

# ФИЗИКА · ՖԻԶԻԿԱ · PHYSICS



ИЗВЕСТИЯ  
НАЦИОНАЛЬНОЙ АКАДЕМИИ НАУК АРМЕНИИ

ՏԵՇԱՆԴԻՐ  
ՀԱՅԱՍՏԱՆԻ ԳԱՅՈՒԹՅԱՅԻ ԱԶԱԽԱՐԻ ԱԶԳԱՅԻՆ ԱԿԱԴԵՄԻԱՅԻ

PROCEEDINGS  
OF NATIONAL ACADEMY OF SCIENCES OF ARMENIA

Журнал издается с 1966 г.  
Выходит 6 раз в год  
на русском, армянском и английском языках.

#### РЕДАКЦИОННАЯ КОЛЛЕГИЯ

Вл. М. Арутюнян, главный редактор  
Э. Г. Шароян, зам. главного редактора  
Вил. М. Арутюнян  
А. А. Ахумян  
Г. А. Вартапетян  
Э. М. Казарян  
А. О. Меликян  
А. Р. Мкртчян  
В. О. Папанян  
А. А. Мирзаханян, ответственный секретарь

#### ԽՄԲԱԳՐՈՎԱՆ ԿՈԼԵԳԻԱ

Վլ. Մ. Հարությունյան, գլխավոր խմբագիր  
Է. Գ. Շարօյան, գլխավոր խմբագրի տեղակալ  
Վիլ. Մ. Հարությունյան  
Ա. Ա. Հախումյան  
Հ. Հ. Վարդապետյան  
Է. Մ. Ղազարյան  
Ա. Հ. Մելիքյան  
Ա. Ռ. Մկրտչյան  
Վ. Օ. Պապանյան  
Ա. Ա. Միրզահանյան, պատասխանատու քարտուղար

#### EDITORIAL BOARD

VI. M. Aroutiounian, editor-in-chief  
E. G. Sharoyan, associate editor  
Vil. M. Harutyunyan  
A. A. Hakhumyan  
H. H. Vartapetian  
E. M. Kazarian  
A. O. Melikyan  
A. R. Mkrtchyan  
V. O. Papanyan  
A. A. Mirzakhanyan, executive secretary

Адрес редакции: Республика Армения, 375019,  
Ереван, пр. Маршала Баграмяна, 24-г.

Խմբագրության հասցեն՝ Հայաստանի Հանրապետություն,  
375019, Երևան, Մարշալ Բագրամյան պող., 24-ց:

Editorial address: 24-g, Marshal Bagramyan Av.,  
Yerevan, 375019, Republic of Armenia.

## ЭЛЕКТРОМАГНИТНОЕ ПОЛЕ РЕЛЯТИВИСТСКОЙ ЗАРЯЖЕННОЙ ЧАСТИЦЫ, ДВИЖУЩЕЙСЯ В ХОЛОДНОЙ ПЛАЗМЕ

Г. Б. НЕРСИСЯН, Г. Г. МАТЕВОСЯН, Э. А. АКОПЯН, Р. А. ГЕВОРКЯН

Институт радиофизики и электроники НАН Армении

(Поступила в редакцию 15 апреля 1996 г.)

Найдены аналитические выражения для электромагнитного поля точечной релятивистской и ультрарелятивистской частицы в холодной плазме. Показано, что электрическое поле частицы становится чисто гармонической функцией на расстояниях порядка нескольких длин скин-эффекта в системе покоя частицы.

Проходя через материальную среду, быстрая заряженная частица возбуждает за собой колебания плотности заряда (кильватерную волну) и за счет этого теряет энергию [1]. В последнее время интерес к кильватерным волнам возрос в связи с разработкой новых методов ускорения заряженных частиц [2].

В одной из модификаций метода ускорения волнами плотности заряда (см. [2]) предложен метод возбуждения в плазме кильватерных полей одним или несколькими сгустками релятивистских электронов [3]. Такие сгустки либо самопроизвольно образуются на нелинейной стадии неустойчивости пучка в плазме, либо могут инжектироваться в плазму извне. Недавно в США [4] и Японии [5] проведены эксперименты, подтверждающие правомерность и реализуемость физической концепции этого метода ускорения.

Трехмерное рассмотрение вопроса о генерации кильватерных полей релятивистскими сгустками электронов проведено в [6]. В этой работе найдены аналитические выражения для электромагнитного поля ультрарелятивистского сгустка зарядов и численно проанализирована продольная и поперечная самосогласованная динамика в собственном электромагнитном поле. Однако, полученные в работе [6] выражения для точечной ультрарелятивистской частицы в холодной плазме содержат неточности.

В настоящей работе найдены аналитические выражения для электромагнитного поля точечной частицы в холодной плазме, имеющие правильные асимптотические значения. Найдены также выражения для полей ультрарелятивистской частицы.

Рассмотрим релятивистскую частицу с зарядом  $q$ , движущуюся в однородной и изотропной среде со скоростью  $v$ , направленной вдоль оси  $z$ . Будем считать, что изменение энергии частицы много меньше кинетической энергии, так что скорость движения частицы  $v$  постоянна. Тогда плотности заряда и тока пробной частицы определяются выражениями:

$$\rho_0(r, t) = q\delta(r - ut), \quad j_0(r, t) = qu\delta(r - ut), \quad (1)$$

где  $r$ —радиус-вектор точки наблюдения.

Макроскопические уравнения Максвелла, с плотностью заряда и тока (1), легко решаются с помощью преобразования Фурье [7]. Согласно [7], выражения для  $E(r, t)$  и  $B(r, t)$  имеют вид:

$$E(r, t) = -\frac{4\pi i q}{(2\pi)^3} \int \frac{dk}{k^3} \exp[ik(r - ut)] \left[ \frac{k}{\epsilon^l(ku, k)} + \frac{(ku)[k(ku) - k^3 u]}{k^3 c^3 - (ku)^3 \epsilon^{tr}(ku, k)} \right], \quad (2)$$

$$B(r, t) = \frac{4\pi i q c}{(2\pi)^3} \int dk \exp[ik(r - ut)] \frac{[k \times u]}{k^3 c^3 - (ku)^3 \epsilon^{tr}(ku, k)}, \quad (3)$$

где  $\epsilon^{tr}(\omega, k)$ ,  $\epsilon^l(\omega, k)$ —поперечная и продольная диэлектрические проницаемости среды соответственно,  $c$ —скорость света в вакууме.

Для пробной частицы, скоростью которой  $v$  велика по сравнению со средними скоростями электронов среды  $v$ , широко используется [8] плазменная диэлектрическая проницаемость

$$\epsilon^l(\omega, k) = \epsilon^{tr}(\omega, k) = \epsilon(\omega) = 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega(\omega + iv)}, \quad (4)$$

где  $v$ —эффективная частота столкновений электронов,  $\omega_p$ —плазменная частота. Применимально к сплошной среде в используемом нами макроскопическом подходе также предполагается, что длина плазменной волны намного превышает межатомные расстояния. Отметим одно обстоятельство. Выражения (2) и (3), с диэлектрической проницаемостью (4), эквивалентны выражениям, полученным в гидродинамической модели [6].

Подставляя выражение (4) в формулы (2) и (3), после интегрирования, в пределе  $v \ll \omega_p$ , получим следующие выражения для компонент электрического поля:

$$E_z(r, t) = q\gamma \frac{i(1 + k_0 R)}{R^3} \exp(-k_0 R) - \\ - qk_p^3 \operatorname{sgn}(\xi) \int_0^\infty \exp[-\gamma k_0 |\xi| h(x)] J_0(xk_0 p) \frac{x dx}{g(x)} - \\ - 2qk_p^2 \Theta(-\xi) \exp(v\xi/2u) \cos(k_p \xi) K_0(k_p p), \quad (5)$$

$$E_r(r, t) = q\gamma \frac{p(1 + k_0 R)}{R^3} \exp(-k_0 R) - \\ - \frac{qk_p^2}{\gamma} \int_0^\infty \exp[-\gamma k_0 |\xi| h(x)] J_1(xk_0 p) \frac{x^2 dx}{h(x) g(x)} + \\ + 2qk_p^2 \Theta(-\xi) \exp(v\xi/2u) \sin(k_p \xi) K_1(k_p p), \quad (6)$$

$$B_r(r,t) = q\beta \gamma \frac{\rho(1+k_0 R)}{R^3} \exp(-k_0 R), \quad (7)$$

$$E_r(r,t) = B_z(r,t) = B_\rho(r,t) = 0,$$

где  $\beta = u/c$ ,  $\gamma^{-2} = 1 - \beta^2$ ,  $k_0 = \omega_p/c$ ,  $k_\rho = \omega_p/u$ ,  $R = \sqrt{r^2 + \gamma^2 \xi^2}$ ,  $h(x) = \sqrt{1+x^2}$ ,  $g(x) = x^2 + \beta^{-2}$ ,  $J_0(z)$ ,  $J_1(z)$ ,  $K_0(z)$  и  $K_1(z)$  — функции Бесселя и Мандельштама нулевого и первого порядка соответственно,  $\Theta(z)$  — функция Хевисайда ( $\Theta(0) = 1/2$ ),  $\operatorname{sgn}(z) = \Theta(z) - \Theta(-z)$ ,  $\xi = z - ut$ ,  $\rho$  — цилиндрическая координата точки наблюдения.

Первые слагаемые в формулах (5) и (6) отвечают экранированному кулоновскому полю частицы. Вторые — определяют краевые электрические поля, возникающие вблизи частицы ( $\rho < c/\omega_p$ ,  $|\xi| < c/\gamma\omega_p$ ) из-за обращения в нуль плотности индуцированного заряда при  $\xi = 0$  (см. [9, 10]). Последние слагаемые в формулах (5), (6) определяют кильватерное поле частицы. Именно эти слагаемые характеризуют поле на больших расстояниях за частицей ( $|\xi| > c/\gamma\omega_p$ ).

В нерелятивистском пределе ( $\beta \ll 1$ ) выражения (5) — (8) совпадают с приведенными в работе [11]. В ультрарелятивистском пределе ( $1 - \beta \ll 1$ ) из (5) и (6) следует

$$E_\rho \approx q\gamma \frac{\rho(1+k_0 R)}{R^3} \exp(-k_0 R) + 2qk_0^2 \Theta(-\xi) \exp(u\xi/2u) \sin(k_\rho \xi) K_1(k_0 \rho), \quad (9)$$

$$E_s \approx qk_0^2 \operatorname{sgn}(\xi) F(\rho, \xi) - 2qk_0^2 \Theta(-\xi) \exp(u\xi/2u) \cos(k_\rho \xi) K_0(k_0 \rho), \quad (10)$$

где

$$F(\rho, \xi) = \int_0^\infty \exp[-\gamma k_0 |\xi| h(x)] J_0(xk_0 \rho) \frac{x^3 dx}{x^2 + 1}. \quad (11)$$

Функция  $F(\rho, \xi)$  принимает следующие значения:

$$F(0, \xi) = \frac{1 + \gamma k_0 |\xi|}{(\gamma k_0 \xi)^3} \exp(-\gamma k_0 |\xi|) + Ei(-\gamma k_0 |\xi|), \quad F(\rho, 0) = -K_0(k_0 \rho), \quad (12)$$

где  $Ei(-z)$  — интегральная показательная функция.

Из формул (7) и (9) — (13) следует, что монотонные электромагнитные поля ультрарелятивистской частицы экранируются вдоль и поперек направления движения на масштабах  $c/\gamma\omega_p$  и  $c/\omega$  соответственно. Неточность, содержащаяся в выражениях, полученных в работе [6], приводит к тому, что электромагнитное поле вдоль направления движения уменьшается по степенному закону.

## ЛИТЕРАТУРА

1. N. Bohr. K. Dan. Vidensk. Selsk. Mat. Fys. Medd., 18, 1 (1948).
2. T. Tajima and J. M. Dawson. Phys. Rev. Lett., 43, 267 (1979).
3. P. Chen et al. Phys. Rev. Lett., 54, 693 (1985).
4. J. B. Rosenzweig et al. Phys. Rev. Lett., 61, 98 (1988).

5. K. Nakajima et al. Nucl. Instrum. Methods in Phys. Res. A, **292**, 12 (1990).
6. R. Keinigs and M. E. Jones. Phys. Fluids, **30**, 252 (1987).
7. А. Ф. Александров, Л. С. Богданович, А. А. Рухадзе. Основы электродинамики плазмы. М., «Высшая школа», 1988.
8. V. N. Neelavathi, R. H. Ritchie and W. Brandt. Phys. Rev. Lett., **33**, 302 (1974).
9. Л. М. Горбунов, Г. Г. Матевосян, Г. Б. Нерсианян. ЖЭТФ. **102**; 841 (1992).
10. М. И. Рязанов. Электродинамика конденсированного вещества. М., «Наука», 1984.
11. J. Neufeld and R. H. Ritchie. Phys. Rev., **98**, 1632 (1955).

**ԼԻՑՐԱՎՈՐՎԱԾ ՈԵԼՑԱՏԻՎԻՍՏԻԿ ՄԱՍՆԻԿԻ ԷԼԵԿՏՐԱՄԱԳՆԻՍԱԿԱՆ  
ԴԱՇՏԸ ՍԱՀԸ ՊԼԱԶՄԱՅՈՒՄ**

Հ. Բ. ՆԵՐՍԻԱՆ, Հ. Հ. ՄԱՏԵՎՈՍՅԱՆ, Է. Ա. ՀԱԿՈԲՅԱՆ, Բ. Ա. ԳԵՎՈՐԳՅԱՆ

Ստացված են անալիտիկ արտահայտություններ սառը պլազմայում շարժվող ուղղատիվիստիկ կետային մասնիկի էլեկտրամագնիսական դաշտի համար: Ցույց է տրված, որ մասնիկի հետ կապված համակարգում սկիբ-էֆեկտի խորությունը գերազանցող հեռավորությունների վրա մասնակի էլեկտրական դաշտը գառնում է հարժանիկ ֆունկցիա կոորդինատից:

**ELECTROMAGNETIC FIELD OF RELATIVISTIC CHARGED  
PARTICLE MOVING IN COLD PLASMA**

H. B. NERSISSIAN, G. G. MATEVOSSIAN, E. A. ACOPIAN, R. A. GEVORKIAN

Analytic expressions are obtained for the electromagnetic field of a point relativistic and ultrarelativistic charged particle moving in a cold plasma. In the particle coordinate system its electrical field is shown to represent a purely harmonic function at distances of several skin-layer lengths.

## К ТЕОРИИ ПЕРЕХОДНОГО ИЗЛУЧЕНИЯ НА ИДЕАЛЬНО-ПРОВОДЯЩЕЙ ГРАНИЦЕ РАЗДЕЛА С ШЕРОХОВАТОСТЯМИ

Э. Д. ГАЗАЗЯН, М. И. ИВАНЯН, Э. М. ЛАЗИЕВ

Ереванский физический институт

(Поступила в редакцию 14 мая 1996 г.)

Разработана методика расчета переходного излучения (ПИ) на идеально-проводящей поверхности раздела с шероховатостями. Получены условия неискаженного воспроизведения поведения во времени поля ПИ частицы и условия адекватного воспроизведения продольной функции распределения зарядов в сгустке временным профилем вспышки его ПИ при наличии шероховатостей на границе раздела.

### 1. Введение

Теория переходного излучения на шероховатой границе раздела развита в основном в [1, 2] и в ряде других работ тех же авторов. В работе [1] рассматривается теория ПИ заряженной частицы в случае границы раздела с произвольными шероховатостями, но с малыми разностями диэлектрических проницаемостей сред, расположенных по обе стороны границы раздела. Методика, разработанная в [2], пригодна для произвольных значений диэлектрических проницаемостей сред по обе стороны от границы раздела при малых и пологих шероховатостях.

В настоящей работе рассмотрен случай шероховатой границы раздела вакуум—идеальный проводник с произвольной формой и размерами шероховатостей. Определяются основные характеристики шероховатостей, при которых поведение во времени вспышки ПИ при наличии шероховатостей совпадает с ее поведением при идеально-плоской границе раздела.

Необходимость настоящего исследования диктуется показанной ранее возможностью восстановления продольной функции распределения зарядов в сгустке по временному профилю вспышки его переходного излучения на идеально-плоской границе раздела вакуум—идеальный проводник [3—5] и с подготовкой и проведением экспериментов по определению временного профиля вспышки ПИ [6, 7].

### 2. Решение граничной задачи для ПИ частицы на идеально-проводящей границе раздела с шероховатостями

Пусть граница раздела  $Z = \xi(r)$  ( $r = XX_0 + YY_0$ ) аппроксимируется плоскостью  $Z = 0$  декартовой системы координат  $X, Y, Z$ . Частица движется равномерно и прямолинейно по направлению к границе раз-

дела со скоростью  $V = V_x X_0 + V_z Z_0$  ( $X_0, Y_0, Z_0$ —орты декартовой системы координат) под углом  $\Psi$  к оси  $Z$ .

В случае идеально-проводящей границы раздела тангенциальная к ней составляющая полного поля, образованного полем заряда  $E(r, Z, t)$  ( $t$ —время) и полем ПИ  $e(r, Z, t)$ , обращается в ноль на границе раздела. Границное условие в этом случае может быть записано в виде [8]

$$N \times e(r, \xi, t) = -N \times E(r, \xi, t), \quad (1)$$

$$N = Z_0 - \nabla \xi(r).$$

Здесь  $N$ —нормаль к шероховатой границе раздела. Условия (1) могут быть сведены к граничным условиям

$$e_\xi(r, \xi, t) = -E_\xi(r, \xi, t), \quad (2)$$

$$e_\xi' = e_\xi + \nabla \xi \cdot e_z, \quad E_\xi' = E_\xi + \nabla \xi \cdot E_z. \quad (3)$$

Здесь  $e_\xi, E_\xi$  и  $e_z, E_z$ —тангенциальные и нормальные к плоскости  $Z=0$  составляющие поля ПИ и поля заряда. Эквивалентность граничных условий (1) и (2) следует из тождеств

$$N \times e_\xi'(r, \xi, t) = -N \times e(r, \xi, t), \quad (4)$$

$$N \times E_\xi'(r, \xi, t) = -N \times E(r, \xi, t).$$

Поле заряда в вакууме имеет вид [9]:

$$E(r, z, t) = \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{E}(q, \omega) e^{i(qr - K_z z - \omega t)} dK_x dK_y d\omega, \quad (5)$$

где  $\tilde{E}(q, \omega) = \frac{ie}{2\pi^3 V_z} \left( \frac{\omega V}{c^3} - K_z \right) / \left( K_z - \frac{\omega^3}{c^3} \right), \quad (6)$

$$K = q + Z_0 K_z, \quad q = K_x X_0 + K_y Y_0, \quad K_z = (\omega - K_x V_x) / V_z$$

( $e$ —заряд частицы,  $c$ —скорость света в вакууме), а поле ПИ частицы, гадобно [8], имеется в виде исходящей от плоскости  $Z=0$  волны (7), удовлетворяющей волновому уравнению и условию Лоренца (8):

$$e(r, z, t) = \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{e}(q, \omega) e^{i(qr - \chi z - \omega t)} dK_x dK_y d\omega, \quad \chi = \sqrt{\left( \frac{\omega^3}{c^3} - q^3 \right)}, \quad (7)$$

$$qe(q, \omega) = \chi \tilde{e}_z(q, \omega). \quad (8)$$

После несложных преобразований граничные условия (2) для Фурье-образов полей приобретают вид

$$\tilde{e}_z(q, \omega) + Q(\{\tilde{e}_z\}, q, \omega) = -G'(q, \omega). \quad (9)$$

Правая часть уравнения (9) имеет форму Фурье-образа поля  $E_\xi'$ :

$$G'(q, \omega) = \frac{1}{(2\pi)^3} \int_{-\infty}^{\infty} E_r(q, \xi, t) e^{-i(qr - \omega t)} dX dY dt, \quad (10)$$

а функционал  $Q$  состоит из трех слагаемых:

$$Q(\{\tilde{e}_r\}, q, \omega) = \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{e}_r(q', \omega) S(q', q - q', \omega) dK_x' dK_y' + \quad (11)$$

$$+ \int_{-\infty}^{\infty} \frac{q' \tilde{e}_r(q', \omega)}{\chi(q')} \tilde{\xi}'(q - q') dK_x' dK_y' + \int_{-\infty}^{\infty} \frac{q \tilde{e}_r(q', \omega)}{\chi(q')} T(q, q') dK_x' dK_y'.$$

Здесь введены обозначения:

$$\tilde{\xi}'(q) = q \tilde{\xi}(q), \quad \tilde{\xi}(q) = \frac{1}{(2\pi)^3} \int_{-\infty}^{\infty} \xi(r) e^{-iqr} dK_x dK_y, \quad (12)$$

$$T(q, q') = \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{\xi}'(q'') S(q', q'' + q' - q) dK_x' dK_y',$$

$$S(q', q'') = \frac{1}{(2\pi)^3} \int_{-\infty}^{\infty} L(r, q') e^{-iq''r} dX dY, \quad (13)$$

$$L(r, q) = e^{-i\chi(q)\xi(r)} - 1.$$

Как следует из (11)-(13), первое слагаемое в (11) стремится к нулю при  $\xi(r) \rightarrow 0$ , второе—при  $\nabla \xi \rightarrow 0$ , третье же слагаемое, имеющее перекрестный характер, зануляется в обоих случаях. В случае малых  $\xi$  и  $\nabla \xi$  функционал  $Q$  может рассматриваться в качестве малой добавки к первому слагаемому в левой части (9).

Уравнение (9) является линейным интегральным уравнением Фредгольма второго рода и его решение может быть получено последовательными приближениями [10]:

$$\begin{aligned} \tilde{e}_r^0(q, \omega) &= -G'(q, \omega), \\ \tilde{e}_r^n(q, \omega) &= -Q(\{\tilde{e}_r^{n-1}(q, \omega)\} - G'(q, \omega)). \end{aligned} \quad (14)$$

Составляющая  $\tilde{e}_x^n(q, \omega)$  определяется с помощью соотношения (8).

Количество шагов, необходимых для получения приемлемой точности, зависит от параметров, характеризующих шероховатость. В частности, если максимальная высота  $h = |\xi(r)|_{max}$  и максимальная крутизна  $f = |\nabla \xi(r)|_{max}$  удовлетворяют условиям

$$\left| \frac{\omega}{c} h \right|^n \ll 1, \quad f^m \ll 1, \quad (15)$$

достаточно сделать  $\tilde{n} = \max(n, m)$  шагов.

Если максимальная высота шероховатостей произвольна (в смысле (15)), а сами они являются пологими ( $n$  произвольно,  $m=1$ ), то в решении (14) можно отбросить слагаемые, содержащие отличные от нуля степени  $\xi$ :

$$\begin{aligned} \tilde{e}_-(q, \omega) = & -G(q, \omega) + \int_{-\infty}^{\infty} G(q', \omega) S(q', q - q') dK'_x dK'_y - \\ & - \int_{-\infty}^{\infty} G(q', \omega) S(q', q'' - q') S(q'', q - q'') dK'_x dK'_y dK''_x dK''_y + \dots, \end{aligned} \quad (16)$$

где теперь

$$G(q, \omega) = \frac{1}{(2\pi)^3} \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{E}_-(q', \omega) \exp i \left\{ (q' - q)r + \left( \frac{\omega}{V_z} - K_x \frac{V_x}{V_z} \right) \xi(r) \right\} dK'_x dK'_y dX dY. \quad (17)$$

Выражение (17) отличается от введенного ранее  $G'(q, \omega)$  (10) отсутствием в (17) нормальной к плоскости  $Z=0$  составляющей поля заряда, которая опускается из-за малости множителя  $\xi$ .

В случае  $n=1$  и произвольного  $m$  (максимальная высота шероховатостей много меньше длины волны, а требования к их пологости ослабляются по мере увеличения  $m$ ) Фурье-образ поля ПИ частицы может быть представлен в виде разложения по возрастающим степеням  $\Delta \xi$ .

$$\begin{aligned} \tilde{e}_-(q, \omega) = & -G'(q, \omega) - \int_{-\infty}^{\infty} \frac{G'(q', \omega) q'}{\chi(q')} \tilde{\xi}'(q - q') dK'_x dK'_y - \\ & - \int_{-\infty}^{\infty} \frac{q''}{\chi(q'')} \left( \int_{-\infty}^{\infty} \frac{G'(q', \omega) q'}{\chi(q')} \tilde{\xi}'(q'' - q') dK'_x dK'_y \right) \tilde{\xi}'(q - q'') dK''_x dK''_y - \dots \end{aligned} \quad (18)$$

В общем случае произвольных  $n$  и  $m$  решение содержит помимо членов ряда (16) и (18) также перекрестные члены, содержащие Фурье-образы как функции распределения шероховатостей, так и ее градиента. Максимальное количество сомножителей в члене ряда подобного типа  $\tilde{n} = 2 \cdot \max(n, m)$ .

Одновременное наложение ограничений на максимальную высоту шероховатостей  $h$  и ее максимальный градиент проводит к ограниче-

ниям, налагаемым на средние периоды шероховатостей  $e_x, e_y$ . Так, если величины  $(\omega h/c)^n$  и  $f^m \approx (4h/e_{x,y})^m$  имеют одинаковый порядок  $a$ , то для средних периодов шероховатостей имеем следующую оценку:

$$e_{x,y} \approx 2 \cdot \frac{a^{\frac{1}{n} - \frac{1}{m}}}{\pi} \lambda, \quad (19)$$

где  $\lambda = 2\pi c/\omega$ —длина волны, испускаемой на данной частоте.

Как следует из (19), при  $n < m$  средний период шероховатостей может быть меньше величины  $2\lambda/\pi$ , при  $m < n$  он должен превосходить эту величину.

### 3. Воздействие шероховатостей на временной профиль поля ПИ единичной частицы

Поле ПИ частицы вдали от границы раздела при наличии на ней шероховатостей, также как и при идеально-плоской границе раздела [11], может быть получено путем перехода в интеграле (7) методом перевала к дальней зоне:

$$e(R, t) = \frac{2\pi}{R} \cos \theta \int_{\omega_0 - \Omega}^{\omega_0 + \Omega} Z(q_0, \omega) e^{i\omega \left( \frac{R}{c} - t \right)} d\omega. \quad (20)$$

Здесь

$$Z(q_0, \omega) = \frac{\omega}{c} e(q_0, \omega). \quad (21)$$

$$q_{0x} = \frac{\omega}{c} \sin \theta \cos \varphi, \quad q_{0y} = \frac{\omega}{c} \sin \theta \sin \varphi.$$

Координаты  $R = |R|$ ,  $\theta, \varphi$  заданы в сферической системе координат, связанной с осью  $Z$  и плоскостью  $Z=0$ ; угол  $\theta$  отсчитывается от оси  $Z$ , угол  $\varphi$ —от оси  $X$  в плоскости  $Z=0$ . Параметры  $\omega_0, \Omega$  обусловлены областью регистрации частотного спектра излучения ( $\omega_0 - \Omega < \omega < \omega_0 + \Omega$ ).

В отсутствие шероховатостей [3]

$$e(R, t) = \frac{1}{R} F(\theta, \varphi) \frac{\sin \Omega \left( \frac{R}{c} - t \right)}{\frac{R}{c} - t} e^{i\omega_0 \left( \frac{R}{c} - t \right)}, \quad (22)$$

где  $F(\theta, \varphi)$ —угловая диаграмма поля ПИ частицы.

Сравнение выражений (20) и (22) показывает, что совпадение поведения во времени полей ПИ частицы в этих двух случаях возможно, если функция  $Z(q_0, \omega)$  (21) является медленно меняющейся по переменной  $\omega$  по сравнению с экспонентой в (20). Для этого центральная частота  $\omega_0$  области регистрации излучения должна быть высокой, интервал  $\omega_0 - \Omega < \omega < \omega_0 + \Omega$  должен быть достаточно узким, а осцилляции, обусловленные шероховатостями, должны быть существенно мед-

леннее осцилляций, возникающих из-за экспоненциального множителя  $e^{i\omega t} \left( \frac{R}{c} - \right)$ .

При  $m=1$  первые члены разложения (16) с учетом малости аргументов экспонент, содержащих функцию распределения шероховатостей  $\xi(r)$ , можно представить в виде

$$\tilde{E}_z(q, \omega) = -\tilde{E}_z(q, \omega) - i \int_{-\infty}^{\infty} \left( \frac{\omega}{V_z} - K_x' \frac{V_x}{V_z} \right) \tilde{\xi}(q-q') \tilde{E}_z(q', \omega) dK_x' dK_y' - \\ (23)$$

$$-i \int_{-\infty}^{\infty} \sqrt{\left( \frac{\omega^2}{c^2} - q'^2 \right)} \tilde{E}_z(q, \omega) \tilde{\xi}(q-q') dK_x' dK_y' + \dots$$

При  $n=1$  можно ограничиться первым слагаемым в (23), не искающим поведения во времени поля ПИ частицы, если средние периоды шероховатостей  $e_{x,y}$  превосходят  $2\lambda$ . В этом случае Фурье-образ функции распределения шероховатостей сосредоточен в интервале  $-\omega/2c < K_{x,y} < \omega/2c$  и множители  $(\omega/V_z - K_x' V_x/V_z)$  и  $\sqrt{\left( \frac{\omega^2}{c^2} - q'^2 \right)}$

во втором и третьем слагаемых (23) не превосходят по порядку величины  $\omega/c$ .

При  $n=2$  вторым и третьим слагаемыми в (23) пренебречь нельзя. Если средние периоды шероховатостей удовлетворяют наложенным ранее условиям, то в интегралах в (23) правомерна замена переменных:

$$K_x = \tilde{K}_x = \frac{\omega}{c} \sin \alpha \cos \beta, \quad K_y = \tilde{K}_y = \frac{\omega}{c} \sin \alpha \sin \beta, \quad (24)$$

$$0 < \alpha < \pi, \quad 0 < \beta < 2\pi.$$

Второе слагаемое в (23) при этом приобретает вид

$$S_2(q_0, \omega) = -i \frac{\omega^2}{c^2} \int_0^\pi \int_0^{2\pi} \left( \frac{1}{V_z} - \frac{V_x}{c V_z} \sin \alpha \cos \beta \right) \tilde{\xi}(q'_0) F_z(\alpha, \beta) \sin \alpha d\alpha d\beta, \\ (25)$$

$$q'_0 = q_0 - \tilde{K}_x X_0 - \tilde{K}_y Y_0.$$

Здесь  $F_z(\alpha, \beta)$  — тангенциальная к плоскости  $Z=0$  составляющая диаграммы поля ПИ частицы от идеально-плоской границы раздела (22). Медленное изменение функции  $\tilde{\xi}(q'_0)$  обеспечивается ужесточением требований к средним периодам шероховатостей:

$$e_{x,y} \gg 2\lambda. \quad (26)$$

Размеры интервала регистрации излучения определяются в этом случае малостью величины

$$\frac{(\omega_0 + \Omega)^3 - (\omega_0 - \Omega)^3}{\omega_0^3} \approx \frac{6\Omega}{\omega_0} \ll 1. \quad (27)$$

Третье слагаемое в (23) может быть оценено аналогичным образом. При этом получаются те же оценки (26), (27). При произвольном  $\left(\frac{\omega}{c}\tau\right)^n \ll 1$  имеем для средних периодов шероховатостей и ширины полосы регистрации следующие оценки (при  $n > 1$ ):

$$e_{x,y} \gg n\lambda, \quad 2(2n-1) \frac{\Omega}{\omega_0} \ll 1. \quad (28)$$

Таким образом, ослабление требований к величине максимальной высоты шероховатостей приводит к пропорциональному увеличению их средних периодов.

В противоположном случае ( $m$ —произвольное,  $n=1$ ), с помощью применения аналогичных рассуждений к выражению (18), приходим к тем же оценкам (28)—с заменой  $n$  на  $m$ . Этот случай соответствует шероховатостям с малыми высотами, но с повышающейся, по мере увеличения  $m$ , их крутизной. Одновременное увеличение средних периодов шероховатостей означает, что функция распределения шероховатостей в этом случае, оставаясь пологой на большей части протяжения ее периода, имеет на некоторых участках резкие скачки.

В случае произвольных  $n$  и  $m$  решение (14) состоит из суммы решений (16) и (18) и перекрестных членов, неискажающее воздействие которых на временной профиль поля ПИ обеспечивается выполнением условий

$$e_{x,y} \gg \tilde{n}\lambda, \quad 2(2\tilde{n}-1) \frac{\Omega}{\omega_0} \ll 1, \quad (29)$$

где  $\tilde{n}=2\max(n, m)$ . Следует учесть, однако, что перекрестные члены имеют больший порядок малости, чем основные, и пренебрежение теми из них, порядок малости которых превышает  $\tilde{n}/2$ , не окажет существенного влияния на точность воспроизведения поля. Следовательно, для произвольных  $n$  и  $m$  применимы оценки типа (28), с заменой в них  $n$  на  $\max(n, m)$ .

Приведенные рассуждения и оценки позволяют сделать вывод, что неискажающее воспроизведение поведения во времени поля ПИ частицы обусловлено как подбором размеров полосы регистрации, так и характером самих шероховатостей. Если средние периоды шероховатостей имеют порядок длины волны, соответствующей центральной частоте полосы регистрации, то неискажающее воспроизведение временного профиля поля ПИ возможно при  $\left(\frac{\omega}{c}h\right) \ll 1$  и  $f \ll 1$ . При достаточно больших средних периодах, даже при максимальных высотах, достигающих длины волны регистрации, неискажающее воспроизведение упомянутой временной характеристики возможно.

#### 4. Воспроизведение временными профилем поля ПИ сгустка его продольной функции распределения при наличии шероховатостей

Пусть все частицы сгустка движутся равномерно и прямолинейно по параллельным траекториям со скоростью  $V$  под углом  $\Psi$  к нормали к поверхности  $Z=0$ . Если область регистрации ПИ сгустка и шероховатости на границе раздела удовлетворяют условиям, полученным в предыдущем параграфе, то поле ПИ каждой частицы сгустка в дальней зоне может быть представлено в виде:

$$e(R,t) = \frac{1}{R} F'(\theta, \varphi) \frac{\sin \Omega \left( \frac{R}{c} - t \right)}{\frac{R}{c} - t} e^{i\omega \left( \frac{R}{c} - t \right)}. \quad (30)$$

Диаграмма  $F(\theta, \varphi)$  в общем случае отличается от диаграммы поля ПИ  $F(\theta, \varphi)$  (22) частицы при идеально-плоской границе раздела.

Положение частицы в сгустке определяется координатами  $\tilde{r}, \tilde{\varphi}, \tilde{z}$  цилиндрической системы координат, связанной с осью сгустка,  $\tilde{r}$ —расстояние до оси сгустка,  $\tilde{\varphi}$ —угол, отсчитываемый в плоскости поперечного сечения сгустка,  $\tilde{z}$ —расстояние вдоль оси до центральной частицы сгустка. Частицы с координатами  $\tilde{r}, \tilde{\varphi}$  пересекают плоскость  $Z=0$  в точке  $r'=x'X_0 + y'Y_0$ , где

$$x' = \tilde{r} \cos \tilde{\varphi} / \cos \Psi, \quad y' = \tilde{r} \sin \tilde{\varphi}. \quad (31)$$

Выкладки предыдущего параграфа распространяются на случай пересечения траекторией частицы точки  $x', y'$  на плоскости  $Z=0$ , если в выражении для поля заряда (6) произвести замену аргументов  $r \rightarrow r - r'$ . Диаграмма поля (30) приобретает в этом случае зависимость от параметра  $r'$ :

$$F'(\theta, \varphi) \rightarrow F'(\theta, \varphi, r'). \quad (32)$$

При расчете поля ПИ сгустка следует учесть различие  $\Delta t$  моментов пересечения плоскости  $Z=0$  частицами сгустка, расположеными в различных точках его поперечного сечения, различие  $\Delta t'$  моментов пересечения плоскости  $Z=0$  частицами, расположенными на оси сгустка на расстоянии  $\tilde{z}$  друг от друга, а также разности ходов  $\Delta R$  лучей, исходящих от поверхности  $Z=0$ , к точке наблюдения  $R$ :

$$\begin{aligned} \Delta t &= \frac{\tilde{r}}{V} \cos \tilde{\varphi} \operatorname{tg} \Psi, & \Delta t' &= \frac{\tilde{z}}{V}, \\ \Delta R &= \frac{\tilde{r} \sin \theta}{\cos \Psi} (\cos \varphi \cos \tilde{\varphi} + \sin \varphi \sin \tilde{\varphi} \cos \Psi). \end{aligned} \quad (33)$$

С учетом вышесказанного полное поле ПИ в полосе регистрации может быть записано в виде:

$$\mathbf{e}(\mathbf{R}, t) = \frac{1}{R} \int_{-\infty}^{\infty} \int_0^a \int_0^{2\pi} F'(\theta, \varphi, \mathbf{r}') f(\tilde{r}, \tilde{z}) \frac{\sin \frac{\Omega}{V} \eta}{\eta} e^{i \frac{\omega_0}{V} \eta} \tilde{r} d\tilde{r} d\varphi d\tilde{z}, \quad (34)$$

$$\eta = \frac{V}{c} R - Vt - \tilde{z} + \mu, \quad \mu = \frac{V}{c} \Delta R + V \Delta t,$$

где  $a$ —максимальный радиус сгустка,  $f(\mathbf{r}, \tilde{z})$ —функция распределения зарядов в сгустке, обычно представляемая [12] в виде независимых поперечного  $R(r)$  и продольного  $Z(z)$  сомножителей:

$$f(\tilde{r}, \tilde{z}) = R(\tilde{r}) Z(\tilde{z}). \quad (35)$$

Как видно из (34), даже при выполнении условий, обеспечивающих неискаженное воспроизведение шероховатостями полей ПИ каждой частицы сгустка, искажающее воздействие шероховатостей на полное поле ПИ сгустка имеет место. Это происходит из-за фазовых и амплитудных различий, которые приобретают поля отдельных частиц вследствие наличия шероховатостей.

Если измерения производятся в высокочастотной (оптической) области спектра, то их результатом является низкочастотная огибающая амплитуды поля или его мгновенной интенсивности. Выявить низкочастотную огибающую поля можно с помощью разбивки выражения (34) на два слагаемых:

$$\mathbf{e}(\mathbf{R}, t) = \frac{1}{R} \int_{-\infty}^{\infty} \int_0^a \int_0^{2\pi} F'(\theta, \varphi, \mathbf{r}') f(\tilde{r}, \tilde{z}) \frac{\sin \frac{\Omega}{V} \eta}{\eta} \tilde{r} d\tilde{r} d\varphi d\tilde{z} + \quad (36)$$

$$+ \frac{1}{R} \int_{-\infty}^{\infty} \int_0^a \int_0^{2\pi} F'(\theta, \varphi, \mathbf{r}') f(\tilde{r}, \tilde{z}) \sin \frac{\Omega}{V} \eta e^{i \frac{\omega_0}{2V} \eta} \frac{\sin \frac{\omega_0}{2V} \eta}{\eta} \tilde{r} d\tilde{r} d\varphi d\tilde{z}.$$

При  $\omega_0 \rightarrow \infty$  второе слагаемое в (36) стремится к нулю, и поле выражается через низкочастотное первое слагаемое, которое при выполнении условия  $\Omega \mu / V \ll 1$  и с учетом (35) можно представить в виде

$$\mathbf{e}(\mathbf{R}, t) = A(\mathbf{R}) \bar{Z} \left( \frac{V}{c} R - Vt \right), \quad (37)$$

где

$$A(\mathbf{R}) = \frac{1}{R} \int_0^a \int_0^{2\pi} F'(\theta, \varphi, \mathbf{r}') R(\tilde{r}) \tilde{r} d\tilde{r} d\varphi, \quad (38)$$

$$\tilde{Z}\left(\frac{V}{c}R-Vt\right)=\int_{-\infty}^{\infty} Z(\tilde{z}) \frac{\sin \frac{\Omega}{V} \left(\frac{V}{c}R-Vt-\tilde{z}\right)}{\frac{V}{c}R-Vt-\tilde{z}} d\tilde{z}.$$

Мгновенная интенсивность вспышки ПИ сгустка связана с ее продольной функцией распределения соотношением

$$I(R,t) = \frac{c}{4\pi} |A(R)|^2 \left\{ \tilde{Z}\left(\frac{V}{c} R - Vt\right) \right\}^2. \quad (39)$$

Воздействие шероховатостей, также как воздействие поперечных размеров сгустка в этом случае оказывается на пространственном распределении поля ПИ сгустка, а поведение поля во времени, как и в случае идеально-плоской границы раздела [5], обусловлено функцией  $\tilde{Z}(\tilde{z})$ . Функция  $\tilde{Z}(\tilde{z})$  представляет собой низкочастотную огибающую продольной функции распределения  $Z(z)$ . Она воспроизводит макроскопическое распределение зарядов в сгустке, отсекая при этом высокочастотную часть его спектра.

Условие  $\Omega\mu/V \ll 1$  должно выполняться на всей области интегрирования по сечению сгустка. В релятивистском случае оно приводится к виду

$$\frac{\Omega}{V} a \sin \theta' (1 + \tan \Psi) \ll 1, \quad (40)$$

где  $\theta'$ —угол между направлением геометрооптического отражения оси сгустка и направлением наблюдения.

Адекватность отображения макроскопической продольной функции распределения зарядов в сгустке обусловлена также соотношением

$$\frac{\Omega}{V} d > 1, \quad (41)$$

где  $d$ —длина сгустка. Сочетание условий (40) и (41) позволяет получить условие для отношения поперечного и продольного размеров сгустка:

$$\frac{a}{d} \sin \theta' (1 + \tan \Psi) \ll 1. \quad (42)$$

Условие (40), с одной стороны, и условия (28), (41), (42), с другой, налагают на ширину полосы регистрации противоположные требования: необходимо, следовательно, выбрать оптимальные значения параметра  $\Omega$ , пригодные как для данной длины сгустка, так и для характеристик шероховатостей поверхности раздела. Что касается условий (40)–(42), то, как следует из их формы, при не слишком больших углах влета и в направлениях, близких к направлению гео-

метрооптического отражения в ультрапрелятивистском случае они практически всегда выполняются (вплоть до  $a \sim d$ ).

Отметим, что условия (40) — (42) не связаны с наличием шероховатостей: они обусловлены конечными поперечными размерами и длиной сгустка и имеют место и при идеально-плоской границе.

Проблемы же, связанные с шероховатостями, решаются, если шероховатости позволяют получить неискаженную (по сравнению с плоской границей раздела) картину поведения во времени поля ПИ отдельной частицы.

## 5. Заключение

Разработанная методика расчета переходного излучения на идеально-проводящей границе раздела с шероховатостями позволяет получить поле ПИ как отдельной частицы, так и сгустка, при известной функции распределения шероховатостей. Исследование поведения поля ПИ во времени позволило получить условия неискаженного воспроизведения поведения во времени поля ПИ отдельной частицы. Полученные условия, наряду с условиями, учитывающими искажения, возникающие из-за конечности поперечных размеров сгустка, являются условиями адекватного воспроизведения временным профилем ПИ продольной функции распределения зарядов в сгустке.

Авторы выражают благодарность Багияну Р. А. за обсуждение работы и высказанные им замечания.

\* Данная статья подготовлена по результатам работы, выполненной для LBL (Lawrence Berkeley Laboratory) (контракт N DEAC03-76SF00098, Отдел Физики Высоких Энергий Министерства Энергетики США) и при частичной поддержке Международного Научного фонда (грант N RYO 000).

## ЛИТЕРАТУРА

1. М. Л. Тер-Микаелян, Р. А. Багиян. ДАН АрмССР, 55, 32 (1972).
2. Р. А. Багиян. Письма в ЖТФ, 2, 1025 (1976).
3. E. D. Gazazian, M. I. Ivanian, E. M. Laziev. Preprint LBL-35264 (1994).
4. E. D. Gazazian, M. I. Ivanian, E. M. Laziev. Proc. of EPAC-94, London, v. 2, p. 1711 (1994).
5. E. D. Gazazian, M. I. Ivanian, E. M. Laziev. Proc. of 17-th Linac Conference, Tsukuba, Japan, v. 2, p. 869 (1994).
6. E. D. Gazazian, M. I. Ivanian, E. M. Laziev. Preprint LBL-35265 (1994).
7. Y. Ogawa, J. Y. Choi, T. Suwada et al. KEK preprint 93-37 (1993).
8. Ф. Г. Басс, И. М. Фукс. Рассеяние волн на статистически неровной поверхности. М., «Наука», 1972.
9. М. Л. Тер-Микаелян. Влияние среды на электромагнитные процессы при высоких энергиях. Ереван, изд. АН АрмССР, 1969.
10. Г. А. Корн, Т. М. Корн. Справочник по математике, М., «Наука», 1970.
11. Г. М. Гариян. ЖЭТФ, 38, 1403 (1957).
12. Г. М. Гариян, Ян Ши. Рентгеновское переходное излучение. Ереван, изд-во АН АрмССР, 1983.



ԱՆՀԱՐԹ ԻԴԵԱԼԱԿԱՆ ՀԱՂՈՐԴՅԻ ՍԱՀՄԱՆՈՒՄ ԱՆՑՈՒՄԱՅԻՆ  
ՃԱՐԱԳԱՅԹՄԱՆ ՏԵՍՈՒԹՅԱՆ ՄԱՍԻՆ

Է. Դ. ԳԱԶԱՅԱՆ, Մ. Ի. ԻՎԱՆՅԱՆ, Է. Մ. ԼԱԶԻԵՎ

Մշակված է անցումային ճառագայթման հաշվարկի եղանակը հարթ բացարձակ հաղորդիչ և անհարթություններ պարունակող սահմանային մակերեսութիւնի դեպքում։ Ստացված են սահմանի վրա անհարթությունների առկայության դեպքում անցումային ճառագայթման դաշտի շաղավազված վերականգնման պայմանները մեկ մասնիկի դեպքում, ինչպես նաև մասնիկների թանձրուկի լիցքի երկայնական բաշխվածության ֆունկցիայի շաղավազված վերականգնման համար։

TO THE THEORY OF TRANSITION RADIATION ON A PERFECTLY CONDUCTIVE BOUNDARY SURFACE WITH ROUGHNESS

E. D. GAZAZIAN, M. I. IVANIAN, E. M. LAZIEV

The method of calculation of the transition radiation on a perfectly conductive boundary surface with roughness has been developed. Conditions are obtained for undistorted regeneration of time behavior of a TR particle field as well as conditions for adequate regeneration of a bunch charge longitudinal distribution function by its TR flash time profile in the presence of roughness on the boundary.

## НОВЫЙ ПОДХОД К ОПРЕДЕЛЕНИЮ ПОЛНОГО МОМЕНТА СВОБОДНОЙ ЧАСТИЦЫ

В. А. ДЖРБАШЯН

Ереванский физический институт

(Поступила в редакцию 11 марта 1996 г.)

Предлагается принципиально новый подход к определению полного момента свободной частицы, следующий из изотропности пространства.

В традиционной квантовой механике импульс и момент не имеют одновременно определенных значений, поэтому приходится для свободной частицы вводить два типа состояний: 1) состояния, где частица имеет определенный импульс (собственная функция—экспонента), и момент не имеет определенного значения; 2) состояния, где частица наряду с энергией, имеет определенный момент (собственная функция—шаровые спиноры, в нерелятивистском бесспиновом приближении—шаровая функция), а импульс не имеет определенного значения.

Имея в виду, что в природе нет свободных частиц с неопределенным импульсом (ноль тоже определенное значение), состояния второго типа исключаются. Претерпевает изменение и сама классификация. Свободное пространство не только трансляционно, но и вращательно симметрично. Следовательно, частица в свободном состоянии должна иметь не только определенный импульс, но и определенный момент. Итак, было бы естественно, если бы взамен традиционного оператора полного момента фигурировал другой оператор. Такой оператор, чтобы волновая функция состояния с определенным импульсом была собственной функцией также проекции момента на произвольное направление  $z$  и его квадрата. Поскольку угловой момент имеет отношение к свойству пространства, то необходимо корректное рассмотрение вращения трехмерной пространственной системы. В указанном рассмотрении вращения пространства учитывается изменение углов не только единичного вектора  $\frac{r}{r}(\theta_r, \varphi_r)$ , но и единичного вектора

$$\frac{p}{p}(\theta_p, \varphi_p).$$

Отсюда, при использовании известной связи операторов вращения и полного момента следует выражение оператора полного углового момента.

При вычислении сечений различных физических процессов для волновой функции свободного электрона используется выражение [1]

$$\psi_{p\mu} = \frac{1}{\sqrt{v}} u_\mu \exp[pr - Et)/\hbar], \quad (1)$$

где биспинор

$$u_\mu = N \begin{pmatrix} v_\mu(\lambda) \\ w_\mu(\lambda) \end{pmatrix}, \quad N = [(1 + 1/\gamma)/2]^{1/2}, \quad \gamma = E/Mc^2.$$

$v_\mu$  — собственная функция проекции оператора спина:

$$s_\sigma v_\mu(\lambda) = \hbar \mu v_\mu(\lambda), \quad (2)$$

$\lambda$  — спинорный индекс,  $v_\mu(\lambda) = \delta_{\mu\lambda}$ ,

$$w_\mu(\lambda) = \sum_{\lambda'} \frac{2cs(\lambda\lambda')p}{\hbar(E+Mc^2)} v_\mu(\lambda'). \quad (3)$$

Записав это соотношение в виде

$$\sum_{\lambda'} \frac{2cs(\lambda\lambda')p}{\hbar(E+Mc^2)} v_\mu(\lambda') = \sum_\sigma f_\sigma v_\sigma(\lambda),$$

находим, что

$$f_\sigma = \sum_{\lambda''\lambda} v_\sigma^*(\lambda'') \frac{2cs(\lambda''\lambda')p}{\hbar(E+Mc^2)} v_\mu(\lambda'),$$

т. е. для (3) имеем также выражение

$$w_\mu(\lambda) = \sum_\sigma \frac{2c(sp)_{\sigma\mu}}{\hbar(E+Mc^2)} v_\sigma(\lambda), \quad (4)$$

где

$$(s)_{\sigma\mu} = \sum_{\lambda''\lambda} v_\sigma^*(\lambda'') s(\lambda''\lambda') v_\mu(\lambda'). \quad (5)$$

В свободном состоянии, описываемом плоской волной (1), электрон имеет определенный импульс, а все его положения равновероятны ( $|\psi|^2$  не зависит от  $r$ ), т. е.  $\Delta p=0$ ,  $\Delta r=\infty$  и соотношение неопределенностей Гейзенберга не нарушается.

Волновая функция (1) зависит от спинора и скалярных произведений ( $pr$ ) и  $sp$  трех векторов. В координатной системе  $xyz$  можно отложить компоненты единичных векторов  $\frac{r}{r} \frac{p}{p}$  (см. рисунок):

$$\frac{r}{r} \left( \frac{x}{r}, \frac{y}{r}, \frac{z}{r} \right) \equiv (\sin\theta, \cos\phi_r, \sin\phi_r, \cos\theta_r), \quad (6)$$

$$\frac{p}{p} \left( \frac{p_x}{p}, \frac{p_y}{p}, \frac{p_z}{p} \right) \equiv \frac{p}{p} (\sin\theta_p, \cos\phi_p, \sin\theta_p, \cos\theta_p). \quad (7)$$

В новой системе координат, полученной от исходной поворотом на угол  $-\Phi$  вокруг оси  $z$ , будем иметь

$$\frac{r}{r} \left( \frac{x'}{r}, \frac{y'}{r}, \frac{z}{r} \right) \equiv \frac{r}{r} (\sin\theta, \cos(\varphi_r + \varphi), \sin\theta, \sin(\varphi_r + \varphi), \cos\theta_r), \quad (8)$$

$$\frac{\mathbf{p}}{p} \left( \frac{p_x'}{p}, \frac{p_y'}{p}, \frac{p_z}{p} \right) \equiv \frac{\mathbf{p}}{p} (\sin \theta_p \cos(\varphi_p + \varphi), \sin \theta_p \sin(\varphi_p + \varphi), \cos \theta_p). \quad (9)$$

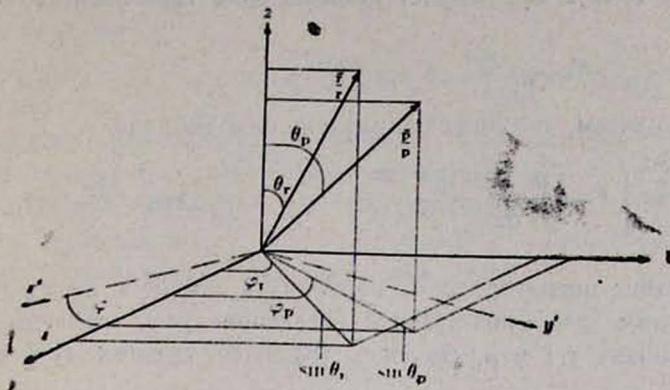


Рис. 1. Компоненты  $\frac{\mathbf{r}}{r}$  и  $\frac{\mathbf{p}}{p}$  для исходной и повернутой систем координат (чтобы избежать усложнений,  $\frac{x}{r}$ ,  $\frac{y}{r}$ ,  $\frac{z}{r}$ ,  $\frac{p_x}{p}$ ,  $\frac{p_y}{p}$ ,  $\frac{p_z}{p}$  начертаны, но не обозначены).

От декартовых компонентов удобно перейти к циклическим компонентам

$$r_{\pm 1} = \mp \frac{1}{\sqrt{2}} (x \pm iy) = \mp \frac{1}{\sqrt{2}} r \sin \theta e^{\pm i\varphi}, \quad r_0 = z, \quad (10)$$

$$p_{\pm 1} = \mp \frac{1}{\sqrt{2}} (p_x \pm ip_y) = \mp \frac{1}{\sqrt{2}} p \sin \theta_p e^{\pm i\varphi_p}, \quad p_0 = p_z. \quad (11)$$

Тогда в новой системе координат циклические компоненты согласно (8—11)

$$r'_{\pm 1} = e^{\pm i\varphi} r_{\pm 1}, \quad r'_0 = r_0, \quad (12)$$

$$p'_{\pm 1} = e^{\pm i\varphi} p_{\pm 1}, \quad p'_0 = p_0. \quad (13)$$

По этому же закону преобразуются и компоненты другого вектора-спина

$$s'_{\pm 1} = \mp \frac{1}{\sqrt{2}} (s_x \pm is_y) = e^{\pm i\varphi} s_{\pm 1}, \quad s'_0 = s_0, \quad (14)$$

где

$$s_{\pm 1} = \mp \frac{1}{\sqrt{2}} (s_x \pm is_y), \quad s_0 = s_x. \quad (15)$$

Для определения оператора углового момента  $J$  можно использовать выражение оператора вращения на угол  $\alpha$  вокруг направления  $n$  [2]:

$$\hat{R} = e^{i \frac{\pi J}{\hbar}} . \quad (16)$$

Нетрудно видеть, что искомым оператором  $\hat{R}$  в рассматриваемом случае поворота вокруг оси  $z$  будет произведение трех операторов:

$$\hat{R}_z = e^{\frac{i}{\hbar} \frac{\partial}{\partial \varphi_r}} e^{\frac{i}{\hbar} \frac{\partial}{\partial \varphi_p}} e^{i(l/\hbar) \hat{s}_z}. \quad (17)$$

С этой целью учтем, что согласно разложению Тейлора

$$f(x+a) = \left[ 1 + \frac{a}{1!} \frac{\partial}{\partial x} + \frac{a^2}{2!} \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \dots \right] f(x) = e^{\frac{a}{\hbar} \frac{\partial}{\partial x}} f(x), \quad (18)$$

т. е. воздействие оператора  $e^{\frac{a}{\hbar} \frac{\partial}{\partial x}}$  приводит к замене  $x$  на  $x+a$ . Следовательно, первые два множителя в (17) приведут к требуемому изменению компонентов  $\varphi_r$  и  $\varphi_p$ , согласно (8) и (9), сдвигая  $\varphi_r$  и  $\varphi_p$  на  $\varphi$ .

Чтобы убедиться в необходимости третьего множителя в (17), примем во внимание, что из соотношений коммутации декартовых компонентов спина

$$[s_z, s_x] = i\hbar s_y, \quad [s_z, s_y] = -i\hbar s_x \quad (19)$$

следуют соотношения коммутации для циклических компонентов

$$[s_0, s_q] = \hbar q s_q, \quad \text{т.е. } s_z, s_q = s_q(s_z + \hbar q), \quad (q = 0, \pm 1). \quad (20)$$

Следовательно, при коммутации с  $s_q s_z$  заменится на  $s_z + \hbar q$ :

$$e^{i(l/\hbar)s_z} s_z s_q = s_q e^{i(l/\hbar)(s_z + \hbar q)} = e^{i(q\pi)} s_q e^{i(l/\hbar)s_z}. \quad (21)$$

Отсюда вытекает, что воздействие  $e^{i(l/\hbar)s_z}$  приводит к требуемому согласно (14) и (15) изменению компонентов спина.

Представим оператор (17) в форме (16):

$$\hat{R}_z = e^{i \frac{\pi}{\hbar} \hat{s}_z}, \quad (22)$$

выражая через оператор проекции полного момента  $\hat{J}_z$ .

Таким образом, согласно (16) и (17), проекция углового момента

$$\hat{J}_z = -i\hbar \frac{\partial}{\partial \varphi_r} - i\hbar \frac{\partial}{\partial \varphi_p} + \hat{s}_z. \quad (23)$$

Если учесть, что

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial \varphi_r} &= \frac{\partial}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial \varphi_r} + \frac{\partial}{\partial y} \frac{\partial y}{\partial \varphi_r} + \frac{\partial}{\partial z} \frac{\partial z}{\partial \varphi_r} = -r \sin \theta \sin \varphi_r \frac{\partial}{\partial x} + \\ &+ r \sin \theta \cos \varphi_r \frac{\partial}{\partial y} = x \frac{\partial}{\partial y} - y \frac{\partial}{\partial x} - [\mathbf{r} \nabla_r]_z. \end{aligned} \quad (24)$$

т. е.

$$-i\hbar \frac{\partial}{\partial \varphi_r} = -i\hbar [r\nabla_r]_z = [\hat{r}\hat{p}]_z. \quad (25)$$

то получим, что оператор полного момента,  $z$ -компонент которого мы нашли, имеет вид [3–5]

$$\hat{J} = \hat{L}' + \hat{L}'' + \hat{s}, \quad \text{где } \hat{L}' = -i\hbar [r\nabla_r]_z, \quad \hat{L}'' = -i\hbar [p\nabla_p]. \quad (26)$$

В операторах орбитальных моментов  $\hat{L}'$  и  $\hat{L}''$  изменение углов  $\theta_r$ ,  $\varphi_r$ ,  $\theta_p$ ,  $\varphi_p$ , определяющих направления радиуса-вектора и импульса, связано с вращением трехмерной пространственной системы координат.

Автор признателен Л. А. Геворгяну, Р. П. Григоряну, Э. В. Сех-пояну, С. С. Элбакяну за полезные замечания.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. А. И. Ахиезер, В. Б. Берестецкий. Квантовая электродинамика. М., Наука, 1969.
2. М. Роуз. Поля мультиполей. М., ИЛ, 1957.
3. В. А. Джрабашян. ДАН СССР, 254, 1116 (1980).
4. В. А. Джрабашян. ДАН АрмССР, 80, 123 (1985).
5. В. А. Джрабашян. Сохранение полного момента при атомных и ядерных переходах. Ереван. Айастан, 1989.

#### ՆՈՐ ՄԱՏԵՎՈՒՄ ԱԶԱՏ ՄԱՍՆԻԿԻ ՀՐԻՎ ՄՈՄԵՆՏԻ ՍԱՀՄԱՆՄԱՆԸ

Վ. Հ. ՋՐԲԱՇՅԱՆ

Առաջարկվում է սկզբանքորեն նոր մոտեցում ազատ մասնիկի տարածության իզոտրոպությանը հետևող լրիվ մոմենտի սահմանմանը:

#### NEW APPROACH TO DEFINITION OF THE FREE PARTICLE TOTAL ANGULAR MOMENTUM

V. A. DJRBASHIAN

A basically new approach is suggested to define the free particle total angular momentum. This approach follows from the isotropy of space.

## ЭЛЕКТРОН-ФОНОННЫЙ МЕХАНИЗМ ВЫНУЖДЕННЫХ ДИПОЛЬНЫХ ПЕРЕХОДОВ В ПРИМЕСНЫХ ИОНАХ В КРИСТАЛЛАХ

Ф. П. САФАРЯН, Е. Ф. САФАРЯН

Армянский педагогический институт им. Х. Абовяна

(Поступила в редакцию 15 мая 1996 г.)

Показано, что в сложных диэлектрических примесных кристаллах (в элементарных ячейках которых имеются несколько неэквивалентных положений для примесного иона) ЭФВ индуцирует дипольные переходы между примесными электронными уровнями (между  $3d$ ,  $4f$  уровнями), которые в дипольном приближении запрещены по правилу четности. Найдены эффективные дипольные моменты этих переходов и вычислены соответствующие им вероятности спонтанных переходов (и, тем самым, времена жизни уровней). Получено удовлетворительное согласие с экспериментальными данными.

### 1. Введение

Известно, что в оптических спектрах примесных диэлектрических кристаллов, активированных ионами переходных и редкоземельных элементов, имеются довольно интенсивные спектральные линии, на которых в настоящее время работают многие твердотельные лазеры. Известно также, что соответствующие этим линиям электронные переходы, которые происходят между имеющимися одинаковую четность уровнями ( $3d$  или  $4f$  уровни) в дипольном приближении запрещены по правилу Лапорта, а оставшиеся переходы более высоких мультипольных порядков (квадрупольный, октупольный, магнитно-дипольный и т. д.) настолько слабы, что с их помощью невозможно объяснить факт существования довольно больших интенсивностей у этих линий. Кроме того, указанные электронные переходы, происходящие в разных примесных центрах в противоположных направлениях, могут стать причиной эффективной передачи энергии электронного возбуждения между ионами, вероятность которой, как показывает эксперимент, зависит от расстояния  $R$  между ионами по закону, присущему диполь-дипольной передаче энергии ( $R^{-6}$ ). Это заставило думать (и по этому поводу впервые высказался Ван-Флек [1]), что в следующих порядках теории возмущений дипольные запреты на электронные переходы снимаются. При этом в роли оператора возмущения, перемешивающего уровни основной конфигурации ( $3d$  или  $4f$ ) с более высокорасположенными уровнями конфигураций противоположной четности, выступают или нечетные компоненты потенциала кристаллического поля (КП), или нечетные колебания решетки. Эта идея

в дальнейшем развивалась в работах [2, 3] и в настоящее время широко применяется для интерпретации экспериментальных данных по интенсивности спектральных линий и по передаче энергии между примесными ионами. Однако в работах [4, 5] было показано, что в некоторых кристаллических структурах, где в элементарной ячейке имеются несколько неэквивалентных положений примесного иона и его ближайшего окружения (например, в элементарной ячейке граната имеется 24 таких положения), осуществляется довольно эффективная передача энергии, которая индуцируется четными компонентами потенциала электрон-фононного взаимодействия (ЭФВ), связывающего друг с другом электронные уровни одинаковой четности ( $3d$  или  $4f$  уровни). Вероятность такой передачи тоже оказывается зависящей от расстояния по закону диполь-дипольной передачи ( $R^{-6}$ ). Это наводит на мысль, что наряду с рассматриваемыми выше двумя механизмами вынужденных дипольных переходов (ВДП), для указанных кристаллических систем имеется также другой механизм снятия запрета на дипольные переходы, оператором возмущения для которого являются четные компоненты гамильтонiana ЭФВ.

В следующем разделе, в формуле для энергии резонансного взаимодействия ионов, мы выделим член, соответствующий эффективному дипольному моменту перехода между примесными электронными уровнями одинаковой четности, и проведем количественные вычисления этих дипольных моментов и соответствующих им вероятностей спонтанных переходов из возбужденных примесных электронных состояний (и тем самым времена жизни уровней).

## 2. Вероятность электрон-фононной передачи энергии

Связь между примесными ионами в кристалле осуществляется через ЭФВ. Первый ион (донор), находящийся в возбужденном электронном состоянии ( $\lambda'$ ), испускает (поглощает) виртуальный фонон решетки, а другой ион (акцептор), находящийся от первого на расстоянии  $R$ , поглощает (испускает) тот же фонон и из основного электронного состояния  $\mu$  переходит в возбужденное состояние  $\mu'$ . В результате такого обмена виртуальных фононов между ионами и решеткой энергия первоначального возбуждения безызлучательно переходит от донорного иона к акцепторному. Этот процесс в точности напоминает процесс обмена виртуальных фотонов ионами, взаимодействующими друг с другом по закону Кулона. Вероятность ЭФ передачи, как известно, можно представить в виде [4, 6]

$$W_{\lambda' \rightarrow \lambda} = 2\pi |H_{int}|^2 \delta(\mathcal{E}_{\lambda' \lambda} - \mathcal{E}_{\mu' \mu}), \quad (1)$$

где

$$H_{int} = \sum_{\alpha} B_{\alpha}^{(1)}(\lambda', \lambda) B_{\alpha}^{(1)}(\mu', \mu) \frac{2\hbar\omega_{\alpha}}{(\mathcal{E}_{\lambda' \lambda})^2 - (\hbar\omega_{\alpha})^2} \quad (2)$$

представляет собой энергию резонансного взаимодействия ионов.

В формулах (1), (2) введены обозначения:  $\mathcal{E}_{\lambda' \lambda} = \mathcal{E}_{\lambda'} - \mathcal{E}_{\lambda}$ , где  $\mathcal{E}_{\lambda}$  — энергия примесного электронного состояния  $\lambda$ ,  $\hbar \omega_{\alpha}$  — энергия фона типа  $\alpha$  ( $\alpha$  нумерует два индекса:  $\alpha = \{s, k\}$ ), где  $s$  — мода, а  $k$  — волновой вектор колебаний,  $B_{\alpha}^{(1)}(\lambda')$  — коэффициенты ЭФВ. Для существенного сокращения расчетов целесообразно исходить из гамильтониана ЭФВ длинноволнового приближения ( $kR_0 \ll 1$ ), коэффициенты которого можно представить в виде [7]

$$B_{\alpha}^{(1)}(\lambda', \lambda) = \sqrt{\frac{\hbar \omega_{\alpha}}{2Mv_0^2}} \sum_{m=-l}^l \left( \frac{\pi e^2 z}{R_0^{l+1}} \right) V_{lm} < \lambda' | \sum_{i=1}^N \mathcal{E}_i Y_{lm}^{(1)}(\lambda) | \lambda > Y_{lm}^*(\theta', \varphi'), \quad (3)$$

где  $M$  — масса кристалла,  $v_0$  — средняя скорость акустических волн в кристалле,  $R_0$  — радиус первой координационной сферы,  $Y_{lm}(\theta, \varphi)$  — сферические функции оптического электрона примеси,  $Y_{lm}(\theta', \varphi')$  — сферические функции волнового вектора акустических волн в кристалле,  $V_{lm}$  — численные коэффициенты,  $z$  — эффективный заряд ионов первой координационной сферы. В формуле (3) суммирование по  $i$  ведется по эквивалентными оптическим электронам, число которых равно  $N$ .

Коэффициенты ЭФВ донора и акцептора связаны друг с другом посредством выражения

$$B_{\alpha}^{(1)}(\mu', \mu) = B_{\alpha}^{(1)}(\lambda', \lambda) \exp(i k R). \quad (4)$$

В формуле (3) сохранены лишь отличные от нуля четные компоненты с  $l=2, 4, 6$ .

Из формулы (1) следует, что при  $R=0$  формула для энергии резонансного взаимодействия переходит в формулу для ЭФ сдвига спектральной линии перехода  $|\lambda \rightarrow \lambda'|$ , происходящего в одном примесном центре.

Подставляя в формулу (1) выражения (3) и (4), для энергии резонансного взаимодействия ионов получим

$$H_{int} = \frac{\hbar}{Mv_0^2} \sum_{l=2,4,6} \left( \frac{\pi e^2 z}{R_0^{l+1}} \right)^2 \cdot J_{\lambda' \lambda} \sum_m V_{lm} < \lambda' | \sum_i r_i^2 Y_{lm}^{(1)}(\theta, \varphi) | \lambda > Y_{lm}^*(\theta', \varphi'), \quad (5)$$

где

$$J_{\lambda' \lambda} = \sum_s \sum_k \frac{\omega_s^2(k) \exp(ikR)}{(\Delta_{\lambda' \lambda})^2 - \omega_s^2(k)}, \quad \Delta_{\lambda' \lambda} = \frac{\mathcal{E}_{\lambda' \lambda}}{\hbar}. \quad (6)$$

Зависимость  $H_{int}$  от  $R$  фигурирует в интеграле (6), решением которого занимались многие авторы (см. [4, 5] и цитируемые там работы). Установлено, что правильная зависимость получается лишь в случае, когда интеграл (6) берется в пределах первой зоны Бриллюэна. Нетрудно показать, что при условии  $\Delta_{\lambda' \lambda} \gg \omega_s$ , которое реализуется в рассматриваемом здесь случае передачи электронной энергии, решение интеграла (6) имеет вид:

$$J_{\lambda' \lambda} = \frac{9n_0 v_0^2}{\Delta_{\lambda' \lambda}^2 \cdot \pi^3} \left\{ \frac{\pi}{a^3 R_x} \sin\left(\frac{\pi R_x}{a}\right) + \frac{2\pi}{a R_x^3} \cos\left(\frac{\pi R_x}{a}\right) - \frac{2}{R_x^3} \sin\left(\frac{\pi R_x}{a}\right) \right\} \frac{1}{R_y R_z} \sin\left(\frac{\pi R_y}{a}\right) \sin\left(\frac{\pi R_z}{a}\right), \quad (7)$$

где  $n_0$ —число атомов в элементарной ячейке,  $V$ —объем кристалла,  $a$ —размер элементарной ячейки,  $R_x, R_y, R_z$ —декартовые координаты расстояния  $R$  между ионами. Для предельных значений  $R$  из формулы (7) получим:

$$J_{\lambda' \lambda}(R \rightarrow 0) = \frac{3n_0 V}{a^3} \left( \frac{\omega_m}{\Delta_{\lambda' \lambda}} \right)^2, \quad (8)$$

$$J_{\lambda' \lambda}(R \rightarrow \infty) = \frac{6V n_0}{\pi^3} \left( \frac{\omega_m}{\Delta_{\lambda' \lambda}} \right)^2 \cdot f(R_x, R_y, R_z), \quad (9)$$

где  $\omega_m = v_0 \left( \frac{\pi}{a} \right) = v_0 k_m$ —максимальная частота колебаний ( $k_m$ —максимальный импульс колебаний) решетки,

$$f(R_x, R_y, R_z) = \frac{1}{R_x R_y R_z} \sin\left(\frac{\pi R_x}{a}\right) \sin\left(\frac{\pi R_y}{a}\right) \sin\left(\frac{\pi R_z}{a}\right). \quad (10)$$

Из формулы (10) следует, что при больших расстояниях  $H_{int}$  зависит от расстояния  $R$  по закону  $\sim 1/R^3$  (а вероятность перехода энергии  $(1) \sim 1/R^6$ ). Поскольку такое взаимодействие осуществляется между электрическими диполями, то естественно предполагать, что рассматриваемый здесь механизм обмена виртуальных фононов между ионами идентичен механизму взаимодействия двух электрических диполей, индуцируемых в примесных центрах под воздействием ЭФВ. Выражение для этих дипольных моментов мы находим, сравнивая формулу (5) с известной формулой для энергии резонансного диполь-дипольного взаимодействия:

$$H_{int}^{(dip)} = \frac{1}{R^3} |P_{\lambda' \lambda}|^2.$$

На основе формул (5) и (9), подставляя в них среднее значение для функции  $f(R)$ :

$$\overline{f(R_x, R_y, R_z)} = (\overline{f^2(R_x, R_y, R_z)})^{1/2} = \sqrt{\frac{3 \cdot 5 \cdot 7}{8}} \cdot \frac{1}{R^3},$$

получим следующее выражение для эффективного дипольного момента:

$$|P_{\lambda' \lambda}|^2 = \sqrt{\frac{3 \cdot 5 \cdot 7}{8}} \frac{9n_0}{\pi^6 p v_0^3} \left( \frac{\omega_m}{\Delta_{\lambda' \lambda}} \right)^2 \sum_{l=2,4,6} \left( \frac{ze^3 \pi}{R_0^{l+1}} \right)^2 \times \\ \times \left| \sum_m V_{lm} \left\langle \sum_i r_i^2 Y_{im}^{(l)} \right| \lambda \right\rangle Y_{lm}^{*}(\theta', \varphi') \right|^2. \quad (11)$$

Отметим, что как следует из формул (9) и (10), энергия резонансного взаимодействия отлична от нуля лишь в случаях, когда акцепторный ион вместе со своим ближайшим окружением занимает определенное положение в элементарной ячейке  $R_x, R_y, R_z \neq an$  (где  $n=1, 2, \dots$ ) (считается, что донор находится в узле решетки). Понятно, что чем сложнее элементарная ячейка (например, в ИАГ имеется 24 таких положения), тем легче выполняется это условие.

Зная  $P_{\lambda' \lambda}$ , можно найти соответствующую вероятность спонтанного перехода по формуле

$$A_{\lambda' \lambda} = \frac{4\omega_{\lambda' \lambda}^3}{3\hbar c^3} \frac{n(n^2+2)^2}{9} |P_{\lambda' \lambda}|^2, \quad (12)$$

где  $n$ —показатель преломления среды,  $c$ —скорость света.

Выражения для неадиабатического сдвига спектральной линии перехода  $|\lambda' - \lambda|$  следуют из формулы (2), если в ней подставить  $K=0$ . Учитывая, что интеграл (6) в этом предельном случае имеет вид (8), для сдвига получим:

$$\Delta E_{\lambda' \lambda} = \frac{1}{3} \left( \frac{\pi}{a} \right)^3 |P_{\lambda' \lambda}|^2, \quad (13)$$

где  $P_{\lambda' \lambda}$  определяется формулой (11).

### 3. Количественные вычисления

Основной формуле (11) можно придать в вычислительном отношении более удобный вид, учитывая, что конкретные расчеты проводятся для примесных редкоземельных ионов ( $TR^{3+}$ -ионов).

Известно, что КП слабо влияет на хорошо защищенную от внешних воздействий внутреннюю  $4f$ -оболочку, поэтому электронные спектры свободных  $TR^{3+}$ -ионов в КП претерпевают малые изменения. В результате получаются те же электронные термы  $^{2S+1}L_j$  (где  $L, S$ —соответственно орбитальный и спиновый моменты,  $j$ —полный момент) свободных ионов, но которые в КП дополнительно расщепляются на штарковские подуровни. Так что здесь индексы  $(\lambda, \lambda')$  нумеруют штарковские состояния, волновые функции для которых можно найти из теоретико-групповых соображений (электронные состояния можно классифицировать по неприводимым представлениям точечной группы действующего на примесный ион локального КП). Известно, что их можно представить в виде суперпозиций из волновых функций свободного иона  $\langle (4f)^N \times SLJM | \rangle$ , где  $N$ —число эквивалентных электронов в  $4f$ -оболочке,  $M$ —проекция полного момента,  $\times$ —дополнительные квантовые числа, характеризующие данный уровень.

В входящих в формулу (11) матричных элементах выделим радиальные и угловые части, переходя одновременно от сферических функций  $Y_{lm}$  к единичным тензорным операторам  $U_{lm}$  посредством формулы

$$\begin{aligned} & \left\langle \left(^4f\right)^N \times S' L' J' M' \mid \sum_{l=1}^N r_i^l Y_{lm}^{(l)} \mid \left(^4f\right)^N \times S L J M \right\rangle = \left\langle ^4f \mid r^l \mid ^4f \right\rangle \times \\ & \times \left\langle f \mid Y_l \mid f \right\rangle \left\langle \left(^4f\right)^N \times S' L' J' M' \mid U_{lm} \mid \left(^4f\right)^N \times S L J M \right\rangle, \end{aligned} \quad (14)$$

где

$$\begin{aligned} \bar{r}^l &= \left\langle ^4f \mid r^l \mid ^4f \right\rangle = \int_0^\infty R_{4f}^2(r) r^{l+2} dr, \\ \left\langle f \mid Y_l \mid f \right\rangle &= (-1)^{l+1} \left( \frac{(2l+1)(2l+1)}{4\pi} \right)^{1/2} C_{J0,lm}^{(l)}, \end{aligned}$$

где  $R_{4f}(r)$  — радиальная часть волновой функции  $4f$  электрона,  $C_{l_1 m_1, l_2 m_2}^{lm}$  — коэффициенты Клебша-Гордана, табулированные в [8].

Далее в оставшихся матричных элементах необходимо выделить зависящую от квантовых чисел  $M_\lambda, M_{\lambda'}$  часть, используя этот формулу Вигнера-Эккарта:

$$\begin{aligned} & \left\langle \left(^4f\right)^N \times S L J M \mid U_{lm} \mid \left(^4f\right)^N \times S' L' J' M' \right\rangle = \\ & = \frac{C_{J'M'm}^{l'm}}{\sqrt{2J'+1}} \left\langle \left(^4f\right)^N \times S L J \mid U_l \mid \left(^4f\right)^N \times S' L' J' \right\rangle. \end{aligned} \quad (15)$$

Подставляя формулу (15) в (14), а затем полученное выражение — в (11), можно получить формулу для переходов между шарковскими состояниями уровней. Однако целесообразно и более практически усреднить эту формулу по шарковским состояниям, для чего надо произвести суммирование по  $M_\lambda$  и  $M_{\lambda'}$  и полученный результат разделить на общее число шарковских состояний  $(2J_\lambda+1) \cdot (2J_{\lambda'}+1)$ . Выполнив эту процедуру усреднения, для дипольного момента перехода между уровнями получим следующее выражение:

$$\begin{aligned} |P_{\lambda' \lambda}|^2 &= \sqrt{\frac{3 \cdot 5 \cdot 7}{8}} \frac{9n_0}{\pi^3 p v_0^3} \left( \frac{\omega_m}{\Delta_{\lambda' \lambda}} \right)^3 \sum_{l=2,4,6} \left( \frac{ze^3 r^3 \pi}{R_0^{l+1}} \right)^3 \times \\ & \times \frac{|\left\langle f \mid Y_l \mid f \right\rangle|^2}{(2J_{\lambda'}+1)(2J_\lambda+1)(2l+1)} \sum_m (V_{lm})^2 \times \\ & \times |\left\langle \left(^4f\right)^N \times S_\lambda L_\lambda J_\lambda \mid U_l \mid \left(^4f\right)^N \times S_{\lambda'} L_{\lambda'} J_{\lambda'} \right\rangle|^2. \end{aligned} \quad (16)$$

При получении формулы (16) в (11) мы провели также дополнительное усреднение по направлениям акустических волн в кристалле (по углам  $\theta', \phi'$ ), используя при этом условие нормировки для сферических функций:

$$\int_0^\pi d\theta' \sin \theta' \int_0^{2\pi} d\varphi' Y_{l_1 m_1}^*(\theta', \varphi') Y_{l_2 m_2}(\theta', \varphi') = \delta_{l_1 l_2} \delta_{m_1 m_2}.$$

Для вычисления входящих в формулу (16) матричных элементов в атомной спектроскопии развит аппарат генеалогической схемы, пре-

ложенный Рака. Сначала выделяется зависящая от полных моментов ( $J$ ) часть по формуле

$$\begin{aligned} <(^4f)^N \times SLJ \| U_I \| (^4f)^N \times S'L'J'> = (-1)^{S+I+J+L'} \left\{ \begin{matrix} JJJ' \\ L'SL \end{matrix} \right\} \times \\ \times \sqrt{(2J+1)(2J'+1)} <(^4f)^N \times SL \| U_I \| (^4f)^N \times S'L'>, \end{aligned}$$

где  $\{\cdot : \cdot\}$ —6*j*-символы, значения которых табулированы в [8], значения матричных элементов  $<(^4f)^N \times SL \| U_I \| (^4f)^N \times S'L'>$  табулированы в [9]:

$$\begin{aligned} <(^4f)^N \times SL \| U_I \| (^4f)^N \times S'L'> = N \delta_{SS'} \delta_{LL'} \sqrt{(2L+1)(2L'+1)} \times \\ \times \sum_{z_1 S_1 L_1} G_{z_1 S_1 L_1}^{z_1 S L} \cdot G_{z_1 L_1 S_1}^{z_1 L' S'} (-1)^{L_1} \left\{ \begin{matrix} fLL_1 \\ L'fL \end{matrix} \right\}, \end{aligned}$$

где  $G_{z_1 S_1 L_1}^{z_1 S L}$ —генеалогические коэффициенты, численные значения которых для  $4f$  конфигураций приведены в [9,10].

Вычисление проводим для таких систем, у которых возбужденный уровень  $\lambda'$  более или менее хорошо изолирован от всех остальных (в том числе и от основного). Таким путем мы устранием возможные вклады, идущие от других процессов.

1) Рассмотрим переход между уровнями  ${}^4I_{13/2}$  и  ${}^4I_{15/2}$  иона  $Er^{3+}$  в кристалле ИАГ. В этом случае в формуле (16) необходимо подставить следующие значения входящих в нее величин:  $n_0=160$ ,  $\rho=-4,56 \text{ г/см}^3$ ,  $v_0=5,58 \text{ см/сек}$ ,  $\Delta_{\lambda'\lambda}=1,28 \cdot 10^{15} \text{ сек}^{-1}$ ,  $\omega_m=9,82 \cdot 10^{13} \text{ сек}^{-1}$ ,  $\bar{r}_{Er}^2=0,666 \text{ а.е.}$  (вычислено на основе Хартри-Фоковских радиальных волновых функций),  $R_0=2,37 \cdot 10^{-8} \text{ см}$ ,  $n=1,7$ ,  $\langle f \| V_z \| f \rangle=(7/3\pi)^{1/2}$  (здесь правила отбора допускают переходы с  $l=2$ ),  $|\langle {}^4I_{13/2} \| U_z \| {}^4I_{15/2} \rangle|^2=-0,0188$ ,  $\sum |V_{2m}|^2=60,8$ ; тогда для эффективного дипольного момента получим  $P_{\lambda'\lambda}=2,33 \cdot 10^{-20} z \text{ CGSE}$ . Подставляя это значение в формулу (12), для вероятности спонтанного перехода получим  $A_{\lambda'\lambda}=2,4 \cdot 10^3 z^2 \text{ сек}^{-1}$ , а для времени жизни состояния  ${}^4I_{13/2}$  следует  $\tau=1/A=4,1 \cdot 10^{-3} 1/2^3 \text{ сек}$  (эксперимент показывает значение  $\approx 6,4 \cdot 10^{-3} \text{ сек}$ , совпадение с расчетным значением получается при  $z=0,8 \text{ а.е.}$ ).

Подставляя значение  $P_{\lambda'\lambda}$  в формулу (13), для неадиабатического сдвига линии получим  $\Delta\mathcal{E}_{\lambda'\lambda}=0,016 z^2 \text{ см}^{-1}$ —характерная величина для независящего от температуры сдвига.

2) Переход  ${}^4F_{3/2} \rightarrow {}^4I_{9/2}$  в ИАГ:  $Nd^{3+}$ . Здесь разрешены переходы с  $l=4$ . Подставляя в формулу (12) значение  $|\langle {}^4F_{3/2} \| U_4 \| {}^4I_{9/2} \rangle|^2=-0,2397$ ,  $\Delta_{\lambda'\lambda}=2,17 \cdot 10^{15} \text{ сек}^{-1} \sum_m (V_{4m})^2=380,2$ ,  $\bar{r}_{Nd}^4=2,4 \text{ а.е.}$ , для дипольного момента получим  $P_{\lambda'\lambda}=4,9 \cdot 10^{-20} z \text{ CGSE}$ . Для вероятности спонтанного перехода следует  $A_{\lambda'\lambda}=4,1 \cdot 10^3 z^2 \text{ сек}^{-1}$ , а для времени жизни уровня  ${}^4F_{3/2}$  получим  $\tau=0,23 \cdot 10^{-3} z^{-2} \text{ сек}$  (экспериментальное значение  $\approx 0,25 \cdot 10^{-3} \text{ сек}$ , которое достигается при  $z=0,95$ ).

Для сдвига спектральной линии, соответствующей переходу  ${}^4F_{3/2} \rightarrow {}^4I_{9/2}$ , на основе формулы (13) получим  $\Delta\mathcal{E}_{\lambda} = 0,019 z^8 \text{ см}^{-1}$ .

Отметим, что для эффективного заряда ионов первой координационной сферы  $z$  ранее, при вычислении многих спектральных характеристик примесных кристаллов (ширины, сдвиги, интенсивности и т. д.) использовались значения в пределах  $z = (1 \div 0,3)$  а.е. Условие электростатического равновесия для молекулы, которой являются примесный ион и его ближайшее окружение, приводит к значению  $z = 1,2$  а.е.

Таким образом, приведенные здесь вычисления дают основание полагать, что для кристаллических систем, имеющих сложную структуру элементарной ячейки, существует нетрадиционный механизм снятия запрета на дипольные переходы, которые индуцируются четными компонентами потенциала ЭФВ.

## ЛИТЕРАТУРА

1. J. H. Van Vleck. J. of Phys. Chem. 41, 61 (1937).
2. B. R. Judd. Phys. Rev., 127, 750 (1962).
3. G. S. Ofelt. J. of Chem. Phys. 37, 511 (1962).
4. Ф. П. Сафарян, Г. Г. Демирханян. ЖЭТФ, 84, 2170 (1984).
5. F. P. Safarian, G. G. Demirkhanian. Solid State Commun., 56, 187 (1985).
6. R. Orbach, M. Tachiki. Phys. Rev., 158, 524 (1967).
7. Г. Г. Демирханян, Ф. П. Сафарян. Уч. записки ЕГУ. № 2, 61 (1981).
8. Д. А. Варшавович, А. К. Москалев. Квантовая теория углового момента. Л., Наука, 1975.
9. G. N. Nielson, G. F. Koster. Spectroscopic coefficients for  $p^n$ ,  $d^n$  and  $f^n$  configurations. H. I. T. Press, Cambridge, Massachusetts, 1963.
10. И. И. Собельман. Введение в теорию атомных спектров. М., Физматгиз, 1963.

ԲՅՈՒՐԵՂՆԵՐԻ ԽԱՌՆՈՒՐԴԱՅԻՆ ԻՌԱՋԱԿԱՆ ԴԻՊՈԼԱՅԻՆ  
ԱՆՑՈՒՄՆԵՐԻ ԷԼԵԿՏՐՈՆ-ՖՈՆՈՆԱՅԻՆ ՄԵԽԱՆԻԶՄԸ

### Յ. Պ. ՍԱՖԱՐՅԱՆ, Ե. Յ. ՍԱՖԱՐՅԱՆ

Ճույց է տրված, որ բարդ կառուցվածք ունեցող բյուկեղներում, որոնց տարրական թշիչում խառնուրդային իրնենքի համար գոյության ունեն մի քանի ոչ համարժեք դիրքեր, էլեկտրոն-ֆոնոն փոխազգեցությունը մակածում է դիպոլային անցումներ խառնուրդային իրնենքի էլեկտրոնային մակարդակների միջև, որոնք դիպոլային մոտարկման դեպքում համաձայն զուգաւորյան կանոնի արգելված են: Ստացված է բանաձև նման անցումների էֆեկտիվ դիպոլային մոմենտների համար և հաշված են ինչպես դրանց մեծությունը, այնպես էլ նրանց ազգեցությամբ առաջացող սպոնտան անցումների հավանականությունը, էլեկտրոնային վիճակների կյանքի տևողությունը և սպեկտրյալ գծերի ոչ ջրմաստիճանային շեղումները  $Nd^{3+}$  &  $Er^{3+}$  իրնեներով հարստացված իորիում-ալումինային նոնաքար բյուկեղում տեղի ունեցող մի քանի էլեկտրոնային անցումների համար: Հաշվարկի արդյունքները համեմատված են փորձնական տվյալների հետ:

# ELECTRON-PHONON MECHANISM OF INDUCED DIPOLE TRANSITIONS IN IMPURITY IONS IN CRYSTALS

F. P. SAFARIAN, E. F. SAFARIAN

It is shown that in complicated dielectric crystals having in unit cells a number of nonequivalent positions for impurity ions, the electron-phonon interaction induces dipole transitions between impurity electronic states of the same parity (3d, 4f states) which in dipole approximation are parity-forbidden. The formula for effective dipole moments of this transitions is obtained. The numerical values for dipole moments, spontaneous probabilities of transitions, lifetime of electronic states and nonthermal shifts of spectral lines for some of transitions in impurity centers  $Nd^{3+}$  and  $Er_3^+$  in crystal YAG are calculated. A satisfactory agreement with experimental data is obtained.

УДК 539.186.22

## ИЗМЕНЕНИЕ ПОЛЯРИЗАЦИОННЫХ ХАРАКТЕРИСТИК КВАЗИРЕЗОНАНСНОГО ИЗЛУЧЕНИЯ В ПАРАХ КАЛИЯ

Г. С. САРКИСЯН, В. О. ЧАЛТЫКЯН

Институт физических исследований НАН Армении

(Поступила в редакцию 7 мая 1996 г.)

Приведены результаты измерения поляризационных параметров Стокса излучения ВКР рубинового лазера в хлороформе после квазирезонансного взаимодействия с парами калия. Наблюдался поворот осей эллипса поляризации излучения. Показано теоретически, что расчет угла поворота хорошо согласуется с результатами измерений, что может быть использовано для экспериментального определения атомных констант, плотности числа атомов, либо длины взаимодействия в среде.

Экспериментальное и теоретическое исследование всевозможных проявлений эффекта самовоздействия излучения при распространении в среде, ставшее возможным благодаря появлению мощных источников, продолжает привлекать внимание как в связи с возможностью получения таким образом точной информации о спектроскопических свойствах вещества, так и в связи с практическим применением в современных устройствах.

Одним из весьма интересных с этой точки зрения проявлений указанного эффекта является изменение поляризационных свойств излучения при взаимодействии с атомами, имеющими переходы, близкие к резонансу с этим излучением.

Одной из первых работ по теоретическому изучению поляризационных свойств излучения при взаимодействии с квазирезонансными атомами была работа [1], а один из первых экспериментов по наблюдению самовращения плоскости поляризации света вблизи резонанса с переходом атомов калия описан в статье [2]. В работе [2] использовалось излучение стоксовой компоненты ВКР рубинового лазера в нитробензоле. Частота этого излучения отстроена от частоты перехода  $4S_{1/2} - 4P_{3/2}$  атома калия на  $12 \text{ см}^{-1}$ . Использовалось также само излучение рубинового лазера. В присутствии одного из этих излучений поворот плоскости поляризации наблюдался на слабом излучении от лазера на красителе, имеющем широкий спектр, перекрывающий оба перехода атома калия из основного состояния в дублет первого возбужденного.

В настоящей работе сообщается о результатах измерений параметров Стокса излучения на частоте  $\omega = 13066 \text{ см}^{-1}$ , взаимодействующего с парами калия. Это излучение является второй стоксовой компонентой ВКР излучения рубинового лазера в хлороформе. Оно отстро-

ено от перехода  $4S_{1/2} - 4P_{3/2}$  атома калия ( $\omega_0 = 13043 \text{ см}^{-1}$ ) на величину  $\varepsilon = \omega_0 - \omega = 23 \text{ см}^{-1}$  и от перехода  $4S_{1/2} - 4P_{1/2}$  ( $\omega'_0 = 12985 \text{ см}^{-1}$ ) на величину  $\varepsilon' = \omega'_0 - \omega = 81 \text{ см}^{-1}$ .

Использовавшийся в эксперименте оптический квантовый генератор работал в режиме гигантских импульсов мощностью 50 МВт. Излучение рубинового лазера направлялось в кювету с хлороформом длиной 14 см, помещенную в телескопическую систему. Пройдя кювету с хлороформом, лазерное излучение устранилось фильтром ФС-7, а стоковое излучение направлялось в кювету с парами калия, после чего регистрировалось спектрографом ДФС-13. Для поляризационных измерений перед щелью спектрографа ставилась система поляризаторов либо четвертьволновая пластинка. Мощность излучения хлороформа составляла примерно 15 МВт.

Одновременно в эксперименте измерялись поляризационные характеристики излучения хлороформа. Эти измерения показали, что при линейно-поляризованном рубиновом излучении ВКР в хлороформе также линейно-поляризовано. Степень поляризации в хлороформе была равна  $\eta \approx \eta_3 \approx 0,87$ .

Система поляризаторов (либо пластиинка  $\lambda/4$ ) после кюветы с парами калия устанавливалась таким образом, чтобы измерять параметры Стокса  $\eta_1, \eta_2, \eta_3$ , где  $\eta_3$  есть степень поляризации вдоль оси  $X$ , задаваемой направлением поляризации излучения хлороформа,  $\eta_1$  есть степень поляризации под углом  $45^\circ$  к оси  $X$ , а  $\eta_2$  — степень круговой поляризации. Измерялась также полная степень поляризации  $\eta = (\eta_1^2 + \eta_2^2 + \eta_3^2)^{1/2}$ .

Измерение параметров Стокса проводилось в интервале температур паров калия от 20 до  $320^\circ\text{C}$ , что соответствует интервалу плотностей числа атомов от  $10^9$  до  $10^{15} \text{ см}^{-3}$ , при фиксированных значениях интенсивности возбуждающего излучения, а также в интервале интенсивностей от 15 до 5 МВт (уменьшение интенсивности осуществлялось стопами поглощающего элемента) при фиксированных значениях температуры паров.

В условиях эксперимента ширины атомных линий поглощения  $D_1$  и  $D_2$  определяются в основном резонансными столкновениями между атомами калия и эффектом Доплера. В указанном интервале температур эти ширины не превышают гигагерца, т. е. пренебрежимо малы по сравнению с расстройкой резонанса. Ширина линии излучения хлороформа также составляет не более  $1 \text{ см}^{-1}$ , чем также можно пренебречь при данных расстройках резонанса ( $\varepsilon, \varepsilon'$ ). Кроме того, поскольку  $\varepsilon' \gg \varepsilon$ , то вкладом перехода  $4S_{1/2} - 4P_{1/2}$  в изменение поляризационных характеристик излучения можно пренебречь по сравнению с переходом  $4S_{1/2} - 4P_{3/2}$ .

Таким образом, в рассматриваемых условиях взаимодействие излучения хлороформа с парами калия должно хорошо описываться двухуровневой моделью атома с переходом  $1/2 - 3/2$  без учета ширин

атомных уровней, dipольно взаимодействующих с монохроматическим, полностью поляризованным излучением. Такая модель была рассмотрена в работе [1], где показано, что чисто линейная либо чисто круговая поляризация излучения при распространении в среде остается без изменения, а если монохроматическая волна поляризована по эллипсу, то происходит поворот осей эллипса без их деформации. Для угла поворота осей эллипса поляризации в [1] получено следующее выражение:

$$\gamma = 2qz \left( \frac{1}{\sqrt{1+\xi_1}} + \frac{1}{\sqrt{1+\xi_2}} \right), \quad (1)$$

где  $z$ —длина прохождения в среде, а параметр плотности  $q$  и параметры интенсивности  $\xi_{1,2}$  определяются как

$$q = \frac{\pi |d|^2 \omega_0}{12 c \hbar \epsilon} N, \quad \xi_{1,2} = \frac{\omega_0^2 |d|^2}{6 (c \hbar \epsilon)^2} (3 |\overset{\pm}{A}|^2 + |\overset{\mp}{A}|^2). \quad (2)$$

В формулах (2)  $\omega_0$  и  $d$  суть круговая частота и приведенный матричный элемент dipольного момента атомного перехода,  $N$ —плотность числа атомов,  $\overset{\pm}{A} = A_x \pm i A_y$ ,  $A_{x,y} = |A_{x,y}| \exp(i\varphi_{x,y})$ —комплексные амплитуды декартовых компонент электрического вектора волны

$$E_i = -\frac{2\omega}{c} |A_i| \sin(kz - \omega t + \varphi_i), \quad i=x,y. \quad (3)$$

Величины  $A_{x,y}$ ,  $\varphi_{x,y}$ , входящие в выражение (1), являются входными значениями, поскольку полная интенсивность проходящего излучения не меняется ввиду отсутствия поглощения в среде. Поэтому величина угла поворота поляризации характеризуется величинами  $|A_{x,y}|$  и разностью фаз  $\alpha = \varphi_y - \varphi_x$  декартовых компонент поля.

Вычисляя сферические компоненты

$$|\overset{\pm}{A}|^2 = |A_x|^2 + |A_y|^2 \mp 2 |A_x| |A_y| \sin \alpha,$$

и вводя параметр  $P = |A_y|/|A_x|$ , получим

$$\xi_{1,2} = \xi (1 \mp p \sin \alpha + p^2), \quad \xi = \frac{2}{3} \frac{\omega_0^2 |d|^2}{(c \hbar \epsilon)^2} |A_x|^2.$$

Поскольку измеренное значение  $p$  равно  $\approx 0,13$ , можно разложить выражение (1) по  $p$ . Тогда, с точностью до членов порядка  $p$  получим

$$\gamma = qz\xi / (1 + \xi)^{3/2} \cdot p \sin \alpha, \quad p \ll 1. \quad (4)$$

В формуле (4) параметры плотности и интенсивности можно привести к виду

$$q = 1,4 \cdot 10^{20} \frac{N|d|^2}{\epsilon}, \quad \xi = 4 \cdot 10^{21} \frac{P|d|^2}{\epsilon^2}, \quad (5)$$

где плотность мощности  $P$  измеряется в эрг/см<sup>2</sup>,  $d$ —в ед. CGSE,  $\xi$ —в

$\text{см}^{-1}$ ,  $N$  — в  $\text{см}^{-1}$ . Для вышеприведенных величин мощности излучения хлороформа и расстройки резонанса имеем

$$\xi = 1,13 \cdot 10^{33} |d|^3.$$

Силы осцилляторов переходов атомов калия достаточно точно измерены и вычислены и дают для перехода  $4S_{1/2} - 4P_{3/2}$  величину  $7 \cdot 10^{35}$  ед. CGSE, что приводит к величине  $\xi \sim 0,1$ , т. е. при численных оценках и сравнении с результатами измерений можно пренебречь  $\xi$  в знаменателе выражения (4), которое теперь может быть представлено в виде

$$\gamma = qz\xi psina = 6,9 \cdot 10^{31} Nz|d|^4 psina. \quad (6)$$

Расчет параметров Стокса после прохождения длины  $z$  в среде дает [1]

$$\eta_3(z) = \eta_3 \cos \gamma - \eta_1 \sin \gamma, \quad \eta_1(z) = \eta_3 \sin \gamma + \eta_1 \cos \gamma. \quad (7)$$

Из формул (7) следует, что параметры  $\eta_{1,3}(z)$  осциллируют с длиной. Считая, как в данном эксперименте,  $\eta_1 \ll 1$ , получим  $\eta_3(z) \sim \eta_3 \cos \gamma$ , откуда следует, что длина  $z_0$ , на которой параметр  $\eta_3$  при прохождении обращается в нуль, определяется из соотношения

$$6,9 \cdot 10^{31} Nz_0|d|^4 psina = \pi/2 + \pi n, \quad (8)$$

где  $n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$

Формула (8) дает возможность экспериментального определения одной из входящих в нее величин, если остальные точно известны либо найдены из других измерений.

Перейдем теперь к изложению результатов измерений. При линейно-поляризованном излучении хлороформа ( $\alpha = 0$ ) измерение величины  $\eta_3$  показывает, что она практически не меняется в интервале температур от 20 до 320°C (таблица 1). Отклонение от входного зна-

Таблица 1.  
Зависимость параметра  $\eta_3$  от температуры паров  
калия в кювете для случая линейной поляризации.

$\eta_3$	$t^{\circ} \text{C}$
0.87	92
0.86	150
0.89	222
0.87	250
0.90	261
0.88	285
0.86	320
$\pm 10\%$	

чения 0,87 составляет не более 5%. При температурах выше 320°  $\eta_3$  несколько уменьшается. Изменение интенсивности возбуждающего излучения при фиксированной в указанном интервале температуре также не приводит к изменению величины  $\eta_3$ . Таким образом, приве-

денная таблица подтверждает неизменность линейной поляризации вплоть до температур порядка 350°C. При больших плотностях приближения, сделанные в приведенных расчетах, перестают работать (в частности, имеет место поглощение).

При внесении разности фаз  $\alpha = \pi/2$  поляризация излучения хлороформа становится эллиптической. В этом случае эксперимент показывает вращение эллипса поляризации. В таблице 2 приведены измеренные значения параметра  $\eta_3$  в зависимости от температуры паров. В согласии с расчетами наблюдается осцилляционная зависимость  $\eta_3$  от температуры. Параметр  $\eta_1$  также проявляет осцилляционную зависимость от температуры, которая в пределах точности измерений согласуется с тем фактом, что эллипс поляризации не деформируется (т. е. с законом сохранения энергии). Отклонения от последнего начинают проявляться при температурах выше 350°C, как и в случае измерений с линейно-поляризованным возбуждающим излучением. Оценки по формуле (6) проведем для величины  $N$ , считая  $z=30$  см (длина кюветы с калием) и  $\tau = 1/4$  при температуре 165°C (более точный расчет производится при значении угла  $\gamma = \operatorname{arctg}(\eta_3/\eta_1)$ , следующем из формул (7) при  $\eta_3=0$ ). Отметим, что поскольку есть некоторое (в пределах указанной точности измерений) различие между температурой, при которой наблюдается первый нуль параметра  $\eta_3$ , и температурой, при которой параметр  $\eta_1$  достигает первого максимума, то для оценок использовалась не 150°C, как следует из табл. 2, а 165°C.

Таблица 2  
Зависимость параметра  $\eta_3$  от температуры паров калия в кювете для случая эллиптической поляризации.

$\eta_3$	t°C
0.7	92
0.1	144
0	150
-0.1	162
-0.2	222
-0.1	234
0	250
0.12	255
0.18	261
0.08	271
0	285
0.06	303
0.1	320
$\pm 10\%$	

Оценка величины  $N$  на порядок отличается от табличной плотности. Такое различие может быть обусловлено двумя факторами: а) температура в эксперименте измерялась термопарой, приложенной к стенке, температура которой отличается от температуры в центре кюветы примерно на 30—50°C; б) длина взаимодействия в условиях эксперимента может быть меньше длины кюветы (например, в результате самофокусировки). Соответствующие оценки показывают, что с

учетом этих факторов согласие расчетной плотности паров с табличной вполне удовлетворительное. Таким образом, измерение параметров Стокса может служить достаточно точным и чувствительным методом экспериментального определения плотности паров либо длины взаимодействия в среде при достаточно точно известных параметрах атомного перехода и излучения.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. В. М. Арутюнян, Е. Г. Канецян, В. О. Чалтыкян. ЖЭТФ. 62, 908 (1972).
2. В. М. Арутюнян, Т. А. Папазян, Г. Г. Адонц. ЖЭТФ. 68, 44 (1975).

ԿՎԱԶԻՌԵԶՈՆԱՆՍԱՅԻՆ ՃԱՐԱԳԱՅԹՄԱՆ ԲԵՎԵՌԱՅՄԱՆ ՓՈՓՈԽՈՒԹՅՈՒՆԸ  
ԿԱԼՈՒՄԻ ԳՈԼՈՐՉԻՆԵՐՈՒՄ

Գ. Ս. ՍԱՐԳԻՍՅԱՆ, Վ. Զ. ԶԱՐՔԻԿՅԱՆ

Զափված են ուսումնային լազերի գլոբոֆորմում ՍԿՁ-ն ճառագյթման բևեռացումային Ստոքսի պարամետրերը կալիումի գույրշու հետ փոխազդեցությունից հետո։ Դիտված է բևեռացման էլիպսի առանցքների պտույտը։ Ցուց է տրված, որ պտույտի անկյան տեսական հաշվարկը բավարար չափով համընկնում է չափումների արդյունքների հետ, որը կարող է օգտագործվել ատոմային հաստատումների, գոլորշիների խտության, կամ փոխազդեցության երկարության փորձնական որոշման համար։

#### VARIATION OF POLARIZATION CHARACTERISTICS OF QUASI-RESONANT RADIATION IN POTASSIUM VAPOR

G. S. SARKISYAN, V. O. CHALTYKYAN

The polarization Stokes parameters of radiation of SRS of ruby laser in chloroform after nearresonant interaction with potassium vapor were measured. The rotation of axes of polarization ellips was observed. The theoretical calculation of the rotation angle is shown to be in good agreement with the results of measurements, which may be used for experimental determination of atomic constants, number density of atoms, or the interaction length in the medium.

# УСИЛЕНИЕ ПОВОРОТА ПЛОСКОСТИ ПОЛЯРИЗАЦИИ И СТАБИЛИЗАЦИЯ АЗИМУТА ПОЛЯРИЗАЦИИ АНИЗОТРОПНОЙ ПЛАСТИНКОЙ

Г. А. ВАРДАНЯН, А. А. ГЕВОРГЯН

Московский государственный университет  
Ереванский государственный университет

(Поступила в редакцию 1 августа 1995 г.)

Исследованы возможности усиления поворота плоскости поляризации и стабилизации азимута поляризации анизотропной пластинкой с отсутствием эллиптичности поляризации. Показано, что разрешающая способность усилия, не вносящего характерной для анизотропных пластинок эллиптичности поляризации в прошедшей волне, всегда меньше, в лучшем случае равна единице. Найдены условия, при которых пластинка работает как идеальный стабилизатор. Изучено влияние поглощения на усиление поворота плоскости поляризации. Приведены результаты экспериментального исследования азимутальной неэквивалентности.

## 1. Введение

Усилиению поворота плоскости поляризации и стабилизации азимута поляризации посвящен ряд работ. В работе [1] описан метод использования дихроичной пластиинки в качестве усилителя поворота плоскости поляризации: при этом усиление достигается за счет уменьшения интенсивности света. В работе [2] предложен способ усиления при отражении света от изотропной среды. В этом случае изменение интенсивности, обусловленное изменением азимута поляризации, уменьшается при увеличении коэффициента усиления. В работах [3—6] использован выдвинутый в [3] критерий усиления—свойство азимутальной неэквивалентности при прохождении света через анизотропные среды. В этом случае интенсивность прошедшего света обычно большая, но появляется эллиптичность поляризации, которая увеличивает шумы в измерениях, а также ухудшается разрешающая способность устройства, измеряющего азимут. Отметим, что в этом случае разрешающая способность все же больше, чем в вышеперечисленных случаях. В работе [7] показано, что в общем случае усиление поворота плоскости поляризации света достигается или за счет уменьшения интенсивности света, или за счет увеличения эллиптичности поляризации. В работе [8] в качестве усилителя предлагаются две анизотропные пластиинки, повернутые друг относительно друга на некоторый угол. Ниже приводятся результаты дальнейшего изучения усиления поворота плоскости поляризации и стабилизации азимута поляризации анизотропной пластиинкой при отсутствии и при наличии поглощения.

## 2. Прохождение света через пластинку анизотропного кристалла

Рассмотрим нормальное падение света на пластинку анизотропного одноосного кристалла. Пусть среда занимает область  $0 \geq z \geq b$ , плоскость раздела совпадает с плоскостью  $xy$ , а из области  $z > 0$  на границу  $z=0$  падает линейно-поляризованная волна с составляющим электрического поля  $E_x = E \cos \varphi$ ,  $E_y = E \sin \varphi$ , где  $\varphi$  — азимут поляризации падающей волны,  $E$  — модуль вектора  $\mathbf{E}$ . Допустим, что пластинка с обеих сторон граничит с однородными и изотропными полубесконечными средами с коэффициентами преломления  $n_1$  и  $n_2$ . Оптическая ось среды параллельна оси  $x$ . Такая задача при  $n_1 \neq n_2 \neq 1$  рассмотрена также в работе [9]. Точное аналитическое решение граничной задачи приводит к таким результатам:

$$E_{tx,y} = A_{tx,y} \cdot \exp(i \cdot F_{tx,y}) \cdot E_{x,y}, \quad E_{rx,y} = A_{rx,y} \cdot \exp(i \cdot F_{rx,y}) \cdot E_{x,y}, \quad (1)$$

$$A_{tx,y} = 2 \cdot n_1 \cdot n_{x,y} / \Delta_{x,y},$$

$$A_{rx,y} = [n_{x,y}^2 (n_2 - n_1)^2 \cos^2 a_{x,y} + (n_1 n_2 - n_{x,y}^2)^2 \sin^2 a_{x,y}]^{1/2} / \Delta_{x,y},$$

$$\text{где } E_{tx,y} = \operatorname{arctg} \left\{ \frac{\operatorname{tg} a_{x,y} (n_1 n_2 + n_{x,y}^2)}{[n_{x,y} (n_1 + n_2)]} \right\}, \quad (2)$$

$$F_{rx,y} = \operatorname{arctg} \left\{ \frac{2 n_{x,y} n_1 (n_{x,y} - n_2) \sin a_{x,y} \cos a_{x,y}}{n_{x,y}^2 (n_1^2 - n_2^2) \cos^2 a_{x,y} + (n_2^2 n_1^2 - n_{x,y}^4) \sin^2 a_{x,y}} \right\},$$

$$\Delta_{x,y} = [n_{x,y}^2 (n_1^2 - n_2^2)^2 \cos^2 a_{x,y} + (n_1 n_2 + n_{x,y}^2)^2 \sin^2 a_{x,y}]^{1/2},$$

$a_{x,y} = \frac{\omega}{c} n_{x,y} d$ ,  $n_x, n_y$  — коэффициенты преломления обыкновенной и необыкновенной волны соответственно,  $d$  — толщина пластины,  $\lambda$  — длина волны в вакууме, индексами  $r$  и  $t$  обозначены величины, относящиеся к отраженной и прошедшей волнам соответственно.

Для коэффициентов усиления  $f_i = d\psi_i/d\varphi$  ( $\psi_i$  — азимут поляризации отраженной ( $i=r$ ) или прошедшей ( $i=t$ ) волны) получаем:

$$f_i = \frac{\pm A_i z_i \cos \beta_i}{(z_i^2 - t_i^2) \cos^2 \varphi}, \quad (3)$$

где  $i=r, t$ ,  $\beta_i = F_{iy} - F_{ix}$ ,  $A_i = A_{iy}/A_{ix}$ ,  $t_i = 2 A_i \sin \beta_i \operatorname{tg} \varphi$ ,  $z_i = 1 + A_i^2 \operatorname{tg}^2 \varphi$ ,

а связь между азимутами определяется формулой

$$\psi_i = \frac{1}{2} \operatorname{arctg} \left[ \frac{2 A_i \cos \beta_i \operatorname{tg} \varphi}{2 - z_i} \right]. \quad (4)$$

Отметим, что и отраженная, и прошедшая волны в общем случае имеют эллиптическую поляризацию. Под азимутом поляризации прошедшего света будем понимать угол между осью  $x$  и большой осью эллипса поляризации. Эллиптичности определяются по формуле

$$\zeta_i = \frac{-\sqrt{z_i^2 - t_i^2} \pm z_i}{t_i}. \quad (5)$$

Для разрешающих способностей получаем

$$R_i = \frac{A_i \cos \beta_i A_{ix}}{(z_i^2 - t_i^2)^{3/4}} \sqrt{\frac{z_i(1 + \zeta_0^2)}{(z_i + t_i)(1 - \zeta_0^2)}}, \quad (6)$$

где  $\zeta_0$  — эллиптичность падающего света.

При  $\cos \beta_i \neq 0; \pm 1$  из условия  $d^3 \psi_i / dz^3 = 0$  следуют экстремальные значения азимута поляризации падающего света:

$$\varphi_{lexi1,2} = \pm m\pi, \pm (2m+1)\pi/2, \quad (7)$$

$$\varphi_{lexi3,4} = \operatorname{arctg} \left[ \frac{1}{A_i} \sqrt{\left| \frac{A_i^2 - 1 \pm \sqrt{b_i x_i}}{1 - A_i^2 - b_i} \right|} \right] \pm m\pi, \quad m = 0, 1, 2, \dots,$$

где  $x_i = (A_i^2 - 1)^2 + A_i^2 b_i$ .

Непосредственной подстановкой убеждаемся, что  $\varphi_{lexi1,2}$  соответствуют минимумам величины  $|f_i|$ :

$$|f_i|_{min1,2} = |A_i \cos \beta_i|, |\cos \beta_i / A_i|, \quad (8)$$

а  $\varphi_{lexi3,4}$  — максимумам:

$$|f_i|_{max3,4} = \left| \frac{\cos \beta_i}{A_i} \left( \frac{(\sqrt{x_i} \pm \sqrt{b_i})^2}{2\sqrt{b_i x_i} \pm b_i(3 - A_i^2 - b_i)} \right) \right|. \quad (9)$$

Нужно отметить, что  $\varphi_{lexi3} = \varphi_{lexi4}$ .

Зависимости величин  $|f_i|_{max}$ ,  $\zeta_{imax}$ ,  $T_{max}$  от длины волны и от толщины пластинки подробно изучены в работе [7] ( $\zeta_{imax}$ ,  $T_{max}$  — значения эллиптичности и коэффициента прохождения на том азимуте, на котором  $|f_i| = |f_i|_{max}$ ).

Обсудим возможности получения усиления поворота плоскости поляризации с сохранением плоской поляризации. В работах [7, 8] рассматривалась возможность получения усиления с сохранением плоской поляризации в случае  $n_1 = n_2 = 1$  при условиях  $2\pi d n_x / \lambda = \pm (2m_1 + 1)\pi/2$ ,  $2\pi d n_y / \lambda = \pm (2m_2 + 1)\pi/2$ , где  $m_1$  и  $m_2$  — целые числа. Прежде всего, как видно из (2), при указанных условиях эллиптичность будет отсутствовать и в более общем случае, а именно, при  $n_1 = n_2$ . Обсудим теперь и другие возможности получения усиления при отсутствии эллиптичности.

Как видно из (2), при  $n_x = n_2$ ,  $\cos \alpha_y = 0$  или при  $n_y = n_2$ ,  $\cos \alpha_x = 0$  величина  $F_{rx} - F_{ry} = \pm m\pi$ , т.е. в этих случаях отраженная волна имеет линейную поляризацию при любом азимуте поляризации падающего линейно-поляризованного света.

При  $n_x = n_2$ ,  $\cos \alpha_y = 0$  величина  $A_{rx} = (n_x - n_1)/(n_x + n_1)$ , а  $A_{ry} = (n_x n_1 -$

$-\frac{n_y^2}{n_x n_1 + n_y^2}$ ). При отсутствии эллиптичности, как известно, коэффициент усиления определяется по формуле [7,8]

$$f_i = \pm A_i (1 + \tan^2 \varphi) / z_i, \quad (10)$$

а максимальное усиление при  $|A_i| > 1$  получается на азимуте  $\varphi_{max} = \pm m\pi$  и  $|f_i|_{max} = |A_i|$ , а при  $|A_i| < 1$  — на азимуте  $\varphi_{max} = \pm(2m+1)\pi/2$  и  $|f_i|_{max} = 1/|A_i|$ .

В данном случае

$$A_r = \frac{(n_x n_1 - n_y^2)(n_x + n_1)}{(n_x - n_1)(n_x n_1 + n_y^2)}. \quad (11)$$

Так как  $A_r \neq 1$  ( $A_r = 1$  только при  $n_x n_1 = n_y^2$ , а такое равенство нам не предполагается), то имеет место усиление поворота плоскости поляризации с сохранением плоской поляризации. Как видно из (11), варьируя значения  $n_x$ ,  $n_y$  и  $n_1$ , можно получить сколь угодно большие усиления. Однако проблема в том, что при больших значениях максимального усиления коэффициент отражения очень мал.

В общем случае при отсутствии эллиптичности усиление получается за счет уменьшения интенсивности. Действительно, если  $|f_i|_{max} \gg 1$ , то это означает, что либо  $|A_{ix}| \gg |A_{iy}|$ , либо  $|A_{iy}| \gg |A_{ix}|$ . При  $|A_{iy}| \gg |A_{ix}|$  максимальное усиление получается на азимуте  $\varphi_{max} = \pm m\pi$  и следовательно,  $I_{imax} = A_{ix}^2$ , т.е. интенсивность очень мала. Если же  $|A_{iy}| \ll |A_{ix}|$ , то максимальное усиление получается на азимуте  $\varphi_{max} = \pm(2m+1)\pi/2$  и  $I_{imax} = A_{iy}^2$ , т.е. интенсивность опять очень мала.

Разрешающая способность на азимуте максимального усиления при  $|A_{iy}| > |A_{ix}|$  равна

$$R_{imax} = \frac{A_{iy}^2}{A_{ix}^2} A_{ix}^2 = |A_{iy}| \leq 1, \quad (12)$$

а при  $|A_{iy}| < |A_{ix}|$

$$R_{imax} = \frac{A_{ix}^2}{A_{iy}^2} A_{iy}^2 = |A_{ix}| \leq 1, \quad (13)$$

т.е. при отсутствии эллиптичности в случае существования усиления разрешающая способность на азимуте максимального усиления меньше или в лучшем случае равна единице.

В случае  $n_y = n_2$ ,  $\cos \alpha_x = 0$  величина  $A_{ry} = (n_y - n_1)/(n_y + n_1)$ , а  $A_{rx} = (n_y n_1 - n_x^2)/(n_y n_1 + n_x^2)$ .

Рассмотрим также другие аналитические решения уравнения  $F_{rx} - F_{ry} = \pm m\pi$ , при которых также имеет место усиление. Легко убедиться, что при условиях  $\sin \alpha_x = 0$  и  $\cos \alpha_y = 0$  или при  $\sin \alpha_y = 0$  и  $\cos \alpha_x = 0$  отраженная волна имеет линейную поляризацию при любом азимуте поляризации падающего линейно-поляризованного света. В первом случае  $A_r = (n_2 n_1 - n_y^2)(n_1 + n_2)/(n_2 n_1 + n_y^2)(n_2 - n_1)$ , а во втором случае

$A_r = (n_x n_y + n_x^2)(n_x - n_y)/(n_x n_y - n_x^2)(n_x + n_y)$ . Так как  $A_r \neq 1$  ( $A_r = 1$  только при  $n_y = n_x$  в первом случае и при  $n_x = n_y$  во втором случае, а такие равенства нами не предполагаются), то имеет место усиление поворота плоскости поляризации с сохранением плоской поляризации.

Другие варианты усиления без эллиптичности можно получить посредством численного решения уравнения  $F_{rx} - F_{ry} = \pm m\pi$ . Это можно сделать либо решая указанное трансцендентное уравнение относительно одного из параметров (длина волны, толщина пластинки и т. д.), либо рассматривая зависимость величины  $F_{rx} - F_{ry}$  от одного из указанных параметров. Вычисления, в частности, показывают, что зависимость  $F_{rx} - F_{ry}$  от  $\lambda$  имеет осцилляционный характер со многими нулями.

А теперь обсудим некоторые возможности получения стабилизации азимута поляризации при отсутствии эллиптичности, не рассмотренные в работе [7].

1)  $n_1 = n_2 = n_x$ . Как видно из (2), в этом случае  $A_{rx} = 0$ , а величина

$$A_{ry} = \frac{(n_x^2 - n_y^2) \sin \alpha_y}{\sqrt{4n_x^2 n_y^2 \cos^2 \alpha_y + (n_x^2 + n_y^2)^2 \sin^2 \alpha_y}}, \quad (14)$$

т. е. при любом азимуте поляризации падающего света, отраженный свет имеет линейную поляризацию вдоль оси  $y$ . Если, кроме того,  $n_x = 0$ , то тогда

$$A_{ry} = 1, A_{tx} = 1, A_{ty} = 0. \quad (15)$$

2)  $n_1 = n_2 = n_y$ . В этом случае  $A_{ry} = 0$ , а

$$A_{rx} = \frac{(n_y^2 - n_x^2) \sin \alpha_x}{\sqrt{4n_x^2 n_y^2 \cos^2 \alpha_x + (n_x^2 + n_y^2)^2 \sin^2 \alpha_x}}, \quad (16)$$

т. е. при любом азимуте поляризации падающего света отраженный свет имеет линейную поляризацию вдоль оси  $x$ . Если, кроме того,  $n_y = 0$ , то тогда

$$A_{rx} = 1, A_{tx} = 0, A_{ty} = 1. \quad (17)$$

3)  $n_1 = n_x$ ,  $\sin \alpha_x = 0$ . В этом случае  $A_{rx} = 0$ , а

$$A_{ry} = \frac{(n_1^2 - n_y^2) \sin \alpha_y}{\sqrt{4n_1^2 n_y^2 \cos^2 \alpha_y + (n_1^2 + n_y^2)^2 \sin^2 \alpha_y}}. \quad (18)$$

4)  $n_1 = n_x$ ,  $\sin \alpha_y = 0$ . В этом случае  $A_{ry} = 0$ , а

$$A_{rx} = \frac{(n_1^2 - n_x^2) \sin \alpha_x}{\sqrt{4n_1^2 n_x^2 \cos^2 \alpha_x + (n_1^2 + n_x^2)^2 \sin^2 \alpha_x}}. \quad (19)$$

5)  $n_1 n_x = n_x^2$ ,  $\cos \alpha_x = 0$ . В этом случае  $A_{rx} = 0$ , а

$$A_{ry} = \sqrt{\frac{(n_2 - n_1)^2 n_y^2 \cos^2 a_y + (n_x - n_y)^2 \sin^2 a_y}{(n_2 + n_1)^2 n_y^2 \cos^2 a_y + (n_x + n_y)^2 \sin^2 a_y}}. \quad (20)$$

6)  $n_1 n_2 = n_y^2$ ,  $\cos a_y = 0$ . В этом случае  $A_{ry} = 0$ , а

$$A_{rx} = \sqrt{\frac{(n_2 - n_1)^2 n_x^2 \cos^2 a_x + (n_x - n_y)^2 \sin^2 a_x}{(n_2 + n_1)^2 n_x^2 \cos^2 a_x + (n_x + n_y)^2 \sin^2 a_x}}. \quad (21)$$

Отметим, что в отличие от усиления поворота плоскости поляризации, при стабилизации азимута поляризации проблема малости интенсивности света не так уж неразрешима: например, как видно из (15), величина  $A_{ry} = 1$ , и мы имеем идеальный стабилизатор вблизи азимута  $\phi = 0$ . Из (17) же видно, что  $A_{rx} = 1$ , и мы имеем идеальный стабилизатор вблизи азимута  $\phi = \pi/2$ . Естественно, из изложенного следует, что можно указать множество других примеров стабилизаторов азимута поляризации, не вносящих эллиптичности и не так сильно изменяющих интенсивность сигнала.

Таким образом, проблема стабилизации азимута поляризации решена. Найдены параметры, при которых пластинка работает как идеальный стабилизатор.

### 3. Прохождение света через пластинку из поглощающего анизотропного кристалла

Рассмотрим зависимости величин  $|f_t|_{max}$ ,  $\zeta_{max}$ ,  $\varphi_{max}$  от длины волны при наличии поглощения (изотропного и анизотропного). Как показано в [7], эти зависимости при отсутствии поглощения имеют осцилляционный характер, причем различаются два вида осцилляции. Периоды этих осцилляций, например, по длине волны, приблизительно определяются по формулам:  $\Delta\lambda_1 \approx \lambda^2/(n_m d)$ ,  $\Delta\lambda_2 \approx \lambda^2/(2n_a d)$ , где  $n_m = (n_x + n_y)/2$ ,  $n_a = (n_x - n_y)/2$ . При  $n_x = 1.15514$ ,  $n_y = 1.5423$ ,  $d = 1000$  мкм,  $\lambda = 0.6$  мкм величина  $\Delta\lambda_1 \approx 2\text{ \AA}$ , а  $\Delta\lambda_2 \approx 400\text{ \AA}$ . Исследованы зависимости вышеуказанных величин от длины волны в интервале от 0.595 мкм до 0.615 мкм, что соответствует половине большого периода ( $\Delta\lambda_2$ ). Вычисления показывают, что аналогичные закономерности наблюдаются и в других интервалах длин волн.

Рассмотрим зависимости величин  $\Delta S_{11} = S_t(k_x = k_y = 0) - S_{10}$ ,  $\Delta S_{12} = -S_t(k_x \neq 0, k_y = 0) - S_{10}$  и  $\Delta S_{13} = S_t(k_x = 0, k_y \neq 0) - S_{10}$  от длины волны (здесь  $S_t = \ln(|f_t|_{max})$ ,  $S_{10} = S_t(k_x = k_y = 0)$ ,  $k_x$ ,  $k_y$  — соответствующие коэффициенты затухания [7]. Отметим, что зависимость величины  $\Delta S_{13}$  от  $\lambda$  практически не отличается от зависимости  $\Delta S_{12}$  от  $\lambda$ . Как показывают вычисления, в зависимостях указанных величин от  $\lambda$  имеются экстремумы на длинах волн  $\lambda_1 = 0.597$  мкм и  $\lambda_2 = 0.6175$  мкм. Если на длине волны  $\lambda_1$  поглощение приводит к увеличению значения максимального усиления, то на длине волны  $\lambda_2$  оно приводит к ее умень-

шению. При анизотропном поглощении появляются локальные минимумы на длинах волн  $\lambda_3=0.6053$  мкм и  $\lambda_4=0.6099$  мкм.

Таким образом, анизотропия поглощения существенно влияет на параметр  $S_i$ . Это обусловлено тем, что в этом случае работают два механизма усиления, один—обусловленный анизотропией преломления, т. е. отличием  $n_x$  от  $n_y$ , другой—анизотропией поглощения, т. е. отличием  $k_x$  от  $k_y$ .

Изучение зависимостей величин  $\Delta_{i1}=\varphi_{tmax}(k_x=k_y\neq 0)-\varphi_{i0}$ ,  $\Delta_{i2}==\varphi_{tmax}(k_x=0, k_y\neq 0)-\varphi_{i0}$  и  $\Delta_{i3}=\varphi_{tmax}(k_x\neq 0, k_y=0)-\varphi_{i0}$  (здесь  $\varphi_{i0}=\varphi_{tmax}(k_x=k_y=0)$ ) от длины волны показывает, что на краях рассматриваемого полупериода имеются пики. Это означает ухудшение разрешающей способности. Однако, так как на коротковолновом краю максимальное усиление при наличии поглощения увеличивается во много раз, а коэффициент прохождения уменьшается мало и, кроме того, увеличение эллиптичности не столь существенно, то на этом краю поглощение приводит к улучшению разрешающей способности. На длинноволновом же краю происходит резкое ухудшение разрешающей способности. Хотя на длинах волн  $\lambda_3$  и  $\lambda_4$  величины  $\Delta_{i2}$  и  $\Delta_{i3}$  имеют локальные минимумы, на этих длинах волн улучшения разрешающей способности не происходит (несмотря на то, что на этих длинах волн  $\Delta S_{i2}$  и  $\Delta S_{i3}$  тоже имеют пики) из-за того, что на этих длинах волн на азимутах, соответствующих максимальным значениям коэффициента усиления, резко уменьшается коэффициент прохождения.

Наконец, изучение зависимостей величин  $\Delta\varphi_{i1}=\varphi_{tmax}(k_x=k_y\neq 0)-\varphi_{i0}$ ,  $\Delta\varphi_{i2}=\varphi_{tmax}(k_x=0, k_y\neq 0)-\varphi_{i0}$ , и  $\Delta\varphi_{i3}=\varphi_{tmax}(k_x\neq 0, k_y=0)-\varphi_{i0}$ , ( $\varphi_{i0}=\varphi_{tmax}(k_x=k_y=0)$ ) от длины волны еще раз демонстрирует существенное влияние как поглощения, так и характера поглощения на азимутальные характеристики среды.

#### 4. Экспериментальное изучение зависимости $|f_i|_{max}$ от $d$

Экспериментальному изучению усиления поворота плоскости поляризации и стабилизации азимута поляризации посвящены работы [4, 5]. В данной работе приведены результаты дальнейшего исследования в этом направлении. Использована экспериментальная схема, предложенная в работе [4]. Эксперимент выполнен для кварцевого клина. Для каждого данного значения толщины измерялась зависимость  $\psi_i$  от  $\varphi$ . Затем методом наименьших квадратов была построена как зависимость  $\psi_i$  от  $\varphi$ , так и зависимость  $d\psi_i/d\varphi$  от  $\varphi$ . После этого было найдено максимальное значение величины  $d\psi_i/d\varphi$ . Шаг изменения толщины составлял 3.9 мкм. На рис. 1 представлена зависимость  $(d\psi_i/d\varphi)_{max}$  от  $d$  (сплошная кривая). Проведены также соответствующие расчеты по формулам (1)–(3), (9). На рисунке представлена соответствующая теоретическая кривая (пунктир). Не-

которое расхождение результатов, по-видимому, обусловлено следующими факторами: 1) разбросом толщины; 2) перпендикулярность

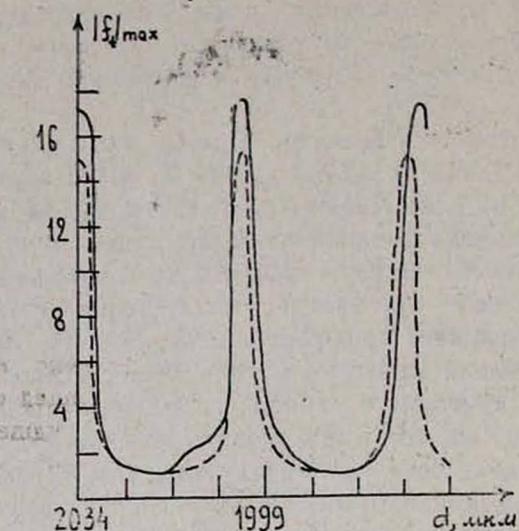


Рис. 1. Зависимость коэффициента усиления поворота плоскости поляризации от толщины пластинки. Сплошная кривая соответствует эксперименту, пунктирная — теоретическому расчету.

луча к клину обеспечивалась неточно; 3) эллиптичностью поляризации прошедшего через клин света.

Выражаем благодарность О. С. Ерицяну за обсуждение работы.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. В. С. Запасский. ЖПС, 37, 181(1982).
2. К. К. Свиташев, Г. Хасанов. Опт. и спектр., 54, 538(1983).
3. О. С. Ерицян. Изв. АН АрмССР, Физика, 19, 70(1984).
4. М. А. Ганапетян и др. Изв. АН АрмССР, Физика, 22, 100(1987).
5. М. А. Ганапетян и др. Уч. записки ЕГУ, 1, 149 (1985).
6. А. А. Геворгян. Уч. записки ЕГУ, 3, 47(1986).
7. Г. А. Варданян и др. Уч. записки ЕГУ, 1, 26(1993).
8. О. С. Ерицян. Изв. АН АрмССР, Физика, 26, 142(1991).
9. Ф. И. Феодоров. Теория гиротропии. Минск, Наука и техника, 1976, 456 с.

ԹԵՎԵՌԱՑՄԱՆ ՀԱՐԹՈՒԹՅԱՆ ՊՏՈՒՅՏԻ ՈՒԺԵՂԱՑՈՒՄԸ ԵՎ ԹԵՎԵՌԱՑՄԱՆ  
ԱԶԻՄՈՒՏԻ ԿԱՅՈՒՆԱՑՈՒՄԸ ԱՆԻՋՈՏՐՈՊ ԹԻԹԵՂՈՎ

Գ. Ա. ՎԱՐԴԱՆՅԱՆ, Ա. Հ. ԳԵՎՈՐԳՅԱՆ

Ուսումնասիրված են անիզոտրոպ թիթեղով բևեռացման հարթության պտույտի ուժեղացումը  
և բևեռացման ազիմուտի կայունացումը էլիպսականության բացակայության դեպքում։ Ցույց է

արված, որ էլիպսականության բացակալությամբ աշխատող ուժեղացուցիչի լուծիլ ուժը միշտ փոքր է կամ լավագույն դեպքում, հավասար է մեկի: Գտնված են այն պայմանները, որոնց դեպքում թիթեղը աշխատում է որպես իդեալական կայունացուցիչ: Ուսումնասիրված է կլանման ազդեցությունը բներացման հարթության պառկածի վրա: Բերված են ազիմուտական համարժեքության փորձնական հետազոտության արդյունքները:

## POLARIZATION PLANE ROTATION AMPLIFICATION AND POLARIZATION AZIMUTH STABILIZATION WITH AN ANISOTROPIC PLATE

G. A. VARDANIAN and A. H. GEVORGIAN

Possibilities to obtain the polarization plane rotation amplification and polarization azimuth stabilization with an anisotropic plate in absence of polarization ellipticity are investigated. It is shown, that a resolving ability of an amplifier, which does not introduce a typical for anisotropic plates ellipticity in the passing wave is always smaller than or, at the best, equal to zero. Conditions are found at which the plate works as an ideal stabilizer. The influence of the absorption on the polarization plane rotation amplification is studied. Results of the experimental investigation of the azimuthal nonequivalence are presented.

## CONTENTS

H. B. Nersessian, G. G. Matevossian, E. A. Acopian, R. A. Gevorkian. Electromagnetic field of relativistic charged particle moving in cold plasma . . . . .	231
E. D. Gazazian, M. I. Ivanian, E. M. Laziev. To the theory of transition radiation on a perfectly conductive boundary surface with roughness . . . . .	235
V. A. Djrbashian. New approach to definition of the free particle total angular momentum . . . . .	247
F. P. Safarian, E. F. Safarian. Electron-phonon mechanism of induced dipole transitions in impurity ions in crystals . . . . .	252
G. S. Sarkisyan, V. O. Chaltykyan. Variation of polarization characteristics of quasi-resonant radiation in potassium vapor . . . . .	261
G. A. Vardanian, A. H. Gevorgian. Polarization plane rotation amplification and polarization azimuth stabilization with an anisotropic plate . . . . .	267

## ԲՈՎԱՆԴԱԿՈՒԹՅՈՒՆ

Հ. Բ. Ներսիսյան, Հ. Հ. Մաթևոսյան, Է. Ա. Հակոբյան, Ռ. Ա. Գևօրգյան. Լիցքավորված ռելլատիվիստիկ մասմիկի էլեկտրամագնիսական դաշտը սառը պլազմայում . . . . .	231
Է. Դ. Գազազյան, Մ. Ի. Իվանյան, Ե. Մ. Լազիև. Տույաժության մասմիկի էլեկտրամագնիսական դաշտը սառը պլազմայում . . . . .	235
Վ. Ա. Ջրբաշյան. Վառականության առաջական առաջարկ . . . . .	247
Ֆ. Պ. Սաֆարյան, Է. Փ. Սաֆարյան. Էլեկտրոֆոնական մեխանիզմ առաջարկ . . . . .	252
Գ. Ս. Սարգսյան, Վ. Օ. Չալտիկյան. Վառականության մասմիկի էլեկտրամագնիսական դաշտը սառը պլազմայում . . . . .	261
Գ. Ա. Վարդանյան, Ա. Հ. Գևօրգյան. Վառականության մասմիկի էլեկտրամագնիսական դաշտը սառը պլազմայում . . . . .	267

Технический редактор В. Д. СТЕПАНЯН

Сдано в набор 12.08.96 г. Подписано к печати 18.11.96 г.  
Формат 70×108<sup>1</sup>/<sub>16</sub>. Бумага № 1, «сыктывкарская». Высокая печать. Печ. лист. 3.  
Усл. печ. лист. 4,2. Усл. кр. отт. 4,5. Тираж 200. Заказ 7.  
Издат. 7952. Цена договорная.

Издательство «Гитутюн» НАН РА, 375019, Ереван-19, пр. Маршала Баграмяна, 24-г.  
Типография Издательства НАН Армении, 378410, г. Аштарак.

О 47.

Индекс 77709

1996, h. 3

## СОДЕРЖАНИЕ

Г. Б. Нерсисян, Г. Г. Матевосян, Э. А. Акопян, Р. А. Геворкян. Электромагнитное поле релятивистской заряженной частицы, движущейся в холодной плазме . . . . .	231
Э. Д. Газазян, М. И. Иваниян, Э. М. Лазиев. К теории переходного излучения на идеально-проводящей границе раздела с шероховатостями . . . . .	235
Р. А. Джрабашян. Новый подход к определению полного момента свободной частицы . . . . .	247
Ф. П. Сафарян, Е. Ф. Сафарян. Электрон-фононный механизм вынужденных дипольных переходов в примесных ионах в кристаллах . . . . .	252
Г. С. Саркисян, В. О. Чалтыкян. Изменение поляризационных характеристик квазирезонансного излучения в парах калия . . . . .	261
Г. А. Варданян, А. А. Геворкян. Усиление поворота плоскости поляризации и стабилизация азимута поляризации анизотропной пластинкой . . . . .	267