ՀՍՍՀ ԳԱ
Տեղեկագիր

ՖԻԶԻԿԱ
ФИЗИКА

1984

Журнал выходит на русском языке 6 раз в год.
Издается с 1966 г.

Изв. АН Армянской ССР, Физика, т. 19, вып. 1, 3—9 (1984)

УДК 530.145

К РАЗЛОЖЕНИЮ СФЕРОИДАЛЬНОГО БАЗИСА АТОМА ВОДОРОДА ПО СФЕРИЧЕСКОМУ

Л. Г. МАРДОЯН

Ереванский политехнический институт

Г. С. ПОГОСЯН, В. М. ТЕР-АНТОНЯН

Ереванский государственный университет

(Поступила в редакцию 28 января 1983 г.)

Предложен новый метод вычисления матриц перехода от сфероидального базиса атома водорода к сферическому. Основу метода составляет доказываемая в настоящей работе ортогональность радиальных волновых функций атома водорода по орбитальному моменту. Дается обобщение этого специфического условия на случаи кулоновского поля и изотропного осциллятора произвольной размерности.

1. Сфероидальный базис атома водорода

Вытянутые сфероидальные координаты ξ, η, φ выражаются через декартовы координаты x, y, z следующим образом [1]:

$$x = \frac{R}{2}\sqrt{(\xi^2-1)(1-\eta^2)}\cos\varphi,$$

$$y = \frac{R}{2}\sqrt{(\xi^2-1)(1-\eta^2)}\sin\varphi,$$

$$z = \frac{R}{2}(\xi\eta+1)$$

и изменяются в пределах

$$1 \leqslant \xi < \infty, \quad -1 \leqslant \eta \leqslant 1, \quad 0 \leqslant \varphi \leqslant 2\pi.$$

В двухцентровой задаче R — расстояние между центрами, в атоме водорода R является «свободным» параметром, не несущим на себе динамической нагрузки и принимающим любое неотрицательное значение.

Сфероидальные волновые функции атома водорода имеют вид [2]

$$\psi_{nqm}(\xi, \eta, \varphi, R) = C_{nqm}(R)\,\Pi_{nqm}(\xi, R)\,\Xi_{nqm}(\eta, R)\frac{e^{im\varphi}}{\sqrt{2\pi}}, \qquad (1)$$

где $C_{nqm}(R)$ — нормировочная постоянная, n — главное квантовое число, а q определяет число узлов функции $\Pi_{nqm}(\xi, R)$. В работе [3] показано, что функции $\Pi_{nqm}(\xi, R)$ и $\Xi_{nqm}(\eta, R)$ удобно выбирать следующим образом:

$$\Pi_{nqm}(\xi, R) = e^{-\frac{R}{2n}\xi} (\xi^2-1)^{\frac{|m|}{2}} \sum_{s=0}^{n-|m|-1} a_s (\xi-1)^s, \tag{2}$$

$$\Xi_{nqm}(\eta, R) = e^{-\frac{R}{2n}\eta} (1-\eta^2)^{\frac{|m|}{2}} \sum_{s=0}^{n-|m|-1} b_s (1+\eta)^s. \tag{3}$$

Коэффициенты a_s и b_s подчиняются трехчленным рекуррентным соотношениям, которые здесь мы не выписываем. Выполняются также условия $a_0 = b_0 = 1$, $a_{-1} = b_{-1} = 0$.

Сферический базис

$$\psi_{nlm}(r, \theta, \varphi) = R_{nl}(r)\, Y_{lm}(\theta, \varphi) \tag{4}$$

и базис (1) имеют общие квантовые числа n и m, и поэтому для дискретного спектра справедливо разложение

$$\psi_{nqm}(\xi, \eta, \varphi, R) = \sum_{l=|m|}^{n-1} W^l_{nqm}(R)\, \psi_{nlm}(r, \theta, \varphi). \tag{5}$$

Прежде, чем заняться этим разложением, рассмотрим одну вспомогательную задачу.

2. Ортогональность по орбитальному моменту

Хорошо известно, что волновые функции частицы, движущейся в центрально-симметричном поле, при данном l ортогональны по квантовому числу n:

$$\int_0^\infty R_{nl}(r)\, R_{n'l}(r)\, r^2 dr = \delta_{nn'}. \tag{6}$$

Докажем, что для атома водорода наряду с (6) выполняется следующее «добавочное» условие ортогональности по l:

$$\int_0^\infty R_{nl}(r)\, R_{nl'}(r)\, dr = \frac{2}{n^3} \frac{\delta_{ll'}}{2l+1}. \tag{7}$$

Подставим в (7) нормированную радиальную функцию атома водорода

$$R_{nl}(r) = \frac{2}{n^2} \sqrt{\frac{(n+l)!}{(n-l-1)!}} \left(\frac{2r}{n}\right)^l \frac{e^{-r/n}}{(2l+1)!} F\left(-n+l+1, 2l+2; \frac{2r}{n}\right), \tag{8}$$

запишем вырожденную гипергеометрическую функцию в $R_{nl}(r)$ в виде многочлена, произведем интегрирование согласно формуле

$$\int_0^\infty e^{-\lambda x} x^s F(\alpha, \gamma, kx)\, dx = \frac{\Gamma(s+1)}{\lambda^{s+1}} F(\alpha, s+1; \gamma; k/\lambda) \tag{9}$$

и учтем, что

$$F(a, b; c; 1)=\frac{\Gamma(c)\Gamma(c-a-b)}{\Gamma(c-a)\Gamma(c-b)}. \tag{10}$$

Тогда, обозначив интеграл (7) через $J_{ll'}$, получим

$$J_{ll'}=\frac{2}{n^3}\frac{\Gamma(l+l'+1)}{(n-l-1)!\,(2l+1)!}\sum_{s=0}^{n-l'-1}\frac{(-n+l'+1)_s}{s!}\frac{(l+l'+1)_s}{(2l+2)_s}\frac{\Gamma(n-l'-s)}{\Gamma(l-l'-s+1)}.$$

Далее, применяя к гамма-функциям под знаком суммирования формулу

$$\frac{\Gamma(z)}{\Gamma(z-n)}=(-1)^n\frac{\Gamma(-z+n+1)}{\Gamma(-z+1)}, \tag{11}$$

замечаем, что сумма по s сворачивается в гипергеометрическую функцию типа (10) и поэтому

$$J_{ll'}=\frac{2}{n^3}\frac{(l+l')!}{(l+l'+1)!}\frac{(n-l'-1)!}{(n-l-1)!}\frac{1}{\Gamma(l-l'+1)\Gamma(l'-l+1)}.$$

Из последнего выражения видно, что гамма-функции обеспечивают условие ортогональности (7).

3. Разложение сфероидального базиса по сферическому

Применим теперь условие (7) к разложению (5). Перейдем в правой части разложения (5) от сферических координат к сфероидальным и устремим в обоих частях (5) $\eta\to-1$. Тогда после умножения полученного таким образом предельного выражения на волновую функцию (8), интегрирования по ξ и использования условия ортогональности (7) получим

$$W^l_{nqm}(R)=(-1)^{l+\frac{m+|m|}{2}}\sqrt{\frac{2l+1}{2}\frac{(l-|m|)!}{(l+|m|)!}}\,2^{|m|}|m|!\,\frac{Rn^2}{2}C_{nqm}(R)\times$$

$$\times e^{R/2n}\int_1^\infty\left(\frac{\xi-1}{\xi+1}\right)^{\frac{|m|}{2}}R_{nl}\left[\frac{R(\xi-1)}{2}\right]\Pi_{nqm}(\xi, R)\,d\xi. \tag{12}$$

Известно, что при фиксированных значениях x, y, z переход к пределам $R\to0$ и $R\to\infty$ переводит сфероидальные координаты в сферические и параболические. Отсюда следует, что выражение (12) при $R\to0$ должно давать $\delta_{ll'}$, а при $R\to\infty$ — переходить в матрицу, связывающую параболический базис со сферическим.

Убедимся в том, что (12) удовлетворяет этим предельным условиям. Известно [3], что

$$\Pi_{nqm}(\xi, R)\xrightarrow{R\to0}\frac{n^2}{2}\sqrt{\frac{(n-l'-1)!}{(n+l')!}}\frac{(2l')!\,(2l'+1)!\,|m|!}{2^{l'-|m|}(l')!\,(l'+|m|)!}\left(\frac{n}{R}\right)^{l'}R_{nl'}(r),$$

$$C_{nqm}(R) \xrightarrow{R\to 0} (-1)^{l'+\frac{m+|m|}{2}} \left(\frac{2R}{n}\right)^{l'} \sqrt{\frac{(l'+|m|)!(n+l')!}{(l'-|m|)!\,(n-l'-1)!}\frac{2}{2l'+1}} \times$$

$$\times \frac{(l')!\,(l'+|m|)!}{2^{2|m|}\,n^2[(2l')!\,|m|!]^2},$$

откуда сразу следует

$$W^l_{nqm}(R) \xrightarrow{R\to 0} \delta_{ll'}.$$

Далее, согласно [3]

$$e^{R/2n}\,\Pi_{nqm}(\xi, R) \xrightarrow{R\to\infty} e^{-\mu/2n}\left(\frac{2\mu}{R}\right)^{\frac{|m|}{2}} F(-n_2, |m|+1, \mu/n),$$

$$C_{nqm}(R) \xrightarrow{R\to\infty} \frac{\sqrt{2}}{n^2}\frac{1}{(|m|!)^2}\sqrt{\frac{(n_1+|m|)!\,(n_2+|m|)!}{(n_1)!\,(n_2)!}}\left(\frac{R}{2n}\right)^{|m|},$$

где $\mu = r\,(1-\cos\theta)$ — параболическая координата, а $n = n_1+n_2+|m|+1$. Пользуясь этими предельными выражениями и формулами (9)—(11), можно установить, что

$$W^l_{nqm}(R) \xrightarrow{R\to\infty} (-1)^{l+\frac{m+|m|}{2}} \frac{(n-|m|-1)!}{|m|!} \times$$

$$\times \sqrt{\frac{(n_1+|m|)!\,(n_2+|m|)!\,(2l+1)\,(l+|m|)!}{(n_1)!\,(n_2)!\,(n-l-1)!\,(n+l)!\,(l-|m|)!}} \times$$

$$\times {}_3F_2\left\{\begin{matrix} -n_2,\ l+|m|+1,\ -l+|m| \\ |m|+1,\ -n+|m|+1 \end{matrix}\middle|\, 1\right\}.$$

Правая часть этого соотношения совпадает с выражением, полученным в работе [4] для матрицы, связывающей параболический базис атома водорода со сферическим.

Выразим теперь матрицы разложения (5) через коэффициенты a_s и b_s. Подставляя (3) в (12) и пользуясь формулами (9)—(11), получаем

$$W^l_{nqm}(R) = (-1)^{l+\frac{m+|m|}{2}} \frac{(2n)^{|m|}\,n^2|m|!\,(n-|m|-1)!}{\sqrt{(n+l)!\,(n-l-1)!}} \frac{C_{nqm}(R)}{R^{|m|}} \times$$

$$\times \sqrt{\frac{2l+1}{2}\frac{(l+|m|)!}{(l-|m|)!}} \sum_{s=0}^{l-|m|} \frac{a_s}{R^s} \frac{n^s(-l+|m|)_s\,(l+|m|-1)_s}{(-n+|m|+1)_s}. \qquad (13)$$

При $l = |m|$ эта формула значительно упрощается:

$$W^{|m|}_{nqm}(R) = (-1)^{\frac{m-|m|}{2}} (2n)^{|m|} n^2|m|! \sqrt{\frac{2|m|+1}{2}\frac{(n-|m|-1)!}{(n+|m|)!}} \frac{C_{nqm}(R)}{R^{|m|}}.$$

В последнем выражении зависимость $W^{|m|}_{nqm}(R)$ от коэффициентов a_s и b_s сосредоточена в нормировочном множителе $C_{nqm}(R)$.

Вопрос о связи матриц $W^l_{nqm}(R)$ с коэффициентами a_s и b_s рассматривался и в работе [3], где была получена формула

$$W^{l}_{nqm}(R)=(-1)^{n-l-1}\frac{n^{n+1}2^{l+1}}{R^{n-1}}\sqrt{\frac{2l+1}{2}\frac{(l+|m|)!}{(l-|m|)!}(n+l)!\,(n-l)!}\times$$

$$\times C_{nqm}(R)\,a_{n-|m|-1}\sum_{s=0}^{n-l-1}b_{s+l-|m|}\frac{2^{s+1}(s+l)!\,(s+l-|m|)!}{s!\,(s+2l+1)!}. \qquad (14)$$

Формула (13) имеет то преимущество перед (14), что в нее входят коэффициенты a_s с меньшим значением индекса s. Из-за трехчленности рекуррентных соотношений, определяющих a_s и b_s, что мешает получить для них замкнутые выражения, это преимущество при конкретных расчетах становится существенным.

4. Природа ортогональности по орбитальному моменту

Следуя описанной в разделе 2 схеме легко проверить, что ортогональность по l имеет место и для радиальных волновых функций изотропного осциллятора:

$$\int_0^\infty R_{nl}(r)\,R_{nl'}(r)\,dr=\frac{2\,\mu\omega}{\hbar}\frac{\delta_{ll'}}{2l+1}. \qquad (15)$$

Здесь μ — масса, ω — циклическая частота, $R_{nl}(r)$ — радиальные волновые функции изотропного осциллятора.

Докажем, что условия ортогональности (7) и (15) являются следствием случайной вырожденности энергетического спектра.

Запишем уравнение Шредингера в поле $U(r)$ в виде

$$\hat{H}R_{El}=ER_{El}, \qquad (16)$$

где через $\hat{H}$ обозначен эрмитов оператор

$$\hat{H}=-\frac{\hbar^2}{2\mu}\frac{1}{r^2}\frac{d}{dr}\left(r^2\frac{d}{dr}\right)+\frac{\hbar^2}{2\mu}\frac{l(l+1)}{r^2}+U(r). \qquad (17)$$

Из (16) и (17) для дискретного спектра получаем

$$(l'-l)(l+l'+1)\int_0^\infty R_{E'l'}(r)\,R_{El}(r)\,dr=\frac{2\mu}{\hbar^2}(E-E')\int_0^\infty R_{E'l'}(r)\,R_{El}(r)\,r^2dr. \qquad (18)$$

Если спектр вырожден по l, то при $E=E'$ и $l\neq l'$ имеем

$$\int_0^\infty R_{El}(r)\,R_{El'}(r)\,dr=0. \qquad (19)$$

Известно [5], что для эрмитового оператора $\hat{F}$, зависящего от некоторого параметра λ, справедливо тождество

$$\left(\frac{\partial\hat{F}}{\partial\lambda}\right)_{nn}=\frac{\partial F_n}{\partial\lambda},$$

где усреднение проводится по собственным функциям оператора $\hat{F}$. Применяя это тождество к оператору (17) и выбирая в качестве параметра λ орбитальный момент l, получаем

$$\int_0^\infty R_{nl}(r)\, R_{nl}(r)\, dr = \frac{2\mu}{\hbar^2}\left(\frac{\partial E_n}{\partial l}\right)_{n_r} \frac{1}{2l+1}, \tag{20}$$

где производная по l берется при фиксированном радиальном квантовом числе n_r.

Объединяя (19) с (20), имеем

$$\int_0^\infty R_{nl}(r)\, R_{nl'}(r)\, dr = \frac{2\mu}{\hbar^2}\left(\frac{\partial E_n}{\partial l}\right)_{n_r} \frac{\delta_{ll'}}{2l+1}. \tag{21}$$

Очевидно, эта формула содержит в себе условия (7) и (15).

В работах [6, 7] рассматривался многомерный аналог атома водорода и изотропного осциллятора. В этом случае роль оператора (17) выполняет эрмитов оператор

$$\hat{H} = -\frac{\hbar^2}{2\mu}\frac{1}{r^{f-1}}\frac{d}{dr}\left(r^{f-1}\frac{d}{dr}\right) + \frac{\hbar^2}{2\mu}\frac{l(l+f-2)}{r^2} + U(r),$$

в котором $f \geqslant 3$ — целое число, определяющее размерность пространства, l — так называемый глобальный момент [8].

Рассуждения, аналогичные приведенным выше, показывают, что в многомерном случае выполняется условие ортонормированности

$$\int_0^\infty r^{f-3} R_{nl}(r)\, R_{nl'}(r)\, dr = \frac{2\mu}{\hbar^2}\left(\frac{\partial E_n}{\partial l}\right)_{n_r} \frac{\delta_{ll'}}{2l+f-2}.$$

В справедливости этого условия убеждает и прямое вычисление, основанное на использовании явного вида радиальных волновых функций многомерных атома водорода и изотропного осциллятора, приведенных в работах [6, 9].

В заключение выражаем благодарность Г. С. Саакяну и А. Н. Сисакяну за полезные обсуждения.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Морс Ф. М., Фешбах Г. Ф.* Методы математической физики, т. 1. Изд. ИЛ, М., 1958.
2. *Комаров И. В., Пономарёв Л. И., Славянов С. Ю.* Сфероидальные и кулоновские сфероидальные функции. Изд. Наука, М., 1976.
3. *Mardoyan L. G. et al.* J. Phys., A 16, 711 (1983).
4. *Tarter C. B.* J. Math. Phys., 11, 3192 (1970).
5. *Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М.* Квантовая механика. Изд. Наука, М., 1974.
6. *Аллилуев С. П.* ЖЭТФ, 33, 200 (1957).
7. *Baker G. A.* Phys. Rev., 103, 1119 (1956).
8. *Виленкин Н. Я., Кузнецов Г. И., Смородинский Я. А.* ЯФ, 2, 906 (1965).
9. *Погосян Г. С., Смородинский Я. А., Тер-Антонян В. М.* Сообщения ОИЯИ, Р2-82-118. Дубна (1982).

ՋՐԱԾՆԻ ԱՏՈՄԻ ՍՖԵՐՈԻԴԱԼ ԲԱԶԻՍԻ ՏԱՐԱԼՈՒԾՈՒՄԸ ԸՍՏ ՍՖԵՐԻԿԻ

Լ. Գ. ՄԱՐԴՈՅԱՆ, Գ. Ս. ՊՈՂՈՍՅԱՆ, Վ. Մ. ՏԵՐ-ԱՆՏՈՆՅԱՆ

Առաջարկված է ջրածնի ատոմի սֆերոիդալ բազիսից սֆերիկ բազիսի անցումային մատրիցայի հաշվարկի մի նոր եղանակ։ Մեթոդի հիմքն է կազմում ներկա աշխատանքում ապացուցվող ջրածնի ատոմի շառավղային ալիքային ֆունկցիաների օրթոգոնալությունը ըստ օրբիտալ մոմենտի։ Տրված է այդ օրթոգոնալության հատուկ պայմանի ընդհանրացումը կամայական չափողականություն ունեցող կուլոնյան դաշտի և իզոտրոպ օսցիլյատորի դեպքերի համար։

ON THE EXPANSION OF HYDROGEN SPHEROIDAL WAVE FUNCTIONS IN SPHERICAL ONES

L. G. MARDOYAN, G. S. POGOSYAN, V. M. TER-ANTONYAN

A new approach for the calculation of transformation matrices for spheroidal Coulomb field wave functions to spherical ones is proposed. The method is based on the property of orthogonality of radial wave functions in the orbital momentum. The generalization of this specific orthogonality condition is given for an arbitrary dimension Coulomb field and an isotropic oscillator.

Изв. АН Армянской ССР, Физика, т. 19, вып. 1, 10—14 (1984)

УДК 621.315.592

ДВУХФОТОННОЕ ПОГЛОЩЕНИЕ В ПОЛУПРОВОДНИКОВЫХ ПЛЕНКАХ В ПРИСУТСТВИИ БОЗЕ-КОНДЕНСАТА ЭКСИТОНОВ

В. А. АРУТЮНЯН, Э. М. КАЗАРЯН

Ереванский политехнический институт

(Поступила в редакцию 15 января 1983 г.)

Вычислены коэффициенты поглощения и усиления света при двухфотонных переходах в основное экситонное состояние в предельно тонких полупроводниковых пленках при наличии в них вырожденной слабо неидеальной экситонной подсистемы. Полученная поляризационная зависимость существенно отличается от случая объемного кристалла. Показано, что в спектре поглощения появляется новая линия, соответствующая «пополнению» конденсата за счет отсутствия трансляционной энергии у появившихся при результирующем поглощении экситонов.

В работе [1] было показано, что при наличии в исходном трехмерном законе дисперсии носителей и экситонов линейного по импульсу члена [2]

$$E(p) = \frac{p^2}{2M} + \alpha p + \frac{p_z^2}{2M_z}$$

в пленке с направлением квантования вдоль оси z возможна бозе-конденсация экситонов (p, M; p_z, M_z — соответственно продольные и поперечные импульс и масса трехмерного экситона, а параметр α, согласно [3], порядка $4 \cdot 10^5 \div 10^6$ см/с). Для спектра элементарных одноэкситонных возбуждений было получено выражение

$$\varepsilon(p) = \left\{\left(\frac{p^2}{2M} + \alpha p\right)^2 + 4B\left(\frac{p^2}{2M} + \alpha p\right)\right\}^{1/2}, \tag{1}$$

где $B = \frac{Nf}{2S}\left(\frac{2\pi\alpha\hbar^3}{M}\right)^{1/2}$ (N — полное число частиц, S — площадь пленки f — амплитуда экситон-экситонного рассеяния при нулевом переданном импульсе).

В настоящей работе рассмотрены двухфотонные переходы в предельно тонких пленках, когда ее толщина L намного меньше боровского радиуса a_B трехмерного экситона, при наличии экситонного конденсата. В пренебрежении квадратичными по полю членами возмущение имеет вид

$$\hat{V} = \frac{e}{m_0 c}\left[A_1 e^{iq_{1z}z}\left(\mathbf{e}_{1\rho}\hat{\mathbf{p}}_\rho + e_{1z}\hat{p}_z\right) + \right.$$

$$\left. + A_2 e^{iq_{2z}z}\left(\mathbf{e}_{2\rho}\hat{\mathbf{p}}_\rho + e_{2z}\hat{p}_z\right)\right] + \text{к. с.}, \tag{2}$$

где $\mathbf{e}_\rho$, $\hat{\mathbf{p}}_\rho$ и e_z, $\hat{p}_z$ — соответственно компоненты векторов поляризации и оператора импульса в плоскости xy и вдоль оси z, а q_z — поперечная компонента волновых векторов падающих фотонов (продольными компонентами в случае пленки, как обычно, пренебрегаем [4]).

Волновые функции начального $|i\rangle$, промежуточного $|u\rangle$ и конечного $|f\rangle$ состояний есть

$$|i\rangle = C^+_{\mathbf{q}_1} C^+_{\mathbf{q}_2} |0\rangle | \cdots N_{\mathbf{k};\, c,\, v} \cdots \rangle,\ |u\rangle = C^+_{\mathbf{q}_{1,2}} |0\rangle | \cdots N'_{\mathbf{k};\, c,\, v} \cdots \rangle,$$

$$|f\rangle = | \cdots N''_{\mathbf{k};\, c,\, v} \cdots \rangle;$$

$C^+_{\mathbf{q}}$ — оператор рождения фотонов, $N_{\mathbf{k};\, c,\, v}$ — числа заполнения двумерных экситонов с импульсом трансляционного движения $\mathbf{k}$ и пленочными индексами $c = 1, 2, \ldots$ и $v = 1, 2, \ldots$ соответственно для электрона и дырки. В вычислениях мы учитываем только пленочные подуровни верхней валентной зоны и нижней зоны проводимости. Внутреннее состояние начальных экситонов, а также появившегося за счет поглощения двух фотонов конечного экситона предполагаем основным. Одна из ступеней поглощения в такой модели будет межзонным переходом, а другая — «внутризонным» переходом (в смысле переходов между разными пленочными подуровнями одной и той же зоны). Поэтому необходимо рассмотреть следующие два случая.

а) Когда возможны дипольно-разрешенные межзонные переходы.

Для амплитуды вероятности перехода в этом случае получаем

$$M^{\text{раз.}}_{fi} = \frac{e^2 A_1 A_2 \psi_{0,\,0}(0)}{m_0^2 c^2} \sqrt{N_{\mathbf{q}_{1\rho}+\mathbf{q}_{2\rho};\, e,\, h} + 1}\,(1 + \hat{p}_{12})(\mathbf{e}_{1\rho} \cdot \mathbf{e}_{2\rho})\, e_{2z} \times$$

$$\times \left[\sum_{v \neq h} \frac{F_{e,\,v}(q_{1z}) f_{e,\,v}(q_{2z})}{\hbar\omega_1 - \mu_{eh} - E_{c,\,v} + E_{1,1}} + \sum_{c \neq e} \frac{F_{c,\,h}(q_{1z}) f_{e,\,c}(q_{2z})}{\hbar\omega_1 - \mu_{eh} - E_{c,\,h} + E_{1,1}} \right], \qquad (3)$$

где оператор $\hat{p}_{12}$ переставляет индексы 1 и 2, $\mathbf{p}_\rho$ — матричный элемент оператора импульса для разрешенного межзонного перехода, построенный на двумерных блоховских функциях, $\psi_{0,\,0}(0)$ — кулоновская функция основного состояния двумерного экситона [5] при совпадающих координатах электрона и дырки [6]. Функции $F_{\alpha,\,\beta}$ и $f_{\alpha,\,\beta}$ отражают пленочную специфику поглощения и равны соответственно

$$F_{\alpha,\,\beta}(q_z) = \frac{2}{L} \int_0^L e^{iq_z z} \sin \alpha z \sin \beta z\, dz,\quad f_{\alpha,\,\beta}(q_z) = \frac{2}{L} \int_0^L e^{iq_z z} \sin \alpha z\, \hat{p}_z \sin \beta z\, dz,$$

где пленочные индексы промежуточных состояний мы обозначили через c и v, конечных — e и h. Начало отсчета энергии выбрано так, чтобы энергия покоящегося экситона основного состояния с пленочными индексами 1,1 была равна разности μ_{eh} квазиуровней Ферми электронов и дырок.

б) Когда возможны дипольно-запрещенные межзонные переходы.

В качестве промежуточных теперь необходимо учесть не только пленочные, но и экситонные состояния с орбитальным числом $l = 1$. Для амплитуды теперь имеем

$$M^{\text{зап.}}_{fi} = \frac{e^2 A_1 A_2}{m_0 \mu c^2} p'_\rho |\mathbf{e}_{1\rho}| |\mathbf{e}_{2\rho}| \sqrt{N_{\mathbf{q}_{1\rho}+\mathbf{q}_{2\rho};\, e,\, h} + 1}\,(1 + \hat{p}_{12}) \times$$

$$\times\left\{\sum_{v+h} F_{e,v}(q_{1z})F_{h,v}(q_{2z})[D_{e,v}(\omega_1)+K_{e,v}(\omega_1)]+\right.$$

$$\left.+\sum_{c+e} F_{c,h}(q_{1z})F_{e,c}(q_{2z})[D_{c,h}(\omega_1)+K_{c,h}(\omega_1)]\right\}, \qquad (4)$$

где p_ρ' — не зависящая от квазиимпульса электрона часть двумерного матричного элемента оператора импульса для запрещенного межзонного перехода, μ — приведенная эффективная масса электрона и дырки в плоскости xy.

Функции

$$D_{\alpha,\beta}(\omega_1)=\frac{1}{3\sqrt{6\pi}\,a_0^2}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n^n(n+1)^{-(n+1)}}{\hbar\omega_1-\mu_{eh}-E_{\alpha,\beta}+E_{1,1}-E^{ex}_{n,1}-E^{ex}_{0,0}}$$

и

$$K_{\alpha,\beta}(\omega_1)=\frac{\sqrt{\pi}}{12\sqrt{3}\,a_0}\times$$

$$\times\int_0^{\infty}\frac{\exp\left\{\frac{1}{a_0k}\left(\pi-\operatorname{arc\,tg}\frac{4ka_0}{4-k^2a_0^2}\right)\right\}dk}{\operatorname{ch}\frac{\pi}{ka_0}(4+k^2a_0^2)^{1/2}\left(\hbar\omega_1-\mu_{eh}-E_{\alpha,\beta}+E_{1,1}-\frac{\hbar^2k^2}{2\mu}-E^{ex}_{0,0}\right)}$$

получены в результате суммирования по промежуточным экситонным состояниям ($E^{ex}_{n,}$ и a_0 — водородоподобные термы и боровский радиус двумерного экситона, k — импульс относительного движения электрона и дырки в плоскости пленки).

Из формул (3)—(4) видно, что поляризационная зависимость коэффициента поглощения совершенно отлична от случая массивного образца [7]. Это отличие обусловлено сугубо размерным квантованием: поглощение типа (3) вообще не имеет трехмерного аналога, а отсутствие в (4) зависимости от угла между $\mathbf{e}_{1\rho}$ и $\mathbf{e}_{2\rho}$ есть следствие правил отбора для двумерных дипольных переходов.

Проведя усреднение по начальным состояниям, для полной вероятности получаем

$$W_{fi}=\sum_{e,h}|\Phi_{e,h}(\omega_1,\omega_2)|^2\,(\overline{N}_{\mathbf{q}_{1\rho}+\mathbf{q}_{2\rho}}+1)\,\delta(E_i-E_f). \qquad (5)$$

Вид функции $\Phi_{e,h}$ для случаев *а* и *б* определяется из (3) и (4),

$$\overline{N}_{\mathbf{q}_{1\rho}+\mathbf{q}_{2\rho}}=N_{0;1,1}+\overline{N}_{\mathbf{q}_{1\rho}+\mathbf{q}_{2\rho};\,e,h}$$

($N_{0;1,1}$ — число частиц в конденсате).

Рассмотрим теперь качественно частотную зависимость «парциальных» коэффициентов поглощения при $T=0$, учитывая, что все экситоны при этом находятся в первой пленочной подзоне [1].

1) $e, h=1$. При поглощении появившийся в первой подзоне экситон взаимодействует с конденсатом и его трансляционная энергия перенорми-

руется в $\varepsilon(\mathbf{q}_{1\rho}+\mathbf{q}_{2\rho})$. Так что для коэффициента поглощения можем записать

$$\gamma_{1,1}^{(+)}\sim(N_{q_{1\rho}+q_{2\rho}}+1)\,\delta(\hbar\omega_1+\hbar\omega_2-\varepsilon(\mathbf{q}_{1\rho}+\mathbf{q}_{2\rho})-\mu_{e,h}). \qquad (6)$$

При усилении же падающего света происходит стимулированная аннигиляция экситонов с импульсом $\mathbf{K}=\mathbf{q}_{1\rho}+\mathbf{q}_{2\rho}$, а экситон с «некомпенсированным» импульсом $(-\mathbf{k})$ взаимодействует с конденсатом, что вновь приводит к появлению в конечном состоянии элементарного возбуждения с энергией $\varepsilon(\mathbf{k})$. Для этого случая имеем

$$\gamma_{1,1}^{(-)}\sim\bar{N}_{q_{1\rho}+q_{2\rho};1,1}\,\delta(\hbar\omega_1+\hbar\omega_2+\varepsilon(\mathbf{q}_{1\rho}+\mathbf{q}_{2\rho})-\mu_{e,h}). \qquad (7)$$

Величину смещения $2\varepsilon(\mathbf{k})$ суммарных частот поглощения—усиления можно менять, меняя углы падения волн на пленку. Так, если выполняется условие $\mathbf{q}_{1\rho}=-\mathbf{q}_{2\rho}$ (а также $\mathbf{q}_{1\rho}=\mathbf{q}_{2\rho}=0$), то образовавшийся или аннигилирующий экситоны должны обладать нулевым импульсом, т. е. происходит «пополнение» конденсата или аннигиляция непосредственно из него. Смещение частот исчезает и получаем

$$\gamma_{1,1}(0)\sim\delta(\hbar\omega_1+\hbar\omega_2-\mu_{e,h}), \qquad (8)$$

т. е. при двухфотонном поглощении в спектре появляется новая линия, соответствующая результирующему поглощению на частоте $\omega=\mu_{e,h}/2\hbar$ Так как разность квазиуровней Ферми есть непосредственно измеряемая величина, то поглощение (8) можно, по-видимому, использовать для экспериментального обнаружения экситонного конденсата в пленках.

2) $e, h>1$. В этих подзонах частиц до поглощения нет и для γ имеем

$$\gamma_{e,h}\sim\delta(\hbar\omega_1+\hbar\omega_2-\mu_{e,h}-E_{e,h}+E_{1,1}).$$

Действительно, появившийся экситон не может теперь провзаимодействовать с конденсатом и его кинетическая энергия не перенормируется. Таким образом, наличие конденсата не сказывается на форме кривой поглощения для вышерасположенных подзон, исключая, естественно, коротковолновый сдвиг Бурстейна—Мосса для суммарной частоты.

В заключение авторы выражают благодарность С. А. Москаленко за полезное обсуждение результатов работы.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Арутюнян В. А.* Тезисы докл. 3-й Всесоюзной конференции «Экситоны в полупроводниках-82», Ленинград, 1982.
2. *Рашба Э. И., Шека В. И.* ФТТ, 2, 162 (1959).
3. *Mahan G., Horfield J.* Phys. Rev., 135 A, 428 (1964).
4. *Коган В. Г., Кресин В. З.* ФТТ, 11, 3230 (1969).
5. *Shinada M., Sugano S.* J. Phys. Soc. Japan, 21, 1936 (1966).
6. *Казарян Э. М., Энфиаджян Р. Л.* ФТП, 5, 2002 (1971).
7. *Бредихин В. И., Галанин М. Д., Генкин В. И.* УФН, 110, 3 (1973).

ԵՐԿՖՈՏՈՆ ԿԼԱՆՈՒՄԸ ԿԻՍԱՀԱՂՈՐԴՉԱՅԻՆ ԹԱՂԱՆԹՆԵՐՈՒՄ ԷՔՍԻՏՈՆՆԵՐԻ ԲՈԶԵ-ԿՈՆԴԵՆՍԱՏԻ ԱՌԿԱՅՈՒԹՅԱՆ ԴԵՊՔՈՒՄ

Վ. Ա. ՀԱՐՈՒԹՅՈՒՆՅԱՆ, Է. Մ. ՂԱԶԱՐՅԱՆ

Հաշվված են ընկնող լույսի կլանման և ուժեղացման գործակիցները։ Թաղանթում ենթադրվում է այլասեռված էքսիտոնային ենթահամակարգի գոյությունը։ Վերջինս նկարագրվում է թույլ ոչ իդեալական բոզե-գազի մոտավորությամբ։ Լույսի բևեռացման ուղղություններից ստացված կախումը էապես տարբերվում է եռաչափ դեպքից։ Ցույց է տրված, որ կլանման սպեկտրում ի հայտ է գալիս նոր գիծ, որը համապատասխանում է զրոյական իմպուլսով էքսիտոնների ծընմանը։

TWO-PHOTON ABSORPTION IN SEMICONDUCTOR FILMS IN THE PRESENCE OF A BOSE-CONDENSATE OF EXCITONS

V. A. ARUTYUNYAN, E. M. KAZARYAN

Two-photon transitions in thin semiconductor films under strong degeneration of an exciton condensate has been considered. The obtained dependence of absorption coefficient on the polarization of incident waves essentially differed from that for the case of a three-dimensional crystal. The opportunity to change the direction of incident photons momenta leads to a new kind of absorption and direct annihilation of excitons when the longitudinal components of the wave vectors of photons are equal and opposite in direction.

УДК 533.95

О ТОРМОЗНОМ ИЗЛУЧЕНИИ ПРОДОЛЬНЫХ ПЛАЗМЕННЫХ ВОЛН ПОДТЕПЛОВЫМИ ЭЛЕКТРОНАМИ В ПЛАЗМЕ

А. В. АКОПЯН

Институт радиофизики и электроники АН АрмССР

(Поступила в редакцию 4 апреля 1983 г.)

Изучается свойство тормозного излучения продольных плазменных волн, созданных при столкновениях медленных электронов с ионами плазмы. Получена формула для спектральной интенсивности излучения. Исследуется вопрос неустойчивости излучения с учетом как бесстолкновительного, так и столкновительного поглощений на тепловых электронах плазмы.

Введение

Процессы излучения и поглощения разнообразных мод волн при столкновениях заряженных частиц в плазменной среде в общем виде имеют сложный характер [1—3]. Изучение каждого конкретного вопроса взаимодействия волн со сталкивающимися зарядами представляет интерес для лучшего понимания процессов, происходящих в плазме. В настоящей работе рассматривается вопрос о тормозном излучении продольной плазменной волны (l-волна), созданной при столкновениях пробных неравновесных подтепловых электронов с ионами изотропной, однородной, полностью ионизованной плазмы. Будем считать, что выполняется условие ($\hbar = 1$)

$$\left(\frac{2\omega_{pe}}{m}\right)^{1/2} \ll v \ll v_{Te}, \tag{1}$$

где ω_{pe} — электронная плазменная частота, m — масса электрона, v — скорость пробных электронов, v_{Te} — средняя тепловая скорость электронов плазмы, являющейся максвелловской. Левая часть (1) выражает факт применимости квазиклассического приближения в этой работе.

В расчетах будем пренебрегать членами, пропорциональными малому параметру m/M_i (M_i — масса иона), описывающими смещение ионов при соударениях. Для простоты считается, что плотность пробных электронов n_0 намного меньше плотности тепловых электронов плазмы n_p ($n_0 \ll n_p$).

Ниже будут получены выражения для вероятности и интенсивности излучения для случая электрон-ионного парного столкновения. Затем будет обсужден вопрос о неустойчивости волн при коллективном торможении группы электронов на ионах. Рассматриваемая задача представляет интерес в том аспекте, что при условии (1) тормозное излучение l-волн практически является единственным излучением вблизи электронной плазменной частоты, и поэтому оно может служить хорошим объектом для исследования на плазменном эксперименте, где присутствуют медленные электроны.

Вероятность излучения. Спонтанное излучение

Введем $W_{\mathbf{v}}(\varkappa, \mathbf{k})$ — вероятность того, что электрон со скоростью $\mathbf{v}$ при парном столкновении с ионом передает ему импульс отдачи $\varkappa$ и испускает плазмон с волновым вектором $\mathbf{k}$. Воспользовавшись методом, развитым в [4], имеем

$$W_{\mathbf{v}}(\varkappa, \mathbf{k}) = (2\pi)^6 |\mathbf{M}|^2 \delta(\omega^l - (\varkappa + \mathbf{k})\mathbf{v}),$$
$$\omega \simeq \omega_{pe}\left(1 + \frac{3}{2}k^2 d^2\right) + i\,\mathrm{Im}\,\omega, \ |\mathrm{Im}\,\omega| \ll \omega_{pe}, \ kd \ll 1, \tag{2}$$
$$\omega^l = \mathrm{Re}\,\omega \simeq \omega_{pe}.$$

Здесь d — дебаевский радиус плазмы, M — матричный элемент перехода, описывающий конверсию виртуальных продольных «волн» в реальные l-волны при одновременном рассеянии на собственном заряде пробного электрона и на динамической поляризации плазмы [4].

Решая совместно (методом малых возмущений) уравнение движения пробного электрона и кинетическое уравнение для плазмы, после ряда преобразований получаем

$$\mathbf{M} = \frac{Z e^3}{2^{1/2}\pi^2 m \omega_{pe}^{3/2}} \frac{\mathbf{k}}{k^2 \varepsilon^l(\varkappa, 0)} \left[\frac{\varkappa\mathbf{k}}{\varkappa^2} + \frac{1}{\varepsilon^{l*}(\varkappa + \mathbf{k}, 0)} \times \right.$$
$$\left. \times\left(\frac{\varkappa\mathbf{k}}{\varkappa^2}(\varepsilon^{l(e)*}(\varkappa + \mathbf{k}, 0) - 1) - \frac{(\varkappa + \mathbf{k}, \mathbf{k})}{|\varkappa + \mathbf{k}|^2}(\varepsilon^{l(e)}(\varkappa, 0) - 1)\right)\right], \tag{3}$$

где Z — кратность заряда иона, e — заряд электрона, ε^l — статическая диэлектрическая проницаемость плазмы [5], $\varepsilon^{l(e)}$ — ее электронная компонента.

Проведя интегрирование (2) по $\varkappa$ и пренебрегая малыми членами, для угловой зависимости вероятности получаем

$$W_{\mathbf{v}}(\vartheta) = \frac{4Z^2 e^6 \pi}{m^2 \omega_{pe} v}\left[\sin^2\vartheta \ln\frac{\varkappa_{\max} v}{\omega_{pe}} + \frac{1}{2}(3\cos^2\vartheta - 1)\right], \tag{4}$$

где ϑ — угол излучения между векторами $\mathbf{v}$ и $\mathbf{k}$, $\varkappa_{\max}$ — наибольший импульс передачи:

$$\varkappa_{\max} = \frac{mv^2}{2Ze^2} \quad \text{при} \quad \frac{Ze^2}{v} \gg 1,$$
$$\varkappa_{\max} = 2mv \quad \text{при} \quad \frac{Ze^2}{v} \ll 1. \tag{5}$$

При выводе формулы (4) был учтен тот факт, что согласно (1) и (5) $\varkappa_{\max} \gg \varkappa_{\min} \approx \omega_{pe}/v$. Последнее условие, в свою очередь, означает, что излучение образуется в основном за счет столкновений с прицельными параметрами, меньшими дебаевского радиуса.

Из (4) видно, что вероятность испускания плазмона в направлении движения электрона в $\ln(\varkappa_{\max} v/\omega_{pe})$ раз больше, чем в перпендикулярном направлении.

С помощью (4) и (5) можно найти спектр интенсивности излучения, инкремент нарастания и т. д. Для спектральной интенсивности спонтанного излучения имеем

$$\frac{dI_\omega}{d\omega} = 4\left(\frac{2}{3}\right)^{5/2} \frac{Z^2 e^6}{\pi^2 m^2 v\, v_{Te}^3} \sqrt{\frac{\omega-\omega_{pe}}{\omega_{pe}}} \ln \frac{\varkappa_{\max} v}{\omega_{pe}}. \tag{6}$$

Полученная формула справедлива только в узком интервале частот вблизи плазменной частоты $\omega \sim \omega_{pe}$. Отметим, что в том же диапазоне частот происходит тормозное излучение поперечной электромагнитной волны (t-волна). Однако при этом уровень интенсивности излучения t-волны по крайней мере в $(c/v_{Te})^3$ раз меньше (6). Тот факт, что в рассматриваемом случае кроме l-волн другие типы излучения отсутствуют, является характерной особенностью тормозного излучения медленных электронов в плазме.

Тормозная неустойчивость плазменных волн

В случае столкновения группы пробных электронов с ионами плазмы наряду со спонтанным тормозным излучением имеет место также вынужденное тормозное излучение. При этом в результате коллективного взаимодействия электронов с излучением число плазмонов $N_{\mathbf{k}}$ в единичном объеме волновых векторов со временем будет меняться по закону

$$\frac{\partial N_{\mathbf{k}}}{\partial t} = \sum_{j=1}^{n_i} \int \Big< V_{\mathbf{v},j}(\varkappa, \mathbf{k}) \left[(N_{\mathbf{k}}+1) f_{\mathbf{p}}^{(e)} - N_{\mathbf{k}} f_{\mathbf{p}-\varkappa-\mathbf{k}}^{(e)}\right] \delta(\varepsilon_{\mathbf{p}} - \varepsilon_{\mathbf{p}-\varkappa-\mathbf{k}} - \omega)\Big> \frac{d\mathbf{p}\,d\varkappa}{(2\pi)^6}, \tag{7}$$

где суммирование проводится по всем ионам в единичном объеме плазмы, $V_{\mathbf{v},j}(\varkappa, \mathbf{k})$ — амплитуда вероятности, $\mathbf{p}$, $\varepsilon_{\mathbf{p}}$ и $f_{\mathbf{p}}^{(e)}$ — импульс, энергия и функция распределения пробных электронов. В (7) проводится усреднение по ансамблю равномерно (по Больцману) распределенных ионов с учетом их корреляции [6].

Из (7) при большой интенсивности излучения с учетом только вынужденного излучения в квазиклассическом пределе получаем

$$\frac{\partial N_{\mathbf{k}}}{\partial t} = 2\gamma N_{\mathbf{k}},$$

где

$$\gamma = \frac{n_i}{2m} \int V_v(\varkappa, \mathbf{k}) \left(\varkappa + \mathbf{k}, \frac{\partial f_{\mathbf{v}}^{(e)}}{\partial \mathbf{v}}\right) F(\varkappa)\, \delta(\omega - (\varkappa+\mathbf{k})\mathbf{v}) \frac{d\varkappa\, d\mathbf{v}}{(2\pi)^6} \tag{8}$$

есть инкремент нарастания (декремент затухания), $F(\varkappa)$ — фурье-образ ионного коррелятора, n_i — плотность ионов.

Результаты дальнейших вычислений зависят от явного вида функции $f_{\mathbf{v}}^{(e)}$. Можно убедиться в том, что при любом изотропном распределении по скоростям $\gamma < 0$, т. е. волны поглощаются за счет обратного тормозного эффекта.

Для иллюстрации тормозной неустойчивости обратимся к случаю, когда медленные электроны распределены в виде направленного потока таким образом, что функция распределения заметно уменьшается при $v = u \pm \Delta v$, где u — средняя скорость движения потока, Δv — небольшая ширина теплового разброса ($\Delta v \ll u$). В этом случае функцию распределения, нормированную на плотность n_0, будем аппроксимировать следующим образом:

$$f_v^{(e)} = \begin{cases} \dfrac{n_0}{2\Delta v} & \text{при} \quad |u - v| \leqslant 2\,\Delta v \\ 0 & \text{при} \quad |u - v| > 2\,\Delta v. \end{cases} \tag{9}$$

Будем считать, что электроны в потоке распределены по пространству равномерно.

Подставляя (9) в (8) и используя (2) и (3), без учета малых членов низшего порядка получаем

$$\gamma = \frac{Ze^2\,\omega_{pe}^2}{24\,\pi m u^3}\,\frac{n_0}{n_p}\left(\ln\frac{\varkappa_{\max}\,u}{\omega_{pe}} - \frac{1}{2}\right). \tag{10}$$

Следует отметить, что в нашей задаче равновесные корреляции ионов практически не влияют на процесс усиления волн. Как видно из (10), характер развития волн не зависит от плотности и температуры плазмы. Характерное время усиления быстро уменьшается с уменьшением направленной скорости потока электронов.

Выше функцию распределения (10) мы считали стационарной в течение всего периода развития волн. Такое предположение обосновано тем, что в отличие от бесстолкновительного случая столкновения частиц в плазме могут привести к уменьшению искажения функции распределения на квазилинейной стадии развития [7].

Для выяснения истинной картины характера развития волн инкремент неустойчивости (10) необходимо сравнить с известными выражениями для декрементов бесстолкновительного и столкновительного затуханий плазменных волн на тепловых электронах плазмы [5]. Анализ показывает, что при длинах волн

$$\lambda > d\left(\ln\frac{mu^2}{e^2\,n_0^{1/3}}\right)^{1/2} \tag{11}$$

тормозная неустойчивость пробных электронов будет доминировать над бесстолкновительным затуханием. С другой стороны, при плотностях электронов потока

$$n_0 \gg n_p\left(\frac{u}{v_{Te}}\right)^3 \tag{12}$$

нарастание волн будет происходить быстрее столкновительного затухания плазмы. Таким образом, при одновременном выполнении условий (11) и (12) излучение пробных электронов под действием вынужденного тормозного эффекта в целом будет усиливаться.

Исходя из (10), можно заключить, что при принятых выше предположениях хорошо выполняется условие, необходимое для существования линейных волн ($\gamma \ll \omega_{pe}$).

В плазме возможны также процессы столкновений подтепловых электронов между собой и с тепловыми электронами плазмы. Однако анализ показывает, что вклады от этих процессов в создание и усиление l-волн малы, так как матричные элементы соответствующих переходов пропорциональны $(kv/\omega_{pe})^2$ и $(kv_{Te}/\omega_{pe})^2$.

В заключение приведем некоторые численные оценки. Пусть температура плазмы $\sim 10^3$ эВ, плотности плазмы и потока: $n_p \sim 10^{15}$ см$^{-3}$, $n_0 \sim 10^{10}$ см$^{-3}$, средняя скорость потока $u \sim 10^8$ см/с. Тогда плазменные волны длиной $\lambda \gtrsim 10^{-1}$ см будут расти за характерное время $\gamma^{-1} \sim 10^{-2}$ с.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Бекефи Дж.* Радиационные процессы в плазме. Изд. Мир, М., 1971.
2. *Даусон Дж.* Излучение плазмы. В сб. «Физика высокотемпературной плазмы». Изд. Мир, М., 1972.
3. *Силин В. П., Урюпин С. А.* ЖЭТФ, 81, 910 (1981).
4. *Акопян А. В., Цытович В. Н.* Физика плазмы, 1, 673 (1975).
5. *Силин В. П., Рухадзе А. А.* Электромагнитные свойства плазмы и плазмоподобных сред. Госатомиздат, М., 1961.
6. *Dawson J., Oberman C.* Phys. Fluids, 6, 394 (1963).
7. *Лифшиц Е. М., Питаевский Л. П.* Физическая кинетика. Изд. Наука, М., 1979.

ՊԼԱԶՄԱՅՈՒՄ ԵՆԹԱՋԵՐՄԱՅԻՆ ԷԼԵԿՏՐՈՆՆԵՐԻ ԵՐԿԱՅՆԱԿԱՆ ՊԼԱԶՄԱՅԻՆ ԱԼԻՔՆԵՐԻ ԱՐԳԵԼԱԿԱՅԻՆ ՃԱՌԱԳԱՅԹՄԱՆ ՄԱՍԻՆ

Ա. Վ. ՀԱԿՈԲՅԱՆ

Ուսումնասիրվում են դանդաղ էլեկտրոնների և պլազմայի իոնների բախումների դեպքում առաջացած պլազմային երկայնական ալիքների արգելակային ճառագայթման հատկությունները։ Ստացված է բանաձև ճառագայթման սպեկտրալ ինտենսիվության համար։ Հետազոտվում է ճառագայթման անկայունության հարցը՝ հաշվի առնելով ոչ բախումային և բախումային կլանումները պլազմայի ջերմային էլեկտրոնների վրա։

ON THE BREMSSTRAHLUNG FROM LONGITUDINAL PLASMA WAVES PRODUCED BY SUBTHERMAL ELECTRONS IN PLASMA

A. V. AKOPYAN

The properties of bremsstrahlung from longitudinal plasma waves produced at the interaction of slow electrons with plasma ions have been investigated. The problem of radiation instability was considered taking into account both the collisional and collisionless damping on thermal electrons in plasma.

Изв. АН Армянской ССР, Физика, т. 19, вып. 1, 20–24 (1984)

УДК 621.373.826

ВЫНУЖДЕННОЕ КОМБИНАЦИОННОЕ РАССЕЯНИЕ В РЕЗОНАТОРЕ ФАБРИ — ПЕРО

Г. П. ДЖОТЯН, Л. Л. МИНАСЯН

НИИ физики конденсированных сред ЕГУ

(Поступила в редакцию 14 ноября 1982 г.)

Проведено теоретическое исследование процесса вынужденного комбинационного рассеяния в резонаторе Фабри—Перо. Показана возможность мультистабильного поведения и существования гистерезиса в зависимости интенсивности выходной стоксовой компоненты от ее интенсивности на входе в среду.

В последние годы такие явления как мультистабильность, в частности, бистабильность, пульсации интенсивности, ограничение интенсивности прошедшего луча, происходящие в нелинейных резонаторах Фабри—Перо, вызывают большой интерес ввиду широких возможностей их практического применения для создания оптических переключателей, ограничителей интенсивности, оптических транзисторов и др. Исследования таких режимов ведутся в резонаторах с различными видами нелинейности среды. Так, в [1, 2] теоретически и экспериментально исследована работа резонатора, заполненного средой с керровской нелинейностью. В этом случае влияние нелинейности среды приводит к тому, что собственная частота возбуждаемой моды приобретает поправку, пропорциональную интенсивности колебаний, что, в свою очередь, по аналогии с известными свойствами нелинейных колебаний [3], ведет к появлению бистабильности и гистерезисному характеру зависимости интенсивности выходного излучения от входного.

В случае резонатора с насыщающимся поглотителем бистабильность, гистерезис, ограничение интенсивности по резонирующей волне были предсказаны в [4] и [5] при рассмотрении работы однорезонаторного параметрического генератора света с учетом эффектов насыщения и экспериментально осуществлены в [6, 7] в парах натрия и рубине. В работе [8] рассмотрены различные виды нелинейности среды, заполняющей резонатор (керровская, насыщение в среде двухуровневых частиц, рамановская, мандельштам-бриллюэновская и квадратичная нелинейности), для которых получены уравнения, описывающие динамику световых колебаний в резонаторе. Теоретический анализ в этой работе проведен на основе разложения электрического поля в резонаторе по его невозмущенным модам и представления координатной части в виде поля стоячей волны. В рамках развитой теории в [8] установлено существование бистабильности и гистерезиса в зависимости интенсивности стоксовой компоненты от интенсивности возбуждающего излучения в процессе вынужденного комбинационного рассеяния (ВКР) в резонаторе, заполненном комбинационно-активной средой, когда зеркала резонатора обладают хорошим отражением как на основной, так и на первой стоксовой частоте. Однако такое представление поля в резонаторе допустимо при не слишком больших интенсивностях падающего излучения, при коэффициентах отражения зеркал резонатора, близких к единице, и при малых величинах усиления, когда за время одного прохода резонатора интенсивности волн не меняются существенным образом.

В настоящей работе рассматривается установившийся процесс ВКР в резонаторе Фабри—Перо, заполненном однородной средой с рамановской нелинейностью и показателем преломления n_2, без каких-либо ограничений на величину усиления стоксовой волны и коэффициенты отражения зеркал. Волны накачки и стоксовой компоненты распространяются вдоль оси z резонатора, при этом стоксова компонента является собственной модой резонатора, а накачка свободно проходит через него. Напряженности $E_{с,\,н}(z,\,t)$ и $H_{с,\,н}(z,t)$ электрической и магнитной компонент полей стоксовой волны и накачки в резонаторе представим в следующем виде:

$$E_{с,\,н}(z,\,t) = e_{с,\,н}(z) \exp\{i(k_{с,\,н} z - \omega_{с,\,н} t)\},$$
$$H_{с,\,н}(z,\,t) = h_{с,\,н}(z) \exp\{i(k_{с,\,н} z - \omega_{с,\,н} t)\},$$

где $\omega_н = \omega_c + \omega_0 + \varepsilon$, ε — расстройка двухфотонного комбинационного резонанса от частоты комбинационно-активного перехода ω_0.

С учетом истощения накачки процесс ВКР в резонаторе описывается следующей системой укороченных уравнений для комплексных амплитуд h и e:

$$\frac{d}{dz}\, e_н = -\gamma_н (|e_c^+|^2 + |e_c^-|^2) e_н,$$

$$\frac{d}{dz}\, e_c^\pm = \pm\, \gamma_c\, |e_н|^2 e_c^\pm,$$

$$h_{с,\,н} = i\, \frac{c}{\omega_{с,\,н}}\, \frac{d}{dz}\, e_{с,\,н}, \tag{1}$$

где e_c^+, e_c^- — амплитуды стоксовых волн, распространяющихся соответственно в положительном и отрицательном направлениях оси z, γ_c, $\gamma_н$ — коэффициенты нелинейной связи.

Из системы уравнений (1) для интенсивностей волн $I_н = |e_н|^2$ и $I_c^\pm = |e_c^\pm|^2$ получаются уравнения

$$\begin{aligned} \frac{d}{dz}\, I_н &= -\, g_н' I_н (I_c^+ + I_c^-), \\ \frac{d}{dz}\, I_c^\pm &= \pm\, g_c' I_н I_c^\pm, \end{aligned} \tag{2}$$

где $g_{с,\,н}' = 2\,\mathrm{Re}\,\gamma_{с,\,н}$.

Интегрирование (2) дает следующее выражение для интенсивности накачки:

$$I_{н}(z) = \frac{1}{g_c'}\left\{\frac{C_2C_3(C_1 - C_3)\exp(-C_3z)}{C_1 + C_3 + (C_3 - C_1)\exp(-C_3z)} + \frac{C_2C_3\exp(-C_3z)}{C_2\exp(-C_3z) - 1}\right\},$$

где

$$C_1 = g_c' I_{н0} + g_{н}'(I_{c0}^{+} - I_{c0}^{-}),$$

$$C_2 = \frac{C_1 + C_3 - 2\,g_{н}' I_{c0}^{+}}{C_1 - C_3 - 2\,g_{н}' I_{c0}^{+}},$$

$$C_3 = C_1^2 + 4\,g_{н}'^2 I_{c0}^{+} I_{c0}^{-},$$

$$I_{н0} = I_{н}(z = 0), \quad I_{c0}^{\pm} = I_c^{\pm}\ (z = 0).$$

С учетом этих выражений из системы уравнений (1) для амплитуд $e_c^{\pm}(z)$ получаем

$$e_c^{\pm}(z) = e_c^{\pm}(z{=}0)\left[\frac{(C_3 - C_1)\exp(-C_3z) + C_1 + C_3}{2\,g_{н}' I_{c0}^{+}(1 - C_2\exp(-C_3z))}\right]^{\pm 1} \times$$

$$\times \exp\left\{\pm i\frac{g_c''}{g_c'}\ln\left[\frac{(C_3 - C_1)\exp(-C_3z) + C_1 + C_3}{2\,g_{н}' I_{c0}^{+}(1 - C_2\exp(-C_3z))}\right]\right\},$$

где $g_c'' = 2\,\mathrm{Im}\,\gamma_c$. (3)

Граничные условия рассматриваемой задачи представляют собой условия непрерывности тангенциальной составляющей напряженностей электрической и магнитной компонент электромагнитного поля на границах раздела $z = 0$ и $z = L$ комбинационно-активной среды и линейной среды с показателем преломления n_1. С учетом (3) и граничных условий для комплексных амплитуд d_{ij} (см. рис. 1) находим

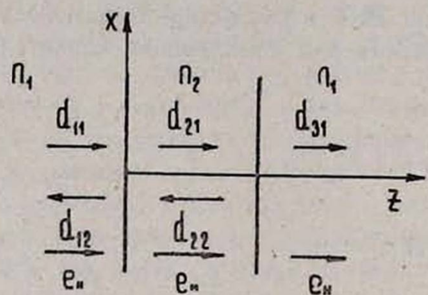


Рис. 1. Схема распространения волн в резонаторе.

$$d_{21}(L) = d_{21}(0)\exp(\alpha + ik_2L), \tag{4}$$

$$d_{31}(L) = d_{11}(0)\,\frac{4\,n_1n_2\exp(\alpha + ik_2L)}{(n_1 + n_2)^2 - (n_1 - n_2)^2\exp(2\alpha + 2ik_2L)},$$

$$d_{12}(0) = d_{11}(0)\,\frac{2n_1\,[(n_1 + n_2) + (n_2 - n_1)\exp(2\alpha + 2ik_2L)]}{(n_1 + n_2)^2 - (n_1 - n_2)^2\exp(2\alpha + 2ik_2L)}, \tag{5}$$

где

$$\exp(\alpha) = \frac{(C_3 - C_1)\,C_2\exp(-C_3L) + C_1 + C_3}{2g_{н}'\,I_{c0}^{+}(1 - C_2\exp(-C_3L))} \times$$

$$\times \exp\left\{i\,\frac{g_c''}{g_c'}\,\frac{(C_3 - C_1)\,C_2\exp(-C_3L) + C_1 + C_3}{2g_{н}'\,I_{c0}^{+}(1 - C_2\exp(-C_3L))}\right\}. \tag{6}$$

С учетом того, что стоксова компонента является собственной модой резонатора, для интенсивностей $|d_{31}|^2$ и $|d_{11}|^2$ из (6) получаем

$$|d_{11}|^2 = \frac{|d_{31}|^2}{16\, n_1^2\, n_2^2}\left\{(n_1+n_2)^4 f^{-2} + (n_1-n_2)^4 f^2 - 2\,(n_1^2-n_2^2)^2 \cos\left(\frac{g_c'}{g_c}\ln f^2\right)\right\}, \quad (7)$$

где f определяется уравнением

$$|d_{31}|^2 = \frac{4 I_{н0}\; n_2^2 f^2}{(f-1)\left[(n_1+n_2)^2 + (n_1-n_2)^2 f^2\right]}. \quad (8)$$

Выражения (7) и (8) вместе определяют искомую зависимость выходной интенсивности стоксовой волны $|d_{31}|^2$ от ее интенсивности $|d_{11}|^2$ на входе в резонатор. Отметим, что формула (7) аналогична ранее полученным выражениям для нелинейных резонаторов, в которых имеет место бистабильность и гистерезис.

Численное решение уравнений (7), (8) дает зависимость выходной интенсивности стоксовой волны от ее входной интенсивности, нормированных на постоянную интенсивность накачки $I_{н0}$ на входе в резонатор (см. рис. 2). Из этого рисунка следует, что с увеличением $|d_{11}|^2$ в некоторой точке 1 происходит скачкообразный рост $|d_{31}|^2$, аналогичное поведение $|d_{31}|^2$ имеет место в точках 2, 3. С дальнейшим ростом входной интенсивности происходит монотонный рост выходной — $|d_{31}|^2$, так как, что видно из (6), при этом $f \to 1$, следовательно, осциллирующая часть в (5) также стремится к постоянной величине, и формула (5) переходит в формулу Френеля для линейного резонатора. Монотонное уменьшение $|d_{11}|^2$ приводит к скачкообразному уменьшению $|d_{31}|^2$ в точках 3, 2 и 1. В расчетах в качестве комбинационно-активного вещества принят бензол, для которого

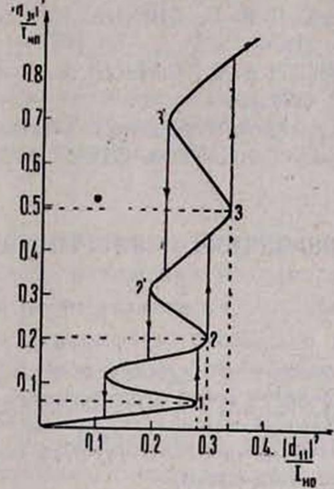


Рис. 2. Зависимость выходной интенсивности стоксовой волны от ее входной интенсивности, нормированных на входную интенсивность накачки.

$$\omega_0 = 9{,}9\cdot 10^{12}\ \text{с}^{-1}, \quad \frac{g_c'}{I_н} = 2{,}8\cdot 10^{-3}\ \text{см}^{-1}\cdot \text{МВ}_T^{-1}, \quad \frac{g_c''}{I_н} = 2{,}2\cdot 10^{-3}\ \text{см}^{-1}\cdot \text{МВ}_T^{-1}.$$

Таким образом, установлено, что в резонаторе Фабри—Перо с рамановской нелинейностью имеют место мультистабильность и гистерезисный характер зависимости интенсивности стоксовой компоненты на выходе из резонатора от ее интенсивности на входе. Полученный эффект обусловлен наличием частотной расстройки ε двухфотонного комбинационного резонанса. Существование расстройки приводит к обусловленной ВКР нелинейной добавке в показателе преломления стоксовой волны. Эта добавка определяется интенсивностью накачки внутри резонатора, которая, в свою очередь, зависит от интенсивности стоксовой волны. Таким образом, при $\varepsilon \neq 0$ резонатор Фабри—Перо, заполненный комбинационно-активной средой, может быть рассмотрен как аналог обычного нелинейного резонатора Фабри—Перо [1, 2, 8] (см. также [7]).

Следует отметить, что рассмотренный в настоящей работе эффект отсутствовал в более ранних работах по ВКР в резонаторе (см., например, [9]), где рассматривался случай точного резонанса ($\varepsilon = 0$).

ЛИТЕРАТУРА

1. *Felber F. S., Marburger J. H.* Appl. Phys. Lett., 28, 731 (1976).
2. *Okuda M., Togota M., Onaka K.* Opt. Commun., 19, 138 (1976).
3. *Боголюбов Н. Н., Митропольский Ю. А.* Асимптотические методы в теории нелинейных колебаний. Изд. Наука, М., 1974.
4. *McCall S. L.* Phys. Rev., A9, 1515 (1974).
5. *Джотян Г. П., Дьяков Ю. Е.* Квантовая электроника, 4, 2338 (1977).
6. *McCall S. L., Gibbs H. M., Venkatesan T. N. C.* J. Opt. Soc. Amer., 65, 1184 (1976).
7. *McCall S. L., Gibbs H. M., Venkatesan T. N. C.* J. Opt. Soc. Amer., 36, 1135 (1976).
8. *Луговой В. Н.* Квантовая электроника, 6, 2053 (1979).
9. *Грасюк А. З.* В сб. ФИАН АН СССР «Лазеры и их применение», т. 76, М., 1974.

ՍՏԻՊՈՂԱԿԱՆ ԿՈՄԲԻՆԱՑԻՈՆ ՑՐՈՒՄ ՖԱԲՐԻ-ՊԵՐՈՅԻ ՌԵԶՈՆԱՏՈՐՈՒՄ

Գ. Պ. ՋՈՏՅԱՆ, Լ. Լ. ՄԻՆԱՍՅԱՆ

Աշխատանքում ներկայացված է Ֆաբրի-Պերոյի ոչ գծային ռեզոնատորում ստիպողական կոմբինացիոն ցրման վերլուծությունը։ Ստացված լուծումների թվային անալիզից հետևում է, որ կոմբինացիոն-ակտիվ միջավայր պարունակող ոչ գծային ռեզոնատորում տեղի ունի Ստոքսի կոմպոնենտի ելքային ինտենսիվության բազմակայունություն և հիստերեզիսային կախում նրա մուտքային կոմպոնենտից։

STIMULATED RAMAN SCATTERING IN FABRY-PEROT RESONATOR

G. P. DJOTYAN, L. L. MINASYAN

The stimulated Raman scattering in a stationary nonlinear Fabry—Perot resonator with Raman nonlinearity has been theoretically studied. It followed from the analysis of obtained solutions, that in such a resonator the multistability of the output intensity of the Stokes wave and its hysteresis-type dependence on the input intensity took place.

Изв. АН Армянской ССР, Физика, т. 19, вып. 1, 25—29 (1984)

УДК 66.067.52:637.232.152

ВОЛНЫ РЯБИ НА СВОБОДНОЙ ПОВЕРХНОСТИ ЖИДКОСТИ В РОТОРЕ ЦЕНТРИФУГИ

Д. С. ТОРОСЯН

Ленинаканский государственный педагогический институт им. М. Налбандяна

(Поступила в редакцию 3 марта 1983 г.)

Рассмотрены волны ряби (капиллярные волны) на свободной поверхности жидкости в роторе центрифуги. Предложено дисперсионное соотношение, связывающее конструктивные особенности ротора с физическими параметрами жидкости.

Свободная поверхность жидкости в роторе центрифуги является искривленной и в связи с явлением поверхностного натяжения находится в напряженном состоянии. В состоянии относительного равновесия, т. е. когда отсутствует течение жидкости внутри ротора центрифуги, свободная поверхность должна иметь наименьшую возможную величину. Это связано с тем, что молекулы жидкости, образующие поверхностный слой, обладают дополнительной потенциальной энергией по отношению к молекулам внутри жидкости. Поэтому молекулы жидкости поверхностного слоя, притягиваясь внутрь, стремятся уменьшить свободную поверхность, и в результате создается молекулярное (лапласовское) давление на поверхностный слой жидкости. Таким образом, свободная поверхность жидкости внутри ротора в поле центробежных сил инерции ведет себя как равномерно натянутая мембрана.

Исследования показывают, что на свободной поверхности жидкости в роторе центрифуги возникает волновое движение, вследствие чего свободная поверхность жидкости внутри ротора увеличивается по сравнению с невозмущенным состоянием. Из-за значительной кривизны на гребнях волн возникают поверхностные (капиллярные) силы, под действием которых образуются волны ряби (капиллярные волны). Таким образом, наряду с центробежными волнами на свободной поверхности жидкости внутри ротора центрифуги возникают также волны ряби, которые играют важную роль в процессе центрифугирования.

Рассмотрим частично заполненный жидкостью цилиндрический ротор, который с относительно большой угловой скоростью ω вращается вокруг вертикальной оси. Тогда с достаточной практической точностью можно пренебречь действием сил гравитационного поля [1, 2]. В этом случае под действием центробежных сил инерции частицы жидкости внутри ротора разместятся цилиндрическим слоем определенной толщины, ось которого совпадает с осью вращения ротора центрифуги. При постоянной угловой скорости вращения жидкость через определенное время будет находиться в относительном покое. Если после этого в момент времени $t = 0$ ко всей массе находящейся внутри ротора жидкости приложить некоторое импульсивное давление, что всегда имеет место в центрифуге, то жидкость придет в движение и по свободной поверхности ее будут распространяться волны.

В этом случае рассматриваемое движение будет потенциальным. Скорость движения жидкости v будет выражаться через градиент потенциала скорости φ и уравнение неразрывности обратится в уравнение Лапласа [3—6].

Представим функцию $\varphi(r, \theta, t)$, удовлетворяющую уравнению Лапласа, в виде

$$\varphi(r, \theta, t) = \Phi(r, \theta) \cos(\sigma t + \varepsilon), \tag{1}$$

где $\Phi(r, \theta)$ — функция, описывающая зависимость амплитуды от полярных координат (радиуса r и угла θ), σ — круговая частота, t — время, ε — начальная фаза.

Тогда уравнение Лапласа в полярных координатах примет вид

$$\frac{\partial^2\Phi}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial\Phi}{\partial r} + \frac{1}{r^2}\frac{\partial^2\Phi}{\partial\theta^2} = 0. \tag{2}$$

Решение (2) будем искать в виде произведения двух функций, каждая из которых зависит от одной из координат:

$$\Phi(r, \theta) = R(r)\,\Theta(\theta). \tag{3}$$

Тогда (2) можно представить так

$$r^2\frac{R''(r)}{R(r)} + r\frac{R'(r)}{R(r)} = -\frac{\Theta''(\theta)}{\Theta(\theta)}. \tag{4}$$

Это соотношение может иметь место только тогда, когда обе части равны одной и той же постоянной. Обозначим эту постоянную через n^2. Тогда (4) распадется на два уравнения, решения которых представим следующим образом:

$$R(r) = c_1 r^n + c_2 r^{-n}, \tag{5}$$

$$\Theta(\theta) = a \cos(n\theta + \delta), \tag{6}$$

где c_1, c_2, a и δ — произвольные постоянные.

Полное решение, согласно (3), есть

$$\Phi(r, \theta) = (c_1 r^n + c_2 r^{-n}) \cos(n\theta + \delta). \tag{7}$$

При исследовании центробежных волн в роторе центрифуги считается, что давление жидкости на свободной поверхности равно атмосферному давлению. Однако здесь кроме центробежной силы инерции необходимо учитывать также силу поверхностного натяжения. Это связано с тем, что при возникновении центробежных бегущих волн увеличивается величина свободной поверхности и последняя значительно искривляется. Так как молекулы жидкости расположены близко друг к другу, то возникающие силы притяжения между ними будут иметь значительную величину. Они и обуславливают появление поверхностного натяжения, действующего в плоскости свободной поверхности жидкости внутри ротора центрифуги. Поэтому здесь предполагается, что давление жидкости на поверхности раздела испытывает разрыв [3—6].

Величину лапласовского капиллярного давления определим из выражения $P_{Л} = T\, dF/dV$, где T — сила поверхностного натяжения, dF и dV — элементы поверхности и объема цилиндрического слоя толщиной dr. Кривизну рассматриваемой поверхности жидкости внутри ротора центрифуги определим из зависимости

$$\frac{1}{r} = \frac{\dfrac{\partial^2 \xi}{R_0^2 \partial\theta^2}}{\left(1 - \left(\dfrac{\partial\xi}{R_0 \partial\theta}\right)^2\right)^{3/2}}. \tag{8}$$

При небольших возмущениях $\left(\dfrac{\partial\xi}{R_0\,\partial\theta} \ll 1\right)$ квадратом производной можно пренебречь, и тогда лапласовское давление в линейной постановке задачи определится из выражения

$$P_Л = T \frac{\partial^2 \xi}{R_0^2 \partial\theta^2}, \tag{9}$$

где ξ и R_0 — радиальное смещение и радиус невозмущенной свободной поверхности жидкости в роторе центрифуги.

Для формулировки граничного условия на свободной поверхности жидкости в роторе центрифуги воспользуемся уравнением Эйлера для поля центробежных сил инерции [1], которое приводится к интегралу Коши—Лагранжа [3—6]. Пренебрегая квадратом скорости в уравнении гидромеханики для безвихревого движения несжимаемой однородной жидкости в роторе центрифуги, граничное условие запишем в виде

$$\frac{\partial\varphi}{\partial t} - \frac{\omega^2 r^2}{2} + \frac{T}{\rho} \frac{\partial^2\xi}{R_0^2 \partial\theta^2} = 0, \tag{10}$$

где ρ — плотность жидкости.

Уравнение свободной поверхности жидкости внутри ротора центрифуги определим функцией

$$r = \xi\,(r, \theta, t). \tag{11}$$

При волновом движении частицы жидкости, принадлежащие свободной поверхности, не могут перейти внутрь жидкости и в течение всего волнового процесса остаются на свободной поверхности, поэтому можно принять [3—6]

$$\frac{\partial\varphi}{\partial r} = \frac{\partial\xi}{\partial t}. \tag{12}$$

Дифференцируя (10) по времени t, учитывая (11) и (12) и имея в виду, что приближенно можно принять

$$\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{\omega^2 r^2}{2}\right) = \omega^2 \xi\,(r, \theta, 0)\frac{\partial\xi}{\partial t} \approx \omega^2 R_0 \frac{\partial\xi}{\partial t}, \tag{13}$$

будем иметь

$$\frac{\partial^2\varphi}{\partial t^2} - \omega^2 R_0 \frac{\partial\varphi}{\partial r} + \frac{T}{\rho \partial r} \frac{\partial^3\varphi}{R_0^2 \partial\theta^2} = 0, \tag{14}$$

где $R_0 = \xi(r, \theta, 0)$.

Определив значения частных производных, входящих в (14), и решив полученное уравнение относительно σ, найдем

$$\sigma^2 = \omega^2 R_0 n \frac{c_2 R_0^{-n-1} - c_1 R_0^{n-1}}{c_1 R_0^n + c_2 R_0^{-n}} + \frac{Tn^3(c_2 R_0^{-n-1} - c_1 R_0^{n-1})}{\rho R_0^2 (c_1 R_0^n + c_2 R_0^{-n})}. \tag{15}$$

Установим связь между произвольными постоянными c_1 и c_2. Для этого воспользуемся вторым граничным условием, заключающемся в требовании обтекания жидкостью внутренней поверхности ротора центрифуги:

$$\left.\frac{\partial\varphi}{\partial r}\right|_{r=R} = 0, \tag{16}$$

где R — внутренний радиус ротора центрифуги.

Используя (16), найдем, что $c_1 = c_2 R^{-2n}$. Подставляя полученную связь в (15), определяем дисперсионное соотношение в виде

$$\sigma^2 = \left(\omega^2 n + \frac{Tn^3}{\rho R_0^3}\right) \frac{1 - \left(\frac{R_0}{R}\right)^{2n}}{1 + \left(\frac{R_0}{R}\right)^{2n}}. \tag{17}$$

Из (17) следует, что круговая частота σ зависит от угловой скорости вращения ротора центрифуги, радиусов R и R_0 ротора, величины поверхностного натяжения жидкости и ее плотности, а также от постоянного произвольного числа n.

При отсутствии поверхностных сил из (17) получается дисперсионное соотношение для поверхностных центробежных волн на свободной поверхности ротора центрифуги.

Уравнение возмущенной свободной поверхности жидкости внутри ротора будет определяться уравнением

$$\xi = R_0 + a \sin(n\theta - \sigma t), \tag{18}$$

где a — амплитуда.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Соколов В. И.* Центрифугирование. Изд. Химия, М., 1976.
2. *Шкоропад Д. Е.* Центрифуги для химических производств. Изд. Машиностроение, М., 1975.
3. *Кочин Н. Е., Кибель И. А., Розе Н. В.* Теоретическая гидромеханика, ч. 1. Физматгиз, М., 1963.
4. *Сретенский Л. Н.* Теория волновых движений жидкости. Изд. Наука, М., 1977.
5. *Ламб Г.* Гидродинамика. ОГИЗ, М.—Л., 1947.
6. *Лайтхилл Дж.* Волны в жидкости. Изд. Мир, М., 1981.

ԱԼԵԾԱԼՔ ԱԼԻՔՆԵՐԸ ԿԵՆՏՐՈՆԱԽՈՒՅԶ ՄԵՔԵՆԱՅԻ ՌՈՏՈՐՈՒՄ ԳՏՆՎՈՂ ՀԵՂՈՒԿԻ ԱԶԱՏ ՄԱԿԵՐԵՎՈՒՅԹԻ ՎՐԱ

Ջ. Ս. ԹՈՐՈՍՅԱՆ

Քննարկված են ալեծալք ալիքները (մազական ալիքներ) հեղուկի ազատ մակերևույթի վրա կենտրոնախույզ մեքենայի ռոտորում։ Առաջարկված է կենտրոնախույզ մեքենայի իներցիոն ուժադաշտում ալեծալք ալիքների նկարագրման դիսպերսիոն հարաբերակցություն։

THE PRESENCE OF CAPILLARY WAVES ON THE FREE SURFACE OF LIQUID IN A CENTRIFUGE ROTOR

J. S. TOROSYAN

The presence of capillary waves on the free surface of liquid in a centrifuge rotor is discussed. A dispersion relation is proposed for the description of waves in the field of inertial forces of the centrifuge.

Изв. АН Армянской ССР, Физика, т. 19, вып. 1, 30—34 (1984)

УДК 548.053.7

РАСПАД И ВРЕМЯ ЖИЗНИ РЕНТГЕНОВСКИХ ЭКСИТОНОВ

К. И. КАРАХАНЯН

Ереванский политехнический институт

(Поступила в редакцию 15 мая 1983 г.)

На примере рентгеновского K-экситона рассмотрен процесс распада и оценено время жизни рентгеновских экситонов. Показано, что распад этих экситонов обусловлен рекомбинацией электрона с дыркой на валентной оболочке атома или иона.

Как известно, рентгеновские экситонные состояния существенным образом влияют на край рентгеновского поглощения. Экспериментально обнаруженные изменения края поглощения проявляются в том, что в этих спектрах наблюдается тонкая структура, состоящая из отдельных пиков и полос поглощения.

Для количественной оценки роли экситонных эффектов в формировании структуры краев рентгеновских спектров поглощения в работе [1] предлагается модель рентгеновского экситона (РЭ) типа оптического экситона Ваннье-Мотта. Там показано, что в отличие от последнего одной из существенных особенностей РЭ является относительная подвижность дырки, которая приводит к появлению в гамильтониане взаимодействия электрона и дырки РЭ дополнительного члена к кулоновскому потенциалу, имеющего несферический характер.

Так, например, для K-экситона эффективный потенциал электронно-дырочного взаимодействия имеет вид

$$V_n = -\frac{e^2}{\varepsilon r} - \frac{A_n}{r^2}\left(\sqrt{2}\sin\vartheta\cos\varphi + \cos\vartheta\right), \tag{1}$$

$$A_n = \frac{32\sqrt{3}\,e^2 a_0}{3\left(Z_1 + \frac{Z_n}{n}\right)} Z_1^{3/2}\sqrt{n^2-1}\,F\left(-n+2,\,5,\,4,\,\frac{\frac{2Z_n}{n}}{Z_1+Z\frac{Z_n}{n}}\right). \tag{2}$$

Здесь ε — диэлектрическая проницаемость кристалла, a_0 — боровский радиус, n — набор квантовых чисел n, l, m, характеризующих конечное состояние дырки, Z_1 и Z_n — экранировочные заряды ядра (в единицах заряда электрона), соответствующие случаям, когда дырка находится в состоянии k или n, F — гипергеометрическая функция.

На основе предложенной модели были получены энергии связи РЭ [2] и было рассмотрено влияние экситонных эффектов на коэффициент поглощения рентгеновских лучей [3]. Представляет интерес на основе этой модели оценить время жизни РЭ, являющееся одной из характеристик квазичастиц.

Исходя из квазиатомного характера РЭ [1—4], с хорошей точностью можно вычислить его время жизни τ, применяя известное выражение [4]

$$\frac{1}{\tau} = \frac{32\,\pi^3}{3\hbar\, c^3}\, \nu^3 \sum |er_{nk}|, \tag{3}$$

$$|er_{nk}| = e \int \Psi_n^* \, r\, \Psi_k \, dV, \tag{4}$$

где ν — частота испускаемого фотона, $|er_{nk}|$ — дипольный матричный элемент перехода между состояниями Ψ_k и Ψ_n. В (3) проводится суммирование по конечным состояниям и усреднение по начальным состояниям Ψ_k.

Используя значение $|r_{nk}|$, вычисленное для перехода $1s \to 2p$ в атоме водорода, авторы работы [4] оценили время жизни K-экситонов Li в кристаллах LiF, $Li\,Cl$ и $Li\,Br$. По их оценкам значение τ изменяется в пределах $10^{-11} - 10^{-12}$ с. Насколько нам известно, других оценок в литературе не существует.

В настоящей работе сделана попытка вычислить время жизни для K-экситона модели возбуждения, применяя формулу (3). Согласно этой модели дырка и электрон РЭ связаны с данным атомом или ионом. При вычислении матричных элементов необходимо рассмотреть следующие возможные переходы: переход электрона из экситонного состояния $\Psi_{\text{эк}}$ в состояние Ψ_k (переход $\Psi_{\text{эк.}} \to \Psi_k$), переход электрона ($\Psi_{\text{эк.}} \to \Psi_n$) и переход дырки ($\Psi_k \to \Psi_n$).

В зависимости от времени этих переходов аннигиляция пары дырка-электрон может происходить либо на K, либо на валентном уровне атома. Чтобы решить задачу, необходимо вычислить время жизни этих переходов. Для этой цели сначала определим волновые функции $\Psi_{\text{эк.}}$ и Ψ_n.

Для нахождения волновой функции основного состояния РЭ $\Psi_{\text{эк}} = Y(\vartheta, \varphi)\, R(r)$ решим уравнение Шредингера с потенциалом (1). После подстановки и разделения переменных получим

$$\frac{1}{r^2}\frac{d}{dr}\left(r^2 \frac{dR}{dr}\right) + \frac{2m^*_{\text{эк}}}{\hbar^2}\left(E + \frac{e^2}{\varepsilon r} - \frac{\hbar^2 \lambda}{2m^*_{\text{эк.}}}\right) R = 0, \tag{5}$$

$$\frac{1}{\sin\vartheta}\frac{\partial}{\partial\vartheta}\left(\sin\vartheta \frac{\partial Y}{\partial\vartheta}\right) + \frac{1}{\sin^2\vartheta}\frac{\partial^2 Y}{\partial\varphi^2} + \frac{2m^*_{\text{эк.}}}{\hbar^2} A_n \times$$

$$\times (\sqrt{2} \sin\vartheta \cos\varphi + \cos\vartheta)\, Y + \lambda Y = 0, \tag{6}$$

где λ — величина, подлежащая определению.

Решая (6) по теории возмущений, находим

$$\lambda = \frac{1}{3}\left(\frac{2m^*_{\text{эк.}} A_n}{\hbar^2}\right)^2, \tag{7}$$

$$Y = \frac{1}{\sqrt{4\pi}}\left[1 - \frac{\sqrt{3\lambda}}{2}(\sqrt{2}\, \sin\vartheta \cos\varphi + \cos\vartheta)\right]. \tag{8}$$

Радиальную часть волновой функции и энергию основного состояния РЭ находим из (5). В результате решения имеем [3]

$$R=\frac{1}{L+1}\sqrt{\frac{1}{a_0\Gamma(2L+2)}}\frac{M_{L+1,\,L+1/2}\left[\dfrac{2r}{a_0(L+1)}\right]}{r}, \tag{9}$$

$$E_L=\frac{E_0}{\varepsilon^2(L+1)},\quad E_0=13{,}6\ \text{эВ}. \tag{10}$$

Здесь M — функция Уиттэкера, L — эффективное орбитальное квантовое число основного состояния РЭ, которое связано с λ соотношением

$$L(L+1)=\lambda. \tag{11}$$

Имея в виду, что дырка из K-оболочки совершает дипольный переход ($l=1$), и принимая, что ее состояния можно описать водородоподобными волновыми функциями [1—4], из (2) для перехода дырки $\Psi_k\rightarrow\Psi_n$ получаем

$$\sum x_{nk}=\sum y_{nk}=0,\quad \sum z_{nk}=\frac{\sqrt{3}}{3}\int R_{10}\,r^3\,R_{n1}\,dr. \tag{12}$$

Для электронных переходов $\Psi_{\text{эк.}}\rightarrow\Psi_k$ и $\Psi_{\text{эк.}}\rightarrow\Psi_n$ соответственно имеем

$$\sum y_{k\text{эк.}}=0,\quad \sum x_{k\text{эк.}}=\frac{\sqrt{2}}{2}\sum z_{k\text{эк.}}=-\frac{\sqrt{3\lambda}}{6}\int R_{10}\,r^3\,R_{1L}\,dr, \tag{13}$$

$$\sum y_{n\text{эк.}}=0,\quad \sum x_{n\text{эк.}}=\sum z_{n\text{эк.}}=\sqrt{\frac{2}{3}}\int R_{n1}\,r^3\,R_{1L}\,dr. \tag{14}$$

Выражая R_{10} и R_{n1} через функции Уиттэкера и используя известный интеграл [5], можно вычислить матричные элементы (12)—(14). Подставляя затем их значения в (2), получим окончательные выражения для времени жизни этих переходов:

$$\frac{1}{\tau_{nk}}=\frac{2^{15}\pi^3e^2a_0^2}{9\hbar c^3}\nu^3(n^2-1)\frac{Z_1^3\left(\dfrac{Z_n}{n}\right)^5}{\left(Z_1+\dfrac{Z_n}{n}\right)^{10}}F^2\left(5,\,2-n,\,4,\,\frac{2\dfrac{Z_n}{n}}{Z_1+\dfrac{Z_n}{n}}\right), \tag{15}$$

$$\frac{1}{\tau_{k\text{эк.}}}=\frac{2^7\pi^3e^2a_0^2}{3\hbar c^3}\nu^3\lambda\frac{2^{2L}\Gamma^2(L+4)}{(L+1)\Gamma(2L+2)}\frac{Z_1^3\left(\dfrac{1}{L+1}\right)^{2L+3}}{\left(Z_1+\dfrac{1}{L+1}\right)^{2L+8}}, \tag{16}$$

$$\frac{1}{\tau_{n\text{эк.}}}=\frac{2^{10}\pi^3e^2a_0^2}{81\hbar c^3}\nu^3(n^2-1)\frac{2^{2L}\Gamma^2(L+5)}{(L+1)\Gamma(2L+2)}\frac{\left(\dfrac{Z_n}{n}\right)^5\left(\dfrac{1}{L+1}\right)^{2L+3}}{\left(\dfrac{Z_n}{n}+\dfrac{1}{L+1}\right)^{2L+10}}\times$$

$$\times F^2\left(L+5,\,2-n,\,4,\,\frac{\dfrac{2Z_n}{n}}{\dfrac{Z_n}{n}+\dfrac{1}{L+1}}\right). \tag{17}$$

1357—3

Таблица

Кристаллы	ε	L	λ	Ионы или атомы	n	Z_1	Z_n	Переходы $\psi_n \to \psi_k$		Переходы $\psi_{эк.} \to \psi_k$		Переходы $\psi_{эк.} \to \psi_n$	
								$\nu \cdot 10^{15}$, $с^{-1}$	τ, с	$\nu \cdot 10^{15}$, $с^{-1}$	τ, с	$\nu \cdot 10^{15}$, $с^{-1}$	τ, с
NaCl	2,32	0,59	0,94	*Na*	2	10,70	6,85	252,44	$9{,}20 \cdot 10^{-14}$	260,51	$9{,}04 \cdot 10^{-12}$	8,07	$5{,}60 \cdot 10^{-11}$
				Cl	3	16,70	5,75	682,72	$1{,}29 \cdot 10^{-13}$	683,68	$1{,}05 \cdot 10^{-11}$	0,96	$1{,}28 \cdot 10^{-9}$
KCl	2,17	0,70	1,19	*K*	3	18,70	7,40	870,37	$4{,}67 \cdot 10^{-14}$	874,38	$1{,}00 \cdot 10^{-12}$	4,01	$7{,}04 \cdot 10^{-10}$
				Cl	3	16,70	5,75	682,72	$1{,}29 \cdot 10^{-13}$	683,68	$9{,}70 \cdot 10^{-13}$	0,96	$1{,}69 \cdot 10^{-9}$
RbCl	2,18	0,69	1,17	*Rb*	4	36,70	8,90	3687,12	$3{,}13 \cdot 10^{-14}$	3686,18	$1{,}13 \cdot 10^{-11}$	1,06	$9{,}10 \cdot 10^{-10}$
				Cl	3	16,70	5,75	682,72	$1{,}29 \cdot 10^{-13}$	683,68	$1{,}6 \cdot 10^{-11}$	0,96	$1{,}68 \cdot 10^{-9}$

Значения времени жизни этих переходов для некоторых ионных кристаллов приведены в таблице. Величины L и λ вычислены с помощью формул (10) и (11) с учетом того, что для этих кристаллов $E_L \sim 1$ эВ. Значения остальных физических величин, приведенных в таблице, взяты из [6].

Как видно из таблицы, время перехода дырки $\Psi_n \to \Psi_k$ из состояния k в состояние n меньше времени перехода электрона из экситонного состояния в состояние k. Это, с одной стороны, означает, что аннигиляция пары дырка—электрон РЭ происходит на валентном уровне данного атома или иона, а с другой стороны, показывает, что в течение времени жизни РЭ дырка успевает изменить свое состояние. Иными словами, дырка рентгеновского экситона обладает известной подвижностью.

Следовательно, можно заключить, что время жизни РЭ определяется временем перехода электрона из экситонного состояния на валентный уровень атома ($\Psi_{\text{эк.}} \to \Psi_л$) и изменяется в широких пределах: 10^{-9}—10^{-11} c.

В заключение выражаю благодарность Э. М. Казаряну за ценные замечания и за неоднократные обсуждения полученных результатов.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Карахаңян К. И.* Автореферат канд. диссерт. Аштарак, 1979.
2. *Караханян К. И., Казарян Э. М., Безирганян П. А.* ФТТ, 18, 511 (1976); 19, 539 (1977).
3. *Казарян Э. М.* и др. Изв. АН АрмССР, Физика, 13, 179 (1978).
4. *Майсте А. А., Саар А. М.-Э., Эланго М. А.* ФТТ, 16, 1720 (1974).
5. *Градштейн И. С., Рыжик Н. М.* Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений. Изд. Наука, М., 1971.
6. Таблицы физических величин. Справочник под ред. И. К. Кикоина. Атомиздат, М., 1976.

ՌԵՆՏԳԵՆՅԱՆ ԷՔՍԻՏՈՆՆԵՐԻ ՏՐՈՀՈՒՄԸ ԵՎ ԿՅԱՆՔԻ ՏԵՎՈՂՈՒԹՅՈՒՆԸ

Կ. Ի. ԿԱՐԱԽԱՆՅԱՆ

Ռենտգենյան K-էքսիտոնի օրինակի վրա դիտարկվում է ռենտգենյան էքսիտոնների տրոհման պրոցեսը և գնահատվում է նրանց կյանքի տևողությունը։ Ցույց է տրված, որ այդ էքսիտոնների տրոհումը պայմանավորված է էլեկտրոնի ռեկոմբինացիայով խոռոչի հետ ատոմի կամ իոնի վալենտային թաղանթի վրա։

DECAY AND LIFETIME OF *X*-RAY EXCITONS

K. I. KARAKHANYAN

Based on the instance of a *K*-shell *X*-ray exciton, the process of *X*-ray exciton decay is considered and its lifetime is estimated. The decay of these excitons is shown to be due to the electron-hole recombination on the valent shell of an atom or ion.

Изв. АН Армянской ССР, Физика, т. 19, вып. 1, 35—41 (1984)

УДК 548.732

ОСОБЕННОСТИ ДИФРАКЦИИ РЕНТГЕНОВСКИХ ЛУЧЕЙ В КВАРЦЕВЫХ МОНОКРИСТАЛЛАХ

П. А. БЕЗИРГАНЯН, Е. Г. ЗАРГАРЯН, В. Г. АСЛАНЯН

Ереванский государственный университет

(Поступила в редакцию 14 марта 1983 г.)

Исследовано рассеяние рентгеновских лучей в кварцевых монокристаллах. Показано, что даже в толстых монокристаллах кварца происходит кинематическое рассеяние и возникают маятниковые полосы. Экспериментально показано, что в двухкристальных кварцевых интерферометрах получается только дифракционная картина зазора, а в трехкристальных интерферометрах не получаются муаровые картины. Пучок, отраженный от одной части кристалла, больше не отражается от других частей данного кристалла.

Кварцевые монокристаллы имеют весьма широкое применение в науке и технике [1, 2]: в прикладной оптике, радиотехнике, ультраакустике и т. д. Эти кристаллы имеют особо важное значение из-за пьезоэлектрических свойств. Для дальнейшего более эффективного использования кварцевых кристаллов и расширения области их применения необходимо более детально исследовать несовершенства этих кристаллов, возникающие под действием различных физических факторов. Ведь физические свойства кристаллов во многом зависят от степени совершенства их структур. Поэтому изучение несовершенства кристаллов является одним из актуальных вопросов физики твердого тела.

Среди различных методов изучения дефектов особое место занимают рентгенографические методы. Однако рентгенодифракционные картины, полученные от кристаллов кварца, очень сложны и не всегда удается их однозначно интерпретировать, что не дает возможности обнаружить истинные структурные несовершенства, возникающие под действием различных факторов.

Настоящая работа формировалась в ходе исследования эффектов динамического рассеяния рентгеновских лучей в кварцевых кристаллах в зависимости от накладываемого на них электрического поля. Была поставлена задача: исследовать влияние постоянного электрического поля на эффект Бормана, краевой эффект, поток энергии и маятниковые полосы, возникающие в однокристальных образцах [3—5], на полосы смещения и муаровые картины, возникающие в двухблочных интерферометрах [6—8], и на интерференционные картины, возникающие в трехблочных интерферометрах.

При выполнении этой задачи мы столкнулись с трудностями, которые дали повод задуматься над особенностями дифракции (рассеяния) рентгеновских лучей в несовершенных (мозаичных) кристаллах вообще и в кристаллах кварца в частности. Для достоверного определения характерных особенностей дифракции рентгеновских лучей в кварцевых кристаллах нами было исследвано рассеяние рентгеновских лучей в отдельных кристаллах и в системах, состоящих из двух и трех кристаллов (двухблочных и трехблочных интерферометрах).

1. Эффекты, обнаруженные при исследовании дифракции рентгеновских лучей в кварцевых кристаллах

1) Получены маятниковые полосы от толстых клинообразных кристаллов кварца (излучение $Mo\,K_\alpha$, пучок — немонохроматический, толщина основания клина — 4 мм, угол клинности — 5,5°).

Как известно [3, 4], маятниковые полосы получаются в результате интерференции волн первого и второго полей (в двухполевом приближении), распространяющихся почти в одном и том же направлении. Однако в результате аномального поглощения первое поле в достаточно толстых кристаллах ($\mu t \geqslant 10$) почти полностью поглощается, и поэтому маятниковые полосы могут возникать только в тонких кристаллах ($\mu t \sim 1$). Между тем от наших толстых образцов ($\mu t \geqslant 10$, где μ — коэффициент поглощения, а t — толщина кристалла) получены четкие маятниковые полосы (рис. 1).

2) При дифракции рентгеновских лучей в двухблочных интерферометрах вместо линий (полос) смещения наблюдалась дифракционная картина зазора между блоками. Как известно [6, 7], в результате дифракции рентгеновских сферических волн в системе,

Рис. 1. Маятниковые полосы от толстых кварцевых кристаллов ($\mu t > 10$).

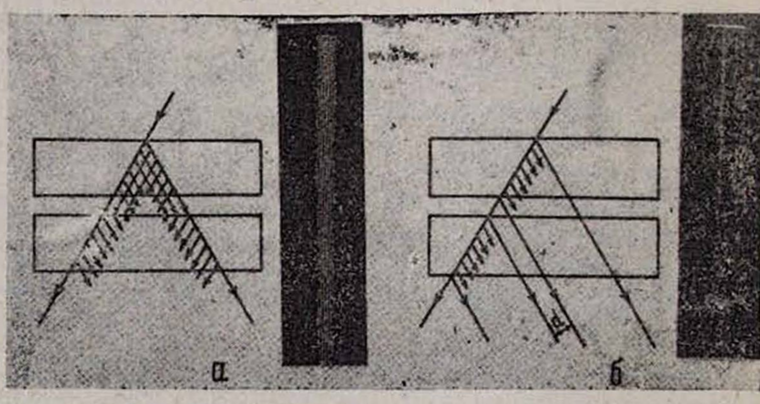


Рис. 2. Дифракция рентгеновских лучей в системе, состоящей из двух близко расположенных кристаллов: *а*) блоки интерферометра—совершенные кристаллы (отраженные волны налагаются друг на друга, в результате чего получаются линии смещения); *б*) блоки интерферометра — мозаичные монокристаллы (наложения отраженных пучков не происходит, в дифрагированном пучке получается картина зазора, в зоне d интенсивность равна нулю).

состоящей из двух близко расположенных кристаллов кремния, получается интерференционная картина, состоящая из системы линий (полос) — линий смещения (рис. 2*а*). Однако в аналогичных интерферометрах, состоящих из кварцевых кристаллов, линии смещения не получались даже при их идеальной геометрии. От всех исследованных двухблочных интерферометров была получена только картина зазора (рис. 2 *б*).

3) При дифракции рентгеновских лучей в трехблочных ЛЛЛ интерферометрах, как известно [9, 10], в первом блоке первичная волна расщепляется (получаются волны, дифрагированные в направлениях падения и отражения), во втором блоке эти волны отражаются от противоположных сторон отражающих плоскостей и в третьем блоке они налагаются друг на друга. За третьим блоком получаются 6 пучков, из них два содержат ин- интерференционных картин (полос).

Для исследования влияния электрического поля на интерференционную картину трехблочного интерферометра нами были изготовлены трехблочные кварцевые интерферометры. Из десяти тщательно изготовленных нами интерферометров ни один не работал нормально: во-первых, вместо шести пучков получались четыре, и, во-вторых, эти пучки не содержали интерференционных картин (полос).

4) Наконец, при первичном монохроматическом падающем пучке наблюдалось сильное ослабление проходящего пучка и усиление отраженного пучка. Как известно [11—14], электрические поля (как постоянные, так и переменные), подаваемые на кварцевые монокристаллы, в зависимости от их направления усиливают интенсивности отражения рентгеновских лучей. А при монохроматическом падающем пучке под влиянием переменного электрического поля энергия первичного пучка почти полностью переходит в дифрагированный (отраженный) пучок [15].

2. Обсуждение полученных результатов

1. В первом пункте предыдущего параграфа мы отмечали, что были получены маятниковые полосы от толстых кристаллов ($\mu t > 10$). Казалось бы, это противоречит выводам динамической теории рассеяния рентгеновских лучей. Действительно, с одной стороны, если от кристалла получаются маятниковые полосы, то можно полагать, что он совершенный. С другой стороны, в совершенных кристаллах имеет место аномальное поглощение, и в толстых кристаллах ($\mu t > 10$) первое поле почти полностью поглощается и в результате в таких кристаллах маятниковые полосы не могут возникать.

Это кажущееся противоречие можно объяснить предположениями:

а) в кварцевых монокристаллах, по крайней мере в исследованных нами, аномальное поглощение (эффект Бормана) не имеет места и оба поля поглощаются одинаково, поэтому в исследованных нами толстых ($\mu t > 10$) кристаллах кварца возникали муаровые полосы;

б) в толстых кристаллах кварца из-за мозаичности аномальное поглощение (эффект Бормана) может отсутствовать, но могут возникать маятниковые полосы.

2. Во втором пункте предыдущего параграфа отмечалось, что при дифракции в двухблочных кварцевых интерферометрах линии смещения не получаются, а наблюдается только картина зазора. Это может иметь место только в том случае, когда из-за несовершенства кристаллов пучок, отра-

женный от какой-либо части кристалла, больше не отражается от других частей данного кристалла, как это было показано на рис. 2.

3. В пункте 3 предыдущего параграфа отмечалось, что в кварцевом трехблочном интерферометре вместо шести пучков получались четыре и при этом они не содержали интерференционных картин. Нетрудно убедиться в том, что это явление—результат того, что в таких системах пучок, дифрагированный в одном блоке, в другом блоке не будет находиться в положении отражения.

Действительно, как видно на рис. 2б, дифрагированные пучки второй раз не дифрагируют. В интерферометре, блоки которого — совершенные кристаллы (рис. 2а), отраженные пучки вторично отражаются, пучки за вторым кристаллом когерентно налагаются друг на друга и поэтому они содержат интерференционные узоры.

4. Почти полную перекачку энергии первичного падающего пучка в отраженный пучок, о чем уже отмечалось в четвертом пункте первого параграфа, можно объяснить тем, что в несовершенном кристалле независимо от толщины происходит кинематическое рассеяние. При кинематическом рассеянии по мере углубления первичного пучка в кристалл происходит отражение, как это показано на рис. 3а. Причем из-за несовершенства кри-

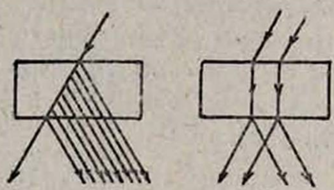


Рис. 3. Ход лучей в кристаллах при отражении: *а*) кинематическое рассеяние; *б*) динамическое рассеяние.

сталла уже раз отраженный пучок больше не отразится от других частей данного кристалла. При динамическом рассеянии кристалл — совершенный, и в нем происходит взаимодействие между отраженными и проходящими волнами. Поэтому при кинематическом рассеянии в случае Лауэ энергия первичного пучка при достаточной толщине кристалла может полностью переходить в отраженный пучок, тогда как при динамическом рассеянии энергия первичного пучка в среднем распределяется между отраженными и проходящими пучками (рис. 3б).

3. Дополнительные исследования, подтверждающие выводы, полученные в предыдущих параграфах

Таким образом, все вышеуказанные особенности дифракции рентгеновских лучей в кварцевых кристаллах (мозаичных кристаллах) обусловлены тем, что:

а) в таких (даже толстых) кристаллах происходит кинематическое рассеяние — энергия в дифрагирующем кристалле течет в направлениях падения и отражения (вдоль плоскостей не течет), отсутствует эффект Бормана;

б) в таких (даже толстых) кристаллах структура этих кристаллов не мешает возникновению маятниковых полос.

Для большей убедительности наших выводов мы провели дополнительные исследования.

1. Приведем доказательство того, что в кварцевых кристаллах в дифракционной ситуации энергия не течет вдоль плоскостей (кинематическое рассеяние, отсутствие эффекта Бормана).

Рассмотрим дифракцию рентгеновских лучей от ступенчатых кристаллов, изображенных на рис. 4.

а) Допустим, что первичный пучок падает с гладкой стороны (направление 1, рис. 4) и рассеяние является кинематическим. Как видно на рис. 5, сечение дифрагированного пучка имеет вид отражающих плоскостей: с одной стороны оно — гладкое, с другой — ступенчатое.

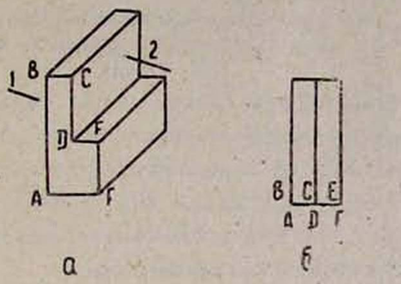


Рис. 4. Ступенчатый монокристалл: *а*) ABCDEF — отражающие плоскости. AF — толщина нижней (толстой) части кристалла, BC — толщина верхней (тонкой) части кристалла, 1 и 2 — направления падения в двух противоположных направлениях; *б*) вид кристалла сверху.

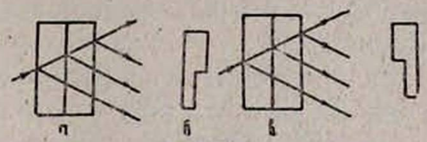


Рис. 5. Кинематическое рассеяние от ступенчатого кристалла: *а* и *в* — ход лучей в кристалле; *б* и *г* — сечение отраженного пучка (*а*, *б* — первичный пучок падает со стороны гладкой поверхности; *в*, *г* — первичный пучок падает со стороны ступенчатой поверхности).

б) Теперь предположим, что волна падает со ступенчатой стороны (рис. 4*а*, направление 2) и рассеяние — опять кинематическое. Как видно на рис. 5, и в этом случае поперечное сечение пучка имеет вид отражающих плоскостей (рис. 5*в* и 4*а*).

в) Если первичный пучок падает со стороны гладкой поверхности кристалла (рис. 4*а*, направление 1), но рассеяние при этом — динамическое, как это показано на рис. 6*а*, *б*, то происходит взаимодействие между падающими и отраженными волнами. В результате этого взаимодействия энергия течет вдоль отражающих плоскостей, и, во-первых, части следов дифрагированного пучка сдвинуты друг относительно друга (рис. 6*б*), во-вторых, толщины этих следов мало отличаются друг от друга.

г) Наконец, когда первичный пучок падает со ступенчатой стороны, а рассеяние — вновь динамическое, то опять верхние и нижние части сечения дифрагированного пучка сдвинуты друг относительно друга, но в этом случае сдвиг совершен в обратную сторону (рис. 6*г*).

Для экспериментального доказательства того, что в кварцевых кристаллах во время дифракции рентгеновских лучей энергия не течет вдоль плоскостей, т. е. происходит кинематическое рассеяние и отсутствует эффект Бормана, а в кристаллах кремния (совершенные кристаллы) энергия течет вдоль отражающих плоскостей и, следовательно, происходит динамическое рассеяние, нами были изготовлены ступенчатые образцы из кварцевых и кремниевых монокристаллов. Отражающими плоскостями в кварцевых ступенчатых монокристаллах были (1120), в кремниевых кристаллах — (220), использовалось излучение $Mo\ K_{\alpha}$. Толщина кварцевых кристаллов в тонкой части — 2 мм, в толстой части — 4 мм, а кремниевых кристаллов — соответственно 3 и 6 мм.

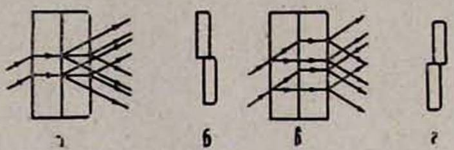


Рис. 6. Динамическое рассеяние от ступенчатого кристалла: *а*, *в* — ход лучей в кристалле; *б*, *г* — сечение отраженного пучка (*а*, *б* — первичный пучок падает со стороны гладкой поверхности; *в*, *г* — первичный пучок падает со стороны ступенчатой поверхности).

В случае кварцевых кристаллов сечения пучков имели вид отражающих плоскостей, т. е. повторялись картины, изображенные на рис. 5*а* и *б*. Следовательно, в этих кристаллах происходило кинематическое рассеяние. В случае кремниевых кристаллов сечения пучков имели вид, приведенный на рис. 6*б* и *г*, т. е. в этих кристаллах происходило динамическое рассеяние.

Таким образом, мы считаем однозначно доказанным, что

1) в кварцевых достаточно толстых кристаллах происходит кинематическое рассеяние;

2) и, что самое важное, в толстых кристаллах кварца ($\mu t \geqslant 10$), в которых отсутствует эффект Бормана, возникают маятниковые полосы.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Шубников А. В.* Кварц и его применение. Изд. АН СССР, М., 1940.
2. *Кэди У.* Пьезоэлектричество и его практическое применение. Изд. ИЛ, М., 1949.
3. *Yamashita S., Kato N.* Appl. Cryst., 8, 623 (1975).
4. *Адамян С. А., Безирганян П. А., Заргарян Е. Г.* Изв. АН АрмССР, Физика, 14, 429 (1979).
5. *Borrman J.* Phys. Z., 127, 297 (1950).
6. *Authier A., Milne A. D., Sauvage M.* Phys. Stat. Sol., 26, 469 (1968).
7. *Безирганян П. А., Аветисян Г. Г.* Препринт ЕГУ-ФТТ-22-24, 1981.
8. *Безирганян П. А., Асланян В. Г.* Кристаллография (1984).
9. *Bonse U., Hart M.* Appl. Phys., Lett. 6, 155 (1965).
10. *Bonse U., Hart M.* Z. Phys., 190, 455 (1966).
11. *Безирганян П. А., Авунджян В. И.* Изв. АН АрмССР, Физика, 1, 147 (1966).
12. *Безирганян П. А., Авунджян В. И.* Изв. АН АрмССР, Физика, 1, 227 (1966).
13. *Адамян С. А., Заргарян Е. Г., Григорян Л. С.* Ученые записки ЕГУ, Физика, 2, 73 (1980).
14. *Адамян С. А., Безирганян П. А., Заргарян Е. Г.* Авт. свид. № 935759, 1982.
15. *Мкртчян А. Р., Навасардян М. А., Мирзоян В. К.* Письма в ЖТФ, 8, 11 (1982).

ԿՎԱՐՑԻ ՄՈՆՈԲՅՈՒՐԵՂՆԵՐՈՒՄ ՌԵՆՏԳԵՆՅԱՆ ՃԱՌԱԳԱՅԹՆԵՐԻ ԴԻՖՐԱԿՑԻԱՅԻ ԱՌԱՆՁՆԱՀԱՏԿՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԸ

Պ. Հ. ԲԵԶԻՐԳԱՆՅԱՆ, Ե. Գ. ԶԱՐԳԱՐՅԱՆ, Վ. Գ. ԱՍԼԱՆՅԱՆ

Ուսումնասիրված է ռենտգենյան ճառագայթների ցրումը կվարցի մոնոբյուրեղներում։ Ցույց է տրված, որ նույնիսկ հաստ կվարցի մոնոբյուրեղներում տեղի է ունենում կինեմատիկ ցրում և առաջանում են ճոճանակային շերտեր։ Փորձնականորեն ցույց է տրված, որ կվարցի երկբյուրեղանի ինտերֆերոմետրերից ստացվում է միայն ճեղքի դիֆրակցիոն պատկերը, իսկ եռբյուրեղանի ինտերֆերոմետրերից մուարի պատկերներ չեն ստացվում։ Բյուրեղի մի մասից անդրադարձած ճառագայթը այլևս չի անդրադառնում նրա մյուս մասերից։

PECULIARITIES OF X-RAY DIFFRACTION IN QUARTZ MONOCRYSTALS

P. A. BEZIRGANYAN, E. G. ZARGARYAN, V. G. ASLANYAN

The scattering of X-rays in quartz monocrystals has been investigated. It was shown that the kinematic scattering took place even in thick quartz monocrystals and pendular bands appeared. As was demonstrated experimentally, only a diffraction image of clearance was obtained in bicrystal quartz interferometers, while in tricrystal interferometers the moire patterns were not produced. The bundle of rays reflected from one part of the crystal was no longer reflected from other parts of the same crystal.

Изв. АН Армянской ССР, Физика, т. 19, вып. 1, 42—45 (1984)

УДК 337.521

КОНТРАКЦИЯ ПОЛОЖИТЕЛЬНОГО СТОЛБА ТЛЕЮЩЕГО РАЗРЯДА В ПРОДОЛЬНОМ ЛАМИНАРНОМ ПОТОКЕ ГАЗА

Г. Г. АРУТЮНЯН, Г. А. ГАЛЕЧЯН, Л. Б. ТАВАКАЛЯН

НИИ физики конденсированных сред ЕГУ

(Поступила в редакцию 20 ноября 1982 г.)

Показано, что в разряде с продольным потоком электроположительного газа при постоянных значениях тока и давления увеличение скорости прокачки в пределах ламинарной формы течения приводит к сжатию положительного столба, уменьшению температуры электронов и продольного электрического поля.

Газовый разряд в продольном потоке электроположительного газа был исследован Джентлом, Ингардом и Бекефи [1]. Они получили, что в трубке с диаметром 0,6 см при постоянном токе 60 мА и давлении аргона 2,66 кПа увеличение скорости газа от нуля до значения $v = 40$ м/с приводит к уменьшению напряженности электрического поля от 3,6 до 2,8 В/см (при направлении потока аргона от катода к аноду). Авторы работы [1] отмечают, что им непонятен механизм, приводящий к уменьшению напряженности E при увеличении скорости газа через разряд в пределах малых скоростей прокачки, так как дальнейшее увеличение скорости аргона (более 120 м/с) приводит к резкому возрастанию E, которое связано с переходом потока в турбулентное течение.

В настоящей работе экспериментально получено, что в разряде с продольным потоком электроположительного газа при постоянных значениях тока и давления увеличение скорости прокачки в пределах ламинарной формы приводит к сжатию положительного столба, сопровождаемому уменьшением продольного электрического поля, понижением температуры электронов и увеличением их концентрации на оси столба. Контракция разряда — явление, широко известное в физике плазмы,— заключается в сжатии положительного столба при увеличении тока или давления газа. Механизмы сжатия зависят от условия поддержания разряда и природы газа. Они приведены в обзоре Елецкого [2]. Здесь впервые излагаются результаты экспериментальных исследований сжатия положительного столба, вызванного продольной ламинарной прокачкой электроположительного газа (прокачка электроотрицательного газа приводит к расширению разряда [3]).

Измерения проводились в стеклянной разрядной трубке с внутренним диаметром 2,9 см, расстояние между полыми цилиндрическими электродами составляло 32 см. На расстоянии 10 см от анода был установлен ленгмюровский зонд, который перемещался в радиальном направлении и позволял получать распределения концентрации и температуры электронов по радиусу положительного столба при малых давлениях в разрядах гелия, аргона и азота со слабым ламинарным потоком и без потока.

На рис. 1 приведены распределения концентрации электронов по радиусу разряда в аргоне (поток направлен от катода к аноду). Из представленных графиков следует, что при постоянных значениях тока и давления газа в трубке концентрация электронов на оси разряда с продольным по-

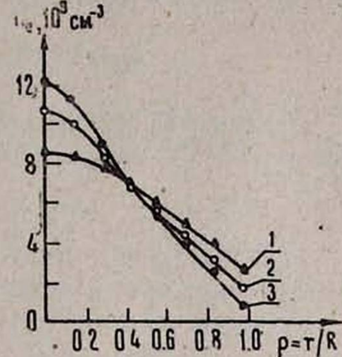


Рис. 1. Распределение концентрации электронов по радиусу положительного столба в разряде аргона в трубке с диаметром 2,9 см при давлении 532 Па и токе 30 мА: кривая 1 — без потока газа; кривая 2 — в продольном потоке аргона при скорости 5 м/с; кривая 3 — при 10 м/с.

током выше, чем в случае без него, и распределение концентрации электронов по радиусу положительного столба круче. Увеличение скорости газа от 5 до 10 м/с приводит к еще большему повышению концентрации на оси и к дополнительному сжатию положительного столба. На рис. 2*а* представлены зависимости продольного электрического поля E от скорости газа, а на рис. 2*б* — распределение температуры электронов T_e по радиусу по-

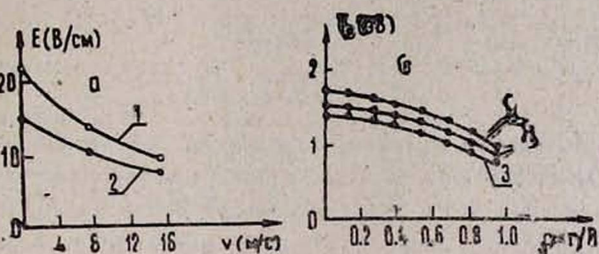


Рис. 2. *а)* Зависимость напряженности продольного электрического поля в разряде аргона от скорости потока газа, направленного вдоль положительного столба. Давление аргона в трубке — 532 Па при разрядном токе 30 мА. *б)* Распределение температуры электронов по радиусу разряда в аргоне при давлении 532 Па и токе 30 мА: кривая 1 — без потока газа; кривая 2 — в продольном потоке при скорости 5 м/с; кривая 3 — при 10 м/с.

ложительного столба при различных скоростях потока газа. Эксперименты были выполнены при давлениях от 0,133 кПа до 532 Па и было установлено, что с повышением давления при постоянных значениях тока и скорости газа относительная степень сжатия разряда возрастает. Многократные измерения концентрации электронов зондами показали, что ошибка измерения не превышает 5%. Из приведенных экспериментальных результатов следует, что, как и при контракции [2], увеличение скорости газа в пределах ламинарной формы течения вдоль разряда при постоянных значениях тока и давления вызывает сжатие положительного столба, увеличение концентрации зарядов на оси, уменьшение температуры электронов и продольного электрического поля.

Рассмотрим механизм сжатия разряда, вызванного увеличением скорости ламинарного потока. На рис. 2*б* видно, что при постоянном давлении $P = 532$ Па и токе 30 мА с повышением скорости аргона радиальный градиент температуры электронов возрастает. Так, при $v_1 = 0$ разность значений T_e на оси и при $\rho = 0{,}82$ составляет $\nabla T_{e_1} = 0{,}28$ эВ, при $v_2 = 5$ м/с — $\nabla T_{e_2} = 0{,}45$ эВ, а при $v_3 = 10$ м/с — $\nabla T_{e_3} = 0{,}54$ эВ, т. е.

$$\frac{\nabla T_{e_1}}{\nabla T_{e_3}} < 1. \qquad (1)$$

Принимая во внимание, что $T_e \sim E/N$ [2] (E — продольное электрическое поле, N — концентрация нейтральных частиц), можно записать

$$T_{e_1} \sim \frac{E_1}{P} T_{g_1}, \quad T_{e_3} \sim \frac{E_3}{P} T_{g_3}, \qquad (2)$$

P — давление газа в трубке, $P = NT_g$.

Далее, приведем (1) к виду

$$\frac{\nabla T_{e_1}}{\nabla T_{e_3}} \sim \frac{E_1}{E_3} \frac{T_{g_1}}{T_{g_3}} < 1. \qquad (3)$$

Из рис. 2*а* следует, что при включении потока газа и увеличении его скорости происходит уменьшение продольного электрического поля:

$$\frac{E_1}{E_3} > 1. \qquad (4)$$

Из соотношений (3) и (4) получаем

$$\nabla T_{g_3} > \nabla T_{g_2} > \nabla T_{g_1},$$

т. е. ламинарная прокачка газа, направленная вдоль положительного столба разряда, приводит к увеличению градиента температуры газа по радиусу трубки. Вследствие этого устанавливается более крутое изменение параметра E/N по радиусу разряда. Из-за экспоненциальной зависимости константы скорости ионизации от E/N в положительном столбе с потоком установится более крутое распределение концентрации электронов по радиусу трубки, т. е. произойдет сжатие разряда.

Теперь следует выяснить, почему в разряде при постоянных значениях тока и давления увеличение скорости потока приводит к увеличению градиента температуры газа в трубке.

При расстоянии 20 см от катода до зондов и средней скорости потока 10 м/с время прокачки аргона составляет $\tau = e/2v = 10^{-2}$ с. За это время атомы аргона продрейфуют в радиальном направлении на расстояние $r \simeq 0{,}1$ см (значение коэффициента диффузии D определялось согласно [4]). Следовательно, тепло, выделяемое током в приосевой части разряда, где плотность тока максимальна, не успевает распространиться в радиальном направлении вследствие более быстрого его переноса потоком газа в продольном направлении. Этот вывод был подтвержден экспериментально. Измерения температуры стенки трубки при $P = 532$ Па и $I = 30$ мА в аргоне с помощью термопарного датчика показали, что при отсутствии потока температура стенки равна 51° С, при $v_2 = 5$ м/с — $T_2 = 41°$ С и при $v_3 = 10$ м/с — $T_3 = 36°$ С. Понижение температуры газа на периферии при увеличении потока приводит к росту плотности атомов N, что вызывает уменьшение амбиполярной диффузии зарядов ($D_a \sim N^{-1}$) и более крутое распределение n_e (ρ).

ЛИТЕРАТУРА

1. *Gentle K. W., Ingard V., Bekefi G.* Nature, 203, 1969 (1964).
2. *Елецкий А. В.* В кн. Химия плазмы, вып. 9. Энергоиздат, М., 1982.
3. *Арутюнян Г. Г., Галечян Г. А., Тавакалян Л. Б.* ТВТ, 20, 1025 (1982).
4. *Легасов В. А., Смирнов Б. М., Чайванов Б. Б.* В кн. Химия плазмы, вып. 9. Энергоиздат, М., 1982.

ԳԱԶԻ ԵՐԿԱՅՆԱԿԱՆ ԼԱՄԻՆԱՐ ՀՈՍՔԻ ՄԵՋ ՄԱՐՄՐՈՂ ՊԱՐՊՄԱՆ ԴՐԱԿԱՆ ՍՅԱՆ ԿՈՆՏՐԱԿՑԻԱՆ

Գ. Գ. ՀԱՐՈՒԹՅՈՒՆՅԱՆ, Գ. Ա. ԳԱԼԵՉՅԱՆ, Լ. Բ. ԹԱՎԱՔԱԼՅԱՆ

Ցույց է տրված, որ դրական երկայնական հոսքով էլեկտրադրական գազի պարպման մեջ հաստատուն հոսանքի և ճնշման դեպքում հոսքի արագության ավելացումը նրա լամինար տեսքի սահմաններում բերում է դրական սյան սեղմմանը, էլեկտրոնների ջերմաստիճանի և երկայնական էլեկտրական դաշտի փոքրացմանը։

CONTRACTION OF THE POSITIVE COLUMN OF GLOW DISCHARGE IN LONGITUDINAL LAMINAR GAS FLOW

G. G. ARUTYUNYAN, G. A. GALECHYAN, L. B. TAVAKALYAN

It is obtained that in the discharge with longitudinal flow of electropositive gas at constant current and pressure, the increase in pumping rate within the laminar form of the flow leads to the positive column contraction, to the decrease in electron temperature and in longitudinal electric field.

Изв. АН Армянской ССР, Физика, т. 19, вып. 1, 46—49 (1984)

УДК 621.372.826

ВЛИЯНИЕ ДАВЛЕНИЯ НА ОРИЕНТАЦИЮ ДИРЕКТОРА НЕМАТИЧЕСКОГО ЖИДКОГО КРИСТАЛЛА

С. Р. НЕРСИСЯН, В. О. ОГАНЕСЯН, В. Б. ПАХАЛОВ, Н. В. ТАБИРЯН, Ю. С. ЧИЛИНГАРЯН

Ереванский государственный университет

(Поступила в редакцию 2 февраля 1983 г.)

Экспериментально обнаружена переориентация директора нематического жидкого кристалла МББА с гомеотропной ориентацией при приложении к ячейке внешнего давления. Эффект имеет пороговый характер и по внешним проявлениям аналогичен переходу Фредерикса.

1. В настоящей работе сообщается о результатах исследования влияния внешнего давления на ориентацию директора гомеотропно ориентированного слоя нематического жидкого кристалла (НЖК) МББА. Схема эксперимента представлена на рис. 1. Излучение *He—Ne*-лазера ($\lambda = 0{,}63$ мкм), проходя через поляризатор и оптическую систему, падало расходящимся пучком на ячейку НЖК, помещенную в магнитное поле.

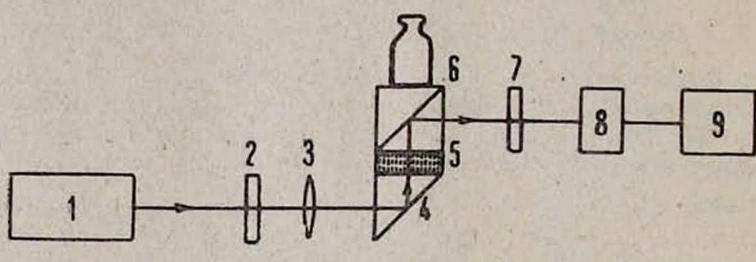


Рис. 1. Схема экспериментальной установки: 1 — *He — Ne*-лазер, 2 — поляризатор, 3—оптическая система, 4—стеклянная призма, 5—кювета с НЖК МББА, 6 — рамка вместе с грузиком, 7 — анализатор, 8 — ФЭУ, 9 — самописец. Магнитное поле приложено перпендикулярно к плоскости рисунка.

Коноскопическая картина, получаемая на выходе анализатора, регистрировалась с помощью ФЭУ и самописца. Давление прикладывалось к верхней подложке ячейки на поверхности площадью 3×2 см^2 с помощью специальной рамки и грузиков разных весов. Эксперимент сначала был проведен без включения магнитного поля.

Если при подготовке ячейки в объеме НЖК оставлялся пузырек воздуха, то независимо от толщины ячейки и приложенного давления какие-либо изменения в коноскопической картине не наблюдались. Это свидетельствует об отсутствии искажений гомеотропной ориентации НЖК.

Весьма интересные эффекты возникали в случае, когда ячейка изготовлялась таким образом, что она не содержала в себе пузырьков воздуха и была герметически закрыта. В этом случае при превышении внешнего давления P (дин/см^2) над некоторым пороговым значением $P_{пор}$ коноскопическая картина, характерная для гомеотропной ориентации, превращалась в систему гипербол. Это указывает на то обстоятельство, что в НЖК происходит переориентация директора. Зависимость числа осцилляций, зарегистрированных на самописце, от приложенного давления для ячеек с толщинами L = 100 мкм и L = 250 мкм приведена на рис. 2. Зависимость времени установления процесса от приложенного давления представлена на рис. 3. Время обратной релаксации явления после снятия давления не зависит от его первоначального значения.

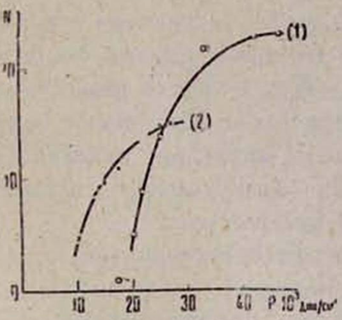


Рис. 2.

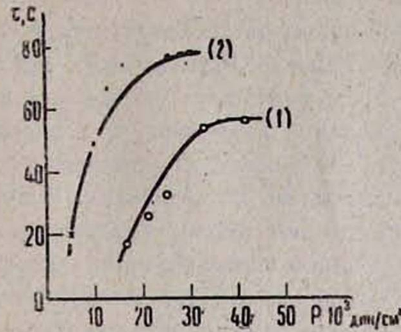


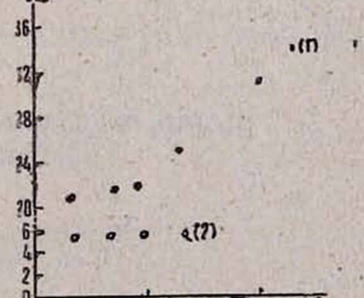
Рис. 3.

Рис. 2. Зависимость числа осцилляций, зарегистрированных на самописце, от приложенного давления: L = 100 мкм (1); L = 250 мкм (2).

Рис. 3. Зависимость времени установления процесса от приложенного давления: L = 100 мкм (1); L = 250 мкм (2).

Было исследовано влияние давления на переход Фредерикса под действием статического магнитного поля. Приложенное давление, не превышающее критическое значение, не приводило к изменению порога перехода Фредерикса по магнитному полю H_c. Однако при малых превышениях магнитного поля над пороговым значением H_c время между двумя соседними максимумами осцилляций, характеризующее константу релаксации процесса, сильно зависит от давления (см. рис. 4). Это время оказывается не зависящим от давления при больших превышениях H над порогом.

Рис. 4. Зависимость времени между двумя первыми максимумами от приложенного давления при наличии магнитного поля (L = 100 мкм; H_c = = 700 Гс): H = 750 Гс (1); H = 1050 Гс (2).



2. Интерпретация этого явления как гидродинамического движения или возмущения директора из-за деформации подложек ячейки связана со следующими трудностями. 1. Гидродинамическое движение из-за связи течения и ориентации может привести только к таким возмущениям директ-

тора, которые исчезают по установлению процесса. Нужно также иметь в виду, что времена гидродинамических процессов существенно меньше измеренных нами времен релаксаций. Действительно, такое явление замечается в начальный момент приложения грузиков на ячейку с пузырьком воздуха. 2. Попытка объяснить переориентацию директора деформацией подложек ячейки, на которых задается жесткая ориентация директора, связана с трудностями объяснения отсутствия такого же явления в ячейке с пузырьком воздуха. Кроме этого, при таком механизме переориентации директора следовало бы ожидать равенства времен установления процессов «включения» и «выключения» эффекта, что, как было сказано выше, не имеет места.

Механизм рассматриваемого эффекта мог бы заключаться в перегруппировке анизотропных молекул НЖК под действием сжатия таким образом, чтобы уменьшить стерическое взаимодействие. Такая перегруппировка заведомо возможна во флексоэлектрических ЖК, каким является МББА. Разумеется, для точного установления механизма явления требуются детальные исследования. Возможности практического применения явления делают такие исследования весьма интересными.

Схожесть переориентации директора в нашем эксперименте с переходом Фредерикса под действием внешнего однородного магнитного поля [1] заключается, помимо вышесказанного, в примерном постоянстве произведения $P_{\text{пор}} L \approx 0{,}61 \cdot 10^2$ эрг/см^2. Если по аналогии с переходом Фредерикса под действием статического магнитного поля записать выражение для $P_{\text{пор}} L$ в виде $P_{\text{пор}} L = \pi (K_{33}/\mu)^{1/2}$, то для феноменологически введенной константы μ, как бы характеризующей анизотропные свойства НЖК в отношении давления, получим $\mu \approx 2 \cdot 10^{-9}$ см^3/эрг. Интересно заметить, что примерно такую же величину можно получить, если оценить μ из соображений размерности: $\mu \sim (NU)^{-1}$, где $N \sim 10^{22}$ см$^{-3}$ — число молекул в единице объема НЖК, $U \sim 10^{-13}$ эрг — энергия взаимодействия между молекулами.

Авторы глубоко благодарят Б. Я. Зельдовича и В. А. Белякова за ценные замечания и обсуждения.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Де Жен П.* Физика жидких кристаллов. Изд. Мир, М., 1977.

ՃՆՇՄԱՆ ԱԶԴԵՑՈՒԹՅՈՒՆԸ ՆԵՄԱՏԻԿ ՀԵՂՈՒԿ ԲՅՈՒՐԵՂԻ ԴԻՐԵԿՏՈՐԻ ՕՐԻԵՆՏԱՑԻԱՅԻ ՎՐԱ

Ս. Ռ. ՆԵՐՍԻՍՅԱՆ, Վ. Հ. ՀՈՎՀԱՆՆԻՍՅԱՆ, Վ. Բ. ՊԱԽԱԼՈՎ,
Ն. Վ. ԹԱԲԻՐՅԱՆ, ՅՈՒ. Ս. ՉԻԼԻՆԳԱՐՅԱՆ

Փորձնականորեն նկատված է գոմեոտրոպ օրիենտացիայով ՄԲԲԱ նեմատիկ հեղուկ բյուրեղի դիրեկտորի վերաօրիենտացիա արտաքին ճնշման ազդեցությամբ։ Երևույթն ունի շեմային բնույթ և նման է Ֆրեդերիքսի անցմանը։ Ստացված են նաև մի շարք բնութագրական կորեր։

THE INFLUENCE OF PRESSURE ON THE ORIENTATION OF NEMATIC LIQUID CRYSTAL DIRECTOR

S. R. NERSISYAN, V. O. HOVHANNESYAN, V. B. PAKHALOV, N. V. TABIRYAN, Yu. S. CHILINGARYAN

The director of homeotropically aligned nematic liquid crystal was experimentally observed to reorient under the action of an external pressure. The effect has threshold character and resembles the Fredericks transition.

1357—4

Изв. АН Армянской ССР, Физика, т. 19, вып. 1, 50—53 (1984)

УДК 539.172.3

ИЗМЕРЕНИЕ АСИММЕТРИИ СЕЧЕНИЯ РЕАКЦИИ $\gamma p \to p\pi^\circ$ ДЛЯ УГЛА РОЖДЕНИЯ ПИОНА 65° В С.Ц.М. В РЕЗОНАНСНОЙ ОБЛАСТИ

Р. О. АВАКЯН, Г. А. АВДАЛЯН, А. Э. АВЕТИСЯН, К. Ш. АГАБАБЯН, А. В. АГАРОНЯН, А. А. АРМАГАНЯН, Л. Г. АРУТЮНЯН, А. С. БАГДАСАРЯН, Г. А. ВАРТАПЕТЯН, С. С. ДАНАГУЛЯН, В. С. ЕГАНОВ, А. П. КАРАПЕТЯН, Г. О. МАРУКЯН, Э. М. МАТЕВОСЯН, Р. М. МИРЗОЯН, А. А. ОГАНЕСЯН, Ж. В. ПЕТРОСЯН, И. П. ПРОХОРЕНКО, Е. М. СХТОРЯН, Р. Ц. САРКИСЯН, С. П. ТАРОЯН, Г. М. ЭЛБАКЯН, Э. О. АВАКЯН, М. А. ОГАНЕСЯН

Ереванский физический институт

(Поступила в редакцию 20 марта 1983 г.)

Представлены результаты измерений величины асимметрии сечения реакции $\gamma p \to p\pi^\circ$ под углом рождения пиона 65° в с.ц.м. в интервале энергий 0,81÷1,38 ГэВ. Полученные результаты сравниваются с разными теоретическими предсказаниями.

Настоящая работа является продолжением цикла исследований по изучению угловой и энергетической зависимости величины асимметрии сечения фоторождения π°-мезонов, проводимых в Ереванском физическом институте [1, 2]. В ней представлены результаты измерений величины асимметрии для угла рождения пиона 65°±3° в с.ц.м. при энергиях $E_\gamma =$ = 0,81 ÷ 1,38 ГэВ. Поляризованный пучок гамма-квантов был получен на Ереванском электронном ускорителе с помощью когерентного тормозного излучения электронов с энергией 4,6 ГэВ на кристалле алмаза. Необходимое направление вектора поляризации пучка фотонов относительно плоскости реакции достигалось соответствующей ориентацией плоскостей [022] и [0$\bar{2}$2] кристалла с помощью гониометрической установки [3].

На рис. 1 приведена схема экспериментальной установки. Выделение реакции $\gamma p \to p\pi^\circ$ осуществлялось регистрацией γ-кванта от распада π°-мезона в совпадении с протоном отдачи. Детектирование гамма-кванта проводилось с помощью счетчика полного поглощения на основе кристалла $NaI\,(Tl)$ с диаметром 200 мм и длиной 300 мм. Детектирование протона отдачи осуществлялось с помощью пробежного спектрометра. Для определения угла вылета протона использовались 4 многонитяные пропорциональные камеры с размерами 128×128 мм² и 256×256 мм². Отделение протонов от сопутствующих заряженных пионов проводилось с помощью двух (dE/dx) счетчиков. Энергия протона определялась с помощью соотношения пробег—энергия на основе использования информации от счетчиков пробежного спектрометра.

Информация с установки выводилась в линию с ЭВМ «Электроника-60» и ЕС-1022. Разрешение по энергии первичных фотонов, определяемое установкой, составляло $\pm$ 21 МэВ.

В процессе измерений форма спектра и положение пика поляризованных фотонов определялись и затем периодически контролировались парным γ-спектрометром. На рис. 2 приведена зависимость поляризации фотонов от энергии для тормозного спектра с пиковой энергией 1,1 ГэВ. Вычисление поляризации проведено методом, описанным в работе [4].

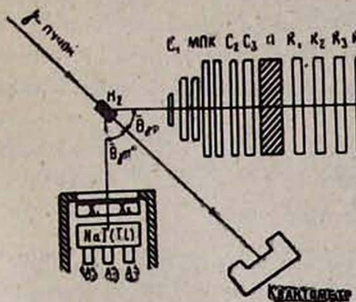


Рис. 1.

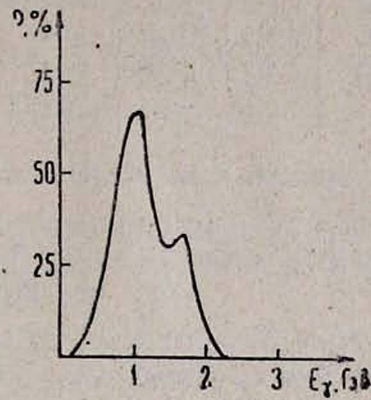


Рис. 2.

Рис. 1. Экспериментальная установка: $NaI(Tl)$ — спектрометр полного поглощения; $\bar{A}_1$, $\bar{A}_2$ — антисчетчики; C_1 — аппертурный счетчик; C_2, C_3 — счетчики (dE/dx); МПК — система многонитяных пропорциональных камер; $R_1 \div R_5$ — пробежные счетчики; $\bar{C}$ — антисчетчик.

Рис. 2. Энергетический спектр поляризации фотонов.

Для определения вклада фоновых реакций исследовалась зависимость числа регистрируемых событий $(p\gamma)$ от угла смещения $(\pm 4° \div \pm 12°)$ спектрометра полного поглощения относительно положения, соответствующего кинематике реакции $\gamma p \to p\pi^\circ$. Данные измерений сравнивались с расчетами, проведенными методом Монте-Карло. Оказалось, что вклад фона составляет до 7% в разных энергетических областях.

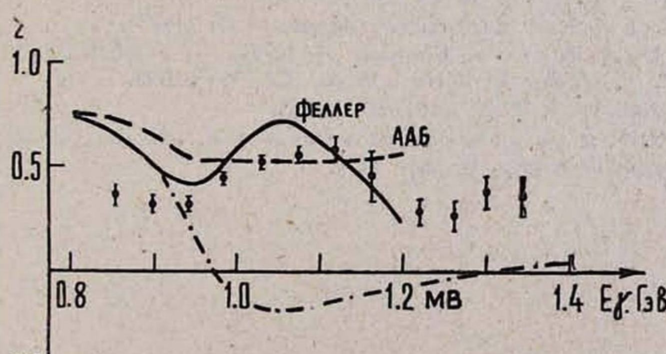


Рис. 3. Энергетическая зависимость асимметрии Σ для угла рождения π°-мезона $\theta^*_{\gamma\pi} = 65°$ в с. ц. м. Теоретические кривые взяты из работ [5], Феллер [6], ААБ [7].

На рис. 3 (а также в таблице) приведена зависимость величины асимметрии от энергии E_γ в интервале $0{,}81 \div 1{,}38$ ГэВ при $\overline{\theta^*_{\gamma\pi}} = 65°$ вместе с теоретическими предсказаниями Меткалфа и Уолкера [5], Феллера и др.

Таблица

E_γ (МэВ)	Σ	σ(ε)	E_γ (МэВ)	Σ	σ(ε)	E_γ (МэВ)	Σ	σ(ε)
810	0,16	±0,1	986	0,44	±0,03	1220	0,28	±0,065
854	0,365	±0,05	1030	0,52	±0,03	1260	0,265	±0,07
898	0,315	±0,04	1074	0,55	±0,04	1300	0,38	±0,075
942	0,315	±0,03	1118	0,585	±0,06	1340	0,35	±0,097
			1162	0,465	±0,12	1380	0,21	±0,12

[6], Азнаурян и др. [7]. При этом величина асимметрии Σ определялась так

$$\Sigma = \frac{1}{\overline{P_\gamma}} \frac{N_\perp - N_\parallel}{N_\perp + N_\parallel},$$

где $N_\perp$ и $N_\parallel$ — число $p\pi^\circ(\gamma)$ совпадений, когда первичные фотоны поляризованы перпендикулярно к плоскости рождения мезонов и параллельно ей, $\overline{P_\gamma}$ — эффективная поляризация фотонов. В приводимую ошибку включена как статистическая ошибка, так и ошибка в определении величины эффективной поляризации.

Как следует из рис. 3, результаты анализа Меткалфа—Уолкера не описывают экспериментальную зависимость асимметрии от E_γ. Из сравнения анализов Феллера и Азнаурян, выполненных до энергии 1,2 ГэВ, с результатами настоящей работы трудно отдать предпочтение одному из этих анализов.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Авакян Р. О.* и др. ЯФ, 26, 1014 (1976).
2. *Авакян Р. О.* и др. ЯФ, 29, 1212 (1979).
3. *Авакян Р. О.* и др. Изв. АН АрмССР, Физика, 10, 61 (1975).
4. *Авакян Р. О., Акопов Н. З., Безверхая А. П.* Препринт ЕФИ-265 (58), 1977.
5. *Metcalf W. J., Walker R. L.* Nucl. Phys., B76, 253 (1974).
6. *Feller P. et al.* Nucl. Phys., B104, 219 (1976).
7. *Азнаурян И. Г.* и др. Тезисы докладов Пятой конф. молодых ученых Ереванского физического института, Ереван, 1981.

ՌԵԶՈՆԱՆՍԱՅԻՆ ՏԻՐՈՒՅԹՈՒՄ $\gamma p \rightarrow p\pi^{\circ}$ ՌԵԱԿՑԻԱՅԻ ԿՏՐՎԱԾՔԻ ԱՍԻՄԵՏՐԻԱՅԻ ՉԱՓՈՒՄԸ ԶԱՆԳՎԱԾՆԵՐԻ ԿԵՆՏՐՈՆԻ ՀԱՄԱԿԱՐԳՈՒՄ ՊԻՈՆԻ ԾՆՄԱՆ 65° ԱՆԿՅԱՆ ՀԱՄԱՐ

Ռ. Հ. ԱՎԱԳՅԱՆ, Գ. Ա. ԱՎԴԱԼՅԱՆ, Ա. Է. ԱՎԵՏԻՍՅԱՆ, Կ. Շ. ԱՂԱԲԱԲՅԱՆ, Ա. Վ. ԱՀԱՐՈՆՅԱՆ, Ա. Ա. ԱՐՄԱՂԱՆՅԱՆ, Լ. Գ. ՀԱՐՈՒԹՅՈՒՆՅԱՆ, Ա. Ս. ԲԱՂԴԱՍԱՐՅԱՆ. Հ. Հ. ՎԱՐԴԱՊԵՏՅԱՆ. Ս. Ս. ԴԱՆԱԳՈՒԼՅԱՆ, Վ. Ս. ԵԳԱՆՈՎ, Ա. Պ. ԿԱՐԱՊԵՏՅԱՆ, Հ. Հ. ՄԱՐՈՒՔՅԱՆ, Է. Մ.ՄԱԹԵՎՈՍՅԱՆ, Ռ. Մ. ՄԻՐԶՈՅԱՆ, Ա. Ա. ՀՈՎՀԱՆՆԻՍՅԱՆ, Ժ. Վ. ՊԵՏՐՈՍՅԱՆ, Ի. Պ. ՊՐՈԽՈՐԵՆԿՈ, Ե. Մ. ՍԽՏՈՐՅԱՆ, Ռ. Ց. ՍԱՐԳՍՅԱՆ, Ս. Պ. ԹԱՐՈՅԱՆ, Գ. Մ. ԷԼԲԱԿՅԱՆ, Է. Հ. ԱՎԱԳՅԱՆ, Մ. Ա. ՀՈՎՀԱՆՆԻՍՅԱՆ

Ներկայացված են $\gamma p \rightarrow p\pi^{\circ}$ ռեակցիայի կտրվածքի ասիմետրիայի մեծության չափման արդյունքները զանգվածների կենտրոնի համակարգում պիոնի ծնման 65° անկյան համար 0,81÷1,38 ԳէՎ էներգետիկ տիրույթում։ Ստացված արդյունքները համեմատվում են զանազան տեսական կանխագուշակումների հետ։

MEASUREMENT OF $\gamma p \rightarrow p\pi^{\circ}$ REACTION CROSS SECTION ASYMMETRY FOR 65° C.M.S. ANGLE OF PION PRODUCTION IN RESONANCE REGION

R. O. AVAKYAN, G. A. AVDALYAN, A. E. AVETISYAN, A. A. ARMAGANYAN K. Sh. AGABABYAN, A. V. AGARONYAN, L. G. ARUTYUNYAN, A. S. BAGDASARYAN, G. A. VARTAPETYAN, S. S. DANAGULYAN, V. S. EGANOV, A. P. KARAPETYAN, G. O. MARUKYAN, E. M. MATEVOSYAN, R. M. MIRZOYAN, A. A. OGANESYAN, Zh. V. PETROSYAN, I. P. PROKHORENKO, E. M. SKHTORYAN, R. Ts. SARKISYAN, S. P. TAROYAN, G. M. ELBAKYAN, E. O. AVAKYAN, M. A. OGANESYAN

Measurement data on $\gamma p \rightarrow p\pi^{\circ}$ reaction cross section asymmetry for 65° c.m.s angle of pion production in 0,81÷1,38 GeV energy range are given. The data are compared with various theoretical predictions.

ISSN 0002—3035

ՀԱՅԿԱԿԱՆ ՍՍՀ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԿԱԴԵՄԻԱՅԻ ՏԵՂԵԿԱԳԻՐ ՖԻԶԻԿԱ

ИЗВЕСТИЯ АКАДЕМИИ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР ФИЗИКА

СОДЕРЖАНИЕ

Том 19 Выпуск 1 1984

ԲՈՎԱՆԴԱԿՈՒԹՅՈՒՆ