

ФИЗИКА · ՖԻԶԻԿԱ · PHYSICS



ИЗВЕСТИЯ
НАЦИОНАЛЬНОЙ АКАДЕМИИ НАУК АРМЕНИИ

ՏԵՂԵԿԱԳԻՐ
ՀԱՅԱՍՏԱՆԻ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԶԳԱՅԻՆ ԱԿԱԴԵՄԻԱՅԻ

PROCEEDINGS
OF NATIONAL ACADEMY OF SCIENCES OF ARMENIA

Журнал издается с 1966 г.
Выходит 6 раз в год
на русском, армянском и английском языках.

РЕДАКЦИОННАЯ КОЛЛЕГИЯ

Вл. М. Арутюнян, главный редактор
Э. Г. Шароян, зам. главного редактора
Вил. М. Арутюнян
А. А. Ахумян
Г. А. Вартапетян
Э. М. Казарян
А. О. Меликян
А. Р. Мкртчян
В. О. Папанян
А. А. Мирзаханян, ответственный секретарь

ԽՐԲԱԳՐԱԿԱՆ ԿՈՒԵԳԻԱ

Վլ. Մ. Հարությունյան, գլխավոր խմբագիր
Է. Գ. Շառոյան, գլխավոր խմբագրի տեղակալ
Վիլ. Մ. Հարությունյան
Ա. Ա. Հախումյան
Հ. Հ. Վարդապետյան
Է. Մ. Ղազարյան
Ա. Հ. Մելիքյան
Ա. Ռ. Մկրտչյան
Վ. Օ. Պապանյան
Ա. Ա. Միրզախանյան, պատասխանատու քարտուղար

EDITORIAL BOARD

Vi. M. Aroutiounian, editor-in-chief
E. G. Sharoyan, associate editor
Vil. M. Harutynyan
A. A. Hakhumyan
H. H. Vartapetian
E. M. Kazarian
A. O. Melikyan
A. R. Mkrtchyan
V. O. Papanyan
A. A. Mirzakhanyan, executive secretary

Адрес редакции: Республика Армения,
375019, Ереван, пр. Маршала Баграмяна, 24-г.

Խմբագրության հասցեն՝ Հայաստանի Հանրապետություն,
375019, Երևան, Մարշալ Բաղրամյան պող., 24-գ:

Editorial address: 24-g. Marshal Bagramyan Av.,
Yerevan, 375019, Republic of Armenia

О ТЕРМОДИНАМИКЕ МОДЕЛИ ГЕЙЗЕНБЕРГА В
ОДНОМЕРНЫХ КВАЗИПЕРИОДИЧЕСКИХ СТРУКТУРАХ

Д. А. БАДАЛЯН, В. М. ГАСПАРЯН

Ереванский государственный университет

Р. М. АБРАМЯН, А. Ж. ХАЧАТРЯН

Армянский государственный инженерный университет

(Поступила в редакцию 2 апреля 1996 г.)

Рассчитана точная свободная энергия системы классических магнитных моментов с изотропным взаимодействием Гейзенберга, когда магнитные моменты могут занимать узлы квазипериодических решеток Фибоначчи или Ту-Морса. Исследована температурная зависимость теплоемкости у ряда квазикристаллических одномерных решеток. Показано, что в случае, когда магнитные моменты могут вращаться в плоскости (модель плоского ротатора), на кривой теплоемкости некоторых решеток Фибоначчи при низких температурах возникает дополнительный максимум.

1. Введение

В последнее время большое число исследований посвящено выяснению особенностей физических свойств одномерных (1D) квазипериодических систем [1]. В большинстве работ в качестве модели для 1D-квазипериодической решетки используется решетка Фибоначчи (РФ). Эта решетка получается из двух структурных элементов A и B , которые образуют последовательность Фибоначчи P_∞ .

Последовательность Фибоначчи P_∞ получается с помощью рекуррентного соотношения $P_{l+1} = \{P_l \cdot P_{l-1}\}$ для $l \geq 1$ с $P_0 = B$ и $P_1 = A$. Полное число элементов F_{l+1} в P_{l+1} определяется рекуррентной формулой $F_{l+1} = F_{l-1} + F_l$ ($l \geq 1$, $F_0 = F_1 = 1$).

Могут быть построены и более сложные квазипериодические 1D-решетки, которые являются прямым обобщением РФ. Обобщенная последовательность Фибоначчи $P_\infty^{\alpha, \beta}$ дается рекуррентной формулой

$$P_{l+1}^{\alpha, \beta} = \{P_l^\alpha \cdot P_{l-1}^\beta\}, \quad (1)$$

где α, β — натуральные числа. Обобщенное число Фибоначчи — полное число структурных элементов A, B в (1) определяется рекуррентной формулой $\tilde{F}_{l+1} = \alpha \tilde{F}_{l-1} + \beta \tilde{F}_l$ ($\tilde{F}_1 = \tilde{F}_0 = 1$). Доля структурных элементов типа A в $P_\infty^{\alpha, \beta}$ равна

$$P_{\alpha, \beta} = \lim_{l \rightarrow \infty} \frac{N_A^{(l)}}{N_A^{(l)} + N_B^{(l)}} = \lim_{l \rightarrow \infty} \frac{\tilde{F}_l}{\tilde{F}_l + \tilde{F}_{l-1}} = \frac{\eta_{\alpha, \beta}}{1 + \eta_{\alpha, \beta}}, \quad (2)$$

где $N_A^{(l)} (N_B^{(l)})$ — число элементов $A (B)$ в $P_l^{\alpha, \beta}$ и $\eta_{\alpha, \beta} = \lim_{l \rightarrow \infty} \tilde{F}_l / \tilde{F}_{l-1} = \frac{1}{2} (\beta + \sqrt{\beta^2 + 4\alpha})$. В частности, при $\alpha = \beta = 1$ получим „золотую середину“: $\eta_{1,1} = (1 + \sqrt{5})/2$.

Другой моделью для квазипериодических систем служит последовательность Ту-Морса (ТМ), которая полностью отличается от последовательности Фибоначчи [2—5]. Последовательность ТМ получается с помощью рекуррентного соотношения $M_{l+1} = \{M_l \cdot M_l^*\}$ для $l \geq 0$ с $M_0 = \{A \cdot B\}$, где M_l^* есть дополнение M_l , получаемое обменом местами в M_l элементов A и B . Легко заметить, что в последовательности ТМ числа структурных элементов A и B равны между собой, так что $p=1/2$.

Спектральные свойства РФ и решетки ТМ (электронные, фононные, плазменные спектры) исследованы в ряде работ [2—11]. Термодинамические свойства РФ изучены на примере изинговской цепочки спинов в нулевом магнитном поле [12, 13] и для 1D упорядочивающегося бинарного сплава [14]. В настоящей работе исследуется более сложная модель—1D-классическая модель Гейзенберга, где спиновые векторы распределены по узлам обобщенной РФ либо решетки ТМ. Получена точная свободная энергия, когда классические магнитные моменты могут вращаться как в плоскости (модель плоского ротатора), так и совершать трехмерные вращения.

2. Метод расчета

Рассмотрим открытую цепочку классических магнитных моментов в нулевом магнитном поле с произвольными неравными взаимодействиями между ближайшими соседями. Статистическая сумма этой модели имеет вид

$$Z = \int \cdots \int \exp \left(\sum_{j=1}^{N-1} W_j S_j S_{j+1} \right) \prod_{j=1}^N d\Omega_j, \quad (3)$$

где величина $W_j \equiv W(j, j+1)$ со знаком минус представляет собой обменный интервал между моментами в узлах j и $j+1$, деленный на статистическую температуру. Если $W_j < 0$, то основное состояние является антиферромагнитным, если $W_j > 0$, то—ферромагнитным. Векторы S_j и S_{j+1} характеризуют магнитные моменты единичной длины, находящиеся в j -ом и $(j+1)$ -ом узлах решетки соответственно. Векторы S_j направлены в элементы телесных углов $d\Omega_j = \sin\theta_j d\theta_j d\varphi_j$ (θ_j, φ_j —угловые координаты в сферической системе координат), N —полное число узлов в решетке. Интегрирование в (3) проводится по всем ориентациям моментов.

1. Пусть каждый диполь может иметь произвольную ориентацию в пределах плоскости. Тогда статистическая сумма (3) может быть переписана в виде

$$Z_{\text{пл}} = \int \cdots \int \exp \left(\sum_{j=1}^{N-1} W_j \cos(\varphi_j - \varphi_{j+1}) \right) \prod_{j=1}^N d\varphi_j, \quad (4)$$

или, используя тождество

$$\exp(W_j \cos(\varphi_j - \varphi_{j+1})) = I_0(W_j) + \sum_{n_j=-\infty}^{\infty} I_{n_j}(W_j) \exp(in_j(\varphi_j - \varphi_{j+1})), \quad (5)$$

где I_{n_j} — функция Бесселя порядка n от мнимого аргумента, в виде

$$Z_{nn} = \int \dots \int \prod_{j=1}^{N-1} [I_0(W_j) + \sum_{n_j=-\infty}^{\infty} I_{n_j}(W_j) \exp(in_j(\varphi_j - \varphi_{j+1}))] \prod_{j=1}^N d\varphi_j. \quad (6)$$

В штрихованных суммах (5), (6) отсутствует член, отвечающий $n_j=0$.

Интегрирование (6) по углам φ_j дает

$$Z_{nn} = (2\pi)^N \prod_{j=1}^{N-1} I_0(W_j). \quad (7)$$

В частном случае, когда все W_j равны друг другу: $W_1 = W_2 = \dots = W_{N-1} = W$ (идеальная решетка) и $N \gg 1$,

$$Z_{nn} = [2\pi I_0(W)]^N, \quad (8)$$

что совпадает с формулой для замкнутой цепочки плоских ротаторов, полученной в [15] методом трансфер-матриц.

2. Рассмотрим более общий случай, когда моменты в каждом узле могут иметь произвольные вращения (формула (3)).

Введем матрицу $\exp(W_j S_j S_{j+1})$, собственные значения и собственные векторы которой определяются уравнением на собственные значения:

$$\int \exp(W_j S_j S_{j+1}) \Phi_\sigma(S_{j+1}) d\Omega_{j+1} = \lambda_\sigma \Phi_\sigma(S_j). \quad (9)$$

Собственные значения и собственные функции этого уравнения имеют вид

$$\lambda_\sigma(W_j) = \lambda_n = W_j^n \left(\frac{d}{W_j d W_j} \right)^n \frac{\text{sh } W_j}{W_j},$$

$$\Phi_\sigma(S_j) = Y_{nm}(\theta_j, \varphi_j) = \left[\frac{2n+1}{4\pi} \cdot \frac{(n-|m|)!}{(n+|m|)!} \right]^{1/2} \cdot P_n^{|m|}(\cos \theta_j) e^{im\varphi_j}, \quad (10)$$

где Y_{nm} — сферическая функция, $P_n^m(x)$ — присоединенный полином Лежандра, $n=0, 1, 2, \dots, -n \leq m \leq n$, $\sigma = \{n, m\}$. Из условия ортогональности собственных векторов эрмитового оператора следует, что

$$\int \Phi_\sigma(S_j) \Phi_{\sigma'}(S_j) d\Omega_j = \delta_{\sigma\sigma'}. \quad (11)$$

Пользуясь стандартным билинейным представлением матрицы, можно записать

$$\exp(W_j S_j S_{j+1}) = \frac{\text{sh } W_j}{W_j} + \sum_{\sigma} \lambda_\sigma(W_j) \Phi_\sigma(S_j) \Phi_\sigma(S_{j+1}). \quad (12)$$

Суммирование в штрихованной сумме производится по всему спектру, кроме $\sigma = \{0, 0\}$.

Подставляя (12) в (3) и учитывая (11), получим

$$Z_{\text{трех}} = (4\pi)^N \prod_{j=1}^{N-1} \frac{\text{sh } W_j}{W_j}. \quad (13)$$

Равенство (13) в случае идеального кристалла приводит к хорошо известному результату ($N \gg 1$):

$$Z_{\text{трех}} = \left(4\pi \frac{\text{sh } W}{W} \right)^N, \quad (14)$$

полученному впервые (другим методом) в [16].

3. Свободная энергия квазипериодических решеток

Рассмотрим теперь задачу упорядочения цепочки магнитных диполей в обобщенной РФ. Последняя модель, очевидно, представляет собой частный случай 1D-классической модели Гейзенберга с неоднородным взаимодействием. Допустим, что каждая функция может принимать только два значения: W_A и W_B . Последовательность величин W_A , W_B получается из рекуррентного соотношения (1). Тогда статистическая сумма обобщенной РФ для модели плоского ротатора, согласно (7), (2), будет иметь вид ($N \rightarrow \infty$)

$$Z_{\text{пл}}^{\text{фиб}} = (2\pi)^N [I_0(W_A)]^{P_{\alpha,\beta} N} \cdot [I_0(W_B)]^{(1-P_{\alpha,\beta}) N}. \quad (15)$$

Аналогично из (13) получим

$$Z_{\text{трех}}^{\text{фиб}} = (4\pi)^N \left[\frac{\text{sh } W_A}{W_A} \right]^{P_{\alpha,\beta} N} \cdot \left[\frac{\text{sh } W_B}{W_B} \right]^{(1-P_{\alpha,\beta}) N}. \quad (16)$$

Знание статистической суммы (15) или (16) позволяет найти другие термодинамические величины.

Интересующая нас свободная энергия на один узел для модели плоского ротатора дается выражением

$$N^{-1} A_{\text{пл}}^{\text{фиб}} = -kT [\ln 2\pi + P_{\alpha,\beta} \ln I_0(W_A) + (1 - P_{\alpha,\beta}) \ln I_0(W_B)], \quad (17)$$

а для системы трехмерных ротаторов:

$$N^{-1} A_{\text{трех}}^{\text{фиб}} = -kT \left[\ln 4\pi + P_{\alpha,\beta} \ln \frac{\text{sh } W_A}{W_A} + (1 - P_{\alpha,\beta}) \ln \frac{\text{sh } W_B}{W_B} \right], \quad (18)$$

(в (17), (18) T — абсолютная температура, k — постоянная Больцмана).

Формулы (17) и (18) решают поставленную задачу. Для получения свободной энергии решетки ТМ достаточно заменить функцию $P_{\alpha,\beta}$ величиной $p = 1/2$.

4. Обсуждение результатов

Для иллюстрации влияния квазипериодичности решетки на термодинамические свойства мы рассмотрим теплоемкость 1D-модели Гейзенберга как в обобщенной РФ, так и в решетке ТМ. Ход теплоемкости $C(T)$ получим дифференцированием дважды по температуре свободной энергии (17) и (18). Для модели плоских ротаторов имеем

$$C_{\text{пл}}^{\text{фиб}}/kN = P_{\alpha,\beta} W_A^2 [1 - W_A^{-1} f(W_A) - f^2(W_A)] + (1 - P_{\alpha,\beta}) W_B^2 [1 - W_B^{-1} f(W_B) - f^2(W_B)], \quad (19)$$

где $f(x) = I_1(x)/I_0(x)$. Для модели трехмерных ротаторов

$$C_{\text{трех}}^{\text{фиб}}/kN = P_{\alpha,\beta} \left[1 - \left(\frac{\text{sh } W_A}{W_A} \right)^{-2} \right] + (1 - P_{\alpha,\beta}) \left[1 - \left(\frac{\text{sh } W_B}{W_B} \right)^{-2} \right]. \quad (20)$$

Пользуясь формулами (19) и (20), построим графики зависимости C от приведенной температуры $\tau = kT/W_A$ для различных значений параметров $\nu = W_B/W_A$, α и β (см. рис. 1 и 2). Здесь видно, что в случае модели трехмерных вращений (рис. 2а и 2б) квазипериодичность решетки, по сравнению с обычной моделью Гейзенберга, не приводит к

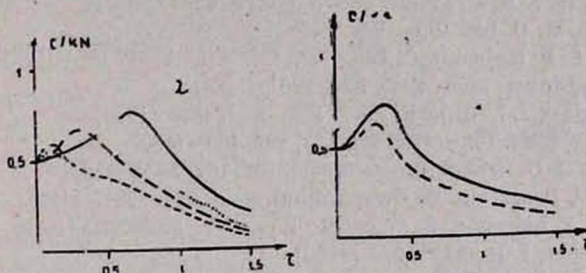


Рис. 1. Зависимость теплоемкости от температуры $\tau = kT/W_A$ для линейной цепочки плоских ротаторов. а) РФ—идеальная решетка ($\nu=1$; сплошная линия), $\nu=0,5$, $\alpha=\beta=1$ (крупная штрихованная линия); $\nu=0,2$, $\alpha=\beta=1$ (мелкая штрихованная линия); $\nu=0,2$, $\alpha=1$, $\beta=3$ (пунктирная линия). б) ТМ— $\nu=0,5$ (сплошная линия); $\nu=0,2$ (штрихованная линия).

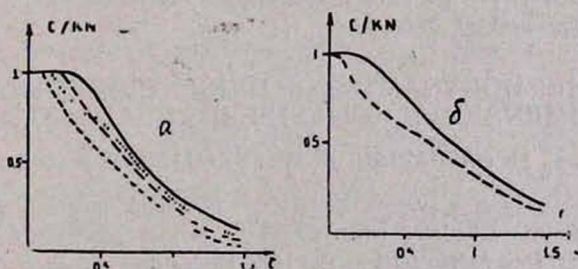


Рис. 2. Зависимость теплоемкости от температуры $\tau = kT/W_A$ для линейной цепочки трехмерных ротаторов: а) РФ, б) ТМ (те же обозначения, что и для рис.1).

качественному изменению температурного хода теплоемкости. В модели плоского ротатора (рис. 1а и 1б), по сравнению с идеальной решеткой, высота максимума C уменьшается и несколько смещается в сторону низких температур. Однако главное различие заключается в том, что в случае РФ при самых низких температурах и малых значениях ν возникает дополнительный максимум. Этот максимум сглаживается с уменьшением $P_{\alpha,\beta}$. Как известно, ход конфигурационной теплоемкости характеризует скорость изменения степени ближнего порядка в кристалле в зависимости от T . Таким образом, квазипериодичность типа РФ приводит к неожиданному и интересному изменению характера ближнего порядка спиновой системы при низких температурах.

Проведение исследования, описанного в этой публикации, во многом стало возможным благодаря гранту №MVL000 Международного Научного Фонда.

ЛИТЕРАТУРА

1. H. Hiromoto, M. Kohmoto. Int. J. Mod. Phys., B6, 281 (1992).
2. R. Riklund, M. Semerlin, Y. Liu. Int. J. Mod. Phys., B1, 121 (1987).
3. G. Gumbs, M. K. Al. Phys. Rev. Lett., 60, 1081 (1988).
4. J. Zhong, J. Yan, J. You. J. Phys. Cond. Matt., 3, 6293 (1991).
5. C. Ryu, G. Oh, M. H. Lee. Phys. Rev., B48, 132 (1993).
6. M. Kohmoto, L. P. Kadanoff, C. Tang. Phys. Rev. Lett., 50, 1870 (1983).
7. F. Nori, J. Rodríguez. Phys. Rev., B34, 2207 (1986).
8. J. Lu, T. Odagaki, J. L. Birman. Phys. Rev., B33, 4809 (1986).
9. H. Botter, G. Kasner. Phys. stat. sol. (b), 162, 489 (1990).
10. L. N. Guman, O. Usatenko. Phys. stat. sol. (b), 162, 387 (1990).
11. P. Garpena, V. Gasparian, M. Ortuno. Phys. Rev., B51, 12813 (1995).
12. Y. Achiam, T. S. Lubensky, E. Marshall. Phys. Rev., B33, 6460 (1986).
13. P. K. Ghos. Phys. Lett., A139, 279 (1989).
14. B. H. Badalyan, V. M. Gasparian, A. Gh. Khachatryan, et al. Physica, B217, 127 (1996).
15. B. Freaser, L. K. Runnels. J. Chem. Phys., 58, 3963 (1973).
16. M. E. Fisher. Am. J. Phys., 32, 343 (1967).

ՄԻԱԶԱՓ ՔՎԱԶԻՊԵՐԻՈԴԻԿԱՆ ՍՏՐՈՒԿՏՈՒՐԱՆԵՐԻ ՀԱՅՋԵՆՔԵՐԳԻ ՄՈՂԵԼԻ ԹԵՐՄՈԴԻՆԱՄԻԿԱՅԻ ՄԱՍԻՆ

Դ. Հ. ԲԱԴԱԼԻԱՆ, Վ. Մ. ԳԱՍՊԱՐԻԱՆ, Ռ. Մ. ԱԲՐԱՀԱՄԻԱՆ, Ա. Գ. ԽԱՉԱՏՐԻԱՆ

Ստացված է Հայդենբերգի իզոտրոպ փոխազդող դասական մագնիսական մոմենտների սիս-
տեմի ազատ էներգիան, երբ մագնիսական մոմենտները կարող են զբաղեցնել Ֆիբոնաչի կամ
Թու-Մորսի քվազիպարբերական ցանցերի հանգույցները: Ուսումնասիրված է շերտաձևական
կախումը որոշ քվազիբյուրեղների համար:

ON THERMODYNAMICS OF HEISENBERG'S MODEL IN ONE-DIMENSIONAL QUASIPERIODICAL STRUCTURES

D. H. BADALIAN, V. M. GASPARIAN, R. M. ABRAHAMIAN, A. GH. KHACHATRIAN

The exact free energy of a system of classical magnetic moments with an isotropic Heisenberg interaction is calculated when the moments may occupy the sites of a quasi-periodic Fibonacci or Thue-Morse lattice. The temperature dependence of the heat capacity of a number of quasicrystalline one-dimensional lattices is investigated. It is found that in the case where magnetic moments can rotate in a plane (plane rotator model) an additional maximum arises at low temperatures on the heat capacity curve of several Fibonacci lattices.

КВАЗИКЛАССИЧЕСКОЕ ПРИБЛИЖЕНИЕ ВО ВРЕМЕННОМ ПРОСТРАНСТВЕ

М. Л. ТЕР-МИКАЕЛЯН

Институт физических исследований НАН Армении

(Поступила в редакцию 11 декабря 1996 г.)

Развита методика получения квазиклассических волновых функций во временном пространстве для двухуровневой системы, взаимодействующей со световым импульсом. Полученные выражения в пределе монохроматических полей переходят в известные результаты для мгновенного включения взаимодействия и могут применяться при решении различных задач взаимодействия вблизи резонансов с простейшими атомными системами.

Поведение простых атомных систем в поле немонохроматического электромагнитного импульса, распространяющегося вдоль оси x

$$E(t, r) = \mathcal{E}(t, x) e^{ikx - i\omega t} + \text{к.с.}; \quad \mathcal{E} = \mathcal{E}e \quad (1)$$

может быть детально проанализировано вблизи резонанса. Предполагается, что амплитуда поля является медленно меняющейся функцией по сравнению с экспонентой. Для этого мы воспользуемся широко известным в квантовой механике квазиклассическим приближением [1], которое применим для исследования задач не в пространстве x, y, z , а в пространстве времени. Близкая методика применялась в работе [2] для вычисления вероятности адиабатических переходов. Амплитуда поля, входящая в выражение для немонохроматического поля (1) имеет вид

$$\mathcal{E}(x, t) = |\mathcal{E}(x, t)| e^{i\varphi(x, t)}. \quad (2)$$

Решение уравнения Шредингера

$$i\hbar \frac{\partial \Phi}{\partial t} = (\hat{H}_0 - \hat{d}E) \Phi \quad (3)$$

будем искать в виде разложения по полной системе функций невозмущенного атома

$$\Psi_s = U_s e^{iE_s t}, \quad (4)$$

где E_s — энергия, измеряемая в единицах сек^{-1} . Уравнения для коэффициентов разложения a_1 и a_2 искомой волновой функции

$$\Phi = a_1 \Psi_1 + a_2 \Psi_2, \quad (5)$$

для двухуровневой системы в резонансном приближении, т. е. при условии

$$|\Delta| = |E_{21} - \omega| \ll E_{21} \quad (6)$$

можно записать в следующем виде:

$$\begin{aligned} i\dot{a}_1 &= W^* a_2, \\ i\dot{a}_2 &= W a_1, \end{aligned} \quad (7)$$

где

$$W = V e^{i\Delta t} = \left| \frac{d\mathcal{E}}{h} \right| e^{i\Delta t + i\varphi + i\varphi_1 - i\varphi_2 + i\pi} = \left| \frac{d\mathcal{E}}{h} \right| e^{i\varphi_0(x,t)}, \quad (8)$$

$$\varphi_0(x,t) = \Delta t + \varphi + \varphi_1 - \varphi_2 + \pi, \quad (9)$$

где φ_1 и φ_2 — случайные фазы волновых функций атома в нижнем и верхнем состояниях, φ — фаза амплитуды поля E , а $d = d_{21} = \int U_2^* e r U_1 dV$.

Из уравнений (7) следует уравнение для a_1 :

$$\ddot{a}_1 - \dot{a}_1 \frac{d}{dt} \ln W^* + |W|^2 a_1 = 0. \quad (10)$$

Уравнение для a_2 получается из (10) при замене W^* на W . Из условия ортонормированности функций $\Phi_{1,2}$ следует условие

$$|a_1|^2 + |a_2|^2 = 1. \quad (11)$$

Будем искать решение уравнения (10) в виде

$$a_1 = e^{\frac{i}{h} S} = e^{\frac{i}{h} (S_0 + \hbar S_1 + \hbar^2 S_2 + \dots)} \quad (12)$$

Подставляя в (10), получим

$$\dot{S}_0 = \pm \hbar |W|, \quad (13)$$

$$\dot{S}_1 = \frac{\dot{\varphi}_0}{2} = \frac{\Delta + \dot{\varphi}}{2}. \quad (14)$$

Общее решение уравнения Шредингера можно представить в следующем виде:

$$\Phi = C_1 e^{i \int_{-\infty}^t \left[|W| - \frac{i}{2} \dot{\varphi}_0(t) \right] dt} (\Psi_1 + e^{i\varphi_0} \Psi_2) + C_2 e^{-i \int_{-\infty}^t \left[|W| + \frac{i}{2} \dot{\varphi}_0(t) \right] dt} (\Psi_1 - e^{i\varphi_0} \Psi_2). \quad (15)$$

Из общего решения выберем две функции $\Phi_{1,2}$, подчиняющиеся начальным условиям $\Phi_1 \Rightarrow \Psi_1$ при $t \rightarrow -\infty$ и $\Phi_2 \Rightarrow \Psi_2$ при $t \rightarrow -\infty$. Ответ можно представить в виде

$$\Phi_1 = e^{-i \frac{\varphi_0}{2}} \Psi_1 \cos \int_{-\infty}^t |W| dt + i e^{i \frac{\varphi_0}{2}} \Psi_2 \sin \int_{-\infty}^t |W| dt, \quad (16)$$

$$\Phi_2 = i e^{-i \frac{\varphi_0}{2}} \Psi_1 \sin \int_{-\infty}^t |W| dt + e^{i \frac{\varphi_0}{2}} \Psi_2 \cos \int_{-\infty}^t |W| dt. \quad (17)$$

Функции (16), (17) в случае мгновенного включения $W(t)$ при $t=t_0$ (при этом нижний предел интегрирования в формулах (15), (16) и (17) нужно заменить на t_0 и считать, что при $t > t_0$, $|W| = \text{const}$ и $\dot{\varphi}_0 = \Delta + \varphi = \text{const}$), переходят в известный результат при $\dot{\varphi} = 0$, рассмотренный в [1, §41]. Однако результат расчета, приведенного в [1], содержит опечатки (что сразу видно из приведенных в [1] выражений для Φ_1 и Φ_2 , которые не подчиняются условию ортонормированности). Правильные выражения для $\Phi_{1,2}$ при $t_0 = 0$ имеют вид:

$$\Phi_1' = \exp\left(-i \frac{\Delta}{2}\right) \left[\cos \frac{\Omega t}{2} + \frac{i \Delta}{\Omega} \sin \frac{\Omega t}{2} \right] \Psi_1 - \exp\left(i \frac{\Delta}{2}\right) \frac{2iV}{\Omega} \sin \frac{\Omega t}{2} \Psi_2, \quad (16')$$

$$\Phi_2' = -\exp\left(-i \frac{\Delta}{2}\right) \frac{2iV^*}{\Omega} \sin \frac{\Omega t}{2} \Psi_1 + \exp\left(i \frac{\Delta}{2}\right) \left[\cos \frac{\Omega t}{2} - \frac{i \Delta}{\Omega} \sin \frac{\Omega t}{2} \right] \Psi_2. \quad (17')$$

Нужно также учесть, что для совпадения результатов (16), (17) с (16'), (17') — результатами для мгновенного включения импульса с постоянной амплитудой и фазой, при $t \geq t_0$ в выражениях (16) и (17) необходимо удерживать поправки порядка S_1 и в предэкспоненциальных коэффициентах. В этом случае при определении Φ_1 необходимо

принять $C_{1,2} = \frac{1}{2} \left(1 \pm \frac{\dot{\varphi}_0(t_0)}{2|W(t_0)|} \right)$; а при нахождении Φ_2 $C_{1,2} = \mp \frac{1}{2} e^{i \varphi_0(t_0)}$

что соответствует учету поправок первого порядка по параметру $\frac{\dot{\varphi}_0}{2|W|}$ в предэкспоненциальных коэффициентах выражения (15) и сво-

дится к замене $C_1 e^{i \varphi_0} \Psi_2$ на $C_1 e^{i \varphi_0} \left[1 - \frac{\dot{\varphi}_0}{2|W|} \right] \Psi_2$ и $C_2 \Psi_2$ на $C_2 \left[1 + \frac{\dot{\varphi}}{2|W|} \right] \Psi_2$.

Легко проверить, что и в этом случае функции (16), (17) ортонормированы. Однако удержание поправки первого порядка в случае, когда $W = W(t)$ и $\dot{\varphi} = \dot{\varphi}(t)$, не является правомерным, поскольку при этом нормировка волновых функции будет зависеть от времени.

Условие применимости квазиклассики $\hbar S_1 \ll S_0$ сводится к условию

$$\int_{-\infty}^t \frac{\dot{\varphi}_0}{2} dt \ll \int_{-\infty}^t |W| dt. \quad (18)$$

Из выражений (9) и (18) следует, что если импульс действует в интервале $-t_{eff} < t < t_{eff}$, то (16) принимает вид

$$\frac{1}{2} \int_{-t_{eff}}^{t_{eff}} \left(\Delta + \frac{\partial \varphi}{\partial t} \right) dt \ll \int_{-t_{eff}}^{t_{eff}} |W| dt. \quad (19)$$

Следовательно, величина $\int_{-t_{eff}}^{t_{eff}} |W| dt$, которая пропорциональна частоте перехода между состояниями $\Phi_{1,2}$, т. е. эффективной частоте Раби, умножения на время действия импульса $2t_{eff} \sim \tau$, должна быть значительно больше суммарного изменения фазы, как за счет фазы амплитуды поля φ , так и за счет расстройки Δ .

Если импульс начинает действовать на атом, который до взаимодействия находился в состоянии $a_1=1, a_2=0$, с момента $-t_{eff}$, то условие (18) нужно рассматривать в интервале времени от $-t_{eff}$ до t заменить нижний предел во всех выражениях на $-t_{eff}$. Тогда для интервала времен от $-t_{eff}$ до t , где будет нарушаться условие (18), квазиклассическое приближение становится неприменимым. Аналогичная ситуация имеет место и при выключении импульса.

Кроме условия (18), необходимо потребовать, чтобы эффекты «накопления» от S_1 за время действия импульса были бы несущественны, т. е.

$$S_1(t) - S_1(-t_{eff}) \ll \pi. \quad (20)$$

Условие (20) накладывает ограничения на условия применимости решений (15), и будет зависеть от конкретных свойств изменения фазы и амплитуды импульса от времени. Например, в случае $\varphi = \text{const}$ условие (20) будет означать, что эффектами «накопления» можно пренебречь, если удовлетворяется условие $\tau \leq \pi/\Delta$, и, поскольку $\Delta \ll \omega$, то функции (17) могут быть использованы для рассмотрения процессов, происходящих за большое число периодов лазерной волны, т. е. для длин, значительно превышающих атомные и даже межатомные расстояния.

В случае, когда осуществляется точный резонанс и амплитуда волны имеет независимую от времени фазу ($\Delta=0, \varphi=\text{const}$), волновые функции (16) и (17) становятся точными решениями уравнений (10) и могут использоваться для любых промежутков времени.

Учет в разложении (12) члена S_2 приводит к дополнительному условию применимости квазиклассического приближения $S_2 \ll S_1$:

$$\int_{-t_{eff}}^t \left[\frac{\dot{\varphi}^2}{4} + i \left| \frac{\dot{\varphi}}{2} \right| \left| \frac{\dot{W}}{W} \right| - i \frac{\ddot{\varphi}}{2} \right] \frac{dt}{|W|} \ll \varphi(t) - \varphi(-t_{eff}). \quad (21)$$

Прямая подстановка квазиклассического решения в уравнения (10) показывает, что решения остаются справедливыми, если при их нахождении можно пренебречь выражением, входящим под интеграл в (21), по сравнению с членами порядка $iW, W\dot{\varphi}$. Кроме условия (19), необходимо также наложить условие $\ddot{\varphi} \ll \dot{W}$.

Полезно сравнить уравнение (10) с уравнением Шредингера, для которого квазиклассический метод решения хорошо разработан [1,3,4]. Для этого введем вместо a_1 переменную b_1 :

$$b_1(t) = a_1(t) e^{\int f(t) dt} = a_1(t) W^*, \quad (22)$$

где

$$f(t) = \frac{d}{dt} \ln W^*. \quad (23)$$

Тогда уравнение (10) примет вид

$$\ddot{b} + b \left(-\frac{\dot{f}}{2} - \frac{f^2}{4} + |W|^2 \right) = 0. \quad (24)$$

Непосредственно применить известные решения, полученные в квантовой механике, к уравнению (24) невозможно и уравнение (24) требует специальных математических исследований в точках поворота.

Функции (16), (17), в частности, при линейной зависимости фазы поля от времени, могут найти применение при рассмотрении различных задач взаимодействия импульсов света с простейшими атомными системами вблизи резонансных переходов. Например, может быть рассмотрена задача о взаимодействии двух разнесенных во времени импульсов с сильно отличающимися амплитудами с двухуровневой системой в резонансных условиях. Можно также применить квазиклассическую методику к трехуровневой системе. Эти вопросы будут обсуждены в последующей публикации.

Пользуюсь случаем выразить благодарность Г. Григорян и Р. Унаняну за обсуждение.

Работа выполнена в рамках темы 96-772, финансируемой из государственных централизованных источников РА.

ЛИТЕРАТУРА

1. Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц. Квантовая механика. М., Наука, 1974.
2. А. М. Дыхне. ЖЭТФ, 41, 1325 (1961).
3. В. А. Коварский, Н. Ф. Перельман, И. Ш. Авербух, С. А. Баранов, С. С. Тодирешку. Неадиабатические переходы в сильном электромагнитном поле. Кишинев, «Штиинца», 1980.
4. В. А. Коварский, Н. Ф. Перельман, И. Ш. Авербух. Многоквантовые процессы. М., «Энергоатомиздат», 1985.

QUASICLASSICAL APPROXIMATION IN TIME

M. L. TER-MIKAELIAN

The quasiclassical approximation is developed in space of time variable for a two-level system interacting with an optical electromagnetic pulse. For monochromatic optical pulse the results are equivalent to the well-known expressions for the wave functions of two-level systems driven by a monochromatic field with instantaneous switching on. The obtained results for monochromatic cases may be used in solving various problems of resonance interactions.

К ТЕОРИИ ПРИМЕСНЫХ СОСТОЯНИЙ В ЭЛЛИПСОИДАЛЬНЫХ МИКРОКРИСТАЛЛАХ

А. С. ГАСПАРЯН, Э. М. КАЗАРЯН

Ереванский государственный университет

(Поступила в редакцию 18 ноября 1996г.)

Методом квантовой теории возмущений исследованы энергетические состояния и волновые функции водородоподобной примеси, локализованной в геометрическом центре трехмерного полупроводникового микрокристалла эллипсоидальной формы, в приближении бесконечной потенциальной ямы.

В последние годы продолжает расти интерес к полупроводниковым системам с пространственным ограничением движения носителей заряда в трех направлениях, к так называемым микрокристаллам (см., например, [1—3]). Однако во всех работах, относящихся к данным объектам, рассмотрены микрокристаллы сферической формы. С другой стороны, как известно, рост полупроводниковых микрокристаллов в стеклянной матрице осуществляется в процессе диффузионного фазового распада на стадии перекоденсации. Очевидно, что получающиеся таким образом полупроводниковые вкрапления не имеют вида идеальных шаров. Ниже нами исследовано влияние несферичности (в частности, эллипсоидальности) микрокристалла на примесные состояния.

Пусть шарообразный микрокристалл (бесконечная потенциальная яма) с диэлектрической постоянной ϵ и примесью заряда e , расположенной в центре, подвергается малой деформации (без изменения объема), принимая форму слабо вытянутого или сплюснутого эллипсоида вращения с полуосями $a=b$ и c . Тогда уравнение границы эллипсоида

$$\frac{x^2+y^2}{a^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1 \quad (1)$$

путем замены переменных

$$x \rightarrow ax_0/R, \quad y \rightarrow ay_0/R, \quad z \rightarrow cz_0/R \quad (2)$$

превращается в уравнение сферы радиуса R :

$$x_0^2 + y_0^2 + z_0^2 = R^2. \quad (3)$$

В предположении малого отличия эллипсоида от сферы радиуса $R=(a^2c)^{1/3}$ введем „степень эллипсоидальности“ $\beta(|\beta| \ll 1)$ согласно

$$a \approx R \left(1 - \frac{1}{3} \beta + \frac{1}{18} \beta^2 \right), \quad c \approx R \left(1 + \frac{2}{3} \beta + \frac{2}{9} \beta^2 \right). \quad (4)$$

Тогда в приближении эффективной массы гамильтониан электрона

$$\hat{H} = -\frac{\hbar^2}{2M} \Delta - \frac{\alpha}{(x^2 + y^2 + z^2)^{1/2}}, \quad \text{где } \alpha = \frac{e^2}{\varepsilon}, \quad \hbar = 1,05 \cdot 10^{-27} \text{ эрг.с} \quad (5)$$

(M —эффективная масса электрона, энергия отсчитывается от дна ямы), с помощью (2) и (4) нетрудно представить в виде

$$\hat{H} = \hat{H}_0 + \hat{V}_1 + \hat{V}_2, \quad (6)$$

где

$$\hat{H}_0 = -\frac{\hbar^2}{2M} \Delta_0 - \frac{\alpha}{r}, \quad \text{где } r = (x_0^2 + y_0^2 + z_0^2)^{1/2}, \quad (7)$$

$$\hat{V}_1 = -\frac{\hbar^2}{3M} \beta \left(\Delta_0 - 3 \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right) - \frac{\alpha}{3} \beta \left(\frac{1}{r} - \frac{3z^2}{r^3} \right), \quad (8)$$

$$\hat{V}_2 = \frac{\hbar^2}{9M} \beta^2 \left(\Delta_0 - 3 \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right) - \frac{2\hbar^2}{9M} \beta^2 \Delta_0 - \frac{4\alpha}{9} \beta^2 \left(\frac{1}{r} - \frac{3z^2}{r^3} \right) + \frac{7\alpha}{18r} \beta^2 - \frac{3\alpha z^4}{2r^5} \beta^2. \quad (9)$$

Применим теорию возмущений по параметру β . В силу вида (8) и (9) она применима по схеме для невырожденного случая. В первом порядке изменение уровней энергии электрона по сравнению с уровнями в сферическом микрокристалле:

$$\Delta E_{nLm} = E_{nLm} - E_{nL}^{(0)} = \langle nLm | \hat{V}_1 | nLm \rangle \quad (10)$$

(L и m —квантовые числа, характеризующие соответственно величину момента электрона и его проекцию на ось эллипсоида, n нумерует уровни энергии в сферическом микрокристалле при заданном L ; последние от числа m не зависят). Оператор $\hat{V}_1$ состоит из суммы zz -компонент неприводимых тензоров 2-го ранга, поэтому следуя [4] с учетом кулоновского взаимодействия и используя теорему вириала, получим:

$$\langle nLm | \hat{V}_1 | nLm \rangle = \left(1 - \frac{3m^2}{L(L+1)} \right) \langle nL0 | \hat{V}_1 | nL0 \rangle, \quad (11)$$

$$\langle nL0 | \hat{V}_{11} | nL0 \rangle = 0, \quad (12)$$

$$\langle nL0 | \hat{V}_{12} | nL0 \rangle = 2\beta \frac{4L^3 + 6L^2 - 1}{(4L^2 - 1)(2L + 3)} E_{nL}^{(0)}, \quad (13)$$

$$\langle nL0 | \hat{V}_{13} | nL0 \rangle = -2\beta \frac{4L^3 + 6L^2 - 1}{(4L^2 - 1)(2L + 3)} E_{nL}^{(0)}, \quad (14)$$

$$\text{где } \hat{V}_1 = \hat{V}_{11} + \hat{V}_{12} + \hat{V}_{13}, \quad (15)$$

$$\hat{V}_{11} = -\frac{\hbar^2}{3M} \beta \Delta_0 - \frac{\alpha}{3r} \beta, \quad \hat{V}_{12} = \frac{\hbar^2 \beta}{M} \cdot \frac{\partial^2}{\partial z^2}, \quad \hat{V}_{13} = \frac{\alpha \beta z^2}{r^3}. \quad (16)$$

Суммируя полученные результаты, найдем:

$$\langle nLm | \hat{V}_1 | nLm \rangle = 0. \quad (17)$$

Таким образом, в первом порядке теории возмущений уровни энергии не изменяются. Заметим, что этот результат также можно было бы получить при непосредственном усреднении тензорных величин, составляющих оператор $\hat{V}_1$ (см. [4]).

Найдем вклад оператора $\hat{V}_1$ во втором порядке. Для этого вычислим матричный элемент $\langle n'L'm'|\hat{V}_1|nLm\rangle$.

Из (8) следуют правила отбора $m \rightarrow m$, $L \rightarrow L \pm 1$, $L \rightarrow L \pm 2$, $L \rightarrow L$, здесь $L \neq 0$. (18)

Далее, имеем:

$$\langle n'L'm'|\hat{V}_1|nLm\rangle = \langle n'L'm'|\hat{V}_1|nLm\rangle = (-1)^m \frac{\begin{pmatrix} L'2L \\ -m0m \end{pmatrix}}{\begin{pmatrix} L'2L \\ 000 \end{pmatrix}} \langle n'L'0|\hat{V}_1|nL0\rangle, \quad (19)$$

где $\begin{pmatrix} L'2L \\ -m0m \end{pmatrix}$ и $\begin{pmatrix} L'2L \\ 000 \end{pmatrix}$ — 3j-символы (см. [4]).

Для переходов $L \rightarrow L$ ($n' \neq n$) аналогично (12), (13) и (14) получим:

$$\langle n'L0|\hat{V}_{11}|nL0\rangle = \frac{\alpha\beta}{3} \int_0^R R_{n'L} R_{nL} r dr, \quad (20)$$

$$\langle n'L0|\hat{V}_{12}|nL0\rangle = -2\alpha\beta \left(\frac{(L+1)^2}{4(L+1)^2-1} + \frac{L^2}{4L^2-1} \right) \int_0^R R_{n'L} R_{nL} r dr, \quad (21)$$

$$\langle n'L0|\hat{V}_{13}|nL0\rangle = \alpha\beta \frac{2L^2+2L-1}{(2L-1)(2L+3)} \int_0^R R_{n'L} R_{nL} r dr. \quad (22)$$

Суммируя (20), (21), (22) и подставляя в (19), в итоге для $L \rightarrow L$ имеем:

$$\langle n'Lm|\hat{V}_1|nLm\rangle = -2\alpha\beta \left(\frac{m^2}{L(L+1)} - \frac{1}{3} \right) \frac{L(L+1)}{(2L-1)(2L+3)} \int_0^R R_{n'L} R_{nL} r dr, \quad (23)$$

где R_{nL} — радиальная часть волновой функции электрона в сферическом микрокристалле.

Переходы $L \rightarrow L \pm 1$ запрещены законом сохранения четности, поэтому соответствующие матричные элементы равны нулю.

Рассмотрим переходы $L \rightarrow L' = L+2$, для которых

$$\langle n'L'0|\hat{V}_{11}|nL0\rangle = 0, \quad (24)$$

т. к. матричные элементы скаляров диагональны по числу L .

$$\int_0^R R_{n'L'} R_{nL} r dr = 0, \text{ откуда} \quad (25)$$

$$\langle n'L'0 | \hat{V}_{13} | nL0 \rangle = 0. \quad (26)$$

$$\int_0^R R_{n'L'} R'_{nL} r dr = 0, \text{ откуда} \quad (27)$$

$$\langle n'L'0 | \hat{V}_{12} | nL0 \rangle = 0. \quad (28)$$

При выводе (25) — (28) применялись свойства эрмитовости матричных элементов и формулы

$$\int_0^R R'_{n'L'} R'_{nL} r^2 dr = -L(L+1) \int_0^R R_{n'L'} R_{nL} dr = -L'(L'+1) \int_0^R R_{nL} R_{n'L'} dr = 0, \quad (29)$$

$$\int_0^R R_{n'L'} R'_{nL} r dr = - \int_0^R R'_{n'L'} R_{nL} r dr. \quad (30)$$

Случай $L \rightarrow L-2$ рассматривается аналогично.

Таким образом, для переходов $L \rightarrow L \pm 2$

$$\langle n'L'm | \hat{V}_1 | nLm \rangle = 0, \quad (31)$$

1. вклад оператора $\hat{V}_1$ в поправку второго порядка к энергетическим уровням равен

$$E_1 = \sum_{n'=0}^{\infty} \frac{|\langle n'L'm | \hat{V}_1 | nLm \rangle|^2}{E_{nL}^{(0)} - E_{n'L}^{(0)}} = 4\alpha^2 \beta^2 \left(\frac{m^2}{L(L+1)} - \frac{1}{3} \right)^2 \frac{L^2(L+1)^2}{(2L-1)^2(2L+3)^2} \times \\ \times \sum_{n'=0}^{\infty} \frac{\left[\int_0^R R_{n'L} R_{nL} r dr \right]^2}{E_{nL}^{(0)} - E_{n'L}^{(0)}}, \quad (32)$$

штрих у знака суммы здесь и ниже означает, что при суммировании по n' надо опустить член с $n' = n$.

Перейдем к вычислению вклада оператора $\hat{V}_2$ во второй порядок. Имеем

$$\hat{V}_2 = \hat{V}_{21} + \hat{V}_{22} + \hat{V}_{23}, \quad (33)$$

где



$$\hat{V}_{22} = \frac{\hbar}{9M} \beta^2 \left(\Delta_0 - 3 \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right) - \frac{4\alpha}{9} \beta^2 \left(\frac{1}{r} - \frac{3z^2}{r^3} \right),$$

$$\hat{V}_{23} = -\frac{2\hbar^2}{9M} \beta^2 \Delta_0 + \frac{7\alpha\beta^2}{18r}, \quad \hat{V}_{33} = -\frac{3\alpha\beta^2 z^4}{2r^5}.$$
(34)

Аналогично (11), (12), (13) и (14) получим:

$$\langle nLm | \hat{V}_{22} | nLm \rangle = \frac{20}{3} \beta^2 \left(\frac{m^2}{L(L+1)} - \frac{1}{3} \right) \frac{L(L+1)}{(2L-1)(2L+3)} E_{nL}^{(0)}, \quad (35)$$

$$\langle nLm | \hat{V}_{33} | nLm \rangle = -\frac{11}{9} \beta^2 E_{nL}^{(0)}. \quad (36)$$

Далее:

$$\langle nLm | \hat{V}_{23} | nLm \rangle = -\frac{9\beta^2}{(2L-1)(2L+1)(2L+3)} E_{nL}^{(0)} \times$$

$$\times \left(\frac{(L^2 + 2L - m^2)^2 - 1}{2L+5} + \frac{(L^2 - m^2 - 1)^2 - 1}{2L-3} \right), \quad (37)$$

здесь использовалась известная формула для сферических функций:

$$Y_{Lm} \cdot \cos \vartheta = \left(\frac{(L+1)^2 - m^2}{4(L+1)^2 - 1} \right)^{1/2} \cdot Y_{L+1,m} + \left(\frac{L^2 - m^2}{4L^2 - 1} \right)^{1/2} \cdot Y_{L-1,m}. \quad (38)$$

Собирая все члены, во втором порядке теории возмущений для величины расщепления энергетических уровней в эллипсоидальном микрокристалле окончательно получим:

$$E_{nLm} - E_{nL}^{(0)} = 4\alpha^2 \beta^2 \left(\frac{m^2}{L(L+1)} - \frac{1}{3} \right)^2 \frac{L^2(L+1)^2}{(2L-1)^2(2L+3)^2} \times$$

$$\times \sum_{n'=0}^{\infty} \left[\frac{\int_0^R R_{n'L} R_{nL} r dr}{E_{nL}^{(0)} - E_{n'L}^{(0)}} \right]^2 - \frac{11\beta^2}{9} E_{nL}^{(0)} + \frac{20\beta^2}{3} \left(\frac{m^2}{L(L+1)} - \frac{1}{3} \right) \times$$

$$\times \frac{L(L+1)}{(2L-1)(2L+3)} E_{nL}^{(0)} + \frac{9\beta^2}{(2L-1)(2L+1)(2L+3)} \times$$

$$\times \left(\frac{(L^2 + 2L - m^2)^2 - 1}{2L+5} + \frac{(L^2 - m^2 - 1)^2 - 1}{2L-3} \right) E_{nL}^{(0)}. \quad (39)$$

Чтобы не иметь дело с бесконечным рядом от интеграла, неинтегрируемого в квадратурах, поступим следующим образом.

Рассмотрим сферический микрокристалл радиуса

$$\rho_{Lm} = R(1 + \epsilon_1 \beta + \epsilon_2 \beta^2), \quad (40)$$

где $R = (a^2 c)^{1/3}$, а ϵ_1, ϵ_2 — некоторые константы. Уравнение границы есть

$$x^2 + y^2 + z^2 = \rho_{Lm}^2. \quad (41)$$

Сделаем замену

$$x \rightarrow x_0 \rho_{Lm}/R, \quad y \rightarrow y_0 \rho_{Lm}/R, \quad z \rightarrow z_0 \rho_{Lm}/R. \quad (42)$$

Далее, применяя теорию возмущений по параметру β , во втором порядке получим:

$$E(\rho_{Lm}) - E_{nL}^{(0)} = \varepsilon_1^2 \varepsilon_2^2 \beta^2 \sum_{n'=0}^{\infty} \frac{\left[\int_0^R R_{n'L} R_{nL} r dr \right]^2}{E_{nL}^{(0)} - E_{n'L}^{(0)}} - \varepsilon_1^2 \beta^2 E_{nL}^{(0)}, \quad (43)$$

где $E(\rho_{Lm})$ — энергия электрона в сферическом микрокристалле радиуса (40). Примем $\varepsilon_2 = 0$, а

$$\varepsilon_1 = -2 \left(\frac{m^2}{L(L+1)} - \frac{1}{3} \right) \frac{L(L+1)}{(2L-1)(2L+3)}. \quad (44)$$

Тогда (40) примет вид:

$$\rho_{Lm} = R \left(1 - \left(\frac{m^2}{L(L+1)} - \frac{1}{3} \right) \frac{2L(L+1)}{(2L-1)(2L+3)} \beta \right). \quad (45)$$

С учетом (43) и (44), (39) преобразуется к виду:

$$\begin{aligned} E_{nLm} = & E(\rho_{Lm}) + 4\beta^2 \left(\frac{m^2}{L(L+1)} - \frac{1}{3} \right)^2 \frac{L^2(L+1)^2}{(2L-1)^2(2L+3)^2} E_{nL}^{(0)} - \\ & - \frac{11\beta^2}{9} E_{nL}^{(0)} + \frac{20\beta^2}{3} \left(\frac{m^2}{L(L+1)} - \frac{1}{3} \right) \frac{L(L+1)}{(2L-1)(2L+3)} E_{nL}^{(0)} + \\ & + \frac{9\beta^2}{(2L-1)(2L+1)(2L+3)} \left(\frac{(L^2+2L-m^2)^2-1}{2L+5} + \right. \\ & \left. + \frac{(L^2-m^2-1)^2-1}{2L-3} \right) E_{nL}^{(0)}, \end{aligned} \quad (46)$$

где ρ_{Lm} дается уже выражением (45). Из (46) следует, что учет эллипсоидальности микрокристалла, во-первых, снимает вырождение энергии примесных состояний по модулю квантового числа m , во-вторых, уменьшает межуровневое расстояние, а сами уровни смещаются вверх или вниз в зависимости от размера микрокристалла. Например, для основного состояния

$$E_{100} = (1 - 0,63\beta^2) E_{10}^{(0)}. \quad (47)$$

Для волновых функций поправка первого порядка, как известно, определяется выражением

$$\Psi_{nLm}^{(1)} = \sum_{n'L'm'} \frac{\langle n'L'm' | \hat{V}_1 | nLm \rangle}{E_{nL}^{(0)} - E_{n'L'}^{(0)}} \Psi_{n'L'm'}^{(0)}. \quad (48)$$

Но матричный элемент, стоящий под знаком суммы в (48), дается выражением (23), поэтому при учете эллипсоидальности волновые функции электрона в первом порядке теории возмущений представ-

ляются в виде волновых функций в сферическом микрокристалле радиуса (45).

Отметим, что величина β может быть выражена через параметры эллипсоида:

$$\beta = -3 \frac{2a/c + 1 - (10a/c - (2a/c - 1)^2)^{1/2}}{4a/c - 1} \approx \frac{c - a}{c}. \quad (49)$$

При этом $a/c < 1 \Rightarrow \beta > 0$ в случае вытянутого эллипсоида, а в случае сплюснутого — $a/c > 1 \Rightarrow \beta < 0$.

ЛИТЕРАТУРА

1. D. S. Chuu, C. M. Hsiao, W. N. Mei. Phys. Rev. B., 46, 3898 (1992).
2. L. Brus. Appl. Phys. A., 53, 465 (1991).
3. А. И. Екимов, Ал. Л. Эфрос. ФТТ, 31, №8, 192 (1989).
4. Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц. Квантовая механика. М., Наука, 1974.

ON THE THEORY OF IMPURITY STATES IN THE ELLIPSOIDAL MICROCRYSTALS

A. S. GASPARIAN, E. M. KAZARIAN

The energy states and wave functions of a hydrogen-like impurity placed in the geometric center of a semiconductor microcrystal of ellipsoidal shape are investigated by the method of perturbations theory.

ԷԼԻՊՍՈՒԴԱՅԻՆ ՄԻԿՐՈՐՅՈՒՐԵԴՆԵՐՈՒՄ ԽԱՌՆՈՒՐԴԱՅԻՆ ՎԻՃԱԿՆԵՐԻ ՏԵՍՈՒԹՅԱՆ ՄԱՍԻՆ

Ա. Ս. ԳԱՍՊԱՐՅԱՆ, Է. Մ. ՂԱԶԱՐՅԱՆ

Խոտորումների բլանտային տեսությամբ ուսումնասիրված են էլիպսոիդային ձևի կիսահաղորդային միկրոբյուրեղներում ջրածնանման խառնուրդի վիճակները եռաչափ անվերջ պոտենցիալ հորի մոտավորությամբ:

ОСНОВНЫЕ УРАВНЕНИЯ ЭЛЕКТРОМАГНИТОДИНАМИКИ
И ДВА СЛУЧАЯ ИХ ПРИЛОЖЕНИЯ

Г. Л. АРЕШЯН

Государственный инженерный университет Армении

(Поступила в редакцию 21 июня 1996 г.)

Даются основные векторные дифференциальные уравнения электромагнитодинамики, полученные из тензорных уравнений при наличии электрических и магнитных зарядов. Постулируются интегральные выражения векторов-потенциалов. Получены уравнения электромагнитных полей в вакууме и в пространстве, содержащем проводящее электрическое вещество.

1. Основные уравнения

Основные векторные дифференциальные уравнения, которые получаются из тензорных уравнений работы [1] в системе MKS имеют вид:

$$\mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} - \text{grad} \varphi_e, \quad \mathbf{H}^* = -\frac{\partial \mathbf{K}}{\partial t} - \text{grad} \varphi_g, \quad (1)$$

$$\mathbf{B} = \text{rot} \mathbf{A}, \quad \mathbf{D}^* = \text{rot} \mathbf{K}, \quad \text{div} \mathbf{B} = 0, \quad \text{div} \mathbf{D}^* = 0, \quad (2)$$

$$\text{rot} \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}, \quad \text{rot} \mathbf{H}^* = -\frac{\partial \mathbf{D}^*}{\partial t}, \quad (3)$$

$$\text{rot} \mathbf{H} - \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} + cn \text{rot} \mathbf{D}^* - \frac{n}{c} \frac{\partial \mathbf{H}^*}{\partial t} = \mathbf{z}, \quad (4)$$

$$cn \text{rot} \mathbf{B} - \frac{n}{c} \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} + \text{rot} \mathbf{E}^* - \frac{\partial \mathbf{B}^*}{\partial t} = \mathbf{x}, \quad (5)$$

$$\text{div} \mathbf{D} + \frac{n}{c} \text{div} \mathbf{H}^* = \rho_e, \quad \frac{n}{c} \text{div} \mathbf{E} + \text{div} \mathbf{B}^* = \rho_g, \quad (6)$$

$$\mathbf{B} = \mu' \mu_0 \mathbf{H}, \quad \mathbf{D} = \varepsilon' \varepsilon_0 \mathbf{E}, \quad \mathbf{B}^* = \mu'_g \mu_0 \mathbf{H}^*, \quad \mathbf{D}^* = \varepsilon'_g \varepsilon_0 \mathbf{E}^*, \quad (7)$$

$$\mathbf{z} = \sigma \mathbf{E}, \quad \mathbf{x} = \sigma_g \mathbf{H}^*. \quad (8)$$

Сила Лоренца на вещественную частицу, имеющую электрический заряд e и, одновременно, магнитный заряд g , равна

$$\mathbf{f} = \frac{d\mathbf{p}}{dt} = e\mathbf{E} + e[\mathbf{v}\mathbf{B}] + g\mathbf{H}^* + g[\mathbf{v}\mathbf{D}^*], \quad (9)$$

где $\mathbf{p}$ —импульс, $[\mathbf{a}\mathbf{b}] = \mathbf{a} \times \mathbf{b}$ —векторное произведение,

Плотность энергии электромагнитных полей:

$$w = \frac{1}{2} \left(\mathbf{E} \mathbf{D} + \mathbf{H} \mathbf{B} + \mathbf{E}^* \mathbf{D}^* + \mathbf{H}^* \mathbf{B}^* + \frac{2n}{c} \mathbf{E} \mathbf{H}^* + 2nc \mathbf{B} \mathbf{D}^* \right). \quad (10)$$

Вектор Пойнтинга потока плотности энергии

$$\mathbf{P} = [\mathbf{E} \mathbf{H}] + [\mathbf{H}^* \mathbf{E}^*] + nc [\mathbf{H}^* \mathbf{B}] + nc [\mathbf{H} \mathbf{B}^*]. \quad (11)$$

Связь между w и $\mathbf{P}$:

$$\frac{\partial w}{\partial t} = -(\partial \mathbf{E} + \kappa \mathbf{H}^*) - \text{div} \mathbf{P}. \quad (12)$$

Постоянная взаимодействия [2]

$$n = \frac{\mu_0}{\epsilon_0} \cdot \frac{e_0^4}{(4\pi\hbar)^2} = 5,32501 \cdot 10^{-5}, \quad (13)$$

Наименования и размерности векторов и коэффициентов, использованных в вышеприведенных уравнениях, даются в Приложении.

2. Векторы-потенциалы

Уравнения (4) и (5) для стационарных токов и вакуума примут вид

$$\left. \begin{aligned} \text{rot} \mathbf{H} + cn\epsilon_0 \text{rot} \mathbf{E}^* &= \delta, \\ cn\mu_0 \text{rot} \mathbf{H} + \text{rot} \mathbf{E}^* &= \kappa. \end{aligned} \right\}. \quad (14)$$

Решая систему для случая отсутствия магнитных токов ($\kappa=0$), получаем

$$\text{rot} \mathbf{H} = \frac{\delta}{1-n^2}, \quad \text{rot} \mathbf{E}^* = -\frac{cn\mu_0 \delta}{1-n^2}. \quad (15)$$

В случае отсутствия электрических токов ($\delta=0$) следует

$$\text{rot} \mathbf{H} = -\frac{cn\epsilon_0 \kappa}{1-n^2}, \quad \text{rot} \mathbf{E}^* = \frac{\kappa}{1-n^2}. \quad (16)$$

Умножая уравнения (15) на элемент площади и интегрируя, получаем:

$$\int_S \text{rot} \mathbf{H} d\mathbf{S} = \int_L \mathbf{H} d\mathbf{l} = \frac{1}{1-n^2} \int_S \delta d\mathbf{S} = \frac{I_e}{1-n^2}, \quad (17)$$

$$\int_L \mathbf{E}^* d\mathbf{l} = -\frac{cn\mu_0}{1-n^2} I_e, \quad (18)$$

где $I_e(A)$ — электрический ток, проходящий через поверхность S , натянутую на контур L .

В случае прямого бесконечно длинного провода с током e полу-

чаем из (17) и (18) для напряженностей (после интегрирования по окружности радиуса r вне провода)

$$H_{\varphi} = \frac{1}{2\pi r(1-n^2)} I_e, \quad E_{\varphi}^* = \frac{-cn\mu_0}{2\pi r(1-n^2)} I_e. \quad (19)$$

Аналогично, в случае длинного провода с магнитным током $I_g(B)$ из уравнений (16) находим

$$H_{\varphi} = \frac{-cn\epsilon_0}{2\pi r(1-n^2)} I_g, \quad E_{\varphi}^* = \frac{1}{2\pi r(1-n^2)} I_g. \quad (20)$$

Из уравнений (15) следует, что при генерации электрических и магнитных полей только электрическими токами ($\kappa=0$), с точностью до аддитивной постоянной, имеем

$$E^* = -cn\mu_0 H. \quad (21)$$

А из уравнений (16), только для магнитных токов ($\delta=0$), получаем

$$H = -cn\epsilon_0 E^*. \quad (22)$$

Принимая во внимание полученные выражения (19) и (21), можем постулировать следующие интегральные выражения для векторов-потенциалов (аналоги закона Био-Савара) для электрических токов и их плотностей:

$$A = \frac{\mu_0 I_e}{4\pi(1-n^2)} \int_L \frac{dl}{r}, \quad A = \frac{\mu_0}{4\pi(1-n^2)} \int_v \frac{\partial dv}{r} \quad (23)$$

$$K = \frac{-n I_e}{4\pi(1-n^2)c} \int_L \frac{dl}{r}, \quad K = \frac{-n}{4\pi(1-n^2)c} \int_v \frac{\partial dv}{r}. \quad (24)$$

В случае генерации электрических и магнитных полей магнитными токами и их плотностями (см. уравнения (20) и (22)) постулируем следующие выражения для векторов-потенциалов:

$$A = \frac{-n I_g}{4\pi(1-n^2)c} \int_L \frac{dl}{r}, \quad A = \frac{-n}{4\pi(1-n^2)c} \int_v \frac{\kappa dv}{r}, \quad (25)$$

$$K = \frac{\epsilon_0 I_g}{4\pi(1-n^2)} \int_L \frac{dl}{r}, \quad K = \frac{\epsilon_0}{4\pi(1-n^2)} \int_v \frac{\kappa dv}{r}. \quad (26)$$

В уравнениях (23)÷(26) считается, что точка наблюдения M , для которой определяется вектор-потенциал, находится в вакууме ($\epsilon'=1$, $\mu'=1$ и т. д.), Легко показать, что, используя уравнение (23) для случая бесконечно длинного тонкого провода с током I_e и уравнение $H = \frac{1}{\mu_0} \text{rot} A$ (см. уравнение (2)), получаем то же самое выражение для H_{φ} , что и в уравнении (19)).

3. Электромагнитные волны в вакууме, волновые уравнения

Определяя из двух основных уравнений (3) и (5) $\text{rot}H$ и $\text{rot}E^*$, получаем для вакуума

$$\text{rot}H = \epsilon_0 \frac{\partial E}{\partial t}, \quad \text{rot}E^* = \mu_0 \frac{\partial H^*}{\partial t}. \quad (27)$$

С учетом уравнений (3) имеем

$$\text{rotrot}H = -\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 H}{\partial t^2}, \quad \text{rotrot}E^* = -\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 E^*}{\partial t^2}. \quad (28)$$

Уравнения (6) для вакуума ($\rho_e=0$, $\rho_g=0$) дают

$$\text{div}D=0, \quad \text{div}B^*=0. \quad (29)$$

Тогда из уравнений (28) получаем окончательно, учитывая (29):

$$\nabla^2 H = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 H}{\partial t^2}, \quad \nabla^2 E^* = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 E^*}{\partial t^2}, \quad (30)$$

где ∇^2 —оператор Лапласа.

Уравнения (30) решаются независимо друг от друга. Векторы E и H^* определяются по уравнениям (3) либо по (27). Связь между электромагнитными полями (E, H) и (E^*, H^*) будет определяться уравнением (21), если они генерированы в источнике электрическими плотностями токов $\mathfrak{J}$ и уравнением (22)—если они генерированы магнитными плотностями токов $\mathfrak{K}$. Вычисляя составляющие плотностей энергий по уравнению (10), получаем матрицу

$$W = W_0 \begin{vmatrix} 1 & -n^2 \\ -n^2 & n^2 \end{vmatrix},$$

где для электромагнитных волн, испущенных антенной с электрическими токами

$$W_0 = \frac{1}{2} \epsilon_0 E^2 + \frac{1}{2} \mu_0 H^2,$$

а для электромагнитных волн, испущенных антенной с магнитными токами

$$W_0 = \frac{1}{2} \epsilon_0 (E^*)^2 + \frac{1}{2} \mu_0 (H^*)^2.$$

Составляющие матрицы $W_{12} = -n^2 W_0$ и $W_{21} = -n^2 W_0$ определяют плотности энергий взаимодействия полей (E, H) и (E^*, H^*) .

4. Уравнения электромагнитных полей в проводнике из электрического вещества

Получим уравнения для векторов электромагнитных полей в проводящей электрической среде ($\sigma \neq 0$, $\sigma_g = 0$), свободной от электрических и магнитных зарядов ($\rho_e = 0$, $\rho_g = 0$). Электрическими токами смещения $\partial \mathbf{D} / \partial t$ по сравнению с токами проводимости пренебрегаем ввиду их малости. Магнитные токи смещения $\partial \mathbf{B}^* / \partial t$, несмотря на их малость, будем учитывать для выяснения их влияния.

Так как $\sigma_g = 0$, то всюду $\mathbf{x} = 0$, а $\mathbf{z} = \sigma \mathbf{E}$.

Уравнения (4), (5) и (6) при всех этих условиях и записанные для комплексных функций от $\exp(j\omega t)$ имеют вид:

$$\left. \begin{aligned} \operatorname{rot} \dot{\mathbf{H}} + c n \varepsilon_g \operatorname{rot} \dot{\mathbf{E}}^* - j \omega \frac{n}{c} \dot{\mathbf{H}}^* - \sigma \dot{\mathbf{E}} &= 0 \\ c n \mu \operatorname{rot} \dot{\mathbf{H}} + \operatorname{rot} \dot{\mathbf{E}}^* - j \omega \mu_g \dot{\mathbf{H}}^* &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (31)$$

$$\operatorname{rot} \dot{\mathbf{E}} = -j \omega \mu \dot{\mathbf{H}}, \quad \operatorname{rot} \dot{\mathbf{H}}^* = -j \omega \varepsilon_g \dot{\mathbf{E}}^*. \quad (32)$$

Беря от уравнений (32) rot , подставляя в (31) и учитывая также, что при $\rho_e = 0$ и $\rho_g = 0$ дивергенции $\mathbf{D}$ и $\mathbf{B}^*$ равны нулю, получаем

$$\begin{aligned} \nabla^2 \dot{\mathbf{E}} + a_1 \nabla^2 \dot{\mathbf{H}}^* + a_2 \dot{\mathbf{H}}^* - a_3 \dot{\mathbf{E}} &= 0, \\ b_1 \nabla^2 \dot{\mathbf{E}} + \nabla^2 \dot{\mathbf{H}}^* + b_2 \dot{\mathbf{H}}^* &= 0, \end{aligned} \quad (33)$$

где

$$\begin{aligned} a_1 &= c n \mu, \quad a_2 = \frac{n \omega^2 \mu}{c^2}, \quad a_3 = j \sigma \omega \mu, \\ b_1 &= c n \varepsilon_g, \quad b_2 = \omega^2 \varepsilon_g \mu_g. \end{aligned} \quad (34)$$

Решая систему (33), получаем для векторов $\dot{\mathbf{E}}$ и $\dot{\mathbf{H}}^*$ следующее уравнение:

$$(c_1 \nabla^4 - c_2 \nabla^2 - c_3) \dot{\mathbf{F}} = 0, \quad (35)$$

где $\dot{\mathbf{F}} = \dot{\mathbf{E}}$ либо $\dot{\mathbf{H}}^*$ и

$$\begin{aligned} c_1 &= 1 - a_1 b_1 = 1 - n^2 c^2 \mu \varepsilon_g, \quad c_2 = a_3 - b_2 - a_2 b_1, \\ c_3 &= j \sigma \omega \mu - \omega^2 \varepsilon_g \mu_g + n^2 \omega^2 \varepsilon_g \mu, \quad c_4 = a_3 b_2 = j \sigma \omega^3 \mu \varepsilon_g \mu_g. \end{aligned} \quad (36)$$

Если пренебречь магнитными токами смещения $\partial \mathbf{B}^* / \partial t = 0$, то в системе (33) необходимо принять $a_2 = 0$, $q_2 = 0$. Тогда получаем вместо (35)

$$((1 - n^2 c^2 \mu \varepsilon_g) \nabla^2 - j \sigma \omega \mu) \dot{\mathbf{F}} = 0 \quad (37)$$

и следующую связь между $\dot{\mathbf{E}}$ и $\dot{\mathbf{H}}^*$ с точностью до аддитивной постоянной

$$\dot{\mathbf{H}}^* = -c n \varepsilon_g \dot{\mathbf{E}}. \quad (38)$$

Общеизвестные Максвелловские уравнения для проводящей среды при пренебрежении токами смещения получаются из уравнения (37) при устремлении постоянной взаимодействия $n \rightarrow 0$, что дает

$$(\nabla^2 - j\omega\sigma\mu)\vec{E} = 0.$$

5. Заключение

Представленные основные уравнения электромагнитодинамики являются обобщением уравнений электродинамики Максвелла и инверсно-сопряженных уравнений Иосифьяна [3] и позволяют исследовать стационарные и переменные электромагнитные поля, которые генерированы электрическими и магнитными зарядами и токами.

Полученные интегральные выражения электрического и магнитного векторов-потенциалов, содержащие электрические и магнитные токи (или их плотности), являются аналогами закона Био-Савара для электромагнитодинамики. Причем электрический ток обуславливает как электрический вектор-потенциал A , который отличается от своего аналога множителем $(1-n^2)^{-1}$, так и магнитный вектор-потенциал K .

Исследование распространения электромагнитных полей в вакууме показало, что, хотя волновые уравнения для электромагнитных полей (E, H) решаются независимо от волновых уравнений для полей (E^*, H^*), энергетические характеристики этих полей взаимосвязаны и обусловлены тем, каким током (электрическим либо магнитным) генерированы эти поля в первоисточнике.

Гармонические электромагнитные поля в проводящем электрическом веществе при пренебрежении только электрическими токами смещения описываются дифференциальными уравнениями в частных производных четвертой степени. Степень дифференциальных уравнений понижается до второй, если не учитываются также и магнитные токи смещения. Однако даже и в этом случае уравнения отличаются от известного уравнения электродинамики коэффициентом при операторе ∇^2 , равном $1-n^2c^2\mu\epsilon_g=1-n^2\mu'\epsilon'_g$.

Приложение

$e(A \cdot \text{сек}), g(B \cdot \text{сек}),$ $\rho_e(A \cdot \text{сек} \cdot M^{-3})$ $\rho_g(B \cdot \text{сек} \cdot M^{-3}),$ $E, E^*(B \cdot M^{-1})$ $H, H^*(A \cdot M^{-1})$ $D, D^*(A \cdot \text{сек} \cdot M^{-2})$ $B, B^*(B \cdot \text{сек} \cdot M^{-2})$ $\delta(A \cdot M^{-2}), \kappa(B \cdot M^{-2})$ $\varphi_e(B), \varphi_g(A)$	—электрический и магнитный свободные заряды и их плотности, —векторы электрических напряженностей, —векторы магнитных напряженностей, —векторы электрических индукций, —векторы магнитных индукций, —векторы плотности электрического и магнитного токов проводимости, —скалярные электрический и магнитный потенциалы,
--	---

$A(B \cdot \text{сек} \cdot M^{-1}), K(A \cdot \text{сек} \cdot M^{-1})$

—электрический и магнитный векторы-потенциалы,

$\varepsilon = \varepsilon' \cdot \varepsilon_0, \varepsilon_g = \varepsilon'_g \cdot \varepsilon_0$

—электрические проницаемости электрических и магнитных сред,

$\mu = \mu' \cdot \mu_0, \mu_g = \mu'_g \cdot \mu_0$

—магнитные проницаемости электрических и магнитных сред,

$\varepsilon_0 = 8,854 \cdot 10^{-12} (A \cdot B^{-1} \cdot \text{сек} \cdot M^{-1}), \mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$

—электрическая и магнитная проницаемости вакуума,

$(B \cdot A^{-2} \cdot \text{сек} \cdot M^{-1})$

$\varepsilon', \varepsilon'_g, \mu', \mu'_g$

—относительные безразмерные проницаемости среды,

$c = (\varepsilon_0 \mu_0)^{-1/2} (M \cdot \text{сек}^{-1})$

—скорость света в вакууме,

$\sigma (A \cdot B^{-1} \cdot M^{-1}), \tau_g (B \cdot A^{-1} \cdot M^{-1})$

—электрическая и магнитная проводимости.

ЛИТЕРАТУРА

1. Г. Л. Арешян. ДАН Арм.ССР, 66, № 1, 222 (1978).
2. Г. Л. Арешян. Изв. НАН Армении, Физика, 30, № 6, 249 (1995).
3. А. Г. Иосифьян. ДАН Арм.ССР, 55, № 2, 98 (1972)

ԷԼԵԿՏՐԱՄԱԳՆԻՏՈՒԴԻՆԱՄԻԿԱՅԻ ՀԻՄՆԱԿԱՆ ՀԱՎԱՍԱՐՈՒՄՆԵՐԸ ԵՎ ՆՐԱՆՑ ԿԻՐԱՌՄԱՆ ԵՐԿՈՒ ԴԵՊՔԸ

Գ. Լ. ԱՐԵՇՅԱՆ

Տրված են էլեկտրամագնիսամիկայի հիմնական վեկտորական դիֆերենցիալ հավասարումները, ստացված տենզորային հավաքարումներից էլեկտրական և մագնիսական լիցքերի առկայության դեպքում: Պոստուլացվում են վեկտոր-պոտենցիալների ինտեգրալային արտահայտությունները: Ստացված են էլեկտրամագնիսական դաշտերի հավասարումները վակուումում և տարածություն մեջ, որը պարունակում է էլեկտրահաղորդիչ նյութ:

BASIC EQUATIONS OF ELECTROMAGNETODYNAMICS AND TWO CASES OF THEIR APPLICATION

G. L. ARESHIAN

Basic vector differential equations of electromagnetodynamics are given derived from tensor equations in the presence of electric and magnetic charges. The integral expressions for vector-potentials are postulated. Electromagnetic fields' equations are obtained for vacuum and conducting electric matter containing space.

ВОЗБУЖДЕНИЕ K И L УРОВНЕЙ АТОМОВ
МОДУЛИРОВАННЫМИ РЕНТГЕНОВСКИМИ ПУЧКАМИ

М. А. НАВАСАРДЯН, О. С. СЕМЕРДЖЯН, Р. Ц. ГАБРИЕЛЯН

Ереванский государственный университет

(Поступила в редакцию 14 июня 1996 г.)

Используя модулятор рентгеновского излучения и применяя MoK_α и CuK_α излучения в качестве модулированных и возбуждающих пучков, возбуждено большое число атомов со средними и сравнительно большими атомными номерами. Зарегистрировано рентгенфлуоресцентное излучение K_α , L_α , L_β линий атомов. Флуоресцирующий образец находился в атмосфере и обычно располагался на расстоянии 5 мм от кристалла-сцинтиллятора у входа детектора излучения.

В работах [1—3] описан практический модулятор рентгеновского излучения с мощными потоками фотонов, работающий в области тонкого кристалла, а именно, при $\mu t \leq 1$ (μ —коэффициент поглощения, t —толщина кристалла). Проходящий пучок при $\mu t = 0,7$ уменьшается всего в два раза. При наличии таких мощных потоков дифрагированного излучения (несколько миллионов фотонов в секунду для рентгеновской трубки или несколько десятков миллионов фотонов для синхротонного излучения) естественно ожидать применения таких модулированных пучков в качестве инструмента для изучения разных процессов, происходящих во временном масштабе в атомных системах или в атомах, в частности, в веществах, находящихся в разных агрегатных состояниях—рентгенфлуоресценция и люминесценция кристаллов, жидкостей, газообразных или плазменных сред. Этому способствует также то обстоятельство, что в вышеуказанных работах [1—3] наряду с модулированным пучком разработано приемное устройство с хорошей интегрирующей электрической цепью, состоящей в основном из индуктивностей и емкостей, величины которых можно изменять, исходя из требований данной задачи.

В данной работе была поставлена задача: попытаться возбудить K и L уровни некоторых атомов, для которых энергия K или L -краев поглощения меньше, чем энергия фотона K_α линии молибдена или меди, применяемых в качестве модулированного пучка, а также регистрировать рентгенфлуоресцентные излучения, испускаемые возбужденными атомами, и оценить интенсивности этих пучков в зависимости от атомного номера исследуемых атомов и от расстояний возбужденного вещества от детектора.

Схема эксперимента показана на рис. 1, где из источника рентгеновского излучения (1) пучок (2) направляется на кристалл-моду-

лятор (3), установленный с помощью гониометра (4) в отражающее положение по Лауэ. В модуляторе образуется дифрагированный рентгеновский пучок (7), который направляется на образец (8). Для превращения пучка (7) в модулированный пучок из системы низкочастотного (5) и высокочастотного (6) генераторов модулированное электрическое колебание подается на кристалл-модулятор, в котором под воздействием возникающих модулированных акустических колебаний на модуляторе (3) пучок (7) осциллирует согласно низкочастотным колебаниям от генератора (5).

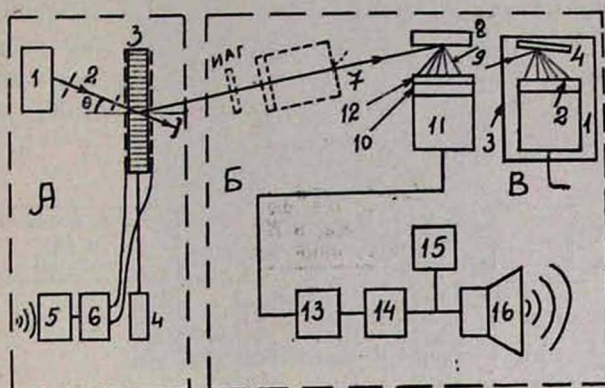


Рис. 1. Схема возбуждения и регистрации флуоресцентного излучения. А—модулированная часть рентгеновского излучения, Б—приемная часть модулированного флуоресцентного пучка с флуоресцирующим образцом. 1—источник рентгеновского излучения, 2—первоначальный падающий пучок, 3—кристалл-модулятор с электродами, 4—гониометр, 5—низкочастотный генератор (или микрофон), 6—высокочастотный генератор, 7—падающее монохроматическое и модулированное излучение, 8—флуоресцирующий образец, 9—флуоресцентный пучок, 10—сцинтиллятор на основе NaI(Tl) с бериллиевой заслонкой (12), 11—детектор, 13—интегрирующая схема, 14—усилитель, 15—осциллограф, 16—громкоговоритель. В—детектор (1) с антраценом (2), бумажным футляром (3) и образцом (4), испускающим длинноволновое рентгеновское излучение

Под воздействием этого пучка в образце (8) формируется модулированный флуоресцирующий пучок (9), который, преобразуясь в сцинтилляторе (10) в световые кванты и пройдя через детектор (11) с бериллиевым покрытием (12), преобразуется в электрические импульсы. Эти импульсы группируются согласно такту низкочастотного колебания от генератора (5) и передаются интегрирующей схеме (13), в которой сгруппировавшиеся индивидуальные электрические импульсы формируют аналоговые сигналы. После этого сигналы от интегрирующей схемы передаются к усилителю (14), а затем к осциллографу (15) и громкоговорителю (16). Работа выполнялась на дифрактометре ДРОН-3 со сцинтилляционным счетчиком БДС-6.

В таблице представлен список атомов, подвергшихся воздействию модулированного пучка. Часть этих атомов (веществ) находилась в

чистом атомарном состоянии (*Mo, Y, Ge, Zn, Cu, Fe, Cr, Si, Al, Mg, Ag, Cd, Sn, I, Ta, W, Au, Pb, Bi*), а другая часть—в составе химического соединения: *Zr(ZrSiO₄), Y(Y₃Al₅O₁₂), Br(AgBr), Ga(GaP), Ca(CaCO₃), K(KCl), Cl(NaCl)*. В таблице представлены энергии фотонов $K_{\alpha_1}, K_{\alpha_2}, L_{\alpha_1}, L_{\beta_1}$ линий и энергия $K-, L_{II-}, L_{III-}$ краев поглощения этих атомов. Знаком (+) указаны атомы (вещества), у которых обнаружено рентгенфлуоресцентное модулированное излучение (сцинтиллятор из *NaI(Tl)*), а знаком (—)—атомы (вещества), у которых такое излучение этим сцинтиллятором (БДС-6) не зарегистрировано. Список атомов разделен на две части: в верхней половине расположены атомы, K -край поглощения которых меньше, чем энергия фотонов MoK_{α} линии, а в нижней части энергия K -края поглощения соответствующих атомов больше, чем энергия фотонов MoK_{α} линии. У последних возбуждаются $L_{\alpha_1}, L_{\beta_1}$ линии.

Таблица

Химический элемент и характер эхо			Энергия K -края, эВ	Энергия фотонов K_{α_1} и K_{α_2} линий, эВ		Энергия фотонов L_{α_1} и L_{β_1} линий, эВ		Энергия L_{II-} — L_{III-} краев поглощения, эВ	
a)	1	<i>Mo</i> (42) (—)	20004	17479	17374				
	2	<i>Zr</i> (40) (—)	17999	15775	15691				
	3	<i>Y</i> (39) (+)	17038	14958	14883				
	4	<i>Br</i> (35) (+)	13470	11924	11878				
	5	<i>Ge</i> (32) (+)	11104	9855	9886				
	6	<i>Ga</i> (31) (+)	10368	9251	9225				
	7	<i>Zn</i> (30) (+)	9661	8639	8616				
	8	<i>Cu</i> (29) (+)	8332	8048	8028				
	9	<i>Ni</i> (28) (+)	7709	7478	7460				
	10	<i>Fe</i> (26) (—)	6538	6403	6391				
	11	<i>Cr</i> (24) (—)	5989	5415	5405				
	12	<i>Ca</i> (20) (—)	4038	3692	3688				
	13	<i>K</i> (19) (—)	3608	3314	3311				
	14	<i>Cl</i> (17) (—)	2819	2622	2620				
	15	<i>Si</i> (14) (—)	1840	1740	1739				
	16	<i>Al</i> (13) (—)	1560	1487	1486				
	17	<i>Mg</i> (12) (—)	1303		1253				
	18	<i>Na</i> (11) (—)	1072		1040				
b)	19	<i>Ag</i> (47) (—)	25516	22163	21990	2984	3150	3525	3350
	20	<i>Cd</i> (48) (—)	26716	23174	22984	3133	3316	3728	3537
	21	<i>In</i> (49) (—)	27942	24210	24002	3286	3487	3939	3730
	22	<i>Sn</i> (50) (—)	29195	25271	25044	3443	3662	4157	3928
	23	<i>I</i> (53) (—)	33167	28612	28317	3937	4220	4854	4558
	24	<i>Gd</i> (64) (+)	50233	42996	42310	6057	6713	7931	7243
	25	<i>Ta</i> (73) (+)	67403	57532	56277	8146	9343	11132	9876
	26	<i>W</i> (74) (+)	69508	59318	57981	8397	9672	11538	10199
	27	<i>Au</i> (79) (+)	80720	68804	66990	9713	11442	13736	11921
	28	<i>Pb</i> (82) (+)	88005	74969	72804	10551	12613	15205	13040
	29	<i>Bi</i> (83) (+)	90534	77108	74815	10838	13023	15719	13426

Наиболее интенсивным получается рентгенфлуоресцентное излучение иттрия (*Y*) при использовании MoK_{α} излучения, т. к. максимум в графике коэффициента поглощения иттрия совпадает с длиной волны K_{α} линии молибдена [4]. Флуоресцентное излучение регистрировалось под углом $\sim 90^\circ$ по отношению к падающему пучку (7). Образец иттрий-алюминиевого граната (ИАГ) $Y_3Al_5O_{12}$ располагался также на пути модулированного пучка таким образом, чтобы пучок, проходя через

образец ИАГ, возбуждал в нем флуоресцентное излучение. На рис. 2а, б показаны модулированные пучки от ИАГ и от свинца (Pb) соответственно.

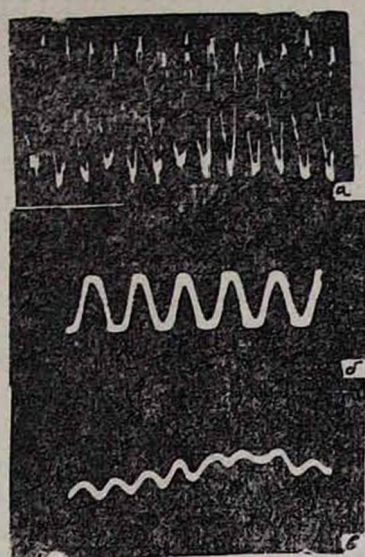


Рис. 2. Картина модулированного флуоресцентного излучения от разных образцов: а) ИАГ ($E_{\text{к-край}} < E_{h\nu, Mo}$), б) свинец ($E_{\text{к-край}} < E_{h\nu, Mo}$), в) Ag при использовании сцинтиллятора антрацена ($C_{14}H_{10}$) ($E_{\text{к-край}} < E_{h\nu, Mo}$).

Так как генерированное флуоресцентное излучение распространяется по всему телесному углу, то при приближении кристаллической пластинки ИАГ к кристаллу-модулятору интенсивность пучка, попадающего на сцинтиллятор, уменьшается и картина модуляции исчезает, и наоборот, при приближении ИАГ к сцинтилляционному счетчику появляется картина модуляции, и звуковая передача восстанавливается.

Из таблицы видно, что не регистрируются излучения от тех атомов, у которых K_{α} , L_{α_1} , L_{β_1} линии в основном поглощаются бериллиевым окном сцинтиллятора. Знаком (—) указаны именно такие атомы, у которых интенсивность флуоресцентного излучения, дошедшего до сцинтиллятора NaI (Tl), настолько слаба, что модуляция не воспроизводится. Одним из ярких примеров таких атомов являются атомы железа; от Fe наблюдается чрезвычайно слабый пучок без малейшего намека на модуляцию, несмотря на то, что K_{α} линия железа ($\lambda = 1,936 \text{ \AA}$) не очень сильно поглощается бериллием. Неожиданно

ведет себя и серебро. В случае Ag имеется значительное количество рассеянных фотонов ($\lambda_{L\alpha} = 4,154 \text{ \AA}$), но регистрируется чрезвычайно слабая модуляция. Поэтому нами Ag был включен в список атомов со знаком (—). Справочные данные были взяты из [4].

Для регистрации фотонов от атомов со знаком (—) применялся сцинтиллятор другой конструкции с использованием антрацена ($C_{14}H_{10}$). Так как последний не боится влаги, он не покрывается бериллием, и фактор поглощения устраняется. В этом случае флуоресцирующий образец располагался внутри футляра счетчика (футляр был сделан из черной бумаги) так, что между образцом и сцинтиллятором находился только тонкий слой воздуха (см. рис. 1в). При такой конструкции сильно расширяется спектр регистрируемых фотонов. На рис. 2в показана картина модуляции от образца Ag при последней конструкции сцинтиллятора. Модуляция сильно флуоресцирующих образцов (Y , $Y_2Al_2O_3$, Ge , Pb и т.д.) регистрируется даже при расстоянии образца 15–20 мм от сцинтиллятора.

На легких атомах (H , Li , Be , B , C) образуются мощные потоки комптоновских фотонов. Но вопрос комптоновского рассеяния рассмотрен в другой нашей работе, которая уже представлена для опубликования. Здесь отметим только одно обстоятельство: этим способом удалось зарегистрировать модулированное комптоновское излучение даже от нескольких жидкостей, в частности, от воды.

Используя модулированные пучки с различной частотой модуляции, изучались также сцинтилляционные кристаллы с различными временами релаксации. Такой способ обеспечивает простое и легкодоступное изучение важных временных характеристик сцинтилляторов (жидких или твердых).

Таким образом, геометрия настоящего эксперимента и модулированный пучок дают возможность, во-первых, изучать временные характеристики люминесцирующих и флуоресцирующих объектов, и во-вторых, исследовать образцы в атмосферных условиях (т. е. минуя вакуумную часть установок). Эти преимущества дают возможность сильно расширить область применения метода рентгеноспектроскопических исследований.

ЛИТЕРАТУРА

1. М. А. Навасардян, П. А. Безирганян, К. Т. Айрапетян, С. С. Галстян. АС СССР № 1642933, 15.12.1990 г.
2. М. А. Навасардян, Ю. Р. Назарян, В. К. Мирзоян. Изв. АН Арм.ССР, Физика, т.14, 425 (1979).
3. А. Р. Мкртчян, М. А. Навасардян, В. К. Мирзоян и др. АС СССР № 1327716, 01.04.1987 г.
4. М. А. Блохин, И. Г. Швейцер. Рентгеноспектральный справочник. М., «Наука», 1982 г.

EXCITATION OF K- AND L-LEVELS OF ATOMS BY MODULATED X-RAY BEAMS

M. A. NAVASARDYAN, H. S. SEMERGIAN, R. Tz. GABRIELIAN

Using the X-ray modulators and applying the MoK - and CuK - radiation beams, the atoms of many elements with average and comparatively high atomic numbers were excited. X-ray fluorescence radiation of the atomic K_{α} , L_{α} , and L_{β} lines was recorded. The sample was placed in atmosphere 5 mm apart from the scintillating crystal near the input of the X-ray detector.

ԱՏՈՄՆԵՐԻ K ԵՎ L ՄԱԿԱՐԴԱԿՆԵՐԻ ԳՐԳՌՈՒՄԸ ՄՈԴՈՒԼՎԱԾ ՌԵՆՏԳԵՆՅԱՆ ՓՆՋԵՐԻ ՄԻՋՈՑՈՎ

Մ. Ա. ՆԱՎԱՍԱՐԴՅԱՆ, Հ. Ս. ՍԵՄԵՐԴՅԱՆ, Ռ. Յ. ԳԱՐԲԵԼՅԱՆ

Օգտագործելով ունեղենյան ճառագայթների մոդուլարարներ և որպես մոդուլված և գրգռվող փնջեր կիրառելով MoK_{α} և CuK_{α} ճառագայթները գրգռվել են միջին և մեծ ատոմային համարների մեծ թվով քիմիական նյութերի ատոմները: Գրանցվել են ատոմների ունեղենաֆլուորենսցենային ճառագայթների K_{α} , L_{α} , L_{β} գծերը: Ֆլուորենսցենոզ նմուշը դրսևվել է մըթնությունային պայմաններում, սովորաբար գետնկտորի մոտքին տեղադրված սցինտիլյացիոն բյուրեղից 5մմ հեռավորության վրա:

О НЕКОТОРЫХ ОПТИЧЕСКИХ СВОЙСТВАХ СРЕД
СО СПИРАЛЬНОЙ ДИХРОИЧНОЙ СТРУКТУРОЙ

Г. А. ВАРДАНЯН, А. А. ГЕВОРГЯН, Ж. О. НИНОЯН

Московский государственный университет
Ереванский государственный университет

(Поступила в редакцию 8 августа 1995 г.)

Рассмотрены зависимости поляризационных характеристик сред со спиральной дихроичной структурой от анизотропии поглощения. Обнаружена резонансноподобная зависимость вращения от анизотропии поглощения. Изучено влияние диэлектрических границ на оптические свойства сред со спиральной дихроичной структурой.

1. Введение

Спиральные дихроичные среды представляют собой предельный случай холестерических жидких кристаллов (ХЖК) со стремящейся к нулю локальной анизотропией преломления [1]. Рассмотрение этого предельного случая имеет важное значение, поскольку обогащает наши представления об оптике спиральных периодических структур. Эти среды обладают рядом интересных свойств [1]. Дифракция света на этих структурах обусловлена анизотропией поглощения. В обычных ХЖК при наличии анизотропного поглощения действуют два механизма дифракции: один, обусловленный анизотропией преломления, другой — анизотропией поглощения. Обычно рассматриваются случаи $\text{Re}\epsilon_a \gg \text{Im}\epsilon_a$ (здесь $\epsilon_a = (\epsilon_1 - \epsilon_2)/2$, ϵ_1 , ϵ_2 — главные значения тензора диэлектрической проницаемости в плоскости, перпендикулярной оси среды), и эффекты, обусловленные анизотропией поглощения, перекрываются эффектами, обусловленными анизотропией преломления. Даже при условии $\text{Re}\epsilon_a \leq \text{Im}\epsilon_a$ некоторые эффекты, обусловленные анизотропией поглощения, практически не могут наблюдаться в эксперименте, тогда как в изучаемых средах они могут наблюдаться также в пределах реально измеримых сигналов. Один из таких эффектов будет рассмотрен в данной работе. В работе представлены также некоторые новые результаты изучения оптических свойств этих сред.

2. Прохождение линейно-поляризованного света через слой

Рассмотрим прохождение света при нормальном его падении на слой среды со спиральной дихроичной структурой, ось которого перпендикулярна граничным поверхностям. Считая, что на образец падает линейно-поляризованный свет с составляющими электрического поля $E_x = \cos\Psi$, $E_y = \sin\Psi$, где Ψ — азимут поляризации падаю-

шей волны (т. е. угол между вектором E и направлением директора на входной границе слоя), для компонент амплитуд поля прошедшего через образец света получаем:

$$E_{t,y} = \{[(S \pm M)E_{x,y} \pm NE_{y,x}] \cos(ad) + [NE_{x,y} + (M \mp S)E_{y,x}] \sin(ad)\} / \Delta, \quad (1)$$

где

$$\begin{aligned} S &= g\sqrt{v}[g\sqrt{v}(c_2 + c_1) - iu(w_1s_1 + w_2s_2)], \\ M &= gh\sqrt{v}[\sqrt{v}(c_2 - c_1) - iu(q_2s_2 - q_1s_1)], \\ N &= gb\sqrt{v}[ir_1(c_2 - c_1) - 2u\sqrt{v}(l_1s_1 + l_2s_2)], \\ \Delta &= -b^2r_2^2 + (b^2r_2^2 + 2vg^2)c_1c_2 + 2u^2[v^2g^2h^2 - r_1^2(2b^2m_2 + h^2) + 4b^2v(h^2 - \\ &\quad - 2m_2)]s_1s_2 - 2iug\sqrt{v}(w_1s_1c_2 + w_2s_2c_1), \end{aligned} \quad (2)$$

$$m_{1,2} = 1 \pm b^2, \quad r_{1,2} = 1 \pm v, \quad l_{1,2} = g \pm 2, \quad w_{1,2} = r_1(g \pm 2b^2) \pm v h^2, \quad q_{1,2} = r_1 \pm v g,$$

$$c_{1,2} = \cos(k_{1,2}d), \quad s_{1,2} = \frac{\sin(k_{1,2}d)}{k_{1,2}d}, \quad k_{1,2} = 2u \frac{\sqrt{m_{1,2} \pm g}}{d}, \quad u = \frac{\pi d \sqrt{\epsilon_m}}{\lambda},$$

$$g = \sqrt{h^2 + 4b^2}, \quad v = \frac{\epsilon_m}{\epsilon}, \quad b = \frac{\lambda}{p\sqrt{\epsilon_m}}, \quad n = \frac{\epsilon_a}{\epsilon_m}, \quad \epsilon_m = \frac{(\epsilon_1 + \epsilon_2)}{2},$$

λ — длина волны в вакууме, $a = 2 \cdot \pi / p$, p — шаг спирали, ϵ — диэлектрическая проницаемость среды, граничащей с обеих сторон с изучаемой средой, d — толщина слоя. Формулы существенно упрощаются при $v = 1$, т. е. при рассмотрении случая минимального влияния диэлектрических границ. В этом случае они принимают следующий вид:

$$\begin{aligned} S &= g[c_2 + c_1 - iu(l_1s_1 - l_2s_2)], \\ M &= h[c_2 - c_1 - iu(l_2s_2 - l_1s_1)], \end{aligned} \quad (3)$$

$$N = 2b[i(c_2 - c_1) - u(l_1s_1 + l_2s_2)],$$

$$\Delta = 2g[c_1c_2 + l_1l_2u^2s_1s_2 - iu(l_1s_1c_2 - l_2s_2c_1)].$$

Азимут поляризации φ и эллиптичность поляризации e прошедшей волны определяются следующими формулами [2]:

$$\operatorname{tg}(2\varphi) = \frac{2\operatorname{Re}(\chi)}{1 - |\chi|^2}, \quad (4)$$

$$e = \operatorname{tg}(\theta), \quad (5)$$

$$\text{где } \sin(2\theta) = \frac{2\operatorname{Im}(\chi)}{1 + |\chi|^2}, \quad \chi = E_{ty}/E_{tx}.$$

Считая $ad = 2\pi n$, $n = 1, 2, \dots$, для χ получаем:

$$\chi = - \frac{2ib(f_2 - f_1)}{g(f_2 + f_1) + h(f_2 - f_1)}, \quad (6)$$

$$\text{где } f_{1,2} = c_{1,2} \mp iul_{1,2}s_{1,2}.$$

Особенности зависимостей величин φ и e от длины волны и толщины слоя детально изучены в работе [1].

На рис. 1а представлена зависимость вращения φ от анизотропии поглощения (точнее от параметра $\ln(\operatorname{Im}(2\varepsilon_a))$) при различных длинах волн падающего света.

Из рисунка видно, что сильное (резонансоподобное) изменение вращения происходит в интервале значения параметра $\ln(\operatorname{Im}(2\varepsilon_m))$ от -3 до -1 . При дальнейшем увеличении анизотропии поглощения происходит «насыщение».

На рис. 1б представлена зависимость эллиптичности e от параметра $\ln(\operatorname{Im}(2\varepsilon_m))$ при тех же длинах волн падающего света.

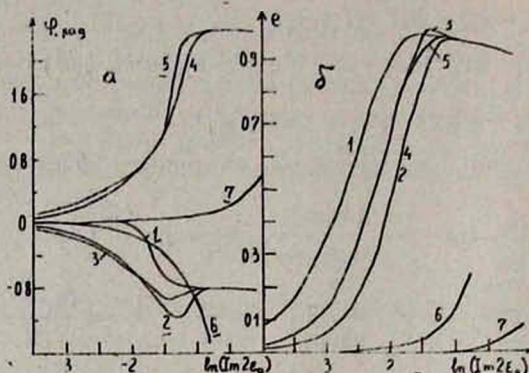


Рис. 1. Зависимость вращения φ (а) и эллиптичности e (б) от параметра $\ln(\operatorname{Im}(2\varepsilon_m))$ при различных длинах волн падающего света. 1) $\lambda_0 = p\sqrt{\operatorname{Re}\varepsilon_m} = 0.63$ мкм (длина волны дифракционного отражения), 2) 0.62 мкм, 3) 0.64 мкм (вблизи λ_0), 4) 0.4 мкм, 5) 1.0 мкм (вдали от λ_0). Параметры слоя таковы: $\operatorname{Re}\varepsilon_m = 2.25$, $\operatorname{Re}\varepsilon_a = 0$, $p = 0.42$ мкм, $d = 50p$, $v = 1$.

Для понимания механизма выявленных закономерностей рассмотрим более простой случай, а именно, отражение света от полупространства, заполненного средой со спиральной дихроничной структурой. Поле в среде на расстоянии z от границы будет иметь вид [1, 2]

$$E(z, t) = [(E_1^+ e^{i(b+k_1)z} + E_2^+ e^{i(b+k_2)z})n_+ + (\xi_1 E_1^+ e^{i(-b+k_1)z} + \xi_2 E_2^+ e^{i(-b+k_2)z})n_-] e^{-i\omega t} \quad (7)$$

где $n_{\pm} = (x \pm y)/\sqrt{2}$ — орты круговых поляризаций, $\zeta_{1,2} = -k/[1 - (b + \gamma_{1,2})^2]$, а амплитуды $E_{1,2}^{\pm}$ определяются из граничных условий и случае, когда на границу падает линейно-поляризованная, для конкретности по оси x , волна, имеют вид:

$$E_1^+ = -\sqrt{2}[(1+b+\gamma_2) - \zeta_2(1-b+\gamma_2)]/\Delta, \quad (8)$$

$$E_2^+ = -\sqrt{2}[\zeta_1(1-b+\gamma_1) - (1+b+\gamma_1)]/\Delta,$$

$$\text{где } \Delta = \left[\frac{1+b+\gamma_2}{1+b-\gamma_1} - \frac{1+b+\gamma_1}{1+b-\gamma_2} \right] h, \quad \gamma_{1,2} \sqrt{m_{1,2} \pm g}.$$

Из (7) следует, что поворот плоскости поляризации $\varphi(z)$ может быть представлен в виде двух слагаемых, одно из которых линейно зависит от z :

$$\varphi(z) = \varphi_0(z) + az, \quad (9)$$

где φ_0 — поворот плоскости поляризации, если поле в среде представить в виде

$$E(z, t) = [(E_1^+ e^{ik_1 z} + E_2^+ e^{ik_2 z})n_+ + (\hat{\epsilon}_1 E_1^+ e^{ik_1 z} + \hat{\epsilon}_2 E_2^+ e^{ik_2 z})n_-] e^{-i\omega t}. \quad (10)$$

Вычисления показывают, что аналогичные (сильные) изменения величин $\varphi(z)$ и ϵ наблюдаются также в этом случае (только амплитуды изменений разные), т. е. эти эффекты обусловлены особенностями структуры среды. Из рис. 1 видно также, что сильные изменения величин $\varphi(z)$ и ϵ наблюдаются в областях дифракционного взаимодействия света со средой.

Как показывает детальный анализ, эти сильные изменения в зависимостях величин $\varphi(z)$ и ϵ от параметра $\ln(\text{Im}(2\epsilon_a))$ обусловлены в основном сильными изменениями амплитуд четырех циркулярно поляризованных волн, возбуждаемых в среде (см. формулы (7) или (10)), а фазовые изменения не имеют решающего значения. Физическая причина указанных закономерностей заключается в следующем. При слабой анизотропии поглощения среда ведет себя как практически изотропная (напоминаем, что $\text{Re}\epsilon_a = 0$), и поэтому в среде возбуждаются только две лево- и право- поляризованные волны с одинаковыми амплитудами и с одинаковыми фазовыми скоростями. По мере увеличения анизотропии поглощения взаимодействие света со средой приобретает дифракционный характер, и быстро начинают увеличиваться амплитуды двух других циркулярно-поляризованных волн, возбуждаемых в среде (на ее периодических неоднородностях). (При этом, как и в обычных спиральных средах со слабой анизотропией, амплитуда одной из волн с недифрагирующей круговой поляризацией намного меньше амплитуд трех остальных). Это, естественно, приводит к дифракционному отражению света, увеличению эллиптичности поляризации и увеличению дифракционного вращения плоскости поляризации. При этом большую роль играют также само поглощение и разное поглощение разных собственных волн. Мнимые добавки резонансных (k_2) и нерезонансных (k_1) волновых векторов разные (это видно из выражения для k_1 и k_2), причем $\text{Im}k_1 > \text{Im}k_2$. С дальнейшим увеличением анизотропии поглощения эта разность быстро увеличивается. Увеличение мнимых частей k_1 и k_2 приводит к быстрому уменьшению амплитуд собственных волн, пропорциональных $\exp(-\text{Im}k_{1,2}z)$, из-за того, что $\text{Im}k_1 > \text{Im}k_2$, быстро уменьшаются и с увеличением z становятся пренебрежимо малыми те амплитуды, которые пропорциональны $\exp(-\text{Im}k_2 z)$. Поэтому при достаточной удаленности от границы, в случае большой анизотропии поглощения, поле можно представить в виде

На рис. 1а представлена зависимость вращения φ от анизотропии поглощения (точнее от параметра $\ln(\text{Im}(2\varepsilon_m))$) при различных длинах волн падающего света.

Из рисунка видно, что сильное (резонансоподобное) изменение вращения происходит в интервале значения параметра $\ln(\text{Im}(2\varepsilon_m))$ от -3 до -1 . При дальнейшем увеличении анизотропии поглощения происходит «насыщение».

На рис. 1б представлена зависимость эллиптичности e от параметра $\ln(\text{Im}(2\varepsilon_m))$ при тех же длинах волн падающего света.

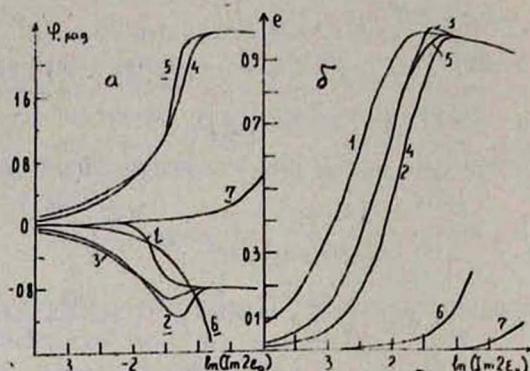


Рис. 1. Зависимость вращения φ (а) и эллиптичности e (б) от параметра $\ln(\text{Im}(2\varepsilon_m))$ при различных длинах волн падающего света. 1) $\lambda_0 = p\sqrt{\text{Re}\varepsilon_m} = 0.63$ мкм (длина волны дифракционного отражения), 2) 0.62 мкм, 3) 0.64 мкм (вблизи λ_0), 4) 0.4 мкм, 5) 1.0 мкм (вдали от λ_0). Параметры слоя таковы: $\text{Re}\varepsilon_m = 2.25$, $\text{Re}\varepsilon_a = 0$, $p = 0.42$ мкм, $d = 50p$, $v = 1$.

Для понимания механизма выявленных закономерностей рассмотрим более простой случай, а именно, отражение света от полупространства, заполненного средой со спиральной дихроичной структурой. Поле в среде на расстоянии z от границы будет иметь вид [1, 2]:

$$E(z, t) = [(E_1^+ e^{i(b+k_1)z} + E_2^+ e^{i(b+k_2)z})p_+ + (\xi_1 E_1^+ e^{i(-b+k_1)z} + \xi_2 E_2^+ e^{i(-b+k_2)z})p_-] e^{-i\omega t}, \quad (7)$$

где $p_{\pm} = (x \pm y)/\sqrt{2}$ — орты круговых поляризаций, $\xi_{1,2} = -k/[1 - (b + \eta_{1,2})^2]$, а амплитуды $E_{1,2}^{\pm}$ определяются из граничных условий и в случае, когда на границу падает линейно-поляризованная, для кон-
кретности по оси x , волна, имеют вид:

$$E_1^+ = -\sqrt{2}[(1+b+\eta_2) - \xi_2(1-b+\eta_2)]/\Delta, \quad (8)$$

$$E_2^+ = -\sqrt{2}[\xi_1(1-b+\eta_1) - (1+b+\eta_1)]/\Delta,$$

$$\text{где } \Delta = \left[\frac{1+b+\eta_2}{1+b-\eta_1} - \frac{1+b+\eta_1}{1+b-\eta_2} \right] h, \quad \eta_{1,2} \sqrt{m_1 \pm g}.$$

Из (7) следует, что поворот плоскости поляризации $\varphi(z)$ может быть представлен в виде двух слагаемых, одно из которых линейно зависит от z :

$$\varphi(z) = \varphi_0(z) + az, \quad (9)$$

где φ_0 — поворот плоскости поляризации, если поле в среде представить в виде

$$E(z, t) = [(E_1^+ e^{ik_1 z} + E_2^+ e^{ik_2 z})n_+ + (\xi_1 E_1^+ e^{ik_1 z} + \xi_2 E_2^+ e^{ik_2 z})n_-] e^{-i\omega t}. \quad (10)$$

Вычисления показывают, что аналогичные (сильные) изменения величин $\varphi(z)$ и e наблюдаются также в этом случае (только амплитуды изменений разные), т. е. эти эффекты обусловлены особенностями структуры среды. Из рис. 1 видно также, что сильные изменения величин $\varphi(z)$ и e наблюдаются в областях дифракционного взаимодействия света со средой.

Как показывает детальный анализ, эти сильные изменения в зависимостях величин $\varphi(z)$ и e от параметра $\ln(\text{Im}(2\varepsilon_a))$ обусловлены в основном сильными изменениями амплитуд четырех циркулярно поляризованных волн, возбуждаемых в среде (см. формулы (7) или (10)), а фазовые изменения не имеют решающего значения. Физическая причина указанных закономерностей заключается в следующем. При слабой анизотропии поглощения среда ведет себя как практически изотропная (напоминаем, что $\text{Re}\varepsilon_a = 0$), и поэтому в среде возбуждаются только две лево- и право- поляризованные волны с одинаковыми амплитудами и с одинаковыми фазовыми скоростями. По мере увеличения анизотропии поглощения взаимодействие света со средой приобретает дифракционный характер, и быстро начинают увеличиваться амплитуды двух других циркулярно-поляризованных волн, возбуждаемых в среде (на ее периодических неоднородностях). (При этом, как и в обычных спиральных средах со слабой анизотропией, амплитуда одной из волн с недифрагирующей круговой поляризацией намного меньше амплитуд трех остальных). Это, естественно, приводит к дифракционному отражению света, увеличению эллиптичности поляризации и увеличению дифракционного вращения плоскости поляризации. При этом большую роль играют также само поглощение и разное поглощение разных собственных волн. Мнимые добавки резонансных (k_2) и нерезонансных (k_1) волновых векторов разные (это видно из выражения для k_1 и k_2), причем $\text{Im}k_1 > \text{Im}k_2$. С дальнейшим увеличением анизотропии поглощения эта разность быстро увеличивается. Увеличение мнимых частей k_1 и k_2 приводит к быстрому уменьшению амплитуд собственных волн, пропорциональных $\exp(-\text{Im}k_{1,2}z)$, из-за того, что $\text{Im}k_1 > \text{Im}k_2$, быстро уменьшаются и с увеличением z становятся пренебрежимо малыми те амплитуды, которые пропорциональны $\exp(-\text{Im}k_2 z)$. Поэтому при достаточной удаленности от границы, в случае большой анизотропии поглощения, поле можно представить в виде

$$E(z, t) = E_2 e^{ik_2 z} (\mathbf{n}_+ + \xi_2 \mathbf{n}_-) e^{-i\omega t}. \quad (11)$$

Модуль отношения амплитуд ξ_2 стремится к единице при $\lambda \rightarrow \lambda_0$, а при данной длине волны падающего света с увеличением анизотропии поглощения ξ_2 увеличивается и медленно стремится к единице. Так что эллиптичность поляризации медленно уменьшается с увеличением анизотропии поглощения. А поворот плоскости поляризации, как видно из (11), определяется величинами реальных и мнимых частей ξ_2 . Как показывают расчеты, с дальнейшим увеличением анизотропии поглощения разность реальных и мнимых частей ξ_2 меняется медленно, вследствие чего медленно меняется также поворот плоскости поляризации.

Рассмотренным ходом изменения амплитуд объясняется ход изменения поворота и эллиптичности не только в случае полубесконечной среды, но и для слоя среды конечной толщины.

Вычисления показывают, что аналогичные (резонансоподобные) изменения наблюдаются также в обычных средах со спиральной структурой. Но если в обычных спиральных структурах такое явление наблюдается при значениях коэффициента прохождения $T \sim 10^{-10} - 10^{-11}$, т. е. когда практически отсутствует прошедшая волна, то в этих средах это явление наблюдается при значениях T в интервале от 10^{-2} до 10^{-3} , т. е. при обозримых значениях коэффициента прохождения. Что же касается вопроса экспериментального обнаружения выявленных закономерностей, то, как нам кажется, при выборе ХЖК с возможно слабой анизотропией преломления и сильной анизотропией поглощения (при необходимости можно в ХЖК растворить соответствующий краситель) вполне возможно экспериментальное обнаружение выявленных закономерностей.

3. Влияние диэлектрических границ на амплитудные характеристики среды

Вычисление зависимости коэффициента отражения R от длины волны при $v=2.25$ и $v=1/2.25$ и сравнение этих результатов со случаем, когда $v=1$, показывает:

а) результаты при $v=2.25$ и $v=1/2.25$ практически не отличаются друг от друга (например, на длине волны λ_0 разность коэффициентов отражения составляет всего $6 \cdot 10^{-6}$);

б) в случаях $v=2.25$ и $v=1/2.25$ происходит уширение кривой отражения и уменьшение отражения на длине волны λ_0 , соответствующее максимуму дифракционного отражения.

Таким образом, наличие диэлектрических границ эквивалентно эффективному уменьшению параметра дифракции $d \cdot h/p$. Такое явление наблюдается также в ХЖК при наличии поглощения [3]. Интересно отметить, что при отсутствии же поглощения наличие диэлектрических границ приводит к эффективному увеличению параметра $d \cdot h/p$.

Чтобы дать более полное представление о влиянии диэлектрических границ, полезно было изучить также зависимость оптических характеристик от ϵ . На рис. 2 представлены зависимости величин коэффициента отражения R (сплошные кр.), коэффициента прохождения T (пунктирные кр.) и величины $Q=1-(R+T)$, характеризующей долю энергии света, поглощенной в образце (штрих-пунктирные кр.), от ϵ на различных длинах волн.

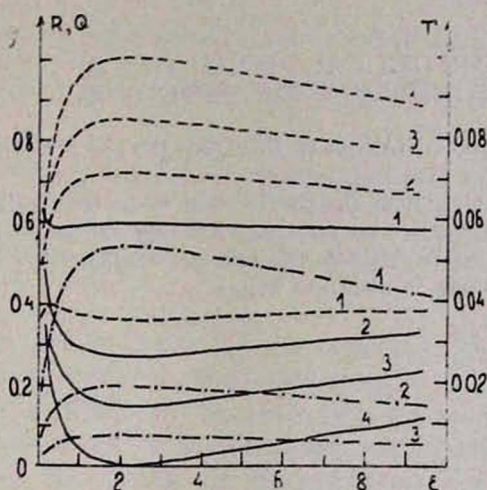


Рис. 2. Зависимость коэффициентов отражения R , прохождения T и величины Q от ϵ при различных длинах волн падающего света. 1) 0.63 мкм, 2) 0.627 мкм, 3) 0.624 мкм, 4) 0.55 мкм. Параметры слоя те же, что и на рис. 1.

В заключение отметим, что выявленный в работе [1] эффект уменьшения поглощения излучения в среде со спиральной структурой при увеличении анизотропии поглощения проявляется также при рассмотрении задачи отражения света от полупространства, заполненного указанной средой. Действительно, если считать, что коэффициент прохождения в этом случае равен нулю, то $Q=1-R$. А это означает, что с увеличением анизотропии поглощения коэффициент отражения R сначала должен уменьшаться, но затем, начиная с некоторого значения, должен увеличиваться. Вычисления подтверждают сказанное.

ЛИТЕРАТУРА

1. Г. А. Варданян, А. А. Геворгян. Кристаллография, 42, № 3 (1997).
2. Р. Аззам, Н. Башара. Эллипсометрия и поляризованный свет. Пер. с англ./Под ред. А. В. Ржанова и К. К. Святшева. М., Мир, 1981, 584с.
3. А. А. Геворгян. Ученые записки ЕГУ, 3, 62 (1988).

**ԴԻՔՐՈՒԿ ՊԱՐՈՒՑՐԱՅԻՆ ԿԱՌՈՒՑՎԱԾՔ ՈՒՆԵՑՈՂ ՄԻՋԱՎԱՅՐԵՐԻ
ՈՐՈՇ ՕՊՏԻԿԱԿԱՆ ՀԱՏԿՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ՄԱՍԻՆ**

Գ. Ա. ՎԱՐԴԱՆՅԱՆ, Ա. Հ. ԳԵՎՈՐԳՅԱՆ, Ժ. Հ. ՆԻՆՈՅԱՆ

Դիտարկված են միջավայրի բևեռային բնութագրերի կախվածությունները կլանման անիզոտրոպիայից: Հայտնաբերվել է բևեռացման հարթության պտույտի և էլիպսականության ուժեղ կախվածություն կլանման անիզոտրոպիայից: Ուսումնասիրվել է նաև դիէլեկտրիկ սահմանների ազդեցությունը միջավայրի օպտիկական հատկությունների վրա:

**SOME OPTICAL PROPERTIES OF MEDIA
WITH HELICAL DICHROIC STRUCTURE**

G. A. VARDANIAN, A. H. GEVORGIAN, and J. H. NINOJAN

Dependences of polarization characteristics of media with helical dichroic structure on the anisotropy of absorption are discussed. A strong dependence of the rotation on the anisotropy of absorption is obtained. The influence of dielectric boundaries on the optical properties of such media is studied as well.

УДК 543.42

СРЕДНЯЯ ЭЛЕКТРООТРИЦАТЕЛЬНОСТЬ КАК УНИВЕРСАЛЬНЫЙ ПАРАМЕТР, ХАРАКТЕРИЗУЮЩИЙ ВЫСОКОТЕМПЕРАТУРНЫЕ СВЕРХПРОВОДНИКИ

В. Р. КАЛАШЯН, А. С. КУЗАНЯН, Т. М. ПАРОНЫАН, В. Р. НИКОГОСЯН

Институт физических исследований НАН Армении

(Поступила в редакцию 16 ноября 1996 г.)

Основываясь на вычислении величин средней электроотрицательности большого числа высокотемпературных сверхпроводников, подтверждена необходимость нахождения этих значений в интервале 2,5—2,6. На данной основе предложено простое математическое выражение для расчета области изменения химического состава сложных оксидов, в которой возможно нахождение сверхпроводящих соединений.

Обнаружение целого ряда новых сверхпроводников, последовавшее за открытием явления высокотемпературной сверхпроводимости (ВТСП), привело к установлению различных корреляций между сверхпроводящими свойствами и физическими параметрами сложных оксидов меди [1, 2]. На этапе отсутствия микроскопической теории, списывающей ВТСП, необходимо подробно исследовать установленные корреляции с целью выявления взаимосвязей между физическими параметрами, характеризующими сверхпроводящие соединения. Решение таких задач, на наш взгляд, явится основой для разработки микроскопической теории, с одной стороны, и придаст большую направленность поиску новых сверхпроводников, с другой стороны. В данной работе рассмотрена взаимосвязь между средней электроотрицательностью и сверхпроводимостью в сложных оксидах меди.

Электроотрицательность является одним из тех параметров, с помощью которых можно описать различные физические величины, характеризующие вещество. Действительно, разница электроотрицательностей элементов химического соединения определяет энергию химической связи, степень ионности химической связи, межионные расстояния в кристаллической структуре [3,4], критическую температуру ВТСП соединений [5] и т. д. С помощью выявления взаимосвязи электроотрицательности и сверхпроводимости можно также обобщить корреляции между сверхпроводящими свойствами и другими физическими параметрами.

Взаимосвязь между электроотрицательностью и сверхпроводимостью рассмотрена в [6, 7]. В частности, в [6] отмечено, что средняя электроотрицательность ВТСП соединений находится в интервале 2,5—2,6, тогда как для классических сверхпроводников — в интервале 1,5—1,6. Причем отметим, что эти условия необходимы, но не доста-

точные для проявления сверхпроводимости, так как существуют несверхпроводящие соединения, средняя электроотрицательность которых также находится в этих интервалах.

С целью проверки указанных закономерностей мы рассчитали среднюю электроотрицательность 164 ВТСП соединений, обнаруженных после опубликования данных [6], используя уравнение

$$\chi = \frac{\sum_{j=1}^N m_j \chi_j}{\sum_{j=1}^N m_j}, \quad (1)$$

где m_j и χ_j — соответственно количество атомов в элементарной ячейке и электроотрицательность элемента j . Для всех этих соединений значения χ находились в интервале 2,5—2,6. При расчетах мы пользовались значениями электроотрицательности элементов, приведенными в [3].

Известно, что в состав ВТСП соединений входят элементы с переменной валентностью. В зависимости от условий синтеза в сверхпроводнике может меняться содержание катионов с определенной валентностью, в частности, соотношение катионов Cu^+ , Cu^{2+} , Cu^{3+} . При этом, в соответствии с требованием электронейтральности, меняется и число анионов в элементарной ячейке. С другой стороны, электроотрицательность элемента находится в прямой функциональной зависимости от валентности. Рост валентности катиона на единичный заряд сопровождается увеличением электроотрицательности на величину 0,1 [3]. Очевидно, что изменение катионного состава отражается на значении средней электроотрицательности соединения.

Для выяснения функциональной связи между средней электроотрицательностью соединения и валентностью элементов, входящих в его состав, представим формулу соединения в следующем виде: $K_{n_1}^{v_1} K_{n_2}^{v_2} \dots K_{n_j}^{v_j} A_{n_a}^{v_a}$, где v_j и n_j — валентность и количество в элементарной ячейке катионов, а v_a и n_a — аниона. Требование электростатической нейтральности соединения при данных обозначениях можно представить уравнением $\sum_{j=1}^N n_j v_j = n_a v_a$. Исходя из (1), для величины средней электроотрицательности соединения, содержащего элементы с переменной валентностью, получим выражение

$$\chi = \frac{\sum_{j=1}^N n_j \left(\chi_j + \chi_a \frac{v_j}{v_a} \right)}{\sum_{j=1}^N n_j \left(1 + \frac{v_j}{v_a} \right)}. \quad (2)$$

Сопоставляя выражение (2) с требованием $\chi=2,5-2,6$, можно определить те значения валентности катионов, при стабилизации которых проявление соединением сверхпроводящих свойств становится наиболее вероятным.

Выражение (2) может быть использовано при поиске новых сверхпроводящих соединений. В данном случае как неизвестных параметр

выбирается n_i , то есть стехиометрия соединения. Следует отметить, что наиболее вероятные значения валентности v_i катионов в данном случае определяются с помощью других закономерностей. В частности, требование перовскитоподобности решетки накладывает определенные ограничения на межионные расстояния в элементарной ячейке [8], что, в свою очередь, позволяет определить наиболее вероятные значения v_i .

Нами на основе выражения (2) составлена компьютерная программа, позволяющая вычислять те изменения состава соединения, при которых средняя электроотрицательность остается в требуемом интервале. В качестве примера приведем несколько составов структурного типа '1212' с одной переменной: $Hf_{1-x}Cu_xSr_2CaCu_2O_y$ ($0 \leq x \leq 0,65$), $Bi_{1-x}Pb_xSr_2CaCu_2O_y$ ($0,2 \leq x \leq 0,8$), $Cu_{1-x}In_xSr_2CaCu_2O_y$ ($0,4 \leq x \leq 0,8$), $Cu_{1-x}In_xBa_2CaCu_2O_y$ ($0,6 \leq x \leq 0,8$).

Можно утверждать, что в отличие от некоторых других закономерностей (в частности, возрастание критической температуры с увеличением числа слоев меди в элементарной ячейке) корреляция между средней электроотрицательностью соединений и сверхпроводимостью прошла проверку временем. Приведенные примеры для случая одной переменной в составе показывают целесообразность использования рассматриваемой корреляции, так как значительно сокращается область поиска новых ВТСП соединений. Причем, в случае наличия в составе двух или более переменных сокращение области поиска более значительно. Это обусловлено тем, что требование нахождения величины средней электроотрицательности в интервале 2,5—2,6 ограничивает определенную область изменения состава в пространстве с размерностью, соответствующей числу переменных. Поэтому нам кажется, что учет корреляции сверхпроводящих свойств со средней электроотрицательностью необходим при поиске новых ВТСП соединений.

Работа выполнена в рамках утвержденной Министерством образования и науки РА темы № 94—738.

ЛИТЕРАТУРА

1. C. W. Chu. Preprint № 96 : 109, Texas Center for Superconductivity, 1996.
2. K. A. Muller. Physica Scripta, T35, 9 (1991).
3. С. С. Бацанов. Электроотрицательность и эффективные заряды атомов. М.: Знание, 1971.
4. С. С. Бацанов. Электроотрицательность элементов и химическая связь. Изд. СО АН СССР, 1962.
5. D. A. Napela and J. M. McKay. Physica C, 158, 4425 (1989).
6. М. А. Субраманьян. Сверхпроводимость: физ., хим. тех., 3, 175 (1990).
7. R. Asokamani and R. Mangula. Phys. Rev. B, 39, 4217 (1989).
8. Н. Е. Алексеевский, А. В. Митин, Г. М. Кузьмичева, Т. Н. Тарасова, Е. П. Хлыбова, В. В. Евдокимов. Сверхпроводимость: физ., хим., тех., 2, 60 (1989).

AVERAGE ELECTRONEGATIVITY AS A UNIVERSAL PARAMETER FOR HIGH-TEMPERATURE SUPERCONDUCTORS CHARACTERIZATION

V. R. KALASHYAN, A. S. KUZANYAN, T. M. PARONYAN, V. R. NIKOGHOSYAN

Basing on the calculations of the average electronegativity of a large number of high-temperature superconductors it is confirmed that this value must be in the range between 2,5—2,6. With account of this, a simple mathematical formula is offered allowing to determine the range of the chemical composition variation of complex oxides within which superconducting compounds may occur.

**Միջին էլեկտրաբացասականությունը որպես
բարձր ջերմաստիճանային գերաղորդչների
ոչնեփնդման զննարկման զննարկման
նիշանի միջին արժեքի որոշում**

Վ. Ռ. Կալաշյան, Ա. Ս. Կուզանյան, Թ. Մ. Պարոնյան, Վ. Ռ. Նիկողոսյան

Հիմնվելով մեծ քանակությամբ բարձր ջերմաստիճանային գերաղորդչի միացությունների միջին էլեկտրաբացասականության հաշվարկման վրա հաստատված է, որ այն անհրաժեշտաբար գտնվում է 2,5—2,6 տիրույթում: Այդ հիման վրա, առաջարկվել է պարզ մաթեմատիկական արտահայտություն, որը թույլ է տալիս որոշել բարդ օքսիդների քիմիական բաղադրության փոփոխության այն տիրույթը, որտեղ կարող են գտնվել գերաղորդչի միացություններ:

ИЗМЕРЕНИЕ МАЛЫХ ИЗМЕНЕНИЙ РАЗНОСТИ ФАЗ В СВЧ ДИАПАЗОНЕ

А. Г. ГУЛЯН, Г. А. ДВОЯН, Р. М. МАРТИРОСЯН, Г. А. ПИРУМЯН

Институт радиофизики и электроники НАН Армении

(Поступила в редакцию 26 января 1996 г.)

Предложен метод измерений разности фаз в диапазоне СВЧ. Показано, что измерители с применением данного метода обладают высокой чувствительностью и работоспособны при произвольном изменении амплитуд входных СВЧ сигналов.

В голографических и в ряде других задач часто возникает необходимость в оценке фазовой стабильности разных активных СВЧ четырехполюсников, т. е. необходимость измерять малые изменения ($\varphi < 0.1^\circ$) разности фаз в СВЧ диапазоне.

Измерители с применением умножения частоты входных сигналов имеют следующие характерные недостатки: малая точность измерения из-за значительных фазовых флуктуаций умножителей, низкая чувствительность даже при сравнительно малых значениях коэффициента умножения; перевод рабочего диапазона измерения разности фаз на более высокий диапазон частот, где реализация таких измерителей более трудоемкая. Измерители, основанные на других методах построения [1, 2], годны только при постоянстве и равенстве амплитуд входных СВЧ измеряемых сигналов. Кроме того, в этих измерителях амплитуда входного полезного сигнала уменьшается в m^2 раз, и потому для многих практических задач их чувствительность оказывается недостаточной (m — кратность умножения).

Из анализа вышеизложенных недостатков становится очевидным, что при построении новых видов измерителей малых изменений разности фаз необходимо обеспечить выполнение следующих основных условий: независимость коэффициента умножения разности фаз от амплитуд входных сигналов; возможность применения измерителей при измерениях сравнительно малых порогов СВЧ входных сигналов; обеспечение перевода измерения разности фаз с СВЧ диапазона в низкочастотный, где ее измерение намного проще.

Блок схема такого измерителя приведена на рис. 1.

На входы измерителя подаются измеряемый $\dot{E}_n = E_n \exp[j(\omega t + \varphi_n)]$ и опорный $\dot{E}_0 = E_0 \exp[j(\omega t + \varphi_0)]$ СВЧ сигналы, которые модулируются по фазе коммутаторами 2 и 3 с двумя значениями фазовых индексов „0“ и „ $\pi/2$ “ по законам:

$$f_1(t) = \begin{cases} -j, & \text{при } -\pi + 2\pi n < \Omega t < \beta + 2\pi n \\ 1, & \text{при } \beta + 2\pi n < \Omega t < \pi + 2\pi n \end{cases},$$

$$f_2(t) = \begin{cases} -j, & \text{при } -\beta + 2\pi n < \Omega t < \pi + 2\pi n \\ 1, & \text{при } -\pi + 2\pi n < \Omega t < -\beta + 2\pi n \end{cases}, \quad (1)$$

где Ω —циклическая частота модуляции, β —некоторый постоянный угол в пределах $0 \div \pi/2$, а n —целое число.

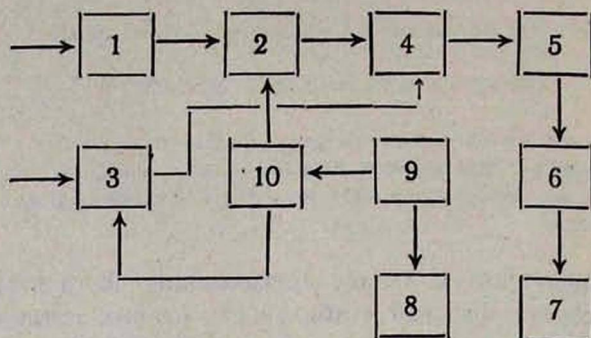


Рис. 1. Блок-схема измерителя.

Виды законов модуляции коммутатора 2 $f_1(t)$ и коммутатора 3 $f_2(t)$ приведены на рис. 2(а, б). Модулированные входные сигналы суммируются в сумматоре 4 и через СВЧ усилитель 5 подаются на вход СВЧ квадратичного детектора 6.

Напряженность сигнала на входе квадратичного детектора имеет вид

$$\dot{E} = \frac{\sqrt{2}k_1 e^{j\theta}}{2} (f_1(t)f_2(t)) \left(\frac{\dot{E}_n}{\dot{E}_0} \right), \quad (2)$$

где k_1 —коэффициент усиления усилителя СВЧ, θ —некоторая фаза, вносимая СВЧ усилителем.

На выходе СВЧ детектора величина низкочастотного сигнала будет

$$U_d = \alpha \dot{E} E, \quad (3)$$

где α —некоторый постоянный коэффициент, зависящий от параметров СВЧ детектора.

Учитывая (1) и (2), из выражения (3) получим значение детектированного напряжения

$$U_d = \begin{cases} M, & \text{при } -\pi + 2\pi n < \Omega t < -\beta + 2\pi n \\ N, & \text{при } -\beta + 2\pi n < \Omega t < \beta + 2\pi n \\ S, & \text{при } \beta + 2\pi n < \Omega t < \pi + 2\pi n \end{cases}, \quad (4)$$

где

$$M = \frac{\alpha k_1^2}{2} (E_j^2 + E_n^2 + 2E_0 E_n \sin \varphi),$$

$$N = \frac{\alpha k_1^2}{2} (E_0^2 + E_n^2 + 2E_0 E_n \cos \varphi), \quad (5)$$

$$S = \frac{\alpha k_1^2}{2} (E_0^2 + E_n^2 - 2E_0 E_n \sin \varphi),$$

$\varphi = \varphi_n - \varphi_0$ — разность фаз между входными сигналами.

Вид огибающей напряжения U_d на выходе квадратичного детектора показан на рис. 2(в).

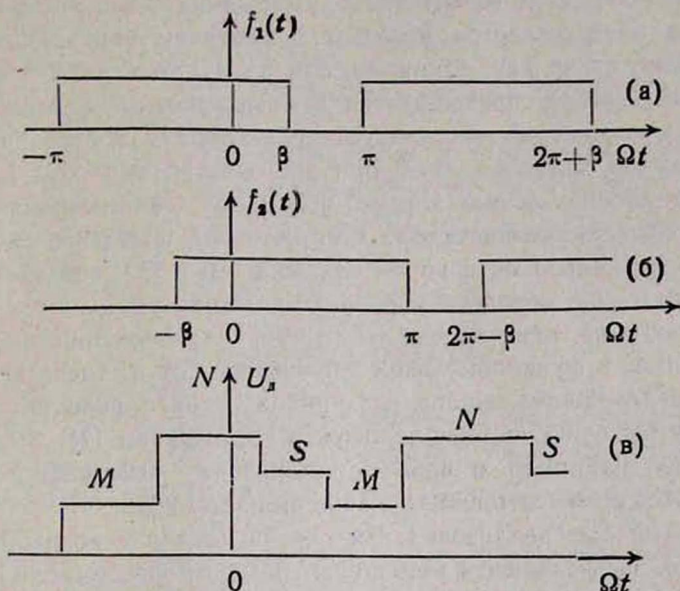


Рис. 2. Фазовременные диаграммы модулирующих напряжений.

С выхода СВЧ детектора сигнал подается на вход НЧ усилителя, настроенного на циклическую частоту модуляции Ω . Выполнив несложное для данного случая фурье-преобразование [3], на выходе НЧ усилителя получаем усиленную первую гармонику сигнала:

$$U = \frac{2\sqrt{2}\alpha k_1^2 k_2 E_n E_0}{\pi} \sqrt{\frac{\cos^2 \varphi + m^2 \sin^2 \varphi}{m^2 + 1}} \cos[\Omega t - \arctg(mt\varphi)], \quad (6)$$

где k_2 — коэффициент усиления НЧ усилителя, $m = \text{ctg} \frac{\beta}{2}$ — параметр, зависящий от скважности модулирующих импульсов.

Подавая это напряжение вместе с опорным низкочастотным напряжением на входы НЧ фазометра, на его выходе будем иметь показание $\Phi = \arctg(mt\varphi)$.

Коэффициент умножения разности фаз будет:

$$k_\varphi = \frac{d\Phi}{d\varphi} = \frac{m}{\cos^2 \varphi + m^2 \sin^2 \varphi}. \quad (7)$$

Из выражения (7) следует, что максимальное значение коэффициента умножения разности фаз имеет место при значениях

$$\varphi = 0 \pm \pi n, \text{ т.е. } (k_{\varphi})_{\text{макс}} = m. \quad (8)$$

Таким образом, измеритель малых изменений разности фаз может работать лишь в малых областях вокруг дискретных точек, удовлетворяющих условию (8), которое обеспечивается при помощи регулируемого плавного фазовращателя 1 (рис. 1).

Из выражения (7) следует, что коэффициент умножения разности фаз не зависит от амплитуд входных СВЧ сигналов.

Необходимый коэффициент умножения разности фаз при этом методе обеспечивается простым изменением скважности модулирующих импульсов. Так, например, при $\beta = 1.4^\circ$ $m = 81$, а при $\beta = 90^\circ$ $m = 1$, т. е. измеритель превращается в обыкновенный линейный фазометр.

Из выражения (6) следует, что амплитуда полезного сигнала — переменная величина даже при постоянстве амплитуд входных сигналов. В рабочих точках $\sin \varphi \rightarrow 0$ и при больших значениях коэффициента умножения разности фаз m амплитуда полезного сигнала обратно пропорциональна m , а не m^2 как, скажем в [1], где дополнительно необходимо еще обеспечить равенство амплитуд входных сигналов.

Как уже отмечалось, коэффициент умножения фазового сдвига находится в функциональной зависимости от φ , следствием чего является нелинейность шкалы фазометра, однако величину нелинейности шкалы нетрудно оценить, пользуясь выражением (7).

Так, например, в рабочем диапазоне $-0.2 \leq \varphi \leq 0.2$ при значении $m \approx 81$ нелинейность шкалы не превышает 1,2%.

Нами был реализован измеритель на длине волны 1.35 см со значениями коэффициента умножения разности фаз $m_1 \approx 40.7$ и $m_2 \approx 81$. Он апробирован для измерения фазовременных характеристик двухканального параметрического усилителя САО АН РФ при решении радиологических задач в составе радиотелескопа «РАТАН-600» [4].

ЛИТЕРАТУРА

1. Э. Г. Мирзабекян, Р. Н. Симонян. Изв. АН Армении, Физика, 6, 409 (1971).
2. Ю. А. Скрипник. Модуляционные измерения параметров сигналов и цепей. М., «Сов. радио», 1975.
3. А. Анго. Математика для электро и радиотехников. Москва, «Наука», 1964.
4. G. A. Dvoyan, H. A. Piroumian, V. B. Khaikin. Measurement of phase characteristic for two-channel parametric amplifier at 22 GHz. Nizhnij Arkhys, sep. 1990.

SMALL PHASE DIFFERENCE MEASUREMENT IN THE MICROWAVE RANGE

A. G. GOULIAN, G. A. DVOYAN, R. M. MARTISOSSIAN, H. A. PIROUMIAN

A new method of small phase difference measurement in the microwave range is suggested in the paper. The measurements with using this method are shown to be highly sensitive and operating under arbitrary variation of input amplitude.

CONTENTS

D. H. Badalian, V. M. Gasparian, R. M. Abrahamian, A. Gh. Khachatryan. On thermodynamics of Heisenberg's model in one-dimensional quasiperiodical structures	119
M. L. Ter-Mikaelyan. Quasiclassical approximation in time	125
A. S. Gasparian, E. M. Kazarian. On the theory of impurity states in the ellipsoidal microcrystals	130
G. L. Areshian. Basic equations of electromagnetodynamics and two cases of their application	137
M. A. Navasardyan, H. S. Semergian, R. Tz. Gabrielian. Excitation of K- and L-levels of atoms by modulated X-ray beams	144
G. A. Vardanian, A. H. Gevorgian, J. H. Ninojan. Some optical properties of media with helical dichroic structure	150
V. R. Kalashyan, A. S. Kuzanyan, T. M. Paronyan, V. R. Nikoghosyan. Average electronegativity as a universal parameter for high-temperature superconductors characterization	157
A. G. Goulian, G. A. Dvoyan, R. M. Martirosian, H. A. Piroumian. Small phase difference measurement in the microwave range	161

ԲՈՎԱՆԴԱԿՈՒԹՅՈՒՆ

Ի. Հ. Բադալյան, Վ. Մ. Գասպարյան, Ռ. Մ. Աբրահամյան, Ա. Ժ. Խաչատրյան. Միաչափ քվադրապրեբական ստրուկտուրաների Հալդենբերգի մոդելի թերմոդինամիկայի մասին	119
Մ. Լ. Տեր-Միքայելյան. Քվադրիդասական մոտավորությունը ժամանակային տարածության մեջ	125
Ա. Ս. Գասպարյան, Է. Մ. Ղազարյան. Էլիպսոիդային միկրոբյուրեղներում խառնուրդային վիճակների տեսության մասին	130
Գ. Լ. Արեշյան. Էլեկտրամագնիսադինամիկայի հիմնական հավասարումները և նրանց կիրառման երկու դեպքը	137
Մ. Ա. Նավասարդյան, Հ. Ս. Սերմերջյան, Ռ. Յ. Գաբրիելյան. Ատոմների K և L մակարդակների գրգռումը մոդուլված ունեցեցյալ ֆինջերի միջոցով	144
Գ. Ա. Վարդանյան, Ա. Հ. Գևորգյան, Ժ. Հ. Նինոյան. Դիքրոիկ պարույրային կառուցվածք ունեցող միջավայրերի որոշ օպտիկական հատկությունների մասին	150
Վ. Ռ. Քալաշյան, Ա. Ս. Կուզանյան, Թ. Մ. Պարոնյան, Վ. Ռ. Նիկողոսյան. Միջին Էլեկտրաբացասականությունը որպես բարձր ջերմաստիճանային գերհաղորդիչները բնութագրող ունիվերսալ պարամետր	157
Ա. Գ. Գուլյան, Գ. Ա. Դվոյան, Ռ. Մ. Մարտիրոսյան, Հ. Ա. Փիրումյան. ԳԲՀ տիպային փուլերի տարբերության փոքր փոփոխությունների չափում	161

Технический редактор В. Д. СТЕПАНЯН

Сдано в набор 6.12.96 г. Подписано к печати 23.04.97 г.
 Формат 70×108¹/₁₆. Бумага № 1, «сыктывкарская». Высокая печать. Печ. лист. 3.
 Усл. печ. лист. 4,2. Усл. кр. отт. 4,5. Тираж 200. Заказ 22.
 Издат. 7952. Цена договорная.

Издательство «Гитутюн» НАН РА, 375019, Ереван-19, пр. Маршала Баграмяна, 24-г.
 Типография Издательства НАН Армении, 378410, г. Аштарак.

[500765]

AM 415
1997, 132 n3

Индекс 77709

СОДЕРЖАНИЕ

Д. А. Бадалян, В. М. Гаспарян, Р. М. Абрамян, А. Ж. Хачатрян. О термодинамике модели Гейзенберга в одномерных квазипериодических структурах	119
М. Л. Тер-Микаелян. Квазиклассическое приближение во временном пространстве	125
А. С. Гаспарян, Э. М. Казарян. К теории примесных состояний в эллипсоидальных микрокристаллах	130
Г. Л. Арешян. Основные уравнения электромагнитодинамики и два случая их приложения	137
М. А. Навасардян, О. С. Семерджян, Р. Ц. Габриелян. Возбуждение К и L уровней атомов модулированными рентгеновскими пучками	144
Г. А. Варданиян, А. А. Геворгян, Ж. О. Ниноян. О некоторых оптических свойствах сред со спиральной дихроичной структурой	150
В. Р. Калашян, А. С. Кузанын, Т. М. Паронян, В. Р. Никогосян. Средняя электроотрицательность как универсальный параметр, характеризующий высокотемпературные сверхпроводники	157
А. Г. Гулян, Г. А. Двоян, Р. М. Мартirosян, Г. А. Пирумян. Измерение малых изменений разности фаз в СВЧ диапазоне	161