# ՅՍՍՅ ԳԱ Տեղեկագիր

#### 

#### ԽՄԲԱԳՐԱԿԱՆ ԿՈԼԵԳԻԱ

Ա. 8. Ամատունի, Վ. Մ. Հաrությունյան (պատատխանատու խըմրագրի տեղակալ), Գ. Մ. Ղարիբյան (պատատխանատու խմբագիր), Ռ. Մ. Մարդիրոսյան, Ա. Ռ. Մկրաչյան, Մ. Ե. Մովսիսյան, Յու Գ. Շահնազարյան (պատատխանատու ջարտուղար), է. Գ. Շաrոյան (պատատխանատու խմբագրի տեղակալ), Գ. Ս. Սահակյան, Հ. Հ. Վարդապետյան

## РЕДАКЦИОННАЯ КОЛЛЕГИЯ

А. Ц. Аматуни, В. М. Арутюнян (заместитель ответственного редактора), Г. А. Вартапетян, Г. М. Гарибян. (ответственный редактор), Р. М. Мартиросян, А. Р. Мкртчян, М. Е. Мовсесян, Г. С. Саакян, Э. Г. Шароян. (заместитель ответственного редактора), Ю. Г. Шахназарян (ответственный секретарь),

a distant in the second second

The state of the second of the second

1. in . 3 6

УДК 621.373.826; 535.375.5;621.375.8

## ПРОСТРАНСТВЕННО-ВРЕМЕННАЯ ЭВОЛЮЦИЯ УЛЬТРАКОРОТКИХ ИМПУЛЬСОВ СВЕТА ПРИ КОМБИНАЦИОННОМ РАССЕЯНИИ

## В. М. АРУТЮНЯН, Н. Ш. БАДАНЯН, А. А. ЧАХМАХЧЯН, Н. В. ШАХНАЗАРЯН

НИИ физики конденсированных сред ЕГУ

(Поступила в редакцию 30 марта 1986 г.)

Исследована динамиха вынужденного комбинационного сассеяния на электронных уровнях в условиях когерентного распространения импульсов накачки и Стокса. Соотношение между интенсивностями волн на входе в среду произвольно. Произвольна также форма импульсов на входе в среду. Показано, что в результате взаимодействия со средой вся энергия накачки переходит в энергию стоксовой волны. Перекачка происходит с осцилляциями интенсивностей волн.

Когерентное комбинационное рассеяние (КР) пикосекундных импульсов света является эффективным методом исследования релаксационных констант комбинационно-активных переходов в различных средах. Кроме чисто исследовательских целей КР может быть использовано также для получения широко перестраиваемых ультракоротких импульсов света [1—5] с длительностью короче длительности накачки [6—8].

Теория нестационарного вынужденного комбинационного рассеяния (ВКР) была разработана в работах [9—12]. В них показано, что при условии сохранения фаз рассеивающих центров происходит замедленное усиление интенсивности стоксовой волны. В теоретических работах когерентное КР рассматривалось в основном для ситуаций, когда населенности уровней меняются мало [10, 11], поле накачки задано, интенсивность стоксового импульса много меньше интенсивности накачки [4, 8, 13], когда происходит существенное нестационарное перераспределение молекул (атомов) по уровням для импульсов большой мощности [14—17]. В последнем случае возможны специфические режимы ВКР [14, 15], не сопровождающиеся усилением стоксовой волны.

Наибольший интерес представляет исследование нестационарного двухфотонного взаимодействия ультракоротких импульсов света со средой при одновременном учете движения населенностей уровней и произвольного соотношения интенсивностей возбуждающей и рассеянной волн. Немало работ посвящено рассмотрению режима самоиндуцированной прозрачности при точном двойном резонансе, для которого заранее предполагается стационарность распространения и задается форма импульса на входе в среду [.18—20]. Установлено, что при вынужденном электронном комбинационном рассеянии возможно существование двух одновременных ста-

ционарных импульсов с разными частотами, но одинаковыми скоростями, так называемых симултонов, проходящих через среду без изменения формы и без потерь. При определенных условиях возможен захват стоксовой волны, что по мере распространения в среде приводит к полной перекачке энергии в стоксову волну [20].

Кинетика и спектр КР при учете истощения накачки, изменения населенностей уровней начального и конечного состояний и эффектов распространения возбуждающей и рассеиваемой волн в условиях, когда длительности импульсов короче времен релаксации среды, исследованы в [21] путем численного анализа уравнений полуклассической теории для ступенчатого импульса. Стоксово рассеяние при этом представляет собой серию последовательных затухающих импульсов с высокочастотной модуляцией.

В настоящей работе исследуется динамика вынужденного комбинационного рассеяния на электронных уровнях (ВЭКР) в условиях когерентного распространения световых импульсов при произвольном соотношении интенсивностей возбуждающей и стоксовой волн. В [22] аналогичная задача решена с точки зрения кооперативного комбинационного рассеяния. В отличие от [22] нами решена задача для общего случая, без задания формы импульса на входе в среду.

Рассмотрим трехуровневый атом А-конфигурации (см. рис. 1), нахо-



4

Рис. 1. Схема уровней трехуровневого атома: импульс накачки  $E_{\rm H}$  (t, z) резонансен с переходом из основного состояния 1 в 2, а стоксова волна  $E_{\rm c}$  (t, z) резонансна с переходом 2 $\rightarrow$ 3.

дящийся в поле двух волн, распространяющихся вдоль оси 2:

$$\mathbf{F} = \mathbf{E}_{\rm H}(z, t) \, e^{-i\omega_{\rm H}t + ik_{\rm H}z} + \mathbf{E}_{\rm c}(z, t) \, e^{-i\omega_{\rm c}t + ik_{\rm c}z} + \kappa. \, c.. \tag{1}$$

Центральные частоты импульсов резонансны с частотами атомных переходов:  $\omega_{\rm H}$  близка к частоте  $\omega_{12}$  атомного перехода 1  $\rightarrow$  2,  $\omega_{\rm C}$  близка к частоте  $\omega_{23}$  перехода 2  $\rightarrow$  3.

Волновая функция рассматриваемой системы в приближении дипольного взаимодействия с внешним полем удовлетворяет уравнению Шредингера

$$i\hbar \frac{\partial \Psi}{\partial t} = (H_0 - \mathbf{d} \mathbf{F}) \Psi.$$
(2)

Здесь H<sub>0</sub> — оператор невозмущенной системы, **d** — оператор дипольного момента.

Представив волновую функцию в виде разложения по собственным: функциям невозмущенной системы и сделав соответствующие преобразования, для атомных амплитуд a(t, z), b(t, z) и c(t, z) состояний. 1, 2 и 3; получим уравнения, которые вместе с укороченными уравнениями Максвелла для медленно меняющихся по координате и времени амплитуд  $E_{ii}(t, z)$  и  $E_c(t, z)$  составляют самосогласованную замкнутую систему уравнений

$$\frac{\partial E_{\mu}}{\partial z} + \frac{1}{c} \frac{\partial E_{\mu}}{\partial t} = i \frac{2\pi N \omega_{\mu} d_1}{c} a^*(t, z) b(t, z).$$

$$\frac{\partial E_c}{\partial z} + \frac{1}{c} \frac{\partial E_c}{\partial t} = i \frac{2\pi N \omega_c d_2}{c} c^*(t, z) b(t, z).$$
(3)

Предположим, что расстройка резонанса  $\varepsilon_{\rm H} = \omega_{\rm H} - \omega_{12}$  велика, так что  $|b| \ll |\varepsilon_{\rm H} b|$ . Тогда, определив выражения для a(t, z), b(t, z) и c(t, z)по теории возмущений и подставив их в (3) для амплитуд полей  $E_{\rm H}$ и  $E_{\rm c}$  в волновых переменных  $\gamma$  и  $\xi = t - z/c$ , получим следующую систему уравнений:

$$\frac{\partial E_{\mathrm{H}}(\xi, \eta)}{\partial \eta} = -\frac{2\pi N \omega_{\mathrm{H}} |d_1|^2}{c\hbar \varepsilon_{\mathrm{H}}} [i|a_0|^2 E_{\mathrm{H}}(\xi, \eta) + \\ + \frac{n_0 |d_2|^2}{\hbar^2 \varepsilon_{\mathrm{H}}} E_{\mathrm{c}}(\xi, \eta) \int_{-\infty}^{\xi} E_{\mathrm{H}} E_{\mathrm{c}}^* d\xi'],$$

$$\frac{\partial E_{\mathrm{c}}(\xi, \eta)}{\partial \eta} = -\frac{2\pi N \omega_{\mathrm{c}} |d_2|^2}{c\hbar \varepsilon_{\mathrm{H}}} [i |c_0|^2 E_{\mathrm{c}}(\xi, \eta) - \frac{n_0 |d_1|^2}{\hbar^2 \varepsilon_{\mathrm{H}}} E_{\mathrm{H}}(\xi, \eta) \int_{-\infty}^{\xi} E_{\mathrm{c}} E_{\mathrm{H}}^* d\xi'].$$

Здесь  $n_0 = |a_0|^2 - |c_0|^2$ -начальная разность населенностей уровней атома. Легко видеть, что система имеет интеграл движения-закон сохранения числа квантов (закон Мэнли-Роу)-

$$\omega_{c} |E_{\mu}(\xi, \eta)|^{2} + \omega_{\mu} |E_{c}(\xi, \eta)|^{2} = \lambda(\xi).$$
(5)

Введем функцию

$$R(\xi, \eta) = E_{\mathrm{n}}(\xi, \eta) E_{\mathrm{c}}^{*}(\xi, \eta) \exp\left\{i\frac{2\pi N}{c^{\frac{n}{2}}\varepsilon_{\mathrm{n}}}\int\omega_{\mathrm{c}}|d_{2}|^{2}|c_{0}|^{2}-\omega_{\mathrm{n}}|d_{1}|^{2}|a_{0}|^{2}]\eta\right\}$$
(6)

Пользуясь (4), (5), для нее получим уравнение

$$\frac{\partial R\left(\xi,\eta\right)}{\partial\eta} = \beta n_0 \sqrt{\lambda^2\left(\xi\right) - 4\omega_1 \omega_2 \left|R\left(\xi,\eta\right)\right|^2} \int_{-\infty}^{\xi} R\left(\xi',\eta\right) d\xi', \quad (7)$$

где

$$\beta = 2\pi N |d_1|^2 |d_2|^2 / c\hbar^3 \varepsilon_{\rm H}^2.$$

Примем, что на входе в среду импульсы стоксовой волны и волны накачки подобны:  $E_c(\xi, 0) = \gamma E_n(\xi, 0)$ . Тогда из вещественности уравнения (7) и начального условия на  $R(\xi, 0) (R(\xi, 0) = \gamma | E_n(\xi, 0) |^2)$ следует, что функция  $R(\xi, \gamma)$  при любых  $\gamma$  также вещественна. В силу сказанного  $R(\xi, \gamma)$  можно искать в виде

(4)

$$R(\xi, \eta) = \frac{\lambda(\xi)}{2 \sqrt{\omega_{\rm H} \omega_{\rm c}}} \sin \Phi(\xi, \eta).$$
(8)

Тогда для новой функции  $\Phi(\xi, \eta)$  в переменных  $\eta$  и  $\theta = \beta |n_0|^2 \int \lambda(\xi') d\xi'$ 

получаем уравнение

$$\frac{\partial^2 \Phi(\eta, \theta)}{\partial \eta \, \partial \theta} = (\operatorname{sign} n_0) \sin \Phi(\eta, \theta)$$
(9)

с граничным условием

$$\sin \Phi(0, \theta) = \sin \Phi_0 = \frac{2 \sqrt{\omega_{\mu} \omega_c}}{\omega_c + \omega_{\mu} \gamma^2}.$$
 (10)

Уравнение (9), известное под названием синус-Гордона, с постоянным граничным условием впервые было решено численно для усиливающей среды в работе [24], а затем были найдены асимптотические решения для поглощающей двухуровневой среды в [25]. Все они сводились к одному: решение имеет вид затухающих осцилляций, асимптотически стремящихся к л. В работе [22] при рассмотрении процесса кооперативного комбинационного рассеяния также было получено уравнение синус-Гордона в волновых переменных. При этом предполагалось, что возбуждающее поле имеет ступенчатую начальную форму. Мы же не делаем никаких предположений относительно формы входного импульса.

Перейдем от пары переменных  $\eta$  и  $\theta$  в уравнении (9) к так называемой автомодельной переменной  $y = 2\sqrt{\eta\theta}; \Phi(\eta, \theta) = f(2\sqrt{\eta\theta}) = f(y)$ Такая замена правомерна ввиду одинаковых граничных условий на  $\Phi(\eta, \theta)$  и  $f(y): \Phi(0, \theta) = f(0)$ . После простой подстановки уравнение (9) сведется к дифференциальному уравнению в полных производных

$$f'' + \frac{1}{y}f' - (\operatorname{sign} n_0)\sin f = 0$$
(11)

с начальными условиями

$$f(0) = f_0 = \Phi_0, \lim_{y \to 0} y f'(y) = 0.$$
 (12)

Пользуясь определением  $\Phi(\eta, \theta)$  и интегралом движения,  $E_{\mu}$  и  $E_{c}$  можно выразить через  $\Phi(\eta, \theta)$ :

$$|E_{\mu}(\eta, \xi)|^{2} = \frac{\lambda(\xi)}{\omega_{c}^{2}} \cos^{2} [\Phi(\eta, \xi)/2],$$

$$|E_{c}(\eta, \xi)|^{2} = \frac{\lambda(\xi)}{\omega_{\mu}^{2}} \sin^{2} [\Phi(\eta, \xi)/2].$$
(13)

 $f = n \pi$  являются стационарными решениями уравнения (11). Анализ показывает, что значения  $2k\pi(k=0, 1, 2, \cdots)$  являются неустойчивыми решениями, а  $(2k+1)\pi$ -устойчивыми решениями уравнения (для (sign  $n_0$ ) > 0). Согласно (13) устойчивым решениям соответствует такое состояние, когда интенсивность стоксовой компоненты поля максимальна и равна  $\lambda(\xi)/\omega_{\mu}^2$ , а накачка отсутствует. Отметим, что если f(y) является решением уравнения (11), то и  $f(y) + 2\pi$  также является решением, так что уравнение можно исследовать только в области  $0 \leq f(y) \leq 2\pi$ .

Разложим f(y) вблизи любого начального значения  $f_0: f(y) = f_0 + \varphi(y)$ , где  $\varphi(y) \ll f_0$ . Линеаризовав уравнение относительно  $\varphi(y)$  и найдя решение для него с учетом начальных условий, получим

$$f(y) = f_0 + tg f_0 [J_0(\sqrt{(\text{sign } n_0)} \cos f_0 y) - 1], \qquad (14)$$

I<sub>0</sub>-модифицированная функция Бесселя нулевого порядка.

Из полученного выражения следует, что sign  $n_0$  и значение  $f_0$  существенным образом влияют на поведение f(y). Если до взаимодействия излучения с веществом атомы специальным образом не возбудить, то они находятся в основном состоянии и sign  $n_0 > 0$ . В дальнейшем мы будем полагать  $n_0$  положительным. Что же касается  $f_0$ , то когда  $0 \leq f_0 < \pi/2$  и  $3\pi/2 < f_0 < 2\pi$ , с ростом y, согласно (14), f(y)растет как (exp  $y)/\sqrt{y}$ . Так как  $y = 2\sqrt{\eta \theta}$ , рост f(y) с  $\eta$  происходит замедленно, "летаргически". Этот результат хорошо известен для случая, когда интенсивность стоксовой волны меньше интенсивности накачки и не учитывается обратная перекачка энергии в волну накачки. Когда  $\pi/2 < f < 3\pi/2$ , f(y) начинает осциллировать как  $\int_0 (\sqrt{|cosf_0|} y)$ . При  $f_0 = \pi \pm a$  ( $a \ll \pi$ ) вместо (14) можно писать

$$f(\mathbf{y}) = \pi \pm \alpha f_0(\mathbf{y}). \tag{15}$$

При больших y f(y) стремится к  $\pi$  с затухающей осцилляцией как  $(\cos y) / \sqrt{y}$ .

Рис. 2. Результаты численного анализа уравнения (11). Кривая 1 получена том начальном условин  $f(0) = 1/6 \pi$ , кривая 2 — при  $f(0) = 3/2 \pi$ .



7

Нами проведен численный анализ уравнения (11) без каких-либо предположений относительно величины  $\hat{f}(y)$ . На рис. 2 представлены результаты этого анализа для нескольких значений  $f_0$ . Как видно из рисунка, при любом начальном значении  $\hat{f}_0$  функция, осциллируя, стремится к п. Согласно (13) затухающие осцилляции означают перекачку энергии из одной волны в друтую, а стремление к п, как уже отмечалось, приводит к тому, что суммарная энергия волн перекачивается в результате взаимодействия в стоксову волну. Если начально атомы были возбуждены, такое когерентное нестационарное взаимодействие приведет к тому, что вся суммарная энергия волн, осциллируя, перекачается в волну. накачки.

Таким образом, в пренєбреженин движением населенностей динамика комбинационного рассеяния на электронных переходах такова, что происходит перекачка всей энергии накачки в стоксову волну.

## ΛΗΤΕΡΑΤΥΡΑ

1. Djeu N. Appl. Phys., 35, 663 (1979).

2. Murray J. R. et. al. IEEE, QE-15, 342 (1979).

3. Wyatt R., Cotter D. Opt. Comm., 32, 481 (1980).

4. Cotter D., Wyatt R. J. Phys., B 13, 3035 (1980).

5. Berg M. et al. Opt. Lett., 9, 50 (1984).

6. Colles M. J. Appl. Phys. Lett, 19, 23 (1971).

- 7. Назаркин А. В., Полуэктов И. А., Собельман И. И. Письма в ЖЭТФ. 37. 313 (1983).
- 8. Арутюнян В. М., Баланян Н. Ш., Шахназарян Н. В. Изв. АН СССР, сер. физ., 47, 1604 (1983).

Wang C. S. Phys. Rev., 182, 442 (1969). 9.

10. Carman R. L. et al. Phys. Rev., A2, 60 (1970). 11. Ахманов С. А. н др. ЖЭТФ, 59, 485 (1970).

12. Tan-no N. et al. Phys. Rev., A12, 159 (1975).

13. Баданян Н. Ш. Опт. н спектр., 59, 675 (1985).

14. Махвиладзе Т. М., Сарычев М. Е., Шелепин Л. А. ЖЭТФ, 69, 499 (1975).

15. Махвиладзе Т. М., Сарычев М. Е. ЖЭТФ, 71, 896 (1976).

16. Раутиан С. Г., Черноброд Б. М. ЖЭТФ, 72, 1342 (1977).

17. Elgin J. W., O'Hare T. B. J. Phys., B 12, 159 (1979).

18. Konopnicki M. J., Eberly J. H., Phys. Rev., A 24, 2567 (1981).

19. Маймистов А. И. Квант. электр., 11, 567 (1984); Опт. и спектр., 57, 564 (1984).

20. Большов Л. Е. н др. ЖЭТФ, 88, 47 (1985).

21. Шамров Н. И. ЖПС, 40, 471 (1984); Опт. и спектр., 57, 43 (1984).

22. Черноброд Б. М. Опт. и спектр., 49, 692 (1980).

23. Солитоны. Под ред. Буллаф Р., Кодри Ф. Изд. Мир, М., 1983.

24. Lamb G. L. Phys. Lett., 29, 507 (1969).

25. Jeng-Yish Su. Nuovo Cimento, 25B, 59 (1975).

## ԳԵՐԿԱՐՃ ԻՄՊՈՒԼՍՆԵՐԻ ԺԱՄԱՆԱԿԱՏԱՐԱԾԱԿԱՆ ԷՎՈԼՅՈՒՑԻԱՆ ԿՈՄԲԻՆԱՑԻՈՆ ՑՐՄԱՆ ԺԱՄԱՆԱԿ

## 4. U. 24691453045846, 5. C. PUAUSUL, U. U. 246046846, 5. 4. 64264946846

Ուսումնասիրված է էլնկարոնային մակարդակների վրա ստիպողական կոմբինացիոն ցրման դինամիկան մղման և ստոքսյան իմպուլսների կոհերենտ տարածման պայմաններում։ Ալիջների ինտենսիվուկյունների միջև հարաբերուկյունը միջավայրի մուտքային սահմանադծում կամայական է։ Միջավայրի մուտքում կամայական է նաև իմպուլսների ձևը։ Ցույց է տրված, որ միջավայրի հետ փոխազդեցունկան շնորհիվ մղման ալիքի ամբողջ էներգիան փոխարկվում է Սառջոի ալիջի էներգիային։ Փոխարկումը ահղի է ունենում ալիջների ինտենսիվությունների oughijughuubpadi

## SPACE-TIME EVOLUTION OF ULTRASHORT PULSES OF LIGHT IN CASE OF RAMAN SCATTERING

### V. M. ARUTYUNYAN, N. Sh. BADANYAN, A. A. CHAKHMAKHCHYAN, N. V. SHAKHNAZARYAN

The dynamics of stimulated Raman scattering on electronic levels has been investigated under the conditions of coherent propagation of pumping and Stokes pulses. The ratio of waves intensities and shapes of pulses at the entrance into medium were taken to be arbitrary. It was shown, that the total pumping energy transforms to the energy of Stokss waves as a result of interaction with medium. The pumping proceeds with oscillations of waves intensities.

УДК 524.86

## ПЕРЕНОС ИЗЛУЧЕНИЯ В СТОХАСТИЧЕСКОЙ СРЕДЕ

## Р. С. ВАРДАНЯН, Н. Б. ЕНГИБАРЯН

Институт прикладных проблем физики АН АрмССР

(Поступила в редакцию 25 апреля 1986 г.)

Рассматриваются задачи переноса излучения в одномерной полубесконечной среде и в среде конечной толщины. Предполагается, что вероятность  $\lambda$  выживания кванта при элементарном акте рассеяния является однородным, экспоненциально-коррелированным гауссовским случайным полем. Для решения уравнения Дайсона в приближении Бурре применяется метод нелинейных уравнений факторизации.

В работах [1-3] были рассмотрены некоторые задачи переноса излучения в предположении, что вероятность  $\lambda$  выживания кванта является случайной величиной. Как было отмечено в [2], такая ситуация возникает при рассмотрении переноса излучения в резонансной линии, если концентрация  $n_e$  свободных электронов или электронная температура  $T_e$  являются случайными функциями координат или времени. В работах [2, 3] на основе применения метода преобразования Фурье были рассмотрены некоторые задачи переноса в бесконечной среде. В настоящей статье рассматриваются задачи переноса в полубесконечной среде и в среде конечной толщины в предположении, что  $\lambda = A(x)$  является однородным гауссовым случайным полем с экспоненциальной корреляционной функцией. Как и в работах [2, 3], соответствующие уравнения Дайсона будут решаться в приближении Бурре, причем будет применяться метод нелинейных уравнений факторизации [4-6].

1. Полубесконечная среда. Уравнение Дайсона в приближении Бурре в случае полубесконечной среды имеет вид [2]

$$S_{1}(x) = g_{0}(x) + \int_{0}^{\infty} \int_{0}^{\infty} \Gamma_{0}(x, y) Q_{1}(y, t) S_{1}(t) dy dt.$$
(1)

Здесь Го(х, у) - решение уравнения

$$\Gamma_{0}(x, y) = K(x - y) + \lambda_{0} \int_{0}^{\infty} K(x - t) \Gamma_{0}(t, y) dt, \qquad (2)$$

где  $K(x) = \frac{1}{2} e^{-|x|}$ ,  $\lambda_0$ —среднее значение поля  $\Lambda(x)$ , а ядро массового оператора  $\hat{Q}_1$  в приближении Бурре есть

$$Q_{1}(x, y) = \sigma^{2} \Gamma_{0}(x, y) e^{-\beta |x-y|}, \qquad (3)$$

 $\sigma^2$ -дисперсия поля  $\Lambda(x)$ ,  $l = \beta^{-1}$ -радиус корреляции поля  $\Lambda(x)$ . Перепишем уравнение (1) в операторном виде

$$S_1 = g_0 + \Gamma_0 Q_1 S_1, \tag{4}$$

где  $\Gamma_0$  и  $\widehat{Q}_1$ -интегральные операторы:

$$(\widehat{\Gamma}_0 f)(x) = \int_0^\infty \Gamma_0(x, t) f(t) dt, \ (\widehat{Q}_1 f)(x) = \int_0^\infty Q_1(x, t) f(t) dt.$$

Для решения (4) преобразуем его в систему интегральных уравнений. Введем функцию  $S_2 = \hat{Q}_1 S_1$ . Тогда (4) можно переписать в виде

$$S(x) = g(x) + \int_{0}^{1} T(x, t) S(t) dt, \qquad (5)$$

где  $S = \begin{pmatrix} S_1 \\ S_2 \end{pmatrix}$  — искомая вектор-функция,  $g(x) = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} g_0(x)$  — заданная вектор-функция, а T(x, y) — матрица-функция:

$$\mathcal{T}(z, y) = \begin{pmatrix} 0 & \Gamma_0(z, y) \\ Q_1(z, y) & 0 \end{pmatrix}.$$
 (6)

Для полубесконечной среды  $\Gamma_0(x, y)$  имеет вид

$$\Gamma_0(x, y) = \frac{1}{2\alpha} \left[ e^{-\alpha |x-y|} - \frac{1-\alpha}{1+\alpha} e^{-\alpha (x+y)} \right], \qquad (7)$$
$$\alpha = \sqrt{1-\lambda_0}.$$

С учетом (7) и (3) матрицу-функцию T (x, y) можно представить в Риде

$$T(x, y) = T_1(x-y) + T_2(x, y),$$
 (8)

где

$$T_{1}(x) = \begin{pmatrix} 0 & \frac{1}{2\alpha} e^{-\alpha |x|} \\ \frac{\sigma^{2}}{2\alpha} e^{-\gamma |x|} & 0 \end{pmatrix},$$
  
$$T_{2}(x, y) = -\frac{1}{2\alpha} \frac{1-\alpha}{1+\alpha} \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ \sigma^{2} e^{-\beta |x-y|} & 0 \end{pmatrix} e^{-\alpha (x+y)}.$$
 (9)

 $\overline{T}_1$  является интегральным оператором типа Винера-Хопфа, а  $T_2$  не является таковым.

Перепишем уравнение (5) в виде

$$(\widehat{I} - \widehat{T}_1) S = g + \widehat{T}_2 S.$$
<sup>(10)</sup>

Уравнение (10) можно решить методом итераций. Определим следующий итерационный процесс:

$$(\hat{I} - \hat{T}_1) S^{(n+1)} = g + \hat{T}_2 S^{(n)},$$
(11)

 $S^{(0)} = 0, n = 0, 1, 2, \cdots$ 

Из (11) видно, что для нахождения  $S^{(n)}$  каждый раз следует решать матричное уравнение Винера-Хопфа вида

$$(I - T_1) f = f_0.$$
(12)

Рассмотрим следующую задачу факторизации:

$$\hat{I} - \hat{T}_{1} = (\hat{I} - \hat{V}_{-}) \ (\hat{I} - \hat{V}_{+}),$$
 (13)

где V<sub>±</sub>-вольтерровские операторы:

$$(\widehat{V}_{+}f)(\mathbf{x}) = \int_{0}^{\infty} V_{+}(\mathbf{x}-t) f(t) dt, \ (\widehat{V}_{-}f)(\mathbf{x}) = \int_{\mathbf{x}}^{\infty} V_{-}(t-\mathbf{x}) f(t) dt; \ (14)$$

V<sub>±</sub> определяются из системы [4, 5]

$$V_{+}(x) = T_{1}(x) + \int_{0}^{\infty} V_{-}(t) V_{+}(x+t) dt, \qquad (15)$$

$$V_{-}(x) = T_{1}(-x) + \int_{0}^{\infty} V_{-}(x+t) V_{+}(t) dt.$$

Учитывая соотношение

$$T_1^{\perp}(-x) = T_1(x), \tag{16}$$

где значком  $\bot$  обозначена операция транспонирования относительно второй диатонали, из (15) получаем

$$V_{+}^{\perp}(x) = V_{-}(x). \tag{17}$$

Следовательно, для  $V_{+}(x)$  имеем уравнение

$$V_{+}(x) = T_{1}(x) + \int_{0}^{\infty} V_{+}^{\perp}(t) V_{+}(x+t) dt, \qquad (18)$$

решение которото ищем в виде

$$V_{+}(x) = \begin{pmatrix} b \ e^{-\gamma x} & a \ e^{-\alpha x} \\ c \ e^{-\gamma x} & b \ e^{-\alpha x} \end{pmatrix}.$$
 (19)

Подстановка (19) в (18) приводит к следующей системе для определения ковффициентов a, b, c:

$$a = \frac{1}{2a} + \frac{ab}{a}, \ b = \frac{ac+b^2}{a+\gamma}, \ c = \frac{\sigma^2}{2a} + \frac{bc}{\gamma}.$$
 (20)

Факторизация (13) сводит решение (12) к последовательному решению следующих двух уравнений вольтерровского типа:

1 1 1 1

$$F(x) = f_0(x) + \int_x^\infty V_-(t-x) F(t) dt, \qquad (21)$$

$$f(x) = F(x) + \int_{0}^{x} V_{+}(x-t) f(t) dt.$$
 (22)

Решения этих уравнений выражаются через соответствующие резольвентные функции  $\Phi_{\pm}(x)$  следующим образом:

$$F(x) = f_0(x) + \int_x^\infty \Phi_-(t-x) f_0(t) dt, \qquad (23)$$

$$f(x) = F(x) + \int_{0}^{x} \Phi_{+}(x-t) F(t) dt.$$
 (24)

 $\Phi_{\pm}(x)$  являются решениями уравнений

$$\Phi_{\pm}(x) = V_{\pm}(x) + \int_{0}^{x} V_{\pm}(x-t) \Phi_{\pm}(t) dt.$$
 (25)

Представим  $V_{-}(x)$  в виде

$$V_{-}(\mathbf{x}) = J(\mathbf{x}) \ V_{0}.$$

где

$$I(\mathbf{x}) = \begin{pmatrix} e^{-a\mathbf{x}} & 0 \\ 0 & e^{-\mathbf{x}\mathbf{x}} \end{pmatrix}, \quad V_0 = \begin{pmatrix} b & a \\ c & b \end{pmatrix}.$$
(26)

Имеем

$$J^{-1}(x) = J(-x), \ J(x+t) = J(x) \ J(t).$$
 (27)

С учетом (26) и (27) после некоторых преобразований для  $\Phi_{-}(x)$  получаем выражение

$$\Phi_{-}(x) = L_{+} e^{-\beta_{+}x} + L_{-} e^{-\beta_{-}x}, \qquad (28)$$

где

$$\beta_{\pm} = \frac{\gamma + a - 2b}{2} \pm \frac{1}{2} \sqrt{\beta^{2} + 4ac},$$

$$L_{\pm} = \begin{pmatrix} \eta^{\pm} & \zeta^{\pm} \\ m^{\pm} & \eta^{\pm} & m^{\pm} & \zeta^{\pm} \end{pmatrix}, \quad m^{\pm} = -\frac{b - a + \beta_{\pm}}{a},$$

$$\eta^{\pm} = \frac{m^{\pm} b - c}{m^{\mp} - m^{\pm}}, \quad \zeta^{\pm} = \frac{m^{\mp} a - b}{m^{\mp} - m^{\pm}}.$$
(29)

Можно показать, что

$$\Phi_{+}(x) = \Phi_{-}^{\perp}(x) = L_{+}^{\perp} e^{-\beta_{+}x} + L_{-}^{\perp} e^{-\beta_{-}x}.$$
 (30)

С помощью полученных формул (23), (24), (29) и (30) легко можно найти несколько первых членов итерационной последовательности  $S^{(n)}$ .

Пусть

$$g_{0}(x) = \frac{2}{1+\alpha} e^{-\alpha x}$$
 (31)

Для первой итерации S<sup>(1)</sup> (x) в этом случае получаем выражение

$$S^{(1)}(x) = l_{+} e^{-\beta_{+} x} + l_{-} e^{-\beta_{-} x}, \qquad (32)$$

где l<sub>±</sub> — постоянные векторы:

$$l_{\pm} = \frac{1}{1 - \beta_{\pm}} F_{0},$$

$$F_{0} = \frac{1}{2} \left( 1 + \frac{L_{+}}{1 + \beta_{+}} + \frac{L_{-}}{1 + \beta_{-}} \right) \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}.$$
(33)

Отметим, что искомая функция  $S_{1}^{(1)}(x)$  является первой компонентой вектор-функции  $S^{(1)}(x)$ .

2. Среда конечной толщины. Уравнение Дайсона в приближении Бурре для данной задачи есть

$$S_{1}(x) = g_{0}(x) + \int_{0}^{t} \int_{0}^{t} \Gamma_{0}(x, y) Q_{1}(y, t) S_{1}(t) dy dt, \qquad (34)$$

где  $\Gamma_0(x, y)$  теперь имеет вид

$$\Gamma_{0}(x, y) = -\frac{\operatorname{sh}\alpha(x-y)}{\alpha} \theta(x-y) - \frac{2}{\alpha A} \gamma(x) \gamma(r-y), \quad (35)$$
  
$$\gamma(x) = \operatorname{sh}\alpha x + \alpha \operatorname{ch}\alpha x,$$
  
$$A \equiv A(r) = (1-\alpha)^{2} e^{-\alpha r} - (1+\alpha)^{2} e^{\alpha r},$$

а θ(x) — функция Хевисайда.

Уравнение (34) также можно преобразовать в систему уравнений и представить в виде (5)

$$S = g + \widehat{T} S,$$

$$(\widehat{T} f)(x) = \int_{0}^{t} T(x, t) f(t) dt,$$
(36)

где матрица-функция T имеет вид (6), но с  $\Gamma_0$ , определяемым из (35) и  $Q_1(x, y) = \sigma^2 \Gamma_0(x, y) e^{-\beta |x-y|}$ .

При решении (36) применим метод нелинейных уравнений факторизацин [6]. Рассмотрим факторизацию

$$\widehat{I} - \widehat{T} = (\widehat{I} - \widehat{\Psi}_{+}) \ (\widehat{I} - \widehat{\Psi}_{-}), \tag{37}$$

где  $\widehat{\Psi}_{\pm}$ -вольтерровские операторы:

$$(\widehat{\Psi}_{-}f)(x) = \int_{x}^{t} \Psi_{-}(t,x) f(t) dt, \ (\widehat{\Psi}_{+}f)(x) = \int_{0}^{x} \Psi_{+}(x,t) f(t) dt; \ (28)$$

Ψ<sub>±</sub> удовлетворяют следующей системе:

$$\Psi_{+}(x, y) = T(x, y) + \int \Psi_{+}(x, t) \Psi_{-}(y, t) dt,$$

x>y, (39)

$$\Psi_{-}(x, y) = T(y, x) + \int_{0}^{y} \Psi_{+}(y, t) \Psi_{-}(x, t) dt$$

Можно показать, что  $T^{\perp}(x, y) = T(y, x)$ . Используя это свойствоматрицы-функции T(x, y), можно убедиться, что

$$\Psi_{+}(x, y) = \Psi_{-}^{+}(x, y). \tag{40}$$

Следовательно, для  $\Psi_{-}(x, y)$  получаем уравнение

$$\Psi_{-}(x, y) = T(y, x) + \int_{0}^{y} \Psi_{-}^{\perp}(y, t) \Psi_{-}(x, t) dt, x > y, \quad (41)$$

Решение (37) ищем в виде

$$\Psi_{-}(x, y) = \begin{pmatrix} \varphi_1(y) \ e^{-\beta x} & \varphi_3(y) \\ \varphi_2(y) \ e^{-\beta x} & \varphi_1(y) \ e^{-\beta y} \end{pmatrix} \gamma(r-x).$$
(42)

Подставляя (42) в (41), для  $\varphi_i(x)$  (i = 1, 2, 3) получим систему нелинейных уравнений типа Вольтерра, которая сводится к следующей задаче Коши относительно некоторых вспомогательных функций  $f_i(x)$ :

$$\frac{df_1}{dx} = \frac{4\sigma^2}{\alpha^2 A^2} \gamma^2 (x) e^{\beta x} + \gamma^2 (r-x) e^{-\beta x} [f_1^2 + 4f_2 f_3] - \frac{4}{\alpha A} \gamma (x) \gamma (r-x) [\sigma^2 f_3 e^{\beta x} + f_2 e^{-\beta x}],$$

$$\frac{df_2}{dx} = -\frac{2\sigma^2}{\alpha A} \gamma (x) \gamma (r-x) e^{\beta x} f_1 + 2\gamma^2 (r-x) e^{-\beta x} f_1 f_2,$$

$$\frac{df_3}{dx} = -\frac{2}{\sigma A} \gamma (x) \gamma (r-x) e^{-\beta x} f_1 + 2\gamma^2 (r-x) e^{-\beta x} f_1 f_3,$$

$$f_1(0) = 0.$$

 $\varphi_i(x)$  выражаются через  $f_i(x)$  следующим образом:

$$\varphi_{1}(\mathbf{x}) = \gamma (r - \mathbf{x}) f_{1}(\mathbf{x}),$$

$$\varphi_{2}(\mathbf{x}) = -\frac{2\sigma^{2}}{aA} \gamma (\mathbf{x}) e^{\beta \mathbf{x}} + 2\gamma (r - \mathbf{x}) e^{-\beta \mathbf{x}} f_{2}(\mathbf{x}),$$

$$\varphi_{3}(\mathbf{x}) = -\frac{2}{aA} \gamma (\mathbf{x}) + 2\gamma (r - \mathbf{x}) f_{3}(\mathbf{x}).$$

Факторизация (37) сводит решение (36) к последовательному решестноследующих уравнений:

$$(\hat{I} - \hat{\Psi}_{-}^{\perp}) F = g, \, (\hat{I} - \hat{\Psi}_{-}) S = F.$$
 (43)

Решение первого из уравнений (43) можно представить в виде

$$F = g + j \Omega$$
,

где

$$\hat{j}(x) = \gamma (r-x) \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & e^{-3x} \end{pmatrix}, \quad \Omega = \begin{pmatrix} \Omega_1 \\ \Omega_2 \end{pmatrix}$$

Ω(x) является решением следующей задачи:

$$\frac{d\Omega}{dx} = \Omega_0 + \widehat{\varphi} \widehat{j} \Omega, \ \Omega(0) = 0,$$

где

$$\Omega_{0} = \widehat{\varphi} g, \ \widehat{\varphi} (x) = \begin{pmatrix} \varphi_{1} e^{-\beta x} & \varphi_{3} \\ \varphi_{2} & \varphi_{1} \end{pmatrix}.$$

Решение второго из уравнений (43) также можно свести к решению задачи Коши:

$$\frac{d\xi}{dx} = -\hat{j}^{\perp} F - \hat{j}^{\perp} \hat{\varphi}^{\perp} \xi,$$
  
$$\xi(r) = 0,$$

где  $\xi(x)$ —вектор-функция:  $\xi(x) = \begin{pmatrix} \zeta_1(x) \\ \xi_2(x) \end{pmatrix}$ .

Решение уравнения Дайсона в приближении Бурре выражается через *F*,  $\phi$  и  $\xi$  следующим образом:

$$S_B \equiv S_1 = F_1 + \varphi_1 \, \xi_1 + \varphi_3 \, \xi_2.$$

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Енгибарян Н. Б., Никогосян А. Г. В сб. «Звезды, туманности, галактики». Изд. АН АрмССР, Ереван, 1969.

2. Варданян Р. С. Астрофизика, 24, 549 (1986).

3. Варданян Р. С. Изв. АН АрмССР, Физика, 21, 184 (1986).

4. Енгибарян Н. Б. Изв. АН АрмССР, Математика, 15, 233 (1980).

5. Енгибарян Н. Б., Арабаджян Л. Г. Итоги науки и техники, мат. анализ, 22, ВИНИТИ, М., 1984.

6. Енгибарян Н. Б., Мнацаканян М. А. ДАН СССР, 206, 4 (1972).

#### ՃԱՌԱԳԱՅԹՄԱՆ ՏԵՂԱՓՈԽՈՒԹՅՈՒՆԸ ՍՏՈԽԱՍՏԻԿ ՄԻՋԱՎԱՅՐՈՒՄ

#### Ռ. Ս. ՎԱՐԴԱՆՅԱՆ, Ն. Բ. ԵՆԳԻԲԱՐՅԱՆ

Գիտարկված են միաչափ կիսաանվերջ միջավայրում և վերջավոր շերտում ճառագայնման տեղափոխման որոշ խնգիրներ այն եննադրունկամբ, որ ցրման տարրական ակտի ժամանակ թվանտի վերապրման չ Հավանականունկունը հանդիսանում է համասեռ գաուսյան պատահական դաշտ։ Գիտարկված խնդիրների համար համապատասխան Դայսոնի հավասարումը լուծվում է Բուրրեյի մոտավորունկամբ, ընդ որում կիրառվում է օպերատորների Հակտորիդացիայի ոչ-գծային հավասարումների մենադր։

## ON THE TRANSFER OF RADIATION IN A STOCHASTIC MEDIUM

#### R. S. VARDANYAN, N. B. YENGIBARYAN

Some problems of radiation transfer in one-dimensional semi-infinite and finite thickness media are considered under the assumption, that the quantum survival probability ), is a Gaussian field with an exponential correlation function. The corresponding Dyson equation is solved by means of the method of nonlinear equations of integral operator factorization.

Изв. АН Армянской ССР, Физика, т. 23, вып. 1, 16-20 (1988)

УДК 533.901.922

## ОБ ИНТЕГРАЛЕ РАДИАЦИОННЫХ СТОЛКНОВЕНИЙ ЧАСТИЦ

#### А. В. АКОПЯН

#### Институт раднофизики и электроники АН АрмССР.

(Поступила в редакцию 20 марта 1986 г.)

На основе представления о вероятностях переходов построены общие выражения для интегралов, описывающие изменение распределения частиц в процессах столкновений, сопровождающихся излучением квантов произвольной поляризации. Приводятся уравнения для излученных квантов.

1. В современной кинетической теории газов (нейтральных и заряженных) состояние системы описывается с помощью кинетического уравнения, имеющего вид

$$\hat{L}f = \left(\frac{\partial f}{\partial t}\right)^{\text{st}}.$$
(1)-

Здесь f — функция распределения частиц, L — некоторый. оператор, зависящий от внешних факторов и описывающий изменение функции распределения в конфигурационном пространстве. Стоящий в правой части (1) интеграл столкновений  $(df/td)^{st}$  описывает столкновительную эволюциюраспределения частиц во времени. При этом, как правило, предполагается, что столкновения частиц не сопровождаются излучением реальных электромагнитных волн. К настоящему времени, начиная с основополагающих работ Больцмана и Ландау, в литературе достаточно подребно изучена структура интеграла безызлучательных столкновений частиц как в нейтральных и ионизированных свободных газах. [1—4], так и в твердотельной плазменной среде [5, 6].

Вместе с тем естественно допустить, что элементарные акты столкновений зарядов между собой и с нейтралами могут сопровождаться испусканием квантов реальных волн разной поляризации. Условимся, в согласня с [7], такие неупругие процессы называть радиационными столкновениями (РС). В физике существует широкий крут явлений, в которых излучениеволн обусловлено именно РС частиц в вакууме и среде. Подчеркнем, чтоиспускаемое при РС излучение в общем. случае будет иметь более сложную картину, чем тормозное излучение при свободно-свободных переходах.

С учетом столкновительно-излучательных процессов в правой частия кинетического уравнения (1) следует добавить новый член  $(\partial f/\partial t)_{t}^{rst}$  —

· · ·

probability ), is a Gaussian field with an exponential correlation function. The corresponding Dyson equation is solved by means of the method of nonlinear equations of integral operator factorization.

Изв. АН Армянской ССР, Физика, т. 23, вып. 1, 16-20 (1988)

УДК 533.901.922

## ОБ ИНТЕГРАЛЕ РАДИАЦИОННЫХ СТОЛКНОВЕНИЙ ЧАСТИЦ

#### А. В. АКОПЯН

#### Институт раднофизики и электроники АН АрмССР.

(Поступила в редакцию 20 марта 1986 г.)

На основе представления о вероятностях переходов построены общие выражения для интегралов, описывающие изменение распределения частиц в процессах столкновений, сопровождающихся излучением квантов произвольной поляризации. Приводятся уравнения для излученных квантов.

1. В современной кинетической теории газов (нейтральных и заряженных) состояние системы описывается с помощью кинетического уравнения, имеющего вид

$$\hat{L}f = \left(\frac{\partial f}{\partial t}\right)^{\text{st}}.$$
(1)-

Здесь f — функция распределения частиц, L — некоторый. оператор, зависящий от внешних факторов и описывающий изменение функции распределения в конфигурационном пространстве. Стоящий в правой части (1) интеграл столкновений  $(df/td)^{st}$  описывает столкновительную эволюциюраспределения частиц во времени. При этом, как правило, предполагается, что столкновения частиц не сопровождаются излучением реальных электромагнитных волн. К настоящему времени, начиная с основополагающих работ Больцмана и Ландау, в литературе достаточно подребно изучена структура интеграла безызлучательных столкновений частиц как в нейтральных и ионизированных свободных газах. [1—4], так и в твердотельной плазменной среде [5, 6].

Вместе с тем естественно допустить, что элементарные акты столкновений зарядов между собой и с нейтралами могут сопровождаться испусканием квантов реальных волн разной поляризации. Условимся, в согласня с [7], такие неупругие процессы называть радиационными столкновениями (РС). В физике существует широкий крут явлений, в которых излучениеволн обусловлено именно РС частиц в вакууме и среде. Подчеркнем, чтоиспускаемое при РС излучение в общем. случае будет иметь более сложную картину, чем тормозное излучение при свободно-свободных переходах.

С учетом столкновительно-излучательных процессов в правой частия кинетического уравнения (1) следует добавить новый член  $(\partial f/\partial t)_{t}^{rst}$  —

· · ·

интеграл радиационных столкновений (ИРС) частиц. Физический смысл последнего заключается в описании эволюции функции распределения частиц под воздействием РС. Цель настоящей работы — исходя из общих положений, на основе известных интегралов безызлучательных столкновений, построить общее выражение для ИРС, пригодное для описания коллективных процессов в любой среде.

2. Пусть в среде взаимно сталкиваются релятивистские частицытипов  $\alpha$  и  $\beta$  с 4-импульсами  $p_a^l$  и  $p_\beta^l$ . Обозначим через  $f_{P_a}$ ,  $f_{P_3}$  функции распределения этих частиц по векторам импульсов,  $N_k^{\pi}$ —среднее число образованных при РС квантов с-поляризации с волновым 4-вектором  $k^l$ . При отличном от нуля значении  $N_k^{\pi}$  наряду со спонтанным испусканием будет иметь место также и вынужденное испускание квантов.

Проиллюстрируем, для наглядности, взаимодействие квантов с частицами на примере переходов в двух 2-уровневых системах (см.рисунок). На рисунке ( $\alpha$ ) считается, что частицы с начальными импульсами  $\mathbf{p}_{\alpha}$ ,  $\mathbf{p}_{\beta}$  в фазовом объеме  $d\mathbf{p}_{\alpha} d\mathbf{p}_{\beta}/(2\pi)^{6}$  находятся на верхнем энергетическом уровне, а частицы с конечными импульсами  $\mathbf{p}_{\alpha}'$ ,  $\mathbf{p}_{\beta}'$ —на



нижнем энергетическом уровне. На рисунке (6) предполагается, чточастицам с импульсами  $\mathbf{p}'_{\alpha}$ ,  $\mathbf{p}'_{\beta}$  соответствует верхний энергетический уровень, а частицам с импульсами  $\mathbf{p}_{\alpha}$ ,  $\mathbf{p}_{\beta}$  — нижний энергетический уровень. Подчеркнем, что здесь понятие о верхнем и нижнем энергетических уровнях в некотором смысле условное.

Рассмотрим случай, когда все сталкивающиеся частицы являются заряженными, бесструктурными и находятся в вырожденном состоянии. Тогда с учетом всех спонтанных и вынужденных переходов на рисунке запишем ИРС для частиц типа «, представляющий собой просто уравнение баланса для данных частиц, в следующем виде:

 $\left(\frac{\partial f_{\mathbf{p}_{a}}}{\partial t}\right)^{\mathrm{rst}} = \sum_{a} \int \left\{ V_{k}^{a} \left(\mathbf{p}_{a}, \mathbf{p}_{\beta} \mid \mathbf{p}_{a}', \mathbf{p}_{\beta}'\right) \left[f_{\mathbf{p}_{a}'}f_{\mathbf{p}_{\beta}'}(1-f_{\mathbf{p}_{a}})(1-f_{\mathbf{p}_{\beta}}) N_{k}^{a} - f_{\mathbf{p}_{a}}f_{\mathbf{p}_{\beta}}(1-f_{\mathbf{p}_{a}'})(1-f_{\mathbf{p}_{\beta}'})(N_{k}^{a}+1)\right] \delta \left(p_{a}^{t}+p_{\beta}^{t}-p_{a}^{'t}-p_{\beta}^{'t}-\pi k^{t}\right) + V_{k}^{a}(\mathbf{p}_{a}', \mathbf{p}_{\beta}'\mid\mathbf{p}_{a}, \mathbf{p}_{\beta})[f_{\mathbf{p}_{a}'}f_{\mathbf{p}_{\beta}'}(1-f_{\mathbf{p}_{a}})(1-f_{\mathbf{p}_{a}})(1-f_{\mathbf{p}_{a}'})(N_{k}^{a}+1) - f_{\mathbf{p}_{a}}f_{\mathbf{p}_{\beta}}(1-f_{\mathbf{p}_{a}'})(1-f_{\mathbf{p}_{\beta}'})N_{k}^{a}] \times \delta \left(p_{a}^{t}+p_{\beta}^{t}-p_{a}^{'t}-p_{\beta}^{'t}+\pi k^{t}\right) \frac{d\mathbf{p}_{a}'d\mathbf{p}_{\beta}d\mathbf{p}_{\beta}'d\mathbf{k}}{(2\pi)^{12}}.$ 

2-873

Аналогичное выражение можно записать и для частиц типа  $\beta$ . В (2)  $V_k^{\sigma}$ -амплитуда вероятности переходов  $[\mathbf{p}_{\alpha}, \mathbf{p}_{\beta}] \rightleftharpoons \{\mathbf{p}_{\alpha}, \mathbf{p}_{\beta}\}$  с испусканием кванта о-поляризации. Множители  $1 - f_{\mathbf{p}_{\alpha}, \mathbf{p}_{\beta}}, 1 - f_{\mathbf{p}_{\alpha}, \mathbf{p}_{\beta}}^{\sigma}$  представляют собой вероятности наличия вакансий в состояниях с импульсами  $\mathbf{p}_{\alpha}, \mathbf{p}_{\beta}$ 

и р<sub>0</sub>, р<sub>3</sub>. При отсутствии вырождения эти множители следует заменить единицей.

Для замкнутости интегралов РС необходимо иметь также уравнение баланса для числа излученных квантов. Ограничиваясь для этой цели только вкладом переходов на рисунке (a), получим

$$\frac{\partial N_{\mathbf{k}}^{\sigma}}{\partial t} = \int V_{\mathbf{k}}^{\sigma}(\mathbf{p}_{x}, \mathbf{p}_{\beta}|\mathbf{p}_{\alpha}', \mathbf{p}_{\beta}')[f_{\mathbf{p}_{\alpha}}f_{\mathbf{p}_{\beta}}(1-f_{\mathbf{p}_{\alpha}'})(1-f_{\mathbf{p}_{\beta}'})(N_{\mathbf{k}}^{\sigma}+1) - \\ -f_{\mathbf{p}_{\alpha}'}f_{\mathbf{p}_{\beta}'}(1-f_{\mathbf{p}_{\alpha}})(1-f_{\mathbf{p}_{\beta}}) N_{\mathbf{k}}^{\sigma}] \times \\ \times \delta(p_{\alpha}^{t}+p_{\beta}^{t}-p_{\alpha}^{'t}-p_{\beta}^{'t}-\hbar k^{t}) \frac{d\mathbf{p}_{\alpha} d\mathbf{p}_{\beta} d\mathbf{p}_{\alpha}' d\mathbf{p}_{\beta}}{(2\pi)^{12}}.$$
(3)

Результаты (2) и (3) выражают законы изменения распределений частиц и квантов при свободно-свободных переходах. Рассмотрим теперь случай наличия связанных состояний частиц при РС. При этом излучение будет происходить как за счет изменения энергии трансляционного перемещения, так и за счет изменения энергии внутренних дискретных состояний частиц. Обоэначим через  $n_2$ ,  $n_3$  и  $n_a$ ,  $n_3$  набор квантовых чисел, описывающих дискретные уровни частиц до и после столкновения. Полагая при этом состояния частиц невырожденными, в случае связанно-связанных переходов согласно [1] для ИРС получим

$$\left(\frac{\partial f_{\mathbf{p}_{\alpha}}(n_{x})}{\partial t}\right)^{rst} = \sum_{\alpha} \sum_{n_{\alpha}, n_{\beta}, n_{\beta}} \int \left\{ V_{\mathbf{k}}^{\alpha}(\mathbf{p}_{\alpha}, n_{\alpha}; \mathbf{p}_{\beta}, n_{\beta} | \mathbf{p}_{\alpha}', n_{\beta}'; \mathbf{p}_{\beta}', n_{\beta}') \times \right. \\ \left. \times \left[ f_{\mathbf{p}_{\alpha}'}(n_{x}') f_{\mathbf{p}_{\beta}'}(n_{\beta}') N_{\mathbf{k}}^{\alpha} - f_{\mathbf{p}_{\alpha}}(n_{\alpha}) f_{\mathbf{p}_{\beta}}(n_{\beta}) (N_{\mathbf{k}}^{\alpha} + 1) \right] \delta(\mathbf{p}_{\alpha} + \mathbf{p}_{\beta} - \mathbf{p}_{\alpha}' - \\ \left. - \mathbf{p}_{\beta}' - \hbar \mathbf{k} \right) \delta(\varepsilon_{\mathbf{p}_{\alpha}}(n_{\alpha}) + \varepsilon_{\mathbf{p}_{\beta}}(n_{\beta}) - \varepsilon_{\mathbf{p}_{\alpha}'}(n_{\alpha}') - \varepsilon_{\mathbf{p}_{\beta}'}(n_{\beta}') - \hbar \omega_{\mathbf{k}}^{\alpha}) + \\ \left. + V_{\mathbf{k}}^{\sigma}(\mathbf{p}_{\alpha}', n_{\alpha}'; \mathbf{p}_{\beta}', n_{\beta}') \mathbf{p}_{\alpha}, n_{\alpha}; \mathbf{p}_{\beta}, n_{\beta} \right] \left[ f_{\mathbf{p}_{\alpha}'}(n_{\alpha}') f_{\mathbf{p}_{\beta}'}(n_{\beta}') (N_{\mathbf{k}}^{\alpha} + 1) - \\ \left. - f_{\mathbf{p}_{\alpha}}(n_{\alpha}) f_{\mathbf{p}_{\beta}}(n_{\beta}) N_{\mathbf{k}}^{\alpha} \right] \delta(\mathbf{p}_{\alpha} + \mathbf{p}_{\beta} - \mathbf{p}_{\alpha}' - \mathbf{p}_{\beta}' + \hbar \mathbf{k}) \times \\ \left. \times \delta(\varepsilon_{\mathbf{p}_{\alpha}}(n_{\alpha}) + \varepsilon_{\mathbf{p}_{\beta}}(n_{\beta}) - \varepsilon_{\mathbf{p}_{\alpha}'}(n_{\alpha}') - \varepsilon_{\mathbf{p}_{\beta}'}(n_{\beta}') + \hbar \omega_{\mathbf{k}}^{\alpha}) \right\} \frac{d\mathbf{p}_{\alpha}' d\mathbf{p}_{\beta} d\mathbf{p}_{\beta}' d\mathbf{k}}{(2\pi)^{12}} , \quad (4) \\ \left. \frac{\partial N_{\mathbf{k}}^{\alpha}}{\partial t} = \sum_{n_{\alpha}', n_{\beta}', n_{\beta}'} \int V_{\mathbf{k}}^{\alpha}(\mathbf{p}_{\alpha}, n_{\alpha}; \mathbf{p}_{\beta}, n_{\beta}) \mathbf{p}_{\alpha}', n_{\alpha}'; \mathbf{p}_{\beta}', n_{\beta}') [f_{\mathbf{p}_{\alpha}}(n_{\alpha}) \times \\ \left. \langle f_{\mathbf{p}_{\mu}}(n_{\beta})(N_{\mathbf{k}}^{\alpha} + 1) - f_{\mathbf{p}_{\alpha}'}(n_{\alpha}') f_{\mathbf{p}_{\beta}'}(n_{\beta}') N_{\mathbf{k}}^{\alpha}} \right] \delta(\mathbf{p}_{\alpha} + \mathbf{p}_{\beta} - \mathbf{p}_{\alpha}' - \mathbf{p}_{\beta}' - \hbar \mathbf{k}) \times \\ \left. \langle \delta(\varepsilon_{\mathbf{p}_{\alpha}}(n_{\alpha}) + \varepsilon_{\mathbf{p}_{\beta}}(n_{\beta}) - \varepsilon_{\mathbf{p}_{\alpha}'}(n_{\alpha}') f_{\mathbf{p}_{\beta}'}(n_{\beta}') N_{\mathbf{k}}^{\alpha}} \right] \delta(\mathbf{p}_{\alpha} + \mathbf{p}_{\beta} - \mathbf{p}_{\alpha}' - \mathbf{p}_{\beta}' - \hbar \mathbf{k}) \times \\ \left. \langle \delta(\varepsilon_{\mathbf{p}_{\alpha}}(n_{\alpha}) + \varepsilon_{\mathbf{p}_{\beta}}(n_{\beta}) - \varepsilon_{\mathbf{p}_{\alpha}'}(n_{\beta}') N_{\mathbf{k}}^{\alpha}} \right] \delta(\mathbf{p}_{\alpha} + \mathbf{p}_{\beta} - \mathbf{p}_{\alpha}' - \mathbf{p}_{\beta}' - \hbar \mathbf{k}) \times \\ \left. \langle \delta(\varepsilon_{\mathbf{p}_{\alpha}}(n_{\alpha}) + \varepsilon_{\mathbf{p}_{\beta}}(n_{\beta}) - \varepsilon_{\mathbf{p}_{\alpha}'}(n_{\beta}') - \varepsilon_{\mathbf{p}_{\beta}'}(n_{\beta}') - \hbar \omega_{\mathbf{k}}'' \right\} \frac{d\mathbf{p}_{\alpha} d\mathbf{p}_{\beta} d\mathbf{p}_{\alpha}' d\mathbf{p}_{\beta}'}{(2\pi)^{12}} \cdot (5)$$

18

£ 4 -

Здесь  $f_{P_a}(n_a)$ ,  $f_{P_b}(n_b)$  — функции распределения по населенностям импульсов движения и дискретных возбужденных состояний,  $\varepsilon_{\Gamma_a}(n_a)$ ,  $\varepsilon_{P_b}(n_b)$  — суммы энергий движения и дискретных внутренних внергий частиц,  $V_k^s$  — амплитуды вероятностей переходов при одновременном измененчи непрерывных и дискретных параметров системы.

Выражения, аналогичные (4) и (5), могут быть выписаны для. свободно-связанного, связанно-свободного и других типов излучения.

Подставляя ИРС (2) или (4) в правую часть (1), получим нелинейное интегро-дифференциальное уравнение, полный анализ решения которого является предметом отдельного исследования. Особый интерес представляет изучение вопроса в квазиклассическом пределе [8]. При этом выражения (2) и (4) сводятся к диффузионному уравнению Фоккера-Планка. Аналогичный результат в квазиклассическом случае можно получить. из [11].

На основе полученных выше результатов нетрудно убедиться, что ИРС совместно с уравнением баланса для квантов обладают важным свойством законов сохранения. В частности, исходя из (2) и (3), а также из (4) и (5), можно доказать, что при коллективном РС кроме закона сохранения энергии и импульса для элементарного акта процесса имеет место закон сохранения энергии и импульса для всей системы «частицы + кванты поля».

3. Необходимость дальнейшего изучения структуры ИРС вызвана проведением в последнее время экспериментов (см., например, [9]) по созданию мощных лазеров и мазеров при инжекции электронных пучковв среду, наполненную инверсно населенными атомными и молекулярными газами. При этом в зависимости от условий и степени возбуждения частиц можно создать волны большого КПД в разных диапазонах частот [7, 10]. Для детального анализа всевозможных переходов в коллективных радиационно-столкновительных актах необходимо построить точное выражение для соответствующего ИРС.

## ЛИТЕРАТУРА

- 1. Силин В. П. Введение в кинетическую теорию газов. Изд. Наука, М., 1971.
- 2. Лифшиц Е. М., Питаевский Л. П. Физическая кинетика, Изд. Наука, М., 1979.
- Климантович Ю. Л. Кинетическая теория электромагнатных процессов. Изд. Наука, М., 1975.
- Биберман Л. М., Воробьев В. С., Якубов И. Т. Кинетика неравновесной низкотемпературной плазмы. Изд. Наука, М., 1982.
- 5. Лифииц И. М., Азбель М. Я., Каганов М. И. Электронная теория металлов. Изд. Наука, М., 1971.
- Басс Ф. Г., Гурсвич Ю. Г. Горячие электроны и сильные влектромагнитные волны в плазме полупроводников и газового разряда. Изд. Наука, М., 1975.
- 7. Яковленко С. И. Радиационно-столкновительные явления. Изд. Наука, М., 1984.
- 8. Цытович В. Н. Труды ФИАН, 66, 191 (1973).
- 9. Бункин Ф. В. и др. Квантовая электроника, 12, 1993 (1985).
- 10. Гузенко Л. И., Яковленко С. И. Плазменные лазеры. Атомиздат, М., 1978.
- 11. Акопян А. В., Цытович В. Н. Физика плазмы, 1, 673 (1975).

## ՄԱՍՆԻԿՆԵՐԻ ՌԱԳԻԱՑԻՈՆ ԲԱԽՈՒՄՆԵՐԻ ԻՆՏԵԳՐԱԼԻ ՄԱՍԻՆ

#### Ա. Վ. ՀԱԿՈԲՑԱՆ

Օգտագործելով անցումների հավանականությունների վերաբերյալ պատկերացումը, կառուցված են ընդհանուր արտահայտություններ այն ինտեդրալների համար, որոնք նկարագրում են կամայական բեեռացումով քվանտների ճառագայիմամբ ուղեկցվող բախումների ընթացրում մասնիկների բաշխումների փոփոխությունը։ Բերված են ճառագայիված օվանտների համար բալանսի հավասարումներ։

## ON THE INTEGRAL OF RADIATIVE COLLISIONS OF PARTICLES A. V. HAKOPYAN

General expressions for integrals describing the variation of particle distribution in collisional processes, accompanied by emission of arbitrarily polarized quanta, have been constructed by using the representation of transition probabilities. The balance equation for emitted quanta are presented.

Изв. АН Армянской ССР, Физика, т. 23, вып. 1, 20-24 (1988)

#### УДК 537.226.33

## О ВОЗМОЖНОСТИ ОБРАЗОВАНИЯ ЭКСИТОНОВ В СЕГНЕТОЭЛЕКТРИКАХ ТИПА ПОРЯДОК-БЕСПОРЯДОК

### Х. В. НЕРКАРАРЯН

#### НИИ физики конденсированных сред ЕГУ

#### (Поступила в редакцию 24 ноября 1986 г.)

Обсуждается возможность образования сильно связанных экситонов в сегнетоэлектриках типа порядок—беспорядок. Показано, что в таких системах энергия, необходимая для образования экситонов, не только неоднозначно зависит от напряженности внешнего электростатического поля, но и меняется скачком.

Как известно, в сегнетоэлектриках типа порядок—беспорядок у ионов, определяющих поляризацию кристалла, имеется несколько, обычно два, симметричных положения равновесия в ячейке. Такая ситуация часто встречается в кристаллах с водородными связями, где протон движется в потенциале с двумя минимумами (см. рис. 1). В этих условиях основное



Рис. 1. Эффективный потенциал, действующий на протон в кристаллах типа порядок—беспорядок.

## ՄԱՍՆԻԿՆԵՐԻ ՌԱԳԻԱՑԻՈՆ ԲԱԽՈՒՄՆԵՐԻ ԻՆՏԵԳՐԱԼԻ ՄԱՍԻՆ

#### Ա. Վ. ՀԱԿՈԲՑԱՆ

Օգտագործելով անցումների հավանականությունների վերաբերյալ պատկերացումը, կառուցված են ընդհանուր արտահայտություններ այն ինտեդրալների համար, որոնք նկարագրում են կամայական բեեռացումով քվանտների ճառագայիմամբ ուղեկցվող բախումների ընթացրում մասնիկների բաշխումների փոփոխությունը։ Բերված են ճառագայիված օվանտների համար բալանսի հավասարումներ։

## ON THE INTEGRAL OF RADIATIVE COLLISIONS OF PARTICLES A. V. HAKOPYAN

General expressions for integrals describing the variation of particle distribution in collisional processes, accompanied by emission of arbitrarily polarized quanta, have been constructed by using the representation of transition probabilities. The balance equation for emitted quanta are presented.

Изв. АН Армянской ССР, Физика, т. 23, вып. 1, 20-24 (1988)

#### УДК 537.226.33

## О ВОЗМОЖНОСТИ ОБРАЗОВАНИЯ ЭКСИТОНОВ В СЕГНЕТОЭЛЕКТРИКАХ ТИПА ПОРЯДОК-БЕСПОРЯДОК

### Х. В. НЕРКАРАРЯН

#### НИИ физики конденсированных сред ЕГУ

#### (Поступила в редакцию 24 ноября 1986 г.)

Обсуждается возможность образования сильно связанных экситонов в сегнетоэлектриках типа порядок—беспорядок. Показано, что в таких системах энергия, необходимая для образования экситонов, не только неоднозначно зависит от напряженности внешнего электростатического поля, но и меняется скачком.

Как известно, в сегнетоэлектриках типа порядок—беспорядок у ионов, определяющих поляризацию кристалла, имеется несколько, обычно два, симметричных положения равновесия в ячейке. Такая ситуация часто встречается в кристаллах с водородными связями, где протон движется в потенциале с двумя минимумами (см. рис. 1). В этих условиях основное



Рис. 1. Эффективный потенциал, действующий на протон в кристаллах типа порядок—беспорядок.

(симметричное) и первое возбужденное (антисимметричное) состояния протона составляют расщепленный дублет и в энергетическом спектре расположены достаточно близко друг к другу. Что же касается остальных возбужденных состояний, то они, как правило, значительно отдалены от дублета [1]. Эти возбужденные состояния практически не участвуют в процессе образования спонтанной электрической поляризации и поэтому в работах, где исследуются особенности сегнетоэлектрического фазового перехода, ими можно игнорировать. Однако переход в одно из указанных возбужденных состояний может привести к образованию в кристалле сильно связанного (френкелевского) экситона. Дело в том, что возникновение френкелевских экситонов связано с возможностью резонансной передачи энергии возбуждения между взаимодействующими ячейками. В сегнетоэлектрических кристаллах процесс переноса энергии возбуждения может протекать достаточно интенсивно, так как для них характерно сильное взаимодействие между ячейками.

В рассматриваемой нами модели каждая элементарная ячейка представляется в виде трехуровневой системы — кроме расщепленного дублета имеется еще одно возбужденное состояние (*E*<sub>1</sub>, *E*<sub>2</sub> и *E*<sub>3</sub> являются собственными значениями энергии этих состояний (см. рис. 1)). Гамильтониан задачи можно представить в следующем виде:

$$\hat{H} = \hat{H}_0 + \hat{H}_1 + \hat{V}, \tag{1}$$

$$H_0 = \sum_{n} \left( E_1 \, a_{n\,1}^+ \, a_{n\,1} + E_2 \, a_{n\,2}^+ \, a_{n\,2} \right) -$$
(2)

$$-\frac{1}{2} \sum_{n, m} f_{n, m} (a_{n2}^{+} a_{n1} + a_{n1}^{+} a_{n2}) (a_{m2}^{+} a_{m1} + a_{m1}^{+} a_{m2}),$$
$$\widehat{H}_{i} = \sum_{n} E_{3} a_{n3}^{+} a_{n3} -$$

$$-\frac{1}{2}\sum_{i, j=1}^{2}\sum_{n, m} M_{n, m}^{(i, j)}(a_{n3}^{+}a_{ni} a_{mj}^{+}a_{m3}^{+}+a_{ni}^{+}a_{n3} a_{m3}^{+}a_{mj}^{+}), \qquad (3)$$

$$\hat{V} = -\sum_{n} \lambda (a_{n2}^{+} a_{n1} + a_{n1}^{+} a_{n2}).$$
(4)

Здесь  $a_{ni}^+$  и  $a_{ni}$  (i=1, 2, 3) являются операторами рождения и уничтожения протона в *i*-состоянии узла **n**,  $J_{nm}$  и  $M_{nm}^{(l, j)}$ —матричные элементы оператога взаимодействия между ячейками **n** и **m**,  $\lambda = d_{12} \Xi$ описывает взаимодействие системы с внешним электростатическим полем ( $d_{12}$ —матричный элемент дипольного перехода из первого состояния во второе,  $\Xi$ —напряженность внешнего поля); в (2) и (3) штрих у знака суммы означает, что  $n \neq m$ .

При определении значений матричных элементов  $M_{n\,m}^{(l,\,j)}$  можно учесть только диполь-дипольное взаимодействие. Тогда

$$M_{nm}^{(l, j)} = \frac{1}{|\mathbf{R}_{nm}|^5} [\mathbf{d}_{3l} \ \mathbf{d}_{3j} \ (\mathbf{R}_{nm})^2 - 3 \ (\mathbf{d}_{3l} \ \mathbf{R}_{nm}) (\mathbf{d}_{3j} \ \mathbf{R}_{nm})], \tag{5}$$

где  $\mathbf{R}_{nm}$ —радиус-вектор, проведенный от узла п к узлу m,  $\mathbf{d}_{3l}$ — матричный элемент дипольного перехода. Нетрудно убедиться, что в зависимости от симметрии волновой функции протона в третьем состоянии одна из величин  $\mathbf{d}_{31}$  или  $\mathbf{d}_{32}$  обращается в нуль. Следовательно,  $M_{nm}^{(1, 2)} = 0$ ; кроме того, в нуль обращается также либо  $M_{nm}^{(1, 1)}$ , либо  $M_{nm}^{(2, 2)}$ . В настоящей работе, по-видимому, нецелесосбразен переход к более принятой форме спиновых операторов (см., например, [2]), поскольку в представленной форме нагляднее проявляется аналогия с теорией экситонов.

Согласно оценкам, проведенным в [1],

$$E_3 - E_2 \gg \Omega, I, L^{(1)}(\mathbf{k}), \lambda,$$
 (6)

где

$$\Omega = E_2 - E_1, \ I = \sum_{m}' J_{nm}, \ L^{(l)}(\mathbf{k}) = \sum_{m}' M_{n, m}^{(l, l)} e^{l\mathbf{k}\mathbf{R}_{nm}}.$$
(7)

Это обстоятельство использовано при записи гамильтониана (1), где  $H_1$ . представлен в виде, соответствующем приближению Гайтлера-Лондона (см. [3]), а в  $\hat{V}$  пренебрегается переходом в третье состояние.

Для исследования возможности образования в кристалле сильно связанных экситонов необходимо определить вначале волновую функцию и энергию основного состояния системы (задача рассматривается вдали от точки фазового перехода, в пределе низких температур). При этом в силу (6) высшие возбужденные уровни можно не учитывать, т. е. пренебречь, оператором  $\hat{H}_1$ .

$$|\Psi_{0}\rangle = \prod_{n} y (1 + x a_{n2}^{+} a_{n1}) | 0\rangle, \qquad (8)$$

где х и y — вариационные параметры, а |0> — то состояние системы, в котором все протоны находятся в первом состоянии трехуровневой системы. Необходимо минимизировать функцию

$$W(x, y) = \langle \Psi_0 | \hat{H}_0 + \hat{V} | \Psi_0 \rangle + \mu \langle \Psi_0 | \Psi_0 \rangle, \qquad (9),$$

где µ — неопределенный множитель Лагранжа. После несложных вычислений получаем, что эначения вариационных параметров можно определитьиз следующей системы уравнений:

$$\lambda = \frac{\Omega x}{1 - x^2} - \frac{2Ix}{1 + x^2},$$
 (10)

$$y^2 = [1 + x^2]^{-1}$$
, если  $2I > \Omega$ . (11)

Из вида волновой функции (8) следует, что если значение параметра х отлично от нуля, то каждая ячейка кристалла обладает дипольным моментом. Это связано с тем обстоятельством, что в (8) состояние каждой ячейки представлено в виде супсрпозиции двух состояний, между которыми разрешен дипольный переход. Значение дипольного момента каждой ячейки определяется выражением

$$\mathbf{p} = \mathbf{d}_{12} < \Psi_0 | a_{n2}^+ a_{n1}^+ + a_{n1}^+ a_{n2}^- | \Psi_0 > = \frac{2 \, \mathbf{d}_{12} \, \mathbf{x}}{1 + \mathbf{x}^2} \,. \tag{12}$$

Формулы (10) и (12) определяют параметрическую связь между напряженностью внешнего электростатического поля и дипольным моментом (поляризованностью) отдельной ячейки системы.

Определим также энергию, приходящуюся на одну ячейку кристалла в основном состоянии:

$$\varepsilon = \frac{1}{N} \langle \Psi_0 | \hat{H}_0 + \hat{V} | \Psi_0 \rangle = E_1 + \varepsilon_{12}, \qquad (13)$$

где

Ξ.

$$a_{2} = \frac{2x^{2}}{1+x^{2}} - \frac{2/x^{2}}{(1+x^{2})^{2}} - \frac{2\lambda x}{1-x^{2}}, \qquad (14)$$

N — количество узлов в кристалле. Формулы (10), (13) и (14) определяют параметрическую связь между напряженностью внешнего поля и энергией основного состояния кристалла.

Отметим, что здесь зависимости **р** и є от Е имеют такие же особенности, какие имеют зависимости поляризации и свободной энергии от напряженности внешнего поля в феноменологической теории Ландау—Гинзбурга—Девоншира [2].

Как было указано, переход протона в третье (возбужденное) состояние может привести к образованию в кристалле сильно связанного экситона. Волновую функцию экситона с импульсом **k** можно представить в виде

$$\left|\Psi_{k}^{(ex)}\right\rangle = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{l} e^{ik \, \kappa_{l}} \frac{(a_{l3}^{+} a_{l1} + x a_{l3}^{+} a_{l2})}{1 + x^{2}} \left|\Psi_{0}\right\rangle. \tag{15}$$

Эдесь мы предполагали, что изменение состояния в одной ячейке не влияет на состояния остальных. Это обусловлено дальнодействующим характером взаимодействия между ячейками.

Определим энергию, необходимую для образования экситона:

$$\Delta E = \langle \Psi_{\mathbf{k}}^{(ex)} | \widehat{H} | \Psi_{\mathbf{k}}^{(ex)} \rangle - \langle \Psi_{0} | \widehat{H} | \Psi_{0} \rangle =$$
  
=  $E_{3} - E_{1} - \varepsilon_{12} + \frac{2Ix^{2}}{(1+x^{2})^{2}} - \frac{L^{(1)}(\mathbf{k}) + x^{2}L^{(2)}(\mathbf{k})}{1+x^{2}} \cdot$ (16)

Подставляя сюда значения 812 и  $\lambda$  из (10) и (14), получим

$$\Delta \varepsilon = \Delta E - (E_3 - E_1) = \frac{\Omega x^2}{1 - x^2} - \frac{L^{(1)}(\mathbf{k}) + x^2 L^{(2)}(\mathbf{k})}{1 + x^2} \cdot$$
(17)

Формулы (17) и (10) определяют параметрическую связь между напряженностью внешнего электростатического поля и энергией, необходимой для образования экситона. В случае  $L^{(1)}(\mathbf{k}) \neq 0$  и  $L^{(2)}(\mathbf{k}) = 0$  эта зависимость представлена на рис. 2. Примечательно, что энергия, необходимая для образования экситона, не только неоднозначно зависит от напряженности внешнего поля, но и меняется скачком. Аналогичные особенности имеют место и в случае  $L^{(1)}(\mathbf{k}) = 0$ ,  $L^{(2)}(\mathbf{k}) \neq 0$ .

Скачкообразное изменение энергии, необходимой для образования экситона, следует объяснить переключением спонтанной поляризации под

действием приложенного электрического поля, когда все ячейки кристал-ла скачком меняют величину и направление своего дипольного момента.



Рис. 2. Загисниость энергии, необходимой для образования экситона, от напряженности внешнего электростатического поля в случае  $\Omega/2 I = 0.3$ ,  $L^{(1)}/\Omega = 2$ .

Отметим также, что неаналитичность функций  $L^{(1,2)}(\mathbf{k})$  и в данном случае приводит к расщеплению уровней продольных и поперечных длинноволновых экситонов. В рамках обсуждаемой нами простейшей модели каждая элементарная ячейка содержит лишь одну водородную связь. Между тем в реальных сегнетоэлектриках число водородных связей, как правило, эначительно больше. Указанное обстоятельство должно привести к давыдовскому расщеплению энергетических полос [3].

## ЛИТЕРАТУРА

1. Вакс В. Г., Зиненке В. И. ЖЭТФ, 64, 650 (1973).

 Лайне М., Гласс А. Сегнетоэлектрики и родственные ни материалы. Изд. Наука, М., 1981.

3. Давыдов А. С. Теория молекулярных экситонов. Изд. Наука, М., 1968.

## ԿԱՐԳԱՎՈՐՎԱԾ\_ՉԿԱՐԳԱՎՈՐՎԱԾ ՏԻՊԻ ՍԵԳՆԵՏՈԷԼԵԿՏՐԻԿՆԵՐՈՒՄ ԷՔՍԻՏՈՆՆԵՐԻ ԱՌԱՋԱՑՄԱՆ ՀՆԱՐԱՎՈՐՈՒԹՅԱՆ ՄԱՍԻՆ

### w. 4. ՆԵՐԿԱՐԱՐՑԱՆ

Քննարկվում է կարգավորված-չկարգավորված տիպի սեգնետոէլեկտրիկներում ուժեղ։ կապված էքսիտոնների առաջացման հնարավորուԹյունը։ Ցույց է տրված, որ նման համակարգերում էքսիտոնի առաջացման համար անհրաժեշտ էներգիայի մեծությունը ոչ միայն. միարժեք չէ կախված արտաքին էլեկտրաստատիկ դաշտի լարվածությունից, այլ և փոխվում է թոիչքով։

## ON THE POSSIBILITY OF EXCITON FORMATION IN ORDER-DISORDER TYPE FERROELECTRICS

#### Kh. V. NERKARARYAN

The possibility of producing strong coupled excitons in order-disorder type ferroelectrics is discussed. It is shown, that in such systems the energy necessary for the formation of excitons is a many-valued and step function of the external electric field intensity. УДК 621.378.325

## ОБ ИЗМЕРЕНИИ ВРЕМЕННЫХ ХАРАКТЕРИСТИК УЛЬТРАКОРОТКИХ ИМПУЛЬСОВ СВЕТА С ФАЗОВОЙ МОДУЛЯЦИЕЙ МЕТОДОМ ПУЧКА ВТОРОЙ ГАРМОНИКИ

#### Д. Л. ОГАНЕСЯН

## Ереванский филнал ВНИИОФИ

### (Поступила в редакцию 15 ноября 1986 г.)

Получены выражения для поперечного распределения энергии второй гармоники при наличии фазовой модуляции. Показано, что при измерении длительности сверхкоротких лазерных импульсов методом пучка второй гармоники необходимо учитывать уширение распределения второй гармоники для модулированных по фазе импульсов.

В последние годы для измерения длительности ультракоротких импульсов (УКИ) света нашел широкое применение корреляционный метод пучка второй гармоники (ПВГ) [1, 2]. Идея метода заключается в том, что при неколлинеарной генерации суммарной частоты излучений скрещивающихся пучков в нелинейном кристалле с помощью анализа поперечного распределения энергии излучения на суммарной частоте можно «увидеть» взаимодействующие импульсы сбоку, под некоторым углом, при их прохождении через кристалл. Следовательно, по фотографии излучения суммарной частоты можно судить о протяженности волновых пакетов, т. е. о длительности импульсов.

Возможности метода ПВГ можно существенно расширить, если проводить анализ изображения-излучения на суммарной частоте с помощью спектрографа [3]. Это особенно важно при исследовании модулированных по фазе импульсов.

В работе излагаются результаты теоретического исследования пресбразования временной структуры модулированных по фазе пикосекундных импульсов в пространственную картину при неколлинеарной генерации суммарной частоты. Рассмотрены импульсы гауссовой формы с линейкой и квадратичной модуляцией частоты.

В работе [4] распределение энергии второй гармоники (ВГ) вдольосн х в квазистатическом режиме  $vl \ll \tau$  ( $l \ll l_h$ ), где  $v = (1/u_2 - 1/u_4)$  характеризует расстройку групповых скоростей опорных пучков, определяется по формуле

$$W(x) \simeq l^2 \int_{-\infty}^{\infty} |\varphi^2(t-T) \varphi^2(t+T)| dt,$$
 (1)

 $T = \frac{x \sin \alpha}{u_1}$ 

Из (1) следует, что распределение энергии ВГ в квазистатическом режимегенерации не чувствительно к фазовой модуляции импульсов с временным: профилем  $\varphi(t)$ .

В неквазистатическом режиме генерации  $vl \gg \tau (l \gg l_k)$ 

$$W(x) \simeq \frac{l}{v} \left| \int_{-\infty}^{\infty} \varphi(t-T) \varphi(t+T) dt \right|^{2}.$$
 (2)

Как следует из (2), в данном режиме распределение энергии ВГ чувствительно к фазовой модуляции исходных импульсов.

Итак, пусть на границу нелинейной недиссипативной среды симметрично к нормали падают две модулированные по амплитуде волны (им-пульсы) с плоскими фазовыми фронтами с линейной модуляцией частоты:

$$\varphi(t) = (\sqrt{\pi}\tau)^{-1} \exp\left(-\frac{t^2}{\tau^2} + i\gamma_1 t^2\right), \qquad (3)$$

где ү<sub>1</sub> [с<sup>-2</sup>] — коэффициент, характеризующий линейную модуляцию частоты.

Подставляя (3) в (2), имеем

$$W(x) \simeq \frac{l}{2\pi v \tau^2} \frac{\exp\left(-4\frac{T^2}{\tau^2}\right)}{\sqrt{1+\tau_1^2 \tau^4}}.$$
 (1)

Как видно из (4), в случае линейной модуляции частоты импульсов-«характерная ширина» распределения энергии ВГ остается таксй же, как и в случае отсутствия модуляции ( $T \sim \tau$ ), а значение энергии ВГ при T = 0 в  $1/\sqrt{1 + \gamma_1^2 \tau^4}$  раз меньше соответствующего значения при от сутствии модуляции.

Рассмотрим теперь импульс гауссовой формы с нелинейной (квадратичной) модуляцией частоты:

$$\varphi(t) = (\sqrt{\pi} \tau)^{-1} \exp\left(-\frac{t^2}{\tau^2} + i\gamma_2 t^3\right),$$
 (5)

где ү2 [с<sup>-3</sup>] — коэффициент, характеризующий нелинейную (квадратич-ную) модуляцию частоты.

Интеграл (2) принимает вид

$$B(x) = \frac{\exp\left(-2 \frac{T^2}{\tau^2}\right)}{\pi \tau^2} \int_{-\infty}^{\infty} \exp\left(-2 \frac{t^2}{\tau^2}\right) \exp\left(2 i \gamma_2 \left[t^3 + 3t \ T^2\right]\right) dt, \quad (6)$$

который можно представить как

$$B(x) = C \int_{-\infty}^{\infty} A(t) \exp(i\gamma_2 f(t)) dt,$$

$$C=(\pi \tau^2)^{-1}\exp\left(-2\frac{T^2}{\tau^2}\right).$$

где

Последний интеграл вычислим методом стационарной фазы [5]. Считая  $\gamma_2$  большим параметром, оценим существенную окрестность стационарной точки  $t_c$ , где  $f'(t_c) = 0$ . При большом  $\gamma_2$  подынтегральная функция быстро осциллирует и соседние полуволны эффективно погашают друг друга. Однако погашение не происходит вблизи стационарной точки  $t_c$ , поэтому главный вклад в интеграл вносит малая окрестность  $(t_c \pm \delta t)$  точки  $t_c$ . В этой окрестности можно положить

$$A(t) = A(t_c), f(t) = f(t_c) + \frac{1}{2} f''(t_c) (t - t_c)^2$$

и, следовательно,

$$B(x) = CA(t_c) \sqrt{\frac{2i\pi}{\gamma_2 f''(t_c)}} \exp\left(i\left|\gamma_2 f(t_c) - \frac{\pi}{4}\right|\right), \quad (7)$$

откуда

$$|\mathcal{B}^{2}(\mathbf{x})| = \frac{\exp\left(-\frac{4}{\tau^{2}}(T^{2}+t_{c}^{2})\right)}{2\pi\tau^{2}} \frac{1}{\sqrt{1+9\frac{3}{12}\tau^{1}t_{c}^{2}}}.$$
 (8)

Определив величину  $t_c$  из условия  $f'(t_c) = 0$  и подставив ее в выражение (2), окончательно получим

$$W(x) \simeq \frac{l}{2\pi \nu \tau^{2}} \exp\left(\frac{-8 \left(\sqrt{1 + S_{1} T^{2} / \tau^{2}} - 1\right)}{S_{1}}\right) \times \frac{1}{\sqrt{2 \sqrt{1 + S_{1} T^{2} / \tau^{2}} - (1 + S_{1} T^{2} / \tau^{2})}},$$
(9)

где S<sub>1</sub> = 9 7<sup>2</sup>/<sub>2</sub> т<sup>6</sup>-безразмерный параметр.

Как следует из (9), при  $S_1 < 3$  ( $\gamma_2^2 \tau^6 < 0,3$ ), что является следствием допущения о  $\gamma_2$  как большом параметре, при вычислении интеграла (6) методом стационарной фазы «характерная ширина» распределения энергии ВГ отличается от таковой при  $\gamma_2 = 0$ .

Результаты расчетов по формуле (9) при  $S_1 = 0$ ; 1; 2,7 приведены на рисунке. Видно, что при наличии квадратичной модуляции частоты

Распределение энергии второй гармоники вдоль оси х при разных значениях параметра S<sub>1</sub>: 1—0; 2—1; 3—2,7.



 $(\gamma_2 \neq 0)$  имеет место некоторое уширение в распределении энергии ВГ. Как следует из рисунка, двум импульсам гауссовой формы, один из которых имеет квадратичную частотную модуляцию, соответствуют разные значения величины  $(T/\tau)_{1/2}$ , определяемые из условия [W(x)/W(0)] =  $=\frac{1}{2}$ , с относительным отклонением 5% при  $S_1 = 1$  и 10% при  $S_1 = 2,7$ .

Следовательно, при измерении длительностей импульсов гауссовой формы порядка (2÷40) пс относительное отклонение значений длительностей будет составлять (0,1÷2) пс при  $S_1 = 1$  и (0,2÷4) пс при  $S_1 = 2,7$ . Временное разрешение метода ПВГ [6] на основе кристалла  $LiIO_3$  толщиной L = 1 см при  $\lambda = 1,06$  мкм составляет 10<sup>-13</sup> с и, следовательно, разность измеряемых значений длительностей УКИ света, обусловленная наличием квадратичной частотной модуляции, оказывается больше временного разрешения.

Таким образом, при измерении методом ПВГ длительности УКИ света в случае наличия нелинейной (квадратичной) частотой модуляции необходимо учитывать некоторое расплывание в распределении энергии ВГ.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Janszky J., Corradi G., Gyuzalian R. N. Opt. Comm., 23, 293 (1977).

- 2. Gyuzalian R. N., Sogomonian S. B., Horvath Z. Cy. Opt. Comm., 29, 239 (1979).
- 3. Avalian R. E., Gurzadyan G. G., Gyuzalian R. N. "UPS-35", Reinhardsbrunn, DDR, 1985.

4. Кривошеков Г. В., Никулин И. Г., Соколовский Р. И. Опт. и спектр., 31, 116 (1971).

5. Джеффрис Г., Свирлс Б. Методы математической физики, т. З. Изд. Мир. М., 1970.

6. Gyuzalian R. N. et al. "UPS-80", Reinhardsbrunn, DDR, 1980.

## ԵՐԿՐՈՐԴ ՀԱՐՄՈՆԻԿԻ ՓՆՋԻ ՄԵԹՈԴՈՎ ՖԱԶԱՑԻՆ ՄՈԴՈՒԼՑԱՑԻԱՑՈՎ ՈՒԼՏՐԱԿԱՐՃ ԼՈՒՑՍԱՑԻՆ ԻՄՊՈՒԼՍՆԵՐԻ ԺԱՄԱՆԱԿԱՑԻՆ ԲՆՈՒԹԱԳՐԵՐԻ ՉԱՓՄԱՆ ՄԱՍԻՆ-

#### Դ. Լ. ՀՈՎՀԱՆՆԻՍՅԱՆ

Ստացված են արտահայտություններ երկրորդ հարմոնիկի էներգիայի լայնական բաշխման համար ֆազային մոդուլլացիայի դեպքում։ Յույց է տրված, որ երկրորդ հարմոնիկի փնջի մեթոդով լույսային իմպուլսի տևողության չափման դեպքում անհրաժեշտ է հաշվի առնել երկրորդ հարմոնիկի բաշխման լայնացումը ֆազային մոդուլյացիայով իմպուլսներիդեպքում։

## ON THE MEASUREMENT OF TEMPORAL CHARACTERISTICS OF ULTRASHORT PHASE-MODULATED PULSES OF LIGHT BY MEANS OF THE METHOD OF SECOND HARMONIC BEAM

### D. L. OGANESYAN

Expressions for transverse distribution of the energy of second harmonic in thepresence of phase modulation are obtained. It is shown, that when measuring the duration of ultrashort laser pulses by means of the method of second harmonic beam, the effects of second harmonic distribution widening for phase-modulated pulses should be taken into account. Изв. АН Армянской ССР, Физика, т. 23, вып. 1, 29-40 (1988):

УДК 621.396.22.029.7

## ФЛУКТУАЦИИ СИГНАЛА ПРИ ПРИЕМЕ ОПТИЧЕСКИХ ИМПУЛЬСОВ, ПРОШЕДШИХ ТУРБУЛЕНТНУЮ АТМОСФЕРУ

#### А. В. ОГАНЕСЯН

## Институт физических исследований АН АрмССР

## (Поступила в редакцию 24 июля 1986 г.)

Рассмотрено совместное влияние мультипликативных помех атмосферного канала и ошибок синхронизации приемного устройства на плотность вероятности флуктуаций сигнального тока на входе порогового устройства приемника оптических импульсов. Рассмотрены случан прямого и гетедодинного приемов.

При приеме случайной последовательности оптических импульсов неизбежны дополнительные флуктуации сигнала, обусловленные ошибками, возникающими в приемном устройстве при установлении синхронизации между приемником и передатчиком по принимаемым синхроимпульсам [1]. Между тем вопросы, касающиеся учета совместного влияния помех, обусловленных оптическим каналом и ошибками синхронизации при наличии аддитивных шумов, ранее не рассматривались. В настоящей работе рассматривается приемная система со стробированием, где производится. стробирование импульса, и для дальнейшей обработки выбирается значение электрического сигнала в определенный момент времени  $t_0$  [2].

В дальнейшем рассматривается наиболее интересный с практической точки зрения случай, когда время корреляции те флуктуаций мощности оптического сигнала, прошедшего турбулентную атмосферу, много больше длительности оптического импульса т. Рассматривается режим ограничения приема тепловыми шумами, который соответствует практически всем приемным устройствам с фотоприемниками, внутренний коэффициент усиления которых  $G \leq 10^3$  [1, 3]. В этом случае плотность вероятности флуктуаций тока *i* на выходе фотоприемника для заданного уровня нормированной флуктуации оптической мощности  $z = \mathcal{D}_c(t)/\langle \mathcal{D}_c(t) \rangle = (\mathcal{D}_c(t) - мощность оптического сигнала на входе фотоприемника, <math>\langle \mathcal{D}_c(t) \rangle -$ среднее по ансамблю случайных реализаций значение  $\mathcal{D}_c(t)$ , t — текущее за период длительности импульса время) для времен  $\Delta t$ , удовлетворяющих условию  $\tau_n \gg \Delta t \gg \tau$ , согласно [4] можно записать ввиде

$$p_{t}(i) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{(i - i_{\rm m} - i_{\rm c}(t) z)^{2}}{2 \sigma_{\rm T}^{2}}\right], \quad (1)$$

где  $\sigma_T^2$ —дисперсия тепловых шумов тока *i*,  $i_m$ —средний ток, обусловленный аддитивными шумами (фоновым излучением и темновым током фотоприемника),  $i_c(t) = \alpha < \mathcal{O}_c(t) > -$  значение тока, обусловленного сигнальным излучением ( $\alpha = e\eta/h\nu$ , *e*-заряд электрона,  $\eta$ —квантовая эффективность фотоприемника, h— постоянная Планка, v— оптическая частота сигнала). В дальнейших выкладках индекс t при  $p_i(i)$  опускается и считается, что наличие аргумента t в выражениях для плотности вероятности i характеризует статистику тока для заданного значения t в области (— $\tau/2$ ,  $\tau/2$ ).

В режиме ограничения тепловыми шумами должно выполняться условие

$$\sigma_{\rm r}^2 \gg 2 e \Delta F_{\rm cr} G \left( i_{\rm c} \left( t \right) + i_{\rm m} \right), \tag{2}$$

где  $\sigma_{T}^{2} = kT\Delta F_{cr}/R$  — дисперсия тепловых шумов в полосе пропускания  $\Delta F_{cr}$  электронных цепей стробирования, T, R—температура и эквивалентное сопротивление этих цепей, k — постоянная Больцмана. При этом считается, что  $\Delta F_{cr} \ge \Delta F$ , где  $\Delta F$ —полоса, необходимая для пропускания сигнала  $\alpha \Phi_{c}(t)$ . Следует отметить, что (2) должно выполняться для любых  $i_{cz}(t) = \alpha \Phi_{c}(t) = \alpha z < \Phi_{c}(t) >$ :

 $\sigma_{\rm r}^2 \gg 2 \ e \ \Delta F_{\rm cr} \ G \left( i_{\rm cz} \left( t \right) + \tilde{i}_{\rm m} \right). \tag{3}$ 

Однако, как показано в [4], вероятность появления достаточно больших z, приводящих к нарушению неравенства (3), незначительна, и изменениями статистики флуктуаций i, обусловленными этими z, в реальных условиях можно пренебречь.

В случае колоколообразного оптического импульса [1]

$$\langle \Phi_{c} (t) \rangle = \frac{2 \Phi_{c} \tau}{\sqrt{2\pi} W} \exp\left[-\frac{2t^{2}}{W^{2}}\right], \quad -\frac{\tau}{2} \leq t \leq \frac{\tau}{2}, \quad (4)$$

$$\Phi_{\rm c} = \frac{1}{\tau} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \langle \Phi_{\rm c}(t) \rangle dt,$$

где Ш--ширина импулься со средней в ингервале (- $\tau/2$ ,  $\tau/2$ ) мощно-«стью  $\Phi_c$ . Очевидно, что стробирование следует осуществлять в момент времени  $t_0 = 0$ , когда значение  $i_c(t)$  максимально.

Наличие ошибки синхронизации при  $t_0 = 0$  приведет не к максимальному  $i_c(0) = \alpha < \Phi_c(0) >$ , а к следующему выражению для  $i_c(t) = i_c(t_0 + \tau_0) = i_c(\tau_0)$ :

$$i_{\rm c}(\tau_0) = \alpha \frac{2\Phi_{\rm c}\tau}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{2\tau_0^2}{W^2}\right), \quad -\frac{\tau}{2} < \tau_0 < \frac{\tau}{2}, \quad (5)$$

где то соответствует смещению вырабатываемого в приемнике хронизирующего импульса относительно истинного положения принимаемого синхроимпульса. Тогда, согласно (1), плотность вероятности флуктуаций *i* с учетом ошибок синхронизации, т. е. фактически на входе порогового устройства обработки электрического сигнала, запишется в виде

$$p(i) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \sigma_{\tau}} \exp\left[-\frac{1}{2\sigma_{\tau}^{2}} \left(i - \tilde{i}_{m} - A z \exp\left(-\frac{2\tau_{0}^{2}}{W^{2}}\right)\right)^{2}\right], \quad -\frac{\tau}{2} \leqslant \tau_{0} \leqslant \frac{\tau}{2}, \quad (6)$$

$$A = 2 \overline{i_c} \tau / (\sqrt{2\pi} W),$$

а  $i_c = \alpha \, \Phi_c - cpeдний ток, обусловленный всем импульсом.$ 

Для временных интервалов, бо́льших  $\tau_c$ , и периода следования синхроимпульсов  $T_0$  величины z и  $\tau_0$  в (6) являются случайными, и для нахождения стационарной плотности вероятности  $p_0(i)$  необходимо усреднить (6) по ансамблю реализаций z и  $\tau_0$ :

$$p_{0}(i) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \sigma_{T}} \int_{0}^{\infty} \int_{-\tau/2}^{\tau/2} \exp\left[-\frac{1}{2\sigma_{T}^{2}}\left(i - \overline{i_{m}} - Az \exp\left(-\frac{2\tau_{0}^{2}}{W^{2}}\right)\right)^{2}\right] p(z) p(\tau_{0}) dz d\tau_{0}.$$
(7):

В случае турбулентной атмосферы p(z) хорошо аппроксимируется логнормальным распределением [4]

$$p(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_{c}z} \exp\left[-\frac{(\ln z + \sigma_{c}^{2}/2)^{2}}{2\sigma_{c}^{2}}\right],$$
 (8)

где σ<sub>c<sup>2</sup></sub> — дисперсия флуктуаций lnz. В системах оценки временной задержки τ<sub>0</sub> плотность вероятности *p*(τ<sub>0</sub>) в линейном приближении при больших уровнях отношения сигнал/шум описывается выражением [1]

$$p(\tau_0) = \frac{\sqrt{\gamma}}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{\gamma \tau_0^2}{2 W^2}\right), \qquad (9)$$

где  $\gamma = \tilde{i}_c^2 N_{or} \Delta F_L$ ,  $N_{or}$ —спектральная плотность тепловых шумов,  $\Delta F_L$ —полоса пропускания контура обратной связи в канале синхронизации приемной системы.

Линейное приближение, принятое в [1], предполагает ограниченнуюобласть изменения ошибки синхронизации  $\tau_0$  с близкими к нулю значениями. В указанных условиях для сохранения строгости изложения, требующей нормировки  $p(\tau_0)$ , следует вместо (9) в (7) подставить усеченное нормальное распределение [5], которое в рассматриваемом случае запишется в виде

$$\rho(\tau_0) = \frac{C \sqrt{\frac{\tau}{1}}}{\sqrt{2\pi} W} \exp\left(-\frac{\gamma \tau_0^2}{2 W^2}\right), \quad -\frac{\tau}{2} < \tau_0 < \frac{\tau}{2},$$

$$C = \sqrt{2\pi} \left[2 \int_{0}^{\sqrt{\frac{\tau}{1}} \tau/W} \exp\left(-u^2/2\right) du\right]^{-1}.$$
(10)

31!

Однако при реально допустимых значениях  $\tau/W \gtrsim 1$  и  $\gamma \gg 1$  подстановка в (7) вместо (9) выражения (10) существенных изменений в  $p_0(i)$ не вносит. Так, уже при  $\gamma = 9$  и  $\tau/W = 1$  значение C = 0,9973, и ошибка при замене (10) на (9) составляет 0,27%.

Поскольку z и то статистически независимы, согласно (6) среднее значение сигнального тока при стробировании есть

$$\langle i_{c} \rangle = \langle i - \overline{i_{m}} \rangle = A \langle z \rangle \langle \exp\left(-\frac{2\tau_{0}^{2}}{W^{2}}\right) \rangle,$$

где

где угловые скобки означают усреднение по ансамблю реализаций и те. С учетом (9) при  $\gamma \gg 1$  и реально допустимых значениях  $\tau/W \gtrsim 1$ 

$$\langle \exp\left(-2\tau_{0}^{2}/W^{2}\right) \rangle = \left(\sqrt{\gamma}/\sqrt{2\pi}W\right) \times \\ \left\langle \int_{-\tau/2}^{\tau/2} \exp\left[-\left(\gamma+4\right)\tau_{0}^{2}/(2W^{2})\right] d\tau_{0} \simeq \sqrt{\frac{\gamma}{\gamma+4}} \right\rangle$$
(11)

Приближенное равенство в (11) можно заменить точным, поскольку в реальных условиях для уменьшения вредного влияния межсимвольной интерференции  $\tau/W$  должно быть предельно большим. С другой стороны, уже при  $\gamma = 12$  и  $\tau/W = 1,5$  относительная ошибка

$$\epsilon = (\langle \exp(-2\tau^2/W^2) \rangle - \sqrt{\gamma/(\gamma+4)}) / \langle \exp(-2\tau^2/W^2) \rangle$$

 $c_{\text{оставляет 0,27\%}}$ . По определению  $\langle z \rangle = \langle \Phi_c(t) | \langle \Phi_c(t) \rangle > = 1$ ;тогда

$$\langle i_c \rangle = A \sqrt{\gamma/(\gamma + 4)} = 2 \cdot i_c \sqrt{\gamma/(\gamma + 4)} / \sqrt{2\pi} W.$$
 (12)

В режиме ограничения тепловыми шумами отношение сигнал/шум

$$\gamma_{c\tau} = \langle i_c \rangle^2 / \sigma_\tau^2 \tag{13}$$

или, с учетом (12),

$$\gamma_{\rm er} = \frac{2\tau^2 \tilde{t}_{\rm c}^4}{\pi \, W^2 \, \sigma_{\rm r}^2 \left[ \frac{\tau^2}{\tilde{t}_{\rm c}^2} + 4 \, \sigma_{\rm rL}^2 \right]} \,, \tag{14}$$

 $\sigma_{\tau L}^2 = N_{\tau 0} \Delta F_L$ -дисперсия тепловых шумов в контуре обратной связи в канале синхронизации.

Подставив в (7) выражения p(z) и  $p(\tau_0)$  из (8) и (9), учитывая четность полученного подынтегрального выражения по переменной интегрирования  $\tau_c$  и перейдя к переменным интегрирования  $x = \ln z$ ,  $y = - \ln (\xi/(\tau/2 W - \xi))$ ,  $\xi = \tau_0/2 W$ , получим

$$p_{0}(i) = \frac{2\tau \sqrt{\gamma}}{(2\pi)^{3/2} \sigma_{\tau} \sigma_{c}} \sqrt{y} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \exp\left[-\frac{1}{2\sigma_{\tau}^{2}} \left(i - \overline{i_{w}} - \frac{\tau^{2} \exp\left(2y\right)}{2\sqrt{y^{2}} \left(1 + \exp\left(y\right)\right)^{2}}\right)\right)^{2} - \frac{1}{2\sqrt{y^{2}} \left(1 + \exp\left(y\right)\right)^{2}} - \frac{1}{2\sqrt{y^{2}} \left(1 + \exp\left(y\right)\right)^{2}} - 2\ln\left(1 + \exp\left(y\right)\right) - \frac{1}{2\sqrt{y^{2}} \left(1 + \exp\left(y\right)\right)^{2}} - 2\ln\left(1 + \exp\left(y\right)\right) - \frac{\left(x + \sigma_{c}^{2}/2\right)^{2}}{2\sigma_{c}^{2}} + y\right] dx dy.$$
(15)

Для вычисления интегралов в (15) применим метод наискорейшего спуска (см., например, [6, 7]). Обозначим выражение в квадратных сксбках в (15) через f(x, y) и разложим его в ряд Тейлора в точке максимума  $M_0(x_0, y_0)$ . Величины  $x_0$  и  $y_0$  определяются следующей системой уравнений:

$$\frac{\mathcal{A}}{\sigma_{\tau}^{2}} \left( i - \overline{i_{m}} \operatorname{Aexp} \left( x_{0} - \frac{\tau^{2} \exp\left(2 y_{0}\right)}{2 \overline{W^{2}} \left(1 + \exp\left(y_{0}\right)\right)^{2}} \right) \right) \exp \left( x_{0} - \frac{\tau^{2} \exp\left(2 y_{0}\right)}{2 \overline{W^{2}} \left(1 + \exp\left(y_{0}\right)\right)^{2}} \right) \times \\ \times \frac{\tau^{2} \exp\left(2 y_{0}\right)}{\overline{W^{2}} \left(1 + \exp\left(y_{0}\right)\right)^{3}} - \frac{\tau^{2} \exp\left(2 y_{0}\right)}{\overline{W^{2}} \left(1 + \exp\left(y_{0}\right)\right)^{3}} + \frac{1 - \exp\left(y_{0}\right)}{1 + \exp\left(y_{0}\right)} = 0,$$

$$(16)$$

$$\frac{\mathcal{A}}{\sigma_{\tau}^{2}} \left( i - \overline{i_{m}} - \operatorname{Aexp} \left( x_{0} - \frac{\tau^{2} \exp\left(2 y_{0}\right)}{2 \overline{W^{2}} \left(1 + \exp\left(y_{0}\right)\right)^{2}} \right) \right) \exp \left( \tau_{0} - \frac{\tau^{2} \exp\left(2 y_{0}\right)}{\overline{W^{2}} \left(1 + \exp\left(y_{0}\right)\right)^{2}} \right) - \\ - \frac{x_{0} + \sigma_{c}^{2}/2}{\sigma_{c}^{2}} = 0$$

Исключив из (16) члены, содержащие *i*, можно получить следующую зависимость между x<sub>0</sub> и y<sub>0</sub>:

$$\frac{W^{2}(1-\exp(y_{0}))(1+\exp(y_{0}))^{2}}{\tau^{2}\exp(2y_{0})}-\gamma=\frac{x_{0}+\sigma_{c}^{2}/2}{\sigma_{c}^{2}}$$
 (17)

Ограничившись первыми двумя не равными нулю членами разложения f (x, y), можно получить

$$p_{0}(i) = \frac{2 V_{\gamma}^{-\tau} \exp((y_{0}))}{V 2\pi |\mathbf{B}| \sigma_{\tau} \sigma_{c} W (1 + \exp((y_{0})))^{2}} \exp\left[-\frac{1}{2 \sigma_{\tau}^{2}} \left(i - \overline{i_{ut}} - A \exp\left(x_{0} - \frac{\tau^{2} \exp((2y_{0}))}{2 W^{2} (1 + \exp((y_{0}))^{2})}\right)\right)^{2} - \frac{\gamma \tau^{2} \exp((2y_{0}))}{2 W^{2} (1 + \exp((y_{0}))^{2}} - \frac{\gamma (x_{0} + \sigma_{c}^{2}/2)^{2}}{2 \sigma_{c}^{2}}\right], \quad (18)$$

где |В| определяется выражением

$$\begin{split} |\mathbf{B}| &= \left[\frac{\partial^2 f(x, y)}{\partial x^2}\right]_{x=x_0, y_0} \cdot \left|\frac{\partial^2 f(x, y)}{\partial y^2}\right|_{y=y_0, x_0} - \left[\frac{\partial^2 f(x, y)}{\partial x \partial y}\right]_{x=x_0, y=y_0}^2, \\ &\left[\frac{\partial^2 f(x, y)}{\partial x^2}\right]_{x=x_0, y_0} = -\frac{A^2}{\sigma_\tau^2} \exp\left(2x_0 - \frac{\tau^2 \exp\left(2y_0\right)}{W^2\left(1 + \exp\left(y_0\right)\right)^2}\right) + \\ &+ \frac{x_0 + \sigma_c^2/2}{\sigma_c^2} - \frac{1}{\sigma_c^2}, \\ &\left[\frac{\partial^2 f(x, y)}{\partial y^2}\right]_{x=x_0} = -\frac{A^2}{\sigma_\tau^2} \exp\left(2x_0 - \frac{\tau^2 \exp\left(2y_0\right)}{W^2\left(1 + \exp\left(y_0\right)\right)^2}\right) \times \\ &\times \left(\frac{\tau^2 \exp\left(2y_0\right)}{W^2\left(1 + \exp\left(y_0\right)\right)^2}\right)^2 + \frac{A}{\sigma_\tau^2} \left(i - \overline{t_u} - A \right) \\ &\times \exp\left(x_0 - \frac{\tau^2 \exp\left(2y_0\right)}{2W^2\left(1 + \exp\left(y_0\right)\right)^3}\right) \exp\left(x_0 - \frac{\tau^2 \exp\left(2y_0\right)}{2W^2\left(1 + \exp\left(y_0\right)\right)^2}\right) \times \\ &\times \left[\left(\frac{\tau^2 \exp\left(2y_0\right)}{W^2\left(1 + \exp\left(y_0\right)\right)^3}\right)^2 - \frac{\tau^2\left(2\exp\left(2y_0\right) - \exp\left(3y_0\right)\right)}{W^2\left(1 + \exp\left(y_0\right)\right)^4}\right] - \\ &- \frac{\tau^2\left(2\exp\left(2y_0\right) - \exp\left(3y_0\right)\right)}{W^2\left(1 + \exp\left(y_0\right)\right)^4} - \frac{2\exp\left(y_0\right)}{\left(1 + \exp\left(y_0\right)\right)^2}, \end{split}$$
(19)

1.101.

$$\frac{\left[\frac{\partial^2 f(x, y)}{\partial x \, \partial y}\right]_{x=x_0, y=y_0}}{\sqrt{\tau^2 \exp(2y_0)}} = \frac{A \, \tau^2 \exp(2y_0)}{\tau^2 \, W^2 \, (1+\exp(y_0))^3} \left[A \, \exp\left(2 \, x_0 - \frac{\tau^2 \exp(2y_0)}{2W^2 \, (1+\exp(y_0))^2}\right) - \left(i - \overline{i_{11}} - A \exp\left(x_0 - \frac{\tau^2 \exp(2y_0)}{2W^2 \, (1+\exp(y_0))^2}\right)\right) \times \exp\left(x_0 - \frac{\tau^2 \exp(2y_0)}{2W^2 \, (1+\exp(y_0))^2}\right)\right] \times$$

Значения  $x_0$  и  $y_0$  в (18), (19) для заданного *i* определяются при совместном решении первого уравнения (16) и (17).

На рис. 1 представлены графики  $p_0(i)$ , построенные на основе (16)—(19) для случая, когда  $\sigma_{\tau L}^2 = \pi \sigma_{\tau}^2 W^2/(2\tau^2)$ ,  $\sigma_c^2 = 0.25$ ,  $i_c = 1$  мк A,  $\sigma_{\tau}^2 = 0.08$  мкA<sup>2</sup>. Кривым 1 и 2 соответствуют значения  $\tau/W$ , равные 2 и 4. Значение  $\sigma_c^2 = 0.25$  соответствует уровню относительно слабой турбулентности, значение  $\sigma_{\tau}^2 = 0.08$  мкA<sup>2</sup> выбрано, исходя из характерных для реальных условий значений параметров: T = 300 К,  $\Delta F_{c\tau} = 10^8 - 10^9$  Гц, R = 21 - 210 Ом. Из приведенных кривых видно сильное влияние отношения  $\tau/W$  на статистику флуктуаций *i*. С увеличением  $\tau/W$  происходит перераспределение флуктуаций *i* с тенденцией к увеличению симметрии в плотности вероятности *i*. При этом происходит смещение максимума кривых вправо



от среднего значения сигнального тока  $i_c$ . На том же рисунке для сравнения приведена пунктирная кривая 3, соответствующая случаю учета только мультипликативных помех, обусловленных турбулентностью [4]. Штрих-пунктирная кривая 4 соответствует нормальной плотности вероятности, имеющей место при отсутствии мультипликативных помех, обусловленных турбулентностью и ошибками синхронизации. Значения параметров для кривых 3, 4 те же, что и для кривых 1, 2. Сопоставляя приведенные кривые, можно оценить степень изменения статистики флуктуаций *i* при последовательном учете помех. Резкое от-34 личие кривых 1, 2 от кривых 3, 4 свидетельствует о существенном изменении статистики флуктуаций *i* при учете ошибок синхронизации.

На рис. 2 приведены кривые  $p_0(i)$  для сильных уровней турбулентности ( $\sigma_c^2 = 2,25$ ). Значения  $i_c$ ,  $\sigma_r^2$  и  $\tau/W$  для кривых 1, 2 те же, что и на рис. 1. При  $\sigma_c^2 = 2,25$  максимумы кривых, в отличие от случая  $\sigma_c^2 = 0,25$ , находятся левее  $i_c$ , что свидетельствует об изменении соотношения между вероятностью пропускания импульса и вероятностью ложного принятия импульса с изменением  $\sigma_c^2$ .

О степени изменения  $p_0(i)$  в зависимости от средней мощности принимаемого сигнального импульса можно судить по кривым рис. 3. Для всех кривых  $i_c = 10$  мкА,  $\sigma_r^2 = \Omega$ ,8 мкА<sup>2</sup>, кривым 1,4 соответствует значение  $\sigma_c^2 = 2,25$ , а кривым 2, 3  $-\sigma_c^2 = 0,25$ . Кривым 1, 2 и 3, 4 соответствуют значения  $\tau/W$ , равные 1 и 2. Пунктирная ординатная ось соответствует кривой 4. Из приведенных кривых видно, что при относительно больших уроянях сигнального тока статистика флуктуаций *i* претерпевает более сильные изменения, чем при малых. Так, пиковые значения  $p_e(i)$  для кривых 2, 3 разнятся примерно на три порядка, а



при увеличении турбулентности (кривые 1, 4) разница составляет уже ~13 порядков. Из вышеизложенного следует, что с увеличением  $i_c$ эффективность приема оптических импульсов может резко возрасти и, вместе с тем, относительный выигрыш в уменьшении вероятности ошибочного приема будет резко меняться с уровнем турбулентности атмосферного канала и отношения  $\tau/W$ .

Проведенный анализ соответствует случаю отсутствия аддитивных помех, обусловленных фоновым излучением и темновым током фотоприемника,  $\overline{i_{u}} = 0$ , однако все вышеизложенные выводы верны и в случае  $\overline{i_{u}} \neq 0$ . Действительно, произведя замену переменной  $i' = i - - \overline{i_{u}}$  в (16) — (19), легко видеть, что при  $\overline{i_{u}} \neq 0$  соответствующие кривые смещаются влево вдоль оси абсцисс на величину, равную  $\overline{i_{u}}$ .

В гетеродингых системах практический интерес представляет прием слабых сигналов, когда интенсивность оптического гетеродина.  $J_r(\mathbf{r})$  много больше интенсивности принимаемого оптического сигнала c (r, t) (r-радиус-вектор, задающий координаты точек в плоскости приема, где смешиваются сигнальное и гетеродинное поля).

Для реально существующих оптических фильтров, обеспечивающих время когерентности отфильтрованного фонового излучения  $\tau_{\Phi} \sim -10^{-12}$  с, и при  $\tau > 10^{-10}$  с интермодуляционным членом гетеродинного и фонового излучений можно пренебречь. В дальнейшем рассматривается случай, когда принимаемое оптическое поле практически когерентно, что справедливо, когда радиус приемной апертуры d много больше радиуса  $\rho_c$  когерентности принимаемого оптического поля. Считая, что  $I_r(\mathbf{r}) \gg I_c(\mathbf{r}, t)$ , для временных интервалов, меньших  $\tau_c$ , средний ток для оптических импульсов с  $\tau \ll \tau_c$  можно представить в виде

$$i(t) = \overline{i_{r}} + \overline{i_{m}} + \left(2\alpha \int_{S} (I_{r}(\mathbf{r}) < I_{c}(\mathbf{r}, t) > z)^{1/2} d^{2}\mathbf{r}\right) \times \\ \times \cos(\omega_{cr} t + \theta_{c}(t) + \theta_{r}),$$
(20)

где  $< I_c(\mathbf{r}, t) > -$ среднее по ансамблю случайных реализаций значение  $I_c(\mathbf{r}, t), z = I_c(\mathbf{r}, t) / < I_c(\mathbf{r}, t) > -$  значение нормированной интенсивности, которую при  $d \ll \rho_c$  можно считать одинаковой на всей приемной апертуре,  $i_r$  и  $i_{ul}$  - средние эначения токов, обусловленных соответственно гетеродином и аддитивными шумами (фоновым излучением и темновым током фотоприемника), S – площадь приемной апертуры,  $\omega_{cr}$  – разностная частота сигнального и гетеродинного излучений,  $\theta_c(t)$  и  $\theta_r$  – фазы колебаний этих излучений. В случае исключения механических нестабильностей  $\theta_c(t)$  является случайной величиной, задаваемой оптическим каналом. Но, как показано в [7], при  $d \ll \rho_c$ вклад  $\theta_c(t)$  можно пренебречь.

Следует отметить, что в реальных условиях изменения  $\theta_c(t)$  могут быть обусловлены также и параллельными переносами фронта сигнального оптического поля, возникающими из-за неоднородностей показателя преломления турбулентного оптического канала, много превосходящих поперечные размеры оптического луча. Однако хорошее соответствие экспериментальных распределений флуктуаций мгновенных значений тока *i*, полученных в [8] при приеме пространственно-ограниченного оптического луча, с соответствующими теоретическими кривыми, полученными для плоской пространственно-неограниченной волны, свидетельствует о малой вероятности параллельных переносов в реальных условиях и их несущественном вкладе в статистику флуктуаций *i*.

Таким образом, счигая, что при  $d \ll \rho_c \theta_c(t)$  практически является постоянной величиной, последнее слагаемое в (20) можно переписать в виде

$$\left(2z\int_{c} \left(I_{r}(\mathbf{r}) < I_{c}(\mathbf{r}, t) > z^{1/2} d^{2}\mathbf{r}\right) \cos\left(\omega_{cr} t + \theta_{cr}\right), \qquad (21)$$

где θ<sub>сг</sub> — постоянный фазовый сдвиг между сигнальным и гетеродинным полями. В дальнейшем рассматривается случай ω<sub>cr</sub> = 0.

Для колоколообразного сигнального импульса

$$\langle I_{c}(\mathbf{r}, t) \rangle = \frac{2 I_{c}(\mathbf{r})^{\tau}}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{2 t^{2}}{W^{2}}\right), -\frac{\tau}{2} \leqslant t \leqslant \frac{\tau}{2},$$
 (22)

где W-ширина импульса со средней в интервале  $\left(-\frac{\tau}{2}, \frac{\tau}{2}\right)$  интенсивностью  $I_c(\mathbf{r})$ .

Полагая, что дробовые шумы имеют нормальное распределение [3], плотность вероятности флуктуаций тока на входе порогового устройства для временных интервалов, меньших  $T_0$  и  $\tau_c$ , можно представить в виде

$$p(i) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} (\sigma_D^2 + \sigma_T^2)} \exp\left[-\frac{1}{2(\sigma_D^2 + \sigma_T^2)} \left(i - \overline{i_r} - \overline{i_m} - A_1 \sqrt{z} \exp\left(-\frac{\tau_0^2}{W^2}\right)\right)^2\right], \quad -\frac{\tau}{2} \leqslant \tau_0 \leqslant \frac{\tau}{2}, \quad (23)$$

где  $\sigma_D^2 = 2e \Delta F \ G \ \overline{i_r} -$ дисперсия дробовых шумов при условиях  $I_c(\mathbf{r}, t) \ll$   $\ll I_r(\mathbf{r}), \ i_r \gg i_m$ . В случае, когда  $I_r(\mathbf{r}) = I_r$ ,  $I_c(\mathbf{r}) = I_c$ , что легко осуществить при  $d \ll \rho_c$ ,

$$A_{1} = 2\alpha \sqrt{\frac{2\tau \Phi_{r} \Phi_{c}}{\sqrt{2\pi} W}} \cos(\theta_{cr}) = \sqrt{\frac{8\tau \tilde{i}_{r} \tilde{i}_{c}}{\sqrt{2\pi} W}} \cos(\theta_{cr}), \qquad (24)$$

где

$$\Phi_r = I_r S, \ \Phi_c = I_c S, \ \overline{i_r} = \sigma \ \Phi_r.$$

В случае гетеродинного приема при сделанных допущениях у в (9) будет задаваться выражением

$$\gamma \equiv \gamma_r = \frac{\overline{i_c} \ \overline{i_r} \ \cos^2(\theta_{cr})}{2 \ e \ \Delta \ F_L \ G \ \overline{i_r} \ + \tau_{TL}^2}$$
(25)

Повторив выкладки, проведенные при выводе (14), для отношения сигнал/шум в случае гетеродинного приема можно получить

$$\gamma_{\rm cr.\,r} = \frac{8 \,\overline{i_{\rm c}} \,\overline{i_{\rm r}} \,\gamma_{\rm r} \,\tau \,\cos^2\left(\theta_{\rm cr}\right)}{\sqrt{2\pi} \,W\left(\gamma_{\rm r}+2\right)\left(\sigma_D^2+\sigma_{\rm r}^2\right)} \,. \tag{26}$$

37

Для стационарной плотности вероятности при повторении рассуждений, проведенных для получения выражений (16)—(19), можно получить следующие выражения:

$$p_{\rm or}(i) = \frac{2\tau \sqrt[4]{\gamma_{\rm r}} \exp(y_0)}{\sqrt{2\pi |B|} (\sigma_D^2 + \sigma_{\rm r}^2) (1 + \exp(y_0))^2} \sqrt[4]{W\sigma_{\rm x}} \exp\left[-\frac{1}{2(\sigma_D^2 + \sigma_{\rm r}^2)} \times (i - \overline{i_{\rm r}} - \overline{i_{\rm m}} - A_1 \exp\left(x_0 - \frac{\tau_0^2 \exp(2y_0)}{4W^2 (1 + \exp(y_0))^2}\right)\right)^2 - \frac{\gamma_{\rm r} \tau^2 \exp(2y_0)}{2W^2 (1 + \exp(y_0))^2} - \frac{(x_0 + \sigma_{\rm x}^2)^2}{2\sigma_{\rm x}^2}\right],$$
(27)

где

$$\begin{split} |B| &= b_1 b_2 - b_{12}^2, \\ b_1 &= -\frac{A_1^2}{\sigma_D^2 + \sigma_\tau^2} \exp\left(2x_0 - \frac{\tau^2 \exp\left(2y_0\right)}{2W^2 \left(1 + \exp\left(y_0\right)\right)^2}\right) + \frac{x_0 + \sigma_\tau^2}{\sigma_\tau^2} - \frac{1}{\sigma_\tau^2}, \\ b_2 &= -\frac{A_1^2}{\sigma_D^2 + \sigma_\tau^2} \exp\left(2x_0 - \frac{\tau^2 \exp\left(2y_0\right)}{2W^2 \left(1 + \exp\left(y_0\right)\right)^2}\right) \left(\frac{\tau^2 \exp\left(2y_0\right)}{2W^2 \left(1 + \exp\left(y_0\right)\right)^3}\right)^2 + \\ &+ \frac{A_1}{\sigma_D^2 + \sigma_\tau^2} \left(i - \overline{i_r} - \overline{i_w} - A_1 \exp\left(x_0 - \frac{\tau^2 \exp\left(2y_0\right)}{4W^2 \left(1 + \exp\left(y_0\right)\right)^2}\right)\right) \times \\ &\times \exp\left(x_0 - \frac{\tau^2 \exp\left(2y_0\right)}{4W^2 \left(1 + \exp\left(y_0\right)\right)^2}\right) \left[\left(\frac{\tau^2 \exp\left(2y_0\right)}{2W^2 \left(1 + \exp\left(y_0\right)\right)^3}\right)^2 - \\ &- \frac{\tau^2 \left(2 - \exp\left(y_0\right)\right) \exp\left(2y_0\right)}{2W^2 \left(1 + \exp\left(y_0\right)\right)^4}\right] - \frac{\tau \tau^2 \left(2 - \exp\left(y_0\right)\right) \exp\left(2y_0\right)}{W^2 \left(1 + \exp\left(y_0\right)\right)^4} - \\ &- \frac{2\exp\left(y_0\right)}{(1 + \exp\left(y_0\right))^2}, \\ b_{12} &= \frac{A_1 \tau^2 \exp\left(2y_0\right)}{2W^2 \left(\tau_D^2 + \sigma_\tau^2\right) \left(1 + \exp\left(y_0\right)\right)^3} \left[A_1 \exp\left(2x_0 - \frac{\tau^2 \exp\left(2y_0\right)}{2W^2 \left(1 + \exp\left(y_0\right)\right)^2}\right) - \left(i - \overline{i_r} - \overline{i_w} - A_1 \exp\left(x_0 - \frac{\tau^2 \exp\left(2y_0\right)}{4W^2 \left(1 + \exp\left(y_0\right)\right)^2}\right)\right) \right) \times \\ &\times \exp\left(x_0 - \frac{\tau^2 \exp\left(2y_0\right)}{4W^2 \left(1 + \exp\left(y_0\right)\right)^2}\right) \right]. \end{split}$$

$$\frac{A_{1}}{\sigma_{D}^{2}+\sigma_{\tau}^{2}}\left(i-\overline{i_{r}}-\overline{i_{m}}-A_{1}\exp\left(x_{0}-\frac{\tau^{2}\exp\left(2y_{0}\right)}{4W^{2}\left(1+\exp\left(y_{0}\right)\right)^{2}}\right)\exp\left(x_{0}-\frac{\tau^{2}\exp\left(y_{0}\right)}{4W^{2}\left(1+\exp\left(y_{0}\right)\right)^{2}}\right)\frac{\tau^{2}\exp\left(2y_{0}\right)}{2W^{2}\left(1+\exp\left(y_{0}\right)\right)^{3}}-\frac{\tau^{2}\exp\left(2y_{0}\right)}{\left(1+\exp\left(y_{0}\right)\right)^{3}}+\frac{1-\exp\left(y_{0}\right)}{1+\exp\left(y_{0}\right)}=0,$$

$$\frac{2W^{2}\left(1-\exp\left(y_{0}\right)\left(1+\exp\left(y_{0}\right)\right)^{2}}{\tau^{2}\exp\left(2y_{0}\right)}-2\gamma_{r}=\frac{x_{0}+\sigma_{z}^{2}}{\sigma_{z}^{2}},$$
(28)

где  $\sigma_x^2$  — дисперсия флуктуаций логарифма нормированной амплитуды. принимаемого сигнального поля.

Поскольку выражения для  $p_{or}(i)$  отличаются от соответствующих выражений  $p_0(i)$  в случае прямого приема видом и значением постоянных коэффициентов, то при гетеродинном приеме справедливы все качественные выводы, сделанные для прямого приема. Вместе с тем наличие гетеродина и учет как тепловых, так и дробовых шумов требуют дополнительного анализа  $p_{or}(i)$ . Следует отметить; что тепловые шумы, как правило, при рассмотрении гетеродинных устройств обработки оптических сигналов ранее [8—10] не учитывались. При этом предполагалось, что при применении фотоприемников с достаточно большим G (т. е. фотоумножителей) мощность дробовых шумов гетеродина много больше мощности тепловых

ш шумов. Между тем в ряде случаев применение фотоумножителей может d: быть неоправданным или неосуществимым.



В качестве иллюстрации на рис. 4 приведены жривые p<sub>or</sub> (i), когда

 $2e \Delta F_L G i_r + \sigma_{\tau L}^2 = \sqrt{2\pi} W (\sigma_D^2 + \sigma_\tau^2) (\gamma_r + 2) / (8\gamma_r \tau),$ 

для  $\Delta F_{cr} = 1/2\tau$ ,  $i_m = 0$ ,  $i_c = 1$  мкА,  $\theta_{cr} = 0$ ,  $i_r = 10$  мкА. Для кривых 1 ( $\sigma_c^2 = 0,25$ ) и 2 ( $\sigma_c^2 = 2,25$ )  $\sigma_r^2 = 0,08$  мкА<sup>2</sup>,  $\tau/W = 2$ ,  $G = 10^4$ . Для кривой 3  $\sigma_c^2 = 2,25$ ,  $\sigma_r^2 = 0,8$  мкА<sup>2</sup>,  $G = 10^3$ ,  $\tau/W = 1$ . Кривые 1, 2 соответствуют режиму ограничения дробовыми шумами ( $\sigma_D^2 \gg \sigma_r^2$ ). Для кривой 3  $\sigma_D^2 = 0,32$  мкА<sup>2</sup>, и тепловые шумы доминируют ( $\sigma_r^2 > \sigma_D^2$ ). Сравнение кривых 2, 3 показывает, что при одинаковом уровне турбулентности дисперсия флуктуаций *i* меньше при малых *G*.

Резюмируя, можно заключить, что для проектирования высокоэффективных оптимальных приемных систем оптических импульсов необходим учет совместного влияния мультипликативных помех, обусловленных оптическим каналом и ошибками синхронизации в приемном устройстве. При этом в случае использования фотоприемников с относительно малым коэффициентом внутреннего усиления в гетеродинных приемных системах необходим учет тепловых шумов наряду с дробовыми шумами гетеродина.

## ЛИТЕРАТУРА

- 1. Гальярди Р. М., Карп Ш. Оптическая связь. Изд. Связь, М., 1978.
- 2. Козане А. и др. Оптика и связь. Изд. Мир, М., 1984.
- 3. Пратт В. К. Лазерные системы связи. Изд. Связь, М., 1972.
- Казарян Р. А. н др. Оптические системы передачи информации по атмосферному каналу. Изд. Радио и связь, М., 1985.
- 5. Заездный А. М. Основы расчетов по статистической радиотехнике. Изд. Связь, М., 1969.

6. Teich M. C., Rosenberg J. Opto-electronics, № 3, 63 (1971).

7. Churnside J. H., Meinture Ch. M. Appl. Opt., 17, 2141 (1978).

8. Churnside J. H., Meintyre Ch. M. Appl. Opt., 17, 2148 (1978).

9. Jakeman E., Oliver C. J., Pike E. R. Adv. in Phys., 24, 349 (1975) 10. Казарян Р. А. Итоги науки и техники, Радиотехника, ВИНИТИ, 33 (1984).

## ՀՈՍԱՆՔԻ ՏԱՏԱՆՈՒՄՆԵՐԸ ՏՈՒՐԲՈՒԼԵՆՏ ՄԹՆՈԼՈՐՏՈՎ ԱՆՑԱԾ ՕՊՏԻԿԱԿԱՆ ԻՄՊՈՒԼՍՆԵՐԻ ԸՆԴՈՒՆՄԱՆ ԴԵՊՔՈՒՄ

#### 1. 4. 204245660846

Դիտարկվում է մինոլորտային ազմուկների և ընդունիչի սինխրոնիզացիայի սխալների աղդեցունյունը օպաիկական իմպուլսների ընդունիչի շեմային սարջի մուտքում առկա աղ-դանշանային հոսանջի հավանականունյան բաշխման վրա։ Քննարկվում է ինչպես ջերմային, այնպես էլ կոտորակային աղմուկների առկայությունը։

## FLUCTUATIONS OF A SIGNAL AT THE RECEPTION OF OPTICAL PULSES TRAVERSING A TURBULENT ATMOS PHERE

#### A. V. HOVHANNISYAN

The combined influence of multiplicative noise of an atmospheric channel and errors of receiver synchronization on the probability density of signal current fluctuations at the input of a threshold device of optical pulse receiver was considered. Both the thermal and shot noises were taken into account.

Изв. АН Армянской ССР, Физика, т. 23. вып. 1, 40-44 (1988)

#### УДК 537.612

## К КИНЕТИКЕ ЭЛЕКТРОННОГО ГАЗА, НАХОДЯЩЕГОСЯ ПОЛ ЛЕИСТВИЕМ ЛАЗЕРНОГО ИЗЛУЧЕНИЯ

#### Э. Р. ГУРЗАДЯН

Ереванский политехнический институт

(Поступила в редакцию 30 ноября 1986 г.)

Показано, что в гидродинамическом приближении в нонизованном газе, находящемся в постоянном магнитном поле под действием лазерного излучения, может происходить сильное размешивание с экспоненциальной скоростью. Оценено характерное время этой неустойчивости.

В последнее время методы теории динамических систем начинают интенсивно применяться в теоретических и экспериментальных исследованиях с использованием лазерной техники [1-3]. Так, уже найдены примеры явлений, обладающие свойствами странных аттракторов, получены экспериментальные оценки таких теоретически предсказанных параметров, как показатели Ляпунова, энтропия Колмогорова, фрактальная размерность и т. д. [3-5].

В настоящей работе на примере упрощенной модели мы обсудим некоторые кинетические свойства ионизованного газа (для простоты газ будем считать полностью ионизованным), движущегося в постоянном

6. Teich M. C., Rosenberg J. Opto-electronics, № 3, 63 (1971).

7. Churnside J. H., Meinture Ch. M. Appl. Opt., 17, 2141 (1978).

8. Churnside J. H., Meintyre Ch. M. Appl. Opt., 17, 2148 (1978).

9. Jakeman E., Oliver C. J., Pike E. R. Adv. in Phys., 24, 349 (1975) 10. Казарян Р. А. Итоги науки и техники, Радиотехника, ВИНИТИ, 33 (1984).

## ՀՈՍԱՆՔԻ ՏԱՏԱՆՈՒՄՆԵՐԸ ՏՈՒՐԲՈՒԼԵՆՏ ՄԹՆՈԼՈՐՏՈՎ ԱՆՑԱԾ ՕՊՏԻԿԱԿԱՆ ԻՄՊՈՒԼՍՆԵՐԻ ԸՆԴՈՒՆՄԱՆ ԴԵՊՔՈՒՄ

#### 1. 4. 204245660846

Դիտարկվում է մինոլորտային ազմուկների և ընդունիչի սինխրոնիզացիայի սխալների աղդեցունյունը օպաիկական իմպուլսների ընդունիչի շեմային սարջի մուտքում առկա աղ-դանշանային հոսանջի հավանականունյան բաշխման վրա։ Քննարկվում է ինչպես ջերմային, այնպես էլ կոտորակային աղմուկների առկայությունը։

## FLUCTUATIONS OF A SIGNAL AT THE RECEPTION OF OPTICAL PULSES TRAVERSING A TURBULENT ATMOS PHERE

#### A. V. HOVHANNISYAN

The combined influence of multiplicative noise of an atmospheric channel and errors of receiver synchronization on the probability density of signal current fluctuations at the input of a threshold device of optical pulse receiver was considered. Both the thermal and shot noises were taken into account.

Изв. АН Армянской ССР, Физика, т. 23. вып. 1, 40-44 (1988)

#### УДК 537.612

## К КИНЕТИКЕ ЭЛЕКТРОННОГО ГАЗА, НАХОДЯЩЕГОСЯ ПОЛ ЛЕИСТВИЕМ ЛАЗЕРНОГО ИЗЛУЧЕНИЯ

#### Э. Р. ГУРЗАДЯН

Ереванский политехнический институт

(Поступила в редакцию 30 ноября 1986 г.)

Показано, что в гидродинамическом приближении в нонизованном газе, находящемся в постоянном магнитном поле под действием лазерного излучения, может происходить сильное размешивание с экспоненциальной скоростью. Оценено характерное время этой неустойчивости.

В последнее время методы теории динамических систем начинают интенсивно применяться в теоретических и экспериментальных исследованиях с использованием лазерной техники [1-3]. Так, уже найдены примеры явлений, обладающие свойствами странных аттракторов, получены экспериментальные оценки таких теоретически предсказанных параметров, как показатели Ляпунова, энтропия Колмогорова, фрактальная размерность и т. д. [3-5].

В настоящей работе на примере упрощенной модели мы обсудим некоторые кинетические свойства ионизованного газа (для простоты газ будем считать полностью ионизованным), движущегося в постоянном

магнитном поле вдоль силовых линий под действием лазерного излучения. При этом мы будем использовать полученные Арнольдом результаты по свойствам геодезических односторонне инвариантных метрик на группах Ли [6, 7]. Мы покажем, что в рамках рассмотренной модели движение подобного газа может оказаться экспоненциально неустойчивым, а также оценим соответствующий характерный путь потери информации частицами жидкости.

Пусть кювета, наполненная ионизованным газом, помещена в постоянное магнитное поле и находится под действием непрерывного лаверного излучения. В приближении магнитной гидродинамики, когда выполнены соответствующие неравенства на электрон-электронную, ион-ионную столкновительные и ларморовские частоты, состояние среды определяется уравнениями Максвелла и гидродинамическими уравнениями (Эйлера и непрерывности) (см., например, [8]).

Для случая равномерного движения газа с бесконечно малым электрическим сопротивлением, как известно, магнитные силовые линии увлекаются средой при поперечном движении последней. При движении среды вдоль магнитных силовых линий структура поля не меняется.

Основным нашим упрощением в последующем анализе будет отождествление течения подобной жидкости с движением на поверхности тора:

$$T^{2} = \{(x, y) \mod 2\pi\}.$$
 (1)

Очевидно, что выполнения этого условия всегда можно достичь, накладывая удобные граничные условия на стенках кюветы либо рассматривая область, достаточно малую по сравнению с размерами кюветы, так чтобы можно было пренебречь влиянием стенок.

Рассмотрим группу диффеоморфизмов  $S D T^2$ , сохраняющих элемент объема. Алгебра Ли, соответствующая группе  $S D T^2$ , состоит из всех векторных полей с нулевой дивергенцией на  $T^2$ . Скалярное произведение двух элементов алгебры Ли определяется следующим образом:

$$< u, v > = \int_{T^2} (u_1 v_1 + u_2 v_2) dx dy,$$
 (2)

где dx dy — риманов элемент объема (обозначения и подробности см. в [6, 7]).

Стационарное течение жидкости, определяемое уравнениями магнитогидродинамики, будет описываться кривой  $t \rightarrow g_t$  на группе S D  $T^2$ , где диффеоморфизм  $g_t$  есть отображение, которое переводит каждую частицу жидкости из положения, где она была в нулевой момент, в положение, где она окажется в момент t.

Кинетическая энергия жидкости (с единичной плотностью)

$$T = \frac{1}{2} \langle v, v \rangle \tag{3}$$

индуцирует правоинвариантную риманову метрику на группе диффеоморфизмов SD T<sup>2</sup>, так как поле скоростей получается из касательного в

точке g вектора g правым сдвигом. Тогда с помощью принципа наименьшего действия движение идеальной жидкости можно представить геодезическими, описываемыми уравнением

$$\nabla_{\mu} u = 0 \tag{4}$$

на группе диффеоморфизмов с приведенной выше правоинвариантной метрикой.

Свойства потока геодезических, характеризующие движение жидкости, определяются не только уравнениями (4), но и уравнениями расхождения геодезических

$$\nabla_{u} \nabla_{u} n + R(n, u) n = 0,$$
 (5)

где n-вектор расхождения геодезических, R-тензор Римана. Когда кривизна данного многообразия ( $\|u\| = 1$ ,  $\langle u, n \rangle = 0$ )

$$K_{u, n}(s) = \frac{\langle R(u, n), u, n \rangle}{\|n\|^2}$$
(6)

отрицательна, то, как можно показать с помощью уравнения Якоби (5), теодезические будут расходиться с экспоненциальной скоростью [6]

$$||n(s)|| \ge \frac{1}{2} ||n(0)|| \exp(\sqrt{-K}s),$$

где  $K = \min \{K_{u, n}(s)\}$ . Следовательно, поток будет экспоненциально неустойчивым.

Пусть на наш ионизованный газ действует монохроматическое лазерное излучение

$$E = A e^{lkx - \omega t}$$

где A не зависит от времени и от координат, х — направление вдоль силовых линий (для простоты предполагаем лазер непрерывного действия). Интенсивность лазера мала, так что можно пренебречь нелинейными эффектами. Как можно видеть из уравнений движения, в таком периодическом поле (действующем преимущественно на электронную компоненту газа) как пространственное распределение осциллирующих электронов, так и их поле скоростей будет периодическим. Пренебрегая пока временной зависимостью (осцилляциями), поле скоростей в плоскости (x, y) (y — перпендикулярное к х направление в плоскости распросгранения волны) запишем в виде

$$v = a (0, \sin k x), \tag{7}$$

(8)

где а — средняя (тепловая) скорость электронов.

Если движение стационарно, то геодезические образуют однопараметрическую подгруппу группы  $S_0 D T^2$  и расхождение геодезических определяется только кривизной двумерных векторов, содержащих вектор скорости. Тогда, используя выражения для кривизны этой подгруппы, приведенные в [6, 7], можно вычислить усредненную кривизну

$$\overline{K} = -\frac{k_0^2}{2S}$$

где  $S = 4\pi^2 - площадь$  тора,  $k_0 = \left[\frac{k}{cm^{-1}}\right]$ .

Хотя существуют направления, для которых эта кривизна положительна, для большинства направлений она отрицательна, что и выражается знаком *K*, который отрицателен. Используя выражение (8), можно получить характерный путь *l*, на котором в е раз возрестают ошибки в начальных данных:

$$l = (-\overline{K})^{-1/2} \approx \sqrt{2} \lambda, \tag{9}$$

где Л длина волны излучения.

Используя (2) и (7), имеем

$$\langle v^2 \rangle = \frac{2\pi a^2}{s} \int_{0}^{2\pi} \sin^2 kx \, dx = \frac{a^2}{2} - \frac{a^2 \sin 4\pi k_0}{8\pi k_0}$$
 (10)

Так как для реальных лазеров волновое число k≫1, то в (10) можно пренебречь вторым слагаемым. Тогда для соответствующего характерного времени неустойчивости можно получить

$$\tau \approx \frac{\lambda}{a}$$

Например, при  $\lambda \sim 10^4$  Å и  $T \sim 500$  К т составляет ~  $10^{-11}$ с.

Как известно, свойство хаотичности системы связано с «грубостью» последней, что в данном случае обосновывает пренебрежение временной зависимостью флуктуаций [6]. Этот вывод следует, в частности, и из [5], где показано образование странного аттрактора при учете лазерного флуктуационного члена (см. также [9]).

Итак, под действием монохроматического лазерного излучения рассматриваемое движение электронной жидкости является экспоненциально неустойчивым при одновременно устойчивом поле скоростей; происходит сильное размешивание, т. е. потеря информации о начальных условиях за время порядка т.

Выражаю благодарность Г. Ю. Крючкову, А. О. Меликяну, М. Е. Мовсесяну и Н. В. Табиряну за полезные обсуждения.

## ЛИТЕРАТУРА

- 1. Farmer J. D. et al. Physica, 7D, 153 (1983).
- 2. Grassberger P., Procaccia J. Phys. Rev., A28, 2591 (1983).
- 3. Grassberger P., Procaccia J. Phys. Rev. Lett., 50, 346 (1983).
- 4. Badii R., Politi A. Phys. Rev. Lett., 52, 1661 (1984).
- 5. Puccioni C. et al. Phys. Rev. Lett., 55, 339 (1985).
- 6. Арнольд В. И. Математические методы классической механики. Изд. Наука, М., 1979.
- 7. Arnold V. I. Ann. L'Institute Fourier, XVI, 319, Paris, 1966.
- 8. Лифшиц Е. М., Питаевский Л. П. Физическая кинетика. Изд. Наука, М., 1979.

43

9. Гурзадян Э. Р. Оптика и спектроскопия, 64, 140 (1988).

## ԼԱԶԵՐԱՅԻՆ ՃԱՌԱԳԱՅԹՄԱՆ ԱԶԳԵՑՈՒԹՅԱՆ ՏԱԿ ԳՏՆՎՈՂ ԵԼԵԿՏՐՈՆԱՅԻՆ ԳԱԶԻ ԿԻՆԵՏԻԿԱՅԻ ՄԱՍԻՆ

## է. Ռ. ԳՈՒՐՉԱԴՅԱՆ

Հիդրոդինամիկական մոտավորությամբ ցույց է տրված, որ մագնիսական դաշտում և լազերային ճառագայիման ազդեցության տակ գտնվող էլեկտրոնային գազը ենթակա է էջսպոնենցիալ անկայունության։ Գնահատված է անկայունության բնորոշ ժամանակը։

## ON THE KINETICS OF ELECTRON GAS UNDER LASER RADIATION

## E. R. GURZADYAN

It is shown in hydrodynamical approximation that, under laser radiation, an exponential rate mixing may occur in an ionized gas placed in constant magnetic field. The characteristic time of this instability is estimated.

Изв. АН Армянской ССР, Физика, т. 23, вып. 1, 44-49 (1988)

#### УДК 551.46.08

## СПЕКТРАЛЬНОЕ РАСПОЗНАВАНИЕ ОБЪЕКТОВ ПРИРОДНОЙ СРЕДЫ, ВОЗБУЖДАЕМЫХ ЛАЗЕРНЫМ ИЗЛУЧЕНИЕМ

## В. М. АВЕТИСЯН, В. Г. АТАНЕСЯН, Р. А. КАЗАРЯН, А. А. МЕЛИК-САРКИСЯН, А. А. НАЗАРЯН, Г. О. ШАРХАТУНЯН

#### Ереванский государственный университет

(Поступила в редакцию 30 июня 1986 г.)

Приведены экспериментальные результаты и описана методика дистанционной идентификации природных образований по спектрам флуоресценции. Сравнение спектров осуществляется с помощью коэффициента корреляции. Показано, что эта методика при соответствующем выборе критерия с использованием разработанной аппаратуры может позволить успешко распознавать различные группы природных образований.

Одной из важнейших задач в изучении подстилающей поверхности дистанционными методами является распознавание природных объектов и их состояния с соответствующей машинной обработкой. Наиболее распространенным методом распознавания является использование отражательных свойств природных образований, освещаемых либо прямым солнечным излучением, либо излучением, рассеянным от неба [1]. Однако поскольку особенности отраженного излучения сопровождаются особенностями фонового излучения, то их выделение сильно затруднено и многие из особенностей оказываются замаскированными. Значительно более эффективным является использование подсвета объектов лазерным излучением, в особенности перестраиваемым. Это дает возможность изби-

## ԼԱԶԵՐԱՅԻՆ ՃԱՌԱԳԱՅԹՄԱՆ ԱԶԳԵՑՈՒԹՅԱՆ ՏԱԿ ԳՏՆՎՈՂ ԵԼԵԿՏՐՈՆԱՅԻՆ ԳԱԶԻ ԿԻՆԵՏԻԿԱՅԻ ՄԱՍԻՆ

## է. Ռ. ԳՈՒՐՉԱԴՅԱՆ

Հիդրոդինամիկական մոտավորությամբ ցույց է տրված, որ մագնիսական դաշտում և լազերային ճառագայիման ազդեցության տակ գտնվող էլեկտրոնային գազը ենթակա է էջսպոնենցիալ անկայունության։ Գնահատված է անկայունության բնորոշ ժամանակը։

## ON THE KINETICS OF ELECTRON GAS UNDER LASER RADIATION

## E. R. GURZADYAN

It is shown in hydrodynamical approximation that, under laser radiation, an exponential rate mixing may occur in an ionized gas placed in constant magnetic field. The characteristic time of this instability is estimated.

Изв. АН Армянской ССР, Физика, т. 23, вып. 1, 44-49 (1988)

#### УДК 551.46.08

## СПЕКТРАЛЬНОЕ РАСПОЗНАВАНИЕ ОБЪЕКТОВ ПРИРОДНОЙ СРЕДЫ, ВОЗБУЖДАЕМЫХ ЛАЗЕРНЫМ ИЗЛУЧЕНИЕМ

## В. М. АВЕТИСЯН, В. Г. АТАНЕСЯН, Р. А. КАЗАРЯН, А. А. МЕЛИК-САРКИСЯН, А. А. НАЗАРЯН, Г. О. ШАРХАТУНЯН

#### Ереванский государственный университет

(Поступила в редакцию 30 июня 1986 г.)

Приведены экспериментальные результаты и описана методика дистанционной идентификации природных образований по спектрам флуоресценции. Сравнение спектров осуществляется с помощью коэффициента корреляции. Показано, что эта методика при соответствующем выборе критерия с использованием разработанной аппаратуры может позволить успешко распознавать различные группы природных образований.

Одной из важнейших задач в изучении подстилающей поверхности дистанционными методами является распознавание природных объектов и их состояния с соответствующей машинной обработкой. Наиболее распространенным методом распознавания является использование отражательных свойств природных образований, освещаемых либо прямым солнечным излучением, либо излучением, рассеянным от неба [1]. Однако поскольку особенности отраженного излучения сопровождаются особенностями фонового излучения, то их выделение сильно затруднено и многие из особенностей оказываются замаскированными. Значительно более эффективным является использование подсвета объектов лазерным излучением, в особенности перестраиваемым. Это дает возможность изби-

рательного воздействия на объекты и, кроме того, повышает отношение сигнал-шум за счет коротких длительностей облучения и возможности выделения сигналов в известные моменты его прихода.

В настоящей статье описываются результаты предварительных измерений, выполненных при облучении следующих природных объектов: озерной воды, содержащей хлорофилл, растворенное органическое вещество (РОВ) и нефтяные углеводороды (НУ), макрофитов и лесов. Работы выполнены с борта вертолета МИ-8 с помощью лазерного спектрометра [2]. Схема измерений и блок-схема спектрометра приведены на рис. 1.



Рис. 1. Схема измерений и блок-схема спектрометра.

Излучение 1 лазера 2 на АИГ направляется на исследуемую поверхность. Обратное излучение 3 принимается телескопом 4. Лазер и телескоп образуют соосную систему: В фокусе телескопа находится щель полихроматора 5, который разлагает излучение в спектр. Обратная линейная дисперсия полихроматора-6,25 нм/мм, и выходному линейному размеру 72 мм соответствует спектральный интервал 350-800 нм. Излучение на выходе полихроматора через световодный разветвитель 6 передается на блок 7 спектрометрических ФЭУ. Ширина каждого световода-2 мм, что соответствует спектральной ширине канала 12,5 нм. Сигналы с выхода блока ФЭУ передаются на блок линейного усиления и аналого-цифрового преобразования (АЦП) 8, линейные ворота которого управляются импульсами с блоками синхронизации 11. Работа блока синхронизации, в свою очередь, осуществляется импульсами с ФЭУ 9 и 10, регистрирующих сигналы лазерного излучения соответственно от самого лазера и отраженного от исследуемой поверхности. Информация с АЦП поступает на информационно-вычислительную систему, состоящую из крейта КАМАК 12, микро-ЭВМ «Электроника-60» 13, термопечатающего устройства ТПУ 14 и дисплея РИН-609 15. Калибровка спектрометра осуществлялась от источника импульсов света наносекундной длительности с известной спектральной характеристикой. Число спектральных каналов, использованных в измерениях, равнялось 16. Измерения были выполнены в 1984 г. на Балтийском море с НИС «Лев Ти-

8:3

тов» и в 1985 г. на озере Севан и его окрестностях с борта вертолета. МИ-8.

Типичные спектры обратного излучения представлены на рис. 2. Спектры 1, 2 соответствуют обратному излучению озерной воды, спектр 3—озерной воды, покрытой нефтяной пленкой, спектр 4—излучению вод Балтийского моря, 5, 6— леса, 7, 8— макрофитов. Спектры измерены в области 580—730 нм. При возбуждении излучением с длиной волны 532 нм в спектрах обратного излучения присутствуют следующие характерные линии и области: линия комбинационного рассеяния (КР) воды—650 нм, флуоресценция органического вещества, содержащегося в: воде, включая НУ, с максимумом на 585 нм, флуоресценции хлорофиллас максимумом на 685 и 730 нм и др.



Рис. 2. Типичные спектры обратного излучения.

В спектрах вод озера Севан (1, 2, 3) и Балтийского моря (4) присутствуют линии комбинационного рассеяния воды и флуоресценции хлорофилла. В спектрах 1, 2 эти линии появляются на фоне спадающей.

								1 402	1 аолицан		
Номер спектра		1	2	3	4	5	6	77	8 :		
1	"Чистая вода," оз. Севах	1									
2	"Чистая вода," оз. Севан	0,94	1		1				1		
3	Пленка дизельного топ- лива, оз. Севан	0,88	0,77	1			1		1		
4	Вода Балтийского моря	0,68	0,51	0,54	1 .	in the		1.0	Í		
5	λec	-0,26	-0,11	0,58	0,12	1	*	120	13		
6	λec	-0,23	-0,12	0,56	0,1	0,97	1		i		
7	Макрофиты, оз. Севан	0,41	0,67	-0,09	-0,034	0,39	0,47	1	1		
8	Макрофиты, оз. Севан	0,57	0,7	0,26	0,48	0,56	0,61	0,77	I		

к длинноволновой области интенсивности флуоресценции РОВ. В спектре 4 интенсивность флуоресценции РОВ значительно слабее, однако в нем появляется небольшой пик на длине волны 580 нм, ответственный, по-видимому, за флуоресценцию одного из пигментов водорослей — фикоэритрина. В спектре 3 сигналы КР и флуоресценции хлорофилла сопровождаются достаточно сильной флуоресценцией нефтяной пленки с максимумом в области 450—650 нм. Спектры 7 и 8 соответствуют излучению макрофитов, положение которых относительно уровня поверхности воды озера различно. В 7 они выходят на поверхность зеркала озера, тогда как в 8 они находятся под водой. В спектрах 5 и 6 в основном доминирует флуоресценция хлорофилла в области 685—730 нм.

1

Í.

5

Распознавание может осуществляться сравнением наблюдаемых спектров со спектрами известных объектов, образующих алфавит классов, поскольку информацию нужно получать, как правило, в процессе полета прямо на борту воздушного судна, то спектры известных сбъектов нужно иметь также на борту и сравнение проводить с помощью ЭВМ.

Наиболее приемлемым с точки зрения экспресс-анализа является привлечение методов математической статистики [3]. В двумерном случае параметром, аналогичным дисперсии  $\sigma$  в одномерном случае, является конвариация между двумя случайными величинами  $A^{1}(\lambda)$  и  $A^{2}(\lambda)$ :

$$\operatorname{cov} \left[A^{1}(\lambda), A^{2}(\lambda)\right] = E\left\{\left[A^{1}(\lambda) - E\left(A^{1}(\lambda)\right)\right] \times \left[A^{2}(\lambda) - E\left(A^{2}(\lambda)\right)\right]\right\} = \\ = E\left[A^{1}(\lambda), A^{2}(\lambda)\right] - E\left[A^{1}(\lambda)\right] \cdot E\left[A^{2}(\lambda)\right], \tag{1}$$

где  $E_{\text{математическое}}$  ожидание и  $A^1(\lambda)$  и  $A^2(\lambda)$  — соответственно интенсивности на длине волны известного и наблюдаемого спектров.

Нормированным показателем линейного соотношения между двумя случайными величинами является коэффициент корреляции

$$\rho = \frac{\operatorname{cov} [A^{1}(\lambda), A^{2}(\lambda)]}{\sigma[A^{1}(\lambda)] \sigma[A^{2}(\lambda)]} \cdot$$
(2)

При  $\rho = 1$  случайные величины полностью коррелированы, при  $\rho = -1$  они полностью отрицательно коррелированы. Если  $\rho = 0$ , то говорят, что случайные величины не коррелированы.

В нашем случае при дискретных значениях  $\lambda$  коэффициент корреляции  $\rho$  двух сравниваемых спектров в одной и той же спектральной области по N парам точек  $[A^1(\lambda_1), A^2(\lambda_1)], [A^1(\lambda_2), A^2(\lambda_2)], \cdots, [A^1(\lambda_N), A^2(\lambda_N)]$  определяется так

$$\varphi = \frac{N \sum_{i}^{N} A^{1}(\lambda_{i}) A^{2}(\lambda_{i}) - \sum_{i}^{N} A^{1}(\lambda_{i}) \sum_{i}^{N} A^{2}(\lambda_{i})}{\left\{N \sum_{i}^{N} [A^{1}(\lambda_{i})]^{2} - \left|\sum_{i}^{N} A^{1}(\lambda_{i})\right|^{2}\right\}^{1/2} \left\{N \sum_{i}^{N} [A^{2}(\lambda_{i})]^{2} - \left|\sum_{i}^{N} A^{2}(\lambda_{i})\right|^{2}\right\}^{1/2}},$$
(3)

Коэффициент корреляции успешно использовался ранее при идентификации различных нефтепродуктов [4, 5].

Для распознавания необходима корреляция между спектрами одинаковых классов объектов и ее отсутствие для различных классов. В таблице приведены взаимные корреляционные коэффициенты для спектров 1—8. Как следует из таблицы, сильная корреляция наблюдается для: спектров озерной воды с различным содержанием хлорофилла—0,94 (спектры 1 и 2), а тәкже для спектров леса—0,97 (спектры 5 и 6). Слабее корреляция между спектрами воды Балтийского моря и озерной воды (спектры 4 и 1, 2), которые, казалось бы, представляют собой один класс объектов. Это обусловлено малой концентрацией хлорофилла и присутствием фикоэритрина. Сильнее корреляция между спектрами чистой озерной воды и той же воды, покрытой пленкой дизельного топлива—0,88 и 0,77 (спектры 3 и 1, 2). Также слаба корреляция между спектрами макрофитов—0,77 (спектры 7 и 8), которые также относятся к одинаковому классу. Примерно такова же корреляция между спектрами макрофитов и озерной воды с относительно высокой концентрацией хлорофилла—0,7 и 0,67 (спектры 8, 7 и 2). Это обусловлено тем, что макрофиты находятся в воде и их спектры содержат линию КР воды, хотя она гораздо слабее, чем для чистой воды.

Таким образом, в работе показано, что отдельные группы природных образований при соответствующем выборе критерия могут быть успешно идентифицированы с помощью разработанной аппаратуры. Однако, бесспорно, результаты носят предварительный характер. Должна быть проведена оптимизация как числа спектральных каналов, так и области спектра с целью выбора наиболее информативных каналов. Для увеличения информативности необходимо перейти к возбуждению объектовболее коротковолновым лазером, например ультрафиолетовым, что позволит увеличить словарь признаков за счет простого добавления однотипных спектральных каналов. Кроме того, необходимо провести комплексные исследования большого числа природных образований (включая сельскохозяйственные культуры, находящиеся в различном состоянии, и полезные ископаемые) с целью нахождения основных закономерностей и выбора критериев для формирования алфавита классов объектов и более достоверного их распознавания.

В заключение авторы выражают благодарность сотрудникам НИИ ФКС ЕГУ А. А. Франгяну и Р. Г. Оганесяну за помощь в проведении измерений и обработке результатов.

### ЛИТЕРАТУРА

1. Кондратьев К. Я., Федченко П. П. Спектральная отражательная способность и распознавание растительности. Гидрометеонздат, Ленинград, 1982.

- Мелик-Саркисян А. А. и др. Ученые записки ЕГУ, естественные науки, № 3(148), 154 (1981).
- 3. Хан Г., Шапиро С. Статистические модели в инженерных задачах. Изд. Мир, М., 1969.
- 4. O'Neil R. A., Buja-Bijunas L., Ragner D. M. Appl. Optics, 19, 863 (1980).
- 5. Мелик-Саркисян А. А. и др. Изв. АН АрмССР, Физика, 17, 288 (1982).

## ԼԱԶԵՐԱՅԻՆ ՃԱՌԱԳԱՅԹՄԱՄԲ ԳՐԳՌՎԱԾ ԲՆԱԿԱՆ ՄԻՋԱՎԱՅՐԻ ՕԲՅԵԿՏՆԵՐԻ ՍՊԵԿՏՐԱԼ ՏԱՐԱԶԱՏՈՒՄԸ

վ. Մ. ԱՎԵՏԻՍՅԱՆ, Վ. Գ. ԱԹԱՆԵՍՅԱՆ, Ռ. Ա. ՂԱԶԱՐՅԱՆ, Ա. Ա. ՄԵԼԻՔ-ՍԱՐԳՍՅԱՆ, Ա. Ա. ՆԱԶԱՐՅԱՆ, Հ. Հ. ՇԱՐԽԱԹՈՒՆՅԱՆ

Նկարադրված է բնական օրյնկաննրի ըստ ֆլուորեսցննցիայի սպեկտրների դիստանացիոն Համանմանակման մենոդը և բերված են ստացված փորձնական արդյունջները։ Սպեկատըրների Համեմատումը իրադործվում է կորելյացիայի գործակցի օգնունյամբ։ Ցույց է ատրված, որ չափանիշի Համապատասխան ընտրունյան դեպբում այդ մենոդը Հնարավորու-Զ նյուն է տալիս Հաջողունյամբ տարադատել բնական օբյեկտների տարբեր խմբեր։

## SPECTRAL IDENTIFICATION OF NATURAL OBJECTS EXCITED BY LASER RADIATION

V. M. AVETISYAN, V. G. ATANESYAN, R. A. KAZARYAN, A. A. MELIK-SARKISYAN, A. A. NAZARYAN, G. O. SHARKHATUNYAN

Experimental results are given and a technique of remote identification of natural formations by fluorescence spectra excited by laser radiation is described. The comparison of spectra is made by means of correlation factor. It is shown, that, by proper choice of selection criterion, this technique allows one to successfully identify, different groups of natural formations.

#### КРАТКИЕ СООБЩЕНИЯ

49

Изв. АН Армянской ССР, Физика, т. 23, вып. 1, 49-52 (1988).

УДК 523.62.726

## ПЕРЕХОДНОЕ ИЗЛУЧЕНИЕ АЛЬФВЕНОВСКИХ ВОЛН

#### Р. Г. ДЖАНГИРЯН, Ф. А. КОСТАНЯН

Институт раднофизики и электроники АН Арм.ССР

(Поступила в редакцию 3 ноября 1986 г.)

Рассмотрено излучение альфвеновских волн в идеально проводящей среде в случае наклонного пересечения зарядом плоской границы ее раздела с вакуумом. Показано, что распределение магнитного поля одной из двух альфвеновских волн в пространстве и сго временная зависимость аналогичны импульсу переходного излучения в случае нормального пересечения, а вторая альфвеновская волна распространяется в виде сферической волны и качественно отлична от первой. Получено частотно-угловое распределение энергии переходного излучения альфвеновских волн.

Низкочастотные ветви плазменных колебаний являются основными в волновых процессах, происходящих в околоземном космическом пространстве. В частности, достоверно установлено наличие альфвеновских колебаний в межпланетной плазме [1]. Для описания этих процессов в ионосферной и магнитосферной плазме обычно привлекаются уравнения магнитной гидродинамики [2]. В работе [3] было рассмотрено переходное излучение магнитогидродинамических волн, возбуждаемых при нормальном пересечении зарядом плоской границы раздела вакуума с про-

## ԼԱԶԵՐԱՅԻՆ ՃԱՌԱԳԱՅԹՄԱՄԲ ԳՐԳՌՎԱԾ ԲՆԱԿԱՆ ՄԻՋԱՎԱՅՐԻ ՕԲՅԵԿՏՆԵՐԻ ՍՊԵԿՏՐԱԼ ՏԱՐԱԶԱՏՈՒՄԸ

վ. Մ. ԱՎԵՏԻՍՅԱՆ, Վ. Գ. ԱԹԱՆԵՍՅԱՆ, Ռ. Ա. ՂԱԶԱՐՅԱՆ, Ա. Ա. ՄԵԼԻՔ-ՍԱՐԳՍՅԱՆ, Ա. Ա. ՆԱԶԱՐՅԱՆ, Հ. Հ. ՇԱՐԽԱԹՈՒՆՅԱՆ

Նկարադրված է բնական օրյնկաննրի ըստ ֆլուորեսցննցիայի սպեկտրների դիստանացիոն Համանմանակման մենոդը և բերված են ստացված փորձնական արդյունջները։ Սպեկատըրների Համեմատումը իրադործվում է կորելյացիայի գործակցի օգնունյամբ։ Ցույց է ատրված, որ չափանիշի Համապատասխան ընտրունյան դեպբում այդ մենոդը Հնարավորու-Զ նյուն է տալիս Հաջողունյամբ տարադատել բնական օբյեկտների տարբեր խմբեր։

## SPECTRAL IDENTIFICATION OF NATURAL OBJECTS EXCITED BY LASER RADIATION

V. M. AVETISYAN, V. G. ATANESYAN, R. A. KAZARYAN, A. A. MELIK-SARKISYAN, A. A. NAZARYAN, G. O. SHARKHATUNYAN

Experimental results are given and a technique of remote identification of natural formations by fluorescence spectra excited by laser radiation is described. The comparison of spectra is made by means of correlation factor. It is shown, that, by proper choice of selection criterion, this technique allows one to successfully identify, different groups of natural formations.

#### КРАТКИЕ СООБЩЕНИЯ

49

Изв. АН Армянской ССР, Физика, т. 23, вып. 1, 49-52 (1988).

УДК 523.62.726

## ПЕРЕХОДНОЕ ИЗЛУЧЕНИЕ АЛЬФВЕНОВСКИХ ВОЛН

#### Р. Г. ДЖАНГИРЯН, Ф. А. КОСТАНЯН

Институт раднофизики и электроники АН Арм.ССР

(Поступила в редакцию 3 ноября 1986 г.)

Рассмотрено излучение альфвеновских волн в идеально проводящей среде в случае наклонного пересечения зарядом плоской границы ее раздела с вакуумом. Показано, что распределение магнитного поля одной из двух альфвеновских волн в пространстве и сго временная зависимость аналогичны импульсу переходного излучения в случае нормального пересечения, а вторая альфвеновская волна распространяется в виде сферической волны и качественно отлична от первой. Получено частотно-угловое распределение энергии переходного излучения альфвеновских волн.

Низкочастотные ветви плазменных колебаний являются основными в волновых процессах, происходящих в околоземном космическом пространстве. В частности, достоверно установлено наличие альфвеновских колебаний в межпланетной плазме [1]. Для описания этих процессов в ионосферной и магнитосферной плазме обычно привлекаются уравнения магнитной гидродинамики [2]. В работе [3] было рассмотрено переходное излучение магнитогидродинамических волн, возбуждаемых при нормальном пересечении зарядом плоской границы раздела вакуума с проводящей средой, а также при возбуждении этой поверхности тепловым источником, и было показано, что при переходном излучении заряда в плазменной среде возбуждаются альфвеновские волны. Таким образом, механизм переходного излучения может оказаться одним из основных в формировании альфвеновской ветви низкочастотных колебаний в межпланетной плазме и в околоземном космическом пространстве.

Целью настоящей работы является решение задачи о переходном излучении альфвеновских волн на контактном разрыве плазмы при наклонном падении заряда на плоскость разрыва.

Будем исходить из линеаризированной системы МГД-уравнений (1)—(4) работы [3], справедливой при малых возмущениях плотности  $p' = p - p_0$ , давления  $p' = p - p_0$ , скорости  $\mathbf{v}' = \mathbf{v}$  и магнитного поля  $\mathbf{h} = \mathbf{H} - \mathbf{H}_0$  ( $p_0$ ,  $p_0$ —невозмущенные значения плотности и давления,  $\mathbf{H}_0 = \hat{e}_z H_0$ — напряженность постоянного внешнего магнитного поля). При этом проводящая среда занимает полупространство z > 0, а заряд е движется в плоскости x, z, влетая в срєду под углом  $\varphi_0 =$ = arc ctg  $v_{0x}/v_{0z}$  к оси x. Плотность тока источника в этом случае принимает вид

$$\mathbf{j}(\mathbf{r}, t) = e \, v_{0z} \, \delta(\mathbf{y}) \, \delta(\mathbf{x} - v_{0x} t) \, \delta(\mathbf{z} - v_{0z} t) \times \\ \times \, [\hat{e_x} + \operatorname{ctg} \varphi_0 \, \hat{e_x}]. \tag{1}$$

Имея в виду излучение только альфвеновских волн, задачу о переходном излучении источника (1) будем решать в приближении несжимаемой проводящей среды, что соответствует формальному предельному переходу  $c_s \rightarrow \infty$  [4], и уравнение (2) работы [3] принимает вид div v = 0 ( $c_s - c_{copoctb}$  звука). В этом приближении в безграничной проводящей среде распространяются две поперечные альфвеновские волны разной поляризации [4].

Выписав выражения для фурье-компонент электрического и магнитного полей в проводящей среде и возбуждаемых в вакууме электромагнитных полей, для нахождения неизвестных амплитуд волн Альфвена воспользуемся граничными условиями непрерывности тангенциальных составляющих магнитного и электрического полей. Произведя далее обратное преобразование Фурье, получим выражение для импульса переходного излучения первой альфвеновской волны в виде, аналогичном распределению магнитного поля в пространстве и его временной эволюции в случае нормального пересечения зарядом границы раздела [3]. Явный вид этого импульса мы здесь не приводим. Частотно-угловое распределение поля переходного излучения второй альфвеновской волны дается выражением

$$\mathbf{h}_{A,2}(\mathbf{r}, \omega) = \frac{ie}{\pi c R} \exp\left[i\frac{\omega}{c_A}R - i\frac{\pi}{4}\left(1 + \operatorname{sign}\omega\right)\right] \times$$

here .

 $\times \{ \hat{e}_x \cos \varphi \, \cos \vartheta + \hat{e}_y \sin \varphi \cos \vartheta - \hat{e}_z \sin \vartheta \} \sin \varphi \cos \vartheta \, \operatorname{ctg} \varphi_0 \times \\ \times \langle [\operatorname{ctg} \varphi_0 \cos \varphi \sin \vartheta \cos \vartheta - \sin^2 \vartheta - c_A^2 \cos \vartheta / v_{0z}^2] +$ 

$$+ i \sin \vartheta \left[ \cos \vartheta - c_A v_{0z} + \operatorname{ctg} \varphi_0 \cos \varphi \sin \vartheta \right]$$

$$\times \left[\sin^2\vartheta + (c_A/v_{0z} - \operatorname{ctg}\varphi_0\cos\varphi\sin\vartheta)^2\right]^{-1}, \tag{2}$$

в котором R,  $\vartheta$  и  $\varphi$ — сферические координаты точки наблюдения, а  $c_A = H_0 / \sqrt{4\pi \rho_0}$ —скорость альфвеновских волн. Из этой формулы следует, что вторая альфвеновская волна распространяется в виде сферической волны и качественно отличается от импульса переходного излучения первой альфвеновской волны.

Частотно-угловое распределение энергии обеих волн определяется следующими выражениями:

$$\frac{d W_{A,1}}{d\omega d\Omega} = \frac{e^2 c_A}{2\pi^2 c^2} - \operatorname{ctg}^2 \varphi_0 \cos^2 \varphi \sin \vartheta \cos^{-\varphi} \vartheta \times \\ \times \frac{[c_A/v_{0z} - \operatorname{ctg} \varphi_0 \cos \varphi \, \operatorname{tg} \vartheta]^2}{[1 - (c_A/v_{0z} - \operatorname{ctg} \varphi_0 \cos \varphi \, \operatorname{tg} \vartheta)^2]^2}, \qquad (3)$$

$$\frac{d W_{A,2}}{d\omega d\Omega} = \frac{e^2 c_A}{2\pi^2 c^2} \operatorname{ctg}^2 \varphi_0 \sin^2 \varphi \cos \vartheta \times \\ \times [\sin^2 \vartheta + (c_A/v_{0z} - \cos \varphi \, \operatorname{ctg} \varphi_0 \sin \vartheta)^2]^{-1} \times \\ \times [1 - (c_A/v_{0z} - \cos \varphi \, \operatorname{ctg} \varphi_0 \sin \vartheta)^2]^{-2}. \qquad (4),$$

Из приведенных формул следует, что угловое распределение энергии переходного излучения альфвеновских волн существенно зависит от поведения величин, стоящих в знаменателях соответствующих выражений. Эти особенности появляются в связи с тем, что в нашей постановке задачи о переходном излучении его энергия «собирается» с бесконечной траектории движения источника, на которой имеет место черенковское излучение альфвеновских волн [5]. В действительности, одчако, в проводящей среде всегда имеется малое поглощение, вследствие чего длина траектории, на которой происходит когерентное суммирование альфвеновских волн, будет конечной [6, 7].

## ЛИТЕРАТУРА

- 1. Топтыгин И. Н. Космические лучи в межпланетных магнитных полях. Изд. Наука, М., 1983.
- Баранов В. Б., Краснобаев К. В. Гидродинамическая теория космической плазмы. Изд. Наука, М., 1977.
- 3. Джангирян Р. Г., Костанян Ф. А. ДАН АрмССР, 76, 89 (1983).
- Ландау Л. Д., Лифщиц Е. М. Электродинамика сплошных сред. Изд. Наука, М., 1982.
- 5. Докучаев В. П. ЖЭТФ, 53, 723 (1967).
- 6. Гарибян Г. М. ЖЭТФ, 33, 1403 (1957).
- 7. Болотовский Б. М. В кн.: Ионизационные эффекты и переходное излучение релятивистских заряженных частиц. Изд. Наука, М., 1982, с. 95.

## ԱԼՖՎԵՆԻ ԱԼԻՔՆԵՐԻ ԱՆՑՈՒՄԱՅԻՆ ՃԱՌԱԳԱՅԹՈՒՄԸ

Ռ. Գ. ՋԱՆԳԻՐՑԱՆ, Ֆ. Ա. ԿՈՍՏԱՆՑԱՆ

Գիտարկված է իդհալական հաղորդիչ միջավայրի՝ վակուումի հետ բաժանման հարթ ուահմանը թեր ուղղությամբ հատող լիցքի կողմից ալֆվենյան ալիքների մառագայթումը։ Ցույց է տրված, որ ճառագայթված երկու ալֆվենյան ալիքներից մեկի մադնիսական դաշտի տարածական բաշխումը և ժամանակի ընթացքում փոփոխությունը նման են բաժանման սահմանը ուղղահայաց հատող լիցքի անցումային ճառագայթման իմպուլսին։ Երկրորդ ալիքը ապրածվում է սֆերիկ ալիքի ձևով և որակապես տարբերվում է առաջինից։ Ստացված է ալֆվենյան ալիքների անցումային ճառագայթման էներգիայի հաճախա-անկյունային բաշխումը։

## TRANSITION RADIATION OF ALFVEN WAVES R. G. DZHANGIRYAN, F. A. KOSTANYAN

The transition radiation of Alfven waves in perfectly conducting medium at an oblique incidence of a charge on flat boundary with vacuum has been considered. The spatial distribution and time dependence of the magnetic field of one of the two radiated Alfven waves are shown to be similar to those for the case of normal incidence, while the second one propagates as a spherical wave and is qualitatively different from the first wave. The frequency-angular distribution of the energy of artransition radiation of Alfven waves is obtained.

Изв. АН Армянской ССР, Физика, т. 23, вып. 1, 52-55 (1988)

. that

#### УДК 778.39.535.36

## НЕСТАЦИОНАРНЫЙ ОТКЛИК НЕЛИНЕЙНОЙ СРЕДЫ НА ПРОХОДЯЩИЙ СВЕТ ПРИ ВЗАИМОДЕЙСТВИИ ВСТРЕЧНЫХ ВОЛН В ПОЛЕ ВОЛНЫ НАКАЧКИ МАЛОЙ ДЛИТЕЛЬНОСТИ

#### Г. Н. КАРАДЖЯН

НИИ физики конденсированных сред ЕГУ

(Поступила в редакцию 30 января 1987 г.)

Рассматривается четырехволновая схема взаимодействия встречных плоских воли в нелинейной среде керровского типа. Параметрическая связь сигнальных воли осуществляется опорной волной малой длительности. Изучен нестационарный отклик нелинейной среды на проходящую вслыу при входном сигнале произвольного временного хода.

В последнее время большое распространение получили схемы обращения волнового фронта (ОВФ) методом четырехволнового смешения [1—5]. В рамках схемы, рассмотренной в работах [2—5], задача сводится к изучению системы взаимодействующих в нелинейной среде плоских волн (с комплексными амплитудами  $A_+(z, t)$  и  $A_-^*(z, t)$ ,  $0 \leqslant z \leqslant l, l$ —длина среды, t—время), распространяющихся в силу усло-

## УДК 621.315.592

## БЕЗРЕЗОНАТОРНАЯ БИСТАБИЛЬНОСТЬ В КРИСТАЛЛАХ НИОБАТА ЛИТИЯ

## Э. С. ВАРТАНЯН, Р. К. ОВСЕПЯН, А. Р. ПОГОСЯН Институт физических исследований АН АрмССР

(Поступила в редакцию 25 июля 1986 г.)

Показана возможность создания на основе нелинейного фотохромного эффекта в кристаллах ниобата лития бистабильного логического элеменга, позволяющего осуществлять бистабильное преобразование светового излучения как в электрический сигвал, так и в световое излучение.

В последние годы широко исследуются системы, обладающие оптической бистабильностью [1], которые открывают целый ряд новых возможностей для использования нелинейных методов в современной оптике. Кроме того, оптическая бистабильность привлекает внимание перспективами различных приложений в системах оптической обработки информации. В то же время почти все проведенные до настоящего времени исследования касались только вопросов чисто оптической бистабильности, причем основанной на различных интерференционных (резонаторных) методах, что усложняет конструкцию бистабильных устройств и ограничивает их применение в системах обработки информации.

В настоящей работе исследуется новый тип безрезонаторной бистабильности на основе увеличивающегося нелинейного поглощения (фотохромного эффекта) в кристаллах ниобата лития. Прикладные возможности этой бистабильности представляются особо интересными вследствие большой широкополосности и нечувствительности к изменению длины волны. Проведенные исследования позволили получить бистабильный логический элемент на основе кристалла ниобата лития, обладающий возможностью бистабильного преобразования светового излучения как в электрический сигнал, так и в световое излучение.

Полученная в работе безрезонаторная бистабильность основана на ссобенностях нелинейного фотохромного эффекта, т. е. изменения (увеличения) коэффициента поглощения под действием света, обнаруженного нами в кристаллах ниобата лития [2]. Здесь необходимо отметить, что фотохромный эффект проявляется только в тех кристаллах ниобата лития, которые легированы двойными примесями. В частности, в экспериментах использовались кристаллы 'ниобата лития с примесями Fe:: Mn (0,05:0,05 вес. %), а также Fe:Cu (0,05:0,05 вес. %). Кристаллы облучались излучением аргонового лазера ( $\lambda$ =488 нм) в направления оси X (толщина кристалла — 2 мм) и измерялась интенсивность света, прошедшего через кристалл.

На рис. 1 приведена полученная таким образом зависимость коэффициента поглощения а от интенсивности I падающего на кристалл света. Как видно на рисунке, фотохромный эффект в ниобате лития обладает порогом при малых интенсивностях, а затем доходит до насыщения, т. е. является сильно нелинейной функцией интенсивности падающего на кристалл света. При этом время наведения эффекта составляет несколько десятков секунд, а время релаксации наведенного измененая коэффициента поглощения — несколько минут. Таким образом, коэффициент поглощения в фотохромных кристаллах ниобата лития имеет два четко выделенных значения, время переключения между которыми определяется интенсивностью света и типом примеси.



Рис. 1. Зависимость коэффициента поглощения от интенсивности падающего на кристалл Li Nb O<sub>3</sub>: Fe: Mn света.

Рис. 2. Зависимость выходного сигнала бистабильного элемента от интенсивности падающего света при полном времени прохождения цикла 500 с.

Используя рассмотренные выше особенности фотохромного эффекта в кристаллах ниобата лития, можно реализовать режим оптической бистабильности (такая возможность указывалась в теоретической работе [3], а в [4] экспериментально была получена безрезонаторная бистабильность в CdS за счет изменения коэффициента поглощения), а также получить бистабильное преобразование оптического излучения в электрический сигнал. В экспериментах кристалл ниобата лития облучался вдоль оси X модулированным с частотой 20 Гц излучением артонового лазера, интенсивность  $I_0$  которого плавно перестраивалась с заданной скоростью с помощью аттенюатора. Измерялась интенсивность I света, прошедшего через кристалл:

$$I=I_0\exp{(-\alpha d)},$$

тде d — толщина кристалла вдоль оси X. Кроме того, с помощью селективного вольтметра и электрометрического усилителя измерялось электрическое напряжение, возникающее вследствие присущего ниобату лития пироэлектрического эффекта, которое пропорционально интенсивности света и коэффициенту поглощения:

$$U \sim I_0 [1 - \exp\left(-z d\right)].$$

Из формул видно, что как интенсивность прошедшего света, так и жапряжение являются функциями коэффициента поглощения. А так как

зависимость коэффициента поглощения от интенсивности света, как было показано выше, характеризуется наличием двух выделенных значений, то, как следует из [3], вследствие присущей такой системе положительной обратной связи получаемые на выходе системы интенсивность света и пироэлектрическое напряжение будут обладать гистерезисными свойствами. Типичные зависимости интенсивности прошедшего света и пироэлектрического напряжения от интенсивности падающего на кристалл света приведены на рис. 2. Форма петель гистерезиса на рисунке зависит от времени наведения и релаксации оптически индуцированного изменения коэффициента поглощения, т. е. от свойств кристалла ниобата лития и вводимой в него примеси.

В заключение отметим, что описанная выше безрезонаторная оптическая бистабильность может также выполнять роль логических элементов (таких, например, как «НЕ», «ИЛИ-НЕ») в оптических вычислятельных машинах.

## ЛИТЕРАТУРА

- 1. Рывкин Б. С. Физика и техника полупроводников, 19, 3 (1985).
- 2. Вартанян Э. С., Овсепян Р. К., Полосян А. Р. Тезисы докладов XII Всесоюзной конференции по когерентной и нелинейной оптике. Москва, МГУ, 1985, с. 809.
- 3. Miller D. A. B. JOSA, B1, 857 (1984).
- 4. Хеннебергер Ф., Пульс И., Россмани Х. Тезисы докладов XII Всесоюзной конференции по когерентной и нелинейной оптике. Москва, МГУ, 1985, с. 306.

## ՈՉ ՌԵԶՈՆԱՏՈՐԱՅԻՆ ԵՐԿԿԱՅՈՒՆՈՒԹՅՈՒՆ ԼԻԹԻՈՒՄԻ ՆԻՈԲԱՏԻ ԲՅՈՒՐԵՂՆԵՐՈՒՄ

#### է. Ս. ՎԱՐԹԱՆՑԱՆ, Ռ. Կ. ՀՈՎՍԵՓՑԱՆ; Ա. Ռ. ՊՈՂՈՍՑԱՆ

Հոդվածում ցույց է տրված ոչ գծային ֆոտոխրոմ էֆնկտի հիման վրա՝ լինիումի նիորատի բյուրեղներում երկկայուն լոգիկական տարրի ստեղծման հնարավորունյունը, որը նույլ է տալիս իրագործել լույսային ճառագայիման երկկայուն փոխակերպումը ինչպես էլեկտրական ազդանշանի, այնպես էլ նորից լույսային ճառագայիման-

## NONRESONATOR BISTABILITY IN LITHIUM NIOBATE CRYSTALS

## E. S. VARTANYAN, R. K. OVSEPYAN, A. R. POGOSYAN

Based on nonlinear protochromic effect in lithium niobat crystal, the possibility of constructing a bistable logical element, allowing to transform the luminous radiation both to an electric signal and also to luminous radiation, was shown.

1.1

## ԱԼՖՎԵՆԻ ԱԼԻՔՆԵՐԻ ԱՆՑՈՒՄԱՅԻՆ ՃԱՌԱԳԱՅԹՈՒՄԸ

Ռ. Գ. ՋԱՆԳԻՐՑԱՆ, Ֆ. Ա. ԿՈՍՏԱՆՑԱՆ

Գիտարկված է իդհալական հաղորդիչ միջավայրի՝ վակուումի հետ բաժանման հարթ ուահմանը թեր ուղղությամբ հատող լիցքի կողմից ալֆվենյան ալիքների մառագայթումը։ Ցույց է տրված, որ ճառագայթված երկու ալֆվենյան ալիքներից մեկի մադնիսական դաշտի տարածական բաշխումը և ժամանակի ընթացքում փոփոխությունը նման են բաժանման սահմանը ուղղահայաց հատող լիցքի անցումային ճառագայթման իմպուլսին։ Երկրորդ ալիքը ապրածվում է սֆերիկ ալիքի ձևով և որակապես տարբերվում է առաջինից։ Ստացված է ալֆվենյան ալիքների անցումային ճառագայթման էներգիայի հաճախա-անկյունային բաշխումը։

## TRANSITION RADIATION OF ALFVEN WAVES R. G. DZHANGIRYAN, F. A. KOSTANYAN

The transition radiation of Alfven waves in perfectly conducting medium at an oblique incidence of a charge on flat boundary with vacuum has been considered. The spatial distribution and time dependence of the magnetic field of one of the two radiated Alfven waves are shown to be similar to those for the case of normal incidence, while the second one propagates as a spherical wave and is qualitatively different from the first wave. The frequency-angular distribution of the energy of artransition radiation of Alfven waves is obtained.

Изв. АН Армянской ССР, Физика, т. 23, вып. 1, 52-55 (1988)

. that

#### УДК 778.39.535.36

## НЕСТАЦИОНАРНЫЙ ОТКЛИК НЕЛИНЕЙНОЙ СРЕДЫ НА ПРОХОДЯЩИЙ СВЕТ ПРИ ВЗАИМОДЕЙСТВИИ ВСТРЕЧНЫХ ВОЛН В ПОЛЕ ВОЛНЫ НАКАЧКИ МАЛОЙ ДЛИТЕЛЬНОСТИ

#### Г. Н. КАРАДЖЯН

НИИ физики конденсированных сред ЕГУ

(Поступила в редакцию 30 января 1987 г.)

Рассматривается четырехволновая схема взаимодействия встречных плоских воли в нелинейной среде керровского типа. Параметрическая связь сигнальных воли осуществляется опорной волной малой длительности. Изучен нестационарный отклик нелинейной среды на проходящую вслыу при входном сигнале произвольного временного хода.

В последнее время большое распространение получили схемы обращения волнового фронта (ОВФ) методом четырехволнового смешения [1—5]. В рамках схемы, рассмотренной в работах [2—5], задача сводится к изучению системы взаимодействующих в нелинейной среде плоских волн (с комплексными амплитудами  $A_+(z, t)$  и  $A_-^*(z, t)$ ,  $0 \leqslant z \leqslant l, l$ —длина среды, t—время), распространяющихся в силу усло-

вий фазового синхронизма навстречу друг другу. Среда обладает безынерционной нелинейностью керровского типа. Параметрическая связь осуществляется парой встречных волн накачки (с комплексными амплитудами  $A_{\pm}^{pu}(z, t)$  в вырожденном режиме четырехволнового параметрического взаимодействия. Изучается нестационарный отклик нелинейной среды на отраженную волну при произвольном входном сигнале (backward-wave response).

Отклик нелинейной среды на отраженную волну описывается фунхцией Грина (ФГ) ОВФ, осуществляющей нелокальную по времени функциональную связь между полем  $A_+(z, t)$  и входным сигналом  $A_-^*(l, t)$  [5]. Она несет всю информацию о не зависящих от формы входного сигнала обращающих свойствах системы и зависит лишь от характеристик нелинейной среды и формы опорных волн. ФГ ОВФ была определена и вычислена в работах [2—4] для случая стационарных опорных волн. Для нестационарных опорных волн произвольной формы она неизвестна.

При изучении рассмотренной в работах [2—4] схемы важно знать также отклик нелинейной среды на проходящую волну (forward-wave response). В работах [2, 3] этот отклик не исследовался. В работе [4] соответствующая ФГ была вычислена методом виртуальных источников [6] для схемы со стационарными опорными волнами. Для случая нестационарных опорных волн произвольной формы ФГ здесь также неизвестна.

В настоящем кратком сообщении приводятся результаты анализа нестационарного отклика нелинейной среды на проходящую волну для одной аналитически разрешимой схемы с нестационарными опорными волнами. Моделируется ситуация, когда параметрическая связь взаимодействующих волн осуществляется одной короткой опорной волной с длительностью  $\tau_{-}^{pu} \ll t_l (t_l = 2l/v - время двойного прохождения$ волны в среде, <math>v - групповая скорость) и встречной, длинной, с  $\tau_{+}^{pu} \gg t_l$ . В силу безынерционной нелинейности среды  $\tau_{-}^{pu} \gg \tau_{rel} (\tau_{rel} - время релаксации нелинейности). В рамках схемы <math>[2-4]$  эту ситуацию можно смоделировать, полагая

$$A^{pu}_{+}(z, t) A^{pu}_{-}(z, t) = a_{-}\left(t + \frac{z}{v}\right),$$

(1)

 $\left|z_{-}\left(t+\frac{z}{q_{1}}\right)^{2}=l_{\rho u}^{2}\,\tilde{c}^{(+)}\left(t+\frac{z}{q_{1}}-t_{-}^{\rho u}\right).$ 

Эдесь  $\delta^{(+)}$  — асимметричная функция Дирака,  $I_{pu}$  — конечная величина,  $t^{pu}$  — момент выхода дельтаобразного опорного импульса из среды. Изучение этой модельной схемы оказывается полезным для понимания нестационарных процессов параметрического взаимодействия волн (ср. с работой [7], где короткие импульсы встречных опорных волн посылаются поперечно к направлению распространения сигнала).

Нестационарный отклик среды на проходящую волну для случая (1) описывается формулами

$$A_{+}(z, t) = A_{+}\left(0, t - \frac{z}{v}\right) + \int_{-\infty}^{t+\frac{1}{v}} G_{++}(z, t; t') A_{+}(0, t') dt',$$
$$A_{-}^{*}(l, t) \equiv 0, A_{+}(z, -\infty) \equiv 0 \qquad (2)$$

для волны, распространяющейся в положительном направлении оси z(ср. с формулой (13) работы [4]). Функция Грина  $G_{++}$  (z, t; t') несет всю информацию о преобразующих свойствах системы. Входной сигнал  $A_+$  (0, t) произволен.

Система уравнений [1]

$$\begin{pmatrix} \frac{\partial}{\partial z} + \frac{1}{v} \frac{\partial}{\partial t} \end{pmatrix} A_{+}(z, t) = i\gamma \alpha_{-} \left( t + \frac{z}{v} \right) A_{-}^{*}(z, t),$$

$$\begin{pmatrix} \frac{\partial}{\partial z} - \frac{1}{v} \frac{\partial}{\partial t} \end{pmatrix} A_{-}^{*}(z, t) = i\gamma^{*} \alpha_{-}^{*} \left( t + \frac{z}{v} \right) A_{+}(z, t)$$

для амплитуд связанных волн в случае параметрической связи (1) допускает решение для произвольных входных сигналов во всей области изменения безразмерной константы взаимодействия волн

$$\mu = |\gamma| \left\{ \frac{l v}{2} \int_{-\infty}^{+\infty} |\alpha_{-}(\gamma_{i})|^{2} d\gamma_{i} \right\}^{1/2}$$

(у-размерная константа, пропорциональная кубической восприимчивости: среды). Соответствующая задаче (2) ФГ определяется равенством

$$A_{+}(z, t) = \begin{cases} A_{+}\left(0, t - \frac{z}{v}\right), (z, t) \in D_{-}^{pu} \\ A_{+}\left(0, t - \frac{z}{v}\right) + \delta A_{+}\left[\frac{1}{t_{l}}\left(t_{-}^{pu} - t + \frac{z}{v}\right)\right], (z, t) \in D_{-}^{pu}, \\ \delta A_{+}(x) = -\int_{0}^{x} \frac{\mu}{\sqrt{\tau}} J_{1}(2\mu\sqrt{\tau}) A_{+}[0, t_{-}^{pu} + t_{l}(\tau - x)] d\tau + \\ + \frac{\mu^{2}}{1 - \mu J_{1}(2\mu)} J_{0}(2\mu\sqrt{x}) \times \\ \times \int_{0}^{1} J_{0}(2\mu\sqrt{\tau}) A_{+}[0, t_{-}^{pu} + t_{l}(\tau - 1)] d\tau, \end{cases}$$
(3)

 $J_k - функция Бесселя. Область <math>D_{-}^{pu}$  представляет собой треугольник: на плоскости (z, t):

$$D^{pu}_-: t^{pu}_- - \frac{z}{v} < t < t^{pu}_- + \frac{z}{v}$$

Формула (3) позволяет делать некоторые выводы о пространственно-временной структуре поля

$$\delta A_{+}(z, t) = A_{+}(z, t) - A_{+}\left(0, t - \frac{z}{v}\right)$$

(второй член—«свободно» распространяющийся входной сигнал) без конкретизации временного хода входного сигнала  $A_+(0, t)$ .

В системе возможна параметрическая генерация. Множество точек генерации счетно. Эти точки определяются решениями трансцендентного уравнения

$$1 - \mu f_1(2\mu) = 0$$

для безразмерной константы взаимодействия волн.

Поле  $\delta A_+(z, t)$  представляет собой импульс, движущийся в положительном направлении оси z. Его форма зависит от временного хода входного сигнала в интервале времени  $t_l$ .

Время излучения точки z среды составляет 2z/v. Весь процесс излучения длится время  $t_l$ . Дельтаобразный опорный импульс возбуждает нелинейную среду, оставляя за собой излучающую область. Эта область начинает сокращаться с левого конца, по мере того, как опорный импульс проходит отрезок — l < z < 0 и полностью исчезает в момент прохождения опорным импульсом точки z = -l.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Зельдович Б. Я., Пилипецкий Н. Ф., Шкунов В. В. Обращение волнового фронта. Изд. Наука, М., 1985.

2. Зельдович Б. Я., Орлова М. А., Шкунов В. В. ДАН СССР, 252, 592 (1980). 3. Fisher R. A., Suydam B. R., Feldman B. J. Phys. Rev., A 23, 3071 (1981)

4. Rigrod W. W., Fisher R. A., Feldman B. J. Opt. Lett., 5, 105 (1980).

5. Джотян Г. П. н др. В сб. Труды НИИ ФКС ЕГУ: Обращение волнового фронта

при четырехволновом взаимодействии. Изд. ЕГУ, Ереван, 1986, с. 143.

6. Bobroff D. L., Haus H. A. J. Appl. Phys., 38, 390 (1967).

7. Miller D. A. B. Opt. Lett., 5, 300 (1980).

## በዒ ዓወዜ3ԻՆ ሆኮደԱՎԱՅՐԻ ԱՐՁԱԳԱՆՔԸ ԱՆՑՆՈՂ ԼՈՒՅՍԻ ՆԿԱՏՄԱՄԲ ቀበԽԱԶԴՈՂ ՀԱԿԱԴԻՐ ԱԼԻՔՆԵՐԻ ՀԱՄԱԿԱՐԳՈՒՄ

#### Գ. Ն. ՂԱՐԱՋՅԱՆ

Քննարկվում է հակադիր հարթ ալիքների փոխազդնցությունը Կեռռի ոչ գծային միջավայրում։ Փոխազդող ալիքների պարամետրիկ կապը իրականացվում է կարձ տևողության ոչ ստացիոնար ալիքով։ Ուսումնասիրված է միջավայրի ոչ ստացիոնար արձագանքը անցնող ալիքի նկատմամբ։

## TRANSIENT FORWARD-WAVE RESPONSE OF NONLINEAR MEDIUM AT THE INTERACTION OF COLLIDING WAVES IN THE FIELD OF SHORT PUMP WAVE

## G. N. KARAJIAN

The four-wave interaction of colliding plane waves in Kerr-type nonlinear medium is considered, the parametric coupling waves being realized by a transient short pump wave. The transient forward-wave response of the nonlinear medium is analyzed.

## СОДЕРЖАНИЕ

В. М. Арутюнян, Н. Ш. Баданян, А. А. Чахмахчян, Н. В. Шахна-	
импульсов света при комбинационном рассеянии	3
Р. С. Варданян, Н. Б. Енгибарян. Перекос излучения в стохасти-	9
А. В. Акопян. Об интеграле радиационных столкновений частиц 1	6
А. В. Перкарарян. О возможности образования экситонов в сегнето- электриках типа порядох—беспорядок	0
Д. Л. Оганесян. Об измерении временных характеристик ультрако-	
второй гармоники	5
А. В. Отанесян. Флуктуации сигнала при приеме оптических им-	9
Э. Р. Гурзадян. К кинетике электронного газа, находящегося под дей-	
ствием лазерного излучения	0
ным излучением	4
краткие сообщения	
Р. Г. Джангирян, Ф. А. Костанян. Переходное излучение альфвенов-	
СКИХ ВОЛН	9
ходящий свет при взаимодействии встречных волн в поле вол-	1.17-17-17-17
ны накачки малой длительности	2
стабильность в коисталлах ниобата лития	6
The second a second sec	-

## የበዺԱՆԴԱԿՈՒԹՅՈՒՆ

Վ. Մ. Հարությունյան, Ն. Շ. Բադանյան, Ա. Ա. Չախմախչյան, Ն. Վ. Շահնազարյան. Գեր- հարդ հմարւյսների ժամանակատարածական էվոլյուցիան կոմբինադիոն դրման	
	3
Ռ. Ս. Վարդանյան, Ն. Բ. Ենգիրարյան. Ճառագայինան տեղափոխությունը ստոխաստիկ	
ปลุยพปุฒาตาณี	9-
Ա. Վ. Հակոբյան. Մասնիկների ռադիացիոն բախումների ինտեդրալի մասին	16
w. վ. Ներկարարյան. <i>Կարդավորված-լկարդավորված տիպի սեղենտոկլեկտրիկներում</i>	
էքսիտոնների առաջացման ճնարավորունյան մասին	20-
Գ. Լ. Հովճաննիսյան. Երկրորդ հարմոսիկի փոջի մեխոդով ֆաղային մոդուլյացիայով	
աւքահարարութ քաւնունիր իզահունորբեր գաղարարանանիր երաւկապերեկ չափգար դառիր	25
Ա. Վ. Հովճաննիսյան. Հոսանքի տատանունները տուրբուլնետ մինոլորտով անցած օպ-	
տիկական ինպուլսների ընդուննան դնալքուն	29
է. Ռ. Գուշվադյան, Հաղնրային հառագայթեան ազդոցության տակ գտնվող էլնկտրոնային	100
augh apatompanin a manu	40
4. 0. alumpujua, 4. r. apausujua, on angun jua, on on ospir-ourgajua, on on	
under jus, 2, 2, our justing and any super super sum any grand as how	15
dan nhāmdallih ohladaanih adadata	**
ՀԱՄԱՌՈՏ ՀԱՂՈՐԴՈՒՄՆԵՐ	
Ռ. Գ. Զանգիբյան, Ֆ. Ա. Կոստանյան. Ալֆվենի ալիքների անցումային ճառադայիումը	49
b. b. Quruyyul. Az admihi dhemdmiph mpamamber mbyban inijuh bhumdude ihaluma-	
դող հակադիր ալիջննրի համակարգում	52

Server and the server of the s CHAR BAYS ADMALS

11 J T. 11