ISSN 0321—1339

ՀԱՅԿԱԿԱՆ ՍՍՀ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԿԱԴԵՄԻԱ
АКАДЕМИЯ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР

ԶԵԿՈՒՅՑՆԵՐ
ДОКЛАДЫ

LXVIII, №1

1979

ՀԱՅԿԱԿԱՆ ՍՍՀ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԿԱԴԵՄԻԱՅԻ ՀՐԱՏԱՐԱԿՉՈՒԹՅՈՒՆ

ԵՐԵՎԱՆ ЕРЕВАН

ԲՈՎԱՆԴԱԿՈՒԹՅՈՒՆ

СОДЕРЖАНИЕ

МАТЕМАТИКА

ОРГАНИЧЕСКАЯ ХИМИЯ

БИОХИМИЯ

ФИЗИОЛОГИЯ РАСТЕНИЙ

ФИТОГЕЛЬМИНТОЛОГИЯ

Индекс **77730**

CONTENTS

Технический редактор Л А АЗИЗБЕКЯН

ВФ 04482 Подписано к печати 28.III 1979 г Тираж 535 Изд. 5001 Заказ 48
Формат бумаги 70×108¹/₁₆. Печ. л. 4,0. Бум. л. 2
Усл печ л. 5,6. Уч. изд. листов 4,64

Издательство АН АрмССР, Ереван, Барекамутян 24-г
Типография Издательства АН Армянской ССР, г Эчмиадзин

ՀԱՅԿԱԿԱՆ ՍՍՀ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԿԱԴԵՄԻԱՅԻ ԶԵԿՈՒՅՑՆԵՐ
ДОКЛАДЫ АКАДЕМИИ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР
LXVIII 1979 1

МАТЕМАТИКА

М. Д. Григорян

О приближении рациональными дробями в пространствах Орлича на окружности без Δ_2-условия

(Представлено академиком АН Армянской ССР М. М. Джрбашяном 19/VII 1978)

В настоящей заметке исследуется вопрос приближения рациональными дробями в пространствах Орлича L^*_M, причем на функцию $M(u)$, порождающую это пространство, наложены только естественные ограничения, известные в общей теории пространств Орлича. Ранее ([1]) рассматривался случай, когда функция $M(u)$ удовлетворяла дополнительному Δ_2- условию.

Основной результат данной работы теорема 3, с одной стороны, обобщает теорему 2.1 Г. Ц. Тумаркина ([2]) в случае лебеговой меры, а, с другой стороны, из этой теоремы следует результат Р. Лесниевича ([3]) о полноте многочленов в классе K_M.

Г. Ц. Тумаркиным ([2]) после рассмотрения L_p, $p \geq 1$, где использованы наряду с методами теории граничных свойств аналитических функций свойства банаховых пространств, сделан перенос результатов на случай L_p с $0<p<1$. При этом каждая функция, принадлежащая $L_p (0<p<1)$ и совпадающая с угловыми граничными значениями мероморфной функции ограниченного вида в круге $|z|<1$, приближалась функциями из более узкого класса L_{p_0} с $p_0>1$, которые в свою очередь допускали приближение рациональными дробями с заранее фиксированными полюсами.

В данном случае, то есть в пространствах Орлича L^*_M, где $M(u)$ не удовлетворяет Δ_2 - условию, аналогичный метод использующий результат статьи ([1]) неприемлем, так как не всегда возможно в L^*_M вложить некоторое пространство $L^*_{\bar{M}}$, для которого $\bar{M}(u)$ удовлетворяло бы Δ_2- условию. К примеру в качестве $M(u)$ можно брать такие N — функции, чтобы их главные части были e^u, e^{u^2}, $u^{\ln u}$. Действительно, известно, что любая N — функция, удовлетворяющая Δ_2- условию, растет не быстрее степенной, точнее имеет место неравенство

$$\bar{M}(u) < \frac{\bar{M}(u_0)}{u_0^{\alpha}} u^{\alpha} \quad u \geqslant u_0, \quad \alpha > 1.$$

Сравнивая рост на бесконечности функций, приведенных выше, с ростом $\bar{M}(u)$, которое удовлетворяет Δ_2-условию, приходим к требуемому выводу.

Дадим некоторые определения. Непрерывная выпуклая функция $M(u)$, определенная для $u \geqslant 0$, называется N — функцией, если она удовлетворяет следующим условиям:

$$\lim_{u \to 0} \frac{M(u)}{u} = 0 \qquad \lim_{u \to \infty} \frac{M(u)}{u} = \infty$$

Пусть $M(u)$ — N -- функция, обозначим

$$V_M(f) = \int_0^{2\pi} M(|f(t)|)dt,$$

где $f(t)$ некоторая комплекснозначная функция определенная и измеримая на $[0,2\pi)$. Классом Орлича назовем множество L_M измеримых на $[0,2\pi)$ функций $f(t)$, для которых $V_M(f) < \infty$, а пространством Орлича — множество L^*_M, состоящее из измеримых функций f на $[0,2\pi)$, для которых $\alpha f \in L_M$, где α — некоторое положительное число. Более того, обозначим через E_M множество измеримых функций таких что $\alpha f \in L_M$ для каждого $\alpha > 0$. Если функция $M(u)$ удовлетворяет Δ_2 — условию, а именно, $M(2u) \leqslant lM(u)$ для $u \geqslant u_0 > 0$, то $E_M = L_M = L^*_M$, в противном случае имеет место строгое включение $E_M \subset L_M \subset L^*_M$. Введем в L^*_M норму при помощи следующего равенства

$$\| f \|_M = \sup \{ \int_0^{2\pi} |f(t)g(t)|dt \mid V_N(g) \leqslant 1, \; g \in L_N \},$$

где $N(v)$ — дополнительная по Юнгу функция для $M(u)$. Множество L^*_M в этой норме есть банахово пространство, а E_M на самом деле совпадает с замыканием по норме Орлича линейной оболочки множества ограниченных, измеримых на $[0, 2\pi)$ функций. Определим для произвольной аналитической функции $F(z)$ в круге $|z| < 1$

$$\mu_M(F) = \sup \{ V_M(F(re^{it})) \mid 0 \leqslant r < 1 \}.$$

Классом Харди-Орлича назовем множество аналитических функций H_M в $|z| < 1$, для которых $\mu_M(F) < \infty$. Через H^*_M обозначим множество аналитических функций в единичном круге, таких, что $\alpha F \in H_M$, для некоторого $\alpha > 0$. Более того, под K_M будем понимать множество тех аналитических в $|z| < 1$, функций для, которых $\alpha F \in H_M$ при любом $\alpha > 0$. Если под N' понимать смирновский подкласс аналитических функций ограниченного вида, то $H_M = N' \cap L_M$, $H^*_M = N' \cap L^*_M$, $K_M = N' \cap E_M$. По поводу определений классов и пространств Харди-Орлича и подкласса N' см. ([3-5]).

Зададим таблицу комплексных чисел

$$\begin{matrix} \alpha_{11}, \alpha_{12}, \dots \alpha_{1N_1} \\ \alpha_{21}, \alpha_{22}, \dots \alpha_{2N_2} \\ \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \\ \alpha_{k1}, \alpha_{k2}, \dots \alpha_{kN_k} \\ \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \end{matrix} \qquad (I)$$

среди чисел таблицы могут быть и равные между собой, а также α_{kj} могут равняться ∞; отметим, что α_{kj} не могут располагаться на $|z| = 1$, так как N—функция $M(u)$ удовлетворяет условию $\lim\limits_{u\to\infty}\frac{M(u)}{u} = \infty$. Пусть $R_k(z)$ — рациональные дроби, все полюса которых какие-либо числа, взятые из k-й строки таблицы (I)

$$R_k(z)=\frac{c_0z^p+c_1z^{p-1}+\dots+c_p}{(z-\alpha_{kn_1})\dots(z-\alpha_{kn_p})}$$

При этом степень числителя не превосходит степени знаменателя, а $c_0, c_1, \dots, c_p$ — произвольные числа. Обозначим те числа α_{kj}, для которых $|\alpha_{kj}|<1$, через α_{kj}^+, а те, для которых $|\alpha_{kj}|>1$, — через α_{kj}^-. Введем следующие суммы S_k^+ и S_k^-, где

$$S_k^+=\sum_{|\alpha_{kj}|<1}(1-|\alpha_{kj}|),\ S_k^-=\sum_{|\alpha_{kj}|>1}\left(1-\frac{1}{|\alpha_{kj}|}\right)$$

суммирование распространяется на все соответствующие числа из k-й строки таблицы (I). Через $b_k(z)$ обозначим произведение Бляшке, нулями которого служат все полюса α_{kj}^+ дроби $R_k(z)$. Заметим, что условие $\varliminf\limits_{k\to\infty} S_k^+<\infty$ позволяет выбрать из $\{b_k(z)\}$ подпоследовательность $\{b_{k_r}(z)\}$ равномерно сходящуюся внутри $|z|<1$ к функции $B(z)\not\equiv 0$. Основной теореме предпошлем следующее утверждение.

Теорема 1. *Пусть для функции $F(e^{i\theta})\in L_M^*$ найдется последовательность $R_k(e^{i\theta})$ рациональных дробей такая, что*

$$\lim_{k\to\infty}\|F(e^{i\theta})-R_k(e^{i\theta})\|_M=0$$

Тогда, если для α_{kj}^+ — полюсов $R_k(z)$ выполняется условие

$$\varliminf_{k\to\infty} S_k^+<\infty,$$

то $F(e^{i\theta})$ совпадает почти всюду на $|z|=1$ с угловыми граничными значениями мероморфной в круге $|z|<1$ функции $F(z)$ ограниченного вида, допускающей следующее представление

$$F(z)=\frac{\Psi(z)}{B(z)}$$

где $\Psi(z)$ входит в класс H_M, а $B(z)$ — предельная функция какой-либо сходящейся внутри $|z|<1$ последовательности произведений Бляшке $\{b_{n_k}(z)\}$ выбранной из последовательности $\{b_k(z)\}$.

Доказательство теоремы 1 получается с использованием техники развитой в [1] [2] и свойств пространств Харди-Орлича. Рациональные дроби $R_k(z)$, осуществляющие на $|z|=1$ приближение $F(e^{i\theta})\in L^*_M$, не могут иметь полюса на единичной окружности и поэтому, если через $\{R; \|\cdot\|_M\}$ обозначить замыкание рациональными дробями с полюсами из таблицы (1), то имеет место включение $\{R; \|\cdot\|_M\}\subset E_M$. Из теоремы 1 можно легко получить утверждение:

Теорема 2. *Для того чтобы $\{R; \|\cdot\|_M\}=E_M$ необходимо и достаточно выполнение следующих условий в совокупности*

$$\lim_{k\to\infty} S_k^+ = \infty, \quad \lim_{k\to\infty} S_k^- = \infty. \tag{2.1}$$

Доказательство. Заметим, что при выполнении условия $\lim_{k\to\infty} S_k^- < \infty$, для полюсов $R_k(z)$, расположенных вне $|z|=1$ относительно функции $F(e^{i\theta})\in E_M\subset L^*_M$, которая приближается в L^*_M последовательностью рациональных дробей, остаётся верным заключение теоремы 1 с единственной поправкой, что область $|z|<1$ заменяется на область $|z|>1$. Предположим, что одно из условий (2.1) не выполняется, тогда в силу теоремы 1 и нашего замечания о функции $F(e^{i\theta})\in E_M$, допускающей приближение, заключаем, что она должна совпадать почти всюду на $|z|=1$ с угловыми граничными значениями мероморфной в $|z|<1$ или в $|z|>1$ функции. Возьмём функцию $F(e^{i\theta})\in E_M$ равную нулю на какой-либо дуге окружности $|z|=1$ и равную единице на дополнительной дуге. Указанная функция, по теореме единственности, не может совпадать с угловыми граничными значениями мероморфной функции. Необходимость доказана. Достаточность же является немедленным следствием того факта, что при выполнении условий (2.1) любую непрерывную функцию, заданную на $|z|=1$, можно приблизить в равномерной метрике рациональными дробями с полюсами из таблицы (1)(см. [6]), а как известно, (см. [5]) совокупность непрерывных функций всюду плотна в пространстве E_M.

Теперь перейдём к основному утверждению. Обозначим через $b_k^*(z)$ произведение Бляшке, нулями которого являются все числа из k-й строки таблицы (1), а через B^* — всевозможные предельные функции равномерно сходящихся внутри $|z|<1$ подпоследовательностей, выбранных из $\{b_k^*(z)\}$.

Теорема 3. *Пусть заданные таблицей* (1) *числа* α_{kj}, *среди которых должны находится полюса дробей* $R_k(z)$, *таковы, что*

$$\lim_{k\to\infty} S_k^- = \infty,\quad \underline{\lim}_{k\to\infty} S_k^+ < \infty$$

Тогда множество $[R; \|\cdot\|_M]$ *состоит из тех и только тех функций класса* E_M, *которые являются граничными значениями мероморфных в круге* $|z|<1$ *функций* $F(z)$ *ограниченного вида, допускающих следующее представление:*

$$F(z) = \frac{\Psi(z)}{\bar{B}^*(z)} \quad (3.1)$$

Здесь $\bar{B}^*(z)$ — *наилучшая аналитическая мажоранта для семейства* B^*, *а* $\Psi(z)$ — *произвольная аналитическая функция класса* N', *для которой*

$$\frac{\Psi(0)}{\bar{B}^*(z)} \in E_M.$$

Сформулированное утверждение даёт полное описание класса приближаемых функций в случае неполноты. Причём знаменатель в представлении (31) есть некоторая фиксированная ограниченная аналитическая функция, однозначным образом связанная с таблицей (1).

Если функция $F(0)$ принадлежит $[R; \|\cdot\|_M]$, то представление (3.1) получается с помощью теоремы 1; принадлежность же функции из E_M с представлением (3.1) множеству $[R; \|\cdot\|_M]$ доказывается в частности с использованием одного следствия из теоремы Хана—Банаха, акцентирующего аппроксимативный характер последней (см. [5]). Если теперь в теореме 3 вместо N—функции $M(u)$ взять функцию u^p, то получим результат Г. Ц. Тумаркина (см. [2]) в случае лебеговой меры для L_p с $p \geq 1$, если же элементы таблицы (1) взять равные ∞, то получим результат Р. Лесниевича о полноте многочленов в классе K_M (см. [3]).
Из-за недостатка места не приводятся доказательства теорем 1 и 3. Наконец, приведём доказательство одного факта, представляющего самостоятельный интерес и тесным образом связанного с теоремой 3.
Теорема 4. *Для любого пространства Орлича* L^*_M, *где* $M(u)$ *не удовлетворяет* Δ_2 — *условию, найдётся* $F(z) \in N'$, *так что* $F(e^{it}) \in L^*_M$, *но, тем не менее,* $F(e^{it})$ *нельзя приблизить в* L^*_M *граничными значениями ограниченных аналитических функций.*
Доказательство. Известно, что $E_M \subset L_M \subset L^*_M$, причём включения строгие, когда $M(u)$ не удовлетворяет Δ_2 — условию. Возьмем какую-либо функцию $f(t) \in L_M$, так чтобы $f(t) \notin E_M$, последнее означает, что существует $\alpha > 0$ такое, что $\alpha f(t) \notin L_M$. Определим теперь функцию $\bar{f}(t)$ следующим образом:

$$\bar{f}(t)=\begin{cases}|f(t)|, & \text{если } |f(t)|>1\\ 1, & \text{если } |f(t)|\leqslant 1\end{cases}$$

Функция $\bar{f}(t)\in L_M$ и $\bar{f}(t)\geqslant 1$. Так как $\alpha f(t)\in L_M$, а $\alpha\bar{f}(t)\geqslant\alpha|f(t)|$, следовательно $\bar{f}(t)\notin E_M$. Покажем, что $\log\bar{f}(t)\in L_1$. Пусть $\bar{M}(u)=M(e^u)$, так как $M(u)$ является N-функцией, то для $\bar{M}(u)$ имеем $\lim\limits_{u\to\infty}\frac{\bar{M}(u)}{u}=\infty$. Следовательно, существует $u_0\geqslant 0$ такое, что при всех $u\geqslant 0$ выполняется неравенство $u\leqslant u_0+\bar{M}(u)$. Возьмем $u=\log v$, тогда имеем $\log v\leqslant u_0+M(v)$ Пусть $E=\{t\in[0,2\pi);\ \bar{f}(t)>1\}$, при этом, так как $\bar{f}\in L_M$, получим

$$\int_0^{2\pi}|\log\bar{f}(t)|dt=\int_E\log\bar{f}(t)dt\leqslant 2\pi u_0+\int_E M(\bar{f}(t))dt<\infty.$$

Теперь, если по функции $\bar{f}(t)$ построить в $|z|<1$ функцию

$$F(z)=\exp\left\{\frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi}\frac{e^{i\theta}+z}{e^{i\theta}-z}\ln\bar{f}(t)dt,\right.$$

то $F(z)\in H_M$, так как $F(z)$ входит в N', а ее граничные значения принадлежат E_M. Очевидно, что граничные значения функции $F(z)$ нельзя приблизить граничными значениями ограниченных аналитических функций, так как даже модуль ее граничных значений в силу того, что $\bar{f}(t)\notin E_M$, не может быть приближен по норме L_M^* граничными значениями ограниченных аналитических функций. В то же время хорошо известно, что граничные значения любой функции $F(z)$ из смирновского подкласса N' приближаются в соответствующих метриках граничными значениями ограниченных аналитических функций, если $F(\theta)\in L_p$ с $p\geqslant 1$ или же $F(\theta)\in L_M^*$, где $M(u)$ удовлетворяет Δ_2— условию.

В заключение автор выражает глубокую благодарность проф. Г. Ц. Тумаркину за постоянное внимание к работе.

Ереванский государственный университет

Մ. Դ. ԳՐԻԳՈՐՅԱՆ

Օրլիչի տարածություններում շրջանագծի վրա առանց Δ_2-պայմանի ռացիոնալ կոտորակներով մոտարկման մասին

Այս հոդվածում հետազոտված է L_M^* Օրլիչի տարածություններում ռացիոնալ կոտորակներով մոտարկման հարցը: $M(u)$ ֆունկցիայի վրա, որը ծնում է այդ տարածությունը, դրված են միայն բնական սահմանափակում-

ներ, որոնք հայտնի են Օրլիչի տարածությունների ընդհանուր տեսության մեջ։

Տրված է E_M դասի ֆունկցիաների նկարագրությունը, որոնք թույլ են տալիս մոտարկում, երբ ռացիոնալ կոտորակները լրիվ չեն E_M-ում։ Ընդ որում, ի տարբերություն ուսումնասիրված դեպքերի, մոտարկվող ֆունկցիաների ներկայացման համարիչում H_M դասի ֆունկցիաների փոխարեն հանդես են գալիս $K_M \subset H_M$ դասի ֆունկցիաներ։

Այս աշխատանքում ընդհանրացված է Գ. Ց. Տումարկինի հայտնի թեորեմը լեբեգյան չափի դեպքում, և որպես մասնավոր դեպք ստացվում է Ռ. Լեսնիևիչի արդյունքը K_M դասում բազմանդամների լրիվության վերաբերյալ։

Հայտնի է, որ N' Սմիրնովի ենթադասի յուրաքանչյուր $F(z)$ ֆունկցիայի եզրային արժեքները մոտարկվում են սահմանափակ անալիտիկ ֆունկցիաների եզրային արժեքներով, համապատասխան մետրիկաներում, եթե $F(\zeta)\in L_p, p\geq 1$ կամ $F(\zeta)\in L_M$, երբ $M(u)$-ն բավարարում է Δ_2-պայմանին։ Հոդվածում ցույց է տրված, որ երբ $M(u)$-ն չի բավարարում Δ_2-պայմանին, վերոհիշյալ պնդումը ճիշտ չէ։

ЛИТЕРАТУРА—ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

[1] *М. Д. Григорян,* Ученые записки ЕГУ, естественные науки, 1(137), 1978. [2] *Г. Ц. Тумаркин,* «Известия АН СССР», сер. математическая, 30, вып. 4, 1966. [3] *R. Lesniewicz.* Annales Societatis mathematicae Polonae, Series I. Commentationes mathematicae, XV, 1971. [4] *И. И. Привалов,* Граничные свойства аналитических функций. М., 1950. [5] *М. А. Красносельский, Я. Б. Рутицкий,* Выпуклые функции и пространства Орлича, М., 1958. [6] *Дж. Л. Уолш.* Интерполяция и аппроксимация рациональными функциями в комплексной области, М., ИЛ, 1961.

ՀԱՅԿԱԿԱՆ ՍՍՀ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԿԱԴԵՄԻԱՅԻ ԶԵԿՈՒՅՑՆԵՐ
ДОКЛАДЫ АКАДЕМИИ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР
LXVIII 1979 1

УДК 519.1

МАТЕМАТИКА

Л. Г. Асатрян

О монотонных булевых функциях пересечений

(Представлено академиком АН Армянской ССР С. Н. Мергеляном 30/VII 1978)

В данной работе рассматриваются системы подмножеств конечных множеств и исследуются всевозможные типы пересечений, порождаемых ими. Для заданных характеристических функций пересечений выясняются возможности их минимальных реализаций, то есть находятся множества минимальной мощности и такие системы подмножеств этих множеств, пересечения которых описываются данными характеристическими функциями.

Рассмотрим произвольное множество $S=\{a_1, a_2, \ldots, a_m\}$ и систему F, состоящую из подмножеств $S_1, S_2, \ldots, S_n$ множества S. Рассмотрим произвольные подсистемы системы F, и представим их бинарными наборами длины n следующим образом. Если $\alpha=(\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_n)$ — упорядоченный набор нулей и единиц, и $\alpha_{i_1}, \alpha_{i_2}, \ldots, \alpha_{i_k}$ все единичные значения набора α, то поставим в соответствие набору α подсемейства F_α, семейства F, состоящее из подмножеств $S_{i_1}, S_{i_2}, \ldots, S_{i_k}$. Булеву функцию f, зависящую от n переменных $x_1, x_2, \ldots, x_n$ и равную единице на всех тех наборах α, для которых $\bigcap\limits_{j=1}^{k} S_{i_j}=\varnothing$, назовем характеристической булевой функцией пересечений системы F подмножеств S.

Таким образом, мы ввели ряд определений, являющихся прямыми обобщениями соответствующих определений графов пересечений ([1]), описывающих пересечения пар подмножеств системы подмножеств конечного множества. Поэтому некоторые вопросы, обсуждаемые нами вполне аналогичны соответствующим постановкам графов пересечений.

Прежде всего отметим специальный вид рассматриваемых функций пересечений. Они просто являются монотонными булевыми функциями, согласно тому, что удалив подмножество из пересекающейся системы множеств, мы всегда приходим к пересекающимся системам множеств.

Далее, естественно поставить вопрос о существовании для произвольной монотонной булевой функции $f(x_1, x_2, \ldots, x_n)$ конечного множества S и системы F его подмножеств таких, что функция f

является характеристической булевой функцией пересечений системы F. При этом понятно, что группы переменных, от которых функция f зависит одинаково, могло бы быть поставлено в соответствие одно и то же подмножество, и что при поглащении функцией f переменной x_i мы должны выбрать в качестве S_i пустое множество. Согласно с этим, в первом случае для нас особый интерес представляет такой выбор подмножеств S_i, в котором нет одинаковых элементов.

Наконец, в случае существования для данной монотонной функции (или для произвольной монотонной функции) множества S и системы F различных подмножеств $S, S_1, S_2, \ldots, S_m$ (за исключением пустых множеств) таких, что f является характеристической монотонной булевой функцией пересечений системы F, мы будем искать множество S минимальной мощности.

Обозначим через M_n класс всех монотонных булевых функций, зависящих от n переменных. Далее, пусть $V(f)$, $V(f) \subset E^n$, есть множество $\{\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_p\}$ всех верхних нулей функции f, $f \in M_n$, где $\alpha_i = (a_{i1}, a_{i2}, \ldots, a_{in})$. Рассмотрим пару S и F и представим систему F в виде матрицы $\|a_{ij}\|$, $1 \leq i \leq m$, $1 \leq j \leq n$, где столбцы этой матрицы представляют подмножества из F; $a_{ij} = 1$ тогда и только тогда, когда элемент $a_i \in S$ принадлежит подмножеству $S_i \in F$.

Теорема 1. *Для произвольного $f \in M_n$, существует такое конечное множество S и система F его различных подмножеств (за исключением пустых множеств), что функция f является характеристической функцией пересечений подмножеств множества S, принадлежащих F.*

Доказательство. Возьмем произвольную функцию f, $f \in M_n$. Пусть A_f матрица размерности $p \times n$, строками которой являются верхние нули функции f. В матрице A_f могут быть нулевые столбцы. Предположим, что ее последние k ($k < n$) столбцы нулевые. Обозначим через A матрицу порядка $(p+n-k) \times n$, полученную из матрицы A_f добавлением строк $\beta_i = (\overbrace{0, 0, \ldots, 0, 1}^{i}, 0, \ldots 0)$, $i = 1, 2, \ldots, n-k$.

Очевидно, что столбцы матрицы A различны (кроме нулевых столбцов) и что функция f описывает пересечения столбцов матрицы A. Теорема доказана.

Сейчас мы вправе ввести следующие определения. Обозначим через $S(f)$ минимальную мощность такого множества S, для которого существует система F его различных подмножеств, пересечения которых описываются функцией f. Далее пусть

$$S(n,p) = \max_{\substack{f \in M_n \\ |V(f)| = p}} S(f) \quad \text{и} \quad S(n) = \max_{f \in M_n} S(f)$$

Лемма 1. *В произвольной $(0,1)$-матрице размерности $p \times n$, с попарно несравнимыми строками, где* $\binom{k}{[k/2]} < p \leq \binom{k+1}{\left[\frac{k+1}{2}\right]}$,

$1 \leqslant k \leqslant n-1$ *существует по крайней мере* $k+1$ *попарно различных столбцов.*

Доказательство. Предположим, что существует (0,1)—матрица A_0 порядка $p \times n$ с попарно несравнимыми строками и всего лишь k_0, $k_0 < k+1$, попарно различными столбцами. Обозначим через B матрицу порядка $p \times k_0$, составленную из попарно различных столбцов матрицы A_0. Понятно, что строки матрицы B все еще останутся попарно несравнимыми, так как столбцы, удаленные из A_0 являются повторениями столбцов матрицы B.

А это означает, что в E^{k_0}, $k_0 < k$, существуют P, $P > \binom{k}{[k/2]}$, несравнимых элементов, что противоречит лемме Шпернера ([3]).

Отметим также, что в условиях леммы 1 легко построить матрицу, максимальное число различных столбцов которой равно $k+1$. Таким образом число $k+1$ наибольшее возможное в утверждении леммы 1.

Лемма 2. *Для каждой функции* f, $f \in M_{n-1}$ и $|V(f)|=p$, *можно построить функцию* φ, $\varphi \in M_n$ *и* $|V(\varphi)|=p$ *так, чтобы*

$$S(f) \leqslant S(\varphi).$$

Действительно, если A_f матрица порядка $p \times (n-1)$, строки которой являются верхними нулями функции f, то можно рассмотреть матрицу B порядка $p \times n$, получающуюся из матрицы A повторением некоторого столбца. Далее, если φ такая функция, что $A_\varphi = B$, то проверка соотношения $S(f) \leqslant S(\varphi)$ не представляет особого труда

Здесь же отметим, что исходя из данной матрицы A_f можно построитъ матрицу C, заменив нулевые столбцы A_f произвольными его другими столбцами. При этом, если ψ такая функция, которая задается матрицей C, то ясно, что $S(f) \leqslant S(\psi)$. Ниже мы будем пользоваться частным случаем этого замечания, когда $S(f)=S(n,p)$.

Теорема 2. $S(n,p) \geqslant S(n,p-1)$.

Доказательство. Докажем сначала следующее неравенство

$$S(n,p) \leqslant S(n-1,p)+1. \tag{1}$$

Рассмотрим функцию f такую, что $f \in M_n$, $|V(f)|=p$, $S(f)=S(n,p)$, и в матрице A_f нет нулевых столбцов, и если все столбцы различны, то $S(n,p)=S(f)=p$, а $S(n-1,p) \geqslant p$, так что (1) в этом случае удовлетворяется. Если в A_f имеются два одинаковых столбца, то удалив один из повторяющихся столбцов, мы приходим к матрице B порядка $p \times (n-1)$ с несравнимыми строками. Возьмем функцию φ, $\varphi \in M_{n-1}$, $|V(\varphi)|=p$, так, чтобы $A\varphi = B$. Так как $S(\varphi) \leqslant S(n-1,p)$ и $S(f) \leqslant S(\varphi)+1$, то $S(n,p) \leqslant S(n-1,p)+1$.

Теперь рассмотрим произвольную функцию f, $f \in M_{n-1}$, $|V(f)| = p-1$ и $S(f)=S(n-1,p-1)$. Возьмем матрицу A следующим образом

$$A=\begin{pmatrix} & & 0 \\ & A_f & 0 \\ & & \vdots \\ & & 0 \\ 00\ldots0 & & 1 \end{pmatrix}$$

и пусть A_f матрица порядка $(p-1)\times(n-1)$, строки которой являются верхними нулями функции f. Пусть φ есть такая функция, для которой $A_\varphi=A$. Ясно, что $|V(\varphi)|=p$ и $S(\varphi)=S(f)+1=S(n-1,p-1)+1$.

По определению имеем $S(n,p)\geqslant S(\varphi)=S(n-1,p-1)+1$. Объединив полученное с неравенством (1) получаем, что

$$S(n,p)\geqslant S(n-1,p-1)+1\geqslant S(n,p-1),$$

то есть утверждение теоремы.

Сделаем основные выводы из доказанных утверждений.

Следствие 1. Если $p>\binom{n-1}{\left[\frac{n-1}{2}\right]}$, то $S(n,p)=p$.

Следствие 2. $S(n)=\binom{n}{[n/2]}$

Вычислительный центр Академии наук Армянской ССР и Ереванского Государственного университета

Լ. Դ. ԱՍԱՏՐՅԱՆ

Հատումների մոնոտոն բուլյան ֆունկցիաների մասին

Աշխատանքը նվիրված է վերջավոր բազմության ենթաբազմությունների սիստեմների էլեմենտների հատումների նկարագրման ուսումնասիրությանը բուլյան ֆունկցիաների միջոցով: Ապացուցված է, որ վերջավոր S բազմության ենթաբազմությունների կամայական $F=\{S_1,S_2,\ldots,S_n\}$ սիստեմի հատումների բուլյան ֆունկցիան մոնոտոն է՝ $f\in M_n$ և, որ կամայական $f\in M_n$ մոնոտոն ֆունկցիա հանդիսանում է ինչ որ S բազմության և համապատասխան F սիստեմի հատումների բուլյան ֆունկցիա: Նշված դեպքերում F սիստեմի էլեմենտները, բացառությամբ դատարկ ենթաբազմության, ենթադրվում են իրարից տարբեր:
Ցույց է տրված, որ S բազմության մինիմալ հնարավոր հզորությունը, որի դեպքում նրա ենթաբազմությունների սիստեմների էլեմենտների հատումների բուլյան ֆունկցիաների բազմությունը իր մեջ ընդգրկում է M_n դասի բոլոր ֆունկցիաները, հավասար է $\binom{n}{[n/2]}$ թվին:

ЛИТЕРАТУРА—ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

[1] *P. Erdős, A. Goodman, L. Pósa,* Canad. J. Math., 18, 106–112 (1963). [2] Дискретная математика и математические вопросы кибернетики. т. 1, М., „Наука", 1974. [3] *E. Sperner,* Math. Z., 27, 544–548 (1928).

ՀԱՅԿԱԿԱՆ ՍՍՀ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԿԱԴԵՄԻԱՅԻ ԶԵԿՈՒՅՑՆԵՐ
ДОКЛАДЫ АКАДЕМИИ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР

LXVII 1979 1

УДК 517.55

МАТЕМАТИКА

Е. С. Мкртчян

Об одной формуле логарифмического вычета в C^n и ее приложении к изучению однолистных отображений.

(Представлено академиком АН Армянской ССР М. М. Джрбашяном 22/IX 1978)

1°. Обобщение логарифмического вычета для функций одного комплексного переменного на функции многих комплексных переменных происходит в двух направлениях. Первое: меняется размерность области интегрирования (см. ([1]) там размерность меняется от n до $2n-1$) и второе: варьируется дифференциальная форма фигурирующая под интегралом (см. ([2]) подобно интегральной формуле Лере). В этой работе мы получаем формулу логарифмического вычета в случае, когда область интегрирования имеет размерность $2n$ в C^n.

С помощью этой формулы для одного класса однолистных отображений получено необходимое условие однолистности и оценки для коэффициентов.

2. Пусть в области $G\subset C^n$ задана система n голоморфных функций (голоморфное отображение)

$$w_j=f_j(z_1,\ldots,z_n),\ j=1,\ldots,n,$$

которое для краткости будем обозначать $w=f(z)$. (1)

Точка $a=(a_1,\ldots,a_n)\in G$ называется нулём системы (1), если $f_j(a)=0,\ j=1,\ldots,n$.

Будем предполагать в дальнейшем, что $E_f\cap\partial G=\varnothing$, где $E_f=\{z\in G;\ f_1(z)=\ldots=f_n(z)=0\}$. Из этого следует, что E_f дискретно и якобиан системы (1) $\dfrac{\partial(f)}{\partial(z)}\neq 0$.

Пусть $w=f(z)$ собственно и голоморфно отображает G на полную n-круговую область Γ, причём так, что лебегов $2n$-мерный объем $\pi_n V(\Gamma)<\infty$. Если $F\subseteq\Gamma$ любая n-круговая область*, то через A обозначим прообраз F при отображении (1), т. е. $A=f^{-1}(F)$. Справедлива следующая

Теорема 2. 1. *Пусть $f:G\to\Gamma$, $E_f\cap\partial G=\varnothing$ и $F\subseteq\Gamma$ любая n-круговая область в C^n. Тогда для любой функции φ, голоморфной в $\bar{G}$, непрерывной в $\bar{G}$ имеет место следующая формула*

* В работе всюду предполагается, что рассматриваемые n-круговые области являются n-круговые относительно начала координат.

$$\frac{1}{(2\pi i)^n V(F)} \int\limits_{z\in\Lambda} \varphi(z)\,df\wedge d\bar{f} = \sum_{a^v\in E_f} m_v \varphi(a^v), \qquad (2)$$

где m_v *кратность нуля* a^v, $df=df_1\wedge\ldots\wedge df_n$ и $d\bar{f}=d\bar{f}_1\wedge\ldots\wedge d\bar{f}_n$.

Следствие 2. 1. При условиях теоремы 2. 1, если положить $\varphi(z)\equiv 1$, то формула (2) дает общее число нулей системы (1) в G с учётом кратности.

3°. Пусть задано голоморфное отображение f области G, содержащей нуль, на n-круговую область $\Omega\subset C^n$. Предположим, что $V(\Omega)<\infty$ и рассмотрим ограниченную n-круговую область D содержащуюся в Q.

Из условия на D следует:

а)

$$f_i(z)=\sum_{\|k_i\|=0}^{\infty} a_{k^i}^i z^{k^i}, \; i=1,\ldots,n,$$

где $\|k^i\|=k_1^i+\ldots+k_n^i$, $k_j^i\geqslant 0$ целые числа, $i,j=1,\ldots,n$, а $z^{k^i}=z_1^{k_1^i}+\ldots+z_n^{k_n^i}$,

б)

$$m_k(D)\overset{\mathrm{def}}{=}\frac{1}{(2\pi i)^n}\int\limits_D |z^{2k}|\,d\bar{z}\wedge dz<\infty,$$

для любого $k=(k_1,\ldots,k_n)$, $k_i\geqslant 0$, $i=1,\ldots,n$, где $dz=dz_1\wedge\ldots\wedge dz_n$, $|z^{2k}|=|z_1|^{2k_1}\ldots|z_n|^{2k_n}$.

Отображение f называется однолистным, если оно голоморфно и каждую точку из образа принимает ровно один раз.

Теорема 3.1. *Пусть f отображает область Q на n-круговую область Ω, причем $V(\Omega)<\infty$ и $f(0)=0$. Тогда для того чтобы отображение f было однолистным необходимо следующее условие*

$$\sum_{t_1=1}^{\infty}\ldots\sum_{t_n=1}^{\infty}|C_{t_1\ldots t_n}|^2 m_{t-1}(D)\leqslant V(\Omega),$$

где $t-1=(t_1-1,\ \ldots,\ t_n-1)$,

$$C_{t_1\ldots t_n}=\sum_{k_1^1+\ldots+k_1^n=t_1}\cdots\sum_{k_1^n+\ldots+k_n^n=t_n} a_{k^1}^1\ldots a_{k^n}^n\cdot b_k,$$

а числа

$$b_k=\sum_{I}(-1)^{\sigma(I)}\,k_1^{i_1}\ldots k_n^{i_n},$$

$\sigma(I)$ *четность перестановки* $I=(i_1,\ldots,i_n)$.

Из теоремы 3.1 получаем

Следствие 3. 1. В случае, когда $V(\Omega)\leqslant 1$ и $Q=\{z\in C^n;\ |z_i|<1, i=1,\ldots,n\}$, то получаем следующую оценку для коэффициентов

$$|C_{t_1\ldots t_n}|<\sqrt{t_1\ldots t_n}, \tag{3}$$

для всех $t_i\geqslant 1$, $i=1,\ldots,n$.

Следствие 3. 2. В предположении следствия 3.1 потребуем еще, что однолистное отображение $f=(f_1,\ldots,f_n)$ имеет следующий вид

$$f_1(z)=\sum_{k_1=1}^{\infty} a_{k_1} z_1^{k_1}$$

$$f_2(z)=z_2$$

$$\cdots\cdots\cdots$$

$$f_n(z)=z_n.$$

Тогда неравенство (3) превратится в следующее неравенство

$$|a_{t_1}|<\frac{1}{\sqrt{t_1}}. \tag{4}$$

Отметим, что неравенство (4) по существу есть у Бибербаха [3] В многомерном случае оценки для коэффициентов в неявном виде есть в работе [4], где для голоморфного отображения f единичного поликруга в единичный поликруг получена оценка $|a_k^i|<1$, для каждого

$$f_i(z)=\sum_{\|k\|=0}^{\infty} a_k^i z^k,\ i=1,\ldots,n.$$

Автор пользуется случаем выразить глубокую благодарность своему научному руководителю Л. А. Айзенбергу за постоянное внимание к работе и помощь, а также Ш. А. Даутову за полезное обсуждение.

Институт физики им. Л. В. Киренского СО АН СССР

Ն. Ս. ՄԿՐՏՉՅԱՆ

Լոգարիթմական մնացքի բանաձևի մասին C^n-ում և նրա կիրառությունը միաթերթ արտապատկերումների ուսումնասիրության մեջ

Աշխատանքում ապացուցվում է լոգարիթմական մնացքի մի բանաձև C^n-ում, ի տարբերություն անցյալում հայտնի բանաձևերից, այստեղ ինտեգրումը կատարվում է տիրույթով։ Այդ բանաձևի օգնությամբ միաթերթ արտապատկերման մի դասի համար ստացվել է միաթերթության անհրաժեշտ պայման և գործակիցների համար գնահատական։

ЛИТЕРАТУРА — ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

[1] *А. П. Южаков, А. В. Куприков*, В кн. Некоторые свойства голоморфных функций многих компл. перем., 181—191, Изд. ИФ АН СССР Красноярск, 1973. [2] *Л. А. Айзенберг*, ДАН СССР, т. 234, № 3 (1977). [3] *L. Bieberbach*, Rend. Palermo, v. 38, 98—112 (1914). [4] *A. Pfister* Math. Annalen 3 146, 249—262 (1962).

ՀԱՅԿԱԿԱՆ ՍՍՀ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԿԱԴԵՄԻԱՅԻ ԶԵԿՈՒՅՑՆԵՐ
ДОКЛАДЫ АКАДЕМИИ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР

LXVIII 1979 1

УДК 519.1+519.71

МАТЕМАТИКА

Б. Е. Торосян

Комбинаторные свойства некоторых классов пороговых функций

(Представлено чл.-корр. АН Армянской ССР Варшамовым 4/X 1978)

В работе устанавливаются возможности и единственности о представлении произвольного числа $q\in N$ в некоторых формах, с помощью которых строятся классы пороговых булевых функций и приводятся параметры реализаций каждой из этих функций. На основе свойств вектора активностей пороговой булевой функции приводится алгоритм распознавания функций из описанных классов.

Под словом „функция" будем понимать булеву функцию, под выражением „подмножество $J\subseteq\{\overline{1,\ n}\}=\{1,\ 2,\ \ldots,\ n\}$"—подмножество упорядоченное по возрастанию значений своих элементов.

Упорядоченную совокупность различных переменных $(x_1,\ x_2,\ldots,\ x_n)$ обозначим через $\bar{x}_n\ (n\in N)$, функцию $f(x_1,\ x_2,\ \ldots,\ x_n)$—через $f(\bar{x}_n)$. Пусть $E=\{0,\ 1\}$, $N_{f(\bar{x}_n)}=\{\bar{\alpha}\in E^n/f(\bar{\alpha})=1\}$ и $J=\{i_1,\ i_2,\ \ldots,\ i_k\}\subseteq\{\overline{1,\ n}\}$.

Определение 1. Нормой функции $f(\bar{x}_n)$ называется число $\|f(\bar{x}_n)\|=|N_{f(\bar{x}_n)}|/2^n$, где $|A|$—мощность множества A.

Определение 2. Активностью совокупности переменных $x_{i_1},\ x_{i_2},\ \ldots,\ x_{i_k}$ относительно функции $f(\bar{x})$ называется число

$$\omega_{i_1,\ldots,i_k}^{f(\bar{x}_n)}=\omega_J^{f(\bar{x}_n)}=\|f(\bar{x}_n)\oplus f(x_1,\ \ldots,\ x_{i_1-1},\ \bar{x}_{i_1},\ x_{i_1+1},\ \ldots,\ \bar{x}_{i_k},\ \ldots,\ x_n)\|.$$

Вектор $\omega^{f(\bar{x}_n)}=(\omega_1^{f(\bar{x}_n)},\ \omega_2^{f(\bar{x}_n)},\ \ldots,\ \omega_n^{f(\bar{x}_n)})$ называется вектором активностей аргументов функции $f(\bar{x}_n)$. Имеет место следующее свойство ([1]).

С1. Если $\varphi(\bar{x}_n)=\psi(x_{j_1},\ x_{j_2},\ \ldots,\ x_{j_n})$, то $\omega^{\psi(\bar{x}_n)}=(\omega_{j_1}^{\varphi(\bar{x}_n)},\ \omega_{j_2}^{\varphi(\bar{x}_n)},\ \ldots,\ \omega_{j_n}^{\varphi(\bar{x}_n)})$, где $\{j_1,\ j_2,\ \ldots,\ j_n\}=\{\overline{1,\ n}\}$.

Вектор $(\omega_{j_1}^{\varphi(\tilde{x}_n)}, \omega_{j_2}^{\varphi(\tilde{x}_n)}, \ldots, \omega_{j_n}^{\varphi(\tilde{x}_n)})$ называется каноническим вектором активностей аргументов функции $\varphi(\tilde{x}_n)$, если $\omega_{j_1}^{\varphi(\tilde{x}_n)} \geqslant \omega_{j_2}^{\varphi(\tilde{x}_n)} \geqslant \ldots$ $\ldots \geqslant \omega_{j_n}^{\varphi(\tilde{x}_n)}$.

Определение 3. Функции $\varphi(\tilde{x}_n)$ и $\psi(\tilde{x}_n)$ называются сравнимыми, если выполняется хотя бы одно из следующих условий.

$$(\varphi(\tilde{x}_n) \to \psi(\tilde{x}_n)) \equiv „1“$$

$$(\psi(\tilde{x}_n) \to \varphi(\tilde{x}_n)) \equiv „1“,$$

где $„\sigma“$ — функция, тождественно равная σ $(\sigma \in E)$.

Для произвольного набора $\tilde{\sigma} = (\sigma_1, \sigma_2, \ldots, \sigma_k) \in E^k$ через $f^J_{\tilde{\sigma}}(\tilde{x}_n)$ (или $f^{i_1 i_2 \ldots i_k}_{\sigma_1 \sigma_2 \ldots \sigma_k}(\tilde{x}_n)$) обозначим функцию $f(x_1, \ldots, x_{i_1-1}, \sigma_1, x_{i_1+1}, \ldots x_{i_k-1}, \sigma_k, x_{i_k+1}, \ldots, x_n)$.

Определение 4. Функция $f(\tilde{x}_n)$ называется k — сравнимой, если для любого подмножества $J \subseteq \overline{[1, n]}$ $(|J| = k)$ и для любых наборов $\tilde{\sigma}, \tilde{\gamma} \in E^k$, функции $f^J_{\tilde{\sigma}}(\tilde{x}_n)$ и $f^J_{\tilde{\gamma}}(\tilde{x}_n)$ сравнимы.

Определение 5. Функция $f(\tilde{x}_n)$ называется k—монотонной, если она m—сравнима при любом $m \leqslant k$; n—монотонная функция $f(\tilde{x}_n)$ называется вполне-монотонной.

Класс всех k-монотонных функций обозначим через M_k $(k \in N)$, класс всех вполне-монотонных функций — через M_∞.

Теорема 1. *Функция $f(\tilde{x}_n)$ k-монотонна тогда и только тогда, когда для любого подмножества $J \subseteq \overline{[1, n]}$ $(|J| \leqslant k)$ имеет место соотношение*

$$\omega_J^{f(\tilde{x}_n)} = \frac{1}{2^{|J|}} \sum_{\tilde{\sigma} \in E^{|J|}} \left| \, \| f^J_{\tilde{\sigma}}(\tilde{x}_n) \| - \| f^J_{\tilde{\tilde{\sigma}}}(\tilde{x}_n) \| \, \right| \qquad (1)$$

где $\tilde{\tilde{\sigma}}$ — набор, противоположный набору $\tilde{\sigma}$.

Определение 6. Функция $f(\tilde{x}_n)$ называется пороговой, если система

$$\begin{cases} \xi \cdot \tilde{\gamma} > w; \text{ для всех } \tilde{\gamma} \in N_{f(\tilde{x}_n)} \\ \xi \cdot \tilde{\delta} < w; \text{ для всех } \tilde{\delta} \in N_{\overline{f}(\tilde{x}_n)} \end{cases}$$

имеет вещественное решение $\bar{\xi}=(\xi; w)=(\xi_1, \xi_2, \ldots, \xi_n; w)$. В таком случае говорят также, что вектор $\bar{\xi}$ 1—реализует функцию $f(\tilde{x}_n)$.

Класс всех пороговых функций обозначим через П. Имеют место следующие утверждения.

С2. $\Pi \subseteq M_\infty \subseteq M_k$ $(k \in N)$.

С3. Пусть $\varphi(\bar{x}_n) \in \Pi$—произвольная функция и вектор $\bar{\xi}=(\xi; w)=$ $=(\xi_1, \xi_2, \ldots, \xi_n; w)$—произвольная 1-реализация этой функции. Тогда

а) Если $\varphi(\tilde{x}_n)=\psi(x_{j_1}, x_{j_2}, \ldots, x_{j_n})$, то $\psi(\bar{x}_n) \in \Pi$ и вектор $\bar{\xi}'=(\xi_{j_1}, \xi_{j_2}, \ldots, \xi_{j_n}; w)$ 1—реализует эту функцию, где $\{j_1, j_2, \ldots, j_n\}=$ $=\{\overline{1, n}\}$.

б) Для любого набора $\bar{\sigma}=(\sigma_1, \sigma_2, \ldots, \sigma_n) \in E^n$ функция $\psi(\bar{x}_n)=$ $=\varphi(\bar{x}_n^{\bar{\sigma}})$ порогова и вектор $\bar{\xi}'=((-1)^{\sigma_1}\cdot\xi_1, (-1)^{\sigma_2}\cdot\xi_2, \ldots, (-1)^{\sigma_n}\cdot\xi_n;$ $w-\bar{\xi}\cdot\bar{\sigma})$ 1—реализует эту функцию, где $\bar{x}_n^{\bar{\sigma}}=(x_1^{\sigma_1}, x_2^{\sigma_2}, \ldots, x_n^{\sigma_n})$

в) Если $\psi(\bar{x}_n) \in M_1$, $\omega^{\psi(\bar{x}_n)}=\omega^{\varphi(\bar{x}_n)}$, $\|\psi(\bar{x}_n)\|=\|\varphi(\bar{x}_n)\|$ и для набора $\sigma=(\sigma_1, \sigma_2, \ldots, \sigma_n) \in E^n: \sigma_i=0$ тогда и только тогда, когда

$$\omega_i^{\psi(\bar{x}_n)}=\|\psi_\sigma^i(\bar{x}_n)\|-\|\psi_{\bar{\sigma}}^i(\bar{x}_n)\| \neq \|\varphi_\sigma^i(\bar{x}_n)\|-\|\varphi_{\bar{\sigma}}^i(\bar{x}_n)\| \quad (\sigma \in E),$$

то $\psi(\bar{x}_n)=\varphi(\bar{x}_n^{\bar{\sigma}})$.

Лемма 1. *Если для функции* $f(\bar{x}_n) \in \Pi$, $\omega_{j_1}^{f(\bar{x}_n)} \geqslant \omega_{j_2}^{f(\bar{x}_n)} \geqslant \ldots \geqslant \omega_{j_n}^{f(\bar{x}_n)}$, *то существует 1—реализация* $\bar{\xi}=(\xi_1, \xi_2, \ldots, \xi_n; w)$ *этой функции такая, что* $|\xi_{j_1}| \geqslant |\xi_{j_2}| \geqslant \ldots \geqslant |\xi_{j_n}|$; *причем строгость неравенств в этих цепочках соответствует друг другу.*

Теорема 2. *Имеет место ровно одна из следующих альтернатив: либо функция* $f(\bar{x}_n)$ *порогова, либо существуют положительные числа* c_i, d_i *и наборы* $\bar{\gamma}_i \in N_{f(\bar{x}_n)}$, $\bar{\delta}_i \in N_{\overline{f(\bar{x}_n)}}$ *такие, что*

$$\sum_1^p c_i=\sum_1^q d_i \neq 0 \text{ и } \sum_1^p c_i\bar{\gamma}_i=\sum_1^q d_i\bar{\delta}_i, \text{ где } 2 \leqslant p,\ q \leqslant n,\ p+q \leqslant n+2.$$

Лемма 2. *Пусть* $a, b \in N$ — *произвольные числа* $(a > b \geqslant 0)$. $\bar{\beta}=(\beta_1, \beta_2, \ldots, \beta_n) \in E^n$ — *произвольный набор и* m — *минимальное число такое, что*

$$\binom{a-m}{b-\sum_1^m \beta_i}=1.$$

Тогда имеет место равенство

$$\binom{a}{b}=\binom{a-1}{b-\beta_1}+\binom{a-2}{b-\overline{\beta}_1-\beta_2}+\ldots+\binom{a-m}{b-\sum\limits_1^{m-1}\overline{\beta}_t-\beta_m}+\binom{a-m}{b-\sum\limits_1^{m}\overline{\beta}_t} \quad (2)$$

Лемма 3. *Для данных набора* $\bar{\alpha}=(\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_n)\in E^n$ *и числа* $k\in N$, *произвольное число* $q\in N\left(0<q\leqslant\binom{n}{k}\right)$ *можно представить в форме*

$$q=\binom{a_1(q, \bar{\alpha})}{b_1(q, \bar{\alpha})}+\binom{a_2(q, \bar{\alpha})}{b_2(q, \bar{\alpha})}+\cdots+\binom{a_r(q, \bar{\alpha})}{b_r(q, \bar{\alpha})}, \quad (3)$$

где

$$a_i(q, \bar{\alpha})=n-m_i\geqslant b_i(q, \bar{\alpha})=k-\sum_1^{m_i}\alpha_t+\sum_1^{i-1}(-1)^{\bar{\alpha}_{m_j}}\geqslant 0 \quad (i=\overline{1, r}),$$

$1\leqslant m_1<m_2<\ldots<m_r\leqslant n$; *и это представление единственное с точностью до одного равенства типа* (2) *или одного равенства типа*

$$\binom{a}{a}=\binom{b}{b}=\binom{c}{0}=\binom{d}{0}=1 \quad (4)$$

Из представления (3) при $\bar{\alpha}=\bar{0}=(0, 0, \ldots, 0)$ получается представление произвольного числа $q\in N$ для данного числа $k\in N$, которым пользуются в работах [2-6] для решения ряда экстремальных задач.

Лемма 4. *Для данного набора* $\bar{\alpha}=(\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_n)\in E^n$, *произвольное число* $q\in N$ $(0<q<2^n)$ *можно представить в форме*

$$q=\binom{n}{0}+\binom{n}{1}+\cdots+\binom{n}{k-1}+$$
$$+\binom{a_1(q, \bar{\alpha})}{b_1(q, \bar{\alpha})}+\binom{a_2(q, \bar{\alpha})}{b_2(q, \bar{\alpha})}+\cdots+\binom{a_r(q, \bar{\alpha})}{b_r(q, \bar{\alpha})} \quad (5)$$

при некотором k $(0<k\leqslant n)$, *где* $a_i(q, \bar{\alpha})=n-m_i\geqslant b_i(q, \bar{\alpha})=$ $=k-\sum\limits_1^{m_i}\alpha_t+\sum\limits_1^{i-1}(-1)^{\bar{\alpha}_{m_j}}\geqslant 0$ $(i=\overline{1, r})$, $1\leqslant m_1<m_2<\cdots<m_r\leqslant n$; *и это представление единственное с точностью до одного равенства типа* (2) *или типа* (4).

Для данных набора $\bar{\alpha}=(\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_n)\in E^n$ и вещественного вектора $\xi=(\xi_1, \xi_2, \ldots, \xi_n)$ упорядочим наборы множества E^n в последовательность $T^n(\xi, \bar{\alpha})$ по следующим правилам

а) Если для наборов $\bar{\gamma}, \bar{\delta}\in E^n$, $\xi\bar{\gamma}<\xi\cdot\bar{\delta}$, то набор $\bar{\gamma}$ в последовательности $T^n(\xi, \bar{\alpha})$ предшествует набору $\bar{\delta}$.

б) Если для наборов $\bar{\gamma}=(\gamma_1, \gamma_2, \ldots, \gamma_n)$, $\bar{\delta}=(\delta_1, \delta_2, \ldots, \delta_n)\in E^n$, $\xi\bar{\gamma}=\xi\bar{\delta}$ и t $(1\leqslant t\leqslant n)$ наименьший номер компоненты, по которой эти наборы отличаются, и если для этого t, $\gamma_t=\alpha_t=\bar{\delta}_t$, то набор $\bar{\gamma}$ в последовательности $T^{(n)}(\xi, \bar{\alpha})$ предшествует набору $\bar{\delta}$.

Начальный отрезок последовательности $T^{(n)}(\xi, \bar{\alpha})$ длины q $(0\leqslant q\leqslant 2^n)$ обозначим через $T^{(n)}_q(\xi, \bar{\alpha})$. Начальный отрезок $T^{(n)}_q(\xi, \bar{\alpha})$ назовем полным, если для любых наборов $\bar{\gamma}\in T^{(n)}_q(\xi, \bar{\alpha})$ и $\bar{\delta}\notin T^{(n)}_q(\xi, \bar{\alpha})$, $\xi\bar{\gamma} < \xi\bar{\delta}$.

Характеристической функцией подмножества $A\subseteq E^n$ называется функция $\psi(\bar{x}_n)$ такая, что $N_{\psi(\bar{x}_n)}=A$.

Лемма 5. *Для любых ξ, $\bar{\alpha}$ и q, характеристическая функция подмножества $T^{(n)}_q(\xi, \bar{\alpha})$ вполне-монотонна.*

Лемма 6. *Функция $\psi(\bar{x}_n)$ порогова тогда и только тогда, когда она совпадает с характеристической функцией некоторого полного начального отрезка $T^{(n)}_{N_{|\psi(\bar{x}_n)|}}(\xi, \bar{\alpha})$.*

Пусть для вектора $\xi^1=(\xi^1_1, \xi^1_2, \ldots, \xi^1_n)$ при $i=\overline{1, n-1}$, $\xi_i=2^{n-i-1}$ и $\xi^1_n=1$; а вектор $\xi^2=\bar{1}=(1, 1, \ldots, 1)$—единичный вектор. Последовательности $T^{(n)}(\xi^1, \bar{\alpha})$ и $T^{(n)}(\xi^2, \bar{\alpha})$ обозначим через $I^{(n)}(\bar{\alpha})$ и $L^{(n)}(\bar{\alpha})$ соответственно $(\bar{\alpha}\in E^n)$. Последовательности $I^{(n)}(\bar{0})$, $L^{(n)}(\bar{1})$ и их специальные отрезки используются в ($^{2-7}$) и в других работах для решения задач различных характеров.

Теорема 3. *Для любых $\bar{\alpha}$ и q, характеристические функции подмножеств $I^{(n)}_q(\bar{\alpha})$ и $L^{(n)}_q(\bar{\alpha})$ пороговы.*

Доказательство теоремы 3 конструктивное. В нем используются факты о представлении произвольного числа $q\in N$ в форме

$$q=2^{p_1}+2^{p_2}+\cdots+2^{p_r},\ p_1>p_2>\cdots>p_r\geqslant 0 \qquad (6)$$

и о представлении числа $q(0<q<2^n)$ для данного набора $\bar{\alpha}\in E^n$ в форме (5) без представлений типа (2). С помощью этих представлений определяются 1-реализации характеристических функций подмножеств $I^{(n)}_q(\bar{\alpha})$ и $L^{(n)}_q(\bar{\alpha})$.

Обозначим через $F^{(n)}_1(\bar{\alpha})$ $(F^{(n)}_2(\bar{\alpha}))$ множество функций, каждая из которых получается из характеристической функции некоторого подмножества $I_q^{(n)}(\bar{\alpha})(L_q^{(n)}(\bar{\alpha}))$ путем перестановок и инверсий перемен. ных. На основе свойств С1—С3 и теоремы 3 описывается следующий алгоритм распознавания и нахождения 1-реализаций функций из множества $F_1^{(n)}(\bar{\alpha})(F_2^{(n)}(\bar{\alpha}))$.

Пусть $\psi(\bar{x}_n)$—произвольная функция.

Шаг 1. Определяется канонический вектор активностей аргументов $\omega_1=(\omega_{j_1}^{\psi(\bar{x}_n)}, \omega_{j_2}^{\psi(\bar{x}_n)}, \ldots, \omega_{j_n}^{\psi(\bar{x}_n)})$ функции $\psi(\bar{x}_n)$ и проверяются условия (1) при $k=1$. Если условия (1) выполняются, то фиксируется подмножество $J\subseteq\overline{\{1, n\}}$ всех i таких, что $\omega_i^{\psi(\bar{x}_n)}=\|\psi_1^i(\bar{x}_n)\|-\|\psi_0^i(\bar{x}_n)\|\neq 0$ и алгоритм переходит к шагу 2. В противном случае $\psi(\bar{x}_n)\notin F_1^{(n)}(\bar{\alpha})$ $(\psi(\bar{x}_n)\notin F_2^{(n)}(\bar{\alpha}))$ и алгоритм останавливает работу.

Шаг 2. Число $|V_{\psi(\bar{x}_n)}|=q$ представляется в форме (6) ((5)). Формулами, определяемыми теоремой 3, определяется канонический вектор активностей аргументов $\omega_2=(\omega_{i_1}^{\varphi(\bar{x}_n)}, \omega_{i_2}^{\varphi(\bar{x}_n)}, \ldots, \omega_{i_n}^{\varphi(\bar{x}_n)})$ характеристической функции $\varphi(\bar{x}_n)$ подмножества $I_q^{(n)}(\bar{\alpha})$ $(L_q^{(n)}(\bar{\alpha}))$ и алгоритм переходит к шагу 3.

Шаг 3. Если $\omega_1=\omega_2$, то формулами, определяемыми теоремой 3, определяется 1-реализация $\bar{\xi}=(\xi; w)$ функции $\varphi(\bar{x}_n)$ и алгоритм переходит к шагу 4. Если же $\omega_1\neq\omega_2$, то $\psi(\bar{x}_n)\notin F_1^{(n)}(\bar{\alpha})(\psi(\bar{x}_n)\notin F_2^{(n)}(\bar{\alpha}))$ и алгоритм останавливает работу.

Шаг 4. $\psi(\bar{x}_n)\in F_1^{(n)}(\bar{\alpha})$ $(\psi(\bar{x}_n)\in F_2^{(n)}(\bar{\alpha}))$ и 1-реализация $\bar{\xi}'$ функции $\psi(\bar{x}_n)$ получается из $\bar{\xi}$ с помощью подстановки $S=\begin{pmatrix} i_1 & i_2 & \ldots & i_n & n+1 \\ j_1 & j_2 & \ldots & j_n & n+1 \end{pmatrix}$ и преобразования С3—б) при

$$\sigma_t=\begin{cases} 0, & \text{если } t\in J \\ 1, & \text{если } t\notin J. \end{cases}$$

Вычислительный центр Академии наук Армянской ССР
и Ереванского государственного университета

Ռ. Ն. ԹՈՐՈՍՅԱՆ

Շեմային ֆունկցիաների որոշ դասերի կոմբինատոր հատկություններ

Աշխատանքում բերվում է բուլյան ֆունկցիայի (բ. ֆ.) k-մոնոտոն լինելու ($k\in N$) անհրաժեշտ և բավարար պայման՝ կապված բ. ֆ. արգումենտների համախմբության ակտիվության և նորմաների հետ, որը հանդիսանում

է բ. ֆ. շեմքային լինելու անհրաժեշտ պայման։ Բերվում է բ. ֆ. շեմքայնության անհրաժեշտ և բավարար պայման։ Հաստատվում են շեմքային բ. ֆ. արգումենտների ակտիվությունների և կշիռների միջև եղած կապեր, որոնք հեշտացնում են բ. ֆ. 1-իրականացումը գտնելը։ Ապացուցվում է կոմբինատոր մի նույնություն, ինչպես նաև կամայական $q \in N$ թվի որոշակի տեսքերով ներկայացնելու փաստերը։ Այդ ներկայացումների հիման վրա կառուցվում է շեմքային բ. ֆ. որոշ դասեր և նկարագրվում այդ դասերին պատկանող բ. ֆ. ճանաչման և 1-իրականացումների գտնման ալգորիթմ։

ЛИТЕРАТУРА—ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

[1] *Ш. Е. Бозоян*, проблемы пер. инф., XIV, № 1, 77—89, 1978. [2] *Л. А. Асланян, В. М. Караханян, Б. Е. Торосян*, ДАН СССР, т. 241, № 1, 11—14, (1978). [3] *G. O. H. Katona*, Proc. Collog. held at Tihany, 187—207, 1966. [4] *G. O. H. Katona*, St. Sc. Hung., 10, 131—140, (1975). [5] *R. Ahlswede, G. O. H. Katona*, Discr. math., 17, 1—22, (1977). [6] *L. H. Harper*, I. Comb. Th., 385—393, (1966). [7] *L. H. Harper*, I. Soc. industr. appl. math., 12, 131—135, (1964).

ՀԱՅԿԱԿԱՆ ՍՍՀ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԿԱԴԵՄԻԱՅԻ ԶԵԿՈՒՅՑՆԵՐ
ДОКЛАДЫ АКАДЕМИИ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР

LXVIII 1979 1

УДК 517.9

МАТЕМАТИКА

Г. В. Вирабян

О спектральном разложении одного класса несамосопряженных операторов

(Представлено чл.-корр. АН Армянской ССР Р. А. Александряном 21/XI 1978)

В работах ([1-3]) Р. А. Александрян показал, что самосопряженный оператор A с чисто непрерывным спектром, в сепарабельном гильбертовом пространстве H обладает полной системой собственных функционалов, а также указал методику построения этой системы собственных функционалов с помощью резольвенты оператора A. При установлении этого результата было использовано то обстоятельство, что в соответствии с основной теоремой спектральной теории самосопряженных операторов, существует неубывающая на вещественной оси функция $\rho(\lambda)$ и такое изометрическое отображение V пространства H на гильбертово пространство L^2_ρ комплексных функций, интегрируемых с квадратом модуля по мере $\rho(\lambda)$, которое „диагонализирует" оператор A в том смысле, что

$$VAV^{-1}=\lambda E=Q, \tag{5}$$

т.е. при этом отображении оператор A переходит в оператор умножения на независимую переменную.

Представляет интерес изучение аналогичных вопросов для несамосопряженных операторов.

Обозначим через L—класс несамосопряженных линейных ограниченных операторов, действующих в сепарабельном гильбертовом пространстве H, мнимая часть которых является одномерным оператором, а спектр чисто непрерывный в H.

Пусть $A \in L$, тогда, как показано в работе М. С. Лифшица ([4]), существует унитарный оператор U, отображающий гильбертово пространство H на пространство комплекснозначных функций $L_2[0,b]$, который оператор A приводит к „треугольному" виду

$$Bf(x) \equiv UAU^{-1}f(x)=\alpha(x)f(x)+\varepsilon i\int_x^b f(t)\,dt,\quad f(x)\in L_2[0,b], \tag{2}$$

где $\alpha(x)$ — вещественная неубывающая измеримая почти всюду конечная функция, а $\varepsilon=\pm 1$.

Положим для определенности $\varepsilon=1$. Вводим в рассмотрение функцию распределения для $\alpha(x)$

$$\sigma(t)=\mathrm{mes}\{x: 0\leqslant x\leqslant b,\ \alpha(x)\leqslant t\}\ (-\infty< t<+\infty). \tag{3}$$

Известно ([5]), что оператор B подобен самосопряженному тогда и только тогда, если функция распределения $\sigma(t)$ удовлетворяет условию Липшица.

Представим гильбертово пространство $L_2[0,b]$ в виде ортогональной суммы двух инвариантных относительно оператора B подпространств

$$L_2[0,b]=h_0\oplus h_1, \tag{4}$$

так что сужение B_0 оператора B в h_0 является самосопряженным оператором, а сужение B_1 оператора B в h_1 является вполне несамосопряженным. Предположим, что функция распределения $\sigma(t)$ удовлетворяет условию Липшица. Тогда ([5]) вполне несамосопряженная часть B_1 оператора B подобна самосопряженному оператору Q_1 в пространстве $L_2(M)$, определяемому формулой

$$Q_1 f(\xi)=\xi\cdot f(\xi),\ f(\xi)\in L_2(M), \tag{5}$$

где $M=\{t: \sigma'(t)>0\}$.

Это означает, что существует линейный ограниченный обратимый оператор S_1 (аффинитет), отображающий гильбертово пространство h_1 на пространство $L_2(M)$ так что

$$B_1 f(x)=S_1^{-1}Q_1 S_1 f(x),\ f(x)\in h_1. \tag{6}$$

Согласно общей теореме Р. А. Александряна ([3]) о спектральном разложении, для самосопряженного оператора B_0 в h_0 существует всюду плотное в h_0 линейное топологическое пространство Ω_{B_0} с более сильной топологией, чем топология исходного пространства h_0, так что имеет место следующее вложение

$$\Omega_{B_0}\subset h_0\subset \Omega^*_{B_0}, \tag{7}$$

у оператора B_0 имеется полная система собственных функционалов $\{T_\lambda^{(0)}\}\ \lambda\in\Lambda_0$ из сопряженного пространства $\Omega^*_{B_0}$, а также имеет место следующая формула разложения

$$\int_0^b \varphi_0(x)\bar{\psi}_0(x)dx=\int_{-\infty}^{+\infty} T_\lambda^{(0)}(\varphi_0)\cdot \overline{T_\lambda^{(0)}(\psi_0)}\, d\rho_0^{(\lambda)},\ \varphi_0,\ \psi_0\in\Omega_{B_0}. \tag{8}$$

$\rho_0(\lambda)$—спектральная функция оператора B_0 в h_0.

Для оператора умножения на независимую переменную Q_1 рассмотрим вложение

$$C(M)\subset L_2(M)\subset C^*(M), \tag{9}$$

где $C(M)$ — пространство непрерывных функций с равномерной сходимостью, $C^*(M)$—сопряженное пространство функционалов над $C(M)$.

Система функционалов $\delta_\lambda \in C^*(M)$ (δ_λ — функционал Дирака) является полной системой собственных функционалов для оператора B_1 и имеет место разложение

$$\int_M f(x)\overline{g(x)}\,dx = \int_M \delta_\lambda(f) \cdot \overline{\delta_\lambda(g)}\,d\lambda, \quad f, g \in C(M). \tag{10}$$

Обозначим через Ω_{B_1} линейное пространство

$$\Omega_{B_1} = S_1^* C(M). \tag{11}$$

Мы скажем $\varphi_1^{(n)} \xrightarrow{\Omega_{B_1}} 0$ $\varphi_1^{(n)} \in \Omega_{B_1}$, если $\psi_n = S_1^{*-1}\varphi_1^{(n)} \xrightarrow{C(M)} 0$. Пространство Ω_{B_1} инвариантно относительно оператора B_1^*. В самом деле, пусть $\varphi_1 \in \Omega_{B_1}$, тогда $B_1^*\varphi_1 = S_1^* Q_1 S_1^{*-1}\varphi_1$, но $Q_1 S_1^{*-1}\varphi_1 \in C(M)$, поэтому $B_1^*\varphi_1 \in \Omega_{B_1}$.

Построим систему линейных функционалов над пространством Ω_{B_1} по формуле

$$T_\lambda^{(1)}(\varphi_1) = \delta_\lambda\,(S_1^{*-1}\varphi_1) \quad \varphi_1 \in \Omega_{B_1}. \tag{12}$$

Линейность функционалов (12) следует из равенств

$$T_\lambda^{(1)}(c\varphi_1 + d\psi_1) = \delta_\lambda\,(cS_1^{*-1}\varphi_1 + d \cdot S_1^{*-1}\psi_1) = c \cdot \delta_\lambda\,(S_1^{*-1}\varphi_1) + d \cdot \delta_\lambda\,(S_1^{*-1}\varphi_1) =$$

$$= c \cdot T_\lambda^{(1)}(\varphi_1) + d \cdot T_\lambda^{(1)}(\varphi_1);\ \varphi_1, \psi_1 \in \Omega_{B_1}. \tag{13}$$

Функционалы непрерывны над пространством Ω_{B_1}.

Пусть $\varphi_1^{(n)} \xrightarrow{\Omega_{B_1}} 0$. Тогда $S_1^{*-1}\varphi_1^{(n)} \xrightarrow{C(M)} 0$ и

$$T_\lambda^{(1)}(\varphi_1^{(n)}) = \delta_\lambda(S_1^{*-1}\varphi_1^{(n)}) \to 0. \tag{14}$$

Рассмотрим вложение

$$\Omega_{B_1} \subset h_1 \subset \Omega_{B_1}^*. \tag{15}$$

Вышепостроенная система линейных функционалов (12) из $\Omega_{B_1}^*$, является системой собственных функционалов для вполне несамосопряженного оператора B_1. Действительно, для произвольного $\varphi_1 \in \Omega_{B_1}$ имеем

$$T_\lambda^{(1)}((B_1^* - \lambda I)\varphi_1) = \delta_\lambda\,(S_1^{*-1}(B_1^* - \lambda I)\,S_1^*\,S_1^{*-1}\varphi_1) = \delta_\lambda\,((Q_1 - \lambda I)S_1^{*-1}\varphi_1) = 0. \tag{16}$$

Из (10) и (12) имеем

$$\int_M S_1^{*-1}\varphi_1(x) \cdot \overline{S_1^{*-1}\psi_1(x)}\,dx = \int_M \delta_\lambda\,(S_1^{*-1}\varphi_1) \cdot \overline{\delta_\lambda\,(S_1^{*-1}\psi_1)}\,d\lambda = \tag{17}$$

$$= \int_M T_\lambda^{(1)}(\varphi_1) \cdot \overline{T_\lambda^{(1)}(\psi_1)}\,d\lambda,\ \varphi_1(x),\ \psi_1(x) \in \Omega_{B_1}.$$

Из (8) и (17) для произвольных $\varphi_0, \psi_0 \in \Omega_{B_0}$ и $\varphi_1, \psi_1 \in \Omega_{B_1}$ имеет место равенство

$$\int_0^b \varphi_0(x)\,\overline{\psi_0(x)}\,dx + \int_M S_1^{-1}\varphi_1(x) \cdot \overline{S_1^{*-1}\psi_1(x)}\,dx =$$

$$=\int\limits_{-\infty}^{+\infty} T_\lambda^{(0)}(\varphi_0)\cdot\overline{T_\lambda^{(0)}(\psi_0)}\,d\rho_0(\lambda)+\int\limits_{M} T_\lambda^{(1)}(\varphi_1)\cdot\overline{T_\lambda^{(1)}(\psi_1)}\,d\lambda. \tag{18}$$

Вводим следующие обозначения

$$H_0=U^{-1}h_0,\ H_1=U^{-1}h_1;$$

$$\Omega_{A_0}=U^{-1}\Omega_{B_0};\ \Omega_{A_1}=U^{*-1}\Omega_{B_1}. \tag{19}$$

Тогда легко проверяются следующие соотношения

$$H=H_0\oplus H_1 \tag{20}$$

$$AH_0\subseteq H_0;\ AH_1\subseteq H_1;\ A_0\Omega_{A_0}\subseteq\Omega_{A_0};\ A_1\Omega_{A_1}\subseteq\Omega_{A_1}; \tag{21}$$

где A_0 A_1 соответственно сужения оператора A на подпространствах H_0 и H_1.

Мы скажем $u_0^{(n)}\xrightarrow{\Omega_{A_0}}0$ $(u_1^{(n)}\xrightarrow{\Omega_{A_1}}0)$, $u_0^{(n)}\in\Omega_{A_0}$ $(u_1^{(n)}\in\Omega_{A_1})$, если $Uu_0^{(n)}\xrightarrow{\Omega_{B_0}}0$ $(U^*u_1^{(n)}\xrightarrow{\Omega_{B_1}}0)$ при $n\to\infty$.

Рассмотрим следующие вложения

$$\Omega_{A_0}\subset H_0\subset\Omega^*_{A_0};\ \Omega_{A_1}\subset H_1\subset\Omega^*_{A_1}. \tag{22}$$

Построим следующие системы функционалов

$$l_\lambda^{(0)}(u_0)=T_\lambda^{(0)}(Uu_0);\ l_\lambda^{(1)}(u_1)=T_\lambda^{(1)}(U^*u_1)\quad u_0\in\Omega_{A_0},\ u_1\in\Omega_{A_1}; \tag{23}$$

Легко проверить, что $l_\lambda^{(0)}\in\Omega^*_{A_0}$, $l_\lambda^{(1)}\in\Omega^*_{A_1}$.

Далее имеем

$$l_\lambda^{(0)}((A_0-\lambda I)u_0)=T_\lambda^{(0)}(U(A_0-\lambda I)U^{-1}Uu_0)=T_\lambda^{(0)}((B_0-\lambda I)Uu_0)=0, \tag{24}$$

$$l_\lambda^{(1)}((A_1-\lambda I)u_1)u_1)=T_\lambda^{(1)}(U^*(A_1-\lambda I)U^{*-1}U^*u_1)=T_\lambda^{(1)}(B_1^*-\lambda I)U^*u_1)=0.$$

$$u_0\in\Omega_{A_0},\ u_1\in\Omega_{A_1}. \tag{25}$$

То есть системы функционалов (23) являются системами собственных функционалов соответственно для операторов сужения A_0 и A_1.

Далее для произвольных элементов u_0, $v_0\in\Omega_{A_0}$ и u_1, $v_1\in\Omega_{A_1}$ выполняется равенство

$$\int\limits_0^b Uu_0\overline{Uv_0}dx+\int\limits_M S_1^{*-1}U^*u_1\overline{S_1^{*-1}U^*v_1}dx=$$

$$=\int\limits_{-\infty}^{+\infty} l_\lambda^{(0)}(u_0)\cdot\overline{l_\lambda^{(0)}(v_0)}d\rho(\lambda)+\int\limits_M l_\lambda^{(1)}(u_1)\cdot\overline{l_\lambda^{(1)}(v_1)}d\lambda. \tag{26}$$

Таким образом установлена

Теорема. *Если оператор A из класса L, то существуют линейные топологические пространства Ω_{A_0}, Ω_{A_1}, инвариантные соответственно относительно сужений A_0, A_1 оператора A, так что эти операторы обладают полной системой собственных функционалов в соответствующих пространствах и имеет место формулы разложения* (26).

В заключение рассмотрим случай, когда $\sigma(x)\equiv x$. Тогда самосопряженная часть оператора B отсутствует и он оказывается вполне несамосопряженным, но подобным самосопряженному оператору ([5]). В этом случае оператор подобия S и его обратный пишутся в явном виде ([6])

$$S_1^{-1} f(x) = \frac{1}{\Gamma(i+1)} \cdot \frac{d}{dx} \int_0^x (x-t)^i f(t)\, dt, \tag{27}$$

$$S_1^{-1} f(x) = \frac{1}{\Gamma(-i+1)} \cdot \frac{d}{dx} \int_0^b (x-t)^{-i} f(t)\, dt. \tag{28}$$

Множество M совпадает с отрезком $[0.b]$, а формула разложения (26) принимает вид

$$\int_0^b S_1^{*-1} U^* u_1 \cdot S^{*}{}_1^{-1} U^* v_1\, dx = \int_0^b l^{(1)}(u_1) \cdot \overline{l^{(1)}(v_1)}\, d\lambda; \; u_1,\ v_1 \in \Omega_{A_1}. \tag{29}$$

Ереванский государственный университет

Գ. Վ. ՎԻՐԱԲՅԱՆ

Ոչ ինքնահամալուծ օպերատորների մի դասի սպեկտրալ վերլուծության մասին

Աշխատանքում դիտարկված է H սեպարաբել հիլբերտյան տարածության մեջ գործող, մեկ չափանի կեղծ մաս ունեցող զուտ անընդհատ սպեկտրով գծային սահմանափակ ոչ ինքնահամալուծ օպերատորների այսպես կոչված Մ. Ս. Լիֆշիցի L-դասը։ Այդ դասին պատկանող օպերատորների համար ապացուցված է սեփական ֆունկցիոնալների լրիվ համակարգի գոյության վերաբերյալ թեորեմ, ինչպես նաև ստացված է բուն սեփական ֆունկցիոնալների սպեկտրալ վերլուծության բանաձև։

ЛИТЕРАТУРА—ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

[1] *Р. А. Александрян*, Докторская диссертация, МГУ, 1962. [2] *Р. А. Александрян*, ДАН Арм. ССР, т. X, № 5 (1965. [3] *Р. А. Александрян*, ДАН СССР, т. 162, № 1 (1965). [4] *М. С. Лифшиц*, Матем. сб. 34 (76), 145—199 (1954). [5] *Ч. Фояш. Секефальви-Надь*, Гармонический анализ операторов в гильбертовом пространстве, Изд. «Мир», М., 1970. [6] *Л. А. Сахнович*, УМН, т. XIII, вып. 4(82) (1958).

ՀԱՅԿԱԿԱՆ ՍՍՀ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԿԱԴԵՄԻԱՅԻ ԶԵԿՈՒՅՑՆԵՐ
ДОКЛАДЫ АКАДЕМИИ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР

LXVIII 1979 1

УДК 51 : 621.391.

МАТЕМАТИКА

Э. М. Погосян

К классификации проблем расшифровки описаний

(Представлено чл.-корр. АН Армянской ССР Р. Р. Варшамовым 21/XI 1978)

1. В работе выделены шесть параметров, посредством конкретизации которых известные конечные проблемы поиска стратегий в шахматах, расшифровки автоматов, формирования понятий или образов, распознавания тавтологий от n—переменных (ТАВТn) и др. представлены как разновидности общей *проблемы расшифровки описаний* (ПРО). Параметрами являются конечное множество описаний всех возможных решений заданной проблемы и множество всех элементарных компонент этих описаний, отношение между входными и выходными словами, списки элементарных вычислений рассматриваемых для решения проблем алгоритмов и их вопросов к оракулу. Проблемы формулируются как требования к построению алгоритмов предельных вычислений АПВ([1]) с оракулом с минимальными пиковой (π) или средней ($\ni$) временными сложностями решения индивидуальных задач.

Согласно критерию полиномиальной разрешимости ([2]) ПРО не должна считаться переборной, поскольку ее сложность ограничена константой. В то же время астрономические масштабы этих констант указывают на недостаточную адекватность понятия полиномиальности действительной сложности конечных проблем. Нами рассмотрен, в частности, следующий критерий высокой сложности: ПРО относится к переборной, если ее $\pi(\ni)$—сложность больше мощности множества всех элементарных компонент описаний возможных решений проблемы. Описан класс ПРО, представляющих при некоторых естественных ограничениях проблемы расшифровки автоматов, формирования понятий, ТАВТn и др; доказано, что они могут иметь переборную π—сложность. Сформулирована гипотеза о том, что нижние оценки π—сложности ПРО не меньше длины минимального теста специальным образом построенной для этой ПРО таблицы булевых векторов.

2. Пусть M – произвольное конечное множество и $T = \{(M_1, M_0) \mid M_1, M_0 \subseteq M$ и $M_1 \cap M_0 = \varnothing\}$. Элементы T, или пары множеств (ПМ), пронумеруем, через $\varkappa$ обозначим соответствующий нумерующий, а через ν_1, ν_0 — декодирующие операторы, выделяющие по произвольному номеру первую и вторую компоненты ПМ с этим номером. Каждая ПМ и ее номер отождествляются. Элементы множества $\{x \mid x \in T$ и $|x| = |M|\}$, где $|x| = |\nu_1(x) \cup \nu_0(x)|$, назовем *абсолютными* (абс.) ПМ.

Наши дальнейшие рассмотрения, связанные с вычислениями, будут проводиться в классе алгоритмов предельных вычислений (АПВ) с оракулом. АПВ формализуют процедуры индуктивного вывода. Их описание посредством машин Тьюринга, также как понятия функционала, вычисляемого заданным АПВ, приведены в ([1]). Выбор класса АПВ вытекает из принятого нами тезиса о том, что в исследуемом классе задач решения, как правило, представляются в виде последовательности гипотез, приближающихся к идеальному решению.

Для АПВ, работающих с оракулом, в дополнение к определению из ([1]) предполагается, что в некоторые моменты времени на рабочей ленте могут оказаться записи, которые понимаются как вопросы к оракулу. Ответ оракула печатается вслед за вопросом через время, специально указанное для каждого вопроса. Список вопросов, возможных ответов на них и требуемое время (C_0), также как список элементарных вычислений АПВ (C_1), задаются заранее. Через $F(C_0, C_1)$ будем обозначать множество всех АПВ с фиксированными списками C_0 и C_1.

В дальнейшем термин „функционал" используется для отображений вида $\psi: X \to Y$, где X — множество входных слов в подходящем алфавите, а Y — множество абс. ПМ некоторого M.

Пусть $\psi: X \to Y$ — функционал, а $\varphi \subseteq X \times Y$ — отношение такое, что $\forall x \in X \exists y \in Y \langle x, y \rangle \in \varphi$ и $\forall x_1 x_2 \in X$ множества $\{y \mid \langle x_1, y \rangle \in \varphi\}$ и $\{y \mid \langle x_2, y \rangle \in \varphi\}$ (φ — классы приближений x_1 и x_2) либо не пересекаются, либо одно из них содержится в другом.

Определение. Будем говорить, что функционал ψ *моделирует отношение* φ, если $\forall x (\langle x, \psi(x) \rangle \in \varphi)$; соответственно, АПВ *моделирует* φ, если функционал ψ, вычисляемый АПВ, моделирует φ.

Определение. *Временной сложностью* $S(\varphi, x, f)$ *отношения* φ *на аргументе* x *относительно* АПВ $f \in F(C_0, C_1)$ назовем длину отрезка времени между печатанием x на входной ленте и первым появлением предельного числа на выходной, если f моделирует φ, и константу C_φ, зависящую от φ, в противном случае.

Данное определение имеет сходные черты с определением временной сигнализирующей из ([3]).

Определение. *σ-сложностью φ относительно f* назовем число $\sigma(\varphi, f) = \sum_{x \in X} \frac{S(\varphi, x, f)}{|X|}$, а *$\pi$ — сложностью* — число $\pi(\varphi, f) = \max_{x \in X} S(\varphi, x, f)$.

Определение. *σ — сложностью* φ и *π — сложностью φ относительно* $F \subseteq F(C_0, C_1)$ назовем $\sigma(\varphi, F) = \min_{f \in F} \sigma(\varphi, f)$ и $\pi(\varphi, F) = \min_{f \in F} \pi(\varphi, f)$, соответственно.

3. ПРО формулируется следующим образом.

Дано: 1. конечное множество M—элементарные компоненты описаний; 2. непустое множество T' абс. ПМ в M—описания возможных решений; 3. конечное множество входных записей U; 4. списки элементарных вычислений АПВ (C_1) и их обращений к оракулу (C_0); 5. оракул "задумал" некоторое отношение $\varphi \subseteq U \times T'$, для которого существует не менее одного АПВ, моделирующего φ за конечное время.

Требуется из подмножества F_φ, всех тех АПВ из $F(C_0, C_1)$, которые моделируют φ, выделить АПВ f_π и f_σ такие, что $\pi(\varphi, f_\pi) = \pi(\varphi, F_\varphi)$ и $\sigma(\varphi, f_\sigma) = \sigma(\varphi, F_\varphi)$.

Укажем на ряд известных и на первый взгляд далеких друг от друга проблем, которые могут быть представлены как разновидности ПРО.

Определение. Для произвольной позиции P графа шахматной игры Γ *P-стратегией* назовем произвольный подграф G графа Γ с корнем P такой, что: 1. если в i-ом ярусе G ход "белых", то из каждой вершины этого яруса исходит не более одного ребра, указывающего на один из допустимых в этой вершине ходов "белых"; 2. если в i—ом ярусе G ход "черных", то из каждой вершины этого яруса исходят либо все допустимые в ней ходы, либо ни одного.

Определение. P—стратегию G назовем *наиболее близкой к выигрышной в позиции P*, если для выигрышной или ничейной P G обеспечивает их независимо от игры противника, а для проигрышной P G удовлетворяет условию $\min\limits_{x \in G_p} \alpha(x)/\beta(x)$, где G_p множество всех P—стратегий, с известным выигрышем одного из противников, $\alpha(x)$ и $\beta(x)$ — число проигрышных, выигрышных или ничейных концевых вершин P—стратегии x соответственно.

Первый ход произвольной наиболее близкой к выигрышной P—стратегии назовем *оптимальным ходом* в P.

Проблема оптимального управления в шахматах (ПОУ) формулируется следующим образом.

Дано: 1) начальная позиция P_0, алгоритмы порождения из произвольной допустимой позиции всех других допустимых позиций для „белых" и для „черных," алгоритмы распознавания выигрышных и проигрышных позиций, ничейных позиций или последовательностей позиций; 2) существует отношение φ, $\varphi \subseteq |P| \times |P|$, где $|P|$—множество всех позиций, порожденных из P_0, такое, что $\langle P, P_i \rangle \in \varphi$ тогда и только тогда, когда она является некоторым оптимальным в P ходом; 3) списки C_1, C_0.

Требуется из множества F_φ всех тех АПВ из $F(C_0, C_1)$, которые моделируют φ, выделить оптимальные АПВ f_π и f_σ.

Проблема *поиска в графе* игры наиболее близкой к выигрышной

Р-стратегии (ПСГ) формулируется аналогично ПОУ, но φ определяется подмножествами $\{P\} \times \{G_p\}$.

Теорема 1. *Для каждой из проблем ПОУ, ПСГ, ТАВТ$_n$ можно указать параметры ПРО такие, что соответствующая конкретизация ПРО будет эквивалентна этой проблеме.*

3. 2. Определение. Будем говорить, что отношение φ *инициально полно*, если существует АПВ, моделирующий φ без обращений к оракулу; если для произвольных АПВ f и пар $\langle x_1 y \rangle$, $\langle x_2, y \rangle \in \varphi$, начальные отрезки последовательностей состояний f для входов x_1 и x_2 при отсутствии обращений к оракулу совпадают начиная со второго состояния, а для первого состояния отличаются только входной записью, то φ назовем *инициально пустым*.

Проблемы ПОУ, ПСГ, ТАВТ$_n$ относились к инициально полным. Рассмотрим подкласс ПРО (ПРО1) в котором: 1. множество U — инициально пусто, а отношение φ разбивает T' на непустые φ—классы $\varphi(u_1), \ldots, \varphi(u_r)$, где $\{u_1, \ldots, u_r\} = U$; 2. вопросы произвольного АПВ f к оракулу имеют следующий вид: пусть U — входная запись и $\varphi(u)$ — соответствующий φ—класс; если перенумеровать элементы $\varphi(u)$ условно через $a_1, a_2, \ldots$ и зафиксировать номер a, то f спрашивает: $\beta \in \gamma_1(v_a)$ или $\beta \in \gamma_0(v_a)$, где β — произвольный элемент из M и v_a — ПМ из $\varphi(u)$, которому оракул и f "договорились" присвоить номер a; 3. отношение φ можно промоделировать, например, следующим АПВ f: при каждом $u \in U$ f производит опрос оракула и строит гипотезы для некоторого $v \in \varphi(u)$; ясно, что для появления v на выходе f достаточно не более $|M|$ вопросов.

Теорема 2. *Для каждой из проблем: расшифровки автоматов по Б. А. Трахтенброту—Я. М. Барздиню, формирования понятий по Э. Ханту, обучения распознаванию образов по Я. З. Цыпкину—М. А. Айзерману—Э. М. Браверману и др., построению экстремального распознающего алгоритма по Ю. И. Журавлеву—В. В. Никифорову, распознаванию образов в статистической постановке по В. Н. Вапнику – А. Я. Червоненкису, можно указать параметры ПРО1 такие, что соответствующая конкретизация ПРО1 будет эквивалентна этой проблеме.*

В действительности теорема 2 справедлива при некоторых дополнительных предположениях относительно перечисленных проблем, а термин "эквивалентность" использован нами несмотря на отсутствие во многих из них сложностного уточнения.

Отметим, что в рамках ПРО нами представлены и др. проблемы, в частности, формирования образов шахматных позиций и стратегий.

4 Итак, ПРО есть массовая проблема с параметрами $\langle M, T', U, \varphi, C_0, C_1 \rangle$, в которой индивидуальные задачи определяются фиксацией некоторой записи из U. Сравнение сложности решения конкретных ПРО и их соответствующая классификация может быть основана на анализе этих параметров.

Определение. Будем говорить что ПРО с параметрами $\langle M, T', U, \varphi, C_0, C_1\rangle$ $\pi(\varphi)$*—переборная*, если $\pi(\varphi)$—сложность этой ПРО больше $|M|$.

Напомним, что для произвольной таблицы T n—мерных попарно различных векторов с разбиением на классы $K_1, \ldots, K_r$ набор координат $x_{i_1}, \ldots, x_{i_m}$, $1 \leq m \leq n$, называют *тестом* для T относительно этого разбиения, если проекции векторов произвольных различных классов $K_1, \ldots, K_r$ в пространстве $x_{i_1}, \ldots, x_{i_m}$ также попарно различны.

Справедлива следующая

Теорема 3. *Для произвольной* ПРО $1\langle M, T', U, \varphi, C_1\rangle \pi(\varphi, F\varphi) \geq l_{\min}(k, T', \varphi)$, *где* $l_{\min}(k, T', \varphi)$*—длина минимального теста для заданных* φ*—классов таблицы, определяемой* T', *а* $k = |M|$.

Беспереборный алгоритм для нижней границы $l_{\min}(k, T', \varphi)$ приведен в ([4]). Если φ—классы одноэлементны, то оценки длины минимальных тестов можно найти в ([5]). Из них, в частности, следует, что уже при $|T'| > 2^{k/2}\log k$ и $|T'| > \sqrt{2^{k-\nu}\log k}$, где ν—некоторое натуральное число, почти всегда $l_{\min}(k, T', \varphi) \geq k - \nu - 2$, т. е. „гарантированная" расшифровка ПМ возможна лишь после выяснения принадлежности каждого из элементов М.

Из теоремы 3, в частности, следует, что существуют конечные проблемы, точное решение которых не может быть получено каким-либо регулярным поиском в разумное время и при их решении можно рассчитывать, вообще говоря, только на гипотезы различной степени правдоподобия. Представляется, что данное следствие служит подтверждением аналогичной идеи, высказанной Н. А. Шаниным (Телави, май 1978 г.).

Возникает вопрос: не является ли π—переборная сложность ПРО1 следствием инициальной пустоты входных записей? Существуют ли $\pi(\varphi)$—переборные ПРО с инициально полными входными записями? Ответ на последний вопрос мы надеемся получить посредством оценки длин минимальных тестов для таблиц, специальным образом порождаемых заданным ПРО. Представляется естественным гипотеза о том, что произвольный АПВ может найти решение заданной индивидуальной задачи ПРО за время не меньшее чем длина минимального теста, достаточного для различения ПМ, описывающих решения этой задачи, от всех других ПМ.

В заключение автор приносит глубокую благодарность Г. Б. Маранджину за полезное обсуждение работы.

Вычислительный центр
Академии наук Армянской ССР и Ереванского
государственного университета

Է. Մ. ՊՈՂՈՍՅԱՆ

Նկարագրությունների դեկոդավորման պրոբլեմների դասակարգման մասին

Աշխատանքում զատված են վեց պարամետրեր, որոնց կոնկրետիզացման միջոցով ավտոմատների դեկոդավորման, շախմատային ստրատեգիաների փնտրման, գաղափարների կազմավորման, Π-փոփոխականների տավտոլոգիաների ճանաչման և այլ հայտնի վերջավոր պրոբլեմները ներկայացված են որպես ընդհանուր նկարագրությունների դեկոդավորման պրոբլեմի տարատեսակներ։ Այդ պրոբլեմների բավական լայն ենթադասի համար ապացուցված է, որ նրանց լուծման բարդության ներքին գնահատականը ունի առավելագույն արժեք։

ЛИТЕРАТУРА—ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

[1] *Р. В. Фрейвалд*. Ученые записки Латвийского государственного университета им Петра Стучки, вып. I, т. 210, Рига, 1974. [2] *Ричард М. Карп*, Сводимость комбинаторных проблем, Киб. сборник., в. 12, М., 1975. [3] *Р. В. Фрейвалд*, Ученые записки Латвийского государственного университета им. Петра Стучки, вып. II, т. 233, Рига, 1975. [4] *Э. М. Погосян*, ДАН Арм. ССР. т. L, № 2 (1970). [5] *А. Д. Коршунов*, «Кибернетика», № 6, 1970.

ՀԱՅԿԱԿԱՆ ՍՍՀ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԿԱԴԵՄԻԱՅԻ ԶԵԿՈՒՅՑՆԵՐ
ДОКЛАДЫ АКАДЕМИИ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР
LXVIII 1979 1

УДК 51.01 : 518.5

МАТЕМАТИКА

М. Ю. Ходжаяни

О структуре e-степеней

(Представлено академиком АН Армянской ССР С. Н. Мергеляном 13/XII 1978)

В настоящей работе рассматриваются вопросы, связанные с разбиением произвольных e-степеней на степени неразрешимости. Поскольку e-сводимость является самой общей из сводимостей по разрешимости, то вводится понятие eT-сводимости — конъюнкции этих сводимостей, которое будет самым общим для сводимостей, являющихся одновременно и сводимостями по перечислимости и сводимостями по разрешимости. Поэтому изучается структура произвольных e-степеней относительно eT-сводимости. Рассматриваются также вопросы разбиения e-степеней относительно более сильной сводимости по перечислимости — pc-сводимости. Все эти сводимости, за исключением eT-сводимости, изучаются в ([1]) и ([2]). В дальнейшем мы будем пользоваться обозначениями, принятыми в ([1]).

Пусть φ и W — стандартные нумерации частичнорекурсивных функций и рекурсивно перечислимых множеств, φ^X - стандартная нумерация частичнорекурсивных функции с оракулом X, а D — каноническая нумерация конечных множеств ([1]).

Рассмотрим следующие отношения на множествах:
$A \leqslant_c B \Leftrightarrow \exists f$ — общерекурсивная функция $\forall x (x \in A \Leftrightarrow D_{f(x)} \in B)$.
$A \leqslant_T \Leftrightarrow \exists z (c_A = \varphi_z^B)$, где c_A — характеристическая функция множества A.

$$A \leqslant_{pc} B \Leftrightarrow \exists z \forall x (x \in A \Leftrightarrow ! \varphi_z(x) \;\&\; D_{\varphi_z}(x) \subseteq B).$$

$$A \leqslant_e B \Leftrightarrow \exists z \forall x (x \in A \Leftrightarrow \exists u (\langle x, u \rangle \in W_z \;\&\; D_u \subseteq B)).$$

$$A \leqslant_{eT} B \Leftrightarrow A \leqslant_e B \;\&\; A \leqslant_T B.$$

Все эти отношения мы будем называть сводимостями. Пусть a — некоторая сводимость. Тогда

$$A \equiv_a B \Leftrightarrow A \leqslant_a B \;\&\; B \leqslant_a A.$$

и множество $d_a(A) = \{B | B \equiv_a A\}$ называется a-степенью множества A. Пусть $\mathbf{a}$ и $\mathbf{b}$ произвольные a-степени. Тогда

$$a \leqslant_a b \leftrightarrow \exists A \exists B (A \in a \ \& \ B \in b \ \& \ A \leqslant_a B)$$

Через **0** мы будем обозначать e-степень множества $\varnothing$. Очевидно, что **0** совпадает с множеством всех рекурсивно перечислимых множеств. Заметим, что для произвольных множеств A и B

$$A \leqslant_c B \supset A \leqslant_{eT} B$$

$$A \leqslant_c B \supset A \leqslant_{pc} B$$

$$A \leqslant_{pc} B \supset A \leqslant_e B.$$

Определение 1. e-степень называется тотальной, если она содержит график некоторой всюду определенной функции.

Определение 2. e-степень $\boldsymbol{a}$ называется квазиминимальной, если $\boldsymbol{a} \neq \boldsymbol{0} \ \& \ \forall \boldsymbol{b} (\boldsymbol{b}$ — тотальная e-степень $\& \ \boldsymbol{b} \leqslant_e \boldsymbol{a} \supset \boldsymbol{b} = \boldsymbol{0})$. Очевидно, что любая квазиминимальная e-степень не является тотальной. Отметим, что произвольная e-степень $\boldsymbol{a}$ содержит наибольшую eT— и pc-степень. Таковыми являются eT— и pc-степени множества

$$\{\langle x, y\rangle | \exists u (\langle y, u\rangle \in W_x \ \& \ D_u \subseteq A)\},$$ где $A \in \boldsymbol{a}$.

Предложение 1. а) *$\boldsymbol{a}$ — тотальная e-степень* $\leftrightarrow \exists A (A \in \boldsymbol{a} \ \& \ \overline{A} \leqslant_e A)$. б). *Пусть $\boldsymbol{a}$ — тотальная e-степень, $A \in \boldsymbol{a}$ и $\overline{A} \leqslant_e A$. Тогда $\forall B (B \in \boldsymbol{a} \leftrightarrow A \leqslant_e B \ \& \ B$ рекурсивно перечислимо относительно $A)$.*

Предложение 2. *Любая тотальная e-степень содержит наименьшую eT-степень.*

Предложение 3. *Любая тотальная e-степень содержит бесконечную антицепь eT-степеней.*

Доказательство проводится с помощью небольшого изменения в доказательстве теоремы Мучника—Фридберга (см., например, ([1])) и предложения 1.

Предложение 4. *Множество всех eT-степеней, содержащихся в произвольной тотальной e-степени, является плотным.*

Это утверждение доказывается с помощью небольшого изменения в доказательстве теоремы Сакса о плотности множества рекурсивно перечислимых T-степеней (см., например, ([3])) и предложения 1.

Теорема 1. *Существует квазиминимальная e-степень, содержащая наименьшую c-степень.*

Следствие 1. *Существует квазиминимальная e-степень, содержащая наименьшую eT-степень.*

Следствие 2. *Существует квазиминимальная e-степень, содержащая наименьшую pc—степень.*

Теорема 2. *Существует квазиминимальная e-степень, не содержащая наименьшей eT—степени.*

Теперь перейдем к рассмотрению структур произвольных e-степеней относительно pc-сводимости. Мы уже показали (следствие 2), что существует квазиминимальная e-степень, содержащая наименьшую pc-степень. Следующая теорема аналогична теореме 2.

Теорема 3. *Существует квазиминимальная e-степень, не содержащая наименьшей pc-степени.*

Пусть $\boldsymbol{a}$—некоторая e-степень. Введем следующее обозначение:

$$B \leqslant_T \boldsymbol{a} \Leftrightarrow \forall A (A \in \boldsymbol{a} \supset B \leqslant_T \boldsymbol{a}).$$

Тогда из предложения 2 следует, что, если $\boldsymbol{a}$-тотальная e-степень и множество $A \in \boldsymbol{a}$ таково, что $\bar{A} \leqslant_e A$, то

$$\forall B (B \leqslant_T \boldsymbol{a} \Leftrightarrow B \leqslant_T A).$$

Теорема 4. *Для произвольного множества C существуют множества A и B, удовлетворяющие следующим условиям:*

1. $C \leqslant_e A$ и $C \leqslant_e B$
2. $\forall R (R \leqslant_{pc} A \;\&\; R \leqslant_{pc} B \supset R$ *рекурсивно перечислимо*).
3. $\varnothing'' \leqslant_T C \supset A$ и B *рекурсивно перечислимы относительно* C.

Следствие 3. *Если $\boldsymbol{a}$-тотальная e-степень такая, что $\varnothing'' \leqslant_T \boldsymbol{a}$, то $\boldsymbol{a}$ не содержит наименьший pc-степени.*

Теорема 5. *Пусть множество A таково, что $\bar{A} \leqslant_e A$ и $\varnothing' \leqslant_T A$. Тогда существует множество B, обладающее следующими свойствами:*

1. $A \leqslant_{pc} B$.
2. $B \nleqslant_{pc} A$.
3. $B \leqslant_T A$.

Следствие 4. *Если $\boldsymbol{a}$ —тотальная e-степень такая, что $\varnothing' \leqslant_T \boldsymbol{a}$, то $\boldsymbol{a}$ содержит бесконечную цепь pc—степеней, упорядоченную по типу натуральных чисел.*

Теорема 6. *Если $\boldsymbol{a}$ —тотальная e-степень такая, что $\varnothing' \leqslant_T \boldsymbol{a}$, то $\boldsymbol{a}$ содержит бесконечную антицепь pc-степеней.*

Вычислительный центр
Академии наук Армянской ССР
и Ереванского государственного университета

Մ. ՅՈՒ. ԽՈՋԱՅԱՆ

e–աստիճանների կառուցվածքի մասին

Հոդվածում հետազոտված են e-աստիճանների տրոհումներն ըստ այլ ալգորիթմիկ հանգեցումների։ Ապացուցված է այնպիսի իբր-մինիմալ e-աստիճանի գոյությունը, որը պարունակում է նվազագույն C-աստիճան։ Ցույց է տրված այնպիսի e-աստիճանների գոյությունը, որոնք չեն պարունակում նվազագույն eT-աստիճան, ինչպես նաև նվազագույն pc-աստիճան։ Ցուրաքանչ-

յուր բավականաչափ բարձր e-աստիճան, որը պարունակում է ամենուրեք որոշված ֆունկցիայի գրաֆիկ, պարունակում է նաև զույգ առ զույգ անհամեմատելի pc-աստիճանների անվերջ ընտանիք:

ЛИТЕРАТУРА—ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

[1] *Х. Роджерс*, Теория рекурсивных функций эффективная вычислимость, М., „Мир", 1972. [2] *Е. А. Поляков, М. Г. Розинас*, Теория алгоритмов, Иваново, 1976. [3] *R. I. Soare*. The infinite injury priority. method. J. Symb. Log. vol. 41, 2, 513–529, (1976)

ՀԱՅԿԱԿԱՆ ՍՍՀ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԿԱԴԵՄԻԱՅԻ ԶԵԿՈՒՅՑՆԵՐ
ДОКЛАДЫ АКАДЕМИИ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР

LXVIII 1979 1

МАТЕМАТИКА

УДК 519.1.

П. Г. Алексанян

О восстанавливаемости векторов по их фрагментам

(Представлено чл.-корр АН Армянской ССР Р. Р. Варшамовым 29/XII 1978)

В работе ([1]) доказывается, что каждый n-мерный вектор для любого целого числа $k \leq n/2$, однозначно восстанавливается по множеству всех своих фрагментов, длины $n-k$.

В настоящей работе усиливается этот результат до случая $k \leq n-3$. $(n-k)$-фрагментом вектора $T=(x_1, x_2, \ldots, x_n)$, назовем его $(n-k)$-подвектор, который получается от вектора путем удаления из него произвольных k элементов (координатов), не нарушая при этом порядок в оставшихся $n-k$ элементах. В дальнейшем будем рассматривать векторы, элементы которых принадлежат множеству $B=\{0, 1\}$.

Через $T(z)$ обозначим множество всех фрагментов длины z вектора T, а через $N(T, 0)$, $N(T, 1)$ обозначим соответственно число нулей и число единиц в векторе T.

Пусть $T=(x_1, x_2, \ldots, x_n)$ произвольный n-мерный вектор. Через $x_{j_1}, x_{j_2}, x_{j_{N(T,1)}}$, где $j_t < j_s$ при $t < s$ обозначим единицы вектора $T=(x_1, x_2, \ldots, x_n)$.

Обозначим: $y_1(T)=j_1-1$, $y_i(T)=j_i-j_{i-1}-1$ при $i \in [2, N(T,1)]$, $y_{N(T,1)+1}(T)=|T|-j_{N(T,1)}$.

Через $T^i(z)$, где $z \in [3, n-1]$, $i \in [1, z]$, обозначим множество фрагментов из $T(z)$, i-ая координата которой равна нулю, а все остальные — единице.

Предложение 1: Для любых векторов T_1 и T_2 и для любого $z \in [3, |T_1|-1]$ если $T_1(z)=T_2(z)$, и $N(T_1, 1)=z$ то $T_1=T_2$.

Пусть T_1 и T_2 произвольные n-мерные вектора, удовлетворяющие условиям предложения. Легко заметить, что при $i=1, 2$ справедлива следующая система уравнений:

$$
\left|
\begin{array}{l}
\sum\limits_{j=1}^{n-k+1} y_j(T_j) = |T_1| - z \\
(n-k)y_1(T_i) + y_2(T_i) = |T^1(z)| \\
(n-k-1)y_2(T_i) + y_3(T_i) = |T^2(z)| \\
\cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \\
\cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \\
\cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \\
2y_{n-k-1}(T_i) + y_{n-k}(T_i) = |T^{n-k-1}(z)| \\
y_{n-k}(T_i) + (n-k)y_{n-k+1}(T_i) = |T^{n-k}(z)|
\end{array}
\right.
$$

Как показывает прямой подсчет, эта система имеет единственное решение, т. е. $T_1 = T_2$.

Предложение 2. Для любого $z \in [3, n-1]$, если $T_1(z) = T_2(z)$ и $3 \leqslant N(T_1, 1) < z$ то $T_1 = T_2$. Склеиванием векторов $\alpha_1 = (z_{1,1}, z_{1,2}, \ldots, z_{1,n})$ и $\alpha_2 = (z_{2,1}, z_{2,2}, \ldots, z_{2,n})$ называется вектор $\alpha = \alpha_1\alpha_2 = (z_{1,1}, \ldots, z_{1,n}, z_{2,1}, \ldots, z_{2,n})$. С помощью вектора β, где $|\beta| = N(\beta, 1) = z - N(T_1, 1)$ образуем векторы $T_1^0 = T_1 \cdot \beta$ и $T_2^0 = T_2 \cdot \beta$. Из равенства $T_1^0(z) = T_2^0(z)$ и из предложения 1 следует, что $T_1^0 = T_2^0$, т. е. $T_1 = T_2$.

Следствие. При любом $z \in [3, |T_1| - 1]$, если $T_1(z) = T_2(z)$ и $|T_1| - 3 \geqslant N(T_1, 1) \geqslant n - z$, то $T_1 = T_2$. Действительно, достаточно воспользоваться предложением 1.

Предложение 3. Для любого $k \leqslant |T_1| - 3$, если $T_1(n-k) = T_2(n-k)$ и $N(T_1, 1) < k$, то $T_1 = T_2$. С помощью вектора β, где $|\beta| = N(\beta, 1) = k - N(T_1, 1)$, образуем вектора $T_1^0 = T_1 \cdot \beta$ и $T_2^0 = T_2 \cdot \beta$. Легко проверитъ, что $T_1^0(n-k) = T_2^0(n-k)$, т. е. $T_1 = T_2$. Простым перебором случаев легко заметить, что имеет место.

Предложение 4. При любом $z \in [3, |T_1| - 1]$, если $T_1(z) = T_2(z)$ и $N(T_1, 1) \leqslant 2$, то $T_1 = T_2$.

Из предложений 1, 2, 3 и 4 получается следующая.

Теорема. *Для любого* $z \in [3, |T_1| - 1]$, *если* $T_1(z) = T_2(z)$, *то* $T_1 = T_2$.

Пример векторов $T_1 = (100001)$ и $T_2 = (010010)$ показывает, что утверждение теоремы при $z \leqslant 2$ не верно.

Вычислительный центр
Академии наук Армянской ССР
и Ереванского Государственного университета

Գ. Դ. ԱԼԵՔՍԱՆՅԱՆ

Վեկտորի վերականգնումն ըստ իր ենթամասերի

$T = (x_1, x_2, \ldots, x_n)$ *վեկտորի* $(n-k)$ *ենթամաս կոչվում է նրա* $(n-k)$ *ենթավեկտորը, որը ստացվում է առաջինից որևէ* k *անդամներ հեռացնելուց՝ մնացած անդամների կարգը չփոխելով: Ներկա աշխատանքում ապացուցվում* է, որ կամայական n-չափանի վեկտոր ցանկացած $z \in [3, n-1]$ ամբողջ թվի համար միարժեքորեն վերականգնվում է իր բոլոր z չափանի ենթամասերի միջոցով։ Այս արդյունքն ընդհանրացնում է Լ. Ի. Կալաշնիկի աշխատանքը, որտեղ ապացուցվում է, որ կամայական n-չափանի վեկտոր միարժեքորեն վերականգնվում է իր $(n-k)$ չափանի ենթամասերի միջոցով, երբ $k \leq n/2$։

ЛИТЕРАТУРА — ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

[1] *Л. И. Калашник*, Однозначная восстанавливаемость векторов по их фрагментам. В сб. «Вычислит. мат. и вычисл. техн.». Вып. 4. Харьков, 1973.

ДОКЛАДЫ АКАДЕМИИ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР
ՀԱՅԿԱԿԱՆ ՍՍՀ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԿԱԴԵՄԻԱՅԻ ԶԵԿՈՒՅՑՆԵՐ
LXVIII 1979 • 1

УДК 542.934.542.947.542.951.542.951.8

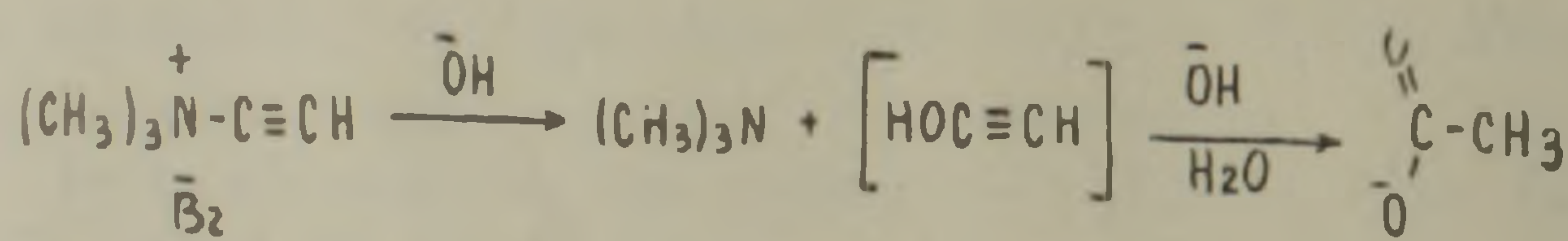
ОРГАНИЧЕСКАЯ ХИМИЯ

Академик АН Армянской ССР **А. Т. Бабаян**,
Дж. В. Григорян, П. С. Чобанян, Г. Т. Бабаян

Образование фенилуксусной кислоты при водно-щелочном расщеплении бромистого триметил (2-фенилэтинил) аммония

(Представлено 15/XII 1978)

Щелочное расщепление четвертичной аммониевой соли, содержащей этинильную группу, впервые осуществил Боде ([1]) на примере бромистого триметилэтиниламмония. При этом он получил триметиламин. В работе ничего не сказано о природе неаминного продукта реакции. По-видимому, она осталась неизвестной автору. Одним из нас совместно с А. А. Григорян ([2]) было показано, что образуется уксусная кислота. Реакция представлялась схемой, включающей нуклеофильное замещение с последующей гидратацией неаминного продукта реакции



В этой схеме весьма сомнительна стадия нуклеофильного замещения у углеродного атома α-непредельной группы. Наличие такой группировки, как известно, способствует нуклеофильному замещению у остальных групп, входящих в аммониевый комплекс. Однако образование триметиламина говорит о том, что в данном случае этого не происходит. Естественно напрашивается схема с обратной последовательностью вышеуказанных стадий расщепления. Для проверки нами синтезирован и подвергнут щелочному расщеплению бромистый триметил(2-фенилэтинил)аммоний. Строение этой соли делает еще более маловероятным нуклеофильное замещение у α-углеродного атома 2-фенилэтинильной группы и, наоборот, благоприятствует ее гидратации.

И действительно, щелочное расщепление этой соли легко происходит уже при комнатной температуре и приводит к отщеплению триметиламина с образованием фенилуксусной кислоты с 96 и 75% выходом соответственно.

$$(CH_3)_3\overset{+}{N}-C\equiv CC_6H_5 \xrightarrow{\bar{O}H} \left[(CH_3)_3\overset{+}{N}-\underset{\underset{O}{\|}}{C}-CH_2C_6H_5\right] \xrightarrow{H_2O} (CH_3)_3N + \overset{O}{\overset{\|}{C}}(\bar{O})-CH_2C_6H_5$$

Специально установлено, что аминным продуктом реакции является только триметиламин, нет и следов диметиламина. Следовательно, химические превращения непредельной группы данной соли происходят настолько легко, что исключают возможность нуклеофильного замещения у метильной группы, имеющего место при небольшом нагревании (55°) бромистой соли в нейтральной среде ([3]).

Бромистый триметил-2-фенилэтиниламмоний получен взаимодействием 1-бромфенилацетилена с триметиламином в эфирной среде при —2—0°. Выход 85%, т. пл. 125°. Найдено %: N 6,13, Br 33,10. $C_{11}H_{14}NBr$. Вычислено %: N5,83, Br 33,30. Титрованием найдено M 241,7; вычислено 240.

Водно-щелочное расщепление осуществлено взаимодействием бромистого триметил-2-фенилэтиниламмония с двойным мольным количеством 25%-ного водного раствора едкого кали при комнатной температуре. Выход триметиламина 96% т. пл. пикрата 215°. Подкислением реакционной смеси и экстрагированием эфиром выделена фенилуксусная кислота т. пл. 76°, выход 75%. Титрованием найдено M 139. $C_8H_8O_2$. Вычислено 136.

Полученные результаты свидетельствуют в пользу новой схемы и говорят об исключительной легкости гидратации α-ацетиленовой группы четырехзамещенного аммониевого комплекса в водно-щелочной среде.

Институт органической химии
Академии наук Армянской ССР

Հայկական ՍՍՀ ԳԱ ակադեմիկոս Ա. Թ. ԲԱԲԱՅԱՆ, Զ. Վ. ԳՐԻԳՈՐՅԱՆ, Փ. Ս. ՉՈԲԱՆՅԱՆ,
Գ. Թ. ԲԱԲԱՅԱՆ

Ֆենիլքացախաթթվի առաջացումը տրիմեթիլ-(2-ֆենիլէթինիլ)-ամոնիում բրոմիդի ջրահիմնային ճեղքմամբ

Տրիմեթիլամինի և 1-բրոմֆենիլացետիլենի փոխազդեցությամբ, ցածր ջերմաստիճանում, լավ ելքով ստացվել է տրիմեթիլ-(2-ֆենիլէթինիլ)-ամոնիում բրոմիդը: Վերջինի ջրահիմնային ճեղքումը ընթանում է սենյակային ջերմաստիճանում և հանգեցնում տրիմեթիլամինի և ֆենիլքացախաթթվի առաջացման: Ստուգված է տրիմեթիլամինի մաքրությունը և ցույց է տրված, որ դիմեթիլամինի հետքեր նույնիսկ չի պարունակում: Հետևաբար ուսումնասիրված աղի չհագեցած խմբի քիմիական փոխարկումը կատարվում է այնքան արագ, որ բացառվում է նուկլեոֆիլ տեղակալման հնարավորությունը մեթիլ խմբի մոտ։ Ստացված տվյալները խոսում են չորրորդային ամոնիումային կոմպլեքսի α-ացետիլենային խմբի հիդրատացման բացառիկ դյուրինության մասին, ջրա-հիմնային միջավայրում։

ЛИТЕРАТУРА — ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

[1] *J. Bode*, Lieb. Ann., 267, 268 (1892). [2] *А. Т. Бабаян, А. А. Григорян, А. Н. Григорян*, ЖОХ, 27, 1827 (1957). [3] *H. G. Viche*, Angew. Chem. Intern. Ed., 6, 744 (1967).

ДОКЛАДЫ АКАДЕМИИ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР
ՀԱՅԿԱԿԱՆ ՍՍՀ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԿԱԴԵՄԻԱՅԻ ԶԵԿՈՒՅՑՆԵՐ
LXVIII 1979 1

УДК 577. 352 5 612.822

БИОХИМИЯ

А. Р. Акопян, С. Н. Айрапетян, Н. К. Чемерис

Диализируемый нейрон как новая модель для исследования электрогенного натриевого насоса

(Представлено академиком АН Армянской ССР Г. Х. Бунятяном 14/XI 1978)

Методика внутриклеточного диализа нейрона, предложенная Костюком и сотр. ([1]), открывает широкую перспективу для изучения свойств мембран. С помощью этой методики стало возможным исследование свойств ионных каналов, обеспечивающих трансмембранный пассивный транспорт ионов, контролируя состав внутриклеточной среды ([2]). Вопрос о состоянии ферментных систем, лежащих в основе активного транспорта веществ через мембрану диализируемых нервных клеток, остается еще открытым.

Задачей настоящей работы являлось изучение состояния и свойств электрогенного натрий-калиевого насоса в мембране диализируемого нейрона, с целью определения применимости их для дальнейшего исследования механизмов трансмембранного активного транспорта веществ.

Изолированные нейроны Helix Pomatia и Lymnea Stagnalys получали методом ферментативной обработки проназой (3 мг/мл) в течение 50—40 минут соответственно, при комнатной температуре ([3]). Наружный физиологический раствор имел следующий состав: (в мМ) NaCl—80, KCl—4, $CaCl_2$—8, $MgCl_2$—8, Трис—HCl—5, pH—7,5 и NaCl—100, KCl—1,6, $CaCl_2$—4, $MgCl_2$—4, Трис—HCl—5, pH—7,5, соответственно для Helix Pomatia и Lymnea Stagnalys. При увеличении концентрации калия в наружном растворе эквивалентно, уменьшали концентрацию натрия, чтобы поддержать осмотичность раствора. Внутриклеточный стандартный раствор содержал 90 мМ KCl и Трис-HCl для поддержания осмотичности и pH—7,3.

Использовали АТФ (динатриевая соль) фирмы «Реанал». Уабаин фирмы «Калбиохем» готовили непосредственно перед опытом в концентрации 2×10^{-4} М.

Внутриклеточный диализ и фиксацию потенциала на мембране проводили как описано в работе Костюка и сотр. ([1]).

Известно, что для выявления электрогенного натриевого насоса измеряется мембранный потенциал или трансмембранный ток в условиях активации и инактивации активного транспорта ионов через клеточную мембрану путем изменения концентрации натрия внутри, калия—вне клетки, изменения температуры среды и действия метаболических активаторов и ингибиторов ([4,5]). Эти методы были использованы и в настоящих исследованиях.

Для активации натрий-калиевого насоса во внутриклеточную безнатриевую среду добавляли 10 мМ натрия. В ответ на это развивался небольшой выходящий (гипорполяризационный) ток, который резко возрастал при введении внутрь клетки 1 мМ АТФ, и обратимо подавлялся при внешней аппликации сердечного гликозида-уабаина, являющегося ингибитором натриевого насоса (рис. 1). Эти эффекты указывают на то, что в процессе диализа нейрона Na-K АТФаза мембраны не потеряла своей активности.

Для подтверждения того, что мы имеем дело с выходящим током, вызванным работой электрогенного натриевого насоса, исследовали его зависимость от наружной концентрации ионов калия.

В экспериментах, выполненных на целостных нейронах, было показано, что повышение наружной концентрации калия сказывает двоякое действие на мембранный потенциал. С одной стороны, калий деполяризует мембрану из-за снижения калиевого равновесного потенциала, а с другой—гиперполяризует мембрану путем активации работы электрогенного натриевого насоса ([6]). Такое действие калия является основной причиной отличия электродных свойств мембраны от свойств калиевого электрода при низких концентрациях калия в среде. Как видно из рис. 2, аналогичную картину мы наблюдаем и в диализируе-

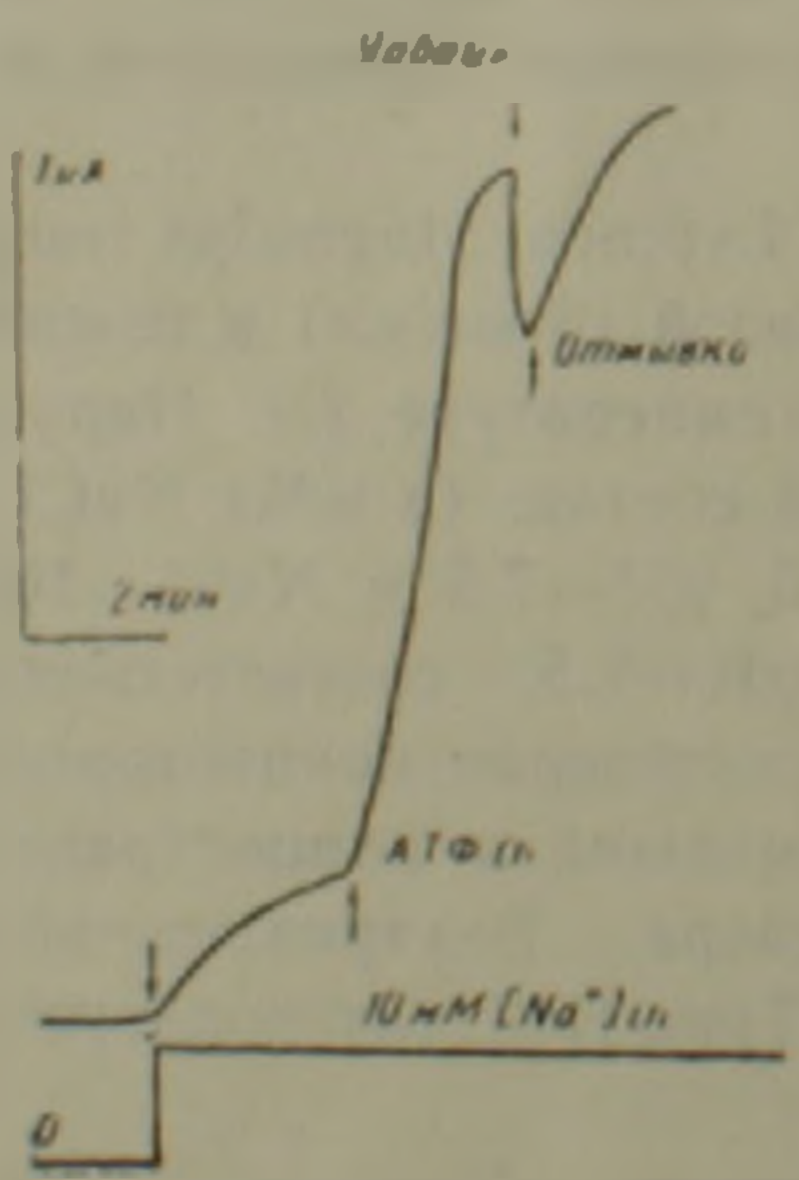


Рис. 1 Выходящий ток, обусловленный активацией электрогенного натриевого насоса путем введения во внутриклеточную среду 10 мМ натрия и 1 мМ АТФ. Уабаин в концентрации 2×10 $^{-4}$М обратимо ингибирует этот ток

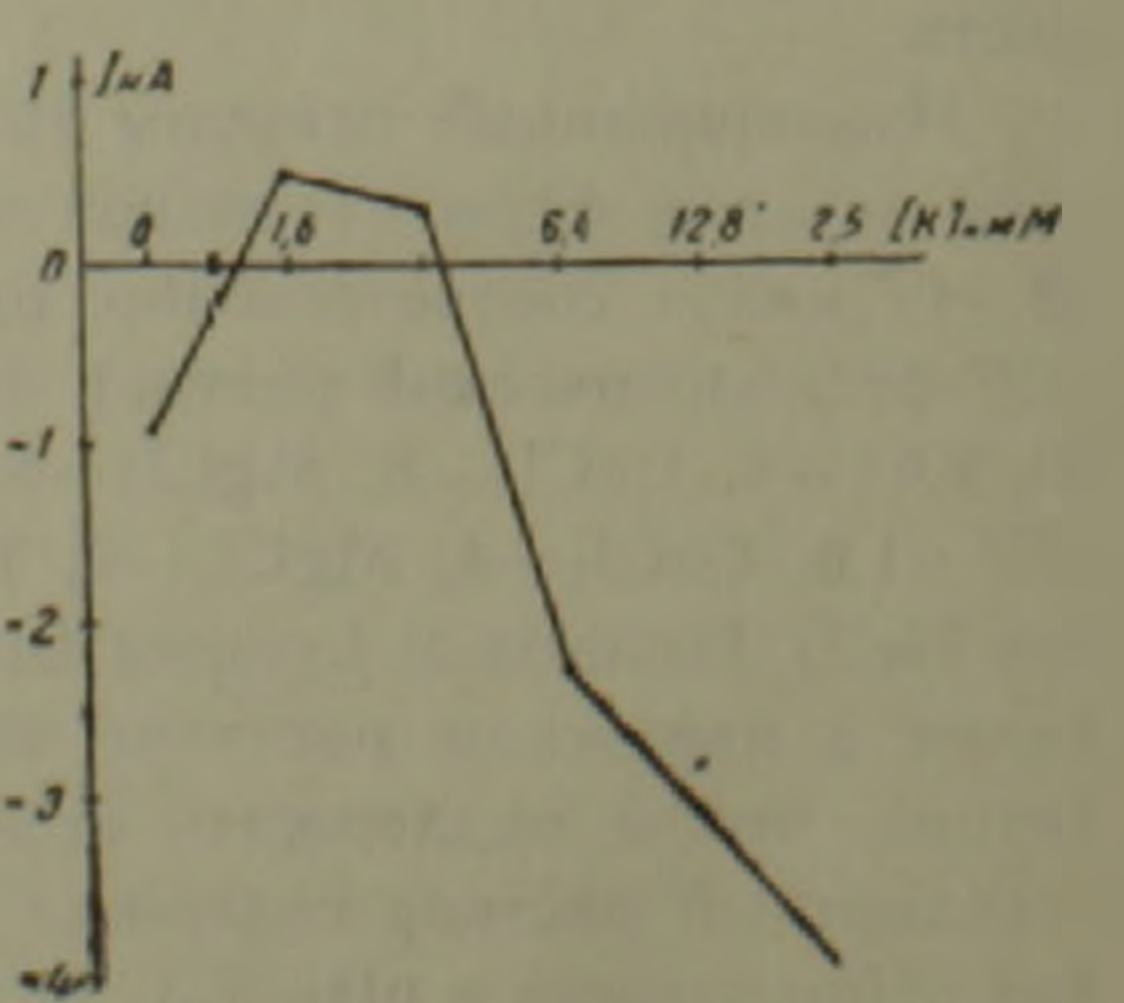


Рис. 2. Зависимость трансмембранных токов в диализируемом нейроне Lymaca Stagnalys от наружной концентрации ионов калия

мых нейронах. Кривая зависимости калий-вызванного тока от его концентрации в среде имеет характерную форму: в диапазоне 1—3 мМ мембранный ток имеет выходящее направление, а при более низких и высоких концентрациях—входящее.

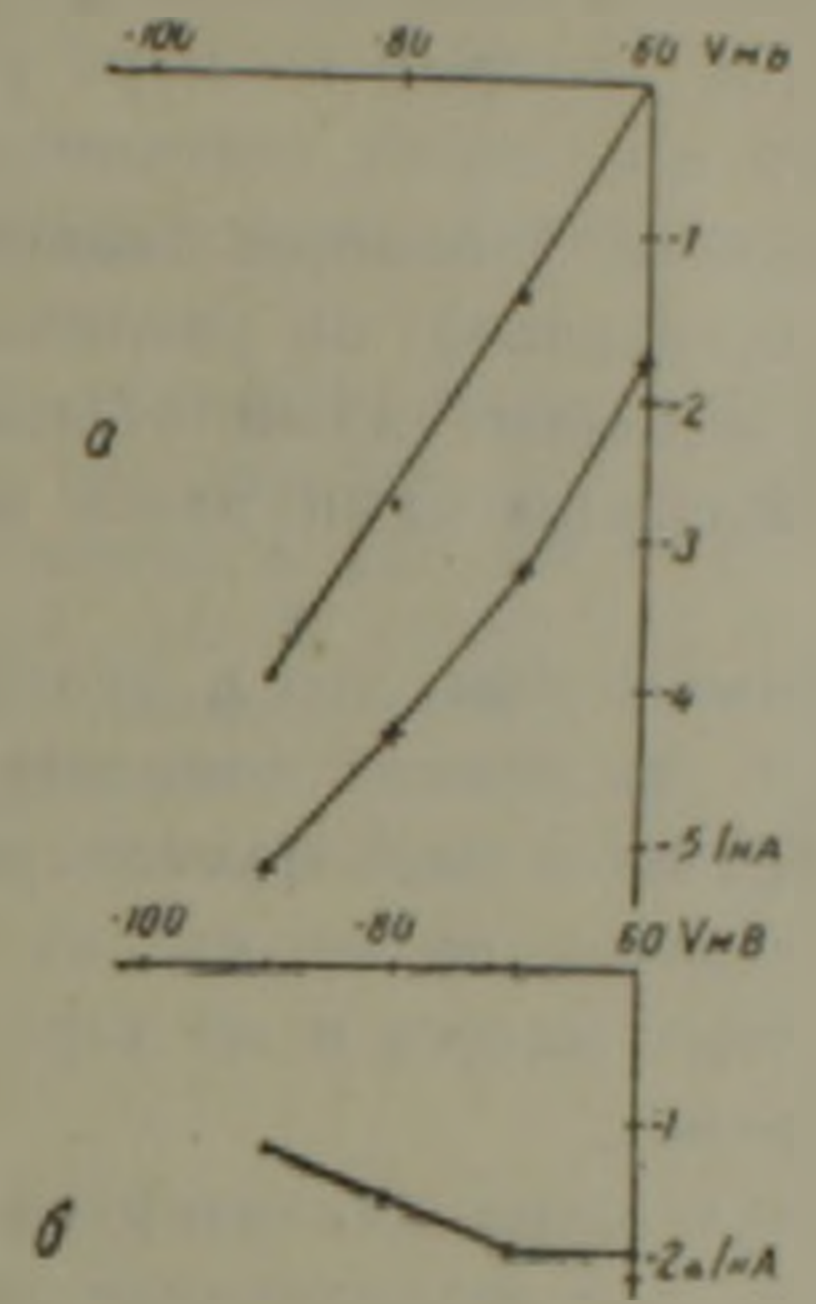


Рис. 3. а—вольт-амперные характеристики диализируемого нейрона Hellix Pomatia в нормальном физиологическом растворе (·), и в присутствии 2×10^{-4}М уабаина (+); б—входящий ток, вызванный действием уабаина. Полученный вычитанием кривой (2) из (1) на верхнем рисунке

Поскольку, температура среды определяет скорость химической реакции, она является одним из главных факторов, контролирующих работу катионного насоса. Ее понижение или повышение вызывает соответственное подавление или усиление активного транспорта ионов натрия и калия через мембрану. При этом, существенно не меняется транс-мембранный пассивный транспорт указанных ионов ([4]). Чтобы установить природу (активную или пассивную) АТФ-зависимого выходящего тока исследовали его зависимость от температуры среды. Понижение температуры с 20° до 4°С приводило к появлению входящего трансмембранного тока. На холоду удаление ионов калия из среды вызвало вместо входящего тока, который обычно мы наблюдали при условиях нормальной работы натриевого насоса (см. рис. 2), выходящий ток, обусловленный увеличением калиевого равновесного потенциала на мембране. Эти данные также являются качественными повторениями данных, полученных нами ранее на целостных нейронах ([4]).

Костюком и сотр. было показано, что насосный ток в гигантских нейронах улитки является потенциалзависимым: при увеличении мембранного потенциала насосный ток подавляется ([7]). Чтобы выяснить, является ли насосный ток потенциалозависимым и в случае диализируемого нейрона, мы исследовали вольт-амперные характеристики мембраны в нормальном физиологическом растворе в присутствии и отсутствии уабаина (рис. 3), а также в бескалиевом растворе. В обоих случаях появляется входящий ток, который по мере увеличения мембранного потенциала уменьшается и не имеет потенциала реверсии до 90—100 мв. Входящий ток, вызванный уабаином, зависит и от поддерживаемого уровня мембранного потенциала: он увеличивается при понижении последнего и наоборот, экспоненциально убывает при его повышении. Анологичные данные получены нами ранее на целостном нейроне ([8]).

Приведенные выше данные о том, что в диализируемых нейронах входящий ток возрастает при увеличении концентрации натрия и АТФ с внутренней стороны мембраны и блокируется уабаином, холодом и бескалиевым раствором, указывает на то, что он обусловлен работой электрогенного натрий-калиевого насоса и по характеру не отличается от такового в целостных нейронах.

Таким, образом, внутриклеточно диализируемый нейрон может быть использован как модель для исследования активного транспорта веществ через мембрану нервной клетки в условиях, позволяющих контролировать состав внутриклеточной среды.

Институт экспериментальной биологии
Академии наук Армянской ССР
Институт биологической физики
Академии наук СССР

Ա. Ռ. ՀԱԿՈԲՅԱՆ, Ս. Ն. ՀԱՅՐԱՊԵՏՅԱՆ, Ն. Կ. ՉԵՄԵՐԻՍ

Դիալիզված նեյրոնը ինչպես նոր մոդել էլեկտրոգեն նատրիումական պոմպի ուսումնասիրման համար

Ուսումնասիրվել է էլեկտրոգեն նատրիումական պոմպի առկայությունը և նրա հատկությունները խխունջի դիալիզված նեյրոնի մեջ։ Վերջինիս մոտ ներբջջային նատրիումական իոնների և ԱՏՖ-ի համակցված ավելացումը մեմբրանային լարման ֆիքսացիայի պայմաններում առաջ է բերում հիպերպոլյարիզացիոն հոսանք, որը ճնշվում է ուաբաինի կողմից։ Այդ հոսանքը որոշ հատկություններով նմանվում է ամբողջական բջիջների վրա ստացված նատրիումական պոմպով պայմանավորված տրանսմեմբրանային հոսանքին. Նա ճնշվում է միջավայրի ջերմաստիճանի իջեցումից և արտաքին միջավայրից կալիումի իոնների հեռացումով։

Ներբջջային նատրիումով և ԱՏՖ-ով պայմանավորված հոսանքի մեծությունը կախված է մեմբրանային պոտենցիալի մեծությունից։ Վերջինիս

բարձրացումը ճնշում, իսկ ցածրացումը ուժեղացնում է այդ հոսանքի ուժը։

Այս տվյալները թույլ են տալիս մեզ առաջարկելու խխունջի դիալիզված նեյրոնը որպես նոր մոդել նատրիումական պոմպի ուսումնասիրման համար, որը հնարավորություն է տալիս հետազոտողին կամավոր ձևով փոխելու ներբջջային միջավայրը։

ЛИТЕРАТУРА—ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

[1] *P. G. Kostyuk, O. A. Krishtal* „Nature", v. 257, 691 (1975). [2] *P. G. Kostyuk, O. A. Krishtal* J. physiol., 270, 545—568 (1977). [3] *М. А. Костенко, Б. Н. Вепринцев*, в кн. Биофизика живой клетки, 3, 132—137 (1972). [4] *G. A. Kerkut, R. G. Thomas*, Compar. Biochem. Physiol. 14, 167 (1965). [5] *С. Н. Айрапетян*, „Биофизика", № 6, 1969. [6] *С. Н. Айрапетян* „Биофизика" № 4, 1969. [7] *P. G. Kostyuk, O. A. Krishtal, V. J. Pidoplichko*, J. Physiol 226, 373—392(1972). [8] *А. Р. Акопян, С. Н. Айрапетян, В. Н. Казаченко*, Тезисы докладов, Всесоюзный симпозиум по транспортным АТФаз, Тбилиси, 1978.

ՀԱՅԿԱԿԱՆ ՍՍՀ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԿԱԴԵՄԻԱՅԻ ԶԵԿՈՒՅՑՆԵՐ
ДОКЛАДЫ АКАДЕМИИ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР

LXVIII 1979 1

УДК 591.1.05

БИОХИМИЯ

А. Лайта, М. Шварц, Г. Сершен,
Ж. С. Геворкян, А. С. Оганесян

Энергетическое состояние и аминокислотдеаминирующая способность клеток коркового слоя почек белых крыс

(Представлено академиком АН Армянской ССР Г. Х. Бунятяном 16/XI 1978)

Деаминирование L-аминокислот в животных тканях является одним из важных путей их метаболизма. Результаты наших многолетних исследований показали, что среди всех тканей, только корковый слой почек обладает высокой аминокислотдеаминирующей способностью ([1]). Эти процессы тесно связаны с целостностью клеточных мембран и наличием аэробных условий. Гомогенаты коркового слоя почек, где целостность клеточных мембран нарушена и окислительные процессы протекают на значительно низком уровне, по сравнению со срезами, не обладают способностью продуцировать аммиак из L-аминокислот. Нашими исследованиями также установлено, что в in vivo, процессы окислительного деаминирования L-аминокислот протекают на значительно низком уровне по сравнению с опытами in vitro и регулируются отдельными соединениями белковой природы ([2]).

В дальнейшем, в развитие наших прежних исследований, мы изучали аминокислотдеаминирующую способность почечной ткани в зависимости от ее энергетического состояния. Опыты были проведены со срезами коркового слоя почек. Для создания различного энергетического уровня почечных клеток, сначала срезы преинкубировали в атмосфере с различным напряжением кислорода (азот, воздух, кислород с углекислым газом) в течение 60 минут, затем добавляли аминокислоты и инкубировали в атмосфере кислорода и CO_2 (соответственно 95% и 5%) в течение одного часа. Изучали интенсивность образования аммиака из добавленных аминокислот (глутаминовая, аспарагиновая, орнитин), тканевое дыхание и содержание АТФ в срезах.

Аминокислоты добавляли по 16 мкмоль на пробу. Дыхание срезов определяли на аппарате Варбурга, содержание АТФ—с использованием люциферин-люциферазы, аммиак—микродиффузионным методом по Конве.

Результаты исследований (табл. 1) показали, что срезы почек, которые были прениикубированы в атмосфере азота с последующей инкубацией в атмосрефе кислорода, почти не продуцируют аммиака из добавленных аминокислот, а при прениикубации срезов в атмосфере воздуха, отмечается продукция небольшого количества аммиака, который значительно меньше по сравнению с данными контрольных опытов (часовая инкубация срезов в атмосфере кислорода и CO_2 с добавленными аминокислотами, без прениикубации). Между тем, как прениикубация и инкубация срезов в атмосфере кислорода приводит к значительному усилению продукции аммиака из добавленных аминокислот, намного превышающих величины контрольных опытов.

Различные условия прениикубации оказывают также существенное влияние на уровень тканевого дыхания и энергетического состояния почечной ткани (табл. 2). После часовой прениикубации срезов в атмосфере азота и воздуха отмечается резкое подавление тканевого дыхания и снижение содержания АТФ в них. Между тем, когда прениикубация проводится в атмосфере кислорода наблюдается значительное усиление тканевого дыхания и повышение содержания АТФ по сравнению с данными контрольных опытов.

Таким образом, полученные данные показывают, что процессы дезаминирования аминокислот в срезах почек тесно связаны с их энергетическим состоянием. Условия, приводящие к снижению содержания АТФ в почечной ткани вызывают снижение активности аминокислотдезаминирующих ферментов и, наоборот, условия, способствующие повышению содержания АТФ, приводят к повышению активности этих ферментов. Примечательно, что это явление наблюдается в отношении тех процессов в ходе которых образование аммиака связано с окислительными процессами и не наблюдается в отношении тех процессов, в ходе которых аммиак образуется в результате гидролитических реакций.

Таблица 1

Влияние напряжения кислорода на образование аммиака из некоторых *L*-аминокислот в срезах коркового слоя почек

Средние данные из шести опытов

Условия опыта	Количество образовавшегося аммиака (в мкмолях/г ткани/час)		
	глутаминовая кислота	аспарагиновая кислота	орнитин
Контроль (без прениикубации, инкубация 60 *мин* в атмосфере O_2+CO_2)	5.5±0.7	9.8±0.9	11.0±1.2
Прениикубация 60 *мин* в атмосфере азота, инкубация 60 *мин* в атмосфере O_2+CO_2	0.3±0.1	0.5±0.1	0.5±0.2
Прениикубация 60 *мин* в атмосфере воздуха, инкубация 60 *мин* в атмосфере O_2+CO_2	1.8±0.2	3.2±0.4	4.8±0.5
Прениикубация 60 *мин* в атмосфере O_2+CO_2, инкубация 60 *мин* в атмосфере O_2+CO_2	9.3±0.8	14.2±1.6	15.7±1.3

Таблица 2

Влияние различных условий преинкубации срезов коркового слоя почек на интенсивность их дыхания и содержание АТФ в них

Условия опыта	Количество поглощенного кислорода в мкл/г ткани час	Количество АТФ в мкМ/г ткани
Контроль (без преинкубации, инкубация 60 *мин* в атмосфере O_2+CO_2)	925,0±75	0,38
Преинкубация 60 *мин* в атмосфере азота, инкубация 60 *мин* в атмосфере O_2+CO_2	57,0±9,3	0,05
Преинкубация 60 *мин* в атмосфере воздуха, инкубация 60 *мин* в атмосфере O_2+CO_2	350,0±12,1	0,1
Преинкубация 60 *мин* в атмосфере O_2+CO_2, инкубация 60 *мин* в атмосфере O_2+CO_2	1280,0±25,1	0,47

Примечание: Исходное количество АТФ в корковом слое почек до начала инкубации составляло 0,3 мкМ/г ткани.

Каков механизм этого явления, покажут дальнейшие исследования. Однако следует отметить, что по нашим другим данным добавление АТФ к инкубируемым срезам почек с низкой исходной активностью ферментов, осуществляющих деаминирование L-аминокислот, приводит к значительному усилению продукции аммиака из L-аминокислот. Подобное явление наблюдается также при предварительном введении АТФ экспериментальным животным (in vivo). Можно полагать, что в условиях in vivo ферменты деаминирования L-аминокислот (возможно и другие белки) в зависимости от физиологического состояния организма, существуют в двух конформациях—активной и неактивной, т. е. фосфорилированном и нефосфорилированном состояниях. АТФ необходима для фосфорилирования и сохранения той конформации фермента-белка, которая обеспечивает их функциональную активность в системе живой клетки. При снижении содержания АТФ эти белки-ферменты подвергаются дефосфорилированию и их ферментативная активность снижается. С другой стороны возможно, что в условиях низкого содержания АТФ в почечной ткани, усиливается деятельность протеолитических ферментов, приводящей к частичному распаду и изменению молекулярной структуры белков-ферментов, в том числе и аминокислотдеаминирующих ферментов, в результате чего и имеет место снижение их активности. Возможно, что АТФ, связываясь с белками-ферментами, повышает их устойчивость к действию протеолитических ферментов и тем самым сохраняет их активность на высоком уровне. В обоих случаях АТФ выступает как антипротеолитический фактор или же как фактор, стабилизирующий активную конформацию белков. Не исключена возможность, что возникновение и развитие патологических состояний определенных органов связано с длительным и значительным снижением содержания АТФ, приводящим к угнетению активности соответствующих ферментов, в результате нарушения синтеза и утилизации АТФ в них.

Ա. ԼԱՅՏԱ, Մ. ՇՎԱՐՑ, Հ. ՍԵՐՇԵՆ, Ժ. Ս. ԳԵՎՈՐԳՅԱՆ, Ա. Ս. ՀՈՎՀԱՆՆԻՍՅԱՆ

Երիկամների կեղևային շերտի բջիջների էներգետիկ մակարդակը և ամինաթթուները դեամինացնող հատկությունը

Ստացված տվյալները ցույց են տվել, որ երիկամի կեղևային շերտի կտրվածքները անաէրոբ և թթվածնի ցածր պարցիալ ճնշման պայմաններում պրեինկուբացնելու դեպքում, խիստ ընկնում է նրանց մոտ ադենոզինտրիֆոսֆորաթթվի (ԱՏՖ) պարունակությունը և ամինաթթուները դեամինացման ենթարկելու նրանց հատկությունը, մինչդեռ կտրվածքները աէրոբ պայմաններում պրեինկուբացնելու դեպքում նկատվում է հակառակ երևույթ՝ ԱՏՖ-ի քանակի և ամինաթթուների դեամինացման զգալի բարձրացում։ Հետևաբար, գոյություն ունի սերտ կապ՝ երիկամների բջիջների էներգետիկ մակարդակի և ամինաթթուները դեամինացման ենթարկելու նրանց հատկության միջև։

ЛИТЕРАТУРА—ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

1 *Г. Х. Бунятян, А. С. Оганесян, Ж. С. Геворкян.* ДАН СССР, т. 177, № 4, 951 (1967). 2 *Г. Х. Бунятян, Ж. С. Геворкян, А. С. Оганесян.* ДАН СССР, т. 236, № 6, 1493 (1977).

ՀԱՅԿԱԿԱՆ ՍՍՀ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԿԱԴԵՄԻԱՅԻ ԶԵԿՈՒՅՑՆԵՐ
ДОКЛАДЫ АКАДЕМИИ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР

LXVIII 1979 1

УДК 581.12.

ФИЗИОЛОГИЯ РАСТЕНИЙ

Академик АН Армянской ССР В. О. Казарян,
И. А. Казарян, Л. А. Мнацаканян

К вопросу о влиянии внекорневой подкормки на некоторые морфо-физиологические показатели растений

(Представлено 4/X 1978)

Одним из способов интенсификации роста [1,2] и повышения продуктивности растений [3,4] является внекорневая подкормка, широко используемая в сельскохозяйственной практике. Такая форма подачи минеральных элементов растениям хотя значительно улучшает рост и их функциональное состояние, но не может заменить корневое питание; имея в виду весьма повышенную способность корней поглощать и подвергать метаболическому превращению минеральные элементы. Этим именно объясняется, что многие из питательных элементов, поглощенные через листовую поверхность, перемещаются к корням и в составе корневых метаболитов возвращаются к надземным органам [5]. Учитывая это обстоятельство, а также разность в содержании минеральных элементов в корнеобитаемой среде, мы вправе допустить, что энергия роста и функциональной активности листьев и корней должна быть неодинаковой при различных способах подкормки.

Для проверки этого предположения нами были предприняты некоторые опыты с молодыми вегетирующими растениями подсолнечника сорта «Гигант» и periллы краснолистной (Perilla nankinensis Lour/Decne), выращенными в глиняных вазонах с промытым кварцевым песком. Растения в течение опыта регулярно поливали одинаковым количеством водопроводной воды, при этом одна группа (в каждой по 6 растений) служила контролем, у II группы листья ежедневно опрыскивались питательной смесью с помощью пульверизатора, растения же III группы поливали таким же количеством питательного раствора. Спустя 30 дней производились измерения некоторых морфологических показателей, а также сухого веса отдельных органов. Кроме того определяли содержание хлорофилла и прочность его связи с липопротеидным комплексом листа по Осиповой [6] с дальнейшим фотометрированием по Маккини [7], форм азота—по Кьельдалю [8], фосфора—по Лоури и Лопесу [9] в корнях и листьях.

Учет морфологических показателей привел к установлению существенной разницы между опытными вариантами. Прежде всего выяснилось, что по общей мощности и сухому весу отличаются опытные растения последнего варианта.

Таблица 1

Биометрические показатели растений при различных способах подкормки питательной смесью

Объекты	Варианты	Стебли: высота, *м*	Стебли: сухой вес, *г*	Листья: число	Листья: площадь, *дм*	Листья: сухой вес, *г*	Сухой вес: корней, *г*	Сухой вес: растения в целом	Корнеобеспеченность листьев
Подсолнечник	Контроль	34,8	2,75	13	1.52	1,08	1,40	5.23	0.92
	Листовая подкормка	41,0	3,23	13	1.37	1,06	1,50	5.97	1,10
	Корневая подкормка	48,2	3,79	15	5,92	2,59	3,23	9,61	0,54
Перилла	Контроль	6.0	0.12	8	0.87	0.27	0.20	0.59	0.23
	Листовая подкормка	10.5	0.17	8	0.61	0.24	0.23	0.64	0.38
	Корневая подкормка	23.0	0.52	36	4.16	1.85	1.40	3.77	0.34

Следующий характерный показатель—заметное увеличение числа листьев, общей их площади и веса у растений, получивших корневую подкормку. Нарастание биометрических показателей листьев, как мы видим, сочеталось с увеличением мощности корневой системы, вследствие чего уменьшается коэффициент корнеобеспеченности листьев (отношение веса корней к площади листьев). Самое большое значение этого показателя отмечается у растений, получивших листовую подкормку. Эти данные нетрудно объяснить, исходя из результатов влияния дополнительной подкормки питательной смесью на листья и корни. У растений II варианта питательная смесь, поступая в листья, непосредственно влияет на ее функционирование, а корни, находясь в относительно неблагоприятных для минерального питания условиях, увеличивают общую поверхность, как это наблюдается в природе в подобных случаях. При корневой подкормке, т. е. в условиях относительно лучшей обеспеченности минеральными элементами, общая поглотительная поверхность и масса корней нарастают сравнительно слабо, что отмечено и в условиях гидропоники ([10]). В результате коэффициент корнеобеспеченности последних остается на низком уровне. Таким образом, приведенные данные свидетельствуют о неидентичности реакции растений на корневую и внекорневую подкормку питательной смесью. Это положение подтверждается также данными относительно активизации синтеза хлорофилла и его прочности с липопротеидным комплексом листа и фотосинтетической активности растений в целом (табл. 2).

Как следует из приведенных данных, максимальное содержание хлорофилла у обоих видов растений обнаруживается при корневой под-

Таблица 2

Содержание слабо- и прочносвязанных форм хлорофилла в листьях при различных способах подкормки питательной смесью (*мг/г* сухого веса)

Объекты	Варианты	Общее содержание	Слабосвязанный	Прочносвязанный	Процент слабосвязанного от общего
Подсолнечник	Контроль	3,70	1,43	2,27	39,64
	Листовая подкормка	4,30	1,86	2,44	43,25
	Корневая подкормка	6,11	2,97	4,14	48,61
Перилла	Контроль	8,71	0,57	8,14	6,54
	Листовая подкормка	8,90	0,69	8,31	7,75
	Корневая подкормка	9,78	0,98	8,80	10,02

кормке, а не при листовой. Как известно, синтез хлорофилла обусловливается поступающими из корней гемсодержащими ферментами [11,12]. В данном случае повышенное содержание хлорофилла у растений III группы свидетельствует об активности метаболической деятельности корней. Столь же характерной является разница в прочности связи хлорофилла с липопротеидным комплексом листьев. Наибольшее содержание слабосвязанной формы хлорофилла обнаружено в листьях последних групп растений. По этому признаку следующее место занимают растения, получившие листовую подкормку. Это обстоятельство также следует рассматривать как результат повышенной поглотительной и синтетической активности корней [13]. Сравнительно большая представленность слабосвязанной формы хлорофилла свидетельствует, по сути дела, об активности обновления молекул хлорофилла [13].

Данные следующей таблицы показывают насколько существенно влияние корневой подкормки на поглотительную поверхность и функционирование корней (табл. 3).

Таблица 3

Общая и рабочая поверхность и поглотительная активность корней растений при различных способах подкормки питательной смесью

Объекты	Варианты	Поглотительная поверхность корней, *дм*		Интенсивность поглощения метиленовой синьки, *мг/г* сухого веса
		общая	рабочая	
Подсолнечник	Контроль	87,15	38,25	0,44
	Листовая подкормка	89,25	39,25	0,65
	Корневая подкормка	455,71	219,71	2,26
Перилла	Контроль	88,20	37,80	0,49
	Листовая подкормка	96,60	47,86	0,58
	Корневая подкормка	136,20	264,61	2,60

При сравнении сухого веса корней (табл. 1) не обнаруживается столь существенной разницы между растениями I и II группы. В данной же таблице разница между рабочей поглотительной поверхностями корней последней и первых двух групп растений подсолнечника весьма заметна (в 5,5 и 5,6 раза). Этот факт показывает, что при обычной подкормке увеличение массы корней осуществляется лишь за счет их активных разветвлений, как это констатировано для гидропонных растений ([10]). В соответствии с этим повышается и поглотительная активность корней: подсолнечника—в 5,3 и 5,4 раза, а периллы—в 5,1 и 3,5. В данном случае на рост и поверхность корней оказала положительное влияние и листовая подкормка, но несравненно слабее, чем корневая.

Преимущество корневой подкормки наглядно иллюстрируется и при определении различных форм азота и фосфора в листьях (табл. 4) и корнях опытных растений (табл. 5).

Таблица 4

Содержание форм азота и фосфора в листьях при различных способах подкормки питательной смесью (в % от сухого веса)

Объекты	Варианты	Азот: общий	Азот: белковый	Азот: небелковый	Процент белкового от общего	Фосфор: общий	Фосфор: органический	Фосфор: минеральный	Процент органического от общего
Подсолнечник	Контроль	1.89	0.63	1.26	33.3	0.13	0.03	0.10	15.4
	Листовая подкормка	1.82	0.46	1.36	25.3	0.12	0.02	0.10	25.0
	Корневая подкормка	2.38	1.12	1.26	47.1	0.25	0.06	0.09	64.0
Перилла	Контроль	1.75	0.56	1.26	32.0	0.13	0.07	0.05	53.8
	Листовая подкормка	1.47	0.42	1.05	28.6	0.10	0.05	0.05	50.0
	Корневая подкормка	2.10	0.81	1.29	38.6	0.47	0.41	0.06	87.2

Таблица 5

Содержание форм азота и фосфора в корнях при различных способах подкормки питательной смесью (в % от сухого веса)

Объекты	Варианты	Азот: общий	Азот: белковый	Азот: небелковый	Процент белкового от общего	Фосфор: общий	Фосфор: органический	Фосфор: минеральный	Процент органического от общего
Подсолнечник	Контроль	0.84	0.21	0.63	25.0	0.10	0.03	0.07	30.0
	Листовая подкормка	1.40	0.35	1.05	25.0	0.11	0.04	0.07	27.2
	Корневая подкормка	1.92	0.66	1.26	34.4	0.12	0.06	0.06	50.0
Перилла	Контроль	1.61	0.63	0.98	39.1	0.15	0.10	0.05	66.6
	Листовая подкормка	1.70	0.69	1.01	40.6	0.24	0.19	0.05	79.1
	Корневая подкормка	1.87	0.94	1.13	45.9	0.45	0.37	0.08	82.2

Если рассмотреть цифры, характеризующие общее содержание азота и фосфора, то сразу выделяются показатели листьев растений, получивших корневую подкормку. Подобная тенденция обнаруживается и в отношении белкового азота и органического фосфора. При листовой подкормке общий азот и фосфор оказались меньше в листьях, чем у контроля. Видимо, эти элементы, поступая в листья, перемещаются к корням. В действительности, в корнях опытных растений их содержание оказалось гораздо больше, чем у контрольных (табл. 5). Так, у подсолнечника, получившего листовую подкормку, содержание общего азота в листьях оказалось в 1,7 раза больше по сравнению с таковым контрольных растений. Подобное количественное превалирование констатируется и в отношении как общего и органического фосфора, так и общего и белкового азота.

Менее повышенная активность растений, получивших внекорневую подкормку, связана, прежде всего, с тем, что при опрыскивании питательного раствора на листья попадает меньшее количество элементов минерального питания, которые к тому же не в состоянии энергично поглощаться в связи с тем, что суммарная площадь устьичных щелей составляет лишь ничтожную долю общей поверхности листьев. Кроме того, нанесенная на лист питательная жидкость испаряется и оставшиеся на листовой поверхности минеральные вещества становятся менее пригодными для усвоения.

Резюмируя полученные данные, мы вправе констатировать, что внекорневая подкормка по сравнению с контролем, способствует преимущественно росту корней, приводя к увеличению коэффициента корнеобеспеченности листьев. Наблюдается также некоторое увеличение содержания хлорофилла, при том сравнительно больше слабосвязанной с липопротеидным комплексом формы, что следует связать как с непосредственным влиянием элементов внекорневой подкормки на синтез хлорофилла, так и сравнительно большей корнеобеспеченностью листьев у данной группы растений.

В отношении же содержания белковой формы азота и органического фосфора в листьях и корнях, результаты оказались иными. Если содержание органической формы фосфора было меньше в листьях, а больше в корнях, то в отношении белкового азота выявлена иная картина: уменьшение в листьях и увеличение в корнях.

Институт ботаники
Академии наук Армянской ССР

Հայկական ՍՍՀ ԳԱ ակադեմիկոս Վ. Հ. ՂԱԶԱՐՅԱՆ, Ի. Ա. ՂԱԶԱՐՅԱՆ, Լ. Ս. ՄՆԱՑԱԿԱՆՅԱՆ

Բույսերի մի քանի մորֆո-ֆիզիոլոգիական ցուցանիշների վրա արտաարմատային սննդառության ազդեցության հարցի մասին

Արևածաղկի և կարմրատերև պերիլայի վրա կատարված փորձերը հաստատել են, որ արտաարմատային սնուցումը նպաստում է առավելապես ար-

մատային սիստեմի անին, բարձրացնելով տերևների արմատապահովվածության գործակիցը։ Ի հայտ է բերված նաև ընդհանուր քլորոֆիլի, առաջին հերթին տերևների լիպոպրոտեիդային կոմպլեքսի հետ թույլ կապ ունեցող քլորոֆիլի քանակի ավելացում։

Տերևներում և արմատներում սպիտակուցային ազոտի և օրգանական ֆոսֆորի քանակական փոփոխության տեսակետից ստացվել է այլ պատկեր։ Ֆոսֆորի օրգանական ձևը տերևներում եղել է քիչ, իսկ արմատներում՝ շատ։ Սպիտակուցային ազոտի նկատմամբ դիտվել է նրա քանակի ավելացում արմատներում և նվազում տերևներում։

ЛИТЕРАТУРА—ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

[1] *D. R. Rodney* Proc. Amer. Soc. Hort. Sci, 59. 99 (1952). [2] *I. R. Kuykndal, A. Waelace*, Calif. Agr., 7 (3), 6 (1953). [3] *E. Fisher*, Proc. Amer. Soc. Hort. Sci., 59, 91 (1952). [4] *Г. С. Пен*, Опыты по внекорневому питанию суперфосфатом, Кн. Внекорневое питание растений. ИЛ. М. 1956. [5] *C. D. Nelson. P. R. Gorhane*, Canad. Jour. Bot, 37. 3 (1959). [6] *О. П. Осипова*, ДАН СССР, т. 57, 4 (1947). [7] *G. Mackinney*, Journ. Biol. Chem., 140, 1 (1941). [8] *А. Р. Белозерский, Н. И. Проскуряков*, Практическое руководство по биохимии растений, М., 1951. [9] *O. H. Lowry* and *J. H. Lopez*, Journ. Biol. Chem, 162. 3, 1945. [10] *В. В. Казарян*, „Биол. журнал Армении", т. 25. № 1 (1972). [11] *Б. А. Рубин* и *В. Ф. Германова*, Успехи современной биологии., 45, 3 (1958). [12] *Б. А. Рубин* и *В. Ф.-Германова-Гавриленко*, ДАН СССР, т. 135, 2 (1960). [13] *В. О. Казарян*, Старение высших растений., Наука, 1969.

ՀԱՅԿԱԿԱՆ ՍՍՀ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԿԱԴԵՄԻԱՅԻ ԶԵԿՈՒՅՑՆԵՐ
ДОКЛАДЫ АКАДЕМИИ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР

LXVIII 1979 1

УДК 632.651

ФИТОГЕЛЬМИНТОЛОГИЯ

Э. Е. Погосян

Два новых вида нематод (Nematoda, Tylenchorhynchidae) из Армянской ССР

(Представлено чл.-корр. АН Армянской ССР Э. А. Давтяном 29/VII 1978)

Merlinius truncatus sp. nov. Poghossian (Рис. 1)

Голотип—(самка). $L=825\times30$ *мкм*; $a=27,5$; $b=5,32$; $c=16,5$; $c_1=2,5$; $v=55,96$ %; копье=22 *мкм*.

Паратип — Одна самка $L=770$ *мкм*; $a=22,0$; $b=4,82$; $c=15,4$; $c_1=2,5$; $v=56,25$ %; копье=22 *мкм*.

Описание—Тело цилиндрическое, почти одинаковой ширины до конца хвоста. Головной конец несколько сужен. Кутикула тела кольчатая, ширина колец 1,0—1,2 *мкм*. Голова с 5—6 кольцами, слегка отделена от контура тела. Склеротизация головной капсулы сильно развита. Копье довольно мощное, с округлыми базальными головками, длиной 2,75, шириной 3,3 *мкм*. Метакорпальный бульбус пищевода овальной формы с сильно развитыми клапанами. Кардиальный бульбус удлиненно-грушевидный, размером 34,1×16,5 *мкм*. Дорсальная железа пищевода открывается в просвет пищевода на 3,3 *мкм* ниже основания копья. Нервное кольцо окружает истмус непосредственно на верхней части базального бульбуса. Экскреторная пора открывается на 135 *мкм* от головного конца тела, напротив верхней части базального бульбуса. Боковые поля с 6-ю инцизурами, которые на передней части тела (выше метакорпального бульбуса) и на задней части хвоста сокращаются до 4. Половая система самки парная. Вульва расположена несколько за серединой тела (56, 96%). Эпиптигма имеется. Влагалище хитинизированное, длиной почти равно половине ширины тела. Сперматека круглая, со сперматозоидами. Хвост цилиндрический, терминус кольчатый, широко округлен, как бы срезанный. Количество колец на хвосте 46—47. Фазмиды расположены почти на середине хвоста (не на одном уровне, один ниже другого на 6 *мкм*).

Самцы не обнаружены, но судя по наличию сперматозоидов в сперматеке, они имеются.

Дифференциальный диагноз— Merlinius truncatus sp. nov. Poghossian очень близок к M. macrurus, отличается от него меньшим количеством головных колец (у нового вида 5—6, вместо 8—10 у M. macrurus), маленькими размерами копья и формой кончика хвоста. Вид близок также к M.socialis, от которого отличается более коротким копьем, сильной склеротизацией головной капсулы, формой терминуса и несколько большим количеством хвостовых колец.

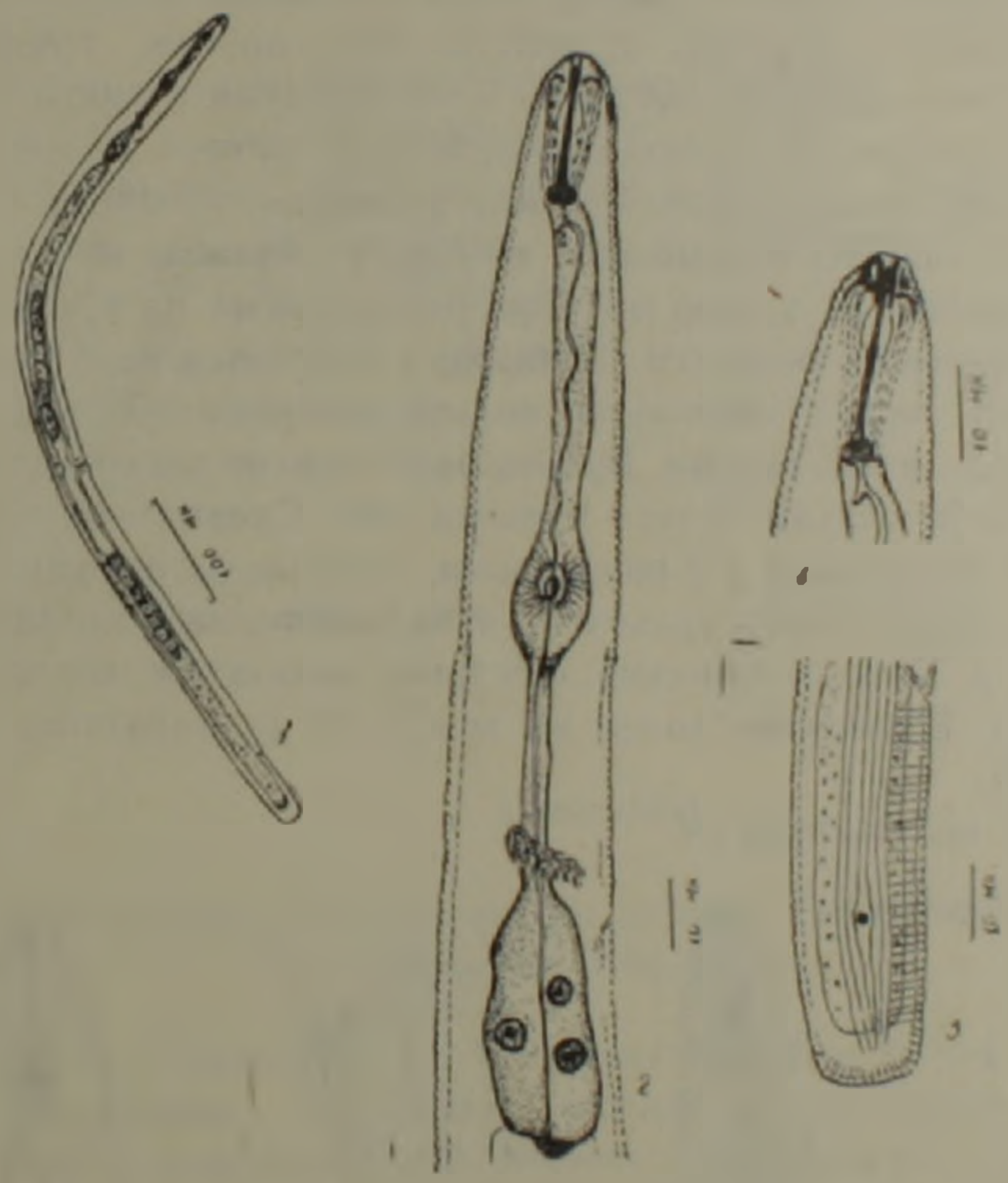


Рис. 1. Merlinius truncatus sp. nov.
1—самка; *2*—передняя часть тела; *3*—хвост; *4*—головная часть тела самки

Типовое местонахождение—Мегри, Арм. ССР.

Обнаружен в прикорневой почве Mentha longifolia (L.) Huds.

Голотип—препарат № 599 M/1 и паратип пр. № 599 M/2 из сборов автора от 24/VI 1967 г. хранятся в коллекциях Института зоологии АН Армянской ССР.

Uliginotylenchus conicaudatus sp. nov. Poghossian (рис. 2)

Голотип (самка) — L = 425 *мкм*; a = 21,46; b = 4,05; c = 11,03; $c_1 =$ = 2,4; v = 56,46 %; копье = 13 *мкм*.

Паратипы — (2 взрослые и 2 молодые самки) из прикорневой почвы столовой свеклы (Гугаркский р-н с. с. Бзовдал, Дарбас и Степанаванский р-н с. Гюлагарак): 1) L = 523,6 *мкм*; a = 23,7; b = 4,82; c = = 11,97; c_1 = 2,7; v = 56,04 %; копье = 13 *мкм*.

2) L=534 *мкм*; a=27,24; b=4,85; c=12,62; c_1=3,5; v=53,52 %; копье = 12 *мкм*.

3) L=460 и 490 *мкм*; a=20,42 и 18,8; b=4,43 и 4,83; c = 10,86 и 11,30; c_1=3,2 и 2,2; v=54,08 % и 56,52 %, копье = 12 *мкм*.

Личинки (*n*=8) L = 414,8—544 *мкм*; a=17,71—24,4; b=4,05—5,72; c = 10,17—13,2; c_1 = 2,3—2,9; копье = 12—13 *мкм*.

Описание—Мелкие нематоды, с мелкокольчатой кутикулой. Тело к обоим концам суживается, задний конец кончается остро. Голова более или менее хорошо отделена от контура тела, низкая, высота губной области 3,3 *мкм* и ширина 6,6 *мкм*, с 5—6 кольцами кутикулы. Хитинизация головы слабая. Копье маленькое, 13 *мкм*, длиной с головками. Метакорпальный бульбус шаровидный, с клапанным аппаратом. Дорсальная железа пищевода открывается в просвет пищевода на 1,6 *мкм* ниже основания копья. Экскреторная пора расположена на уровне верхней части кардиального бульбуса. Гемизонид находится на 3 кольца выше экскреторной поры и занимает 4 кольца кутикулы. Женские половые органы парно-симметричные. Вульва расположена несколько за серединой тела. Губы вульвы слегка приподнятые. Сперматека со сперматозоидами. Боковые поля с 3 инцизурами, которые на передней части тела (выше кардиального бульбуса) и на хвосте, за фазмидами, сокращаются до 2. Хвост конический, с острым, кольчатым, слегка округлым терминусом. Количество колец на хвосте 53 (у паратипов и личинок от 46 до 62).

Самцы не обнаружены.

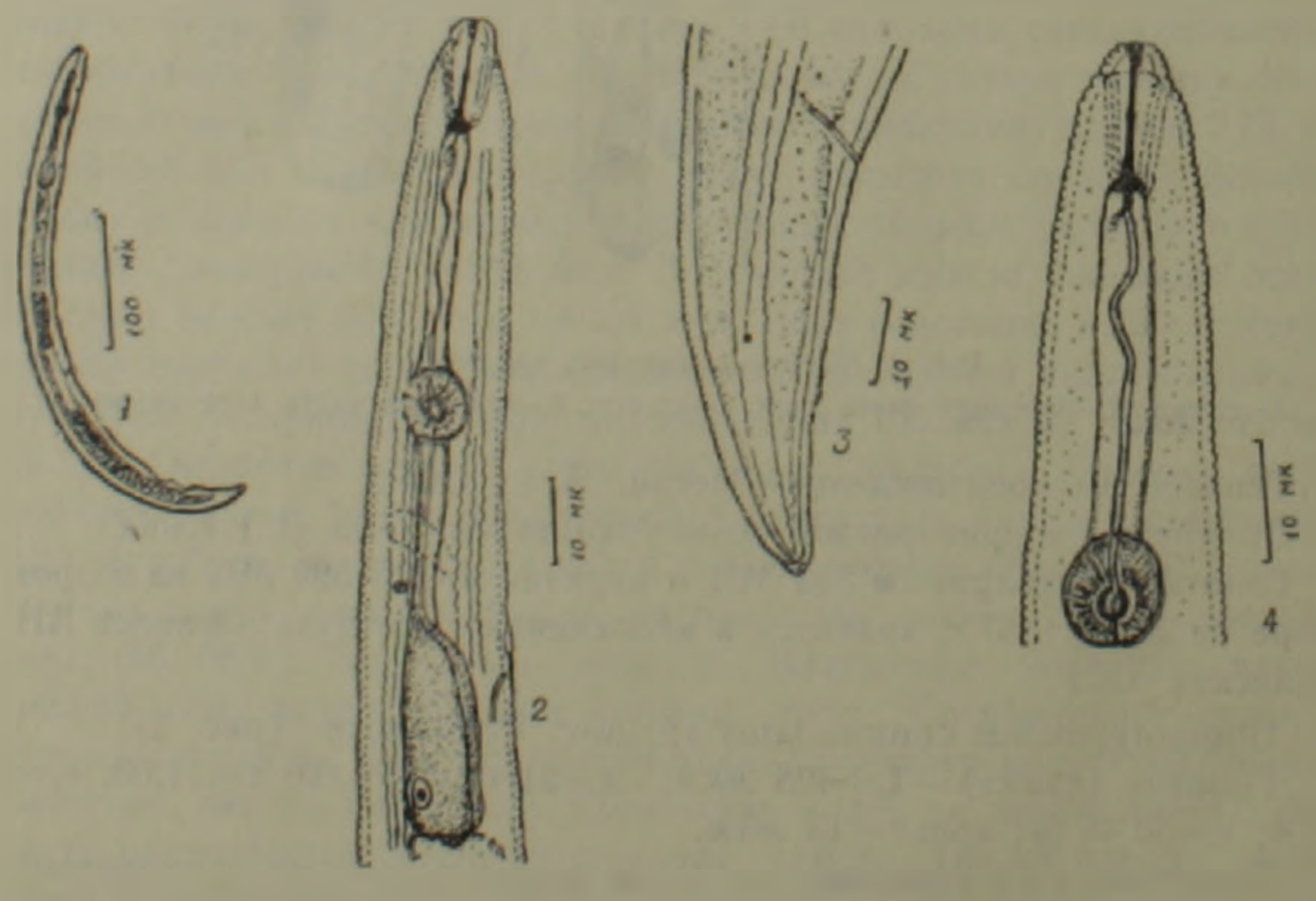


Рис. 2. Uliginotylenchus conicaudatus sp. nov.
1—самка; *2*—шейная область; *3*—хвост; *4*—передняя часть тела самки

Дифференциальный диагноз—Uliginotylenchus conicaudatus sp. nov. Poghossian отличается от всех известных видов рода своим коническим хвостом и маленькими размерами копья (12—13 мкм). Маленькими размерами тела и количеством головных колец новый вид несколько близок к U. palustris и U. uliginosus. От первого вида отличается меньшими размерами копья и большим количеством хвостовых колец, а также формой хвоста. От второго вида отличается маленькими размерами копья, меньшим количеством головных колец, формой и размером хвоста.

Типовое местонахождение—Ахурян, АрмССР.

Обнаружен в прикорневой почве лука.

Распространение—Ахурянский р-н (Ахурян), Гугаркский р-н (с.с. Бзовдал и Дарбас), Степанаванский р-н (с. Гюлагарак) (сборы автора от 7/VIII, 24/VII и 25/VII 1954 г.).

Голотип—препарат за № 821^{3}, паратипы: препараты №№ 821^{1}, 764^{4-6}, 1164^{1} 772^{5}—772^{7} хранятся в коллекциях Института зоологии АН Армянской ССР.

Институт зоологии
Академии наук Армянской ССР

Հ. Ե. ՊՈՂՈՍՅԱՆ

Նեմատոդի երկու նոր տեսակ (Nematoda, Tylenchorhynchidae) Հայկական ՍՍՀ-ից

Հոդվածում նկարագրվում է նեմատոդի երկու նոր տեսակ Tylenchorhynchidae ընտանիքից՝ Merlinius truncatus sp. nov. հայտնաբերված Մեղրիում դաղձի շուրջարմատային հողում։ Հայտնաբերված են միայն էգեր, որոնք տարբերվում են մոտ ազգակից M. macrurus-ից նիզակի փոքրությամբ, գլխի օղակների թվով և պոչի ծայրի ձևով։

Uliginotylenchus conicaudatus sp. nov., որը հայտնաբերված է Ախուրյանում սոխի, Գուգարքի (Բզովդալ և Դարբաս) ու Ստեփանավանի (Գյուլագարակ) շրջաններում սեղանի ճակնդեղի շուրջարմատային հողում։

Հայտնաբերված են միայն էգեր և թրթուրներ։ Տեսակը տարբերվում է Uliginotylenchus սեռի մինչև հիմա հայտնի բոլոր տեսակներից կոնուսաձև պոչով, նիզակի փոքրությամբ և մարմնի փոքր չափերով։

Հոդվածում տրված են նկարագրվող տեսակների նկարները։