

ՀԱՅԿԱԿԱՆ ՍՍՀ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԿԱԴԵՄԻԱ
 АКАДЕМИЯ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР

ԶԵԿՈՒՅՑՆԵՐ ДОКЛАДЫ

LXVII, № 3

1978

Խմբագրական կոլեգիա

Գ. Ա. ԱՐՁՈՒՄԱՆՅԱՆ, տեխ. գիտ. բնկե-
 ծու (պատ. Իստուղատ), Է. Գ. ԱՅՐԻԿՅԱՆ,
 ՀՍՍՀ ԳԱ քղափից-անդամ, Ա. Բ. ԲԱՐՈ-
 ՇԱՆ, ՀՍՍՀ ԳԱ ակադեմիկոս, Հ. Խ. ԲՈՒՆ-
 ՈՒՐՅԱՆ, ՀՍՍՀ ԳԱ ակադեմիկոս, Ա. Ա.
 ԲԱՆԱԼՅԱՆ, ՀՍՍՀ ԳԱ քղափից-անդամ,
 Վ. Մ. ԹՍՈՒԱԳԱՆ, ՀՍՍՀ ԳԱ քղափից-ան-
 դամ, Վ. Հ. ՀԱՄԲԱՐՁՈՒՄՅԱՆ, ակադեմիկոս,
 Վ. Հ. ՂԱԶԱՐՅԱՆ, ՀՍՍՀ ԳԱ ակադեմիկոս
 (պատ. Խմբագր. տնօրեն), Հ. Գ. ՄԱՂՈՑ-
 ՅԱՆ, ՀՍՍՀ ԳԱ ակադեմիկոս, Ա. Գ. ՆԱԶԱՐՈՎ,
 ՀՍՍՀ ԳԱ ակադեմիկոս (պատ. Խմբագր.),
 Գ. Ս. ՍԱՀԱԿՅԱՆ, ՀՍՍՀ ԳԱ քղափից-անդամ,
 Ս. Մ. ՍԱԳՈՆՋՅԱՆ, ՀՍՍՀ ԳԱ քղափից-
 անդամ, Մ. Լ. ՅԵՐ-ՄԻԺԱՅԵԼՅԱՆ, ՀՍՍՀ
 ԳԱ քղափից-անդամ, Վ. Բ. ՅԱՆՈՐՋՅԱՆ,
 ՀՍՍՀ ԳԱ քղափից-անդամ:

Редакционная коллегия

В. А. АМБАРЦУМЯН, академик, Г. А.
 АРЗУМАНЯН, канд. техн. наук (отв.
 секретарь), Э. Г. АФРИКЯН, чл.-к. ОР.
 АН АрмССР, А. Т. БАБАЯН, академик
 АН АрмССР, Г. Х. БУНЯТЯН, акде-
 мик АН АрмССР, В. О. КАЗАРЯН, ак-
 демик АН АрмССР (зам. отв. редактора),
 И. Г. МАГАКЬЯН, академик АН Арм-
 ССР, А. Г. НАЗАРОВ, академик АН
 АрмССР (отв. редактор), Г. С. СААКЯН,
 чл.-корр. АН АрмССР, О. М. САПОН-
 ДЖЯН, чл.-корр. АН АрмССР, А. А. ТА-
 ЛАЛЯН, чл.-корр. АН АрмССР, В. М.
 ТАРАЯН, чл.-корр. АН АрмССР, М. П.
 ТЕР-МИКАЕЛЯН, чл.-корр. АН АрмССР,
 В. Я. ОАНАРДЖЯН, чл.-корр. АН
 АрмССР.

Ր Ո Վ Ա Ն Դ Ա Կ Ո Ւ Թ Յ Ո Ւ Ն

41

ՄԱՔԵՄԱՏԻԿԱ

Ա. Թ. Մկրտչյան—Բախումների բնութագրման կայունությունը և նորմալ բախման որոշ լայն իմաստով բնութագրական հատկությունները 129

ԿՐԱՌԱԿԱՆ ՄԱՔԵՄԱՏԻԿԱ

Ռ. Ս. Մինասյան—Գնդի համար չեղման հարկականության խառը եզրային խնդրի մասին 132

ԱՌԱՋԴԱԿԱՆՈՒԹՅԱՆ ՏՆՍՈՒԹՅՈՒՆ

Ա. Հ. Ռաբլոյան, Ա. Պ. Մելիճյան—Պարբերական գլանային ճեղքերով թուլացված պտտվող գլանի առանցքա-սիմետրիկ խնդիրը 138

Վ. Ս. Մակարյան—Դրամաձև ճաքով թուլացված առանձգական շերտի համար մի առանցքա-սիմետրիկ կոնտակտային խնդրի մասին 143

ԱՍՏՐՈՆՈՄԻԱ

Հ. Վ. Պիկիշյան—Դիֆուզ անդրադարձման խնդիրն ըստ հաճախականությունների ճա-
նաչման վերաբառման կամայական օրենքի դեպքում 151

ԿՆՈՅԻՋԻԿԱ

Դ. Ս. Գրիգորյան—Երկաթահանքերի պաշարների գնահատումն ըստ մագնիսական հանույթի տվյալների 157

ՕՐԴԱՆԱԿԱՆ ՔԻՄԻԱ

Ս. Գ. Մացոյան, Ա. Լ. Էնֆիադյան, Վ. Հ. Դանիլյան, Լ. Հ. Սարգսյան—Բինար սիս-
տեմի ռազիկալ սուպուրմերման և տելոմերման պրոցեսի ուսումնասիրության շղթայի փո-
խանցումով սոնոմերին վիելիացնող առանցքային օրինակի վրա 162

ՌԻՈՅԻՋԻԿԱ

Ս. Ա. Ռաիլյան, Մ. Ի. Աղաջանով, Վ. Դ. Մխիրարյան—Առեկտների լյարդաբջիջնե-
րի թաղանթային պոտենցիալի հետազոտությունը այրվածքային վնասվածքից հետո 168

Ա. Ա. Գալոյան, Ա. Կ. Անտեյան, Վ. Վ. Ռաեվ, Ռ. Հ. Գալստյան—Հիպոթալամուս-
յին նոր հեռապահպանողի ազդեցությունը առեկտների մոտ ինսուլինի սեկրեցիայի վրա 172

Ա. Ա. Գալոյան, Ռ. Մ. Սրապիոնյան, Ռ. Օ. Կառապետյան, Ֆ. Մ. Սահակյան, Ա. Ա.
Սաճակյան, Գ. Ա. Սարիբեկյան—Գլխուղեղի շերտավորված սեփազեղ Շ—10-ի միջոցով դիսոց-
ված նեյրոհոմոն ՎՀ-ի երկու իզոմերների հայտնաբերման մասին 176

ՄԻՋԱՏԱՐԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

Ս. Մ. Գաբրիելով-Խենձուրյան—Հատիկ բզեզների երկու նոր տեսակ Արևելյան Ասիայից 180

ԲԺՇԿԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

Վ. Մ. Հաբուրյուկյան, Մ. Գ. Մխիթարյան—Հիպոֆիզի թիրեոտրոպ ֆունկցիան բրու-
ցնիզի դեպքում 184

ՃԻՋՈՒՈՒՄԻԱ

Վ. Լ. Գոբոզով, Վ. Վ. Ֆանաբեյան—Կարմիր կոբրի նեյրոնների կնդանային սինա-
պսիկ մոտոբերդ 188

СОДЕРЖАНИЕ

МАТЕМАТИКА

- С. Г. Мартчан—Устойчивость характеристик распределений в неустойчивых характеристических, в широком смысле, свойствах нормального распределения 129

ПРИКЛАДНАЯ МАТЕМАТИКА

- Р. С. Миласян—О смешанной граничной задаче теплопроводности для шара 137

ТЕОРИЯ УПРУГОСТИ

- А. А. Бабюян, А. П. Мелконян—Оссиметричная задача для вращения цилиндра, ослабленного периодическими цилиндрическими трещинами 139
В. С. Махарац—Об одной осесимметричной контактной задаче для упругого слоя, расслабленного шнитообразной трещиной 145

АСТРОФИЗИКА

- О. В. Пыхичян—Задача диффузного отражения при произвольном законе перераспределения излучения по частотам 151

ГЕОФИЗИКА

- Д. С. Григорян—Об оценке запасов жемчужных месторождений по данным магнитной съемки 157

ОРГАНИЧЕСКАЯ ХИМИЯ

- С. Г. Мациян, С. Л. Эфендиян, В. А. Давидян, Л. А. Саркисян—Изучение процесса радикальной сополимеризации в тесном контакте бинарной системы с гелем из цепи на сомономер на примере инициатор-гексальорганов 162

БИОФИЗИКА

- С. А. Баджиян, М. Н. Аваджанов, В. Г. Мингасян—Исследование мембранного потенциала гепатоцитов крыс после ожоговой травмы 163

БИОХИМИЯ

- А. А. Гелоян, А. К. Антонян, В. Р. Еган, Р. Г. Галстян—Влияние нового синтетического полипептида на секретию инсулина у крыс 172
А. А. Гелоян, Р. М. Срепнян, Р. О. Коралетян, Ф. М. Савян, С. А. Савян, Г. А. Саркисян—Модифицированный способ выделения двух изоформ нейротрофина «С» путем диссоциации на глицининизированном софакте с 0—10 176

ЭНТОМОЛОГИЯ

- С. М. Яблоков-Хизорян—Два новых вида жесткокрылых — усачей из Восточной Азии 180

МЕДИЦИНА

- В. М. Арутюнян, М. Г. Миласян—Тиреотропная функция гипофиза при фтизе щитовидной железы 184

СИЗНОЛОГИЯ

- В. Т. Горюнов, В. В. Фомарин—Коркорм: симпатические и парасимпатические влияния на работу сердца 187

CONTENTS

MATHEMATICS

P.

- S. T. Mkrtchian*—Stability of characterizations of distributions and some characteristic properties of normal distribution in a wide sense 129

APPLIED MATHEMATICS

- R. S. Minasian*—On the mixed boundary-value heat conduction problem for the sphere 132

THEORY OF ELASTICITY

- A. A. Babloyan, A. P. Melkonian*—The axisymmetric problem for a rotating cylinder weakened by the periodical cylindrical cracks 138

- W. S. Macarian*—On an axisymmetric contact problem for the elastic layer, weakened by coin-shaped crack 145

ASTROPHYSICS

- H. V. Pikhajian*—The problem of diffuse reflection of radiation in the case of arbitrary law of frequency redistribution 151

GEOPHYSICS

- D. C. Grigorian*—On estimate of iron-ore deposit reserves from magnetic survey data 157

ORGANIC CHEMISTRY

- S. G. Matsoyan, S. L. Enflajian, V. H. Daniellian, L. A. Sarkisian*—Investigation of radical copolymerization and telomerization of binary system followed by transferring the chain on comonomer in the case of vinylacetate-hexachlorbutadiene 162

BIOPHYSICS

- S. A. Badjnljan, M. I. Aghadjannou, V. G. Mkhitarian*—A study of membrane potential of rat hepatocytes after traumatic burns 168

- A. A. Galoyan, A. K. Antonian, V. V. Baeu and R. G. Gulstian*—The influence of new hypothalamic polypeptide on rat insulin secretion 172

- A. A. Galoyan, R. M. Sraplonian, R. O. Karapetian, F. M. Sahakian, S. A. Sahakian, G. A. Saribekian*—Modified method of isolation of two isoforms of neurohormone „C“ by dissociation on glycinamidated sefadex G-10 176

ENTOMOLOGY

- S. M. Iablokoff-Khazorian*—Two new species of ladybeetles from Eastern Asia (Coleoptera, Coccinellidae) 180

MEDICINE

- V. M. Haroutunian, M. G. Mikaelian*—Thyretrophic function of hypophysia in brucellosis 184

PHYSIOLOGY

- V. L. Gorodnov, V. V. Fanardjian*—Cortical synaptic inputs of the red nucleus neurones 188

Технический редактор Л. А. АЗИЗБЕКЯН

ВФ 01410. Подписано к печати 22/1 1979 г. Тираж 545. Изд. 4961. Заказ 1064.

Формат бумаги 70×108¹/₁₆. Печ. л. 4,0. Бум. л. 2.

Усл. печ. л. 5,6. Уч. изд. листов 4,25.

Издательство АН АрмССР, Ереван, Барекамутян 24-г.
Типография Издательства АН Армянской ССР, г. Эчмиадзин

УДК 519.2

МАТЕМАТИКА

С. Т. Мкртчян

Устойчивость характеристик распределений и некоторые
 характеристические, в широком смысле, свойства нормального
 распределения

(Представлено чл.-корр. АН Армянской ССР А. А. Талалайном 28/VI 1978)

1°. Пусть $x_1, \dots, x_n$ — повторная выборка из совокупности с функцией распределения (ф. р.) $F(x)$. Известно много результатов о характеристизации нормального распределения тем или иным свойством этой выборки ⁽¹⁾. В заметке ⁽²⁾ обращалось внимание на то, что некоторые свойства P , характеризующие нормальное распределение могут быть ослаблены до свойств $\hat{P}$, представляющих собой аналоги свойств P в широком смысле (см. ⁽³⁾, гл. 2), что новое свойство $\hat{P}$ также является характеристическим, но уже для ф. р. $F(x)$, соответствующее число первых моментов которой совпадает с моментами некоторого нормального закона.

В настоящей заметке мы покажем, что исследование таких "расширений" $\hat{P}$, часто, по существу является исследованием устойчивости в некоторых специальных метриках свойств P (в смысле работы ⁽⁴⁾).

2°. Пусть X и Y два метрических пространства с метриками d_1 и d_2 соответственно, а J — отображение из X в Y . Если B некоторое подмножество Y , а $C = J^{-1}(B)$, то мы говорим о чистой задаче характеристизации множества C свойством $J(z) \in B$, $z \in X$. В этой работе рассматривается частный случай задачи характеристизации в смысле ⁽⁴⁾.

Скажем, что задача характеристизации множества C устойчива в пределах множества $X' \subset X$, если для любой последовательности $z_1, z_2, \dots, z_m, \dots$ точек множества X' из условия

$$d_2(J(z_m), B) \xrightarrow{m \rightarrow \infty} 0$$

вытекает, что

$$d_1(z_m, C) \xrightarrow{m \rightarrow \infty} 0$$

(Это также частный случай определения устойчивости в смысле ⁽⁴⁾).

Скажем, что множество $A \subset X$ δ -компактно, если в нем существует конечная δ -сеть.

Обозначим через B_ε , ε — окрестность множества B .

Теорема 1. Пусть X полное метрическое пространство, J — непрерывное отображение из X в Y , B — замкнутое подмножество Y , X' — замкнутое подмножество X и для любого $\varepsilon > 0$ множество $J^{-1}(B_\varepsilon) \cap X'$ — компактно, причем $\delta_\varepsilon \rightarrow 0$. При этих условиях задача характеристики

множества $C = J^{-1}(B)$ устойчива в пределах множества X' .

3°. Пусть X совокупность одномерных ф. р. $F(x)$, а Y совокупность пар ф. р. $(G_1^{(n)}, G_2^{(n)})$. Рассмотрим две линейные формы

$$L_1 = \sum_{j=1}^n a_j x_j, \quad L_2 = \sum_{j=1}^n b_j x_j,$$

построенные по повторной выборке $x_1, \dots, x_n$ из совокупности с ф. р. $F(x)$ и определим отображение J из X в Y , сопоставив ф. р. $F(x)$ пару маргинальных ф. р. $(G_1^{(n)}, G_2^{(n)})$ линейных форм L_1 и L_2 .

Метрику d_1 в X определим соотношением

$$d_1(F_1, F_2) = \frac{1}{k+1},$$

если в точности первые моменты до порядка k ($k \geq 0$ — целое) распределений существуют и равны, т. е. если

$$\int_{-\infty}^{\infty} x^l dF_1(x) = \int_{-\infty}^{\infty} x^l dF_2(x), \quad l = 0, 1, \dots, k,$$

причем указанные интегралы существуют, а моменты порядка $k+1$ либо не существуют, либо не равны друг другу. При этом мы отождествляем распределения, имеющие одинаковые (и конечные) моменты всех порядков.

Метрику d_2 в Y введем, положив

$$d_2((G_1, G_2), (G'_1, G'_2)) = \max(d_1(G_1, G'_1), d_1(G_2, G'_2)).$$

Ясно, что отображение J непрерывно и

$$d_2(J(F_1), J(F_2)) \leq d_1(F_1, F_2).$$

Теорема 2. Пусть $B = \{(G_1, G_2) \in Y: G_1(u) = G_2(u) \text{ и } u \in R^1\}$, коэффициенты форм L_1 и L_2 удовлетворяют условиям

$$\sum_{j=1}^n a_j^e \neq \sum_{j=1}^n b_j^e, \quad e = 3, 4, \dots, \quad (1)$$

и X' — множество ф. р. с конечными и заданными первым и вторым моментами. Тогда множество

$$J^{-1}(B_\varepsilon) \cap X' \quad \delta_\varepsilon = \frac{1}{\left\lfloor \frac{1}{\varepsilon} \right\rfloor + 1} \text{ — компактно.}$$

Следствие 1. При условиях (1) задача характеристики нормального распределения свойством одинаковой распределенности линейных

форм L_1 и L_2 устойчива в пределах множества X' , т. е. из совпадения первых k моментов форм L_1 и L_2 следует совпадение первых S_k моментов ф. р. $F(x)$ с соответствующими моментами некоторого нормального закона, причем $S_k \rightarrow \infty$.

4°. Пусть множества X, X' и метрика d , те же, что и в пункте 3°, а Y совокупность двумерных ф. р. $G(u, v)$. Метрику d_2 введем, положив

$$d_2(G_1, G_2) = \frac{1}{k+1},$$

если

$$\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} u^{l_1} v^{l_2} dG_1(u, v) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} u^{l_1} v^{l_2} dG_2(u, v) \quad l_1 + l_2 \leq k, l_i \geq 0, i=1, 2.$$

где указанные интегралы сходятся. Моменты порядка $k+1$ либо не существуют, либо не равны друг другу. Пусть B —множество ф. р. $G(u, v)$, представляемых в виде $G(u, v) = G_1(u), G_2(v)$.

Из теоремы 2 вытекает.

Следствие 2. При выполнении условий

$$\sup_{l_1, l_2} \left| \sum_{j=1}^n |l_1 a_j + l_2 b_j|^l - \sum_{j=1}^n |(l_1 a_j)^l + (l_2 b_j)^l| \right| > 0, l=3, 4, \dots$$

задача характеристики нормального закона свойством независимости форм L_1 и L_2 устойчива.

Вычислительный центр
Госплана Армянской ССР

И. Р. ՄԿՐՏՁՅԱՆ

Բաշխումների բնութագրման կայունությունը և նորմալ բաշխման որոշ լայն իմաստով բնութագրական հատկությունները

Հայտնի են շատ արդյունքներ նորմալ բաշխումը վերցվածքի այս կամ այն հատկությամբ բնութագրելու մասին: Աշխատանքում նկատված է, որ նորմալ բաշխումը բնութագրող մի որևէ P հատկություն կարելի է փոխարինել մի ավելի թույլ P հատկությամբ, որն բնութագրում է արդեն բաշխում, որի համապատասխան կարգի մոմենտները համընկնում են որևէ նորմալ բաշխման մոմենտների հետ: Այս աշխատանքում ցույց է տրված, որ այդպիսի «թուլացումը» կարելի է դիտել որպես P հատկության կայունության հետադրույթում որոշ անանձնահատուկ մետրիկաներում:

ЛИТЕРАТУРА — ԿՐԱՆԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

¹ А. М. Каган, Ю. В. Линник, С. Р. Рао, Характеризационные задачи математической статистики, М., 1972. ² А. М. Каган, Записки научных семинаров ЛОМН, т. 61, 59—67, 1976. ³ Дж. Дуб, Вероятные процессы, М., 1956. ⁴ В. М. Золотарев, Записки научных семинаров ЛОМН, т. 61, 1976, 38—55. Эффект устойчивости характеристики распределений.

УДК 536.24

ПРИКЛАДНАЯ МАТЕМАТИКА

Р. С. Минасян

О смешанной граничной задаче теплопроводности
 для шара

(Представлено академиком АН Армянской ССР М. М. Джрбашяном 2/VI 1978)

В работах (1-4) получены решения смешанных краевых задач теплопроводности для бесконечного цилиндра и полуплоскости. В настоящей работе приводится решение задачи стационарного осесимметричного течения тепла в шаре, на поверхности которого происходит теплообмен с окружающей средой, когда коэффициент теплообмена является функцией угла θ . Предполагаем, что внутри шара имеются источники тепла. Функция распределения температуры в шаре удовлетворяет уравнению (5)

$$\frac{\partial^2 U}{\partial r^2} + \frac{2}{r} \frac{\partial U}{\partial r} + \frac{1}{r^2 \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\sin \theta \frac{\partial U}{\partial \theta} \right) = - \frac{1}{\lambda} w(r, \theta) \quad (1)$$

и граничному условию

$$\left. \frac{\partial U}{\partial r} \right|_{r=R} = h(\theta) [S(\theta) - U(R, \theta)]. \quad (2)$$

Здесь λ — коэффициент теплопроводности шара, $w(r, \theta)$ — интенсивность тепловыделения внутри шара, $h(\theta)$ и $S(\theta)$ — соответственно коэффициент теплообмена и температура окружающей среды. Относительно функций $h(\theta)$, $S(\theta)$ и $w(r, \theta)$ предполагаем, что они имеют ограниченную вариацию и что коэффициент теплообмена $h(\theta)$ неотрицателен. Преобразованием (5)

$$\cos \theta = \zeta, \quad U(r, \theta) = r^{-\frac{1}{2}} U^*(r, \zeta) \quad (3)$$

задача сводится к решению дифференциального уравнения

$$\frac{\partial^2 U^*}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial U^*}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \left[(1-\zeta^2) \frac{\partial^2 U^*}{\partial \zeta^2} - 2\zeta \frac{\partial U^*}{\partial \zeta} - \frac{1}{4} U^* \right] = - \frac{1}{\lambda} r^{\frac{1}{2}} w^*(r, \zeta) \quad (4)$$

с граничным условием

$$\left. \frac{\partial U^*}{\partial r} \right|_{r=R} - \frac{1}{2R} U^*(R, \zeta) = h^*(\zeta) [R^{\frac{1}{2}} S^*(\zeta) - U^*(R, \zeta)]. \quad (5)$$

Разложим функцию $U^*(r, \zeta)$ в ряд по полиномам Лежандра

$$U^*(r, \zeta) = \sum_{k=0}^{\infty} U_k(r) P_k(\zeta), \quad (6)$$

где $P_k(\zeta)$ — полиномы Лежандра, удовлетворяющие уравнению (*)

$$(1-\zeta^2)P_k'(\zeta) - 2\zeta P_k'(\zeta) + k(k+1)P_k(\zeta) = 0, \quad (7)$$

$$U_k(r) = \frac{1}{D_k} \int_{-1}^1 U^*(r, \zeta) P_k(\zeta) d\zeta, \quad D_k = \frac{2}{2k+1}. \quad \text{Умножая уравнение (4) на}$$

$\frac{1}{D_k} P_k(\zeta) d\zeta$, интегрируя по ζ от -1 до $+1$, и учитывая (7), для определения $U_k(r)$ получаем уравнение

$$U_k'(r) + \frac{1}{r} U_k(r) - \frac{1}{r^2} \left(k + \frac{1}{2} \right)^2 U_k(r) = -\frac{1}{r} w_k(r), \quad (8)$$

ограниченное решение которого имеет вид:

$$U_k(r) = \left(\frac{r}{R} \right)^{k+\frac{1}{2}} \left[C_k + \frac{1}{\lambda(2k+1)} \int_r^R w_k(r_1) G_k(r_1) r_1 dr_1 \right] + \\ + \frac{G_k(r)}{\lambda(2k+1)} R^{-k-\frac{1}{2}} \int_0^r w_k(r_1) r_1^{k+\frac{3}{2}} dr_1. \quad (9)$$

Здесь

$$w_k(r) = \frac{1}{D_k} r^{\frac{1}{2}} \int_{-1}^1 w^*(r, \zeta) P_k(\zeta) d\zeta; \quad G_k(r) = \left(\frac{R}{r} \right)^{k+\frac{1}{2}} - \left(\frac{r}{R} \right)^{k+\frac{1}{2}}. \quad (10)$$

Прежде, чем перейти к определению постоянных C_k , входящих в выражение (9), изменим граничное условие (5):

$$\left. \frac{\partial U^*}{\partial r} \right|_{r=R} + \left(h^* - \frac{1}{2R} \right) U^*(R, \zeta) = R^{\frac{1}{2}} h(\zeta) S^*(\zeta) - [h(\zeta) - h^*] U^*(R, \zeta), \quad (11)$$

где $h^* = \frac{1}{2} \int_{-1}^1 h(\zeta) d\zeta$. Учитывая (6) и обозначая $C_k = \frac{m_k}{k}$ ($k \geq 1$); $C_0 =$

$= m_0$, из (11) имеем:

$$m_k = -\frac{kR}{(k+h^*R)D_k} \left[m_0 \int_{-1}^1 (h^*(\zeta) - h^*) P_k(\zeta) d\zeta + \sum_{j=1}^{\infty} \frac{m_j}{j} \int_{-1}^1 (h^*(\zeta) -$$

$$-h^*)P_k(\zeta)P_j(\zeta)d\zeta \Big| + q_k, \quad (12)$$

$$m_0 = -\frac{1}{2h^*} \sum_{j=1}^{\infty} \frac{m_j}{j} \int_{-1}^1 [h^*(\zeta) - h^*] P_j(\zeta) d\zeta + q_0.$$

Здесь

$$q_k = \frac{k}{k+h^*R} \left[\frac{1}{D_k} R^{\frac{3}{2}} \int_{-1}^1 h^*(\zeta) S^*(\zeta) P_k(\zeta) d\zeta + \frac{1}{k} R^{-k-\frac{1}{2}} \int_0^R w_k(r) r^{k+\frac{3}{2}} dr \right];$$

$$q_0 = \frac{1}{2h^*} \left[R^{1/2} \int_{-1}^1 h^*(\zeta) S^*(\zeta) d\zeta + \frac{2}{k} R^{-3/2} \int_0^R w_0(r) r^{3/2} dr \right]. \quad (13)$$

Таким образом, для определения m_k получили бесконечную систему линейных алгебраических уравнений (12). Для исследования полученной системы оценим вначале сумму модулей коэффициентов при неизвестных в каждом из уравнений. Учитывая предположенную выше ограниченность вариации коэффициента теплообмена $h^*(\zeta)$ и воспользовавшись оценками модуля полиномов Лежандра $P_k(\xi)$ и их производной, данными в работе (7)

$$(1-\zeta^2)^{1/4} |P_k(\zeta)| < \sqrt{\frac{1}{n\pi}}; \quad (1-\zeta^2)^{3/4} |P'_k(\zeta)| < \left(k + \frac{1}{2}\right) \sqrt{\frac{6}{k\pi}}, \quad (14)$$

где $n = \left\lfloor \frac{k}{2} \right\rfloor$, после некоторых упрощений будем иметь

$$z_k = \frac{kR}{(k+h^*R)D_k} \left\{ \left| \int_{-1}^1 [h^*(\zeta) - h^*] P_k(\zeta) d\zeta \right| + \sum_{j=1}^{\infty} \frac{1}{j} \left| \int_{-1}^1 [h^*(\zeta) - h^*] P_j(\zeta) P_k(\zeta) d\zeta \right| \right\} < \frac{14\sqrt{k}RH}{k+h^*R} < \frac{14RH}{\sqrt{k}}. \quad (15)$$

Здесь через H обозначена полная вариация функции $h^*(\zeta) - h^*$ в промежутке $(-1: 1)$. Из (15) усматриваем, что, начиная, от $k = k_1 \geq K^2$, где $K = 14HR$, суммы модулей коэффициентов в уравнениях (12) становятся меньше единицы и при возрастании k стремятся к нулю с быстротой $\frac{K}{\sqrt{k}}$. Свободные члены q_k , согласно предположению об ограниченности вариации функций $S(\theta)$, $h(\theta)$, $w(r, \theta)$ и неравенствам (14), будучи ограниченными в своей совокупности, с возрастанием k также стремятся к нулю с быстротой $O(k^{-\frac{1}{2}})$. Согласно теории бесконечных систем (8), имеют место ограниченность решения и сходимость метода последовательных приближений. Задаваясь

значениями $S(\theta)$, $h(\theta)$, $w(r, \theta)$ и решая усеченную систему (12), найдем оценки величины m_k сверху и снизу, после чего способом, описанным в (°), получим из (6) и (9) значения $U(r, \theta)$ с избытком и недостатком. Оценим далее по модулю n -ый остаток ряда (6). Предполагая суммируемость первой производной $w(r, \theta)$ по r и θ , будем иметь внутри шара ($r < R$)

$$\varepsilon_n(r, \theta) = \left| \sum_{k=n}^{\infty} U_k(r) P_k(\cos \theta) \right| < \frac{1}{\sqrt{\sin \theta}} \left| \frac{M}{\ln R - \ln r} \left(\frac{r}{R} \right)^n n^{-3/2} + \frac{1}{\lambda} w' n^{-2} \right|,$$

где $M = \max_{(k, n)} |m_k|$; w — полная вариация $w(r, \theta)$. На поверхности $r = R$

$$\varepsilon_n(\theta) < \frac{2M}{\sqrt{\sin \theta}} n^{-1/2}.$$

Заметим, что при конкретном задании функций $h(\theta)$, $S(\theta)$ и $w(r, \theta)$ можно значительно усилить быстроту убывания коэффициентов, определяемых из бесконечной системы (²), что позволяет существенно уменьшить число операций, необходимых для получения заданной точности решения.

Рассмотрим, например, случай, когда $h^*(\zeta)$ кусочно-постоянен а $S^*(\zeta)$ — кусочно-линейна:

$$h^*(\zeta) = \begin{cases} h_1 & \text{при } -1 < \zeta < 0 \\ h_2 & \text{при } 0 < \zeta < 1 \end{cases}; \quad S^*(\zeta) = \begin{cases} S_0 + S_1 \zeta & \text{при } -1 < \zeta < 0 \\ S_0 + S_2 \zeta & \text{при } 0 < \zeta < 1; \end{cases}$$

$$w^*(r, \zeta) \equiv 0.$$

В этом случае $h^* = \frac{1}{2}(h_1 + h_2)$, и из (12) и (13) имеем:

$$m_k = \frac{k(h_1 - h_2)R}{2(k + h^*R)D_k} \left\{ [1 - (-1)^k] \frac{m_0 P'_k(0)}{k(k+1)} + \sum_{j=1}^{\infty} [1 - (-1)^{k+j}] \times \right.$$

$$\times \left. \frac{[P'_k(0)P_j(0) - P'_j(0)P_k(0)]m_j}{j(k-j)(k+j+1)} \right\} + q_k \quad (k \geq 1)$$

$$m_0 = \frac{h_1 - h_2}{2(h_1 + h_2)} \sum_{j=1}^{\infty} \frac{P'_j(0)m_j}{j^2(j+1)} + q_0.$$

Здесь

$$q_k = \frac{kR^{3/2}}{(k + h^*R)D_k} \left[S_0 P'_k(0) \frac{h_2 + (-1)^k h_1}{k(k+1)} - P_k(0) \frac{h_2 S_2 - (-1)^k h_1 S_1}{(k-1)(k+2)} \right];$$

$$(17)$$

$$q_0 = \sqrt{R} \left(S_0 - \frac{h_1 S_1 - h_2 S_2}{2(h_1 + h_2)} \right).$$

а штрих при знаке суммы означает, что при суммировании индекс $j=k$ опускается. Преобразуем неизвестные m_k , обозначив

$$m_k = \frac{(h_1 - h_2) R P'_k(0)}{(k+1)(k+h^* R) D_k} (\eta - S_0 \sqrt{R}) + \frac{m_k^*}{k}; \quad m_0 = m_0^*, \quad (k \geq 1) \quad (18)$$

где постоянная η определяется из выражения

$$\eta = m_0^* + \sum_{j=1}^{\infty} \frac{P_j(0) m_j^*}{j^2}. \quad (19)$$

Подставляя значения m_k из (18) в (16) и замечая, что $(^{\circ}) P_{2k+1}(0) = -P'_{2k}(0) = 0$ приходим к следующим соотношениям для неизвестных m_k^* :

$$\begin{aligned} m_k^* = & - \frac{kR}{(k+h^* R) D_k} \left\{ \frac{h_1 - h_2}{k+1} \sum_{j=1}^{\infty} \frac{1}{j^2 (k-j) (k+j+1)} \times \right. \\ & \left. \left| (k(k+1) P_k(0) P'_j(0) - j(j+1) P_j(0) P'_k(0)) m_j^* + \frac{(h_1 - h_2) R}{(j+1)(j+h^* R) D_j} \times \right. \right. \\ & \left. \left. \times (\eta - \sqrt{R} S_0) k(k+1) j P_k(0) P'_j(0) \right| - k \sqrt{R} \frac{(h_1 S_1 - h_2 S_2) P_k(0)}{(k-1)(k+2)} \right\}; \quad (20) \\ m_0^* = & \frac{h_1 - h_2}{h_1 + h_2} \sum_{j=1}^{\infty} \frac{P'_j(0)}{j^2 (j+1)} \left| \frac{m_j^*}{j} + (h_1 - h_2) R \frac{(\eta - \sqrt{R} S_0) P'_j(0)}{(j+1)(j+h^* R) D_j} \right| + \\ & + \sqrt{R} \left(S_0 - \frac{h_1 S_1 - h_2 S_2}{2(h_1 + h_2)} \right). \end{aligned}$$

Как легко видеть, сумма модулей коэффициентов при неизвестных в k -м уравнении системы (20) и свободные члены при возрастании k стремятся к нулю с быстротой $O(k^{-1/2} \ln k)$. Учитывая (18), (9), (6), (3), для $U(r, \theta)$ получаем следующее выражение

$$U(r, \theta) = R^{-1/2} m_0^* + \sum_{k=1}^{\infty} \left[\frac{m_k^*}{k^2} + \frac{(h_1 - h_2) R (\eta - \sqrt{R} S_0) P'_k(0)}{k(k+1)(k+h^* R) D_k} \right] P_k(\cos \theta) R^{-k-1/2} r^k \quad (21)$$

Оценивая по модулю n -ый остаток этого ряда, имеем: внутри шара

$$\varepsilon_n(r, \theta) < \frac{1}{(\ln R - \ln Z) \sqrt{\sin \theta}} |M^* n^{-3/2} + (h_1 - h_2) R (\eta - \sqrt{R} S_0) n^{-2}| \left(\frac{r}{R} \right)^n,$$

на поверхности $r = R$

$$\varepsilon_n(\theta) < \frac{1}{\sqrt{\sin \theta}} \left| \frac{2}{3} M^* n^{-3/2} + (h_1 - h_2) R (\eta - \sqrt{R} S_0) n^{-2} \right|.$$

Институт математики
Академии наук Армянской ССР

Դեղի համար ջերմահաղորդականության խառը եզրային խնդրի մասին

Հոդվածում դիտարկվում է գնդում ջերմության առանցքասիմետրիկ ստացիոնար բաշխումը՝ շրջապատող միջավայրի հետ ջերմափոխանակության դեպքում, երբ ջերմափոխանակության գործակիցը փոփոխվում է ըստ անկյան: Խնդրի լուծումը տրվում է շարքով՝ ըստ Լեժանդրի բազմանդամների և ցուցչային ֆունկցիաների, որի անհայտ գործակիցները որոշվում են դժային հանրահաշվական հավասարումների անվերջ սխառումից:

Л И Т Е Р А Т У Р А — Գ Ր Ա Վ Ա Ն Ո Ւ Ք Յ ՈՒ Ն

- ¹ Ր. Ս. Մինասյան, ДАН Арм. ССР, т. XXXIX, № 5 (1964): ² Ր. Ս. Մինասյան, В кн. Тепло и массоперенос, т. VIII, Вопросы теории тепло и массопереноса, Минск, 1968:
- ³ Б. А. Васильев, Дифференциальные уравнения, т. 10, № 7, 1974: ⁴ А. Б. Ефимов, В. Н. Воробьев, ИФЖ, т. 26, № 5, 1974: ⁵ Г. Карслоу, Д. Егер, Теплопроводность твердых тел, «Наука», 1964: ⁶ Е. В. Гобсон, Теория сферических и эллипсоидальных функций, ИЛ, 1952: ⁷ С. Н. Бернштейн, Собрание сочинений, т. II, АН СССР, 1954: ⁸ Л. В. Канторович, В. И. Крылов, Приближенные методы высшего анализа, Физматгиз, 1962: ⁹ Ր. Ս. Մինասյան, «Известия АН Арм. ССР», серия физ. мат. наук, т. XI, № 3 (1958):

УДК 539.3

ТЕОРИЯ УПРУГОСТИ

А. А. Баблоян, А. П. Мелконян

Осесимметричная задача для вращающегося цилиндра, ослабленного периодическими цилиндрическими трещинами

(Представлено чл.-корр АН Армянской ССР Б. Л. Абрамяном 18/1 1978)

Осесимметричные контактные задачи для бесконечного цилиндра рассматривались в работах Н. З. Лифшица (¹), В. М. Александрова (²), Г. Я. Попова (³) и др.

Осесимметричная задача для бесконечного цилиндра, ослабленного одной центральной монетообразной или кольцеобразной трещиной, была рассмотрена в работах (^{4,5}).

Аналогичные задачи для конечного цилиндра, когда граничные условия как на цилиндрической поверхности, так и на торцах задаются в смешанном виде, рассматривались в работах (^{6,7}).

Осесимметричная задача для вращающегося цилиндра конечной длины подробно изучалась в работе В. Т. Гринченко (⁸).

В настоящей работе приводится решение осесимметричной задачи для вращающегося бесконечного цилиндра радиуса R , ослабленного периодическими (с периодом 2π) цилиндрическими трещинами радиуса $s < R$ и длины $l = 2(\pi - c)$ (рис. 1). Предполагается, что при вращении цилиндра могут возникнуть кольцеобразные трещины по отрезкам $s \leq r \leq R$ $z = (2n - 1)\pi$, $n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$. При наличии таких трещин одно из граничных условий на их поверхности удовлетворяется приближенно.

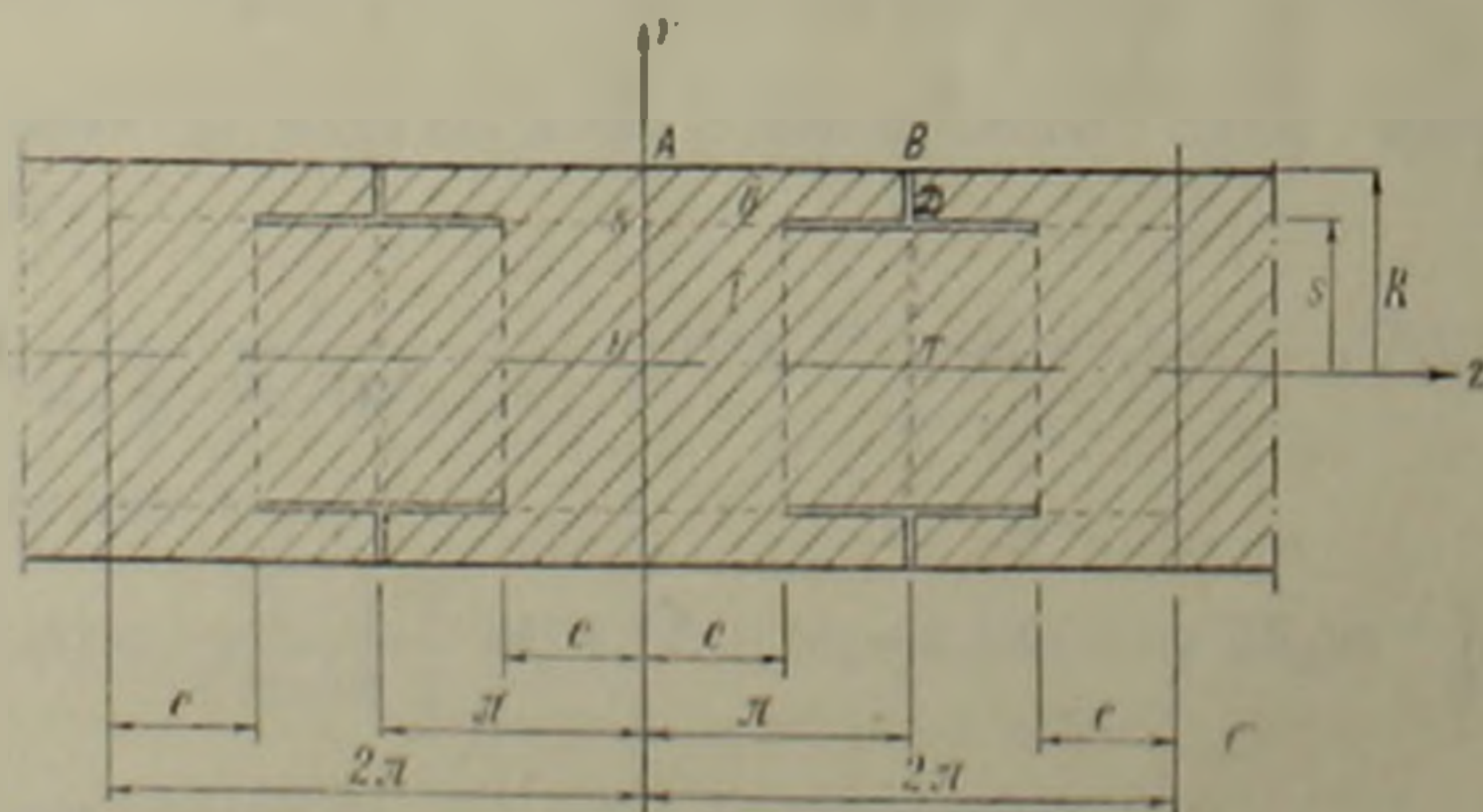


Рис. 1

Решение задачи ищется в виде рядов Фурье, коэффициенты которых определяются из двух бесконечных систем алгебраических уравнений. Доказывается, что эти уравнения в общем случае квази- вполне регулярны, а свободные члены при возрастании номера стремятся к нулю. Получены формулы для контактных напряжений σ_r , τ_{rz} и раствора цилиндрической трещины.

Известно (¹), что решение осесимметричной задачи для вращающегося тела сводится к определению функции напряжений $\chi(r, z)$, которая в области осевого сечения тела удовлетворяет уравнению

$$\nabla^4 \chi(r, z) = -2 \frac{3-2\nu}{1-\nu} \rho \omega^2 z, \quad \nabla^2 \equiv \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}, \quad (1)$$

а на поверхности задается законом распределений напряжений и перемещений

$$\begin{aligned} \sigma_r &= \frac{\partial}{\partial z} \left[\nu \nabla^2 \chi - \frac{\partial^2 \chi}{\partial r^2} \right] - \frac{3-2\nu}{2} \rho \omega^2 r^2, \\ \sigma_z &= \frac{\partial}{\partial z} \left[\nu \nabla^2 \chi - \frac{1}{r} \frac{\partial \chi}{\partial r} \right] - \frac{1-2\nu}{2} \rho \omega^2 r^2, \\ \sigma_z &= \frac{\partial}{\partial z} \left[(2-\nu) \nabla^2 \chi - \frac{\partial^2 \chi}{\partial z^2} \right] + (3-\nu) \rho \omega^2 r^2, \\ \tau_{rz} &= \frac{\partial}{\partial r} \left[(1-\nu) \nabla^2 \chi - \frac{\partial^2 \chi}{\partial z^2} \right] + (3-2\nu) \rho \omega^2 r z, \\ 2Gu &= - \frac{\partial^2 \chi}{\partial r \partial z} - \frac{1}{2} \rho \omega^2 r^2, \\ 2Gw &= 2(1-\nu) \nabla^2 \chi - \frac{\partial^2 \chi}{\partial z^2} + (3-2\nu) \rho \omega^2 r^2 z, \end{aligned} \quad (2)$$

где G — модуль сдвига, ν — коэффициент Пуассона, ω — угловая скорость.

В силу симметрии задачу будем решать только для области $0 \leq r \leq R$, $0 \leq z \leq \pi$, удовлетворяя при этом условиям симметрии

$$\begin{aligned} w(r, 0) = 0, \quad \tau_{rz}(r, 0) = \tau_{rz}(r, \pi) = 0 \quad (0 \leq r \leq R) \\ w(r, \pi) = a_1 \quad (0 \leq r \leq s) \end{aligned} \quad (3)$$

Функцию напряжений в каждой подобласти I (KDTH) и II (ABDK) ищем отдельно, удовлетворяя при этом на линии контакта двух подобластей $r=s$, $0 \leq z \leq c$ условиям сопряжения

$$\sigma_r^{(1)} = \sigma_r^{(2)}, \quad \tau_{rz}^{(1)} = \tau_{rz}^{(2)}, \quad u_1 = u_2, \quad w_1 = w_2. \quad (4)$$

Здесь и в дальнейшем индексом $i=1$ и $i=2$ обозначены компоненты напряжений и перемещений в нижней и верхней подобластях соответственно.

Решение уравнения (1) представим в виде (9.10)

$$\chi_i(r, z) = z(A_i r^2 + B_i z^2 + C_i z + D_i \ln r) + \varphi_i(r, z) + \sum_{k=1}^{\infty} \varphi_k^i(r) \sin k z, \quad (5)$$

где

$$\varphi_k^{(1)}(r) = E_k^{(1)} I_0(kr) + G_k^{(1)} kr I_1(k, r) + F_k^{(1)} K_0(kr) + H_k^{(1)} kr K_1(k, r),$$

$$\varphi_i(r, z) = -0,5 \epsilon_i (2_i r^4 z + \beta_i r^2 z^3 + \gamma_i z^5).$$

$$\epsilon_i = \frac{(3 - 2\nu) \rho \omega^2}{2(1 - \nu)(8\alpha_i + 6\beta_i + 15\gamma_i)}, \quad F_k^{(1)} = H_k^{(1)} = D_1 = 0, \quad (6)$$

а $I_n(x)$, $K_n(x)$ — функции Бесселя от мнимого аргумента, соответственно первого и второго рода.

Рассмотрим напряженное состояние цилиндра при следующих граничных условиях

$$\begin{aligned} \sigma_r^{(2)}(R, z) = \tau_{rz}^{(2)}(R, z) &= 0 \quad (0 \leq z \leq \pi) \\ \sigma_r^{(1)}(s, z) = \tau_{rz}^{(1)}(s, z) &= 0, \quad (c < z \leq \pi \quad i = 1; 2) \end{aligned} \quad (7)$$

$$\tau_{rz}^{(2)}(r, \pi) = 0 \quad 2G\omega_2(r, \pi) = a_2 + br^2 \quad (s \leq r \leq R)$$

Постоянные a_1 , a_2 , b будем определять из условий равновесия статки для рассматриваемого участка цилиндра

$$\begin{aligned} \int_s^R r^k z^{(2)}(r, \pi) dr &= 0 \quad (k = 1, 2) \\ 2\pi \int_0^s r \sigma_z^{(1)}(r, \pi) dr &= 2\pi \int_0^R r \sigma_z(r, 0) dr = P. \end{aligned} \quad (8)$$

Удовлетворяя условиям (3), (4), (7) получим ряд соотношений, откуда для определения коэффициентов разложений (5), (6) будем иметь (аргумент a при бесселевых функциях будем опускать)

$$\begin{aligned} k^2 \Delta_1(a) G_k^{(1)} &= X_k(I_0 - a^{-1} I_1) - Y_k I_1, \\ k^2 \Delta_1(a) E_k^{(1)} &= -X_k[(1 - 2\nu)I_0 + 2I_1] + Y_k[2(1 - \nu)I_1 + 2I_0], \\ k^2 \Delta G_k^{(2)} &= -a X_k B_{1k} + a Y_k B_{1k} - B_k B_{1k}, \\ k^2 \Delta H_k^{(2)} &= -2 X_k B_{1k} + 2 Y_k B_{1k} - B_k B_{0k}, \\ E_k^{(2)} + G_k^{(2)}[2(1 - \nu) + a^2(a)] - H_k^{(2)} 2 \Delta_2(a) &= \\ = k^{-2} [X_k[2K_0 + K_1] + (Y_k - B_k)2K_1], \\ -F_k^{(2)} + H_k^{(2)}[2(1 - \nu) - a^2(a)] + G_k^{(2)} 2 \Delta_1(a) &= \\ = k^{-2} [X_k[2I_0 - I_1] - (Y_k - B_k)2I_1], \end{aligned} \quad (9)$$

$$4(1-\nu)A_l + 3(1-2\nu)B_l = \frac{a_l}{2\pi} - \frac{\nu\pi^2 b_l}{3(1-\nu)}, \quad C_l = 0 \quad (l=1; 2)$$

$$2A_2 + 3B_2 = \frac{a_2}{2\pi} + \frac{\pi^2 b_2}{3(1-\nu)} + R^2 \left[\frac{3-2\nu}{8(1-\nu)} \rho \omega^2 - \frac{\nu b_2}{4(1-\nu)} \right] - \frac{D_2}{R^2},$$

$$2(1-2\nu)(A_1 - A_2) - 6\nu(B_1 - B_2) + \frac{D_2}{s^2} = b_2 \left(\frac{1+\nu}{1-\nu} \frac{\pi^2}{3} - \frac{\nu s^2}{4(1-\nu)} \right). \quad (10)$$

$$15\gamma_l \varepsilon_l = \frac{2-\nu}{1-\nu} b_l, \quad 3\beta_l \varepsilon_l = -b_l, \quad b_l = \frac{b}{2\pi} [1 + (-1)^l]$$

$$16(1-\nu)\alpha_l \varepsilon_l = (3-2\nu)\rho \omega^2 - 2\nu b_l, \quad \alpha = ks, \quad \beta = kR. \quad (11)$$

Здесь введены следующие обозначения:

$$\begin{aligned} \alpha B_{1k} &= A_{0k}(\alpha I_0 - I_1) - A_{1k}(\alpha K_0 + K_1), \quad B_{2k} = A_{0k}I_1 + A_{1k}K_1, \\ \alpha B_{3k} &= A_{2k}(\alpha I_0 - I_1) - A_{0k}(\alpha K_0 + K_1), \quad B_{4k} = A_{2k}I_1 + A_{0k}K_1, \\ B_{5k} &= A_{2k}[\alpha I_1(\alpha) - \beta I_1(\beta)] + A_{0k}[\alpha K_1(\alpha) - \beta K_1(\beta)], \\ B_{6k} &= A_{0k}[\alpha I_1(\alpha) - \beta I_1(\beta)] + A_{1k}[\alpha K_1(\alpha) - \beta K_1(\beta)], \\ A_{1k} &= \alpha \Delta_1(\alpha) - \beta \Delta_1(\beta), \quad A_{2k} = \alpha \Delta_2(\alpha) - \beta \Delta_2(\beta), \\ A_{0k} &= \alpha \tilde{\gamma}(\alpha) - \beta \tilde{\gamma}(\beta), \quad \Delta = A_{0k}^2 - A_{1k} \cdot A_{2k}, \end{aligned} \quad (12)$$

$$\Delta_1(x) = x[I_0^2(x) - I_1^2(x)] - \frac{2(1-\nu)}{x} I_1^2(x), \quad B_k = \frac{4(-1)^k(1+\nu)b_2}{(1-\nu)k^3},$$

$$\Delta_2(x) = x[K_0^2(x) - K_1^2(x)] - \frac{2(1-\nu)}{x} K_1^2(x),$$

$$\tilde{\gamma}(x) = x[I_0(x)K_0(x) + I_1(x)K_1(x)] + \frac{2(1-\nu)}{x} I_1(x)K_1(x).$$

Отметим, что последние два уравнения (9) остаются в силе, если заменить α через β и положить в них $X_k = Y_k = 0$.

Удовлетворяя смешанным условиям (4) и (7) на линии $r=s$, $0 \leq z \leq \pi$ для определения неизвестных коэффициентов X_k и Y_k , входящих в (9), получим две системы парных тригонометрических уравнений, которые, с использованием результатов (11-12), сводятся к решению бесконечных систем линейных алгебраических уравнений

$$X_n = \sum_{k=1}^{\infty} \alpha_{kn} M_k + \gamma_{n1}, \quad Y_n = \sum_{k=1}^{\infty} \beta_{kn} N_k + \gamma_{n2} \quad (n=1, 2, \dots) \quad (13)$$

При этом из условия непрерывности радиального перемещения $u(s, z)$ получается также следующее соотношение:

$$\frac{s}{4(1-\nu)} \left[2(A_1 - A_2) - \frac{D_2}{s^2} - \frac{\nu b_2 s^2}{4(1-\nu)} \right] - \frac{b_2 s}{2(1-\nu)} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{(-1)^{k-1}}{k^2} [2 - y_k(\cos c)] = \quad (14)$$

$$= 2 \ln \left(\sin \frac{c}{2} \right) \left[2(1-2\nu)A_1 - 6\nu B_1 + \frac{(3-2\nu)\rho\omega^2 s^2}{8(1-\nu)} \right] + \frac{1}{2} \sum_{k=1}^{\infty} N_k y_k(\cos c).$$

В системе (13) введены обозначения

$$N_k = X_k N_{1k} + Y_k N_{2k} + B_k N_{3k}, \quad M_k = X_k M_{1k} + Y_k M_{2k} + B_k M_{3k},$$

$$N_{1k} = \frac{\alpha}{2\Delta} (B_{3k} I_1 + B_{1k} K_1) + \frac{I_1}{2\Delta_1(z)} \left(I_0 - \frac{I_1}{\alpha} \right),$$

$$N_{2k} = 1 - \frac{\alpha}{2\Delta} (B_{1k} I_1 + B_{2k} K_1) - \frac{I_1^2}{2\Delta_1(z)}, \quad N_{3k} = \frac{1}{2\Delta} (B_{5k} I_1 + B_{6k} K_1),$$

$$M_{1k} = 1 + \frac{1}{2\Delta} [B_{1k}(\alpha K_0 + K_1) - B_{3k}(\alpha I_0 - I_1)] - \frac{(\alpha I_0 - I_1)^2}{2\alpha^2 \Delta_1(z)},$$

$$M_{2k} = \frac{1}{2\Delta} [B_{1k}(\alpha I_0 - I_1) - B_{2k}(\alpha K_0 + K_1)] + \frac{I_1(\alpha I_0 - I_1)}{2\alpha \Delta_1(z)},$$

$$M_{3k} = \frac{\alpha^{-1}}{2\Delta} [B_{6k}(\alpha K_0 + K_1) - B_{5k}(\alpha I_0 - I_1)] - [4(1+\nu)]^{-1} \quad (15)$$

$$\gamma_{n1} = \left(b_2 s^2 - \frac{a_1 - a_2}{\pi} \right) \frac{z_n(\cos c)}{4(1-\nu)n}, \quad \alpha_{kn} = \frac{k}{2} \int_0^c y_n(\cos \theta) y_k(\cos \theta) \operatorname{tg} \frac{\theta}{2} d\theta,$$

$$\gamma_{n2} = \left[2(1-2\nu)A_1 - 6\nu B_1 + \frac{(3-2\nu)\rho\omega^2 s^2}{8(1-\nu)} \right] \frac{Y_n(\cos c)}{n} -$$

$$- \frac{s b_2}{2(1-\nu)n^2} \left[2n y_n(\cos c) \ln \cos \frac{c}{2} + z_n(\cos c) \right],$$

$$\beta_{kn} = -\frac{1}{2} z_n(\cos c) y_k(\cos c) + \frac{n}{k} \alpha_{kn}.$$

Виды и свойства функций $y_n(x)$, $z_n(x)$, а также интегралов (15) приведены в работе (13).

Аналогичным образом, как это сделано в (12), доказывается, что бесконечная система (13) квази-вполне регулярна, а свободные члены системы имеют порядок $O(n^{-3/2})$.

После решения бесконечных систем контактные напряжения будут вычислены по формулам

$$\sigma_r(s, z) = \frac{Q_1 \cos z/2}{\sqrt{2(\cos z - \cos c)}} + \frac{s b_2}{2(1-\nu)} \ln \frac{\sqrt{1 + \cos z} + \sqrt{\cos z - \cos c}}{\sqrt{1 + \cos z} - \sqrt{\cos z - \cos c}} -$$

$$- \cos \frac{z}{2} \sum_{k=1}^{\infty} k^2 N_k \int_z^c \frac{y_k(\cos \theta) \operatorname{tg} \theta/2 d\theta}{\sqrt{2(\cos z - \cos \theta)}}, \quad (0 \leq z < c) \quad (16)$$

$$\tau_{rz}(s, z) = \frac{Q_2 \sin z/2}{\sqrt{2(\cos z - \cos c)}} + \sin \frac{z}{2} \sum_{k=1}^{\infty} k^2 M_k \int_z^c \frac{z_k(\cos \theta) \operatorname{ctg} \theta/2 d\theta}{\sqrt{2(\cos z - \cos \theta)}},$$

где коэффициенты при особенностях имеют вид:

$$Q_1 = \sum_{k=1}^{\infty} k N_k z_k (\cos c) + \frac{2sb_2}{1-\nu} \ln \cos \frac{c}{2} - \sqrt{2\pi} \left[(1-2\nu)A_1 - 3\nu B_1 + \frac{3-2\nu}{16(1-\nu)} \rho \omega^2 s^2 \right] \quad (17)$$

$$Q_2 = \sum_{k=1}^{\infty} k M_k y_k (\cos c) + \frac{1}{2(1-\nu)} \left(b_2 s^2 - \frac{a_1 - a_2}{\pi} \right).$$

Для раствора трещины получается следующее выражение:

$$\begin{aligned} \frac{G}{4(1-\nu)} [u_2(s, z) - u_1(s, z)] = s \ln \frac{z}{2} & \left[\sum_{k=1}^{\infty} k N_k \int_c^z \frac{z_k(\cos \theta) \operatorname{ctg} \theta/2 d\theta}{\sqrt{2(\cos \theta - \cos z)}} + \right. \\ & + \frac{2sb_2}{1-\nu} \int_c^z \frac{\operatorname{cth} \theta/2 \cdot \ln \cos \theta/2 \cdot d\theta}{\sqrt{2(\cos \theta - \cos z)}} \left. - \left[2(1-2\nu)A_1 - 6\nu B_1 + \frac{3-2\nu}{8(1-\nu)} \rho \omega^2 s^2 \right] \times \right. \\ & \times \ln \frac{\sqrt{1 - \cos z} + \sqrt{\cos c - \cos z}}{\sqrt{1 - \cos z} - \sqrt{\cos c - \cos z}} \quad (c < z < \pi). \end{aligned}$$

Постоянные A_k , B_k , D_k будем определять из уравнений (10) и (14), а для определения неизвестных a_1 , a_2 и b_2 из (8) получаем следующие соотношения:

$$2(2-\nu)A_1 + 3(1-\nu)B_1 + \frac{1}{s} \sum_{k=1}^{\infty} (-1)^k X_k = \frac{\nu \rho \omega^2 s^2}{8(1-\nu)} + \frac{P}{2\pi} \quad (19)$$

$$2(2-\nu)A_2 + 3(1-\nu)B_2 - \frac{R^2 + s^2}{8(1-\nu)} (\nu \rho \omega^2 - 2b_2) = \frac{s}{R^2 - s^2} \sum_{k=1}^{\infty} (-1)^k X_k,$$

$$\int_s^R r^2 \sigma_2^{(2)}(r, \pi) dr = 0.$$

В частном случае, когда кольцевая трещина отсутствует, имеем $b_2 = 0$, $a_1 = a_2 = a$, причем значение a определяется из соотношения:

$$\frac{(1+3\nu)a}{2\pi} - \frac{2\nu D_2}{R^2} + \frac{\nu}{4} \rho \omega^2 R^2 = \frac{P}{2\pi R}. \quad (20)$$

При этом в формулах (12)–(19) нужно принимать:

$$B_k = \gamma_{k1} = 0, \quad \gamma_{k2} = \frac{\delta}{k} y_k(\cos c), \quad (21)$$

где

$$\begin{aligned} \delta &= 2(1-2\nu)A_1 - 6B_1 + \frac{(3-2\nu)\rho\omega^2 s^2}{8(1-\nu)} = \\ &= -(R^2-s^2) \left[\frac{D_2}{s^2 R^2} + \frac{(3-2\nu)\rho\omega^2}{8(1-\nu)} \right]. \end{aligned} \quad (22)$$

Отметим, что в этом случае все неизвестные бесконечных систем (13) пропорциональны величине δ . Это значительно облегчает как численное решение бесконечных систем, так и вычисление величин (16)—(19).

Институт механики
Академии наук Армянской ССР

Ա. Ն. ԲԱՐՍԵՍԱՆ, Ա. Պ. ԽԵԼՔՈՆՅԱՆ

Պարբերական զլանալին ճեղքերով բուլաքված պտտվող զլանի
առանցքասիւմետրիկ խնդիրը

Աշխատանքը նվիրված է պարբերական ճեղքերով թուլաքված պտտվող հոծ զլանի առանցքասիւմետրիկ խնդրի լուծմանը: Ննթադրվում է, որ պտտման ընթացքում զլանի վրա կարող են առաջանալ նաև օղակաձև ճեղքեր:

Խնդիրը լուծվում է Ֆուրյեի մեթոդով և բերվում է գծային, հանրահաշվական անվերջ սիստեմի լուծմանը:

Լկալացուցվում է, որ ստացված սիստեմը բվազի-լիովին ուղղույթար է:

Ստացված են բանաձևեր կոնտակտային լարումների և ճեղքի բացվածքի համար:

ЛИТЕРАТУРА — ԴՐԱՎԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

- ¹ П. З. Лифшиц, «Известия АН СССР», ОТН, № 4, 1955. ² В. М. Александров, «Известия АН СССР», ОТН, № 5, 1962. ³ Г. И. Попов, «Известия АН Арм. ССР», серия ф.-м. наук, т. 17, № 4 (1964). ⁴ N. Sneddon, R. Y. Tait, Int. J. Eng. sci., vol. 1, pp. 391—409, 1963. ⁵ Б. А. Кудрявцев, В. З. Партон, ПММ, т. 37, вып. 2 (1973). ⁶ А. П. Мелконян, «Известия АН Арм. ССР», Механика, т. 24, № 2 (1971). ⁷ А. А. Баблоян, А. П. Мелконян, «Известия АН Арм. ССР», Механика, т. 26, № 5 (1973). ⁸ В. Т. Гринченко, Труды Всесоюзной конференции по теории оболочек и пластин. Ереван, 1964. ⁹ В. Tanimoto, J. Shinshu Univ. (Engl. Ed.), № 3, 11—28, 1953. ¹⁰ Б. Л. Абрамян, ДАН Арм. ССР, т. 19, № 1 (1954). ¹¹ И. С. Градштейн, И. М. Рыжик, Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений, Наука, М., 1963. ¹² А. А. Баблоян, А. П. Мелконян, «Известия АН Арм. ССР», Механика, т. 21, № 1 (1968). ¹³ А. А. Баблоян, ПММ, т. 31, вып. 4 (1967).

УДК 539.3

ТЕОРИЯ УПРУГОСТИ

В. С. Макарян

Об одной осесимметричной контактной задаче для упругого слоя,
расслабленного монетообразной трещиной

(Представлено чл.-корр АН Армянской ССР Б. Л. Абрамяном 6/IV 1978г)

Рассматривается осесимметричная контактная задача о растяжении упругого слоя, расслабленного монетообразной трещиной, двумя одинаковыми круговыми в плане абсолютно жесткими дисками, сцепленными к граничным плоскостям слоя. Решение задачи строится при помощи бигармонической функции Лява, которая берется в виде интеграла Ханкеля. На основе интегрального преобразования Ханкеля решение задачи сводится к решению системы интегральных уравнений относительно двух функций контактных напряжений под диском и одной функции деформаций берега трещины. Введя новые функции, непосредственно связанные с указанными выше, относительно последних получается система из двух сингулярных интегральных уравнений с ядром Коши и одного интегрального уравнения Фредгольма второго рода. Далее, на основе аппаратов ортогональных многочленов Якоби и Лежандра решение последней системы сводится к решению эквивалентных квазилокальных регулярных бесконечных систем линейных алгебраических уравнений. Отметим, что близкая по своей постановке задача, когда расслабленный монетообразной трещиной слой по своим граничным плоскостям подвергается воздействию сжимающих нормальных сил, ранее была исследована в (1).

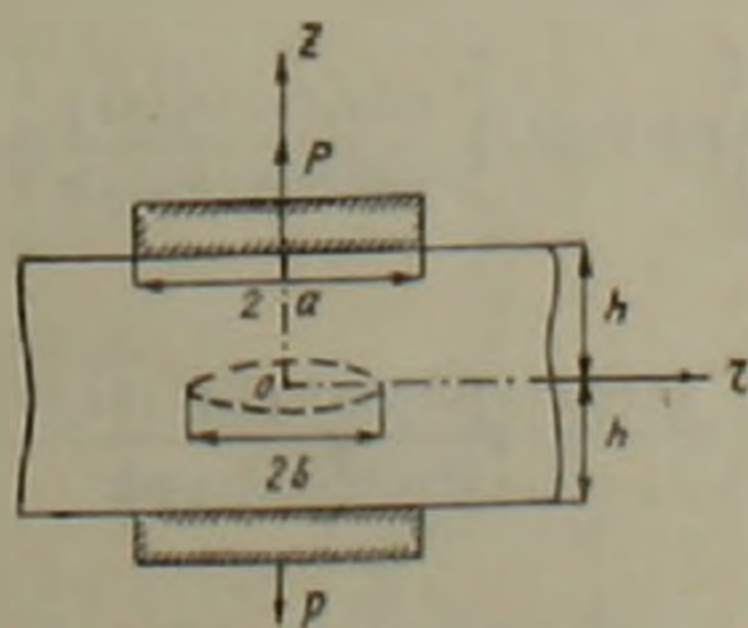


Рис. 1

1. Пусть упругий слой толщиной $2h$ в своей плоскости $z=0$ расслаблен монетообразной трещиной радиуса b и подвергается растяжению посредством двух жестких дисков радиусов a , сцепленных к граничным плоскостям слоя $z=\pm h$ (рис. 1).

Граничные условия задачи запишутся в виде:

$$\sigma_z(r, z)|_{z=h}=0; \quad \tau_{rz}(r, z)|_{z=h}=0 \quad (r>a) \quad (1.1), (1.2)$$

$$U_z(r, z)|_{z=h}=c; \quad U_r(r, z)|_{z=h}=0 \quad (0\leq r\leq a) \quad (1.3); (1.4)$$

$$\sigma_z(r, z)|_{z=0}=0; \quad \tau_{rz}(r, z)|_{z=0}=0 \quad (0\leq r\leq b) \quad (1.5); (1.6)$$

Кроме того имеют место условия симметрии:

$$\tau_{rz}(r, z)|_{r=0}=U_r(r, z)|_{r=0}=0 \quad (0\leq z\leq h) \quad (1.7)$$

$$\tau_{rz}(r, z)|_{z=0}=U_z(r, z)|_{z=0}=0 \quad (r\geq b) \quad (1.8)$$

Бигармоническую функцию Лява представим в виде интеграла Ханкеля

$$\Phi(r, z) = \int_0^\infty [A(\mu)\operatorname{sh}\mu z + B(\mu)\operatorname{ch}\mu z + \mu z C(\mu)\operatorname{sh}\mu z + \mu z D(\mu)\operatorname{ch}\mu z] J_0(\mu r) d\mu,$$

здесь $J_0(x)$ — функция Бесселя первого рода нулевого индекса действительного аргумента. Пользуясь известными формулами (*), компоненты напряжений и перемещений выразим при помощи интегралов Ханкеля. Удовлетворяя условиям (1.1; 1.2, 1.6; 1.8), на основе интегрального преобразования Ханкеля функции интегрирования выразим через функции контактных напряжений под диском и деформаций берега трещины. Удовлетворяя, далее, условиям (1.3; 1.4; 1.5) решение задачи сведем к решению следующей системы интегральных уравнений:

$$\begin{aligned} & \int_0^a t p(t) dt \int_0^\infty J_0(\mu t) J_0(\mu r) d\mu + \frac{1-2\nu}{2(1-\nu)} \int_0^a t q(t) dt \int_0^\infty J_1(\mu t) J_0(\mu r) d\mu + \\ & + \frac{1}{2(1-\nu)} \int_0^a t p(t) dt \int_0^\infty \frac{1/2(e^{-2\mu h} - 1) - \mu h}{\operatorname{sh}\mu h \operatorname{ch}\mu h + \mu h} J_0(\mu t) J_0(\mu r) d\mu - \\ & - \int_0^a t q(t) dt \int_0^\infty \frac{\mu h J_1(\mu t) J_0(\mu r)}{\operatorname{sh}\mu h \operatorname{ch}\mu h + \mu h} d\mu - \\ & - \frac{1}{2(1-\nu)} \int_0^b t \varepsilon(t) dt \int_0^\infty \frac{(\operatorname{sh}\mu h + \mu h \operatorname{ch}\mu h) J_1(\mu t) J_0(\mu r) d\mu}{\operatorname{sh}\mu h \operatorname{ch}\mu h + \mu h} = \frac{c}{4G(1-\nu)} \end{aligned}$$

(0 ≤ r ≤ a) (1.9)

$$\begin{aligned}
& \int_0^a t q(t) dt \int_0^\infty J_1(\mu t) J_1(\mu r) d\mu + \frac{1-2\nu}{2(1-\nu)} \int_0^a t p(t) dt \int_0^\infty J_0(\mu t) J_1(\mu r) d\mu + \\
& + \frac{1}{2(1-\nu)} \int_0^a t q(t) dt \int_0^\infty \frac{1/2(e^{-2\mu h} - 1) - \mu h}{\operatorname{sh} \mu h \operatorname{ch} \mu h + \mu h} J_1(\mu t) J_1(\mu r) d\mu - \\
& - \int_0^a t p(t) dt \int_0^\infty \frac{\mu h J_1(\mu r) J_0(\mu t) d\mu}{\operatorname{sh} \mu h \operatorname{ch} \mu h + \mu h} - \int_0^a t \varepsilon(t) dt \int_0^\infty \frac{\mu h \operatorname{sh} \mu h J_1(\mu t) J_1(\mu r) d\mu}{\operatorname{sh} \mu h \operatorname{ch} \mu h + \mu h} = 0 \\
& (0 \leq r \leq a) \quad (1.10)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \int_0^b t \varepsilon(t) dt \int_0^\infty \mu J_1(\mu t) J_0(\mu r) d\mu - \\
& - 2(1-\nu) \int_0^b t \varepsilon(t) dt \int_0^\infty \frac{\mu [\mu h(\mu h + 1) + 1/2(1 - e^{-2\mu h})] J_1(\mu t) J_0(\mu r) d\mu}{\operatorname{sh} \mu h \operatorname{ch} \mu h + \mu h} + \\
& + 2(1-\nu) \int_0^a t p(t) dt \int_0^\infty \frac{\mu (\operatorname{sh} \mu h + \mu h \operatorname{ch} \mu h)}{\operatorname{sh} \mu h \operatorname{ch} \mu h + \mu h} J_0(\mu t) J_0(\mu r) d\mu + \\
& + 2(1-\nu) \int_0^a t p(t) dt \int_0^\infty \frac{\mu^2 h \operatorname{sh} \mu h J_1(\mu t)}{\operatorname{sh} \mu h \operatorname{ch} \mu h + \mu h} J_0(\mu r) d\mu = 0 \quad (0 \leq r \leq b) \quad (1.11)
\end{aligned}$$

Следуя работе (1) систему интегральных уравнений преобразуем следующим образом:

$$\begin{aligned}
\int_0^a t p(t) J_0(\mu t) dt &= \frac{2}{\pi} \int_0^a t p(t) dt \int_0^t \frac{\cos \mu y dy}{\sqrt{t^2 - y^2}} = \int_0^a \sigma(y) \cos \mu y dy, \\
\int_0^a t q(t) J_1(\mu t) dt &= \frac{2}{\pi} \int_0^a t q(t) dt \int_0^t \frac{y \sin \mu y dy}{\sqrt{t^2 - y^2}} = \int_0^a \tau(y) \sin \mu y dy, \\
\int_0^b t \varepsilon(t) J_1(\mu t) dt &= \int_0^b H(y) \sin \mu y dy,
\end{aligned}$$

здесь

$$\sigma(y) = \frac{2}{\pi} \int_y^a \frac{t p(t) dt}{\sqrt{t^2 - y^2}}; \quad \tau(y) = \frac{2y}{\pi} \int_y^a \frac{q(t) dt}{\sqrt{t^2 - y^2}}, \quad H(y) = \frac{2y}{\pi} \int_y^b \frac{\varepsilon(t) dt}{\sqrt{t^2 - y^2}}.$$

Отметим, что если известны функции $\sigma(y)$, $\tau(y)$ и $H(y)$, то функ-

ции $p(t)$; $q(t)$ и $z(t)$ определяются при помощи формул обращения Абеля. Переходя в системе (1.9–1.11) к функциям $\sigma(y)$; $\tau(y)$ и $H(y)$ и применив к полученным уравнениям соответственно операторы

$$I_1 \varphi = \frac{d}{dx} \int_0^x \frac{r \varphi(r) dr}{\sqrt{x^2 - r^2}}; \quad I_2 \varphi = \frac{d}{dx} \left[x \int_0^x \frac{\varphi(r) dr}{\sqrt{x^2 - r^2}} \right]; \quad I_3 \varphi = \int_0^x \frac{r \varphi(r) dr}{\sqrt{x^2 - r^2}}.$$

После несложных выкладок систему (1.9–1.11) преобразуем к виду:

$$\begin{aligned} \sigma^*(x) - \frac{b}{\pi} \int_{-a_0}^{a_0} \frac{\tau^*(y) dy}{x-y} + \int_{-a_0}^{a_0} K_{11}(x, y) \sigma^*(y) dy - \int_{-a_0}^{a_0} K_{12}(x, y) \tau^*(y) dy - \\ - \int_{-b_0}^{b_0} K_{13}(x, y) H^*(y) dy = c_0 \quad (-a_0 < x < a_0) \end{aligned} \quad (1.12)$$

$$\begin{aligned} \tau^*(x) + \frac{b}{\pi} \int_{-a_0}^{a_0} \frac{\sigma^*(y) dy}{x-y} + \int_{-a_0}^{a_0} K_{21}(x, y) \tau^*(y) dy - \int_{-a_0}^{a_0} K_{22}(x, y) \sigma^*(y) dy - \\ - \int_{-b_0}^{b_0} K_{23}(x, y) H^*(y) dy = 0 \quad (-a_0 < x < a_0) \end{aligned} \quad (1.13)$$

$$\begin{aligned} H^*(x) - \int_{-a_0}^{a_0} K_{31}(x, y) H^*(y) dy + \int_{-a_0}^{a_0} K_{32}(x, y) \sigma^*(y) dy + \int_{-a_0}^{a_0} K_{33}(x, y) \tau^*(y) dy = 0 \\ (-b_0 < x < b_0) \end{aligned} \quad (1.14)$$

Следует отметить, что здесь искомые функции на отрицательные значения аргумента продолжены следующим образом:

$$\sigma(y) = \sigma(-y); \quad \tau(y) = -\tau(-y); \quad H(y) = -H(-y)$$

и введены обозначения

$$K_{11}(x, y) = \frac{h}{2\pi(1-\nu)} \int_0^{\infty} \frac{1/2(e^{-2\lambda} - 1) - \lambda}{\operatorname{sh} \lambda \operatorname{ch} \lambda + \lambda} \cos \lambda x \cos \lambda y d\lambda; \quad f^*(x) = f(hx)$$

$$K_{12}(x, y) = \frac{h}{\pi} \int_0^{\infty} \frac{\lambda \sin \lambda y \cos \lambda x}{\operatorname{sh} \lambda \operatorname{ch} \lambda + \lambda} d\lambda; \quad b = \frac{1-2\nu}{2(1-\nu)}$$

$$K_{13}(x, y) = \frac{h}{2\pi(1-\nu)} \int_0^{\infty} \frac{\operatorname{sh} \lambda + \lambda \operatorname{ch} \lambda}{\operatorname{sh} \lambda \operatorname{ch} \lambda + \lambda} \cos \lambda x \sin \lambda y d\lambda; \quad c_0 = \frac{c}{4G(1-\nu)}$$

$$K_{21}(x, y) = \frac{h}{2\pi(1-\nu)} \int_0^{\infty} \frac{1/2(e^{-2\lambda} + 1) - \lambda}{\operatorname{sh} \lambda \operatorname{ch} \lambda + \lambda} \sin \lambda x \sin \lambda y d\lambda,$$

$$K_{22}(x, y) = \frac{h}{\pi} \int_0^{\infty} \frac{\lambda \cos \lambda y \sin \lambda x}{\operatorname{sh} \lambda \operatorname{ch} \lambda + \lambda} d\lambda; \quad a_0 = \frac{a}{h}; \quad b_0 = \frac{b}{h}$$

$$K_{33}(x, y) = \frac{h}{2\pi(1-\nu)} \int_0^{\infty} \frac{\lambda \operatorname{sh} \lambda \sin \lambda y}{\operatorname{sh} \lambda \operatorname{ch} \lambda + \lambda} \sin \lambda x d\lambda$$

$$K_{31}(x, y) = h(1-\nu) \int_0^{\infty} \frac{\lambda(\lambda+1) + 1/2(1-e^{-2\lambda})}{\operatorname{sh} \lambda \operatorname{ch} \lambda + \lambda} \sin \lambda y \sin \lambda x d\lambda$$

$$K_{32}(x, y) = h(1-\nu) \int_0^{\infty} \frac{\operatorname{sh} \lambda + \lambda \operatorname{ch} \lambda}{\operatorname{sh} \lambda \operatorname{ch} \lambda + \lambda} \cos \lambda y \sin \lambda x d\lambda;$$

$$K_{33}(x, y) = h(1-\nu) \int_0^{\infty} \frac{\lambda \sin \lambda \sin \lambda y}{\operatorname{sh} \lambda \operatorname{ch} \lambda + \lambda} \sin \lambda x d\lambda.$$

2. С целью сведения разрешающей системы уравнений (1.12—1.14) к бесконечным системам линейных уравнений, умножим (1.13) на i и сложим с (1.12). Затем неизвестные функции $\varphi(x) = \sigma^*(x) + i\tau^*(x)$ и $H^*(x)$ представим в виде рядов соответственно по многочленам Якоби и Лежандра:

$$\varphi(x) = \omega(x) \sum_{n=0}^{\infty} X_n p_n^{(-\alpha, \alpha)}(x/a_0); \quad H^*(x) = \sum_{n=1}^{\infty} Y_n p_{2n-1}(x/b_0) \quad (2.1); (2.2)$$

$$\omega(x) = (a_0 - x)^{-\alpha} (a_0 + x)^{\alpha}; \quad \alpha = i\kappa; \quad \kappa = 1/2\pi \ln(3-4\nu).$$

Далее, пользуясь известным интегральным соотношением для многочленов Якоби (⁴), по известной процедуре решение системы (1.12—1.14) сведем к следующей эквивалентной бесконечной системе линейных алгебраических уравнений:

$$X_n + c_n \left[\sum_{m=1}^{\infty} A_{mn} X_m + \sum_{m=1}^{\infty} B_{mn} \bar{X}_m + a_n \right] = 0, \quad (2.3)$$

$$Y_n + d_n \left[\sum_{m=1}^{\infty} C_{mn} Y_m + b_n \right] = 0, \quad (2.4)$$

$$(n = 1, 2, \dots); \quad c_n = \frac{(n+1/2)(n!)^2 a_0}{\Gamma(n+1-\alpha)\Gamma(n+1+\alpha)}; \quad d_n = (2n-1/2)a_0.$$

Выражения ядер и свободных членов бесконечных систем (2.3; 2.4) представляют коэффициенты Фурье по многочленам Якоби и Лежандра и здесь не приводятся.

Введением новых неизвестных

$$X_n = \Omega^{1-\alpha} X_n^*; \quad Y_n = n^{1-\alpha} Y_n^*; \quad (0 < \epsilon \ll 1)$$

можно показать, что системы (2.3; 2.4) при любых значениях параметров квазиглобально регулярны ⁽⁵⁾. Постоянная определяется из условия равновесия штампа

$$\int_0^a r p(r) dr = \frac{h}{2} \int_{-a_0}^{a_0} \sigma^*(x) dx = \frac{h}{2} \int_{-a_0}^{a_0} \varphi(x) dx = \frac{p}{2\pi}$$

которое с учетом (2.1) дает

$$X_0 = - \frac{x \operatorname{sh} \pi x p}{2\pi^2 a x}$$

Что же касается постоянной c_0 , то она выражается в виде суммы коэффициентов разложений (2.1; 2.2). Отметим еще, что системы (2.3; 2.4) можно значительно упростить, если учесть, что из условий (1.15) следует

$$\operatorname{Re} X_{2n-1} = \operatorname{Im} X_{2n} = 0 \quad (n=1, 2, \dots) \quad (6)$$

однако, на этом останавливаться не будем.

Автор выражает свою благодарность С. М. Мхитаряну за постановку задачи и внимание к работе.

Институт механики
Академии наук Армянской ССР

զ. Ս. ՄԱԿԱՐՅԱՆ

Դրամաձև նախով բուլացված առաձգական շերտի համար մի
առանցքաժառանգության կոնտակտային խնդրի մասին

Դիտարկվում է դրամաձև ճաքով բուլացված առաձգական շերտի
առանցքաժառանգության կոնտակտային խնդիրը, երբ շերտը ենթարկվում է
ձգման իր եզրային հարթություններին հարակցված դրոշմների միջոցով
խնդրի լուծուժը ներկայացվում է Հանկելի ինտեգրալի տեսքով: Օգտագործելով
Ֆակորիի և Լեժանդրի օրթոգոնալ բաղաձայնները, խնդրի լուծումը վերջին
հաշվով հանդեսվում է գծային, հանրահաշվական քվադրիտիկն ունեցող
համակարգի լուծմանը:

ЛИТЕРАТУРА — ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

- ¹ В. С. Никитин, Г. С. Шапиро, Сб. Успехи механики деформируемых сред, Изд. «Наука», М., 1975. ² С. Л. Тимошенко, Теория упругости, ОНТИ, М., 1937. ³ Г. Я. Полюс, ПММ, 37, вып. 6 (1977). ⁴ Г. Бейтмен и А. Эрдейи, Высшие трансцендентные функции, изд. «Наука», М., 1966. ⁵ Н. Х. Арутюнян, С. М. Мхитарян, ПММ, 36, вып. 5 (1972). ⁶ Б. Л. Абрамян, В. С. Макарян, «Известия АН Арм. ССР» механика, т. XXIX, № 5 (1976).

УДК 523.035.2

АСТРОФИЗИКА

О. В. Пикичян

Задача диффузного отражения при произвольном законе перераспределения излучения по частотам

(Представлено академиком В. А. Амбарцумяном 31/III 1978)

Задача диффузного отражения от полубесконечной плоскопараллельной среды является одной из классических задач теоретической астрофизики. Рассматривая случай монохроматического рассеяния и применяя принцип инвариантности В. А. Амбарцумян нашел решение этой задачи в виде ^(1,2)

$$\rho(\zeta, \eta) = \frac{\lambda}{2} \tau \frac{\varphi(\eta)\varphi(\zeta)}{\eta + \zeta}, \quad (1)$$

где: $\rho(\zeta, \eta)$ — функция диффузного отражения в вероятностной трактовке, $\arccos \zeta$ и $\arccos \eta$ соответственно, углы падения и отражения, $\varphi(\eta)$ — известная функция Амбарцумяна, удовлетворяющая функциональному уравнению

$$\varphi(\eta) = 1 + \frac{\lambda}{2} \tau \varphi(\eta) \int_0^1 \frac{\varphi(\mu)}{\eta + \mu} d\mu, \quad (2)$$

Ценность такого решения состоит в том, что, во-первых, отражательная способность среды определяется без прибегания к вычислению величин, характеризующих внутренний световой режим в среде, во-вторых, функция зависящая от многих переменных выражается через функцию, имеющую меньшее количество аргументов. В дальнейшем В. В. Соболев рассмотрел эту задачу в случае полного перераспределения излучения по частотам и получил аналогичное решение ⁽¹⁾. При рассмотрении же общего закона перераспределения задача сильно усложняется, поэтому для ее решения были разработаны облегченные методы, основанные на представлении функции перераспределения в виде билинейного разложения по некоторой системе ортонормированных функций ⁽⁴⁾:

$$r(x, x') = \sum_{k=0}^{\infty} A_k a_k(x) a_k(x'). \quad (3)$$

В результате функция диффузного отражения выражалась в виде бесконечной суммы от некоторой комбинации вспомогательных функций $H_{1k}(z)$, которые, в свою очередь, определялись из бесконечной

системы функциональных уравнений. В дальнейшем для решения подобных систем были разработаны приближенные методы (³).

Ниже мы покажем, что физика задачи допускает ее решения без использования какого-либо разложения или специального представления функции перераспределения. При этом формулы (1) и (2) обобщаются непосредственным образом. Функция диффузного отражения определяется через одну вспомогательную функцию, которая по физическому смыслу является прямым аналогом функции Амбарцумяна и удовлетворяет функциональному уравнению, аналогичному (2). Ключом для возможности такого обобщения является введение понятия вероятности выхода излученного (изотропно) на границе среды кванта и использование принципа обратимости оптических явлений. Допустим, что на границу полубесконечной плоскопараллельной среды под углом $\arccos \zeta$ к нормали падает квант безразмерной частоты x_1 , и пусть функция диффузного отражения $\rho(x_1, \zeta, x_2, \eta) dx d\eta$ представляет вероятность того, что этот квант, вообще говоря, после многократных рассеяний в среде выйдет из него с частотой, заключенной между x_2 и $x_2 + dx_2$, в направлении $(\arccos \eta, 2\pi d\eta)$. Применяя принцип инвариантности в классической трактовке В. А. Амбарцумяна (²) к функции $\rho(x_1, \zeta, x_2, \eta)$, можно получить уравнение

$$\begin{aligned} \left| \frac{\alpha(x_1)}{\zeta} + \frac{\alpha(x_2)}{\eta} \right| \rho(x_1, \zeta, x_2, \eta) &= \frac{\lambda}{2} r(x_1, x_2) + \\ &+ \frac{\lambda}{2} \int_{-\infty}^{\infty} r(x_1, x') dx' \int_0^1 \rho(x', \mu', x_2, \eta) d\mu' + \\ &+ \frac{\lambda}{2} \int_{-\infty}^{\infty} r(x'', x_2) dx'' \int_0^{\infty} \rho(x_1, \zeta, x'', \mu'') \frac{d\mu''}{\mu''} + \\ &+ \frac{\lambda}{2} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} r(x', x'') dx' dx'' \int_0^1 \rho(x_1, \zeta, x', \mu') \frac{d\mu'}{\mu'} \int_0^1 \rho(x'', \mu'', x_2, \eta) d\mu''. \end{aligned} \quad (4)$$

Введем в рассмотрение вспомогательную функцию $\varphi(x_1, x_2, \eta) dx_2 d\eta$, представляющую вероятность того, что изотропно излученный на границе среды квант частоты x_1 , вообще говоря, после рассеяний, выйдет из среды с частотой, заключенной между x_2 и $x_2 + dx_2$, в направлении $(\arccos \eta, 2\pi d\eta)$. Очевидно, что имеет место соотношение

$$\varphi(x_1, x_2, \eta) = \lambda(x_1 - x_2) + \int_0^1 \rho(x_1, \zeta, x_2, \eta) d\zeta. \quad (5)$$

Из принципа обратимости оптических явлений следует следующее свойство симметрии для функции диффузного отражения (его можно доказать вполне строго, исходя из симметрии элементарного акта рассеяния $r(x_1, x_2) = r(x_2, x_1)$)

$$\varphi(x_1, \zeta, x_2, \eta) = \eta \rho(x_2, \eta, x_1, \zeta). \quad (6)$$

Пользуясь формулами (4—6) нетрудно получить выражение

$$\rho(x_1, \zeta, x_2, \eta) = \frac{\lambda}{2\zeta} \frac{\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \varphi(x', x_1, \zeta) r(x', x'') \varphi(x'', x_2, \eta) dx' dx''}{\frac{\alpha(x_1)}{\zeta} + \frac{\alpha(x_2)}{\eta}}, \quad (7)$$

а для определения $\varphi(x_1, x_2, \eta)$ находим функциональное уравнение:

$$\begin{aligned} \varphi(x_1, x_2, \eta) = & \delta(x_1 - x_2) + \\ & + \frac{\lambda}{2} \int_{-\infty}^{\infty} \varphi(x'', x_2, \eta) dx'' \int_{-\infty}^{\infty} r(x', x'') dx' \int_0^1 \frac{\varphi(x', x_1, \zeta)}{\frac{\alpha(x_1)}{\zeta} + \frac{\alpha(x_2)}{\eta}} \frac{d\zeta}{\zeta}. \end{aligned} \quad (8)$$

Соотношения (7—8) являются искомыми. По своей структуре они подобны (1—2). Для задач же диффузного отражения и диффузного пропускания излучения слоем конечной оптической толщины, аналогично случаю монохроматического рассеяния (*), можно получить три пары выражений для функций отражения $\rho(x_1, \zeta, x_2, \eta, \tau_0)$ и диффузного пропускания $\tau(x_1, \zeta, x_2, \eta, \tau_0)$ и три системы уравнений для определения вспомогательных функций φ и ψ . Приведем их без доказательства:

$$\begin{aligned} \rho(x_1, \zeta, x_2, \eta, \tau_0) = & \\ & \frac{\lambda}{2\zeta} \frac{\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} r(x', x'') [\varphi(x', x_1, \zeta, \tau_0) \varphi(x'', x_2, \eta, \tau_0) - \psi(x', x_1, \zeta, \tau_0) \psi(x'', x_2, \eta, \tau_0)] dx' dx''}{\frac{\alpha(x_1)}{\zeta} + \frac{\alpha(x_2)}{\eta}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \tau(x_1, \zeta, x_2, \eta, \tau_0) = & \lambda/2\zeta \times \\ & \times \frac{\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} r(x', x'') [\varphi(x', x_1, \zeta, \tau_0) \psi(x'', x_2, \eta, \tau_0) - \psi(x', x_1, \zeta, \tau_0) \varphi(x'', x_2, \eta, \tau_0)] dx' dx''}{\frac{\alpha(x_1)}{\zeta} - \frac{\alpha(x_2)}{\eta}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \varphi(x_1, x_2, \eta, \tau_0) = & \delta(x_1 - x_2) + \\ & + \frac{\lambda}{2} \int_0^1 \frac{\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} r(x', x'') [\varphi(x', x_1, \zeta, \tau_0) \varphi(x'', x_2, \eta, \tau_0) - \psi(x', x_1, \zeta, \tau_0) \psi(x'', x_2, \eta, \tau_0)] dx' dx''}{\frac{\alpha(x_1)}{\zeta} + \frac{\alpha(x_2)}{\eta}} \frac{d\zeta}{\zeta} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \psi(x_1, x_2, \eta, \tau_0) = & \delta(x_1 - x_2) \exp \left| -\frac{\alpha(x_2)}{\eta} \tau_0 \right| + \\ & + \frac{\lambda}{2} \int_0^1 \frac{\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} r(x', x'') [\varphi(x', x_1, \zeta, \tau_0) \psi(x'', x_2, \eta, \tau_0) - \psi(x', x_1, \zeta, \tau_0) \varphi(x'', x_2, \eta, \tau_0)] dx' dx''}{\frac{\alpha(x_1)}{\zeta} - \frac{\alpha(x_2)}{\eta}} \frac{d\zeta}{\zeta} \end{aligned}$$

$$\rho(x_1, \bar{\tau}, x_2, \eta, \tau_0) = \frac{\lambda}{2\tau} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} r(x', x'') dx' dx'' \int_0^{\tau_0} \psi(x', x_1, \bar{\tau}, \tau) \varphi(x'', x_2, \eta, \tau) d\tau$$

$$\begin{aligned} \sigma(x_1, \bar{\tau}, x_2, \eta, \tau_0) &= \frac{\lambda}{2\tau} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} r(x', x'') dx' dx'' \int_0^{\tau_0} \exp \left[-(\tau_0 - \tau) \frac{\alpha(x_1)}{\tau} \right] \times \\ &\times \varphi(x', x_1, \bar{\tau}, \tau) \psi(x'', x_2, \eta, \tau) d\tau, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \varphi(x_1, x_2, \eta, \tau_0) &= \delta(x_1 - x_2) + \\ &+ \frac{\lambda}{2} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} r(x', x'') dx' dx'' \int_0^{\tau_0} \psi(x'', x_2, \eta, \tau) d\tau \int_0^1 \psi(x', x_1, \bar{\tau}, \tau) \frac{d\bar{\tau}}{\tau} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \psi(x_1, x_2, \eta, \tau_0) &= \delta(x_1 - x_2) \exp \left[-\frac{\alpha(x_2)}{\eta} \tau_0 \right] + \\ &+ \frac{\lambda}{2} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} r(x', x'') dx' dx'' \int_0^{\tau_0} \psi(x'', x_2, \eta, \tau) d\tau \int_0^1 \exp \left[-(\tau_0 - \tau) \frac{\alpha(x_1)}{\tau} \right] \varphi(x', x_1, \bar{\tau}, \tau) \frac{d\bar{\tau}}{\tau} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \mu(x_1, \bar{\tau}, x_2, \eta, \tau_0) &= \frac{\lambda}{2\tau} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} r(x', x'') dx' dx'' \\ &\int_0^{\tau_0} \exp \left\{ -(\tau_0 - \tau) \left[\frac{\alpha(x_1)}{\tau} + \frac{\alpha(x_2)}{\eta} \right] \right\} \varphi(x', x_1, \bar{\tau}, \tau) \varphi(x'', x_2, \eta, \tau) d\tau \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sigma(x_1, \bar{\tau}, x_2, \eta, \tau_0) &= \frac{\lambda}{2\tau} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} r(x' x'') dx' dx'' \\ &\int_0^{\tau_0} \exp \left[-\frac{\alpha(x_2)}{\eta} (\tau_0 - \tau) \right] \psi(x', x_1, \bar{\tau}, \tau) \varphi(x'', x_2, \eta, \tau) d\tau, \end{aligned}$$

$$\varphi(x_1, x_2, \eta, \tau_0) = \delta(x_1 - x_2) + \frac{\lambda}{2} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} r(x', x'') dx' dx''$$

$$\int_0^{\tau_0} \varphi(x'', x_2, \eta, \tau) d\tau \int_0^1 \exp \left\{ -(\tau_0 - \tau) \left[\frac{\alpha(x_1)}{\tau} + \frac{\alpha(x_2)}{\eta} \right] \right\} \varphi(x', x_1, \bar{\tau}, \tau) \frac{d\bar{\tau}}{\tau}$$

$$\psi(x_1, x_2, \tau_1, \tau_0) = \psi(x_1 - x_2) \exp \left| -\frac{z(x_2)}{\tau_1} \tau_0 \right| + \frac{\lambda}{2} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} r(x', x'') dx' dx''$$

$$\int_0^{\tau_0} \exp \left| -(\tau_0 - \tau) \frac{z(x_2)}{\tau_1} \right| \varphi(x'', x_2, \tau_1, \tau) d\tau \int_0^1 \psi(x', x_1, \tau_1, \tau) \frac{d\tau}{\tau}.$$

Соотношения I и II в случае монохроматического рассеяния $r(x, x') = \alpha(x) \delta(x - x')$ впервые были получены В. А. Амбарцумяном (^{2,3}), а III — В. В. Соболевым (⁶). Затем В. В. Ивановым были обобщены на случай полностью некогерентного рассеяния $r(x, x') = A z(x) z(x')$. Очевидно, что из приведенных выше формул легко могут быть получены указанные частные случаи, а если перейти в них к разложению (3), можно получить соответственно результаты работы (⁴).

В связи с последним следует отметить, что рассмотренный нами подход к задаче приобретает особую практическую важность в тех случаях, когда построение разложения (3) затруднительно, т. е. когда собственные функции $\alpha_k(x)$ ядра $r(x, x')$ заранее не известны и приходится ограничиваться приближенным построением этих функций, что сопряжено с большими трудностями с вычислительной точки зрения.

Бюраканская астрофизическая обсерватория
Академии наук Армянской ССР

Հ. Վ. ՊԻՆՉՅԱՆ

Դիֆուզ անդրադարձման խնդիրն աստիճանականությունների ճառագայթման վերաբաշխման կամայական օրենքի դեպքում

Կիսանվերջ հարթ դուրաճեռ միջավայրից ճառագայթների դուրաճեռ փնջի դիֆուզ անդրադարձմանը վերաբերող հայտնի առնչությունները, որոնք ուսուցված էին Վ. Հ. Համարձումյանի կողմից մոնոխրոմատիկ ցրման դեպքում, բնագիտական էին ոչ կոհերենտ ցրման դեպքի համար, քան համախառն ճառագայթման վերաբաշխման կամայական ֆունկցիայի դեպքում: Ըստ որում չի օգտագործվում վերաբաշխման ֆունկցիայի որևէ ձևի տրոհում կամ հատուկ ներկայացում: Դա հնարավոր է դառնում իրագործել իդուտրոպ ճառագայթված քվանտի համար միջավայրից դուրս գալու հավա-

նականության գաղափար մտցնելու և օպտիկական երևույթների շրջելիության սկզբունքն օգտագործելու շնորհիվ: Բերվում են նաև առնչություններ, որոնք լուծում են վերջավոր օպտիկական հաստություն ունեցող միջավայրից ճառագայթների զուգահեռ փնջի դիֆուզ անդրադարձման և դիֆուզ անցման խրոնոմետրը:

ЛИТЕРАТУРА — ЦИТАЦИИ И ССЫЛКИ

¹ В. А. Амбарцумян, *Астрономический журнал*, т. 19, № 5, 30 (1942). ² В. А. Амбарцумян, *ДАН*, т. 38, № 8, 257 (1943). ³ В. В. Соболев, *Астрономический журнал*, т. 26, № 3, 129 (1949). ⁴ Н. Б. Ензибарян, А. Г. Никогосян, *Астрофизика*, т. 8, 213 (1972). ⁵ А. Г. Никогосян, Г. А. Арутюнян, *ДАН*, т. 229, № 3, 583 (1976). ⁶ В. В. Соболев, *Астрономический журнал*, т. 34, № 3, 336 (1957). ⁷ В. В. Иванов, *Астрономический журнал*, т. 40, № 2, 257 (1963).

УДК 550.3

ГЕОФИЗИКА

Д. С. Григорян

Об оценке запасов железорудных месторождений по данным магнитной съемки

(Представлено академиком АН Армянской ССР А. Г. Назаровым 15/VI 1978)

Исследование возможностей использования данных магниторазведки для оценки запасов магнетитовых месторождений имеет большое теоретическое и практическое значение. Это связано с тем, что данные магниторазведки, дополняя результаты геологического опробования между горными выработками, позволяют в принципе получить более правильную оценку запасов на том или ином этапе разведки. Особенно важное практическое значение имеют данные магниторазведки на этапе предварительной оценки запасов, когда месторождение покрыто редкой сетью горных выработок.

Оценка запасов руды на основе данных наземной крупномасштабной съемки аномалии ΔZ магнитного поля сводится к оценке объема руды из равенства (1):

$$V_p = \frac{M - J_b \cdot V}{J_p - J_b}, \quad (1)$$

где: M — магнитный момент всей возмущающей массы месторождения;
 J_p , J_b — соответственно средняя эффективная интенсивность намагни-
 чення руды и измененных, магнитных вмещающих пород
 месторождения;

V — объем всей возмущающей массы месторождения.

Величина M магнитного момента в принципе вполне определяется значениями наблюдаемой аномалии.

Известен ряд формул (2-4), при помощи которых можно по аномальному магнитному полю вычислить магнитный момент возмущающего объекта. Однако данные алгоритмы построены при некоторых упрощениях, не позволяющих достаточно обоснованно применять их в общем случае для рельефа любой сложности. Кроме этого описанные ранее методы опираются на предположении об однородной намагниченности возмущающей массы.

Предлагаемый в настоящей работе алгоритм для вычисления магнитного момента построен для сложных горных условий, в случае неоднородной намагниченности, когда возмущающая масса состоит из участков намагниченных в разной степени, но направление вектора интенсивности намагничения J для всех точек возмущающей массы близок к вертикальному ⁽⁵⁾.

По заданному рельефу поверхности наблюдения и аномалии ΔZ приближенно вычисляется аномальный магнитный потенциал на рельефе. Потенциал этот интерпретируется, как потенциал некоторого простого слоя на рельефе с массой, равной искомому магнитному моменту.

Интегро-дифференциальное уравнение относительно магнитного потенциала на множестве точек поверхности наблюдения S имеет вид:

$$U(\bar{\xi}, \bar{\eta}, \bar{z}) = \frac{1}{2\pi} \iint_{S_{xy}} \left(U \frac{(\bar{\xi} - \xi)p + (\bar{\eta} - \eta)q - (\bar{z} - z)}{r_s^3} - \frac{\partial U}{\partial x} \frac{p}{r_s} - \frac{\partial U}{\partial y} \frac{q}{r_s} \right) d\xi d\eta + \frac{1}{2\pi} \iint_{S_{xy}} \frac{\Delta Z}{r_s} d\xi d\eta, \quad (2)$$

где: S_{xy} — проекция поверхности S , заданной функцией $z = f(x, y)$, на координатную плоскость XOY , $p = \frac{\partial f}{\partial x}$, $q = \frac{\partial f}{\partial y}$,

$$r_s = \sqrt{(\bar{\xi} - \xi)^2 + (\bar{\eta} - \eta)^2 + (\bar{z} - z)^2}.$$

В соответствии с принятой нами интерпретацией магнитный потенциал представляется в виде:

$$U = \frac{\partial}{\partial z} \iint_s \frac{\rho}{r} ds,$$

откуда

$$\rho(\bar{\xi}, \bar{\eta}, \bar{z}) = -\frac{1}{2\pi} \iint_s \rho \frac{z - \bar{z}}{[(\bar{\xi} - \xi)^2 + (\bar{\eta} - \eta)^2 + (\bar{z} - z)^2]^{3/2}} ds - \frac{\sqrt{1 + p^2 + q^2}}{2\pi} U(\bar{\xi}, \bar{\eta}, \bar{z}). \quad (3)$$

Искомая величина магнитного момента определяется формулой:

$$M = \iint_s \rho ds. \quad (4)$$

Численное решение уравнений (2), (3), (4) можно провести следующим образом. Ограничим область S_{xy} некоторым прямоугольником со сторонами параллельными координатным осям X, Y . Размеры прямоугольника выберем такими, чтобы вне его аномальное поле ΔZ было

практически равно нулю. Покроем прямоугольник сеткой одинаковых элементарных квадратов $\Delta S_{i,j}$ ($i=1, \dots, m$; $j=1, \dots, n$), с длиной стороны Δ . Интегрирование по области $S_{\text{пов}}$ сведем к сумме интегралов по элементарным областям ΔS , для которых неизвестные значения $(U)_{i,j}$, $(\rho)_{i,j}$, соответствующие их центрам (x_i, y_j) , возьмем в качестве средних, вынося их за знаки интегралов.

Оставляя для рассмотрения дискретное множество точек поверхности S , соответствующее центрам элементарных квадратов $\Delta S_{i,j}$, формулы (2), (3), (4) для практического использования запишем в виде:

$$(U)_{i,j} = \frac{1}{4\pi\Delta} \sum_k \sum_l [2\Delta(U)_{k,e}(a_{k,e} + \beta_{k,e+1} + \gamma_{k+1,e} - \beta_{k-1,e} - \gamma_{k-1,e})] + \frac{1}{4\pi\Delta} \sum_k \sum_e (\Delta Z)_{k,e}(a_{k,e} + c_{k,e}), \quad (5)$$

где

$$a_{k,e} = \iint_{\Delta S_{k,e}} \frac{(\xi - \xi_l)p + (\eta - \eta_l)q - (z - z_{l,j})}{r_{l,j}^3} d\xi d\eta;$$

$$\beta_{k,e} = \iint_{\Delta S_{k,e}} \frac{p}{r_{l,j}} d\xi d\eta; \quad \gamma_{k,e} = \iint_{\Delta S_{k,e}} \frac{q}{r_{l,j}} d\xi d\eta; \quad a_{k,e} = (z_{k,e+1} - z_{k,e-1})\beta_{k,e} + (z_{k+1,e} - z_{k-1,e})\gamma_{k,e};$$

$$c_{k,e} = 2\Delta \iint_{\Delta S_{k,e}} \frac{1}{r_{l,j}} d\xi d\eta;$$

$$(\rho)_{i,j} = -\frac{1}{2\pi} \sum_k \sum_e \rho_{k,e} \cdot b_{k,e} - \frac{\sqrt{1+p_{k,e}^2+q_{k,e}^2}}{2\pi} (U)_{i,j}, \quad (6)$$

где $(U)_{i,j}$ — числа, полученные в результате решения системы уравнений (5).

$$M = \sum_k \sum_e \rho_{k,e} \cdot \sqrt{1+p_{k,e}^2+q_{k,e}^2} \cdot \Delta^2, \quad (7)$$

Системы уравнений (5), (6) могут быть эффективно решены методом итераций с помощью ЭВМ.

В отличие от магнитного момента определение величин средних эффективных намагниченностей руд J_p и вмещающих пород J_b принципиально невозможно только по наблюдаемому аномальному полю. Это объясняется неоднозначностью решения обратной задачи в случае, если о самом возмущающем объекте нет достаточных сведений. Практически решение задачи упрощается, так как всегда имеются дополнительные сведения об оцениваемом объекте. Эти сведения могут

быть получены различными путями: в результате измерения магнитных свойств образцов; методом аналогии, исходящим из геолого-геофизических соображений; путем построения модельных разрезов по отдельным разведочным линиям и т. д.

Мы решили эту задачу на примере Абовянского железорудного месторождения путем сопоставления данных по вертикальным опорным представительным геологическим разрезам аномалии ΔZ над ними (6).

Возмущающая масса состоит из зон, соответствующих различным геологическим типам. Средняя эффективная намагниченность для каждого типа определяется следующим образом:

$$J_j^j = \frac{\sum_{k=1}^{n_j} J_k^j V_k^j}{\sum_{k=1}^{n_j} V_k^j},$$

где J_j^j — средняя эффективная намагниченность для типа с номером j , n_j — число объемов V_k^j в суммарном объеме V^j , соответствующем типу j .

Исходя из геолого-геофизической характеристики месторождения аппроксимируем определенной моделью. Аномалия ΔZ от рассматриваемой модели в точках профиля наблюдений $(x, h(x))$ имеет вид:

$$\Delta Z(x, h(x)) = \sum_{j=1}^m \sum_{k=1}^{n_j} J_k^j \omega_k^j(x). \quad (8)$$

Если в левую часть равенства (8) подставить наблюдаемую аномалию ΔZ , то равенство (8) можно будет рассматривать как уравнение относительно величин J_k^j .

Объем V , входящий в выражение (1), можно вычислить по формуле $V = S \cdot H$, где: S — площадь аномалии ΔZ , входящая в вычисленный магнитный момент, H — глубина распространения возмущающей массы, которую надо выбрать таким образом, чтобы можно было пренебречь действием возмущающих масс, находящихся возможно глубже.

Описанный метод оценки запасов на основе вычисления магнитного момента месторождения и средних эффективных намагниченностей позволяет сократить объем разведочного бурения и дает значительную экономию государственных средств (1,9).

Институт геофизики и инженерной
сейсмологии Академии наук Армянской ССР

Երկարահանների պաշարների գնահատումն
ըստ մագնիսական հանույթի տվյալների

Աշխատանքում նկարագրված է երկաթահանքի պաշարների գնահատման
մեթոդը մագնիսական հանույթի տվյալներով բարդ ուղիների պայմաններում:

ЛИТЕРАТУРА — ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

- ¹ А. М. Полонский, Алгоритмы решений некоторых задач геофизики, Ереван, 1971.
² В. В. Колубакин, М. Н. Лалина, Обзор способов решения прямой и обратной задачи магнитной разведки, М., 1960. ³ А. М. Полонский, Труды СНИИГГИМС, вып. 62, 1967.
⁴ Д. С. Григорян, А. М. Полонский, «Известия АН Арм. ССР», Науки о Земле, 2, 1972. ⁵ Д. С. Григорян, А. М. Полонский, ДАН Арм. ССР, т. LX, № 1 (1975). ⁶ Д. С. Григорян, «Известия АН Арм. ССР», Науки о Земле, 2, 1973.

УДК 678.7—13

ОРГАНИЧЕСКАЯ ХИМИЯ

Член-корреспондент АН Армянской ССР С. Г. Мацюни,

С. Л. Энфиаджян, В. А. Даниелян, Л. А. Сарисян

Изучение процесса радикальной сополимеризации и теломеризации
 бинарной системы с передачей цепи на сомономер на примере
 винилацетат-гексахлорбутадиен

(Представлено 15/VIII 1977)

Как было показано в нашей работе (1) при свободно-радикальной сополимеризации винилацетата (ВА) и гексахлорбутадиена—1,3 (ГХБ), с увеличением содержания ГХБ в исходной смеси мономеров, молекулярная масса продукта резко падает; при этом скорость процесса постепенно убывает, вплоть до полного ингибирования. Совокупность приведенных данных наряду с малым содержанием ГХБ в полученном сополимере (6—7 мол.%) с большой вероятностью указывают на процесс передачи цепи на ГХБ с образованием теломеров, который протекает параллельно с сополимеризацией.

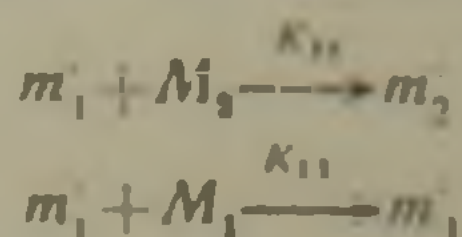
Поскольку такие бинарные системы могут встречаться нередко, в настоящей работе нами выведено модифицированное дифференциальное уравнение сополимеризации с учетом акта передачи цепи.

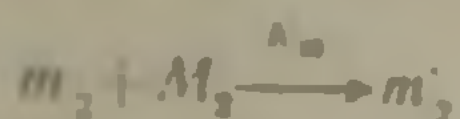
Известно, что при бинарной сополимеризации, в случае, когда один из мономеров, например M_2 (ГХБ), не гомополимеризуется но сополимеризуется ($r_2=0$, так как $k_{22}=0$ а k_{12} , $k_{21}\neq 0$), при $M_1=0$ состав сополимера асимптотически стремится к чередующемуся и эквимолярному составу ($1:1$) и при этом зависимость молярного отношения звеньев в сополимере от отношения исходных молярных концентраций мономеров описывается уравнением

$$\frac{m_1}{m_2} = \frac{[M_1]}{[M_2]} r_1 + 1.$$

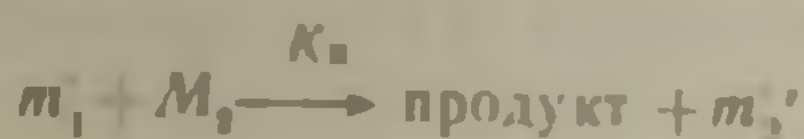
В нашем случае, при всем подобии с этими условиями, до предельно малой концентрации M_1 (ВА) состав сополимера очень далек от эквимолярности.

В общем случае, при сополимеризации двух мономеров (M_1) и (M_2), кроме четырех элементарных реакций роста

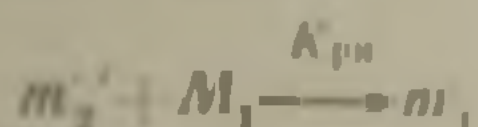




должны быть учтены также следующие две реакции:
а) передача цепи от растущего конца m_1 к M_2 с отрывом атома (в нашем случае хлора) и генерацией радикала m_2'



и б) реиницирование роста цепи:



Составление двух дифференциальных уравнений расхода мономеров M_1 и M_2 , и условия равенства скоростей взаимного превращения растущих радикалов m_1 и m_2' (с принятием приближения равной активности m_2 и m_2' при присоединении к M_1) и несложные математические операции приводят к уравнению:

$$\frac{d[M_1]}{d[M_2]} = \frac{1 + F \frac{K_{11}}{K_{12} + K_{21}}}{1 + \frac{K_{22}}{F(K_{12} + K_{21})}} \quad (1)$$

где $F = \frac{[M_1]}{[M_2]}$.

Выведенная формула позволяет определить наборы констант, стоящих в правой части равенства (1), с дальнейшим определением значений K_{11} и K_{21} и значений r_1 и r_2 . В частном случае, когда один из мономеров, в нашем случае ГХБ (M_2), не гомополимеризуется, т. е. $K_{22} = 0$, уравнение (1) принимает вид:

$$\frac{d[M_1]}{d[M_2]} = F \frac{K_{11}}{K_{12} + K_{21}} + 1,$$

что, после деления знаменателя и числителя дроби в правой части на K_{11} , приводит к уравнению:

$$\frac{d[M_1]}{d[M_2]} = \frac{m_1}{m_2} = F \frac{1}{\frac{1}{r_1} + C_n} + 1, \quad (2)$$

Выведенная формула (2) представляет уравнение прямой линии, где

$C_n = \frac{K_{21}}{K_{11}}$ — константа передачи цепи на M_2 . Константа передачи цепи

C_n на ГХБ для системы ВА—ГХБ определялась из наклона зави-

сности $1/P_n = f\left(\frac{[ГХБ]}{[ВА]}\right)$ (рис. 1), при очень малых concentra-

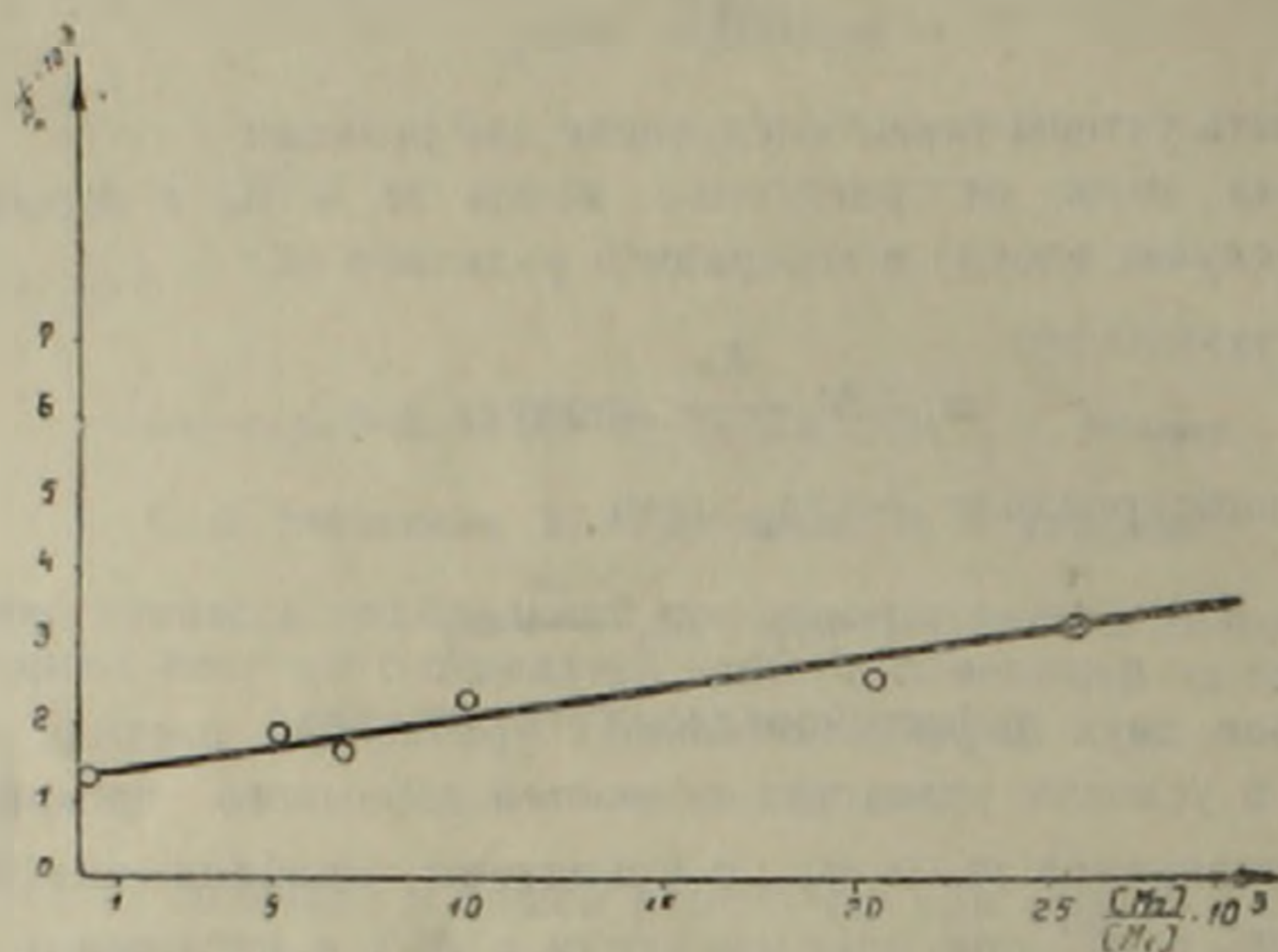


Рис. 1 Зависимость обратной степени полимеризации от отношения концентраций мономера-передатчика цепи ГХБ к концентрации ВА

циях ГХБ (0,5—2,5 мол. %), для сохранения постоянства скорости полимеризации ВА ($v_{пол.}$) и первого члена правой части уравнения;

$$\frac{1}{P_n} = \frac{1+l}{2} \frac{K_0 v_{пол.}}{K_p^2 [ВА]^2} + C_n \frac{[ГХБ]}{[ВА]}$$

где P_n —среднечисловая степень полимеризации поливинилацетата (ПВА), l —доля диспропорционирования в обрыве цепей, K_p —константа скорости реакции роста цепей ПВА (K_{11}), K_0 —константа скорости реакции бимолекулярного обрыва цепи.

Таблица 1

Результаты сополимеризации ВА с небольшим содержанием ГХБ в массе в присутствии 0,5 мол. % перекиси бензонла, при температуре 80°C

Содержание в исходной смеси, мол. %		Время реакции, мин.	Выход сополимера, %	[η] сополимера в бензоле, дл/г, 30°C.	Среднечисловая молекулярная масса, $\bar{M}_n$	$\frac{1}{P_n} \cdot 10^3$	$\frac{[ГХБ]}{[ВА]} \cdot 10^3$
ВА	ГХБ						
100	—	4—4,5	12,49	0,547	65680	1,307	—
99,5	0,5	5—6	15,22	0,452	48570	1,771	5,05
99,0	1,0	8—9	17,80	0,386	37530	2,295	10,10
98,0	2,0	11—12	23,37	0,360	33530	2,570	20,40
97,5	2,5	14—16	28,03	0,305	25670	3,350	25,60

*) Поскольку в полученных сополимерах (см. табл. 1, а также работу (1)) содержание ГХБ весьма незначительно, для приближенной оценки их молекулярных масс нами применено уравнение Марка—Хувинка для поливинилацетата; значение $\bar{M}_n$ было рассчитано по уравнению (4) $[\eta] = 5,63 \cdot 10^{-4} \cdot \bar{M}_n^{0,62}$ (бензол, 30°C).

На рис. 1 показана эта зависимость, построенная на основе данных табл. 1.

Рассчитанное значение $C_n = 0,08$.

Далее, по экспериментальным данным была составлена зависимость $[m_1]/[m_2] = f([BA]/[ГХБ])$, представляющая прямую линию с угловым коэффициентом $\left(\frac{1}{r_1} + C_n\right)^{-1} = 0,858$ (рис. 2). При подстановке значения $C_n = 0,08$ в это уравнение, получено значение $r_1 = 0,92$.

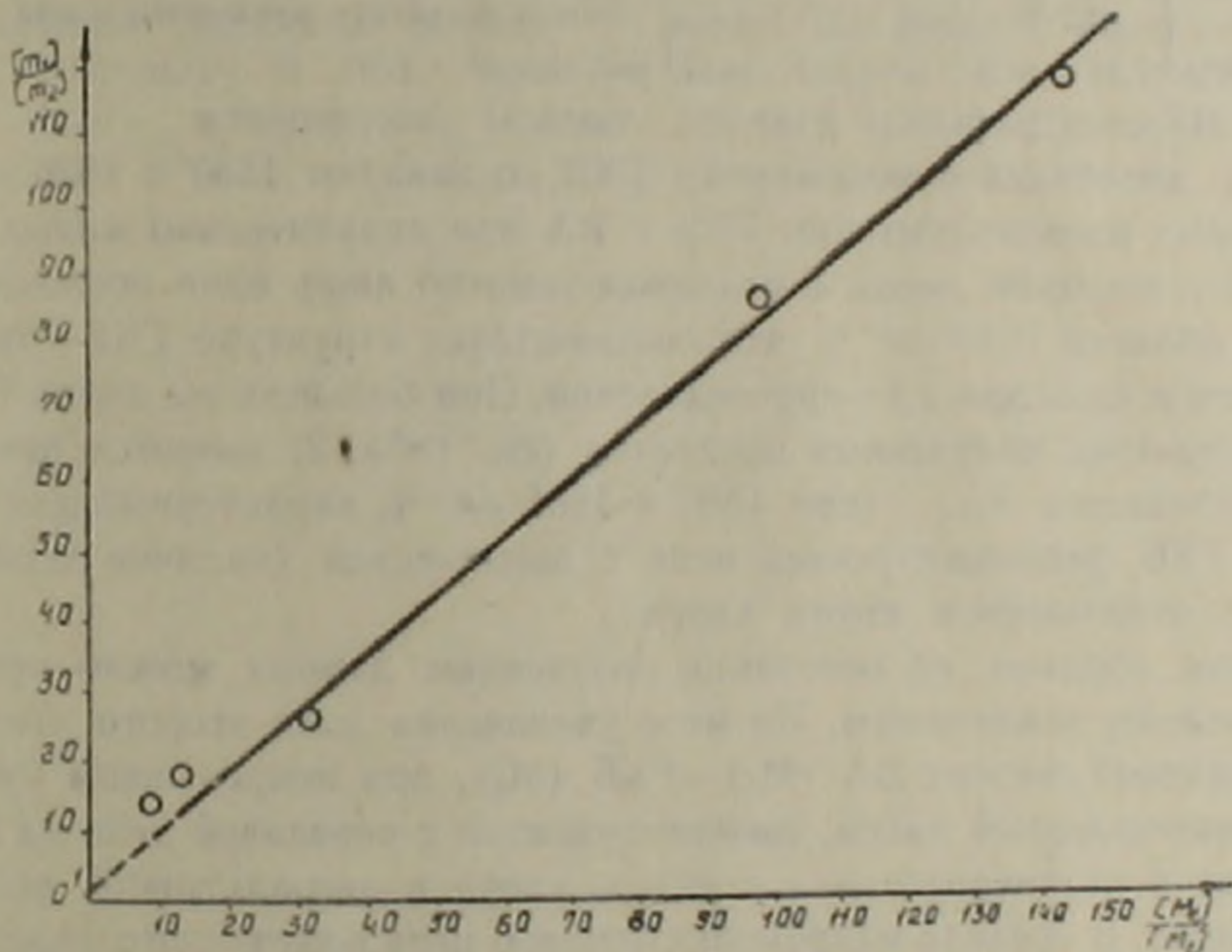


Рис. 2. Зависимость состава сополимера от исходного соотношения мономеров

Одновременно, представлялось интересным изучение взаимодействия ВА с ГХБ при больших содержаниях последнего в смеси. Сополимеризацию проводили в ампулах (перекись бензонла 0,5 вес %, температура 65°C, время, 30 часов) при молярных отношениях ВА:ГХБ = 1 : 10 и 1 : 5.

При первом из указанных отношений, осаждение продуктов реакции в 20-и кратном объеме н-гептана, вообще не привело к полимерному осадку, что можно объяснить полным ингибированием процесса ГХБ.

Во втором случае осаждение в аналогичных условиях привело к порошкообразному осадку кремового цвета, а из маточного раствора, посредством двукратного концентрирования под вакуумом, удаления мономеров и растворителя, повторного растворения в бензоле и осаждения н-гептаном, были выделены три дополнительные вязкие фракции.

В табл. 2 приведены содержания хлора в полученных четырех фракциях, а также их среднечисловые молекулярные массы, определенные эбуллиоскопически.

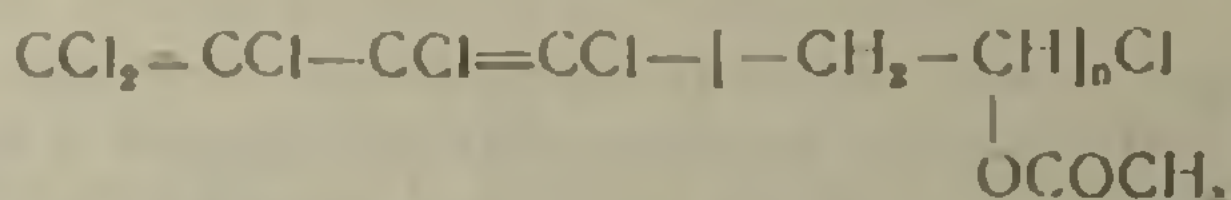
Таблица 2

Среднечисловые молекулярные массы и средние числа звеньев ВА (n) и ГХБ (m) в продуктах реакции при молярном соотношении ВА : ГХБ 1 : 5

Моля. масса $\bar{M}_n$	Содержание хлора, %	n/m	Внешний вид
1053	19,0	9,9	Порошок кремового цвета
808	23,17	7,6	Вязкая жидкость темновинного цвета
803	24,22	7,1	Вязкая жидкость винного цвета
767	23,03	7,7	Вязкая жидкость кремового цвета

По ИК-спектральным данным, полосы поглощения ν_{C-C} валентных колебаний в мономерном ГХБ составляют 1580 и 1620 см^{-1} в продуктах сополимеризации ГХБ с ВА при сравнительно малых долях ГХБ в исходной смеси, в основном заметно лишь одно поглощение ν_{C-C} в области 1640 см^{-1} , что соответствует структуре ГХБ—звена, входящего в цепь при 1,4—присоединении. При больших же долях ГХБ, в ИК—спектрах полученных продуктов (см. табл. 2) имеются две полосы поглощения ν_{C-C} (при 1580 и 1605 см^{-1}), характерные для молекулы ГХБ, реницинирующей цепь с деградацией (наличие двойных связей с отщеплением атома хлора).

Таким образом, на основании полученных данных можно прийти к следующему заключению. По мере увеличения доли второго мономера в бинарной системе ВА (M_1)—ГХБ (M_2), при непрерывном уменьшении молекулярной массы, сополимеризация с передачей цепи на ГХБ переходит в теломеризацию с отрывом хлора и деградативной регенерацией цепи. В пределе макромолекулярную цепь полученного теломера можно представить следующим образом:



где значение $n=7 \div 10$.

Институт органической химии
Академии наук Армянской ССР

Հայկական ՍՍՀ ԳԱ փորակից-անդամ Ս. Գ. ՄԱՅՈՅԱՆ, Ս. Լ. ԵՆՃԻԱՋՅԱՆ, Վ. Շ. ԳԱՆԻՆՅԱՆ,
Լ. Շ. ՍԱՐԿԻՅԱՆ

Քիմադ սիստեմի ուղիղ առաջնություն և տեղումն աղանդի ուսում-
նասիրությունը շարադի փոխանցումով ստանումներն փնիլացնումներն
Դոգրուրադի են օրինակի վրա

Հանգվածում և բենդոլի լուծույթում սինթեզված է հերաբլորրուրադի են-
փնիլացնումների սոսուլիմերը Հայտնաբերված է դեպրադատիվ շղթայի փո-

խանցման երևույթ սոմոնոմերի (հեքսաքլորբութադիին) վրա, իսկ սահմանային վիճակում ստացված են տեղումերային պրոդուկտներ:

Դուրս է բերված Մայո-Լյուիսի՝ սոպուլիմերման դիֆերենցիալ հավասարում, հաշվի առնված շղթայի փոխանցման երևույթը սոմոնոմերի վրա: Որոշված են շղթայի փոխանցման գործակիցը (C_n) և սոպուլիմերման հաստատունը (r_1).

ЛИТЕРАТУРА — ԴՐԱՇԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

¹ С. Л. Энфиаджян, Л. А. Саркисян, В. А. Даниелян, А. А. Саакян, С. Г. Мачоян, Арм. хим. ж., т. 30, 525 (1977). ² Цуруга Тейдзи, Реакции получения синтетических полимеров, Госхимиздат, М., 1963. ³ Т. Алфрей, Дж. Борер, Г. Марк, Сополнмезация, Издательств, М., 1953. ⁴ Накадзима Акио, Кобунси Кагаку, 11, 142 (1954)

БИОФИЗИКА

УДК 577.352.338 : 616—0.01.17

С. А. Баджиян, М. И. Агаджанов,
член-корреспондент АН Армянской ССР В. Г. Мхитарян

Исследование мембранного потенциала гепатоцитов
крыс после ожоговой травмы

(Представлено 24/V 1978)

Вопросы строения и функции мембран в настоящее время привлекают внимание все большего числа исследователей, работающих в различных смежных отраслях биологии. Огромный интерес к мембранам связан с тем, что им придается определяющее значение в физиологии и патологии клеток.

Одним из определяющих интегральных показателей функционального состояния клеточных мембран является мембранный потенциал (МП). В норме потенциал обусловлен определенным соотношением натрия и калия в клетке и во внеклеточном пространстве, функционированием электрогенного натриевого насоса. Патологический процесс может привести к нарушению структуры клеточных мембран, изменению МП клеток. Работами Княшко и др. (¹) показано, что через несколько дней после ожоговой травмы в различных тканях крыс происходит нарушение содержания калия и натрия внутри клеток, что авторы связывают с нарушением проницаемости клеточных мембран. В настоящей работе было проведено изучение МП клеток печени в ранние периоды после ожоговой травмы.

В опытах были использованы белые беспородные крысы весом 130—160 г. Ожоги вызывали по ранее описанной методике (²). Животных декапитировали, вскрывали брюшную полость и от края большой доли печени отсекали кусочек размером 0,5 на 1 см, который сразу помещали в раствор Рингера. Исследуемый кусочек печени помещали в проточную камеру объемом около 1 мл. Объем циркулирующего рабочего раствора составлял 150—200 мл, температура раствора была равна 36,5°C. На кусочке печени, взятого от каждого животного, проведено измерение в 10—15 участках.

Схема электрических измерений подробно описана в работе (³). Для отведения мембранного потенциала (МП) применяли стеклянные

микроэлектроды, заполненные 3М КСl с диаметром кончика около 0,5 мк, сопротивлением 10—70 мом и собственным потенциалом не более 5—7 мв. Индиферентный электрод (Ag—AgCl) соединяли с окружающей клетку средой через агаровый мостик. Для регистрации МП использовали усилитель с высокоомным входом и осциллограф С1—48.

Установлено, что МП клеток в начале измерения равен 10—15 мв. Однако в течение 4—7 часов эксперимента величина МП постепенно увеличивалась и доходила до 18—26 мв, сохраняясь на этом уровне в течение 2—3 часов. Специальными опытами показано (⁴), что исходные низкие величины МП обусловлены как наличием линии разреза, так и охлаждением изолированного участка печени. Истинной же величиной МП является установившееся высокое значение его. Такая же динамика в изменении МП наблюдалась нами и в процессе наших экспериментов с животными после ожоговой травмы.

Как видно из табл. 1, через 1 час после ожоговой травмы МП клеток печени снижается на 32%, еще больше снижается через 1 день (на 36%) и остается на этом уровне и через 3 дня. При введении же животным витамина Е МП проявляет тенденцию к нормализации. Этот процесс лучше выражен в более поздние после травмы сроки. Так, через 3 дня при введении витамина Е МП отставал от нормы всего на 18%.

Таким образом, витамин Е в определенной степени нормализует МП клеток печени крыс, нарушенный после ожоговой травмы.

Таблица 1
Влияние витамина Е на величину мембранного потенциала (мВ) гепатоцитов крыс после ожоговой травмы

Стат. показ.	Интакт-ные крысы	Через 1 час		Через 1 день		Через 3 дня	
		ожог	ожог + вит Е	ожог	ожог + вит.Е	ожог	ожог + вит.Е
M±m	22.0±0.7	15.0±1.2	16.0±1.7	14.0±0.9	17.0±0.7	14.0±0.5	18.0±0.7
n	12	5	5	5	5	6	5
p	—	<0.01	>0.05	<0.001	>0.05	<0.001	<0.001

Известно, что при ожоговой болезни в клетках печени увеличивается концентрация натрия и уменьшается количество калия. Такое изменение содержания указанных ионов свидетельствует о выравнивании внутриклеточной и внеклеточной концентрации их вследствие увеличения проницаемости мембран для этих ионов или нарушения работы систем, обеспечивающих активный транспорт ионов (¹).

В качестве одного из универсальных факторов деструкции мембранных образований является процесс перекисного окисления ненасыщенных жирнокислотных остатков в фосфолипидах мембран, интенсификация которого сопровождается развитием целого ряда па-

тологических состояний (⁵). Ранее было показано (⁶), что ожоговая травма сопровождается значительным усилением перекисного окисления липидов, что приводит к уменьшению содержания фосфолипидов в мембранах (²), снижению количества эндогенного α -токоферола (⁷). Известно, что фосфолипиды и α -токоферол являются важными структурными элементами в формировании клеточных мембран (⁸). Структурному же фактору в функционировании мембран придается ведущее значение. Малейшие изменения в гидрофобности бислоя липидов, связанные с липоперекислением, приводят к его модификации, способствующей дальнейшему доступу инициаторов свободнорадикальных процессов во внутренние области мембраны и, наконец, полной ее дезинтеграции (⁹).

Нормализующее действие экзогенного витамина Е на величину МП, по-видимому, связано с тем, что при этом происходит упорядочивание жидкокристаллической структуры липидного бислоя мембраны, ограничивающего бурное протекание реакций перекисного окисления. Таким образом, защита мембранных структур клетки с помощью витамина Е от повреждающего действия перекисного окисления липидов, вызванного ожоговой травмой, способствует нормализации разнообразных метаболических процессов, в значительной степени определяющих характерные структурные и функциональные черты клетки.

Ереванский государственный институт
усовершенствования врачей Минздрава СССР,
Ереванский государственный медицинский институт

Ս. Ա. ՔԱԶԻՆՅԱՆ, Մ. Ի. ԱՂԱՋԱՆՈՎ,
Հայկական ՍՍՀ ԳՍ քղրակից-անդամ Վ. Գ. ՄԵԼԻՔԱՆՅԱՆ

Առնետների լյարդաբջջիչների բաղանջային պոտենցիալի հետազոտությունը
այլվածքային վնասվածքից հետո

Ուսումնասիրվել է առնետների լյարդաբջջիչների թաղային պոտենցիալը
այլվածքային վնասվածքին հաջորդող ժամանակահատվածներում: Ցույց է
տրված, որ այլվածքային վնասվածքը որոշակիորեն իջեցնում է բջջային թա-
ղանթների պոտենցիալը: Դա ղուգորդվում է լիպիդների պերօքսիդացման նշա-
նակալի ուժեղացմամբ, որը հանգեցնում է բջջային թաղանթների դեստրուկտիվ
փոփոխությունների՝ ի հաշիվ նրանցում պարունակվող ֆոսֆոլիպիդների և
 α — տոկոֆերոլի քանակի իջեցման:

α — տոկոֆերոլի ներորովայնային ներարկումը (1 մգ/կգ քաշին) որոշա-
կիորեն կանխում է թաղանթային պոտենցիալի փոփոխությունները հավանա-
բար ճնշելով լիպիդային պերօքսիդացիայի ինտենսիվությունը:

ЛИТЕРАТУРА — ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

¹ А. А. Кияшко, С. А. Сморцок, М. И. Кариян. Тезисы докл. Всесоюзн. симпозиу-
ма «Патология мембранной проницаемости», стр. 30, 1975. ² М. И. Агаджанов, «Жур-
нал экспериментальной и клинической медицины», т. 17, № 5, 68 (1977). ³ Л. К. Бой-

цова, С. А. Ковалев, Л. М. Чайлахян, Ю. Ю. Шаровская, «Цитология», т. 12, № 10, 255 (1970). * Ю. Ю. Шаровская, Л. А. Миттельман, В. В. Смолянинов, «Цитология», т. 12, № 12, 1376 (1975). * Ю. А. Владимиров, А. И. Арчаков, Перекисное окисление липидов в биологических мембранах, изд. «Наука», М., 1972. * В. Г. Мхитарян, М. И. Агаджанов, Е. А. Мелик-Агаева, «Журнал экспериментальной и клинической медицины», т. 15, № 2, 3 (1975). * М. И. Агаджанов, «Биологический журнал Армении», т. 31, № 2, стр. 128 (1978). * J. A. Lucy, *Ann N. Y. Acad. Sci.* 203, 4 (1972). * Ю. В. Архипенко, В. Е. Каган, Ю. П. Козлов, В. Б. Ритов, Тезисы докл. Всесоюз. симпозиума «Патология мембранной проницаемости», стр. 13, 1975.

УДК 577.15.07

БИОХИМИЯ

Член-корреспондент АН Армянской ССР А. А. Галоян,
 А. К. Антонян, В. В. Бзев, Р. Г. Галстян

Влияние нового гипоталамического полипептида на секрецию инсулина у крыс

(Представлено 10/V 1978)

Из гипоталамуса крупного рогатого скота был выделен и идентифицирован гексапептид со следующей структурой: Тир-Гли-Лей-Арг-Про-Гли-NH₂ (I).

Нам удалось разработать радиоиммунохимический метод идентификации и количественного определения указанного гексапептида в гипоталамусе крупного рогатого скота.

Гексапептид и его ацетил-производное в дозе $1,5 \times 10^{12}$ М обладают выраженным кардиотропным действием, вызывая при этом расширение коронарных сосудов (¹).

Гексапептид, при внутривенном введении в дозе 0,1—1 мкг на целое животное, оказывает гипогликемический эффект у крыс как при норме, так и при аллоксановом диабете (²). При этом установлены заметные изменения в содержании гликогена в сердце и других органах, а также характерные изменения активности фосфоорилазы и фосфопротеинфосфатазы.

На основании вышесказанного, нами было решено изучить влияние синтетического гексапептида на секрецию инсулина у крыс.

В 1974 г. нами был установлен факт, что соматостатин оказывает ингибирующее влияние на инкреторный панкреас—задерживая выход кардиоактивных соединений из поджелудочной железы в кровь (³).

В том же году Koecker et al., (⁴) получили прямые доказательства ингибирующего влияния соматостатина на секрецию инсулина. В настоящем исследовании мы задались целью изучить также совместное действие соматостатина и изучаемого гексапептида на секрецию инсулина у крыс.

Опыты ставили на половозрелых белых крысах весом 120—150 г. Кровь у животных брали на гепарине из яремной вены под гексеналовым наркозом и сразу центрифугировали в течение 15 мин при 1500 об/мин. Затем сыворотку отсасывали и хранили на холоду.

Для определения инсулина в одной пробе использовали 0,1 мл плазмы. Определение инсулина у животных проводили также через 15 и 30 минут после введения изучаемых веществ.

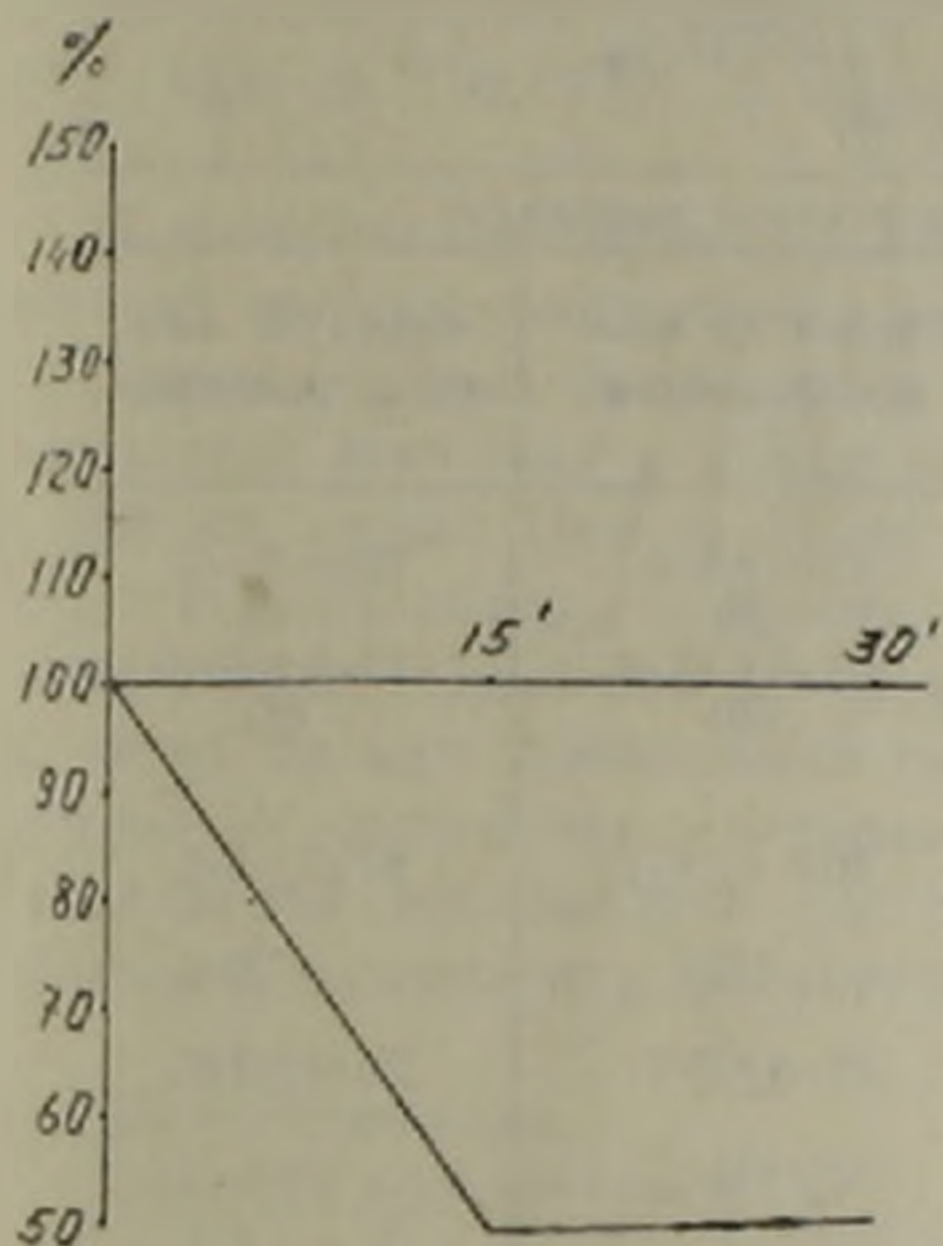


Рис. 1. Изменение содержания инсулина в крови крыс под влиянием соматостатина

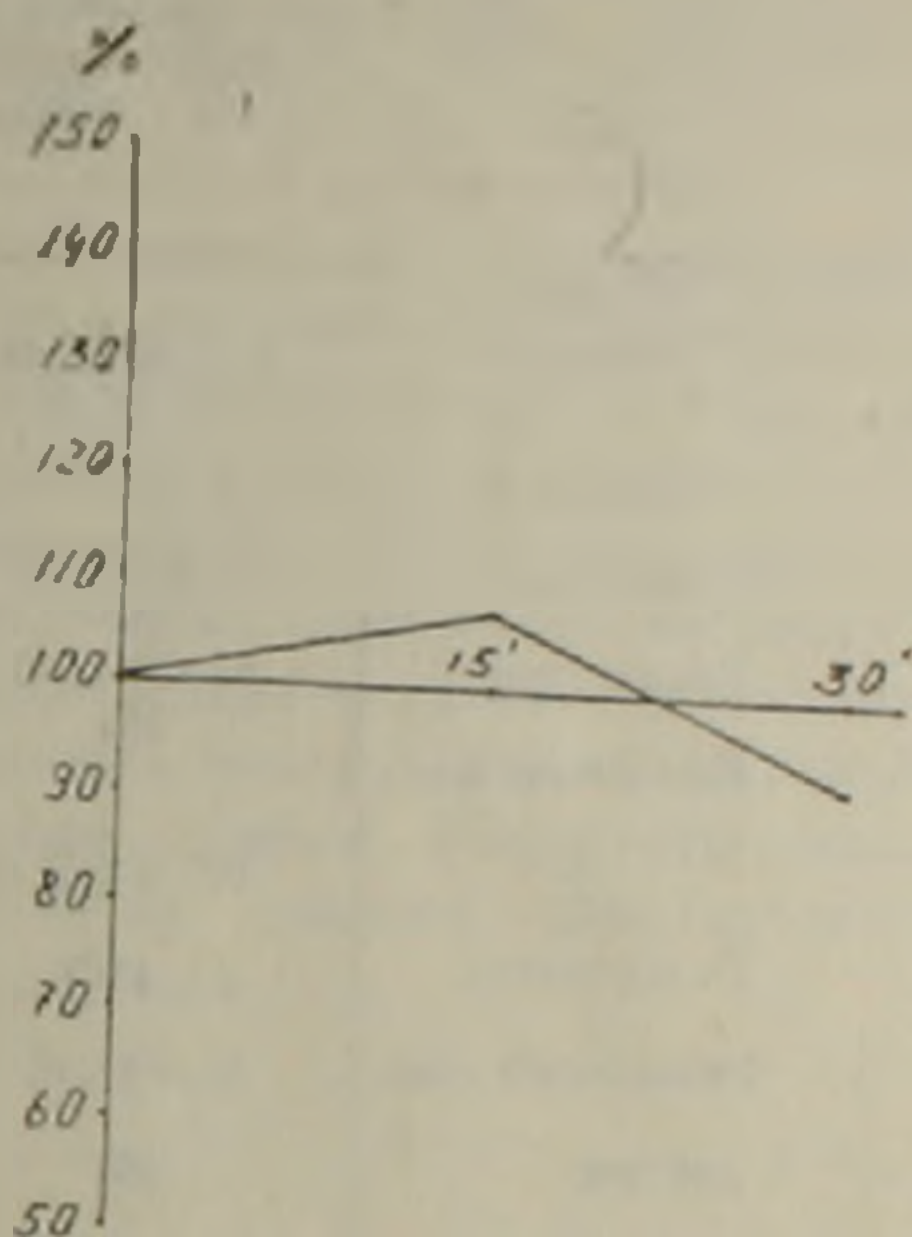


Рис. 2. Изменение содержания инсулина в крови крыс под влиянием соматостатина и гексапептида

С целью радиоиммунного определения инсулина, нами, предварительно, иммунизацией животных была получена антиинсулиновая сыворотка и проведена метка гормона радиоактивным I^{125} , построена калибровочная кривая для определения инсулина. Построение калибровочной кривой проводили общепринятыми методами (^{3,4}), содержание инсулина выражали в микроединицах.

Инсулин определяли радиоиммунохимическим методом, основанном на конкурентном связывании с антителами меченного и немеченного гормона в стандартных пробах и в исследуемых образцах (⁶).

Определение инсулина было проведено у 35 крыс в 4 группах. Первая группа — животные, получавшие соматостатин, вторая — гексапептид, третья — соматостатин и гексапептид, четвертая — контрольная, которым вводили только физиологический раствор (табл. 1, рис. 1—4).

По нашим данным содержание инсулина в крови у белых крыс колебалось от 20 до 150 мк ед./мл. Эти данные близки с результатами Морганя и Лазарова (⁶) показавших, что содержание инсулина в кро-

в белых крыс может колебаться от 15 до 165 мк ед./мл, в среднем составляя 104 ± 23 мк ед./мл. Результаты изучения содержания инсулина в крови у крыс, получивших соматостатин и гексапептид, приведены в таблице 1.

Таблица 1

Содержание инсулина в крови у крыс под влиянием
соматостатина и гексапептида.
(мк ед./мл)

Вводимое вещество	Концентрация инсулина		
	до введения	через 15 мин после введен.	через 30 мин после введения
Соматостатин	71.0 ± 17.6 (9)	34.9 ± 8.0 (9)	35.6 ± 5.2 (6)
Гексапептид	67.0 ± 14.0 (9)	84.0 ± 13.0 (9)	67.0 ± 10.0 (8)
Соматостатин + Гексапептид	101.6 ± 12.0 (12)	109.1 ± 8.1 (12)	91.3 ± 5.1 (12)
Физиологический раствор	25.6 ± 2.5 (6)	28.0 ± 2.2 (6)	26.0 ± 2.0 (6)

Из таблицы видно, что после введения гексапептида в дозе 1 мкг на животное содержание инсулина в крови у крыс через 15 мин увеличивается с 67,14 до 84,14 мк ед./мл. Через 30 мин оно снова возвращается к первоначальной концентрации.

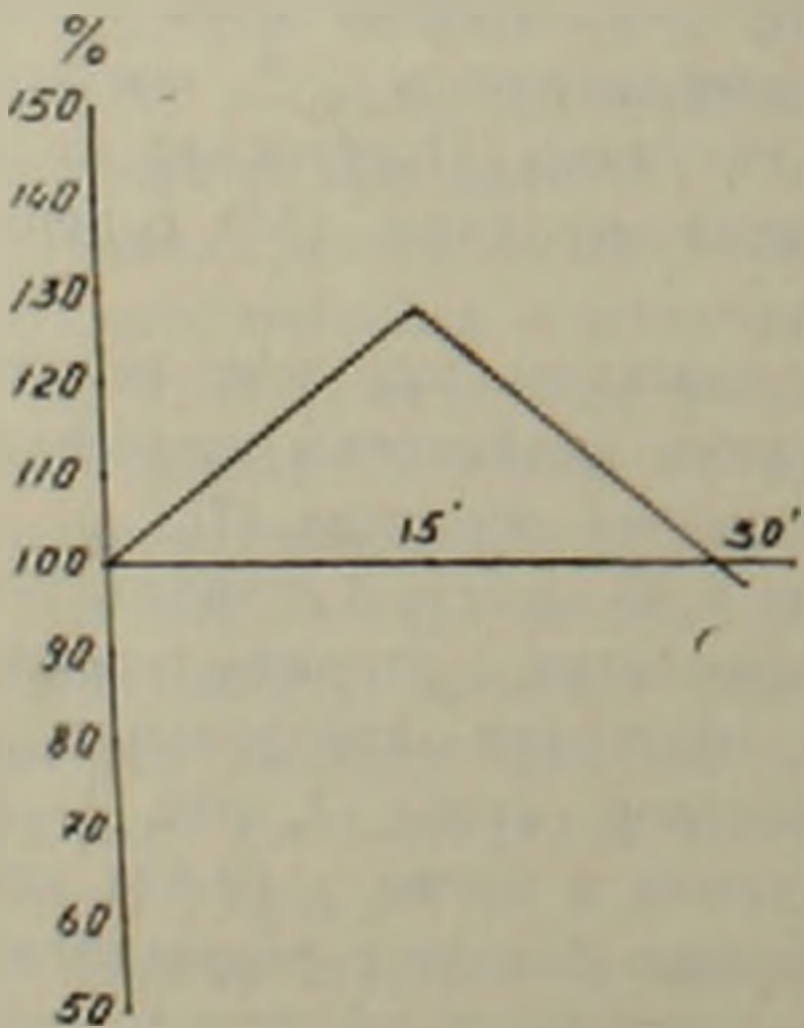


Рис. 3. Изменение содержания инсулина в крови крыс под влиянием гексапептида

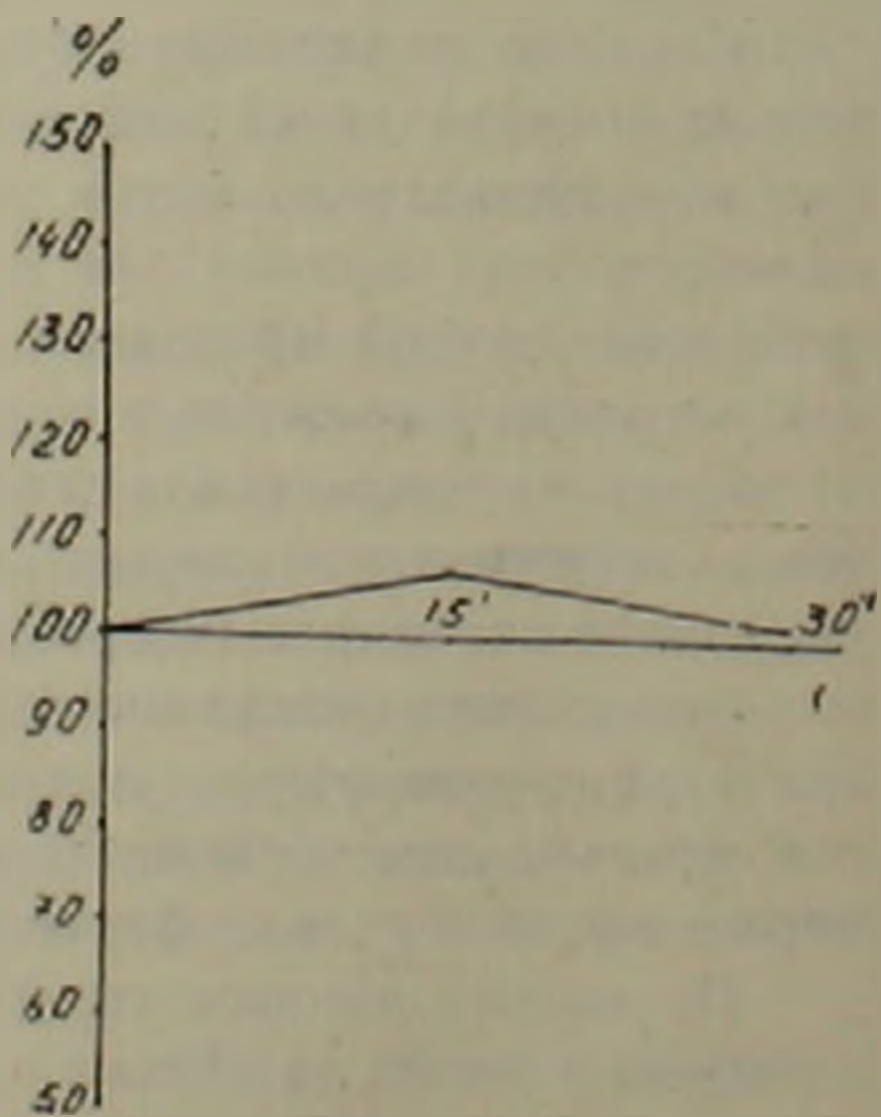


Рис. 4. Изменение содержания инсулина в крови крыс после введения им физиологического раствора

В группе животных, получивших соматостатин, содержание инсулина в крови до введения препарата, составляло $71,0 \pm 17,6$ мк ед./мл. Через 15 мин., после введения соматостатина, оно снизилось до $31,9 \pm 8,0$ мк ед./мл., а через 30 мин было $35,6 \pm 5,2$ мк ед./мл.

При совместном введении соматостатина и гексапептида, через 15 мин наблюдалось повышение уровня инсулина в крови животных с $101,6 \pm 12,0$ до $109,1 \pm 8,1$, а через 30 мин оно составляло $91,3 \pm 5,1$ мк ед./мл.

В контрольной группе, у животных получавших только физиологический раствор содержание инсулина практически не изменялось.

Таким образом, проведенное исследование позволило показать, что содержание инсулина в крови у белых крыс может колебаться от 15 до 200 мк. ед./мл. При введении соматостатина наблюдается уменьшение, а при введении гексапептида увеличение содержание инсулина в крови у крыс. При совместном введении соматостатина и гексапептида, через 30 мин. проявляется тенденция к уменьшению концентрации гормона по сравнению с первоначальным уровнем. Результаты наших исследований показывают, что гексапептид снимает ингибирующее действие соматостатина на секрецию инсулина.

Институт биохимии

Академии наук Армянской ССР

Հայկական ՍՍՀ ԳԱ բժշկական-անոթային և ԳԱԼՈՅԱՆ, Բ. Կ. ԱՆՏՈՆՅԱՆ,
Վ. Վ. ԲԱՆԷ, Թ. Հ. ԳԱԼՍՅԱՆ

Հիպոթալամուսային նոր հեմապեպտիդի ազդեցությունը առնետների մոտ
ինսուլինի սեկրեցիայի վրա

Ռադիոիմունոքիմիական մեթոդով ուսումնասիրված է հիպոթալամուսից
անջատված նոր հեքսապեպտիդի ազդեցությունը սպիտակ առնետների արյան
մեջ ինսուլինի քանակության վրա:

Ցույց է տրված, որ հեքսապեպտիդը ուժեղացնում է ինսուլինի սինթեզը,
որը հանգեցնում է արյան մեջ վերջինիս քանակության բարձրացման:

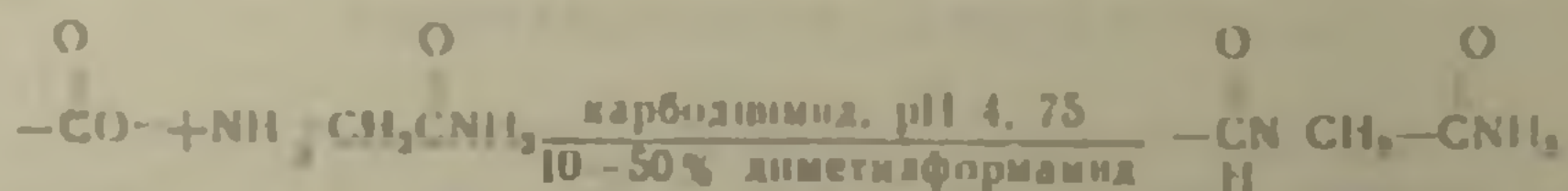
Պարզված է նաև, որ հեքսապեպտիդը վերացնում է ինսուլինի սեկրեցիայի
վրա սոմատոտատինի ունեցած արգելակիչ ազդեցությունը:

ЛИТЕРАТУРА — ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

¹ А. А. Галоян, ДАН АН Арм. ССР, т. 64, № 2 (1977). ² А. А. Галоян, Н. Г. Ху-
марян, А. Х. Ханзатян, ДАН АН Арм. ССР, т. 65, № 5, (1977). ³ А. А. Галоян, Р. А.
Александрян, «Биол. журн. Армении», т. 27, № 6, (1974). ⁴ P. T. Koverker et all., Science,
184, 482 (1974). ⁵ R. S. Yallow, Pharmacol. Rev., 25, 2, (1963) ⁶ C. R. Morgan, A.
Lazarow, Diabetes, 12, 2 (1963).

(Представлено 22/VІ 1978)

В этом аспекте предлагаемый Крэгом метод блокирования карбоксильных групп глицинамидированием в присутствии водорастворимых карбодимидных дериватов достаточно эффективен и имеет несомненные преимущества по сравнению с остальными способами (¹). Сущность глицинамидирования заключается, как видно из нижеприведенной схемы реакции, в присоединении остатка глицинамида к каждой свободной карбоксильной группе; именно этим путем происходит блокирование кислых групп



176

В настоящей работе мы задались целью устранить причины адсорбции кардиотропного нейрого르몬а «С» (НС) при его гель-фильтрации на сефадексе G—10, используя обработанный глицинамидированием сефадекс, не исключая также возможности гетерогенности вышеуказанного нейрого르몬а. Одновременно приобретает большое значение разработка адекватного метода выделения, позволяющего получить достаточное количество НС.

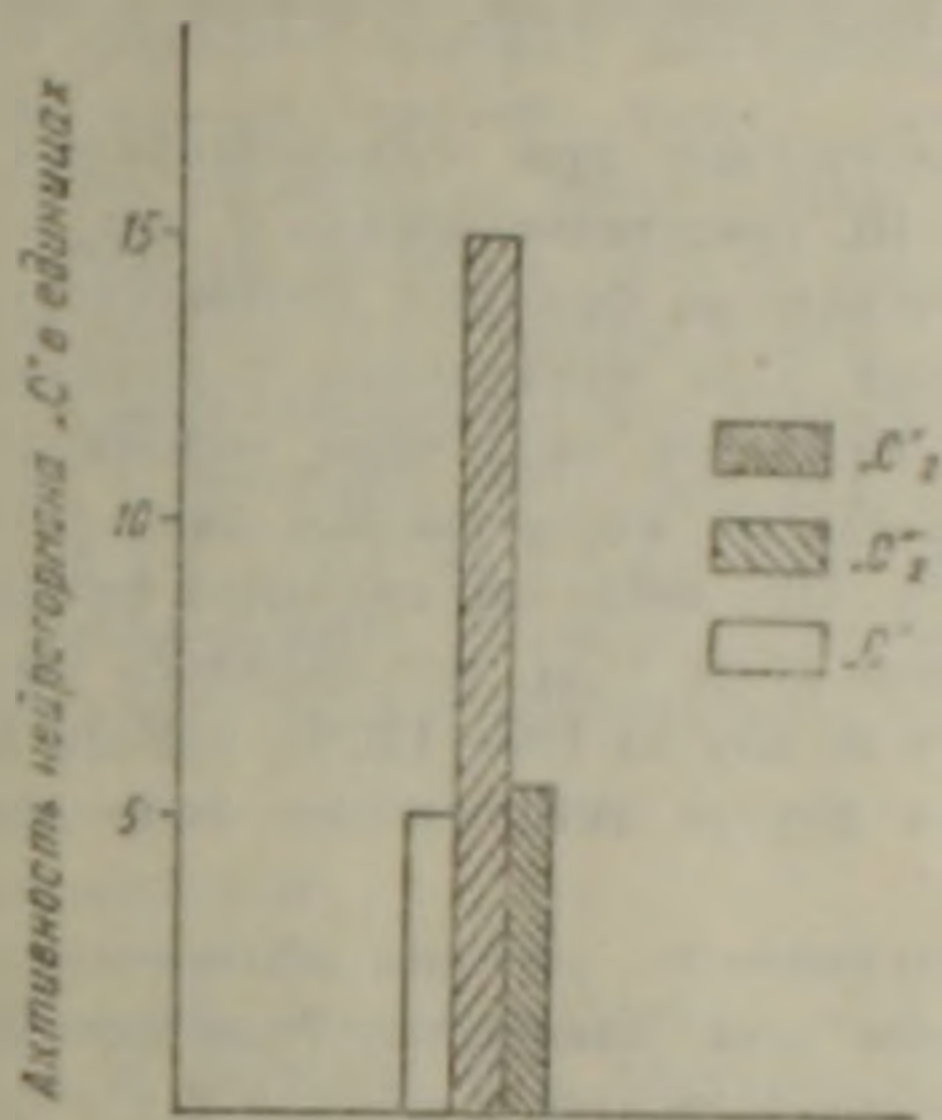


Рис 1. Сравнение действия фракций «С₁» и «С₂» на ФДЭ мозга крыс с действием нейрого르몬а «С».

В качестве основных материалов использовали коммерческие препараты: сефадекс G—10 фирмы Pharmacia Fine Chemicals; диметилформамид (ДМФ) — Fisher Scientific Co; Chemical Manufacturing Division, N. Y.; глицинамид-гидрохлорид—Division of Becton, Dickinson and Co, Orangeburg, N. Y; N,N'—дициклогексилкарбодимид—Ferk Berlin; какодиловая кислота, Ferk Berlin.

Реакцию глицинамидирования вели по методу, разработанному Крэгом и сотр. (1) с некоторыми модификациями. Сефадекс G—10 в количестве 50 г суспендировали в 0,1 н растворе NaCl, промывали с помощью декантации сначала 0,5%-ным раствором Na—ЭДТА, а затем трижды дистиллированной водой, пока pH декантируемой воды не стал равным 6. Сефадекс уравнивали 400 мл смеси, состоящей из 50% ДМФ в 0,1 н буфере какодиловой кислоты pH 4,75, сюда же добавляли 10 ммоль глицинамида и 10 ммоль водорастворимого карбодимида. Для удаления реагентов последовательно промывали: 0,1 н раствором NaCl, дистиллированной водой до исчезновения реакции с нингидрином. Обработанный таким образом сефадекс G—10 или G—25 упаковывали в колонку размерами 1×50 см. В качестве маркера использовали 0,01%-ный водный раствор голубого декстрана. Элюция велась дистиллированной водой со скоростью 16 мл/час. В отобранных аликвотах велась проверка биологической активности по известной

методике Моравитца и Цана (⁷) и определение активности фосфодиэстеразы (ФДЭ) по ранее описанному методу (⁸). Активность ФДЭ определяли по количеству гидролизованного субстрата циклического аденозинмонофосфата (цАМФ) в процессе его инкубации с ферментом. О гидролизе цАМФ судили по падению радиоактивности ³H-цАМФ, использованного в качестве маркера. За единицу активности нейrogормона «С» принимали такое количество препарата, которое ингибировало 1mE цАМФ фосфодиэстеразы гомогената мозга крысы за 1 минуту.

Результаты, полученные при гель-фильтрации нейrogормона «С» через сефадекс G—10, свидетельствовали о том, что указанное активное соединение выходило во фракции, соответствующей 10-ому объему элюирующего буфера. При применении глицинамидированного сефадекса были обнаружены две различные коронарорасширяющие фракции. В ожидаемом объеме элюировалась лишь наименьшая часть активности, около 30%. При введении активной фракции указанной зоны, условно обозначенной нами «С₂», наблюдалось увеличение коронарного кровотока кошек *in situ* на 100—120%, причем действие этого начала, по сравнению с другой активностью—непродолжительное, в течение 1,5 часа.

Основная же активность, условно обозначенная нами «С₁», была сосредоточена в 1-ом пике, элюируясь 7-ым объемом буфера. Эффект указанной фракции продолжался в течение 3-х и более часов, увеличивая коронарный кровоток на 200—250% по сравнению с нормой.

Фракции «С₁» и «С₂» отличаются также способностью в различной степени ингибировать ФДЭ 3'5'-цАМФ мозга (таблица). При сравнении действия фракции «С₂» с действием нейrogормона «С» в наших опытах с ферментом гомогенатов мозга крысы удалось показать, что вышеуказанная фракция проявляет столь же сильный ингибирующий эффект. Наряду с этим выяснилось, что ингибирующий эффект фракции «С₁» превосходит почти в три раза подобное действие нейrogормона «С» (рисунок).

Таблица

Изменение активности ФДЭ мозга крыс под действием коронарорасширяющих фракций

Фракции	Количество гидролизованного субстрата, %		Степень ингибации, %	Активность в единицах на 1 мл
	контроль	опыт		
«С»	84	74	10	0,5
«С ₁ »	85	60	25	1,6
«С ₂ »	80	69,7	10,3	0,6

Следовательно, вместо ожидаемого суммирования эффекта ингибиции наблюдается обратная картина. Механизм этого явления пока не выяснен полностью, можно лишь допустить возможность наличия в активном комплексе другого соединения, которое препятствует проявлению характерного для ИС действия как на коронарное кровообращение, так и на ингибирование ФДЭ цАМФ мозга.

По предварительным данным таким соединением может быть коронаросуживающая фракция, которая диссоциируется от нейрого르몬а «С» лишь при гель-фильтрации через глицинамидированный сефадекс. Одновременно происходит диссоциация нейрого르몬а «С» на две коронарорасширяющие фракции, одна из которых является весьма эффективным ингибитором ФДЭ цАМФ мозга. Одинаковый профиль элюции через неглицинамидированные сефадексы, сходство биологической активности и ингибирующего эффекта на ФДЭ 3'5'-цАМФ диссоциированных друг от друга на глицинамидированном сефадексе фракций позволяет предположить наличие в гипоталамусе двух изоформ или аналогов кардиозактивного нейрого르몬а «С».

Институт биохимии
Академии наук Армянской ССР

Հայկական ՍՍՀ ԴԱ Իզրաէլից-առողջապահական, Ա. Ա. ԴԱՆՈՅԱՆ, Ռ. Մ. ՍՐԱՊԻՈՆՅԱՆ,
Ռ. Ս. ԿԱՐԱՊԵՏՅԱՆ, Յ. Մ. ՍԱՀԱԿՅԱՆ, Ս. Ա. ՍԱՀԱԿՅԱՆ, Գ. Ա. ՍԱՐԻՐԵԿՅԱՆ

Իլիցինամիդացված սեֆադեքս G-10-ի միջոցով դիսոցված նեյրոհորմոն
«С»-ի երկու իզոմերների հայտնաբերման մասին

Հետազոտությունների արդյունքները պարզեցին, որ սեֆադեքս G-10-ի ղիցինամիդացումից հետո, երբ վերջինիս ազսորրցիոն հատկությունները նվազում են, նեյրոհորմոն «С»-ն, որը նախկինում նույն սեֆադեքսի վրա դուրս էր գալիս միայն մեկ զոնայում, այժմ բաժանվում է երկու մասի, որոնցից յուրաքանչյուրն օժտված է պսակաձև անոթալայնիչ, ինչպես նաև ցիկլիկ-ԱՄՖ, ֆոսֆոդիէսթերազայի ընկճման հատկությամբ։ Սույն տվյալները վկայում են «С» նեյրոհորմոնի երկու իզոմերների («С₁», «С₂») առկայության մասին։

ЛИТЕРАТУРА — ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

- ¹ K. L. Carraway and D. E. Koshland, *Biochim. Biophys. Acta*, 160., 272—274. (1968).
- ² Y. Porath, *Separ. Sc.*, 2, 507, (1967).
- ³ Y. Porath, Y. C. Yanson and T. Laas, *J Chromatography*, 60, 167 (1971)
- ⁴ B. Gelotte, *J Chromatography*, 3, 330 (1960).
- ⁵ Hao—Chia Chen, C. Lyman, Creig and E. Stoner, *Biochemistry*, 11, 19 (1972).
- ⁶ T. Y. Richard et al., *Anal. Biochemistry*, 82, 23 (1977).
- ⁷ P. Z. Morawitz und A. Zahn, *Deutsch. Arch. Klin Med.*, 116, 364 (1914).
- ⁸ А. А. Галоян, Б. Я. Гурбуц, М. А. Позосян, *Вопр. биохимии мозга*, Изд. АН Арм. ССР, 11, 83 (1976).

УДК 595.763.7

С. М. Яблоков-Хинзorian

Два новых вида жесткокрылых—кокциnellид из
Восточной Азии

(Coleoptera, Coccinellidae)

(Представлено чл.-корр. АН Армянской ССР Э. А. Давтяном 22/XI 1977)

В богатом материале, любезно присланном нам на определение из Музея университета имени Гумбольдта в Берлине обнаружено два новых вида, описание которых приводится ниже. Их голотипы хранятся в Берлине.

1. *Lemnia melanoptera* Iablokoff—Khinzorian sp. nov. Вьетнам (Тонкин), Montes Maunon, апрель—май, 2—3000 футов, по сборам Фрюстрофера, голотип, ♂.

Голова желтая, переднеспинка черная с двумя крупными беловатыми пятнами вдоль всего бокового края, щиток и надкрылья одноцветно черные. Низ и конечности желтые. Длина 6 мм. Рис. 1, а.

Лоб равномерно негусто точечный на шагренированном фоне. Наличник со слабо вырезанным передним краем и резкими прямыми передними углами. Ротовые органы типичные для этого рода. Ментум с двумя слабыми продольными килями. Усики слегка длиннее ширины лба, их 9-й и 10-й членики слегка, 11-й вдвое длиннее ширины. Переднеспинка с широко закругленным боковым краем, слегка выпрямленным перед тупыми и закругленными передними углами, задние углы широко закругленные. Диск густо вдавленно точечный на почти гладком фоне. Плевры с плоской ямкой. Щиток в 10 раз уже тела. Надкрылья слегка короче общей ширины, равномерно густо точечные на шагренированном фоне, вдоль бокового края точечность гуще и крупнее. Боковой скат спадает круто, распластан вдоль равномерной плоской и широкой каймы, сзади скат спадает без отгиба. Переднегрудь приподнята вдоль середины, с двумя килями, соединенными за передним краем, выступ с закругленной вершиной, слабо выступающей за край тазиков. Среднегрудь с плавным килем, изогнутым за крупной ямкой. Заднегрудь с выемчатым передним краем и цельными, слабо изогнутыми бедренны-

ми линиями. На брюшке эти линии изогнуты на четверть круга до заднего края их стернита (рис. 1,б). Грудь голая, почти гладкая. Брюшко мелкоточечное и волосистое. Коготки с основным зубцом.

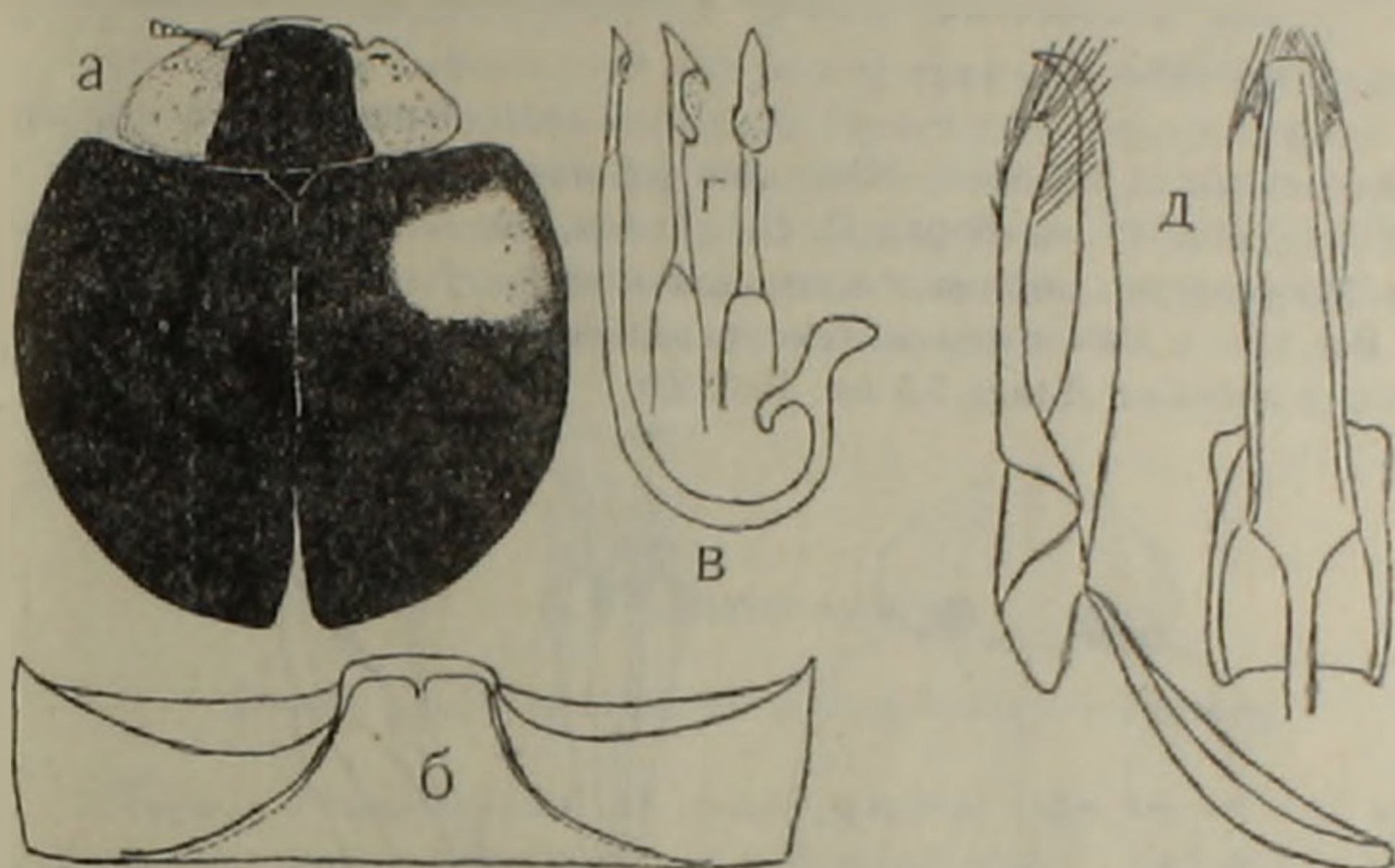


Рис. 1. *Lemnia melanoptera* Khnz sp. nov.

а—габитус; б—первый видимый стернит брюшка; в—сифон; г—его вершина сбоку и снизу; д—тегмен сбоку и снизу.
аХв; б и вХ20; г и дХ33

У ♂ задние вертлуги с резким зубцом у середины заднего края. Сифон (рис. 1,в) изогнут на полкруга, с двулопастной капсулой, его вершинный отрезок (рис. 1,г) прямолинейный, с зубцом и боковой вырезкой, затянутой перепонкой, предвершинный отрезок отсутствует. Тегмен с длинной и широкой трубкой (рис. 1,д), у вершины загнут за вершину узких парамер. Трабес слабо изогнут. Самка неизвестна, но ее лоб вероятно черный (как у родственных видов).

Этот вид—представитель рода *Lemnia* Muls. и его типичного подрода, образует с *L. saucia* Muls. и *biplagata* Swarz естественную группу, легко отличающуюся от родственных видов уже по окраске. От двух прочих видов этой группы новый вид можно отличить следующим образом:

1(2) Надкрылья черные с парой оранжевых пятен изменчивого размера или красные с черными пятнами. Выступ переднегруди далеко заходит за края тазиков. Трубка тегмена слабо изогнутая у вершины, узкая, не или едва выступает за края парамер. Вершина сифона с более или менее обособленным ~~закрюченным~~ предвершинным отрезком и вершинной иглой, без зубца. Плевральные ямки четкие и зачерненные.

. *L. saucia* Muls., *biplagata* Swrz

2(1) Надкрылья одноцветно черные. Выступ переднегруди слегка заходит за края тазиков. Трубка тегмена у вершины загнута на четверть круга, далеко выступает за вершину парамер. Сифон без предвершинного отрезка, вершинный прямолинейный, с вырезкой и конечным зубцом. Плевральные ямки плоские, без зачернения

. *L. melanoptera* Khnz. sp. nov.

2. *Illeis chinensis* Iablokoff—Khnzorian sp. nov.

Китай, I /XII 1912 по сборам С. В. Мелля, на листьях *Ruettnera aspera* без указания местонахождения. Голотип, ♂.

Все тело и конечности желтые, переднеспинка у основания с двумя черными пятнами. Длина 5,5 мм. Рис. 2, а.

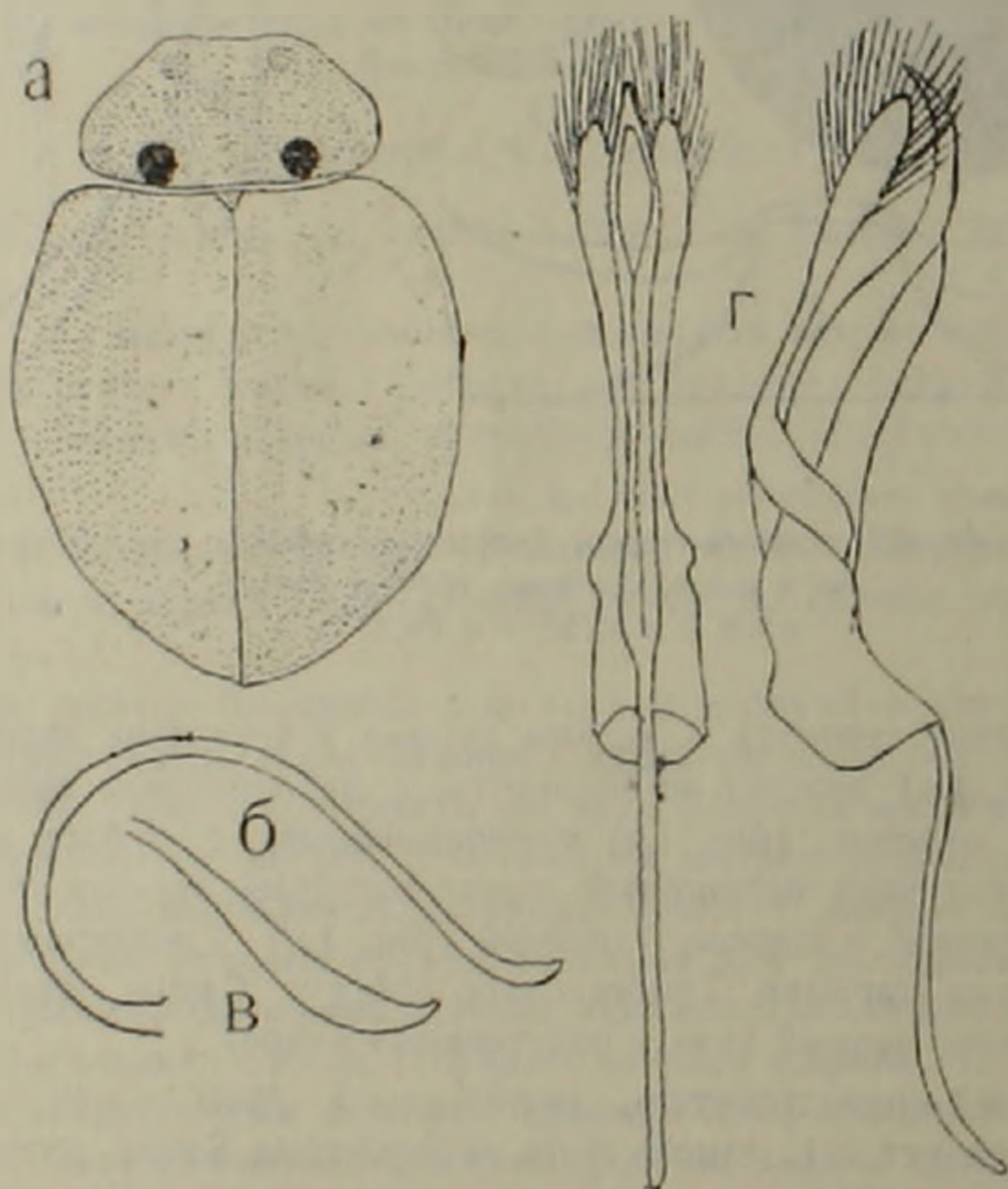


Рис. 2. *Illeis chinensis* Khnz. sp. nov.

а—габитус; б—сифон; в—его вершина; г—тегмен снизу и сбоку.

а×10; б×20; в×70; г×40

Этот вид—типичный представитель рода *Illeis* Mulsant, все виды которого сходны и могут быть отличимы лишь по гениталиям ♂, что привело в прошлом к их объединению. По внешним признакам новый вид ничем не отличается от десяти прочих уже описанных видов рода, но его мужские гениталии особые. Сифон (рис. 2, б) изогнут больше,

чем на полкруга, с цельной трубкой, к вершине голой, слегка расширенной, слабо изогнутой и кончающейся острием (рис. 2,в). Трубка тегмена (рис. 2,г) сплюснутая в сагиттальной плоскости, к вершине расширенная, кончается острием, загибающимся на четверть круга над вершинной узких параметров.

По строению сифона этот вид можно сравнить лишь с *I. gressitti* Bielawski, 1961, описанным из Новой Гвиней, у которого, однако, вершина сифона изогнута сильнее, а трубка тегмена параллельнобокая до вершины, отогнутой над параметрами под прямым углом и вытянутой в длинную иглу. Этот вид был описан по трем типам, у которых щиток затемнен, а переднеспинка несет три черных пятна.

Институт зоологии Академии наук
Армянской ССР

Ա. Մ. ՅԱՐՆՈՎՈՎ-ԿՆՋՈՐՅԱՆ

Չատիկ բզեզների երկու նոր տեսակ Արևելյան Ասիայից

Հոդվածում նկարագրված են Չատիկ բզեզների երկու նոր տեսակ, որոնց հոլոտիպերը գտնվում են Բեռլինում Հումբոլդտի անվան թանգարանում, որտեղից այլ նյութերի հետ ուղարկվել են մեզ որոշման համար:

1. *Lemnia melanoptera* Khnz. sp. nov. Վիետնամից, տարբերվում է ազգակից տեսակներից միապույն սև վերնաթևերով և արական գենիտալների կառուցվածքի առանձնահատկություններով:

2. *Illeis chinensis* Khnz. sp. nov. Չինաստանից, տարբերվում է ազգակից տեսակներից միայն արական գենիտալների կառուցվածքով:

УДК 616—092.61.08

МЕДИЦИНА

В. М. Арутюнян, М. Г. Микаелян

Тиреотропная функция гипофиза при бруцеллезе

(Представлено чл.-корр. АН Армянской ССР С. Г. Мовсисяном 1/IX 1978)

Исследования последних лет (¹⁻⁹) показали, что у больных бруцеллезом нарушается функциональная деятельность эндокринных желез. У умерших от бруцеллеза людей наблюдаются изменения в структурной организации эндокринных желез. Аналогичные наблюдения имеются также в отношении вакцинированных против бруцеллеза, а также у больных бруцеллезом животных. Авторы констатировали фазовое изменение деятельности щитовидной железы у подопытных животных. В литературе имеется также доказательство об активном участии этих желез в иммунологических реакциях организма на действия антигенного раздражителя (⁵⁻¹⁰). Выявлена определенная зависимость между количеством тиреоидных, гипофизарных и надпочечниковых гормонов в организме и иммунообразовательными процессами. Наряду с этим, согласно сложившимся в последние годы представлениям деятельность гипофиза, связанная с выделением тропных гормонов, осуществляющих регуляцию периферических желез, находится под контролем гипоталамуса, в силу чего гипоталамус рассматривается как орган интеграции эндокринной системы второго порядка (¹¹⁻¹³).

Задача настоящего исследования состояла в том, чтобы определить выявленные нарушения функциональной деятельности щитовидной железы, наблюдавшиеся у больных бруцеллезом и у иммунизированных животных, самостоятельны или находятся в зависимости от тропной функции передней доли гипофиза. Выяснение этих механизмов необходимо для принятия более радикальных мер заместительной терапии при инфекционной патологии.

Опыты проводили на 36 больных бруцеллезом белых крысах и 12 интактных морских свинок.

Первоначально белых крыс двукратно протестировали на бруцеллез по РА и РСК. Затем 9 животных оставили интактными, а 27 заразили вирулентной культурой бруцелл. Двухсуточную культуру бруцелл (*Br. melitensis* № 74) вводили подкожно в дозе по 1 млн. микробных тел. После заражения в течение 20 дней у крыс проверяли интенсив-

ность накопления агглютининов по РА и комплементсвязывающих веществ по РСК. Проводили также бактериологические исследования их внутренних органов.

На 10—20-е дни после заражения из селезенки, печени и лимфатических узлов белых крыс была получена культура бруцелл, что свидетельствовало о наличии бруцеллезной инфекции.

Наряду с серологическими и бактериологическими исследованиями у больных бруцеллезом животных определяли и тиреотропную функцию передней доли гипофиза методом биологического тестирования испытуемых гипофизов на морских свинках (по схеме Barnett 1956).

До начала опытов, а также ежедекадно (в течение месяца) забивали по 6—9 бруцеллезных животных, извлекали гипофизы, готовили гомогенат аденогипофизов и вводили подкожно морским свинкам 6 раз с интервалом 12 часов по 0,5 мл взеси. Спустя 6 часов после последней инъекции морских свинок забивали, извлекали их щитовидные железы, взвешивали и подвергали гистологической обработке.

О количестве тиреотропного гормона в гипофизе больных бруцеллезом животных судили по средней высоте клеток тиреоидного эпителия свинок-реципиентов. Полученные данные биометрически обрабатывали, после чего выводили индекс средней клеточной высоты, определяемой вариационно-статистическим методом.

Опыты показали, что титр агглютининов в сыворотке крови белых крыс находится в разведениях 1 : 400—1 : 3200, а комплимент связывающих антител—1 : 200—1 : 400. Исследования показали, что щитовидные железы морских свинок, которым вводилась взвесь аденогипофизов интактных белых крыс, обнаруживают типичную тиреоидную реакцию. При этом клетки тиреоидного эпителия бывают цилиндрической формы, слегка набухшие, наблюдается также усиленный протеолиз и резорбция коллоида, большое количество резорбционных вакуолей, коллоид жидкий, а тиреоидные клетки светлее. Измерение высоты тиреоидного эпителия этих животных не показало достоверных изменений по сравнению с контролем ($11,3 \pm 0,27$).

При введении же взвеси аденогипофизов больных бруцеллезом крыс (с 10-дневной давностью инфекции) интактным морским свинкам, в щитовидной железе последних отмечается гиперфункциональное состояние, выражающееся набуханием тиреоидных клеток, у которых верхушки куполообразно выступают в просвет фолликула, они покрыты хорошо очерченной апикальной мембраной. Высота клеток тиреоидного эпителия составляет $18,20 \pm 0,8$ мк ($p < 0,001$).

На 20-й день заболевания отмечается ослабление функции щитовидной железы. Клетки щитовидной железы этих животных мало чем отличаются от таковых нормальных животных. Средняя высота клеток тиреоидного эпителия составляет $10,31 \pm 0,2$ мк.

На 30-й день бруцеллезной инфекции деятельность щитовидной железы, судя по морфологическим признакам, остается ослабленной. При этом средняя высота тиреоидного эпителия морских свинок—реципиентов, получавших взвесь передней доли гипофиза белых крыс, составила в среднем $11,31 \pm 0,3$ мк ($p < 0,1$). Наряду с вышензложенными исследованиями нами на кроликах изучалась также роль переднего гипоталамуса в указанных процессах. Схема опытов была сходная с предыдущей. Роль переднего гипоталамуса изучали при полном двустороннем разрушении с помощью стереотаксического аппарата по координатам атласов Фифкова и Маршала (1960). Предварительные опыты показали, что при двухсторонней коагуляции переднего гипоталамуса взвесь аденогипофизов этих животных не приводит к усилению функции щитовидной железы морских свинок, как это наблюдалось, например, при опытах на крысах. Особых морфологических изменений в эпителиальной ткани железы при этом не наблюдалось. Полученные нами предварительные данные позволяют считать, что нарушение функциональной деятельности щитовидной железы, наблюдавшееся у больных бруцеллезом и иммунизированных животных, в определенной степени зависит от функционального состояния гипофиза и гипоталамуса.

Дальнейшие наши исследования уточнят роль гипоталамуса и гипофиза в механизмах наблюдавшихся изменений в деятельности щитовидной железы в процессах бруцеллезной инфекции.

Вышеприведенный фактический материал позволяет прийти к заключению о том, что при бруцеллезе у животных отмечается фазность в тиреотропной функции передней доли гипофиза. При этом в первой декаде инфекции усиливается продукция тиреотропного гормона, во второй же декаде заболевания тиреотропная функция передней доли гипофиза ослабляется и этот уровень сохраняется до конца третьей декады.

Эти исследования наводят на мысль о том, что при бруцеллезе наряду с вакцинотерапией, антибиотикотерапией необходимо прибегать и к заместительной гормонотерапии.

Ереванский медицинский институт

Վ. Մ. ՀԱՐՈՒՅՈՒՆՅԱՆ, Մ. Գ. ԽԻՓԱՅԵԼՅԱՆ

Հիպոֆիզի թիրեոտրոպ ֆունկցիան բրուցելոզի դեպքում

Հետազոտության նպատակն է հղել պարզել, թե վերահիշյալ պայմաններում վահանաձև գեղձի դործունեության խանգարումները տեղային պատճառներից են, թե ելնում են հիպոֆիզի թիրեոտրոպ ֆունկցիայի խանգարումներից: Հետազոտությունները կատարվել են 36 բրուցելոզով հիվանդ սպիտակ առնետների և 12 ինտակտ ծովախոզուկների վրա:

Հիպոֆիզի թիրեոտրոպ ֆունկցիան ուսումնասիրվել է կենսաքանական տեսաալորման մեթոդով: Կատարված փորձերից պարզվել է, որ բրուցնիդի ինֆեկցիայի ժամանակ հիպոֆիզի թիրեոտրոպ ֆունկցիան սկզբնական շրջանում որոշակի ուժեղանալուց հետո անցնում է թուլացման շրջանին, որը տևում է մինչև փորձերի վերջը (30 օր): Փորձերի արդյունքների համեմատական վերլուծությունից պարզվում է, որ հիպոֆիզի թիրեոտրոպիկ ֆունկցիայի տատանումները իրենց ազդեցությունն են թողնում վահանաձև գեղձի ֆունկցիայի վրա, առաջ բերելով համապատասխան սեղաշարժեր վահանաձև գեղձի գործունեության մեջ:

Л И Т Е Р А Т У Р А — Գ Ր Ա Կ Ա Ն Ո Ւ Թ Յ ՈՒ Ն

- ¹ В. М. Арутюнян, Труды Ереванского медицинского института, выпуск XVII, книга 2. Вопросы эндокринологии, 8—10 (1977).
- ² В. М. Арутюнян, Труды Ереванского медицинского института, выпуск XVII, книга 2. Вопросы эндокринологии, 10—13 (1977).
- ³ В. М. Арутюнян, Труды Ереванского медицинского института, выпуск XVII, книга 2. Вопросы эндокринологии, 134—137 (1977).
- ⁴ В. М. Арутюнян, М. Г. Микаелян, Доклады АН Арм. ССР, т. LXVI, № 1, 61—64, (1978).
- ⁵ W. Morgan V. Diary. Res. 37, 303—309 (1970).
- ⁶ P. Niccolletti Am. v. vest. Res. 30. 10, 1811—1824 (1969).
- ⁷ М. Г. Микаелян, С. Ш. Сакарян, Э. Е. Тевосян, Материалы научной сессии АрмНИИ, Ереван, 1972.
- ⁸ М. Г. Микаелян, Э. Е. Тевосян, Материалы 3-й Закавказской научн. конф. патофизиологов. Тбилиси, (1972).
- ⁹ М. Г. Микаелян, Т. В. Адамьян, Г. С. Григорян, Материалы научн. конференции ИТО МСХ Арм. ССР, Ереван, 1972.
- ¹⁰ С. Ш. Сакарян, С. Е. Торосян, М. Г. Микаелян, Э. Е. Тевосян, Тр. Арм НИИЖив, т. IX, Ереван, 1967.
- ¹¹ Б. Т. Асс—Лабич, Материалы I съезда эндокринологов УССР, 50—52, Харьков, 1965.
- ¹² А. П. Гришко, М. Н. Видмач, За соц. здравоохранение Узбекистана, 2, 20—23 1956.
- ¹³ Е. А. Корнева, Л. М. Хай, Физ. журнал СССР им. И. М. Сеченова, XLIX, 1, 1963.
- ¹⁴ А. М. Поляк, Автореферат докт. дисс. Пермь, 1969.
- ¹⁵ Современные вопросы эндокринологии, М., 1972.

УДК 612.826

ФИЗИОЛОГИЯ

В. Л. Городнов, член-корреспондент АН Армянской ССР В. В. Фанарджян

Корковые синаптические входы нейронов красного ядра

(Представлено 30/X 1978)

Основные афферентные входы в красное ядро (КЯ) представлены волокнами из промежуточного ядра мозжечка и сенсомоторной области коры мозга. Первые устанавливают синаптические контакты на соматической мембране рубральных нейронов (^{1,2}), вторые оканчиваются на отдаленных дендритах нейронов КЯ (^{3,4}). Электрофизиологический анализ указанных проекций показал, что дистальный синаптический вход благодаря кабельным свойствам дендритов обусловливает более медленное временное течение дендритных возбуждающих постсинаптических потенциалов (ВПСП) (⁵⁻⁷) по сравнению с соматическими ВПСП (⁸⁻¹⁰); имеется существенное различие в значении этих двух входов для процессов нейронной интеграции.

Морфологическими методами обнаружено, что нисходящие волокна в КЯ возникают и из других областей коры мозга (¹¹). Среди них особое внимание привлекает проекция из ассоциативного поля теменной коры (^{12,13}) — области, непосредственно участвующей в программировании двигательного поведения. Настоящая работа посвящена электрофизиологическому исследованию указанной проекции. В ней проведен анализ синаптических потенциалов, возникающих в нейронах КЯ на раздражение ассоциативной теменной области коры, сенсомоторной коры мозга и промежуточного ядра мозжечка.

Опыты проводились на взрослых кошках, наркотизированных нембуталом (40 мг/кг внутривенно). Доступ к КЯ осуществляли через обнаженную поверхность гиппокампа. Потенциалы отводили внутриклеточно стеклянными электродами, заполненными 3М хлористым калием или 2М цитратом калия. Микроэлектрод вводился в КЯ под латеральным углом в 15° (¹⁴). Раздражающие биполярные металлические электроды (расстояние между кончиками 1,5 мм) вводили по две пары в моторную, соматосенсорную области, в переднюю супрасильвиеву извилину и в передний отдел средней супрасильвиевой извилины (ассоциативная область) нислатерального полушария коры мозга. Электроды погружали в кору мозга на глубину 2,0—2,5 мм от ее по-

верхности. Пару раздражающих биполярных электродов вводили в контралатеральное промежуточное ядро мозжечка. Идентификацию рубро-спинальных нейронов осуществляли посредством их антидромного возбуждения при стимуляции контралатерального рубро-спинального тракта на уровне второго шейного сегмента (C_2) спинного мозга.

Всего был зарегистрирован 161 нейрон; из них 119 были идентифицированы как рубро-спинальные. Одиночное раздражение контралатерального промежуточного ядра мозжечка вызывало в нейронах КЯ ВПСII, которые характеризовались крутой фазой восхождения ($0,7-2,6$ мсек; в среднем $1,27$ мсек; $n=41$) и общей длительностью не более $7,0-30,0$ мсек (в среднем $12,1$ мсек) (рис. 1, A_1). Скрытый период возникновения ВПСII колебался в пределах $0,7-1,5$ мсек (в среднем

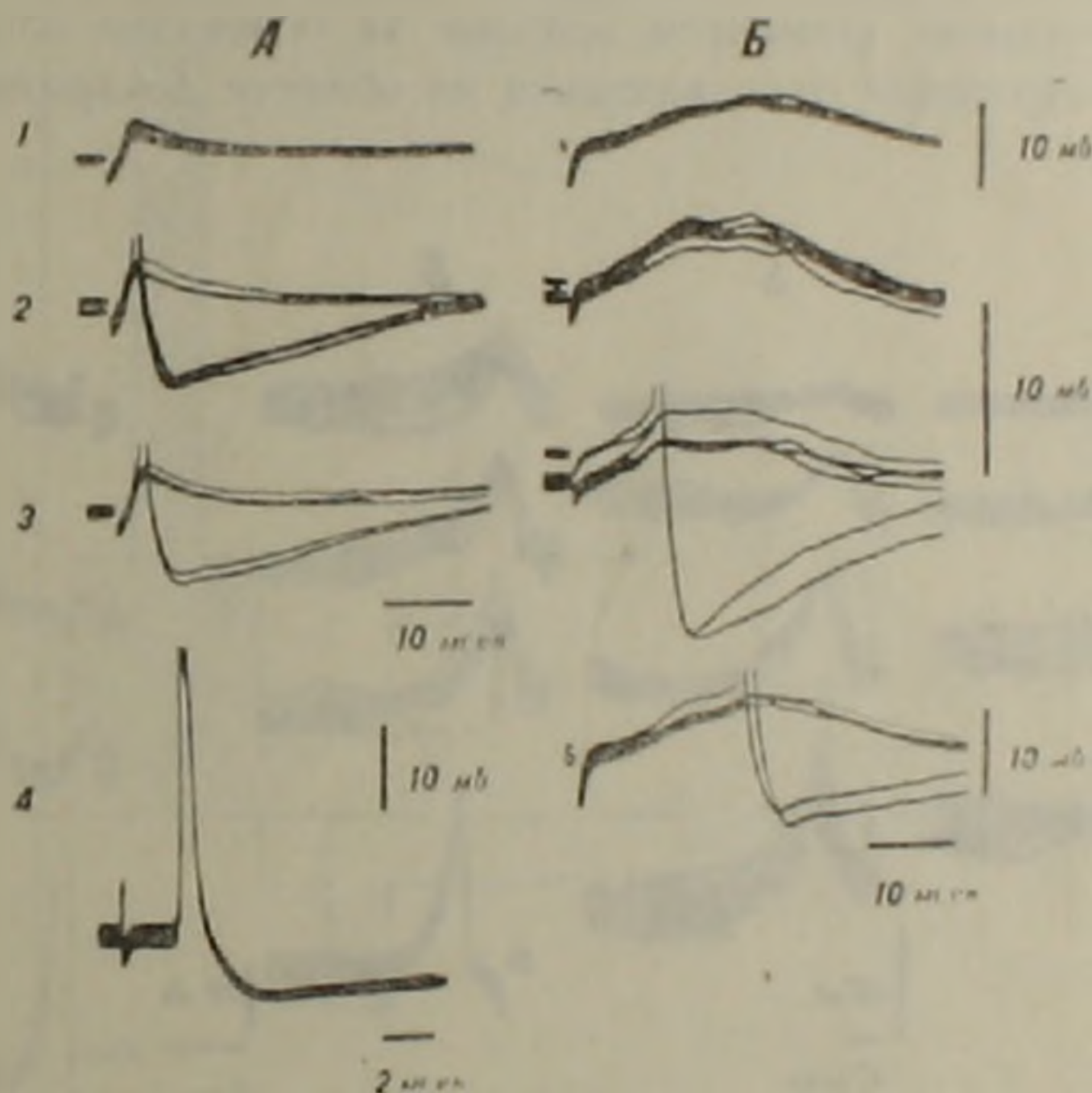


Рис. 1. Возбуждающие постсинаптические потенциалы и потенциалы действия рубро-спинального нейрона, вызванные раздражением промежуточного ядра мозжечка (A) и сенсомоторной области коры мозга (B). Сверху вниз—усиление интенсивности раздражения, приводящее к генерации потенциалов действия. A_4 —антидромный потенциал действия нейрона на стимуляцию C_2 сегмента. Все потенциалы, представленные на этом рисунке, а также на рис. 2, зарегистрированы при многократном наложении пробегов луча. Использовался усилитель постоянного тока

$0,91$ мсек; $n=40$). Если учесть, что время синаптической задержки для указанных ВПСII охватывает $0,48-0,5$ мсек ($n=14$), то следует признать их моносинаптическое происхождение. Усиление раздражения приводило к увеличению амплитуды мембранной деполяризации без изменения ее временного течения и к генерации практически во всех исследованных нейронах потенциалов действия, которые разрушали ВПСII, возникая со скрытым периодом $1,0-3,5$ мсек (в среднем $1,78$ мсек; $n=40$) (рис. 1, $A_{2,3}$).

Совершенно новыми характеристиками обладали ВПСП нейронов КЯ, возникающие на одиночное раздражение сенсомоторной области коры ипсилатерального полушария мозга. Они отличались медленным течением. Время восхождения ВПСП составляло 2,8—13,0 мсек (в среднем 6,8 мсек; $n=52$), общая длительность 12,0—40,0 мсек (в среднем 24,4 мсек). Скрытый период выявления ВПСП равнялся 1,8—7,0 мсек (в среднем 3,1 мсек; $n=52$) (рис. 1.Б₁₋₃, 2Б₁₋₃, В₁₋₃), что говорило об их моно- и полисинаптическом происхождении, поскольку время проведения по кортико-рубральным волокнам охватывает в среднем 1,5 мсек (⁵). При достижении ВПСП критического уровня часто возникали потенциалы действия (рис. 1.Б₃₋₄, 2Б₄, В₃), ранний скрытый период выявления которых колебался в пределах 5,0—15,0 мсек (в среднем 9,6 мсек). Имеется основание полагать, что последние триггируются начальным сегментом нейрона на основании электротонического распространения деполяризации из области дендритной мембраны (^{5,6,10}).

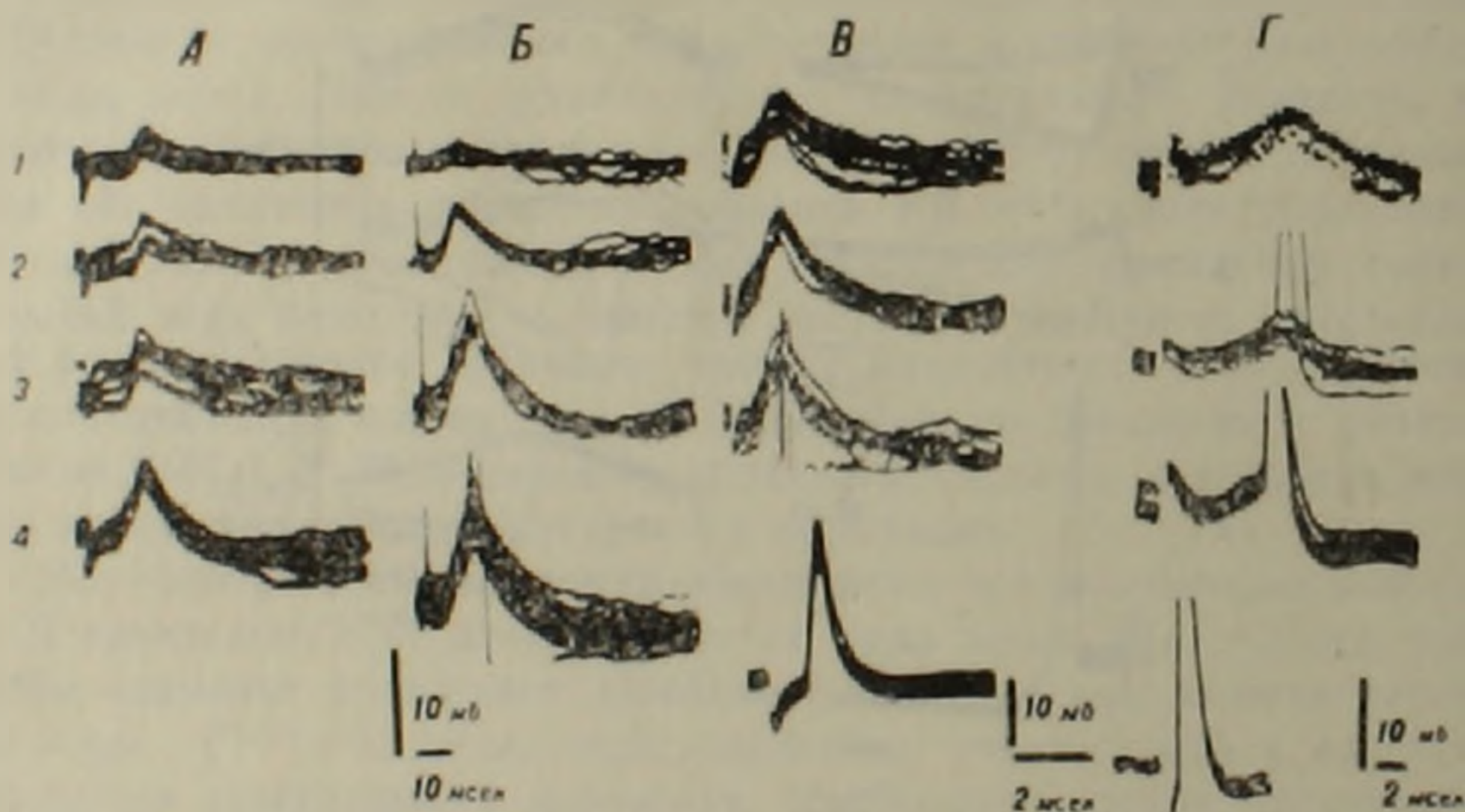


Рис. 2. Постсинаптические потенциалы и потенциалы действия двух рубро-спинальных нейронов (А—В и Г) при раздражении ассоциативной (А, Г), соматосенсорной (Б) и моторной (В) областей коры мозга. Сверху вниз—усиление интенсивности раздражения. Видна генерация потенциалов действия В₄, Г₄—антидромные потенциалы действия соответствующих нейронов на стимуляцию С₂.

Нанесение одиночного раздражения на ассоциативную теменную область коры мозга также вызывало ВПСП в нейронах КЯ. Амплитуда указанных ВПСП достигала максимума за 3,8—7,0 мсек (в среднем 4,88 мсек $n=7$) и составляла 1,2—4,5 мВ (в среднем 2,4 мВ); общая длительность равнялась 12,0—25,0 мсек (в среднем 17,1 мсек) (рис. 2.А). Скрытый период ВПСП охватывал 2,0—7,0 мсек (в среднем 3,18 мсек), что указывало на то, что часть этих потенциалов имела моносинаптическое происхождение. При увеличении силы раздражения

наблюдалась генерация потенциалов действия через 4,0–7,0 мсек после нанесения стимула (рис. 2,Г).

В настоящее время получено электрофизиологическое обоснование положения о наличии четкой зависимости длительности восходящей фазы постсинаптического потенциала от места локализации вызывающего его синапса на сома-дендритной мембране нейрона (13,16). Анализ с этой точки зрения характеристик исследованных нами ВПСП показал, что ВПСП, вызванные раздражением ассоциативной коры занимают как бы промежуточное место среди постсинаптических реак-

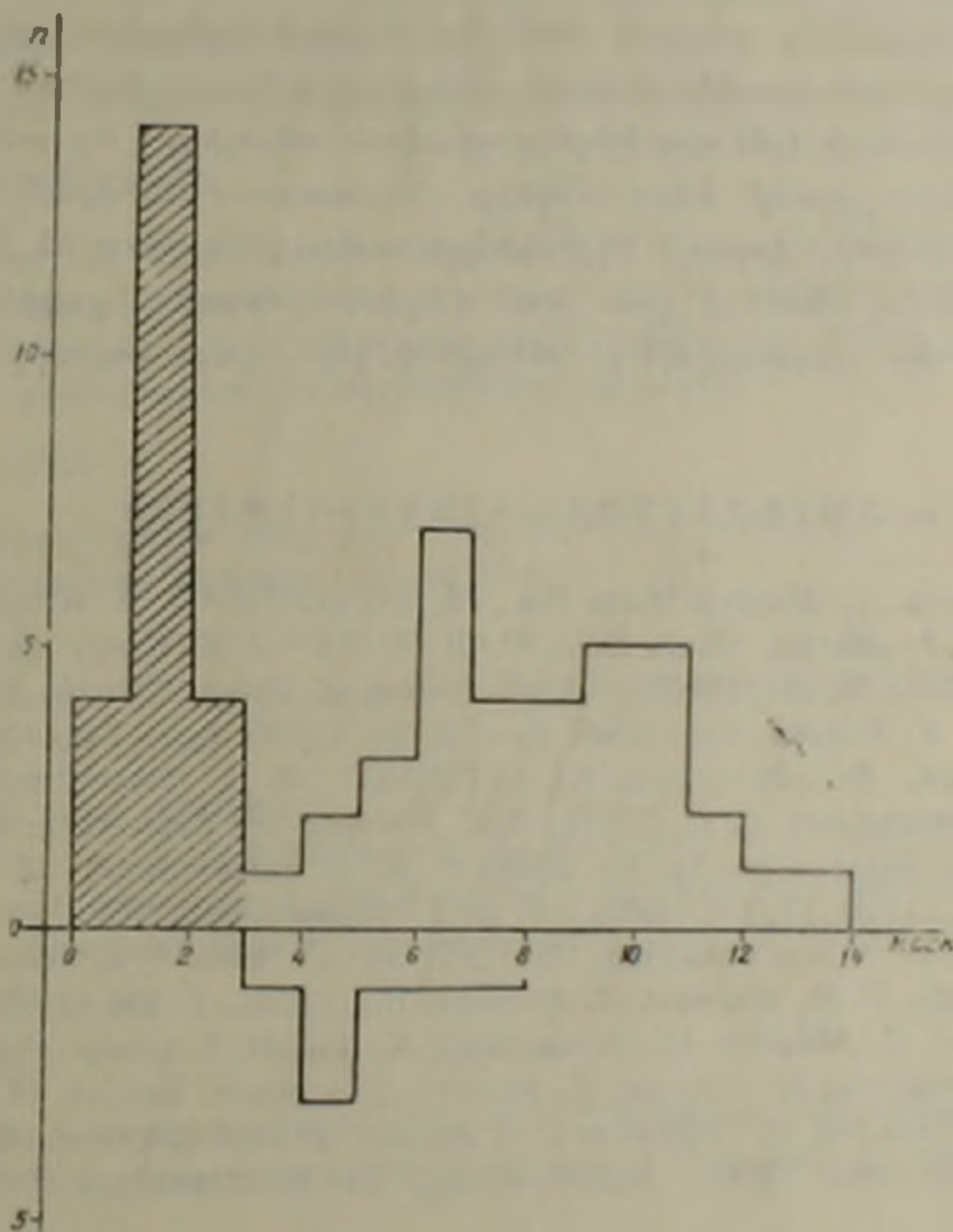


Рис. 3. Гистограмма распределения времени восхождения возбуждающих постсинаптических потенциалов нейронов красного ядра, вызванных раздражением промежуточного ядра мозжечка (отмечено штриховкой), ассоциативной (ниже оси абсцисс) и сенсомоторной (выше оси абсцисс) областей коры мозга. По оси абсцисс—время, мсек; по оси ординат—количество нейронов, n

ций, возникающих на стимуляцию промежуточного ядра мозжечка и сенсомоторной области коры мозга (рис. 3). Это дает основание полагать, что волокна из теменной ассоциативной области коры мозга устанавливают синаптические контакты на более проксимальных частях сома-дендритной мембраны нейронов КЯ, чем аксоны кортико-руб- ральных нейронов, расположенных в сенсомоторной области коры мозга.

Կարմիր կորիզի նեյրոնների կեղևային սինապտիկ մուտներ

Նեմբուլալով անզգայացված կառույցների մոտ միկրոէլեկտրոդային ներ-
բրնշխային գրանցման մեթոդի օգնությամբ հետազոտվել են կարմիր կորիզի
նեյրոնների սինապտիկ մուտները ի պատասխան ուղեղիկի միջանկյալ կորի-
զի, ուղեղի զգայաշարժիչ և ասոցիատիվ զազաթային շրջանների գրգռմանը:
Ցույց է տրվել, որ վերը նշված շրջանների գրգռման հետևանքով կարմիր կո-
րիզի կարմիր-կորիզ-օգնուղեղային նեյրոններում ժազում են գրգիչ հետա-
նապտիկ պատենցիալներ տարբեր մամանակային և ամպլիտուդային բնութ-
ագրերով: Կատարվել է կարմիր կորիզի վրա ուղեղի ասոցիատիվ զազաթային
կեղևի պրոնիցիտների էլեկտրաֆիզիոլոգիական անալիզը: Ծգրակացություն է
տրվել, որ նշված շրջանի ներվաթելերը հաստատում են իրենց սինապտիկ
կախակալները կարմիր կորիզի նեյրոնների սոմա-դենդրիտային թաղանթների
առավել պրոքսիմալ մասերի վրա, քան կեղև-կարմիր կորիզային նեյրոնների
աքսոնները: Որոշք տեղադրված են ուղեղի կեղևի զգայա-շարժիչ շրջանում:

Л И Т Е Р А Т У Р А — Գ Ր Ա Կ Ա Ն ՈՒ Թ Յ ՈՒ Ն

- ¹ Y. Nakamura, N. Mizuno, Brain Res., 35, 283 (1971). ² J. S. King, R. M. Dom, J. B. Connor, G. P. Martin, Brain Res., 52, 61 (1973). ³ J. S. King, G. P. Martin J. Connor, Brain Res., 38, 251, (1972). ⁴ L. T. Brown, J. Comp. Neurol., 134, 149 (1974). ⁵ N. Tsukahara, K. Kosaka, Exp. Brain Res., 5, 102 (1968). ⁶ N. Tsukahara, F. Murakami, H. Hultborn, Exp. Brain Res., 23, 49 (1975). ⁷ B. B. Փանրոջյան, Ժ. Շ. Շարախյան, Нейрофизиология, 3, 43 (1971). ⁸ K. Toyama, N. Tsukahara, K. Kosaka, K. Matsunami, Exp. Brain Res., 11, 187 (1970). ⁹ B. B. Փանրոջյան, Ժ. Շ. Շարախյան, Физиол. журн. СССР, 55, 121 (1969). ¹⁰ B. B. Փանրոջյան, О нейронной организа-
ции дифференциальной системы возбуждения, Изд. „Науча“, Л. 1975. ¹¹ E. Rinold, Exp. Neu-
rol., 12, 278 (1965). ¹² M. Mabuchi, T. Kusama, Brain Res., 2, 254 (1966). ¹³ N. Mizu-
no, K. Morizuki, C. Akimoto, R. Matsushima, K. Sasaki, J. Comp. Neurol., 147, 511
(1973). ¹⁴ N. Tsukahara, K. Toyama, K. Kosaka, Exp. Brain Res., 1, 18 (1967). ¹⁵ N.
Tsukahara, H. Hultborn, F. Murakami, Y. Fujito, J. Neurophysiol., 38, 1359 (1975).
¹⁶ W. Rall, In Neuronal Theory and Modeling, 73-96, Standford, Standford Univ.
Press, 1964.

