ISSN 0002-3035

ФИЗИКА · ՖԻԶԻԿԱ · PHYSICS

ИЗВЕСТИЯ
НАЦИОНАЛЬНОЙ АКАДЕМИИ НАУК АРМЕНИИ

ՏԵՂԵԿԱԳԻՐ
ՀԱՅԱՍՏԱՆԻ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԶԳԱՅԻՆ ԱԿԱԴԵՄԻԱՅԻ

PROCEEDINGS
OF NATIONAL ACADEMY OF SCIENCES OF ARMENIA

Журнал издается с 1966 г.
Выходит 6 раз в год
на русском, армянском и английском языках.

Адрес редакции: Республика Армения, 375019,
Ереван, пр. Маршала Баграмяна, 24-г.

Խմբագրության հասցեն՝ Հայաստանի Հանրապետություն,
375019, Երևան, Մարշալ Բաղրամյան պող., 24-գ:

Editorial address: 24-g, Marshal Bagramyan Av.,
Yerevan, 375019, Republic of Armenia.

Известия НАН Армении, Физика, т. 30, №3, с. 95—98 (1995)

УДК 539.186.3:546.2

ПРЕОБРАЗОВАНИЕ ОПТИЧЕСКОГО ИЗЛУЧЕНИЯ С ПОМОЩЬЮ НЕРЕЗОНАНСНОГО ВЫНУЖДЕННОГО КОМБИНАЦИОННОГО РАССЕЯНИЯ В ПАРАХ АТОМОВ ТАЛЛИЯ

Г. С. САРКИСЯН, В. О. ЧАЛТЫКЯН

(Поступила в редакцию 20 ноября 1994 г.)

Институт физических исследований НАН Армении

В парах таллия с помощью нерезонансного антистоксова ($\lambda_{as}=0.45\mu$) рассеяния осуществлено преобразование излучения рубинового лазера ($\lambda_R=0.69\mu$) в фиолетовую область спектра. Измерены зависимости интенсивностей линий вынужденного электронно-комбинационного рассеяния (ВЭКР) от интенсивности и поляризации возбуждающего излучения. В интервале мощностей от 10 до 30 МВт наблюдаются осцилляции на кривой зависимости интенсивности линии излучения от плотности.

Исследование нелинейно оптических эффектов в атомарных газах открывает интересные возможности изменения параметров лазерного излучения— частоты, длительности, поляризации и т. д.

Задача преобразования оптического излучения в другие частотные диапазоны в настоящее время остается в центре внимания исследователей, т. к. практика нуждается в получении все новых источников излучения. Благодаря наличию близкого метастабильного уровня $6P_{3/2}$ атомы таллия являются удобным объектом для экспериментальных исследований процессов ВЭКР между основным уровнем $6P_{1/2}$ и первым возбужденным—$6P_{3/2}$.

Представляемая работа является продолжением экспериментов по преобразованию излучения рубинового лазера в ИК и УФ области спектра в парах таллия [1]. Приводятся результаты экспериментов по эффективному преобразованию излучения рубинового лазера в фиолетовое излучение, обусловленное вынужденным нерезонансным антистоксовым [2—6] излучением на электронных переходах между уровнями $6P_{3/2}$, $6P_{1/2}$ атома таллия.

Экспериментальная схема аналогична приведенной нами в работе [1]. Расстройка частоты излучения рубинового лазера от уровня $7S_{1/2}$ $\Delta\nu\sim 12100$ см$^{-1}$. Коэффициент преобразования по числу фотонов при плотности атомов таллия $N_{Tl}=10^{18}$ см$^{-3}$, $\eta_{as}\sim 8\%$. Исследования проводились в интервале плотностей $N_{Tl}=9\cdot 10^{14}\div 3\cdot 10^{18}$см$^{-3}$, что соответствует изменению температуры паров от 700 до 1200°С; плотность накачки $P\sim 10\div 40$МВт. Эксперименты проводились при жесткой фокусировке лазерного луча в центр таллиевой кюветы кварцевой линзой с фокусным расстоянием $f=32$ см, радиус пятна лазерного пучка в центре кюветы $\omega_0=0,03$ см, длина затяжки $l=15$ см (величина конфокального параметра, рассчитанная по известной формуле [7, 8] $b=\frac{4\pi\omega_0^2}{\lambda_R}=15$ см, сравнима с длиной затяжки). Измерена зависимость интегральной интенсивности (рассчитанной по методу наименьших квадратов) линии антистоксова ВКР от интенсивности возбуждающего излучения I и плотности атомов таллия N_{Tl}. Подобная зависимость для линии стоксова ВКР экспериментально исследована авторами в работе [1]. Исследованы также поляризационные характеристики этой линии ($\lambda=0{,}45\mu$) при линейно и циркулярно поляризованном возбуждающем нерезонансном лазерном излучении. Используя приближение трехуровневой системы, можно рассчитать поперечные сечения рамановского рассеяния σ_R(σ_s и σ_{as}). В стационарном режиме для случая таллия выражение для σ_R, согласно работе [5], имеет вид (в единицах СИ):

$$\sigma_R=\frac{e^4 f_1 f_2 \nu_R}{32\pi^3\varepsilon_0^2 m^2 hc^2 \nu_1\nu_2\Delta\nu^2\sqrt{2}\Delta}, \qquad (1)$$

где f_1 и f_2—силы осцилляторов начального и конечного рамановских уровней, ν_1 и ν_2—соответствующие частоты, ν_R—рамановская частота, $\Delta\nu$—виртуальная расстройка (от уровня $7S_{1/2}$), Δ—ширина возбуждающего лазерного излучения. При частоте накачки 639 нм, $f_1=0{,}135$, $f_2=0{,}125$, $\nu_s=2{,}1\cdot10^{14}$сек$^{-1}$, $\nu_{as}=6{,}7\cdot10^{14}$сек$^{-1}$, $\nu_1=7{,}9\cdot10^{14}$сек$^{-1}$, $\nu_2=5{,}6\cdot10^{14}$сек$^{-1}$, $\Delta\nu=3{,}63\cdot10^{14}$сек$^{-1}$ и $\Delta=3\cdot10^{10}$сек$^{-1}$ из формулы (1) получим:

$$\sigma_{as}=2{,}23\cdot10^{-29}\text{см}^4/\text{Вт}, \quad \sigma_s=7\cdot10^{-30}\text{см}^4/\text{Вт}.$$

При таких величинах поперечников балансный расчет дает для отношения населенностей состояний $6P_{1/2}$ и $6P_{3/2}$ примерно 3,2, что достаточно, как и показывает эксперимент, для наблюдения довольно интенсивного антистоксова рассеяния и, по-видимому, для получения лазерного эффекта на соответствующей частоте [2, 4].

Как и стоксовое излучение [1], антистоксовое раманово излучение также неполяризованно как при линейной, так и при циркулярной поляризации накачки. Оно регистрируется как в направлении распространения возбуждающего излучения, так и в обратном направлении—факт, который исключает параметрический механизм излучения $\lambda=0{,}45\mu$. С появлением рамановского излучения при больших мощностях накачки наблюдается ослабление и постепенное исчезновение (при $T>900°$С) резонансной линии (см. ниже) спектрального перехода $7S_{1/2}\rightarrow6P_{1/2}$ ($\sim$377нм) при одновременном усилении линии 0,53μ. Отметим, что зависимости J_{as} от J_R и N_{Tl} имеют порог как по интенсивности возбуждающего излучения (J_R=300 МВт/см^2 при $N_{Tl}=10^{15}$см$^{-3}$), так и по плотности активных атомов ($N_{Tl}\sim10^{15}$см$^{-3}$ при J_R=300 МВт/см^2).

Приведем также результаты исследований влияния плотности паров на интенсивность резонансных линий атома таллия (табл.), ранее полученные нами в работе [1] и интерпретированные как результат четырехфотонной ионизации атома таллия с последующими каскадными вынужденными переходами после рекомбинации ионов на высоколежащих возбужденных уровнях, при различных мощностях

Частота, $см^{-1}$	Длина волны, мкм	Переход
26455,0	0,378	$7S_{1/2}—6P_{1/2}$
8683,6	1,115	$7P_{3/2}—7S_{1/2}$
7682,4	1,301	$7P_{1/2}—7S_{1/2}$
6200,5	1,612	$5F_{5/2}—6D_{3/2}$
6118,5	1,634	$5F_{5/2}—6D_{5/2}$
4586,0	2,18	$8S_{1/2}—7P_{1/2}$
3584,8	2,789	$8S_{1/2}—7P_{3/2}$

возбуждающего излучения. Исследования проводились в интервале мощностей накачки $P=10\div40$ МВт, плотности атомов $N_{Tl}=10^{15}\div 3\cdot10^{17}$ $см^{-3}$.. В интервале мощностей от 10 до 30 МВт наблюдаются осцилляции на кривой зависимости интенсивности линии излучения от плотности. При мощности 30 МВт наблюдаются максимумы при плотностях 10^{16} и $5\cdot10^{16}$ $см^{-3}$ и минимум при $3{,}4\cdot10^{16}$ $см^{-3}$ и $3{,}5\cdot10^{17}$ $см^{-3}$ для линий 1,31 и 1,15μ соответственно. С уменьшением мощности минимумы и максимумы сдвигаются в сторону больших плотностей и увеличивается число осцилляций. Так, при 20 МВт возникает второй минимум при $4{,}4\cdot10^{16}$ $см^{-3}$ для 1,31 μ и при $1{,}2\cdot10^{17}$ $см^{-3}$ для 1,15 μ. Причины подобного поведения, возможно, аналогичны причинам температурной модуляции при генерации гармоник, наблюдающейся, например, в [9].

В заключение отметим, что приведенные результаты являются актуальными как для фундаментальных задач нелинейной оптики, так и для возможности практических применений при разработке преобразователей излучения в ИК и фиолетовый диапазон.

ЛИТЕРАТУРА

1. В. Н. Глазов, М. Е. Мовсесян, Г. С. Саркисян. Квантовая электроника, 9, 1923 (1982).
2. R. A. Weingarten, L. Levin, A. F. Plusberg. Phys. Lett., 39, № 1, 38 (1982).
3. J. C. White, D. Handerson. QE—18, 6, 941 (1982).
4. J. C. White, D. Handerson. Optics Lett., 7, № 11, 517 (1982).
5. J. C. White, D. Handerson. Phys. Rev. A, 25, № 2, 1226 (1982).
6. J. C. White, D. Handerson. Optics Lett., 5. № 1, 15 (1983).
7. G. C. Bjorkland. QE—11, № 6, 287 (1975).
8. S. E. Harris. QE—9, № 4, 470 (1973).
9. T. Messberg, R. Flusberg, S. R. Hartmann. Opt. Comm., 25, № 1, 121 (1978).

ՕՊՏԻԿԱԿԱՆ ՃԱՌԱԳԱՅԹՄԱՆ ՓՈԽԱԿԵՐՊՈՒՄԸ ՏԱԼԻՈՒՄԻ ԱՏՈՄՆԵՐԻ ԳՈԼՈՐՇԻՆԵՐՈՒՄ ՈՉ ՌԵԶՈՆԱՆՍԱՅԻՆ ՍՏԻՊՈՂԱԿԱՆ ԿՈՄԲԻՆԱՑԻՈՆ ՑՐՄԱՆ ՕԳՆՈՒԹՅԱՄԲ

Գ. Ս. ՍԱՐԳՍՅԱՆ, Վ. Օ. ՉԱԼԹԻԿՅԱՆ

Տալիումի գոլորշիներում ոչ ռեզոնանսային ստիպողական կոմբինացիոն ցրման ($\lambda=0{,}45\mu$) օգնությամբ իրագործված է ռուբինային ճառագայթման ($\lambda=0.69\mu$) փոխակերպումը մանուշակագույն տիրույթ։ Չափված է ստացված ստոկսյան գծի ինտենսիվության կախումը գրգռող գծի ինտենսիվությունից և բևեռացումից։ Հզորության 10—30 Մվտ տիրույթում կախման կորերի վրա բարձր խտությունների միջակայքում նկատվում են տատանումներ։

OPTICAL RADIATION CONVERSION BY MEANS OF NONRESONANT STIMULATED RAMAN SCATTERING IN THALLIUM VAPOR

G. S. SARKISYAN, V. O. CHALTYKYAN

Conversion of ruby laser radiation ($\lambda_R=0.69\mu$) into the violet ($\lambda_{as}=0{,}45\mu$) is realized by means of nonresonant anti-Stokes scattering in thallium vapor. The dependences of scattered intensity on the intensity and polarization of exciting radiation are measured. In power interval 10—30 MWt the oscillations in the density dependence of emission intensity are observed.

Известия НАН Армении, Физика, т. 30. №3, с. 99—105 (1995)

УДК 537.87

К ТЕОРИИ ИЗЛУЧЕНИЯ ЗАРЯЖЕННЫХ ЧАСТИЦ В СЛОИСТОЙ СФЕРИЧЕСКИ-СИММЕТРИЧЕСКОЙ СРЕДЕ. I.

С. Р. АРЗУМАНЯН, Л. Ш. ГРИГОРЯН, А. А. СААРЯН

Институт прикладных проблем физики НАН Армении

(Поступила в редакцию 1 сентября 1994 г.)

Рассчитана функция Грина электромагнитного поля в среде, состоящей из произвольного числа сферически-симметрических слоев с общим центром и разными диэлектрическими проницаемостями. Выведена формула для интенсивности излучения заряженной частицы, двужущейся в такой среде.

Исследование излучения заряженной частицы в стопке пластин ознаменовалось открытием рентгеновского переходного излучения и созданием детекторов ультрарелятивистских заряженных частиц (см. например, [1—4] и приведенные там ссылки). Мы рассмотрим один из аспектов этой проблемы, связанный с переходом от плоскопараллельных слоев к сферически-симметрическим слоям. В [5] изучено переходное излучение частицы на проводящем шаре. Излучение нерелятивистской частицы, вращающейся в вакууме вокруг диэлектрического шара, рассчитано в [6].

Итак, рассмотрим частицы, движущиеся произвольным образом в среде, составленной из $n\geqslant 1$ сферически-симметрических слоев с общим центром и разными диэлектрическими проницаемостями $\varepsilon=\varepsilon_0, \varepsilon_1, \ldots, \varepsilon_{n-1}$, которые окружены однородной средой с $\varepsilon=\varepsilon_n$ (магнитную проницаемость считаем равной 1). В сферической системе координат r, θ, φ с началом в центре слоев ε зависит только от радиальной координаты:

$$\varepsilon(r)=\varepsilon_0+\sum_{k=1}^{n}(\varepsilon_k-\varepsilon_{k-1})\theta(r-r_k), \tag{1}$$

где r_k—радиус k-го слоя, а $\theta(x)$—ступенчатая функция Хевисайда. В калибровке Лоренца

$$\operatorname{div}\mathbf{A}-i\varepsilon\frac{\omega}{c}\varphi=0 \tag{2}$$

4-потенциал электромагнитного поля $(\mathbf{A}, \varphi)$ определяется уравнением

$$\left(\Delta+\frac{\omega^2}{c^2}\varepsilon\right)\mathbf{A}-\frac{1}{\varepsilon}(\nabla\varepsilon)\operatorname{div}\mathbf{A}=-\frac{4\pi}{c}\mathbf{j} \tag{3}$$

(см. [2, 7]), где $\mathbf{j}$—соответствующая плотность электрического тока. Здесь и далее подразумеваются фурье-образы

$$f(\omega)=\int f(t)e^{i\omega t}\frac{dt}{2\pi}$$

всех величин $f(t)$, зависящих от времени. Воспользуемся тем обстоятельством, что произвольное векторное поле S можно разложить в ряд по шаровым векторам:

$$\mathbf{S}(\mathbf{r})=\sum_{l=0}^{\infty}\sum_{m=-l}^{l}\sum_{\mu=1}^{3} S_{\mu}^{lm}(r)\mathbf{X}_{lm}^{(\mu)}(\Omega), \tag{4}$$

где

$$S_{\mu}^{lm}(r)=\int \mathbf{X}_{lm}^{(\mu)*}(\Omega)\cdot\mathbf{S}(\mathbf{r})d\Omega, \tag{5}$$

а $\mathbf{X}_{lm}^{(\mu)}$ — шаровые векторы продольного ($\mu=1$), электрического ($\mu=2$) и магнитного ($\mu=3$) типов [8]:

$$\mathbf{X}_{lm}^{(1)}=\mathbf{n}Y_{lm}(\Omega),\quad \mathbf{X}_{lm}^{(2)}=\frac{\nabla_n Y_{lm}}{\sqrt{l(l+1)}},$$

$$\mathbf{X}_{lm}^{(3)}=\frac{\mathbf{n}\times\nabla_n}{\sqrt{l(l+1)}}Y_{lm},\quad \mathbf{n}=\mathbf{r}/r,\quad \mathbf{X}_{00}^{(2)}=\mathbf{X}_{00}^{(3)}=0. \tag{6}$$

Оператор

$$\nabla_n\equiv r(\nabla-\mathbf{n}\partial/\partial r)=\mathbf{e}_\theta\frac{\partial}{\partial\Theta}+\frac{\mathbf{e}_\varphi}{\sin\Theta}\frac{\partial}{\partial\varphi} \tag{7}$$

действует на функции, зависящие от $\mathbf{n}$, а $Y_{lm}(\Omega)$ — сферические гармоники, удовлетворяющие уравнению

$$\Delta_{\mathbf{n}}Y_{lm}=-l(l+1)Y_{lm}, \tag{8}$$

$\Delta_{\mathbf{n}}=\nabla_n\cdot\nabla_n$ — угловая часть оператора Лапласа. Подставив разложения (4) для вектор-потенциала $\mathbf{A}$ и плотности тока $\mathbf{j}$ в (3), после преобразований получим

$$\sum_{\nu=1}^{3}\left[F_{\mu\nu}(r;l)+\frac{\omega^2}{c^2}\varepsilon\delta_{\mu\nu}-\frac{1}{\varepsilon}\frac{\partial\varepsilon}{\partial r}D_{\mu\nu}(r;l)\right]A_{\nu}^{lm}(r)=-\frac{4\pi}{c}j_{\mu}^{lm}(r), \tag{9}$$

где матрицы $\hat{F}$ и $\hat{D}$ имеют вид

$$\hat{F}=\begin{pmatrix}\Delta_l-\frac{2}{r^2}, & \frac{2\alpha}{r^2}, & 0\\ 2\alpha/r^2, & \Delta_l, & 0\\ 0, & 0, & \Delta_l\end{pmatrix},\quad \hat{D}=\begin{pmatrix}\frac{2}{r}+\frac{\partial}{\partial r}, & -\frac{\alpha}{r}, & 0\\ 0, & 0, & 0\\ 0, & 0, & 0\end{pmatrix}, \tag{10}$$

а

$$\Delta_l=\frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}\left(r^2\frac{\partial}{\partial r}\right)-\frac{\alpha^2}{r^2},\qquad \alpha=\sqrt{l(l+1)}. \tag{11}$$

Решение (9) можно представить в виде

$$A_{\mu}^{lm}(r)=-\frac{1}{c}\sum_{\nu=1}^{3}\int_0^{\infty}G_{\mu\nu}(r,x;l)j_{\nu}^{lm}(x)dx, \tag{12}$$

где $G_{\mu\nu}$ — функция Грина, удовлетворяющая уравнению

$$\left(\hat{F}+\frac{\omega^2}{c^2}\varepsilon\hat{I}-\frac{1}{\varepsilon}\frac{\partial\varepsilon}{\partial r}\hat{D}\right)\hat{G}(r,r')=4\pi\hat{I}\delta(r-r'), \tag{13}$$

а $\hat{I}$—единичная матрица размерности 3х3. Следуя предложенному в [9] (см. также [10]) методу вычисления одночастичной функции Грина, заменим (13) интегральным уравнением Липпмана-Швингера

$$\hat{G}=\hat{G}^{(0)}(r,r';l)+\int\limits_0^\infty \hat{G}^{(0)}(r,x;l)\cdot\hat{V}(x;l)\cdot\hat{G}(x,r';l)dx \tag{14}$$

с «потенциалом»

$$\hat{V}(r;l)=\frac{1}{4\pi\varepsilon(r)}\frac{\partial\varepsilon}{\partial r}\hat{D}(r;l) \tag{15}$$

и вспомогательной функцией $\hat{G}^{(0)}$, удовлетворяющей более простому уравнению

$$\left(\hat{F}+\frac{\omega^2}{c^2}\varepsilon\hat{I}\right)\hat{G}^{(0)}(r,r')=4\pi\hat{I}\delta(r-r'). \tag{16}$$

Подстановкой (15) в (14) с учетом (16) можно убедиться, что (14) действительно является решением (13).

Таким образом, для вычисления электромагнитного поля зарядов необходимо сначала определить $\hat{G}^{(0)}$, а затем—решить уравнение Липпмана-Швингера (14).

Преобразованием подобия

$$\hat{\bar{F}}(l)=\hat{\chi}_l\cdot\hat{F}(l)\cdot\hat{\chi}_l^{-1}, \tag{17}$$

где

$$\hat{\chi}_l=\begin{pmatrix}\sigma_l, & 0\\ 0, & 1\end{pmatrix},\quad \hat{\sigma}_l=\frac{1}{\sqrt{2l+1}}\begin{pmatrix}\sqrt{l}, & \sqrt{l+1}\\ \sqrt{l+1}, & -\sqrt{l}\end{pmatrix}, \tag{18}$$

матрица $\hat{F}$ диагонализируется:

$$\hat{\bar{F}}=\mathrm{diag}(\Delta_{l-1},\ \Delta_{l+1},\ \Delta_l), \tag{19}$$

а (16) еще более упрощается:

$$\left(\hat{\bar{F}}+\frac{\omega^2}{c^2}\varepsilon\hat{I}\right)\hat{\bar{G}}^{(0)}=4\pi\hat{I}\delta(r-r'). \tag{20}$$

При этом

$$\hat{G}^{(0)}=\hat{\chi}_l\cdot\hat{\bar{G}}^{(0)}\cdot\hat{\chi}_l^{-1},\quad \hat{\chi}_l=\hat{\chi}_l^{-1},\quad \hat{\sigma}_l^2=\begin{pmatrix}1, & 0\\ 0, & 1\end{pmatrix}. \tag{21}$$

Решением (20) является

$$\hat{\bar{G}}^{(0)}=\mathrm{diag}(g_{l-1},\ g_{l+1},\ g_l), \tag{22}$$

где $g^l(r,r')$ удовлетворяют уравнению

$$\left(\Delta_l + \frac{\omega^2}{c^2}\varepsilon\right)g_l = 4\pi\delta(r-r'). \tag{23}$$

В (23) фигурирует $\partial^2 g_l/\partial r^2$, и поэтому g_l и $\partial g_l/\partial r$ должны быть непрерывными функциями при $r \neq r'$. Нахождение $g_l(r,r')$ не представляет особых трудностей. Детали расчетов и окончательное выражение для g_l приведены в [11]. Там же выведена новая формула суммирования для шаровых векторов, которая осталась незамеченной авторами [12].

Перейдем к решению (14). Подставив (1) в (15), получим

$$\hat{G}(r,r') = \hat{G}^{(0)}(r,r') + \sum_{k=1}^{n} \int_0^\infty \hat{G}^{(0)}(r,x) \cdot \hat{V}^{(k)}(x) \cdot \hat{G}(x,r')dx, \tag{24}$$

где

$$\hat{V}^{(k)}(r) = \frac{1}{4\pi\varepsilon(r)}(\varepsilon_k - \varepsilon_{k-1})\delta(r-r_k)\hat{D}(r). \tag{25}$$

Теперь рассмотрим систему уравнений

$$\hat{G}^{(1)} = \hat{G}^{(0)} + \int_0^\infty \hat{G}^{(0)} \cdot \hat{V}^{(1)} \cdot \hat{G}^{(1)}dx, \tag{26.1}$$

$$\hat{G}^{(2)} = \hat{G}^{(1)} + \int_0^\infty \hat{G}^{(1)} \cdot \hat{V}^{(2)} \cdot \hat{G}^{(2)}dx, \tag{26.2}$$

. . . .

$$\hat{G}^{(n)} = \hat{G}^{(n-1)} + \int_0^\infty \hat{G}^{(n-1)} \cdot \hat{V}^{(n)} \cdot \hat{G}^{(n)}dx. \tag{26.n}$$

Уравнение (26.2) умножим на $\hat{G}^{(0)}(y,r) \cdot \hat{V}^{(1)}(r)$ и проинтегрируем по r от нуля до бесконечности. После простых преобразований получим

$$\hat{G}^{(2)} = \hat{G}^{(0)}(r,r') + \int_0^\infty \hat{G}^{(0)}(r,x)[\hat{V}^{(1)}(x) + \hat{V}^{(2)}(x)]\hat{G}^{(2)}(x,r')dx. \tag{27}$$

Аналогичным образом из (26.3) и (27) находим

$$\hat{G}^{(3)} = \hat{G}^{(0)}(r,r') + \int_0^\infty \hat{G}^{(0)}(r,x)[\hat{V}^{(1)}(x) + \hat{V}^{(2)}(x) + \hat{V}^{(3)}(x)]\hat{G}^{(3)}(x,r')dx. \tag{28}$$

И так далее...

$$\hat{G}^{(n)} = \hat{G}^{(0)}(r,r') + \sum_{k=1}^{n} \int_0^\infty \hat{G}^{(0)}(r,y) \cdot \hat{V}^{(k)}(x) \cdot \hat{G}^{(n)}(x,r')dx. \tag{29}$$

Сравнивая (24) и (29), видим, что система зацепляющихся уравнений (26) позволяет определить искомую функцию Грина:

$$\hat{G}(r,r';l)=\hat{G}^{(n)}(r,r'l). \tag{30}$$

Идею подобного метода вычисления функции Грина мы заимствовали из [9].

Подставив (25) в (26), после преобразований (см. [11]) получим

$$\hat{G}^{(k)}(r,r';l)=\begin{pmatrix}\hat{\sigma}_l\hat{R}_l^{(k)}\hat{\sigma}_l, & 0\\ 0, & g_l\end{pmatrix}, \quad k=1,\ 2\ldots n, \tag{31}$$

где

$$\hat{R}_l^{(k)}(r,r')=\hat{R}_l^{(k-1)}(r,r')+\frac{\hat{R}_l^{(k-1)}(r,r_k)\cdot\hat{Q}_l(r_k,r')}{1-\mathrm{Sp}\hat{Q}_l(r_k,r_k)}, \tag{32}$$

$$\hat{R}_l^{(0)}=\mathrm{diag}(g_{l-1},g_{l+1}),$$

$$\hat{Q}_l(r_k,r')=\frac{\varepsilon_k^2-\varepsilon_{k-1}^2}{8\pi\varepsilon_k\varepsilon_{k-1}}\hat{\sigma}_l[\hat{\psi}_l(r)\hat{\sigma}_l\hat{R}_l^{(k-1)}(r,r')]_{r=r_k}, \tag{33}$$

$$\hat{\psi}_l(r)\equiv\begin{pmatrix}d(r), & -\frac{1}{r}\sqrt{l(l+1)}\\ 0, & 0\end{pmatrix}$$

—матрицы размерности 2x2,

$$d(r)=\frac{2}{r}+\frac{\varepsilon^{-1}(r_-)\frac{\partial}{\partial r_-}+\varepsilon^{-1}(r_+)\frac{\partial}{\partial r_+}}{\varepsilon^{-1}(r_-)+\varepsilon^{-1}(r_+)}, \quad r_\pm=r\pm 0. \tag{34}$$

n-кратно применяя рекуррентное соотношение (32), с помощью (31) можно вычислить функцию Грина $\hat{G}=\hat{G}^{(n)}$. Далее, подставив $\hat{G}$ в (12), можно вычислить электромагнитное поле

$$\mathrm{A}=\sum_{l=0}^{\infty}\sum_{m=-l}^{l}\sum_{\mu=1}^{3}A_\mu^{lm}(r)\mathrm{X}_{lm}^{(\mu)}(\Omega) \tag{35}$$

зарядов, движущихся произвольным образом в неоднородной сферически-симметрической среде. В частности, напряженность магнитного поля

$$\mathrm{H}=-\frac{1}{r}\sum_{lm}\left\{\sqrt{l(l+1)}A_3^{lm}\mathrm{X}_{lm}^{(1)}+\frac{\partial rA_3^{lm}}{\partial r}\mathrm{X}_{lm}^{(2)}+\left[\sqrt{l(l+1)}A_1^{lm}-\frac{\partial rA_2^{lm}}{\partial r}\right]\mathrm{X}_{lm}^{(3)}\right\}, \tag{36}$$

а напряженность электрического поля

$$\mathrm{E}=\frac{ic}{\omega\varepsilon}\sum_{lm}\left\{q^{lm}\mathrm{X}_{lm}^{(1)}+\left[\frac{\omega^2}{c^2}\varepsilon A_2^{lm}+\frac{1}{r}\sqrt{l(l+1)}b^{lm}\right]\mathrm{X}_{lm}^{(2)}+\frac{\omega^2}{c^2}\varepsilon A_3^{lm}\mathrm{X}_{lm}^{(3)}\right\}, \tag{37}$$

где

$$b^{lm}=\left(\frac{2}{r}+\frac{\partial}{\partial r}\right)A_1^{lm}-\frac{1}{r}\sqrt{l(l+1)}A_2^{lm},$$

$$q^{lm}=\frac{\omega^2}{c^2}\varepsilon A_1^{lm}+\frac{\partial b^{lm}}{\partial r}-\frac{1}{\varepsilon}\frac{\partial\varepsilon}{\partial r}b^{lm}=$$

$$=-\frac{4\pi}{c}j_1^{lm}+\frac{l(l+1)}{r^2}A_1^{lm}-\frac{1}{r^2}\sqrt{l(l+1)}\;\frac{\partial rA_2^{lm}}{\partial r} \tag{38}$$

(использовано уравнение (9) в случае $\mu=1$).

В волновой зоне, где доминирует поле излучения,

$$A_\mu^{lm}(r)\approx a_\mu^{lm}\frac{e^{i\lambda_n r}}{\lambda_n r},\quad \lambda_n=\frac{\omega}{c}\sqrt{\varepsilon_n} \tag{39}$$

(коэффициенты a_μ^{lm} определяются из соответствующего разложения (12)), и поэтому

$$\begin{aligned}\mathbf{H}&\approx\frac{1}{ir}e^{i\lambda_n r}\sum_{l=0}^{\infty}\sum_{m=-l}^{l}[a_3^{lm}\mathbf{X}_{lm}^{(2)}-a_2^{lm}\mathbf{X}_{lm}^{(3)}],\\ \mathbf{E}&\approx\frac{ie^{i\lambda_n r}}{r\sqrt{\varepsilon_n}}\sum_{l=0}^{\infty}\sum_{m=-l}^{l}[a_2^{lm}\mathbf{X}_{lm}^{(2)}+a_3^{lm}\mathbf{X}_{lm}^{(3)}].\end{aligned} \tag{40}$$

Как известно [7, 13], спектрально-угловое распределение интенсивности излучения за все время движения зарядов определяется формулой

$$\frac{dI}{d\omega d\Omega}=\frac{c}{\sqrt{\varepsilon_n}}\lim_{r\to\infty}r^2|\mathbf{H}(\mathbf{r},\omega)|^2=\frac{c}{\sqrt{\varepsilon_n}}|\mathbf{d}|^2. \tag{41}$$

В случае, если заряды совершают периодическое движение с циклической частотой ω_0, спектрально-угловое распределение интенсивности излучения на частоте $(\omega=k\omega_0)$ после усреднения по периоду движения зарядов определяется формулой

$$\frac{dI_k}{d\Omega}=\frac{c}{2\pi\sqrt{\varepsilon_n}}\lim_{r\to\infty}r^2|\mathbf{H}(\mathbf{r},k)|^2=\frac{c}{2\pi\sqrt{\varepsilon_n}}|\mathbf{d}|^2. \tag{42}$$

Вектор

$$\mathbf{d}=\sum_{l=0}^{\infty}\sum_{m=-l}^{l}[a_3^{lm}\mathbf{X}_{lm}^{(2)}-a_2^{lm}\mathbf{X}_{lm}^{(3)}]. \tag{43}$$

Его можно представить также в виде

$$\mathbf{d}=\sum_{l=0}^{\infty}\sum_{m=-l}^{l}[a_2^{lm}\mathbf{X}_{lm}^{(2)}+a_3^{lm}\mathbf{X}_{lm}^{(3)}]. \tag{44}$$

Наконец, интегрируя по углам и используя условия ортонормировки шаровых векторов, находим

$$\frac{dI}{d\omega}=\frac{c}{\sqrt{\varepsilon_n}}\sum_{l=0}\sum_{m=-l}^{l}[|a_2^{lm}(\omega)|^2+|a_3^{lm}(\omega)|^2], \tag{45.1}$$

$$I_k=\frac{c}{2\pi\sqrt{\varepsilon_n}}\sum_{l=0}^{\infty}\sum_{m=-l}^{l}[|a_2^{lm}(k)|^2+|a_3^{lm}(k)|^2]. \tag{45.2}$$

Слагаемые с $\mu=2$ соответствуют мультиполям электрического типа, а с $\mu=3$—мультиполям магнитного типа. Связанное с продольным шаровым вектором $X^{(1)}_{lm}$ поле не излучается.

В следующей части работы вычислена интенсивность излучения заряженной частицы, равномерно вращающейся вокруг диэлектрического шара, окруженного однородной средой. Выведены соответствующие формулы для нерелятивистской и релятивистской частиц, а также для шара малого радиуса. В частных случаях они совпадают с ранее известными результатами.

Авторы признательны проф. А. Р. Мкртчяну за ценные обсуждения и критические замечания.

ЛИТЕРАТУРА

1. **М. Л. Тер-Микаелян.** Влияние среды на электромагнитные процессы при высоких энергиях. Ереван, Изд. АН АрмССР, 1969.
2. **Г. М. Гарибян, Ян Ши.** Рентгеновское переходное излучение. Ереван, Изд. АН АрмССР, 1983.
3. **В. Л. Гинзбург, В. Н. Цытович.** Переходное излучение и переходное рассеяние. М., Наука, 1984.
4. **В. А. Базылев, Н. К. Жеваго.** Излучение быстрых частиц в веществе и во внешних полях.М., Наука, 1987.
5 **Г. А. Аскарьян.** ЖЭТФ, **29**, 388(1955).
6. **М. Р. Магомедов.** Изв. АН АрмССР, Физика **4**, 271(1969).
7. **Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц.** Электродинамика сплошных сред. М., Наука, 1982.
8. **В. Б. Берестецкий, Е. М. Лифшиц, Л. П. Питаевский.** Квантовая электродинамика, М., Наука, 1980.
9. **Y. Avishai, Y. B. Band.** Phys. Rev., A **40**, 5500 (1989).
10. **А. Боум.** Квантовая механика: основы и приложения. М., Мир, 1990.
11. **А. Р. Мкртчян, Л. Ш. Григорян, А. А. Саарян, С. Р. Арзуманян.** Препринт ИППФ-2-91, Ереван, 1991, 76 стр.
12. **В. Р. Белоусов, В. М. Набутовский.** ТМФ, **28**, 381(1976).
13 **Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц.** Теория поля. М., Наука, 1973.

ՇԵՐՏԱՎՈՐՎԱԾ ԿԵՆՏՐՈՆԱ-ՀԱՄԱՉԱՓ ՄԻՋԱՎԱՅՐՈՒՄ ԼԻՑՔԱՎՈՐՎԱԾ ՄԱՍՆԻԿՆԵՐԻ ՃԱՌԱԳԱՅԹՄԱՆ ՏԵՍՈՒԹՅԱՆ ՎԵՐԱԲԵՐՅԱԼ. I.

Ս. Ռ. ԱՐԶՈՒՄԱՆՅԱՆ, Լ. Շ. ԳՐԻԳՈՐՅԱՆ, Ա. Ա. ՍԱՀԱՐՅԱՆ

Հաշված է էլեկտրամագնիսական դաշտի Գրինի ֆունկցիան կամայական թվով ընդհանուր կենտրոնով և տարբեր դիէլեկտրիկ թափանցելիություններով կենտրոնա-համաչափ շերտերից բաղկացած միջավայրի համար։ Արտածված է բանաձև այդպիսի միջավայրում շարժվող մասնիկի ճառագայթման ինտենսիվության համար։

ON THE THEORY OF RADIATION OF CHARGED PARTICLES IN STRATIFIED SPHERICALLY-SYMMETRIC MEDIUM. I.

S. R. ARZUMANIAN, L. SH. GRIGORIAN, A. A. SAHARIAN

The Green function of the electromagnetic field is calculated for a medium consisting of an arbitrary number of spherically-symmetric layers having a common center and different permittivities. The formula is derived for the radiation intensity of charged particle moving in the such medium.

Известия НАН Армении, Физика, т. 30, № 3, с. 106—113 (1995)

УДК 537.87

К ТЕОРИИ ИЗЛУЧЕНИЯ ЗАРЯЖЕННЫХ ЧАСТИЦ В СЛОИСТОЙ СФЕРИЧЕСКИ-СИММЕТРИЧЕСКОЙ СРЕДЕ
II. О ЧАСТИЦЕ, ВРАЩАЮЩЕЙСЯ ВОКРУГ ДИЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ШАРА

С. Р. АРЗУМАНЯН, Л. Ш. ГРИГОРЯН, А. А. СААРЯН, Х. В. КОТАНДЖЯН

Институт прикладных проблем физики НАН Армении

(Поступила в редакцию 10 сентября 1994 г.)

Рассчитана интенсивность излучения заряженной частицы, с произвольной скоростью равномерно вращающейся вокруг диэлектрического шара, окруженного однородной средой. Выведены соответствующие предельные формулы для случаев нерелятивистской и релятивистской частиц, а также для шара малого радиуса. В частных случаях они совпадают с ранее известными результатами.

В [1] выведена формула для интенсивности излучения заряженной частицы в среде, состоящей из произвольного числа сферически-симметрических слоев с общим центром и разными диэлектрическими проницаемостями. В данной, второй части работы рассмотрен частный случай одного слоя: диэлектрический шар, окруженный однородной средой. В [2] изучено переходное излучение заряженной частицы на проводящем шаре. В [3] рассчитано излучение нерелятивистской частицы, равномерно вращающейся в вакууме вокруг диэлектрического шара. Нами вычислена интенсивность излучения частицы, с произвольной скоростью равномерно вращающейся вокруг диэлектрического шара.

Итак, рассмотрим шар с диэлектрической проницаемостью $\varepsilon=\varepsilon_0$, окруженный однородной средой с диэлектрической проницаемостью $\varepsilon=\varepsilon_1$ (магнитную проницаемость считаем равной 1). В сферической системе координат r, θ, φ с началом в центре шара

$$\varepsilon(r)=\varepsilon_0+(\varepsilon_1-\varepsilon_0)\theta(r-r_1), \tag{1}$$

где $\theta(x)$—ступенчатая функция. Имея функцию Грина (ФГ) электромагнитного поля, можно определить интенсивность излучения заряженной частицы, движущейся произвольным образом. Согласно [1] для вычисления ФГ $\hat{G}_l^{(1)}(r,r')$ нужно сначала определить вспомогательную функцию $g_l(r,r')$, задаваемую уравнением (I.23)*, и только после этого однократным применением рекуррентной формулы (I.32) вычислить $\hat{G}_l^{(1)}(r,r')$. Детали расчетов $g_l(r,r')$ приведены в [4] для случая произвольного числа вложенных друг в друга сферически-симметри-

*) Здесь и далее римская цифра I указывает на соответствующую формулу работы [1].

ческих слоев с общим центром и разными диэлектрическими проницаемостями. В данном случае мы имеем дело с шаром, окруженным однородной средой (одна граница), что значительно упрощает расчеты. В итоге приходим к следующему результату:

$$g_l(r,r') = -\frac{4\pi r'^2}{r_1^2 a_l^{(12)}} P_l(r,r'), \tag{2}$$

где

$$P_l(r,r'\leqslant r_1) = \begin{cases} j_l(\lambda_0 r) b_l^{(1)}(r') & \text{при } r\leqslant r' \\ b_l^{(1)}(r) j_l(\lambda_0 r') & \text{при } r'\leqslant r\leqslant r_1 \\ h_l^{(1)}(\lambda_1 r) j_l(\lambda_0 r') & \text{при } r\geqslant r_1 \end{cases}, \tag{3.1}$$

$$P_l(r,r'\geqslant r_1) = \begin{cases} j_l(\lambda_0 r) h_l^{(1)}(\lambda_1 r') & \text{при } r\leqslant r_1 \\ b_l^{(2)}(r) h_l^{(1)}(\lambda_1 r') & \text{при } r_1\leqslant r\leqslant r' \\ h_l^{(1)}(\lambda_1 r) b_l^{(2)}(r') & \text{при } r\geqslant r' \end{cases}, \tag{3.2}$$

$$\frac{b_l^{(1)}(r)}{i\lambda_0 r_1^2} = a_l^{(11)} j_l(\lambda_0 r) + a_l^{(12)} h_l^{(1)}(\lambda_0 r),$$

$$\frac{b_l^{(2)}(r)}{i\lambda_1 r_1^2} = a_l^{(21)} j_l(\lambda_1 r) - a_l^{(22)} h_l^{(1)}(\lambda_1 r), \tag{3.3}$$

$$\|a_l^{ik}\| = \begin{vmatrix} h_l^{(1)}(\lambda_0 r_1) \underline{h_l^{(1)}(\lambda_1 r_1)}, & -j_l(\lambda_0 r_1) \underline{h_l^{(1)}(\lambda_1 r_1)} \\ -j_l(\lambda_0 r_1) \underline{h_l^{(1)}(\lambda_1 r_1)}, & j_l(\lambda_0 r_1) \underline{j_l(\lambda_1 r_1)} \end{vmatrix}.$$

В (3) $j_l(x)$ и $h_l^{(1)}(x)$ – сферические функции Бесселя и Ханкеля I рода [5,6],

$$\lambda_l = \frac{\omega}{c}\sqrt{\varepsilon_l}, \quad \underline{a(\alpha r) b(\beta r)} = a\cdot\frac{\partial b}{\partial r} - \frac{\partial a}{\partial r}\cdot b. \tag{4}$$

Заметим, что $g_l(r,r')$ является непрерывной функцией r и r'. В случае однородной среды $\varepsilon=\text{const}$, и поэтому $g_l(r,r')$ принимает вид:

$$g_l(r,r') = -4\pi i\lambda r'^2 \begin{cases} j_l(\lambda r) h_l^{(1)}(\lambda r') & \text{при } r\leqslant r' \\ j_l(\lambda r') h_l^{(1)}(\lambda r) & \text{при } r\geqslant r'. \end{cases} \tag{5}$$

Используя (2), по фрмулам (3.31) и (1.32) можно вычислить $\hat{G}_l^{(1)}(r,r')$. После преобразований (см. [4]) приходим к выражению

$$\hat{G}_l^{(1)}(r,r') = -4\pi\frac{r'^2}{r_1^2}\begin{bmatrix} \hat{\sigma}_l \hat{\Phi}_l^{(1)}(r,r')\hat{\sigma}_l, & 0 \\ 0, & \underline{P_l}(r,r') \end{bmatrix}, \tag{6}$$

в котором

$$\hat{\Phi}_l(r,r') = \hat{K}_l[P_l(r,r')] + \gamma_l K_l[P_l(r,r_1)]\cdot\hat{\chi}_l\cdot\hat{V}_l(r'),$$

$$\hat{K}_l(x_l) = \begin{bmatrix} x_{l-1}, & 0 \\ 0, & x_{\underline{l+1}} \end{bmatrix}, \quad \underline{f_l} = f_l/a_l^{(12)}, \tag{7}$$

$$\hat{\sigma}_l = \frac{1}{\sqrt{2l+1}}\begin{pmatrix} \sqrt{l}, & \sqrt{l+1} \\ \sqrt{l+1}, & -\sqrt{l} \end{pmatrix}, \quad \hat{\chi}_l = \begin{pmatrix} l, & -\sqrt{l(l+1)} \\ \sqrt{l(l+1)}, & -(l+1) \end{pmatrix}.$$

$\gamma_l(r_1)$ можно представить в виде

$$\gamma_l=\frac{1/\varepsilon_0-1/\varepsilon_1}{lz_{l-1}+(l+1)z_{l+1}}, \quad (8)$$

где

$$z_\nu=\frac{j_\nu(\lambda_0 r_1)\frac{\lambda_1}{\varepsilon_1}h_l^{(1)}(\lambda_1 r_1)-\frac{\lambda_0}{\varepsilon_0}j_l(\lambda_0 r_1)h_\nu^{(1)}(\lambda_1 r_1)}{j_\nu(\lambda_0 r_1)\lambda_1 h_l^{(1)}(\lambda_1 r_1)-\lambda_0 j_l(\lambda_0 r_1)h_\nu^{(1)}(\lambda_1 r_1)}, \quad (9)$$

а

$$\hat{V}_l(r)=\lambda_0 j_l(\lambda_0 r_1)\hat{K}_l[h(\lambda_1 r)] \quad (10)$$

для интересующего нас случая $r'>r_1$. Электромагнитное поле, созданное произвольным током, определяется формулой (1.12). Подставив (6) в это выражение, получим:

$$(2l+1)\frac{cr_1^2}{4\pi}\begin{vmatrix}A_1^{lm}(r)\\A_2^{lm}(r)\end{vmatrix}=\left[\begin{matrix}lu_{l-1}+(l+1)u_{l+1}\\\sqrt{l(l+1)}(u_{l-1}-u_{l+1})\end{matrix}\right]^{lm}_{(r;1)}+$$

$$+\left|\begin{matrix}\sqrt{l(l+1)}(u_{l-1}-u_{l+1})\\(l+1)u_{l-1}+lu_{l+1}\end{matrix}\right]^{lm}_{(r;2)}+\gamma(r_1)\{lB_{l-1}^{lm}(1)-(l+1)B_{l+1}^{lm}(1)+$$

$$+\sqrt{l(l+1)}[B_{l-1}^{lm}(2)+B_{l+1}^{lm}(2)]\}\times\left[\begin{matrix}lP_{\underline{l-1}}+(l+1)P_{\underline{l+1}}\\\sqrt{l(l+1)}(P_{\underline{l-1}}-P_{\underline{l+1}})\end{matrix}\right|_{(r,r_1)}, \quad (11)$$

$$A_3^{lm}=\frac{4\pi}{cr_1^2}\int\limits_0^\infty P_{\underline{l}}(r,r')j_3^{lm}(r')r'^2dr'.$$

Здесь

$$u_{l_1}^{lm}(r,\mu)=\int\limits_0^\infty P_{\underline{l_1}}(r,r')j_\mu^{lm}(r')r'^2dr',$$

$$B_{l_1}^{lm}(\mu)=\lambda_1 h_l^{(1)}(\lambda_1 r_1)\int\limits_0^{r_1-0}j_{\underline{l_1}}(\lambda_0 r_1')j_\mu^{lm}(r')r'^2dr'+$$

$$+\lambda_0 j_l(\lambda_0 r_1)\int\limits_{r_1+0}^\infty h_{\underline{l_1}}^{(1)}(\lambda_1 r')j_\mu^{lm}(r')r'^2dr'+ \quad (12)$$

$$+\frac{1}{2}r_1^2\sigma_\mu^{lm}(r_1)[j_{\underline{l_1}}(\lambda_0 r_1)\lambda_1 h_l^{(1)}(\lambda_1 r_1)+\lambda_0 j_l(\lambda_0 r_1)h_{\underline{l_1}}^{(1)}(\lambda_1 r_1)],$$

а

$$\sigma_\mu^{lm}(r_1)=\int\limits_{r_1-0}^{r_1+0}j_\mu^{m}(r')dr' \quad (13)$$

—плотность поверхностных токов.

Имея $A_\mu^{lm}(r)$, по формулам (1.36), (1.37) можно определить напряженность электромагнитного поля в любой точке пространства. Интенсивность соответствующего излучения определяется формулами (1.45). Входящие в эти выражения величины a_μ^{lm} определяются из условия равенства (11) выражению (1.39) в волновой зоне.

Теперь обсудим нашу основную задачу—определение интенсивности излучения заряженной частицы, равномерно вращающейся по окружности (радиуса R) вокруг диэлектрического шара (радиуса r_1). В [7] исследован случай вакуума: $\varepsilon_0=\varepsilon_1=1$ (синхротронное излучение). Случай однородной среды изучен в [8]. В [3] рассчитана интенсивность излучения в двух предельных случаях: (i) нерелятивистская частица, вращающаяся вокруг диэлектрического шара, и (ii) частица, вращающаяся вблизи идеально проводящего шара ($R\approx r_1$). Мы обобщим эти результаты на случай произвольных ε_0, ε_1 и $R(>r_1)$.

Плотность тока частицы можно представить в виде

$$\mathbf{j}=\frac{1}{R^2}qv\mathbf{e}_\varphi\delta(r-R)\delta\left(\theta-\frac{\pi}{2}\right)\delta(\varphi-\omega_0 t), \tag{14}$$

где q—заряд частицы, v—ее скорость, а ω_0—циклическая частота вращения. В (14) система координат ориентирована так, что плоскость вращения частицы определяется равенством $\theta=\frac{\pi}{2}$.

Используя разложение

$$\delta(\varphi)=\frac{1}{2\pi}\sum_{k=-\infty}^{\infty} e^{ik\varphi}, \tag{15}$$

без особого труда можно определить $j_\mu^{lm}(r,k)$. Подставив найденные значения для j_μ^{lm} в (11)—(13), с учетом (3.2) получим:

$$\begin{bmatrix} A_1^{lm}(r) \\ A_2^{lm}(r)\end{bmatrix}=4\pi\delta_{km}\frac{qv\beta_{k1}^l}{cr_1^2(2l+1)}\left[\sqrt{\frac{l+1}{l}},\ \ -\sqrt{\frac{l}{l+1}}\right]\begin{bmatrix}\sigma_l^- h_{l-1}^{(1)}(\lambda_1 r)\\ \sigma_l^+ h_{l+1}^{(1)}(\lambda_1 r)\end{bmatrix}, \tag{16}$$

$$A_3^{lm}(r)=4\pi\delta_{km}\frac{qv\beta_{k2}^l b_l^{(2)}(R)}{cr_1^2\sqrt{l(l+1)}a_l^{(12)}}h_l^{(1)}(\lambda_1 r),$$

где

$$\beta_{k1}^l=-ikY_{lk}\left(\frac{\pi}{2},0\right),\quad \beta_{k2}^l=\frac{d}{dx}Y_{lk}(x,0)\Big|_{x=\frac{\pi}{2}},$$

$$a_{l-1}^{(12)}\sigma_l^-\equiv b_{l-1}^{(2)}(R)+lS_l(r_1,R)j_{l-1}(\lambda_0 r_1), \tag{17}$$

$$a_{l+1}^{(12)}\sigma_l^+\equiv b_{l+1}^{(2)}(R)-(l+1)S_l(r_1,R)j_{l+1}(\lambda_0 r_1),$$

$$S_l(r,R)\equiv\lambda_0 j_l(\lambda_0 r)\gamma_l(r)[h_{l-1}^{(1)}(\lambda_1 R)+h_{l+1}^{(1)}(\lambda_1 R)],$$

$Y_{lm}(\theta,\varphi)$ —сферические гармоники. После этого с помощью разложения [5, 9]

$$h_l^{(1)}(x)\approx(-i)^{l+1}\frac{e^{ix}}{x}\quad \text{при } x\gg l \tag{18}$$

можно убедиться в том, что в волновой зоне (16) сводится к (1.39), и определить тем самым коэффициенты a_{μ}^{lm}. Подставив найденные значения a_{μ}^{lm} в (1.42) и (1.45.2), найдем интенсивность излучения частицы на k-ой гармонике:

$$\frac{dI_k}{d\Omega}=2\frac{q^2v^2}{cr_1^4\sqrt{\varepsilon_1}}\left|\sum_{n=0}^{\infty}(-1)^n[\eta_{lk2}(n)X^{(2)}_{k+2n,k}(\theta,0)+i\eta_{lk3}(n)X^{(3)}_{k+2n+1,k}(\theta,0)]\right|^2, \quad (19.1)$$

$$I_k=2\frac{q^2v^2}{cr_1^4\sqrt{\varepsilon_1}}\sum_{n=0}^{\infty}(|\eta_{lk2}(n)|^2+|\eta_{lk3}(n)|^2), \quad (19.2)$$

$X_{lm}^{(\mu)}$—приведены в (1.6). Амплитуда

$$\eta_{lk2}(n)=k\psi_l(2)P_l^k(0)\sqrt{\frac{(l-k)!}{l(l+1)(2l+1)(l+k)!}},\quad l=k+2n \quad (20)$$

описывает вклад мультиполей электрического типа, а

$$\eta_{lk3}(n)=\psi_l(3)\left.\frac{dP_l^k(x)}{dx}\right|_{x=0}\sqrt{\frac{(2l+1)(l-k)!}{l(l+1)(l+k)!}},\quad l=k+2n+1 \quad (21)$$

—мультиполей магнитного типа. Множители $\psi_l(\mu)$ равны

$$\psi_l(2)=(l+1)\sigma_l^- - l\sigma_l^+=(l+1)\psi_{l-1}(3)-l\psi_{l+1}(3)+$$
$$+\lambda_0 l(l+1)\gamma_l(r_1)j_l(\lambda_0r_1)[j_{l-1}(\lambda_0r_1)+j_{l+1}(\lambda_0r_1)][h^{(1)}_{l-1}(\lambda_1R)+h^{(1)}_{l+1}(\lambda_1R_1)], \quad (22)$$

$$\psi_l(3)=b_l^{(2)}(R)=i\lambda_1r_1^2\left[j_l(\lambda_1R)-\frac{\alpha_l}{i+\alpha_l}h_l^{(1)}(\lambda_1R)\right],$$

$$\alpha_l=j_l(\lambda_0r_1)j_l'(\lambda_1r_1)/j_l(\lambda_0r_1)n_l(\lambda_1r_1),$$

где $n_l(x)$ —сферическая функция Неймана порядка l [5, 10], γ_l приведена в (8), (9).

В случае однородной среды ($\varepsilon_0=\varepsilon_1=\varepsilon$) формулы (19) переходят (см. [4]) в выражения для $dI_k/d\Omega$ и I_k, приведенные в [7, 11] (см. также (26), (27)). Обсудим другие предельные случаи.

Рассмотрим частицу, вращающуюся с нерелятивистской, но достаточно большой скоростью:

$$z_l=k\frac{v}{c}\sqrt{\varepsilon_l}\ll 1,\quad l=0,1. \quad (23)$$

В этом случае излучаются мультиполи только электрического типа, а формулы (19) принимают вид

$$\frac{dI_k}{d\Omega}=\frac{(q\omega_0z_1k)^2}{2\pi c\sqrt{\varepsilon_1}(2^kk!)^2}(z_1\sin\theta)^{2k-2}\cdot(1+\cos^2\theta)\Delta_k^2, \quad (24.1)$$

$$I_k\approx\frac{2k(k+1)}{(2k+1)!}\frac{q^2\omega_0^2}{c\sqrt{\varepsilon_1}}z_1^{2k}\Delta_k^2. \quad (24.2)$$

Влияние диэлектрического шара учитывается множителем Δ_k^2:

$$\Delta_k = 1 + \frac{(\varepsilon_1 - \varepsilon_0)k}{\varepsilon_0 k + \varepsilon_1(k+1)} \left(\frac{r_1}{R}\right)^{2k+1}, \quad r_1 < R. \tag{25}$$

Как и следовало ожидать, при $\varepsilon_0 \to \varepsilon_1$ или $r_1 \to 0$ формулы (24) переходят в соответствующие выражения для однородной среды с $\varepsilon = \varepsilon_1$, так как $\Delta_k \to 1$. Выражение (24.1) при $\varepsilon_1 = 1$ получено в [3].

Теперь рассмотрим случай частицы, вращающейся с произвольной скоростью вокруг шара малого радиуса: $y = r_1/R \ll 1$. В пределе $y = 0$ (однородная среда с диэлектрической проницаемостью ε_1) интенсивность излучения на k-ой гармонике

$$I_k^{(0)}(\varepsilon_1) = I_{k2}^{(0)}(\varepsilon_1) + I_{k3}^{(0)}(\varepsilon_1), \tag{26}$$

где вклады мультиполей электрического (2) и магнитного (3) типов определяются выражениями

$$I_{k2}^{(0)}(\varepsilon) = 2\frac{q^2\omega_0^2}{c\sqrt{\varepsilon}} k^2 \sum_{n=0} \frac{(2l+1)(l-k)!}{l(l+1)(l+k)!} [P_l^k(0)]^2 [zj_l(z)]'^2; \quad l = k+2n,$$

$$I_{k3}^{(0)}(\varepsilon) = 2\frac{q^2\omega_0^2}{c\sqrt{\varepsilon}} z^2 \sum_{n=0} \frac{(2l+1)(l-k)!}{l(l+1)l+k)!} \left[\left.\frac{dP_l^k(x)}{dx}\right|_{x=0}\right]^2 j_l^2(z); \quad l = k+2n+1. \tag{27}$$

При наличии шара появляется малая добавка

$$I_k \approx I_k^{(0)} + I_k^{(1)}; \quad I_k^{(1)} = 4\frac{q^2\omega_0^2(\varepsilon_1 - \varepsilon_0)k(z_1 y)^{2k+1}}{c\sqrt{\varepsilon_1}[k\varepsilon_0 + (k+1)\varepsilon_1](2k)!} [z_1 j_k(z_1)]'[z_1 n_k(z_1)]'. \tag{28}$$

Если наряду с $y \ll 1$ также удовлетворяется условие (23), то выражение для $I_k^{(1)}$ упрощается:

$$I_k^{(1)} \approx 4\frac{q^2\omega_0^2}{c\sqrt{\varepsilon_1}} \frac{k^2(k+1)(\varepsilon_1 - \varepsilon_0) z_1^{2k} y^{2k+1}}{[k\varepsilon_0 + (k+1)\varepsilon_1](2k+1)!}. \tag{29}$$

Эта формула получается также из (24.2) при $y \ll 1$.

В заключение обсудим случай релятивистской частицы, предполагая

$$\varepsilon_0 \approx \varepsilon_1 \approx \varepsilon; \quad \beta_l = \frac{v}{c}\sqrt{\varepsilon_l} \approx 1; \quad y = \frac{r_1}{R} \approx 1 \tag{30}$$

для упрощения расчетов. В этом случае, как известно [7, 11], основная часть излучения приходится на гармоники с $k \gg 1$. После ряда преобразований (см. [4]) формула (19.2) принимает следующий вид:

$$I_k \approx \frac{4q^2\omega_0^2}{\pi c\sqrt{\varepsilon}} \left(\frac{k}{2}\right)^{1/3} (F_1 + F_2), \tag{31}$$

где

$$F_1 = \int_0^\infty |u(x+\alpha_1) - \sigma(\tau_0, \tau_1) w(x+\alpha_1)|^2 \sqrt{x}\, dx,$$

$$F_2=\int_0^{\infty}|u'(x+\alpha_1)-\sigma(\tau_0,\tau_1)w'(x+\alpha_1)|^2\frac{dx}{\sqrt{x}}, \tag{32}$$

$$\tau_i=x+\alpha_i+\left(\frac{k}{2}\right)^{2/3}\left(1-\frac{r_1^2}{R^2}\right),\quad \alpha_i=\left(\frac{k}{2}\right)^{2/3}\left(\frac{v^2}{c^2}\varepsilon_i\right),$$

$$\sigma(x_1,x_2)\equiv\frac{u(x_1)u(x_2)}{u(x_1)\overline{w(x_2)}},\quad w(x)=u_1(x)+iu(x),$$

а

$$u(x)=\sqrt{\pi}\,\mathrm{Ai}(x),\quad u_1(x)=\sqrt{\pi}\,\mathrm{Bi}(x)$$

—пара линейно независимых функций Эйри (обозначения [10]). В случае однородной среды (31) преобразованиями сводится к

$$I_k\approx-\frac{2q^2\omega_0^2}{c\sqrt{\pi\varepsilon}}k^{1/3}\left[u'(a)+\frac{a}{2}\int_a^{\infty}u(x)dx\right] \tag{33}$$

с

$$a=k^{2/3}(1-\beta^2),\qquad \beta=\frac{v}{c}\sqrt{\varepsilon}. \tag{34}$$

Интересно, что при незначительном отличии r_1 от R даже в случае $\varepsilon_0\neq\varepsilon_1$

$$\sigma\sim e^{-\frac{2}{3}k(1-r_1^2/R^2)^{3/2}}\approx 0, \tag{35}$$

и поэтому (31) вновь сводится к (33) с $\varepsilon=\varepsilon_1$ независимо от R. При $a>0(\beta<1)$ формула (33) еще более упрощается и после перехода к непрерывному спектру $\omega=k\omega_0$ сводится к

$$\frac{dI}{d\omega}=\frac{\sqrt{3}q^2\omega_0}{2\pi c\sqrt{\varepsilon(1-\beta^2)}}\Phi\left(\frac{\omega}{\omega_c}\right), \tag{36}$$

где

$$\omega_c=\frac{3\omega_0}{2(1-\beta^2)^{3/2}},\quad \Phi(z)=z\int_z^{\infty}K_{5/3}(x)dx, \tag{37}$$

$K_{5/3}(x)$ —функция Макдональда [10]. Для случая вакуума формула (36) выведена в [7]. Если $a<0(\beta>1$, черенковское излучение), то после пересчета на единицу пройденного пути

$$\frac{1}{v}\sum_{\beta^2>1}I_k=\int J(\omega)d\omega, \tag{38}$$

получим

$$J(\omega)=\frac{q^2}{c^2}\omega\left(1-\frac{1}{\beta^2}\right)(1-f), \tag{39}$$

где функция

$$\sqrt{\pi} f \approx \frac{2}{|a|} u'(-|a|) + \int_{-\infty}^{-|a|} u(x)dx \tag{40}$$

учитывает интерференцию излучения. Для больших $|a|$ (этот случай исследован в [8]) f мало. В пределе $f=0$ (прямолинейное движение) (39) переходит в известную формулу Черенкова [12].

Авторы признательны проф. А. Р. Мкртчяну за ценные обсуждения и критические замечания.

ЛИТЕРАТУРА

1. **С. Р. Арзуманян, Л. Ш. Григорян, А. А. Саарян.** Изв. НАН Армении, Физика, 30, №3, 99(1990).
2. **Г. А. Аскарьян.** ЖЭТФ, 23, 2200(1953).
3. **М. Р. Магомедов.** Изв. АН АрмССР, Физика, 4, 271(1969).
4. **А. Р. Мкртчян, Л. Ш. Григорян, А. А. Саарян, С. Р. Арзуманян.** Препринт ИППФ-2-91, Ереван, 1991, 76 стр.
5. **Г. Корн, Т. Корн.** Справочник по математике. М., Наука, 1977.
6. **Г. Н. Ватсон.** Теория Бесселевых функций, ч. 1, М., ИЛ, 1949.
7. **Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц.** Теория поля. М., Наука, 1973.
8. **K. Kitao.** Progr. Theor. Phys., 23, 759 (1960).
9. **Дж. Джексон.** Классическая электродинамика. М., Мир, 1965.
10. Справочник по специальным функциям. М., Наука, 1979.
11. **А. А. Соколов, И. М. Тернов.** Релятивистский электрон. М., Наука, 1983.
12. **И. М. Франк.** Излучение Вавилова-Черенкова. Вопросы теории. М., Наука, 1988.

ՇԵՐՏԱՎՈՐՎԱԾ ԿԵՆՏՐՈՆԱ-ՀԱՄԱՉԱՓ ՄԻՋԱՎԱՅՐՈՒՄ ԼԻՑՔԱՎՈՐՎԱԾ ՄԱՍՆԻԿՆԵՐԻ ՃԱՌԱԳԱՅԹՄԱՆ ՏԵՍՈՒԹՅԱՆ ՎԵՐԱԲԵՐՅԱԼ. II.ԴԻԷԼԵԿՏՐԻԿ ԳՆԴԻ ՇՈՒՐՋԸ ՊՏՏՎՈՂ ՄԱՍՆԻԿ

Ս. Ռ. ԱՐԶՈՒՄԱՆՅԱՆ, Լ. Շ. ԳՐԻԳՈՐՅԱՆ, Ա. Ա. ՍԱՀԱՐՅԱՆ, Խ. Վ. ՔՈԹԱՆՋՅԱՆ

Հաշված է համասեռ միջավայրով շրջապատված դիէլեկտրիկ գնդի շուրջը կամայական արագությամբ հավասարաչափ պտտվող լիցքավորված մասնիկի ճառագայթման ինտենսիվությունը։ Արտածված են համապատասխան սահմանային բանաձևեր ոչ ռելյատիվիստիկ և ռելյատիվիստիկ մասնիկների, ինչպես նաև փոքր շառավիղ ունեցող գնդի դեպքերում։ Մասնավոր դեպքերում բանաձևերը համընկնում են նախկինում հայտնի արդյունքների հետ։

ON THE THEORY OF RADIATION OF CHARGED PARTICLES IN STRATIFIED SPHERICALLY-SYMMETRIC MEDIUM II. A PARTICLE ROTATING ROUND A DIELECTRIC SPHERE

S. R. ARZUMANIAN, L. SH. GRIGORIAN, A. A. SAHARIAN, KH. V. KOTANJIAN

The radiation intensity of a charged particle, uniformly rotating with an arbitrary velocity round a dielectric sphere surrounded by a homogeneous medium, is calculated. The corresponding limiting formulas are derived for non-relativistic and relativistic particles as well as for a sphere of small radius. In particular cases these formulas coincide with previously known results.

Известия НАН Армении, Физика, т. 30, № 3, с. 114—122 (1995)

УДК 535:621.373.8:539

СТАЦИОНАРНЫЕ СОСТОЯНИЯ АТОМА В ИНТЕНСИВНОМ ПОЛЕ ВСТРЕЧНЫХ ВОЛН

А. Ж. МУРАДЯН

НПО «Лазерная техника» при ЕГУ

(Поступила в редакцию 18 марта 1994 г.)

Рассмотрены стационарные состояния двухуровневого атома в квантованном и классическом полях интенсивных встречных волн. Вычислены энергетический спектр и волновые функции системы. Получено, что в стационарных состояниях число фотонов во встречных волнах определяется скоростью атома. Наиболее важным результатом является расчет энергетического спектра квантовомеханического движения атома в поле встречных волн с учетом основного механизма энергообмена между атомом и встречными волнами—многофотонной квантовой отдачи. Показано, что расстояние между энергетическими уровнями с точностью постоянного коэффициента равно квадратному корню от произведения глубины периодического потенциала на энергию квантовой отдачи.

Система «резонансный атом (молекула) в интенсивном поле встречных волн» является одной из основных систем в лазерной физике. Хорошо известно, что эта система описывает лазерный резонатор, распределенную обратную связь, некоторые методы лазерной спектроскопии сверхвысокого разрешения, динамическое рассеяние атомов светом и так далее.

Стационарные состояния атома в резонансном поле встречных волн, образующих стоячую волну, детально рассмотрены в квазиклассическом приближении, когда атом описывается квантовомеханически ,а поле—классически [1—5]. На первый взгляд, может показаться, что учет фотонного характера поля (вторичное квантование) не может внести существенно нового в картину взаимодействия данной системы, поскольку хорошо известно из обычных курсов квантовой электродинамики, что вторичное квантование дает поправки порядка $1/n$, где n есть общее число фотонов. Но следует принять во внимание, что этот вывод относится к процессам с фиксированным числом фотонов, участвующих в акте взаимодействия (например, одно- или двухфотонное поглощение). В рассматриваемой же системе основным механизмом энергообмена между полем и поступательным движением атома является квантовая отдача, порядок (степень) которой растет прямо пропорционально интенсивности (числу фотонов) внешнего поля [6, 7], и поэтому вопрос о вкладе фотонного характера поля требует отдельного рассмотрения.

В настоящей работе изучаются стационарные состояния вышеуказанной системы. Получено, в частности, что система может находиться в стационарном состоянии только при определенном соотношении средних чисел фотонов во встречных волнах. В случае неподвижного атома числа фотонов должны равняться. Дано объяснение этого результата, особенно важного для проблемы долговременного оптического охлаждения атомов .В работе выведено также элементарное выражение для расстояния между энергетическими уровнями атома, движущегося в квантованном поле встречных волн.

Гамильтониан системы в приближении вращающейся волны может быть записан в виде [8]

$$H=\frac{\hbar\omega_0}{2}\sigma_3-\frac{\hbar^2}{2M}\frac{\partial^2}{\partial z^2}+\hbar\omega(c_1^+c_1+c_2^+c_2)+\hbar(\beta_1c_1^+e^{-ikz}+\beta_2c_2^+e^{ikz})\sigma_-+$$
$$+\hbar(\beta_1^*c_1e^{ikz}+\beta_2^*c_2e^{-ikz})\sigma_+, \tag{1}$$

где ω_0, ω — частоты оптического перехода и поля соответственно, $k=\omega/c$, M — масса атома, c_i^+ и c_i — операторы рождения и уничтожения фотонов в первой и второй волне ($i=1,2$), $\sigma_\pm=\sigma_1\pm i\sigma_2$, σ_j ($j=1, 2, 3$) — матрицы Паули, $\beta_{1,2}$ — постоянные взаимодействия (при отсутствии поляризационных явлений они связаны с дипольным моментом перехода d соотношением $|\beta_1|=|\beta_2|=\beta=d\sqrt{2\pi\omega/\hbar V}$, где V — объем квантования). Первый член в (1) представляет внутреннюю энергию изолированного атома, второй — его кинетическую энергию, третий — собственную энергию фотонного поля встречных волн, а последние два члена представляют энергию резонансного взаимодействия. С гамильтонианом (1) коммутируют операторы $\sigma^2=\sigma_1^2+\sigma_2^2+\sigma_3^2$, $\eta=c_1^+c_1+c_2^+c_2\sigma_3/2$ [8] и $\theta=|\beta_2|^2c_1^+c_1+|\beta_1|^2c_2^+c_2-\beta_1^*\beta_2c_2^+c_1-\beta_1\beta_2^*c_1^+c_2$ [9] (в случае неподвижного атома). Первая пара этих операторов представляет общий „момент" двухуровневого атома и число „возбуждений" в системе. Последний оператор удобно назвать „интерференционным", что будет обосновано в пункте I.

Волновую функцию удобно искать в виде

$$\psi=\sum_{s=-n_2}^{n_1}\{\binom{0}{1}a_s(t)|n_1-s>|n_2-s>+\binom{1}{0}b_s(t)|n_1-s-1>|n_2+s>e^{ikz}\}\times$$
$$\times\exp\left[-\frac{i}{\hbar}\left(\frac{p^2}{2M}+n\hbar\omega-\frac{\hbar\omega_0}{2}\right)t+\frac{i}{\hbar}(P+2s\hbar k)z\right] \tag{2}$$

с искомыми амплитудами $a_s(t)$ и $b_s(t)$, которые в стационарных условиях должны быть представлены в виде

$$a_s(t)=a_s\exp\left(-\frac{i}{\hbar}\lambda t\right),\qquad b_s(t)=b_s\exp\left(-\frac{i}{\hbar}\lambda t\right). \tag{3}$$

Параметры n_1, n_1 и P в (2) есть число фотонов в отдельных волнах и импульс атома до взаимодействия, а матрицы $\binom{0}{1}$ и $\binom{1}{0}$ представляют изолированный атом в основном и возбужденном состояниях. Суммированию по s соответствует возможность переизлучения s фотонов из одной волны в другую с одновременным приобретением атомом импульса отдачи $2s\hbar k$.

После стандартных преобразований получается следующая система уравнений:

$$\left(\frac{\lambda}{\hbar}-s\hbar k-\frac{2\hbar k^2 s^2}{M}\right)a_s=\beta_1\sqrt{n_1-s}\,b_s+\beta_2\sqrt{n_2-s}\,b_{s-1}, \tag{4}$$

$$\left(\frac{\lambda}{\hbar}-\varepsilon-(2s+1)kv-\frac{\hbar k^2(2s+1)^2}{2M}\right)b_s=\beta_1^*\sqrt{n_1-s}\,a_s+\beta_2^*\sqrt{n_2+s+1}\,a_{s\pm1} \tag{5}$$

($\varepsilon=\omega_0-\omega$ —расстройка резонанса), которая в общем случае не решается аналитическими методами. Поэтому рассмотрим частные случаи, по возможности полно раскрывающие физическое содержание задачи. Прежде, чем рассмотреть их, заметим, что члены в скобках, пропорциональные k, представляют допплеровское смещение частоты, а члены, пропорциональные k^2—квантовую отдачу.

1. Неподвижные атомы

В случае неподвижного атома члены, описывающие допплеровское смещение частоты и отдачу, отсутствуют. Подставляя в этом приближении (5) в (4) и вводя новые амплитуды

$$\alpha_s=\left(\frac{\beta_1\beta_2^*}{\beta_1^*\beta_2}\right)^{\frac{s}{2}}\frac{a_s}{\sqrt{(n_1+s)!(n_2-s)!}}, \tag{6}$$

получаем следующее разностное уравнение:

$$[\lambda(\lambda-\hbar\varepsilon)-\hbar n\beta^2]\alpha_s=\hbar^2\beta^2[(n_2-s+1)\alpha_{s+1}+(n_2+s+1)\alpha_{s-1}]. \tag{7}$$

Обычно число фотонов в пучках очень велико ($n_{1,2}\gg1$) Поэтому амплитуды можно представить как медленные функции от s и разложить $\alpha_{s\pm1}$ в ряд Тейлора. Сохранив члены до $d^2\alpha_s/ds^2$, нетрудно получить

$$\frac{d^2\alpha(x)}{dx^2}-2x\frac{d\alpha(x)}{dx}+\left(2n-\frac{\lambda(\lambda-\hbar\varepsilon)}{\hbar^2\beta^2}\right)\alpha(x)=0, \tag{8}$$

где $x=\sqrt{\frac{2}{n}}\left(s-\frac{n_2-n_1}{2}\right)$, $n=n_1+n_2$. Граничное условие „$\alpha(x)$ не растет быстрее некоторой степени x при $|x|\to\infty$ $(n\to\infty)$" дает следующий спектр для энергии взаимодействия:

$$\lambda_m=\frac{\hbar\varepsilon}{2}\left(1\mp\sqrt{1+8\beta^2(n-m)/\varepsilon^2}\right), \tag{9}$$

где $m=0,\ 1,\ \ldots,\ n$. Верхний знак соответствует атому основного состояния, нижний знак—возбужденного состояния.

Соответствующие волновые функции представляются через полиномы Эрмита:

$$a_s^{(m)}=\left(\frac{\beta_1^*\beta_2}{\beta_1\beta_2^*}\right)^{\frac{s}{2}}\frac{c_m}{\sqrt{(n_1+s)!\,(n_2-s)!}}H_m(x) \qquad (10)$$

и обладают следующим свойством симметрии: $|a_s^{(m)}|=|a_{n_2-n_1-s}^{(m)}|$.

Энергетический спектр (9) может быть получен также другим путем. С помощью хорошо известных математических преобразований уравнение (8) представляется в виде уравнения для вырожденных гипергеометрических функций, линейно независимые решения которого $\alpha_s^{(1)}=F(\gamma,\frac{1}{2};x^2)$ и $\alpha_s^{(2)}=x\,F(\gamma+\frac{1}{2},\frac{3}{2};\,x^2)$, где $\gamma=\frac{1}{4}\lambda(\lambda-\hbar\varepsilon)-$ $-2n$. В этом представлении при условии $x=0$ (т.е. при $s=\frac{n_2-n_1}{2}$, соответствующем условию равного числа фотонов во встречных пучках) решения $\alpha_s^{(1)}$ и $\alpha_s^{(2)}$ равняются 1 и 0 соответственно безотносительно значения энергии λ. Такая зависимость реализуется только, если $\gamma=4l$ или $\gamma=4l+2$ ($l=0,\ 1,\ 2,\ \ldots$). Первое условие дает энергетический спектр (9) для четных m, второе—для нечетных m. А решения $\alpha_s^{(1)}$ и $\alpha_s^{(2)}$ при этом образуют собственные функции системы (10) при четных и нечетных m соответственно.

Амплитуды возбуждения состояний $b_s^{(m)}$ определяются подстановкой (10) в (5).

Квантовый энергетический спектр не является эквидистантным и заполняет некий интервал значений. Запишем также квазиклассическое выражение энергии взаимодействия и сопоставим с квантованным

$$\lambda_{\text{кв. кл}}=\frac{\hbar\varepsilon}{2}\left(1\mp\sqrt{1+\xi+\xi\cos 2kz}\right), \qquad (11)$$

где $\xi=2d^2E_f^2/\hbar^2\varepsilon^2$ есть безразмерный параметр интенсивности, E_f—амплитуда поля. Квазиклассическая энергия также заполняет некий интервал значений, но, естественно, непрерывным образом. Каждой энергии квантовомеханического движения соответствует определенное значение атомной координаты Z (определенная разность между фазами противоположно распространяющихся волн). Аналогичное фазовое объяснение образования спектра может быть использовано также в квантовом случае: хотя фаза каждой из квантованных встречных волн неопределенная, разность фаз имеет определенные значения [10]. Классическому фазовому (интерференционному) параметру $\cos 2kz$ в (11) соответствует квантовый параметр $1-2m/n$ в (9). Именно это дает основание назвать оператор θ интерференционным.

Вычисление средних чисел фотонов $\bar{n}_1=\langle c_1^+\ c_1\rangle$ и $\bar{n}_2=\langle c_2^+\ c_2\rangle$ с помощью волновых функций (2) дает результат $\bar{n}_1\simeq\bar{n}_2$. Равенство становится точным при пренебрежении вероятностью возбуждения атома. Это равенство связано с тем, что частота (вероятность в единицу времени) W_{12} вынужденного переизлучения фотонов из первой волны во вторую не равна частоте W_{21} обратного процесса. Например, в теории возмущений $W_{12}^{(s)}=\beta^2|\varepsilon|^{-1}\sqrt{(n_1+s)(n_2-s+1)}$, $W_{21}^{(s)}=\beta^2\cdot|\varepsilon|^{-1}\sqrt{(n_2-s)\cdot(n_1+s+1)}$ и соответственно $W_{12}\gtrless W_{21}$ при $n_1+sn_2\gtrless -s$. Общее время выравнивания средних чисел фотонов (образования стационарного состояния) будет $(n_2>n_1)$

$$\tau=\sum_{s=1}^{s_m}(W_{21}^{(s)}-W_{12}^{(s)})^{-1}\simeq\frac{|\varepsilon|}{\beta^2}\sum_{s=1}^{s_m}\frac{2\sqrt{(n_2-s)(n_1+s)}}{n_2-n_1-2s},\quad s_m=\left[\frac{n_2-n_1}{2}\right]. \tag{12}$$

При классическом описании поля $W_{12}=W_{21}$ и исчезает необходимость условия $\bar{n}_1=\bar{n}_2$ при образовании стационарных состояний.

2. Учет многофотонного допплеровского смещения частоты

Возможные стационарные состояния могут быть изучены также с учетом допплеровского смещения частоты, если выбрать большие расстройки резонанса. При этом число фотонов не обязательно большое. Тогда можно в скобке с левой стороны уравнения (5) оставить только член $-\varepsilon$ и определенный таким образом bs подставить в (4):

$$\left(\frac{\lambda}{\hbar}-2skv\right)a_s=-\frac{\beta^2}{\varepsilon}\left[\sqrt{(n_1-s)(n_2+s+1)}\,a_{s+1}+\sqrt{(n_1-s+1)(n_2+s)}\,a_{s-1}\right], \tag{13}$$

где $v=p/M$—начальная скорость атома.

Вводя новые амплитуды $A_s=a_s[(n_1-s)!(n_2+s)!]^{-1/2}$, уравнение (13) преобразуется в

$$\left(\frac{\lambda}{\hbar}-2skv\right)A_s=-\frac{\beta^2}{\varepsilon}[(n_2+s+1)A_{s+1}+(n_1-s+1)A_{s-1}]. \tag{14}$$

Для решения этого уравнения введем производящую функцию $\varphi(x)=\sum_{s=-n_2}^{n_1}x^s\cdot A_s$, для которой на основе (14) получаем следующее полиномиальное решение:

$$\varphi_m(x)=C_m x^{-n_2}(x-x_1)^m(x-x_2)^{n-m}, \tag{15}$$

где $x_{1,2}=-(kv\varepsilon/\beta^2)\pm\sqrt{(kv\varepsilon/\beta^2)^2+1}$. Искомые амплитуды $A_s^{(m)}$ определяются через $\varphi_m(x)$ с помощью обратного преобразования:

$$A_s^{(m)}=(-1)^{n_1+s}c_m m!(n-m)!\sum_{r=0}^{n_2+s}\frac{x_1^{m-r}x_2^{n_1-m-s+r}}{r!(n_2+s-r)!(m-r)!(n_1-m-s+r)!}. \tag{16}$$

Соответствующие собственные значения энергии

$$\lambda_m=\hbar kv(n_1-n_2)+\hbar(2m-n)\sqrt{k^2v^2+\beta^4/\varepsilon^2}. \tag{17}$$

Заметим, что при отключении взаимодействия $(\beta\to 0)$ полная энергия системы $E_m\to-\frac{\hbar\omega_0}{2}+n\hbar\omega+\frac{P^2}{2M}+2\hbar kv(m-n_2)$. Учитывая, что квантовая отдача не была учтена, энергия может быть записана в виде $E_m \to -\frac{\hbar\omega_0}{2} + n\hbar\omega + \frac{[P+2\hbar k(m-n_2)]^2}{2M}$. Из этого выражения может показаться, что p есть квазимпульс атома в квантованном поле стоячей волны. В действительности ограниченность чисел $m-n_2$ $(-n_2 \leqslant m-n_2 < n_1)$ делает невозможным применение понятия Бриллюэновских зон и концепции квазимпульса в обычном виде. Такая концепция может быть применена только в классическом пределе $n_{1,2} \to \infty$.

Выражение (17) показывает, что в рассматриваемом приближении расстояние между энергетическими уровнями определяется параметром $\sqrt{k^2v^2+\beta^4/\varepsilon^2}$, определяющим также частоту регулярных временных осцилляций в амплитуде многофотонной отдачи атома [11].

Амплитуды (16) могут быть представлены с помощью гипергеометрических полиномов Якоби:

$$A_s^{(m)} = (-1)^{n_2+s+m} 2^{n_2+s} (1-q)^{m-n_2-s} (1+q)^{n_1-m-s} P_{n_2+s}^{(m-n_2+s,\ n_1-m-s)}(q), \tag{18}$$

где $q = kv/\sqrt{k^2v^2+\beta^4/\varepsilon^2}$, и имеют следующие свойства симметрии: $|A_s^{(m)}(q)| = |A_s^{(n-m)}(-q)| = |A^{(m)}_{n_1-n_2-s}(-q)|$.

Представляет интерес зависимость амплитуды от числа переброшенных фотонов s при разных значениях энергетического квантового числа m. Монотонная зависимость имеет место только при граничных значениях $m=0,n$. Чем больше удаляется m от этих значений, тем значительнее осцилляции (см. рисунок).

Зависимость $A_s^{(m)}$ от s при $v=0$ симметричная, откуда также следует указанное в предыдущем пункте равенство $\bar{n}_1 = \bar{n}_2$. Но при $v \neq 0$ распределение становится несимметричным и, соответственно, стационарные состояния формируются при неравных числах фотонов в волнах. Причем с увеличением скорости v «центр тяжести» распределения движется к краям области определения s. Несимметричность распределения обусловлена влиянием эффекта Допплера на вероятности W_{12} и W_{21}. Каждой начальной скорости соответствует свое значение средних чисел фотонов (интенсивностей) во встречных волнах. Это означает, что если атомный пучок попадает в поле встречных волн, то система не будет находиться в стационарном состоянии, пока число фотонов не будет приближаться к своим стационарным равновесным значениям. В частности, стоячая волна со стопроцентной модуляцией не может обеспечить стационарное состояние для поступательного движения атома при $v \neq 0$.

3. Учет многофотонной квантовой отдачи

Хорошо известна важная роль квантовой отдачи в проблеме взаимодействия света с веществом. Поэтому особенную ценность имеют те редкие случаи, когда удается получить аналитические результаты с учетом отдачи. В рассматриваемой системе такие результаты могут быть получены, если наряду с выбором больших расстроек

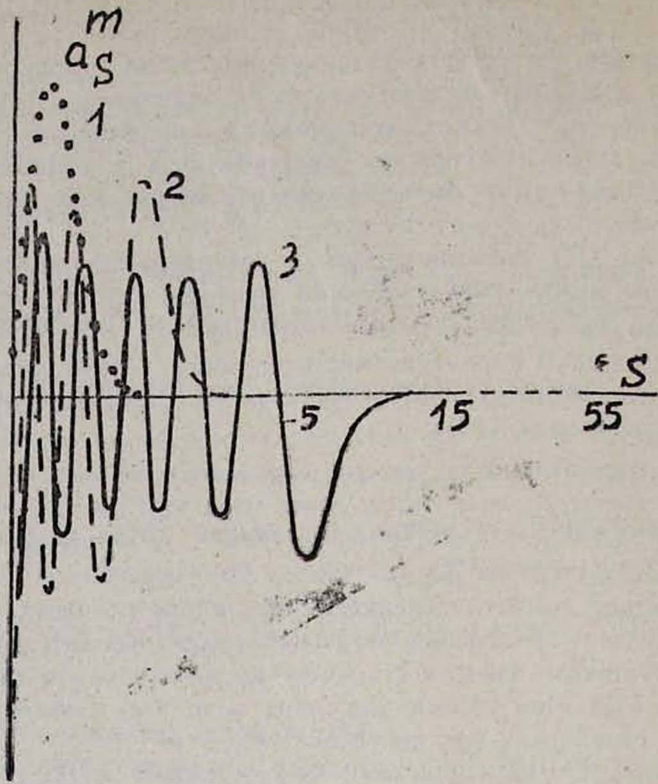


Рис. 1. Амплитуда когерентной многофотонной отдачи в зависимости от числа фотонов, переброшенных из одной волны в другую при организации стационарных состояний. Значения параметров системы: $n_1=55$, $n_2=45$ ($n=100$). $x_1=0{,}24$, $x_2=-4{,}24$ ($\varepsilon>0$), $m=0$ (кривая 1), 5 (2), 10 (3).

резонанса перейти к классическому пределу поля, при котором в коэффициентах правых сторон уравнений (4), (5) пренебрегается зависимостью от s. Исключая сперва амплитуды b_s и используя метод тейлоровского разложения (см. пункт 1), для искомых амплитуд получим уравнение

$$\frac{d^2a_s}{ds^2}+(h_1s^2+h_2s+h_3)a_s=0, \qquad (20)$$

с постоянными $h_1=-\frac{2\hbar k^2\varepsilon}{M\beta^2\sqrt{n_1n_2}}$, $h_2=-\frac{2pk\varepsilon}{M\beta^2\sqrt{n_1n_2}}$, $d_3=\Big[\lambda+\frac{\hbar\beta^2(n_1+n_2)}{\varepsilon}\Big]\frac{\varepsilon}{\hbar\beta^2\sqrt{n_1n_2}}$. После преобразования $a_s=A(y)\exp\left(-\nu s^2+\frac{h_2}{4\nu}s\right)$, где $\nu=\frac{k}{2}(\hbar\varepsilon/M\beta^2\sqrt{n_1n_2})^{1/2}$, $y=\sqrt{\frac{\nu}{2}}(s-h_2/8\nu^2)$, легко получить следующее уравнение для новой искомой функции

$$A''(y)-2yA'(y)+\frac{1}{32\nu^3}(h_2^2-16\nu^2(h_3-2\nu))A(y)=0. \qquad (21)$$

Собственные значения этого уравнения определяют энергетический спектр системы

$$\lambda_m=U_{min}-(2m+1)\sqrt{E_{отд}\cdot U}, \qquad (22)$$

где $U_{min}=\hbar\beta^2(n_1+n_2)/\varepsilon$ и $U_0=4\hbar\beta^2\sqrt{n_1 n_2}/\varepsilon$ – минимальное значение и глубина периодического потенциала поля, $E_{отд}=\hbar^2k^2/2M$ – энергия отдачи.

Собственные функции (21) определяют амплитуды состояний (волновые функции) системы:

$$a_s^{(m)}=c_m H\left(\left(\frac{E_{отд}}{U}\right)^{1/4}\left(s-\frac{p}{2\hbar k}\right)\right)\exp\left(-2\sqrt{\frac{E_{отд}}{U}}s^2-\sqrt{\frac{p^2/2M}{U}}s\right), \qquad (23)$$

где коэффициенты c_m определяются из условия нормировки.

Таким образом, поступательное движение атома в интенсивном поле встречных волн квантовано линейно, а расстояние между энергетическими уровнями определяется только глубиной потенциала и энергией отдачи

$$\Delta E=2\sqrt{E_{отд}\cdot U}. \qquad (24)$$

В умеренных и интенсивных лазерных полях, для которых может быть применена развитая теория, $\Delta E\gg E_{отд}$.

ЛИТЕРАТУРА

1. **W. E. Lamb.** Phys. Rev., **134**, A1429 (1964).
2. **С. Г. Раутиан, И. И. Собельман.** ЖЭТФ, **44**, 934 (1963).
3. **H. Kogelnik, C. V. Shank.** Appl. Phys. Lett., **18**, 152 (1971).
4. **В. С. Летохов, В. П. Чеботаев.** Принципы нелинейной лазерной спектроскопии. М., Наука, 1975.
5. **С. Стенхольм.** Основы лазерной спектроскопии. М., Мир, 1987.
6. **А. Ж. Мурадян.** Изв. АН АрмССР, Физика, **10**, 361 (1975).
7. **R. G. Cook, A. F. Bernhardt.** Phys. Rev. A., **18**, 2533 (1978).
8. **А. Л. Микаелян, М. Л. Тер-Микаелян, Ю. Г. Турков.** Твердотельные оптические генераторы. М., Сов. Радио, 1967.
9. **А. Ж. Мурадян.** Кандидатская диссертация. Ереван, 1979.
10. **Н. В. Карлов.** Лекции по квантовой электронике. М., Наука, 1983.
11. **A. Zh. Muradyan.** Opt. Commun., **69**, 41 (1988).

ԱՏՈՄԻ ՍՏԱՑԻՈՆԱՐ ՎԻՃԱԿՆԵՐԸ ՀԱՆԴԻՊԱԿԱՑ ԱԼԻՔՆԵՐԻ ԻՆՏԵՆՍԻՎ ԴԱՇՏՈՒՄ

Ա. Ժ. ՄՈՒՐԱԴՅԱՆ

Ստացված են «ատոմ—հանդիպակած ալիքների քվանտացված դաշտ» համակարգի էներգետիկ սպեկտրը և ալիքային ֆունկցիաները։ Ստացիոնար վիճակներում ֆոտոնների թվերը հանդիպակած ալիքներում դառնում են ինքնահամաձայնեցված ատոմի նախնական արագության

հետ։ Որոշվել է ատոմի համընթաց շարժման էներգետիկ սպեկտրը, հաշվի առնելով հանդի պակած ալիքների դաշտում ատոմի բազմաֆոտոն հետհարվածի հնարավորությունը։ էներգե տիկ մակարդակների միջև եղած հեռավորությունը հավասար է պոտենցիալի խորության ատոմի հետհարվածի էներգիայի արտադրյալի քառակուսի արմատի կրկնապատիկին։

STATIONARY STATES OF AN ATOM IN THE INTENSE FIELD OF COUNTERPROPAGATING WAVES

A. ZH. MURADYAN

Energy spectrum and wave functions of the system «atom+quantized field of coun terpropagating waves» are calculated. It is obtained that in the stationary states the mea numbers of photons in the counterpropagating waves are consistent with the atom velo city. Energy spectrum of the translational motion of atom is obtained, including the pos sibility of the atom multiphoton recoil. The distance between the energy levels is deter mined by the square root from the product of the dept parameter and recoil energy.

Известия АН Армении, Физика, т. 30, № 3, с. 123—128 (1995)

УДК532.516

ПЕРЕОРИЕНТАЦИЯ ДИРЕКТОРА НЕМАТИЧЕСКОГО ЖИДКОГО КРИСТАЛЛА РЕГУЛЯРНЫМ КОНВЕКТИВНЫМ ДВИЖЕНИЕМ, ОБУСЛОВЛЕННЫМ ДАВЛЕНИЕМ ВТОРОГО ПРИБЛИЖЕНИЯ АКУСТИЧЕСКОЙ ВОЛНЫ

Р. С. АКОПЯН, Л. Р. ХОСРОВЯН, Ю. С. ЧИЛИНГАРЯН

Ереванский государственный университет

(Поступила в редакцию 2 марта 1994 г.)

Рассмотрена задача о возбуждении регулярных конвективных движений в нематическом жидком кристалле под действием силы радиационного давления акустической волны с пространственно-периодическим поперечным распределением интенсивности. Гидродинамические потоки обусловливают переориентацию директора жидкого кристалла. Эффект можно легко зарегистрировать благодаря большой оптической анизотропии жидкого кристалла.

1. Введение

Акустооптические явления в жидких кристаллах (ЖК) исследованы довольно детально как теоретически, так и экспериментально (см., например, монографию [1]). Особенность акустических явлений в ЖК по сравнению с жидкостями или твердыми кристаллами связана с уникальным сосуществованием у них свойств твердого тела и изотропной жидкости: жидкий красталл, подобно твердому кристаллу, испытывает действие дестабилизирующего вращающего момента, порождаемого деформацией макроструктуры слоя в звуковой волне, а из-за относительно небольшой вязкости, присущей ему как жидкости, это воздействие приводит к переориентации ансамбля молекул. Благодаря значительной анизотропии оптических свойств ЖК любое превращение макроструктуры слоя легко фиксируется оптически.

Существует множество механизмов взаимодействия акустических волн с нематическими ЖК (НЖК). Среди них наиболее близкими к экспериментальным ситуациям являются модели, рассмотренные в работах [2, 3]. В первой работе предполагается, что единичный вектор в направлении преимущественной ориентации молекул НЖК— директор переориентируется гидродинамическими течениями, возникающими под действием радиационного давления ультразвуковой волны. Как было показано в работе [4], механизм, предложенный в [2], хорошо согласуется с экспериментальными результатами, однако нужно обеспечить отсутствие взаимодействия ультразвуковой волны с подложками ячейки НЖК.

Механизм, предложенный в [3], состоит в том, что звуковая волна возбуждает колебательное движение границ ячейки. Последнее приводит к продольным колебаниям частиц жидкости. Средние по времени силы, пропорциональные произведению скоростей продольных колебаний и скорости сжатия, вызывают стационарное течение жидкости, градиенты скорости которого по толщине слоя приводят к повороту молекул НЖК.

Недавно в работах [5, 6] теоретически предсказана и экспериментально подтверждена возможность возбуждения сильных конвективных движений в жидкостях как с двумя жесткими границами, так и с одной свободной границей. Эффект обусловлен радиационным давлением акустической волны с пространственно-периодической структурой распределения интенсивности. Обнаруженный эффект позволил визуализировать распределение интенсивности акустической волны милливаттной мощности в поперечном сечении пучка.

В настоящей работе решена задача о принудительном создании регулярных конвективных гидродинамических движений в НЖК под действием радиационного давления акустической волны с периодическим поперечным распределением интенсивности. Механизм возбуждения состоит в следующем. Две интерферирующие звуковые волны частично поглощаются ЖК, приводя к пространственно периодическому распределению радиационного давления, действующего на частицы НЖК. Эти силы вызывают стационарные конвективные движения жидкости, градиенты скорости которых приводят к повороту молекул НЖК. В отсутствие акустических волн помещенный между скрещенными поляризаторами НЖК непрозрачен для световой волны, нормально падающей на слой. При переориентации директора НЖК в слое возникают обыкновенные и необыкновенные световые волны и, как следствие этого, поле зрения периодически по слою просветляется.

2. Основные уравнения и граничные условия

Рассмотрим гомеотропно ориентированный слой ($n_0=e_z$) НЖК толщиной L. Пусть ось z направлена (единичный вектор e_z) перпендикулярно к слою ячейки. Начало координат выберем на нижней границе ячейки с НЖК. На слой падают две плоские акустические волны с одинаковыми частотами и интенсивностями I_0, образуя интерференционную картину интенсивности $I=2I_0(1+\cos kx)$. Здесь $\mathbf{k}=|\mathbf{k}_2-\mathbf{k}_1|$, $\mathbf{k}_1$ и $\mathbf{k}_2$—волновые векторы волн, лежащие в плоскости (x, e). Поглощение звука внутри НЖК приводит к возникновению „акустической силы“, действующей на единицу объема в плоскости слоя

$$\mathbf{F}=\mathbf{e}_z\frac{2I_0}{c}\alpha(1+\cos kx). \qquad (1)$$

Здесь c—скорость звука в среде, α—коэффициент поглощения по интенсивности. Выше мы считаем поглощение слабым: $\alpha L\ll 1$. Гидродинамическая задача сводится к нахождению пространственного распределения скорости потока в озвучиваемом объеме из решения известного уравнения Навье-Стокса, описывающего поведение обычной изотропной жидкости, с учетом тех особенностей, которые вносит НЖК (анизотропия вязкости, связь между направлением потока и ориентацией молекул). Для нашего случая это распределение таково, что в пределах максимума интерференционной картины поток направлен преимущественно вдоль оси от излучателя, а в пределах минимума— в обратном направлении.

Понятно, что в рассматриваемой геометрии можно считать $d/dy=0$ и $v_y=0$. Тогда линеаризованная система стационарных уравнений Навье-Стокса с учетом «акустической силы» имеет вид:

$$\eta_2 \Delta v_x - \alpha_5 \frac{d^2 v_x}{dx^2} - \frac{\partial p}{dx} = 0,$$

$$\eta_1 \Delta v_z + (\alpha_1 + \alpha_5) \frac{d^2 v_z}{dz^2} - \frac{\partial p}{dz} = -F. \tag{2}$$

Здесь η_1, η_2—коэффициенты вязкости НЖК, α_i—коэффициенты Лесли, p—давление жидкости. Эти уравнения нужно решать с учетом условия несжимаемости: $\operatorname{div} \mathbf{v} = 0$. Наличие стационарного течения приводит к переориентации директора НЖК от его невозмущенного состояния $\varphi_0=0$. Считая переориентацию φ малой, линеаризованное стационарное уравнение, описывающее баланс моментов сил упругости, действующих на директор, запишем в виде:

$$K_1 \frac{d^2\varphi}{dx^2} + K_3 \frac{d^2\varphi}{dz^2} - \alpha_2 \frac{d\varphi_x}{dz} - \alpha_3 \frac{d\varphi_z}{\partial x} = 0, \tag{3}$$

где K_1, K_3—коэффициенты упругости Франка для НЖК. Приведенные уравнения нужно решать совместно с граничными условиями жесткого сцепления молекул со стенками ячейки: $\mathbf{v}(z=0,L)=0$, $\varphi(z=0,\ L)=0$.

3. Акустооптическая переориентация НЖК

Решение системы имеет пространственно-периодический вид по координате x:

$$v_x = V_x(z)\sin kx,\quad v_z = V_z(z)\cos kx,$$

$$p = p_1 \cos kx + 2\frac{I_0}{c}\alpha z,\qquad \varphi = \Phi(z)\sin kx. \tag{4}$$

Как видно, z-компонента скорости и давление совпадают по фазе с распределением интенсивности звука, а x-компонента и переориентация имеют фазовый сдвиг.

Система уравнений для $V_x(z)$. $V_z(z)$ и $\Phi\ (z)$ имеет вид

$$\frac{d^4 V_z}{dz^4} - b_1 k^2 \frac{d^2 V_z}{\partial z^2} + b_2 k^4 V_z = b_2 k^4 W, \tag{5a}$$

$$V_x = -\frac{1}{k}\frac{dV_z}{dz}, \tag{5б}$$

$$\frac{d^2\Phi}{dz^2} - \frac{K_1}{K_3}k^2\Phi + \frac{\alpha_2}{K_3 k}\frac{d^2V_z}{dz^2} + \frac{\alpha_3 k}{K_3}V_z = 0. \tag{5в}$$

Здесь введены обозначения:

$$b_1 = (\eta_1 - \alpha_5 + \eta_2)/\eta_2, \quad b_2 = (\eta_1 + \alpha_1 + \alpha_5)/\eta_2, \quad W = 2\alpha I_0 \eta_2 b_2 c k^2.$$

Решение этой системы с учетом вышеуказанных граничных условий можно записать в виде

$$V_z(z) = W(1 + C_1E_1 + C_2/E_1 + C_3E_2 + C_4/E_2), \tag{6а}$$

$$\Phi(z) = \frac{\alpha_3}{K_2 k} W[n_1E_3 + n_2/E_3 + B_4^2/B_3^2 + (B_4^2 + B_1^2)\,(C_1E_1 + C_2/E_1)/(B_3^2 - B_1^2) +$$

$$+ (B_4^2 + B_2^2)\,(C_3E_2 + C_4/E_2)/(B_3^2 - B_2^2)], \tag{6б}$$

где введены следующие обозначения:

$$B_{1,2} = \frac{1}{\sqrt{2}}\sqrt{b_1 \pm \sqrt{b_1^2 - 4b_2}}, \quad B_3 = \sqrt{K_1/K_3}, \quad B_4 = \sqrt{\alpha_3/\alpha_2},$$

$C_1 = -B_2([2B_1(1 + 1/e_1) + (B_2 - B_1)\,(1/(e_1e_2) + e_2) - (B_1 + B_2)\,(e_2/e_1 + 1/e_2)]/[8B_1B_2 + (B_1 - B_2)^2\,(e_1e_2 + 1/(e_1e_2)) - (B_1 + B^2)^2\,(e_1/e_2 + e_2/e_1)]$, $C_2 = C_1e_1$, $C_3 = B_1(e_1 - 1)C_1/(B_2(1 - e_2))$, $C_4 = e_2C_3$, $e_i = \exp(B_iKL)$, $h_1 = (-1 + 1/e_3)n/(e_3 - 1/e_3)$, $h = B_4^2/B_3^2 + (B_4^2 + B_1^2)\,(C_1 + C_2)/(B_3^2 - B_2^2) + (B_4^2 + B_2^2)\,(C_3 + C_4)/(B_3^2 - B_2^2)$, $h_2 = h_1e_3$, $E_i = \exp(B_ikz)$ $(i = 1 \div 4)$.

Численные исследования полученных выражений (6) проведем на примере МББА, для которого $\eta_1 = 0{,}24\pi$, $\eta_2 = 1{,}03\pi$, $\alpha_1 = 0{,}065\pi$, $\alpha_2 = -0{,}77\pi$, $\alpha_3 = -0{,}012\pi$, $\alpha_5 = 0{,}46\pi$, $K_1 = 6 \cdot 10^{-7}$ дин, $K_3 = 7{,}5 \cdot 10^{-7}$ дин.

Из симметрии задачи следует, что функции $V_z(z)$ и $\Phi(z)$ симметричны относительно центра слоя $z = L/2$, а функция $V_x(z)$ антисимметричная. Поэтому при $z = L/2$ функции $V_z(z)$ и $\Phi(z)$ достигают максимального значения, а $V_x(z = L/2) = 0$. Точка максимумов $(z = z_1)$ x компоненты скорости от значений $z_1 = L/4$ и $z_1 = 3L/4$ приближается к границам ячейки при увеличении kL. Указанные максимумы сильно зависят от параметров L, k и αL. Зависимости этих максимумов от k при фиксированных L и αL показаны на рис. 1а, 1в, 2а. Графики нормированы относительно их наибольших значений по k:

$$V_z^{max}(z = L/2) \approx 0{,}02\,W(kL)^2 \sim L(\alpha L), \text{ при } kL = 5;$$

$$V_x^{max}(z = z_1) \approx 0{,}014\,W(kL)^2 \sim L(\alpha L), \text{ при } kL = 3{,}5;$$

$$\Phi^{max}(z = L/2) \approx 0{,}003\,W\alpha_2k^2L^3/K_3 \sim L^2(\alpha L), \text{ при } kL = 2{,}5.$$

Зависимости $V_z(z = L/2)$, $V_x(z = z_1)$, $\Phi(z = L/2)$ от L при фиксированных k и αL показаны на рис. 1б, 1г, 2б. Эти функции от L достигают максимального значения по L:

$$V_z^{max}(z = L/2) \approx 0{,}115\,WkL \sim \frac{\alpha L}{k}, \text{ при } kL = 7;$$

$$V_x^{max}(z-z_1) \approx 0{,}06\,WkL \sim \frac{\alpha L}{k}, \text{ при } kL=5;$$

$$\Phi^{max}(z=L/2) \approx 0{,}035\,W\alpha_2 L/K_3 \sim \frac{\alpha L}{k^2}, \text{ при } kL=4{,}5.$$

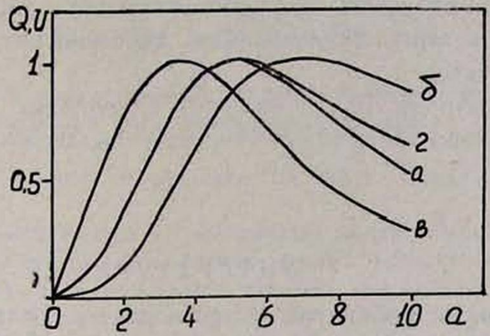


Рис. 1 Функциональные зависимости $Q=V_z(z=L/2)$ от $a=kL$ при фиксированных L и αL (а), k и αL (б); максимума x—компоненты скорости $U=V_x(z_1)$ по z от a при фиксированных L и αL (в), k и αL (г).

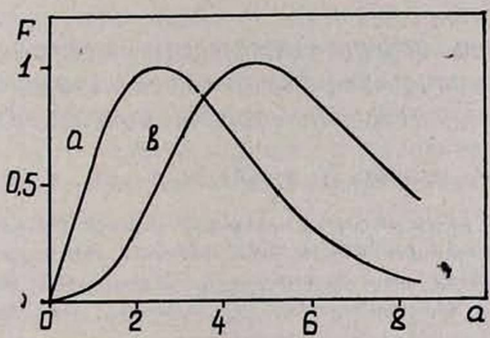


Рис. 2. Функциональные зависимости угла переориентации директора в центре ячейки с НЖК $F=\Phi(z=L/2)$ от $a=kL$ при фиксированных L и αL (а), k и αL (б).

Для численных оценок примем $\alpha \approx 5$ см$^{-1}$, $L=10^{-2}$ см. Оптическими методами можно легко регистрировать поворот директора на угол $\Phi \sim 10^{-2}$ рад. А для этого необходимы мощности акустической волны $I_0 \sim 10^{-2}$ Вт/см^2. Таким образом, приведенный анализ рассмотренного физического механизма, ответственного за появление дестабилизирующего момента при периодическом сжатии слоя НЖК в звуковой волне, показывает, что поворот молекул обусловлен градиентами скорости акусто-гидродинамических потоков. Возникновение этих потоков связано с взаимодействием скоростей сжатия слоя в звуковой волне и скорости смещения в продольной волне, распространяющейся вдоль слоя при наличии свободных границ или при неоднородном сжатии слоя. При экспериментальной реализации рассмотренного эффекта, однако, нужно учесть зависимость от пространственной неоднородности звукового поля, от температуры, толщины образца и типа ЖК. Тем не менее, экспериментальная регистрация эффекта позволит осуществить визуализацию акустических полей с милливатными мощностями.

Один из авторов (Р. С. Акопян) благодарит Армянскую профессиональную ассоциацию за финансовую поддержку научной деятельности.

ЛИТЕРАТУРА

1. **А. П. Капустин, О. А. Капустина.** Акустика жидких кристаллов. М., Наука, 1986г.
2. **S. Nagai, A. Peters, S. Candau.** Rev. Phys. Appl., **12**, № 1, 21 (1977).
3. **Е. Н. Кожевников.** ЖЭТФ, **82**, № 1, 161 (1982).
4. **M. Witkowska-Borysewicz, A. Sliwinski.** J. Physique, **44**, № 3, 411 (1983).
5. **Р. С. Акопян, Р. Б. Алавердян, Ю. С. Чилингарян.** Изв. АН АрмССР, Физика, **22**, вып. 6, 335 (1987).
6. **Р. С. Акопян, Р. Б. Алавердян, Ю. С. Чилингарян.** Акустический журнал, **34**, вып. 2, 336 (1988).

ԱԿՈՒՍՏԻԿ ԱԼԻՔԻ ԵՐԿՐՈՐԴ ՄՈՏԱՐԿՄԱՆ ՃՆՇՈՒՄՈՎ ՊԱՅՄԱՆԱՎՈՐՎԱԾ ԿԱՐԳԱՎՈՐՎԱԾ ԿՈՆՎԵԿՏԻՎ ՇԱՐԺՈՒՄՆԵՐՈՎ ՆԵՄԱՏԻԿ ՀԵՂՈՒԿ ԲՅՈՒՐԵՂԻ ԴԻՐԵԿՏՈՐԻ ՎԵՐԱԿՈՂՄՆՈՐՈՇՈՒՄԸ

Ռ. Ս. ՀԱԿՈԲՅԱՆ, Լ. Ռ. ԽՈՍՐՈՎՅԱՆ, ՅՈՒ. Ս. ՉԻԼԻՆԳԱՐՅԱՆ

Դիտարկված է խնդիր տարածապարբերական լայնակի կառուցվածքով ինտենսիվությամբ ակուստիկ ալիքի ռադիացիոն ճնշման ուժով նեմատիկ հեղուկ բյուրեղներում կարգավորված կոնվեկտիվ շարժումների գրգռման վերաբերյալ: Հիդրոդինամիկ հոսքերը բերում են հեղուկ բյուրեղի դիրեկտորի վերակողմնորոշման: Այս երևույթը հեշտ կարելի է գրանցել շնորհիվ հեղուկ բյուրեղի մեծ օպտիկական անիզոտրոպիայի:

NEMATIC LIQUID CRYSTAL DIRECTOR REORIENTATION BY REGULAR CONVECTIVE MOTIONS DUE TO THE ACOUSTIC WAVE SECOND APPROXIMATION PRESSURE

R. S. AKOPYAN, L. R. KHOSROVIAN, Yu. S. CHILINGARIAN

The problem of excitation of regular convective motions in nematic liquid crystals by the force of radiation pressure of acoustic wave with space-periodical distribution of intensity is considered. Hydrodynamic motions lead to the liquid crystal director reorientation. The phenomenon can be registrated without difficulties due to the high optical anisotropy of liquid crystal.

Известия НАН Армении, Физика, т. 30, № 3, с. 129—135 (1995)

УДК532.783; 548.14

СТАТИСТИЧЕСКОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ФАЗОВОГО ПЕРЕХОДА НЕМАТИК—СМЕКТИК *А* В УСЛОВИЯХ ИЗМЕНЕНИЯ ДАВЛЕНИЯ

Р. М. АБРАМЯН, Д. А. БАДАЛЯН

Армянский государственный инженерный университет
Ереванский государственный университет

(Поступила в редакцию 23 марта 1994 г.)

Построена статистическая теория влияния гидростатического давления на фазовый переход нематический жидкий кристалл—смектический жидкий кристалл А. Показано, что с увеличением давления тип фазового перехода может измениться от I ко II роду. Развития модель позволяет описать «возвратный» фазовый переход от смектической А к нематической фазе.

Экспериментально влияние давления на процесс упорядочения в жидких кристаллах было исследовано в ряде работ (см. [1], [2]). Было показано, что гидростатистическое давление приводит к существенному изменению фазового состояния жидких кристаллов. В частности, происходит смещение критической температуры фазового превращения, расширение (или, наоборот, сужение) области существования мезофаз, возникают новые фазы, не стабильные при нормальных условиях. Теоретически вопрос о влиянии давления на фазовые переходы в жидких кристаллах почти не рассматривался (за исключением некоторых работ термодинамического характера).

В настоящей работе сделана попытка проанализировать влияние всестороннего давления на параметры ориентационного и трансляционного дальнего порядка при фазовом переходе нематический жидкий кристалл (НЖК)—смектический жидкий кристалл *А* (СЖК А). Этот вопрос рассмотрен в рамках обычно применяемой в статистических теориях упрощенной модели парного взаимодействия, в которой энергия жидкого кристалла выражается суммой энергий взаимодействия пар молекул. Соответствующая теория представляет собой распространение подхода, развитого ранее авторами настоящей статьи для описания влияния давления на фазовый переход НЖК—изотропная жидкость (ИЖ) [3].

Для описания жидкокристаллического состояния без ограничения общности рассмотрения можно использовать модель решеточного газа: центры тяжести молекул занимают узлы некоторой пространственной решетки со сколь угодно малым размером периода. Часть узлов этой решетки остается вакантной. Молекулы на узлах решетки могут принимать произвольные ориентации, которые описываются единичными векторами $\mathbf{m}_r = (\sin\Theta_r\cos\varphi_r;\ \sin\Theta_r \cdot \sin\varphi_r;\ \cos\Theta_r)$, где $\mathbf{r}$—радиус-вектор узла решетки, Θ_r, φ_r—сферические углы. Парные энергии взаимодействия молекул, находящихся на узлах $\mathbf{r}$, $\mathbf{r}'$ и соответственно имеющих ориентации $\mathfrak{m}_r$ и $\mathfrak{m}_{r'}$, определяются величинами $V_{mm'}(\mathbf{r}-\mathbf{r}')$. Принимается, что энергия взаимодействия двух молекул не изменяется при повороте молекул на 180° относительно их центров тяжести. Стремясь получить лишь результаты качественного характера, не будем учитывать эффекты корреляции молекул. Ограничимся жидкими кристаллами, для которых объем и сжимаемость слабо зависят от степени дальнего порядка и этой зависимостью можно пренебречь. Будем пренебрегать также колебаниями центров тяжести и либрационными колебаниями молекул.

Конфигурационная часть свободной энергии описанной модели, без учета влияния внешнего давления, в приближении самосогласованного поля выражается формулой [4]

$$F=\varkappa T\sum[n(\mathbf{r})\ln n(\mathbf{r})+(1-n(\mathbf{r}))\ln(1-n(\mathbf{r}))+cN\varkappa T\int f_m\ln f_m d\Omega_m+ \tag{1}$$

$$+\frac{1}{2}\sum_{rr'}\int V_{mm'}(\mathbf{r}-\mathbf{r}')n(\mathbf{r})n(\mathbf{r}')f_m f_{m'}\{d\Omega\}_{mm'},$$

где $n(\mathbf{r})$ есть вероятность нахождения молекулы на узле $\mathbf{r}$, f_m—плотность вероятности ориентации $\mathfrak{m}$ при условии, что узел решетки занят молекулой, $d\Omega_m=\sin\Theta_m d\Theta_m d\varphi_m \{d\Omega\}_{mm'}=d\Omega_m\cdot d\Omega_{m'}$, T—абсолютная температура, $\varkappa$—постоянная Больцмана Вычисление термодинамических величин по формуле (1) производится с учетом дополнительных условий

$$\int f_m d\Omega_m=1, \tag{2}$$

$$\sum_r n\mathbf{r}=c\cdot N, \tag{3}$$

где c—концентрация молекул, N—число узлов решетки.

Рассмотрим частный случай, когда взаимодействие между молекулами описывается потенциалом взаимодействия [5]

$$V_{mm'}(r-r')=-\Phi(\mathbf{r}-\mathbf{r}')P_2(\cos\Theta_{mm'}), \tag{4}$$

где $\Phi(\ldots)$—функция, зависящая только от расстояния между центрами тяжести молекул, Θ—угол между длинными осями двух молекул, имеющих ориентации $\mathfrak{m}$ и $\mathfrak{m}'$, P_2—полином Лежандра второго порядка.

Функции $n(\mathbf{r})$ для упорядочивающихся слоистых структур, образованных органическими молекулами, представляются в виде статической плоской волны [6]

$$n(\mathbf{r})=c+\frac{1}{2}\eta\cdot\exp(i\mathbf{k}_0\mathbf{r}), \tag{5}$$

где η—трансляционный параметр дальнего порядка, $\mathbf{k}_0$—волновой вектор, перпендикулярный к плоскости смектического слоя, $2\mathbf{k}_0=2\pi\mathrm{H}$,

$\mathbf{H}$—вектор обратной решетки трансляционно-неупорядоченной (нематической) фазы. Функции f_m для одноосных жидких кристаллов можно разложить в ряд по полиномам Лежандра:

$$f_m = \frac{1}{4\pi} + \sum_{k=1}^{\infty} \frac{4k+1}{4\pi} S_{2k} P_{2k}(x_m). \tag{6}$$

Здесь S_{2k}—коэффициенты разложения, играющие роль параметров ориентационного дальнего порядка, $x_m \equiv \cos\Theta_m$,

$$P_2(\cos\Theta_{mm'}) = \sum_{q=-2}^{2} \frac{(2-|q|)!}{(2+|q|)!} P_2^{|q|}(x_m) P_2^{|q|}(x_{m'}) \exp iq(\varphi_{m'} - \varphi_{m'}), \tag{7}$$

где $P_l^{|q|}(\ldots)$—присоединенные полиномы Лежандра. Подставляя (4)—(7) в (1) и воспользовавшись условиями (2), (3), $2\mathbf{k}_0 = 2\pi \mathbf{H}$, получим

$$\frac{F}{N} = \frac{\varkappa T}{2} \left[\left(c + \frac{\eta}{2}\right) \ln\left(c + \frac{\eta}{2}\right) + \left(c - \frac{\eta}{2}\right) \ln\left(c - \frac{\eta}{2}\right) + \right.$$
$$\left. + \left(1 - c + \frac{\eta}{2}\right) \ln\left(1 - c + \frac{\eta}{2}\right) + \left(1 - c - \frac{\eta}{2}\right) \ln\left(1 - c - \frac{\eta}{2}\right) \right] -$$
$$- \varkappa T c \left(\frac{2}{3} \alpha^2 + \ln D(\alpha)/\alpha \right) + \frac{1}{2} c^2 S^2 \tilde{\Phi}(0) + \frac{1}{8} S^2 \eta^2 \tilde{\Phi}(\mathbf{k}_0). \tag{8}$$

В формуле (8) $S \equiv S_2$; $\alpha^2 = \dfrac{3s}{2\varkappa T}\left(c\tilde{\Phi}(0) + \dfrac{\eta^2}{4c} \tilde{\Phi}(k_0) \right)$;

$$\tilde{\Phi}(\mathbf{k}) = \sum_{r} \Phi(\mathbf{r}) \exp(i\mathbf{kr}), \quad d(\alpha) = \exp(-\alpha^2) \int_0^{\alpha} \exp(t^2)\, dt$$

—интеграл Доусона [7].

Предположим теперь, что жидкий кристалл находится под влиянием всестороннего давления p. Приложение внешнего давления уменьшает расстояние между центрами тяжести молекул, что приводит к изменению функций $\Phi(\mathbf{r})$. Если аналогично [8] принять, что расстояние между центрами молекул под влиянием p уменьшается линейно

$$r = r_0(1 - \beta p) \tag{9}$$

(r_0—расстояние между центрами тяжести при $p=0$, $\beta = K/3$, $K = -\dfrac{1}{v} \cdot \dfrac{dv}{dp}$—сжимаемость), то используя (9) в (8), можно получить зависимость свободной энергии от T и p.

Разложив функцию $\Phi(r_0 - \gamma p)$ $(\gamma = \beta r_0)$ в ряд и ограничиваясь слагаемыми второго порядка (принимаем, что $\gamma p \ll r_0$), получим

$$\Phi(r) = \Phi_0 \left| 1 + \frac{p}{p'} + \nu \left(\frac{p}{p'} \right)^2 \right|, \tag{10}$$

где

$$\Phi_0=\Phi(r_0),\ P'=-\frac{\Phi_0}{\gamma\Phi'},\ \nu=\frac{\Phi_0\Phi''}{2(\Phi')^2},$$

а Φ', Φ'' означают первую и вторую производные функции Φ в точке r_0. Зависимость свободной энергии (8) от давления может быть учтена подстановкой (10) в (8). Соответствующая формула получается заменой фурье-компонентов $\tilde{\Phi}(0)$, $\tilde{\Phi}(k_0)$ функциями $\tilde{\Phi}(0,\lambda)$ и $\tilde{\Phi}(k_0,\lambda)$, где $\lambda=\beta\cdot p$ есть приведенное давление:

$$\tilde{\Phi}(\mathbf{q},\lambda)=\sum_{s=0}^{2}(-1)^s\Phi_s(\mathbf{q})\cdot\lambda^s,\ (q=0,\ \mathbf{k}_0). \tag{11}$$

а величины $\Phi_s(\mathbf{q})$ определяются одной из строк выражения

$$\begin{Bmatrix}\Phi_0\ (\mathbf{q})\\ \Phi_1\ (\mathbf{q})\\ \Phi_2\ (\mathbf{q})\end{Bmatrix}=\sum_{\mathbf{r}_0}\begin{Bmatrix}\Phi\ (r_0)\\ \Phi'\ (\mathbf{r}_0)\cdot r_0\\ \Phi''(\mathbf{r}_0)\cdot r_0^2\end{Bmatrix}\exp\ (i\mathbf{q}\cdot\mathbf{r}_0). \tag{12}$$

Для расчета фурье-компонентов (12) используем изотропный потенциал $\Phi(\mathbf{r})$ гауссовской формы [9]:

$$\Phi(\mathbf{r})=A\left(\frac{\delta}{\sqrt{\pi}}\right)^3\exp\left(-\frac{r^2}{L^2}\right). \tag{13}$$

где A—константа взаимодействия, L—величина порядка длины жесткой части молекулы, $\delta=a/L$ (a—постоянная кубической решетки недерформированного кристалла). Если пространственное расположение узлов „решетки" жидкого кристалла описывается простой кубической (ПК) решеткой, $\mathbf{r}_0=(x\mathbf{a}_1+y\mathbf{a}_2+z\mathbf{a}_3)$ и $\mathbf{k}_0=\pi(\mathbf{a}_1^*+\mathbf{a}_2^*+\mathbf{a}_3^*)$ ($\mathbf{a}_i$, $\mathbf{a}_i^*$ — трансляции прямой и обратной ПК решеток соответственно, x, y, z —координаты узлов прямой ПК решетки, $|\mathbf{a}_i|=a$, $|\mathbf{a}_i^*|=1/a$). Суммирование в (12) по координатам заменим интегрированием. (Это сводится к замене тэта-функций Якоби интегралами Пуассона. При $a/L\sim1$ численные расхождения составляют несколько процентов). Подстановка (13) в (12) дает

$$\tilde{\Phi}(0,\lambda)=A\ (1+3\lambda+3\lambda^2), \tag{14}$$

$$\tilde{\Phi}(\mathbf{k}_0,\ \lambda)=A\left[1+3\left(1-\frac{1}{2}X\right)\lambda+3\left(1-\frac{7}{4}X+\frac{3}{8}X^2\right)\right]\exp\left(-\frac{3}{4}X\right), \tag{15}$$

где $X=\pi a^2/L^2$. Подставляя (14), (15) в (8), получим зависимость свободной энергии жидкого кристалла от температуры и приведенного давления λ.

При данных давлении и температуре равновесные свойства жидкого кристалла определяются из условия минимума термодинамического потенциала Гиббса $G=F+pv$. Если принять, что объем v жидкого кристалла не зависит от параметров дальнего порядка, то условия равновесия $\partial G/\partial s=0$ и $\partial G/\partial\eta=0$ могут быть заменены условиями $\partial F/\partial S=0$ и $\partial F/\partial\eta=0$, которые приводят к уравнениям

$$\left\{\begin{array}{l}\ln\dfrac{\left(1-c+\dfrac{\eta}{2}\right)\left(c+\dfrac{\eta}{2}\right)}{\left(1-c-\dfrac{\eta}{2}\right)\left(c-\dfrac{\eta}{2}\right)}=\dfrac{\tilde{\Phi}(k_0,\lambda)}{\varkappa T}S^2\eta,\\ S=\dfrac{3}{4\alpha}\left(\dfrac{1}{D(\alpha)}-\dfrac{1}{\alpha}\right)-\dfrac{1}{2}.\end{array}\right. \qquad (16)$$

Система (16) при заданных C, X, A описывает зависимость параметров η и S от температуры и давления, а также позволяет найти температуры фазовых переходов ИЖ—НЖК и НЖК—СЖК А как функции от давления λ. Заметим, что слагаемые, пропорциональные λ^2, будут играть заметную роль начиная с давлений $\sim|p'|/\nu$. Зависимость параметров η, S от приведенной температуры $\tau=2\varkappa T/A$ при различных фиксированных давлениях λ показывает, что приложение всестороннего давления приводит к повышению температуры фазового перехода НЖК—СЖК А и к уменьшению отношения T_{HA}/T_{IH}. Кроме того, с увеличением давления тип фазового перехода может измениться от I ко II роду. Экспериментально наблюдаются все перечисленные ситуации, а также зависимость температуры фазового перехода НЖК—СЖК А от давления (см. [2]).

Поведение функции $T_{HA}(\lambda)$ сильно зависит от параметра X, обратно пропорционального квадрату постоянной решетки a. Величина a, в свою очередь, зависит от длины молекул и растет с увеличением номера вещества в гомологической серии. Рис. 1 иллюстрирует влияние давления на температуру перехода НЖК—СЖК А при различных фиксированных X. Согласно расчетам, в области $0<X<2/3$, с увеличением давления T_{HA} повышается практически линейно (рис. 1а). При $2/3<X<2$ возможно получить немонотонную зависимость от давле-

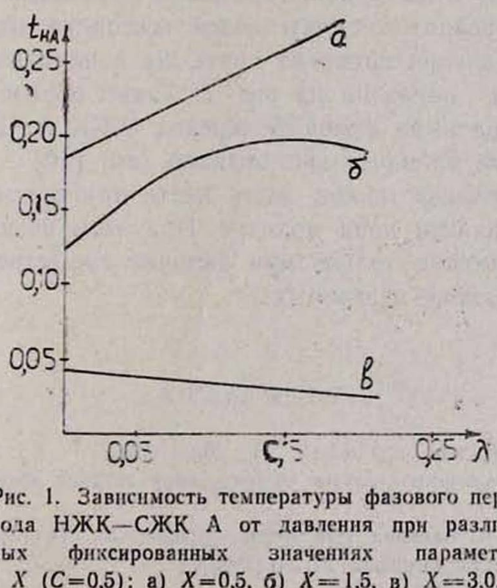


Рис. 1. Зависимость температуры фазового перехода НЖК—СЖК А от давления при различных фиксированных значениях параметра X ($C=0{,}5$): а) $X=0{,}5$, б) $X=1{,}5$, в) $X=3{,}0$.

ния (рис. 1б). Здесь существенную роль играют квадратичные по λ отклонения. В интервале $2 \leqslant X \leqslant 4$ увеличение давления приводит к понижению температуры $T_{НА}$ (рис. 1в). При $X > 4$ эта тенденция сохраняется, однако увеличивается влияние слагаемых $\sim\lambda^2$.

Зависимость параметров η, S от давления при различных фиксированных температурах показывает, что в случае длинных молекул (величина X мала) приложение гидростатистического давления, начиная с некоторого значения λ_0, приводит к возникновению смектической А фазы. В случае коротких цепей с приложением давления воз-

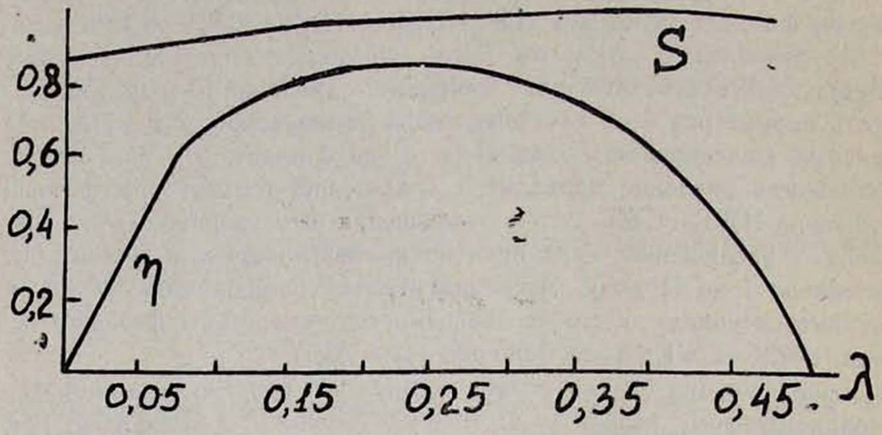


Рис. 2. Зависимость параметров дальнего порядка η, S от давления при постоянной температуре ($C=0.5$): ($X=1,5$; $\tau=0,12$).

можно достичь такого состояния, когда трансляционно упорядоченный при данной температуре кристалл при некотором давлении λ превращается в НЖК. Возможен также случай, когда кристалл, находящийся при $\tau=\mathrm{const}$ и $\lambda=0$ в нематическом состоянии, с приложением давления перейдет в смектическое состояние, однако дальнейшее увеличение давления приводит опять же к нематическому состоянию. Эта ситуация показана на рис. 2. Таким образом, при $X=1,5$ имеет место «возвратный» фазовый переход СЖК А—НЖК, экспериментально открытый сравнительно недавно (см. [10]). Согласно данной модели, это явление может иметь место при промежуточных значениях длины алкильной цепи молекул. При этом возникновение возвратной фазы возможно только при наличии существенного вклада нелинейных по давлению слагаемых.

ЛИТЕРАТУРА

1. С. Чандрасекар. Жидкие кристаллы. М., Мир, 1980.
2. А. П. Капустин. Экспериментальные исследования жидких кристаллов. М., Наука, 1978.
3. Р. М. Абрамян, Д. А. Бадалян. Изв. вузов, Физика, 10, 111 (1982).
4. Д. А. Бадалян. Кристаллография, 27, 20 (1982).

5. W. Maier, A. Saupe. Zs. Naturforsch., 14a, 882 (1959).
6. Д. А. Бадалян. Кристаллография, 14, 48 (1969).
7. Справочник по специальным функциям (под ред. М. Абрамовица и И. Стиган). М., Наука, 1979.
8. А. А. Смирнов. Молекулярно-кинетическая теория металлов. М., Наука, 1966.
9. W. L. McMillan. Phys Rev., A4, 1238 (1971).
10. P. E. Cladis. Mol. Cryst. Liq. Cryst., 74, № 1—4, 833 (1981).

ՆԵՄԱՏԻԿ-ՍՄԵԿՏԻԿ A ՖԱԶԱՅԻՆ ԱՆՑՄԱՆ ՎԻՃԱԿԱԳՐԱԿԱՆ ՈՒՍՈՒՄՆԱՍԻՐՈՒԹՅՈՒՆԸ ՓՈՓՈԽԱԿԱՆ ՃՆՇՈՒՄՆԵՐԻ ԴԵՊՔՈՒՄ

Ռ. Մ. ԱԲՐԱՀԱՄՅԱՆ, Դ. Հ. ԲԱԴԱԼՅԱՆ

Կառուցված է նեմատիկ հեղուկ բյուրեղ—սմեկտիկ A ֆազային անցման վրա հիդրոստատիկ ճնշման ազդեցության վիճակագրական տեսությունը։ Ցույց է տրված, որ ճնշման մեծացման հետ ֆազային անցման տեսակը առաջին կարգից կարող է փոխվել երկրորդ կարգի։ Զարգացած մոդելը թույլ է տալիս նկարագրելու «վերադարձային» ֆազային անցումը նեմատիկի՝ սմեկտիկ A վիճակից։

STATISTICAL INVESTIGATION OF PRESSURE EFFECT UPON THE PHASE TRANSITION NEMATIC—SMECTIC A

R. M. ABRAHAMIAN, D. H. BADALYAN

The statistical theory of the effect of pressure upon the phase transition nematic liquid crystal—smectic liquid crystal A is worked up. It is shown that at increasing pressure the phase transition may change from 1 to 2 order. The developed model permits one to describe the «reentrant» phase transition from smectic A phase to nematic.

Известия НАН Армении, Физика, т. 30, №3, с. 136—139 (1995)

УДК 621.375.82

ЭФФЕКТИВНОЕ ИСПОЛЬЗОВАНИЕ АКТИВНЫХ ВЕЩЕСТВ В ВОЛНОВОДНЫХ КВАНТОВЫХ УСИЛИТЕЛЯХ

М. О. МАНВЕЛЯН, Р. М. МАРТИРОСЯН, Л. Э. АБРАМЯН

Институт радифизики и электроники НАН Армении

(Поступила в редакцию 24 декабря 1993 г.)

Показано, что предельная площадь усиления волноводного квантового усилителя достигается соответствующим выбором длины и концентрации кристаллов в зависимости от потерь в нем.

В последние годы при разработке квантовых усилителей (КУ) предпочтение отдается усилителям волноводного типа (ВКУ) [1—3]. Они технологичны в изготовлении (сечение волновода заполняется активным веществом), обладают широкими полосами перестройки и пропускания, но имеют малое усиление на единицу длины активного вещества. Широкополосность в них достигается линейной расстройкой внешнего магнитного поля, приводящей к неоднородному уширению линии ЭПР.

В настоящей работе на примере рубинового КУ на частоте 22,2 ГГц, при симметричной схеме накачки ($\Theta=54{,}7°$) исследована возможность получения максимальной площади усиления от каскада ВКУ в заданной полосе частот путем более эффективного использования рабочего вещества и электродинамической системы. Под площадью усиления подразумевается произведение $\Delta F(G^{1/2}-1)$, где ΔF— полоса пропускания, G—коэффициент усиления отражательного КУ.

С одной стороны, ВКУ из-за больших длин рабочих кристаллов ($l_k \gg \lambda_B$) является системой с распределенными параметрами. Расчет усиления последнего осуществляется методами, применяемыми для усилителей бегущей волны, рассматривая стоячую волну в нем как сумму двух противоположно бегущих волн. Коэффициент усиления такой системы (без поправок на линейную расстройку магнитного поля) дается выражением:

$$G_{(\text{дБ})}=2\cdot 27{,}3\,\frac{s l_k}{Q_m \lambda}, \quad (1)$$

где s—коэффициент замедления групповой скорости сигнальной волны в кристалле, Q —магнитная добротность активного вещества:

$$\frac{1}{Q_m}=k\,\frac{NI}{\Delta\nu}, \quad (2)$$

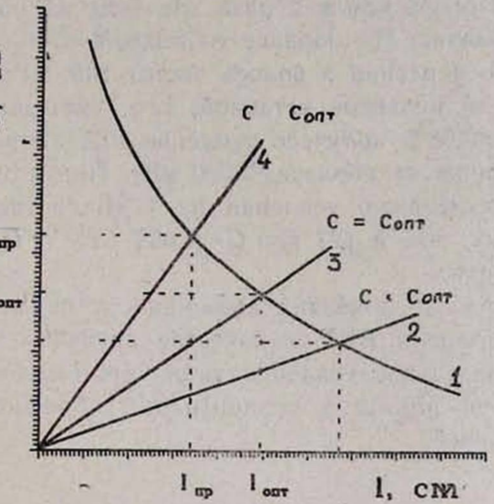
k—постоянная, N—число парамагнитных частиц в см^3 вещества. I—коэффициент инверсии, а $\Delta\nu$—ширина линии сигнального перехода.

С другой стороны, ВКУ это обычный усилитель отражательного типа, без резонансных элементов, обладающий конечными потерями (α). Вследствие этого усиление ВКУ ограничивается следующим выражением:

$$G_{(дБ)} = 10\lg\frac{\alpha}{\alpha-1}, \qquad (3)$$

что не учитывается при разработке усилителей. Потери в основном обусловлены длиной материала и качеством электродинамической системы.

Необходимо отметить, что в КУ обычно применяются кристаллы с оптимальной концентрацией парамагнитной примеси ($C_{опт}$), при которой значение коэффициента инверсии максимально. Для рубина $C_{опт} \approx 0.02\%$ Cr^{3+}, а $I \approx 1{,}8$ при $T = 4{,}6K$ для данной схемы накачки.



Зависимость коэффициента усиления ВКУ от длины образца: 1—по формуле (3); 2—4— по формуле (1) при разных значениях концентрации примеси.

Предполагая линейную зависимость потерь усилителя от длины образца, представим (3) в единицах длины (кривая 1 на рисунке). Тогда для данного ВКУ с оптимальной концентрацией активного вещества существует оптимальная длина (lопт), при которой усиление максимально, что определяется точкой пересечения кривых $G(l_k)$, полученных по формулам (1) и (3). Как видно из рисунка, дальнейшее увеличение коэффициента усиления данного ВКУ возможно лишь при применении образцов с $C > C_{опт}$, т. е. при низких значениях магнитной добротности Q_m. Однако с увеличением концентрации примеси усиливаются спин-спиновые взаимодействия между парамагнитными частицами, приводя к уширению линии и увеличению скоростей релаксации между уровнями энергии иона, что в свою очередь приводит к уменьшению коэффициента инверсии. Но названные параметры существенно не ухудшаются при увеличении концентрации ионов в $3 \div 4$ раза по сравнению с $C_{\text{опт}}$ [4, 5], что дает возможность применения таких образцов в ВКУ. Предельное для данного усилителя усиление ($G_{\text{пр}}$) достигается соответствующим выбором длины (потери усилителя) и концентрации образца. Предельная концентрация Cr^{3+} для рубина, выше которого его применение в ВКУ не целесообразно, составляет $C_{\text{пр}} \approx 0{,}1\%$, при которой начинают доминировать вышеназванные взаимодействия [4].

Для подтверждения сказанного проведены измерения на образцах рубина с $C \approx 0{,}02\%$, $0{,}04\%$ и $0{,}08\%$ Cr^{3+}, согласно которым для образца с $C \approx 0{,}08\%$ ширина линии увеличивается менее, чем в 1,5 раза, а скорости релаксации—на $12 \div 16\%$ по сравнению с образцом $C = 0{,}02\%$ Cr^{3+}. При этом $I \approx 1{,}6$, т. е. в итоге магнитный декремент (2) увеличивается более чем в 2 раза. На этих же образцах реализовано квантовое усиление. На образце с $C \approx 0{,}02\%$ Cr^{3+} и $l_k = 10$ см получено 9,2 дБ чистого усиления в полосе частот 240 МГц. Укорачивая длину этого усилителя индиевой вставкой, т. е. уменьшая потери, при $l_k = 7{,}5$ см и $C \approx 0{,}08\%$ получено усиление 12,6 дБ в той же полосе, при мощности накачки на образце $P \leqslant 80$ мВт. При этом переходы накачки насыщались: изменению усиления на 1 дБ соответствовало 2 дБ накачки. Отметим, что в [2] при $C \approx 0{,}05\%$ Cr^{3+} и $l_k = 8{,}7$ см получено 9,6 дБ усиления.

Таким образом, доказана возможность применения концентрированных кристаллов в ВКУ в качестве активных веществ. Показано также, что предельное усиление таких систем достигается выбором соответствующей длины и концентрации образцов, допускаемых потерями усилителей.

ЛИТЕРАТУРА

1. Л. Э. Абрамян, Р. М. Мартиросян, Н. Г. Погосян. Радиотехника и электроника, 24, №1, 191 (1979).
2. C. R. Moore, P. S. Clauts. IEEE Trans, MTT-27, № 3, 249 (1979).
3. S. P. Boughn, E. S. Cheng, D. A. Cottingham, D. I. Fixsen. RSI, 61, № 1, 156 (1990).
4. В. Б. Штейншлейгер, Г. С. Мисежников, П. С. Лифанов. Квантовые усилители (мазеры). М., 1971, с. 432.
5. М. О. Манвелян, Р. М. Мартиросян. Изв. АН АрмССР, Физика, 23, 231 (1988).

ԱԿՏԻՎ ՆՅՈՒԹԵՐԻ ԱՐԴՅՈՒՆԱՎԵՏ ՕԳՏԱԳՈՐԾՈՒՄԸ ԱԼԻՔԱՏԱՐԱՅԻՆ ՔՎԱՆՏԱՅԻՆ ՈՒԺԵՂԱՑՈՒՑԻՉՆԵՐՈՒՄ

Մ. Հ. ՄԱՆՎԵԼՅԱՆ, Ռ. Մ. ՄԱՐՏԻՐՈՍՅԱՆ, Լ. Է. ԱԲՐԱՀԱՄՅԱՆ

Փորձնական եղանակով ապացուցված է բարձր կոնցենտրացիայով ակտիվ նյութերի օգտագործման հնարավորությունը ալիքատարային քվանտային ուժեղացուցիչներում: Ցույց է տրված, որ այդպիսի սարքերում սահմանային ուժեղացման մակերես կարելի է ստանալ համապատասխան երկարության և կոնցենտրացիայի նմուշի ընտրությամբ, կախված ուժեղացուցիչի կորուստներից։

ACTIVE MATERIALS UTILIZATION EFFICIENCY IN THE WAVEGUIDE QUANTUM AMPLIFIERS

M. O. MANVELYAN, R. M. MARTIROSYAN, L. E. ABRAHAMYAN

We have proved experimentally the possibility of high-concentration paramagnetic crystals utilization as active materials in the waveguide quantum amplifiers. The largest gain area of such systems is shown to be attained by a corresponding selection of samples length and concentration, depending on operation losses in the amplifier.

ԲՈՎԱՆԴԱԿՈՒԹՅՈՒՆ

CONTENTS

400 р.

1995, 7.30

Индекс 77709

СОДЕРЖАНИЕ