ISSN 0002-3035

ФИЗИКА · ՖԻԶԻԿԱ · PHYSICS

ИЗВЕСТИЯ
НАЦИОНАЛЬНОЙ АКАДЕМИИ НАУК АРМЕНИИ

ՏԵՂԵԿԱԳԻՐ
ՀԱՅԱՍՏԱՆԻ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԶԳԱՅԻՆ ԱԿԱԴԵՄԻԱՅԻ

PROCEEDINGS
OF NATIONAL ACADEMY OF SCIENCES OF ARMENIA

Журнал издается с 1966 г.
Выходит 6 раз в год
на русском, армянском и английском языках.

Адрес редакции: Республика Армения, 375019,
Ереван, пр. Маршала Баграмяна, 24-г.

Խմբագրության հասցեն՝ Հայաստանի Հանրապետություն,
375019, Երևան, Մարշալ Բաղրամյան պող., 24-գ:

Editorial address: 24-g, Marshal Bagramyan Av.,
Yerevan, 375019, Republic of Armenia.

Известия НАН Армении, Физика, т. 31, № 2, с. 47—54 (1996)

УДК 533.9

КИНЕТИЧЕСКОЕ ОПИСАНИЕ ПРОЦЕССА ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ ПЛАЗМЫ С ЛАЗЕРНЫМИ ВОЛНАМИ БИЕНИЙ

Л. А. ГЕВОРГЯН, А. Г. ШАМАМЯН

Ереванский физический институт

(Поступила в редакцию 25 ноября 1994 г.)

Решено бесстолкновительное кинетическое уравнение Власова для определения плотности распределения электронной плазмы, взаимодействующей с лазерными волнами биений. Найдены выражения для спектральной плотности и спектральной функции распределения электронов. Рассчитаны также выражения для этих функций в случае холодной плазмы. Получено правильное выражение для пространственной плотности с учетом дисперсии плазменной среды.

ВВЕДЕНИЕ

Как известно, параллельные электромагнитные волны с частотами ω_1, ω_2 и волновыми числами K_1, K_2 в результате биений возбуждают волны плотности заряда в плазме, когда разности частот и волновых чисел близки соответственно к плазменным частоте ω_p и волновому числу K_p [1]:

$$\omega_1-\omega_2\approx\omega_p, \qquad \omega_1\ \omega_2\approx\omega_0\gg\omega_p,$$
$$K_1-K_2\approx K_p, \qquad K_1,K_2\approx K_0\gg K_p. \tag{1}$$

Плазменные волны, возбуждаемые биениями лазерных волн, предлагалось использовать для ускорения заряженных частиц [2]. Такой метод ускорения в настоящее время является одним из перспективных способов получения пучков заряженных частиц сверхвысоких энергий [3].

В работе [4] в гидродинамическом приближении получено выражение для плотности распределения частиц плазмы при наличии волн биений .В более ранней работе эта задача в том же приближении рассматривалась в присутствии сильного статического магнитного поля [5]. Естественно, в отсутствие магнитного поля выражение для пространственной плотности должно перейти в аналогичное выражение работы [4]. Однако этот переход не имеет места.

В настоящей работе процесс взаимодействия электронной плазмы с лазерными волнами биений исследуется с учетом начального разброса по скоростям частиц плазмы. Решается бесстолкновительное кинетическое уравнение Власова. Определяются спектральная функция распределения и спектральная плотность частиц. При переходе к случаю холодной плазмы спектральная плотность распределения совпадает с аналогичным выражением работы [5]. В данной работе при нахождении пространственной плотности распределения в обратном преобразовании Фурье учтена дисперсия плазменной среды, что приводит к правильному результату, полученному в работе [4] в гидродинамическом приближении.

1. КИНЕТИЧЕСКОЕ УРАВНЕНИЕ

Исследуем взаимодействие плазмы, движущейся вдоль оси OZ в направлении распространения лазерных волн биений. При этом пренебрежем вкладом ионов в динамику движения плазмы, а также влиянием столкновений электронов. Для описания процесса взаимодействия введем в рассмотрение функцию распределения $f=f(\mathbf{P},\mathbf{r},t)$, удовлетворяющую бесстолкновительному кинетическому уравнению Власова

$$\frac{df}{\partial t}+\mathbf{V}\frac{df}{d\mathbf{r}}+e\left[\mathbf{E}+\frac{\mathbf{V}\times\mathbf{B}}{c}\right]\frac{\partial f}{\partial\mathbf{P}}=0, \tag{2}$$

где c—скорость света, V—скорость электрона плазмы, определяемая из нерелятивистского уравнения движения

$$\frac{d\mathbf{V}}{dt}=\frac{e}{m}\left[\mathbf{E}+\frac{\mathbf{V}\times\mathbf{B}}{c}\right]. \tag{3}$$

Здес e и m—заряд и масса электрона. Суммарное электрическое поле $\mathbf{E}=\mathbf{E}_l+\mathbf{E}_s$ состоит из суперпозиции лазерных полей волн биений $\mathbf{E}_l$, представленных в виде плоских волн с амплитудой $\mathbf{E}_0$,

$$\mathbf{E}_l=\sum_{j=1}^{2}\mathbf{E}_0\sin(\boldsymbol{k}_j z-\omega_j t) \tag{4}$$

и электростатического поля $\mathbf{E}_s$, вызванного смещением электронов из-за действия в плазме волн биений, удовлетворяющего уравнению Пуассона

$$\operatorname{div}\mathbf{E}_s=4\pi e(n(\mathbf{r},t)-n_0),\quad n=n(\mathbf{r},t)=n_0\int f(\mathbf{P},\mathbf{r},t)\,d\mathbf{P}, \tag{5}$$

где n_0—плотность электронов плазмы в отсутствие лазерных волн биений. Входящее в уравнения (2), (3) магнитное поле $\mathbf{B}=\mathbf{B}_l$ определим из уравнения Максвелла

$$\operatorname{rot}\mathbf{E}_l=-\frac{1}{c}\frac{\partial\mathbf{B}_l}{\partial t}. \tag{6}$$

При решении уравнений (2), (3) применим метод возмущений, считая амплитуду суперпозиции полей лазеров возмущением первого порядка малости. Поэтому для функции распределения f, плотности распределения n и скорости электрона плазмы $\mathbf{V}$ имеем следующие разложения по степеням амплитуды $\mathbf{E}_0$:

$$f=f_0(\mathbf{P})+f_1(\mathbf{P},\mathbf{r},t)+f_2(\mathbf{P},\mathbf{r},t),$$

$$n=n_0+n_1(\mathbf{r},\ t)+n_2(\mathbf{r},\ t);\tag{7}$$

$$\mathbf{V}=v\mathbf{z}+\mathbf{v}_1(\mathbf{r},\ t),$$

где $f_0=f_0(\mathbf{P})$—функция распределения частиц по импульсу, характеризующая начальное состояние плазмы в отсутствие волн биений, v—скорость плазмы, $\mathbf{z}$—единичный вектор вдоль оси OZ. Подставив (7) в уравнения (2), (3) и применив метод последовательных приближений, в первом приближении для функции распределения и скорости имеем следующую систему уравнений:

$$\frac{\partial f_1}{\partial t}+v\mathbf{z}\frac{\partial f_1}{\partial \mathbf{r}}+e\left[\mathbf{E}_l+\frac{v}{c}[\mathbf{z}\times\mathbf{B}_l]\right]\frac{\partial f_0}{\partial \mathbf{P}}=0,\tag{8}$$

$$\frac{\partial \mathbf{v}_1}{\partial t}+v(\mathbf{z}\Delta)\mathbf{v}_1=\frac{e}{m}\left[\mathbf{E}_l+\frac{v}{c}[\mathbf{z}\times\mathbf{B}_l]\right].\tag{9}$$

Функция распределения во втором приближении определяется из уравнения

$$\frac{\partial f_2}{\partial t}+v\mathbf{z}\frac{\partial f_2}{\partial \mathbf{r}}+\mathbf{v}_1\frac{\partial f_1}{d\mathbf{r}}+e\left[\mathbf{E}_s+\frac{\mathbf{v}_1\times\mathbf{B}_l}{c}\right]\frac{\partial f_0}{\partial \mathbf{P}}+$$

$$+e\left[\mathbf{E}_l+\frac{v}{c}[\mathbf{z}+\mathbf{B}_l]\right]\frac{\partial f_1}{\partial \mathbf{P}}=0.\tag{10}$$

2. СПЕКТРАЛЬНАЯ ФУНКЦИЯ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ. СПЕКТРАЛЬНАЯ ПЛОТНОСТЬ

Уравнения (8—10) удобно решать, применяя пространственно-временное преобразование Фурье:

$$f(\mathbf{r},t)=\iint f(\mathbf{K},\omega)e^{i(Kr-\omega t)}d\mathbf{K}d\omega,$$

$$f(\mathbf{K},\omega)=\frac{1}{(2\pi)^4}\iint f(\mathbf{r},t)e^{-i(Kr-\omega t)}\,d\mathbf{r}dt.$$

Из системы уравнений (8, 9) имеем следующие выражения для Фурье-образа скорости

$$\mathbf{v}_1(\mathbf{K},\omega)=-\frac{ie}{m(K_zv-\omega)}\left[\mathbf{E}_l(\mathbf{K},\ \omega)+\frac{v}{c}[\mathbf{z}\times\mathbf{B}_l(\mathbf{K},\omega)]\right]\tag{11}$$

и спектральной функции распределения

$$f_1(\mathbf{P},\mathbf{K},\omega)=-m\mathbf{v}_1(\mathbf{K},\omega)\frac{\partial f_0}{\partial \mathbf{P}}.\tag{12}$$

При этом Фурье-образы суперпозиции напряженностей электрических и магнитных полей лазеров соответственно задаются выражениями:

$$E_l(\mathbf{K},\omega)=\frac{iE_0}{2}\sum_{j=1}^{2}\left(\delta(K_j+K_z)\delta(\omega_j+\omega)-\delta(K_j-K_z)\delta(\omega_j-\omega)\right)\delta(K_x)\,\delta(K_y),$$

$$B_l(\mathbf{K},\omega)=\frac{c}{\omega}\left[\mathbf{K}\times E_l(\mathbf{K},\omega)\right], \tag{13}$$

где волновой вектор $\mathbf{K}$ с компонентами K_x, K_y, K_z. Учитывая поперечность лазерных полей, для Фурье-образа скорости окончательно имеем

$$\mathbf{v}_1(\mathbf{K},\omega)=\frac{ie}{m\omega}E_l(\mathbf{K},\omega), \tag{14}$$

а для спектральной функции распределения $f_1(\mathbf{P},\mathbf{K},\omega)$ с учетом выражений (13) и (14) получаем

$$f_1(\mathbf{P},\mathbf{K},\omega)=\frac{eE_0\partial f_0/\partial\mathbf{P}}{2\omega}\sum_{j=1}^{2}\left(\delta(K_j+K_z)\delta(\omega_j+\omega)-\right.$$

$$\left.-\delta(K_j-K_z)\delta(\omega_j-\omega)\right)\delta(K_x)\delta(K_y). \tag{15}$$

Входящие в данное выражение δ-функции указывают на то, что функция распределения первого порядка описывает всего лишь процесс взаимодействия плазмы с каждой отдельно взятой лазерной волной.

Процесс взаимодействия плазмы с лазерными волнами биений должен привести к появлению δ-функций, в которые входят выражения вида $\omega\pm(\omega_1-\omega_2)$ и $K\pm(K_1-K_2)$. Поскольку функция $f_1(\mathbf{P},\mathbf{K},\omega)$ не содержит информации об исследуемом процессе, то при нахождении спектральной функции распределения второго порядка $f_2(\mathbf{P},\mathbf{K},\omega)$ функцию распределения первого порядка зануляем. С учетом этого факта проведем Фурье-преобразование уравнения (10). Далее, подставляя в полученное уравнение выражения для Фурье-образов магнитного поля (13) и скорости (14), а также Фурье-образа статического поля $E_s(\mathbf{K},\omega)$, определяемого из Фурье-преобразованного уравнения (5), для спектральной функции распределения во втором приближении $f_2(\mathbf{P},\mathbf{K},\omega)$ имеем:

$$f_2(\mathbf{P},\mathbf{K},\omega)=\left[\frac{4\pi e^2 n_2(\mathbf{K},\omega)\mathbf{K}}{K^2}+\mathbf{I}(\mathbf{K},\omega)\right]\frac{\partial f_0/\partial\mathbf{P}}{K_z v-\omega}, \tag{16}$$

$$\mathbf{I}(\mathbf{K},\omega)=-\frac{e^2}{m}\iint\frac{d\mathbf{q}\,d\zeta}{\zeta(\omega-\zeta)}(\mathbf{K}-\mathbf{q})\left(E_l(\mathbf{q},\zeta)\,E_l(\mathbf{K}-\mathbf{q},\omega-\zeta)\right), \tag{17}$$

где $n_2(\mathbf{K},\omega)$ —спектральная плотность распределения второго порядка. При этом в выражении (17) в произведении Фурье-образов электрических полей будем оставлять лишь интерференционные члены, обусловленные наличием лазерных волн биений в плазме. После несложных преобразований имеем:

$$E_l(\mathbf{q},\zeta)E_l(\mathbf{K}-\mathbf{q},\omega-\zeta)=-\frac{E_0^2}{4}\left[\pm\delta(K_1+q_z)\delta(K_2\pm(K_2\pm(\mathbf{K}-\mathbf{q})_z)\pm\right.$$

$$\pm\delta(K_1-q_z)\delta(K_2\mp(\mathrm{K}-\mathrm{q}_z)\pm\delta(K_2+q_z)\delta(K_1\pm(K_1+(\mathrm{K}-\mathrm{q})_z)\pm$$
$$\pm\delta(K_2-q_z)\delta(K_1\mp(K-\mathrm{q})_z)]\delta((K-\mathrm{q})_x)\delta((\mathrm{K}-\mathrm{q})_y)\delta(q_x)\delta(q_y). \quad (18)$$

Здесь опущены δ-функции с частотной зависимостью и подразумевается суммирование по верхним и нижним знакам.

Интегрируя выражение (17) с учетом (18), получаем слагаемые, содержащие следующие δ-функции: $\delta(K\mp(K_1-K_2))$ и $\delta(K\mp(K_1+K_2))$. Поскольку нас интересует процесс взаимодействия плазмы с лазерными волнами биений, то следует оставлять лишь первые δ-функции, ответственные за данный процесс. Тогда для функции $\mathrm{I}(\mathrm{K},\omega)$ получаем следующее выражение:

$$\mathrm{I}(\mathrm{K},\omega)=\frac{e^2\mathrm{E}_0^2K_p}{4m\omega_0^2}\,\mathrm{z}\Sigma(K,\omega), \quad (19)$$

$$\Sigma(K,\omega)=(\delta(K_z-K_p)\delta(\omega-\omega_p)-\delta(K_z+K_p)\delta(\omega+\omega_p))\delta(K_x)\delta(K_y),$$

где $\omega_p=(4\pi n_0e^2/m)^{1/2}$—плазменная частота.

Умножая функцию $f_2(\mathrm{P},\ \mathrm{K},\ \omega)$ на плотность n_0 и интегрируя (16) по импульсу $d\mathrm{P}$, для спектральной плотности $n_2(\mathrm{K},\omega)$ получаем:

$$n_2(\mathrm{K},\omega)=\frac{n_0\mathrm{I}(\mathrm{K},\omega)}{\varepsilon_0(\mathrm{K},\omega)}\int\frac{\partial f_0/\partial\mathrm{P}}{K_zv-\omega}\,d\mathrm{P}, \quad (20)$$

$$\varepsilon_0(\mathrm{K},\omega)=1-\frac{m\omega_p^2\mathrm{K}}{\mathrm{K}^2}\int\frac{\partial f_0/\partial\mathrm{P}}{K_zv-\omega}\,d\mathrm{P}, \quad (21)$$

где $\varepsilon_0(\mathrm{K},\omega)$—диэлектрическая проницаемость плазмы в отсутствие волн биений. Подставляя найденное выражение в (16), для спектральной функции распределения, описывающей процесс взаимодействия плазмы с лазерными волнами биений, окончательно имеем:

$$f_2(\mathrm{P},\mathrm{K},\omega)=\left[\frac{m\omega_p^2\mathrm{K}}{\mathrm{K}^2\varepsilon_0(\mathrm{K},\omega)}\int\frac{\partial f_0/\partial\mathrm{P}}{K_zv-\omega}\,d\mathrm{P}+1\right]\frac{\mathrm{I}(\mathrm{K},\omega)\partial f_0/\partial\mathrm{P}}{K_zv-\omega}. \quad (22)$$

Данную функцию можно использовать для определения разных характеристик плазмы, например, при нахождении диэлектрической проницаемости.

3. СЛУЧАЙ ХОЛОДНОЙ ПЛАЗМЫ

Определим пространственную плотность распределения холодной неподвижной плазмы при наличии волн биений. Для холодной плазмы импульсная функция распределения $f_0(\mathrm{P})=\delta(\mathrm{P}-\mathrm{P}_0)$, где P_0—средний импульс плазмы. Поэтому спектральная плотность распределения (20) после интегрирования по импульсу представляется выражением

$$n_2(\mathrm{K},\omega)=\frac{n_0e^2\mathrm{E}_0^2K_pK_z\Sigma(K,\omega)}{4m^2\omega_0^2((K_zv_0-\omega)^2-\omega_p^2)}, \quad (23)$$

совпадающим с аналогичным выражением работы [5] (естественно при занулении присутствующего здесь статического магнитного поля). Обратное Фурье-преобразование полученного выражения приводит к следующему выражению для пространственной плотности неподвижной плазмы ($v_0=0$):

$$n_2(z,\ t)=-\frac{n_0e^2E_0^2K_p}{4m^2\omega_0^2}\iint\left[\frac{K_z}{\omega+\omega_p}\delta'_\omega(\omega-\omega_p)\delta(K_z-K_p)-\right.$$

$$\left.-\frac{K_z}{\omega\ \omega_p}\delta'_\omega(\omega+\omega_p)\delta(K_z+K_p)\right]e^{i(K_z z-\omega t)}d\omega dK_z, \tag{24}$$

где использовано соотношение $x\delta'_x(x)=-\delta(x)$.

Наличие зависимости $\omega_p=K_p v_{ph}$ ($v_{ph}=c[1-\omega_p^2/2\omega_0^2]\approx c$ есть фазовая скорость плазменных волн, распространяющихся в плазме при наличии волн биений [4], указывает на необходимость учета дисперсии плазменной среды при интегрировании. Если при этом вывести из-под знака интеграла (24) более гладкие функции, оставляя лишь экспоненциальную функцию, то после интегрирования плотность распределения представляется выражением, которое было получено ранее в гидродинамическом приближении в работе [4]:

$$n_2(z,\ t)=-\frac{n_0e^2E_0^2}{4m^2\omega_0^2v_{ph}^2}(K_pz-\omega_pt)\sin(K_pz-\omega_pt). \tag{25}$$

Неучет дисперсии плазменной среды при обратном преобразовании Фурье приводит к неправильному результату, полученному в [5]. Таким образом, несоответствие результатов работ [4] и [5] не связано с применяемыми подходами.

4. ВЫВОД ГИДРОДИНАМИЧЕСКОГО УРАВНЕНИЯ

Выражение (25) для пространственной плотности неподвижной холодной плазмы можно непосредственно получить из кинетического уравнения, не переходя к Фурье-преобразованиям. Для этого возмущенную функцию распределения в первом приближении определим при непосредственном интегрировании уравнения (8) в интервале $[0,\ T]$ $\left(T=\frac{2\pi}{\omega_p}\right.$ — характерное время протекания процесса взаимодействия плазмы с лазерными волнами биений):

$$f_1=-e\frac{\partial f_0}{\partial \mathbf{P}}\int_0^T \mathbf{E}_l dt. \tag{26}$$

Поскольку $T\gg\frac{2\pi}{\omega_0}$, то функция f_1 зануляется как интеграл от быстро осциллирующей функции. С учетом этого, а также поперечности лазерных полей, подставляя в уравнение (10) выражение для возмущенной скорости $\mathbf{v}_1=\frac{e}{m}\int \mathbf{E}_l dt$, полученное из (9), и выражение (6), имеем:

$$\frac{\partial f_2}{\partial t}+e\mathbf{E}_s\frac{\partial f_0}{\partial \mathbf{P}}-\frac{e^2}{m}\nabla \mathbf{I}^2\frac{\partial f_0}{\partial \mathbf{P}}=0,\ \mathbf{I}=\int \mathbf{E}_l dt. \tag{27}$$

Импульсная зависимость функции распределения f_2 определяется производной $\partial f_0/\partial \mathbf{P}$. Представим функцию распределения в (27) в виде $f_2=A\frac{n_2}{n_0}\ \partial f_0/\partial \mathbf{P}$. Дифференцируя полученное для n_2 уравнение по z, перейдем к переменной $\tau=z/v_{ph}-t$. Далее, используя выражения (4), (5) и оставляя только интерференционные члены, для описания процесса взаимодействия плазмы с лазерными волнами биений, получаем следующее гидродинамическое уравнение:

$$\frac{\partial^2 n_2}{\partial \tau^2}+\frac{m\omega_p^2}{A}n_2+\frac{n_0 e^2 E_0^2 K_p^2}{Am\omega_0^2}\cos K_p\tau=0, \tag{28}$$

решение которого совпадает с выражением (25).

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Условие применимости бесстолкновительного кинетического уравнения требует выполнения следующего неравенства:

$$r_c \ll r_d \ll R, \tag{29}$$

где $r_c=(3/4\pi n_0)^{1/3}$ —среднее расстояние между электронами, $r_d=\beta_t c/\omega_p$ —дебаевский радиус электрона, β_t—отношение тепловой скорости к скорости света, $R=\beta_t^4/4\pi n_0 r_0^2 L$—длина свободного пробега, r_0—классический радиус электрона, L—кулоновский логарифм [6]. Левая часть неравенства соответствует условию применимости газового приближения, а правая часть указывает на отсутствие столкновений в плазме. Согласно (29), плотность электронов плазмы удовлетворяет следующему условию:

$$n_0 \ll \min\left\{\frac{L^2}{9}n_c,\ n_c\right\}=n_c,\quad n_c=\frac{\beta_t^7}{4\pi L^2 r_0^3}. \tag{30}$$

Как известно, в широких пределах изменения параметров плазмы $L\approx 10\div 20$ [7], поэтому критическая плотность $n_c\simeq 10^{36}\beta_t^7$.

Следовательно, используемый в работе кинетический подход можно также применять для сильноточных электронных сгустков. Отметим, что полученная спектральная функция распределения необходима при исследованиях лазера на свободных электронах с учетом коллективных эффектов, когда сильноточный электронный сгусток взаимодействует с лазерными волнами биений.

ЛИТЕРАТУРА

1. **N. M. Kroll, A. Ron and N. Rostoker.** Phys. Rev. Lett., 13, 83 (1964).
2. **T. Tajima and J. M. Dawson.** Phys. Rev. Lett., 43, 267 (1979), 51, 392 (1983).
3. **Я. Б. Файнберг.** Физика плазмы, 13, 607, (1987).
4. **R. D. Ruth, A. W. Chao.** Proc. AIP, Los Alamos, 91, 94 (1982).
5. **Cuy Wegl.** Physics of Fluids, 13, 7 (1970).
6. **Е. М. Лифшиц, Л. П. Питаевский.** Физическая кинетика. М., Наука, 1978.
7. **А. Ф. Александров, А. С. Богданкевич, А. А. Рухадзе.** Основы электродинамики плазмы. М., Высшая школа, 1978.

ՊԼԱԶՄԱՅԻ ՀԵՏ ԼԱԶԵՐԱՅԻՆ ԲԱԲԱԽՈՂ ԱԼԻՔՆԵՐԻ ՓՈԽԱԶԴԵՑՈՒԹՅԱՆ ԿԻՆԵՏԻԿ ՆԿԱՐԱԳԻՐԸ

Լ. Ա. ԳԵՎՈՐԳՅԱՆ, Ա. Հ. ՇԱՄԱՄՅԱՆ

Ուսումնասիրված է լազերային բաբախող ալիքների հետ էլեկտրոնային պլազմայի փոխազդեցության խնդիրը։ Լուծված է Վլասովի կինետիկ հավասարումը բախումների բացակայության դեպքում, օգտագործելով տարածաժամանակային ֆուրյե-ձևափոխությունները։ Ստացված են բանաձևեր սպեկտրալ խտության և բաշխման սպեկտրալ ֆունկցիայի համար։ Ցույց է տրված, որ բաշխման տարածային խտությունը ստանալիս հակադարձ ֆուրյե-ձևափոխությունների ժամանակ անհրաժեշտ է հաշվի առնել պլազմային միջավայրի դիսպերսիան։

KINETIC DESCRIPTION OF PLASMA INTERACTION PROCESS WITH LASER BEAT WAVES

L. A. GEVORGIAN, A. H. SHAMAMIAN

The interaction of electron plasma with laser beat waves is investigated. The collisionless kinetic Vlasov equation is solved with use of Fourier transformation in space and time. The expressions for spectral density and spectral distribution function are obtained. The expressions for these functions are calculated as well in the case of cold plasma. A correct expression for the spatial distribution is obtained with allowance for the dispersion of plasma medium.

Известия НАН Армении, Физика, т. 31, №2, с. 55—61 (1996)

УДК 535.14

РАСПАД СВЯЗАННОГО СОСТОЯНИЯ ПОД ДЕЙСТВИЕМ КОГЕРЕНТНОГО КВАНТОВАННОГО ИЗЛУЧЕНИЯ

А. Д. ГАЗАЗЯН

Институт физических исследований НАН Армении

(Поступила в редакцию 5 октября 1995 г.)

Исследуется распад связанного состояния под действием когерентного и сжатого квантованных полей. В отличие от классического излучения или квантованного поля в представлении числа фотонов, в случае квантованного когерентного или сжатого поля вероятность распада системы не имеет экспоненциального характера. Из полученных результатов, в частности, следует, что при больших временах вероятность выживания системы не обращается в нуль. Это обстоятельство представляет интерес с точки зрения изучения квантованных свойств излучения и для идентификации состояний квантованных полей.

Появление высококогерентных источников электромагнитного излучения стимулировало исследования эффектов квантовой когерентности поля при взаимодействии с различными квантовыми системами. Первые теоретические исследования этой проблемы проведены в работах [1, 2]. Характер квантовой когерентности, в частности, проявляется в появлении эффектов «коллапса»» и «возрождений» осцилляций населенности в атомах [3—6], которые экспериментально обнаружены, например, в работах [7, 8].

В данной работе исследуется распад связанного изолированного состояния под действием внешнего квантованного когерентного или сжатого излучения. Как известно, затухание изолированного уровня под действием классического излучения или квантованного поля в представлении определенного числа фотонов дается экспоненциальным законом распада

$$W(t)=\exp(-\Gamma t), \tag{1}$$

где Γ пропорционально интенсивности в случае внешнего классического излучения или числу фотонов в случае квантованного поля, состояние которого задается в представлении числа фотонов. Для рассмотрения случаев когерентного или сжатого квантованных полей мы исходим из гамильтониана вида

$$H=H_0+\hbar\omega c^+c+\hbar(\beta^+c+c^+\beta), \tag{2}$$

где H_0—гамильтониан свободной системы, ω, c^+ и c—соответственно частота, операторы рождения и уничтожения фотона внешнего квантованного поля, β^+ и β—соответственно матрицы перехода из изолированного уровня с волновой функцией ψ_i и энергией $\hbar\omega_i$ в континуум с волновой функцией φ_ε и энергией $\hbar\varepsilon$ и обратно.

Решение уравнения Шредингера с гамильтонианом (2) представим в виде разложения:

$$\Phi(t)=a_l(t)\psi_l+\int d\varepsilon a_\varepsilon(t)\psi_\varepsilon. \tag{3}$$

Подставляя (3) в уравнение Шредингера получим следующую систему уравнений для коэффициентов $a_l(t)$ и $a_\varepsilon(t)$:

$$i\frac{da_l(t)}{dt}=(\omega_l+\omega c^+c)a_l(t)+\int d\varepsilon\beta(\varepsilon)c^+a_\varepsilon(t),$$

$$i\frac{da_\varepsilon(t)}{dt}=(\varepsilon+\omega c^+c)a_\varepsilon(t)+\beta^*(\varepsilon)ca_l(t), \tag{4}$$

где $\beta(\varepsilon)$—матричный элемент перехода

$$\beta(\varepsilon)=\langle\psi_l|\beta|\varphi_\varepsilon\rangle \tag{5}$$

из континуума в изолированный уровень системы.

Вместо коэффициентов $a_l(t)$ и $a_\varepsilon(t)$ введем новые величины $b_l(t)$ и $b_\varepsilon(t)$ с помощью преобразований

$$a_l(t)=\exp[-i(\omega_l+\omega c^+c)t]b_l(t),$$

$$a_\varepsilon(t)=\exp[-i(\varepsilon+\omega c^+c)t]b_\varepsilon(t). \tag{6}$$

Для величин $b_l(t)$ и $b_\varepsilon(t)$ получаем следующую систему уравнений:

$$i\frac{db_l(t)}{dt}=\int d\varepsilon\beta(\varepsilon)\exp[-i(\varepsilon-\omega_l-\omega)t]c^+b_\varepsilon(t), \tag{7а}$$

$$i\frac{db_\varepsilon(t)}{dt}=\beta^*(\varepsilon)\exp[i(\varepsilon-\omega_l-\omega)t]cb_l(t). \tag{7б}$$

Интегрируя уравнение (7б) и подставляя в (7а), получим следующее интегрально-дифференциальное уравнение для $b_l(t)$:

$$\frac{db_l(t)}{dt}=\int d\varepsilon|\beta(\varepsilon)|^2c^+c\int_0^t\exp[i(\varepsilon-\omega_l-\omega)(t-t')]b_l(t')dt' \tag{8}$$

с начальным условием при $t=0$

$$b_l(0)=|ph\rangle_0, \tag{9}$$

где $|ph\rangle_0$—начальное фотонное состояние, которое можно представить в виде разложения по состояниям числа фотонов:

$$|ph\rangle_0=\sum_{n=0}^{\infty}f_0(n)|n\rangle. \tag{10}$$

Здесь $|f_0(n)|^2$ представляет собой распределение числа фотонов во внешнем квантованном электромагнитном поле.

Уравнение (8) с начальным условием (9) можно решить с помощью преобразования Лапласа

$$L\{b_i(t)\}=b_i(s)=\int_0^\infty \exp(-st)b_i(t)dt. \qquad (11)$$

Для функций изображения Лапласа получим следующее выражение:

$$b_i(s)=\sum_{n=0}^{\infty}\frac{f_0(n)}{s+\int d\varepsilon\frac{|\beta(\varepsilon)|^2 n}{s+i(\varepsilon-\omega_i-\omega)}}|n>. \qquad (12)$$

Исходя из выражения (12), мы восстанавливаем амплитуду начального состояния $a_i(t)$:

$$a_i(t)=\sum_{n=0}^{\infty}\left\{f_0(n)\exp[i(\omega_i+n\omega)t]\frac{1}{2\pi i}\int_{\eta-i\infty}^{\eta+i\infty}\frac{\exp(st)ds}{s+\int d\varepsilon\frac{|\beta(\varepsilon)|^2 n}{s+i(\varepsilon-\omega_i-\omega)}}\right\}|n>. \qquad (13)$$

Производя замену переменной s в интеграле

$$s=\eta+iy,$$

где η—малая и положительная величина, и вводя

$$\Delta(y)=-P\int d\varepsilon\frac{|\beta(\varepsilon)|^2}{\varepsilon-\omega_i-\omega+y},$$

$$\Gamma(y)=2\pi|\beta(\omega_i+\omega-y)|^2, \qquad (14)$$

после выполнения интегрирования в (13) получим следующее выражение:

$$a_i(t)=\sum_{n=0}^{\infty}f_0(n)\exp(-n\Gamma t/2)\exp[-i(\omega_i+n(\Delta+\omega))t]|n>. \qquad (15)$$

При получении выражения (15) мы предполагали, что величины (14) слабо зависят от y и считали их постоянными, а пределы интегрирования по ε мы расширили до бесконечности, что возможно из-за наличия острого максимума в подынтегральном выражении.

Исходя из выражения (15) для амплитуды начального состояния, можно получить окончательное выражение для амплитуды распределения по энергии при распаде:

$$a_\varepsilon(t)=-\beta^*\sum_{n=0}^{\infty}\sqrt{n}f_0(n)\exp[-i(\varepsilon+(n-1)\omega)t]\times$$
$$\times\frac{\exp[i(\varepsilon-\omega_i-n\omega)t]\exp(-n\Gamma t/2)-1}{\varepsilon-\omega_i-n\Delta+in\Gamma/2}. \qquad (16)$$

Из выражений амплитуд (15) и (16) для затухания начального состояния и распределения по энергии при распаде получим следующие выражения:

$$W_i(t)=|a_i(t)|^2=\sum_{n=0}^{\infty}|f_0(n)|^2\exp(-n\Gamma t), \qquad (17а)$$

$$W_s(t)=|a_s(t)|^2=\frac{\Gamma}{2\pi}\sum_{n=0}^{\infty} n|f_0(n)|^2 \frac{\exp(-n\Gamma t)+1-2\exp(-n\Gamma t/2)\cos(\varepsilon-\omega_l-\Delta nt)}{(\varepsilon-\omega_l-n\Delta)^2+n^2\Gamma^2/_4} \tag{17б}$$

Полученные выражения (17) имеют вид усредненных по начальному распределению числа фотонов $|f_0(n)|^2$ вероятностей для случаев определенного числа фотонов во внешнем электромагнитном поле. Этот результат аналогичен случаю осцилляций населенности при дискретных уровнях, рассмотренному впервые в работах [1, 2].

Исследуем полученные формулы (17) для случаев когерентного и сжатого квантованного полей. В случае когерентного и квантованного поля начальное состояние поля описывается распределением Паусcона для числа фотонов [9]:

$$|f_0(n)|^2=\exp(-\bar{n})\,\frac{\bar{n}^n}{n!}\,. \tag{18}$$

Подставляя (18) в выражение (17а), можно провести суммирование точно, что дает

$$W_i(t)\ \exp\left\{\bar{n}[\exp(-\Gamma t)-1]\right\}. \tag{19}$$

Полученное выражение (19) для вероятности распада системы существенным образом отличается от экспоненциального закона (1). Существенной особенностью выражения для затухания (19) в квантованном когерентом поле, в частности, является тот факт, что при $t\to\infty$

$$W_i(\infty)=\exp(-\bar{n}) \tag{20}$$

и обращается в нуль только при очень больших значениях среднего числа фотонов $\bar{n}$ во внешнем поле. Выражение (20) представляет собой вероятность того, что в когерентном квантованном пучке имеется состояние с $n=0$. Таким образом, в квантованном когерентном поле, даже при очень длительных воздействиях излучения, система полностью не распадается. Неэкспоненциальный хвост при больших временах не меняет общую картину, так как после усреднения по числу фотонов при больших временах обращается в нуль.

Из выражения (19) следует, что экспоненциальный закон (1) будет иметь место, когда $\Gamma t\ll 1$:

$$W_i(t)=\exp(-\bar{n}\Gamma t). \tag{21}$$

При дополнительном условии

$$\bar{n}\Gamma t\ll 1$$

мы переходим к линейной зависимости по времени вероятности в соответствии с теорией возмущений:

$$W_i(t)=1-\bar{n}\Gamma t. \tag{22}$$

Приближенное вычисление суммы в (17б) при больших значениях n приводит к следующему выражению распределения по энергии после распада:

$$W_\varepsilon(t)=\frac{1}{2\pi}\frac{\bar{n}\Gamma}{(\varepsilon-\omega_l-\bar{n}\Delta)^2+\bar{n}^2\Gamma^2/4}\Big\{1+\exp[\bar{n}(\exp(-\Gamma t)-1)]-$$
$$-2\mathrm{Re}\Big\{\exp]i(\varepsilon-\omega_l)t]\exp\Big[\bar{n}\Big(\exp\Big(-i\Big(\Delta-\frac{i\Gamma}{2}\Big)-1\Big)\Big]\Big\}. \tag{23}$$

При дополнительных условиях $\Gamma t,\ \Delta\cdot t\ll 1$ мы переходим к известному выражению для распределения по энергии:

$$W_\varepsilon(t)=\frac{\bar{n}\Gamma}{2\pi}\frac{\exp(-\bar{n}\Gamma t)+1-2\exp(-\bar{n}\Gamma t/2)\cos(\varepsilon-\omega_l-\bar{n}\Delta)t}{(\varepsilon-\omega_l-\bar{n}\Delta)^2+\bar{n}^2\Gamma^2/4}. \tag{24}$$

Аналогичные результаты можно получить и в случае сжатого квантованного поля, при котором амплитуда распределения числа фотонов имеет следующий вид [10]:

$$f_0(n)=\langle n|\mu,\ \nu;\ \alpha\rangle=(n!\mu)^{-1/2}(\nu/2\mu)^{n/2}\exp\Big(-\frac{|\alpha|^2}{2}+\frac{\nu^*\alpha^2}{2\mu}\Big)H_n(\alpha/(2\mu\nu)^{1/2}), \tag{25}$$

где α, μ, ν – параметры сжатого поля,

$$|\mu|^2-|\nu|^2=1, \tag{26}$$

а $H_n(x)$ —полиномы Эрмита. Суммирование в (17а) для выражения вероятности нахождения системы на первоначальном изолированном уровне можно провести точно, используя формулу Мелера [11]

$$\sum_n\frac{x^nH_n(y)H_n(z)}{2^nn!}=(1-x^2)^{-1/2}\exp\Big[\frac{2xy-(y^2+z^2)x^2}{1-x^2}\Big]. \tag{25}$$

Окончательный результат после суммирования имеет следующий вид:

$$W_l(t)=[|\mu|^2-|\nu|^2\exp(-2\Gamma t)]^{-1/2}\exp\Big\{-|\alpha|^2\Big(1-\frac{\exp(-\Gamma t)}{|\mu|^2-|\nu|^2\exp(-2\Gamma t)}\Big)+$$
$$+\mathrm{Re}(\nu^*\alpha^2/\mu)\Big(1-\frac{\exp(-2\Gamma t)}{|\mu|^2-|\nu|^2\exp(-2\Gamma t)}\Big)\Big\}. \tag{28}$$

При $\nu=0$, $\mu=1$, $|\alpha|^2=\bar{n}$ мы из выражения (28) переходим к случаю когерентного поля (19).

Как видно из полученного выражения (28), аналогичную ситуацию с когерентным излучением мы имеем и в случае сжатого поля: закон затухания изолированного уровня под действием сжатого электромагнитного поля существенным образом отличается от экспоненциального закона (1) и при $t\to\infty$ вероятность нахождения на первоначальном изолированном уровне не обращается в нуль, а переходит в выражение

$$W_l(\infty)=1/|\mu|\cdot\exp\Big\{-\frac{\bar{n}_s+|\alpha|^2+|\nu|^2}{2|\mu|^2}\Big\}, \tag{29}$$

где $\bar{n}_s$—среднее число фотонов в поле сжатого излучения, которое выражается следующей формулой [5]:

$$\bar{n}_s=(|\mu|^2+|\nu|^2)|\alpha|^2-2\mathrm{Re}(\mu^*\nu^*\alpha^2)+|\nu|^2. \tag{30}$$

Экспоненциальный закон распада можно получить из общего выражения (28) при выполнении условий Γt, $|\nu|^2\Gamma t\ll 1$:

$$W_i(t)=\exp\{-(\bar{n}_s-|\nu|^2)\Gamma t\}. \tag{31}$$

В случае, когда $|\nu|^2\ll\bar{n}_s$, мы переходим к известному закону экспоненциального распада:

$$W_i(t)=\exp(-\bar{n}_s\Gamma t). \tag{32}$$

Как показывают полученные формулы, вероятность распада изолированного уровня существенным образом зависит от состояния квантованного поля излучения. Получены новые выражения для зависимости от времени вероятности распада для случаев когерентного и сжатого квантованных полей, которые при $t\to\infty$ не обращаются в нуль. Это обстоятельство представляет интерес с точки зрения изучения квантовых свойств излучения, для идентификации состояний квантованных полей. Наблюдение этих явлений на пучке ридберговских атомов, заранее приготовленных в определенном высоковозбужденном состоянии вблизи порога ионизации, для которых спонтанные переходы очень малы, возможно на экспериментальной установке типа [7, 8]. Другой, более подходящей системой, с экспериментальной точки зрения, является отрицательный ион водорода H^-, который имеет изолированный стабильный уровень. Максимальное сечение фотоотрыва электрона из этого уровня $\sigma\sim 4\cdot 10^{-17}$см^2 при длине волны излучения $\lambda\sim 8000$ Å [12]. Ширина в формулах

$$\Gamma=\sigma\frac{c}{\lambda^3} \tag{33}$$

дает значение $\Gamma\sim 2\cdot 10^6$сек$^{-1}$ в случае отрицательного иона водорода При исследовании явления фотоотрыва на пучке отрицательных ионов атома водорода H^- при облучении когерентным или сжатым квантованным светом, в принципе, можно будет наблюдать отклонение от экспоненциального закона распада, а при временах $t\gg 5\cdot 10^{-7}$ сек обнаружить остаточные ионы водорода при небольших значениях $\bar{n}$.

В заключение выражаю благодарность М. Л. Тер-Микаеляну и Р. Г. Унаняну за многократные обсуждения результатов.

Исследование, описанное в данной публикации, стало возможным благодаря гранту Международного Научного Фонда № RY—8000.

ЛИТЕРАТУРА

1. **F. W. Gummings.** Phys. Rev., **140**, A 1051 (1965).
2. **А. Д. Газазян.** ЖЭТФ, **51**, 1863 (1966).
3. **J. H. Eberly, N. B. Narozhny,** and **J. J. Sanchez-Mondragon.** Phys. Rev. Lett., **44**, 1323 (1980).
4. **J. H. Eberly, N. B. Narozhny,** and **J. J. Sanchez-Mondragon.** Phys. Rev., **A23**, 236 (1981).
5. **A. D. Gazazian, B. G. Sherman.** Preprint IPR-89-135, Institute for Physical Research, Academy of Sciences of Armenian SSR, Yerevan, 1989.
6. **А. Д. Газазян, М. Л. Тер-Микаелян, Б. Г. Шерман.** Изв. НАН Армении, Физика, **28**, 69 (1993).
7. **G. Rempe** and **H. Walther.** Phys. Scrip., **36**, 135 (1987).
8. **G. Rempe, H. Walther,** and **N. Klein.** Phys. Rev. Lett., **58**, 353 (1987).
9. **Р. Глаубер.** Оптическая когерентность и статистика фотонов. В кн. Квантовая оптика и квантовая радиофизика. М., Мир., 1966.
10. **H. P. Yuen.** Phys. Rev., **A13**, 2226 (1976).
11. **Г. Сеге.** Ортогональные многочлены. М., 1962.
12. **Г. Месси.** Отрицательные ионы. М., Мир, 1976.

ԿԱՊՎԱԾ ՎԻՃԱԿԻ ՏՐՈՀՈՒՄԸ ԿՈՀԵՐԵՆՏ ՔՎԱՆՏԱՑՎԱԾ ՃԱՌԱԳԱՅԹՄԱՆ ԱԶԴԵՑՈՒԹՅԱՄԲ

Ա. Դ. ԳԱԶԱԶՅԱՆ

Հետազոտված է կապված վիճակի տրոհումը կոհերենտ և սեղմված քվանտացված դաշտերի ազդեցությամբ։ Ի տարբերություն դասական ճառագայթման կամ ֆոտոնների թվի պատկերացմամբ քվանտացված դաշտի, քվանտացված կոհերենտ կամ սեղմված դաշտի դեպքում համակարգի տրոհման հավանականությունը չունի էքսպոնենցիալ բնույթ։ Ստացված արդյունքներից մասնավորապես հետևում է, որ մեծ ժամանակների դեպքում համակարգի գոյատևման հավանականությունը չի դառնում զրո։ Այս հանգամանքը հետաքրքրություն է ներկայացնում ճառագայթման քվանտային հատկությունների ուսումնասիրության և քվանտացված դաշտերի վիճակների իդենտիֆիկացիայի տեսակետից։

DECAY OF THE COUPLED STATE UNDER THE ACTION OF COHERENT QUANTIZED RADIATION

A. D. GAZAZIAN

The decay of the coupled state under the action of the coherent and squeezed quantized field is investigated. In contrast to the cases of the classical radiation or the quantized field in the photon number representation, in the case of the quantized coherent or squeezed field the decay probability of the system has not the exponential feature. From the obtained results it follows, in particular, that at the large time values the survival probability of the system does not turn to zero. This circumstance is of interest from the point of view of study the quantum properties of the radiation field and for the identification of quantum field states.

Известия НАН Армении, Физика, т. 31, № 2, с. 62—67 (1996)

УДК 537.33

ОСОБЕННОСТИ КРАЯ ФУНДАМЕНТАЛЬНОГО ПОГЛОЩЕНИЯ РЕНТГЕНОВСКИХ ЛУЧЕЙ В РАЗМЕРНО-КВАНТОВАННЫХ ПОЛУПРОВОДНИКОВЫХ ПЛЕНКАХ

С. Л. АРУТЮНЯН, В. А. АРУТЮНЯН, А. А. ДЖИВАНЯН, Г. О. ДЕМИРЧЯН

Гюмрийский филиал Армянского государственного инженерного университета

(Поступила в редакцию 2 сентября 1994 г.)

Исследовано влияние квантового размерного эффекта на формирование края фундаментального поглощения рентгеновских лучей. Доказано, что в данном случае стандартное дипольное приближение неприемлемо и методом теории возмущений изучены переходы электронов из основного состяния атома кристаллической решетки в зону проводимости (учитывая в конечных состояниях специфичное для пленок двумерное кулоновское притяжение между электроном и ионизированным атомом). Показано, что сечение фотоионизации сформировано из серий порогов, причем частотная зависимость резко отличается от соответствующей зависимости в массивных образцах.

Изучение края фундаментального поглощения рентгеновского излучения в массивных полупроводниковых образцах дает достаточно подробную информацию об одночастотных и многочастотных возбуждениях (см., например, [1, 2]).

Как известно [3, 4], при наличии квантового размерного эффекта (КРЭ) существенно перестраивается спектр электронов проводимости, а электронные состояния глубоких атомных уровней практически не изменяются.

В данной работе исследованы особенности края фундаментального поглощения рентгеновских лучей в тонких полупроводниковых пленках с учетом указанной специфики электронных состояний.

Поставленная таким образом задача решена на основе следующих соображений.

1) Независимо от конкретного вида конечных состояний наиболее эффективными будут перебросы электронов из начальных s-состояний [4,5]. Поэтому в качестве волновой функции начального состояния используются орбитали Слэтера-Зинера [6]:

$$|i\rangle=\sqrt{\frac{2(Z-\sigma_{ne})}{\Gamma(2n+1)na_0}}\exp\left[-\frac{(Z-\sigma_{ne})}{na_0}r\right], \tag{1}$$

где $\Gamma(x)$—гамма функция Эйлера, $a_0=\dfrac{\hbar^2}{m_0e^2}$ боровский радиус, Z— порядковый номер атома, а значения параметров σ_{nl} табулированы (например, для основного состояния $n=1$, а значения σ_{10} для элементов Ga и As соответственно равны 3,36 и 4,4).

2) Электрон, переброшенный из состояний (1) в зону проводи-

мости (при пренебрежении подвижностью дырки) испытывает такое же кулоновское притяжение со стороны однократно ионизированного атома, как и «лишний» электрон мелких примесей, и отличается от последних только по происхождению. Следовательно, классическая теория Латинджера-Кона будет адекватно описывать также и состояние этих электронов—как в области дискретных, так и непрерывных энергий. В частности, справедливо условие $a \gg L$ (где a—эффективный боровский радиус электронов мелких примесей, L—толщина пленки), при выполнении которого, как известно, взаимодействие электрона с ядром становится двумерно-кулоновским с потенциальной энергией $V(\rho)=-\frac{e^2}{\varkappa\rho}$ [7] ($\varkappa=\frac{\varepsilon_1+\varepsilon_2}{2}$, ε_1 и ε_2 диэлектрические проницаемости подложки и окружающей среды, ρ—расстояние в плоскости пленки).

Стандартным образом определяя волновые функции непрерывного спектра квантовыми числами ($|\mathbf{k}, m|$) и пользуясь методикой двумерного рассеяния [8], можно получить следующую нормированную волновую функцию, которая определяется квантовыми числами k_x и k_y:

$$|f\rangle=\sum_{m=0}^{\infty} D_m(k) F\left(m+\frac{1}{2}+\frac{i}{ka},\ 2m+1,\ 2ik\rho\right)\times$$
$$\times\exp(-ik\rho)(2ik\rho)^m U_s(z)\cos m\gamma, \tag{2}$$

где обозначено:

$$D_m(k)=(2-\delta_{m0})C_{km}\exp\left(-i\arg\Gamma\left(m+\frac{1}{2}-\frac{i}{ka}\right)\right),$$

$$C_{km}=\frac{\exp\left(\frac{\pi}{2ka}\right)}{(2m)!\sqrt{\operatorname{ch}\frac{\pi}{ka}}}\prod_{s=0}^{m-1}\sqrt{\left(s+\frac{1}{2}\right)^2+\frac{1}{k^2a^2}},$$

$F(\alpha, \beta, x)$—вырожденная гипергеометрическая функция, γ—угол между векторами ρ и $\mathbf{k}$, $a=\frac{\varkappa\hbar^2}{m^*e^2}$ (m^*—эффективная масса), δ_{m0}—символ Кронекера, а

$$U_s(z)=\begin{cases}\sqrt{\frac{2}{L}}\cos\frac{\pi s}{L}z & s=1,\ 3,\ 5\\ \sqrt{\frac{2}{L}}\sin\frac{\pi s}{L}z & s=2,\ 4,\ 6\end{cases} \tag{3}$$

выражает зависимость волновой функции электрона проводимости от переменной z размерного квантования в модели бесконечно глубокой потенциальной ямы.

3) Из закона сохранения энергии следует, что для минимальной (пороговой) частоты фотона выполняется соотношение

$$\hbar\omega_{min}=z^2_{эфф}I_0+\Delta+s^2\varepsilon_1+\varepsilon_{gap}\ ,$$

где I_0—энергия ионизации водорода, $Z_{эфф}$—эффективный „порядковый номер перехода" (для GaAs $Z_{эфф}\sim 28{,}53$ и 29, 56, см., например, [9]), $\Delta\sim\dfrac{\hbar^2}{m^*b^2}$ (b—постоянная решетки)—полуширина валентной зоны, ε_{gap}—ширина запрещенной зоны, $\varepsilon_1=\dfrac{\hbar^2\pi^2}{2m^*L^2}$ —энергия основного состояния электрона в бесконечно-глубокой потенциальной яме.

Для конкретного случая $GaAs$ (при $L\sim 100$ Å) нетрудно показать, что минимальное волновое число $q_{min}=\dfrac{\omega_{min}}{c}$ (для любого значения s) удовлетворяет соотношению

$$\frac{q_{min}L}{S}\gg 1, \tag{4}$$

т. е. обычно используемое в подобных задачах дипольное приближение [10] в данном случае становится неприемлемым.

Предположим, что рентгеновское излучение распространяется перпендикулярно плоскости пленки (ось z) и представим его векторным потенциалом плоскополяризованной (σ-поляризация) электромагнитной волны

$$\mathbf{A}=\mathbf{A}_0\exp i(\omega t-qz).$$

Тогда, используя обычный вид оператора возмущения, с учетом (1), (2) и (4) для матричного элемента $i\to f$ перехода получаем

$$\langle f|v|i\rangle=\frac{2i}{k^3}\sqrt{\frac{\pi}{L}}\left[\frac{2(Z-\sigma)}{a_0}\right]^{5/2}\frac{e\hbar A_0}{m_0c}\cos\varphi' D_1^*(k)I, \tag{5}$$

где φ'—угол между векторами $\mathbf{A}_0$ и $\mathbf{k}$, а

$$I=\int\limits_{-\infty}^{+\infty}\frac{\exp(-2\nu\,\mathrm{arcctg}\,\nu_1\mathrm{ch}x)}{(\nu_1\mathrm{ch}^2x+1)^{5/2}}\left[\frac{3}{2}\nu_1\mathrm{ch}x+\nu\right]dx,$$

$$\nu=\frac{1}{ka},\qquad \nu_1=\sqrt{\nu^2+\frac{q^2}{k^2}}.$$

Так как подынтегральное выражение имеет резкий максимум при $x=0$, то интеграл легко вычисляется модифицированным методом Лапласа [11], что приводит к результату

$$I=\sqrt{\frac{\pi}{2}}\left(\frac{3}{2}+\frac{\nu}{\nu_1}\right)\frac{\exp(-2\nu\,\mathrm{arcctg}\,\nu_1)}{(\nu_1^2+1)^2}. \tag{6}$$

Подставляя (6) в (5) и учитывая особенности плотности состояний электронов в пленках в условиях КРЭ [3], для полного сечения фотоионизации в нерелятивистском приближении ($\hbar\omega\ll m_0c^2$) получаем:

$$\sigma_s=5\cdot 2^5\pi^2\alpha_0\left(\frac{m_0\varkappa}{m}\right)^6\frac{(Z-\sigma)^5 I_0}{\hbar\omega}\frac{a_0^3}{L}\sum_{s=1}^{<n>}F(\nu_s)\theta(\omega-\omega_s), \quad (7)$$

где $\alpha_0=\frac{e^2}{\hbar c}$ —постоянная тонкой структуры, $<n>$—символ целого значения числа $(\hbar\omega-z^2_{\text{эфф}}I_0-\Delta-\varepsilon_{gap})^{1/2}/\varepsilon_1^{1/2}$, $\theta(x)$—единичная ступенчатая функция, S—четное число,

$$F(\nu_s)=\frac{4+\frac{1}{\nu_s^2}}{\left(1+\frac{1}{\nu_s^2}\right)^4}\frac{e^{-4\nu_s\operatorname{arcctg}\nu_s}}{1-e^{-2\pi\nu_s}}, \qquad \nu_s=\sqrt{\frac{\frac{m}{m_0\varkappa}I_0}{\hbar\omega-\hbar\omega_s}},$$

$$\hbar\omega_s=Z^2_{\text{эфф}}I_0+\Delta+\varepsilon_1 s^2+\varepsilon_{gap}. \quad (8)$$

Из полученного выражения сечения фотоионизации (7) можно сделать следующие заключения.

1. Из-за особенностей плотности электронных состояний в пленках сечение фотоионизации сформировано из серий порогов, а пороговая частота определяется условием (8).

2. Поскольку для параметров рассмотренного конкретного образца выполняется соотношение $Z^2_{\text{эфф}}I_0\gg\Delta$, ε_1, ε_{gap}, то пренебрегая величинами $\Delta/Z^2_{\text{эфф}}I_0$, $\varepsilon_1/Z^2_{\text{эфф}}I_0$, $\varepsilon_{gap}/Z^2_{\text{эфф}}I_0$, в s-ом пороге поглощения ($\nu_s\to\infty$) из (7) получаем

$$\sigma_s=\frac{5\cdot 2^7\pi^2}{e^4}\alpha_0\left(\frac{m_0\varkappa}{m}\right)^6\frac{a_0^3}{L}\frac{(Z-\sigma)^5}{Z^2_{\text{эфф}}}s\cong 0{,}56\left(\frac{m_0\varkappa}{m}\right)^6\frac{a_0^3}{L}\frac{(Z-\sigma)^5}{Z^2_{\text{эфф}}}\cdot s, \quad (9)$$

где e—число Эйлера.

Как видно из формулы (9), сечение ионизации в тонких пленках аномально велико из-за фактора $\left(\frac{m_0\varkappa}{m}\right)^6$, уменьшается с увеличением толщины пленки и пропорционально номеру порога s. В отличие от сечения фотоионизации водородоподобного атома (где $\sigma\sim Z^{-2}$), в данном случае с увеличением Z оно увеличивается примерно по закону Z^3, что связано с изменением размерности взаимодействия в ходе фотоионизации электронов.

Между тем, учет первого порядка малости упомянутых величин приводит к нарушению линейной зависимости от s, и вклад от предыдущих порогов с увеличением s уменьшается.

3. Вблизи коротковолновой границы s-ого порога, когда

$$\hbar\omega\gtrsim Z^2_{\text{эфф}}I_0+\Delta+\varepsilon_1 s^2+\varepsilon_{gap},$$

зависимость σ от ω дается выражением

$$\sigma_s(\omega)=\sigma_s\left(1-\frac{29}{12}\frac{\hbar\omega-\hbar\omega_s}{\frac{m}{m_0\varkappa}I_0}\right).$$

Следовательно, после очередного скачка, вблизи s-ого порога (независимо от s) темп спада σ от ω в тонких пленках имеет линейный характер.

4. Численные оценки показывают, что длинноволновая граница фотоионизации атомов Ga и As равна 5,4 Å и 5,2 Å соответственно. Так что сечение фотоионизации пленки при $\lambda < 5{,}2$ А формируется наложением сечений фотоионизации атомов Ga и As, особенности которых приведены в пунктах 1—3.

В заключение отметим, что учет подвижности дырки (что является предметом отдельной задачи) может привести к смещению пороговых частот в сторону длинных волн, а также изменению частотной зависимости сечения фотоионизации в запороговых областях.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Р. Нокс.** Теория экситонов, М., Мир, 1966.
2. **М. А. Блохин.** Физика рентгеновских лучей. М., ГИТТЛ. 1957.
3. **Б. А. Тавгер, В. Я. Демиховский.** УФН, **96**, 61 (1968).
4. **М. Я. Амусья.** Атомный фотоэффект. М., Наука, 1987.
5. **Г. Бете, Э. Солпитер.** Квантовая механика атомов с одним и двумя электронами, М., 1960.
6. **М. Г. Веселов, Л. Н. Лобзовский.** Теория атома. М., Наука, 1986.
7. **Л. В. Келдыш.** Письма в ЖЭТФ, **29**, 716 (1979).
8. **В. В. Бабиков.** Метод фазовых функций в квантовой механике. М., Наука, 1976.
9. **И. Б. Боровский.** Физические основы рентгеноспектральных исследований. М., изд-во МГУ, 1956.
10. **В. Б. Берестецкий Е. М. Лифшиц, Л. П. Питаевский.** Квантовая электродинамика. М., Наука, 1980.
11. **М. В. Федорюк.** Асимптотика, интегралы и ряды. М., Наука, 1987.

ՌԵՆՏԳԵՆՅԱՆ ՃԱՌԱԳԱՅԹՆԵՐԻ ՀԻՄՆԱՐԱՐ ԿԼԱՆՄԱՆ ԵԶՐԻ ԱՌԱՆՁՆԱՀԱՏԿՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԸ ՉԱՓԱՅԻՆ ՔՎԱՆՏԱՑՎԱԾ ԿԻՍԱՀԱՂՈՐԴՉԱՅԻՆ ԹԱՂԱՆԹՆԵՐՈՒՄ

Ս. Լ. ՀԱՐՈՒԹՅՈՒՆՅԱՆ, Վ. Ա. ՀԱՐՈՒԹՅՈՒՆՅԱՆ, Հ. Ա. ՋԻՎԱՆՅԱՆ, Գ. Հ. ԴԵՄԻՐՃՅԱՆ

Հետազոտված է չափային քվանտային էֆեկտի ազդեցությունը ռենտգենյան ճառագայթների հիմնարար կլանման եզրի ձևավորման վրա։ Ապացուցված է, որ տվյալ դեպքում ստանդարտ դիպոլային մոտավորությունը անընդունելի է, և խոտորումների տեսության օգնությամբ հետազոտված են բյուրեղական ցանցի ատոմի հիմնական վիճակից դեպի հաղորդական գոտի էլեկտրոնային անցումները (վերջնական վիճակում հաշվի առնելով թաղանթների համար բնորոշ երկչափ կուլոնյան ձգողությունը էլեկտրոնի և իոնացված ատոմի միջև)։

Ցույց է տրված, որ ֆոտոիոնիզացիայի կտրվածքը բաղկացած է շեմերի շարքից, ընդ որում հաճախային կախումը կտրուկ տարբերվում է մասիվ նմուշներում համապատասխան կախումից։

PECULIARITIES OF THE X-RAY'S FUNDAMENTAL ABSORPTION EDGE IN SIZE-QUANTIZED SEMICONDUCTOR FILMS

S. L. HAROUTUNIAN, V. A. HAROUTUNIAN, H. A. JIVANIAN. G. H. DEMIRJIAN

An influence of the quantum size effect on the forming of X-ray's fundamental absorption edge is investigated. It is proved that in this case the standard dipole approximation is unacceptable and the electron transitions from the ground state of an atom in crystalline lattice to the conductivity band are investigated by means of the perturbation theory (the Coulomb attraction between the electron and ionized atom in final states is taken into account). It is shown that the photoionization cross-section is constituted by a series of thresholds, and the frequency dependence is essentially different from that in massive specimens.

Известия НАН Армении, Физика, т. 31, №2, с. 68—73 (1906)

УДК 621.315.592

САМОДИФРАКЦИЯ МОЩНОГО ЛАЗЕРНОГО ИЗЛУЧЕНИЯ В ПОЛУПРОВОДНИКЕ

Г. М. АРУТЮНЯН, С. В. АРУТЮНЯН, Т. Н. ГАРЕГИНЯН

Ереванский медицинский университет

(Поступила в редакцию 2 августа 1995 г.)

Предложена теория резонансной самодифракции интенсивного когерентного излучения в полупроводнике, точно учитывающая в рамках двухзонной модели нелинейность взаимодействия. Задача решена для малых толщин среды, при которых интенсивности дифрагированных за счет нелинейного взаимодействия волн малы по сравнению с падающими.

В полупроводниках со сверхрешеткой наличие дополнительного постоянного периода приводит к появлению в них существенно новых физических свойств по сравнению с однородными образцами [1].

При облучении слоя полупроводника излучением двух когерентных световых волн в последнем индуцируется дифракционная решетка, параметрами которой можно управлять, меняя характеристики излучения и угол пересечения волн в слое. Взаимодействие волн на индуцированной оптической решетке может привести к явлениям самодифракции [2—4] и вынужденного рассеяния [5—7]. Исследование этих явлений представляет значительный интерес для изучения физических свойств полупроводников, динамической голографии, лазеров с распределенной обратной связью и т. д. В основе вышеуказанных эффектов лежит явление модуляции диэлектрической проницаемости полупроводника под действием интенсивного излучения. Такое модулирование оптических характеристик возможно вследствие различных механизмов [8, 9].

Однако в зависимости от конкретных условий, в ряде полупроводников при типичных условиях основным механизмом, приводящим к нелинейности, является генерирование носителей зарядов в зонах при поглощении излучения [2, 10].

Ниже рассматривается резонансная самодифракция световых волн в слое однородного полупроводника. Светоиндуцированное изменение восприимчивости среды по параметру интенсивности возбуждающих волн учитывается точно. Рассмотрим двухзонный полупроводник, на границу $z=0$ которого падают две лазерные волны, линейно поляризованные по оси y. Частоты волн ω равны друг другу и удовлетворяют условию $\hbar\omega > \Delta_0$, где Δ_0—ширина запрещенной зоны. Волновые векторы волн $s_{1,2}=(s_x, 0, \mp s/2)$, так что полное поле излучения при входе в полупроводниковую среду есть

$$E=E_1\exp\left[i\left(s_x x-\frac{\Delta s}{2}z-\omega t\right)\right]+E_{-1}\exp\left[is_x x+\frac{\Delta s}{2}z-\omega t\right)\Big]+\text{к.с.} \qquad (1)$$

Исходим из простой параболической модели для состояний в зонах .Гамильтониан взаимодействия поля излучения (1) с полупроводником в дипольном приближении есть

$$\hat{H}=\hat{H}_0-\hat{\mathrm{d}}\mathrm{E}, \qquad (2)$$

где $\hat{H}_0$—невозмущенный гамильтониан ($\hat{H}_0\varphi_{v,c}=E^{v,c}\varphi_{v,c}$, „$v$" и „$c$"—
—зонные индексы), $\hat{\mathrm{d}}$—оператор дипольного момента перехода между зонами.

Решение уравнения Шредингера

$$i\hbar\frac{\partial\psi}{\partial t}=\hat{H}\Psi \qquad (3)$$

ищем в виде

$$\Psi=a(t)\varphi_v\exp\left(-\frac{i}{\hbar}E^v t\right)+b(t)\varphi_c\exp\left(-\frac{i}{\hbar}E^c t+i\varepsilon t\right), \qquad (4)$$

где расстройка резонанса $\hbar\varepsilon=E^c-E^v-\hbar\omega$. Подставляя (4) в (3), можно в резонансном приближении получить замкнутую систему уравнений для неизвестных амплитуд:

$$\left.\begin{aligned}\frac{\partial a}{\partial t}&=\frac{i}{\hbar}d^*_{cv}(E^*_1e^{i\frac{\Delta s}{2}z}+E^*_{-1}e^{-i\frac{\Delta s}{2}z})e^{-is_x x}b\\ \frac{\partial b}{\partial t}+i\varepsilon b&=\frac{i}{\hbar}d_{cv}(E_1e^{-i\frac{\Delta s}{2}z}+E_{-1}e^{i\frac{\Delta s}{2}z})e^{is_x x}a\end{aligned}\right\}, \qquad (5)$$

где d_{cv}—межзонный матричный элемент от оператора дипольного момента.

Система (5) допускает решение типа $\exp[i\eta(z)t]$ с возможными значениями

$$\eta_{1,2}(z)=\frac{\varepsilon}{2}(1\mp\sqrt{1+\lambda(z)}), \qquad (6)$$

где введено обозначение

$$\lambda(z)=\xi_1+\xi_{-1}+\frac{4(d_{cv})^2}{(\hbar\varepsilon)^2}(E^*_1E_{-1}e^{i\Delta sz}+E_1E^*_{-1}e^{-i\Delta sz}),\ \xi_{1,-1}=\frac{4|d_{cv}E_{1,-1}|^2}{(\hbar\varepsilon)^2}. \qquad (7)$$

Тогда при $\eta=\eta_1$ для нижнего состояния имеем

$$\Psi_v=c(z)\left[\varphi_v e^{-\frac{i}{\hbar}E^v t}+\frac{d_{cv}}{\hbar\eta_2}(E_1e^{-i\frac{\Delta s}{2}z}+E_{-1}e^{i\frac{\Delta s}{2}z})e^{is_x x}\varphi_c e^{-\frac{i}{\hbar}(E^c t+i\varepsilon t)}\right]e^{-i\eta_1 t}, \qquad (8)$$

$$c(z)=\left(\frac{1+\sqrt{1+\lambda(z)}}{2\sqrt{1+\lambda(z)}}\right)^{1/2}.$$

Уравнение распространения волн в среде с выбором

$$\mathrm{E}=\sum_{\nu\neq 0}\mathrm{E}_\nu\exp\left[i\left(s_x x-\nu\frac{\Delta s}{2}z-\omega t\right)\right]+\text{к.с},\quad \nu=\pm1,\pm2,\ldots \tag{9}$$

запишется в виде

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial z^2}+\frac{\partial^2}{\partial x^2}-\frac{\varepsilon_0}{c^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2}\right)\left[\sum_{\nu\neq 0}\mathrm{E}_\nu(z,t)\exp\left(is_x x-i\nu\frac{\Delta s}{2}z-i\omega t\right)+\text{к.с.}\right]=$$

$$=\frac{4\pi}{c^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2}\langle\hat{\mathrm{d}}\rangle, \tag{10}$$

где ε_0—статическая диэлектрическая проницаемость полупроводника, а значение $\langle\mathbf{d}\rangle$, полученное с помощью (8), есть

$$\langle\hat{\mathrm{d}}\rangle=A\sum_{\mathrm{p}}\frac{f(\mathbf{p})}{\hbar\varepsilon(\mathbf{p})\sqrt{1+\lambda(z)}},$$

$$A=|d_{cv}|^2\left(E_1e^{-i\frac{\Delta s}{2}z}+E_{-1}e^{i\frac{\Delta s}{2}}\right)e^{i(s_x x-\omega t)}. \tag{11}$$

Выражение (11) записано в предположении, что среда достаточно тонкая (критерий «тонкости» приведен ниже—(22)), в результате чего интенсивности генерированных в полупроводниковом слое волн значительно меньше интенсивностей падающих. Здесь $\mathbf{p}=(p_x,\ p_y,\ p_z)$, а $f(\mathbf{p})$—функция распределения квазичастиц в поле излучения в отсутствии рекомбинации, Она, как и в [8], порядка единицы в интервале $0<|p|<p_0=\sqrt{m^*(\hbar\omega-\Delta_0)}$ и спадает с точностью до размытия до нуля при $|p|>p_0$.

Интегрируя (11), для $\langle d\rangle$ получим:

$$\langle\hat{\mathrm{d}}\rangle=\frac{m^*p_0A}{2\pi^2\hbar^3}\,\mathrm{Arsh}\,\frac{2m^*|\Lambda|}{p_0^2}+\text{к.с.},$$

$$0<\frac{2m^*|\Lambda|}{p_0^2}<1, \tag{12}$$

где

$$|\Lambda|=|d_{cv}|\left(|E_1|^2+|E_{-1}|^2+E_1^*E_{-1}|e^{i\Delta sz}+E_1E_{-1}^*e^{-i\Delta sz}\right)^{1/2}. \tag{13}$$

Воспользовавшись представлением Arshx в виде ряда [11], для укороченного уравнения распространения получим:

$$\sum_{\nu\neq 0}\left\{2i\nu\frac{\partial E_\nu}{\partial z}\left[(\nu^2-1)s\cos\theta\right]E_\nu\right\}\exp\left[i\left(s_x x-\nu\frac{\Delta s}{2}z-\omega t\right)\right]+\text{к.с.}=$$

$$=2q_0\left[\left(E_1e^{-i\frac{\Delta s}{2}z}+E_{-1}e^{-i\frac{\Delta s}{2}z}\right)\exp[i(s_x x-\omega t)\right](\chi_{\text{л}}+\chi_{\text{н}})+\text{к.с.}, \tag{14}$$

где введены следующие обозначения:

$$\chi_л+\chi_н=-\ln\left(\frac{\sigma}{2}\cos\frac{\Delta s}{2}z\right)+$$

$$+\sum_{k=1}^{\infty}\frac{(-1)^{k+1}(2k)!\sigma^{2k}}{2^{4k}(k!)^2 2k}\left\{\sum_{n=1}^{k-1}2\cos[2(k-n)\Delta sz]+\binom{2k}{k}\right\}, \tag{15}$$

$$\sigma=\frac{2|d_{cv}E_1|}{p_0^2/2m^*}<1, \quad q_0=\frac{m^* p_0|d_{cv}|^2\omega^2}{\pi\hbar^3c^2 s\cos\theta}. \tag{16}$$

Через $\binom{\alpha}{\beta}$ в (15) обозначены биномиальные коэффициенты.

Выражение (14) записано в предположении, что амплитуды полей реальны и равны друг другу. Выражение (15) с точностью до коэффициента q_0 представляет собой восприимчивость полупроводника в интенсивном поле волны. Члены, описывающие нелинейное взаимодействие (и пропорциональные четным степеням напряженности поля) представлены в виде бесконечной суммы. Это дает основание принять в качестве линейной восприимчивости выделенный логарифмический член в правой части (15). В (16) в выражении q_0 через θ обозначен угол между осью z и направлением распространения волны E_{-1} ($s=\sqrt{s_x^2+(\Delta s/2)^2}$.

Из (14) при $\nu=\pm1$ легко получить выражение полей $E_{1,-1}$ в слое полупроводника:

$$E_{1,-1}=E_{1,-1}(0)\exp\left\{i\left[s_x x\mp\left(q_1+\frac{\Delta s}{2}\right)z-\omega t\right]\right\}+к.с., \tag{17}$$

где

$$q_1=q_0\left\{\chi_л+\sum_{k=1}^{\infty}\frac{(-1)^{k+1}(2k)!}{2^{4k}(k!)^2 2k}\left[\binom{2k}{k}+\binom{2k}{k-1}\right]\sigma^{2k}.\right. \tag{18}$$

Поля с четными номерами ν отсутствуют. Запишем выражение полей при нечетных значениях ν:

$$E_{2\nu+1}=-i(\gamma_\nu E_1+\gamma_{-\nu}E_{-1})z\frac{\sin\varkappa_\nu z}{\varkappa_\nu}\exp(i\varkappa_\nu z), \tag{19}$$

$$\varkappa_\nu=\frac{[(2\nu+1)^2-1]s\cos\theta}{4(2\nu+1)}, \quad \nu=1,\ 2,\ 3. \tag{20}$$

Коэффициенты $\gamma_{\nu,-\nu}$ в (19) имеют следующий вид:

$$\gamma_\nu=\frac{q_0}{2\nu+1}\sum_{k=\nu}^{\infty}\frac{(-1)^{k+1}(2k)!\sigma^{2k}}{2^{4k}(k!)^2 2k}\binom{2k}{k-\nu};$$

$$\gamma_{-\nu}=\frac{q_0}{2\nu+1}\sum_{k=\nu+1}^{\infty}\frac{(-1)^{k+1}(2k)!\sigma^{2k}}{2^{4k}(k!)^2 2k}\binom{2k}{k-\nu-1} \tag{21}$$

Нетрудно убедиться, что ряды в (21) абсолютно сходятся при любых значениях интенсивностей волн. Из (19) видно, что генерированные волны будут малы в сравнении с падающими ($E_{2\nu+1} \ll E_1$) при z, удовлетворяющих условиям:

$$|\gamma_{\nu,-\nu}| z \ll 1. \tag{22}$$

Из (21) видно также, что интенсивности генерированных в среде волн падают с ростом номера ν (отношение интенсивностей с соседними номерами пропорционально $\sigma^2 < 1$). Из (16), (19) и (21) видно также, что интенсивности генерированных волн существенным образом зависят от угла $\theta_0 = \pi - 2\theta$, под которым пересекаются в слое падающие волны. С уменьшением θ_0 интенсивности растут как $(\cos\theta_0^{-2})$.

Приведем численные оценки для слоя с толщиной $l = 0{,}1$см, с характерным удельным сопротивлением $\rho = 10^4 \Omega \cdot$ см, со скоростью оптических переходов $v_{cv} \approx 5 \cdot 10^6$ см $\cdot$ сек$^{-}$, с $p_0 = 4 \cdot 10^{-21}$г $\cdot$ см/с, при частоте падающего излучения $\omega \approx 1.8 \cdot 10^{15}$ сек$^{-1}$, мощности$\sim$2МВт/см^2 и и длительности лазерного импульса $\tau_л = 15$ нсек.

Если угол θ_0 меняется в пределах (5—20) мрад, как в эксперименте [2], то параметр $|\gamma_{\nu,-\nu} z|$ при $\sigma = 0{,}1$ меняется в пределах (0,044÷0,011), обеспечивающих выполнение критерия (22). Отношение интенсивностей с соседними номерами при этом оказывается пропорциональным 10^{-2}, что согласуется с результатами [2].

ЛИТЕРАТУРА

1. **А. Я. Шик.** ФТП, 8, 1841 (1974).
2. **I. P. Woerdman, B. Bolger.** Phys. Lett., **30A**, 164 (1969).
3. **П. А. Апанасевич, А. А. Афанасьев.** ФТТ, 18, 998 (1976).
4. **A. Miller.** Appl. Phys., **B28**, 92 (1982).
5. **В. Л. Винецкий, Н. В. Кухтарев, С. Г. Одулов, М. В. Соскин.** ЖТФ, **47**, 1270 (1977).
6. **I. Hegarty, M. D. Starge, A. C. Crossard, W. Wiegmann.** Appl. Phys. Lett., **40**, 132 (1982).
7. **H. A. Macenzie, B. S. Wherret. H. A. Alattar, S. Y. Yen.** J. Phys. B, **17**, 2141 (1984).
8. **В. М. Галицкий, В. Ф. Елесин.** Резонансное взаимодействие электромагнитных полей с полупроводниками. М., Энергоатомиздат, 1986, с. 192.
9. **H. Hiug, S. Schmitt-Rink.** J. Opt. Soc. Amer., **B2**, 1135 (1985).
10. **Ю. Ю. Вайткус, Э. Гаубас, К. Ярашюнас.** Изв. АН СССР, сер. физическая, **45**, 1474 (1981).
11. **И. С. Градштейн, И. М. Рыжик.** Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений. М., Наука, 1971, с. 65.

ԻՆՏԵՆՍԻՎ ԼԱԶԵՐԱՅԻՆ ՃԱՌԱԳԱՅԹՄԱՆ ԻՆՔՆԱԴԻՖՐԱԿՑԻԱՆ ԿԻՍԱՀԱՂՈՐԴՉՈՒՄ

Գ. Մ. ՀԱՐՈՒԹՅՈՒՆՅԱՆ, Ս. Վ. ՀԱՐՈՒԹՅՈՒՆՅԱՆ, Թ. Ն. ԳԱՐԵԳԻՆՅԱՆ

Առաջարկված է ռեզոնանսային ինքնադիֆրակցիայի տեսություն, որը երկզոնային մոդելի շրջանակներում ճշգրիտ կերպով հաշվի է առնում կիսահաղորդիչներում ինտենսիվ կոհերենտ ճառագայթման ոչ-գծային փոխազդեցությունները։ Խնդիրը լուծվում է միջավայրի փոքր հաստությունների դեպքում, երբ ոչ-գծային փոխազդեցությունների հետևանքով դիֆրակցիայի ենթարկված ալիքների ինտենսիվությունները ընկնող ալիքների համեմատությամբ փոքր են։

SELF-DFIFRACTION OF STRONG LASER RADIATION IN A SEMICONDUCTOR

G. M. HAROUTUNIAN, S. V. HAROUTUNIAN, T. N. GAREGHINIAN

A theory of resonant self-diffraction of the strong coherent radiation in semiconductors is proposed with nonlinear interactions are taken into consideration within the framework of the two-band model. Small thicknesses of the medium are considered, where intensities of diffracted waves due to nonlinear interactions are small relative to those of incident ones.

Известия НАН Армении, Физика, т. 31, №2, с. 74—77 (1996)

УДК 621.315.592

ИОНИЗАЦИЯ ДВУМЕРНОГО ЭКСИТОНА В ОДНОРОДНОМ ЭЛЕКТРИЧЕСКОМ ПОЛЕ

В. А. АРУТЮНЯН

Гюмрийский филиал Армянского государственного инженерного университета

(Поступила в редакцию 17 августа 1995 г.)

В квазиклассическом приближении рассчитана вероятность ионизации основного состояния двумерного экситона под воздействием однородного электрического поля. С уменьшением поля вероятность ионизации экспоненциально убывает. Понижение размерности системы приводит к более слабой предэкспоненциальной зависимости от напряженности внешнего поля, чем в трехмерном случае.

В ряде работ исследовано влияние однородного электрического поля на водородоподобные состояния экситонов различной размерности (см., например, [1—3]). В настоящей работе рассматривается ионизация двумерного экситона под действием внешнего электрического поля. Если направить внешнее поле по оси y: $\vec{\mathscr{E}}=\mathscr{E}(0,\mathscr{E},0)$, то уравнение Шредингера, описывающее относительное движение электрона и дырки в параболических координатах на плоскости принимает следующий вид:

$$\frac{1}{2}\left[\frac{\partial^2\Psi(\xi,\eta)}{\partial\xi^2}+\frac{\partial^2\Psi(\xi,\eta)}{\partial\eta^2}\right]+\left[(\xi^2+\eta^2)E+\frac{1}{2}(\xi^4-\eta^4)F+\right.$$
$$\left.+2\right]\Phi(\xi,\eta)=0. \qquad (1)$$

Здесь $\xi\eta=x,\ \frac{1}{2}\left(\xi^2-\eta^2\right)=y$, $E=-|E|$—энергия пары в плоскости, $F=$ $=e\mathscr{E}$, где e—заряд электрона. В уравнении (1) и далее пользуемся атомными единицами.

Для основного состояния имеем $E=-2$. и после разделения переменных в (1) получаем:

$$\frac{\partial^2\Psi_1(\xi)}{\partial\xi^2}-4\xi^2\Psi_1(\xi)+F\xi^4\Psi_1(\xi)+2\Psi_1(\xi)=0,$$

$$\frac{\partial^2\Psi_2(\eta)}{\partial\eta^2}-4\eta^2\Psi_2(\eta)-F\eta^4\Psi_2(\eta)+2\Psi_2(\eta)=0. \qquad (2)$$

Из (2) ясно, что вследствие наличия потенциального барьера по «координате» ξ будет существовать конечная вероятность просачивания частицы в область $\xi\to\infty$. Предположим, что имеет место условие

$$F \ll 1. \tag{3}$$

Это—условие малости внешнего поля относительно поля «внутриатомного», что на практике всегда выполняется. При наличии условия (3) уравнения (2) можно решить исходя из того, что на малых расстояниях влиянием внешнего поля можно пренебречь и воспользоваться точными кулоновскими функциями. А в области, где влияние поля становится существенным, движение является квазиклассическим. После чего можно сшить кулоновскую квазиклассическую функцию с квазиклассической же функцией, но учитывающей уже и внешнее электрическое поле. Полевым слагаемым в (2) можно пренебречь, если

$$F\xi^4 \ll \max\left\{4\xi^2,\ 2\right\}. \tag{4}$$

Так что в области $\xi \ll 2F^{-1/2} \gg 1$ в качестве волновой функции $\Psi_1(\xi)$ можно взять кулоновскую функцию основного состояния двумерного экситона:

$$\Psi_1(\xi) = \left| 2\sqrt{\frac{2}{\pi}} \right|^{1/2} \cdot e^{-\xi^2}. \tag{5}$$

Из вида потенциала

$$U(\xi) = 2\xi^2 - \frac{1}{2} F\xi^4. \tag{6}$$

следует, что при выполнении условия (3) движение будет квазиклассическим в области $\xi \gg 1$. Движение же по переменной η строго финитное, причем здесь можно ограничиться областью малых η, т. е. воспользоваться точными кулоновскими функциями вида (5). Для классических точек поворота соответственно имеем:

$$\xi_1 \simeq 1;\ \xi_2 \simeq \frac{2}{\sqrt{F}}\left(1 - \frac{F}{16}\right). \tag{7}$$

Так что для волновой функции правее барьера можем записать:

$$\Phi(\xi)|_{\xi > \xi_2} = \frac{\text{const}}{\sqrt{p(\xi)}} \exp\left\{ i \int_{\xi_2}^{\xi} p(\xi) d\xi + \frac{i\pi}{4} \right\}, \tag{8}$$

где $p(\xi) = (2 - 4\xi^2 + F\xi^4)^{1/2}$ —импульс, соответствующий движению в поле (6). Для определения окончательного вида волновой функции (8), учитывающей внешнее поле, „сошьем“ ее с кулоновской волновой функцией (5) в какой-либо точке ξ_0 внутри барьера,—такой, что $\xi_0 \gg 1$, но однако $F\xi_0^4 \ll \max\{4\xi_0^2,\ 2\}$. После несложных вычислений, опуская ненужные в дальнейшем мнимые экспоненты, для $\Phi(\xi)$ получаем:

$$\Phi(\xi)=\left[2\sqrt{\frac{2}{\pi}}\right]^{\frac{1}{2}}\sqrt{\frac{\xi_2}{\xi}}e^{-\xi_2^2}. \tag{9}$$

Для вероятности «вытягивания» экситона по направлению поля, вдоль оси y можем записать:

$$w=\int_{-\infty}^{\infty}|\Psi(x,y)|^3 v_y dx, \tag{10}$$

где v_y—скорость частицы в направлении поля, а полная волновая функция $\Psi(x,y)$ есть:

$$\Psi(x,y)=\Psi(\xi,\eta)=\Phi(\xi)\Psi_2(\eta),$$

$$\Psi_2(\eta)=\left|2\sqrt{\frac{2}{\pi}}\right|e^{-\eta}. \tag{11}$$

С учетом (3), (5), (9—11) для вероятности ионизации в единицу времени получаем

$$w=\frac{8e^{-\frac{8}{F}}}{\pi\sqrt{F}}. \tag{12}$$

Или в обычных единицах:

$$w=\frac{8\mu^2|e|^{13/2}}{\pi\hbar^5\varkappa^{7/2}}\cdot\frac{\exp\left\{-\frac{8\mu^2|e|^5}{\varkappa^3\hbar^4\mathscr{E}}\right\}}{\sqrt{\mathscr{E}}}, \tag{13}$$

где μ—приведенная эффективная масса электрона и дырки, $\varkappa$—диэлектрическая проницаемость.

Как и следовало ожидать, с увеличением поля вероятность ионизации увеличивается. Однако предэкспоненциальная зависимость вероятности от напряженности внешнего поля оказывается слабее по сравнению со случаем массива: в двумерном случае имеем $\mathscr{E}^{-1/2}$ вместо $\mathscr{E}^{-1}$ трехмерного случая. Подобный факт уменьшения влияния поля на процесс ионизации двумерного экситона обусловлен понижением размерности системы и соответствующим увеличением при этом энергии кулоновской связи электрона и дырки.

ЛИТЕРАТУРА

1. **A. G. Aronov and A. S. Ioselevich.** Exciton Electrooptics. Chapter 7, 267 (1982).
2. **A. S. Linssen, M. J. Gelten.** J. Physics C 7, 2304 (1974).
3. **В. А. Тягай, О. В. Снитко.** Электроотражение света в полупроводниках, Киев, «Наукова думка», 1980.

ԵՐԿՉԱՓ ԷՔՍԻՏՈՆԻ ԻՈՆԱՑՈՒՄԸ ՀԱՄԱՍԵՌ ԷԼԵԿՏՐԱԿԱՆ ԴԱՇՏՈՒՄ

Վ. Ա. ՀԱՐՈՒԹՅՈՒՆՅԱՆ

Քվազիդասական մոտավորությամբ հաշվարկված է երկչափ էքսիտոնի իոնացման հավանականությունը համասեռ էլեկտրական դաշտի ազդեցության տակ։ Իոնացման հավանականությունը դաշտի փոքրացման հետ էքսպոնենցիալ նվազում է։

IONIZATION OF TWO-DIMENTIONAL EXCITON IN A HOMOGENEOUS ELECTRICAL FIELD

V. A. HAROUTUNIAN

The probability of two-dimensional exciton's ionization in a homogeneous electrical field is calculated using the quasi-classical approximation. The probability of ionization reduces exponentially with the decrease of electrical field.

Известия НАН Армении, Физика, т. 31, №2, с. 78—81 (1996)

УДК 539.293.011:535

К ВОПРОСУ О КВАНТОВЫХ СОСТОЯНИЯХ НЕРЕЛЯТИВИСТСКОГО ЭЛЕКТРОНА В ОДНОМЕРНОМ КУЛОНОВСКОМ ПОЛЕ С КОНЕЧНЫМ ПОТЕНЦИАЛОМ

Э. М. КАЗАРЯН, А. М. ЧАЛАБЯН

Ереванский государственный университет

(Поступила в редакцию 25 ноября 1995 г.)

Исследованы энергетический спектр и волновые функции электрона в кулоновском поле с конечной глубиной потенциальной ямы. Определена глубина основного состояния, уточнена зависимость энергии возбужденных состояний от квантового номера N.

Проблема взаимодействия электрона с одномерным кулоновским полем возникла в связи с исследованием экситонного спектра поглощения в полупроводниках в квантующих магнитных полях. Аналогичные эффекты наблюдаются также и на поверхности нейтронных звезд в экстремально сильных магнитных полях, деформирующих атомное вещество, а также в примесных полупроводниках, где взаимодействие квазичастиц с примесями описывается эффективным кулоновском потенциалом.

Впервые проблема была рассмотрена в [1] Р. Лудоном в 1959 г. Затем к ней неоднократно возвращались различные авторы [2—4]. В результате были определены волновые функции и энергетический спектр системы, было дано объяснение двухкратному вырождению возбужденных уровней и наличию бесконечно глубокого основного состояния, локализованного на силовом центре. На основании этих результатов была построена теория экситонного поглощения в полупроводниках в квантующем магнитном поле [5] и предсказана возможность образования полимерных структур под влиянием сильного магнитного поля [6]. Вышеперечисленные результаты были получены в предположении бесконечности магнитного поля, чему соответствует потенциал кулоновского взаимодействия $U(x)=-e^2/(|x|+a)$, $a\to 0$ при $H\to\infty$. Однако при применении этих результатов для описания реальных полупроводниковых систем приходится считаться с отсутствием бесконечных магнитных полей в земных лабораторных условиях, и к тому же само приближение эффективной массы нарушается для полей $H>10^7$ Э. Поэтому возникла необходимость уточнения ранее полученных результатов для сильных, но конечных магнитных полей ($H\sim 10^4$—10^6 Э), которым соответствует малое, но конечное отношение $\beta=2a/a_b$, где a_b—боровский радиус электрона в поле примеси.

Если проводить решение задачи на основе уравнения Шредингера, то на окончательном этапе оно сводится к дифференциальному уравнению

$$d^2\eta(z)/dz^2+(\alpha/z-1/4)\eta(z)=0, \tag{1}$$

где

$$\alpha=h/a_b(-2mE)^{1/2},\ z=2(|x|+a)/(a_b\cdot\alpha). \tag{1*}$$

Решением уравнения (1) являются функции Уиттекера:

$$\eta(z)=C_1W_{\alpha 1/2}(z)+C_2M_{\alpha 1/2}(z). \tag{2}$$

Так как второй член в (2) расходится на бесконечности, нужно считать $C_2=0$ и искать решение в виде логарифмической функции Уиттекера [7]. Вследствие симметричности кулоновского потенциала волновые функции должны быть либо четными, либо нечетными. Соответственно, в начале координат четные функции должны удовлетворять условию

$$dW_{\alpha 1/2}(z)_{x=0}/dz=0, \tag{3}$$

а нечетные

$$W_{\alpha 1/2}(z)_{x=0}=0. \tag{4}$$

Вид энергетического спектра должен быть определен из уравнений (3), (4). Однако следует иметь в виду, что они являются трансцендентными, и аналитические выражения можно получить в пренебрежении членами выше первого порядка малости по β. В этом приближении квантовые числа возбужденных уровней имеют следующий вид:

$$\alpha_{1N}=N+1/[-\ln\beta+(\ln N-\psi(N)+2\psi(1)-1/2N)],\ N=1,2,3\ldots \tag{5}$$

для состояний с четной волновой функцией, и

$$\alpha_{2N}=N+\beta/[1-\beta\ln\beta+\beta(\ln N-\psi(N)+2\psi(1)+1)],\ N=1,2,3\ldots \tag{6}$$

для состояний с нечетной волновой функцией (здесь $\psi(s)=d\ln\Gamma(s)/ds$). Вторые члены в правых частях (5), (6) являются малыми квантовыми поправками, обусловленными конечной глубиной потенциальной ямы. Третий член в знаменателе для квантовой поправки в выражении (6), строго говоря, является величиной выше первого порядка малости по β, однако он сохранен для демонстрации схожей зависимости поправок от N. Так как $\lim_{N\to\infty}[\ln(N)-\psi(N)]=0$, причем сходимость быстрая, то величина каждой из поправок практически одинакова для всех состояний с большим N. Кроме этого, для всех N имеет место неравенство

$$\alpha_{1N}>\alpha_{2N}, \tag{7}$$

что и следовало ожидать.

Для сравнения отметим, что в [1] были получены следующие выражения для энергетического спектра:

$$\alpha_{1N}=N+1/[-\ln(\beta/N)], \qquad N=1,2,3\ldots \tag{8*}$$

$$\alpha_{2N}=N+\beta, \qquad N=1,2,3\ldots \tag{8**}$$

Выражения (8*), (8**), являясь приближенными, к тому же содержат существенно различную зависимость от N, что в пределе $N\to\infty$ приводит к нарушению соотношения (7), то есть очередности расположения состояний с четными и нечетными узлами, что противоречит основным принципам квантовой механики.

Основное состояние описывается четной волновой функцией. Соответственно, квантовое число α_0 определяется из трансцендентного соотношения

$$\alpha_0=\beta\exp(1/2\alpha_0-\psi(1)) \tag{9}$$

В [1] получено аналогичное уравнение, однако без учета фактора $\exp(-\psi(1))$. Учитывая, что энергия основного состояния обратно пропорциональна квадрату α_0, это различие приводит к довольно значительному расхождению при определении значения энергии. Из соотношения (9) точное значение α_0 можно определить численными способами, однако очевидно, что оно лежит в интервале значений

$$\beta\exp(-\psi(1))<\alpha_0<1, \tag{10}$$

из чего следует, что основное состояние, хотя и находится значительно глубже возбужденных уровней, в реальной ситуации отнюдь не является провалом на силовой центр. Более того, в обычном прямозонном полупроводнике основное состояние расположено достаточно близко от дна соответствующей энергетической зоны и может быть корректно рассмотрено в приближении эффективной массы.

ЛИТЕРАТУРА

1. **R. Loudon.** Am. J. Phys., **27**, 649, 1959.
2. **Б. Б. Кадомцев.** Письма в ЖЭТФ, **13**, 61, 1971.
3. **I. V. Lutsenko** et al. Am. J. Phys., **22**, 2739, 1989.
4. **A. N. Sissakian** et al. Phys. Letters A, **143**, 247, 1990.
5. **R. J. Elliott and R. Loudon.** J. Phys. Chem. Solids, **15**, 196, 1960.
6. **Б. Б. Кадомцев.** Письма в ЖЭТФ, **13**, 15, 1971.
7. **И. С. Градштейн, И. М. Рыжик.** Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений. М., 1971.

TO THE PROBLEM OF NONRELATIVISTIC ELECTRON QUANTUM STATES IN ONE-DIMENSIONAL COULOMB FIELD WITH A FINITE POTENTIAL

E. M. KAZARIAN, A. M. CHALABIAN

The electron energy spectrum and the mode of wavefunctions in an one-dimensional finite Coulomb field are investigated. The depth of the ground state is determined and the dependence of excited states energies on the quantum number N is specified.

ՎԵՐՋԱՎՈՐ ՊՈՏԵՆՑԻԱԼՈՎ ՄԻԱՉԱՓ ԿՈՒԼՈՆՅԱՆ ԴԱՇՏՈՒՄ ՈՉ-ՌԵԼՅԱՏԻՎԻՍՏԻԿ ԷԼԵԿՏՐՈՆԻ ՔՎԱՆՏԱՅԻՆ ՎԻՃԱԿՆԵՐԻ ՎԵՐԱԲԵՐՅԱԼ

Է. Մ. ՂԱԶԱՐՅԱՆ, Ա. Մ. ՋԱԼԱԲՅԱՆ

Ուսումնասիրված են էլեկտրոնի էներգետիկ սպեկտրը և ալիքային ֆունկցիաների տեսքը միաչափ վերջավոր կուլոնյան դաշտում։ Որոշված է հիմնական վիճակի խորությունը, և հաստատված է գրգռված վիճակների էներգիայի արժեքների կախվածությունը քվանտային N թվից։

Известия НАН Армении, Физика, т. 31, №2, с.82—85 (1996)

УДК 621.317.38

ВЛИЯНИЕ РАССОГЛАСОВАНИЙ НА РЕЗУЛЬТАТЫ ИЗМЕРЕНИЙ МОЩНОСТИ ШУМОВОГО СИГНАЛА

А. М. АСЛАНЯН, А. Г. ГУЛЯН

Институт радиофизики и электроники НАН Армении

(Поступила в редакцию 30 сентября 1995 г.)

Рассмотрены вопросы рассогласований в системе источник шумового сигнала—приемник при измерениях мощности шумового сигнала. Предложен метод полного устранения влияния этих рассогласований на результаты измерений.

1. Измерение мощности шумового сигнала обычно сводится к сравнению на выходе радиометра мощностей, создаваемых измеряемым и двумя известными источниками шума. Поскольку мощность шумового сигнала определяется соответствующей эквивалентной шумовой температурой, то в дальнейшем для удобства будем рассматривать эффективную шумовую температуру источника шума. Подключая поочередно ко входу радиометра измеряемый и сравниваемые источники шума и фиксируя соответствующие показания выходного прибора радиометра, для неизвестной эффективной температуры (T_x) получим выражение

$$T_x=(1-\alpha)T_1+\alpha T_2, \tag{1}$$

где T_1 и T_2—эффективные шумовые температуры сравниваемых источников шума, а α—измеренный безразмерный коэффициент.

Погрешности определения T состоят из случайных ошибок измерений α и систематических ошибок выходных эквивалентных шумовых температур сравниваемых источников шума T_1 и T_2. Детальный анализ показывает [1], что для обеспечения минимальных систематических погрешностей необходимо сравниваемые источники шума выбирать таким образом, чтобы обеспечивалось условие

$$T_1<T_x<T_2. \tag{2}$$

В реальных условиях измерений из-за неидеального согласования входа радиометра с выходами источников шума всегда существуют переотражения мощностей. При этом измеряемая величина становится зависимой от фазовых соотношений, которые могут привести к значительным погрешностям.

Целью настоящей работы является рассмотрение ошибок, обусловленных рассогласованиями, и предложение метода, позволяющего полностью устранить влияние рассогласований на результаты измерений.

2. Известно, что при подключении генератора с выходной температурой $T_г$ и комплексным коэффициентом отражения $Г^г=|Г_г|e^{-j\varphi_г}$ к входу радиометра с входной температурой $T_{гх}$ и комплексным коэф-

фициентом отражения $\Gamma_{вх}=|\Gamma_{вх}|e^{-j\varphi_{вх}}$ во входной нагрузке радиометра поглощается мощность с эквивалентной температурой $T_г'$, определяемой выражением [2]

$$T_г'=T_{вх}+\frac{-|T_г-T_{вх}|(1-|\Gamma_г|^2)(1-|\Gamma_{вх}|^2)}{1-2|\Gamma_г||\Gamma_{вх}|\cos(\varphi_г+\varphi_{вх})+|\Gamma_г|^2|\Gamma_{вх}|^2}. \qquad (3)$$

Полная передача мощности генератора во входную нагрузку радиометра происходит либо полном отсутствии отражений ($|\Gamma_г=|\Gamma_{вх}|=0$), либо при комплексно-сопряженном согласовании выхода генератора и входа радиометра ($|\Gamma_г|=|\Gamma_{вх}|=|\Gamma|$; $\varphi_г+\varphi_{вх}=2k\pi$). Поскольку на практике обычно измеряют модуль коэффициента отражения, а фазовые измерения проводят очень редко (из-за их сложности), то именно незнание фазовых соотношений приводит к так называемым ошибкам рассогласований, которые могут быть весьма большими. Из выражения (3) для максимальной погрешности рассогласований ($\Delta T_{max}=T'_{г(max)}-T'_{г(min)}$) получим выражение:

$$\Delta T_{max}=T'_{вх(\varphi_г+\varphi_{вх}=2k\pi)}-T'_{вх(\varphi_г+\varphi_{вх}=\pi)}=\frac{4|T_г-T_{вх}||\Gamma_г||\Gamma_{вх}|(1-|\Gamma_г|^2)(1-|\Gamma_{вх}|^2)}{(1-|\Gamma_г|^2|\Gamma_{вх}|^2)^2}$$

или, пренебрегая произведением $|\Gamma_г|\,|\Gamma_{вх}|$ относительно единицы,

$$\Delta T_{max}=4|\Gamma_г||\Gamma_{вх}|(1-|\Gamma_г|^2)(1-|\Gamma_{вх}|^2)|T_г-T_{вх}|. \qquad (4)$$

3. При измерениях неизвестной шумовой температуры ко входу радиометра подключаются три независимых источника шума, поэтому максимальная погрешность рассогласования будет складываться из трех выражений, аналогичных (4), согласно (1) определится выражением:

$$\Delta T_{x(max)}=4|\Gamma_{вх}|(1-|\Gamma_{вх}|^2)[|\Gamma_x|(1-|\Gamma_x|^2)|T_x-T_{вх}|+$$
$$+|\Gamma_1|(1-|\Gamma_1|^2)|T_1-T_{вх}|(1-\alpha)+|\Gamma_2|(1-|\Gamma_2|^2)|T_2-T_{вх}|\alpha],$$

или, подставляя значение α из (1):

$$\Delta T_{x(max)}=4|\Gamma_{вх}|(1-|\Gamma_{вх}|^2)[|\Gamma_x|(1-|\Gamma_x|^2)|T_x-T_{вх}|+$$
$$+|\Gamma_1|(1-|\Gamma_1|^2)\frac{|T_x-T_2|}{|T_1-T_2|}|T_1-T_{вх}|+|\Gamma_2|(1-|\Gamma_2|^2)\frac{|T_1-T_x|}{|T_1-T_2|}|T_2-T_{вх}|], \qquad (5)$$

где $|\Gamma_1|$, $|\Gamma_2|$, $|\Gamma_x|$ —модули коэффициентов отражения выходов сравниваемых и измеряемого источников шума соответственно.

В качестве одного из сравниваемых источников шума обычно используется согласованная нагрузка при стандартной комнатной температуре ($T_1=T_0$). Делается это из-за простоты ее конструкции, возможности обеспечения хорошего согласования ($КСВ_H\leqslant 1.05$ или $|\Gamma_0|\leqslant 0{,}025$) и контроля выходной эффективной шумовой температуры с низкой погрешностью ($\leqslant 0{,}3\%$). В этом случае формула (5) примет вид:

$$\Delta T_{x(max)}=4|\Gamma_{вх}|(1-|\Gamma_{вх}|^2)\left[|\Gamma_x|(1-|\Gamma_x|^2)|T_x-T_{вх}|+\right.$$

$$\left.+|\Gamma_0|(1-|\Gamma_0|^2)\frac{|T_x-T_2|}{|T_0-T_2|}|T_0-T_{вх}|+|\Gamma_2|(1-|\Gamma_2|^2)\frac{|T_0-T_x|}{|T_0-T_2|}|T_2-T_{вх}|\right]. \quad (6)$$

Рассмотрим конкретный пример. Пусть $T_0=300K$, $T_2=80K$, $T_x=30K$, $T_{вх}=400K$, $|\Gamma_0|=0.03$ ($КСВ_Н=1.06$), $|\Gamma_x|=|\Gamma_{вх}|=|\Gamma_2|=0.07$ ($КСВ_Н=1.15$). Даже при таком хорошем согласовании максимальная погрешность рассогласовзний составляет очень большую величину—15К.

4. Первым шагом уменьшения влияния рассогласований является установление на входе радиометра развязывающего элемента (циркулятора) с достаточно высокой развязкой (>25дБ). В этом случае, во-первых, отраженная от входа радиометра мощность поглощается в нагрузке циркулятора и не поступает на вход источника шума и, во-вторых, мощность входа радиометра тоже поглощается в этой нагрузке, а к источнику шума поступает мощность, соответствующая температуре нагрузки циркулятора. Поэтому эквивалентная входная температура радиометра сравнивается с температурой нагрузки циркулятора. Применение циркулятора необходимо особенно в модуляционных радиометрах с супергетеродинным приемником. При этом существенно уменьшается паразитная модуляция, обусловленная отраженной от источника шума и поступающей обратно на вход радиометра части мощности гетеродина. Предполагая, что нагрузка циркулятора находится при комнатной температуре ($T_{вх}=T_0$), из (6) получим

$$\Delta T_{x(max)}=4|\Gamma_{вх}|(1-|\Gamma_{вх}|^2)\left[|\Gamma_x|(1-|\Gamma_x|^2)+|\Gamma_2|(1-|\Gamma_2|^2)\right]|T_0-T_x|. \quad (7)$$

Для приведенного выше примера по формуле (7) получим $\Delta T_{x(max)}=10{,}5K$. Хотя максимальая погрешность и уменьшается, но все еще составляет значительную величину.

5. Возможный метод полного устранения влияния рассогласований на результаты измерений подсказывает формула (3). Если суметь приравнять эквивалентную температуру входа радиометра температуре генератора ($T_{вх}=T_г$), то по формуле (3) получим $T_г'=T_{вх}=T_г$, т.е. в системе устанавливается термодинамическое равновесие, и как модули, так и фазы коэффициентов отражения не влияют на результаты измерения. Таким образом, приравнивая температуру входа радиометра к измеряемой и сравнимым температурам при подключении их источников ко входу радиометра, можно полностью устранить влияние рассогласований на результаты измерений.

Возможность изменения входной температуры радиометра обеспечивает подключенный к его входу циркулятор, поскольку при этом, как уже отмечалось, роль входной температуры радиометра играет температура нагрузки циркулятора. Соответствующее значение входной температуры радиометра выбирается аттенюатором, находящимся при комнатной температуре T_0, по формуле

$$T_{вх}=\beta T_г+(1-\beta)T_0. \quad (3)$$

где β—коэффициент передачи аттенюатора, $T_г$—эффективная температура генератора шума.

Если измеряемая температура не превосходит комнатную, то для обеспечения условия (2) необходимо в качестве второго сравниваемого источника использовать низкотемпературный источник шума (согласованная азотная или гелиевая нагрузка). В этом случае в качестве нагрузки циркулятора необходимо использовать гелиевую нагрузку, позволяющую получить с помощью переменного аттенюатора любую температуру в пределах $T_{гел} \leqslant T_{нх} \leqslant T_0$ Если же измеряемая температура превосходит комнатную, то в качестве как второго сравниваемого источника, так и нагрузки циркулятора необходимо использовать высокотемпературный источник шума (генератор шума).

Таким образом, предложенный метод позволяет полностью устранить влияние рассогласований на результаты измерений мощности шумового сигнала.

6. Исключение влияния собственных шумов радиометра, благодаря отражению и интерференции, может быть достигнуто применением длинной линии на входе радиометра [3], а также обеспечением, как уже отмечалось выше, комплексно-сопряженного согласования выхода источника шума с входом радиометра [4]. Однако, оба метода имеют одинаковые недостатки. Во-первых, необходимо знание величин модулей коэффициентов отражения, во-вторых. дополнительные элементы на входе радиометра имеют значительные потери, которые ведут к ухудшению флуктуационной чувствительности радиометра. Предложенный нами метод свободен от указанных недостатков.

ЛИТЕРАТУРА

1. **А. М. Асланян, А. Г. Гулян.** Изв. АН АрмССР, Физика, т. 8, 148 (1973).
2. **D. M. Kerms, and R. W. Beatty.** Basic theory of waveguide junctions and introductory microwave network analysis. Pergamon Press, Oxford, 1967.
3. **В. С. Троицкий.** ЖТФ, XXV, вып. 8, 1426 (1995).
4. **К. И. Алмазов-Долженко.** Вопросы радиоэлектроники, серия Электроника, вып. 3, 64 (1962).

MISMATCHES EFFECT OVER THE NOISE POWER MEASUREMENTS RESULTS

A. M. ASLANYAN, A. G. GOULIAN

Mismatch issues are considered in a noise source/receiver system when the noise power is measured. A measurement method is suggested which completely eliminates the mismatching effect on the measurement results.

CONTENTS

Բ Ո Վ Ա Ն Դ Ա Կ Ո Ւ Թ Յ Ո Ւ Ն

Технический редактор **В. Д. СТЕПАНЯН**

Сдано в набор 5.04.96 г. Подписано к печати 31.04.96 г.
Формат 70×108 1/16. Бумага № 1, «сыктывкарская». Высокая печать. Печ. лист. 3.
Усл. печ. лист. 4,2. Усл. кр. отт. 4,5. Тираж 170. Заказ 4.
Издат. 7952. Цена договорная.

Издательство «Гитутюн» НАН РА, 375019, Ереван-19, пр. Маршала Баграмяна, 24-г.
Типография Издательства НАН Армении, 378410, г. Аштарак.

Индекс 77709

СОДЕРЖАНИЕ