

ՀԱՅԿԱԿԱՆ ՈՍԶ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԿԱԴԵՄԻԱ
 АКАДЕМИЯ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР

ԶԵԿՈՒՅՑՆԵՐ
 ДОКЛАДЫ

LXXI, № 2

1980

Խմբագրական կոլեգիա

Редакционная коллегия

Գ. Ա. ԱՐՁՈՒՄԱՆՅԱՆ, տեխ. գիտ. բեկնա-
 ձու (պատ. Լաւոսուդար), է. Գ. ԱՅՐԿՅԱՆ,
 ՀՍՍՀ ԳԱ բոլորակից-անդամ, Ա. Բ. ԲԱՐԱ-
 ՅԱՆ, ՀՍՍՀ ԳԱ ակադեմիկոս, Հ. Խ. ԲՈՒՆ-
 ՅԱՐՅԱՆ, ՀՍՍՀ ԳԱ ակադեմիկոս, Ա. Ա.
 ԲԱԼԱՅԱՆ, ՀՍՍՀ ԳԱ բոլորակից-անդամ,
 Վ. Մ. ԹՍՈՒԱԿԱՆ, ՀՍՍՀ ԳԱ բոլորակից-ան-
 դամ, Վ. Հ. ՀԱՄՐԱՐԶՈՒՄՅԱՆ, ակադեմիկոս,
 Վ. Հ. ՂԱԶԱՐՅԱՆ, ՀՍՍՀ ԳԱ ակադեմիկոս
 (պատ. խմբագրի տեղակալ), Հ. Գ. ՄԱՂԱՔ-
 ՅԱՆ, ՀՍՍՀ ԳԱ ակադեմիկոս, Ա. Դ. ՆԱԶԱՐՈՎ,
 ՀՍՍՀ ԳԱ ակադեմիկոս (պատ. խմբագիր),
 Վ. Ս. ՍԱՀԱԿՅԱՆ, ՀՍՍՀ ԳԱ բոլորակից-անդամ,
 Օ. Մ. ՍԱԳՈՆՃՅԱՆ, ՀՍՍՀ ԳԱ բոլորակից-
 անդամ, Մ. Լ. ՏԻՐ-ՄԻՔԱՅԵԼՅԱՆ, ՀՍՍՀ
 ԳԱ բոլորակից-անդամ, Վ. Բ. ՆԱՆԱՐՃՅԱՆ,
 ՀՍՍՀ ԳԱ բոլորակից-անդամ

В. А. АМБАРЦУМЯН, академик, Г. А.
 АРЗУМАНЯН, канд. техн. наук (отв.
 секретарь), Э. Г. АФРИКЯН, чл.-корр.
 АН АрмССР, А. Т. БАБАЯН, академик
 АН АрмССР, Г. Х. БУНЯТЯН, акаде-
 мик АН АрмССР, В. О. КАЗАРЯН, ака-
 демик АН АрмССР (зам. отв. редактора),
 И. Г. МАГАКЬЯН, академик АН Арм
 ССР, А. Г. НАЗАРОВ, академик АН
 АрмССР (отв. редактор), Г. С. СААКЯН,
 чл.-корр. АН АрмССР, О. М. САПОН-
 ДЖЯН, чл.-корр. АН АрмССР, А. А. ТА-
 ЛАЛЯН, чл.-корр. АН АрмССР, В. М.
 ТАРАЯН, чл.-корр. АН АрмССР, М. Л.
 ТЕР-МІКАЕЛЯН, чл.-корр. АН АрмССР,
 В. В. ФАНАРДЖЯН, чл.-корр. АН
 АрмССР

ԲՈՎԱՆԴԱԿՈՒԹՅՈՒՆ

ՄԱԹԵՄԱՏԻԿԱ

Ս. Ա. Գրիգորյան—Շեղանկացված անալիտիկ ֆունկցիաների եզակիությունների մասին	52
Ո. Թ. Հաբուսյունյան— C^n —կոնֆորմ տարածության կետերի գույքերի սիմետրիկ տարածության երկրաչափության մասին	69
Ռ. Ար. Ավետիսյան—Քյաշկեի տիպի անվերջ արտադրյալների տեսքով շրջանում անալիտիկ ֆունկցիաների ներկայացման մասին	76
Վ. Հ. Մարտիրոսյան—Տրված բազմությունից զորոնկիցներ ունեցող բազմանդամներով համաստեղափ մոտարկման մասին	82
Ռ. Վ. Համբարձումյան, Բ. Ո. Նանապետյան—Պարմի բաշխումը և սահմանային թեորեմներ կետային պատահական պրոցեսների համար	87
Ի. Գ. Խաչատրյան—Սպեկտրալ-մատրից ֆունկցիայով անալիտիկ զորոնկիցներով գիճերենցիալ օպերատորի վերականգնման միակություն մասին	91

ՄԵՏԱՄՈԼՈԳԻԱ

Գ. Պ. Բամբազյան—Սրկրի սեյսմատեկտոնիկ ակտիվությունը լուսնային թեթևության և լուսնային մամանգի հոսքի տեսքով	98
--	----

ԻՆՓԵՆԵՐԱՑԻՆ ՍԵՏՄՄՈԼՈԳԻԱ

Ա. Վ. Մինասյան—Կառույցների և կոնստրուկցիաների կոմպլեքս սեյսմապաշտպանությունը բարձր սեյսմիկ շրջաններում	104
--	-----

ՔԻՄԻԱ

Ա. Ն. Հայրապետյան, Մ. Ա. Սուլեյմանյան, Հ. Մ. Գևորգյան, Գ. Մ. Ասուկեյով—Քլոր ուղիք որպես պաշտպանողական ռեակցիա	111
Ժ. Ի. Հակոբյան, Ռ. Ս. Աբրամով—Նուկլեազի և սուրստրատի ածանցյալների ֆերմենտոստրատային կոմպլեքսի առաջացման ուսումնասիրությունը	117
Վ. Վ. Որդյան, Լ. Լ. Գանիբովա, Գ. Հ. Բազալյան, Կ. Գ. Ղաբուլյազյան, Ո. Ա. Հովհաննիսյան—Ֆոսֆորիլիզների, լիպիդ-լիպիդային հարաբերությունները արյան մեջ և (բիտրոցիտար մասնայում մասեր օջախային ինֆարկտի մամանակ	122

СОДЕРЖАНИЕ

МАТЕМАТИКА

Стр

С. А. Григорян — Об особенностях обобщенных аналитических функций	65
С. Х. Арутюнян — О геометрии симметрического пространства пар точек n -мерного конформного пространства	69
Р. Аб. Аветисян — О представлении аналитических функций в круге в виде бесконечных произведений типа Бляшке	76
В. А. Мартиросян — О равномерном приближении многочленами с коэффициентами из заданного множества	82
Р. В. Амбарцумян, Б. С. Нохалетян — Распределение Пальма и предельные теоремы для точечных случайных процессов	87
И. Г. Хачатрян — О единственности восстановления дифференциального оператора с аналитическими коэффициентами по его спектральной матрице-функции	91

СЕЙСМОЛОГИЯ

Г. П. Тимразян — Сейсмотектоническая активность Земли в координатах лунного склонения и лунного времени	98
---	----

ИНЖЕНЕРНАЯ СЕЙСМОЛОГИЯ

А. В. Минасян — Комплексная сейсмозащита сооружений и конструкций в районах высокой сейсмичности	104
--	-----

БИОХИМИЯ

С. Н. Айрапетян, М. А. Сулейманиян, А. М. Геворкян, Г. М. Аракелов — Набухание как защитная реакция клетки	111
Ж. И. Акопян, Р. Е. Абрамов — Исследование образования фермент-субстратного комплекса нуклеазы с производными субстрата	117
В. В. Ордян, Л. Л. Данилова, Г. О. Бадалян, К. Г. Каргсезян, С. С. Олякиян — Липид-липидные соотношения фосфолипидов цельной крови и эритроцитарной массы при мелкоочаговом инфаркте миокарда	122

CONTENTS

MATHEMATICS

<i>S. A. Grigorian</i> —On the singularities of the generalized analytic functions.	P. 65
<i>S. Ch. Harutyunian</i> —On geometry of symmetric space of pairs of points of conform space C^n	69
<i>R. Ab. Avetisyan</i> —On representation of the analytic functions in the form of Blaschke type infinite products.	76
<i>V. A. Martirosyan</i> —About uniform approximations by polynomials with coefficients from the given set.	82
<i>R. V. Ambarzumian, B. S. Nakhapetian</i> —Palm distribution and limit theorems for random point processes.	87
<i>I. G. Khachatrian</i> —On the uniqueness of the reconstruction of a differential operator with analytic coefficients by its spectral matrix function.	91

SEISMOLOGY

<i>G. P. Tamrazian</i> —Seismotectonic activity of the Earth in the coordinates of Lunar inclination and Lunar time.	95
--	----

ENGINEERING SEISMOLOGY

<i>A. V. Minasian</i> —Complex earthquake protection of constructions in the regions of high seismicity.	104
--	-----

BIOCHEMISTRY

<i>S. N. Hayrapetian, M. A. Sulrymanian, A. M. Gevorgian, G. M. Arakelov</i> —The cell swelling as its protective reaction.	111
<i>Zh. I. Akopian, R. E. Abramov</i> —The study of formation of enzyme-substrate complex of nucleus with the substrate derivatives.	117
<i>V. V. Oralan, L. L. Danilova, G. M. Badalan, C. C. Karageosian, S. S. Hovakimian</i> —Lipid-lipid interrelations of phospholipids in total blood and erythrocytes under the conditions of myocardial infarction.	122

Технический редактор Л. А. АЗИЗБЕКЯН

ИФ 05465

Изд. № 5320

Заказ 779

Тираж 505

Сдано в набор 20.08.1980 г. Подписано в печать 17.11.1980 г.

Формат бумаги 70X100^{1/16} Печ. л. 4,25 Бум. л. 2,0 Усл. печ. л. 5,95

Уч. изд. л. 4,25

Издательство АН Армянской ССР, 375019, Ереван, Баренцмунтан, 24-а

Типография Издательства АН Арм. ССР, 375010, г. Ереван

УДК 517.5

МАТЕМАТИКА

С. А. Григорян

Об особенностях обобщенных аналитических функций

(Представлено чл.-корр. АН Армянской ССР Н. У. Аракеляном 26/III 1980)

0°. Пусть Γ — подгруппа аддитивной группы вещественных чисел, снабженная дискретной топологией. $\Gamma_+ = \{x \in \Gamma: x > 0\}$ — подполугруппа группы Γ , а G — группа характеров группы Γ . По теореме двойственности Понтрягина G является компактной абелевой группой.

Рассмотрим на локально компактном пространстве Ω_Γ , полученном из декартова произведения $G \times [0, \infty)$ путем отождествления в точку слоя $G \times \{0\}$, систему $\{\omega^r\}_{r \in \Gamma_+}$ непрерывных функций на заданных следующим образом: $\omega^r(x \times r) = x(r) r^r$.

Комплекснозначную функцию f , определенную на открытом множестве $D \subset \Omega_\Gamma$, называют обобщенно-аналитической, или просто аналитической, если для каждой точки множества D существует такая окрестность $U \subset D$, что функция f аппроксимируется на U линейными комбинациями над C^1 функций из $\{\omega^r\}_{r \in \Gamma_+}$.

Линейные комбинации функций из $\{\omega^r\}_{r \in \Gamma_+}$ будем называть полиномами.

В случае, когда Γ изоморфна группе целых чисел, пространство Ω_Γ изоморфно комплексной плоскости, и обобщенная аналитичность в этом случае совпадает с классической аналитичностью.

Множество $D \subset \Omega_\Gamma$ назовем ограниченным, если $\bar{D}$ — компакт.

В теории аналитических функций одной комплексной переменной хорошо известны теорема Римана о продолжении и теорема Пикара о поведении функции вблизи существенной особой точки.

В данной заметке формулируются результаты, являющиеся аналогами вышеуказанных теорем.

1°. Каждая аналитическая функция, заданная на связном открытом множестве D комплексной плоскости C^1 , удовлетворяет условию единственности, т. е. если f равно нулю на некотором открытом подмножестве множества D , то $f = 0$ на D .

Естественно поставить вопрос: верно ли аналогичное утверждение в пространстве Ω_Γ в случае, когда Γ не изоморфна группе целых чисел. На этот вопрос отвечает.

Теорема 1. Пусть D — ограниченное открытое в Ω_Γ множество. Для того чтобы каждая аналитическая на D функция удовлетворяла условию единственности, необходимо, чтобы точка $z = G \times \{0\} \in \Omega_\Gamma$ принадлежала множеству

$$\hat{D} = \{u \in \Omega_\Gamma, |p(u)| \leq \sup_D |p| \text{ для любого полинома } p\}.$$

Существуют примеры, показывающие, что приведенное в теореме 1 условие не является достаточным.

2. Пространство Ω_Γ можно представлять в виде $\Omega_\Gamma = (\bigcup_I \Omega_i) \cup \{z\}$ (см. лемму 1 из (1)), где $z = G \times \{0\}$, а множества $\Omega_i, i \in I$, попарно не пересекаются, связны, всюду плотны в Ω_Γ и удовлетворяют следующим условиям:

а) для любых $i, j \in I$ существует $x \in G$ такое, что

$$\Omega_i = x\Omega_j, \quad (x \cdot (\beta \times r)) = (x\beta) \times r;$$

б) для любого $i \in I$ существует такое взаимно-однозначное непрерывное отображение ψ_i из комплексной плоскости $\mathbb{C}^1$ на Ω_i , что для каждого $\omega^x \in \{\omega^x\}_{x \in G}$ выполняется равенство

$$\omega_0^x \psi_i(z) = \exp(-x \cdot z).$$

Из условий а) и б) следует утверждение, аналогичное теореме Лиувилля (см. (2)): если обобщенная аналитическая функция, определенная на всем пространстве Ω_Γ , ограничена, то она постоянна.

Определение. Пусть D — открытое множество в Ω_Γ . Подмножество $E \subset D$ назовем тонким, если для каждой точки из D существует такая окрестность $U \subset D$ и такая аналитическая функция f на U , что:

- а) функция f обращается в нуль на множестве $E \cap U$;
- б) для каждого $i \in I$ множество $\Omega_i \cap E$ не более чем счетно.

Примером тонкого множества является множество нулей аналитической функции, определенной на всем пространстве Ω_Γ . С другой стороны, из теоремы 1 следует, что нули не каждой аналитической функции образуют тонкое множество. Вообще говоря, тонкое множество не является одноточечным. Единственный пример одноточечного тонкого множества — $\{z\}$, где $z = G \times \{0\} \in \Omega_\Gamma$.

Пусть D — открытое множество в Ω_Γ и E — подмножество в D . Функцию f , определенную на множестве $D \setminus E$, назовем локально ограниченной, если для каждой точки из D существует такая окрестность $U \subset D$, что функция f ограничена на $U \cap (D \setminus E)$.

Теорема 2. Пусть E — тонкое подмножество открытого множества D в Ω_Γ и f — аналитическая функция на $D \setminus E$, локально ограниченная на D . Тогда существует единственная функция g , аналитическая на D и совпадающая с f на $D \setminus E$.

Следствие. Пусть E — тонкое подмножество связного открытого множества D в $\mathbb{Q}_r$. Тогда $D \setminus E$ связно.

Пусть E — тонкое множество в D , а U — такое подмножество в E , что каково бы ни было открытое множество $U \subset D$, множество $U \cap U$ не является тонким в U .

Теорема 3. Пусть f — аналитическая функция на $D \setminus U$. Тогда существует единственная аналитическая функция g на $D \setminus \{0\}$, совпадающая с f на $D \setminus E$.

Следствие. Пусть f — аналитическая функция, заданная на всем пространстве D , кроме, быть может, некоторого конечного числа точек. Тогда функция f однозначно продолжается до аналитической функции, определенной на всем $D \setminus \{0\}$.

3. Пусть D — открытое множество в $\mathbb{Q}_r$ и E — тонкое подмножество в D .

Лемма 4. Пусть f — аналитическая функция на $D \setminus E$. Тогда поведение функции f в окрестности каждой точки $e \in E$ может быть только следующим:

а) $f(e_i)$ стремится к конечному пределу для любого $e_i \rightarrow e$, $e_i \in D \setminus E$;

б) $|f(e_i)|$ стремится к ∞ для любого $e_i \rightarrow e$, $e_i \in D \setminus E$;

в) в каждой окрестности точки $e \in E$ функция f принимает все значения, сколь угодно близкие каждому комплексному числу.

Точку множества E , в окрестности которой функция f удовлетворяет условию б), будем называть полюсом, а условию в) — существенно особой точкой.

Теорема 5. Пусть $z \in D$ и f — аналитическая функция на $D \setminus \{0\}$. Если точка z является полюсом для f , то существует единственная функция $w \in \{w^r\}_{r \in \mathbb{N}}$, такая, что f/w — аналитическая функция на D .

Теорема 6. В каждой окрестности существенно особой точки аналитическая функция принимает все значения за исключением, быть может, одного.

Вычислительный центр
Госплана Армянской ССР

Ս. Ա. ԳՐԻԳՈՐՅԱՆ

Ընդհանրացված անալիտիկ ֆունկցիաների եզակիությունների մասին

Դիցուք Γ — ն իրական թվերի խմբի որոշ ենթախումբ է. G — ն L խմբի համալուծ խումբ է. իսկ $\mathbb{Q}_r = Gx[0, +\infty)/G \times \{0\}$. Կամայական $x \in L$ — $|x \in L: x \geq 0|$ տարրին համապատասխանում է $\omega^r(x) = x$ անընդհատ ֆունկցիան $\mathbb{Q}_r$ տարածության վրա. $\mathbb{Q}_r$ — ի D բաց ենթաբազմության վրա սահմանված f ֆունկցիան կոչվում է ընդհանրացված անալիտիկ ֆունկցիա. եթե f -ը D -ի ամեն մի կետի շրջակայքում մոտարկվում է ω^r ֆունկցիաների գծային կոմբինացիաներով:

Հոգվածում ուսումնասիրվում են ընդհանրացված անալիտիկ ֆունկցիաների հատկությունները: Մասնավորապես, ստացված են Ումանի և Պիկարի թեորեմների անալոգները:

ЛИТЕРАТУРА — ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

¹ С. А. Григорян, ДАН АрмССР, т 68, № 3 (1979). ² Т. В. Тонев, Д. К. Станков, Докл Б. А. Н., № 1, 1980.

УДК 513.013. 513.82

МАТЕМАТИКА

С. Х. Арутюнян

О геометрии симметрического пространства пар точек n -мерного конформного пространства

(Представлено чл.-корр. АН Армянской ССР Р. А. Александрияном 10/IV 1980)

В работе ⁽¹⁾ методами, изложенными в ⁽²⁾, ⁽³⁾, изучалась дифференциально-геометрическая структура, определяемая n -кратным интегралом, зависящим от n параметров, на многообразии двойного расслоения переменных интегрирования и параметров M . Было установлено, что такой интеграл индуцирует на многообразии M псевдориманову связность специального типа, которая оказывается соответствующей псевдоримановой метрике Рашевского ⁽⁴⁾. Здесь естественно возникает задача о выделении классов интегралов, определяющих на многообразии двойного расслоения переменных и параметров заданные геометрии Рашевского. Эта задача была решена для псевдоевклидовых пространств Рашевского (кривизна связности равна нулю). Оказалось, что соответствующие интегралы обнаруживают формальное сходство с классическими интегралами Лапласа—Фурье.

В настоящей работе последняя задача решается для некоторого класса простейших пространств—симметрических пространств Рашевского пар точек n -мерного конформного пространства S_n . Отметим, что симметрические пространства Рашевского с простыми группами движений найдены А. С. Феденко ⁽⁵⁾.

Структурные уравнения псевдориманова пространства Рашевского можно представить в виде

$$\begin{cases} d\omega^i = \omega^i \wedge \omega^k \\ d\omega_i = -\omega^k \wedge \omega_k \\ d\omega^i_k = \omega^i \wedge \omega^p_k - K^i_{kp} \omega^p \wedge \omega_k \end{cases} \quad (1)$$

В частности, эти уравнения будут иметь место, если величины K^i_{kp} , в совокупности образующие тензор кривизны пространства двойного расслоения M (латинские индексы принимают значения от 1 до n), определить формулой

$$K_{pq}^{rr} = K(\delta_p^r \delta_q^r + \delta_q^r \delta_p^r - \delta^{rr} \delta_{pq}), \quad (2)$$

где K — некоторая гладкая функция. Дифференцированием последнего уравнения системы (1) легко можно показать, что при $n > 1$

$$K = \text{const.}$$

Ограничение, накладываемое условием (2) на касательный репер, выражается соотношением

$$\omega_k^l + \omega_l^k = \frac{2\delta_k^l}{n} \sum_{i=1}^n \omega_i^i. \quad (3)$$

Метрическая форма рассматриваемого псевдориманова пространства Ращевского (1) имеет вид (1).

$$ds^2 = \omega^i \cdot \omega_i. \quad (4)$$

При этих условиях тензор Риччи равен

$$K_p^i = n K \delta_p^i.$$

Замкнутость системы форм $\omega^i, \omega_i, \omega_k^l$ ($i, k = 1, \dots, n$), удовлетворяющих системе структурных уравнений (1) вместе с условиями (2) и (3), указывает на существование пространства, локальные структурные формы которого (главные и вторичные) с точностью до постоянных множителей совпадают с заданными, и имеют место уравнения, аналогичные (1). Иными словами, ближайшая цель состоит в отыскании пространства, изоморфного (6) пространству, определяемому структурными уравнениями (1) (вместе с условиями (2) и (3)).

Рассмотрим структурные уравнения n -мерного конформного пространства (6):

$$\begin{cases} d\theta_0^i = \theta_0^i \wedge \theta_0^0 + \theta_0^i \wedge \theta_0^0 \\ d\theta_i^0 = \theta_0^0 \wedge \theta_i^0 + \theta_0^0 \wedge \theta_i^0 \\ d\theta_k^i = \theta_0^i \wedge \theta_k^0 + \theta_0^i \wedge \theta_k^0 \\ d\theta_0^0 = \theta_0^0 \wedge \theta_0^0 \\ \theta_k^i + \theta_i^k = 0 \end{cases} \quad (5)$$

Нетрудно заметить, что искомое соответствие форм можно определить формулами

$$\begin{cases} \omega^i = u \theta_0^i \\ \omega^i = v \theta_i^0 \\ \omega_k^i = \theta_k^i - \delta_k^i \theta_0^0 \\ \sum_{i=1}^n \omega_i^i = -n \theta_0^0 \end{cases} \quad (6)$$

где величины μ и ν суть некоторые постоянные, удовлетворяющие соотношению

$$\mu \nu K = 1.$$

Уравнения инфинитезимального перемещения репера $(e_0, e_1, \dots, e_n, e_{n+1})$ в конформном пространстве можно представить в виде (*)

$$\begin{cases} de_0 = -\theta_0^0 e_0 - \theta_0^1 e_1 \\ de_1 = -\theta_1^0 e_0 - \theta_1^1 e_1 \\ de_{n+1} = \theta_n^0 e_n + \theta_0^{n+1} e_{n+1} \end{cases}$$

Рассмотрим в изучаемом конформном пространстве совокупность пар точек. Из соотношений (6) видно, что вполне интегрируемой системе уравнений Пфаффа

$$\omega^i = 0, \quad i = 1, \dots, n$$

в конформном пространстве отвечает также вполне интегрируемая система

$$\theta_0^i = 0, \quad i = 1, \dots, n.$$

Эта система определяет точку (первый элемент пары). Аналогично вполне интегрируемая система уравнений

$$\theta_i^0 = 0, \quad i = 1, \dots, n$$

определяет второй элемент пары. Таким образом, структурные уравнения (5), а значит, и (1) с условиями (2), (3), соответствуют пространству пар точек n -мерного конформного пространства (точки могут и совпадать). Заметим, что многообразие двойного расслоения M , реализованное в виде пространства пар точек n -мерного конформного пространства, имеет одинаково устроенные слои: типовым слоем как первого, так и второго расслоения является n -мерное конформное пространство с фиксированной точкой.

В (1) было показано, что n -кратный интеграл полубазовой n -формы

$$\Omega = \lambda \omega^1 \wedge \dots \wedge \omega^n,$$

зависящий от n параметров, задает на многообразии двойного расслоения переменных и параметров M структуру псевдориманова пространства Рашевского, если имеет место уравнение

$$d \ln \lambda + \sum_{i=1}^n \omega_i^i = \lambda^i \omega_i + \lambda_i \omega^i,$$

причем выполнено условие

$$d(\lambda^i \omega_i) = \omega^i \wedge \omega_i.$$

Нетрудно проверить, что эти соотношения будут удовлетворены, если величины λ^i и i_i определить из дифференциальных уравнений

$$\begin{cases} d\lambda^i - \lambda^k \omega_k^i = p \omega^i - \frac{K}{p} \lambda^i i_i \omega_i + H \omega_i \\ d i_i + i_k \omega_k^i = -\frac{K}{q} i_i i_i \omega^i + P \omega^i + q \omega_i, \end{cases} \quad (7)$$

где величины p и q являются постоянными, удовлетворяющими условию

$$p - q = nK,$$

а P и H суть некоторые гладкие функции, такие, что

$$\begin{cases} dH - \frac{H}{n} \sum_{i=1}^n \omega_i^i - K \lambda^i \omega^i = -\frac{KH}{p} i_i \omega_i + \frac{H}{n} \sum_{i=1}^n \omega_i^i \\ dP - \frac{P}{n} \sum_{i=1}^n \omega_i^i - K i_i \omega_i = -\frac{KP}{q} i_i \omega^i - \frac{P}{n} \sum_{i=1}^n \omega_i^i. \end{cases} \quad (8)$$

Нетрудно проверить, что система форм ω^i , ω_i , ω_k^i и функций λ^i , i_i , H , P ($i, k = 1, \dots, n$) замкнута. Отсюда следует, что система уравнений (7)–(8) определяет семейство n -кратных интегралов, зависящих от n параметров и задающих на многообразии M структуру псевдориманова пространства Рашевского (1)–(2)–(3). Это семейство зависит от $2n-3$ произвольных констант (начальных значений) $\lambda_{i0}^1, \dots, \lambda_{i0}^n, (i_1)_0, \dots, (i_n)_0, H_0, P_0, p$.

Перейдем теперь к геометрической интерпретации. Зафиксируем в пространстве пар точек n -мерного конформного пространства некоторый элемент (две точки). Условие фиксации двух точек

$$\begin{cases} |e_1 = e_0 + A^1 e_1 + A^{n+1} e_{n+1} \\ |e_2 = A_{n+1} e_0 + A_1 e_1 + e_{n+1} \end{cases} \quad (9)$$

конформного пространства можно представить в виде

$$\begin{cases} |d\bar{e}_1 = \alpha \bar{e}_1 \\ |d\bar{e}_2 = \beta \bar{e}_2. \end{cases} \quad (10)$$

Из соотношений (9) и (10) легко получить дифференциальные уравнения, которым удовлетворяют коэффициенты разложений (9):

$$\begin{cases} |dA^1 - A^k (\theta_k^1 - \bar{\theta}_k^1 \theta_0^1) = \theta_0^1 - A^1 A^k \theta_k^1 - A^{n+1} \theta_1^1 \\ |dA_1 - A_k (\theta_1^k - \bar{\theta}_1^k \theta_0^1) = A_1 A_k \theta_0^k + A_{n+1} \theta_0^1 - \theta_1^0 \end{cases} \quad (11)$$

$$\begin{cases} |dA^{n+1} - A^{n+1} \theta_0^n + A^1 \theta_1^n = -A^{n+1} A^1 \theta_1^n - A^{n+1} \theta_0^n \\ |dA_{n+1} - A_{n+1} \theta_0^n - A_1 \theta_1^n = A_{n+1} A_1 \theta_0^n - A_{n+1} \theta_0^n. \end{cases} \quad (12)$$

Сравнение систем уравнений (7) и (8), с одной стороны, и систем уравнений (11) и (12) — с другой, показывает, что величины $\lambda^1, \dots, \lambda^n, i_1, \dots, i_n, H, P$ можно связать с $A^1, \dots, A^n, A_1, \dots, A_n, A^{n+1}, A_{n+1}$ соотношениями

$$\begin{cases} I_1 = s A_1 \\ I_1 = t A_1 \\ H = h A^{n+1} \\ P = r A_{n+1} \end{cases} \quad (13)$$

где коэффициенты пропорциональности s, t, h, r предполагаются постоянными. Подставляя эти выражения, а также (6) в уравнения (7) и (8) и сравнивая полученные соотношения с (11) и (12), получим выражения этих коэффициентов:

$$s = \mu p, \quad t = -q, \quad h = -\frac{\mu p}{\gamma}, \quad r = -\frac{q}{\mu}.$$

Соотношения (13) показывают, что семейство n -кратных интегралов, зависящих от n параметров, определяемое системой дифференциальных уравнений (7)–(8), находится во взаимно-однозначном соответствии с множеством пар точек n -мерного конформного пространства S_n (точки могут и совпадать). Тем самым доказана основная

Теорема. Каждое решение системы дифференциальных уравнений (7)–(8) задает интеграл, определяющий геометрию многообразия пар точек n -мерного конформного пространства S_n . При заданных постоянных p и q , удовлетворяющих условию $p - q = nk$, множество решений этой системы находится во взаимно-однозначном соответствии с множеством пар точек пространства S_n . В частности, при $A^{n+1} = A_{n+1} = 1, A^i = A_i, i = 1, \dots, n$ получаются интегралы, соответствующие парам совпадающих точек.

Последнее утверждение теоремы с очевидностью следует из соотношений (9).

Перейдем теперь к выделению частного класса интегралов, порождающих на многообразии двойного расслоения переменных интегрирования и параметров M структуру пространства пар точек n -мерного конформного пространства. Покажем, что геометрия пространства пар совпадающих точек n -мерного конформного пространства определяется на M интегралом формы вида

$$\Omega = \frac{c dx^1 \wedge dx^2 \wedge \dots \wedge dx^n}{(x^1 - y_1)^2 + \dots + (x^n - y_n)^2 + 1}, \quad (14)$$

где $x^1, \dots, x^n$ — основные переменные, $y_1, \dots, y_n$ — параметры, c и γ суть некоторые постоянные. Для этого достаточно показать, что метрическая форма на многообразии двойного расслоения M , задаваемая интегралом формы (14), инвариантна относительно конформных преобразований. Но конформные преобразования сводятся к преобразованиям инверсии и подобия (¹). Инвариантность формы (14) относительно подобий устанавливается просто: нужно отдельно сделать проверку для преобразований гомотетии, параллельного переноса и вращения. Аналогичным образом проверяется, что и преобразование инверсии

$$x^i = \frac{\bar{x}^i}{\sum_{k=1}^n (\bar{x}^k)^2}, \quad y_a = \frac{\bar{y}_a}{\sum_{\beta=1}^n (\bar{y}_\beta)^2} \quad (15)$$

сохраняет форму (14). Действительно, продифференцировав (15), получим связь между дифференциалами старых и новых переменных и параметров:

$$dx^i = \left[\frac{\delta_{ik}^i}{\sum_{l=1}^n (\bar{x}^l)^2} - \frac{2\bar{x}^i \bar{x}^k}{\left(\sum_{l=1}^n (\bar{x}^l)^2\right)^2} \right] d\bar{x}^k,$$

$$dy_a = \left[\frac{\delta_{ab}^a}{\sum_{\gamma=1}^n (\bar{y}_\gamma)^2} - \frac{2\bar{y}_a \bar{y}_\beta}{\left(\sum_{\gamma=1}^n (\bar{y}_\gamma)^2\right)^2} \right] d\bar{y}_\beta.$$

Нетрудно показать ⁽⁶⁾, что часть компонент метрического тензора пространства Рашевского, соответствующего интегралу формы

$\Omega = K dx^1 \wedge \dots \wedge dx^n$, связана с коэффициентом K соотношением вида

$$a_i^a = \frac{\partial^2 \ln K}{\partial x^i \partial y_a}.$$

В случае формы (14) получаем

$$a_i^a = 2 \gamma_i^a \frac{\delta_{ik}^a \sum_{l=1}^n (\bar{x}^l - \bar{y}_l)^2 - 2(\bar{x}^a - \bar{y}_a)(\bar{x}^i - \bar{y}_i)}{\left(\sum_{l=1}^n (\bar{x}^l - \bar{y}_l)^2\right)^2}.$$

Заменяя в выражении метрической формы $a_i^a dx^i dy_a$ (остальные компоненты метрического тензора равны нулю) переменные и параметры, а также их дифференциалы по формулам (14) и (15), в результате тождественных преобразований получаем

$$a_i^a dx^i dy_a = 2 \gamma_i^a \frac{\delta_{ik}^a \left(\sum_{l=1}^n (\bar{x}^l - \bar{y}_l)^2\right) - 2(\bar{x}^a - \bar{y}_a)(\bar{x}^i - \bar{y}_i)}{\left(\sum_{l=1}^n (\bar{x}^l - \bar{y}_l)^2\right)^2} d\bar{x}^k d\bar{y}_k (-a_i^a dx^i dy_a),$$

что и требовалось доказать. Наконец, нетрудно проверить, что тензор кривизны полученного пространства ковариантно постоянен. Мож-

но показать, что интеграл формы (14) принадлежит классу, указанному в теореме, и соответствует случаю пар совпадающих точек.

Выражаю глубокую благодарность А. М. Васильеву за постановку задачи и внимание к работе.

Армянский государственный
педагогический институт
им. Х. Абовяна

Ս. Ք. ՀԱՐՈՒԹՅՈՒՆՅԱՆ

ՏՊ կոնֆորմ տարածության կետերի գույգերի սիմետրիկ տարածության երկրաչափության մասին

Հայտնի է, որ n պարամետրերից կախված n -պատիկ ինտեգրալին կարելի է ինվարիանտ ձևով, այսինքն լոկալ կոորդինատական համակարգի բնորոշյունից անկախ, միացնել հատուկ տեսքի աֆինական կապակցություն ինտեգրման փոփոխականների և պարամետրերի քաղմածկության վրա, այն է, Ռաշևսկու տարածության պակտոմանյան կապակցություն: Այստեղ քննականաբար առաջ է գալիս Ռաշևսկու տվյալ տարածության ստրուկտուրան առաջացնող ինտեգրալների դասի առանձնացման խնդիրը: Պակտովկիզյան տարածության դեպքում համապատասխան դասի ինտեգրալները ձևականորեն նման են Ֆուրյե-Հապլասի ինտեգրալներին:

Սույն աշխատանքում վերը նշված խնդիրը լուծված է զրոյից տարբեր կորություն ունեցող պարզագույն տարածությունների դասերից մեկի՝ n -շափանի կոնֆորմ տարածության կետերի գույգերի սիմետրիկ տարածության համար:

ЛИТЕРАТУРА — ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

¹ Տ. Խ. Արությունյան, ДАН АрмССР, т. 61, № 1 (1975) ² А. М. Васильев, Мат. сб., т. 70(112), № 4 (1966) ³ А. М. Васильев, Труды геометрического семинара ВИНТИИ, 1966 ⁴ П. К. Рашевский, Труды семинара по векторному и тензорному анализу, т. 6 (1948). ⁵ А. С. Феденко, УМН, т. 12, № 3(75) (1957) ⁶ Э. Картан, Пространства аффинной, проективной и конформной связности, Казань, 1962. ⁷ Б. А. Розенфельд, Неевклидовы геометрии, Гостехиздат, М., 1955 ⁸ Տ. Խ. Արությունյան, Геометрия n -кратных интегралов, зависящих от параметров, дис., Минск, 1977

УДК 517.53

МАТЕМАТИКА

Р. АБ. Аветисян

О представлении аналитических функций в круге в виде
бесконечных произведений типа Бляшке

(Представлено чл.-корр. АН Армянской ССР Н. У. Аракелян 15/IV 1980)

И. Шур ⁽¹⁾ доказал, что если $f(z)$ аналитична и $|f(z)| < 1$ в круге $|z| < 1$, то существует последовательность произведений Бляшке, равномерно сходящаяся к ней внутри этого круга. Простое доказательство этого факта содержится в работе ⁽²⁾ Л. Карлесона. Существенное обобщение этого результата Шура было получено в работе ⁽³⁾ М. М. Джрбашяна в теоремах 5.12—5.13, установленных совместно с Н. У. Аракелян.

В связи с указанными результатами естественно рассмотреть следующую задачу: какие функции, аналитические в $|z| < 1$, можно представить в виде

$$\prod_{k=1}^{\infty} \frac{\bar{z}_k}{|z_k|} \cdot \frac{R_k(z_k - z)}{R_k^2 - \bar{z}_k z} \quad R_k > |z_k| > 1, \quad \sum_{k=1}^{\infty} (R_k - |z_k|) < +\infty. \quad (1)$$

и оценить скорость убывания $(R_k - |z_k|)$ в зависимости от свойств функций. Н. У. Аракелян была предложена схема, сводящая эту задачу к методу Вольфа ⁽⁴⁾, позволяющему разлагать функции в ряды вида $\sum A_k(z_k - z)^{-1}$. Следуя этой схеме, в настоящей заметке устанавливается результат, аналогичный теореме Вольфа—Данжуа ⁽⁵⁾ для рядов вида $\sum A_k(z_k - z)^{-1}$. Затем для некоторых классов аналитических в круге $|z| < 1$ дается представление в виде (1). Устанавливается также скорость приближения некоторыми специальными дробями.

Введем соответствующие обозначения. Пусть $D_R = \{z, |z| < R\}$. Обозначим через $A(\bar{D}_R)$ множество функций, аналитических в D_R и непрерывных в $\bar{D}_R$. В случае $R=1$ $A(D_1)$ будем обозначать через A , а в D_1 через D . Всюду и дальнейшем, если $f(z) \neq 0$, $z \in \bar{D}_R$, $f(0) > 0$, то под функцией $\ln f(z)$ будем понимать главную ветвь логарифма.

Для дальнейших рассуждений нам понадобится лемма 1, яв-

ляющаяся уточнением одного утверждения работы (2) (см. также (1), стр. 205, лемма 3).

Лемма 1. Пусть $f \in A(\bar{D}_R)$, $R > 1$, $\operatorname{Re} f(z) < 0$, $z \in \bar{D}_R$, $\operatorname{Im} f(0) = 0$. Пусть $R_1 < R$. Тогда существует рациональная функция вида

$$B_n(R, f, z) = \prod_{k=1}^n \frac{\bar{z}_k}{|z_k|} \cdot \frac{R(z_k - z)}{R^2 - \bar{z}_k z},$$

где

$$z_k = \rho_k \exp\left(\frac{2\pi i k}{n}\right) \quad R_1 < \rho_k < R, \quad k = 1, 2, \dots, n, \quad n > \left\lfloor \frac{32\pi R}{R - R_1} (\mu + 1) \right\rfloor,$$

$\mu = \max_{z \in \bar{D}_R} |\operatorname{Re} f(z)|$ такая, что при $z \in \bar{D}_{R_1}$

$$|f(z) - \ln B_n(R, f, z)| < \frac{64\pi R}{n(R - R_1)} \cdot (\mu + \mu^2)$$

Доказательство. На окружности $|z| = R$ возьмем дуги $\gamma_k = \left\{ z; |z| = R, \frac{2\pi(k-1)}{n} \leq \arg z < \frac{2\pi k}{n} \right\}$, $k = 1, 2, \dots, n$. Числа ρ_k возьмем такими, чтобы

$$\rho_k^2 - R^2 = \frac{R}{\pi} \int_{\gamma_k} \operatorname{Re} f(z) |dz|.$$

Учитывая выбор n , получаем $R_1 < \rho_k < R$. Положим $z_k = \rho_k \exp\left(\frac{2\pi i k}{n}\right)$ и

$$B_n(R, f, z) = \prod_{k=1}^n \frac{\bar{z}_k}{|z_k|} \frac{R(z_k - z)}{R^2 - \bar{z}_k z}.$$

Учитывая, что при $n > \left\lfloor \frac{32\pi R}{R - R_1} (\mu + 1) \right\rfloor$ имеет место неравенство

$$\left| \frac{(|z_k| - R)(R|z_k| - \bar{z}_k z)}{R^2 - \bar{z}_k z} \right| < \frac{1}{2},$$

из формулы Шварца при $z \in \bar{D}_{R_1}$ получим

$$\begin{aligned} |f(z) - \ln B_n(R, f, z)| &= \left| \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \frac{Re'' + z}{Re'' - z} \operatorname{Re} f(Re'') dt - \ln B_n(R, f, z) \right| < \\ &< \left| \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \frac{Re'' + z}{Re'' - z} \operatorname{Re} f(Re'') dt - \sum_{k=1}^n \frac{(|z_k| - R)(R|z_k| - \bar{z}_k z)}{|z_k|(R^2 - \bar{z}_k z)} \right| + \end{aligned}$$

$$= \frac{2}{R} \sum_{k=1}^n \frac{(|z_k|^2 - R^2)^2}{|R^2 - \bar{z}_k z|^2}.$$

Оценим сначала последнюю сумму

$$\begin{aligned} \frac{2}{R} \sum_{k=1}^n \frac{(|z_k|^2 - R^2)^2}{|R^2 - \bar{z}_k z|^2} &\leq \frac{4\pi R}{n} \mu^2 \cdot \sum_{k=1}^n \int_{\Gamma_k} \frac{|d\zeta|}{|R^2 - \bar{z}_k z|^2} \\ &\leq \frac{4\pi R}{n} \mu^2 \sum_{k=1}^n \int_{\Gamma_k} \frac{|d\zeta|}{|\zeta - z|^2} \leq \frac{32\pi R}{n(R - R_1)} \mu^2. \end{aligned}$$

Далее

$$\begin{aligned} \left| \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \frac{Re^{it} + z}{Re^{it} - z} \operatorname{Re} f(Re^{it}) dt - \sum_{k=1}^n \frac{(|z_k| - R)(R|z_k| + \bar{z}_k z)}{|z_k|(R^2 - \bar{z}_k z)} \right| = \\ = \left| \frac{1}{2\pi} \sum_{k=1}^n \int_{\frac{2\pi(k-1)}{n}}^{\frac{2\pi k}{n}} \operatorname{Re} f(Re^{it}) \left(\frac{Re^{it} + z}{Re^{it} - z} - \frac{2R^2(R|z_k| + \bar{z}_k z)}{(R^2 - \bar{z}_k z)(R|z_k| + |z_k|^2)} \right) dt \right| \leq \\ \leq \frac{32\pi R}{n(R - R_1)} \cdot (\mu + \mu^2). \end{aligned}$$

Используя эту лемму и метод Вольфа (⁴), может быть доказана

Теорема 1. Пусть $f \in A(\bar{D}_R)$, $R > 1$, $|f(z)| < 1$ при $z \in \bar{D}$. Тогда f представляется в $\bar{D}$ в виде

$$f(z) = \exp(i\alpha) z^n B(z) \cdot \prod_{k=1}^{\infty} \frac{\bar{z}_k}{|z_k|} \cdot \frac{R_k(z_k - z)}{R_k^2 - \bar{z}_k z}, \quad (2)$$

где $\operatorname{Im} i = 0$, $B(z)$ — конечное произведение Бляшке, соответствующее нулям $f(z)$ в D , а точки z_k и числа R_k удовлетворяют неравенствам

$$1 < |z_k| < R_k, \quad R_k - |z_k| < \exp(-ck^{1-\varepsilon});$$

$c > 0$ и не зависит от k , а ε — произвольное положительное число.

Замечание. В работе Т. А. Леонтьевой (¹) показано, что в условиях теоремы 1 для рядов вида $\sum A_k(z_k - z)^{-1}$ имеет место более точная оценка: $|A_k| < \exp(-ck^{1-\varepsilon})$, $\varepsilon > 0$. В этой же работе отмечено, что из одного результата работы А. А. Гончара (⁶) следует, что A_k не могут быть выбраны так, чтобы $|A_k| < \exp(-ck)$. Применяя этот результат к логарифмической производной функции вида (2), получаем, что $f \in A(\bar{D}_R)$, $R > 1$ не может быть представлена в D в виде (2) так, чтобы $R_k - |z_k| < \exp(-ck)$. Пусть $f \in A$. Через $\omega_m(f, \delta)$ обозначим m -й модуль непрерывности (см. (⁶)) на ∂f . Тогда, используя

лемму 1 и теорему С. Б. Стечкина о приближении полиномами, могут быть доказаны следующие теоремы:

Теорема 2. Пусть $f \in A$. Если $\lim_{k \rightarrow \infty} \omega_m(f, \frac{1}{k}) \cdot \ln \frac{1}{k} = 0$, то f представляется в $\bar{D}$ в виде

$$f(z) = \sum_{k=1}^{\infty} \ln \frac{\bar{z}_k}{|z_k|} \frac{R_k(\bar{z}_k - z)}{R_k^2 - \bar{z}_k z} + i \operatorname{Im} f(0), \quad (3)$$

где $|\bar{z}_k| > 1$, $R_k > 1$,

$$|R_k - |\bar{z}_k|| < C_m(f) \cdot \frac{\omega_m\left(f, \frac{1}{k}\right)}{k}. \quad (4)$$

Наметим схему доказательства. Можно считать, что $\operatorname{Im} f(0) = 0$, $\omega_m(f, 1) \leq 1$. Тогда из (*) следует, что найдутся полиномы $P_{2^n}(z)$ степени 2^n такие, что при $z \in \bar{D}$

$$|f(z) - P_{2^n}(z)| < 2L_m \omega_m(f, 2^{-n}),$$

где $\operatorname{Im} P_{2^n}(0) = 0$, L_m — целое и зависит только от m . Положим $R_n = 1 + 2^{-n}$, $n = 0, 1, 2, \dots$. Тогда из неравенства Бернштейна (см. (10), стр. 101) и леммы 1, беря $j_0 = \left\lfloor \frac{130\pi L_m(\mu + \mu^2 + 1)}{\omega_m(f, 1)} \right\rfloor$, получаем, что при $z \in \bar{D}_{R_0}$

$$|P_2(z) - \ln B_{j_0}(R_0, P_1, z)| < 13 L_m \omega_m(f, 1).$$

Положим $f_0(z) = P_2(z)$, а при $n \geq 1$

$$f_n(z) = \sum_{k=0}^{n-1} \ln B_{j_k}(R_k, f_k, z)$$

и предположим, что при $n \geq 1$

$$|f_n(z)| < 13 L_m \omega_m(f, 2^{-(n-1)}), \quad z \in \bar{D}_{R_n}. \quad (5)$$

Учитывая (5), применяя лемму 1 к $f_n(z)$ и кругу $\bar{D}_{R_n}$ и беря $j_n = L_m 2^{n+20} (R_n - R_{n-1})^{-1}$, из неравенства Бернштейна получаем, что при $z \in \bar{D}_{R_{n+1}}$

$$\left| P_{2^{n+1}}(z) - \sum_{k=0}^n \ln B_{j_k}(R_k, f_k, z) \right| < 13 L_m \omega_m(f, 2^{-n}).$$

Продолжая этот процесс и учитывая выбор j_n и условие $\lim_{k \rightarrow \infty} \omega_m(f, \frac{1}{k}) \cdot \ln \frac{1}{k} = 0$, получаем для f представление (4) из неравенства (5).

Из теоремы 2 может быть получено

Следствие 1. Пусть $f \in A$. Если $0 < |f(e^{it})| < 1$, $\int_0^1 \frac{\omega_m(f, t)}{t} dt < 1$,

то f в $\bar{D}$ представляется в виде (2), причем

$$R_k - |\bar{z}_k| < C_m(f) \cdot \frac{\omega_m\left(f, \frac{1}{k}\right)}{k}.$$

Аналогично теореме 2 может быть доказана

Теорема 3. Пусть $f \in A$. Тогда f представляется в $\bar{D}$ в виде

$$f(z) = \sum_{k=1}^{\infty} \left(\frac{1}{\bar{z}_k - z} - \frac{1}{\bar{z}_k - z} \right), \quad |\bar{z}_k| > 1, \quad |\bar{z}_k| > 1, \quad \bar{z}_k = \frac{R_k}{\bar{z}_k}$$

так, что имеют место неравенства

$$\left| f(z) - \sum_{k=1}^n \left(\frac{1}{\bar{z}_k - z} - \frac{1}{\bar{z}_k - z} \right) \right| < C_1(f) \cdot \omega_1\left(f, \frac{1}{n}\right), \quad z \in \bar{D};$$

$$|\bar{z}_k - \bar{z}_k| < C_2(f) \cdot \frac{\omega_1\left(f, \frac{1}{k}\right)}{k^2}.$$

В следствии 1 для равномерной сходимости бесконечного произведения в представлении (2) требовалось, чтобы $0 < |f(e^{it})| < 1$. Если отказаться от этих условий, то может быть доказана

Теорема 4. Пусть $f(z)$ аналитична в D , $0 < |f(z)| < 1$, $z \in D$ и $f(e^{it})$ радиальные предельные значения f . Тогда f представляется в D в виде (1) тогда и только тогда, когда функция $|f(e^{it})|$ полунепрерывна снизу, $|f(e^{it})| < 1$ и

$$\lim_{r \rightarrow 1} \int_0^{2\pi} \ln^+ \left| \frac{f(re^{it})}{f(e^{it})} \right| dt = 0.$$

Из теоремы 4 может быть получено

Следствие 2. Для того, чтобы функция ограниченного вида представлялась в виде

$$f(z) = \exp(\alpha z) \cdot \frac{B_1(z) \cdot \Pi_1(z)}{B_2(z) \cdot \Pi_2(z)}, \quad (6)$$

где $\operatorname{Im} \alpha = 0$, $B_1(z)$, $B_2(z)$ — произведения Бляшке, соответствующие нулям и полюсам f , а $\Pi_1(z)$, $\Pi_2(z)$ — произведения вида (1), необходимо и достаточно, чтобы

$$\lim_{r \rightarrow 1} \int_0^{2\pi} \ln^+ \left| \frac{f(re^{it})}{f(e^{it})} \right| dt = 0.$$

Как мы видим из теоремы 4 и следствия 2, не любую функцию ограниченного вида можно представить в D в виде (6). Однако используя факторы несколько иного вида, может быть доказана

Теорема 5. Пусть f аналитична в D и $0 < |f(z)| < 1$ при $z \in D$. Тогда f представляется в D в виде

$$f(z) = \exp\left(b \frac{1+z}{1-z}\right) \cdot \prod_{k=1}^{\infty} \left(\frac{z-a_k}{z-b_k}\right) \cdot \exp\left(\frac{a_k-b_k}{z-b_k}\right),$$

где $b > 0$, $a_k, b_k \in D$, $\sum_{k=1}^{\infty} |a_k - b_k|^2 < +\infty$.

В заключение автор благодарит Н. У. Аракеляна за постановку задачи и руководство работой.

Институт математики

Академии наук Армянской ССР

Ռ. ԱՐ. ԱՎԵՏԻՍՅԱՆ

Բլաշկեի տիպի անվերջ արտադրյալների տեսնով շրջանում անալիտիկ ֆունկցիաների ներկայացման մասին

Հոգվածում ցույց է տրվում, որ $|z| < R$ շրջանում զրո չդարձող և անալիտիկ $f(z)$ ֆունկցիան ($|f(z)| < 1$) ներկայացվի

$$\prod_{k=1}^{\infty} \frac{\bar{z}_k}{|z_k|} \frac{R_k(z_k - z)}{R_k^2 - \bar{z}_k z}, \quad (|z_k| > R)$$

անվերջ արտադրյալի տեսքով, որտեղ՝ $R_k > |z_k|$, $\sum_{k=1}^{\infty} R_k - |z_k| < +\infty$ անհրաժեշտ է և բավարար. որպեսզի $|f|$ — և զրալին արժեքները լինեն կիսաանընդհատ ներքևից և

$$\lim_{r \rightarrow 1} \int_0^{2\pi} \ln^+ \left| \frac{f(re^{it})}{f(se^{it})} \right| dt = 0.$$

Ընդց է տրվում նաև, որ սահմանափակ տեսքի ֆունկցիաների դասը կարելի է ներկայացնել անվերջ արտադրյալների տեսքով. օգտագործելով ավելի ընդհանուր ֆակտորներ:

ЛИТЕРАТУРА — ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

- ¹ J. Schur, J. Reine und angew. Math., vol. 147 (1916), vol. 148 (1916). ² L. Carleson, Ann. of Math., vol. 76 (1962). ³ М. М. Джрбашян, Мат. сб., т. 79 (121), № 4 (1963). ⁴ J. Wolff, C. r. Acad. sci., vol. 173 (1921). ⁵ A. Danföy, Bull. soc. math. France, vol. 52 (1924). ⁶ L. Duren, Theory of H^p spaces, Academic Press, New-York, 1970. ⁷ Т. А. Леонтьева, Мат. заметки, т. 4, № 2 (1968). ⁸ А. А. Гончар, Мат. сб., 76 (118), № 1 (1968). ⁹ С. Б. Стечкин, Известия АН СССР, сер. мат., т. 15, № 3 (1950). ¹⁰ Дж. Уолш, Интерполяция и аппроксимации рациональными функциями в комплексной области, ИЛ, М., 1961.

УДК 517.53

МАТЕМАТИКА

В. А. Мартиросян

О равномерном приближении многочленами с коэффициентами из заданного множества

(Представлено чл.-корр. АН Армянской ССР Н. У. Аракеляном 15/IV 1980)

Пусть $C[a, b]$ — банахово пространство вещественных непрерывных на сегменте $[a, b]$ функций с нормой $\|f\| = \max_{a \leq x \leq b} |f(x)|$, $A = \{a_n\}_{n=0}^{\infty}$, где $\{a_n\}_{n=0}^{\infty}$, $a_0 = 0$, — строго монотонно возрастающая к бесконечности последовательность действительных чисел.

В 1965 г. А. О. Гельфонд установил ⁽¹⁾, что если последовательность чисел $\{a_n\}_{n=0}^{\infty}$ удовлетворяет условию

$$a_{n+1} - a_n \leq C a_n^{\gamma}, \quad n = 0, 1, \dots,$$

где $0 < \gamma < 1$, C — постоянная, а для числа x , $0 < x < 1$, имеем

$$x < \left| \frac{1}{2} x(1-x)^{\frac{1}{\gamma}-1} \right|^{\gamma} = \beta^*,$$

то любую функцию из $C[x, \beta]$, где $x < \beta < \beta^*$, можно приблизить равномерно на $[x, \beta]$ многочленами вида

$$p(x) = \sum_{k=0}^s b_k x^k, \quad b_k \in A, \quad k = 0, 1, \dots, s,$$

т. е. многочленами с коэффициентами из заданного множества A . Впоследствии Р. М. Тригуб увеличил постоянную β^* , показав ⁽²⁾, что можно взять $\beta^* = 2^{\frac{1}{\gamma}}$.

В том частном случае, когда

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\log(a_{n+1} - a_n)}{\log a_n} = 0,$$

из приведенного результата следует, что какой бы ни взять сегмент $[x, \beta]$, $0 < x < \beta < 1$, указанными многочленами можно приблизить равномерно на $[x, \beta]$ любую функцию из $C[x, \beta]$. Однако неясно, справедливо ли подобное утверждение для сегмента $[0, 1]$.

В связи с этим в настоящей заметке приводится один результат

о равномерном приближении на сегменте $[0, 1]$ многочленами с коэффициентами из заданного множества.

Теорема. Пусть последовательность положительных чисел $\{v_k\}_{k=1}^{\infty}$ удовлетворяет условию

$$\lim_{k \rightarrow \infty} v_k = +\infty,$$

а для определенной при $0 < x < +\infty$ положительной неубывающей функции $\varphi(x)$ существует такое число $p > 0$, что

$$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{\varphi(e^{k^p})}{k^p} < \infty. \quad (1)$$

Если строго монотонно возрастающая к бесконечности последовательность действительных чисел $\{a_n\}_{n=0}^{\infty}$, где $a_0 = 0$, удовлетворяет условию

$$a_{n+1} - a_n \leq \varphi(a_n), \quad n = 0, 1, \dots, \quad (2)$$

то любую функцию $f \in C[0, 1]$, $f(0) = f(1) = 0$, можно приблизить равномерно на $[0, 1]$ многочленами с коэффициентами из множества $A = \{\pm a_n\}_{n=0}^{\infty}$.

Из приведенной теоремы непосредственно получаем

Следствие. Пусть строго монотонно возрастающая к бесконечности последовательность действительных чисел $\{a_n\}_{n=0}^{\infty}$, где $a_0 = 0$, удовлетворяет условию

$$\overline{\lim}_{n \rightarrow \infty} \frac{\log(a_{n+1} - a_n)}{\log \log a_n} < +\infty,$$

Тогда любую функцию $f \in C[0, 1]$, $f(0) = f(1) = 0$, можно приблизить равномерно на $[0, 1]$ многочленами с коэффициентами из множества $A = \{\pm a_n\}_{n=0}^{\infty}$.

Обратимся к доказательству теоремы.

Доказательство. Возьмем число ε , $0 < \varepsilon < 1$. Учитывая (1), подберем такие натуральные числа m и N , что $m \geq 4$, $m > p$ и

$$\sum_{k=N}^{\infty} \frac{\varphi(e^{k^p})}{k^p} < \varepsilon. \quad (3)$$

Для заданной функции $f \in C[0, 1]$, $f(0) = f(1) = 0$, построим такую функцию $g \in C[0, 1]$, что

$$|f - g| < \varepsilon \quad (3)$$

и $g(x) = 0$ в окрестностях точек 0 и 1 соответственно. Ясно, что функция

$$\varphi(x) = \frac{g(x)}{x^{2^m N} (1-x)^{2^m N} \dots (1-x^{2^m-1})^{2^m N}}$$

принадлежит $C[0, 1]$, причем $\varphi(0) = \varphi(1) = 0$. Поэтому найдется (см. (3)) такой многочлен $q(x) = \sum_{k=0}^s c_k x^k$, что

$$|\varphi(x) - q(x^{2^m})| < \varepsilon$$

и

$$|c_k| < \varepsilon e^{k^2/k}, \quad k = 0, 1, \dots, s. \quad (5)$$

Отсюда будем иметь

$$|g - r| < \varepsilon, \quad (6)$$

где

$$r(x) = \sum_{k=0}^s c_k x^{2^m(k+N)} (1-x) \cdot \dots \cdot (1-x^{2^m-1}).$$

Многочлен с коэффициентами из A , приближающий f , построим следующим образом. Пусть имеем $a_{n_k} \leq |c_k| < a_{n_{k+1}}$, $k = 0, 1, \dots, s$. Тогда, заменяя у многочлена $r(x)$ каждый коэффициент c_k на $a_{n_k} \operatorname{sign} c_k$, получим многочлен $p(x)$ с коэффициентами из A , так как каждый многочлен

$$x^{2^m(k+N)} (1-x) \cdot \dots \cdot (1-x^{2^m-1}), \quad k = 0, 1, \dots, s,$$

составлен со знаками плюс или минус только из степеней

$$x^{2^m(k+N)}, x^{2^m(k+N)+1}, \dots, x^{2^m(k+N)+2^m-1}.$$

Чтобы оценить отклонение $p(x)$ от $r(x)$, отметим, что

$$|c_k - a_{n_k} \operatorname{sign} c_k| \leq a_{n_{k+1}} - a_{n_k}, \quad k = 0, 1, \dots, s.$$

Значит, в силу (2), (5) и монотонности функции $\varphi(x)$ будем иметь ($0 < \varepsilon < 1$)

$$|c_k - a_{n_k} \operatorname{sign} c_k| \leq \varphi(a_{n_k}) \leq \varphi(|c_k|) \leq \varphi(e^{k^2/k}), \quad k = 0, 1, \dots, s,$$

откуда получим

$$|r(x) - p(x)| \leq \sum_{k=0}^s \varphi(e^{k^2/k}) x^{2^m(k+N)} (1-x) \cdot \dots \cdot (1-x^{2^m-1}), \quad 0 \leq x \leq 1.$$

Однако, так как при $0 \leq x \leq 1$

$$(1-x^{2^l}) \leq 2^l(1-x), \quad l = 0, 1, \dots,$$

то простыми выкладками будем иметь

$$\begin{aligned} x^{2^m(k+N)} (1-x) \cdot \dots \cdot (1-x^{2^m-1}) &\leq 2^{\frac{m(m-1)}{2}} x^{2^m(k+N)} (1-x)^m \\ &\leq 2^{\frac{m(m-1)}{2}} \left| \frac{m}{2^m(k+N)+m} \right|^m \leq \frac{1}{(k+N)^m}. \end{aligned}$$

Следовательно, с учетом (3) и монотонности $\varphi(x)$ получим

$$|f - p| < \varepsilon,$$

что вместе с (4) и (6) даст

$$|f - p| < 3\varepsilon.$$

Теорема доказана.

З а м е ч а н и е. Определенное изменение доказательства теоремы позволяет установить следующее утверждение:

Пусть строго монотонно возрастающая последовательность действительных чисел $\{i_k\}_{k=0}^{\infty}$, где $i_0 = 0$, удовлетворяет условию

$$\lim_{k \rightarrow \infty} i_k = i_{\infty} < +\infty,$$

последовательность положительных чисел $\{v_k\}_{k=0}^{\infty}$ при любом $p > 0$ удовлетворяет условию

$$\lim_{k \rightarrow \infty} v_k (i_{\infty} - i_{2k+1})^p = +\infty,$$

а для определенной при $0 \leq x < +\infty$ положительной неубывающей функции $\varphi(x)$ имеем

$$\sum_{k=1}^{\infty} \varphi \left(\frac{v_k}{i_{2k+1} - i_{2k}} \right) (i_{2k+1} - i_{2k}) < \infty.$$

Если строго монотонно возрастающая к бесконечности последовательность действительных чисел $\{a_n\}_{n=0}^{\infty}$, где $a_0 = 0$, удовлетворяет условию

$$a_{n+1} - a_n \leq \varphi(a_n), \quad n = 0, 1, \dots,$$

то любую функцию $f \in C[0, 1]$, $f(0) = f(1) = 0$, можно приблизить равномерно на $[0, 1]$ квазиполиномами вида

$$p(x) = \sum_{k=0}^s b_k x^{a_k}, \quad b_k \in A = \{ \pm a_n \}_{n=0}^{\infty}, \quad k = 0, 1, \dots, s.$$

Институт математики

Академии наук Армянской ССР

Վ. Հ. ԻՍԽԱԽԱՆՅԱՆ

Տեղաժողովուրդների գործակիցներ ունեցող բազմանդամներով հավասարաչափ մոտարկման մասին

Ներկա աշխատանքում Լև. Օ. Քելֆոնդի ⁽¹⁾ աշխատանքի կապակցությամբ ուսումնասիրվում է տեղաժողովուրդների գործակիցներ ունեցող բազմանդամներով հավասարաչափ մոտարկման հնարավորությունը $[0, 1]$ համախմբի վրա: Մասնավորաբար ապացուցված է, որ եթե անվերջի ձգտող

խիստ մոնոտոն աճող $\{a_n\}_{n=0}^\infty$, $a_0 = 0$, իրական թվերի հաջորդականությունը
բավարարում է

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\log(a_{n+1} - a_n)}{\log \log a_n} < \infty$$

պարմանին, ապա՝ ցանկացած $f \in C[0, 1]$, $f(0) = f(1) = 0$ ֆունկցիան կարելի է $[0, 1]$ հատվածի վրա հավասարաչափ մոտարկել $A = \{\pm a_n\}_{n=0}^\infty$ բազմաթիվներից դոմանկիցներ ունեցող բազմանդամներով:

ЛИТЕРАТУРА — ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

¹ А. О. Гельфонд, Успехи матем. наук, т. 21, вып. 3 (1966), ² Р. М. Тригуб, Изв. вузов. Математика, № 1 (1977), ³ С. Я. Хавинсон, Матем. заметки, т. 6, № 5 (1969)

УДК 519.218.5+517.926

МАТЕМАТИКА

Р. В. Амбарцумян, Б. С. Нахапетян

Распределение Пальма и предельные теоремы для точечных случайных процессов*

(Представлено академиком АН Армянской ССР М. М. Джрбашяном 19/IV 1980)

Рассмотрим следующую бесконечную систему дифференциальных уравнений:

$$\begin{aligned} \frac{dP_0(t)}{dt} &= -P_0(t) + f_0(t); \\ \frac{dP_k(t)}{dt} &= P_{k-1}(t) - P_k(t) + f_k(t), \quad k = 1, 2, \dots \end{aligned} \quad (1)$$

с начальными условиями

$$P_0(0) = 1, \quad P_k(0) = 0, \quad k = 1, 2, \dots$$

Функции $f_k(t)$, $k = 0, 1, 2, \dots$ предполагаются непрерывными.

В случае, когда $f_k(t) = 0$, $t \in [0, \infty)$, $k = 0, 1, 2, \dots$, решением этой системы является семейство функций вида $P_k(t) = e^{-t} \cdot \frac{t^k}{k!}$, $k = 0, 1, 2, \dots$, т. е. пуассоновское распределение со средним t .

Хорошо известно, что при $t \rightarrow \infty$ пуассоновское семейство функций (пуассоновское распределение) асимптотически нормально. Нас интересует следующий вопрос: при каких условиях на свободные члены $f_k(t)$, $k = 0, 1, 2, \dots$ решение системы (1) сохраняет свойство асимптотической нормальности.

Приведем необходимые определения.

Мы скажем, что решение $P_k(t)$, $k = 0, 1, 2, \dots$ системы (1) асимптотически при $t \rightarrow \infty$ нормально, если

$$\sum_{k: \frac{k-t}{\sqrt{t}} < x} P_k(t) \xrightarrow{t \rightarrow \infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^x e^{-\frac{s^2}{2}} ds, \quad x \in R^1, \quad (2)$$

* Настоящая заметка является кратким изложением доклада, прочитанного одним из авторов на заседании Отделения физико-математических наук 25 марта 1980 г. в связи с годичной сессией АН АрмССР.

и локально асимптотически при $t \rightarrow \infty$ нормально, если

$$\sqrt{t} P_k(t) - \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(k-1)^2}{2t}} \rightarrow 0 \quad (3)$$

равномерно по k , $k = 0, 1, 2, \dots$

Отметим, что свойство (3) решения системы (1) влечет свойство (2).

Далее будем рассматривать системы вида (1), для которых

$$\|f\| = \sum_{k=0}^{\infty} \left| \sum_{i=0}^k f_i(t) \right| < \infty.$$

Теорема 1 (Р. В. Амбарцумян). Пусть семейство функций $f_k(t)$, $k = 0, 1, 2, \dots$ таково, что

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \frac{1}{\sqrt{t}} \int_0^t |f_k| dt = 0.$$

Тогда решение системы (1) асимптотически при $t \rightarrow \infty$ нормально.

Теорема 2 (Б. С. Нахапетян). Пусть семейство функций $f_k(t)$, $k = 0, 1, 2, \dots$ таково, что

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \frac{1}{\sqrt{t}} \int_0^t \eta f_k dt = 0.$$

Тогда решение системы (1) локально асимптотически при $t \rightarrow \infty$ нормально.

Применим эти результаты к точечным случайным процессам P на R^1 . Точки, принадлежащие реализации точечного процесса, будем называть событиями.

Хорошо известно (см., например (1)), что для точечных случайных процессов на R^1 имеют место следующие соотношения:

$$\frac{dP_0(t)}{dt} = -\Pi_0(t), \quad \frac{dP_k(t)}{dt} = \Pi_{k-1}(t) - \Pi_k(t), \quad k = 1, 2, \dots \quad (4)$$

$$P_0(0) = 1, \quad P_k(0) = 0, \quad k = 1, 2, \dots$$

Здесь $P_k(t) = P(N(t) = k)$ — вероятность наступления k событий в промежутке $[0, t)$, $N(t)$ — число событий в промежутке $[0, t)$, а $\Pi_k(t)$ — условная вероятность наступления k событий в промежутке $[0, t)$ при условии, что в точке $t = 0$ имеется событие (в смысле распределения Пальма). Отметим, что для пуассоновского процесса $P_k(t) = \Pi_k(t)$, $k = 0, 1, 2, \dots$

Соотношения (4) можно представить в виде (1) при частном выборе функций $f_k(t)$, $k = 0, 1, 2, \dots$, а именно, надо положить

$$f_0(t) = P_0(t) - \Pi_0(t).$$

$$f_k(t) = \Pi_{k-1}(t) - P_{k-1}(t) - \Pi_k(t) + P_k(t), \quad k = 1, 2, \dots \quad (5)$$

Следствием теорем 1, 2 будут нижеследующие утверждения.

Обозначим $|P|_t = \sum_{k=0}^{\infty} |P_k(t) - \Pi_k(t)| \rightarrow 0$.

Следствие 1. Пусть случайный точечный процесс P таков, что

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \frac{1}{\sqrt{t}} \int_0^t |P|_t dt = 0. \quad (6)$$

Тогда распределение случайной величины $N(t)$ асимптотически при $t \rightarrow \infty$ нормально.

Следствие 2. Пусть случайный точечный процесс P таков, что

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \frac{1}{\sqrt{t}} \int_0^t t |P|_t dt = 0. \quad (7)$$

Тогда распределение случайной величины $N(t)$ локально асимптотически при $t \rightarrow \infty$ нормально.

Следствиям 1, 2 можно дать следующую интерпретацию: достаточно быстрое при $t \rightarrow \infty$ забывание условия „в точке $t = 0$ имеется событие“ гарантирует асимптотическую нормальность распределения случайной величины $N(t)$.

Теоремы 1, 2 можно применить для получения условий асимптотической нормальности числа событий в шаре большого объема t для однородных точечных процессов в R^n , $n > 1$.

Для этого достаточно в соотношениях (5) подставить вместо $\Pi_k(t)$ условную вероятность для числа событий, попавших в шар объема t , при условии, что на границе шара имеется событие. Как показано в работе (2), для так определенных вероятностей соотношения (4) остаются в силе, откуда и следует возможность применения теорем 1, 2 для точечных процессов в R^n , $n > 1$.

Отметим, что соотношения типа (4) естественным образом возникают в задачах стохастической геометрии, и частности, для точечных процессов пересечений индуцируемых случайным полем отрезков на прямой (3).

Как легко проверить, процессы восстановления с обычными (4) ограничениями на функцию распределения длины интервала между моментами восстановления удовлетворяют условию (6).

Представляет также интерес задача нахождения условий на по-

тенциал взаимодействия, при которых соответствующие точечные гиббсовские случайные поля удовлетворяют условию (6).

В заключение отметим, что совершенно аналогично вышесказанному можно строить и дискретную теорию.

Институт математики
Академии наук Армянской ССР

Ռ. Վ. ՀԱՄԲԱՐՁՈՒՄՅԱՆ, Բ. Ս. ՆԱՀԱՊԵՏՅԱՆ

Պալմի բաշխումը և սահմանային բեռեւմներ կետային պատահական պրոցեսների նամար

Հոդվածում ուսումնասիրվում են ասիմպտոտիկ նորմալության հարցերը, կետային պատահական պրոցեսի ուսլիզացիայի այն կետերի թվի վրա, որոնք ընկած են որոշ միջակայքում:

Ընաչարկվում է նոր մոտեցում, որը օգտագործվում է կետային պատահական պրոցեսի այսպես կոչված Պալմի բաշխումը, այսինքն՝ ուսլիզացիայի որոշ միջակայքում ընկած կետերի (պատահույթների) թվի պայմանական բաշխումը այն պայմանով, որ սկզբնական պահին պատահույթը տեղի է ունեցել:

Ինչպես ցույց է տրված հոդվածում սկզբնական պահին պատահույթը տեղի է ունեցել պայմանի բավականաչափ արագ մոռանալը ապահովում է ասիմպտոտիկ նորմալությունը, ինչպես նաև լոկալ ասիմպտոտիկ նորմալությունը:

ЛИТЕРАТУРА — ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

¹ А. Я. Хинчин, Работы по математической теории массового обслуживания, Изд-во физ.-мат. лит., М., 1963. ² R. V. Ambartzumian, Palm distributions and superpositions of independent point processes in *Rⁿ*, Stochastic Point Processes (ed P. A. Lewis), New-York, 1972. ³ В. Оганян, в сб. Комбинаторные принципы в стохастической геометрии, Изд-во АН АрмССР, Ереван, 1980. ⁴ Д. Кокс, В. Смит, Теория восстановления, „Советское радио“, М., 1967.

УДК 517.91

МАТЕМАТИКА

И. Г. Хачатрян

**О единственности восстановления дифференциального оператора с
 аналитическими коэффициентами по его спектральной
 матрице-функции**

(Представлено чл.-корр. АН Армянской ССР Р. А. Александрияном 15/V 1980)

В статье рассматривается действующий в пространстве $L^2(0, \infty)$ оператор L , порожденный дифференциальным выражением порядка $2n > 2$

$$I(y) = (-1)^n y^{(2n)} + \sum_{k=0}^{n-1} (-1)^k [p_{n-1-k}(x) y^{(k)}]^{(k)}, \quad 0 < x < \infty, \quad (1)$$

и краевыми условиями $y^{(\nu)}(0) = 0$ ($\nu = 0, 1, \dots, n-1$), где коэффициенты $p_k(x)$ вещественнозначны и удовлетворяют условиям

$$\int_0^1 x^{k+1} |p_k(x)| dx < \infty, \quad \int_1^\infty |p_k(x)| dx < \infty, \quad k = 0, 1, \dots, n-1.$$

Получены результаты, относящиеся к спектральным свойствам оператора L , которые при иных предположениях доказаны в монографии (1). С их помощью при дополнительных ограничениях на коэффициенты $p_k(x)$ доказана теорема о единственности восстановления оператора L по его спектральной матрице-функции.

Теорема 1. Оператор L является самосопряженным. Непрерывная часть спектра S_L оператора L заполняет всю положительную полуось, а на отрицательной полуоси могут находиться лишь собственные значения оператора L . Множество собственных значений ограничено и может иметь точкой сгущения только нуль. Кратность положительных собственных значений не превосходит $n-1$, а кратность неположительных собственных значений не превосходит n .

Лемма 1. При всех значениях параметра μ уравнение $I(u) =$

и имеет решения $u_k(x, \mu)$ ($k = 0, 1, \dots, n-1$), удовлетворяющие начальным условиям

$$u_k^{(\nu)}(0, \mu) = \begin{cases} 1 & \text{при } \nu = 2n-1-k, \\ 0 & \text{при } \nu \neq 2n-1-k, \end{cases} \quad \nu = 0, 1, \dots, 2n-1,$$

где через $f^{(\nu)}(x)$ обозначена квазипроизводная порядка ν функции $f(x)$. Решения $u_k(x, \mu)$ являются целыми функциями параметра μ и вещественнозначны при вещественных значениях μ .

Теорема 2. Существует единственная (с точностью до некоторой нормировки) вещественная симметрическая неубывающая матрица-функция $\sigma(\mu) = \|\sigma_{kj}(\mu)\|_{k,j=0}^{n-1}$ такая, что формулы

$$\bar{F}_j(\mu) = \int_0^\infty f(x) u_j(x, \mu) dx, \quad j = 0, 1, \dots, n-1, \quad (2)$$

$$f(x) = \int_{-\infty}^\infty \sum_{k,j=0}^{n-1} F_j(\mu) u_k(x, \mu) d\sigma_{kj}(\mu) \quad (3)$$

осуществляют взаимно обратные изометрические отображения $L^2(0, \infty)$ на L^2_σ и L^2_σ на $L^2(0, \infty)$ соответственно, переводящие друг в друга операторы L и Λ_σ , где Λ_σ — оператор умножения на независимую переменную в L^2_σ . При этом интегралы в формулах (2) и (3) сходятся в смысле метрики в L^2_σ и $L^2(0, \infty)$ соответственно и

$$\int_0^\infty |f(x)|^2 dx = \int_{-\infty}^\infty \sum_{k,j=0}^{n-1} F_k(\mu) \bar{F}_j(\mu) d\sigma_{kj}(\mu).$$

Матрица $\sigma(\mu)$, удовлетворяющая условиям теоремы 2, называется спектральной матрицей-функцией оператора L .

Замечание 1. Впредь будем считать функцию $\sigma(\mu)$ непрерывной слева (если зафиксировать также значение функции $\sigma(\mu)$ в некоторой точке, то при такой нормировке функция $\sigma(\mu)$ будет единственной). Множество собственных значений оператора L совпадает с множеством точек разрыва функции $\sigma(\mu)$, причем кратность любого собственного значения μ_0 совпадает с рангом матрицы $B(\mu_0) = \|B_{kj}(\mu_0)\|_{k,j=0}^{n-1}$, где $B(\mu_0) = \sigma(\mu_0+0) - \sigma(\mu_0)$.

Пусть $E_\mu (-\infty < \mu < \infty)$ — разложение единицы оператора L . Тогда при любых μ, ν ($\mu < \nu$) разность $E_\nu - E_\mu$ есть интегральный оператор с ядром

$$E(x, t; \mu, \nu) = \int_{-\infty}^\infty \sum_{k,j=0}^{n-1} u_k(x, \xi) u_j(t, \xi) d\sigma_{kj}(\xi).$$

Резольвента $(L - \mu I)^{-1}$ есть интегральный оператор с ядром

$$G(x, t, \mu) = \int_{-\infty}^{\infty} \sum_{j=0}^{n-1} \frac{u_k(x, \zeta) u_j(t, \zeta)}{\zeta - \mu} d\sigma_{kj}(\zeta), \quad \mu \in S_L.$$

Если положить $H(x, t, \mu) = (\mu - \bar{\mu})^{-1} |G(x, t, \mu) - \bar{G}(x, t, \mu)|$, то имеют место также формулы

$$H(x, t, \mu) = \int_0^{\infty} G(x, \xi, \mu) \bar{G}(t, \xi, \mu) d\xi, \quad \mu \in S_L,$$

$$H(x, t, \mu) = \int_{-\infty}^{\infty} \sum_{j=0}^{n-1} \frac{u_k(x, \zeta) u_j(t, \zeta)}{|\zeta - \mu|^2} d\sigma_{kj}(\zeta), \quad \mu \in S_L.$$

Обозначим через $H_{kj}(x, t, \mu)$ ($k, j = 0, 1, \dots, n-1$) квазипроизводные функции $H(x, t, \mu)$ $(2n-1-k)$ -го порядка по x и $(2n-1-j)$ -го порядка по t . Существуют конечные значения $H_{kj}(0, 0, \mu)$, причем

$$H_{kj}(0, 0, \mu) = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{d\sigma_{kj}(\zeta)}{|\zeta - \mu|^2}, \quad \mu \in S_L, \quad k, j = 0, 1, \dots, n-1. \quad (4)$$

Предположим теперь, что коэффициенты $p_k(x)$ вещественнозначны на полуоси $0 < x < \infty$, аналитически продолжаются в сектор $D = \{z; |\arg z| \leq \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{2n}\}$ и удовлетворяют условиям

$$\int_0^{\infty} x^{\lambda+\nu+1} \left\{ \sup_{\operatorname{Re} z=x} |p_k(z)| \right\} dx < \infty, \quad k, \nu = 0, \dots, n-1. \quad (5)$$

Как показано в работе автора (²), при условиях (5) уравнение $l(y) = \lambda^{2n} y$ для всех значений параметра λ из полуплоскости $\operatorname{Im} \lambda > 0$ имеет решение $y(x, \lambda)$ такое, что функции $y^{(s)}(x, \lambda)$ ($s = 0, 1, \dots, n-1$) представляются в виде

$$y^{(s)}(x, \lambda) = e^{i\lambda x} \left\{ (i\lambda)^s + \sum_{m=0}^{\infty} (i\lambda)^m \int_0^{\infty} e^{i\lambda t} K_{sm}(x, t) dt \right\},$$

при этом ядра $K_{sm}(x, t)$ ($0 \leq x, t < \infty$) вещественнозначны и удовлетворяют неравенствам

$$|K_{sm}(x, t)| \leq h_1 \left(x + \frac{t}{2} \right) \exp \left\{ h(x) - h \left(x + \frac{t}{2} \right) \right\},$$

где $h_1(x) \geq 0$ — невозрастающая суммируемая на полуоси $(0, \infty)$ функция и

$$h(x) = \int_0^x h_1(t) dt.$$

Функции $y^{(v)}(0, \lambda)$ ($v = 0, 1, \dots, n-1$) регулярны в верхней полуплоскости, непрерывны вплоть до границы и имеют непрерывную производную во всех точках полуплоскости $\text{Im } \lambda > 0$ за исключением, быть может, точки $\lambda = 0$. При $\text{Im } \lambda > 0$ имеет место оценка

$$\frac{1}{8 \text{Im } \lambda} e^{-2a \text{Im } \lambda} \leq \int_0^{\infty} |y(x, \lambda)|^2 dx \leq \frac{1}{2 \text{Im } \lambda} [1 + h(0) e^{h(0)}]^2, \quad (6)$$

где число $a > 0$ такое, что $h(a) e^{h(a)} \leq 1/2$.

Обозначим $\omega_k = \exp(i\pi k/n)$ ($k = 0, 1, \dots, 2n-1$) и при $\lambda > 0$ введем следующие $n+1$ линейно-независимые решения уравнения $L(y) = -\lambda^{2n} y$: $y_k(x, \lambda) = y(x, \lambda \omega_k)$ ($k = 0, 1, \dots, n$). Введем также матрицу $A(\lambda) = \|y_k^{(v)}(0, \lambda)\|_{v=0, k=0}^{v=n, k=n}$, содержащую n строк и $n+1$ столбец. Обозначим через $\Delta_k(\lambda)$ ($0 \leq k \leq n$) минор n -го порядка матрицы $A(\lambda)$, не содержащий ее $(k+1)$ -ый столбец, а через $\delta_{kv}^{(j)}(\lambda)$ ($0 \leq v \leq n-1$; $0 \leq k < j \leq n$) — минор $(n-1)$ -го порядка, не содержащий ее $(v+1)$ -ую строку, $(k+1)$ -ый и $(j+1)$ -ый столбцы. Определители $\Delta_0(\lambda)$, $\delta_{0n}^{(j)}(\lambda)$ и $\Delta_n(\lambda)$, $\delta_{nn}^{(j)}(\lambda)$ регулярны в секторах $-\pi/n \leq \arg \lambda \leq 0$ и $0 \leq \arg \lambda \leq \pi/n$ соответственно, а определители $\delta_{0n}^{(j)}(\lambda)$ регулярны в секторе $-\pi/n \leq \arg \lambda \leq \pi/n$.

Лемма 2. Пусть $\lambda_0 \neq 0$, $0 \leq \arg \lambda_0 \leq \pi/n$ и $\mu_0 = \lambda_0^{2n}$. Тогда справедливы следующие утверждения:

а) число μ_0 является собственным значением оператора L тогда и только тогда, когда $\Delta_n(\lambda_0) = 0$, при этом кратность собственного значения μ_0 совпадает с кратностью нуля λ_0 определителя $\Delta_n(\lambda)$;

б) если $\Delta_n(\lambda_0) = 0$, то существуют конечные пределы

$$M_{kv}(\lambda_0) = \lim_{\lambda \rightarrow \lambda_0} \{2n \lambda^{2n-1} (\lambda - \lambda_0) \gamma_{kv}(\lambda)\}, \quad (7)$$

$$k, v = 0, 1, \dots, n-1,$$

где

$$\gamma_{kv}(\lambda) = (-1)^{k+v+1} \frac{\delta_{kv}^{(j)}(\lambda)}{\Delta_n(\lambda)}, \quad k, v = 0, 1, \dots, n-1,$$

причем ранг матрицы $M(\lambda_0) = \|M_{kv}(\lambda_0)\|_{k,v=0}^{n-1}$ совпадает с кратностью собственного значения μ_0 оператора L .

Функции $\gamma_{kv}(\lambda)$ ($v = 0, 1, \dots, n-1$) и

$$S_k(\lambda) = (-1)^{n+k} \frac{\Delta_k(\lambda)}{\Delta_n(\lambda)}, \quad k = 0, 1, \dots, n, \quad (8)$$

непрерывны на полуоси $\lambda > 0$, при этом

$$\sum_{k=0}^n S_k(\lambda) y_k(x, \lambda) = 2n \lambda^{2n-1} \sum_{v=0}^{n-1} \gamma_{0v}(\lambda) u_v(x, \lambda^{2n}).$$

При $0 < \arg \lambda < \pi/n$ и $\Delta_n(\lambda) \neq 0$ справедливы также формулы

$$G(x, t, \lambda^{2n}) = \sum_{k,j=0}^{n-1} \gamma_{jk}(\lambda) u_k(x, \lambda^{2n}) y_j(t, \lambda), \quad x \leq t,$$

$$H_{kj}(0, 0, \lambda^{2n}) = \sum_{s,l=0}^{n-1} \gamma_{sl}(\lambda) \bar{\gamma}_{kl}(\lambda) \int_0^x y_s(x, \lambda) \bar{y}_l(x, \lambda) dx, \quad (9)$$

$$k, j = 0, 1, \dots, n-1.$$

Пусть число $\mu_0 = \lambda_0^{2n}$ ($\lambda_0 > 0$ или $\arg \lambda_0 = \pi/2n$) является собственным значением кратности m оператора L . Тогда

$$E(x, t; \mu_0, \mu_0 + 0) = \sum_{k,j=0}^{n-1} B_{kj}(\mu_0) u_k(x, \mu_0) u_j(t, \mu_0).$$

Эта функция представляется также в виде

$$E(x, t; \mu_0, \mu_0 + 0) = \sum_{k,j=0}^{n-1} N_{kj}(\lambda_0) y_k(x, \lambda_0) \bar{y}_j(t, \lambda_0),$$

где матрица $N(\lambda_0) = [N_{kj}(\lambda_0)]_{k,j=0}^{n-1}$ является эрмитовой неотрицательной матрицей ранга m . Имеют место формулы

$$\sum_{k=0}^{n-1} N_{kj}(\lambda_0) \bar{y}_k(x, \lambda_0) = \sum_{k=0}^{n-1} M_{kj}(\lambda_0) u_k(x, \mu_0), \quad j = 0, 1, \dots, n-1.$$

Если индексы $0 \leq j_1 < j_2 < \dots < j_m \leq n-1$ такие, что

$$\det \|B_{j_i j_i}(\mu_0)\|_{i=1}^m \neq 0,$$

то справедливы соотношения

$$\begin{vmatrix} N_{j_1 j_1} & \bar{M}_{j_1 j_2} & \dots & \bar{M}_{j_1 j_m} \\ M_{j_2 j_1} & B_{j_2 j_2} & \dots & B_{j_2 j_m} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ M_{j_m j_1} & B_{j_m j_2} & \dots & B_{j_m j_m} \end{vmatrix} = 0, \quad k, v = 0, 1, \dots, n-1, \quad (10)$$

(при $m = 1$ имеет место также формула $N = (Sp B)^{-1} M B M^*$).

Замечание 2. При условиях (5) теорему 1 можно дополнить следующими утверждениями: нуль не является собственным значением оператора L ; число положительных собственных значений кратности $n-1$ и отрицательных собственных значений кратности n конечно; если обозначить через $\{\mu_+^j\}$ и $\{\mu_-^j\}$ последовательности положительных и отрицательных собственных значений соответственно, пронумерованных в порядке убывания модулей, то

$$\sum_j \mu_+^j < \infty, \quad \sum_j |\mu_-^j| < \infty.$$

Если спектральную матрицу-функцию $\phi(\mu)$ представить в виде

$$\sigma(\mu) = \sum_{\mu_j < \mu} B(\mu_j) + \sum_{\mu_1 < \mu} B(\mu_1) + \beta(\mu), \quad -\infty < \mu < \infty,$$

то матрица-функция $\beta(\mu) = [\beta_{kj}(\mu)]_{k,j=0}^{n-1}$ абсолютно непрерывна на каждом конечном отрезке и

$$\frac{d}{d\mu} \beta_{kj}(\mu) = \frac{\pi}{\pi} \lambda^{2n-1} \gamma_{0k}(\lambda) \bar{\gamma}_{0j}(\lambda), \quad \mu = \lambda^{2n}, \quad \lambda > 0, \quad (11)$$

$$k, j = 0, 1, \dots, n-1.$$

Сформулируем теперь основной результат настоящей статьи.

Теорема 3. Коэффициенты $p_k(x)$ ($k = 0, 1, \dots, n-1$) дифференциального выражения (1), удовлетворяющие условиям (5), по спектральной матрице-функции $\sigma(\mu)$ оператора L определяются однозначно.

Набросок доказательства. Очевидно, что по матрице $\sigma(\mu)$ однозначно определяются как собственные значения μ_1, μ_2 оператора L , так и матрицы $B(\mu_1), B(\mu_2), \beta'(\mu)$. Используя формулы (11), (9), (4) и оценку (6), можно доказать, что по матрице $\sigma(\mu)$ однозначно определяются также функции $y^{(j)}(0, \nu)$ ($j = 0, 1, \dots, n-1$), а значит и определители $S_k(\nu), \delta_{kn}(\nu)$. Следовательно, в силу (8) и (7) однозначно определяются функции $S_k(\nu)$ и матрицы $M(\nu_1), M(\nu_2)$, где $\nu_1 = \nu^{1/n}$ ($\nu_1 > 0$) и $\nu_2 = \nu^{1/n}$ ($\arg \nu_1 = \pi/2n$). Но тогда из формул (10) однозначно определяются также матрицы $N(\nu_1), N(\nu_2)$. Однако, как показано в статье автора (²), по набору данных

$$\{S_k(\nu)\}_{k=0}^{n-1}, \quad [\nu_1, N(\nu_1)], \quad \{\nu_2, N(\nu_2)\}$$

коэффициенты $p_k(x)$, удовлетворяющие условиям (5), определяются однозначно, что и доказывает теорему.

Замечание 3. При условиях (5) имеют место формулы (^{4,5})

$$u_k(x, \mu) = \varphi_k(x, \mu) + \int_0^x \varphi_k(t, \mu) F_k(x, t) dt, \quad k = 0, 1, \dots, n-1,$$

где $\varphi_k(x, \mu)$ — решения уравнения $(-1)^n \varphi^{(2n)} = \mu \varphi$, удовлетворяющие таким же начальным условиям, что и функции $u_k(x, \mu)$. Однако при различных значениях k ядра $F_k(x, t)$, вообще говоря, различные. Так будет, например, при $p_k(z) \equiv 0$ ($k = 0, 1, \dots, n-2$) и $p_{n-1}(z)$, непрерывной вплоть до границы сектора D и $p_{n-1}(0) \neq 0$. Это обстоятельство затрудняет (^{6,7}) перенос на рассматриваемый случай $n > 1$ метода восстановления оператора L по $\sigma(\mu)$, разработанного при $n=1$ И. М. Гельфандом и Б. М. Левитаном (⁸). Отмеченное обстоятельство затрудняет также применение при доказательстве теоремы 3 метода, предложенного В. А. Марченко (⁹) для случая $n=1$.

Սպեկտրալ մատրից-ֆունկցիայով անալիտիկ գործակիցներով դիֆերենցիալ
օպերատորի վերականգնման միակուսյան մասին

Հոդվածում դիտարկվում է հետևյալ եզրային խնդիրը.

$$(-1)^n y^{(2n)} + \sum_{k=0}^{n-1} (-1)^k |p_{n-1-k}(x) y^{(k)}|^{(k)} = \mu y, \quad 0 < x < \infty,$$

$$y^{(v)}(0) = 0, \quad v = 0, 1, \dots, n-1,$$

որտեղ՝ $p_k(x)$ գործակիցները իրական են $0 < x < \infty$ կիսաառանցքի վրա, անալիտիկ շարունակվում են $|\arg z| < \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{2n}$ անկյան մեջ և թափարարում են հետևյալ պայմաններին՝

$$\int_0^\infty x^{k+v+1} \left| \sup_{\operatorname{Re} z = x} |p_k(z)| \right| dx < \infty, \quad k, v = 0, 1, \dots, n-1:$$

Ցույց է տրվում, որ այդ եզրային խնդրի սպեկտրալ մատրից-ֆունկցիայով $p_k(x)$ գործակիցները որոշվում են միարժեքորեն:

ЛИТЕРАТУРА — ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

- ¹ М. А. Ниймарк, Линейные дифференциальные операторы, М., «Наука», 1969.
² И. Г. Хачатрян, «Известия АН АрмССР», сер. матем., т. 14, № 6 (1979).
³ И. Г. Хачатрян, ДАН АрмССР, т. 70, № 3 (1980).
⁴ И. Г. Хачатрян, «Известия АН АрмССР», сер. матем., т. 13, № 3 (1978).
⁵ И. Г. Хачатрян, «Известия АН АрмССР», сер. матем., т. 15, № 1 (1980).
⁶ Л. А. Сухнович, Матем. сб., т. 55(97), № 3 (1961).
⁷ Л. А. Сахнович, Матем. сб., т. 56(98), № 2 (1962).
⁸ И. М. Гельфонд, Б. М. Левитан, «Известия АН СССР», сер. матем., т. 15, № 4 (1951).
⁹ В. А. Морченко, ДАН СССР, т. 72, № 3 (1950).

УДК 550.34(100)

СЕЙСМОЛОГИЯ

Г. П. Тамразян

Сейсмотектоническая активность Земли в координатах лунного склонения и лунного времени

(Представлено академиком АН Армянской ССР А. Г. Назаровым 28/III 1980)

Континентальные регионы высвобождают энергию сильнейших землетрясений в координатах лунного склонения и Гринвичского лунного времени строго избирательно (рис. 1)*. В области максимальной сейсмической активности выделение сейсмической энергии составляет за 1900—1977 гг. $(17-40) \times 10^{23}$ эрг на ячейку, тогда как среднее выделение E для всего рисунка составляет только $7,6 \times 10^{23}$ эрг, а на значительной его части и того меньше ($E = (0-5) \times 10^{23}$ эрг на ячейку). Контрастность выделения сейсмической энергии на рис. 1 и резкие колебания (до 10—40 и более раз) в величинах E на разных участках этого рисунка представляют важнейшую особенность сейсмотектонического режима континентов.

Океанические регионы, в противоположность континентальным, в координатах лунного склонения и лунного времени имеют примерно равномерное распределение величины E , колебания которой незначительны по сравнению со средней величиной, равной 9×10^{23} эрг на ячейку (рис. 2). Бессистемно расположенные небольшие участки несколько увеличенного выделения E ($E = (14-19) \times 10^{23}$ эрг на ячейку) лишь только в 2 раза превышают среднюю величину E . Две зоны, выделенные через 5×10^{24} эрг на ячейку — $(4-9) \times 10^{23}$ и $(9-14) \times 10^{23}$ эрг на ячейку, расположенные по обе стороны от изолинии средней величины E , занимают огромную часть (88%) всего рисунка, демонстрируя слабую изменчивость E по площади рисунка.

Относительно слабая дифференциация величин E для океанических регионов особенно четко видна на рис. 4, где имеется всего два

* Площадь каждого рисунка разделена на 204 ячейки, стороны которых отмечают двум часам и одной зоне склонения Луны в кульминации (эти ячейки ради упрощения на рисунках не показаны). При сглаживании величина энергии, приходящейся на каждую ячейку, вычисляется как средняя из величин энергий окружающих восьми ячеек и ее самой (средняя из 9 ячеек). Повторно проведенным сглаживанием получаем среднюю величину для каждой из 204 ячеек.

поля с величиной E , кратной 10, тогда как для континентальных регионов таких полей выделяется четыре (рис. 3), что также указывает на то, что в координатах лунного времени и лунного склонения отмечается значительная дифференциация выхода сейсмотектонической

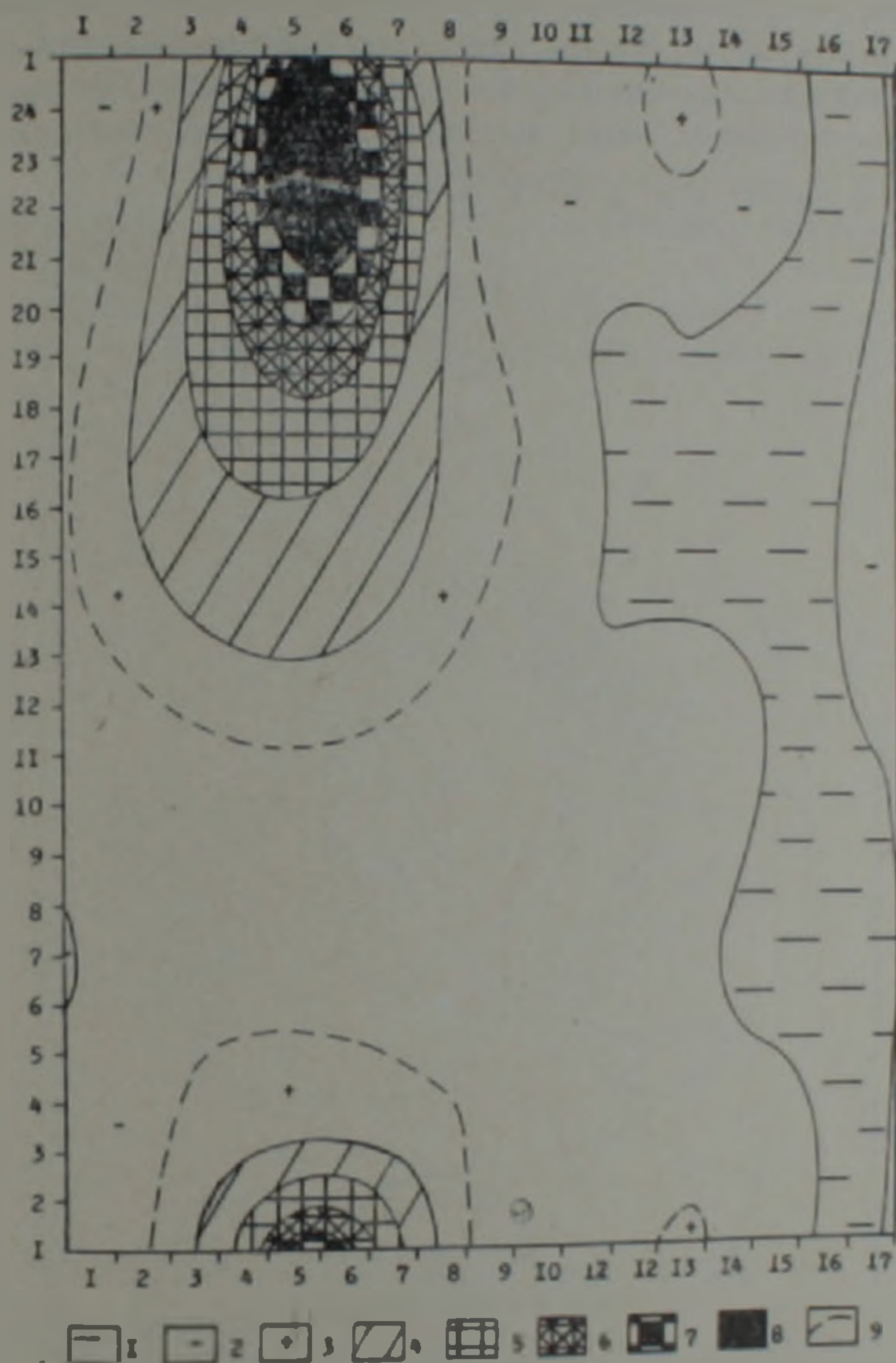


Рис. 1. Распределение энергии сильных и сильнейших землетрясений ($M=7.9-8.9$) всех континентов в зависимости от лунного склонения и лунного времени (1900—1977 гг.). По горизонтали—зоны склонения Луны и кульминации, по вертикали—Гринвичское лунное время, исчисляемое от момента верхней кульминации Луны над Гринвичским меридианом. На рисунке выделены 204 ячейки (прямоугольники), каждая со стороной в одну зону склонения и два часа времени. Суммарная энергия всех землетрясений (нормальных, промежуточных и глубоководных) на каждую ячейку по дважда скользящим девятиячейкам в 10^{24} эрг: 1—0—2,6; 2—2,6—7,6; 3—7,6—12,6; 4—12,6—17,6; 5—17,6—22,6; 6—22,6—27,6; 7—27,6—32,6; 8—32,6—40; 9—изолинии величин энергии. Средняя энергия на ячейку составляет $7,6 \times 10^{24}$ эрг.

энергии недр континентальных регионов, в противоположность океаническим.

Склонение Луны в кульминации и Гринвичское лунное время будучи несущественными для сейсмоактивности океанических регионов в целом, в то же время обнаруживают резкую связь с ними континентальных регионов. На диаграмме континентальных регионов Земли в координатах лунного склонения и лунного времени выделяется совершенно отчетливое резко выраженное поле сеймотектонической

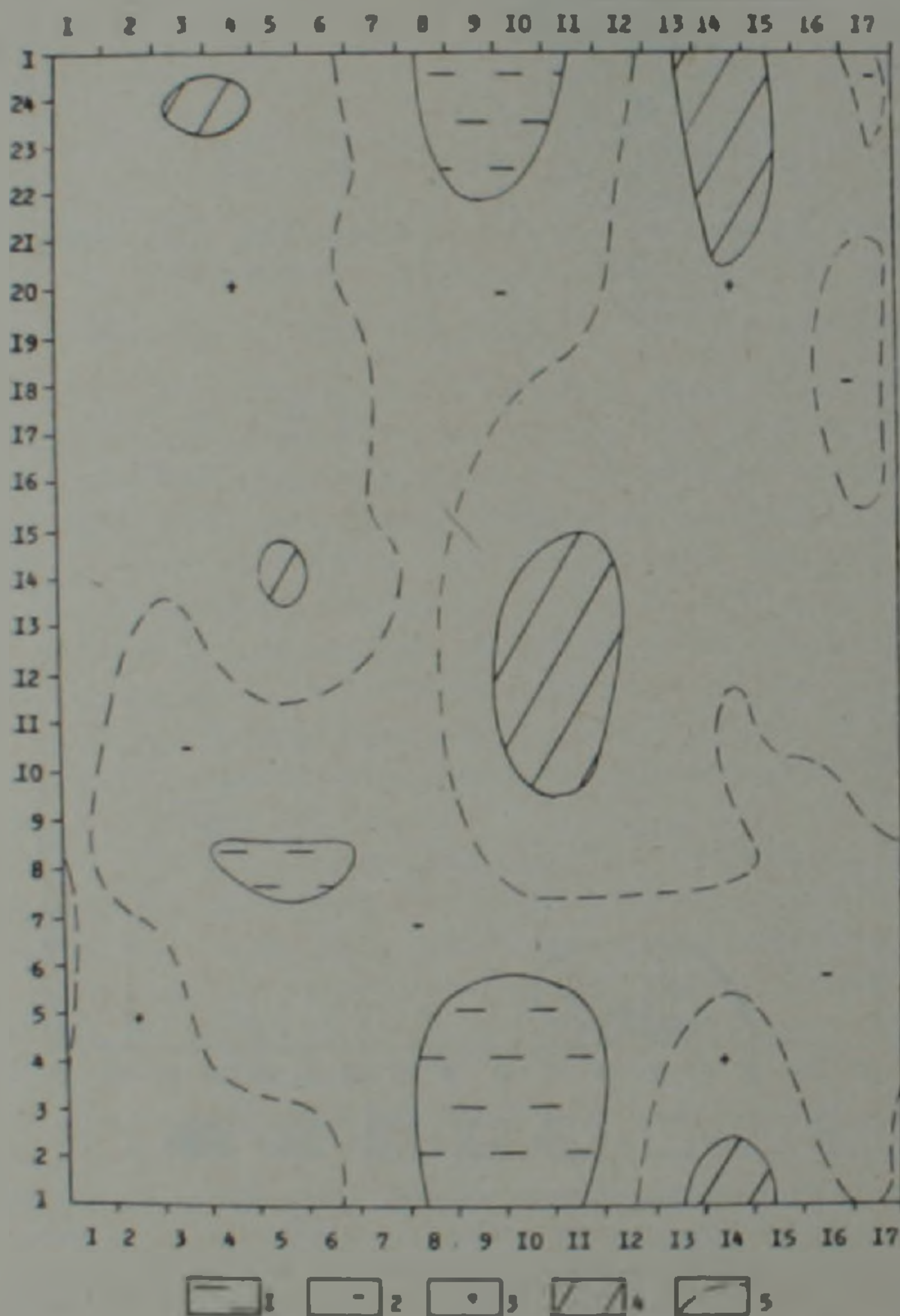


Рис. 2 Распределение энергии сильных и сильнейших землетрясений ($M=7,9-8,9$) в океанических регионах в зависимости от лунного склонения и лунного времени (1900—1977 гг.). По горизонтали и вертикали то же, что и на рис. 1. Суммарная энергия всех землетрясений (нормальных, промежуточных, глубоководных) по дважды скользящим девятиячейкам на каждую ячейку (в 10^{21} эрг): 1—0—4, 2—4—9; 3—9—14; 4—14—19, 5—изолинии величины энергии. Средняя энергия на ячейку составляет 9×10^{21} эрг.

активности, приходящееся на пересечение I квадранта Гринвичского лунного времени и смежных участков соседних квадрантов с зонами 3—7 кривой изменения склонения Луны в кульминации (рис. 3). На рисунке выделены четыре зоны с величинами E , кратными 10×10^{23} эрг. На зону с минимальной E ($E = (0 + 10) \times 10^{23}$ эрг) приходится 77% всей площади диаграммы, и здесь среднее выделение энергии было менее 5×10^{23} эрг на ячейку, что указывает на монотонный пассивный режим континентов в это время. Континентальные регионы в сейсмоактивном режиме, четко выделяющемся на рис. 3, резко усиливали свою активность (до 6—8 раз по сравнению со средней E в пределах 77% площади диаграммы и до 15—40 раз по сравнению с E в зонах экстремальных минимумов). Отсюда следует важный сейсмогеотектонический вывод, что на Земле наиболее активно подвижными

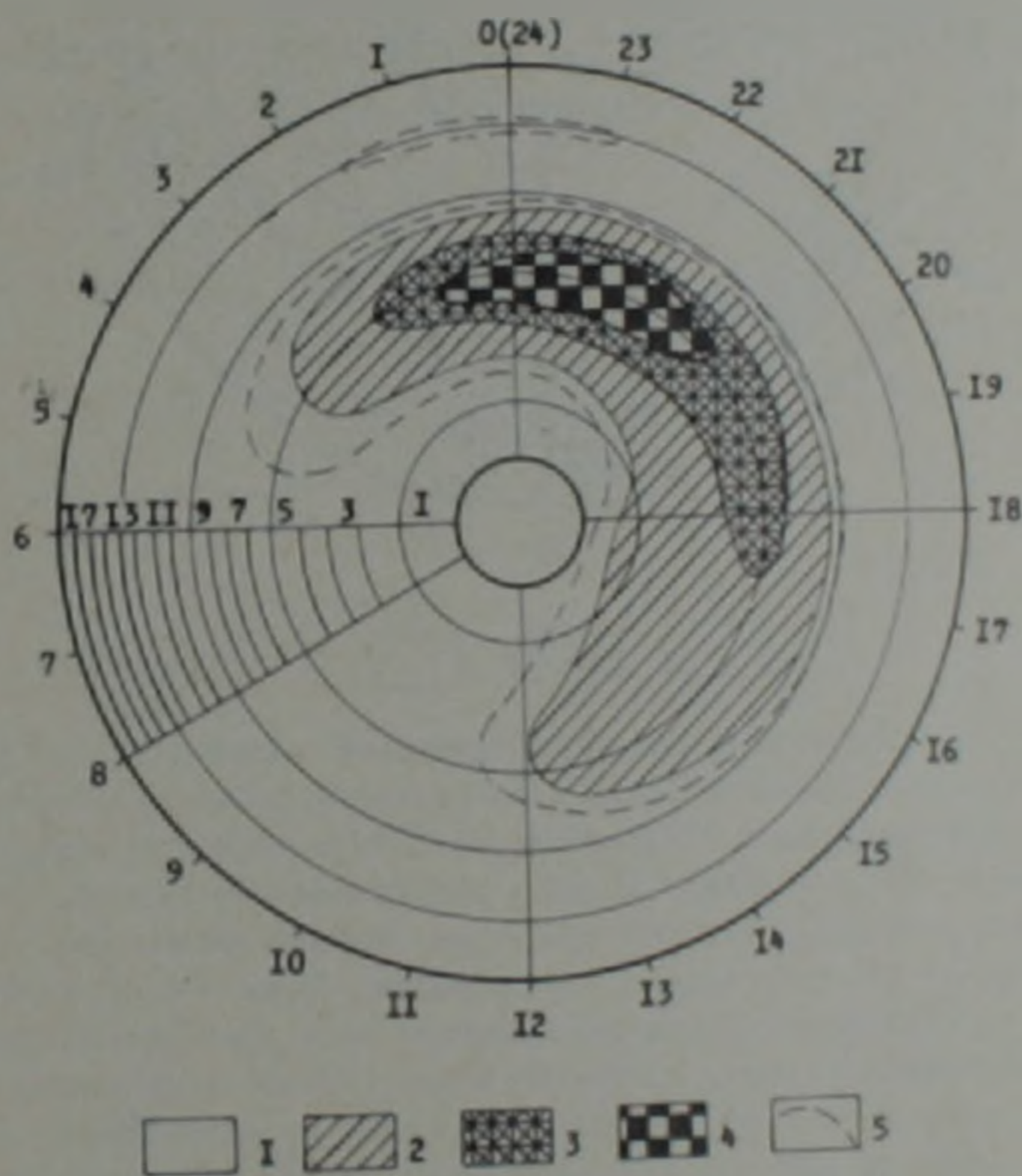


Рис. 3. Диаграмма сейсмотектонической активности континентальных регионов Земли в координатах лунного склонения и лунного времени (1900—1977 гг.). По радиальному направлению—зоны склонения Луны в кульминации (от I—II по 17-ю зоны), по окружности—Гринвичское лунное время, исчисляемое от момента верхней кульминации Луны над Гринвичским меридианом (слева показан сектор с ячейками). Суммарная энергия всех нормальных, промежуточных и глубоководных землетрясений всех магнитуд на одну ячейку (по дважды скользящим девятичелкам) составляет (в 10^{23} эрг): 1—0—10; 2—10—20; 3—20—30; 4—30—40; 5—полосы средней величины энергии на ячейку, $(7.6—8) \times 10^{23}$ эрг.

областями, более всего поддающимися влиянию космических воздействий, являются континентальные регионы с их глубинными корнями в мантии.

Таким образом, устанавливается усиление сейсмической актив

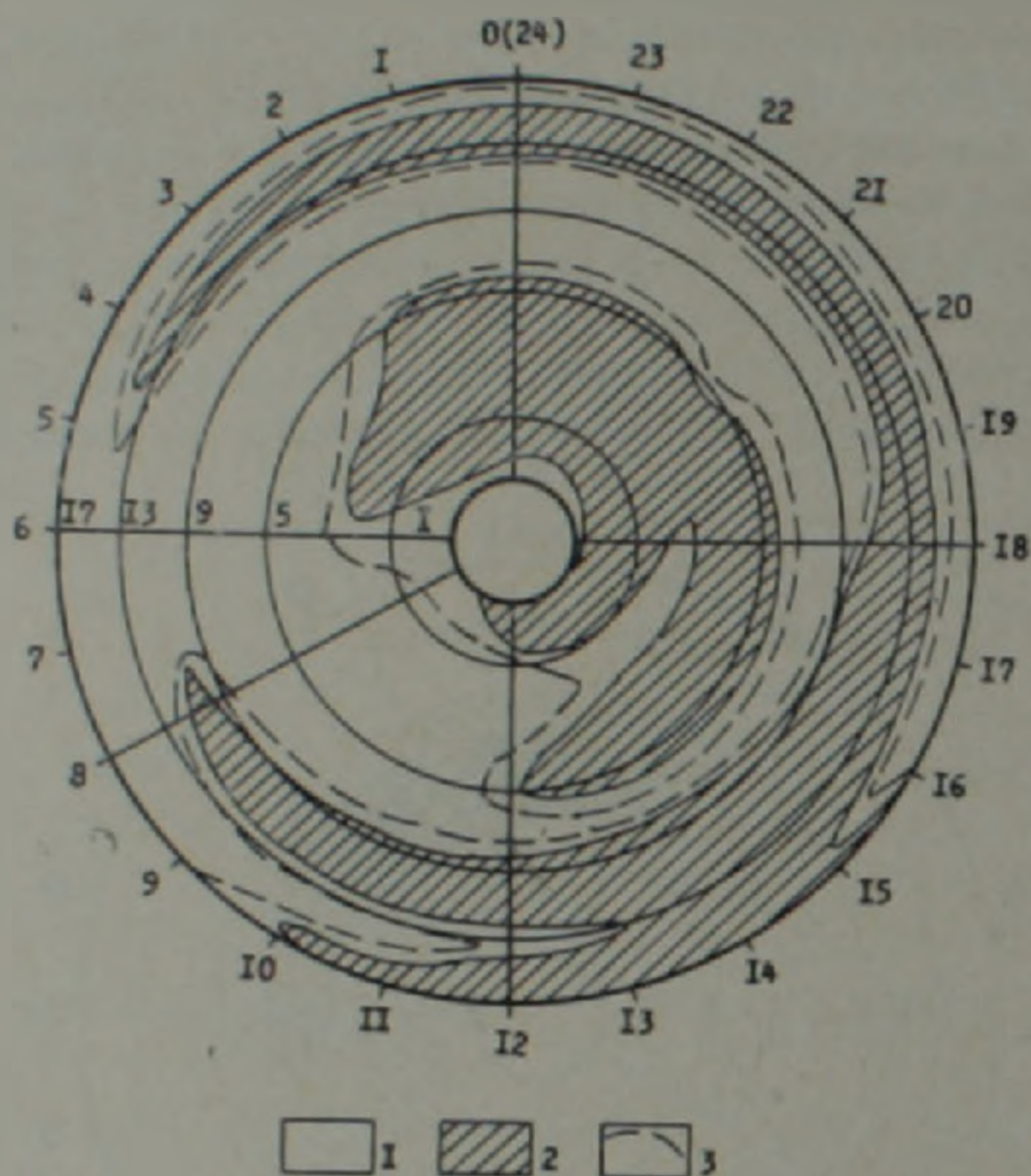


Рис. 4. Диаграмма сейсмотектонической активности континентальных регионов Земли в координатах лунного склонения и лунного времени (1900—1977 гг.). По радиальному направлению—зоны склонения Луны в кульминации (от 1-й по 17-ю зоны), по окружности—Гринвичское лунное время, исчисляемое от момента верхней кульминации Луны над Гринвичским меридианом. Суммарная энергия всех нормальных, промежуточных и глубоководных землетрясений всех магнитуд на одну ячейку (по дважды скользящим девятиячейкам) составляет (в 10^{25} эрг): 1—0—10; 2—10—20; 3—изолинии средней величины энергии на ячейку, 9×10^{25} эрг

ности континентальных регионов (в отличие от океанических) с нарастающей частотой выделения энергии, связанное с результативностью инфильтрации космических воздействий именно в этих более мобильных областях Земли на глубины до нескольких десятков и нескольких сотен километров в эпохи уменьшения величины склонения Луны в кульминации и одновременно обращения материкового полушария Земли к Луне. Вышеприведенное заключение выводит на передний план принципиально новые возможности изучения динамики недр Земли. Установленное явление имеет и практическое значение.

включающиеся в том, что выявленные особенности могут быть использованы для прогнозирования массового возрастания сейсмической активности на Земле.

Армянское геологическое общество

Գ. Գ. ՔԱՄԲԱՋՅԱՆ

Նրկրի սեյսմատեկտոնիկ ակտիվութիւնը լուսնային քեփուրյան և լուսնային
մամանակի կոորդինատներում

Ի տարրերութիւն օվկիանոսային ռեգիոնների, սահմանվում է մայրցա-
մաքային ռեգիոնների սեյսմիկ ակտիվութիւնի ուժեղացում կապված կու-
միւնացիայում լուսնի թեքութիւնը փոքրանալու և միաժամանակ Նրկրի մայր-
ցամաքային կիսագունդը դեպի լուսին դառնալու շրջանում Նրկրի հենց այս
շարժումն քննադատներում մի քանի տասնյակ և նույնիսկ հարյուրավոր կիլո-
մետր խորութեամբ տիեզերական ներգործութիւնների ինֆիլտրացիայի ար-
դունավետութեան հետ:

УДК 55.034 + 699.841

ИНЖЕНЕРНАЯ СЕЙСМОЛОГИЯ

А. В. Минасян

Комплексная сейсмозащита сооружений и конструкций в районах высокой сейсмичности

(Представлено академиком АН Армянской ССР А. Г. Назаровым 11/XII 1979)

Интенсивное развитие промышленных центров в сейсмоактивных районах влечет за собой повышенные требования к сейсмостойкости сооружений. Обследования последствий сильных землетрясений показывают, что в процессе колебания сооружений часто воздействуют нагрузки, вызывающие частичные разрушения и пластические деформации. Для обеспечения сейсмостойкости ряда ответственных сооружений в данной работе предлагается комплексная сейсмозащита посредством применения i^* , j^* -связей; первые способны мгновенно разрушаться, а в связях второго типа могут развиваться пластические деформации.

Будем рассматривать колебания многомассовой системы в переходных режимах. Предполагается, что внешнее воздействие изменяется по любому закону во времени, а весь процесс термодинамический адиабатный. В Лагранжевых координатах движение многомассовой системы характеризуют функции:

$$Q_k = Q_k | Q_1, Q_2, Q_3, \dots, Q_N \}; \quad (1)$$

$$k = 1, 2, 3, \dots, N.$$

Уравнение энергохарактеристики системы в исследуемых координатах запишем следующим образом:

$$\sum_{j=1}^N \left\{ \sum_{i=1}^N \left[\left| \frac{\partial}{\partial \xi_p} (\Phi_{ik}^0)^2 M_i Q_k(\xi_p) \right| \frac{\partial Q_k(\xi_p)}{\partial \xi_p} \xi(\xi_p) + \right. \right. \\ \left. \left| \frac{\partial}{\partial \xi_p} (\Phi_{ik}^0)^2 M_i Q_0(\xi_p) \right| \frac{\partial Q_k(\xi_p)}{\partial \xi_p} \xi(\xi_p) \right] + B^* Q_k(\xi_p) \xi Q_k(\xi_p) = \\ \sum_{i=1}^N \left[(\Phi_{ik}^0)^2 M_i \left| \frac{\partial}{\partial \xi_p} [Q_k(\xi_p) + Q_0(\xi_p)] \right| [Q_k(\xi_p) + Q_0(\xi_p)] \xi(\xi_p) + \right.$$

$$\begin{aligned}
& (\Phi_{ik}^{(0)})^2 M_i \left\{ \frac{\partial}{\partial \xi_p} [Q_k(\xi_p) + Q_0(\xi_p)] \right\} |Q_k(\xi_p) - Q_0(\xi_p)| \dot{\xi}(\xi_p) + \\
& B_{ik}^* Q_k(\xi_p) \dot{\xi} Q_k(\xi_p) \Big| - \sum_{i=1}^N \left\{ (\Phi_{ik}^{(1)})^2 M_i \left| \frac{\partial}{\partial \xi_p} Q_0(\xi_p) \right| Q_k(\xi_p) \dot{\xi}(\xi_p) + \right. \\
& (\Phi_{ik}^{(1)})^2 M_i \left| \frac{\partial}{\partial \xi_p} Q_0(\xi_p) \right| Q_0(\xi_p) \dot{\xi}(\xi_p) + \\
& (\Phi_{ik}^{(1)})^2 M_i \left| \frac{\partial}{\partial \xi_p} Q_k(\xi_p) \right| Q_0(\xi_p) \dot{\xi}(\xi_p) + \\
& \Phi_{ik}^{(1)} M_i \left| \frac{\partial}{\partial \xi_p} Q_k(\xi_p) \right| + Q_k(\xi_p) \dot{\xi}(\xi_p) + \\
& \Phi_{ik}^{(1)} M_i \left| \frac{\partial}{\partial \xi_p} Q_k(\xi_p) \right| Q_0(\xi_p) \dot{\xi}(\xi_p) + \\
& \left. \Phi_{ik}^{(1)} M_i \left| \frac{\partial}{\partial \xi_p} Q_0(\xi_p) \right| Q_0(\xi_p) \dot{\xi}(\xi_p) \right\}. \quad (2)
\end{aligned}$$

где $\Phi_{ik}^{(0)}$ — собственные функции;

B_{ik}^* — параметр жесткости;

$\dot{Q}_0$ — характеризует внешнее воздействие (скорость движения почвы).

Предполагается, что начиная с момента времени t^* в точке K происходит скачкообразное отключение t^* -связи. Тогда согласно (1) система претерпевает импульсный эффект:

$$\begin{aligned}
& \sum_{p=0}^{t^*} \left\{ \sum_{i=1}^N \left(\left| \frac{\partial}{\partial \xi_p} (\Phi_{ik}^{(0)})^2 M_i Q_k(\xi_p) \right| \frac{\partial Q_k(\xi_p)}{\partial \xi_p} \dot{\xi}(\xi_p) + \right. \right. \\
& \left. \left| \frac{\partial}{\partial \xi_p} (\Phi_{ik}^{(0)})^2 M_i Q_0(\xi_p) \right| \frac{\partial Q_0(\xi_p)}{\partial \xi_p} \dot{\xi}(\xi_p) \right) + B_{ik}^* Q_k(\xi_p) \dot{\xi} Q_k(\xi_p) \Big| = \\
& \sum_{p=0}^{t^*} \sum_{i=1}^N \left\{ (\Phi_{ik}^{(0)})^2 M_i \left| \frac{\partial}{\partial \xi_p} [Q_k(\xi_p) + Q_0(\xi_p)] \right| [Q_k(\xi_p) + Q_0(\xi_p)] \dot{\xi}(\xi_p) + \right. \\
& + (\Phi_{ik}^{(0)}) M_i \left| \frac{\partial}{\partial \xi_p} [Q_k(\xi_p) + Q_0(\xi_p)] \right| \times [Q_k(\xi_p) + Q_0(\xi_p)] \dot{\xi}(\xi_p) + \\
& \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N \left\{ (\Phi_{ik}^{(1)})^2 M_i \left| \frac{\partial}{\partial \xi_p} [Q_k(\xi_p) + Q_0(\xi_p) + \dot{\xi} Q_k(\xi_p)] \right| [Q_k(\xi_p) + Q_0(\xi_p) + \right. \\
& + \dot{\xi} Q_k(\xi_p)] \dot{\xi}(\xi_p) + (\Phi_{ik}^{(1)}) M_i \left| \frac{\partial}{\partial \xi_p} [Q_k(\xi_p) + Q_0(\xi_p) + \dot{\xi} Q_k(\xi_p)] \right| [Q_k(\xi_p) + \\
& + Q_0(\xi_p) + \dot{\xi} Q_k(\xi_p)] \dot{\xi}(\xi_p) \Big\} + \sum_{p=0}^{t^*} B_{ik}^* Q_k(\xi_p) \dot{\xi} Q_k(\xi_p) = \\
& \sum_{p=0}^{t^*} \sum_{i=1}^N \left\{ (\Phi_{ik}^{(1)})^2 M_i \left| \frac{\partial}{\partial \xi_p} Q_0(\xi_p) \right| Q_k(\xi_p) \dot{\xi}(\xi_p) + (\Phi_{ik}^{(1)})^2 M_i \left| \frac{\partial}{\partial \xi_p} Q_0(\xi_p) \right| Q_0(\xi_p) \dot{\xi}(\xi_p) + \right.
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& (\Phi_{ik}^0)^2 M_i \left[\frac{\partial}{\partial \dot{\xi}_p} Q_k(\dot{\xi}_p) \right] Q_0(\dot{\xi}_p) \dot{\xi}_p - \Phi_{ik}^0 M_i \left[\frac{\partial}{\partial \dot{\xi}_p} Q_k(\dot{\xi}_p) \right] Q_k(\dot{\xi}_p) \dot{\xi}_p + \\
& + \Phi_{ik}^0 M_i \left[\frac{\partial}{\partial \dot{\xi}_p} Q_k(\dot{\xi}_p) \right] Q_0(\dot{\xi}_p) \dot{\xi}_p + \\
& + \Phi_{ik}^0 M_i \left[\frac{\partial}{\partial \dot{\xi}_p} Q_0(\dot{\xi}_p) \right] Q_0(\dot{\xi}_p) \dot{\xi}_p \Big\}.
\end{aligned} \quad (3)$$

где $\dot{Q}_k$ — параметр, характеризующий нарастание скорости движения.

Вычитая из уравнения (3), (2), переходя к предельным состояниям, после некоторых преобразований и сокращений получим

$$\delta \dot{Q}_k = \dot{Q}_k(\tau^*) \left\{ \left[1 + \left| \sum_{i=1}^N (\Phi_{ik}^0)^2 M_i (\dot{Q}_k(\tau^*))^2 \right|^{-1} \delta B_k(Q_k(\tau^*))^2 \right]^{1/2} - 1 \right\}. \quad (4)$$

С помощью уравнения Лагранжа была получена величина параметра, характеризующая степень развития толчка, при включении пластического шарнира в точке K

$$\delta \dot{Q}_k(\tau^*) = \left| \delta B_k^*(\tau^*) Q_{kp}(\tau^*) \right| \left| \sum_{i=1}^N (\Phi_{ik}^0)^2 M_i \right|^{-1}, \quad (5)$$

где $Q_{kp}(\tau^*)$ представляет порог пластичности.

В формулах (2—5)

$$B_k^* = B_k + \sum_{i=1}^{N^*} l_i^0 \cdot r_{i^*k} + \sum_{j=1}^{M^*} j_j^0 \cdot r_{j^*k}; \quad \delta B_k^* = \sum_{i=1}^{n_k} l_i^0 \cdot r_{i^*k} + \sum_{j=1}^{m_k} j_j^0 \cdot r_{j^*k};$$

$$\Phi_{ik}^0 = \Phi_{ik}^* + \Phi_{ik};$$

$$\Phi_{ik}^* = (B_k^*)^{-1} \left[\left(\sum_{i=1}^{N^{*k-1}} l_i^0 \cdot r_{i^*k-1} + \sum_{j=1}^{M^{*k-1}} j_j^0 \cdot r_{j^*k-1} + \sum_{i=1}^{N_k} l_i^0 \cdot r_{i^*k} + \right. \right. \quad (6)$$

$$\left. \sum_{j=1}^{M_k} j_j^0 \cdot r_{j^*k} \right) \Phi_{ik-1}^* - \left(\sum_{i=1}^{N^{*k-1}} l_i^0 \cdot r_{i^*k-1} + \sum_{j=1}^{M^{*k-1}} j_j^0 \cdot r_{j^*k-1} \right) \Phi_{ik-2}^* \Big];$$

$$\Phi_{ik} = (B_k^*)^{-1} [(B_{k-1} - B_k - M_{k-1} \Omega_i^2) \Phi_{ik-1} - B_{k-1} \Omega_{ik-2}],$$

M_k^*, N_k^* — количество l^*, j^* -связей в точке K ;

r_{i^*k}, r_{j^*k} — соответственно реакции связей;

l^0, j^0 — направляющие хорды.

Таким образом, с помощью (4), (5), (6) можно получить эффекты вызванным повреждением связей в точке K по l форме колебания или количество l^*, j^* -связей, если известно приращение ускорения и скорости движения в переходном режиме.

Смещение и деформации получаются интегрированием дифференциальных уравнений в упругой стадии и в переходных режимах при известных начальных условиях.

Имея напряженно-деформационное состояние, сейсмические силы определяем согласно (2).

На рис. 1, а—д показаны некоторые условные принципиальные схемы размещения связей. Не нарушая архитектурных композиций, эти системы могут успешно применяться для сейсмозащиты общественных зданий и различных сооружений в районах повышенной сей-

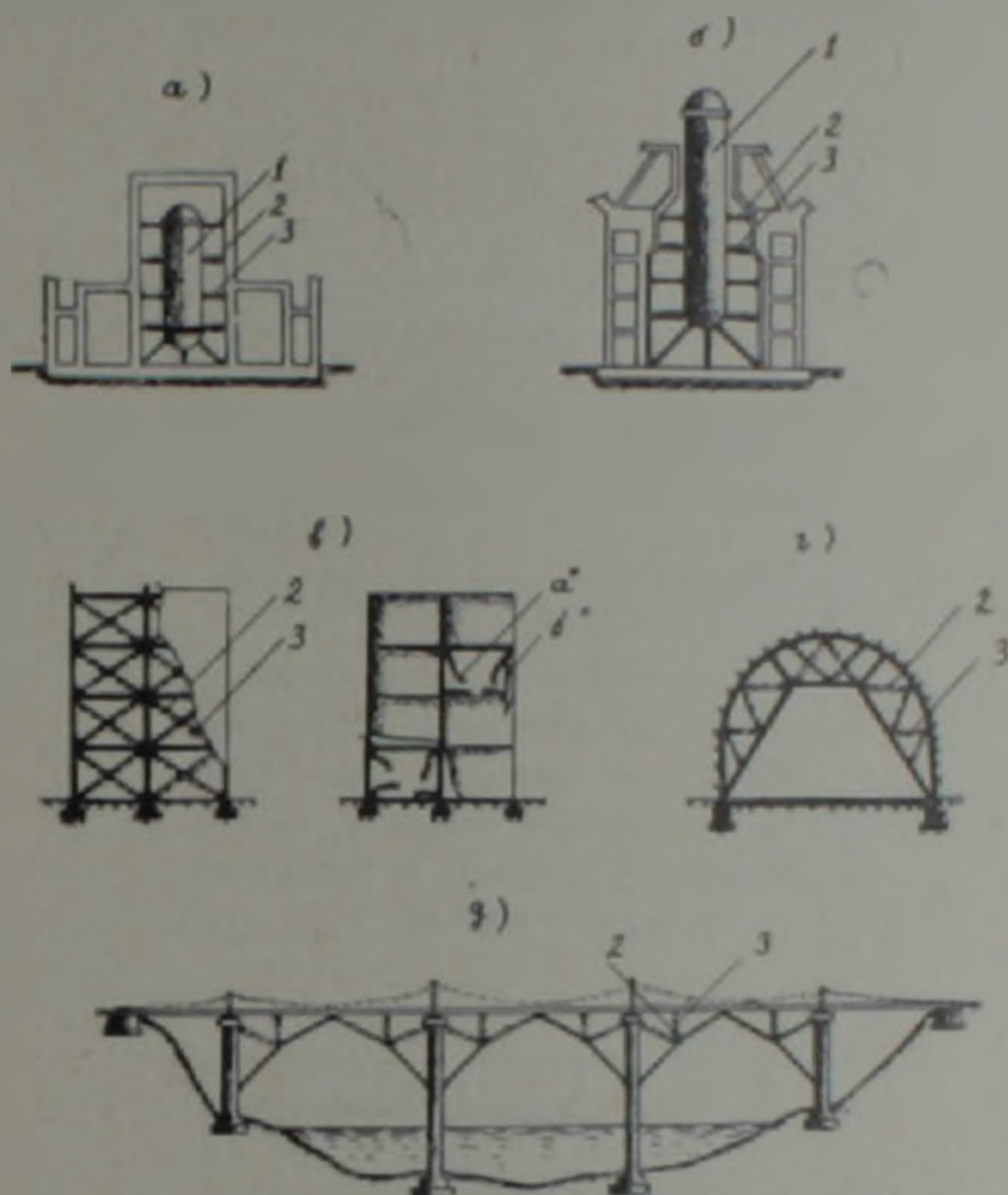


Рис. 1 Принципиальные схемы комплексной сейсмозащиты сооружений.

а—реактора барботажных систем АЭС, б—реактора одноконтурных систем АЭС; в—каркасного здания, г—тоннеля; д—моста 1—реактор; 2—связь типа I^0 ; 3—связь типа II^0 ; а'—повреждение связей при землетрясениях; б'—вращение панели для восстановления сейсмозащитных систем

смоопасности. Следует лишь прогрессивно разработать технологию размещения и восстановления их после землетрясений.

В табл. 1 приведены некоторые результаты расчета на сеймостойкость ядерного реактора с учетом развития пластических шарниров и связях типа II^0 . Масса реакторов $M_p = 7346,938 - \frac{\text{кгс сек}^2}{\text{см}}$

период колебания реактора:

$$T = 2\pi (M_p K)^{-1/2}$$

где K —общий коэффициент жесткости реактора:

$$K = \sum_{i=1}^N M_p g (\Phi_{i0}^2) r_{\text{ак}}^{-1}$$

В качестве собственных функций принято смещение точечных

масс. В табл. 2 приведены результаты расчета 4-этажного каркасного здания (¹) с учетом разрушения сейсмозащитных связей на первом этаже, причем коэффициент риска $K=0,45$. В случае учета одновременного выхода i^*, j^* —связей результаты расчета для реактора приведены в табл. 3. На рис. 2 показана степень изменения безразмер-

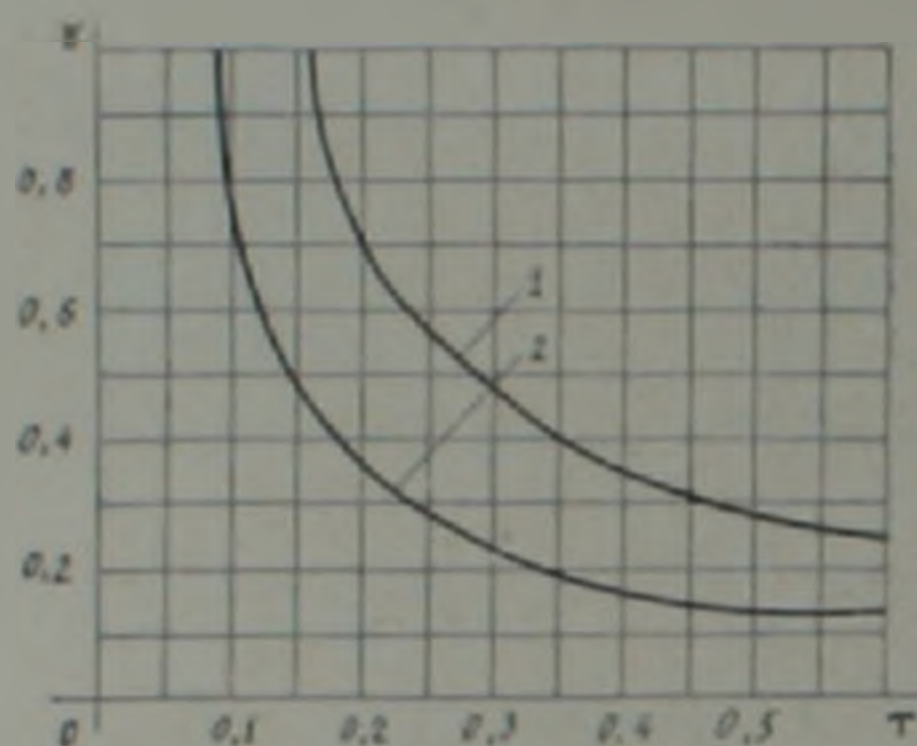


Рис. 2. Зависимость безразмерного параметра сейсмической нагрузки ($\gamma = S_1 S_{up}$) от периода колебаний (T) в переходных режимах 1—интенсивность 8 баллов, 2—интенсивность 9 баллов

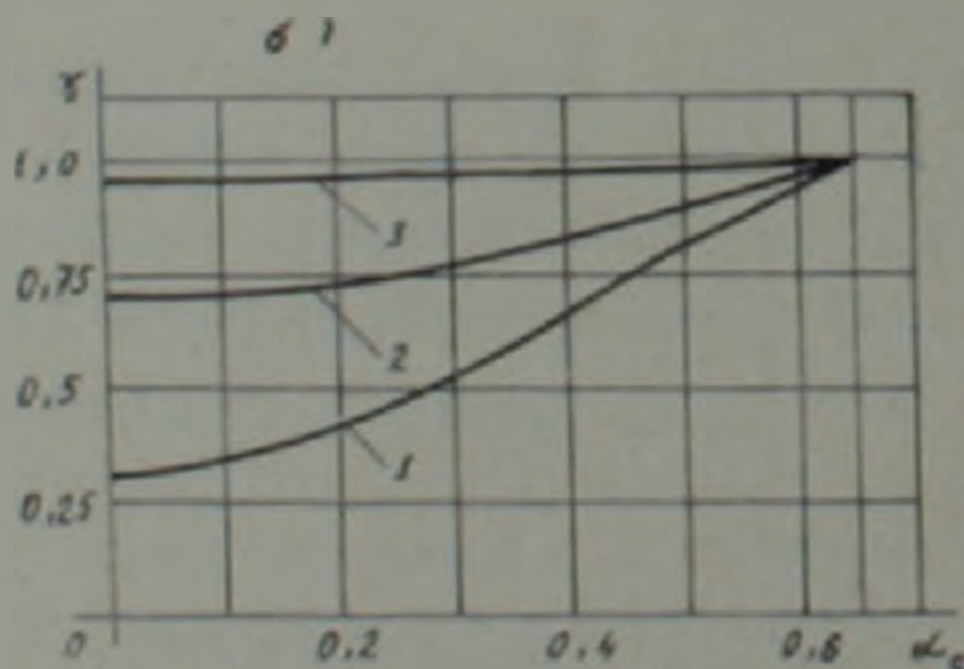
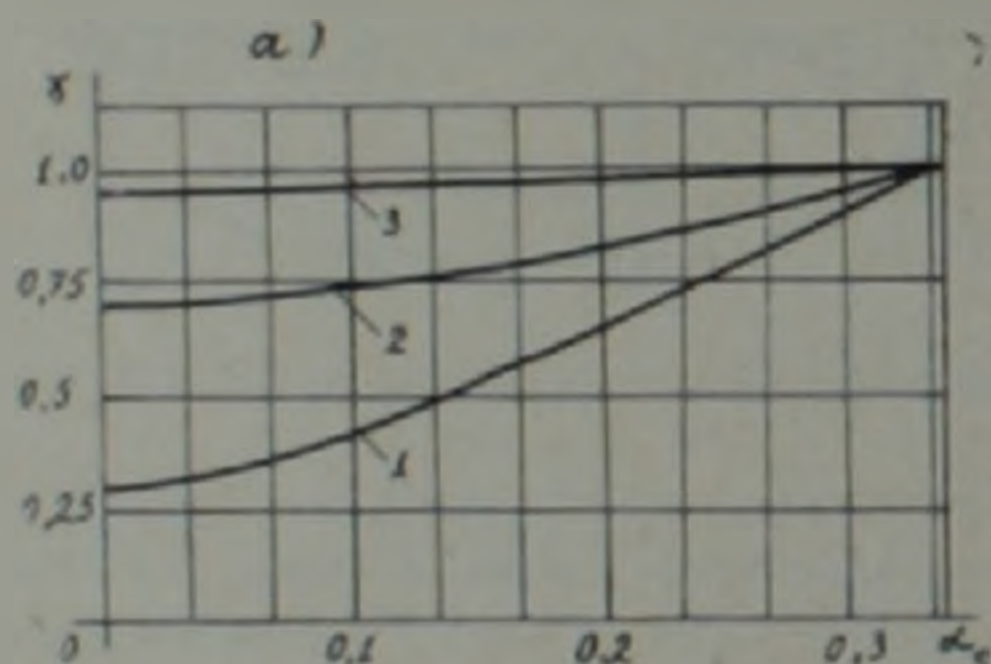


Рис. 3. Зависимость безразмерного параметра сейсмической нагрузки от предела текучести системы в переходных режимах при коэффициенте риска: 1—0,9, 2—0,5; 3—0,1, а—для 8 баллов, б—для 9 баллов

ного параметра сейсмической нагрузки от периода колебания ядерного реактора в переходных режимах. На рис. 3,а, б изображены зависимости изменения безразмерного параметра сейсмической нагрузки от предела текучести сейсмозащитной системы ядерного реактора при разных значениях коэффициента риска.

Таблица 1

Интенсивность, баллы	$m = M^{\circ}$	Сейсмическая нагрузка, тс		$\gamma^* = \frac{S_y}{S_n}$
		упругое решение	учет пластической деформации в связях	
7.5	5	2369.089	2280.415	1.039
8	20	3672.380	2099.364	1.749
8.5	15	4694.304	3211.75	1.462
9	15	7034.184	4432.091	1.587

Таблица 2

Этаж	Сейсмическая нагрузка, тс		
	упругое решение	по СНиП	при отключении связей
IV	441.52	130.70	329.21
III	280.67	126.23	179.45
II	194.26	75.95	104.92
I	112.44	39.91	67.32

Таблица 3

Интенсивность, баллы	$m = M^{\circ}$	$n = N^{\circ}$	Сейсмическая нагрузка, тс		
			упругое решение	учет пластических деформаций в связях	учет мгновенного разрушения связей
8	10	10	3672.380	2817.251	2303.052
9	10	10	7034.184	5460.834	4691.184

Как видно из таблиц и графиков, при повреждении сейсмозащитных связей сейсмические нагрузки, действующие на сооружения, значительно уменьшаются.

Ордена Трудового Красного Знамени
Институт геофизики и
инженерной сейсмологии
Академии наук Армянской ССР

Կառույցների և կոնստրուկցիաների կոմպլեքս սեյսմապաշտպանությունը բարձր սեյսմիկ շրջաններում

Աշխատանքում հետազոտվում է սեյսմապաշտպանի սխեմաների քայ-
քայումը երկրաշարժերի ժամանակ: Մի շարք պատասխանատու կառույցների
սեյսմակայունությունը ապահովելու համար առաջարկվում է կոմպլեքս սեյս-
մապաշտպանություն i^* , j^* — կապերի օգտագործման միջոցով: Նշված կա-
պերից առաջինները ունակ են ակնթարթորեն անջատվելու, իսկ երկրորդ
տեսակի կապերը առանձնահատկության սահմանից դուրս ունակ են պլաստիկ
քայքայման:

Հիմնական դրույթների հետևությունը անելիս օգտագործված են ⁽¹⁻⁵⁾
տեսությունները: Քվային հաշվարկները ցույց են տալիս ուժային պարամետ-
րների զգալի փոփոխություն՝ կախված i^* , j^* — կապերի քայքայումից՝ անցու-
մային ռեժիմներում:

ЛИТЕРАТУРА — ԿՐԱՆԻՍՆՈՒԹՅՈՒՆ

- ¹ А. Г. Назаров, ДАН АрмССР, т. 44, № 5 (1967).
- ² К. С. Забурев, А. Г. Назаров и др., Руководство по проектированию сейсмостойких зданий и сооружений, т. I—IV, Стройиздат, М., 1969—1972.
- ³ И. Л. Корчинский и др., Основы проектирования зданий в сейсмических районах, Госстройиздат, М., 1961.
- ⁴ Я. М. Айзенберг и др., Адаптивные системы сейсмической защиты сооружений, «Наука», М., 1978.
- ⁵ И. М. Рабинович, в сб.: Исследования по динамике сооружений, М., Стройиздат, 1947.
- ⁶ И. М. Бабаков, Теория колебания, «Наука», М., 1968.
- ⁷ Инженерный анализ последствий землетрясений в Японии и США, Стройиздат, М., 1961.
- ⁸ Я. М. Айзенберг, Сооружения с выключающимися связями для сейсмических районов, Стройиздат, М., 1976.

УДК 577.352.5:612.822

БИОХИМИЯ

С. Н. Айрапетян, М. А. Сулейманян,
 А. М. Геворкян, Г. М. Аракелов

Набухание как защитная реакция клетки

(Представлено академиком АН Армянской ССР Г. Х. Бунятыном 3/IV 1980)

Клиническими исследованиями было показано, что при отравлении метаболическими ядами и при аноксии у человека наблюдается набухание мозговых клеток (¹). Наряду с этим, предыдущими нашими опытами было показано, что в клетках катионный насос является основным метаболическим механизмом, с помощью которого клетка регулирует свой объем (²). Обратная же связь—зависимость активности натриевого насоса от объема клетки остается мало изученной, а имеющиеся литературные данные носят весьма противоречивый характер. Обычно для исследования зависимости активности натриевого насоса от объема клетки изучается его активность в гипо- и гипертонических растворах, так как клетки ведут себя как своего рода осмометры (³).

Кейнс, исследуя зависимость активности натриевого насоса от тоничности окружающей среды, обнаружил, что в портняжных мышцах лягушки повышение тоничности среды вызывает активацию натриевого насоса (⁴). На этих же объектах Муллинс и Авад не обнаружили статистически достоверного изменения активности натриевого насоса при повышении тоничности наружного раствора (⁵), тогда как Веноза показал, что гипотонический раствор имеет стимулирующий эффект на работу натриевого насоса (⁶).

Выяснение природы обратной связи между объемом клетки и активностью натриевого насоса позволит выяснить физиологическое значение насос-вызванного изменения объема клетки в ее нормальной жизнедеятельности. Изучению данного вопроса и посвящена настоящая работа.

Опыты проводили на изолированных нервных ганглиях виноградной улитки в летние месяцы. Исследуемые ганглии предварительно инкубировали в течение трех часов в холодном бескальциевом рingerовском растворе, где 50% натрия было в виде изотопа ²⁴Na. Для

удаления из внеклеточной среды ионов натрия ганглии после их насыщения ионами натрия помещали в бескальцевый, безнатриевый холодный изотонический раствор Рингера в течение 30 мин. В предыдущей нашей работе было показано, что за 30 мин пребывания ганглий в указанной безнатриевой среде выходит весь внеклеточный натрий (¹). Затем исследовали выход изотона натрия в наружную среду с различной тоничностью в условиях комнатной температуры. Методики изоляции одиночных нейронов и измерение насосного трансмембранного тока в условиях фиксации напряжения на мембране были описаны ранее (²), (³).

Исходный рингеровский раствор имел следующий состав в миллимолях: Na^+ —80, K^+ —4, Ca^{++} —7, Mg^{++} —13, трис- HCl (pH —7.5)—10, глюкоза—10. Для того чтобы при изменении тоничности растворов их ионный состав держался постоянным, в исходном растворе Рингера половину NaCl заменяли осмотически эквивалентным количеством сахарозы, а осмотичность растворов варьировали изменением содержания в ней сахарозы. Оуабалинсодержащий раствор Рингера приготовили непосредственно перед опытом.

На рис. 1 показана зависимость объема изолированного нейрона улитки от тоничности окружающей среды. Как явствует из этого

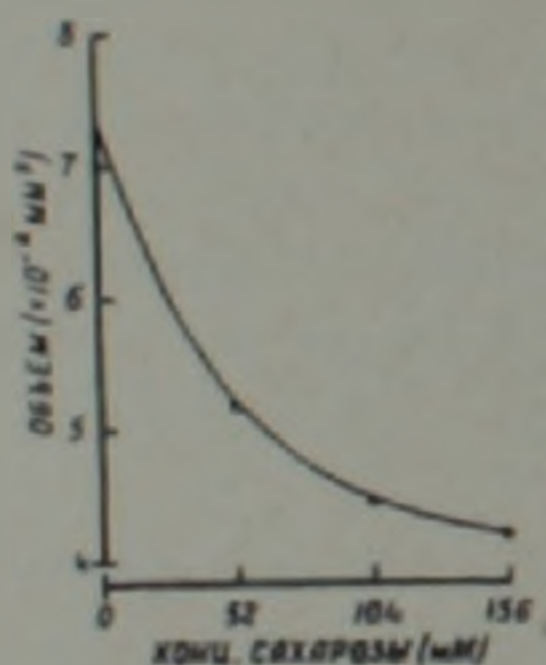


Рис. 1. Изменение объема клетки в зависимости от тоничности окружающей среды

рисунка, по мере увеличения тоничности среды уменьшается объем нейрона и эта зависимость особенно четко проявляется в диапазоне концентрации сахарозы 0—104 ммоль, а при дальнейшем повышении ее концентрации объем нейрона уменьшается незначительно.

Известно, что в условиях бескальцевого раствора, в результате подавления натриевого насоса, клетки обедняются ионами калия и обогащаются ионами натрия. Инкубация нейронов виноградной улитки в условиях бескальцевого раствора в течение трех часов приводит к повышению внутриклеточного содержания натрия на 50—60 ммоль/л внутриклеточной воды, тогда как в норме он составляет всего 7—10 ммоль/л (¹). После перенесения натрийобогащенных нейронов в нормальный, калийсодержащий раствор происходит интенсивная потеря избыточного содержания внутриклеточного натрия и реаккумуляция

ионов калия, которая сопровождается увеличением электрического потенциала мембраны (т. е. происходит восстановление исходного внутриклеточного катионного гомеостаза в результате активации электрогенного натриевого насоса) (2).

Чтобы выяснить характер зависимости работы электрогенного натриевого насоса от величины поверхности нейрона, исследовали насос-вызванный трансмембранный ток в условиях различных тоничностей

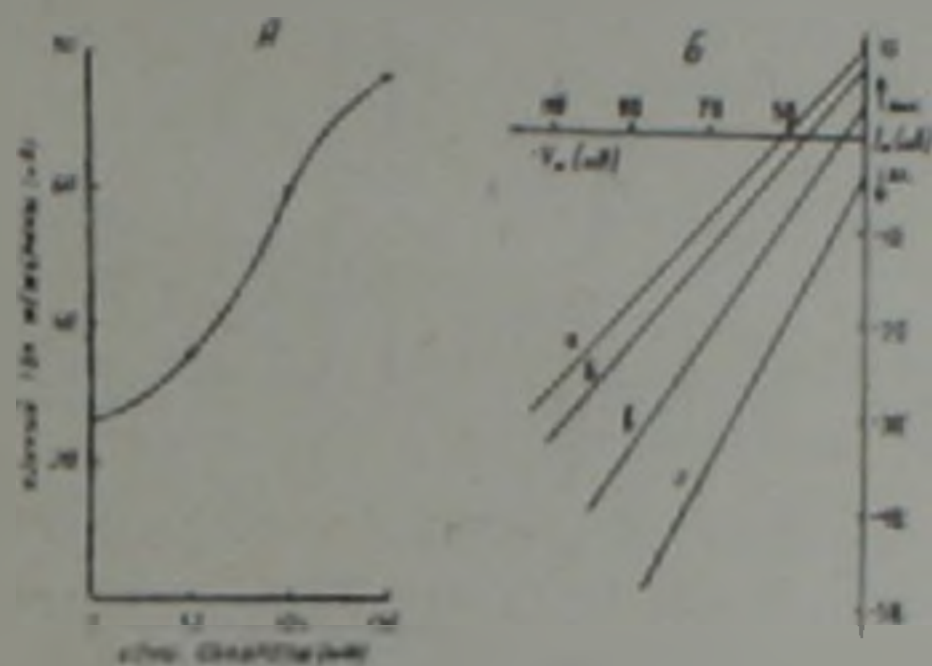


Рис. 2. А—Зависимость насос-вызванного трансмембранного тока от тоничности окружающей среды. Б—Вольт-амперные характеристики мембраны этого же нейрона при различных осмотических давлениях и при различных содержаниях сахарозы в окружающей среде: а—156 мМ, б—104 мМ, в—52 мМ; г—в бессахарозном растворе

восстановительных растворов. Как видно на рис. 2, А, при фиксации напряжения на мембране насосный ток возрастает по мере увеличения тоничности окружающей среды. Причина такого повышения электрогенности натриевого насоса может быть обусловлена либо повышением омического сопротивления мембраны, либо активацией выхода ионов натрия из клетки, либо обоими факторами. Из рис. 2, Б видно, что при увеличении осмотического давления мембранный потенциал увеличивался с 25 мВ в бессахарозном растворе до 50 мВ, когда в среде присутствовало 156 ммоль сахарозы. Когда концентрация сахарозы в среде была 52 и 104 ммоль, мембранный потенциал был равен соответственно 36 и 45 мВ. Если бы при увеличении тоничности среды величина насосного тока не увеличивалась, то гиперполяризация мембраны, обусловленной только увеличением ее сопротивления, была бы равной рассчитанной по закону Ома от изменения сопротивления. Производя простой расчет, из рис. 2, Б можно убедиться, что действительно в создании гиперполяризации мембраны в гиперрастворах участвуют активация электрогенного натриевого насоса, увеличение сопротивления мембраны и увеличение внутриклеточных концентраций ионов калия и натрия. Однако совершенно иной результат получается при измерении активности выхода иотопа ^{22}Na из клетки в гипо- и гипертонических растворах. На рис. 3 А показаны результаты наших экспериментов. Из рисунка четко видно, что при увеличении осмотического давления наружной среды активности вы-

хода изотопа ^{22}Na из клетки уменьшается, т. е. получаются радикально обратные данные, чем при фиксации напряжения на мембране.

Таким образом, представленные данные показывают, что в зависимости от условий инкубации можно получить и активацию и инактивацию электрогенного натриевого насоса при повышении тоничности

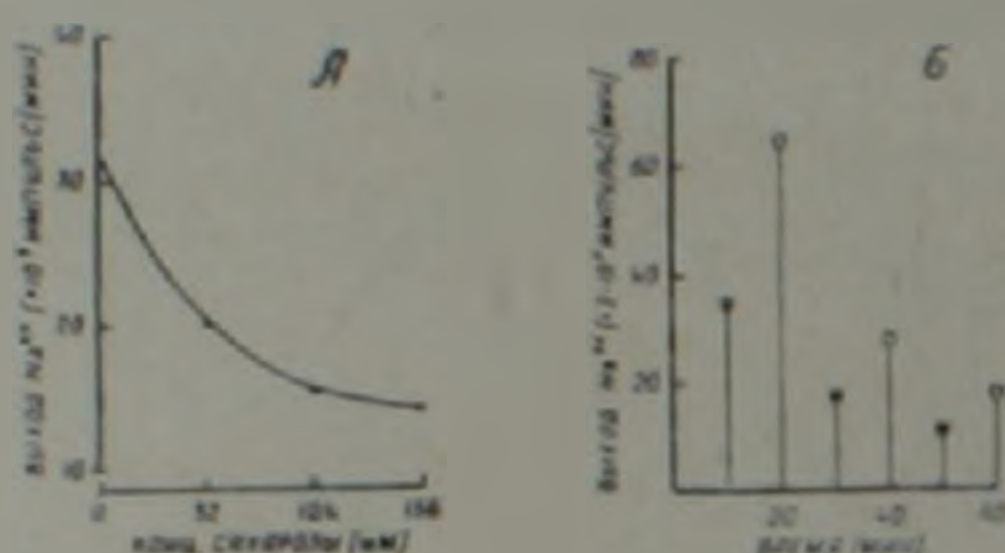


Рис. 3 Зависимость активного выхода изотопа ^{22}Na из клеток от тоничности окружающей среды (А) и от времени (Б)

окружающей среды. По-видимому, в этом явлении решающую роль играет внутриклеточная концентрация ионов натрия. Трехчасовая инкубация нейронов в бескальциевом холодном растворе настолько увеличивает внутриклеточную концентрацию натрия, что происходит насыщение транспортного механизма, дальнейшее повышение концентрации натрия в клетке путем увеличения тоничности окружающей среды уже не ускоряет процесс активного транспорта ионов и решающим фактором в выходе ионов ^{22}Na из нейронов становится уменьшение насосных единиц в мембране при повышении тоничности окружающей среды. Именно этим и можно объяснить расхождение между экспериментальными данными Кейнеса, Муллинса и Авада с одной стороны и Венозы—с другой, поскольку в указанных трех работах было исследовано действие гипотонического раствора на активность натриевого насоса у мышц с различными исходными содержаниями внутриклеточного натрия. Об этом свидетельствуют и данные о зависимости скорости выхода ^{22}Na от времени. Как видно из рис. 3, Б, по мере уменьшения скорости работы натриевого насоса со временем уменьшается эффект разбавления среды на работу натриевого насоса, т. е. по мере уменьшения внутриклеточного содержания натрия исчезает эффект гипотонического раствора на насос.

Так как гипотонический раствор имел активационное действие на скорость выхода ^{22}Na из клеток при насыщенном состоянии электрогенного натриевого насоса, то предполагалось, что при набухании нейрона, возможно, открываются новые оуабанновые рецепторы (насосные единицы) на мембране, которые до этого находились в экранированном состоянии. Опыты, проведенные с оуабанном, подтверждали данное предположение. Из таблицы видно, что инактивационное действие оуабанна на активный выход ионов натрия в среду, которое имело место в изотоническом растворе, полностью исчезает в

сильно гипертоническом растворе и, наоборот, увеличивается в гипотоническом растворе. Аналогичные данные были получены недавно с ацетилхолиновыми рецепторами в нашей лаборатории (10). Число

Зависимость действия оуабина на активный выход изотопы ^{22}Na из клеток от тоничности восстановительного раствора

Восстановительный раствор	Число импульсов в минуту	Средняя квадратичная ошибка
Нормальный раствор Рингера	12031	± 450
Нормальный раствор Рингера, содержащий $5 \cdot 10^{-4}\text{M}$ оуабина	7650	± 830
Гипертонический раствор	3134	± 230
Гипертонический раствор, содержащий $5 \cdot 10^{-4}\text{M}$ оуабина	3207	± 240

ацетилхолиновых рецепторов на мембране увеличивалось в гипотоническом растворе и уменьшалось в гипертоническом. Работами ряда авторов было показано, что в период инкубации клеток в бескальневых растворах увеличивается число насосных единиц на мембране (11). Этот факт авторы объясняли усилением синтеза новых насосных единиц в мембране. Полученные в настоящей работе данные позволяют думать, что появление новых насосных единиц в мембране не является результатом усиления их синтеза, как это принято считать, а является следствием набухания клетки в результате инактивации натриевого насоса из-за отсутствия ионов калия в среде.

Институт экспериментальной биологии
Академии наук Армянской ССР

Մ. Ա. ՍՈՒՐՆՅՄԱՆՅԱՆ, Ս. Ն. ՀԱՅՐԱՊԵՏՅԱՆ, Հ. Մ. ԳԵՎՈՐԳՅԱՆ, Գ. Մ. ԱՌԱՎԵԼՈՎ

Քլորի ուռչելիք ուղղելու պաշտպանողական ռեակցիա

Ուսումնասիրվել է քլորի ծավալի փոփոխության և էլեկտրոդեն նատրիումական պոմպի ակտիվության միջև գոյություն ունեցող հակադարձ կապի ընդհանրությունը և տրվել, որ մեմբրանի լարման ֆիզսացիայի պայմաններում քլորի արտաքին միջավայրի օսմոտիկ ճնշման մեծացումը բերում է տրանսմեմբրանային իոնային հոսանքի մեծացման: Միանգամայն հակառակ է ֆեկտն է ստացվում իզոտոպային մեթոդի դեպքում, երբ զնահատվում է նատրիումի իոնների ակտիվ ելքը նեյրոններից կալիումից դուրկ: Սառը ֆիզիոլոգիական լուծույթում երկարատև (3 ժամ և ավելի) ինկուբացիայից հետո Այս տվյալները թույլ են տալիս եզրակացնելու, որ քլորի ծավալի փոքրացումը մի կողմից բերում է նատրիումական պոմպի աշխատանքի արագացման այդ իոն-

ների ներքջային կոնցենտրացիայի մեծացման հետևանքով, մյուս կողմից
նատրիումական պոմպի ճնշման—մեմբրանում գոյություն ունեցող պոմ.
պային միավորների թվի փոքրացման հետևանքով:

Л И Т Е Р А Т У Р А — Գ Ր Ա Կ Ա Ն Ո Ւ Թ Յ ՈՒ Ն

- ¹ H. V. Wheal, N. M. Horn, G. M. Austin, Comp. Biochem. Physiol., vol. 57C, (1977). ² S. N. Ayrapetyan, M. A. Sulejmanian, Comp. Biochem. Physiol., vol. 61A, (1979).
³ X. Носе, в кн.: Физиология клетки, „Мир“, М., 1975. ⁴ R. D. Keynes, J. Physiol., vol. 178 (1965). ⁵ L. I. Mullins, M. Z. Awad, J. Gen. Physiol., vol. 48, (1965). ⁶ R. A. Venosa, Biochim et Biophys. Acta, vol. 510 (1978). ⁷ А. М. Геворкян, С. Н. Адранишян, ДАН Арм. ССР, т. 68, №5 (1979). ⁸ М. А. Сулейманян, ДАН Арм. ССР, т. 68, № 5 (1979). ⁹ S. N. Ayrapetyan, Neurobiology of Invertebrates, Tihany, 1976.
¹⁰ S. N. Ayrapetyan, V. L. Arvanov, Comp. Biochem. Physiol., vol. 64 A. ¹¹ P. P. Baker, I. S. Willis, J. Physiol., vol. 224 (1972).

УДК 547.963.32.

Биохимия

Ж. И. Акопян, Р. Е. Абрамю

Исследование образования фермент-субстратного комплекса нуклеазы с производными субстрата

(Представлено чл.-корр АН Армянской ССР А. А. Галояном 9/VI 1980)

Представлены результаты исследований взаимодействия нуклеазы с нуклеотидами и их компонентами—ближайшими производными субстратов. Эти соединения обладают способностью взаимодействовать с теми же аминокислотными остатками активного центра молекулы фермента, с которыми взаимодействуют субстраты при образовании фермент-субстратного комплекса, что позволяет получить новую информацию о механизме каталитической реакции (¹⁻³).

Использован гомогенный ферментный препарат, очищенный из отечественного амилоризина ПХ10, полученного из грибов *Aspergillus oryzae* (⁴). При определении эффективности ассоциации нуклеазы с адениннуклеотидами и их производными УФ-спектры записывали на регистрирующем спектрофотометре «Beckman» (США) шкала длин волн—200—350 нм, скорость регистрации—1000 см⁻¹ за мин. Остаточную активность нуклеазы выражали по формуле $\% = V_1/V_0$, где V_1 —скорость расщепления денатурированной молекулы ДНК нуклеазой, инкубированной с нуклеотидами и их производными, в конечной концентрации $1,5 \times 10^{-5}$ М за 1 мин, V_0 —скорость расщепления денатурированной молекулы ДНК нуклеазой без предварительной обработки за то же время.

Инкубация препарата нуклеазы с адениновыми нуклеотидами и их компонентами дала возможность обнаружить следующие изменения УФ-спектров от аддитивности: уменьшение поглощения в области 235—270 нм ($-\Delta A_{\text{макс}}$ при 265 нм) и уменьшение в области 270—300 нм ($+\Delta A_{\text{макс}}$ при 285 нм). Подобное отклонение от аддитивности указывает на наличие устойчивой ассоциации между ферментом и субстратом (⁵).

Эффективность ассоциации нуклеазы с нуклеотидами и составляющими их компонентами коррелирует с составом и строением субстратов. Аденин и аденозин проявляют слабую тенденцию к ассоци-

ции с ферментом, тогда как $5'$ -АМР, $5'$ -АДР и $5'$ -АТР образуют более устойчивый фермент-субстратный комплекс с нуклеазой. Эффективность ассоциации усиливается в ряду: аденин < аденозин < $5'$ -АМР < $3'$ -АМР < $2'$ -АМР < $5'$ -АДР < $5'$ -АТР (рис. 1).

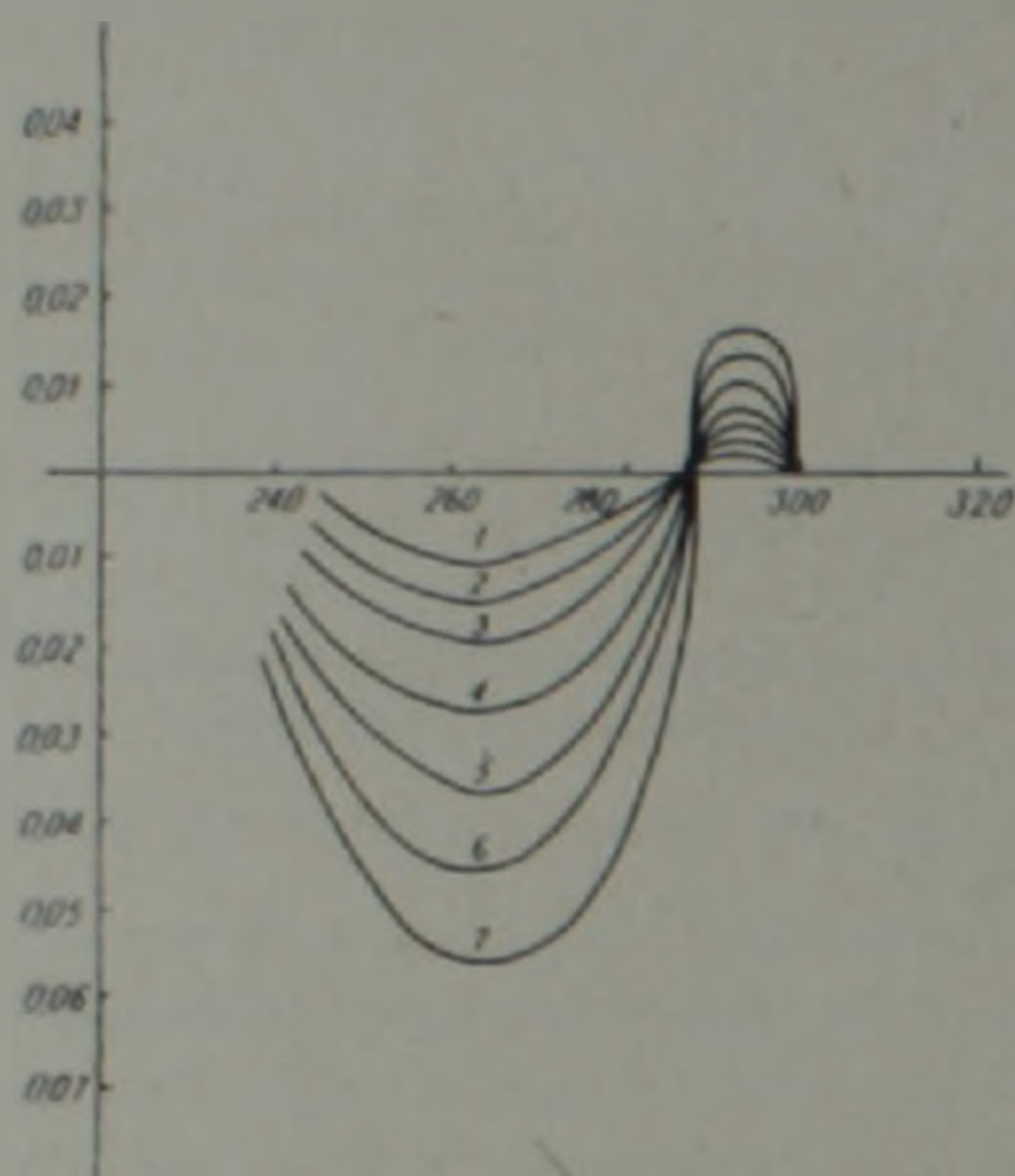


Рис. 1. Отклонение УФ-спектров от аддитивности при внесении фермента в инкубационную среду, содержащую: 1—аденин; 2—аденозин; 3— $5'$ -АМР; 4— $3'$ -АМР; 5— $2'$ -АМР; 6— $5'$ -АДР; 7— $5'$ -АТР. Условия опыта: 0,03М натрий-ацетатный буфер, pH 4,6; конечная концентрация нуклеазы— $1, 2 \times 10^{-5}$ М, конечная концентрация нуклеотидов— $1, 5 \times 10^{-3}$ М. По оси абсцисс—длина волны в нм. По оси ординат изменение оптической плотности (ΔA) раствора

С целью определения молярных соотношений фермента и субстратов проведены исследования с возрастающими концентрациями нуклеотидов. На кривых титрования— ΔA_{265} наблюдаются изгибы, приходящиеся на область молярных соотношений нуклеотид/нуклеаза ≈ 1 (рис. 2). Исследован вопрос об участии фосфатов в формировании фермент-субстратного комплекса. Были использованы пуриновые нуклеотиды с нарастающим числом остатков фосфорной кислоты и циклическая форма. Изучение взаимодействия с фосфатами показало отсутствие сколько-нибудь заметного влияния $3'$, $5'$ -АМР на нуклеазную активность, в той же концентрации активность фермента подавлялась на 25% в присутствии $5'$ -АМР, наиболее выраженный ингибирующий эффект отмечался при наличии в среде $5'$ -АТР (рис. 3).

Экспериментальные данные, полученные при исследовании отклонения УФ-спектров от аддитивности, по-видимому, указывают на наличие устойчивой ассоциации между ферментом и субстратом. Эф-

эффективность ассоциации нуклеазы с нуклеотидами и составляющими их компонентами коррелирует с составом и строением субстратов. Наличие зависимости между числом звеньев $(PO_3)^-$, т. е. зарядом

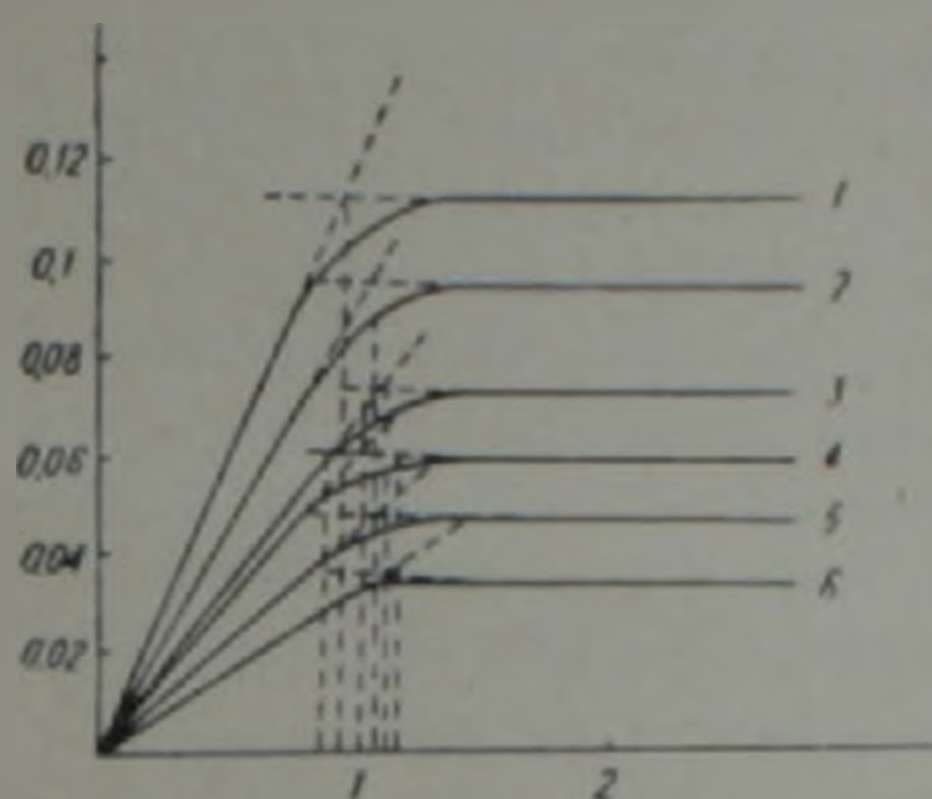


Рис. 2. Зависимость изменения ΔA_{260} от добавления к нуклеазе возрастающих концентраций нуклеотидов. Условия опыта: см. рис. 1. Конечная концентрация фермента $1,8 \times 10^{-4} M$; нуклеотидов $1,5 \times 10^{-4} M$. 1—5'—АТФ, 2—5'—АДР, 3—5'—АМР; 4—аденозин; 5—аденин; 6—5'—рибозофосфат. По оси абсцисс—отношение нуклеотид/нуклеаза. По оси ординат—изменение оптической плотности (ΔA) раствора

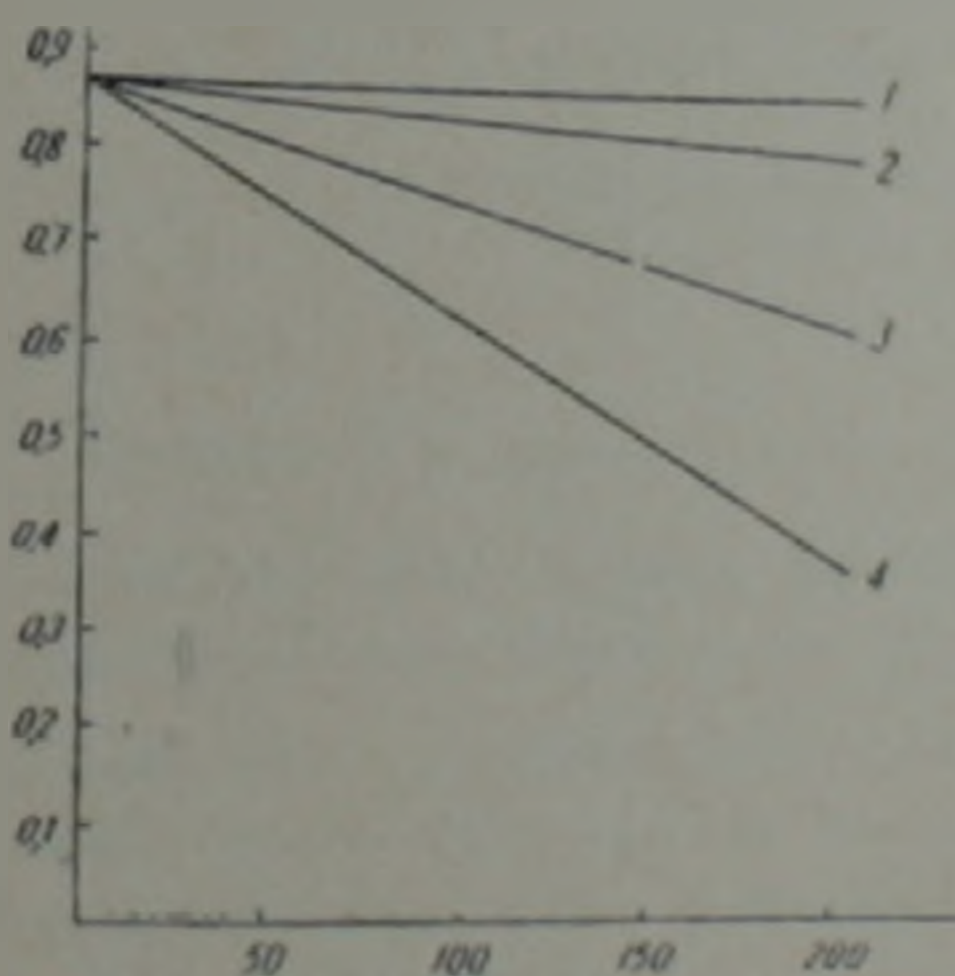


Рис. 3. Влияние структуры нуклеотидов на нуклеазную активность. Условия опыта: см. рис. 1. 1—3', 5'—АМР (циклическая); 2—5'—АМР; 3—5'—АТФ. По оси абсцисс—концентрация нуклеотидов. По оси ординат—поглощение при 260 мμ

фосфатного остатка нуклеотида и степенью ассоциации соответствующего соединения с нуклеазой, позволяет сделать допущение о присут-

ЛІТЕРАТУРА — ГРИЦЦЬ ЛІСВІТ

¹ S. Sato, T. Uchida, P. Egami Arch. Biochem and Biophys., vol. 115, 48—52 (1966). ² T. Komiyama, M. Irie, J. Biochem., vol. 71, 973—980 (1972). ³ В. И. Кру-
пник Г. С., Иванова, Мол., биол., т. 10, 84—88 (1976). ⁴ Р. Е. Абрамов, Х. О. Бе-
ндрожки, Ж. И. Аюлян, Биохимия, т. 44, 990—995 (1979). ⁵ В. И. Крупник,
Г. С. Казан, С. Г. Иванова, Биохимия, т. 43, 734—739 (1978). ⁶ H. Lineweaver, D.
Burk, J. Am. Chem. Soc., vol. 56, 658—664 (1934). ⁷ Н. К. Наградова, Успехи биол.
химии, т. 9, 95—106 (1968). ⁸ M. Irie, J. Biochem. vol. 65, 133—141 (1969).

УДК 547.915+616.127—005.8

БИОХИМИЯ

В. В. Ордян, Л. Л. Данилова,

Г. О. Бадалян, К. Г. Карагезян, С. С. Овакимян

Липид-липидные соотношения фосфолипидов цельной крови и эритроцитарной массы при мелкоочаговом инфаркте миокарда

(Представлено академиком АН Армянской ССР Г. Х. Бунятыном 18/VI 1980)

Вездесущность фосфолипидов (ФЛ), и особенно в системах раздела клеточных образований, придает им исключительное значение не только в структурной организации мембран, но и в определении сложности их многочисленных биологических функций. Так, например, известно (^{1,2}), что в митохондриях подавляющее большинство ФЛ и, главным образом, фосфатидилсеринов (ФС) и фосфатидилэтаноламинов (ФЭ) локализовано преимущественно на внутренней мембране этих органелл, т. е. в непосредственной близости от очагов дыхательной цепи и окислительного фосфорилирования. Поэтому многие заболевания ишемической природы, касающиеся в первую очередь миокарда, должны рассматриваться в тесной метаболической связи с некоторыми звеньями липидного обмена, в частности, фосфолипидного. С другой стороны, эти вопросы перекликаются и с определенными аспектами биохимии гемокоагуляции, являющейся, по существу, зависимой от физиологического состояния процессов липидного метаболизма и в то же время выступающей в роли фактора, имеющего существенное значение в формировании инфаркта миокарда и его дальнейшем течении.

В задачу настоящего исследования входило изучение динамики количественных изменений ФЛ в цельной крови и эритроцитах у больных острым мелкоочаговым инфарктом миокарда в различные сроки развития заболевания: 1—3, 7—15, 20—25 дни, примечательные по ряду известных клинических показателей.

ФЛ определяли методом одномерной восходящей хроматографии на бумаге (марки Филтрак-ФН-11, производства ГДР), пропитанной кремневой кислотой, по Маринетти и Штотцу (³), в видоизменениях Смирнова и сотр. (⁴) и Карагезяна (⁵), их количество выражали в мкг липидного фосфора на мл цельной крови или эритроцитарной массы, полученные результаты обрабатывали статистически (⁶).

Согласно результатам исследований, приведенным в табл. 1, в цельной крови в 1—3 дни заболевания отмечалось уменьшение суммарного количества ФЛ (СФЛ) на 18%. На этом фоне содержание кислых ФЛ (КФЛ) убывало приблизительно на 47%, а нейтральных ФЛ (НФЛ)—на 12% (от первоначальных уровней этих соединений). Несмотря на кажущееся незначительным уменьшение уровня последних (всего на 12%), НФЛ в данном случае обеспечивали спад СФЛ даже в большей степени, нежели КФЛ. Это легко понять, если учесть, что доля НФЛ и СФЛ значительно выше, чем доля КФЛ. Отмеченные выше сдвиги количества КФЛ происходили за счет равномерного уменьшения содержания монофосфоинозитидов (МФИ) и ФС примерно на 47%. Динамика изменений количества отдельных представителей НФЛ в тот же период наблюдения носила довольно разноречивый характер. Наибольшая степень стабильности во все периоды исследования отмечалась со стороны фосфатидилхолинов (ФХ), количество которых колебалось в пределах нормальных величин, при одновременном уменьшении содержания лизофосфатидилхолинов (ЛФХ), сфингомиелинов (СФМ) и ФЭ приблизительно на 19, 24 и 30% соответственно.

По сравнению с острым периодом (1—3 дни) на 7—15 дни заболевания в цельной крови отмечалось некоторое увеличение уровня СФЛ, которое, однако, продолжало чувствительно отставать от соответствующих показателей у доноров. Только на 20—25 дни наблюдения, т. е. на так называемой стадии сформировавшегося рубца, имела место нормализация уровня СФЛ. Синхронно этим изменениям протекала и динамика количественных сдвигов общего содержания КФЛ и НФЛ. Однако, как уже отмечалось, основные представители НФЛ—ФХ не испытывали сколько-нибудь заметных отклонений в своем уровне от нормы ни в один из изученных периодов мелкоочагового инфаркта миокарда, в то время как уже на 7—15 дни заболевания, в отличие от острого периода, обнаруживалось резкое увеличение количества ЛФХ (превышающее исходное), в последующем постепенно понижавшееся и лишь незначительно превосходившее норму на 20—25 дни. Несколько иначе выглядела кривая изменений содержания СФМ и ФЭ, которая после резкого спада в остром периоде, на 7—15 дни наблюдения, заметно выпрямлялась и к концу 20—25 дней заболевания приближалась к величине одноименного показателя цельной крови доноров.

Интересные закономерности были зарегистрированы в динамике содержания ФЛ в эритроцитарной массе на различных этапах развития мелкоочагового инфаркта миокарда. Как вытекает из данных табл. 2, уровень СФЛ в эритроцитах, как и в цельной крови, убывал примерно на 18, НФЛ—10, КФЛ—51%. Однако и в данном случае прослеживалась та же закономерность, что и в цельной крови: утрата СФЛ происходила почти в равной мере за счет как НФЛ, так и КФЛ. Если в цельной крови в острый период заболевания обнаруживалось почти равнозначное понижение содержания и МФИ и ФС (примерно на 47%), то в эритроцитах, хотя и имела место аналогичная направленность сдвигов, степень их выраженности оказывалась совершенно раз-

Таблица 1

Динамика содержания фосфолипидов (в мкг липидного фосфора/мл крови)
в сыворотке крови больных острым мелкоочаговым инфарктом миокарда в
различные сроки заболевания

Фракции ФЛ	Доноры	1—3 дни заболева- ния	Приблизитель- ная разница, %	7—15 дни заболе- вания	Приблизитель- ная разница, %	20—25 дни забс- левания	Приблизитель- ная разница, %
ЛФХ	3.86 ± 0.318	3.14 ± 0.74 $p < 0.001$	19	4.44 ± 1.07 $p < 0.001$	15	4.13 ± 0.57 $p < 0.001$	7
МФИ	7.94 ± 0.460	4.17 ± 1.10 $p < 0.001$	17	5.73 ± 0.56 $p < 0.001$	28	7.66 ± 0.37 $p = 0.1$	4
СФМ	24.55 ± 1.114	18.58 ± 1.84 $p < 0.001$	24	19.62 ± 1.65 $p < 0.001$	20	23.91 ± 1.16 $p < 0.001$	3
ФХ	43.00 ± 1.615	41.97 ± 1.63 $p < 0.001$	2	43.40 ± 2.18 $p = 0.1$	1	42.41 ± 1.39 $p = 0.002$	1
ФС	6.15 ± 0.027	3.26 ± 0.47 $p < 0.001$	47	4.24 ± 0.97 $p < 0.001$	24	5.92 ± 0.19 $p < 0.001$	4
ФЭ	5.62 ± 0.602	3.91 ± 0.84 $p < 0.001$	30	3.93 ± 0.82 $p < 0.001$	30	5.16 ± 0.30 $p = 0.002$	8
Сумма ФЛ	91.13 ± 1.625	75.03 ± 2.65 $p < 0.001$	18	81.46 ± 3.02 $p < 0.001$	11	89.22 ± 1.83 $p < 0.001$	3
Сумма НФЛ	77.04 ± 1.479	67.60 ± 2.65 $p < 0.001$	12	71.39 ± 2.63 $p < 0.001$	7	75.64 ± 1.80 $p < 0.001$	2
Сумма КФЛ	14.09 ± 0.547	7.43 ± 0.96 $p < 0.001$	47	10.07 ± 1.13 $p < 0.001$	29	13.58 ± 0.36 $p < 0.001$	4
$K \frac{НФЛ}{КФЛ}$	5.47 ± 0.300	9.31 ± 1.48 $p < 0.001$	70	7.09 ± 1.83 $p < 0.001$	30	5.56 ± 0.20 $p = 0.1$	1

Таблица 2

Динамика содержания фосфолипидов (в мкг липидного фосфора/мл эритроцитарной массы) в эритроцитах больных острым мелкоочаговым инфарктом миокарда в различные сроки заболевания

Фракции ФЛ	Доноры	1—3 дни заболе- вания	Приблизитель- ная разница, %	7—15 дни заболе- вания	Приблизитель- ная разница, %	20—25 дни заболе- вания	Приблизитель- ная разница, %
ЛФХ	3.81 ± 0.857	4.30 ± 0.924 $p < 0.001$	13	6.23 ± 1.174 $p < 0.001$	64	5.12 ± 0.795 $p < 0.001$	34
МФИ	5.05 ± 0.746	3.89 ± 0.809 $p < 0.001$	23	1.15 ± 0.927 $p < 0.001$	18	4.11 ± 1.052 $p < 0.001$	19
СФМ	26.93 ± 0.753	23.57 ± 2.633 $p < 0.001$	12	20.02 ± 2.894 $p < 0.001$	26	21.09 ± 3.431 $p < 0.001$	22
ФХ	38.91 ± 1.167	36.11 ± 2.339 $p < 0.001$	7	32.93 ± 3.750 $p < 0.001$	15	33.69 ± 3.759 $p < 0.001$	13
ФС	12.65 ± 0.699	4.71 ± 0.948 $p < 0.001$	63	5.71 ± 0.833 $p < 0.001$	55	8.34 ± 1.125 $p < 0.001$	36
ФЭ	7.34 ± 0.752	5.15 ± 1.114 $p < 0.001$	30	5.13 ± 0.614 $p < 0.001$	30	8.49 ± 0.780 $p < 0.001$	15
Сумма ФЛ	94.69 ± 3.056	77.74 ± 4.217 $p < 0.001$	18	74.16 ± 5.502 $p < 0.001$	12	80.84 ± 6.073 $p < 0.001$	15
НФЛ	76.99 ± 2.221	69.13 ± 3.958 $p < 0.001$	10	64.30 ± 5.184 $p < 0.001$	16	68.39 ± 5.811 $p < 0.001$	11
КФЛ	17.70 ± 1.156	8.60 ± 1.202 $p < 0.001$	51	9.88 ± 0.945 $p < 0.001$	44	12.45 ± 1.563 $p < 0.001$	30
к НФЛ КФЛ	4.35 ± 0.328	8.19 ± 1.217 $p < 0.001$	88	6.61 ± 0.702 $p < 0.001$	52	5.59 ± 0.945 $p < 0.001$	28

личной и составляла для них в 1—3 дня наблюдения приблизительно 23 и 63, на 7—15 дни—18 и 55 и на 20—25 дни—19 и 36% соответственно. Иначе говоря, по нашим данным, в процессе заболевания в составе эритроцитов отмечалась нескрывтая тенденция к упорядочению количественного содержания ФЛ.

Как известно, в оценке физиологического состояния функционирующих систем в настоящее время важное значение придается изучению особенностей складывающихся липид-липидных соотношений в тканях, т. е. отклонениям в картине стабильности филогенетически сложившегося постоянства в наборе функционально различных категорий липидов, и в частности ФЛ. Это значит, что в нормальных условиях отмеченные соединения находятся в состоянии строго упорядоченного как качественного, так и количественного соотношений, что и является важным залогом в обеспечении нормального функционирования мембранных структур клетки.

При инфарктах миокарда, характеризующихся сложным комплексом патобиофизикохимических нарушений деятельности сердечной мышцы, обнаруживаются глубокие расстройства многочисленных ее мембранных функций и, естественно, процессов фосфолипидного метаболизма этих образований. Последние являются обязательным показателем наличия и степени морфофункциональных нарушений и, следовательно, могут служить одним из объективных диагностических и прогностических показателей при изученной патологии. В отмеченном плане интерес представляет изучение особенностей в картине качественных и количественных соотношений между двумя категориями ФЛ миокарда—КФЛ и НФЛ, наделенных, как известно, самыми различными функциональными свойствами в самом широком физиологическом смысле слова. Следует подчеркнуть, что усилиями Лаборатории биохимии липидов Института биохимии АН АрмССР (^{10 11}) были выявлены некоторые стороны физиологической активности ФЛ в системе свертывания крови и показаны про- и антикоагулянтные свойства НФЛ и КФЛ соответственно, что, естественно, не может остаться вне поля зрения исследователей, занимающихся проблемой инфарктов миокарда.

Изучая закономерности изменения в величине коэффициентов отношения суммы НФЛ к сумме КФЛ ($K_{НФЛ/КФЛ}$), можно прийти к заключению, что как в цельной крови, так и в эритроцитах в острый период заболевания имеет место их резкое увеличение с последующим спадом и тенденцией к нормализации. По нашим данным, увеличение $K_{НФЛ/КФЛ}$ происходило в результате относительной стабильности количества НФЛ по сравнению с количеством КФЛ. Учитывая прокоагулянтные свойства НФЛ, можно объяснить высокие показатели изученного K именно в остром периоде заболевания, характеризующемся тяжелым состоянием больных, продиктованным, в частности, и повышенной свертываемостью крови, а также многими другими способствующими тому факторами, служащими причиной возникновения коронаротромбоза.

Исходя из вышесказанного, можно прийти к выводу, что на разных этапах течения инфарктов миокарда (в том числе мелкоочагового) имеют место существенные отклонения в фосфолипидном спектре крови, претерпевающим глубокие изменения как в плане абсолютного содержания СФЛ, так и по части количественных сдвигов индивидуальных фракций ФЛ. Если в острый период заболевания соотношения между содержаниями отдельных ФЛ складываются таким образом, что в общем уровне СФЛ так называемый «удельный вес» НФЛ оказывается значительно выше, чем это наблюдается в крови у доноров, то в сочетании с другими способствующими факторами создаются реальные предпосылки к развитию внутрисосудистого тромбообразования. С течением же времени даже на фоне обязательного применения антикоагулянта прямого действия—гепарина, сопровождающегося улучшением общего состояния больных, обнаруживается чувствительная перестройка и в картине фосфолипид-фосфолипидных соотношений как в цельной крови, так и в красных кровяных тельцах. При этом бросается в глаза увеличение в общей массе СФЛ процентного содержания КФЛ, обладающих, как известно, выраженными антикоагулянтными свойствами.

Таким образом, на наш взгляд, можно считать, что описанные сдвиги в количественных соотношениях отдельных фракций ФЛ спектра являются частным проявлением общей компенсаторно-приспособительной реакции организма в условиях изученной патологии. Такая настройка организма свидетельствует о мобилизованности потенциальных возможностей организма, направленной на поддержание общего гомеостаза.

Институт биохимии
Академии наук Армянской ССР
Ереванский государственный
медицинский институт

Վ. Վ. ՍԵՂՅԱՆ, Լ. Լ. ԳԱՆՎՈՎԱՆ Գ. Հ. ԲԱԴՍՅԱՆ
Գ. Գ. ՂԱՐԱԳՅՈՋՅԱՆ, Ս. Ս. ՀՈՎԱԿԻՄՅԱՆ

Ֆոսֆոլիպիդների, լեպիդ-լիպիդային ճառարեւորյունների արյան մեջ և
էրիթրոցիտաւ մասսայում՝ մահւր օջախային ինֆարկտի ժամանակ

Հոդվածում բերված է արյուն և էրիթրոցիտաւ մասսայում ֆոսֆոլիպիդների քանակական ուսումնասիրությունների արդյունքները՝ մահւր օջախային ինֆարկտի ժամանակ:

Մահւր օջախային ինֆարկտի տարրեր ժամկետներում տեղի են ունենում արյան ֆոսֆոլիպիդների սպեկտրի զգալի շեղումներ, որոնք նկատվում են ինչպես գումարային, այնպես էլ առանձին ֆրակցիաների քանակության մեջ:

Եթե հիվանդության սուր շրջանում ֆոսֆոլիպիդների փոխհարաբերությունները դասավորվում են այնպես, որ գումարային ֆոսֆոլիպիդների ընդ-

հանուր քանակության մեջ չեզոք ֆոսֆոլիպիդների «տեսակարար կշիռ» զգալիորեն ավելի բարձր է դեռորային արյան համեմատությամբ, ապա նրա պատշաճոր պայմանների զուգակցության դեպքում ստեղծվում են նախադրյալներ՝ ներանոթային թրոմբոզյալացման համար:

Հիվանդության ընթացքում հակամակուրդիչների՝ հեպարինի օգտագործումը ուղեկցվում է հիվանդի վիճակի ընդհանուր լավացմամբ. միաժամանակ ամբողջական արյան մեջ և էրիթրոցիտուր մասսայում տեղի է ունենում ֆոսֆոլիպիդ-ֆոսֆոլիպիդային փոխհարաբերության պատկերի զգալի վերադասավորում:

Այսպիսով, գումարային ֆոսֆոլիպիդների քանակության մեջ թթու ֆոսֆոլիպիդների տոկոսային պարունակությունն ավելանում է. իսկ վերջինս օժտված է հակամակարդիչ հատկությամբ:

ЛИТЕРАТУРА — ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

- Э. В. Дятловская, в сб.: Липиды, структура, биосинтез, превращ., «Наука», М., 1977. ² Ю. М. Васильев, А. Г. Малеиков, Клеточная поверхность и реакция клетки, «Медицина», М., 1968. ³ А. Д. Демисенко, Сравнительная характеристика липопротеидов сосудистой стенки и плазмы крови человека, канд. дис., Л., 1975. ⁴ L. A. Carlson, Atherosclerosis, vol. 19, 349—352 (1974). ⁵ D. S. Fredrickson, R. C. Lees, Circulation v. 31, p. 321, (1965). ⁶ G. V. Marinetti, E. Stoltz, Biochim. Biophys. Acta., vol. 21, 168 (1956). ⁷ А. А. Смирнов, Е. В. Чирковская, Г. К. Манукян, Биохимия, т. 26, № 6 (1961). ⁸ К. Г. Карагезян, Лабораторное дело, № 1, 1969. ⁹ Плохинский, Биометрия, Изд-во Московского ун-та, 1970. ¹⁰ К. Г. Карагезян, С. Д. Погосбекова, С. С. Овакимян, ДАН СССР, т. 212, № 6 (1973). ¹¹ К. Г. Карагезян, С. С. Овакимян, А. В. Тевоянц, ДАН СССР, т. 201, № 2 (1971).

