}} = \frac{(-1)^p W(\zeta)}{(\zeta - \lambda_k)^{p+1}}. \end{aligned}$$

Подставляя это выражение в (4), получим

$$\int_0^{\infty} K(z, t) t^p e^{-\lambda_k t} dt = \frac{(-1)^p p!}{2\pi i} \int_{\Gamma} \frac{e^{-\zeta z} d\zeta}{(\zeta - \lambda_k)^{p+1}} = z^p e^{-\lambda_k z}.$$

Что и требовалось доказать.

Лемма 2. Преобразование Лапласа функции $K(z, t)$ выражается следующим образом:

$$\int_0^{\infty} K(z, t) e^{-\mu t} dt = \frac{W(\mu)}{2\pi i} \int_{\Gamma} \frac{e^{-\zeta z} d\zeta}{W(\zeta)(\mu - \zeta)}$$

при μ , находящемся вне контура Γ .

Для доказательства этой леммы снова воспользуемся теоремой Фубини и теоремой о вычетах

$$\begin{aligned} \int_0^{\infty} K(z, t) e^{-\mu t} dt &= \frac{1}{(2\pi i)^2} \int_{\Gamma} \frac{e^{-\zeta z} d\zeta d\lambda}{W(\lambda) W(\zeta)(\zeta + \lambda)} \left[\int_0^{\infty} e^{-(\lambda + \mu)t} dt \right] = \\ &= \frac{1}{(2\pi i)^2} \int_{\Gamma^2} \frac{e^{-\zeta z} d\zeta d\lambda}{W(\lambda) W(\zeta)(\zeta + \lambda)(\lambda + \mu)} = \frac{1}{2\pi i} \int_{\Gamma} \frac{e^{-\zeta z}}{W(\zeta)} \left[\frac{1}{2\pi i} \int_{\Gamma} \frac{d\lambda}{W(\lambda)(\zeta + \lambda)(\lambda + \mu)} \right] d\zeta = \\ &= \frac{1}{2\pi i} \int_{\Gamma} \frac{e^{-\zeta z}}{W(\zeta)} \left[-\frac{1}{W(-\zeta)(\mu - \zeta)} - \frac{1}{W(-\mu)(\zeta - \mu)} \right] d\zeta = \frac{W(\mu)}{2\pi i} \int_{\Gamma} \frac{e^{-\zeta z} d\zeta}{W(\zeta)(\mu - \zeta)} \end{aligned}$$

первый интеграл равен нулю, так как μ находится вне контура Γ .

Лемма 3. Число γ можно выбрать так, чтобы на контуре Γ выполнялось неравенство

$$\frac{1}{|W(\zeta)|} \leq \left(\frac{1 + \cos \varphi}{1 - \cos \varphi} \right)^{n/2}.$$

Прямым вычислением можно убедиться, что на лучах $\arg \zeta = \pm \varphi$ имеет место оценка

$$\left| \frac{\lambda_k - \zeta}{\lambda_k + \zeta} \right| \geq \left(\frac{1 - \cos \varphi}{1 + \cos \varphi} \right)^{1/2},$$

а на вертикальном отрезке контура имеем

$$\begin{aligned} \frac{1}{|W(\zeta)|} &= \prod_{k=1}^l \left| \frac{\lambda_k + (\gamma a + iy)}{\lambda_k - (\gamma a + iy)} \right|^{m_k} = \left\{ \prod_{k=1}^l \left[\frac{(\lambda_k + \gamma a)^2 + y^2}{(\lambda_k - \gamma a)^2 + y^2} \right]^{m_k} \right\}^{1/2} \leq \\ &\leq \prod_{k=1}^l \left(\frac{\lambda_k + \gamma a}{\lambda_k - \gamma a} \right)^{m_k} \leq \left(\frac{1 + \gamma}{1 - \gamma} \right)^{m_1 + m_2 + \dots + m_l} = \left(\frac{1 + \gamma}{1 - \gamma} \right)^n. \end{aligned}$$

Число γ выберем так, чтобы выполнялось неравенство

$$\left(\frac{1 + \gamma}{1 - \gamma} \right)^n < \left(\frac{1 + \cos \varphi}{1 - \cos \varphi} \right)^{n/2}.$$

Лемма 3 доказана.

Лемма 4. Существует число $M(a, \gamma, \varphi)$, зависящее от a, γ и φ и не зависящее от μ и ζ , такое, что при $\mu \in (-i\infty, i\infty)$, $\zeta \in \Gamma$ имеет место неравенство

$$\frac{1}{|\mu - \zeta|} \leq \frac{M(a, \gamma, \varphi)}{|\mu| + 1}.$$

Для доказательства леммы достаточно показать, что при $\mu \in (-i\infty, i\infty)$ и $\zeta \in \Gamma$ функция

$$F(\mu, \zeta) = \frac{|\mu| + 1}{|\mu - \zeta|}$$

ограничена. Когда ζ находится на вертикальном отрезке, ограниченность функции $F(\mu, \zeta)$ очевидна, а когда ζ находится на лучах $\arg \zeta = \pm \varphi$, можно показать, что имеет место неравенство

$$|\mu - \zeta| \geq |\mu| \cos \varphi$$

для больших $|\mu|$. Отсюда следует ограниченность функции $F(\mu, \zeta)$.

Лемма 5. Для любого обобщенного полинома $P(x)$ из $H_n(a)$ и любого компактного множества K , лежащего внутри угла $|\arg z| < \pi/2 - \varphi$, существует число $M(a, \gamma, \varphi, K)$, зависящее только от указанных параметров, такое, что имеет место оценка

$$|P(z)| \leq M(a, \gamma, \varphi, K) \left(\frac{1 + \cos \varphi}{1 - \cos \varphi} \right)^{n/2} \cdot \|P\|, \quad z \in K. \quad (5)$$

Для доказательства леммы 5 воспользуемся интегральным представлением функции $P(z)$, полученным в лемме 1

$$P(z) = \int_0^\infty K(z, t) P(t) dt, \quad |\arg z| < \frac{\pi}{2} - \varphi.$$

Применяя неравенство Буняковского, получим:

$$|P(z)| \leq \|K(z, t)\| \cdot \|P\|,$$

где норма функции $K(z, t)$ берется по переменному t . Далее, так как преобразование Лапласа сохраняет норму с точностью до постоянного множителя $\sqrt{2\pi}$, то в силу леммы 2 можно норму функции $K(z, t)$ заменить нормой ее преобразования Лапласа и получить неравенство

$$|P(z)| \leq \left\| W(\mu) \int_\Gamma \frac{e^{-z\zeta} d\zeta}{W(\zeta)(\mu - \zeta)} \right\|_{\mu \in (-i\infty, i\infty)} \cdot \|P\|.$$

Так как на мнимой оси $|W(\mu)| = 1$, то на основании лемм 3 и 4 получим оценку

$$|P(z)| \leq M(a, \gamma, \varphi) \cdot \left(\frac{1 + \cos \varphi}{1 - \cos \varphi} \right)^{n/2} \left\| \frac{1}{|\mu| + 1} \right\|_{\mu \in (-i\infty, i\infty)} \cdot \|P\| \cdot \int_\Gamma |e^{-z\zeta}| |d\zeta|.$$

С другой стороны, на компактном множестве K , лежащем внутри уг-

ла $|\arg z| < \pi/2 - \varphi$, интеграл, стоящий в правой части полученного неравенства, ограничен. Отсюда следует утверждение леммы 5.

Докажем теперь сформулированную теорему. Пусть функция $f(x)$ удовлетворяет условию теоремы. Выберем обобщенный полином $P_n(x) \in H_n(a)$ так, чтобы выполнялось неравенство

$$\|P_n - f\| \leq 2E_n(f), \quad n=1, 2, \dots \quad (6)$$

Так как $E_n(f) \rightarrow 0$, то функцию $f(x)$ можно представить как сумму ряда

$$f(x) = P_1(x) + \sum_{k=1}^{\infty} [P_{k+1}(x) - P_k(x)], \quad (7)$$

сходящегося в пространстве $L_2(0, \infty)$.

Воспользовавшись леммой 5, запишем неравенство (5) для обобщенного полинома $P_{k+1} - P_k \in H_{2k+1}(a)$

$$|P_{k+1}(z) - P_k(z)| \leq M(a, \gamma, \varphi, K) \left(\frac{1 + \cos \varphi}{1 - \cos \varphi} \right)^{\frac{2k+1}{2}} \|P_{k+1} - P_k\|, \quad z \in K.$$

Согласно неравенству (6) имеем:

$$\|P_{k+1} - P_k\| \leq 4E_k(f).$$

Подставляя эту оценку в предыдущее неравенство, получим оценку

$$|P_{k+1}(z) - P_k(z)| \leq M_1(a, \gamma, \varphi, K) \left(\frac{1 + \cos \varphi}{1 - \cos \varphi} \right)^k \cdot E_k(f), \quad (8)$$

где M_1 зависит только от указанных параметров. Пусть теперь $\varepsilon > 0$ такое, что выполняется условие $b + \varepsilon < 1$. Выберем угол φ , $0 < \varphi < \pi/2$, так, чтобы выполнялось условие

$$\frac{1 + \cos \varphi}{1 - \cos \varphi} = \frac{1}{b + \varepsilon}. \quad (9)$$

Согласно условию теоремы начиная с некоторого номера $N(\varepsilon)$ $E_k(f)$ должна удовлетворять неравенству

$$E_k(f) < \left(b + \frac{\varepsilon}{2} \right)^k. \quad (10)$$

Учитывая (9) и (10), из оценки (8) получим:

$$|P_{k+1}(z) - P_k(z)| \leq M_1(a, \gamma, \varphi, K) \cdot q^k, \quad z \in K, \quad n > N(\varepsilon),$$

где $q = b + \frac{\varepsilon}{2} / b + \varepsilon$. Отсюда следует, что ряд (7) сходится равномерно на компактном множестве K .

С другой стороны, так как K произвольное компактное множество, лежащее внутри угла $|\arg z| < \pi/2 - \varphi$, где φ определяется из условия (9), то ряд (7) сходится равномерно внутри угла

$$|\arg z| < \frac{\pi}{2} - \arccos \frac{1-(b+\varepsilon)}{1+(b+\varepsilon)},$$

или, что то же самое,

$$|\arg z| < \arcsin \frac{1-(b+\varepsilon)}{1+(b+\varepsilon)}.$$

Учитывая произвольность числа ε , отсюда заключаем, что ряд (7) сходится равномерно внутри угла

$$|\arg z| < \arcsin \frac{1-b}{1+b}$$

и, следовательно, функция $f(x)$ аналитически продолжается во внутренность этого угла.

Ереванский государственный
университет

Վ. Խ. ՄԱՐԾԱՆՆԵ

Դիրիխլեի լրիվ սիստեմով մոտարկվող ֆունկցիաների անալիտիկ շարունակությունը

Հոդվածը նվիրված է Դիրիխլեի լրիվ սիստեմով և ավելի ընդհանուր սիստեմներով մոտարկվող ֆունկցիաների անալիտիկ շարունակման հարցի ուսումնասիրությանը:

Նշված սիստեմների համար ապացուցվում է $[-1, 1]$ հատվածում հանրահաշվական բազմանդամներով մոտարկվող ֆունկցիաների անալիտիկ շարունակման մասին Բեռնշտեյնի դասական թեորեմի անալոգը:

Պարզվում է, որ եթե Դիրիխլեի ընդհանրացրած բազմանդամներով ֆունկցիայի լավագույն մոտարկումը նվազում է երկրաչափական պրոգրեսիայի արագությամբ, ապա՝ ֆունկցիան անալիտիկ շարունակվում է անկյան մեջ:

ЛИТЕРАТУРА—ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

¹ L. Schwartz, Etude des sommes d'exponentielles. Actualités scientifiques et Industrielles, 1959. ² М. М. Джрбашян, ДАН СССР. т. 141, № 3 (1961). ³ В. Х. Мусоян, ДАН АрмССР, т. 42, № 2 (1966).

УДК 519.1

МАТЕМАТИКА

С. М. Вартанян

Об одной задаче распознавания множеств

(Представлено чл.-корр. АН Армянской ССР Р. Р. Варшамовым 4/XI 1980)

Пусть $[n] \equiv \{1, 2, \dots, n\}$. Элемент $i \in [n]$ в дальнейшем будем обозначать через (i) . Пусть $S_1, S_2, \dots, S_m$ являются попарно различными подмножествами множества $[n]$.

Определение 1. Систему $S_1, S_2, \dots, S_m$ назовем распознающей, если любое подмножество $T \subseteq [n]$ можно распознать с помощью неупорядоченной последовательности чисел $\{|S_i \cap T|\}_{1 \leq i \leq m}$.

Определение 2. Кодом множества T в базисе $S_1, S_2, \dots, S_m$ назовем последовательность, которая получается в результате упорядочения неупорядоченной последовательности чисел $\{|S_i \cap T|\}_{1 \leq i \leq m}$ относительно порядка $\leq$.

Обозначим через $D(n)$ мощность минимальной (по мощности) распознающей системы.

Элементарным преобразованием над произвольной системой подмножеств множества $[n]$ назовем переименование элемента $(i) \in [n]$ на элемент $(j) \in [n]$ во всех подмножествах этой системы и наоборот.

Две системы назовем изоморфными, если одна из них получается из другой при помощи элементарных преобразований.

В книге ⁽¹⁾ поставлена следующая нерешенная

З а д а ч а: доказать или опровергнуть единственность (с точностью изоморфизма) минимальной распознающей системы.

Докажем сначала, что $D(n) = n$. При этом мы будем строить минимальную систему.

Рассмотрим следующие $n+1$ подмножества $\emptyset, \{1\}, \{2\}, \dots, [n]$. Очевидно, что код множества $\{i\}$ в базисе $S_1, S_2, \dots, S_m$ представляет собой некоторый булевой вектор $(a_1, a_2, \dots, a_m)$, а количество булевых векторов длиной m , представляющих код, равно 2^m (подмножеству $T = \emptyset$ соответствует код $(0, 0, \dots, 0)$). Поскольку булевые коды $(a_1, a_2, \dots, a_m)$ распознают рассмотренные подмножества, то $2^m \geq n+1$, т. е. $m \geq \log_2(n+1)$.

Рассмотрим следующую систему:

$$\begin{array}{rcl}
S_1 & & 1 \\
S_2 & & 1, 2 \\
S_3 & & 1, 2, 3 \\
\vdots & \dots & \vdots \\
S_n & & 1, 2, 3, \dots, n
\end{array}$$

Очевидно, что эта система распознает произвольное подмножество $T \subseteq [n]$, следовательно, $D(n) = n$.

Заметим, что между подмножествами $\emptyset, \{1\}, \{2\}, \dots, \{n\}$ и булевыми векторами $(a_1, a_2, \dots, a_n)$, представляющими код длиной n существует взаимно-однозначное соответствие. Не нарушая общности, можем предполагать, что соответствие между множествами и кодами имеет следующий вид

$$\left\{ \begin{array}{l} (1, 1, 1, \dots, 1, 1) - \{n\} \\ (0, 1, 1, \dots, 1, 1) - \{n-1\} \\ (0, 0, 1, \dots, 1, 1) - \{n-2\} \\ \vdots \\ (0, 0, 0, \dots, 0, 1) - \{1\} \\ (0, 0, 0, \dots, 0, 0) - \emptyset \end{array} \right. \quad (*)$$

Из (*) следует, что элемент (i) содержится ровно в i множествах. Допустим, что система $S_1, S_2, \dots, S_n$ распознает все множества типа $\{i, j\}$, где $i = \overline{1, n}, j = \overline{1, n}$.

Для распознавания множеств типа $\{n, i\}$, где $1 \leq i \leq n-1$, используются все коды типа:

$$(\underbrace{1, 1, \dots, 1}_{n-i}, \underbrace{2, 2, \dots, 2}_i), \quad (1)$$

Мы показали, что (i) содержится ровно в i множествах, т. е. (n) содержится во всех множествах, $(n-1)$ содержится в $n-1$ множествах и, наконец, (1) — точно в одном множестве.

Докажем, что минимальная распознающая система единственна и имеет следующий вид:

$$\begin{array}{rcl}
S_1 & n, n-1, n-2, \dots, 3, 2, 1 \\
S_2 & n, n-1, n-2, \dots, 3, 2 \\
S_3 & n, n-1, n-2, \dots, 3 \\
\vdots & \vdots \\
S_{n-2} & n, n-1, n-2 \\
S_{n-1} & n, n-1 \\
S_n & n
\end{array}$$

Если $(n-2) \in S_n$, то множество $\{n-1, n-2\}$ не сможем распознать (код будет типа (1)), следовательно, $(n-2) \notin S_n$.

В общем случае, если $i > 1$, то аналогично $(i) \in S_n$. Легко уви-

деть, что и $(1) \notin S_n$, так как иначе множества $\{n-1, 1\}$ и $\{n\}$ имели бы одинаковый код. Следовательно, $S_n = \{n\}$.

Исключая элемент (n) из всех множеств, принадлежащих экстремальной системе, аналогичными рассуждениями можно убедиться, что $S_{n-1} = \{n-1\}$ и т. д.

Следовательно, минимальная распознающая система единственна с точностью изоморфизма.

Вычислительный центр
Академии наук Армянской ССР и
Ереванского государственного
университета

Ս. Մ. ՎԱՐԴԱՆՅԱՆ

Բազմությունների ճանաչման մեկ խնդիր

Ներկա զեկույցում սահմանվում է բազմությունների հետ կապված որոշ կոդ և լուծվում այդ կոդերի միջոցով սկզբնական բազմությունների ճանաչման մեկ խնդիր: Ապացուցվում է էքստրեմալ ճանաչող համակարգի միակությունը:

ЛИТЕРАТУРА—ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

¹ П. Эрдеш, Дж. Спенсер, Вероятностные методы в комбинаторике, Мир, М., 1976.

УДК 517.548.2

МАТЕМАТИКА

А. А. Вагаршакян

Теорема единственности для квазиконформных отображений

(Представлено академиком АН Армянской ССР С. Н. Мергеляном 12/XI 1980)

Пусть $f(z)$, $\operatorname{Re} z > 0$ — дифференцируемая функция и допускает непрерывное продолжение на $\{z; \operatorname{Re} z \geq 0\}$. Мы скажем, что $f(z)$ является K -квазиконформным отображением, если она удовлетворяет уравнению Бельтрами

$$\frac{\partial f}{\partial \bar{z}} = \kappa(z) \frac{\partial f}{\partial z}, \quad (1)$$

где $\kappa(z)$ — измеримая функция и

$$|\kappa(z)| \leq \frac{K+1}{K-1}, \quad \operatorname{Re} z > 0.$$

Множество $E \subseteq \{z; \operatorname{Re} z = 0\}$ называется множеством единственности для K -квазиконформных отображений, если любая функция $f(z)$, удовлетворяющая уравнению (1) и обращающаяся в нуль на множестве E , тождественно равняется нулю. Семейство таких множеств мы обозначим через $U(K)$.

В настоящей статье мы приводим достаточное условие на замкнутое множество $E \subseteq \{z; \operatorname{Re} z = 0\}$, при котором оно принадлежит $U(K)$. Приводятся также некоторые необходимые условия на $E \in U(K)$.

1. Хорошо известно ⁽¹⁾, что если $f(z)$ — ограниченная функция, удовлетворяющая уравнению Бельтрами (1), то она допускает представление

$$f(z) = g(\varphi(z)), \quad (3)$$

где $g(w)$ — ограниченная аналитическая функция, а $\varphi(z)$ — K -квазиконформное и гомеоморфное отображение правой полуплоскости на себя. Через $h(t)$ обозначим следующую функцию:

$$h(t) = -i\varphi(it), \quad -\infty < t < \infty.$$

Функция $h(t)$ удовлетворяет неравенствам ⁽¹⁾

$$\frac{1}{\lambda(K)} \leq \frac{h(x+t) - h(x)}{h(x) - h(x-t)} \leq \lambda(K), \quad -\infty < x, t < \infty, \quad (3)$$

где

$$\lambda(K) = \frac{1}{\left(\mu^{-1}\left(\frac{\pi K}{2}\right)\right)^2} - 1,$$

причем $\mu^{-1}(x)$ — обратная функция для

$$\mu(t) = \frac{T}{2} \frac{\int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{(1-x^2)(1-x^2+t^2x^2)}}}{\int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{(1-x^2)(1-t^2x^2)}}}.$$

Приведенное значение для $\lambda(K)$ уточнить нельзя ⁽¹⁾, однако существуют более простые оценки, например

$$\lambda(K) < \frac{e^{\pi K}}{16}.$$

Каждая монотонная функция $h(x)$ порождает меру на $(-\infty, \infty)$, которую мы обозначим через μ_h . Легко заметить, что из представления (2) следует, что $E \in U(K)$, если $\mu_h(E) > 0$ для любой функции $h(x)$, удовлетворяющей неравенствам (3).

Приведем некоторые обозначения и результаты о квазиконформных отображениях, которые будут применяться в дальнейшем. Для любой точки x и любого множества E положим

$$\rho(x, E) = \inf_{y \in E} |x - y|,$$

где $|x - y|$ — расстояние точек x и y . Длину интервала $\Delta = \{x; a < x < b\}$ обозначим через $|\Delta|$.

Пусть $h(x)$ — монотонная функция, удовлетворяющая неравенствам:

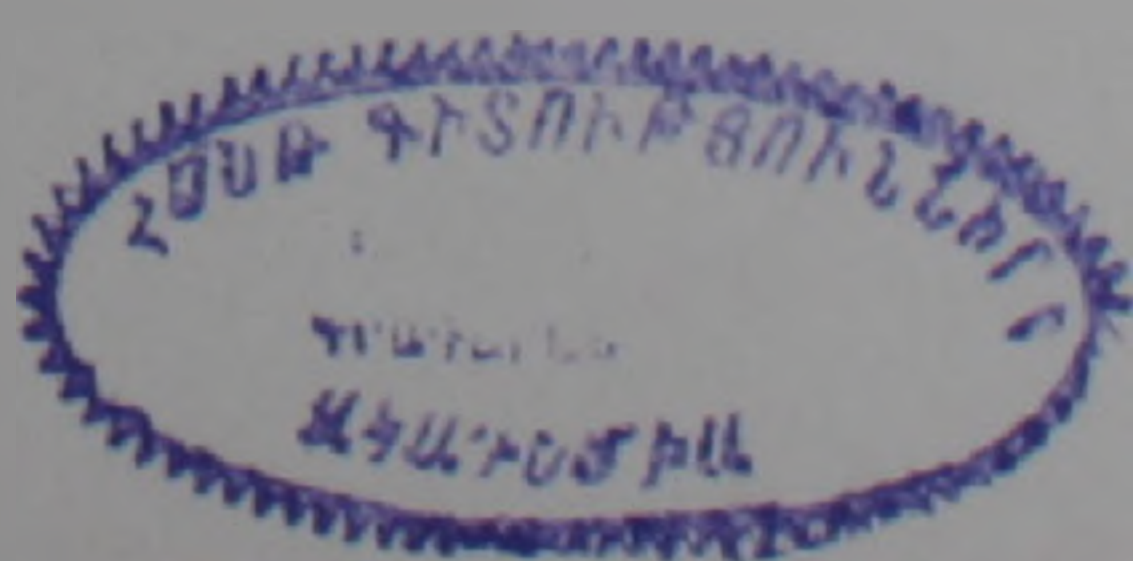
$$\frac{1}{M} \leq \frac{h(x+t) - h(x)}{h(x) - h(x-t)} \leq M, \quad -\infty < x, t < \infty.$$

Тогда существует (см. ⁽²⁾, стр. 69) M^2 -квазиконформное отображение $\varphi(z)$ правой полуплоскости на себя такое, что $\varphi(ix) = ih(x)$.

2. Основным результатом настоящей статьи является следующая

Теорема. Пусть $f(z)$ — непрерывная на $\operatorname{Re} z \geq 0$, K — квазиконформное отображение, а E — замкнутое множество, лежащее на мнимой оси. Предположим, что существует интервал $\Delta \subset \{z; \operatorname{Re} z = 0\}$ такой, что

$$\int_{\Delta \cap E} \frac{dx}{\rho^{1-\sigma}(x, E)} < \frac{|\Delta|^2}{12},$$



где $2^s = \frac{\lambda(K)+1}{\lambda(K)}$.

Если $f(z)$ обращается в нуль на множестве E , то она тождественно равна нулю.

Доказательство. Достаточно доказать, что для любой функции $h(x)$, которая удовлетворяет неравенствам (3), $\mu_h(E) > 0$.

Сначала докажем некоторые неравенства для функции $h(x)$. Пусть x и δ — положительные числа, причем $\delta < x$. Тогда

$$h(x+\delta) - h(x) \leq \lambda(h(x) - h(x-\delta)),$$

где $\lambda = \lambda(K)$. Так как $h(0) \leq h(x-\delta)$, то

$$h(x+\delta) - h(x) \leq \lambda(h(x) - h(0)).$$

Если $3\delta < x$, то

$$h(x+\delta) - h(x-\delta) \leq \lambda(h(x-\delta) - h(x-3\delta)),$$

или

$$\begin{aligned} h(0) \leq h(x-3\delta) &\leq \frac{(\lambda+1)h(x-\delta) - h(x+\delta)}{\lambda} \leq \\ &\leq \frac{(\lambda+1)^2 h(x) - (2\lambda+1)h(x+\delta)}{\lambda^2} = \frac{\lambda^2 h(x) - (2\lambda+1)(h(x+\delta) - h(x))}{\lambda^2} \end{aligned}$$

Таким образом, при $3\delta < x$ имеет место неравенство

$$h(x+\delta) - h(x) \leq \frac{\lambda^2}{2\lambda+1} (h(x) - h(0)).$$

Если для некоторого натурального n имеет место неравенство $(2^n - 1)\delta < x$, то

$$h(x+\delta) - h(x) \leq \frac{\lambda^n}{(\lambda+1)^n - \lambda^n} (h(x) - h(0)). \quad (4)$$

Действительно, пусть $(2^{n+1} - 1)\delta < x$ и имеет место неравенство (4). Из неравенства (3), где вместо x написано $x+\delta-2^n\delta$, а вместо t , $2^n\delta$, имеем

$$h(x+\delta) - h(x+\delta-2^n\delta) \leq \lambda(h(x+\delta-2^n\delta) - h(x+\delta-2^{n+1}\delta)).$$

Поэтому

$$\begin{aligned} h(0) \leq h(x+\delta-2^n\delta) &\leq \frac{1}{\lambda} ((\lambda+1)h(x+\delta-2^n\delta) - h(x+\delta)) \leq \\ &\leq \frac{1}{\lambda} \left(\frac{\lambda+1}{\lambda} ((\lambda+1)h(x+\delta-2^{n-1}\delta) - h(x+\delta)) - h(x+\delta) \right) = \\ &= \frac{1}{\lambda^2} ((\lambda+1)^2 h(x+\delta-2^{n-1}\delta) - (2\lambda+1)h(x+\delta)) \leq \dots \leq \\ &\leq \frac{1}{\lambda^{n+1}} ((\lambda+1)^{n+1} h(x) - ((\lambda+1)^{n+1} - \lambda^{n+1})h(x+\delta)) = \end{aligned}$$

$$= \frac{1}{\lambda^{n+1}} \left(\lambda^{n+1} h(x) - ((\lambda+1)^{n+1} - \lambda^{n+1})(h(x+\delta) - h(x)) \right).$$

Следовательно

$$h(x+\delta) - h(x) \leq \frac{\lambda^{n+1}}{(\lambda+1)^{n+1} - \lambda^{n+1}} (h(x) - h(0)).$$

Аналогичными рассуждениями можно доказать, что если $(2^n - 1)\delta \leq x$, то

$$h(\delta) - h(0) \leq \frac{\lambda^n}{(\lambda+1)^n - \lambda^n} (h(x+\delta) - h(\delta)). \quad (5)$$

Пусть Δ_1 и Δ_2 — два интервала, которые не пересекаются и имеют общую граничную точку. Из полученных нами неравенств (4) и (5) следует, что

$$\mu_h(\Delta_1) \leq \frac{\lambda^n}{(\lambda+1)^n - \lambda^n} \mu_h(\Delta_2), \quad (6)$$

если $(2^n - 1)|\Delta_1| \leq |\Delta_2|$. В частности, неравенство имеет место при $n = \left[\log_2 \left(1 + \frac{|\Delta_2|}{|\Delta_1|} \right) \right]$, где $[a]$ — целая часть числа a . Поэтому

$$\mu_h(\Delta_1) \leq \frac{\mu_h(\Delta_2)}{\left(\frac{\lambda+1}{\lambda} \right)^{\left[\log_2 \left(1 + \frac{|\Delta_2|}{|\Delta_1|} \right) \right]} - 1} \leq \frac{\mu_h(\Delta_2)}{\left(\frac{\lambda+1}{\lambda} \right)^{\log_2 \left(1 + \frac{|\Delta_2|}{|\Delta_1|} \right) - 1} - 1}.$$

Заметим, что если $|\Delta_1| \leq \lambda |\Delta_2| \log_2 \frac{\lambda+1}{\lambda}$, то

$$\begin{aligned} \mu_h(\Delta_1) &\leq \frac{\lambda+1}{\lambda} \left(\frac{\lambda}{\lambda+1} \right)^{\log_2 \frac{|\Delta_1|}{|\Delta_2|}} \mu_h(\Delta_2) = \frac{\lambda+1}{\lambda} \left(\frac{|\Delta_1|}{|\Delta_2|} \right)^{\log_2 \frac{\lambda+1}{\lambda}} \mu_h(\Delta_2) = \\ &= 2^\sigma \left(\frac{|\Delta_1|}{|\Delta_2|} \right)^\sigma \mu_h(\Delta_2). \end{aligned}$$

Теперь рассмотрим открытое множество $\Delta \setminus E$. Пусть Δ_j , $j = 1, 2, \dots$ составляющие интервалы множества $\Delta \setminus E$. Предположим, что для любого j имеет место неравенство

$$|\Delta_j| \leq \frac{\lambda}{2} |\Delta \setminus \Delta_j| \log_2 \frac{\lambda+1}{\lambda}. \quad (7)$$

Через Δ'_j обозначим интервал наибольшей длины, содержащийся в $\Delta \setminus \Delta_j$. Заметим, что $2|\Delta'_j| \geq |\Delta \setminus \Delta_j|$. Мы доказали, что имеет место неравенство

$$\begin{aligned} \mu_h(\Delta_j) &\leq 2^\sigma \left(\frac{|\Delta_j|}{|\Delta'_j|} \right)^\sigma \mu_h(\Delta'_j) \leq 2^\sigma \left(\frac{2|\Delta_j|}{|\Delta \setminus \Delta_j|} \right)^\sigma \mu_h(\Delta'_j) \leq \\ &\leq 2^\sigma \left(2 + \frac{\sigma}{2^\sigma - 1} \right)^\sigma \left(\frac{|\Delta_j|}{|\Delta|} \right)^\sigma \mu_h(\Delta). \end{aligned}$$

Суммируя по j , получим:

$$\mu_h(\Delta \setminus E) = \sum_{j=1}^{\infty} \mu_h(\Delta_j) \leq \frac{2^\sigma}{|\Delta|^\sigma} \left(2 + \frac{\sigma}{2^\sigma - 1}\right)^\sigma \left(\sum_{j=1}^{\infty} |\Delta_j|^\sigma\right) \mu_h(\Delta).$$

Отсюда получим:

$$\begin{aligned} \mu_h(\Delta \setminus E) \left(1 - 2^\sigma \left(2 + \frac{\sigma}{2^\sigma - 1}\right)^\sigma \frac{\sum_{j=1}^{\infty} |\Delta_j|^\sigma}{|\Delta|^\sigma}\right) &\leq \\ &\leq 2^\sigma \left(2 + \frac{\sigma}{2^\sigma - 1}\right)^\sigma \frac{\sum_{j=1}^{\infty} |\Delta_j|^\sigma}{|\Delta|^\sigma} \mu_h(E). \end{aligned}$$

Если бы имело место неравенство

$$\sum_{j=1}^{\infty} |\Delta_j|^\sigma < \frac{|\Delta|^\sigma}{2^\sigma \left(2 + \frac{\sigma}{2^\sigma - 1}\right)^\sigma}, \quad (8)$$

то $\mu_h(E) = 0$, так как в противном случае $\mu_h(\Delta \setminus E) = 0$ и поэтому $\mu_h(\Delta) = 0$.

Легко заметить, что

$$\int_{\Delta_j} \frac{dx}{\rho^{1-\sigma}(x, E)} = \frac{2^{1-2\sigma} |\Delta_j|^\sigma}{\sigma}.$$

Следовательно, условие (8) можно записать в следующей форме:

$$\int_{\Delta \setminus E} \frac{dx}{\rho^{1-\sigma}(x, E)} < \frac{2|\Delta|^\sigma}{2^{3\sigma} \left(2 + \frac{\sigma}{2^\sigma - 1}\right)^\sigma}. \quad (9)$$

Таким образом, мы доказали теорему, полагая, что Δ_j удовлетворяют неравенству (7), которое можно записать и в виде

$$|\Delta_j| \leq \frac{\lambda \log_2 \frac{\lambda+1}{\lambda}}{2 + \lambda \log_2 \frac{\lambda+1}{\lambda}} \cdot \frac{|\Delta|}{2} = \frac{\sigma(2^\sigma - 1)}{2^{\sigma+1} + \sigma - 2} \cdot \frac{|\Delta|}{2},$$

или, что то же самое,

$$\rho(x, E) \leq \frac{\sigma(2^\sigma - 1)}{2^{\sigma+1} + \sigma - 2} |\Delta|, \quad x \in \Delta. \quad (10)$$

В общем случае неравенство (10) не имеет места, однако мы можем построить новое множество E' , добавляя к множеству E конечное число точек так, чтобы имело место неравенство

$$\rho(x, E') \leq \frac{\sigma(2^\sigma - 1)}{2^{\sigma+1} + \sigma - 2} |\Delta|.$$

Остается проверить, что из условия теоремы, наложенного на множество E , следует неравенство (9), написанное для E' . Заметим, что E' можно было построить так, чтобы

$$\int_{\Delta \setminus E'} \frac{dx}{\rho^{1-\sigma}(x, E')} \leq \int_{\Delta \setminus E} \frac{dx}{\rho^{1-\sigma}(x, E)} + \left(\frac{2^{\sigma+1} + \sigma - 2}{\sigma(2^{\sigma} - 1)} \right)^{\sigma} \frac{|\Delta \setminus E|}{|\Delta|^{1-\sigma}}.$$

Далее имеем

$$\begin{aligned} \int_{\Delta \setminus E} \frac{dx}{\rho^{1-\sigma}(x, E)} + \left(\frac{2^{\sigma+1} + \sigma - 2}{\sigma(2^{\sigma} - 1)} \right)^{\sigma} \frac{|\Delta \setminus E|}{|\Delta|^{1-\sigma}} &\leq \left(1 + \left(\frac{2^{\sigma+1} + \sigma - 2}{\sigma(2^{\sigma} - 1)} \right)^{\sigma} \right) \int_{\Delta \setminus E} \frac{dx}{\rho^{1-\sigma}(x, E)} < \\ &< 4 \int_{\Delta \setminus E} \frac{dx}{\rho^{1-\sigma}(x, E)} < \frac{|\Delta|^{\sigma}}{3} < 2^{1-3\sigma} \frac{|\Delta|^{\sigma}}{\left(2 + \frac{\sigma}{2^{\sigma} - 1} \right)^{\sigma}}. \end{aligned}$$

Теорема доказана, так как $\mu_h(E) = \mu_h(E')$.

З а м е ч а н и е. Пусть замкнутое множество E не удовлетворяет условию теоремы. Тогда для любого интервала Δ имеет место неравенство

$$\int_{\Delta \setminus E} \frac{dx}{\rho^{1-\sigma}(x, E)} \geq \frac{|\Delta|^{\sigma}}{12}. \quad (11)$$

Если E такое множество, что имеет место также неравенство

$$\int_{\Delta \setminus E} \frac{dx}{\rho^{1-\sigma}(x, E)} \leq \frac{\sqrt{K}}{12} |\Delta|^{\sigma}, \quad (12)$$

то функция

$$h(t) = \int_{(0,t) \setminus E} \frac{dx}{\rho^{1-\sigma}(x, E)}$$

удовлетворяет неравенствам

$$\frac{1}{\sqrt{K}} \leq \frac{h(x+t) - h(x)}{h(x) - h(x-t)} \leq \sqrt{K}.$$

В силу теоремы Альфорса и Бёрлинга, приведенной во введении настоящей статьи, существует K -квазиконформное отображение $\varphi(t)$ правой полуплоскости на себя такое, что $\varphi(ix) = ih(x)$, $-\infty < x < \infty$.

Пусть F — множество x , для которых существует точка $y \in E$ такая, что $h(y) = x$. Заметим, что мера Лебега замкнутого множества F равна нулю. Следовательно, существует аналитическая функция $g(z) \neq 0$, $\operatorname{Re} z > 0$, непрерывная вплоть до границы и равная нулю на множестве F . Тогда $f(z) = g(\varphi(z))$ является K -квазиконформной и обращается в нуль на множестве E , причем $f \neq 0$.

Интересно заметить, что значение параметра σ в приведенных выше рассуждениях не играло никакой роли. В качестве σ в условиях (11) и (12) можно было брать любое число $0 < \sigma \leq 1$.

Институт математики

Академии наук Армянской ССР

Ա. Ա. ՎԱՀԱՐՇԱՅՍՆ

Միակուսյան թեորեման փազիկոնֆորմ առտապատկերումների համար

Դիցուք $f(z)$ -ը աչ կիսահարթության վրա որոշված դիֆերենցելի ֆունկցիա է և բավարարում է Բելտրամի հավասարմանը՝

$$\frac{\partial f}{\partial \bar{z}} = \kappa(z) \frac{\partial f}{\partial z},$$

որտեղ $|\kappa(z)| \leq \frac{K-1}{K+1}, \quad K \geq 1:$

Ներկա հոդվածում ապացուցված է, որ եթե E -ն փակ բազմություն է, իսկ Δ -ն՝ ինտերվալ ընկած կեղծ առանցքի վրա այնպես, որ տեղի ունի հետևյալ անհավասարությունը՝

$$\int_{\Delta \setminus E} \frac{dx}{\rho^{1-\sigma}(x, E)} < \frac{|\Delta|^\sigma}{12},$$

որտեղ $2' = \frac{\lambda+1}{\lambda}$, $|\Delta|$ -ն Δ -ի երկարությունն է, ապա Բելտրամի հավասարմանը բավարարող ֆունկցիան, որը զրո է դառնում E բազմության վրա նույնաբար հավասար է զրոյի: Այստեղ λ -ն հաստատուն է կախված միայն K -ից:

ЛИТЕРАТУРА—ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

¹ O. Lehto, K. I. Virtanen, Quasiconformal mappings in the plane, Berlin, Heidelberg, New-York, 1973. ² Л. Альфорс, Лекции по квазиконформным отображениям, Мир, М., 1969.

УДК 519.68

МАТЕМАТИКА

А. Г. Тадевосян

О разрешимости проблемы построения полной системы примеров в одном классе программ

(Представлено чл.-корр. АН Армянской ССР Р. Р. Варшамовым 3/XII 1980)

Впервые задача построения полной системы примеров (ПСП) для проверки программ сформулирована в (1). В (1-3) исследована проблема построения ПСП для различных систем команд условной машины, ориентированной на работу с файлами целых чисел. Примерами для программ такой машины являются массивы на внешних носителях, начальные же значения внутренних ячеек фиксированы.

В настоящей работе рассматриваются программы, не использующие внешних носителей. Примерами для таких программ являются начальные значения внутренних ячеек.

В (2) доказана разрешимость проблемы построения ПСП для программ, использующих односторонние счетчики с фиксированными начальными значениями. В настоящей работе доказывается разрешимость проблемы ПСП для программ, не использующих внешние носители, но использующих односторонние счетчики в качестве входных ячеек, т. е. программ, результаты работы которых могут зависеть от начальных значений счетчиков.

Пусть $V = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$ — алфавит переменных, принимающих значения из множества Z целых чисел.

Программой P в базисе $\{f_1, f_2, \dots, f_m, \pi_1, \pi_2, \dots, \pi_k\}$, где $f_1, f_2, \dots, f_m$ всюду определенные целочисленные функции, а $\pi_1, \pi_2, \dots, \pi_k$ — предикаты, называется ориентированный граф, вершины которого отмечены выражениями следующих трех типов:

- 1) $v_i := f_i(v_{i_1}, v_{i_2}, \dots, v_{i_r})$ — оператор присваивания (функциональная вершина);
- 2) $\pi_i(v_{i_1}, v_{i_2}, \dots, v_{i_r})$ — условный оператор (предикатная вершина);
- 3) СТОП — заключительная вершина.

Каждая вершина, кроме одной, выделенной в качестве начальной, имеет хотя бы одного предшественника, функциональная вершина имеет одного преемника, заключительная вершина не имеет преемников. Предикатные вершины имеют двух преемников, называемых И-преем-

ником и Л-преемником. Дуги, ведущие из предикатной вершины в ϵ -преемник ($\epsilon \in \{И, Л\}$), отмечаются ϵ .

Состоянием программы будем называть пару (S, U) , где S — вершина, $U \in Z^n$. Если S — заключительная вершина, то состояние (S, U) называется заключительным.

Пусть $U = (u_1, u_2, \dots, u_n)$, $U' = (u'_1, u'_2, \dots, u'_n)$. Состояние (S', U') будем называть 1-достижимым из состояния (S, U) , если выполняется одно из следующих двух условий:

1) S — функциональная вершина, отмеченная оператором $v_i := f_j(v_{i_1}, v_{i_2}, \dots, v_{i_l})$, S' является преемником S и $u'_l = u_l$ для $l \neq i$, $u'_i = f_j(u_{i_1}, u_{i_2}, \dots, u_{i_l})$;

2) S отмечена условным оператором $\pi(v_{i_1}, v_{i_2}, \dots, v_{i_l})$, S является $\pi(u_{i_1}, u_{i_2}, \dots, u_{i_l})$ — преемником S и $U' = U$.

Путем в программе называется последовательность $S_1 \epsilon_1 S_2 \epsilon_2 \dots S_k \epsilon_k \dots$, где все S_i — вершины и S_{i+1} является ϵ_i преемником S_i (считаем, что преемник функциональной вершины является ее И-преемником). Путь $S_1 \epsilon_1 S_2 \epsilon_2 \dots S_k \epsilon_k$ называется замкнутым, если S_1 является ϵ_k -преемником S_k . В дальнейшем при обозначении конечного пути отметки ϵ_i будут опускаться (за исключением случая, когда последней вершиной этого пути является предикатная вершина).

Вычислением по программе P над примером U_0 называется последовательность состояний $(S_0, U_0), (S_1, U_1), \dots$, где S_0 — вершина, отмеченная в качестве начальной, а каждое состояние начиная с (S_1, U_1) 1-достижимо из предыдущего. Если вычисление завершается (достигается некоторое заключительное состояние), то вычисление называется терминальным, а пример U_0 — допустимым примером для программы P .

Путь, соответствующий вычислению над примером U , называется путем, активизируемым примером U . Путь, активизируемый некоторым допустимым примером, называется реализуемым. Дуга программы, принадлежащая реализуемому пути, называется реализуемой.

Конечное множество Σ допустимых примеров для программы P называется полной системой примеров для программы P , если каждая реализуемая дуга программы P принадлежит пути, активизируемому некоторым примером из Σ .

Определим понятия условия выполнимости R_γ пути γ и преобразования памяти

$$r_\gamma = (r_\gamma^{(1)}(v_1, v_2, \dots, v_n), r_\gamma^{(2)}(v_1, v_2, \dots, v_n), \dots, r_\gamma^{(n)}(v_1, v_2, \dots, v_n))$$

при выполнении пути γ .

Пусть $\gamma = S_1 S_2 \dots S_l$ — путь в программе P . Обозначим γ_k начальный отрезок пути γ длиной k . Положим $R_{\gamma_0} = И$, $r_{\gamma_0} = (v_1, v_2, \dots, v_n)$. Пусть определены выражения для R_{γ_k} и r_{γ_k} . Тогда, если S_{k+1} отмечена оператором присваивания $v_i := f_j(v_{i_1}, v_{i_2}, \dots, v_{i_l})$, то $R_{\gamma_{k+1}} = R_{\gamma_k}$, $r_{\gamma_{k+1}}^{(m)} = r_{\gamma_k}^{(m)}$,

$m=1, 2, \dots, i-1, i+1, \dots, n, r_{\gamma_{k+1}}^{(i)} = f_j(r_{\gamma_k}^{(j)}(v_1, v_2, \dots, v_n),$

$r_{\gamma_k}^{(i)}(v_1, v_2, \dots, v_n), \dots, r_{\gamma_k}^{(j)}(v_1, v_2, \dots, v_n))$. Если же S_{k+1} отмечена условным оператором $\pi_i(v_{i_1}, v_{i_2}, \dots, v_{i_l})$, то $r_{\gamma_{k+1}} = r_{\gamma_k}$.

$R_{\gamma_{k+1}} = R_{\gamma_k} \& \pi_i(r_{\gamma_k}^{(i)}(v_1, v_2, \dots, v_n), r_{\gamma_k}^{(i)}(v_1, v_2, \dots, v_n), \dots, r_{\gamma_k}^{(i)}(v_1, v_2, \dots, v_n))$,

если пути γ принадлежит дуга, исходящая из S_{k+1} и отмеченная И, и

$R_{\gamma_{k+1}} = R_{\gamma_k} \& \neg \pi_i(r_{\gamma_k}^{(i)}(v_1, v_2, \dots, v_n), r_{\gamma_k}^{(i)}(v_1, v_2, \dots, v_n), \dots, r_{\gamma_k}^{(i)}(v_1, v_2, \dots, v_n))$,

если пути γ принадлежит отмеченная Л дуга, исходящая из S_{k+1} .

Если S_l отмечена оператором СТОП, то $\gamma = S_1 S_2 \dots S_l$ и $r_{\gamma_l} = r_{\gamma_{l-1}}$,

$R_{\gamma_l} = R_{\gamma_{l-1}}$.

Если путь $\gamma' = S'_1 S'_2 \dots S'_k \varepsilon'$ является продолжением пути $\gamma = S_1 S_2 \dots S_m \varepsilon$ (т. е. S'_1 является ε -преемником S_m), то $\gamma\gamma'$ будет обозначать путь $S_1 S_2 \dots S_m S'_1 \dots S'_k \varepsilon'$. Для замкнутого пути γ обозначим $\gamma\gamma = \gamma^2$, $\gamma^n = \gamma^{n-1}\gamma$ ($n=3, 4, \dots$).

Непосредственно из определений вытекает следующая

Лемма 1. *Пример $X=(x_1, x_2, \dots, x_n)$ является допустимым для программы P тогда и только тогда, когда в P существует путь γ из начальной вершины в вершину, отмеченную оператором СТОП, такой, что*

$$R_\gamma(x_1, x_2, \dots, x_n) = И.$$

Обозначим K'_0 базис, все функции которого константы или тождественные функции; таким образом, операторы присваивания программ в базисе K'_0 являются операторами пересылки и засылки констант.

Для программ в базисе K'_0 число состояний, достижимых из некоторого фиксированного состояния, не превосходит $m \cdot n^n$, где m — число операторов программы, n — число ячеек и констант, используемых в программе. Таким образом, справедлива следующая

Теорема 1. *Реализуемый путь в программе в базисе K'_0 не может иметь длину, превосходящую $m \cdot n^n$.*

Обозначим K' базис, все функции которого константы или сложение с неотрицательной константой, а предикаты — сравнение с константой. Программу P в базисе K' назовем принадлежащей классу P' , если все операторы присваивания в программе P имеют вид $r_i := r_i + C$ или $r_i := A$. Для произвольного пути γ программы P из класса P' условие выполнимости R_γ можно представить так: $R_\gamma = \bigwedge_{i=1}^n R_\gamma^{(i)}$, где n — число ячеек, используемых в программе P , а каждое $R_\gamma^{(i)}$ — условие, связывающее ячейку v_i . Для класса P' программ возможны следующие выражения для $R_\gamma^{(i)}$:

- 1) $R_1^{(i)} = И;$
- 2) $R_1^{(i)} = Л;$
- 3) $R_1^{(i)} = (v_i \leq A);$
- 4) $R_1^{(i)} = (v_i \geq B);$
- 5) $R_1^{(i)} = (B \leq v_i \leq A).$

Каждое же $r_1^{(i)}$ либо константа, либо выражение вида $v_i + C$, где $C \geq 0$.

Будем говорить, что в программе P ячейка v_i отмечается на пути α константой A , если $r_\alpha^{(i)}(v_i) = A$ или $R_\alpha^{(i)}(v_i) \supset (v_i \geq A)$.

Лемма 2. Если ячейка v_i отмечается на пути α программы P некоторой константой, то для всякого замкнутого продолжения β пути α существует натуральное число n_β , такое, что $R_{\alpha\beta}^{(i)}(v_i) = R_{\alpha\beta}^{(i)}(v_i)$ для любого натурального числа m .

Доказательство. а) Пусть $r_\beta^{(i)}(v_i) = v_i$, тогда $R_{\alpha\beta}^{(i)}(v_i) = R_\alpha^{(i)}(v_i) \& R_{\beta}^{(i)}(r_\alpha^{(i)}(v_i)) = R_\alpha^{(i)}(v_i) \& R_\beta^{(i)}(r_\alpha^{(i)}(v_i)) \& R_{\beta}^{(i)}(r_\alpha^{(i)}(r_\alpha^{(i)}(v_i))) = R_\alpha^{(i)}(v_i) \& R_\beta^{(i)}(r_\alpha^{(i)}(v_i)) \& R_{\beta}^{(i)}(r_\alpha^{(i)}(v_i)) = R_\alpha^{(i)}(v_i) \& R_\beta^{(i)}(r_\alpha^{(i)}(v_i)) = R_{\alpha\beta}^{(i)}(v_i)$ для любого натурального m .

б) Пусть $r_\beta^{(i)}(v_i) = A$, тогда $r_\beta^{(i)}(v_i) = r_\beta^{(i)}(v_i) = A$, $R_\beta^{(i)}(A) = R_\beta^{(i)}(A)$, $R_{\alpha\beta}^{(i)}(v_i) = R_\alpha^{(i)}(v_i) \& R_\beta^{(i)}(r_\alpha^{(i)}(v_i)) \& R_{\beta}^{(i)}(r_\alpha^{(i)}(r_\alpha^{(i)}(v_i))) = R_\alpha^{(i)}(v_i) \& R_\beta^{(i)}(r_\alpha^{(i)}(v_i)) \& R_\beta^{(i)}(A) = R_\alpha^{(i)}(v_i) \& R_\beta^{(i)}(r_\alpha^{(i)}(v_i)) \& R_\beta^{(i)}(A) = R_{\alpha\beta}^{(i)}(v_i)$ для любого натурального m .

в) Пусть $r_\beta^{(i)}(v_i) = v_i + M$, $M > 0$. Тогда

$$R_{\beta}^{(i)}(v_i) = R_\beta^{(i)}(v_i) \& R_\beta^{(i)}(v_i + M) \& \dots \& R_\beta^{(i)}(v_i + (n-1) \cdot M).$$

Рассмотрим следующие 2 случая:

1) $r_\alpha^{(i)}(v_i) = A$. Пусть $\bar{A}$ — наибольшая константа, используемая в программе P . $R_{\alpha\beta}^{(i)}(v_i) = R_\alpha^{(i)}(v_i) \& R_{\beta}^{(i)}(r_\alpha^{(i)}(v_i)) = R_\alpha^{(i)}(v_i) \& \bigwedge_{k=1}^n R_\beta^{(i)}(A + (k-1) \cdot M)$. При $n \geq n_\beta = \left\lfloor \frac{\bar{A} - A + M}{M} \right\rfloor + 1$, $A + (n-1) \cdot M > \bar{A}$, следовательно $\bigwedge_{k=n_\beta}^n R_\beta^{(i)}(A + (k-1) \cdot M) = R_\beta^{(i)}(A + (n_\beta - 1) \cdot M)$. Тогда $R_{\alpha\beta}^{(i)}(v_i) = R_{\alpha\beta}^{(i)}(v_i)$ для любого натурального m .

2) $r_\alpha^{(i)}(v_i) = v_i + K$, тогда $R_\alpha^{(i)}(v_i) = (v_i \geq A) \& R_\alpha^{(i)}(v_i)$, $R_{\alpha\beta}^{(i)}(v_i) = (v_i \geq A) \& R_\alpha^{(i)}(v_i) \& \bigwedge_{t=1}^n R_\beta^{(i)}(v_i + K + (t-1) \cdot M)$. Если $v_i \geq A$, то для

$n \geq n_\beta = \left\lfloor \frac{\bar{A} - A - K + M}{M} \right\rfloor + 1$ $v_i + (n-1) \cdot M + K > \bar{A}$, следовательно $R_\beta^{(i)}(v_i + ((n_\beta + m) - 1) \cdot M + K) = R_\beta^{(i)}(v_i + (n_\beta - 1) \cdot M + K)$ и $R_{\alpha\beta}^{(i)}(v_i) =$

$= R_{\alpha\beta}^{(i)}(v_i)$ для любого натурального m . Если же $v_i < A$, то $R_2^{(i)}(v_i) = \perp$, следовательно $R_{\alpha\beta}^{(i)}(v_i) = R_{\alpha}^{(i)}(v_i)$ для любого натурального m .

Лемма 3. Пусть α, β, γ — пути в программе P , такие, что β — замкнутое продолжение α , γ — продолжение β , α и β не отмечают ячейку v_i . Тогда из совместности системы неравенств $R_{\beta\gamma}^{(i)}(v_i)$ следует существование натурального числа N_i , такого, что система неравенств $R_{\alpha\beta\gamma}^{(i)}(v_i)$ совместна при $n \geq N_i$.

Доказательство. Так как β не отмечает v_i , то $R_{\beta}^{(i)}(v_i)$ либо неравенство вида $v_i \leq B$, либо $R_{\beta}^{(i)}(v_i) \equiv \text{И}$.

Пусть $r_{\alpha}^{(i)}(v_i) = v_i + K$, $r_{\beta}^{(i)}(v_i) = v_i + M$, $R_{\beta}^{(i)}(v_i) = (v_i \leq B)$, $R_{\gamma}^{(i)}(v_i) = (C \geq v_i \geq D)$; $K, M \geq 0$.

Если $R_{\alpha}^{(i)}(v_i) \equiv \text{И}$ и целое число X является решением системы неравенств $R_{\beta\gamma}^{(i)}(v_i)$, то $X - K - (n-1) \cdot M$ будет решением системы неравенств $R_{\alpha\beta\gamma}^{(i)}(v_i)$ для любого натурального числа n .

Рассмотрим теперь случай, когда $R_{\alpha}^{(i)}(v_i) = (v_i \leq A)$. Пусть X является решением системы $R_{\beta\gamma}^{(i)}(v_i)$, т. е. $X \leq B$, $C \geq X + M \geq D$. Положим $N_i = \left\lfloor \frac{X - K - A}{M} \right\rfloor + 2$; тогда для любого $n \geq N_i$ выполняется неравенство $X - K - (n-1) \cdot M \leq A$. Выполнение системы неравенств $R_{\alpha\beta\gamma}^{(i)}(v_i)$ для $X - K - (n-1) \cdot M$ очевидно.

Для пути α программы P , использующей множество $V = \{v_1, v_2, \dots, v_m\}$ ячеек, обозначим U_{α} множество ячеек, отмечаемых на пути α .

Пусть α — путь, исходящий из начала программы, β — замкнутое продолжение α , γ — продолжение β , N_{v_i} — константа, существование которой доказывается для $v_i \in U_{\alpha}$ и $v_i \in V \setminus U_{\alpha}$ в леммах 2 и 3 соответственно.

Лемма 4. Если путь $\alpha\beta^n\gamma$ реализуем для некоторого n , то существует k , такое, что $k \leq M = \max_{v_i \in V} N_{v_i}$ и путь $\alpha\beta^k\gamma$ реализуем.

Доказательство. Пусть для некоторого $n > M$ существует $V^0 = \{v_1^0, \dots, v_l^0\} \in Z'$, такое, что $R_{\alpha\beta^n\gamma}(V^0) = \text{И}$,

$$R_{\alpha\beta^n\gamma}(V^0) = R_{\alpha\beta n}(V^0) \& R_{\gamma}(r_{\alpha\beta n})(V^0) = \bigwedge_{v_i \in U_{\alpha\beta}} R_{\alpha\beta n}^{(i)}(v_i^0) \& \bigwedge_{v_i \in V \setminus U_{\alpha\beta}} R_{\alpha\beta n}^{(i)}(v_i^0) \& R_{\gamma}(r_{\alpha\beta n})(V^0).$$

$$\text{По лемме 2 } \bigwedge_{v_i \in U_{\alpha\beta}} R_{\alpha\beta n}^{(i)}(v_i^0) = \bigwedge_{v_i \in U_{\alpha\beta}} R_{\alpha\beta M}^{(i)}(v_i^0).$$

Заметим, что для $v_i \in U_{\alpha\beta}$ $R_{\alpha\beta n}^{(i)}(v_i^0)$ является тождественным условием.

По лемме 3 существует $V' = \{v_1', v_2', \dots, v_l'\} \in Z'$, такое, что $\bigwedge_{v_i' \in V \setminus U_{\alpha\beta}} R_{\alpha\beta M}^{(i)}(v_i') = \text{И}$. Тогда $R_{\alpha\beta M}(V') = \text{И}$.

Непосредственно из леммы 4 вытекает следующая

Теорема 2. Проблема построения ПСП для программ в классе P' разрешима.

Программу P назовем принадлежащей классу P' , если множество V используемых в программе ячеек разбито на подмножества V_1 и V_2 : $V = V_1 \cup V_2$, $V_1 \cap V_2 = \emptyset$, над ячейками из V_1 в P выполняются операции и проверяются условия из базиса K'_0 , а ячейки из V_2 используются только в операторах присваивания вида $v_i := C$, $v_i := v_i + k$ ($k, C \in \mathbb{Z}$, $k \geq 0$) и в условных операторах сравнения ячейки с целой константой.

Теорема 3. Проблема построения ПСП для программ в классе P' разрешима.

Доказательство. Пусть β — замкнутое продолжение пути α , исходящего из начальной вершины программы $P \in P'$; пусть, далее, в программе P m операторов, использующих k констант и ячеек из V_1 . Тогда, согласно теоремам 1 и 2 для построения ПСП для всех путей вида $\alpha\beta^n\gamma$, достаточно построить ПСП для тех путей $\alpha\beta^n\gamma$, для которых

$$n \leq \max(M, m \cdot k^k), \text{ где } M = \max_{v_i \in V_2} N_{v_i}.$$

Ереванский научно-исследовательский
институт математических машин

Ա. Գ. ՔԱՂԵՎՈՅՈՅԱՆ

Մրազրերի մի դասի համար օրինակների լրիվ համակարգ կառուցելու պրոբլեմի լուծելիությունը

Դիտարկվում է ծրագրերի ստուգման համար օրինակների լրիվ համակարգ կառուցելու խնդիրը:

Ապացուցված է, որ այդ խնդիրը լուծելի է ծրագրերի P' դասում: Այդ դասին պատկանող ծրագրերը բնորոշվում են հետևյալ հատկություններով.

1. Ծրագրի համար օրինակ է հանդիսանում ծրագրում օգտագործվող բջիջների սկզբնական արժեքների վեկտորը:

2. Ծրագրում օգտագործվող բոլոր բջիջների V բազմությունը տրոհվում է V_1 և V_2 բազմությունների:

3. V_1 բազմությանը պատկանող բջիջն ծրագրում կարելի է 1 գումարել կամ՝ հաստատուն վերագրել:

4. V_2 բազմությանը պատկանող բջիջն ծրագրում կարելի է վերագրել հաստատուն կամ՝ V_2 բազմությունից մեկ ուրիշ բջիջ արժեք:

5. Բոլոր բջիջները կարելի է համեմատել հաստատունների հետ, իսկ V_2 բազմությանը պատկանող բջիջները՝ նաև միմյանց հետ:

ЛИТЕРАТУРА—ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

¹ Я. М. Барздинь, Я. Я. Бичевский, А. А. Калниньш, в сб.: Учен зап. Латв. гос. ун-та, т. 210, с. 152 (1974). ² А. А. Калниньш, Я. Я. Бичевский, Я. М. Барздинь, в сб.: Учен. зап. Латв. гос. ун-та, т. 210, с. 188 (1974). ³ Я. М. Барздинь, А. А. Калниньш, в сб.: Учен. зап. Латв. гос. ун-та, т. 233, с. 123 (1975).

УДК 513.82+519.2+681.142.37

ПРИКЛАДНАЯ МАТЕМАТИКА

Д. О. Аветисян

О четырех теоремах, связанных со статистической теорией информатики

(Представлено чл.-корр. АН Армянской ССР Р. А. Александрияном 25/XI 1980)

Рассматриваются задачи о случайных точках в n -мерном евклидовом пространстве E_n . Случайные точки либо распределены на n -мерной единичной сфере, либо же выбираются случайно из совокупности вершин n -мерного куба. Задачи второй группы являются дискретными аналогами задач первой группы и представляют определенный интерес для теории и практики информационного поиска.

Пусть $x = (x_1 x_2 \dots x_n)$ и $y = (y_1 y_2 \dots y_n)$ радиус-векторы независимых случайных точек x и y , имеющих равномерные распределения на n -мерной единичной сфере с центром в начале координат. Легко показать, что при этом имеют место

$$M[\cos(xy)] = 0, \quad D[\cos(xy)] = \frac{1}{n}. \quad (1)$$

Пусть $x = (x_1 x_2 \dots x_n)$ и $y = (y_1 y_2 \dots y_n)$ радиус-векторы независимых случайных точек x и y , имеющих равномерные распределения на соответствующих окружностях сферы, определенных заданными значениями $\cos(xz_0)$ и $\cos(yz_0)$, где $z_0 = (z_{01} z_{02} \dots z_{0n})$ радиус-вектор произвольно выбранной точки z_0 . Покажем, что при этом имеет место следующая теорема:

Теорема 1.

а) $M[\cos(xy)] = \cos(xz_0)\cos(yz_0);$

б) $D[\cos(xy)] = \frac{R_1^2 R_2^2}{n-1};$

в) при $\cos^2(xz_0) + \cos^2(yz_0) < 1$ величина $\left\{ P[\cos(xy) > 0] - \frac{1}{2} \right\}$

является монотонно возрастающей нечетной функцией аргумента $\cos(xz_0)\cos(yz_0);$

г) при $\cos^2(xz_0) + \cos^2(yz_0) \geq 1$ имеет место:

$$\left\{ P[\cos(xy) > 0] - \frac{1}{2} \right\} = \frac{1}{2} \operatorname{sgn} |\cos(xz_0)\cos(yz_0)|.$$

Приняв в качестве базы n -мерного пространства систему векторов, один из которых (например, с индексом 1) проходит через точку z_0 , получим

$$\cos(xy) = \cos(xz_0)\cos(yz_0) + \sum_{i=2}^n x_i y_i. \quad (2)$$

Закон распределения случайной величины $\sum_{i=2}^n x_i y_i$ совпадает с законом распределения случайной величины $R_1 R_2 \cos(uv)$, где $R_1 = \sqrt{1 - \cos^2(xz_0)}$, $R_2 = \sqrt{1 - \cos^2(yz_0)}$, а $u = (u_1 u_2 \dots u_{n-1})$ и $v = (v_1 v_2 \dots v_{n-1})$ радиус-векторы независимых случайных точек u и v , имеющих равномерные распределения на $(n-1)$ -мерной единичной сфере с центром в начале координат. Отсюда с учетом (1), (2) легко убедиться в справедливости всех четырех пунктов теоремы.

В частном случае, когда $n=2$, формулировка пункта а) теоремы 1 приводит к известному соотношению:

$$\cos(\alpha + \beta) + \cos(\alpha - \beta) = 2\cos\alpha\cos\beta.$$

Последний пункт теоремы 1 остается справедливым при произвольных законах распределений случайных точек x и y на упомянутых выше окружностях. При некоторых обобщениях законов распределений x и y остаются справедливыми также другие пункты теоремы 1, что придает теореме в целом определенную прикладную значимость.

Рассмотрим, например, совокупность всех $2^n - 2$ бинарных функций, определенных на некотором множестве из n элементов и не равных тождественно нулю или единице. Задание каждой из этих функций фиксирует определенное подмножество исходного множества и соответствующую изображающую точку n -мерного евклидова пространства E_n , координаты которой равны значениям данной функции. Геометрическим местом изображающих точек является совокупность всех вершин n -мерного куба за исключением точек $(00\dots 0)$ и $(11\dots 1)$. По определению, коэффициент линейной корреляции $r(xy)$ между произвольно выбранными функциями x и y с изображающими точками $X = (X_1 X_2 \dots X_n)$ и $Y = (Y_1 Y_2 \dots Y_n)$ равен косинусу угла между векторами $\bar{x} = (\bar{x}_1 \bar{x}_2 \dots \bar{x}_n)$ и $\bar{y} = (\bar{y}_1 \bar{y}_2 \dots \bar{y}_n)$ с координатами

$$\bar{x}_i = X_i - \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i, \quad \bar{y}_i = Y_i - \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n Y_i$$

или, что то же самое, косинусу угла между радиус-векторами точек

$x = \frac{\bar{x}}{|\bar{x}|}$, $y = \frac{\bar{y}}{|\bar{y}|}$. Геометрическим местом этих точек служит единичная сфера с центром в начале координат, скалярные произведения всех радиус-векторов которой с радиус-вектором точки $(11\dots 1)$ равны нулю.

Пусть x и y случайные функции, изображающие точки которых X и Y имеют независимые и равномерные распределения на соответствующих подмножествах вершин куба, определенных заданными значениями $r(xz_0)$ и $r(yz_0)$, где z_0 бинарная функция, соответствующая некоторой произвольно выбранной вершине Z_0 . Покажем, что при этом имеет место следующая теорема:

Теорема 2

$$M[r(xy)] = r(xz_0)r(yz_0) \text{ или } M[\cos(xy)] = \cos(xz_0)\cos(yz_0).$$

От теоремы 1 эта теорема отличается тем, что здесь случайные точки x и y имеют *дискретные* распределения на соответствующих окружностях единичной сферы, фактическая размерность которой равна $n-1$.

Для доказательства теоремы 2 выделим из случайной величины $r(xy)$ неслучайную компоненту $r(xz_0)r(yz_0)$, приняв в качестве базы n -мерного пространства систему векторов, один из которых (например, с индексом 1) совпадает с радиус-вектором точки $z_0 = \frac{\bar{z}_0}{|z_0|}$:

$$r(xy) = r(xz_0)r(yz_0) + \sum_{i=2}^n x_i y_i$$

или

$$r(xy) = r(xz_0)r(yz_0) + uv,$$

откуда с учетом независимости векторов $u = x - \Pi_{P_{z_0}} x$ и $v = y - \Pi_{P_{z_0}} y$ получим

$$M[r(xy)] = r(xz_0)r(yz_0) + M(u)M(v).$$

Отсюда следует, что для доказательства теоремы 2 достаточно показать, что имеют место $M(u)=0$ или $M(v)=0$. Для удобства дальнейшего изложения координатные представления n -мерных векторов будем рассматривать как соответствующие n -разрядные коды. Легко показать, что имеет место

$$r(xz_0) = \frac{na_{xz_0} - \alpha\gamma_0}{\sqrt{\alpha\gamma_0(n-\alpha)(n-\gamma_0)}}, \quad (3)$$

где:

α — число единиц в коде X ,

γ_0 — число единиц в коде Z_0 ,

a_{xz_0} — число разрядов, где коды X и Z_0 одновременно содержат единицы.

Из (3) следует, что при фиксированном Z_0 заданное значение $r(xz_0)$ в общем случае может быть достигнуто при различных парах значений a_{xz_0} и α . Поразрядной проверкой легко убедиться, что для произвольной фиксированной пары значений a_{xz_0} и α имеет место $M(u)=0$, откуда следует справедливость теоремы 2.

Пусть при фиксированных точках x_0 и y_0 случайная точка z

имеет равномерное распределение на n -мерной единичной сфере. Покажем, что при этом имеет место следующая теорема:

Теорема 3.

$$M[\cos(x_0 z) \cos(y_0 z)] = \frac{\cos(x_0 y_0)}{n}.$$

Примем в качестве базы n -мерного евклидова пространства систему векторов, один из которых (например, с индексом 1) проходит через точку x_0 , а другой (например, с индексом 2) принадлежит плоскости, содержащей радиус-векторы точек x_0 и y_0 . Тогда имеют место:

$$x_{01} = 1, x_{02} = x_{03} = \dots x_{0n} = 0,$$

$$y_{01} = \cos(x_0 y_0), y_{02} = \sqrt{1 - \cos^2(x_0 y_0)}, y_{03} = y_{04} = \dots y_{0n} = 0,$$

$$\cos(z x_0) = z_1, \cos(z y_0) = z_1 y_{01} + z_2 y_{02},$$

$$\cos(z x_0) \cos(z y_0) = z_1^2 \cos(x_0 y_0) + z_1 z_2 \sqrt{1 - \cos^2(x_0 y_0)},$$

$$M[\cos(z x_0) \cos(z y_0)] = \cos(x_0 y_0) M(z_1^2) + \sqrt{1 - \cos^2(x_0 y_0)} M(z_1 z_2).$$

В силу симметрии имеют место $M(z_1 z_2) = 0$, $M(z_1^2) = \frac{1}{n}$, т. е.

$$M[\cos(z x_0) \cos(z y_0)] = \frac{\cos(x_0 y_0)}{n}.$$

В частном случае, когда $n=2$, формулировка теоремы 3 приводит к известному соотношению:

$$\int_0^{2\pi} \cos x \cos(x - \alpha) dx = \pi \cos \alpha.$$

Рассмотрим множество точек — всех вершин n -мерного куба, за исключением вершин $(00 \dots 0)$ и $(11 \dots 1)$. Пусть при фиксированных точках X_0 и Y_0 случайная точка Z имеет равномерное распределение на элементах этого множества. Покажем, что при этом имеет место следующая теорема:

Теорема 4.

$$M[r(x_0 z) r(y_0 z)] = \frac{r(x_0 y_0)}{n-1} \text{ или } M[\cos(x_0 z) \cos(y_0 z)] = \frac{\cos(x_0 y_0)}{n-1}.$$

От теоремы 3 эта теорема отличается тем, что здесь случайная точка z имеет *дискретное* распределение на единичной сфере, фактическая размерность которой равна $n-1$. Здесь, как и при доказательстве теоремы 3, имеет место

$$M[\cos(x_0 z) \cos(y_0 z)] = \cos(x_0 y_0) M(z_1^2) + \sqrt{1 - \cos^2(x_0 y_0)} M(z_1 z_2).$$

Однако, в отличие от теоремы 3, где непрерывное и равномерное распределение случайной точки z на $(n-1)$ -мерной сфере позволило бы, оперируя условиями симметричности, утверждать справедливость

$M(z_1 z_2) = 0$ и $M(z_1^2) = \frac{1}{n-1}$, здесь эти равенства не столь очевидны

и требуют своего доказательства. Для простоты изложения и не в ущерб общности доказательства примем, что $X_0 = (100 \dots 0)$. Сгруппируем все коды точек $Z = (1Z_2 Z_3 \dots Z_n)$, содержащих в первых разрядах единицы, по числу единиц $k = 0, 1, 2 \dots (n-2)$, содержащихся в остальных $n-1$ разрядах, и покажем, что для каждой из этих групп имеет место $\sum z_1 z_2 = 0$. Для каждой из этих групп значение z_1 постоянно и равно $z_1 = r(x_0 z) = \frac{n-k-1}{\sqrt{(n-1)(k+1)(n-k-1)}}$. По-

разрядной проверкой легко убедиться, что для каждой из этих групп

сумма векторов типа $z - \Pi_{p_{x_0}} z = \frac{\bar{z}}{|\bar{z}|} - \frac{\bar{x}_0}{|\bar{x}_0|} r(x_0 z)$ равна нулю, т. е. сум-

ма проекций каждой группы векторов z на плоскости, перпендикулярной вектору x_0 , равна нулю. Отсюда следует, что для каждой из этих групп имеет место $\sum z_1 z_2 = 0$. Можно показать, что аналогичная картина имеет место при рассмотрении точек $Z = (0Z_2 Z_3 \dots Z_n)$, коды которых в первом разряде содержат нули, что окончательно убеждает в справедливости $M(z_1 z_2) = 0$.

Для доказательства условия $M(z_1^2) = \frac{1}{n-1}$ также примем, что

$X_0 = (100 \dots 0)$. Рассматривая, как и в предыдущем случае, группу векторов Z с одинаковыми числами (k) единиц в остальных $n-1$ разрядах, легко показать, что сумма квадратов проекций всех возможных векторов z на вектор x_0 равна величине

$$S = 2 \sum_{k=0}^{n-2} C_{n-1}^k \frac{(n-k-1)^2}{(n-1)(k+1)(n-k-1)} = \frac{2^n - 2}{n-1},$$

т. е. имеет место

$$M(z_1^2) = \frac{S}{2^n - 2} = \frac{1}{n-1}.$$

Научно-производственное объединение
«Армсельхозмеханизация»

Դ. Հ. ԱՎԵՏԻՍՅԱՆ

Ինֆորմատիկայի վիճակագրական տեսության հետ առնչվող շուրս թեորեմների մասին

Էվկլիդեսյան տարածության մեջ դիտարկվում են պատահական կետեր՝ հավասարաչափ բաշխված n -չափանի գնդային մակերևույթի կամ n -չափանի խորանարդի գագաթների բազմության վրա: Երկրորդ դեպքում դիտարկվող խնդիրներն ունեն կիռարական մեծ նշանակություն՝ առնչված ինֆորմացիայի փնտրման ավտոմատացված համակարգերի ստեղծման հետ:

УДК 524.7

АСТРОФИЗИКА

Р. А. Варданян, М. С. Мирзоян, Г. А. Погосян

Применение предварительной цифровой фильтрации для обработки изображений астрономических объектов

(Представлено академиком В. А. Амбарцумяном 28/XII 1980)

В настоящей работе проведено сравнение результатов обработки астрономических снимков, проведенных:

1) методом цифровой фотометрической суперпозиции ряда снимков одной и той же области и

2) методом такой же суперпозиции, выполненной после предварительной цифровой фильтрации (ПЦФ) тех же снимков и дополнительной фильтрации полученного таким образом изображения.

Применение ПЦФ для обработки изображений М 92. Как мы уже отмечали (¹), при поверхностной фотометрии после применения ПЦФ изображения объектов становятся более контрастными из-за уменьшения дисперсии сигнала фона (σ_f) (среднеквадратичное отклонение сигнала фона от среднего значения). Цель настоящей работы заключается в том, чтобы оценить на практике выигрыш в предельной звездной величине стандартных объектов с использованием ПЦФ при обработке наблюдательных данных.

С этой целью на метровом телескопе системы Шмидта БАО были получены восемь фотографий шарового скопления М 92 с экспозицией 5 мин. Фотографии были получены на астрофотопластинках ZY-21 в В лучах. Фотометрические цифровые данные были получены с помощью PDS-8, а их обработка проводилась на ЭВМ-ЕС-1030. Методика обработки заключалась в следующем.

Отдельно для каждой пластинки в заранее выбранной области (одинаковой для всех пластинок) было произведено сканирование с помощью PDS-8 с квадратичной диафрагмой $6,7 \times 6,7$ мкм и шагом 7 мкм. Для каждой пластинки были получены фотометрические цифровые матрицы, состоящие из 64×64 элементов. Область фотометрирования начиналась с края изображения звезды Х 18 и простиралась в северную сторону таким образом, чтобы охватить две слабые звезды — К ($m_v = 20,32$) и L ($m_v = 21,1$). Эта область находится в секторе IV—2 в скоплении М 92 (²).

Полученные фотометрические цифровые матрицы были обработаны на ЭВМ-ЕС-1030 двумя способами.

1. Изображение данной области в цифровом виде (без применения ПЦФ) получено следующим образом.

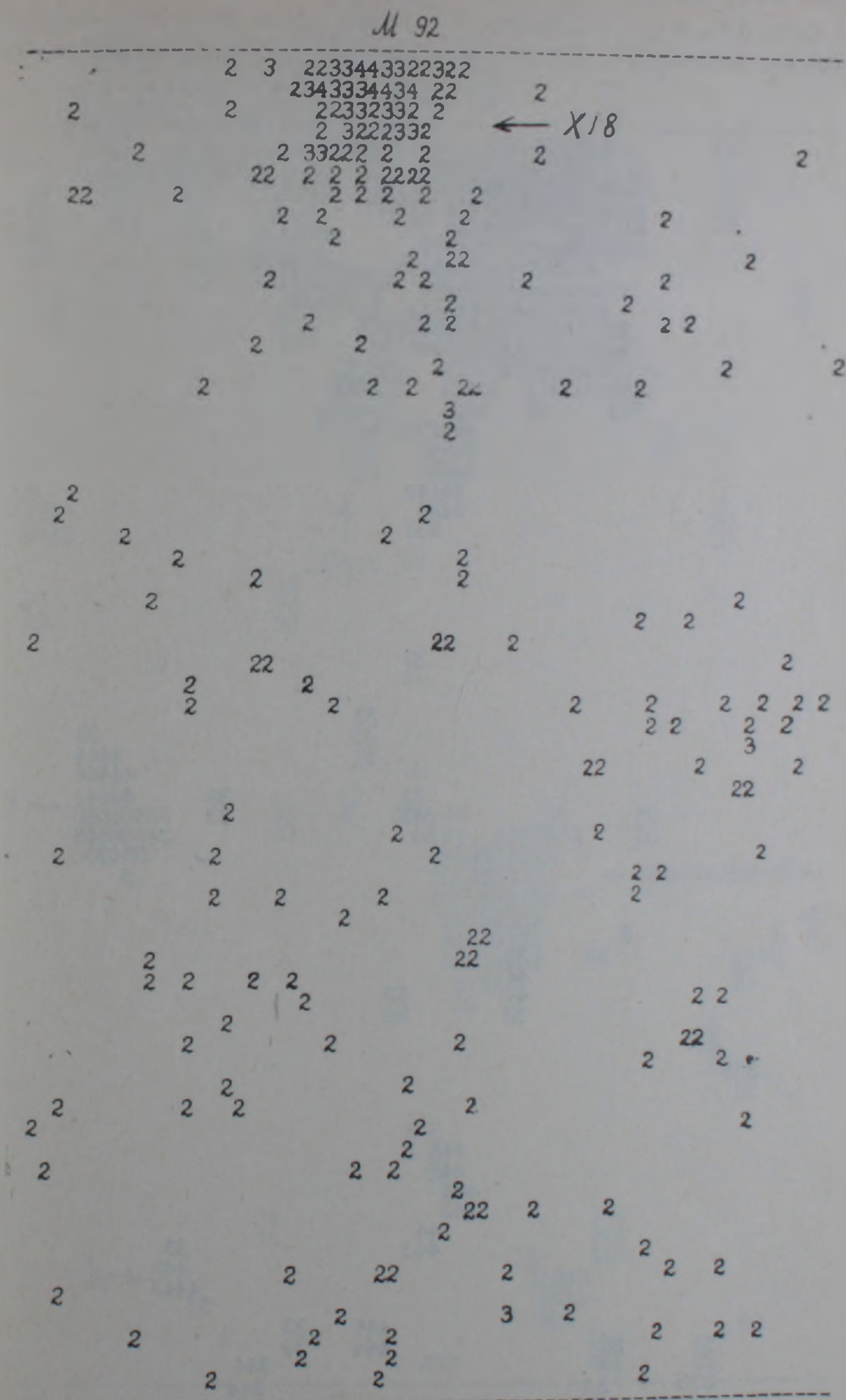


Рис. 1а

M 92

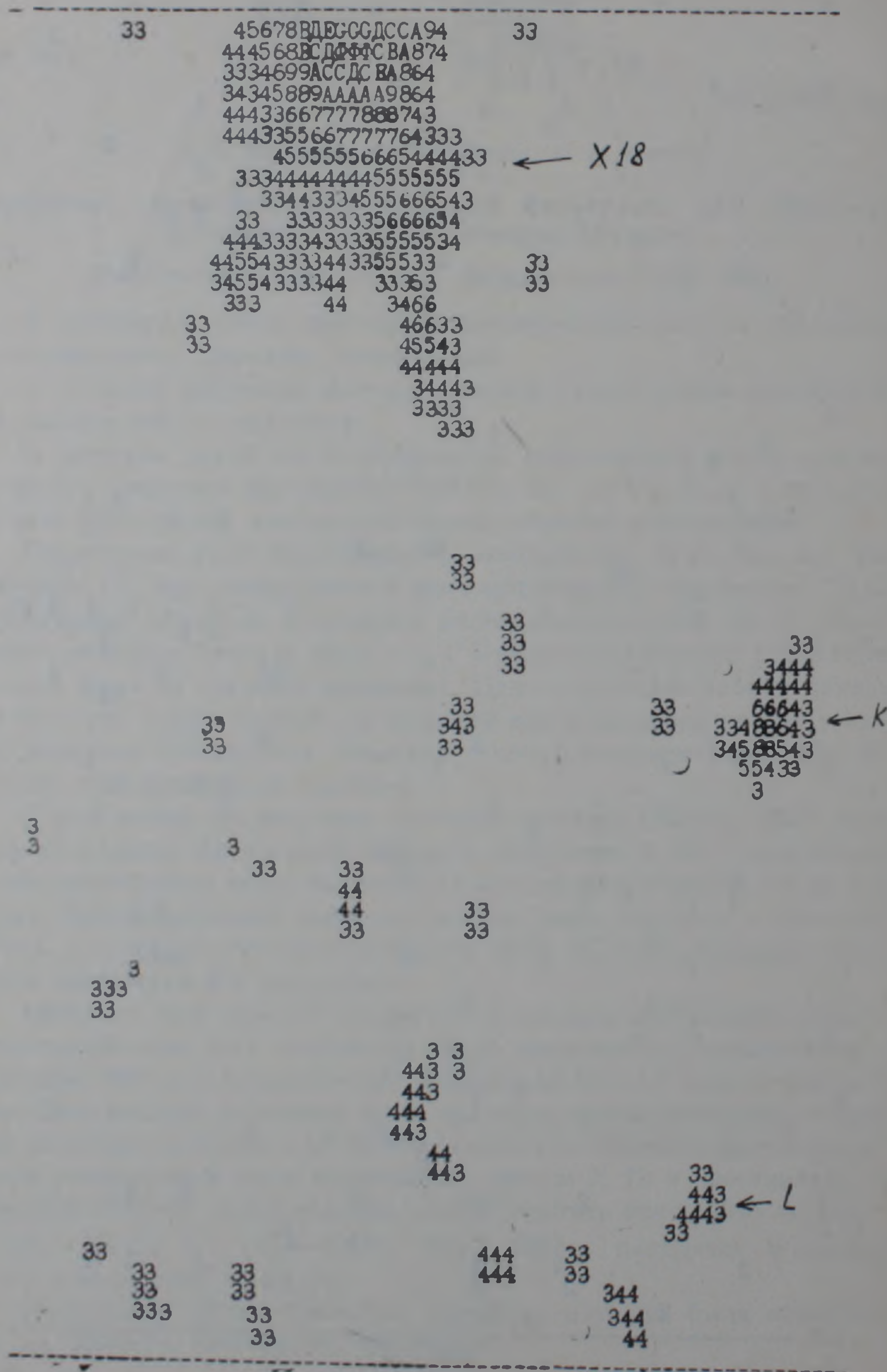


Рис. 16

[illegible]

165

[illegible]

на рисунке, соответствуют значениям отношения сигнала к шуму. Буквы А, В,... соответствуют отношению сигнала к шуму, равному 10, 11 и т. д. На рис. 1а представлено изображение данной области, где отношение сигнала к шуму больше или равно двум.

II. Обработка была проведена с применением ПЦФ. Сначала проводилась ПЦФ отдельно для каждой цифровой матрицы, потом суммированием соответствующих элементов восьми цифровых матриц получено цифровое матричное изображение данной области в суммарном виде. После чего, повторно применив ПЦФ, было получено цифровое матричное изображение (см. рис. 1б) методом, описанным выше. Сопоставляя рис. 1а с рис. 1б, мы видим, что на рис. 1а звезды К и L не видны, в то время как на рис. 1б звезда К хорошо видна, а звезда L, которая слабее звезды К на $0^m 7$ звездной величины, видна как предельная. Наши расчеты показывают, что после применения ПЦФ σ_f становится в 3,5—4 раза меньше.

Вышеприведенные данные показывают, что применение ПЦФ при детальной фотометрии дает возможность обнаружить звезды не менее чем на $1^m 0$ слабее по сравнению с фотометрией без применения ПЦФ.

Применение ПЦФ для поверхностной фотометрии галактики Маркарян 314. Как известно (³), вблизи галактики Маркарян 314 расположен объект ($m_v=20,7$), который считается сверхассоциацией. Мы поставили целью с применением ПЦФ для обработки данной области выяснить, есть ли морфологическая связь между ними. С этой целью на метровом телескопе системы Шмидта БАО были получены восемь снимков на астрофотопластинках ZY-21 в В лучах с экспозицией 5 мин. Эти пластинки были обработаны теми же методами, что и пластинки, полученные для шарового скопления М 92. На рис. 2а представлено изображение данной области в цифровом виде после применения ПЦФ.

Числа на рис. 2а показывают отношение сигнала к шуму (приводятся только значения большие или равные трем).

На рис. 2б приведены те значения отношения сигнала к шуму, которые больше или равны единице. Отметим, что рис. 2а, б охватывают южную часть галактики Маркарян 314 и предполагаемую сверхассоциацию.

На наших снимках, без применения ПЦФ, не обнаружены даже следы изображения предполагаемой сверхассоциации, расположенной вблизи галактики Маркарян 314, в то время как этот объект хорошо виден на рис. 2а.

Из рассмотрения рис. 2а и даже рис. 2б видно, что в пределах (σ_f) нет непрерывной морфологической связи между Маркарян 314 и предполагаемой сверхассоциацией.

Из вышеприведенных данных следует, что применение ПЦФ может дать возможность выявить некоторые морфологические особенности внегалактических объектов.

В заключение авторы благодарят О. С. Чавушяна за помощь во время наблюдений.

Ордена Ленина Бюраканская
астрофизическая обсерватория
Академии наук Армянской ССР

Ի. Ա. ՎԱՐԴԱՆՅԱՆ, Մ. Ս. ՄԻՐԶՈՅԱՆ, Հ. Ա. ՊՈՂՈՍՅԱՆ

Նախնական թվային ֆիլտրացիայի կիրառումով աստղագիտական օբյեկտների պատկերների մշակումը

Ներկա աշխատանքում կատարվել է աստղագիտական պատկերների մշակման արդյունքների համեմատություն, որոնք ստացվել են երկու եղանակով:

1. Հետրված տիրույթի մի շարք նկարների թվային պատկերների մանրակրկիտ լուսաչափության սուպերպոզիցիայի եղանակով և

2. Նույն քանակությամբ նկարների թվային պատկերների նախնական թվային ֆիլտրացիա, սուպերպոզիցիա և նորից նախնական թվային ֆիլտրացիա կատարելու եղանակով:

Մշակման ենթարկված պատկերներն ստացվել են Բյուրականի աստղագիտարանի 1 մետրանոց Շմիդտի սիստեմի դիտակով ZY-21 աստղաֆոտոթիթեղների վրա, իսկ թվային մատրիցները ստացվել են PDS-8 հաշվիչ մեքենայի միջոցով:

Աշխատանքում ցույց է տրված, որ երկրորդ եղանակով մշակումը հնարավորություն է տալիս սահմանային մեծության մեջ շահել ոչ պակաս քան 1,0 աստղային մեծություն:

ЛИТЕРАТУРА—ԴՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

- ¹ P. A. Варданян, М. О. Закарян, М. С. Мирзоян, Сообщ. БАО, вып. 52 (1980).
² Allan Sandag, Ap. J., vol. 162, 841 (1970). ³ А. Р. Петросян и др. Астрофизика, т. 16 (1980).

УДК 551.781.4

СТРАТИГРАФИЯ

С. М. Григорян, Л. Е. Маркосян

Новые данные о палеоцене Айоцзорского синклинория (Армянская ССР)

(Представлено чл.-корр. АН Армянской ССР А. А. Габриеляном 28/XI 1980)

На присутствие палеоценовых отложений в Айоцзорском синклинории было указано рядом исследователей (¹⁻³), причем исключительно в строении его северо-восточного крыла (у сел. Таратумб и в районе Айоцзорского перевала), где они представлены перемежающейся толщей мергелей, известняков, песчаников мощностью около 300 м, с характерной для палеоцена фауной мелких и крупных фораминифер. Палеоценовые отложения здесь залегают на известняках и мергелях верхнего сенона и перекрываются фаунистически охарактеризованными образованиями нижнеэоценового возраста.

Собственно палеоценовые отложения в составе юго-западного крыла Айоцзорского синклинория до настоящего времени не были выделены. При проведении детальных геолого-съёмочных работ в рассматриваемом районе Л. Е. Маркосяном южнее развалин сел. Гандзак (северный склон Айоцзорского хребта) в пограничных слоях мела и палеогена выявлена пачка органогенно-обломочных известняков (предшествующие исследователи (^{4,5}) эти известняки относили к маастрихту), в которых С. М. Григорян определены: *Discocyclus seunesi* Douvillé, *D. douvillei* (Schlumb.), *Nummulites* sp. (примитивные нуммулиты).

D. seunesi является руководящей формой для палеоцена, встречается в палеоценовых отложениях Аквитанского бассейна (юго-западная Франция), где установлен впервые (⁶⁻⁸) в Малых Пиренеях (⁹), в Северной Италии (¹⁰) и других местах, совместно с крупными (*Operculina heberti*) и мелкими характерными для палеоцена фораминиферами.

На наличие *D. seunesi* в палеоценовых отложениях юга СССР нами указывается впервые. В Армении *D. seunesi* С. М. Григорян (³) указаны в СЗ крыле Айоцзорского синклинория, где они встречаются совместно с другими характерными для палеоцена крупными фораминиферами: *Nummulites fraasi* de la Harpe, *N. fraasi densispira* de la Harpe.

На присутствие примитивных нуммулитов совместно с *Discocyclina seunesi*, *Operculina heberti* и многочисленными ископаемыми водорослями (литотамниевые) в пограничных слоях мела и палеогена указывал еще Дувийе (H. Douville) в Аквитанском бассейне ⁽⁶⁾. Аналогичные формы в единичных экземплярах (экваториальные сечения) встречаются и в наших образцах. Однако малое количество экземпляров, отсутствие внешних признаков раковины не дают нам возможности определить их до вида.

Таким образом, на основании анализа вышеуказанного комплекса нуммулитид, а также корреляции исследованных разрезов со стратотипическими разрезами Средиземноморской геосинклинальной области (таблица), устанавливается верхнепалеоценовый возраст вмещающих отложений.

В свете новых данных разрез пограничных слоев мела и палеогена южнее развалин сел. Гандзак можно представить следующим образом:

1. Верхний мел (маастрихт). На размытой поверхности красноцветных конгломератов верхнего коньяка залегает пачка белых листоватых в основании (2 м) песчаных известняков, в которых по данным В. П. Ренгартена (4) встречается характерная для маастрихта фауна: *Desmiera divaricata* d'Orbigny (опр. В. Ф. Пчелинцева), *Pecten* (*Chlamys*) *cretosus* Deff., *Terebratula* sp., *Orbitella* sp. Мощность 35 м.

2. Палеоцен. Отложения маастрихта вверх по разрезу постепенно сменяются белыми органогенными известняками, в которых в массовом количестве встречаются дискоциклины и примитивные нуммулиты. Мощность 15 м. Из дискоциклинов С. М. Григорян определены: *Discocyclina seunesi* Douv., *D. douvillei* (Schlumb.), *Nummulites* sp. (примитивные, палеоценового облика).

Эти известняки по стратиграфическому положению и составу нуммулитид сопоставляются с палеоценовыми отложениями северо-восточного крыла Айодзорского синклинория, от которых, однако, отличаются несравненно малой мощностью (мощность палеоцена северо-восточного крыла Айодзорского синклинория достигает 300 м).

3. Нижний эоцен. Плотные, слоистые, плитчатые, мелкозернистые, фиолетово-красного цвета известковистые туфоалевролиты, тонкозернистые туфопесчаники и алевролиты, в которых по данным А. А. Габриеляна ⁽²⁾ встречаются редкие *Globorotalia crassata* (Cushman). Мощность около 100 м.

Ниже приводится описание руководящего для палеоцена вида *D. seunesi*.

Отряд NUMMULITIDA, Furssenko, 1959

Семейство Discocyclinidae, Vaughan et Cole, 1940.

Подсемейство Discocyclinae, Vaughan et Cole, 1940

Род *Discocyclina*, Gumbel, 1970.

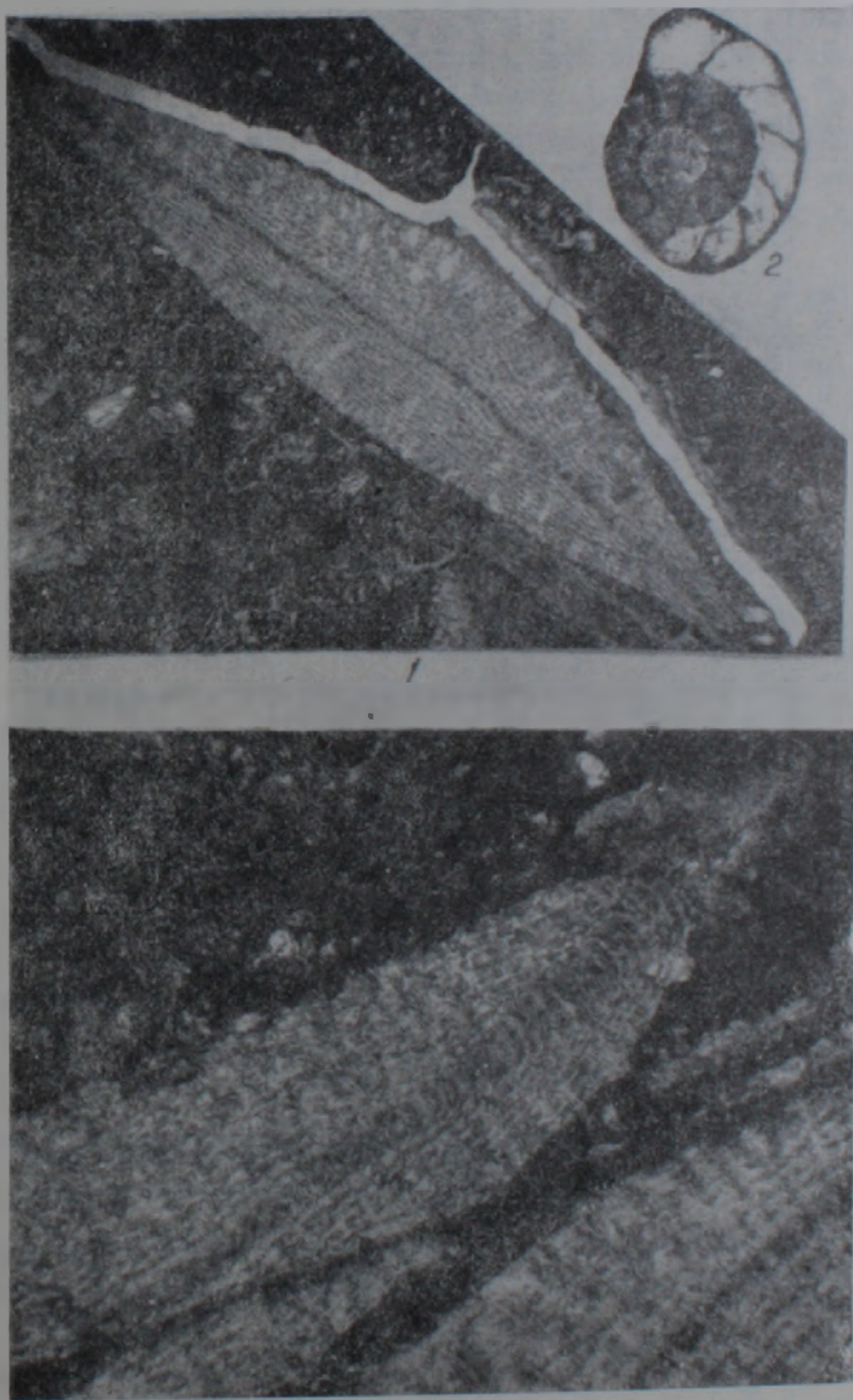
Discocyclina seunesi Douville, 1922

1922. *Discocyclina seunesi* Douville, p. 64, tab. 4, fig. 1--4, textfig. 1.
 1953. *D. seunesi*: Schweighauser, p. 46, tab. 8, fig. 5, 7, 8, textfig. 12, 39.
 1958. *D. seunesi*: M. Neumann, p. 103—110, pl. XXIII, fig. 1—7, pl. XXV, fig. 1, 2, textfig. 34.
 1972. *D. seunesi*: O. Samuel, K. Borza, E. Köhler, p. 159, pl. XCV, fig. 1—7.

Д и а г н о з. Раковина малой и средней величины, плоская или линзовидная. Поверхность покрыта гранулами одинаковых размеров. Тип эмбриона триблилепидиновый. Экваториальные камеры в осевом сечении аркообразные, их высота резко возрастает от центра к периферии.

Мегасферическая генерация (А)

Таблица 1. 3.



1, 3—*Discocyclina seunesi* Douville (А). Поперечные сечения: 1— $\times 20$; 3— $\times 40$. Верхний палеоцен. Ехегнадзорский р-он, развалины с. Гандзак; 2—*Nummulites* sp $\times 20$. Там же

Схема сопоставления палеоцена Айодзорского синклинория
со стратотипическими разрезами Западной Европы по крупным фораминиферам

Аквитанский бассейн					Малые Пиренеи			Армянская ССР		
J. Aubert, P. Besem, 1962					Y. Tambareau, J. Villatte, 1968			Григорян С. М., 1976	Григорян С. М., Маркосян Л. Е.	
Возраст		Литологический состав и зоны по фораминиферам			Возраст		Литологический состав и зоны по крупным фораминиферам		СВ крыло Айодзорского синклинория	ЮЗ крыло Айодзорского синклинория
					Инр Спарнак		Зона <i>Alveolina cucumiformis</i> Зона <i>Alveolina levis</i> Мергели, известняки и песчаники, мощность 15 м		Нижний эоцен	
П а л е о ц е н	Верхний	<i>Globorotalia velascoensis</i>	Зона <i>Discocyclina seunesi</i> , <i>Operculina heberti</i> и примитивные пуммулиты	Т е н е т с к и й я р у с	Верхний	Известняки с миллиолидами	<i>Alveolina primaeva</i> <i>Fallotella alovensis</i>	Известняки, мергели, мощность 300 м с <i>Nummulites fraasi</i> , <i>N. fraasi densispira</i> , <i>Discocyclina seunesi</i>	Известняки органогенные с <i>Discocyclina seunesi</i> , <i>D. douvillei</i> Примитивные пуммулиты, водоросли и мшанки, мощность 14 м	
	Нижний	<i>Globorotalia angulata</i>			Нижний	<i>Micraster tercensis</i> Песчаники и пески с <i>Ostrea billova-censis</i> Lmk. Известняки с фауной Blouès Мергелистые известняки с натицидами Известняки с миллиолидами и водорослями				
В. мел					Даний-Монс			Маастрихт	Коньяк	

Внешние признаки. Размер раковины от 4 до 6 мм в диаметре, толщина от 0,7 до 1 мм. Форма раковины линзовидная с округлыми краями. Поверхность покрыта очень мелкими, почти равновеликими (90—100 микрон) гранулами. Гранулы окружены розеткой, состоящей из 4—5 боковых камер.

Внутреннее строение. В экваториальном сечении эмбриональный аппарат триблотиопидиновый, протоконх округлый, маленький (240 микрон), дейтероконх полукруглый, сравнительно большой (360 микрон).

Околоэмбриональные камеры, в количестве 24, своей формой несколько отличаются от экваториальных.

Экваториальные камеры маленькие, их высота и ширина почти одинакового размера (80×70) от центра к периферии раковины.

В осевом сечении форма раковины линзовидная. Высота эмбриона 210 микрон. Экваториальные камеры аркообразные. Их высота резко возрастает от центра к периферии. Этот признак является очень важным для отличия *D. seupes* от близко стоящих видов. Количество слоев боковых камер в центре раковины достигает до 14—15, а у периферии 4—5.

Сравнение. *D. seupes* внешними признаками и внутренним строением имеет большое сходство с *D. scalagis*. От последнего отличается мелкими равновеликими гранулами, количеством боковых камер вокруг гранул и, что самое главное, в осевом сечении резко возрастающей высотой экваториальных камер и меньшим количеством слоев боковых камер у края раковины.

Распространение и геологический возраст. Встречается в палеоценовых отложениях совместно с палеоценовыми крупными и мелкими фораминиферами Аквитанского бассейна, Малых Пиреней, Северной Италии и Западных Карпат. В Армении встречается в палеоценовых отложениях Айоцзорского синклинория в районе Айоцзорского перевала (к северу от сел. Ахинджадзор).

Местонахождение. Армянская ССР, Ехегнадзорский р-он, в 1 км к югу от развалин сел. Гандзак (Ертич).

Институт геологических наук
Академии наук Армянской ССР
Геологическое управление
при Совете Министров
Армянской ССР

Ս. Մ. ԳՐԻԳՈՐՅԱՆ, Լ. Ն. ՄԱՐԿՈՍՅԱՆ

Նոր տվյալներ Հայոցծորի սինկլինորիումի պալեոցենի մասին
(Հայկական ՍՍՀ)

Հայոցծորի սինկլինորիումի հյուսիս-արևմտյան թևում պալեոցենի նրստ-վածքների առկայության մասին նշվել է մի շարք հեղինակների կողմից (1, 2, 3),

Մինչ ներկա ուսումնասիրությունը նշված սինկլինորիումի հարավ-արևմտյան թևում պալեոցենի նստվածքներ հայտնի չեն եղել:

Մանրակրկիտ հանույթային լաշխատանքների ժամանակ Լ. Ե. Մարկոսյանի կողմից վերին կավճի և պալեոգենի սահմանային շերտերում, Գանձակ գյուղի ավերակներից հարավ (սինկլինորիումի հարավ-արևմտյան թև), անջատվել է հոծ կրաքարերի մի շերտախումբ, որում Ս. Մ. Գրիգորյանի կողմից որոշվել է պալեոցենին բնորոշ նումուլիտային ֆաունա՝ *Discocyclina seunesi* Douville, *D. douvillei* (Schlumb.) և պարզ նումուլիտներ:

Կրաքարերի նշված շերտախումբը, որը նախկինում վերագրել են վերին կավճին (մասստրիխտին ^(4,5)), իրենց շերտագրական դիրքով և ֆաունայի կազմով համարվում է նշված սինկլինորիումի հյուսիս-արևմտյան թևի պալեոցենի նստվածքների նմանակը, որոնցից տարբերվում է միայն անհամեմատ փոքր հզորությամբ:

Հողվածում բերվում է պալեոցենի համար ղեկավարող տեսակի՝ *D. seunesi* Douv. նկարագրությունը:

ЛИТЕРАТУРА—ԴՐԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

¹ Օ. Ա. Саркисян, Ю. А. Мартиросян, ДАН АрмССР, т. 34, № 4 (1962). ² А. А. Габриелян, Палеоген и неоген Армянской ССР, Ереван, 1964. ³ С. М. Григорян, Изв. АН АрмССР, Науки о Земле, т. 29, № 6 (1976). ⁴ В. П. Ренгартен, Стратиграфия меловых отложений Малого Кавказа, т. 6, Изд. АН СССР, 1959. ⁵ В. Т. Акопян, Биостратиграфия верхнемеловых отложений Армянской ССР, Ереван, Изд. АН АрмССР, 1978. ⁶ H. Douville, B. S. G. F. (3), XXI, 55—100 (1922). ⁷ M. Neumann, Mém. Soc. Géol. de France. (Bouville série), № 83, Paris (1958). ⁸ J. Aubert, P. Beaume, R. Elloy et coll., Mém. du B. R. G. M., № 28, Paléogène, Paris (1964). ⁹ J. Tambareau, J. Villatte, Mém. du B. R. G. M. Coll. sur l'éocène Paris, № 58 (1968). ¹⁰ J. Schweighauser, Mém. suisses Pal., vol. 70, 1—92 (1953).

УДК 576.314 : 612.117 : 616.24

БИОФИЗИКА

Член-корреспондент АН Армянской ССР С. Х. Авдалбекян, С. А. Баджинян

О механизме изменения электрокинетического потенциала эритроцитов при хронических неспецифических заболеваниях легких

(Представлено 13/X 1980)

Суспензированные в плазме или буферном растворе клетки крови (эритроциты) при физиологическом значении рН несут на своей поверхности избыточный отрицательный заряд. Отрицательно заряженная поверхность клетки притягивает из окружающей среды противоположно заряженные ионы, которые под воздействием электростатических сил стремятся приблизиться к ионизированным группам клеточной мембраны. В результате клетка оказывается окруженной двойным электрическим слоем (электрокинетическим потенциалом или дзета-потенциалом) (1, 2).

Известно, что величина поверхностного заряда эритроцитов, а следовательно соответствующий ему электрокинетический потенциал, во многом определяет коллоидное состояние крови. Уменьшение электрокинетического потенциала приводит к агрегации форменных элементов крови, что может явиться важным фактором в развитии различных заболеваний.

Работами ряда авторов (3, 4) показано, что величина электрического заряда эритроцитов крови снижается при злокачественных опухолях, инфаркте миокарда, инсульте и некоторых других заболеваниях. Однако молекулярные механизмы образования двойного электрического слоя и его изменения при патологических процессах не изучены. Предполагается, что основная роль в образовании двойного электрического слоя принадлежит мембранным липидам, что определяется ориентацией их полярных группировок, обеспечивающих высокую плотность поверхностного электрического заряда (5).

Можно предположить, что изменение дзета-потенциала в условиях патологии связано, с одной стороны, с изменениями количественного и качественного состава липидов, с другой — с изменением конформационного состояния липидных компонентов эритроцитарных мембран.

Целью настоящей работы является параллельное изучение элект-

рокинетического потенциала эритроцитов, проводимости бислойных мембран и определение уровня продуктов перекисного окисления липидов (ПОЛ) из эритроцитов больных при хронических неспецифических заболеваниях легких (ХНЗЛ).

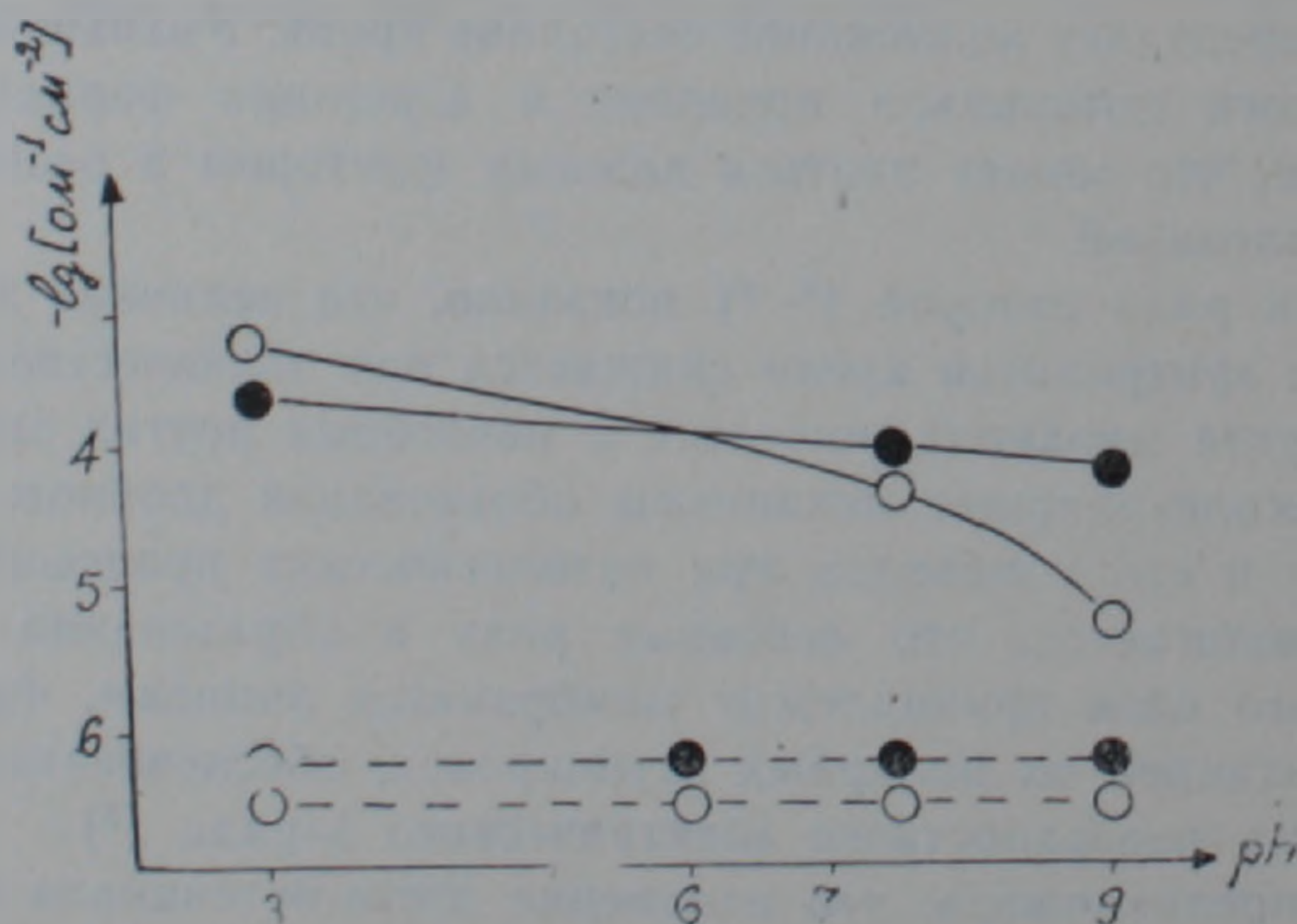
Было обследовано 50 больных обоего пола. Определяли уровень ПОЛ, проницаемость бислойных липидных мембран (БЛМ) из липидов крови, у 27 из обследованных больных определяли также дзета-потенциал. Контролем служили 40 практически здоровых доноров от 40 до 60 лет.

Электрокинетический потенциал эритроцитов определяли в камере Горяева с платиновыми электродами по методу Г. В. Столяра (6). Напряжение между электродами подавалось до 80 в, сила тока 3—5 а.

БЛМ формировали по методу Мюллера (7) из липидов эритроцитов крови, растворенных в гептане в концентрации 20 мг/мл. Экстракцию липидов проводили по Фолчу (8). С помощью хлорсеребряных электродов и высокоомного усилителя постоянного тока У5-7 измеряли электрическую проводимость БЛМ в растворах 0,1М КСl и 0,1М CaCl₂ (9). При значении рН 3 использовали ацетатный буфер, а при значении рН 9—НСl буфер. Исследования проводили при 100 мв. Все точки, на основании которых построены графики, являются результатом не менее 6 замеров на 2—3 различных пленках. Уровень ПОЛ определяли по методу Идельсона (10).

Установлено, что величина электрокинетического потенциала эритроцитов здоровых людей составляет $17,2 \pm 0,9$ мв, при ХНЗЛ он снижается до $14,1 \pm 0,8$ мв, а у тяжело больных—до 9 мв.

Исследования проводимости БЛМ показали, что проницаемость



Зависимость проводимости бислойных мембран из липидов эритроцитов крови: пунктирные линии—проводимость БЛМ из липидов крови здоровых людей; сплошные линии—у больных ХНЗЛ; светлые кружки—ионы калия; темные кружки—ионы кальция.

мембран здоровых людей на несколько порядков ниже, чем у больных. На рисунке показана зависимость проводимости БЛМ из липидов крови больных ХНЗЛ для ионов K^+ и Ca^{++} (по логарифмической шкале) от рН среды. Как видно из приведенных данных, проводимость БЛМ из липидов крови здоровых людей не зависит от рН среды, что изображено на графике прямыми, параллельными оси ординат. Проводимость БЛМ из липидов крови больных меняется от рН среды, причем увеличивается в кислой среде на 3—3,5 порядка, а в щелочной среде—на один порядок для ионов K^+ и на два порядка для ионов Ca^{++} . В нейтральной среде (рН—7,4) для исследуемых ионов проводимость увеличивается на два порядка.

Известно, что при различных патологических процессах увеличение уровня ПОЛ сопровождается количественным изменением липидов фракций: при бронхиальной астме увеличение содержания ПОЛ сопровождается снижением уровня основных липидных фракций эритроцитарных мембран: сфингомиелина, фосфатидилсерина, кардиолипина (13, 14). Изменения проводимости БЛМ, как известно, связаны с изменением ПОЛ (11). Как видно из таблицы, количество ПОЛ мембран эритроцитов больных увеличивается при всех формах ХНЗЛ. Эти изменения очевидно привели к увеличению проводимости БЛМ при изучаемой патологии.

Изменение уровня продуктов окисления липидов в мембранах эритроцитов при хронических неспецифических заболеваниях легких

	Контроль- ная группа	Бронхиаль- ная астма	Хроничес- кий бронхит	Пневмония	Абсцесс
ПОЛ, ммкмоль/мл	90 ± 1.2	285.6 ± 22.6 $p < 0.001$	225.5 ± 20.5 $p < 0.001$	210 ± 18.5 $p < 0.001$	150 ± 20.5 $p < 0.01$

Рассмотренные качественные и количественные изменения липидного состава приводят очевидно и к нарушению ориентации полярных группировок, обеспечивающих плотность поверхностного заряда мембран, и вызывают нарушения жесткости ее структуры. Следствием таких структурных нарушений и являются уменьшение электрокинетического потенциала и увеличение мембранной проницаемости.

Ереванский государственный
институт усовершенствования
врачей Минздрава СССР

Հայկական ՍՍՀ ԳԱ քղբակից անդամ Ս. Կ. ԱՎԴԱԼԻԲԵՅԱՆ, Ս. Ա. ԲԱԶԻՆՅԱՆ

էրիթրոցիտներէ էլեկտրոկինետիկ պոտենցիալի փոփոխութիւններէ մեխանիզմներէ մասին թոքերի ոչ սպեցիֆիկ հիվանդութիւններէ ժամանակ

Թոքերի ոչ սպեցիֆիկ հիվանդութիւններով տառապող հիվանդներէ մոտ հետազոտվել է էրիթրոցիտներէ էլեկտրոկինետիկ պոտենցիալը, որոշվել է էրիթրոցիտար ֆոսֆոլիպիդներէց ստացված երկշերտ թաղանթի թափան-

ցելիուլյունը կալցիում և կալիում իոնների նկատմամբ, ինչպես նաև լիպիդների պերօքսիդային օքսիդացման արգասիքները:

Պարզվել է, որ ուսումնասիրվող հիվանդությունների ժամանակ էրիթրոցիտների էլեկտրոկինետիկ պոտենցիալը նվազում է, որը պայմանավորված է պերօքսիդային օքսիդացման արգասիքների ավելացմամբ և էրիթրոցիտար թաղանթի լիպիդային ֆրակցիայի թափանցելիության խանգարմամբ:

ЛИТЕРАТУРА—ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

¹ С. С. Харамоненко, А. А. Ракитянская, Электрофорез клеток крови в норме и патологии, Минск, 1974. ² М. Гуи, Сб. коагуляции коллоидов, 1936. ³ О. Штерк, Сб. коагуляции коллоидов, 1936. ⁴ J. Angers, A. Rottino, C. R. Soc. Biol., vol. 145, 41 (1951). ⁵ A. Rottino, J. Angers, Cell electrophoresis, London, vol. 73 (1963). ⁶ Г. В. Столяр, в кн.: Вопросы экспериментальной биофизики, Горький, 1975. ⁷ R. Mueller, Rudin, Tien, W. Wescott, Nature, vol. 194, 979 (1962). ⁸ J. Folch, M. Less, G. Stanly, J. Biol. Chem., vol. 1, 497 (1963). ⁹ С. А. Баджиян, Биологический журн. Армении, т. 26, № 6 (1973). ¹⁰ З. И. Белисович, Л. И. Идельсон, Вопросы медицинской химии, № 6, 1973. ¹¹ Ю. А. Владимиров, А. И. Аргаков, Перекисное окисление липидов в биологических мембранах, Наука, М., 1972. ¹² К. Г. Карагезян, А. А. Агабабова, М. А. Мовсесян, С. А. Баджиян, Сб. материалов I радиобиологической конференции соц. стран, ЧССР, 1972. ¹³ В. Г. Амадуни, К. Г. Карагезян, М. Д. Сафарян, Терапевтический архив, № 3, 1980. ¹⁴ М. И. Агаджанов, С. С. Овакимян, В. Г. Мхитарян, Укр. биохимический журн., т. 51, № 1 (1979).

УДК 577.157.611.61

БИОХИМИЯ

В. С. Оганесян, Л. Л. Бадалян

Новый ингибитор гамма-глутамилтрансферазы коры почек крыс

(Представлено академиком АН Армянской ССР Г. Х. Бунятяном 4/XI 1980)

γ -глутамилтрансфераза (ГГТФ) занимает ключевую позицию в метаболизме глутатиона и родственных ему соединений. Это мембраносвязанный фермент, выполняющий в организме несколько функций. Одной из основных его функций является транспептидирование, т. е. реакция переноса γ -глутамильного остатка с глутатиона на аминокислоты и пептиды. ГГТФ обладает широкой субстратной специфичностью по отношению как к донорам, так и к акцепторам (¹⁻³). Она осуществляет и реакцию аутопептидирования. В этом случае донор γ -глутамильного остатка служит и его акцептором (⁴). Характерной реакцией для ГГТФ является также гидролиз глутатиона и других γ -глутамильных соединений (⁴). В определенных условиях этот фермент катализирует и реакцию образования γ -глутамилгидроксамата (^{2,4}). Превращение глутатиона в глутатион-дисульфид также может осуществляться ГГТФ (⁵). Кроме того, ГГТФ обладает и слабо выраженной глутаминазной активностью (2% от активности ГГТФ). Однако в присутствии малеата глутаминазная активность возрастает более чем в 10 раз (^{4, 6, 7}). Изучение этого фермента показало, что известная ранее фосфатнезависимая (ФНГ), стимулируемая только малеатом, является ГГТФ (^{4, 6-8}).

Следует отметить, что малеат активирует и фосфатзависимую глутаминазу (ФЗГ), которая стимулируется целым рядом низкомолекулярных соединений различной природы (⁸⁻¹¹). Среди множества эффекторов, стимулирующих активность ФЗГ мозга и почек, особое место занимают тиреоидные гормоны (ТГ) (¹⁰⁻¹³). Их действие по ряду параметров отличается от действия других эффекторов. ТГ, являясь аллостерическими эффекторами глутаминазы, вступают в положительное кооперативное взаимодействие со многими активаторами глутаминазы мозга и почек. В то же время трийодотиронин (Т₃) и его производные сильно подавляют активность глутаминазы печени (¹⁴).

В свете вышеизложенного представляло интерес изучить влияние ТГ и их производных на глутаминазную активность и другие каталитические проявления ГГТФ коры почек крыс.

Гидролазную и транспептидазную активности ГГТФ исследовали в различных субклеточных фракциях (ядра, митохондрии, микросомы, цитоплазма), полученных дифференциальным центрифугированием гомогената коры почек крыс. В качестве донора-субстрата использовали L-γ-глутамил-р-нитроанилид.

При изучении действия гормонов щитовидной железы и их дериватов на гидролазную активность ГГТФ было обнаружено, что указанные соединения в различной степени ингибируют ее активность. Тироксин (T_4) и T_3 , взятые в концентрации 10^{-4} М, оказывают слабое ингибирующее действие (15—20%), а дийодотиронин (T_2) при той же концентрации не эффективен. Наиболее сильным ингибитором среди указанных соединений оказалась трийодотиреоуксусная кислота (T_3 УК). Сравнительно высокие концентрации этого соединения ($5 \cdot 10^{-5}$ М) подавляют гидролазную активность фермента на 90%. При концентрации T_3 УК— $4 \cdot 10^{-6}$ М происходит 50%-ное ингибирование максимальной активности фермента, а концентрации указанного соединения, близкие к физиологическим, приводят к 15%-ному торможению его активности. Трийодотиреопропионовая кислота (T_3 ПК) ингибирует гидролазную активность ГГТФ сильнее, чем T_4 и T_3 , но уступает по эффективности T_3 УК.

Влияние ТГ на транспептидазную активность ГГТФ изучали в присутствии акцепторов глицил-глицина, глутамина и метионина. Оказалось, что достаточно высокие концентрации T_4 , T_3 и T_2 (10^{-4} М) не подавляют транспептидазную активность фермента. Между тем, как T_3 УК ($2,5 \cdot 10^{-6}$ М) эффективно ингибирует реакцию транспептидирования с участием как глицил-глицина, так и метионина и глутамина. Однако при применении концентрации, близкой к физиологической ($5 \cdot 10^{-7}$ М), она не эффективна. Ингибирующее действие T_3 ПК проявляется слабее, и то при высоких ее концентрациях (10^{-4} М).

Нами установлено, что цитоплазма почечной ткани обладает слабой ГГТФ-ной активностью, которая под действием T_3 УК также подавляется.

В регуляции активности ГГТФ малеат занимает особое место. Он стимулирует процесс гидролиза γ-глутамильных соединений и перенос γ-глутамильного остатка глутамина и в то же время подавляет реакцию транспептидирования с участием глутатиона. По мнению Майстера и Томпсона действие малеата обусловлено связыванием его с акцепторным участком активного центра фермента (¹⁵).

Изучение действия тиреоидных соединений на активность ГГТФ в присутствии малеата показало, что хотя и малеат стимулирует гидролиз L-γ-глутамил-р-нитроанилида, однако он не препятствует ингибирующему влиянию T_3 УК. Кроме того выяснилось, что на фоне ингибирующего действия малеата T_3 УК продолжает тормозить транспептидазную активность фермента.

Глутаминазную активность ГГТФ изучали, в основном, в микросомальной фракции. Как выяснилось, T_3 УК по-разному действует на глутаминазную активность фермента. В присутствии

малеата, который многократно превышает активность фермента, T_3UK оказывает тормозящее действие. Примечательно, что в отсутствие малеата T_3UK не подавляет глутаминазную активность, а высокие ее концентрации даже слабо стимулируют. Выяснение механизма действия T_3UK может быть полезным в уточнении карты донорного и акцепторного участков активного центра фермента.

Следует отметить, что кроме малеата активность ГГТФ подавляется и такими неприродными соединениями, как γ -глутамилгидразоны α -кетокислот, серин в сочетании с боратом и производные сульфоталеина (³). В отличие от указанных веществ T_3UK как природное соединение, влияя на активность ГГТФ, может регулировать скорость реакций гидролиза и транспептидирования таких важных для организма соединений, как глутатион и глутамин.

В настоящее время отсутствует единое мнение о роли, выполняемой ГГТФ в организме животных. Обнаружение такого сильного ингибитора может быть полезным для выяснения физиологической роли этого фермента в жизнедеятельности организма.

Институт биохимии

Академии наук Армянской ССР

Վ. Ս. ՀՈՎՀԱՆՆԻՍՅԱՆ, Լ. Լ. ԲԱԿԱԼՅԱՆ

Առնետների երկամների կեղևի γ -գլուտամիլտրանսֆերազայի հոր ինհիբիտորը

Առնետների երկամների կեղևի սուրբջջային ֆրակցիաներում γ -գլուտամիլտրանսֆերազայի տարբեր կատալիտիկ ֆունկցիաների վրա թիրեոդ հորմոնների և նրանց ածանցյալների ազդեցության ուսումնասիրությունը ցույց է տվել, որ 3-յոդթիրեոքացախաթթուն հանդիսանում է γ -գլուտամիլտրանսֆերազայի ուժեղ ինհիբիտոր և որպես բնական միացություն այն կարող է կարգավորել օրգանիզմի համար կարևոր այնպիսի միացությունների հիդրոլիզը և տրանսպեպտիդացումը, ինչպիսիք են գլուտատիոնը և գլուտամինը:

ЛИТЕРАТУРА—ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

- ¹ C. S. Hanes, E. J. Hird, F. A. Isherwood, Biochem. J., vol. 51, 25 (1952). ² S. S. Tate, A. Meister, J. Biol. Chem., vol. 249, № 23, 7593 (1974). ³ A. Meister, S. S. Tate, Annual Rev. Biochem., vol. 45, 559 (1976). ⁴ S. S. Tate, A. Meister, Proc. Nat. Acad. Sci. USA, vol. 71, 3329 (1974). ⁵ S. S. Tate, J. Orlando, J. Biol. Chem., vol. 254, № 13, 5573 (1979). ⁶ S. S. Tate, A. Meister, J. Biol. Chem., vol. 250, № 12, 4619 (1975). ⁷ N. P. Curthoys, T. Kuhlenschmidt, J. Biol. Chem., vol. 250, № 6, 2099 (1975). ⁸ N. Katsunuma, T. Katsunuma, T. Towatari, a. o., in: The Enzymes of Glutamine Metabolism (Prusiner S., Stadtman E. R., eds), Acad. Press, New York, 1973.

⁹ E. Kватте, I. Аа. Torgner, Biochem. J., vol. 149, № 1, 83 (1975). ¹⁰ В. С. Оганесян, Г. Х. Бунятян, К. С. Микиртумова и др., Вопросы биохимии мозга, вып. 6, Изд. АН АрмССР, Ереван (1970). ¹¹ В. С. Оганесян, Л. Л. Бадалян, К. С. Микиртумова и др., Вопросы биохимии мозга, вып. 8, Изд. АН АрмССР, Ереван (1973). ¹² В. С. Оганесян, К. С. Микиртумова, Г. Х. Бунятян, Вопросы биохимии мозга, вып. 12, Изд. АН АрмССР, Ереван (1977). ¹³ В. С. Оганесян, Ж. Дж. Саакян, Р. Л. Айрапетян и др., Биологический журн. Армении, т. 33, № 9 (1980). ¹⁴ В. С. Оганесян, В. Г. Амбарцумян, Биологический журн. Армении, т. 32, № 5 (1979). ¹⁵ G. A. Thompson, A. Meister, J. Biol. Chem., vol. 254, № 8, 2956 (1979).

УДК 631.465

АГРОХИМИЯ

А. Ш. Галстян, З. В. Антонян

О превращении цистеина в почве

(Представлено академиком АН Армянской ССР В. О. Казаряном 28/I 1981)

В метаболизме серы важным соединением является цистеин, который входит в состав белков и, следовательно, ферментов (¹⁻⁴). Основным источником цистеина в почве является поступающая в нее биомасса. До настоящего времени превращение цистеина в почве не изучено. Выяснение этого вопроса представляет определенный интерес, поскольку сера является одним из важных элементов питания растений.

Исследования показали, что в почве происходит интенсивное превращение цистеина в цистин. Эта реакция по характеру является каталитической и осуществляется биологическими и неорганическими катализаторами (^{2,3}). В ферментной системе почвы выявлены дегидрогеназы, окисляющие серу сульфгидрильной группы цистеина в дисульфидную группу цистина. Прибавление к почве коферментов НАД⁺ и НАДФ⁺ приводит к повышению скорости реакции дегидрирования цистеина, что свидетельствует о ее ферментативном характере. В качестве акцептора водорода при этой реакции приняли бесцветную соль тетразолия (2,3,5-трифенилтетразолий хлористый, ТТХ, E_h=0,26), которая восстанавливается в красные соединения трифенилформазанов (ТФФ). Для разработки метода определения активности цистеиндегидрогеназы были установлены соотношение почвы и субстрата, оптимальные условия реакции среды (рН), температуры и время инкубации. Активность цистеиндегидрогеназы определяли в свежих воздушно-сухих, очищенных от растительных остатков и камней образцах почв. Почву просеивали через сито с отверстиями диаметром в 0,25 мм.

Ход анализа. Навески (1 г) почвы помещали в конусообразные колбы емкостью 100 мл с притертыми стеклянными пробками или в химические стаканы емкостью 50 мл, добавляли 10 мг углекислого кальция и тщательно перемешивали, затем прибавляли 1 мл 0,3 М раствора субстрата дегидрирования (цистеина) и 1 мл 1%-ного раствора 2,3,5-трифенилтетразолия хлористого. Воздух из колб или эксикатора, куда помещают химические стаканы, эвакуировали при раз-

ряжении 10—12 мм рт. ст. Колбы или эксикатор осторожно встряхивали и ставили в термостат при 30° на 2 часа. Контролем служила стерилизованная почва (при 180° в течение 3 часов) и субстраты без почвы. После истечения времени взаимодействия субстрата с почвой в колбы или в стаканы добавляли 25 мл этилового спирта, встряхивали 5 мин, полученный окрашенный раствор трифенилформаза фильтровали и фотокolorиметрировали на приборе ФЭК-56М. Использовали 5-миллиметровые кюветы и светофильтр с пропусканием лучей с длиной волны 500—600 нм. Активность цистеиндегидрогеназы выражали в миллиграммах ТФФ на 10 г почвы за 2 часа. Ошибка определения до 5%.

Опыты показали, что интенсивность процесса дегидрирования цистеина в различных типах почв неодинаковая. Активность цистеиндегидрогеназы почвы в значительной степени зависит от кислотности среды, оптимум pH ее действия находится в слабо основном интервале pH 8,0—8,5. Активность цистеиндегидрогеназы в насыщенных основаниями почвах более высокая, чем в ненасыщенных (таблица). В карбонатной каштановой почве реакция дегидрирования цистеина протекает с наибольшей скоростью. Причем стерилизованные карбонатные почвы обладают значительной дегидрирующей способностью, что указывает на участие неорганических катализаторов в этой реакции при высоких значениях pH. Реакция дегидрирования цистеина по профилю почв имеет своеобразный характер. В средних горизонтах некоторых типов почв обнаруживается более активное дегидрирование цистеина, чем в гумусовом (рис. 1). Это связано с процессом иллю-

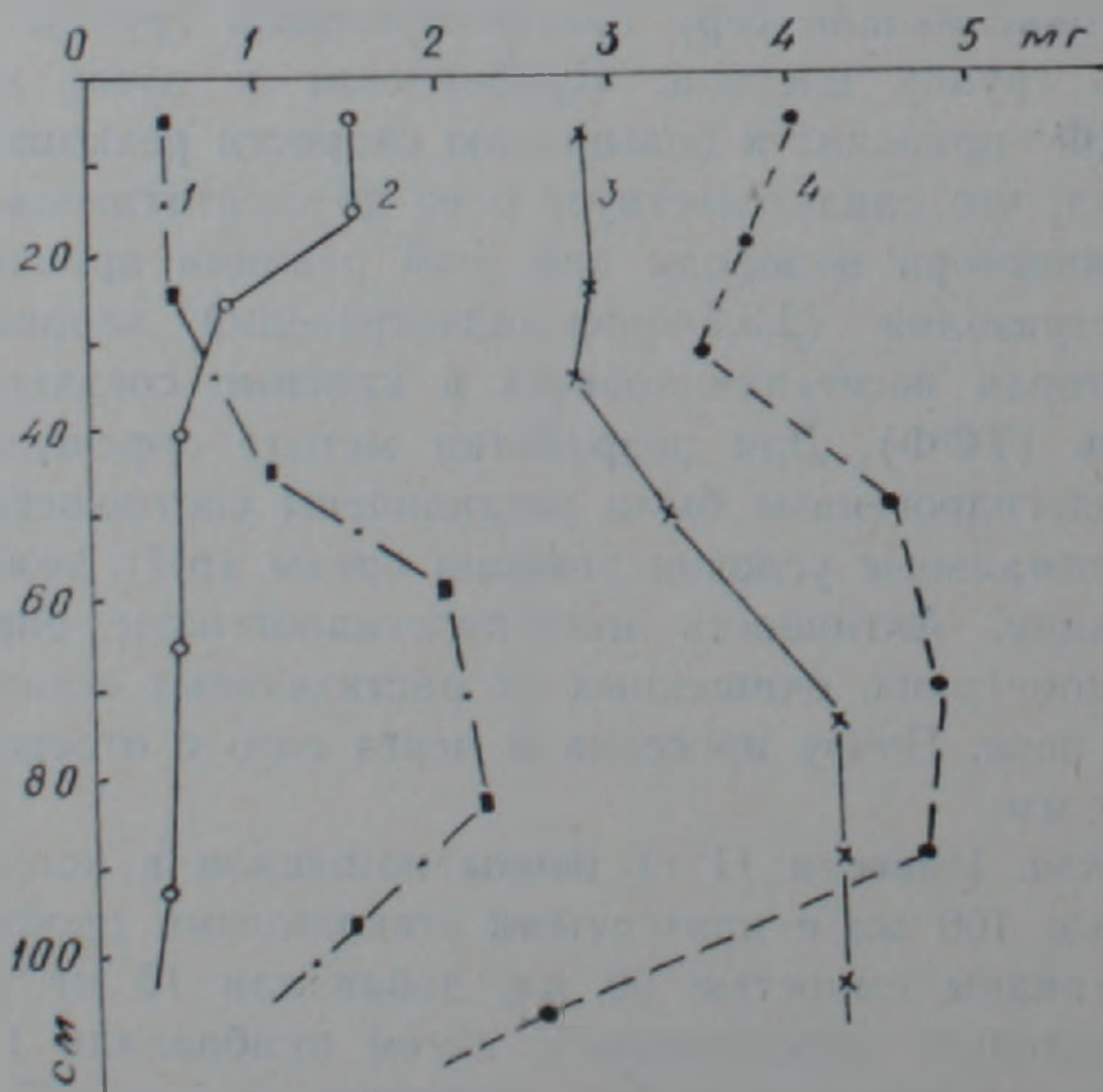


Рис. 1. Активность дегидрирования цистеина по профилю различных типов почв: 1—лугово-черноземная; 2—лесная бурая; 3—чернозем выщелоченный; 4—орошаемая лугово-бурая

Почва, угодье	Гумус, %	pH, H ₂ O	Общая сера, мг на 100 г почвы	Активность цистеиндегидро- геназы, мг ТФФ
Горно-луговая дерновая, пашня	15,7	5,2	145	0,7
Лугово-степная черноземовид- ная, сенокос	13,7	5,8	164	0,9
Лугово-черноземная, пашня	7,1	5,6	101	0,6
Коричневая лесная, лес	7,9	6,9	87	3,3
Чернозем выщелоченный, пашня	7,1	6,8	108	10,4
Каштановая карбонатная, пашня	3,2	7,9	100	25,5
Бурая полупустынная, целина	2,2	8,2	75	4,8
Солонец-солончак содовый сульфатно-хлоридный	0,6	10,0	185	2,5

вирования и содержанием в этих горизонтах карбонатов, приводящих к повышению pH среды до 8,0—8,5, вследствие чего активируется каталитическая реакция дегидрирования цистеина в метаболизме серы. Если почва по всему профилю не содержит карбонатов, например, бурая лесная, то наиболее высокая активность превращения цистеина в цистин наблюдается в верхнем гумусовом горизонте и постепенно уменьшается по профилю. В отличие от окислительно-восстановительных процессов превращения сернистых соединений по профилю почв гидролитические, осуществляемые арилсульфатазой, с глубиной ослабевают и в нижнем горизонте доходят до нуля ⁽⁵⁾.

В опытах по определению скорости реакции дегидрирования цистеина в ненасыщенных основаниями почвах наблюдалось выделение сероводорода. Этот факт говорит о втором пути превращения цистеина в почве под действием цистеинлиазы, которая осуществляет негидролитическое расщепление C—S связи, в результате чего образуются пируват и аланин ^(2,4). Образование аланина в почве, по-видимому, происходит за счет переаминирования между пируватом и другими свободными аминокислотами ⁽⁴⁾ или за счет гидрирования возникшей двойной связи при лиазной реакции ⁽²⁾. Этот процесс изучали с помощью хроматографического анализа (рис. 2). После выдерживания почвы с цистеином извлекали из реакционной смеси аминокислоты 80%-ным этиловым спиртом и гидратом окиси аммония, фильтровали и полученный фильтрат (0,1 мл) наносили на хроматограммы. Опыты показали, что в карбонатной каштановой почве, где активность цистеиндегидрогеназы высокая, аланин не образуется. Значительное накопление аланина происходит в целинном выщелоченном черноземе и горно-луговой почве, следовательно, здесь активно действует цистеинлиаза. Причем необходимо отметить, что по сравнению с каштановыми почвами черноземы и горно-луговые очень богаты сероорганическими соединениями, а в горно-луговой почве почти вся сера представлена в форме органических соединений ⁽⁵⁾.

Таким образом, в почве в результате реакции дегидрирования цистеин превращается в цистин. Этот процесс осуществляется неорганическими и биологическими катализаторами с участием цистеинде-

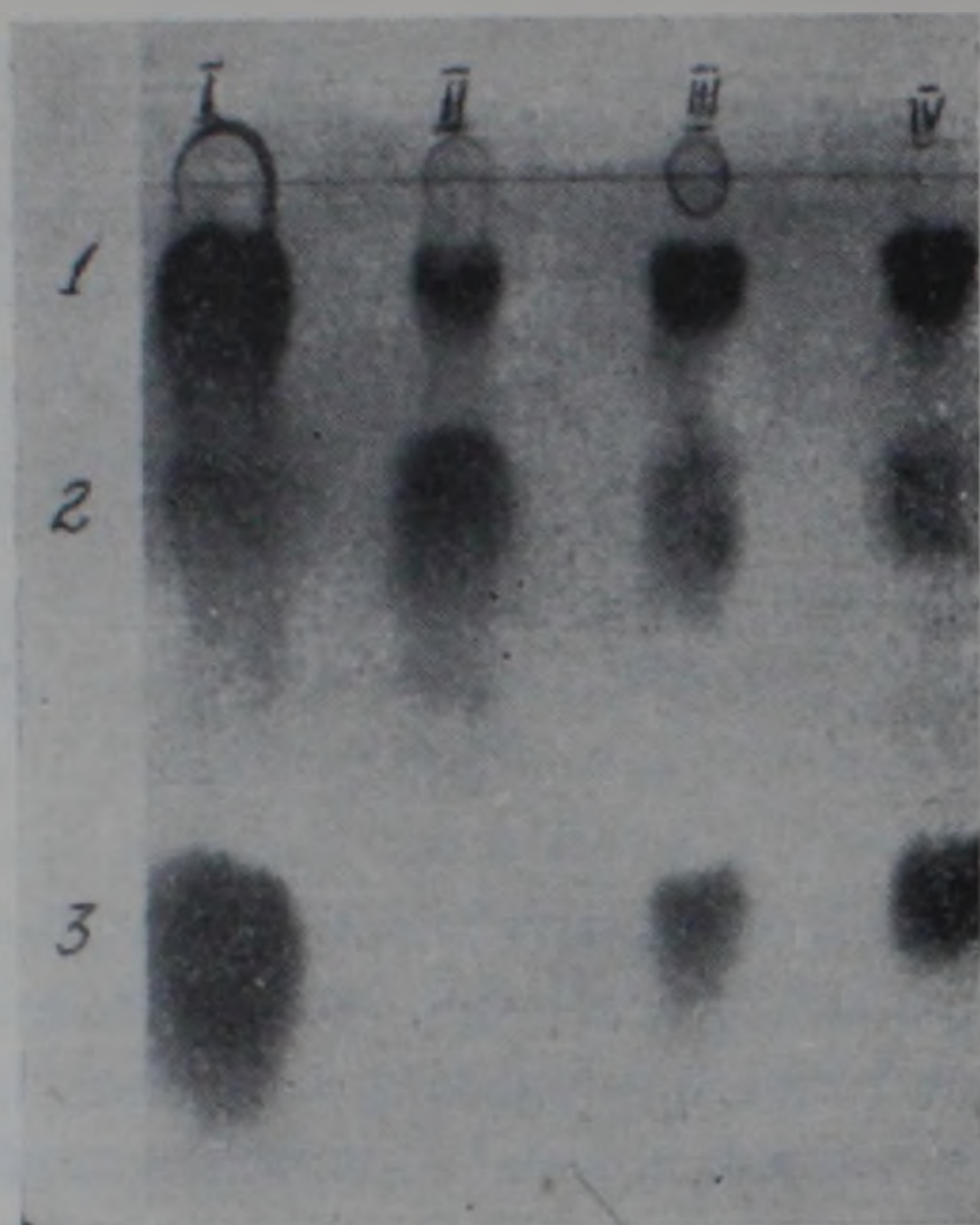


Рис. 2. Превращение цистеина в почве: I—метчики; II—каштановая карбонатная; III—чернозем выщелоченный; IV—горно-луговая дерновая; 1—цистин; 2—цистеин; 3—аланин

гидрогеназы. Разработана методика определения активности этого фермента. В почве под действием цистеинлиазы из цистеина отщепляется сероводород. Познание этих процессов поможет регулированию режима серы в системе почва—растение.

Институт почвоведения и агрохимии
МСХ Армянской ССР

Ա. Շ. ԳԱԼՍՏՅԱՆ, Զ. Վ. ԱՆՏՈՆՅԱՆ

Հողում ցիստեինի փոխարկման մասին

Բացահայտված է, որ հողում ցիստեինը անաէրոբ պայմաններում փոխարկվում է ցիստինի: Լեյս ռեակցիան կատալիտիկ բնույթ ունի և իրագործվում է կենսաբանական ու անօրգանական կատալիզատորների միջոցով: Հողի ֆերմենտային սիստեմում հայտնաբերված է ցիստեինդեհիդրոգենազայի ակտիվություն, որի օպտիմում pH-ը գտնվում է թույլ հիմնային միջավայրում (pH 8,0—8,5): Մշակված է այդ ֆերմենտի ակտիվության որոշման մեթոդը: Պարզված է, որ հիմքերով հագեցած հողերը՝ հատկապես կարբոնատային տարատեսակները, չհագեցածների համեմատությամբ ցիստեինի

փոխարկման բարձր կատալիտիկ ակտիվություն ունեն։ Հիմքերով շահեցած հողերում ցիստեինիազայի ազդեցության տակ ցիստեինից անջատվում է ծծմբաջրածին։ Լկյս հարցերի ուսումնասիրությունը հնարավորություն կտա պարզելու ծծմբի նյութափոխանակությունը հող-բույս սիստեմում։

ЛИТЕРАТУРА—ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

¹ М. Диксон, Э. Уэбб, Ферменты, ИЛ, М., 1966. ² Л. Янг, Дж. Моу, Метаболизм соединений серы, ИЛ, М., 1961. ³ А. Майстер, Биохимия аминокислот, ИЛ, М., 1961. ⁴ Н. И. Шевякова, Метаболизм серы у растений в условиях засоления, Автореф. канд. дис., М., 1979. ⁵ А. Ш. Галстян, Г. В. Базоян, ДАН АрмССР, т. 59, № 2 (1974).

УДК 616.127—005.8

МЕДИЦИНА

Н. Н. Каразян, Л. А. Ахвердян

Смертность при остром инфаркте миокарда в зависимости от активности геомагнитного поля в условиях г. Еревана

(Представлено чл.-корр. АН Армянской ССР Р. П. Стамболцяном 27/VII 1980)

В эпоху интенсивного освоения космоса уже не подлежит сомнению, что многие природные явления на Земле зависят от космических условий ⁽¹⁾. Изучение характера геомагнитных воздействий на живые организмы представляет собой одно из новых и перспективных направлений биологии ⁽²⁾.

Измерения на спутниках «Электрон-4», «Эксплорер-26», «Алуэтт-2», «Космос-26» дали совершенно новые представления об источниках магнитных бурь и позволили использовать обсерваторные данные в других областях науки. Настало время, когда возник вопрос о научном сотрудничестве между геофизикой и медициной для установления надежной корреляции между медико-биологическими и геофизическими явлениями.

Клинический опыт показывает, что смертность от инфаркта миокарда в различные дни подвергается значительным колебаниям. В последние годы эти колебания связываются с солнечной активностью и с возмущениями геомагнитного поля.

Большинство авторов в своих исследованиях обнаружили непосредственную связь между активностью магнитного поля Земли и сердечно-сосудистыми катастрофами, в частности, смертностью от инфаркта миокарда ⁽³⁻⁹⁾; при этом учитывается, что величина и форма геомагнитных вариаций зависят от широты места наблюдения и первая возрастает от экватора к полюсу ⁽¹⁰⁾. Другие же авторы отрицают подобную связь ⁽¹¹⁾.

В Армянской ССР подобные исследования не проводились, поэтому мы поставили перед собой задачу изучить влияние активности геомагнитного поля на смертность от инфаркта миокарда в г. Ереване. Для оценки геомагнитного поля мы пользовались данными среднесуточных колебаний К-индекса. Дни, когда $K \leq 2,5$ балла, считаются магнитоспокойными, дни, когда $K = 3-3,5$ балла—средней активности и дни, когда $K \geq 4$ баллов—магнитоактивными.

Нами проанализированы истории болезней больных, умерших от острого инфаркта миокарда в терапевтических и специализированных кардиологических отделениях ряда клиник г. Еревана за 1974—1978 гг. с целью установления точной даты смерти, возраста и пола умерших, а также особенностей течения болезни. Причины смерти в каждом отдельном случае определялись на основании клинических и патанатомических данных. Учитывались также случаи инфаркта со смертельным исходом («домашняя смертность») по вызовным листкам центральной станции скорой медицинской помощи за этот же период в г. Ереване. Во всех случаях диагноз инфаркта миокарда установлен врачами противоишемных бригад и подтвержден электрокардиографически.

За этот же период в обсерватории Гарни зарегистрированы 88 дней с кратковременными (меньше 24 часов) магнитными возмущениями и 56—с продолжительными (2 и более суток) магнитными возмущениями, в общей сложности 169 дней.

Как показали наши исследования, кратковременные магнитные возмущения в течение двух предыдущих и трех последующих дней не влияли на частоту смертности от инфаркта миокарда. В то время как длительные магнитные возмущения, не влияя на показатели двух предыдущих и третьего последующего дней, вызывали значительное увеличение частоты смертности в течение 2 последующих дней, выделенных в отдельную группу (112 дней) и условно названных «постактивными днями».

Из 571 смертного случая, исследованного нами, было 425 (74,4%) мужчин и 146 (25,6%) женщин, причем до 49 лет (I группа)—101 случай (17,7%), от 50 до 59 лет (II группа)—109 (19,1%), от 60 до 69 лет (III группа)—226 (39,6%), выше 70 лет (IV группа)—135 (23,6%).

Как видно из табл. 1, ежесуточная смертность в магнитоактивные, постактивные и умеренноактивные дни выше, чем в магнитоспокойные дни.

Соотношения между показателями средней ежесуточной смертности в магнитоспокойные дни и показателями в активные, постактивные и умеренно активные дни соответственно составили 1:1,85; 1:1,81 и 1:1,31, причем показатели в активные и постактивные дни достоверны (по Студенту).

Подобная же закономерность выявлена при ежегодном анализе смертности.

Наши наблюдения показали, что если в магнитоспокойные дни средняя ежесуточная смертность в I, II, III и IV группах составила (в %) $0,044 \pm 0,006$; $0,055 \pm 0,006$; $0,107 \pm 0,009$ и $0,058 \pm 0,007$, то в магнитоактивные дни она соответственно равнялась $0,101 \pm 0,02$; $0,082 \pm 0,02$; $0,175 \pm 0,028$ и $0,121 \pm 0,025$ случая. Соотношения показателей средней ежесуточной смертности в магнитоспокойные и магнитоактивные дни составили для I группы 1:2,3, для II—1:1,49, для III—1:1,04 и для IV—1:2,09, т. е. больные моложе 50 и старше 70 лет проявили

большую чувствительность к геомагнитной активности. Аналогичная картина была выявлена в постактивные дни. А в умеренно активные дни наибольшую чувствительность проявили больные выше 70 лет.

Таблица 1

Смертность от острого инфаркта миокарда в зависимости от активности геомагнитного поля

Геомагнитная характеристика дней	Число дней	Число смертных случаев	Ежесуточная смертность ($M \pm m$)	Степень достоверной оценки	
				<i>t</i>	<i>P</i>
Магнитоспокойные дни ($K < 2,5$)	1303	343	$0,26 \pm 0,015$	—	—
Дни умеренной активности ($K = 3,35$)	154	52	$0,34 \pm 0,05$	1,5	$< 0,25$
Магнитоактивные дни ($K > 4$)	257	123	$0,48 \pm 0,046$	4,6	$< 0,001$
Постаптивные дни	112	53	$0,47 \pm 0,075$	2,8	$< 0,02$

Примечание. *P* вычислено по сравнению с показателями магнитоспокойных дней.

Далее наши наблюдения показали, что больные мужского пола оказались более чувствительными к активности магнитного поля Земли, чем больные женского пола. Так, если в магнитоспокойные дни средняя ежесуточная смертность у мужчин составила $0,198 \pm 0,013$, а у женщин $0,065 \pm 0,007$, то в магнитоактивные дни соответственно $0,374 \pm 0,042$ и $0,105 \pm 0,021$. Соотношения показателей средней ежесуточной смертности в магнитоспокойные и магнитоактивные дни у мужчин 1:1,89, а у женщин 1:1,62.

Анализ основных причин смертности от осложнений в зависимости от состояния магнитного поля Земли произведен на материале больничной летальности. Известно, что основными причинами смерти больных острым инфарктом миокарда являются сердечная недостаточность, кардиогенный шок, фибрилляция желудочков, разрыв миокарда и тромбоэмболические осложнения (^{12, 13}).

Анализ смертных случаев от инфаркта миокарда показал, что независимо от активности магнитного поля Земли 45,6% больных умерли от сердечной недостаточности, 23,8%—от кардиогенного шока, 12,4%—от фибрилляции желудочков, 12,1%—от разрыва миокарда и 6,1% от тромбоэмболии. Но целью настоящей работы является выявление влияния активности магнитного поля Земли на частоту тех или иных осложнений инфаркта миокарда, приводящих к летальному исходу.

Из табл. 2 явствуется, что в магнитоактивные дни смертность от кардиогенного шока, фибрилляции желудочков и тромбоэмболии значительно выше, чем в магнитоспокойные дни; так, если в магнитоспокойные дни от кардиогенного шока умерли 22,7%, от фибрилляции

Таблица 2

Зависимость летальных осложнений от активности геомагнитного поля

Характер летального осложнения	Всего		В спокойные дни		В умеренно-активные дни		В активные дни		В поствактивные дни	
	n = 428		n = 269		n = 33		n = 87		n = 39	
	абс.	%	абс.	% ко всей группе	абс.	% ко всей группе	абс.	% ко всей группе	абс.	% ко всей группе
Сердечная недостаточность	195	45,6	129	47,9	16	48,5	34	39,1	16	41,0
Кардиогенный шок	102	23,8	61	22,7	7	21,2	24	27,6	10	25,6
Фибрилляция желудочков	53	12,4	29	10,8	5	15,2	13	14,9	6	15,4
Разрыв миокарда	52	12,1	35	13,0	4	12,0	9	10,3	4	10,3
Тромбоэмболия	26	6,1	15	5,6	1	3,0	7	8,1	3	7,7

желудочков—10,8%, от тромбоэмболии—5,6% всех умерших от инфаркта миокарда в магнитоспокойные дни, то в магнитоактивные дни—соответственно 27,6; 14,9 и 8,1% умерших в магнитоактивные дни. Интересно отметить, что смертность от этих трех видов осложнений преобладает и в поствактивные дни, а в умеренно активные дни наиболее высока смертность от фибрилляции желудочков.

По табл. 2 создается впечатление, что в магнитоактивные и поствактивные дни смертность от сердечной недостаточности и разрыва сердца в процентах ниже, чем в магнитоспокойные дни, однако нужно отметить, что речь идет об относительном снижении смертности от сердечной недостаточности и разрыва миокарда за счет увеличения частоты смертности от кардиогенного шока, фибрилляции желудочков и тромбоэмболии в магнитоактивные и поствактивные дни.

В заключение авторы выражают глубокую благодарность Г. О. Бадалян за предложенную тему и постоянную помощь при выполнении настоящей работы.

Ереванский государственный
медицинский институт
Институт геофизики и
инженерной сейсмологии
Академии наук Армянской ССР

Մահացությունը սուր ինֆարկտ միոկարդի ժամանակ, երևան Բ. պայմաններում, կախված երկրի մագնիսական դաշտի ակտիվությունից

Հողվածում փորձ է արված կապ հաստատել նրկրի մագնիսական դաշտի ակտիվության և երևան քաղաքի մի քանի կլինիկաները միոկարդ-ինֆարկտ հիվանդությամբ տառապող՝ մինչև 50 տարեկան, 50—60, 60—70 տարեկան հասակ ունեցող բնակչության միջև:

Մասնավորապես նշված է, որ ակտիվ օրերի ժամանակ, հանգիստ օրերի համեմատ մահացությունը շատ ավելի բարձր է, ընդ որում արական սեռի ներկայացուցիչները համեմատած իգական սեռի հետ, տոկոսային հարաբերությամբ ավելի զգալուն են հիվանդության նկատմամբ (տղամարդիկ $0,374 \pm 0,042$, կանայք $0,105 \pm 0,021$):

Հետագա ուսումնասիրությունները հնարավորություն կտան ստեղծելու ավելի հաստատուն կապ, մագնիսական դաշտի ակտիվության և միոկարդ ինֆարկտ հիվանդության միջև և հիվանդանոցներում տանել նախապատրաստական աշխատանքներ:

ЛИТЕРАТУРА—ԴՐԱՎԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

- ¹ И. П. Дружинин, Б. И. Сазанов, В. Н. Ягодинский, Космос—Земля. Прогнозы, Мысль, М., 1974.
- ² Д. П. Никитин, Ю. В. Новиков, Окружающая среда и человек, Высшая школа, М., 1980.
- ³ И. Е. Ганелина, Б. А. Рывкин, Кардиология, т. 13 (1973).
- ⁴ В. П. Казначеева, А. П. Соломатин, Л. М. Непомнящий, в кн.: Инфаркт миокарда в городе Новосибирске за 12-летний солнечный цикл (1957—1968). Метаболизм и структура сердца в норме и патологии, «Недра», Новосибирск, 1972.
- ⁵ Л. З. Пауцевичус, Я. П. Юшенайте, С. П. Блинструб, в кн.: Влияние солнечной активности на атмосферу и биосферу Земли, «Недра», М., 1971.
- ⁶ А. А. Надирбекова, Г. К. Багдановская, в кн.: Метео-гелиогеофизические факторы и частота возникновения инфаркта миокарда в условиях г. Алма-Аты. II съезд терапевтов Казахстана 17—19 ноября 1979 года, т. I, Алма-Ата, 1979.
- ⁷ К. Ф. Новикова, Ю. В. Новиков, в кн.: Влияние солнечной активности на атмосферу и биосферу Земли, «Недра», М., 1971.
- ⁸ Ц. Н. Славова, в кн.: Опыт выявления роли магнитных бурь в исходах сосудистых катастроф. Проблемы биоклиматологии климатофизиологии, «Недра», Новосибирск, 1970.
- ⁹ Я. Юшенайте, И. Ступелис, Н. Станайтите и др., в кн.: Связь обострений ишемической болезни сердца с активностью Солнца и уровнем магнитного поля Земли. Симпозиум «Хроническая ишемическая болезнь сердца» (диагностика, лечение, профилактика). Вильнюс, 15—17 ноября 1971 года, стр. 217—225.
- ¹⁰ Б. М. Яновский, Земной магнетизм, Изд-во Ленинградского ун-та, Л., 1978.
- ¹¹ В. Т. Lira, P. A. Stuzzok, E. Rogot, Nature, vol. 259, № 5541 (1976).
- ¹² И. Е. Ганелина, В. Н. Бриккер, Е. И. Вольперт, Острый период инфаркта миокарда, «Недра», Л., 1970.
- ¹³ И. К. Шхвацабая, М. Е. Рикина, В. А. Опалева-Стеганцева и др., Кардиология, т. 14 (1974).

