ՀՍՍՀ ԳԱ
Տեղեկագիր

ՖԻԶԻԿԱ
ФИЗИКА

1981

Журнал выходит на русском языке 6 раз в год.
Издается с 1966 г.

Известия Академии наук Армянской ССР. Физика. 1981

Изв. АН Армянской ССР, Физика, 16, 421—438 (1981)

ИССЛЕДОВАНИЕ КУМУЛЯТИВНОГО ФОТОРОЖДЕНИЯ ПРОТОНОВ И π-МЕЗОНОВ

К. Ш. ЕГИЯН

Приводятся новые экспериментальные данные по кумулятивному фоторождению протонов и π-мезонов из ядер ^{12}C, ^{27}Al, ^{63}Cu, ^{118}Sn, ^{208}Pb, облученных тормозными γ-квантами с энергией до 4,5 ГэВ. Обсуждаются энергетические, угловые и A-зависимости инвариантного сечения этих процессов, а также функции возбуждения кумулятивного фотообразования протонов. Спектры протонов из ядра ^{12}C сравниваются с предсказаниями двух теоретических моделей: модели малонуклонных корреляций (МНК) и кластерной модели. Полученные данные удовлетворительно объясняются кластерной моделью лишь в кумулятивной области ($\vartheta_p \geqslant 90°$) и моделью МНК в приближении двухнуклонных корреляций в области характерных импульсов нуклонов в коррелированной паре $k \leqslant 1$ ГэВ/с.

I. Введение

Изучение процессов фрагментации ядер в элементарные частицы с кинематикой, запрещенной для столкновений со свободными нуклонами, привело к открытию кумулятивного эффекта [1, 2] и ядерного скейлинга [3, 4], исследованию которых в последнее время посвящается все большее число экспериментальных и теоретических работ. Поскольку указанные выше эффекты первоначально были наблюдены в основном в столкновениях адронов с ядрами, то для установления их универсальности необходимо было подробно исследовать кумулятивный эффект (КЭ) и ядерный скейлинг (ЯС) в процессах, вызванных электромагнитным излучением и слабо взаимодействующими частицами.

Первые систематические исследования [5, 6], проводимые в ЕрФИ с 1972 г., показали справедливость основных закономерностей КЭ и ЯС в процессах фотофрагментации ядер в протоны. В этих исследованиях импульсы кумулятивных протонов не превышали 0,8 ГэВ/с. Между тем для более однозначных сравнений с имеющимися теоретическими модельными представлениями, претендующими на объяснение сути КЭ и ЯС, необходимо расширить пределы импульсов регистрируемых протонов. Кроме того, КЭ и ЯС в процессах фотофрагментации ядер в π-мезоны до настоящего времени не исследованы вообще.

В предлагаемой работе представлены полученные в ЕрФИ новые экспериментальные данные по фотофрагментации ядер в протоны с импульсом до 1,25 ГэВ/с и первые результаты по фотофрагментации ядер в π-мезоны в области больших углов и энергий вторичных частиц.

II. Установка

Экспериментальные результаты получены на пучке Г-3 Ереванского электронного синхротрона при помощи установки «Дейтрон», подробно описанной в [7, 8].

Протоны и π-мезоны идентифицировались двумя детекторами. В первом случае был использован пробежный детектор [7], позволяющий отождествлять частицы с кинетической энергией $T_p = 80 \div 300$ МэВ для протонов и $T_\pi = 45 \div 160$ МэВ для π-мезонов (без разделения по знаку заряда) под углом регистрации $20 \div 160°$. Абсолютные энергетические разбросы и телесный угол составляли соответственно $\Delta T_p = 15 \div 6$ МэВ, $\Delta T_\pi = 12 \div 8$ МэВ и $\Delta\Omega = 10$ мстр. Во втором случае детектором служил магнитный спектрометр с применением методики измерения времени пролета, который позволил [8] идентифицировать частицы с кинетической энергией $0{,}18 \div 1{,}2$ ГэВ для π-мезонов и $0{,}3 \div 0{,}65$ ГэВ для протонов под углом регистрации 20—120°. Относительные погрешности в измерении импульса и телесный угол спектрометра составляли соответственно $\Delta p/p = \pm 6{,}5\%$ (при $p \geqslant 1{,}0$ ГэВ/с) и $\Delta\Omega = 1{,}25$ мстр. Время пролета измерялось в интервале $\tau = 15 \div 50$ нс с относительными разбросами $\Delta\tau/\tau \leqslant \pm 5\%$.

На рис. 1*а* приведены массовые спектры, полученные при помощи пробежного детектора, которые показывают, что π-мезоны и протоны разделяются со 100% эффективностью. На рис. 1*б* приведены такие же спектры, полученные спектрометром при положительной полярности магнитного по-

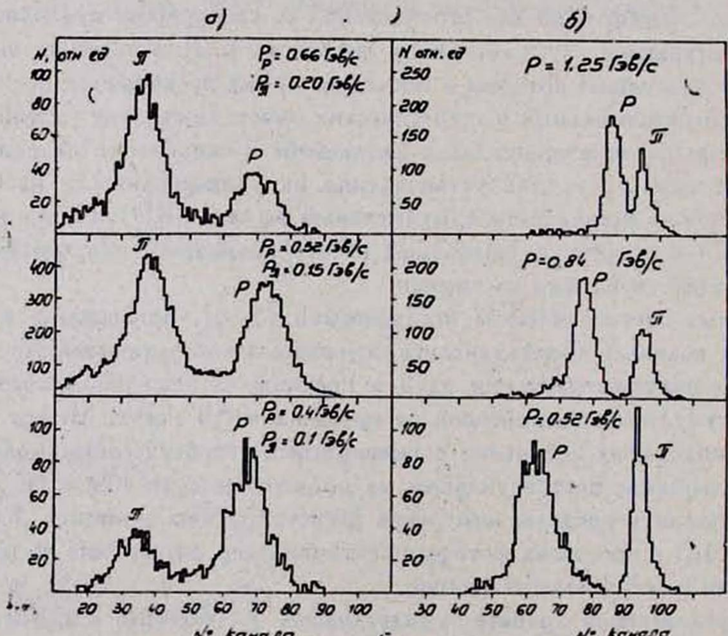


Рис. 1. Массовые спектры: *а* — получены пробежным детектором для заряженных частиц; *б* — получены магнитным спектрометром для положительно заряженных частиц.

ля. Как нетрудно видеть, пики от π^+-мезонов и протонов (на рис. 1б пики от π^+-мезонов расположены справа) надежно разделяются до значения импульса 1,25 ГэВ/с. Пики от протонов по мере уменьшения импульса расширяются из-за многократных рассеяний и энергетических потерь в сцинтилляционных счетчиках, используемых в спектрометре. Аналогичные спектры для отрицательной полярности магнитного поля показывают наличие только пиков в точности в тех местах, где расположены пики от π^+-мезонов.

Таким образом, весь комплекс установки «Дейтрон» позволяет идентифицировать заряженные частицы в области энергий $T_\pi = 0{,}045 \div 1{,}2$ ГэВ для π-мезонов и $T_p = 0{,}08 \div 0{,}65$ ГэВ для протонов.

Были исследованы реакции

$$\gamma + A \to p(\pi) + X, \tag{1}$$

где X — остаточная система. В качестве твердых мишеней использовались ядра ^{12}C, ^{27}Al, ^{63}Cu, ^{118}Sn и ^{208}Pb.

Выходы реакций (1) измерялись одновременно для $\pi^\pm$-мезонов и протонов в случае использования пробежного детектора и π^+-мезонов и протонов в случае использования магнитного спектрометра. В последнем случае измерение выхода π^--мезонов осуществлялось путем изменения полярности магнитного поля. По измеренным выходам составлялись инвариантные сечения:

$$f \equiv E\frac{d^3\sigma}{dp^3} = C\frac{E}{p^2}\frac{N}{2\,\Delta\Omega\,(\Delta p/p)\,pN_я N_\gamma}, \tag{2}$$

где N — измеренный выход, E, p и $\Delta p/p$ — полная энергия, импульс и импульсный разброс измерения, $\Delta\Omega$ — телесный угол регистрации, $N_я$ и N_γ — число ядер на пути пучка и число эквивалентных γ-квантов, которое определяется путем измерения мощности пучка при помощи квантометра гауссовского типа. Коэффициент C в (2) учитывает поправки, обусловленные ядерным поглощением и многократным рассеянием в веществе детектора и мишени, параобразованием в мишени, распадом на лету (в случае $\pi^\pm$-мезонов) и конечной эффективностью регистрации частиц. Инвариантное сечение (2) было получено в зависимости от энергии вторичных частиц, от угла регистрации, от массового числа ядер мишени и от энергии первичных γ-квантов.

III. Экспериментальные результаты и их обсуждение

1. Энергетические и угловые спектры

Протоны. На рис. 2 приведены энергетические спектры протонов из ядер ^{12}C при различных углах и при $(E)_{max} = 4{,}5$ ГэВ. Темными значка-
значками — данные, полученные магнитным спектрометром [10]. Необходимо отметить, что несмотря на то, что две серии данных получены различ-
ми обозначены данные [9], полученные пробежным детектором, светлыми
ной методикой и в разное время (фактически в двух самостоятельных экс-

периментах), тем не менее на рис. 2 никаких нормировок для «сшивания» данных не было сделано. Наблюдаемое согласие между двумя сериями измерений свидетельствует о малых систематических ошибках в наших измерениях.

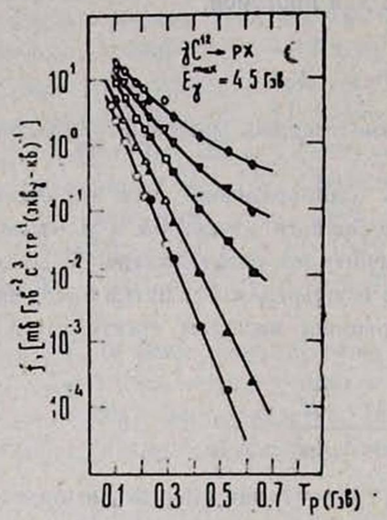


Рис. 2.

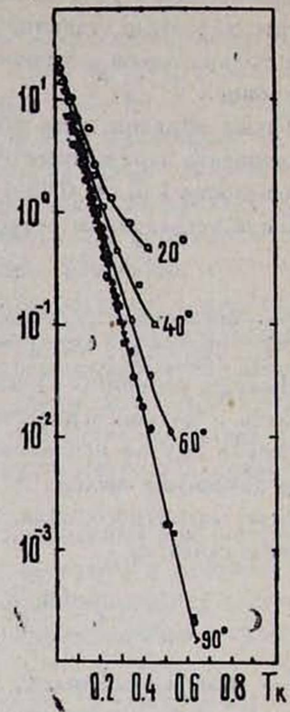


Рис. 3.

Рис. 2. Энергетические спектры протонов в реакции $\gamma C \to pX$ при $(E_\gamma)_{max} = 4{,}5$ ГэВ. Экспериментальные точки: ● и ○ — 20°, ▲ и △ — 40°, ■ и □ — 60°, ▼ и ▽ — 90°, ◆ и ◇ — 120°; затемненные значки—из работы [9]. Кривые в случае $\vartheta_p = 90°$ и 120° построены методом наименьших квадратов, в случае $\vartheta_p = 60°$, 40°, 20° — „на глаз".

Рис. 3. Зависимость $F(T_k)$ от T_k (см. соотношение (5)). Экспериментальные точки: ○ — для угла регистрации протонов 20°, △ — 30°, □ — 40°, ▽ — 50°, ◇ — 60°, ● — 70°, ▲ — 80°, ■ — 90°, ▼ — 100°, ◆ — 110°, полутемные значки: ○ — 120°, △ — 130°, □ — 140°, ▽ — 150°, ◇ — 160° при $v = 0{,}18$ и $T_0 = 52{,}5$ МэВ [12]. Сплошными линиями экспериментальные точки соединены „на глаз".

Согласно данным рис. 2, для фиксированного угла регистрации спектры кумулятивных протонов (в данном случае для $\vartheta_p \geqslant 90°$) можно описать одной экспонентой

$$f_p = C_p \exp(-T_p/T_{op}), \qquad (3)$$

где C_p и T_{op} — постоянные. Величина T_{op} зависит от угла ϑ_p и достигает значения $T_{op} = 45 \div 50$ МэВ при $\vartheta_p \geqslant 120°$, что хорошо согласуется с результатами, полученными ранее в [1 ÷ 6]. Для углов $\vartheta_p < 60°$ ранее была установлена справедливость представления (3), но для области импульсов $p_p \leqslant 0{,}8$ ГэВ/с ($T_p \leqslant 0{,}3$ ГэВ). Новые данные (рис. 2) показывают, что для этой области углов (в основном это — некумулятивная область) спектры протонов нельзя представить одной экспонентой: для больших энергий спектры выполаживаются.

Ниже приводится сравнение наших экспериментальных данных с предсказаниями двух теоретических моделей.

В работе [11] было показано, что кластерная модель [12] очень хорошо описывает полученные нами [9] угловые и энергетические спектры фотообразования протонов для $p_p \leqslant 0{,}8$ ГэВ/c и $\vartheta_p = 20$—$160°$.

Расчет спектров был проведен по формуле

$$f_p = \varphi_p(A) \exp\left[-\frac{E_p - vp_p\cos\vartheta_p}{T_{op}(1-v^2)^{1/2}}\right], \tag{4}$$

где v — критическая скорость, при которой происходит распад кластера [11], T_{op} — параметр экспоненты (фактически температура распадающейся системы). Если ввести переменную $T_k = E_p - vp_p\cos\vartheta_p$, то, согласно (4), величина

$$F_p = \frac{f}{\varphi_p(A)} = \exp(-T_k/T_{k_0}) \tag{5}$$

будет универсальной функцией от T_k.

На рис. 3 приведены данные рис. 2 в таком представлении. Значение критической скорости принято равным $v = 0{,}18$ [11]. Если бы кластерная модель была справедлива для всех значений энергий и углов, то все точки должны были бы лежать на одной линии. Как видим, это имеет место лишь для кумулятивных протонов ($\vartheta_p \geqslant 90°$). В области малых углов и больших энергий отклонение экспериментальных значений сечения от предсказаний (5) составляет несколько порядков.

В работе [13] было показано, что модель малонуклонных корреляций (МНК) в приближении двухчастичных корреляций удовлетворительно объясняет угловые зависимости наших данных [9]. Расчеты были проведены согласно формуле [13]

$$f_p = \lambda Z \sigma_t^{\gamma N} |\psi(k)|^2 (m_N^2 + k^2)^{1/2} \left[1 - \frac{E_p - p_p\cos\vartheta_p}{2m_N}\right]^{-1}, \tag{6}$$

где

$$k = m_N \left\{\frac{m_N^2 - (E_p - p_p\cos\vartheta_p)^2 + p_p^2\sin^2\vartheta_p}{(E_p - p_p\cos\vartheta_p)[2m_N(E_p - p_p\cos\vartheta_p)]}\right\}^{1/2} \tag{7}$$

есть импульс нуклона в системе коррелированной пары нуклонов [13], p_p и E_p — импульс и полная энергия регистрируемого протона, $\psi(k)$ — волновая функция коррелированной пары, $\sigma_t^{\gamma N}$ — полное адронное сечение поглощения γ-квантов, λ — постоянная, характеризующая увеличение вероятности спаривания в ядерной материи по сравнению со свободным состоянием, т. е. дейтроном, Z — порядковый номер ядра мишени.

Из (6) следует, что величина

$$F(k) \equiv |\psi(k)|^2 = \frac{f_p[1-(E_p - p_p \cos\vartheta_p)/2\,m_N]}{\lambda Z \sigma_t^{1N}\,(m_N^2 + k_N^2)^{1/2}} \tag{8}$$

является универсальной функцией переменной k.

На рис. 4 приведены значения $F(k)$ в зависимости от k. Как легко видеть, универсальность функции $F(k)$ наблюдается в области $k \leqslant 1$ ГэВ/c. При $k > 1$ ГэВ/c, по-видимому, необходимо учесть вклады корреляций высших порядков, теоретические аспекты которых в настоящее время развиты в недостаточной степени.

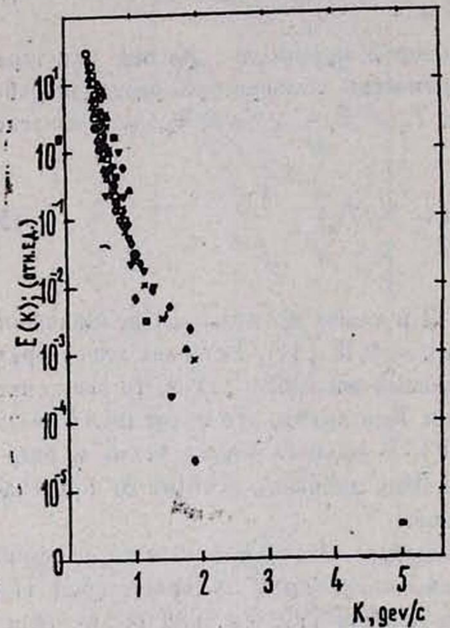


Рис. 4. Зависимость $F(k)$ от k (см. соотношение (8)). Значки те же, что на рис. 2.

π-Мезоны. На рис. 5*а* приведена энергетическая зависимость инвариантного сечения (2) реакции (1) для π^+-мезонов. Линии проведены через экспериментальные точки: в случаях $\vartheta_\pi = 60°$, $90°$ и $120°$ — методом наименьших квадратов, в случаях $\vartheta_\pi = 20°$ и $40°$ — „на глаз". Стрелками показаны границы кумулятивной области. Как видим, для $\vartheta_\pi \geqslant 60°$ и $T_\pi \leqslant 1{,}1$ ГэВ спектры хорошо описываются одной экспонентой. При $\vartheta_\pi \leqslant 40°$ наблюдается отклонение от экспоненты (спектр падает сильнее при больших энергиях). На рис. 5*б* приведены аналогичные данные для π^--мезонов. Наблюдается одинаковый характер поведения спектров отрицательно и положительно заряженных π-мезонов.

При $\vartheta_\pi \geqslant 60°$ инвариантное сечение можно представить в виде

$$f_\pi = C_\pi \exp(-T_\pi/T_{0\pi}), \tag{9}$$

где C_π и $T_{0\pi}$ — постоянные. В таблице приведены значения $T_{0\pi}$, найденные по экспериментальным точкам методом наименьших квадратов для различных углов. Можно видеть, что с ростом угла $T_{0\pi}$ уменьшается и уже при $\vartheta_\pi = 120°$ достигает значения $T_{0\pi} = 65$ МэВ, что хо-

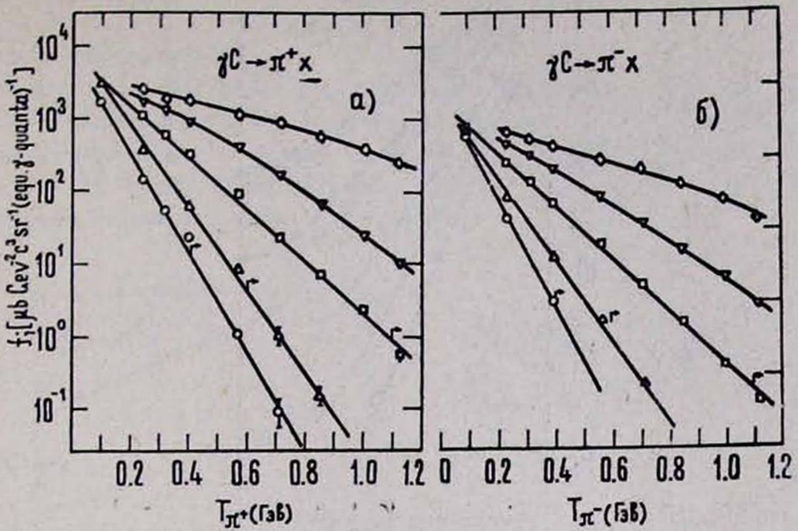


Рис. 5. Энергетические спектры: *а* — для π^+-мезонов, *б* — для π^--мезонов. Экспериментальные точки: ◇ — угол π-мезонов $\vartheta_\pi = 20°$, ▽ — 40°, □ — 60°, △ — 90°, ○ — 120°.

рошо согласуется со значением $T_{0\pi} = 60 \div 65$ МэВ, найденным в аналогичных процессах, вызванных адронами [1, 2].

Таблица

Значения $T_{0\pi} \pm \Delta T_{0\pi}$ (МэВ)

ϑ_π	π^+-мезоны	π^--мезоны
60°	124 ±2	121 ±2
90°	76,2±2,6	78,3±1,5
120°	65,1±3,1	57,1±1,8

Необходимо подчеркнуть одно важное обстоятельство: при переходе из некумулятивной области в кумулятивную характеры спектров не меняются. Такое же поведение наблюдается при фотообразовании протонов на ядрах (см. рис. 2).

На рис. 6 и 7 приведены соответственно угловые распределения инвариантного сечения (2) для протонов и π-мезонов.

2. *А*-зависимость

π-мезоны. Зависимость сечения от атомного числа ядер мишени (*А*-зависимость) является одной из наиболее важных характеристик процесса фрагментации ядер в элементарные частицы.

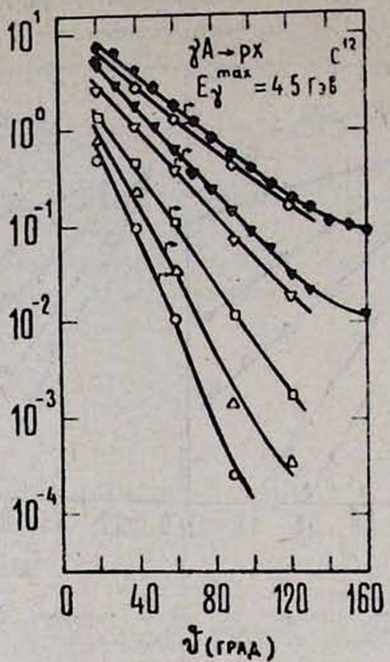


Рис. 6. Угловая зависимость протонов в реакции (1). Экспериментальные точки: ◆ — 0,208 ГэВ, ◇ — 0,233 ГэВ, ▼ — 0,290 ГэВ, ▽ — 0,317 ГэВ, □ — 0,425 Гэв, △ — 0,53 ГэВ, ○ — 0,62 ГэВ (затемненные точки взяты из работы [9]).

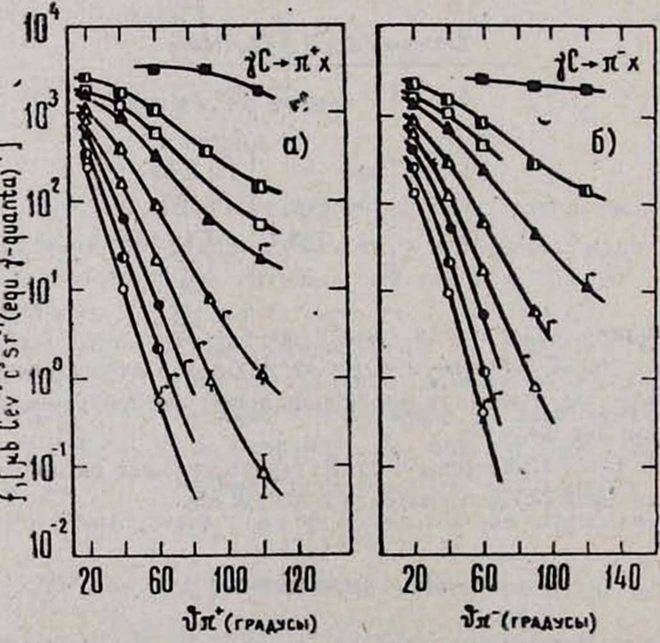


Рис. 7. Угловая зависимость инвариантного сечения f реакции (1) для π-мезонов: *а* — для π^+-мезонов, *б* — для π^--мезонов. Экспериментальные точки: ■ — при кинетической энергии π-мезонов $T_\pi = 0{,}094$ ГэВ, □ — 0,318 ГэВ, ▲ — 0,399 ГэВ, △ — 0,712 ГэВ, ● — 0,851 ГэВ, ○ — 1,12 ГэВ; полутемные значки: □ — 0,239 ГэВ, △ — 0,567 ГэВ, ○ — 1,00 ГэВ.

Обычно A-зависимость реакции типа (1) представляется в виде

$$f = BA^n, \tag{10}$$

где B и n — постоянные.

На рис. 8 в качестве примера приведены некоторые данные по A-зависимости выхода π-мезонов в реакции (1). Кривые на рис. 8 проведены через экспериментальные точки методом наименьших квадратов согласно формуле (10). Ниже будет проанализировано поведение показателя n_π в зависимости от энергии и угла регистрации π-мезонов.

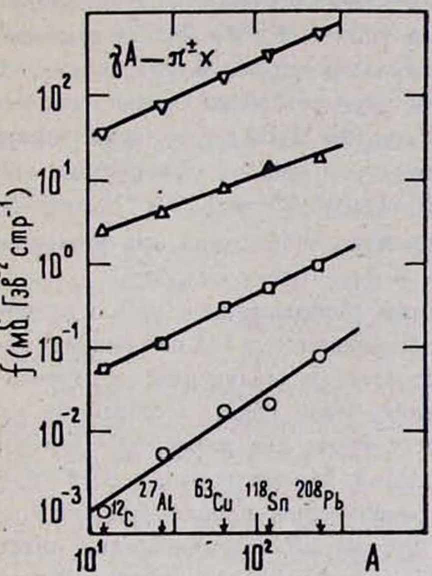


Рис. 8.

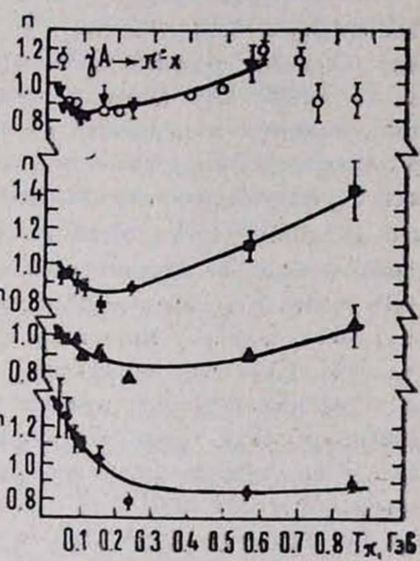


Рис. 9.

Рис. 8. Зависимость инвариантного сечения f реакции $\gamma A \to \pi X$ при $(E_\gamma)_{max} = 4{,}5$ ГэВ и угле регистрации $\vartheta = 90^\circ$ от массового числа ядер мишени A при разных значениях кинетической энергии π-мезонов T_π: ○ — 851 МэВ, □ — 356 МэВ, Δ—283 МэВ, ▽ — 67 МэВ.

Рис. 9. Зависимость показателя n от кинетической энергии π-мезонов при различных углах регистрации π-мезонов в реакции $\gamma A \to \pi X$: ● — угол регистрации $\vartheta_\pi = 30^\circ$, ▲ — 60°, ■ — 90°, ▼ — $120^\circ \div 160^\circ$, ○ — в реакции $pA \to \pi X$, $\vartheta_\pi = 180^\circ$ [14].

Рассматривая подробно поведение $n_\pi = n_\pi(T_\pi)$ для процесса рождения π-мезонов на ядрах под углом 180° протонами с энергией 8,6 ГэВ, авторы работы [14] впервые обнаружили сложную зависимость n_π от кинетической энергии вторичных частиц. Оказалось, что по мере возрастания энергии (начиная с энергии T_π = 100 МэВ) n_π сначала уменьшается, проходит через минимум (при $T_\pi \simeq 150$ МэВ), а затем возрастает и при больших энергиях (уже в кумулятивной области) снова становится большим, $n_\pi \geqslant 1$. Минимальное значение $n_\pi^{\min}(150) \simeq 0{,}8$. Такое странное поведение n_π было подтверждено в эксперименте [15] с первичными π^--мезонами с импульсом 4,4 ГэВ/с, но не для фиксированного угла $\vartheta_\pi = 180°$, а для интервала $110° \leqslant \vartheta_\pi \leqslant 150°$. Таким образом, было показано наличие сложной энергетической зависимости показателя n_π в A-зависимости сечения летящих назад инклюзивных π-мезонов в процессах, вызванных адронами. Если это есть явление универсальное, то оно должно иметь место и в аналогичных реакциях, вызываемых электромагнитным излучением.

На рис. 9 приведены наши данные (темные значки) для зависимости n_π от кинетической энергии вторичных π-мезонов в реакции (1) при углах регистрации 30° (●), 60° (▲), 90° (■) и 120÷160° (▼). На том же рисунке (светлые кружки) приведены результаты работы [14] в случае угла $\vartheta_\pi = 180°$. Как видим, в процессах фоторождения также наблюдается минимум в значениях n_π при $T_\pi \simeq 150$ МэВ, хотя общий характер взаимодействия γ-квантов и адронов с ядрами в исследуемой области первичных энергий различен [15] (если $\sigma_t^{\gamma N} \sim A$, то $\sigma_t^{hN} \sim A^{2/3}$). Авторы работ [14] и [15] не делали попыток объяснить причины указанного поведения показателя n_π.

В работе [16] приведены качественные соображения с целью интерпретировать наличие минимума в распределении $n_\pi(T_\pi)$ по данным работы [14]. Суть этих объяснений заключается в следующем: образованные вторичные π-мезоны при прохождении через ядро рассеиваются на ядерных нуклонах. Сечение этого процесса имеет два резонанса. Первый связан с поглощением π-мезонов нуклонными парами и имеет место при энергии 120 ÷ 130 МэВ [17]. Второй резонансный процесс общеизвестный: при энергии ~ 190 МэВ полное сечение πN-взаимодействия имеет максимум [18]. Суммарный эффект этих двух процессов обуславливает максимум полного сечения рассеяния π-мезонов внутри ядра при энергии около 150 МэВ. Увеличение сечения приводит к увеличению потерь частиц из данного углового и энергетического интервала. Поскольку рассеянные частицы, как правило, теряют энергию (а не приобретают ее), то происходит «перекачка» частиц из области энергии с резонансным сечением в область меньшей энергии с малым сечением. Такая «перекачка» тем сильнее, чем тяжелее ядро. В результате в области резонансного сечения показатель n_π имеет минимальное значение, а в области более низких энергий может заметно возрасти и стать больше единицы. Что касается области больших энергий, то исходя из того, что здесь $n_\pi \lesssim 1$, авторы [16] делают вывод об уменьшении эффективного поглощения π-мезонов, иными словами, об уменьшении πN-сечения внутри ядра. Поскольку энергии π-мезонов еще малы для учета увеличения продольных расстояний в πN-взаимодействиях, этот вывод кажется не совсем обоснованным.

Несомненно, процесс поглощения регистрируемых частиц влияет на характер A-зависимости. Однако, как нам кажется, вряд ли им можно объяснить наблюдаемый на эксперименте характер A-зависимости. Это особенно хорошо видно на примере фоторождения.

Если бы не было вторичных взаимодействий π-мезонов и других частиц с ядром-остатком, то сечение $\sigma_t^{\gamma A\to\pi X}$ было бы пропорционально A, так как фотоны взаимодействуют со всеми отдельными нуклонами ядра. Рассеяние пионов на ядерных нуклонах должно приводить к уменьшению показателя n_π в A^{n_π}-зависимости. Следовательно, для полного сечения $\sigma_t^{\gamma A\to\pi X}$ фоторождения π-мезонов n должно быть меньше единицы. Действительно, в работе [19] нами была измерена A-зависимость полного (проинтегрированного по углу и энергии) сечения образования заряженных π-мезонов фотонами с энергией $(E_\gamma)_{max}=4{,}5$ ГэВ и показано, что показатель n_π в этом случае не больше $0{,}84 \pm 0{,}023$ Очевидно, $\bar{n}_\pi=0{,}84$ есть средняя характеристика процесса фоторождения π-мезонов на ядрах и не исключает наличия локальных особенностей в зависимости $n_\pi = n_\pi(T_\pi)$. Здесь мы только хотим подчеркнуть, что „включение" вторичного взаимодействия приводит к уменьшению этой средней характеристики от значения $n_\pi=1$ до $\bar{n}_\pi=0{,}84$. Поэтому если при каком-то значении энергии благодаря резонансному увеличению сечения взаимодействия увеличивается поглощение π-мезонов, то это должно привести к уменьшению показателя n_π по сравнению со средним значением $\bar{n}_\pi=0{,}84$, что не наблюдается ни в адронных, ни в фотонных экспериментах, показывающих, что $n_\pi^{\min}\simeq\bar{n}_\pi$ (см. рис. 9).

Таким образом, природа возникновения минимума связана не с дополнительными потерями π-мезонов при энергии $T_\pi \simeq 150$ МэВ, а, наоборот, по-видимому, есть следствие наличия дополнительных источников образования π-мезонов в области $T_\pi \leqslant 150$ МэВ и при значительно больших энергиях, усиливающих A-зависимость. Для того, чтобы подтвердить эту гипотезу, рассмотрим приведенные на рис. 9 зависимости $n_\pi=n_\pi(T_\pi)$ для различных углов регистрации π-мезонов. Видно, что, во-первых, с уменьшением угла положение минимума на шкале энергии сдвигается в область больших энергий, а затем исчезает, и, во-вторых, рост n_π в области $T_\pi \leqslant 150$ МэВ усиливается в случае малых углов.

Данные для $\vartheta_\pi = 30°$ показывают, что в области $T_\pi \geqslant 200$ МэВ показатель n_π остается постоянным в интервале $0{,}8 \div 0{,}85$, т. е. близок к значению $\bar{n}_\pi = 0{,}84$. И это естественно: при малых углах и больших энергиях определяющим является процесс прямого фоторождения π-мезонов на ядерных нуклонах. Вторичные перерассеяния в ядре уменьшают n_π от значения 1 до $0{,}8 \div 0{,}85$. С увеличением угла регистрации наблюдается рост n_π, так как начинает давать вклад новый механизм — кумулятивное рождение π-мезонов, усиливающий A-зависимость. Что касается области кинетической энергии $T_\pi \leqslant 150$ МэВ, то увеличение роста n_π для малых углов связано, по-видимому, с процессом рождения каскадных π-мезонов. Вероятность последних в области малых углов больше, так как высокоэнергичные вторичные частицы, являющиеся основным источником малоэнергичных каскадных

π-мезонов, рождаются в основном вперед. Конечно, высокоэнергичные вторичные частицы имеются также и под большими углами, однако их количество несравненно мало (с увеличением угла регистрации спектры как π-мезонов, так и протонов становятся значительно круче). Вследствие этого усиление A-зависимости для больших углов и малых энергий вторичных π-мезонов относительно слабое. Что касается увеличения n_π, обусловленного механизмом резонансного поглощения [16] π-мезонов, то он должен иметь место как для больших углов, так и для малых углов регистрации, так как в ядре для вторичных частиц нет выбранного направления. Иными словами, характер зависимости $n_\pi = n_\pi(T_\pi)$ в этом случае должен быть одинаковым для всех углов, что противоречит эксперименту.

На рис. 10 приведены угловые зависимости показателя n_π для различных энергий. Видно, что, действительно, для $T_\pi \leqslant 150$ МэВ n_π падает с ростом угла, в области $T_\pi \simeq 150 \div 300$ МэВ $n_\pi \simeq 0{,}8 \div 0{,}85$, а при больших энергиях n_π растет с ϑ_π и становится больше единицы.

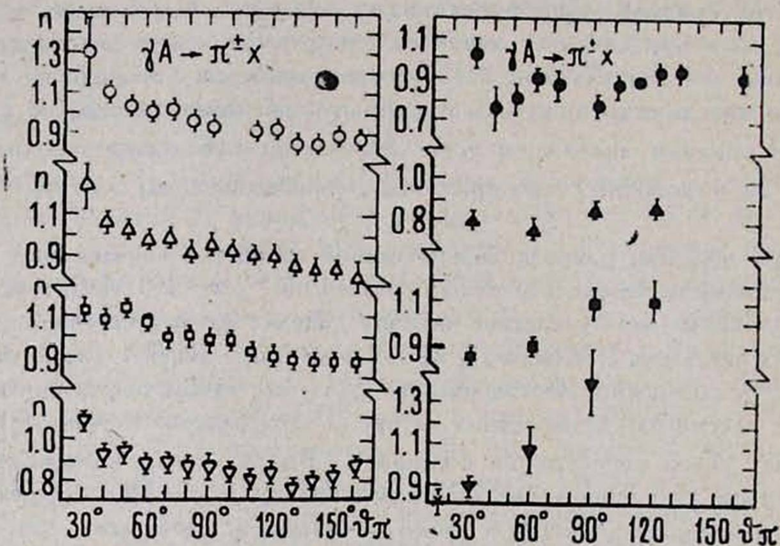


Рис. 10. Зависимость показателя n_π от угла регистрации π-мезонов при различных кинетических энергиях π-мезонов в реакции $\gamma A \to \pi X$: ○ — кинетическая энергия $T_\pi = 48$ МэВ, △ — 67 МэВ, □ — 91 МэВ, ▽ — 108 МэВ, ● — 155 МэВ, ▲ — 238 МэВ, ■ — 356 МэВ, ▼ — 851 Мэв, * — 900 МэВ.

Последнее обстоятельство, как было отмечено выше, связано, по-видимому, с кумулятивным эффектом, физическую сущность которого в настоящее время нельзя считать окончательно ясной.

Протоны. A-зависимость для протонов в процессах фотообразования на ядрах исследована относительно лучше, чем для π-мезонов. Здесь мы приводим A-зависимости реакции $\gamma A \to pX$, полученные в тех же условиях, в которых были исследованы A-зависимости для фотопионов (см. выше).

На рис. 11 приведена зависимость показателя n_p в A-зависимости сечения фотообразования протонов в реакции (1) от энергии протонов. В области $T_p = 60 \div 450$ МэВ никаких резких особенностей не наблюдается, как это имеет место и для π-мезонов (см. рис. 10). Наблюдается лишь слабая тенденция уменьшения n_p с ростом энергии в области малых углов (30°—60°) и, наоборот, такая же слабая тенденция роста n_p с ростом энергии в области больших углов (90°, 120°).

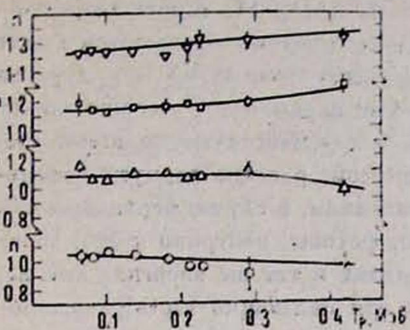


Рис. 11. То же, что на рис. 9, для протонов: ○ — $\vartheta_p = 30°$, △ — 60°, □ — 90°, ▽ — $120 \div 160°$.

На рис. 12 приведены зависимости n_p от угла регистрации ϑ_p для различных энергий протонов. Во всем диапазоне энергий наблюдается рост n_p с увеличением угла. Для больших энергий этот рост сильнее, чем для малых энергий.

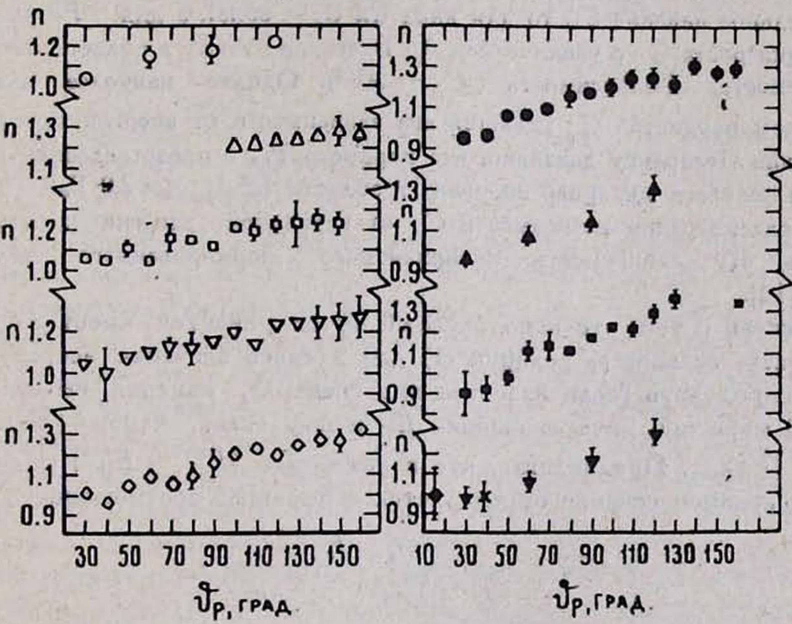


Рис. 12. То же, что на рис. 10, для протонов: ○ — $T_p = 63$ МэВ, △ — 80 МэВ, □ — 100 МэВ, ▽ — 136 МэВ, ◇ — 180 МэВ, ● — 208 МэВ, ▲ — 226 МэВ, ■ — 290 Мэв, ◆ — 420 МэВ, × — 1 ГэВ.

3. Функция возбуждения фоторождения кумулятивных протонов на ядрах

В процессах кумулятивного образования протонов на ядрах первичными π-мезонами и протонами наблюдена [4] асимптотическая инвариантность параметра C_p представления

$$\rho_p = \frac{f_p}{\sigma_i^{\gamma A}} = C_p \exp(-T_p/T_{0p}) \tag{11}$$

относительно энергии подающих частиц. Если для легчайших ядер (например, для ^{12}C) эта инвариантность имеет место уже при $E_0 \simeq 1{,}5$ ГэВ, то для тяжелых ядер (таких, как ^{208}Pb) та же инвариантность наблюдается при относительно больших энергиях ($E_0 \simeq 4{,}5$ ГэВ). На основе теоретических моделей, согласно которым кумулятивные протоны образуются в акте взаимодействия подающей частицы с ядерными нуклонами или другими нуклонными образованиями, такое поведение параметра C_p можно объяснить, если учесть, что первичные адроны взаимодействуют со всеми указанными выше объектами в трубке с радиусом, равным радиусу взаимодействия адронов. Согласно этим представлениям, в случае первичных слабо взаимодействующих частиц (электроны, фотоны, нейтрино и др.) инвариантность C_p должна наблюдаться при одних и тех же энергиях как для легких, так и для тяжелых ядер, так как эти падающие частицы взаимодействуют в ядре в основном один раз.

Исследования свойств параметра C_p в фотообразовании протонов на ядрах тормозными γ-квантами были проведены в работах [20, 21]. Одним из важных свойств является различие угловых зависимостей для легчайших и тяжелых ядер. Если, например, для ^{12}C с ростом угла наблюдается значительное падение C, то для ядра Cu $C_p = \mathrm{const}$, а для ^{208}Pb имеется тенденция роста C с увеличением ϑ_p. Благодаря этому в области больших углов имеется A-зависимость ($C_p \sim A^{1/3}$). Однако наиболее важным свойством параметра C_p является его зависимость от энергии первичных γ-квантов. Поскольку доказано, что параметр T_{0p} в представлениях (2) и (11) не является функцией энергии в области $(E_\gamma)_{max} \geqslant 2{,}0$ ГэВ [5], то вместо рассмотрения зависимости C_p от первичной энергии достаточно изучать эту зависимость инвариантного нормированного сечения $\rho_p(E_\gamma)$ [14].

В связи с тем, что используемый пучок γ-квантов имеет тормозной спектр, сечение ρ_p реакции (1) для данного значения энергии E_γ можно определить (если известен вид спектра), измеряя выходы по крайней мере при двух значениях $E_{\gamma 1}$ и $E_{\gamma 2}$, таких, чтобы $(E_{\gamma 1})_{max} < E_\gamma < (E_{\gamma 2})_{max}$. Предполагая, что в интервале $(E_{\gamma 2}^{max} - E_{\gamma 1}^{max})$ ρ_p не меняется, искомое сечение определяется с помощью соотношения

$$\rho_p(E_\gamma) = \frac{I_1 - I_2}{\ln(E_{\gamma 1})_{max} - \ln(E_{\gamma 2})_{max}}, \tag{12}$$

где I_1 и I_2 — выходы реакции (1) соответственно при энергиях $(E_{\gamma 1})_{max}$ и $(E_{\gamma 2})_{max}$.

Этот метод определения $\rho_p(E_\gamma)$ называется методом вычитания. Имеется другой, более точный, но значительно более сложный метод определения $\rho_p(E_\gamma)$ по измеренным значениям I_i — так называемый «метод обратных матриц». В настоящей работе приводятся результаты, полученные методом вычитания, т. е. по формуле (12).

В процессе вычитания наиболее важным является вопрос ошибок и вклад низкоэнергетической части спектра γ-квантов. Для учета последнего рассмотрим разностный спектр γ-квантов с двумя близкими значениями $(E_\gamma)_{max}$. На рис. 13 приведены эти спектры для пяти разностей с ша-

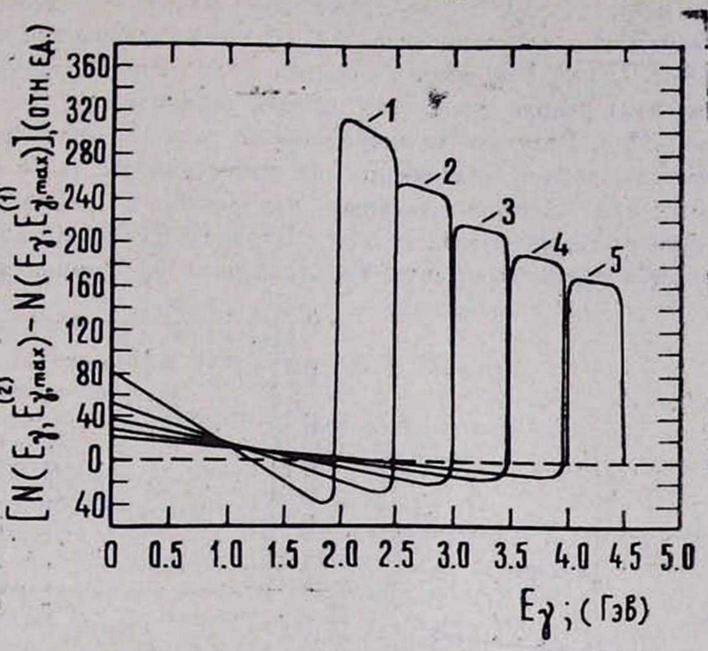


Рис. 13. Разностные спектры γ-квантов соответственно для значений $(E_{\gamma,2})_{max}$ и $(E_{\gamma,1})_{max}$: 1 — (2,5 и 2,0) ГэВ, 2 — (3,0 и 2,5) ГэВ, 3 — (3,5 и 3,0) ГэВ, 4 — (4,0 и 3,5) ГэВ, 5 — (4,5 и 4,0) ГэВ.

гом 0,5 ГэВ. Как видим, в области малых E_γ разностный спектр показывает наличие конечного числа γ-квантов. Но поскольку интегральное число этих малоэнергичных фотонов не превышает 5% пика в области $(E_\gamma)_{max}$ то, следуя [22], их вкладом будем пренебрегать. Что касается вопроса ошибок, то, во-первых, были приняты меры для максимального уменьшения статистических и систематических ошибок, которые доведены в настоящей серии измерений соответственно до $\pm(1\div2)\%$ и $\pm(1{,}5\div2)\%$, поэтому суммарные ошибки не превышали $\pm 3\%$, и, во-вторых, был применен известный метод сглаживания [23]. Для этого были построены зависимости инвариантных (ненормированных) выходов $I=I\,(E_\gamma)_{max}$ для данного ядра и по полученным экспериментальным точкам были проведены методом наименьших квадратов наилучшие по критерию χ^2 кривые. При этом предполагалось, что в интервале между соседними значениями $(E_\gamma)_{max}$ эта кривая не имеет особенностей. Результаты этих процедур приведены на рис. 15. Значками обозначены экспериментальные точки, кривые рассчитаны по формуле

$$I=\sum_{l=1}^{2} a_l I_l, \tag{13}$$

где коэффициенты a_i определяются по экспериментальным точкам. Как видим, для всех ядер удается по экспериментальным точкам провести плавно возрастающие по $(E_\gamma)_{max}$ кривые. Можно утверждать, что в первом приближении аномально большой рост выхода не наблюдается ни у одного из исследуемых ядер.

Для нахождения зависимости $\rho_p = \rho_p(E_\gamma)$ были вычислены разности $I_2[(E_{\gamma 2})_{max}] - I_1[(E_{\gamma 1})_{max}]$ по кривым на рис. 14 (а не по экспериментальным точкам) и на основе данных по полным сечениям $\sigma_t^{\gamma A}$ [24] из (11) определены $\rho_p(E_\gamma)$. Результаты приведены на рис. 15. Ошибки приведенных точек включают в себя вклады как статистических, так и систематических разбросов экспериментальных измерений, а также ошибки аппроксимации соответствующих кривых. Ширина «ступеньки» вокруг точек определяется шагом вычитания. Согласно рис. 15, нормированное се-

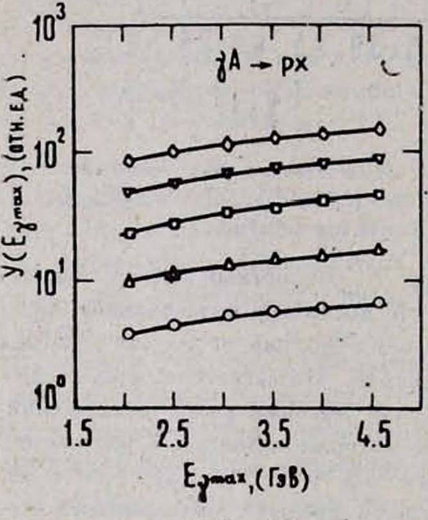


Рис. 14.

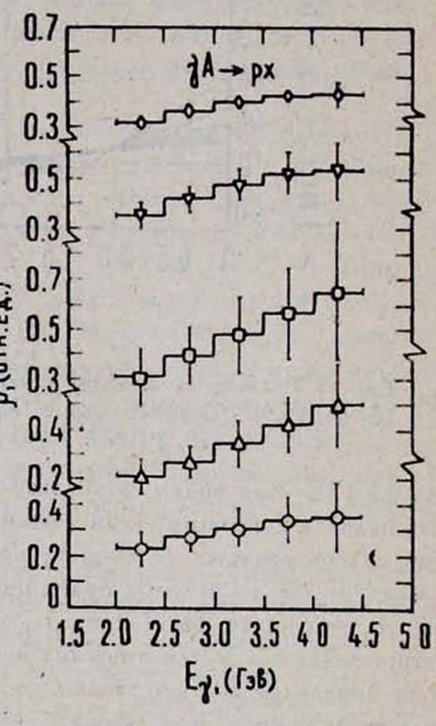


Рис. 15.

Рис. 14. Зависимость инвариантного сечения (2) от максимальной энергии $(E_\gamma)_{max}$ тормозных γ-квантов: ○ — ^{12}C, △ — ^{27}Al, □ — ^{63}Cu, ▽ — ^{118}Sn, ◇ — ^{208}Pb; кривые проведены согласно (13).

Рис. 15. Зависимость инвариантного нормированного сечения $\rho(E_\gamma)$ от энергии γ-квантов (обозначения те же, что на рис. 14).

чение $\rho_p(E_\gamma)$ становится инвариантным по отношению к первичной энергии в области $3 \div 4$ ГэВ для тяжелых ядер, что хорошо согласуется с данными по адронным процессам. Что касается легких и легчайших ядер, то наблюдается небольшой рост $\rho_p(E_\gamma)$ в исследуемой области $E_\gamma = 2 \div 4{,}5$ ГэВ, т. е. инвариантность ρ_p еще не достигнута. Очевидно, нужны новые измерения при больших первичных энергиях ($E_\gamma > 4{,}5$ ГэВ).

Автор благодарит всех сотрудников лаборатории фотоядерных реакций ЕрФИ, совместно с которыми были получены и обработаны приведенные выше экспериментальные данные, А. Ц. Аматуни за постоянный интерес, Г. А. Вартапетяна и С. Г. Матиняна за поддержку, а также весь коллектив Ереванского ускорителя за обеспечение пучком.

Ереванский физический
институт

Поступила 8. I. 1981

ЛИТЕРАТУРА

1. *А. М. Балдин.* Препринт ОИЯИ, Р7-5769 (1971).
2. *А. М. Балдин* и др. ЯФ, 18, 79 (1973).
3. *Ю. Д. Баюков* и др. ЯФ, 18, 1246 (1973).
4. *Г. А. Лексин.* Труды Международной конференции по физике высоких энергий. Тбилиси, 1976, т. 1, А6-3 (1977).
5. *М. Дж. Амарян* и др. НС ЕФИ-173 (19)—76, 1976.
6. *К. В. Аланакян* и др. ЯФ, 25, 545 (1977).
7. *К. В. Аланакян* и др. НС ЕФИ-155 (76), 1976.
8. *К. В. Аланакян* и др. НС ЕФИ-408 (15)—80, 1980.
9. *К. В. Аланакян* и др. НС ЕФИ-220 (12)—77, 1977; НС ЕФИ-386 (44)—79, 1979.
10. *К. В. Аланакян* и др. НС ЕФИ—467 (9)—1981.
11. *И. Г. Богацкая* и др. ЯФ, 27, 856 (1978).
12. *М. И. Горенштейн* и др. ЯФ, 26, 788 (1977).
13. *М. И. Стрикман, Л. Л. Франкфурт.* ЯФ, 29, 490 (1979).
14. *А. М. Балдин, В. С. Ставинский.* Труды Международного семинара по физике высоких энергий, Дубна, 1978, стр. 261.
    А. М. Балдин и др. Препринт ОИЯИ, 1—12 396 (1979).
15. *Ю. Д. Баюков* и др. Препринт ИТЭФ-30 (1979).
16. *М. И. Стрикман, Л. Л. Франкфурт.* Материалы XIV зимней школы ЛИЯФ, 1979, стр. 82.
17. *D. Ashery.* Proc. of 8th Int. Conf. on High Energy Phys. and Nucl. Str., Vancover, 1979, Amsterdam, New York, Oxf., 1980, p. 385.
18. *В. С. Барашенков.* Сечение взаимодействия элементарных частиц, Изд. Наука, М., 1966.
19. *К. В. Аланакян* и др. НС ЕФИ-153 (75), 1975.
20. *К. В. Аланакян* и др. НС ЕФИ-174 (20)—76, 1976.
21. *К. В. Аланакян* и др. ЯФ, 26, 1018 (1977).
22. *A. M. Boyarsky et al.* SLAC-PUB-1694 (1975).
23. *О. В. Богданкевич, Ф. А. Николаев.* Работы с пучком тормозного излучения, Атомиздат, 1964, стр. 183.
24. *G. R. Brooks et al.* Phys. Rev., D8, 2826 (1973).

ԿՈՒՄՈՒԼՅԱՏԻՎ ՊՐՈՏՈՆՆԵՐԻ ԵՎ π-ՄԵԶՈՆՆԵՐԻ ՖՈՏՈԾՆՄԱՆ ՈՒՍՈՒՄՆԱՍԻՐՈՒԹՅՈՒՆԸ

Կ. Շ. ԵՂՅԱՆ

Բերված են մինչև 4,5 ԳէՎ էներգիայի արգելակային γ-քվանտներով ճառագայթված ^{12}C, ^{27}Al, ^{63}Cu, ^{118}Sn և ^{208}Pb միջուկներից առաքվող կումուլյատիվ պրոտոնների և π-մեզոնների վերաբերյալ նոր էքսպերիմենտալ տվյալներ։ Քննարկվում է այդ պրոցեսների ինվարիանտ կտրվածքների կախումը առաջնային էներգիայից, օգտագործվող թիրախների միջուկային թվից, գրանցվող մասնիկների էներգիայից և առաքման անկյունից։ ^{12}C միջուկի դեպքում պրոտոնների սպեկտրները համեմատվում են երկու տեսական մոդելների՝ փոքրաքանակ նուկլոնային կոռելյացիայի (ՓՆԿ) և կլաստերային մոդելների կանխագուշակումների հետ։ Ցույց է տրված, որ կլաստերային մոդելի դեպքում ստացված փորձնական տվյալները բավարար չափով բացատրվում են միայն պրոտոնների առաքման կումուլյատիվ տիրույթում ($\vartheta_p > 90°$) իսկ ՓՆԿ մոդելի երկնուկլոնային կոռելյացիայի մոտավորության դեպքում փորձնական և տեսական տվյալների համընկնումը տեղի ունի միայն կոռելացված զույգի մեջ նուկլոնների իմպուլսի $k \leqslant 1$ ԳէՎ/ c արժեքների դեպքում։

INVESTIGATION OF CUMULATIVE PHOTOPRODUCTION OF PROTONS AND π-MESONS

K. Sh. EGIYAN

New experimental data on the cumulative photoproduction of protons and π-mesons from ^{12}C, ^{27}Al, ^{63}Cu, ^{118}Sn and ^{208}Pb nuclei irradiated with bremsstrahlung γ-quanta having energies up to 4.5 GeV are presented. The energy, angular and A-dependences of the invariant cross section of these processes as well as the excitation functions of cumulative photoproduction of the proton are discussed. The spectr of protons from ^{12}C are compared with the predictions of two theoretical models—the low-nucleon correlation model (LNC) and the cluster model. It was found that the obtained results are satisfactorily explained by the cluster model only in the cumulative region ($\vartheta_p > 90°$) and by the LNC model in the two-nucleon correlation approximation in the region of characteristic nucleon momenta in the correlated pair $k \leqslant 1$ GeV/c.

Изв. АН Армянской ССР, Физика, 16, 439—448 (1981)

ДИНАМИЧЕСКИЕ МАКСИМУМЫ РЕНТГЕНОВСКОГО ПЕРЕХОДНОГО ИЗЛУЧЕНИЯ, ОБРАЗУЕМОГО В СТОПКЕ КРИСТАЛЛИЧЕСКИХ ПЛАСТИН

Г. М. ГАРИБЯН, ЯН ШИ

При прохождении быстрой заряженной частицы через кристалл в результате дифракции поля заряда на кристаллической решетке и динамического взаимодействия волн возникают узкие и высокие максимумы излучения. При пролете частицы через стопку регулярно расположенных кристаллических пластин происходит дальнейшая интерференция волн, возникающих в разных пластинах. Найдены условия, при которых динамические максимумы усиливаются.

Ранее было показано [1], что в спектре рентгеновского переходного излучения, образуемого в достаточно толстом монокристалле, вблизи частот Брэгга появляются высокие и узкие максимумы, названные динамическими. Эти максимумы узки, поэтому несмотря на свои большие значения после интегрирования по углам и частотам они дают сравнительно небольшое число квантов. Естественно встает вопрос о том, чтобы попытаться увеличить это число квантов путем создания стопки кристаллических пластин и использования эффектов интерференции. В настоящей работе решается такая задача и проводится соответствующий анализ полученных формул. Показано, что динамические максимумы в стопке возрастают по спектральной интенсивности, но ширины этих максимумов уменьшаются.

1. Рассмотрим рентгеновское переходное излучение, образуемое при пролете ультрарелятивистской заряженной частицы через стопку регулярно расположенных N одинаковых кристаллических пластин. Будем считать, что число N такое, что имеет место неравенство

$$|Nr_1|^2 \ll 1, \tag{1}$$

где $r_1 \approx \omega_0^2/4\omega^2$ — коэффициент отражения рентгеновского излучения от границы пластины. Из-за малости величины r_1 вышеуказанное неравенство справедливо вплоть до N порядка 10^4. При выполнении этого условия излучение, небрэгговски отраженное от границ пластин, является слабым, и мы будем им пренебрегать.

Следуя [1], мы будем считать, что помимо поля заряда $\mathbf{E}^{\text{зар}}$ в кристаллических пластинах имеются поля $\mathbf{E}^{\text{рас}}$ и $\mathbf{E}^{\text{св}}$, а в вакуумных отсеках имеется поле $\mathbf{E}^{\text{вак}}$. Фурье-компоненты этих полей имеют вид

$$\mathbf{E}^{\text{рас}}(\mathbf{k}) = (\mathbf{E}_n^{\text{рас}}\mathbf{e}_n + E_p^{\text{рас}}\mathbf{e}_p)\,\delta\left(k_z - \frac{\omega}{v}\right),$$

$$\mathbf{E}^{\text{рас}}(\mathbf{k}_h) = (E_{hn}^{\text{рас}}\mathbf{e}_n + E_{hp}^{\text{рас}}\mathbf{e}_p)\,\delta\left(k_z - \frac{\omega}{v}\right),$$

$$\mathbf{E}^{\text{св}}_{(m)}(\mathbf{k}) = [E^{\text{св}}_{n1\,(m)}\,\delta(k_z - \lambda_{n1}) + E^{\text{св}}_{n2\,(m)}\,\delta(k_z - \lambda_{n2})]\,\mathbf{e}_n +$$

$$+ [E^{\text{св}}_{p1\,(m)}\,\delta(k_z - \lambda_{p1}) + E^{\text{св}}_{p2\,(m)}\,\delta(k_z - \lambda_{p2})]\,\mathbf{e}_p,$$

$$\mathbf{E}^{\text{св}}_{(m)}(\mathbf{k}_h) = [E^{\text{св}}_{n1\,(m)}\,\delta(k_{hz} - K_{hz} - \lambda_{n1}) + E^{\text{св}}_{n2\,(m)}\times$$

$$\times\,\delta(k_{hz} - K_{hz} - \lambda_{n2})]\,\frac{(\eta_0 - g_0)}{g_h}\,\mathbf{e}_n +$$

$$+ [E^{\text{св}}_{p1\,(m)}\,\delta(k_{hz} - K_{hz} - \lambda_{p1}) + E^{\text{св}}_{p2\,(m)}\times \tag{2}$$

$$\times\,\delta(k_{hz} - K_{hz} - \lambda_{p2})]\,\frac{(\eta_0 - g_0)}{\zeta g_h}\,\mathbf{e}_{hp},$$

$$\mathbf{E}^{\text{вак}}_{(m)}(\mathbf{k}) = (E^{\text{вак}}_{n\,(m)}\,\mathbf{e}_n + E^{\text{вак}}_{p\,(m)}\,\mathbf{e}_p)\,\delta(k_z - \lambda_0),$$

$$\mathbf{E}^{\text{вак}}_{(m)}(\mathbf{k}_h) = (E^{\text{вак}}_{hn\,(m)}\,\mathbf{e}_n + E^{\text{вак}}_{hp\,(m)}\,\mathbf{e}_{hp})\,\delta(k_{hz} \mp \lambda_n),$$

где индекс m означает номер вакуумного отсека или кристаллической пластины соответственно для $\mathbf{E}^{\text{вак}}_{(m)}$ и $\mathbf{E}^{\text{св}}_{(m)}$, индексы n и p означают нормальную и параллельную поляризации, $\mathbf{e}_n$, $\mathbf{e}_p$, $\mathbf{e}_{hp}$ — соответствующие им единичные векторы,

$$\lambda_0 = (\omega/c)(1 - k_\perp^2 c^2/\omega^2)^{1/2},\quad \lambda_h = (\omega/c)(1 - k_{h\perp}^2 c^2/\omega^2)^{1/2},$$

$$\lambda_{\alpha j} = \lambda_0(1 - \Delta_{\alpha j})\quad (\alpha = n,\ p,\ j = 1,\ 2).$$

Знаки $\mp$ в аргументе δ-функции в выражении $E^{\text{вак}}_{(m)}(k_h)$ соответствуют случаям Лауэ и Брэгга. Кроме того, использованы обозначения

$$E^{\text{рас}}_n = \frac{8\pi^2 e i v\,[\mathbf{k}\mathbf{k}_h]}{v\omega\,|[\mathbf{k}\mathbf{k}_h]|}\cdot\frac{g_0(\bar\nu + \eta_0\zeta - g_0) + |g_h|^2}{\eta_0 D_n},$$

$$E^{\text{рас}}_{hn} = \frac{8\pi^2 e i v\,[\mathbf{k}\mathbf{k}_h]}{v\omega\,|[\mathbf{k}\mathbf{k}_h]|}\,\frac{g_h}{D_n}, \tag{3}$$

$$E^{\text{рас}}_p = \frac{g_0\zeta[q_0(\bar\nu + \eta_0\zeta - g_0) + |g_h|^2] - q_h[g_0(\bar\nu + \eta_0\zeta - g_0) + \zeta^2|g_h|^2]}{|\zeta\mathbf{k} - \mathbf{k}_h|\,D_p},$$

$$E^{\text{рас}}_{hp} = \frac{g_h\,\{q_0[\eta_0 - g_0(1 - \zeta^2)] - \zeta\eta_0 q_h\}}{|\mathbf{k} - \zeta\mathbf{k}_h|\,D_p},$$

$$\Delta_{nj} = \frac{\bar\nu - g_0\zeta - g_0 \pm [(g_0\zeta - g_0 + \bar\nu)^2 + 4|g_h|^2\zeta]^{1/2}}{4\zeta}, \tag{4}$$

$$\bar\nu = (2\nu - \vartheta^2)(\zeta - 1) + 2\vartheta\sqrt{1 - \zeta^2}\cos\varphi,\quad \nu = (\omega - \omega_B)/\omega_B,$$

$$\zeta = \cos 2\theta_B = \frac{\mathbf{K}_h^2 - 2K_{hz}^2}{\mathbf{K}_h^2},\quad \omega_B = \frac{c\mathbf{K}_h^2}{2|K_{hz}|},$$

$$\eta_0 = 1 - \beta^2 + \vartheta^2,\quad \vartheta = k_\perp c/|\omega|,$$

$$q_0 = -\frac{8\pi^2 e i}{v},\quad q_h = q_0\left[1 + \frac{K_{hz}(1 - \beta^2)\,\omega/v + k_\perp K_{\perp h}}{k_\perp + \omega^2/v^2 - \omega^2/c^2}\right],$$

$$D_n = (\eta_0 - g_0)(\bar\nu + \eta_0\zeta - g_0) - |g_h|^2. \tag{5}$$

Величины Δ_{pj} и D_p получаются соответственно из Δ_{nj} и D_n (формулы (4) и (5)) заменой $|g_h|^2$ на $\zeta^2|g_h|^2$, $\mathbf{K}_h/2\pi$ — вектор обратной решетки кристалла, $\mathbf{k}_h = \mathbf{k} + \mathbf{K}_h$, g_0, g_h — параметры, характеризующие рассеивающую способность кристалла.

В выражениях (1) величины $\mathbf{E}^{\text{вак}}_{\alpha(m)}$, $\mathbf{E}^{\text{вак}}_{h\alpha(m)}$ и $\mathbf{E}^{\text{св}}_{\alpha j(m)}$ — пока еще неопределенные амплитуды полей, которые следует найти из граничных условий.

2. Запишем, например, условия непрерывности для нормальной поляризации ($\alpha = n$) на границе раздела q-го вакуумного отсека с $(q+1)$-ой пластиной ($z = z_q = q(a+b)$):

$$E^{\text{вак}}_{n(q)} \exp(i\lambda_0 z_q) = E^{\text{рас}}_{n} \exp\left(i\frac{\omega z_q}{v}\right) + E^{\text{св}}_{n1(q+1)} \times$$
$$\times \exp(i\lambda_{n1} z_q) + E^{\text{св}}_{n2(q+1)} \exp(i\lambda_{n2} z_q), \tag{6}$$

$$E^{\text{вак}}_{hn(q)} \exp(-i(K_{hz} \mp \lambda_h) z_q) = E^{\text{рас}}_{hn} \exp\left(i\frac{\omega z_q}{v}\right) -$$
$$- d_{n1} E^{\text{св}}_{n1(q+1)} \exp(i\lambda_{n1} z_q) - d_{n2} E^{\text{св}}_{n2(q+1)} \exp(i\lambda_{n2} z_q), \tag{7}$$

где

$$d_{nj} = \frac{2\Delta_{nj} + g_0}{g_h}. \tag{8}$$

Знаки $\mp$ в формуле (7) соответствуют случаям Лауэ и Брэгга, при том соответственно имеем $\lambda_h = \lambda_0 + K_{hz}$ и $\lambda_h = -\lambda_0 - K_{hz}$. Так что в обоих случаях экспоненциальный множитель в левой части формулы (7) имеет вид $\exp(i\lambda_0 z_q)$.

Аналогичным образом условия непрерывности на границе раздела $(q+1)$-ой пластины с $(q+1)$-ым вакуумным отсеком ($z = z_q + a$) имеют вид

$$E^{\text{рас}}_{n} \exp\left(i\frac{\omega}{v}(z_q + a)\right) + E^{\text{св}}_{n1(q+1)} \exp(i\lambda_{n1}(z_q + a)) +$$
$$+ E^{\text{св}}_{n2(q+1)} \exp(i\lambda_{n2}(z_q + a)) = E^{\text{вак}}_{n(q+1)} \exp(i\lambda_0(z_q + a)), \tag{9}$$

$$E^{\text{рас}}_{hn} \exp\left(i\frac{\omega}{v}(z_q + a)\right) - d_{n1} E^{\text{св}}_{n1(q+1)} \exp(i\lambda_{n1}(z_q + a)) -$$
$$- d_{n2} E^{\text{св}}_{n2(q+1)} \exp(i\lambda_{n2}(z_q + a)) = E^{\text{вак}}_{hn(q+1)} \exp(i\lambda_0(z_q + a)) \tag{10}$$

как для случая Лауэ, так и для случая Брэгга.

Условия непрерывности для параллельной поляризации ($\alpha = p$) записываются в точности так же с заменой индекса n на p в уравнениях (6), (7), (9) и (10). При этом

$$d_{pj} = \frac{2\Delta_{pj} + g_0}{g_h \zeta}. \tag{11}$$

В дальнейшем для простоты записи индексы n и p будем опускать.

Используя (6), (7), (9) и (10), выразим $E^{\text{вак}}_{(q+1)}$ и $E^{\text{вак}}_{h\,(q+1)}$ через $E^{\text{вак}}_{(q)}$ и $E^{\text{вак}}_{h\,(q)}$. Для этого достаточно выразить, например, из (6) и (7) величины $E^{\text{св}}_{1(q+1)}$ и $E^{\text{св}}_{2\,(q+1)}$ через $E^{\text{вак}}_{(q)}$, $E^{\text{вак}}_{h\,(q)}$ и подставить их в (9) и (10). Результат удобно записать в матричной форме

$$\hat{E}(q+1)=\hat{S}\hat{E}(q)-\exp\left[i\left(\frac{\omega}{c}-\lambda_0\right)z_q\right]\hat{R}\,\hat{E}_{\text{рас}}, \tag{12}$$

где

$$\hat{E}(q)\equiv\begin{pmatrix}E^{\text{вак}}_{(q)}\\ E^{\text{вак}}_{h\,(q)}\end{pmatrix},\ \hat{E}_{\text{рас}}\equiv\begin{pmatrix}E^{\text{рас}}\\ E^{\text{рас}}_{h}\end{pmatrix}, \tag{13}$$

$$\hat{S}\equiv\begin{pmatrix}d_2e^{i\lambda_1a}-d_1e^{i\lambda_2a} & e^{i\lambda_1a}-e^{i\lambda_2a}\\ -d_1d_2[e^{i\lambda_1a}-e^{i\lambda_2a}] & d_2e^{i\lambda_2a}-d_1e^{i\lambda_1a}\end{pmatrix}\frac{\exp(-i\lambda_0a)}{d_2-d_1}, \tag{14}$$

$$\hat{R}\equiv\hat{S}-\exp\left[i\left(\frac{\omega}{v}-\lambda_0\right)a\right]\cdot\hat{I}, \tag{15}$$

I — единичная матрица.

3. Введем новые величины

$$\hat{F}(q+1)=\hat{E}(q+1)+\exp\left[i\left(\frac{\omega}{v}-\lambda_0\right)z_q\right]\cdot\hat{A} \tag{16}$$

и подберем $\hat{A}$ таким образом, чтобы имело место соотношение (см. [2])

$$\hat{F}(q+1)=\hat{S}\hat{F}(q) \tag{17}$$

для произвольного q. Подставим в (17) формулы (16) и воспользуемся (12). В результате для определения величины A получим уравнение

$$-\hat{R}\hat{E}_{\text{рас}}+\hat{A}=\exp\left[-i\left(\frac{\omega}{v}-\lambda_0\right)(a+b)\right]\hat{S}\hat{A},$$

откуда

$$\hat{A}=\hat{Q}^{-1}\hat{R}\hat{E}_{\text{рас}}, \tag{18}$$

где

$$\breve{Q}=\breve{I}-\exp\left[-i\left(\frac{\omega}{v}-\lambda_0\right)(a+b)\right]\hat{S}. \tag{19}$$

Последовательно применяя соотношение (17), получим

$$\hat{F}(N)=\hat{S}^{N-1}\cdot\hat{F}(1).$$

Теперь воспользуемся (16) и (12) и найдем связь между $\hat{E}(N)$ и $\hat{E}(0)$:

$$\hat{E}(N)=\hat{S}^N\hat{E}(0)-\hat{S}^{N-1}\hat{R}\,\hat{E}_{\text{рас}}+$$
$$+\left(\hat{S}^{N-1}-\exp\left[i\left(\frac{\omega}{v}-\lambda_0\right)z_{N-1}\right]\hat{I}\right)\hat{A}.$$

Исключая из последней формулы $\hat{A}$ с помощью (18), окончательно получаем

$$\hat{E}(N) = \hat{S}^N \hat{E}(0) + \hat{P}\hat{E}_{\text{рас}}, \tag{20}$$

где

$$\hat{P} \equiv \left\{ \left\{ \hat{S}^{N-1} - \exp\left[i\left(\frac{\omega}{v} - \lambda_0\right) z_{N-1}\right] \hat{I} \right\} \hat{Q}^{-1} - \hat{S}^{N-1} \right\} \hat{R}. \tag{21}$$

В случае Лауэ имеем

$$\hat{E}(N) = \begin{pmatrix} E_{(N)}^{\text{вак}} \\ E_{h\,(N)}^{\text{вак}} \end{pmatrix}, \quad \hat{E}(0) = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \tag{22}$$

а в случае Брэгга

$$\hat{E}(N) = \begin{pmatrix} E_{(N)}^{\text{вак}} \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \hat{E}(0) = \begin{pmatrix} 0 \\ E_{h\,(0)}^{\text{вак}} \end{pmatrix}. \tag{23}$$

Поэтому матричное уравнение (20) фактически представляет собой систему двух линейных неоднородных алгебраических уравнений с двумя неизвестными. Решение этих уравнений можно записать в явном виде. В случае Лауэ оно есть

$$\begin{aligned} E_{(N)}^{\text{вак}} &= P_{11} E^{\text{рас}} + P_{12} E_h^{\text{рас}}, \\ E_{h\,(N)}^{\text{вак}} &= P_{21} E^{\text{рас}} + P_{22} E_h^{\text{рас}}, \end{aligned} \tag{24}$$

в случае Брэгга—

$$\begin{aligned} E_{(N)}^{\text{вак}} &= P_{11} E^{\text{рас}} + P_{12} E_h^{\text{рас}} - \frac{S_{12}^N}{S_{22}^N}\left(P_{21} E^{\text{рас}} + P_{22} E_h^{\text{рас}}\right), \\ E_{h\,(0)}^{\text{вак}} &= -\frac{P_{21} E^{\text{рас}} + P_{22} E_h^{\text{рас}}}{S_{22}^N}. \end{aligned} \tag{25}$$

Величины P_{ij} — элементы матрицы (21).

Матричные элементы S_{ij}^N можно вычислить с помощью теоремы о степенях унимодулярной матрицы (см., напр., [3]):

$$\begin{aligned} S_{11}^N &= P_N \psi_N, \\ S_{12}^N &= \frac{i\xi g_h \sin(Nx)\psi_N}{\Delta_2 - \Delta_1}, \\ S_{21}^N &= -\frac{i(2\Delta_1 + g_0)(2\Delta_2 + g_0)\psi_N \sin(Nx)}{\xi g_h (\Delta_2 - \Delta_1)}, \\ S_{22}^N &= \psi_N \bar{p}_N, \end{aligned} \tag{26}$$

где

$$\psi_N = \exp\left[-i\frac{N(\Delta_1 + \Delta_2)\lambda_0 a}{2}\right],$$

$$x = \frac{(\Delta_2 - \Delta_1)\lambda_0 a}{2},$$

$$p_N = \cos Nx + i\frac{\Delta_1 - \Delta_2 + g_0}{\Delta_2 - \Delta_1}\sin Nx, \qquad (27)$$

$$\bar{p}_N = \cos Nx - i\frac{\Delta_1 + \Delta_2 + g_0}{\Delta_2 - \Delta_1}\sin Nx$$

и $\xi = 1$ или ζ в зависимости от типа поляризации (n или p).

С помощью (21), (19), (15) и (26) после простых, но довольно громоздких вычислений можно получить явный вид матричных элементов P_{ij}:

$$P_{11} = \frac{\psi_N \exp(-i\varphi)}{\det Q}\{p_{N+1} - p_N[\exp(-i\varphi) + \exp(i(\varphi - \varphi_0))] +$$

$$+ p_{N-1}\exp(-i\varphi_0) - p_1\exp(iN\varphi) - \bar{p}_1\exp(i(N\varphi - \varphi_0)) + \qquad (28)$$

$$+ \exp(iN\varphi)[\exp(i(\varphi - \varphi_0)) + \exp(-i\varphi)]\},$$

$$P_{12} = \frac{i\xi g_h \psi_N \exp(-i\varphi)}{(\Delta_2 - \Delta_1)\det Q}\{\sin(N+1)x - \sin Nx[\exp(-i\varphi) + \exp(i(\varphi - \varphi_0))] + \qquad (29)$$

$$+ \exp(-i\varphi_0)\sin(N-1)x - \sin x[1 - \exp(-i\varphi_0)]\exp(iN\varphi)\},$$

$$P_{21} = -\frac{i(2\Delta_1 + g_0)(2\Delta_2 + g_0)\psi_N}{\xi g_h(\Delta_2 - \Delta_1)\det Q}\exp(-i\varphi)\{\sin(N+1)x -$$

$$- \sin Nx[\exp(-i\varphi) + \exp(i(\varphi - \varphi_0))] + \exp(-i\varphi_0) \times \qquad (30)$$

$$\times \sin(N-1)x - \sin x \cdot \exp(iN\varphi)[1 - \exp(-i\varphi_0)]\},$$

$$P_{22} = \frac{\psi_N \exp(-i\varphi)}{\det Q}\{\bar{p}_{N+1} - \bar{p}_N[\exp(-i\varphi) + \exp(i(\varphi - \varphi_0))] +$$

$$+ \bar{p}_{N-1}\exp(-i\varphi_0) - \bar{p}_1\exp(iN\varphi) - p_1\exp(i(N\varphi - \varphi_0)) + \qquad (31)$$

$$+ \exp(iN\varphi)[\exp(-i\varphi) + \exp(i(\varphi - \varphi_0))]\},$$

где

$$\varphi = \left(\frac{\omega}{v} - \lambda_0\right)(a + b) + \frac{(\Delta_1 + \Delta_2)\lambda_0 a}{2},$$

$$\varphi_0 = \left(\frac{\omega}{v} - \lambda_0\right)b, \qquad (32)$$

$$\det Q = 2\exp(-i\varphi)(\cos\varphi - \cos x).$$

В частном случае одной кристаллической пластины ($N = 1$) из формул (24) и (25) с учетом (26)—(32) непосредственно получаем формулы (18) и (26) работы [1]. Для произвольного числа N, удовлетворяющего условию (1), но вдали от брэгговских частот, когда $|\nu| \gg |g_0|, |g_h|$, получаем известную формулу рентгеновского переходного излучения макроскопической теории для тонкой стопки пластин (см., например, [4], формулу (48)).

4. Из формул (24) и (25) видно, что фурье-компоненты полей излучения как в случае Лауэ, так и в случае Брэгга содержат в знаменателе, как видно из (32), величину

$$X = \cos\varphi - \cos x = (\cos\varphi' \operatorname{ch}\varphi'' - \cos x' \operatorname{ch} x'') - \\ - i(\sin\varphi' \operatorname{sh}\varphi'' - \sin x' \operatorname{sh} x''), \tag{33}$$

где

$$\varphi = \varphi' + i\varphi'', \quad x = x' + ix''.$$

При $|X|^2 \ll 1$ мы имеем максимум излучения. Для этого необходимо потребовать, например, чтобы

$$|\varphi''| \ll 1, \; |x''| \ll 1, \tag{34}$$

$$\cos\varphi' - \cos x' = 0. \tag{35}$$

Из условий (34) следует, что толщина каждой кристаллической пластины a должна быть много меньше длины поглощения как аномально, так и нормально проходящих волн. Условие (35) можно записать в виде

$$\varphi' - x' = 2n\pi, \text{ т. е. } \left(\frac{\omega}{v} - \lambda_0\right)(a+b) + \Delta_1' \lambda_0 a = 2n\pi \tag{36}$$

или

$$\varphi' + x' = 2n\pi, \text{ т. е. } \left(\frac{\omega}{v} - \lambda_0\right)(a+b) + \Delta_2' \lambda_0 a = 2n\pi, \tag{37}$$

где $\Delta_j = \Delta_j' + i\Delta_j''$, n — целое число.

Найдем теперь амплитуды полей излучения при выполнении условий (34) и (35). Будем различать два случая:

А) когда вся стопка кристаллических пластин является почти прозрачной, т. е. $|N\varphi''| \ll 1$, $|Nx''| \ll 1$;

Б) когда поглощение во всей стопке велико как для нормально, так и для аномально проходящих волн, т. е. $|N\varphi''| > 1$, $|Nx''| > 1$.

Рассмотрим подробно эти случаи.

А. Раскрывая неопределенности в формулах (24) и (25), в случае Лауэ получаем:

$$E_{(N)}^{\text{вак}} = -\frac{\psi_N}{2(\Delta_2 - \Delta_1)}\Big\{ N\exp(iN\varphi)[1 - \exp(-i\varphi_0)][(2\Delta_2 + g_0)E^{\text{рас}} + \\ + \xi g_h E_h^{\text{рас}}] + \frac{\sin N\varphi}{\sin\varphi}[\exp(i(\varphi - \varphi_0)) - \exp(-i\varphi)] \times \\ \times [(2\Delta_1 + g_0)E^{\text{рас}} + \xi g_h E_h^{\text{рас}}]\Big\}, \tag{38}$$

$$E_{h(N)}^{\text{вак}} = \frac{\psi_N}{2(\Delta_2 - \Delta_1)}\Big\{(2\Delta_1 + g_0)N\exp(iN\varphi)[1 - \\ - \exp(-i\varphi_0)]\left[\frac{2\Delta_2 + g_0}{\xi g_h}E^{\text{рас}} + E_h^{\text{рас}}\right] + (2\Delta_2 + g_0)[\exp(i(\varphi - \varphi_0)) - \\ - \exp(-i\varphi)]\frac{\sin N\varphi}{\sin\varphi}\left[\frac{2\Delta_1 + g_0}{\xi g_h}E^{\text{рас}} + E_h^{\text{рас}}\right]\Big\},$$

в случае Брэгга

$$E_{(N)}^{\text{вак}}=-\frac{\psi}{2\bar{p}_N'(\Delta_2-\Delta_1)}\Big\{[(2\Delta_2+g_0)E^{\text{рас}}+\xi g_h E_h^{\text{рас}}]N[1-$$

$$-\exp(-i\varphi_0)]+[(2\Delta_1+g_0)E^{\text{рас}}+\xi g_h E_h^{\text{рас}}]\exp(iN\varphi)\times$$

$$\times\frac{\sin N\varphi}{\sin\varphi}[\exp(i(\varphi-\varphi_0))-\exp(-i\varphi)]\Big\}, \qquad (39)$$

$$E_{h\,(0)}^{\text{вак}}=-\frac{1}{2\bar{p}_N(\Delta_2-\Delta_1)}\Big\{(2\Delta_1+g_0)N\exp(iN\varphi)[1-$$

$$-\exp(-i\varphi_0)]\left[\frac{2\Delta_2+g_0}{\xi g_h}E^{\text{рас}}+E_h^{\text{рас}}\right]+(2\Delta_2+g_0)\frac{\sin N\varphi}{\sin\varphi}\times$$

$$\times[\exp(i(\varphi-\varphi_0))-\exp(-i\varphi)]\left[\frac{2\Delta_1+g_0}{\xi g_h}E^{\text{рас}}+E_h^{\text{рас}}\right]\Big\}.$$

Формулы (38) и (39) остаются в силе и в том случае, когда условие (35) выполняется приближенно. Для этого достаточно потребовать, чтобы выполнялось неравенство

$$N|x'-x_0|\ll 1, \qquad (40)$$

где

$$x_0=\pm\varphi'+2n\pi.$$

Анализируя формулы для излучения, образованного в одной кристаллической пластине, в [1] было показано, что когда величина D_α (см. (5)), входящая в знаменатели величин $E_\alpha^{\text{рас}}$ и $E_{h\alpha}^{\text{рас}}$ (см. (3)), достигает минимума (по модулю), мы имеем максимум излучения, названный динамическим. Ширина этого максимума в случае прозрачной пластины $(|\lambda_0 a\Delta_j''|\ll 1)$ определяется условием

$$|\lambda_0 a(\Delta_j'-\Delta_j^0)|\sim 1, \qquad (41)$$

где Δ_j^0 — соответствующее значение величины Δ_j в динамическом максимуме.

Варьируя толщину a кристаллических пластин и расстояние b между ними, можно добиться того, чтобы динамические максимумы интерференционно усиливались, т. е. чтобы условия (34) и (35) имели место в динамическом максимуме.

При этом, как видно из (38) и (39), амплитуды полей $E_{(N)}^{\text{вак}}$ и $E_{h(N)}^{\text{вак}}$ (или $E_{h\,(0)}^{\text{вак}}$) будут пропорциональны числу пластин N, а интенсивности — N^2. Однако, как видно из (40) и (41), ширина максимума будет уменьшена, грубо говоря, в N раз. Таким образом, полная интенсивность или число квантов, проинтегрированная по всему максимуму, будет примерно увеличена в N раз в рассматриваемом случае прозрачной стопки кристаллических пластин.

Б. Рассмотрим теперь случай непрозрачной стопки кристаллических пластин.

Поскольку имеют место соотношения [1]:

$$\Delta_1''<\Delta_2''<0$$

в случае Лауэ и

$$\Delta_2''<0<\Delta_1'',\quad \Delta_1''+\Delta_2''>0$$

в случае Брэгга, из неравенств

$$|N\varphi''|>1 \quad \text{и} \quad |Nx''|>1$$

в этих двух случаях на основе (24) и (25) соответственно получаем

$$E_{(N)}^{\text{вак}} = \frac{\xi g_h}{2\Delta_1+g_0} E_{h\,(N)}^{\text{вак}} = \frac{[1-\exp(-i\varphi_0)]\exp\left[iN\left(\dfrac{\omega}{v}-\lambda_0\right)(a+b)\right]}{2(\Delta_2-\Delta_1)\lambda_0 a\Delta_1'} \times$$

$$\times \{(2\Delta_2+g_0)E^{\text{рас}}+\xi g_h E_h^{\text{рас}}\}, \tag{42}$$

$$E_{(N)}^{\text{вак}} = \frac{\exp\left[iN\left(\dfrac{\omega}{v}-\lambda_0\right)(a+b)\right]\exp(-i\varphi_0/2)}{\sin((x+\varphi)/2)} \times$$

$$\times \sin\frac{x+\varphi-\varphi_0}{2}\left[E^{\text{рас}}+\frac{\xi g_h}{2\Delta_1+g_0}E_h^{\text{рас}}\right],$$

$$E_{h\,(0)}^{\text{вак}} = \frac{\exp(-i\varphi_0/2)\sin((x-\varphi+\varphi_0)/2)}{\sin((x-\varphi)/2)} \times \tag{43}$$

$$\times\left[\frac{2\Delta_2+g_0}{\xi g_h}E^{\text{рас}}+E_h^{\text{рас}}\right].$$

Формула (42) записана в предположении, что выполняется условие (36). Если же выполняется условие (37), то в (42) следует произвести замену индексов $1 \rightleftarrows 2$. Формула (42) имеет место также и тогда, когда условие (35) выполняется приближенно. Для этого достаточно потребовать, чтобы

$$|x'-x_0| \ll |\Delta_j' \lambda_0 a|,$$

где $j=1$ при $x_0=\varphi'+2n\pi$ и $j=2$ при $x_0=-\varphi'+2n\pi$. Аналогичные ширины получаются также и в формулах (43).

Сравнивая соответственно формулы (42)—(44) и (38)—(40), мы видим, что выводы, сделанные в конце пункта А, справедливы и в рассматриваемом случае, если только заменить N на $N_{\text{эфф}} \sim |\lambda_0 a\Delta_j'|^{-1}$.

5. Таким образом, в результате интерференции излучений, образованных в разных пластинах, в стопке появляются характерные максимумы, определяемые условиями (34) и (35). Такая ситуация типична для переходного излучения, образованного в регулярной стопке (см., например, [4]).

Изменяя a и b, можно добиться того, чтобы динамические максимумы, возникающие в каждой кристаллической пластине, совпадали с интерференционными максимумами, обусловленными стопкой. При этом спектральная интенсивность динамических максимумов значительно возрастает, но ширина соответственно существенно уменьшается. В результате полная интенсивность динамического максимума будет увеличена примерно в N раз в случае прозрачной стопки и в $N_{\text{эфф}}$ раз в случае непрозрачной стопки.

До сих пор мы рассматривали идеальную стопку, считая, что толщины всех кристаллических пластин и расстояния между ними совершенно одинаковы, а все кристаллы ориентированы одинаково. Естественно поставить вопрос, что произойдет, если эти толщины и расстояния, а также ориентация кристаллов имеют некоторый разброс. Неточность в ориентации кристаллов приводит к разбросу значений брэгговской частоты. Если эти неточности меньше, чем угловая ширина, определяемая условием (41), то результат будет такой же, как и в случае стопки кристаллов с идеальной ориентацией.

Что касается разбросов $<\Delta a^2>$ и $<\Delta b^2>$ величин a и b, то здесь дело будет обстоять аналогично тому, как это имело место в случае обычной стопки [5], а именно, слабо неидеальная стопка будет вести себя как идеальная, если выполняется условие

$$\sqrt{<\Delta a^2> + <\Delta b^2>} \ll \frac{c}{\omega N^{1/2}}$$

для прозрачной стопки, а для непрозрачной стопки N следует заменить на $N_{эфф}$. Условие (45) получается из аналогичного условия (16) работы [5], если иметь в виду, что угол излучения в боковом пятне порядка единицы.

Ереванский физический
институт

Поступила 23. I. 1981

ЛИТЕРАТУРА

1. *Г. М. Гарибян, Ян Ши.* ЖЭТФ, 63, 1198 (1972).
2. *Г. М. Гарибян.* ЖЭТФ, 35, 1435 (1958).
3. *М. Борн, Э. Вольф.* Основы оптики, М., 1970, стр. 92.
4. *Г. М. Гарибян.* Научное сообщение ЕрФИ, 27 (73) — 1973.
5. *Г. М. Гарибян, Л. А. Геворкян, Ян Ши.* ЖЭТФ, 66, 552 (1974).

ԲՅՈՒՐԵՂԱԿԱՆ ԹԻԹԵՂՆԵՐԻ ՇԵՐՏՈՒՄ ԱՌԱՋԱՑԱԾ ՌԵՆՏԳԵՆՅԱՆ ԱՆՑՈՒՄԱՅԻՆ ՃԱՌԱԳԱՅԹՄԱՆ ԴԻՆԱՄԻԿ ՄԱՔՍԻՄՈՒՄՆԵՐԸ

Գ. Մ. ՂԱՐԻԲՅԱՆ, ՅԱՆ ՇԻ

Բյուրեղի միջով արագ լիցքավորված մասնիկների անցման ժամանակ բյուրեղի ցանցի վրա լիցքի դաշտի դիֆրակցիայի և ալիքների դինամիկ փոխազդեցության պատճառով առաջանում են ճառագայթման նեղ ու բարձր մաքսիմումներ։ Բյուրեղական թիթեղների կանոնավոր շերտով մասնիկի անցման դեպքում տեղի է ունենում տարբեր թիթեղներում առաջացած ալիքների ինտերֆերենցիա։ Գտնված են վերոհիշյալ դինամիկ մաքսիմումների ուժեղացման պայմանները։

DYNAMICAL MAXIMA OF *X*-RAY TRANSITION RADIATION FORMED IN A STACK OF CRYSTAL PLATES

G. M. GARIBIAN, C. YANG

The passage of a fast charged particle through a crystal is known to result in narrow and high radiation maxima due to the diffraction of the charge field on a crystal lattice and to dynamical interactions of waves. When the particle transmits a stack of regularly arranged crystal plates, the interference of waves from different plates takes place. Here the conditions are found for the enhancement of dynamical maxima.

Изв. АН Армянской ССР, Физика, 16, 449–456 (1981)

ДИФРАКЦИОННОЕ ОТРАЖЕНИЕ В ХОЛЕСТЕРИЧЕСКИХ ЖИДКИХ КРИСТАЛЛАХ ПРИ НАЛИЧИИ ЧАСТОТНОЙ ДИСПЕРСИИ

О. С. ЕРИЦЯН

Рассмотрено распространение света в холестерическом жидком кристалле при наличии частотной дисперсии диэлектрической проницаемости. Показано, что наличие дисперсии приводит к появлению новых областей брэгговского отражения или к появлению окон прозрачности в области брэгговского отражения, соответствующей отсутствию дисперсии. Обсуждена ситуация появления изотропной точки. Рассмотрена граничная задача и определен ход частотной зависимости коэффициента отражения при наличии дисперсии диэлектрической проницаемости. Вкратце рассмотрен случай двойной спиральности.

1. Одной из самых характерных особенностей оптических свойств холестерических жидких кристаллов является наличие частотной области брэгговского селективного отражения [1, 2] (дихроичной области). Она определяется из уравнения

$$\left(\frac{\omega^2}{c^2}\varepsilon_{0xx}-k^2-a^2\right)\left(\frac{\omega^2}{c^2}\varepsilon_{0yy}-k^2-a^2\right)-4a^2k^2=0 \tag{1}$$

как область, в которой $k^2<0$. Границы дихроичной области являются корнями уравнения

$$\left(\frac{\omega^2}{c^2}\varepsilon_{0xx}-a^2\right)\left(\frac{\omega^2}{c^2}\varepsilon_{0yy}-a^2\right)=0. \tag{2}$$

В уравнении (1) ε_{0xx}, ε_{0yy} — главные значения тензора диэлектрической проницаемости в направлениях, перпендикулярных оси спиральности (ось z), $a=2\pi\sigma^{-1}$, σ — шаг спирали. Величина k имеет смысл волнового числа $2\pi/\lambda'$, где λ' — пространственный период поля, распространяющегося в среде световой волны, получающийся при переходе в уравнениях Максвелла из лабораторной системы координат к системе x', y', z, оси x', y' которой поворачиваются вместе с главными направлениями тензора ε_{0ij} вокруг оси z при движении вдоль этой оси [3, 4] (уравнение, эквивалентное уравнению (1), получено в [1] без перехода в уравнениях Максвелла к системе x', y', z).

Подставив в (1) $k=0$, получаем два значения для ω, представляющие собой границы дихроичной области:

$$\frac{\omega}{c}\sqrt{\varepsilon_{0xx}}=a,\quad \frac{\omega}{c}\sqrt{\varepsilon_{0yy}}=a. \tag{3}$$

Таким образом, имеем одну дихроичную область, границы которой определяются описанным выше образом в предположении об отсутствии поглощения (k^2, ε_{0xx}, ε_{0yy} в (1) считаются действительными).

Распространение света в холестерических жидких кристаллах с учетом поглощения было рассмотрено ранее в разных аспектах. В [5] рассмотрено влияние поглощения на круговой дихроизм и вращение плоскости поляризации. В [6] выявлены и изучены особенности поглощения в холестерических жидких кристаллах, обусловленные периодичностью среды и анизотропией поглощения молекул.

Наличие поглощения означает, конечно, наличие дисперсии. Ниже мы убедимся, что дисперсия, обусловленная отдельными линиями поглощения, приводит к особенностям в оптических свойствах не только вблизи линии поглощения, но и вдали от них, где мнимой частью диэлектрической проницаемости можно пренебречь. Для пояснения картины влияния дисперсии мы сначала ограничимся областью частот, далеких от центра линии поглощения, а затем снимем это ограничение.

2. Если ε_{0ij} зависят от частоты, то, вообще говоря, нельзя утверждать, что уравнения (3) имеют по одному корню, так как в случае зависящих от ω величин $\varepsilon_{ij}=\varepsilon_{ij}(\omega)$ вместо линейных уравнений (3) получаем следующие нелинейные уравнения относительно ω:

$$\frac{\omega}{c}\sqrt{\varepsilon_{xx}(\omega)}=a,\quad \frac{\omega}{c}\sqrt{\varepsilon_{yy}(\omega)}=a. \tag{4}$$

Рассмотрим случай, когда как $\varepsilon_{xx}(\omega)$, так и $\varepsilon_{yy}(\omega)$ обладают дисперсией и закон дисперсии у них одинаков. Такая ситуация осуществляется, например, при наличии в недиспергирующем холестерическом жидком кристалле поглощающей примеси. Положим

$$\varepsilon_{xx,\,yy}(\omega)=\varepsilon_{0xx,\,yy}+\frac{4\pi Ne^2}{m}f\,\frac{(\omega_0^2-\omega^2)+i\gamma\omega}{(\omega_0^2-\omega^2)^2+(\gamma\omega)^2} \tag{5}$$

(f — сила осциллятора линии поглощения примеси).

Подставив в (1) вместо ε_{0xx} и ε_{0yy} величины $\varepsilon_{xx}(\omega)$ и $\varepsilon_{yy}(\omega)$, приходим к следующему уравнению вместо (1):

$$\left(\frac{\omega^2}{c^2}\varepsilon_{0xx}-k^2-a^2+\frac{\omega^2}{c^2}\Delta\varepsilon^2\right)\left(\frac{\omega^2}{c^2}\varepsilon_{0yy}-k^2-a^2+\frac{\omega^2}{c^2}\Delta\varepsilon\right)=0, \tag{6}$$

где $\Delta\varepsilon=\varepsilon_{xx}(\omega)-\varepsilon_{0xx}=\varepsilon_{yy}(\omega)-\varepsilon_{0yy}$ — второй член в правой части (5).

Уравнение (6) отличается от (1) тем, что в (6) k^2 является комплексной из-за комплексности $\Delta\varepsilon$. Поэтому условие $k^2=0$ представляет собой два условия: $k'=0$ и $k''=0$, где k' и k'' — действительная и мнимая части k. Мнимая часть k'' теперь может быть обусловлена не только брэгговским отражением, но и истинным отражением.

Рассмотрим сначала область частот, в которой мнимой частью величины $\Delta\varepsilon$ (т. е. истинным поглощением) можно пренебречь. Если ω и ω_0 — величины одного порядка, то требование $|\Delta\varepsilon''|\ll|\Delta\varepsilon'|$ приводит к известному условию удаленности от центра линии поглощения:

$$|\omega_0-\omega|\gg\gamma. \tag{7}$$

Тогда из (6) при $k^2=0$ получаем следующие четыре значения для ω^2 ($\omega_1^{\pm 2}$ и $\omega_2^{\pm 2}$):

$$\omega_1^{\pm 2} = \frac{1}{2}(\omega_0^2 + \omega_1^2 + A) \pm \sqrt{\frac{1}{4}(\omega_0^2 + \omega_1^2 + A)^2 - \omega_0^2\,\omega_1^2}, \tag{8}$$

где $A = \omega_s^2 f/\varepsilon_{0xx}$; значения $\omega_2^{\pm 2}$ получаются из $\omega_1^{\pm 2}$ заменой ε_{0xx} на ε_{0yy} и ω_1 на ω_2, а ω_1, ω_2 есть решения уравнений (3):

$$\omega_1 = \frac{ca}{\sqrt{\varepsilon_{0xx}}}, \quad \omega_2 = \frac{ca}{\sqrt{\varepsilon_{0yy}}}, \quad \omega_s^2 = \frac{4\pi N e^2}{m}.$$

Четыре значения частоты соответствуют пересечению графика $k^2(\omega)$ с осью частот в четырех точках или касанию с этой осью. В случае пересечения имеет место изменение знака k^2 четырежды, т. е. хотя бы в двух областях $k^2 < 0$, что означает наличие хотя бы двух областей брэгговского отражения. При $A = 0$ одна из двух частот ω_1^+ или ω_1^- совпадает с ω_1, а другая — с ω_0 (то же относится к частотам ω_2^+, ω_2^- и ω_0). Но значение $\omega = \omega_0$ не удовлетворяет условию (7). Для его выполнения на A должны быть наложены условия

$$|\omega_1^{\pm} - \omega_0| \gg \gamma, \quad |\omega_2^{\pm} - \omega_0| \gg \gamma. \tag{9}$$

На рис. 1*а* по оси абсцисс отложена частота, а по оси ординат отложены $\omega c^{-1}\sqrt{\varepsilon_{0xx}}$ и $\omega c^{-1}\sqrt{\varepsilon_{0yy}}$. Решения уравнения (2) получаются гра-

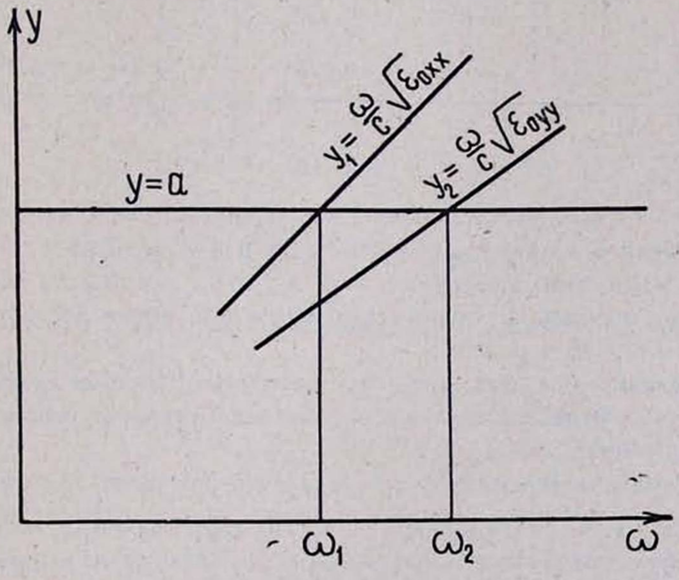


Рис. 1*а*.

фически как абсциссы точек пересечения прямой $y = a$ с графиками $y_1 = \omega c^{-1}\sqrt{\varepsilon_{0xx}}$ и $y_2 = \omega c^{-1}\sqrt{\varepsilon_{0yy}}$. Область (ω_1, ω_2) является дихроичной областью. Действительно, в этой области величины

$$b_1 = \frac{\omega^2}{c^2}\varepsilon_{0xx} - a^2 \quad \text{и} \quad b_2 = \frac{\omega^2}{c^2}\varepsilon_{0yy} - a^2$$

имеют разные знаки, а для k^2 из (1) имеем

1272--3

$$k^{\pm 2} = \frac{b_1 + b_2 + 4a^2}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{b_1 + b_2 + 4a^2}{2}\right)^2 - b_1 b_2}.$$

Так как $b_1 b_2 < 0$, то значение k^{-2}, соответствующее нижнему знаку перед корнем, отрицательно, т. е. k^- является мнимым.

На рис. 1*б* представлены графики $y_1 = \omega c^{-1} \sqrt{\varepsilon'_{xx}(\omega)}$ и $y_2 = \omega c^{-1} \sqrt{\varepsilon'_{yy}(\omega)}$ при наличии дисперсии (значком штрих обозначена действительная часть).

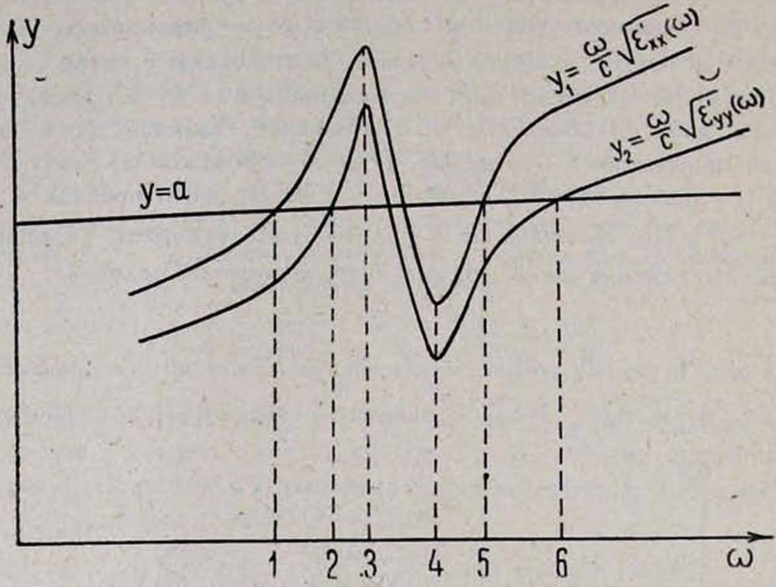


Рис. 1*б*.

В области 3—4 имеет место сильное поглощение. В областях левее точки 1 и правее точки 6, а также в областях 2—3 и 4—5 график $y = a$ идет или выше, или ниже обоих графиков $y = y_1$ и $y = y_2$, т. е. в этих областях нет брэгговского отражения. Брэгговское отражение имеет место в двух областях: 1—2 и 5—6.

Из сказанного следует, что в холестерическом жидком кристалле можно получить брэгговское отражение в желаемой области внесением поглощающих примесей.

3. Рассмотрим теперь случай, когда дисперсионные кривые зависимостей $y_1 = \omega c^{-1} \sqrt{\varepsilon_{xx}(\omega)}$ и $y_2 = \omega c^{-1} \sqrt{\varepsilon_{yy}(\omega)}$ пересекаются. Частоту, удовлетворяющую равенству $\varepsilon_{xx}(\omega) = \varepsilon_{yy}(\omega)$, обозначим через $\omega_{\text{из}}$:

$$\varepsilon_{xx}(\omega_{\text{из}}) = \varepsilon_{yy}(\omega_{\text{из}}) = \varepsilon_0$$

(на частоте $\omega = \omega_{\text{из}}$ холестерический жидкий кристалл оптически изотропен). Разложим $\varepsilon_{xx}(\omega)$ и $\varepsilon_{yy}(\omega)$ в ряд по степеням $\omega - \omega_{\text{из}} = \Delta\omega$:

$$\begin{aligned} \varepsilon_{xx}(\omega) &= \varepsilon_0 + b_{xx}\Delta\omega, \\ \varepsilon_{yy}(\omega) &= \varepsilon_0 + b_{yy}\Delta\omega. \end{aligned} \tag{10}$$

На рис. 2 показано пересечение графиков $y = y_1$ и $y = y_2$ на частоте $\omega = \omega_{\text{из}}$. Если $\omega_{\text{из}} c^{-1} \sqrt{\varepsilon_0} = a$, то нет дихроичной области (т. е. ее ширина равна нулю). При изменении шага спирали a на Δa грани-

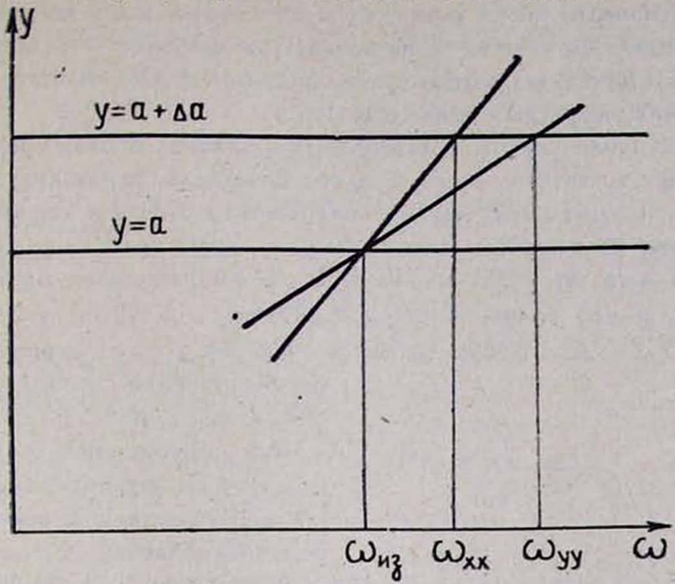


Рис. 2.

цы дихроичной области (их обозначим через ω_{xx} и ω_{yy}) не совпадают и определяются из соотношений

$$
\begin{aligned}
&\frac{\omega_{xx}}{c}\sqrt{\varepsilon_0 + b_{xx}(\omega_{xx} - \omega_{\text{из}})} = a + \Delta a,\\
&\frac{\omega_{yy}}{c}\sqrt{\varepsilon_0 + b_{yy}(\omega_{yy} - \omega_{\text{из}})} = a + \Delta a.
\end{aligned}
\tag{11}
$$

Из (11) получаем следующее приближенное выражение для ширины дихроичной области:

$$
|\omega_{xx} - \omega_{yy}| = \frac{1}{2}\frac{|\Delta a|}{a}\frac{|b_{xx} - b_{yy}|\,\omega_{\text{из}}^2\,\varepsilon_0}{\left(\varepsilon_0 + \dfrac{b_{xx}\,\omega_{\text{из}}}{2}\right)\left(\varepsilon_0 + \dfrac{b_{yy}\,\omega_{\text{из}}}{2}\right)}\,, \tag{12}
$$

которое справедливо, если

$$
\left|\frac{\omega_{xx,\,yy} - \omega_{\text{из}}}{\omega_{\text{из}}}\right| \ll 1, \quad \left|\frac{b_{xx}(\omega_{xx} - \omega_{\text{из}})}{\varepsilon_0}\right| \ll 1, \quad \left|\frac{b_{yy}(\omega_{yy} - \omega_{\text{из}})}{\varepsilon_0}\right| \ll 1. \tag{13}
$$

Из (12) следует, что изменением шага спирали (что можно осуществить разными воздействиями на холестерический жидкий кристалл [7—9]) можно добиться исчезновения или возникновения дихроичной области с шириной, пропорциональной изменению шага спирали.

4. Наличие дисперсии может и не привести к рассмотренным выше особенностям. Например, при достаточно малом значении A мы будем иметь опять одну дихроичную область. Тем не менее наличие дисперсии будет

сказываться на оптических свойствах среды, так как оно означает отклонение графиков $y=y_1$ и $y=y_2$ на рис. 1*а* от прямолинейности, что, в свою очередь, приводит, в частности, к изменению зависимости действительных и мнимых частей величины k от частоты. Если же дисперсия выражена сильно, но частота ω_0 не попадает в дихроичную область, соответствующую отсутствию дисперсии, то появятся новые области брэгговского отражения в окрестности частоты ω_0.

5. Граничная задача. Рассмотрим нормальное прохождение света через границу холестерического жидкого кристалла, перпендикулярную оси спиральности. Диэлектрическая проницаемость задается выражением (5).

Система уравнений, представляющих собой граничные условия, была решена нами на ЭВМ ЕС-1033. Были выбраны следующие значения входящих в (5) величин: $\varepsilon_{0xx} = 2{,}290$, $\varepsilon_{0yy} = 2{,}143$, $\omega_0 = 2{,}98\cdot10^{15}$ с$^{-1}$, $A = 2\cdot10^{28}$ с$^{-2}$, $a = 1{,}4696\cdot10^5$ см$^{-1}$; значения γ для графиков 2, 3 и 4 соответственно равны γ_0, 10 γ_0 и 50 γ_0, где $\gamma_0 = 4\cdot10^{12}$ с$^{-1}$. Частота ω_0 при приведенных значениях ε_{0xx}, ε_{0yy} и a в отсутствие дисперсии ($A = 0$) попадает в середину дихроичной области.

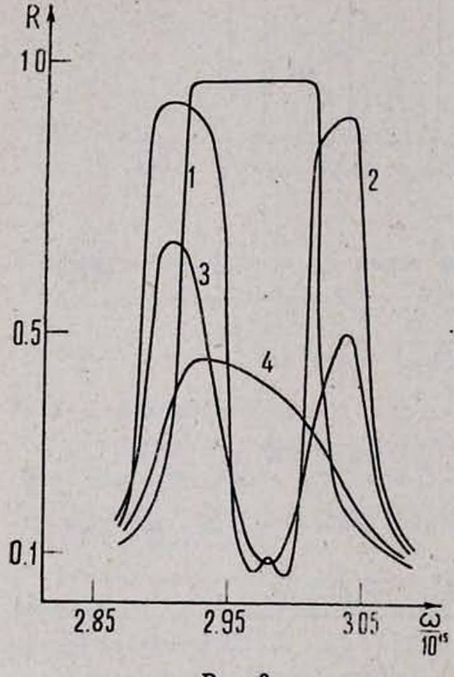


Рис. 3.

Зависимость коэффициента отражения (по интенсивности) для испытывающей брэгговское отражение циркулярно поляризованной волны приведена на рис. 3. График 1 соответствует отсутствию дисперсии, графики 2—4 — наличию дисперсии. На рисунке четко выделяются две области сильного отражения (в соответствии с пунктом 2, см. рис. 1*б*). Пик в области слабого отражения обусловлен увеличением оптической плотности среды.

6. В холестерическом жидком кристалле с отличными от единицы компонентами тензора магнитной проницаемости (μ_{xx}, μ_{yy}), главные направления которого составляют угол 2φ с главными направлениями тензора ε_{ij}, частотные границы дихроичной области определяются из выражения

$$\omega^2 c^{-2} = \Big\{ \frac{1}{2} a^2 (\varepsilon_{xx}\varepsilon_{yy}\mu_{xx}\mu_{yy})^{-1} \big[(\varepsilon_{xx}\mu_{xx} + \varepsilon_{yy}\mu_{yy})(\sin^4\varphi + \cos^4\varphi) + \quad (14)$$

$$+ 2(\varepsilon_{xx}\mu_{yy} + \varepsilon_{yy}\mu_{xx})\sin^2\varphi\cos^2\varphi \big] \Big\} \pm \sqrt{b^2 - a^4(\varepsilon_{xx}\varepsilon_{yy}\mu_{xx}\mu_{yy})^{-1}},$$

где b — выражение в фигурных скобках.

Из (14) следует зависимость ширины дихроичной области от угла φ. В частности, при

$$\varphi = 0, \quad \varepsilon_{xx} \mu_{xx} = \varepsilon_{yy} \mu_{yy} \tag{15}$$

ширина дихроичной области равна нулю. При этом, однако, среда не превращается в изотропную в плоскости (x, y); отсутствию анизотропии в незакрученной структуре (или отсутствию локальной анизотропии в закрученной структуре) соответствует соотношение [10]

$$\varepsilon_{xx} \mu_{yy} = \varepsilon_{yy} \mu_{xx}. \tag{16}$$

Ереванский государственный
университет

Поступила 25. V. 1981

ЛИТЕРАТУРА

1. *Е. Ц. Кац*. ЖЭТФ, 59, 1854 (1970).
2. *C. W. Oseen*. Ark. Mat., Astr. Fys., 21A, 1 (1928).
3. *О. С. Ерицян*. Изв. АН АрмССР, Физика, 10, 171 (1975).
4. *J. W. Shelton, I. R. Chen*. Phys. Rev., A5, 1867 (1972).
5. *G. Holzwarth, N. A. W. Holzwarth*. J. Opt. Soc. Amer., 63, 324 (1973).
6. *В. А. Беляков, В. Е. Дмитриенко*. ФТТ, 18, 2880 (1976).
7. *P. Pincus*. Appl. Phys., 41, 974 (1970).
8. *И. Г. Чистяков, В. Н. Александров*. Ученые записки Ивановского государственного педагогического института, Иваново, 77, 34 (1970).
9. *Г. М. Жаркова*. В сб. Холестерические жидкие кристаллы, Новосибирск, Институт теор. и прикл. механики СО АН СССР, 1976, стр. 56.
10. *Ф. И. Федоров*. Оптика анизотропных сред, Изд. АН БССР, Минск, 1958.

ԴԻՖՐԱԿՑԻՈՆ ԱՆԴՐԱԴԱՐՁՈՒՄԸ ԽՈԼԵՍՏԵՐԻՆԱՅԻՆ ՀԵՂՈՒԿ ԲՅՈՒՐԵՂՆԵՐՈՒՄ՝ ՀԱՃԱԽԱՅԻՆ ԴԻՍՊԵՐՍԻԱՅԻ ԱՌԿԱՅՈՒԹՅԱՆ ԴԵՊՔՈՒՄ

Հ. Ս. ԵՐԻՑՅԱՆ

Քննարկված է լույսի տարածումը հաճախային դիսպերսիա ունեցող խոլեստերինային հեղուկ բյուրեղում։ Ցույց է տրված, որ հաճախային դիսպերսիան հանգեցնում է եղած բրեգյան տիրույթի մեջ անցման պատուհանի, ինչպես նաև նոր բրեգյան տիրույթների առաջացման։ Քննարկված են միջավայրի օպտիկական հատկությունները իզոտրոպ կետի շրջակայքում։ Լուծված է սահմանային խնդիր հաճախային դիսպերսիայի հաշվառմամբ։

DIFFRACTIVE REFLECTION IN CHOLESTERIC LIQUID CRYSTALS IN THE PRESENCE OF FREQUENCY DISPERSION

O. S. ERITSYAN

The propagation of light in a cholesteric liquid crystal and the reflection from its boundary in the presence of frequency dispersion is considered. It is shown that the presence of dispersion leads to the appearance of new Bragg-reflection regions. The optical properties of the crystal near the isotropic point are considered. The boundary problem is solved and the frequency dependence of reflection coefficient is calculated. The case of double helical inhomogeneity is discussed.

Изв. АН Армянской ССР, Физика, 16, 455–461 (1981)

ЭКСИТОННОЕ ПОГЛОЩЕНИЕ В ПОЛУПРОВОДНИКОВЫХ ПЛЕНКАХ В ПРИСУТСТВИИ БОЗЕ-КОНДЕНСАТА

В. А. АРУТЮНЯН, С. Л. АРУТЮНЯН

Рассмотрено поглощение в квантующей пленке при наличии бозе-конденсации экситонов с линейным по импульсу членом в законе дисперсии. Получена зависимость коэффициента поглощения от частоты внешнего поля и положения экстремума экситонной подзоны. Форма полосы поглощения в первой подзоне существенно отличается от формы полосы следующих подзон.

В полупроводниковых кристаллах при высоких уровнях возбуждения наиболее отчетливо проявляются коллективные свойства экситонов. Бозе-эйнштейновская конденсация (БЭК) последних, теоретически предсказанная в [1—3], является одним из характерных проявлений этих свойств. Изучению явления БЭК, а также ее влияния на поглощение лазерного излучения в массивных образцах посвящен ряд работ (см., например, [3—6]). В работе [6], в частности, получена форма полосы поглощения как в присутствии конденсата, так и без него. Определенный интерес представляет также рассмотрение указанных явлений в условиях размерного квантования (пленочные и нитевидные кристаллы). Тогда, как известно, не при всяком законе дисперсии экситонов возможна их БЭК с отличной от нуля критической температурой [7—8], а специфика состояний квазичастиц, обусловленная анизотропией системы и ограниченностью ее в одном направлении [9—10], приводит, как будет показано ниже, к существенно отличному от случая массивного полупроводника поведению коэффициента поглощения.

В настоящей работе вычисляется коэффициент поглощения для непрямозонных полупроводниковых пленок при наличии в них бозе-конденсата экситонов со следующим законом дисперсии:

$$E_s(\mathbf{K}) = \frac{1}{2M}(\mathbf{K} - \mathbf{K}^0)^2 + \alpha|\mathbf{K} - \mathbf{K}^0| + E_s, \tag{1}$$

где $\mathbf{K}^0 = \{K_x^0, K_y^0, 0\}$ — квазиимпульс экстремума экситонной подзоны ($\hbar = 1$), α — параметр, обусловленный спин-орбитальным взаимодействием в кристаллах с собственной анизотропией [11], $M = m_p^e + m_p^h$ — масса двумерного экситона (m_p^e, m_p^h — эффективные массы электрона и дырки в плоскости пленки).

Для энергии квантования носителей в пленке в аппроксимации ее одномерной бесконечно глубокой потенциальной ямой имеем

$$E_s = \frac{\pi^2 s_e^2}{2m_\perp^e L^2} + \frac{\pi^2 s_h^2}{2m_\perp^h L^2};$$

$m^e_\perp$, $m^h_\perp$ — эффективные массы электрона и дырки в направлении, перпендикулярном плоскости пленки, s_e, s_h — номера пленочных подзон, L — толщина пленки (предполагаемая в данном случае много меньшей боровского радиуса a трехмерного экситона).

Относительно рассматриваемой зонной картины следует отметить, что в кристаллах со структурой типа вюрцитов наблюдается наличие линейного по импульсу члена в законе дисперсии носителей, а современные методы управления зонной структурой (например, при помощи одноосной деформации) позволяют получить зонную картину типа (1). Взаимодействие внешней волны с носителями будем рассматривать в пределах линейной оптики. Кроме того, так как резонансные переходы отсутствуют, то выполняется условие $E_0/E_{ат} \ll 1$ (E_0 — напряженность поля внешней волны, $E_{ат}$ — напряженность внутриатомного поля). Фононную часть взаимодействия будем учитывать в приближении деформационного потенциала. В обоих случаях, как известно, применима теория возмущений. Тогда для вероятности перехода из начального состояния $|i\rangle$ в конечное состояние $|f\rangle$ через промежуточное состояние $|u\rangle$ с поглощением фотона и участием фононов решетки имеем

$$W_{fi} = 2\pi \left| \frac{\langle f|H_{ph}|u\rangle\langle u|H_{e\gamma}|i\rangle}{E_i - E_u} \right|^2 \delta(E_i - E_f). \tag{2}$$

Здесь

$$H_{e\gamma} = \frac{e}{m_0 S\sqrt{L}} \sum_{K_\Gamma, K,} \sum_{s_\Gamma, j\sigma, -\sigma} \sqrt{\frac{2\pi}{\varepsilon\omega}} \langle \mathbf{k} | \mathbf{e}_{\rho, j}\, \mathbf{p}_\rho | \mathbf{k} - \mathbf{K}_\Gamma \rangle f_{s^e_\Gamma s^h_\Gamma}(LQ_z) \times$$

$$\times \varphi^*_u(\mathbf{K}_\Gamma - \mathbf{k} - \beta_\Gamma \mathbf{K}_\Gamma)\, S_u(\sigma, -\sigma)\, B^+_{\mathbf{K}_\Gamma, s_\Gamma}(C_{\mathbf{K}_\Gamma + \mathbf{Q}_z} + C^+_{-\mathbf{K}_\Gamma - \mathbf{Q}_z}) \tag{3}$$

есть гамильтониан экситон-фотонного взаимодействия в дипольном приближении, а

$$\hat{H}_{ph} = \frac{i}{S\sqrt{N_a}} \sum_{\mathbf{K}_\Gamma, s_\Gamma, \mu, \nu} \sum_{\mathbf{K}_L, s_L, \mathbf{k}_1, p_z} U(\mathbf{K}_L - \mathbf{K}_\Gamma + p_z)\, F_{\Gamma L}(\mathbf{K}_\Gamma - \mathbf{k}_1, \mathbf{K}_L - \mathbf{k}_1) \times$$

$$\times f_{s^e_\Gamma, s^e_L}(Lp_z)\, \varphi^*_f[\mathbf{k}_1 - \beta_L(\mathbf{K}_L - \mathbf{K}^0_L)]\, S_f(\mu, \nu) \times$$

$$\times \varphi_u(\mathbf{k}_1 - \beta_\Gamma \mathbf{K}_\Gamma)\, S_u(\mu, \nu)\, B^+_{\mathbf{K}_L, s_L} B_{\mathbf{K}_\Gamma, s_\Gamma}(\gamma_{\mathbf{K}_L - \mathbf{K}_\Gamma + p_z} - \gamma^+_{\mathbf{K}_\Gamma - \mathbf{K}_L - p_z}) \tag{4}$$

есть гамильтониан экситон-фононного взаимодействия с деформационным потенциалом $U(\mathbf{p})$, взятым в соответствии с [12]. При этом для волновых функций и энергий соответствующих состояний имеем следующие выражения:

$$|i\rangle = C^+_{\mathbf{q}, j}|0\rangle|n_{\mathbf{K}_L, s_L}\rangle|n_{\mathbf{p}}\rangle,$$

$$|u\rangle = B^+_{\mathbf{K}_\Gamma, s_\Gamma}|0\rangle|n'_{\mathbf{K}_L, s_L}\rangle|n'_{\mathbf{p}}\rangle, \quad |f\rangle = |0\rangle|n'_{\mathbf{K}_L, s_L}\rangle|n'_{\mathbf{p}}\rangle, \tag{5}$$

где $|0\rangle$ — состояние электромагнитного вакуума, $n_{\mathbf{K}_L, s_L}$, $n_{\mathbf{p}}$ — числа заполнения непрямых экситонов и фононов,

$$E_i = \omega + \sum_{\mathbf{K}_L,\, s_L} E^L_{ex} n_{\mathbf{K}_L,\, s_L} + \sum_{\mathbf{p}} \Omega(\mathbf{p}) n_{\mathbf{p}},$$

$$E_u = E^\Gamma_{ex} + \sum_{\mathbf{K}_L,\, s_L} E^L_{ex} n'_{\mathbf{K}_L,\, s_L} + \sum_{\mathbf{p}} \Omega(\mathbf{p}) n_{\mathbf{p}},$$

$$E_f = \sum_{\mathbf{K}_L,\, s_L} E^L_{ex} n'_{\mathbf{K}_L,\, s_L} + \sum_{\mathbf{p}} \Omega(\mathbf{p}) n'_{\mathbf{p}},$$

$$E^L_{ex} = E^L_g - \varepsilon^L_{n,\, l} + \frac{(\mathbf{K}_L - \mathbf{K}^0_L)^2}{2 M_L} + \alpha |\mathbf{K}_L - \mathbf{K}^0_L| + E_{s_L}, \tag{6}$$

$$E^\Gamma_{ex} = E^\Gamma_g - \varepsilon^\Gamma_{n,\, l} + \frac{q^2_x + q^2_y}{2 M_\Gamma} + \alpha (q^2_x + q^2_y)^{1/2} + E_{s_\Gamma};$$

E_g — ширина запрещенной зоны, $\varepsilon_{n,\, l}$ — энергия связи двумерного экситона. В (3) — (6) использованы следующие обозначения: $B^+_{\mathbf{K}_L,\, s_L}$, $B^+_{\mathbf{K}_\Gamma,\, s_\Gamma}$ — операторы рождения экситона в центре (Γ) и на границе (L) зоны Бриллюэна, $\mathbf{k} = \{k_x, k_y, 0\}$ — квазиимпульс электрона, $C^+_{\mathbf{q},\, j}$, $\gamma^+_{\mathbf{p}}$ — операторы рождения фотона и фонона с волновыми векторами $\mathbf{q} = \{q_x, q_y, q_z\}$, $\mathbf{p} = \{p_x, p_y, p_z\}$ и частотами ω и $\Omega(\mathbf{p})$ соответственно, $\mathbf{e}_{\rho,\, j}$, $\hat{\mathbf{p}}_\rho$ — компоненты вектора поляризации и оператора импульса в плоскости пленки, $\varphi(\mathbf{k})$ — фурье-образ волновой функции внутреннего состояния экситона (мы ограничиваемся учетом только основного состояния так как вклад возбужденных состояний в вероятность перехода мал),

$$\beta_{\Gamma,\, L} = (m'_\rho)_{\Gamma,\, L} [(m^e_\rho)_{\Gamma,\, L} + (m^h_\rho)_{L,\, \Gamma}]^{-1},$$

пленочный фактор $f_{\alpha,\, \beta}(x)$ имеет вид

$$f_{\alpha,\, \beta}(x) = 2i [(-1)^{\alpha-\beta} - e^{ix}] \frac{\alpha\beta\pi^2 x^2}{[\pi^2(\alpha-\beta)^2 - x^2][\pi^2(\alpha+\beta)^2 - x^2]},$$

$F_{\Gamma L}$ — интеграл перекрытия двумерных блоховских амплитуд в соответствующих точках зоны, спиновая волновая функция экситона есть

$$S(\mu, \nu) = \frac{1}{\sqrt{2}} \left(\delta_{\mu,\, \frac{1}{2}} \delta_{\nu,\, -\frac{1}{2}} + \eta \delta_{\mu,\, -\frac{1}{2}} \delta_{\nu,\, \frac{1}{2}}\right)$$

($\eta = 1$ — для пара- и $\eta = -1$ — для ортоэкситона), S — площадь пленки, N_a — число атомов решетки, ε — диэлектрическая проницаемость кристалла.

Двумерную часть матричного элемента прямого межзонного перехода в дальнейшем будем аппроксимировать по аналогии с [6, 13]. Тогда для вероятности перехода с учетом (3)—(6) получим

$$W_{fi} = \sum_{\mathbf{K}_L, s_\Gamma, s_L, \mathbf{j}} \frac{\left| f_{s_\Gamma^e, s_\Gamma^h}(q_z, L) \right|^2 (1+\eta_1)^2 (1+\eta_1\eta_2)^2 (\mathbf{A}\mathbf{e}_{\rho j})^2}{a_\Gamma^4 a_L^3 \left\{ \left(\frac{2}{a_\Gamma} + \frac{2}{a_L} \right)^2 + \beta_L^2 (\mathbf{K}_L - \mathbf{K}_L^0)^2 \right\}^3} \times$$

$$\times \frac{|F_{\Gamma L}(\mathbf{K}_L^0)|^2 e^2 (a_\Gamma + a_L)^2}{\varepsilon \omega m_0^2 N_a L} \begin{bmatrix} J_{ac}(\mathbf{K}_L^0) \\ J_{opt}(\mathbf{K}_L^0) \end{bmatrix} \frac{\delta(E_i - E_f)}{(E_i - E_u)^2}. \quad (7)$$

Здесь $J(\mathbf{K}_L^0)$ — значение интеграла

$$J(\mathbf{K}_L^0) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} |U(\mathbf{K}_L - \mathbf{K}_\Gamma + \mathbf{p}_z) f_{s_\Gamma^e, s_L^e}(Lp_z)|^2 d(Lp_z)$$

для акустической и оптической фононных ветвей в точке $\mathbf{K}_L^0$ как наиболее вероятное. При рассматриваемых температурах непрямые переходы могут происходить фактически только посредством излучения фононов, так что числа заполнения последних много меньше единицы. Вследствие этого длинноволновое слагаемое в (7) отсутствует. Кроме того, при выводе (7) для простоты мы предположили, что числа заполнения виртуальных экситонов в промежуточном состоянии и число фотонов (вынужденное излучение отсутствует) также много меньше единицы, $q_\rho \approx 0$, а интеграл перекрытия заметно отличен от нуля только в окрестности экстремума зоны: $F_{\Gamma L}(K_L) \simeq F_{\Gamma L}(K_L^0)$.

Рассмотрим теперь зависимость коэффициента поглощения от частоты падающего света. При наличии конденсата для среднего числа экситонов имеем

$$\bar{n}_{\mathbf{K}_L, s_L} = N_0 \delta(\mathbf{K}_L - \mathbf{K}_L^0) \delta_{1, s_L^e} \delta_{1, s_L^h} + \left\{ \exp\left(\frac{E_s(\mathbf{K}) - \mu}{kT} \right) - 1 \right\}^{-1}, \quad (8)$$

где $\mu = E_1$ — химический потенциал экситонного газа при $T \leqslant T_k$. Температура конденсации T_k, а также число частиц в конденсате N_0 определяются из выражения для полного числа экситонов, плотность состояний которых в пленке есть

$$G(E) = 1 - \left[1 + \frac{2(E - E_s)}{M a^2} \right]^{-1/2}. \quad (9)$$

С учетом (7)—(9) окончательно получаем следующее выражение для коэффициента поглощения:

$$\gamma(x_{s_L}, \mathbf{K}_L^0) = \delta(x_1) \sum_{s_\Gamma} A_{1,1}(q_z, \mathbf{K}_L^0) + \sum_{s_\Gamma, s_L} D_{s_\Gamma, s_L}(q_z, \mathbf{K}_L^0) \times$$

$$\times \left[1 + \left(\exp \frac{M a^2 x_1}{kT} - 1 \right)^{-1} \right] [1 - (1 + 2x_{s_L})^{-1/2}] \times \quad (10)$$

$$\times [1 + (\sqrt{1 + 2x} - 1)^2]^{-3} \theta(x_{s_L}),$$

где $\theta(z)$ — ступенчатая функция, $x_{s_L} = (\omega - \varepsilon_{s_L})/M\alpha^2$, $\varepsilon_{s_L} = E_g^L - \varepsilon_0^L + E_{s_L} + \Omega$ — край поглощения s_L-ой подзоны, так как температуры низкие, то $a_\Gamma \approx a_L = a$; совокупность постоянных и слабо зависящих от ω величин мы обозначили через $A_{1,1}(q_z, \mathbf{K}_L^0)$ и $D_{s_\Gamma, s_L}(q_z, \mathbf{K}_L^0)$.

Анализ (10) показывает, что на минимальной пороговой частоте наблюдается δ-образный пик (как и в случае массива), обусловленный существованием конденсированной компоненты. Поглощение же для частиц надконденсата в первой подзоне сильно зависит от отношения энергии теплового движения экситонов к эффективному энергетическому параметру $M\alpha^2$: начиная от своего предельного значения при $x_1 = 0$ коэффициент поглощения в зависимости от значения $kT/M\alpha^2$ может как убывать, так и иметь максимум с последующим убыванием. В обоих случаях убывание очень быстрое, так что при переходах в следующую подзону поглощение в предыдущей практически отсутствует. В следующих подзонах поглощение начинается с нуля и имеет ярко выраженные пики, положение которых определяется значением $M\alpha^2$. На рисунке приведены кривые поглощения для различных значений характерного параметра $kT/M\alpha^2$.

Заметное различие в характере поглощения в первой подзоне по сравнению с остальными объясняется двумя факторами: во-первых, именно в первой подзоне «оседают» частицы конденсата (δ-пик), во-вторых, функция распределения экситонов заметно влияет на форму полосы поглощения только вблизи первого порога. В остальных же подзонах форма поло-

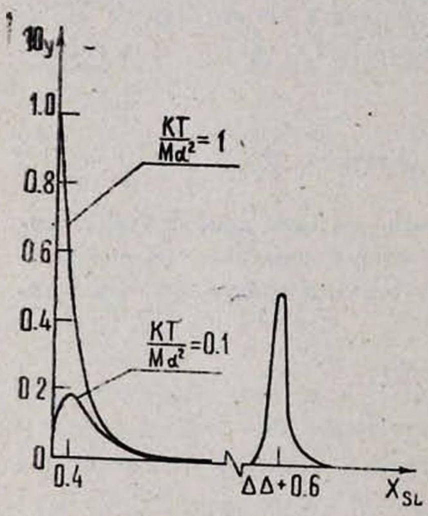


График функции

$$y = [1 - (1 + 2x_{s_L})^{-1/2}] \times$$
$$\times \left[1 + \left(\exp\left(\frac{M\alpha^2}{kT} x_1\right) - 1\right)^{-1} \right] \times$$
$$\times \left[1 + \left(\sqrt{1 + 2x_{s_L}} - 1\right)^2\right]^{-3} \theta(x_{s_L}),$$

Δ — расстояние между соседними пленочными подуровнями, отнесенное к $M\alpha^2$.

сы определяется плотностью состояний и функцией относительного движения экситона. Отметим также, что совершенно отличной от трехмерного случая получается и зависимость коэффициента поглощения от положения экстремума зоны. Так, например, для оптической ветви эта зависимость дается выражением

$$J(K_L^0) \sim (e^{-LK_L^0} - 1)(LK_L^0)[\pi^2(s_\Gamma^e - s_L^e)^2 + (LK_L^0)^2]^{-2} \times$$
$$\times [\pi^2(s_L^e + s_\Gamma^e)^2 - (LK_L^0)^2]^{-2} +$$

$$+\{32\pi^4 (s_L^e)^4 (s_\Gamma^e)^4 [\pi^2 (s_\Gamma^e + s_L^e)^2 + (LK_L^0)^2]\}^{-1} +$$
$$+\{32\pi^4 (s_L^e)^4 (s_\Gamma^e)^4 [\pi^2 (s_\Gamma^e - s_L^e)^2 + (LK_L^0)^2]\}^{-1}.$$

В заключение выражаем благодарность Э. М. Казаряну за постановку задачи и постоянный интерес к работе, а также В. С. Сардаряну за обсуждение результатов.

Ереванский политехнический
институт им. К. Маркса

Поступила 2. IV. 1981

ЛИТЕРАТУРА

1. *С. А. Москаленко.* ФТТ, 4, 276 (1962).
2. *С. А. Москаленко.* Бозе-эйнштейновская конденсация экситонов и биэкситонов. Изд. АН Молд.ССР, Кишинев, 1970.
3. *I. M. Blatt, K. W. Boer, W. Brandt.* Phys. Rev., 126, 1691 (1962).
4. *R. C. Casella.* J. Phys. Chem. Solids, 24, 19 (1963).
5. *В. А. Гергель, Р. Ф. Казаринов, Р. А. Сурис.* ЖЭТФ, 53, 544 (1967).
6. *А. В. Леляков.* Изв. АН Молд.ССР, сер. физ.-тех. и мат. наук, 1, 43 (1978).
7. *G. Carmi.* J. Math. Phys., 9, 174 (1968).
8. *A. P. Dzotian.* Phys. Stat. Sol. (b), 79, K 143 (1977).
9. *Б. А. Тавгер, В. Я. Демиховский.* УФН, 96, 61 (1968).
10. *Э. М. Казарян, Р. Л. Энфиаджян.* Изв. АН АрмССР, Физика, 7, 361 (1972).
11. *Э. И. Рашба, В. И. Шека.* ФТТ, 2, 162 (1959).
12. *Y. Toyodzawa.* Prog. Theor. Phys., 20, 53 (1958).
13. *Л. В. Келдыш.* ЖЭТФ, 45, 364 (1963).

ԷՔՍԻՏՈՆԱՅԻՆ ԿԼԱՆՈՒՄԸ ԿԻՍԱՀԱՂՈՐԴՉԱՅԻՆ ԹԱՂԱՆԹՆԵՐՈՒՄ՝ ԲՈԶԵ-ԿՈՆԴԵՆՍԱՏԻ ԱՌԿԱՅՈՒԹՅԱՆ ԴԵՊՔՈՒՄ

Վ. Ա. ՀԱՐՈՒԹՅՈՒՆՅԱՆ, Ս. Լ. ՀԱՐՈՒԹՅՈՒՆՅԱՆ

Դիտարկված է կլանումը քվանտացնող թաղանթում էքսիտոնների բոզե-կոնդենսատի առկայությամբ՝ նրանց դիսպերսիայի օրենքում ըստ քվազիիմպուլսի գծային անդամի հաշվառմամբ։ Ստացված է կլանման գործակցի կախումը արտաքին դաշտի հաճախությունից և էքսիտոնային ենթագոտու էքստրեմումի դիրքից։ Կլանման պատկերը առաջին ենթագոտում էապես տարբերվում է մյուս ենթագոտիներում կլանման պատկերից։

EXCITONIC ABSORPTION IN SEMICONDUCTOR FILMS IN THE PRESENCE OF BOSE-CONDENSATE

V. A. HARUTYUNYAN, S. L. HARUTYUNYAN

The coefficient of intense electromagnetic wave absorption with simultaneous emission of a phonon is calcnlated in the second approximation of perturbation theory in the presence of a Bose-condensate of excitons. The calculations are made for thin quantized films taking into account the linear in momentum term in the dispersion law. The frequency dependence for the absorption coefficient is obtained and the characteristic absorption curves in the first and succeeding subbands are given.

Изв. АН Армянской ССР, Физика, 16, 462—468 (1981)

РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ПРИМЕСИ ПРИ ПЕРИОДИЧЕСКИХ ПОДПЛАВЛЕНИЯХ

А. Л. МАМЯН, О. Г. НАЛБАНДЯН

Рассмотрена задача о распределении примеси при выращивании кристаллов из расплавов с периодическими подплавлениями. Показано, что амплитуда флуктуаций концентрации примеси определяется динамикой движения фронта кристаллизации. Получено интегральное уравнение для функции распределения примеси и рассмотрены предельные случаи.

Распределение примеси сильно влияет на механические и оптические свойства кристаллов [1—5], поэтому важно знать ее распределение в твердой фазе при том или ином процессе затвердевания. Задача определения такого распределения решена только для роста с постоянной скоростью и со ступенчатым изменением скорости [6]. Однако известно, что в процессе выращивания кристаллов из расплавов может происходить непрерывное чередование роста и подплавления [7, 8].

В настоящей работе исследуется распределение примеси, захваченной кристаллом в процессе роста из расплавов, при периодических подплавлениях.

Рассмотрим случай, когда скорость движения фронта кристаллизации флуктуирует, причем принимает как положительные, так и отрицательные значения. Для простоты вычислений будем считать, что зависимость скорости v от времени t имеет вид меандра с периодом $2T$:

$$v = \begin{cases} v_g & \text{при} \quad 0 \leqslant t \leqslant T \\ -v_r & \text{при} \quad T < t < 2T. \end{cases}$$

За один период образуется кристалл длиной $x_0 = \beta v_g T$, где $\beta = 1 - v_r/v_g$, который больше не подплавляется.

Во время роста распределение $C(x, t)$ примеси в расплаве в системе отсчета, связанной с фронтом кристаллизации, описывается уравнением

$$\frac{\partial C}{\partial t} = D \frac{\partial^2 C}{\partial x^2} + v_g \frac{\partial C}{\partial x}, \quad 0 \leqslant x < +\infty, \quad 0 \leqslant t \leqslant T \tag{1}$$

с условием баланса примеси на поверхности раздела фаз:

$$\left.\frac{\partial C}{\partial x}\right|_{x=0} + \frac{v_g}{D}(1-k)\left. C\right|_{x=0} = 0 \tag{2}$$

и начальным условием

$$C(x, 0) = \psi(x), \tag{3}$$

где x — расстояние от поверхности раздела фаз, D — коэффициент диффузии примеси в расплаве, k — коэффициент распределения примеси [6], $\psi(x)$ — искомое начальное распределение примеси в расплаве.

Решение системы (1)—(3) имеет вид [9]

$$C(x, t) = (4\pi Dt)^{-1/2} \exp\left\{-\frac{v_g}{2D}x - \frac{v_g^2}{4D}t\right\} \int_0^{\infty} \psi(q) \exp\left\{\frac{v_g}{2D}q\right\} \times$$

$$\times \left[\exp\left\{-\frac{(x-q)^2}{4Dt}\right\} + \exp\left\{-\frac{(x+q)^2}{4Dt}\right\} +\right.$$

$$\left. + \frac{v_g}{D}(1-2k) \int_0^{\infty} \exp\left\{-\frac{(x+q+\lambda)^2}{4Dt} + \frac{v_g}{2D}(1-2k)\lambda\right\} d\lambda \right] dq. \qquad (4)$$

При подплавлении распределение примеси $C'(x, t)$ в расплаве описывается уравнением

$$\frac{\partial C'}{\partial t} = D\frac{\partial^2 C'}{\partial x^2} - v_r\frac{\partial C'}{\partial x}, \; 0 \leqslant x < +\infty, \; T < t < 2T \qquad (5)$$

с начальным условием

$$C'(x, T) = C(x, T) \qquad (6)$$

и с условием баланса примеси на поверхности раздела двух фаз:

$$\left.\frac{\partial C'}{\partial x}\right|_{x=0} - \frac{v_r}{D}C'\Big|_{x=0} = -\frac{v_r}{D}C_s\Big|_{x=0}, \qquad (7)$$

где $C_s|_{x=0}$ — концентрация примеси в кристалле у поверхности раздела фаз.

Заметим, что в момент времени t подплавляется та часть кристалла, которая закристаллизовалась в момент времени $t' = T - (1-\beta)(t-T)$. Следовательно,

$$C_s(t)|_{x=0} = kC[0, T - (1-\beta)(t-T)]. \qquad (7.1)$$

Решение системы (5)—(7) имеет вид [9]

$$C'(x, t) = [4\pi D(t-T)]^{-1/2} \exp\left\{\frac{v_r}{2D}x - \frac{v_r^2(t-T)}{4D}\right\} \int_0^{\infty} \exp\left\{\frac{v_r}{2D}\xi\right\} C(\xi, T) \times$$

$$\times \left[\exp\left\{-\frac{(x-\xi)^2}{4D(t-T)}\right\} + \exp\left\{-\frac{(x+q)^2}{4D(t-T)}\right\} - \frac{v_r}{D}\int_0^{\infty} \exp\left\{\frac{(x+\xi+\lambda)^2}{4D(t-T)} - \right.\right. \qquad (8)$$

$$\left.\left. - \frac{v_r}{D}\lambda\right\} d\lambda\right] d\xi + \frac{kv_r}{\sqrt{\pi D}} \exp\left\{\frac{v_r x}{2D} - \frac{v_r^2(t-T)}{4D}\right\} \int_T^t \frac{\exp\left\{-\frac{v_r^2}{4D}(\tau-T)\right\}}{\sqrt{t-\tau}} \cdot$$

$$\cdot C(0, T-(1-\beta)(\tau-T)) \left[\exp\left\{-\frac{x^2}{4D(t-\tau)}\right\} - \right.$$

$$\left. - \frac{v_r}{D}\int_0^{\infty} \exp\left\{-\frac{(x+\lambda)^2}{4D(t-\tau)} - \frac{v_r}{2D}\lambda\right\} d\lambda\right] d\tau.$$

Будем искать квазистационарное решение, когда все процессы являются периодическими с периодом $2T$:

$$C'(x,\ 2T) = \psi(x). \tag{9}$$

Из (4), (8) и (9) для функции $\psi(x)$ получаем интегральное уравнение Фредгольма 2-го рода:

$$\psi(z) = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \exp\{2bz - a^2 - b^2\} \int_0^\infty \int_0^\infty \psi(q) \exp\{2aq\} [\exp\{-(\xi - q)^2\} +$$

$$+ \exp\{-(\xi + q)^2\} + 4a(1-2k) \int_0^\infty \exp\{-(\xi + \lambda + q)^2 + 2a(1-2k)\lambda\}\, d\lambda] \times$$

$$\times \exp\{-2a\xi - 2b\xi\} [\exp\{-(z-\xi)^2\} + \exp\{-(z+\xi)^2\} -$$

$$- 4b \int_0^\infty \exp\{-(\xi + z + \lambda)^2 - 2b\lambda\}\, d\lambda]\, dq\, d\xi + \tag{10}$$

$$+ \frac{2bk}{\sqrt{\pi}} \exp\{-2bz - a^2 - b^2\} \int_0^1 \int_0^\infty \psi(q) \exp\{2aq + b^2\tau +$$

$$+ (1-\beta)a^2\tau\} \left[2\exp\left\{-\frac{q^2}{1-(1-\beta)\tau}\right\} + 4a(1-2k) \times\right.$$

$$\left.\times \int_0^\infty \exp\left\{-\frac{(q+\lambda)^2}{1-(1-\beta)\tau} + 2a(1-2k)\lambda\right\} d\lambda\right] (1-\tau)^{-1/2} (1-(1-\beta)\tau)^{-1/2} \cdot$$

$$\cdot \left[\exp\left\{-\frac{z^2}{1-\tau} - 2b \int_0^\infty \exp\left\{-\frac{(z+\lambda)^2}{1-\tau} - 2b\lambda\right\} d\lambda\right]\, dq\, d\tau,$$

где

$$z = \left(\frac{x^2}{4DT}\right)^{1/2},\quad a = \left(\frac{v_g^2 T}{4D}\right)^{1/2},\quad b = \left(\frac{v_r^2 T}{4D}\right)^{1/2}.$$

Решая уравнение (10) относительно начального распределения $\psi(x)$, из (4) можно найти распределение в расплаве. Распределение в кристалле определяется из соотношения

$$C_s(x) = kC(0,\ x/v_g) = (4k^2\pi Dx/v_g)^{1/2} \exp\left\{-\frac{v_g}{4D}x\right\} \int_0^\infty \psi(q) \exp\left\{\frac{v_g}{2D}q\right\} \cdot \tag{11}$$

$$\cdot \left[2\exp\left\{-\frac{q^2}{4Dx/v_g}\right\} + \frac{v_g}{D}(1-2k) \int_0^\infty \exp\left\{-\frac{(q+\lambda)^2}{4Dx/v_g} + \frac{v_g}{2D}(1-2k)\lambda\right\} d\lambda\right] dq.$$

Как видно из уравнения (10), его решение зависит от безразмерных параметров a и b. Выясним физический смысл этих параметров. Имеем

$$a^2=\frac{v_g^2 T}{4D}=\frac{v_g\cdot T}{4D/v_g},$$

$v_g T$ — расстояние, на которое перемещается фронт во время роста, D/v_g — характерное расстояние выхода на стационарный режим затвердевания [6]. Следовательно, условие $a \ll 1$ означает, что за время роста T процесс не успевает выйти на стационарный режим. При $a \gg 1$ процесс выходит на стационарный режим.

Для выяснения физического смысла параметра b рассмотрим задачу о диффузии примеси от источника с постоянной концентрацией, находящегося в начале координат полупространства $0 \leqslant x < +\infty$. Распределение примеси в расплаве в лабораторной системе координат имеет вид

$$C(x,\ t)=C_0\left[1-\Phi\left(\sqrt{\frac{x^2}{4Dt}}\right)\right].$$

Характерное время, за которое примесь доходит до точки x, равно $t = x^2/4D$. При подплавлении за время T фронт перемещается на расстояние $v_r\cdot T$, а характерное расстояние перемещения примеси за такое же время равно $2\sqrt{DT}$. Следовательно, условие $b \gg 1$ или $v_r T \gg 2\sqrt{DT}$ означает, что примесь при подплавлении не успевает двигаться вслед за отступающим фронтом кристаллизации.

Найти решение интегрального уравнения при произвольных значениях параметров b и a не представляется возможным, поэтому уравнение (10) будем решать методом последовательных приближений, подставляя приближенное выражение функции $\psi(x)$ в правую часть уравнения (10).

Рассмотрим некоторые предельные случаи.

1. $a \ll 1,\ b \ll 1.$

В этом случае за время роста процесс затвердевания не успевает выйти на стационарный режим, и перед фронтом накапливается незначительное количество примеси, а при подплавлении диффузия успевает выровнить его. Следовательно, в нулевом приближении можно положить, что

$$\psi(x)=C=\text{const}.$$

Значение константы C можно найти из условия, что после установления квазистационарности среднее количество вошедшей в кристалл примеси должно быть равно C_0:

$$\frac{1}{x_0}\int_0^{x_0} C_s(x)\,dx=C_0. \tag{12}$$

Из (11) и (12) следует, что

$$C=\frac{C_0}{k}\left(1-\frac{8(1-k)}{3\sqrt{\pi}}\right)\sqrt{\frac{v_g x_0}{4D}}. \tag{13}$$

Теперь это значение можно взять как нулевое приближение для начального распределения $\psi(x)$. Подставив его в интегральное уравнение

(10) и определив в первом приближении функцию $\psi(x)$, из (11) найдем распределение примеси в кристалле:

$$C_s(x) = C_0\left(1 - \frac{8}{3\sqrt{\pi}}(1-k)\sqrt{\frac{v_g x_0}{4D}}\right) + \frac{4}{\sqrt{\pi}}(1-k)\,C_0\sqrt{\frac{v_g x}{4D}}. \quad (14)$$

Таким образом, амплитуда флуктуаций концентрации примеси равна

$$\Delta C_s = 0{,}75\,(1-k)\,C_0\sqrt{\frac{\beta v_g^2 T}{4D}}.$$

2. $a \gg 1,\ b \ll 1$.

В этом случае при росте процесс быстро выходит на стационарный режим затвердевания, и концентрация примеси, вошедшей в кристалл, близка к C_0. При подплавлении диффузия успевает выровнить накопление примеси перед фронтом, и распределение в расплаве будет близко к C_0. Поэтому в нулевом приближении будем полагать

$$\psi_0(x) = C_0.$$

Подставив это значение в правую часть уравнения (10), в первом приближении получим

$$\psi_1(0) = C_0 + \frac{2}{\sqrt{\pi}} \cdot \frac{(1-k)}{k} \cdot \frac{C}{a}. \quad (15)$$

Это означает, что начальное значение концентрации примеси в кристалле есть $kC_0 + \frac{2}{a\sqrt{\pi}} \cdot (1-k)\,C_0$, и так как $a \gg 1$, то концентрация быстро выходит на C_0.

Амплитуда флуктуаций примеси в кристалле равна

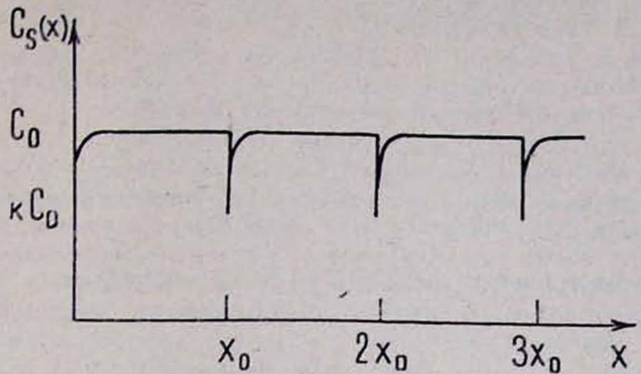
$$\Delta C_s = (1-k)\,C_0 - \frac{2}{a\sqrt{\pi}}(1-k)\,C_0 \approx (1-k)\,C_0.$$

3. $a \gg 1,\ b \gg 1$.

В этом случае решение зависит также от безразмерного параметра $\frac{v_g}{4D}x_0$.

Пусть $v_g x_0/4D \gg 1$. Это означает, что установившийся режим затвердевания достигается уже на расстоянии x_0; тогда на расстоянии уже x_0 в кристалл входит примесь постоянной концентрации, близкой к C_0, а при подплавлении примесь не успевает двигаться вслед за фронтом кристаллизации, и распределение перед фронтом близко к C_0. Поэтому за нулевое приближение можно взять $\psi_0(x) = C_0$. Тогда распределение в кристалле имеет вид, изображенный на рисунке. Амплитуда флуктуации в этом случае представляет собой величину порядка $(1-k)\,C_0$.

Теперь предположим, что $v_g x_0/4D \ll 1$. Так как $b \gg 1$, то при подплавлении примесь не успевает двигаться вслед за отступающим фронтом кристаллизации, и концентрация примеси в расплаве у поверхности раздела двух фаз фактически равна концентрации в твердой фазе у той же поверхности. Отсюда с учетом условия квазистационарности следует, что на



Распределение примеси в кристалле в предельном случае, когда

$$a \gg 1,\ b \gg 1,\ \frac{v_g x_0}{4D} \gg 1.$$

расстоянии x_0 концентрация примеси в кристалле должна увеличиться в $1/k$ раз:

$$C_s(x_0) = \frac{1}{k} C_s(0). \tag{16}$$

Будем аппроксимировать $\psi(x)$ функцией $\alpha + \beta x$. Найдя из (16) и (12) параметры α и β и подставив эту аппроксимацию в (11), получаем

$$C_s(x) = \frac{3kC_0}{2+k} + \frac{3(1-k)}{2+k} C_0 \sqrt{\frac{x}{x_0}}.$$

Амплитуда флуктуации в этом случае равна

$$\Delta C_s = \frac{3}{2+k}(1-k)\,C_0.$$

Таким образом, если в процессе выращивания кристаллов происходят периодические подплавления, то в случае, когда перемещение фронта кристаллизации за время каждого роста во много раз превышает характерное расстояние выхода на стационарный режим затвердевания, независимо от того, насколько фронт перемещается при подплавлении, амплитуда флуктуации концентрации примеси в кристалле составляет величину порядка $(1-k)\,C_0$. В противном случае, когда характерное расстояние выхода на стационарный режим затвердевания во много раз превышает расстояние, на которое фронт кристаллизации перемещается во время роста, амплитуда флуктуации есть

$$\Delta C_s = 0{,}75(1-k)\,C_0 \sqrt{\frac{\beta v_g^2 T}{4D}}.$$

НИИ физики конденсированных
сред ЕГУ

Поступила 15. VI. 1980

ЛИТЕРАТУРА

1. *Р. А. Лодиз, Р. Л. Паркер.* Рост монокристаллов, Изд. Мир, М., 1974.
2. *A. Edner.* Zs. Phys., 73, 623 (1931).
3. *H. Schonfeld.* Zs. Phys., 75, 442 (1932).
4. *W. Metag.* Zs. Phys., 78, 363 (1932).
5. *А. Алыбаков, В. М. Буйко, И. Л. Мануилова.* Исследование влияния примеси кобальта на механические свойства монокристаллов хлористого натрия, Фрунзе, 1965.
6. *М. Флемингс.* Процессы затвердевания, Изд. Мир, М., 1977.
7. *A. F. Witt, H. C. Gatos.* J. Electroch. Soc., 115, 70 (1968).
8. *A. F. Witt, H. C. Gatos.* J. Electroch. Soc., 116, 511 (1969).
9. *Б. М. Будак, А. А. Самарский, Л. Н. Тихонов.* Сборник задач по математической физике, Изд. Наука, М., 1972.

ԽԱՌՆՈՒՐԴԻ ԲԱՇԽՈՒՄԸ ԲՅՈՒՐԵՂԻ ԵՐԿԱՅՆՔՈՎ ՊԱՐԲԵՐԱԿԱՆ ՀԱԼՈՒՄՆԵՐԻ ԱՌԿԱՅՈՒԹՅԱՆ ԴԵՊՔՈՒՄ

Ա. Լ. ՄԱՄՅԱՆ, Հ. Գ. ՆԱԼԲԱՆԴՅԱՆ

Հոդվածում քննարկված է խառնուրդի բաշխման խնդիրը հալույթից աճեցրած բյուրեղում, երբ աճի ընթացքում առկա են բյուրեղի պարբերական հալումներ։ Ցույց է տրված, որ խառնուրդի կոնցենտրացիայի փոփոխության մեծությունը որոշվում է բյուրեղացման ճակատի շարժման դինամիկայով։ Խառնուրդի բաշխման ֆունկցիայի համար ստացված է ինտեգրալային հավասարում և դիտարկված են սահմանային դեպքերը։

IMPURITY DISTRIBUTION IN CASE OF PERIODICAL REGROWTH

A. L. MAMYAN, H. G. NALBANDYAN

The problem of impurity distribution during the growth from the melt with periodical regrowth is investigated. It is shown that the amplitude of fluctuations of the impurity concentration is determined by the dynamics of interface motion. The integral equation for impurity distribution function is obtained and some limiting cases are considered.

Изв. АН Армянской ССР, Физика, 16, 469—475 (1981)

К ВОПРОСУ ПУЛЬСАЦИЙ ВЛОЖЕННОГО ГАЗОВОГО СТОЛБА

С. В. АРУТЮНЯН, Р. С. ОГАНЕСЯН

В работе установлено, что регулярное аксиально симметричное гравитационное поле звездного населения оказывает стабилизирующее воздействие на вложенный газовый вращающийся столб при радиальных пульсациях и дестабилизирующее — при нерадиальных. Число нулей собственных функций соответствующих радиальных смещений при этом не меняется.

Одной из возможных форм крупномасштабных газовых образований в космическом пространстве является цилиндрическая конфигурация, в формировании которой кроме сил самогравитации и вращения заметную роль играет регулярное гравитационное поле звездного населения [1].

В настоящей работе рассматривается влияние внешнего регулярного поля звездного населения на устойчивость газового цилиндра относительно малых радиальных и нерадиальных пульсаций. Равновесное состояние определяется уравнением

$$\frac{1}{\rho}\nabla P+\nabla(V+V_0)-\nabla\frac{\Omega^2 r^2}{2}=0, \tag{1}$$

которое в определенных условиях допускает равномерное распределение сжимаемой газовой массы в форме цилиндра с радиусом r_0 и плотностью ρ. Давление при этом определяется формулой

$$P=\pi G\rho^2\alpha(1-\theta^2)(r_0^2-r^2), \tag{2}$$

где

$$\alpha=1+\rho_0/\rho,\quad \theta^2=\Omega^2/2\pi G\rho\alpha.$$

При выводе формулы (2) было учтено, что $V_0=\pi G\rho_0 r^2$ и $V=\pi G\rho r^2$, где ρ_0 и ρ — соответственно плотности звездного населения и вложенной газовой массы. При отсутствии внешнего регулярного гравитационного поля ($\alpha=1$) получается результат работы [2].

Используя понятие вектора смещения $\xi=(\xi_r,\ \xi_\varphi,\ 0)$, линеаризованную систему гидродинамических уравнений с учетом адиабатического режима и уравнения Пуассона можно представить в виде

$$\frac{\rho_1}{\rho}+\frac{1}{r}\frac{d}{dr}(r\xi_r)+i\frac{m}{r}\xi_\varphi=0,$$

$$\rho\omega^2\xi_r+2i\rho\omega\Omega\xi_\varphi=\rho\frac{dV_1}{dr}+\frac{dP_1}{dr}-\frac{\rho_1}{\rho}\frac{dP}{dr},$$

$$\rho\omega^2\xi_\varphi-2i\rho\omega\Omega\xi_r=i\frac{m}{r}(\rho V_1+P_1), \tag{3}$$

$$P_1 + \xi_r \frac{dP}{dr} = \gamma P \frac{\rho_1}{\rho},$$

$$\frac{1}{r}\frac{d}{dr}\left(r\frac{dV_1}{dr}\right) - \frac{m^2}{r^2}V_1 = 4\pi G\rho_1.$$

К системе уравнений (3) следует добавить граничное условие [2]

$$\frac{dV_1(r_0)}{dr} + \frac{|m|}{r_0}V_1(r_0) + 4\pi G\rho\xi_r(r_0) = 0. \tag{4}$$

Условие, накладываемое на давление, в силу четвертого уравнения системы (3) удовлетворяется автоматически. В (3) и (4) подставлено

$$f_1(r, \varphi; \omega) = f_1(r)\exp[i(m\varphi + \omega t)], \tag{5}$$

где индексом «1» обозначены возмущенные значения соответствующих величин.

Из системы уравнений (3) находим [2]

$$x^2(1-x^2)\frac{d^2X}{dx^2} + x(1-5x^2)\frac{dX}{dx} + 4\left[\delta^2x^2 - \left(\frac{m}{2}\right)^2\right]X = 0. \tag{6}$$

Здесь

$$X = \rho_1/\rho, \quad x = r/r_0,$$

$$\delta = \frac{\beta^2 + 2(1-\alpha\gamma) - 2\alpha(2-\gamma)\theta^2}{2\alpha\gamma(1-\theta^2)} + \left(\frac{m}{2}\right)^2\left\{1 - \frac{2[|m|\alpha(1-\theta^2) + 4\varepsilon\alpha^{1/2}\theta\beta]}{\gamma|m|\beta^2}\right\}, \tag{7}$$

$$\beta^2 = \frac{\omega^2}{2\pi G\rho}, \quad \varepsilon = \frac{|m|}{m}.$$

Уравнение (6) имеет регулярное решение в области [0; 1] только при определенных дискретных значениях δ, удовлетворяющих условию

$$\delta^2 - \frac{|m|}{2}\left(\frac{|m|}{2} + 2\right) = \nu(\nu + |m| + 2), \tag{8}$$

в котором ν — целое положительное число или нуль.

Собственные функции выражаются через гипергеометрические функции Якоби:

$$X(x) = C_1 x^{|m|} F(-\nu, |m| + \nu + 2, |m| + 1, x^2). \tag{9}$$

Таким образом,

$$\rho_1(r, \varphi; t) = C_1\rho\left(\frac{r}{r_0}\right)^{|m|} F(-\nu, |m| + \nu + 2, |m| + 1, x^2)e^{i(\omega t + m\varphi)}. \tag{10}$$

Из (8) и (7) находим дисперсионное уравнение

$$\beta^4 - 2\Delta\beta^2 - 2\varepsilon\theta|m|\alpha^{3/2}(1-\theta^2)\beta - m^2\alpha^2(1-\theta^2)^2 = 0, \tag{11}$$

$$\Delta = \gamma\alpha(1-\theta^2)(\nu+1)(\nu+|m|+1) + 2\alpha\theta^2 - 1. \tag{12}$$

Рассмотрим сначала радиальные пульсации ($m = 0$). Из (11) имеем

$$\frac{\omega^2}{4\pi G\rho} = \gamma\alpha(1-\theta^2)(\nu+1)^2 + 2\alpha\theta^2 - 1. \tag{13}$$

Для фундаментальной частоты $\nu = 0$ получаем

$$\frac{\omega^2}{4\pi G\rho} = \alpha\gamma - 1 + (2-\gamma)\alpha\theta^2,$$

откуда видно, что вложенная фигура устойчива по отношению к этим пульсациям, если

$$\gamma > \gamma_0 = \frac{1 - 2\Omega^2/2\pi G\rho}{\rho_0/\rho + 1 - \Omega^2/2\pi G\rho}. \tag{14}$$

Таким образом, звездное население, как и вращение, оказывает стабилизирующее воздействие, увеличивая область устойчивых γ.

Прежде чем приступить к анализу нерадиальных пульсаций вложенной фигуры отметим, что кроме оказания стабилизирующего воздействия вращение меняет также природу нестабильных мод [2]: возникают нестабильные вибрационные моды, т. е. у частот нестабильных «g»-мод появляются реальные части. Из-за силы Кориолиса снимается также вырождение спектра частот нерадиальных пульсаций.

Вычисления нерадиальных пульсаций вложенного газового столба при $m = 2$ для $\nu = 0$ и $\nu = 1$ проведены на ЭВМ Наири-3. Результаты для значений параметра $\alpha = 1, 2, 5, 10$ приведены в виде графиков (рис. 1, 2, 3) и таблиц 1, 2.

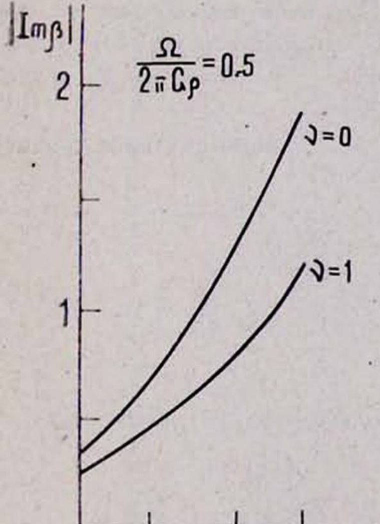


Рис. 1. Зависимость $|\mathrm{Im}\,\beta|$ от α для $\nu = 0$ и $\nu = 1$ при фиксированном вращении $\left(\frac{\Omega^2}{2\pi G\rho} = 0{,}5\right)$.

Анализ показывает, что и в присутствии звездного населения имеется четкое разделение спектра частот на две части: «g»- и «p»-моды. «p»-моды устойчивы при любом значении параметра α. Что касается «g»-мод, то с увеличением α они становятся более неустойчивыми при фиксированном вращении; характерное время их неустойчивости $1/|\mathrm{Im}\beta|$ уменьшается. Это видно из рис. 1. Зависимость $\mathrm{Im}\beta$ от θ^2 для разных α приведена на рис. 2 и 3. Из рисунков следует, что существует предельное вращение θ_c,

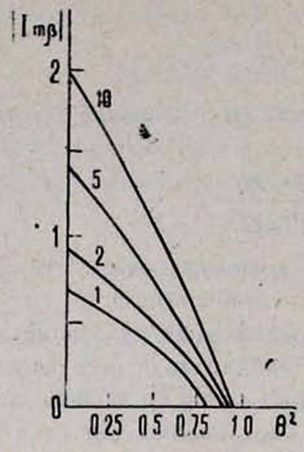


Рис. 2.

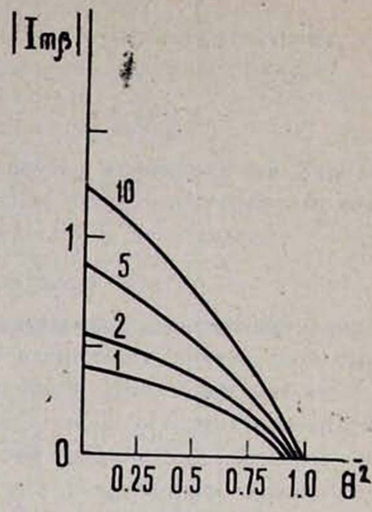


Рис. 3.

Рис. 2. Зависимость $|\mathrm{Im}\,\beta|$ от θ^2 для $\nu = 0$ при разных α (цифры над кривыми указывают значения α).

Рис. 3. Зависимость $|\mathrm{Im}\,\beta|$ от θ^2 для $\nu = 1$ при разных α (цифры над кривыми указывают значения α).

которое полностью стабилизирует систему. При этом чем больше α, тем θ_c^2 ближе к наибольшему значению параметра вращения в условиях относительного равновесия газового цилиндра ($\theta^2 = 1$). Значения θ_c^2 приведены в табл. 1 и 2.

С помощью (3) и (7) получаем следующее дифференциальное уравнение для радиального смещения ξ_r:

$$\frac{1}{x}\frac{d}{dx}\left(x\frac{dY}{dx}\right) - \frac{m^2}{x^2}Y + x\frac{dX}{dx} + \\ + [2 + 2\varepsilon|m|\alpha^{1/2}\theta\beta^{-1} + m^2\alpha(1-\theta^2)\beta^{-2}]X = 0, \quad (15)$$

где $Y = x\xi_r/r_0$.

Граничное условие (4), выраженное через $X(x)$ и $Y(x)$, имеет вид

$$[\beta^2 - 2\alpha^{1/2}\varepsilon\theta\beta - \alpha|m|(1-\theta^2)][Y'(1) + X(1) + \\ + |m|Y(1)] + |m|\gamma\alpha(1-\theta^2)X(1) + 2|m|Y(1) = 0. \quad (16)$$

Уравнения (15) и (16) дают возможность вычислить радиальные собственные функции. Результаты вычислений для случаев $\theta^2 = 0$, $\Omega^2/2\pi G\rho = 0{,}5$ и $\theta^2 = 0{,}5$ при $\alpha = 2, 5, 10$ показали, что при данном ν число нулей радиальных собственных функций и при устойчивых «p»-модах, и

Таблица 1

Значения собственных частот β нерадиальных пульсаций газового столба и предельных вращений θ_c^2 при разных α для $\nu = 0$

$\nu = 0$	$\theta^2 = 0$	$\theta^2 = 0{,}25$	$\theta^2 = 0{,}5$	$\theta^2 = 0{,}75$	$\frac{\Omega^2}{2\pi G\rho} = 0{,}25$	$\frac{\Omega^2}{2\pi G\rho} = 0{,}5$	$\frac{\Omega^2}{2\pi G\rho} = 0{,}75$	θ_c^2
$\alpha = 1$	2,9107 −2,9107 ±0,6871	2,8030 −2,3739 −0,2145± ±0,5405 i	2,5074 −1,9529 −0,2772± ±0,3569 i	2,0939 −1,5829 −0,2555± ±0,1008 i	—	—	—	0,795
$\alpha = 2$	4,3415 −4,3415 ±0,9213	4,1880 −3,6540 −0,2670± ±0,7189 i	3,7930 −3,1397 −0,3267± ±0,4787 i	3,2556 −2,7068 −0,2744± ±0,1954 i	4,3323 −3,9386 −0,1968± ±0,8241 i	—	4,0064 −3,3895 −0,3084± ±0,6042 i	0,900
$\alpha = 5$	7,0711 −7,0711 ±1,4142	6,8278 −6,0406 −0,3936± ±1,0995 i	6,2231 −5,2829 −0,4701± ±0,7345 i	5,4122 −4,6502 −0,3810± ±0,3213 i	7,1368 −6,7576 −0,1896± ±1,3548 i	7,0856 −6,5576 −0,2640± ±1,2937 i	7,0120 −6,3765 −0,3178± ±1,2308 i	0,960
$\alpha = 10$	10,0958 −10,0958 ± 1,9810	9,7516 −8,6630 −0,5443± ±1,5385 i	8,9053 −7,6143 −0,6455± ±1,0286 i	7,7755 −6,7397 −0,5179± ±0,4570 i	10,1971 −9,8220 −0,1876± ±1,9394 i	10,1860 −9,6595 −0,2633± ±1,8973 i	10,1553 −9,5155 −0,3199± ±1,8546 i	0,975

Таблица 2

Значения собственных частот β нерадиальных пульсаций газового столба и предельных вращений θ_c^2 при разных α для $\nu = 1$

$\nu = 1$	$\theta^2 = 0$	$\theta^2 = 0,25$	$\theta^2 = 0,5$	$\theta^2 = 0,75$	$\frac{\Omega^2}{2\pi G\rho} = 0,25$	$\frac{\Omega^2}{2\pi G\rho} = 0,5$	$\frac{\Omega^2}{2\pi G\rho} = 0,75$	θ_c^2
$\alpha = 1$	4,9827 −4,9827 ±0,4014	4,4484 −4,2922 −0,0781± ±0,3343 i	3,7624 −3,5512 −0,1052± ±0,2525 i	2,8806 −2,6551 −0,1127± ±0,1413 i	—	—	—	0,925
$\alpha = 2$	7,1863 −7,1863 ±0,5566	6,4446 −6,2346 −0,1050± ±0,4615 i	5,5003 −5,2232 −0,1386± ±0,3466 i	4,3041 −4,0221 −0,1410± ±0,1946 i	6,8519 −6,7004 −0,0758± ±0,5110 i	—	5,9956 −5,7459 −0,1250± ±0,4072 i	0,965
$\alpha = 5$	11,4931 −11,4931 ± 0,8701	10,3331 −10,0105 − 0,1613± ± 0,7196 i	8,8630 −8,4423 −0,2104± ±0,5384 i	7,0157 −6,5987 −0,2085± ±0,3025 i	11,3159 −11,1664 − 0,0748± ± 0,8418 i	11,0885 −10,8786 − 0,1049± ± 0,8127 i	10,8472 −10,5923 − 1,1274± ± 0,7827 i	0,985
$\alpha = 10$	16,3147 −16,3147 ± 1,2259	14,6801 −14,2283 − 0,2259± ± 1,0130 i	12,6117 −12,0244 − 0,2936± ± 0,7571 i	10,0191 − 9,4417 − 0,2887± ± 0,4254 i	16,2127 −16,0638 − 0,0745± ± 1,2060 i	16,0648 −15,8550 − 0,1049± ± 1,1859 i	15,9075 −15,6515 − 0,1280± ± 1,1654 i	0,995

при неустойчивых «g»-модах остается таким же, каким оно было в отсутствие регулярного гравитационного поля.

Ереванский государственный
университет

Поступила 2. VI. 1981

ЛИТЕРАТУРА

1. *С. В. Арутюнян, Р. С. Оганесян.* Ученые записки ЕГУ, 2, 59 (1980).
2. *M. Cretin, J. L. Tassoul.* Ann. Astr., 28, 982 (1965).

ՆԵՐԴՐՎԱԾ ԳԱԶԱՅԻՆ ՍՅԱՆ ՏԱՏԱՆՈՒՄՆԵՐԻ ՎԵՐԱԲԵՐՅԱԼ

Ս. Վ. ՀԱՐՈՒԹՅՈՒՆՅԱՆ, Ռ. Ս. ՀՈՎՀԱՆՆԻՍՅԱՆ

Աշխատանքում ցույց է տրված, որ առանցքային համաչափությամբ օժտված աստղային համակարգի ռեգուլյար գրավիտացիոն դաշտը ներդրված, պտտվող գազային սյանը կայունացնում է ռադիալ և անկայունացնում՝ ոչ ռադիալ տատանումների նկատմամբ։ Համապատասխան ռադիալ շեղումների սեփական ֆունկցիաների զրոների քանակը մնում է անփոփոխ։

ON PULSATIONS OF AN INTERLOCATED GASEOUS COLUMN

S. V. HARUTYUNYAN, R. S. OGANESSYAN

It is established that the axial gravitational field of a stellar population has a stabilizing effect on radial pulsations of an interlocated rotating gaseous column and a destabilizing one on its nonradial pulsations, the number of zeroes of respective eigenfunctions of radial displacements being unchanged.

Изв. АН Армянской ССР, Физика, 16, 476—482 (1981)

ЭПР И ДИЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ СОЕДИНЕНИЯ ФТАЛОЦИАНИН МЕДИ—ЙОД

А. А. САМУЭЛЯН, Э. Г. ШАРОЯН

Исследованы спектры ЭПР, комплексная диэлектрическая проницаемость и электропроводность образцов фталоцианина меди с йодом, полученных при диффузии йода в поликристаллические образцы β-$CuPc$ при температурах $113 \div 220$°C. Полученные в интервале $145 \div 180$°C образцы хотя и аморфны, но обладают аномально высокими положительными значениями ε ($\varepsilon'_{1\,52.6} \sim 150$). Диэлектрическая проницаемость, форма спектров ЭПР, а также резкое увеличение электропроводности (в 10^4—10^5 раз) интерпретированы на основе модели квазиодномерной структуры, имеющей только ближний порядок.

Введение

В последние 10 лет интенсивно исследуются структурные и физические характеристики квазиодномерных систем, проявляющих одномерное металлическое поведение и другие интересные свойства [1, 2]. Один из новых классов систем с одномерной анизотропией образуют соединения различных фталоцианинов с йодом. В работе [3] получены игольчатые монокристаллы фталоцианина никеля с йодом $NiPcI_{1,0}$, проявляющие металлическую проводимость вдоль оси b (совпадающей с осью иглы) при температурах выше 90 К. Диффузии молекулярного йода в моно- и поликристаллические образцы диамагнитных и парамагнитных фталоцианинов и изучению структурных и магнитных свойств образующихся при этом соединений посвящены работы [4—6]. В работе [6] нами исследованы аморфные образцы фталоцианина меди с йодом, полученные при диффузии молекулярного йода в поликристаллические образцы β-$CuPc$ при температурах $50 \div 100$°C.

В настоящей работе исследуются образцы фталоцианина меди с йодом, полученные при диффузии йода в поликристаллический β-$CuPc$ при температурах $113 \div 220$°C (113°C есть точка плавления йода при нормальном давлении). Измерения комплексной диэлектрической проницаемости, ЭПР и электропроводности указывают на очень интересные особенности соединений, полученных при температурах $145 \div 180$°C. Обсуждаются природа и физические свойства исследованных образцов.

Методика эксперимента

$CuPc$ был синтезирован по Линстеду [7] и очищен двойной возгонкой в вакууме. Его оптические и ИК спектры полностью совпадали с литературными данными [8, 9]. Образцы для измерений приготовлялись помещением смеси поликристаллических β-$CuPc$ и I_2 в тонкую стеклянную ампулу, которая после откачки из нее воздуха до 10^{-3} Торр запаивалась и выдерживалась при определенной температуре в интервале $113 \div 220°C$ в течение не менее получаса. Это время превышает время полной диффузии I_2 в мелкокристаллические образцы β-$CuPc$ при $T = 100°C$ ($\tau = 20$ мин) [6]. О диффузии йода в $CuPc$ можно было судить по изменению формы спектров ЭПР [6]. Для определения минимального количества йода, необходимого для комплексообразования со всеми молекулами $CuPc$, была изучена зависимость параметра асимметрии A ($A = (h_1 - h_2)/(h_1 + h_2)$, h_1 и h_2 — максимальные амплитуды производной поглощения) от соотношения $\alpha = m_{I_2}/m_{CuPc}$ навесок йода и $CuPc$. При изменении α от 0 до 2 характерная для поликристалла с аксиальной симметрией форма спектра ЭПР с $A = 0,3$ (спектр *a* на рис. 1) плавно переходит в почти симметричную форму с $A = 0,03$, характерную для комплексов [$CuPc$-йод] (спектр *b* на рис. 1), полученных при $T \leqslant 100°C$ [6]. Эта форма спектров не меняется до температур $\sim 145°C$. Не меняется она и при дальнейшем увеличении α. Приводимые ниже результаты относятся к образцам с $\alpha = 2$.

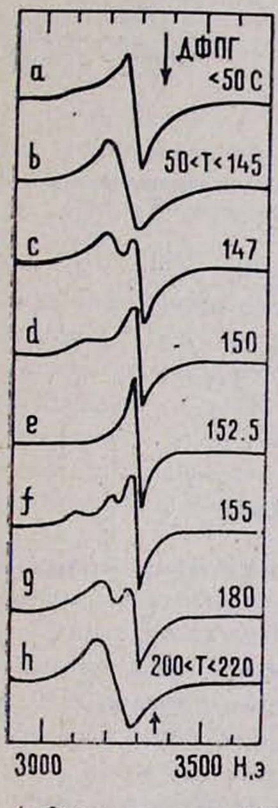


Рис. 1. Формы спектров ЭПР комплекса [$CuPc$-йод] в зависимости от температуры.

Спектры ЭПР записывались на радиоспектрометрах РЭ-1301 и типа РЭ-1306 ($\lambda = 3,2$ см), рентгеновские дифрактограммы — на УРС-60 ($\lambda_{Cu} = 0,1542$ нм). Комплексная диэлектрическая проницаемость ε измерялась методом, аналогичным использованному в [10], в волноводе со стоячей волной; были использованы клистрон К-54 и измерительная линия Р2-21. Тонкая стеклянная ампула ($d = 0,1$ см) с исследуемым веществом устанавливалась перпендикулярно широкой стенке волновода по

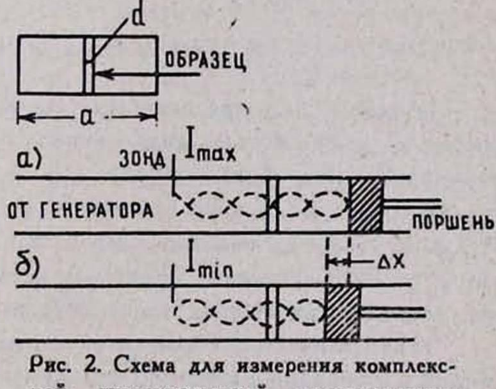


Рис. 2. Схема для измерения комплексной диэлектрической проницаемости: *а*) в отсутствие образца (пустая ампула); *б*) при наличии образца.

центральной линии (рис. 2), что эквивалентно подключению в этой точке шунта с комплексной проводимостью $Y = G + jB$. Измерение шунтирующих проводимостей B и G производилось при помощи неподвижного зонда, расположенного на расстоянии, равном нечетному числу четвертей длин волн, т. е. на расстоянии $L = (2k+1)\,\lambda_B/4$ от образца (λ_B — длина волны в волноводе, равная 4,74 см). Активная часть шунтирующей проводимости G определялась при квадратичной характеристике детектора зонда из выражения $G = 1 \Big/ \sqrt{\frac{I_{\max}}{I_{\min}}} - 1$, где $I_{\max}$ — максимальное значение тока индикаторного прибора, регистрируемое при перемещении поршня в отсутствие образца, $I_{\min}$ — минимальное значение тока, получаемое при передвижении поршня при наличии образца. Реактивная часть есть $B = \operatorname{tg}\left(\frac{2\pi}{\lambda_B}\Delta x\right)$, где Δx — смещение поршня, фиксирующее положения минимумов токов с образцом и без него.

Далее вычисляются

$$u = 2\sum_{n=3,\,5,\,7\cdots}^{\infty}\left[\frac{1}{\sqrt{n^2+\left(\frac{2a}{\lambda_0}\right)^2}} - \frac{1}{n}\right] - 1{,}75 + \ln\frac{4a}{\pi d} + 2\frac{\lambda_B}{a}\,\frac{B}{B^2+G^2}$$

и

$$v = 2\frac{\lambda_B}{a}\,\frac{G}{B^2+G^2},$$

после чего определяются реальная и мнимая части комплексной диэлектрической проницаемости образца:

$$\varepsilon' = 1 + \left[2\left(\frac{\lambda_0}{\pi d}\right)^2 + 0{,}5\right]\frac{u}{u^2+v^2},$$

$$\varepsilon'' = \left[2\left(\frac{\lambda_0}{\pi d}\right)^2 + 0{,}5\right]\frac{v}{u^2+v^2},$$

где λ_0 — длина волны в свободном пространстве.

Результаты и обсуждение

На рис. 1 и 3 представлены основные результаты: спектры ЭПР и значения комплексной диэлектрической проницаемости, полученные в X-диапазоне. На обоих рисунках значения T относятся к температуре получения образцов, а сами спектры ε' и ε'' измерены при комнатной температуре. Приведенные значения ε' и ε'' и формы сигналов ЭПР в области 145÷180°C устанавливались за времена 30÷60 мин и необратимо сохранялись при понижении температуры.

Спектр *a* на рис. 1 относится к поликристаллическому β-$CuPc$ (находящийся в образце в смеси со фталоцианином кристаллический йод не дает спектра ЭПР). Начиная с 50°C происходит диффузия йода в $CuPc$ и образуется комплекс [$CuPc$-йод] [6], характеризующийся спектром *b* вплоть до $T = 145$°C. Линия симметрична, лоренцевой формы с $g = 2{,}057$ и $\Delta H = 85$ э и обусловлена молекулярным ионом $[CuPc]^+$ в триплетном состоянии: один из неспаренных спинов делокализован по фталоцианиновому кольцу, а второй связан с $3d^9$ конфигурацией Cu (II) [6]. Как видно из рис. 3, в области $25 \div 145$°C изменение значений диэлектрической проницаемости не происходит (наблюдается лишь незначительное монотонное увеличение ε' с температурой).

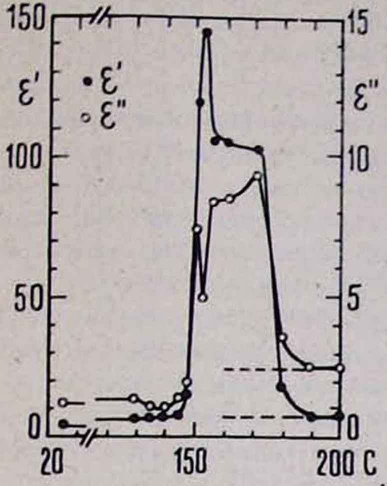


Рис. 3.

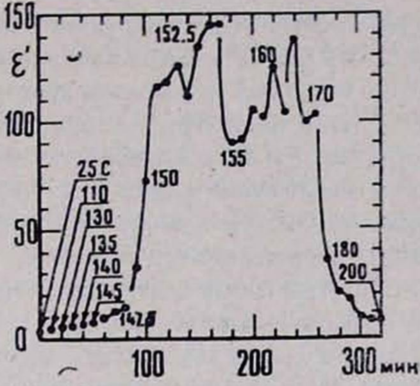


Рис. 4.

Рис. 3. Зависимость реальной и мнимой частей комплексной диэлектрической проницаемости комплекса [$CuPc$-йод] от температуры.
Рис. 4. Кинетические кривые ε' при различных температурах.

Начиная с 145°C происходит резкое, сопровождающееся значительным понижением добротности резонатора ЭПР-спектрометра, изменение как в спектрах ЭПР (спектры c, d), так и в значениях ε' и ε''. Последние быстро возрастают, и при 152,5°C ε' достигает своего наибольшего значения ~ 150; при этом прежняя линия ЭПР с $g = 2{,}057$ и $\Delta H = 85$ э исчезает и появляется новая линия с $g = 2{,}032$ и $\Delta H = 25$ э (рис. 1e). При дальнейшем повышении температуры вид спектров ЭПР продолжает меняться: в интервале $152{,}5 \div 160$°C накладывается аксиально-симметричная линия ЭПР с $g_{\parallel} = 2{,}13$, $g_{\perp} = 2{,}035$ и $A = 0{,}55$, а в области $180 \div 200$°C появляется (теперь в обратном порядке) прежний широкий сигнал поглощения с $g = 2{,}057$ и $\Delta H = 85$ э (спектр g, соответствующий аналогичному спектру c). При $T > 200$°C значения ε падают до «нормальных», а добротность резонатора спектрометра ЭПР восстанавливается до прежнего высокого уровня, при этом записывается сигнал с $g = 2{,}057$ и $\Delta H = 85$ э (спектр h, аналогичный b). Фактически все характерные формы спектров ЭПР $CuPc$ с йодом в исследуемом интервале температур могут быть представлены в виде композиции трех сигналов, приведенных в таблице.

На рис. 4 отражена кинетика происходящих с веществом изменений: значения диэлектрической проницаемости ε' при каждой температуре измерялись несколько раз с интервалом в 10 минут. Видно, что окончательные значения ε' (и соответственно форма спектров ЭПР) при фиксирован-

Таблица

	Интервал температур, °С	$g_{\parallel}$	$g_{\perp}$	ΔH, э	A
I	$50 \div 150$, $180 \div 220$	$2{,}057 \pm 0{,}005$		85	$0{,}03 \pm 0{,}01$
II	$145 \div 200$	$2{,}032 \pm 0{,}005$		25	0
III	$152{,}5 \div 160$	$2{,}130 \pm 0{,}005$	$2{,}035 \pm 0{,}005$		$0{,}55 \pm 0{,}02$

ной температуре в области аномального поведения физических характеристик ($145 \div 180$°С) устанавливались за времена от 30 до 60 минут.

При обратном уменьшении температуры начиная с 220°С как значения ε' и ε'', так и параметры спектров ЭПР не претерпевали существенных изменений вплоть до комнатной температуры, иными словами, обратимость физических явлений в области $145 \div 220$°С не наблюдалась. Повторный нагрев того же образца до 220°С также уже не вызывал изменения физических характеристик вещества. Обратимость можно было получить, если при первой температурной обработке нагревать вещество не выше 152,5°С. Если нагревать образец до более высокой температуры, то при охлаждении сохранялись постоянными те значения измеряемых величин, которые были получены при наибольшей достигнутой для данного образца температуре. Частично обратимое поведение (очевидно за счет неполного протекания физических процессов) наблюдалось при быстром нагревании и охлаждении вещества (быстрее 2 град/мин).

Одним из характерных свойств квазиодномерных проводящих систем, к которым принадлежат и монокристаллы фталоцианинов с йодом [3], являются очень большие положительные значения диэлектрической постоянной как в высокотемпературной, проводящей фазе, так и в диэлектрической ($\varepsilon' \sim 10^2 - 10^4$) фазе [10—12]. Для объяснения этого явления привлекаются различные механизмы: смещение волн зарядовой плотности (ВЗП) [13, 14], разрывы в проводящих металлических нитях [15], разупорядоченность, вызванная внутренним структурным беспорядком вследствие хаотической ориентации асимметричных катионов, ведущая к одномерной локализации электронов [12, 16], приводящий к такой же локализации термически обусловленный беспорядок [17].

Рентгенограммы образцов, полученных при $T = 152{,}5$°С, указывают на аморфность исследуемого вещества [*CuPc*-йод]. С другой стороны, аномально высокие положительные значения ε', а также резкое увеличение электропроводности образцов, полученных в интервале $145 \div 180$°С ($\sigma(\mathrm{I}) \sim 10^{-5}$, $\sigma(\mathrm{II}) \sim 10^{-1}$ (Ом·см)$^{-1}$)*, позволяют высказать предположение о наличии какой-то структуры с достаточной степенью ближнего порядка, характерной для квазиодномерной проводящей системы. Вблизи 150°С происходят, вероятно, такие передвижки и переориентации молекул *CuPc* и йода, которые приводят к появлению стехиометрически подхо-

---

* Электропроводности чистых поликристаллических образцов *CuPc* и I_2 отдельно равны $10^{-12} - 10^{-13}$ и 10^{-7} (Ом. см)$^{-1}$.

дящей квазиодномерной структуры с большими величинами ε' и ε'' и делокализации носителей заряда вдоль стопок донорных молекул *CuPc*, с чем свидетельствует появление в спектре ЭПР узкой (25 э) из-за обменного взаимодействия между π-электронными орбиталями фталоцианиновых молекул симметричной линии лоренцевой формы с g-фактором (равным 2,032), более близким к g-фактору свободного электрона.

В случае аморфных образцов очевидно нельзя ожидать достаточно длинных фрагментов проводящих цепочек и реализации каких-либо кооперативных явлений типа ВЗП. Образцы следует, по-видимому, сопоставлять с квазиодномерными кристаллами с внутренним структурным беспорядком [12, 16].

Необходимо также отметить, что измеряемые значения ε' и ε'' очевидно являются эффективными: для квазиодномерных систем характерна большая анизотропия физических характеристик, в частности, отношение $\varepsilon'_{\parallel}$ (диэлектрическая проницаемость, измеряемая вдоль проводящих цепочек) к $\varepsilon'_{\perp}$ достигает для хорошо проводящих комплексов значений порядка 10^4. Исследуемое нами вещество содержит всевозможно ориентированные области, и поэтому измеряемые на опыте значения ε' и ε'' являются усредненными. Значение $\varepsilon'_{\parallel}$, по-видимому, должно быть $\gg 150$.

Нагрев выше 155°C резко увеличивает давление паров йода: в твердую матрицу внедряется дополнительное количество йода, разрушающее оптимальную стехиометрию и создающее существенный излишек йода (вещество разбавляется в йоде). Естественно, что значения ε' и ε'' при этом уменьшаются и постепенно исчезает узкая симметричная линия ЭПР, приписываемая нами структуре, характерной для квазиодномерной проводящей системы.

Экспериментальные данные, по-видимому, можно рассматривать и на основе модели гетерогенных материалов, в которых области с низкой проводимостью и большими значениями диэлектрической проницаемости чередуются с областями с высокой проводимостью и малыми значениями диэлектрической проницаемости [18]. В таких системах значения $\varepsilon'_{эфф}$ (относящиеся ко всему образцу) достигают величин 10^3—10^5. Можно представить, что в исследованных нами образцах в определенном интервале температур чередуются подобные области с различными значениями σ и ε.

Диэлектрические аномалии, подобные описанным в настоящей работе, наблюдались нами и в комплексах H_2Pc и *NiPc* с йодом и, по-видимому, характерны и для других комплексов фталоцианинов с йодом (значения ε однако обычны в случае [*ZnPc*-йод]).

Авторы признательны М. О. Манвеляну и Г. А. Мнацаканяну (ИРФЭ АН АрмССР) за помощь при подготовке и проведении измерений комплексной диэлектрической проницаемости образцов.

Институт физических исследований
АН АрмССР

Поступила 20. V. 1981

ЛИТЕРАТУРА

1. Проблема высокотемпературной сверхпроводимости. Под ред. В. Л. Гинзбурга и Д. А. Киржница. М., 1977, гл. 1, 7.
2. *М. Л. Хидекель, Е. И. Жиляева.* Ж. Всесоюз. хим. общества, 23, 506 (1978).
3. *C. J. Schramm et al.* Science, 200, 47 (1978).
4. *Э. Г. Шароян, А. А. Самуэлян.* ДАН АрмССР, 54, 154 (1972).
5. *Э. А. Маркосян, А. А. Самуэлян, Э. Г. Шароян.* ЖФХ, 47, 18 (1973).
6. *А. А. Самуэлян, А. А. Аветисян, Э. Г. Шароян.* Изв. АН АрмССР, Физика, 14, 212 (1979).
7. *P. A. Barret, C. E. Dent, R. P. Linstead,* J. Chem. Soc., 1719 (1936).
8. *C. E. Ficken, R. P. Linstead.* J. Chem. Soc., 4847 (1952).
9. *А. И. Сидоров, И. П. Котляр.* Оптика и спектроскопия, 11, 175 (1961).
10. *W. J. Gunning et al.* Sol. St. Com., 25, 981 (1979).
11. *D. B. Tanner et al.* Phys. Rev. Lett., 33, 1559 (1979); 32, 1301 (1975); Phys. Rev., B13, 3381 (1976).
    L. B. Coleman et al. Phys. Stat. Sol. (b), 75, 239 (1976).
12. *А. А. Гоголин и др.* Письма ЖЭТФ, 22, 564 (1975).
13. *M. J. Rice.* Low Dimensional Cooperative Phenomena, Ed by H. J. Keller, Plenum, N. Y., 1975, p. 23 ff.
14. *P. A. Lee, T. M. Rice, P. W. Anderson.* Phys. Rev. Lett., 31, 452 (1973); Sol. St. Com., 14, 703 (1974).
15. *M. J. Rice, J. Bernasconi.* Phys. Rev. Lett., 29, 113 (1972); Phys. Lett., 38A, 277 (1972); J. Phys., F2, 905 (1972).
16. *R. L. Bush.* Sol. St. Com., 18, 1181 (1976); Phys. Rev., B13, 805 (1976).
17. *А. А. Гоголин, В. И. Мельников, Э. И. Рашба.* ЖЭТФ, 16, 326 (1975).
18. *C. G. Koops.* Phys. Rev., 83, 121 (1951).

ՊՂՆՁԻ ՖՏԱԼՈՑԻԱՆԻՆ–ՅՈԴ ՄԻԱՑՈՒԹՅԱՆ ԷՊՌ ԵՎ ԴԻԷԼԵԿՏՐԻԿ ԲՆՈՒԹԱԳՐԵՐԸ

Հ. Ա. ՍԱՄՈՒԵԼՅԱՆ, Է. Գ. ՇԱՌՈՅԱՆ

Հետազոտված են 113—220°C ջերմաստիճանների տիրույթում β-CuPc բազմաբյուրեղների մեջ յոդի դիֆուզիայով ստացված պղնձի ֆտալոցիանին—յոդ նմուշների ԷՊՌ սպեկտրները, կոմպլեքսային դիէլեկտրիկ թափանցելիությունն ու էլեկտրահաղորդականությունը։ Ջերմաստիճանների 145—180°C տիրույթում ստացված նմուշները թեև ամորֆ են, բայց ունեն ε-ի անոմալ բարձր արժեքներ՝ $\varepsilon'_{152.5} \sim 150$։ ԷՊՌ սպեկտրի ձևը, դիէլեկտրիկ թափանցելիությունը, ինչպես նաև էլեկտրահաղորդականության կտրուկ աճը (մոտ 10^4—10^5 անգամ), բացատրվում են մոտ կարգ ունեցող քվազիմիաչափ կառուցվածքի մոդելի հիման վրա։

EPR AND DIELECTRIC CHARACTERISTICS OF A COPPER PHTALOCYANINE-IODINE COMPOUND

H. A. SAMUELYAN, E. G. SHAROYAN

EPR, the complex permittivity in the *X*-range and the direct-current conductivity of copper phtalocyanine-iodine samples have been investigated. The samples were obtained by the diffusion of iodine into polycrystalline $\beta - CuPc$ samples in the 113—220 °C temperature range. Of special interest are the samples obtained at 145—180 °C, which though amorphous possessed an anomalously high positive value of ε ($\varepsilon'_{152.5} \sim 150$). The data on the permittivity, the shape of EPR spectra and the sharp increase in the electric conductivity, (10^4—10^5) times, are interpreted on the basis of the quasi-one-dimensional structure model having only a short range order.

Изв. АН Армянской ССР, Физика, 16, 483—487 (1981)

О ДЛИТЕЛЬНОСТИ ИМПУЛЬСА ГЕНЕРАЦИИ ЛАЗЕРА НА ПАРАХ МЕДИ

В. Р. АСАТРЯН, Г. А. ГАЛЕЧЯН

Приведены результаты исследований зависимости длительности импульса генерации от частоты следования импульсов и величин обостряющей и рабочей емкостей. Рассмотрена зависимость длительности импульса генерации от КПД лазера. При возбуждении паров меди в импульсном продольном разряде получены импульсы генерации длительностью от 7 до 30 нс.

Лазер на парах меди (ЛПМ) вызывает значительный интерес в связи с возможностью его использования при решении различных прикладных и методических задач. Следует отметить, что ЛПМ приобретает широкое применение для целей голографии, записи информации, накачки перестраиваемых жидкостных лазеров и др. В качестве конкретного примера методического использования ЛПМ следует упомянуть работу [1], в которой ЛПМ применялся для исследования особенностей люминесценции в кристалле $GaS_{0,1}Se_{0,9}$ при температуре ниже 18°К. В этой задаче весьма эффективно использовалось излучение на обоих длинах волн ЛПМ (510,6 и 578,2 нм).

По этой причине представляется важным полное выяснение механизма генерации ЛПМ, установление оптимальных условий индуцированного излучения, определение зависимости параметров генерации от частоты следования импульсов, электрического напряжения и т. д.

В работах [2—4] рассматривались зависимости средней мощности излучения и КПД ЛПМ от частоты следования импульсов, давления и природы буферного газа, значения прикладываемого к трубке напряжения и др. В работе [5] исследовался спектральный состав излучения. Вопросы зависимости длительности и формы импульсов генерации от различных параметров ЛПМ изучены мало. Однако потребность в этом имеется, так как для решения разных прикладных задач требуются лазеры с разными длительностями импульсов излучения.

В работе [6] был описан лазер с длительностью импульса генерации на полувысоте $\tau = 7$ нс, в работе [7] — $\tau \simeq 40$ нс. В работе [8] были получены импульсы генерации с длительностью на полувысоте $\tau = 15$ нс, которые с помощью импульсного кабельного трансформатора были уменьшены до 5 нс.

В настоящей работе исследуется связь длительности и формы импульса излучения лазера с его КПД и зависимость длительности импульса излучения от величины рабочей и обостряющей емкостей и частоты следования импульсов при различных электрических схемах работы лазера.

Эксперимент выполнялся на продольном саморазогревном лазере на парах меди при изменении частоты следования импульсов от 4 до 10 кГц. Накачка лазера производилась посредством разряда рабочей емкости через трубку длиной 30 см и диаметром 14 мм, на которой было получено излучение со средней мощностью 4 Вт при частоте следования импульсов 10 кГц. В качестве буферного газа использовался неон при давлении от 10 до 15 Торр. Исследуемый импульс света попадал на фотокатод ФК-20, с которого сигнал поступал на скоростной осциллограф.

Было установлено, что при увеличении длительности импульса генерации на полувысоте от 7 до 30 нс КПД лазера уменьшается от 2,2 до 0,6%. Такое изменение длительности импульса было достигнуто за счет

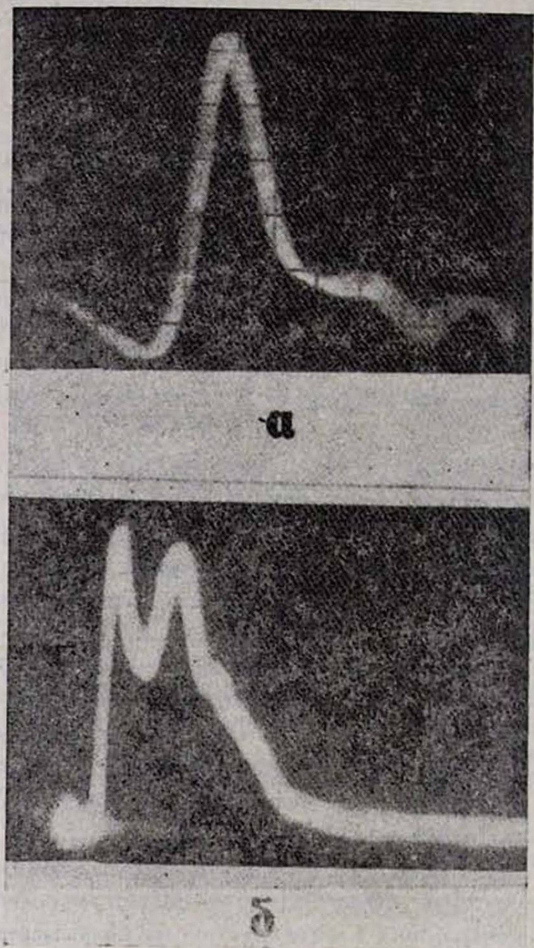


Рис. 1. Осциллограммы импульса генерации: *а*) $C_p = 730$ пФ, развертка 5 нс/дел.; *б*) $C_p = 2200$ пФ, развертка 20 нс/дел.

увеличения рабочей емкости от 730 до 2200 пФ. На фотографиях изображены импульсы излучения при $C_p = 730$ пФ (рис. 1*а*) и $C_p = 2200$ пФ (рис. 1*б*). Видно, что при небольших длительностях импульс имеет форму, близкую к гауссовой кривой, а при больших длительностях импульс имеет форму двугорбой кривой. Наличие второго максимума у импульсов с большой длительностью обусловлено лавинными процессами при заселении и расселении уровней атомов меди, которые не успевают вносить вклад при небольших длительностях импульсов.

Однако менять длительность импульса генерации изменением величины рабочей емкости нецелесообразно, так как вместе с ней меняется и мощность, вкладываемая в трубку, что может привести к сильным изменениям температуры внутри трубки. По этой причине определялась зависимость длительности импульса генерации от других параметров работы лазера.

Измерения длительности импульса генерации производились при работе лазера по двум разным электрическим схемам, которые приведены на рис. 2. На рис. 3*а* приведены зависимости длительности импульса генерации от частоты следования импульсов при работе лазера по этим схемам.

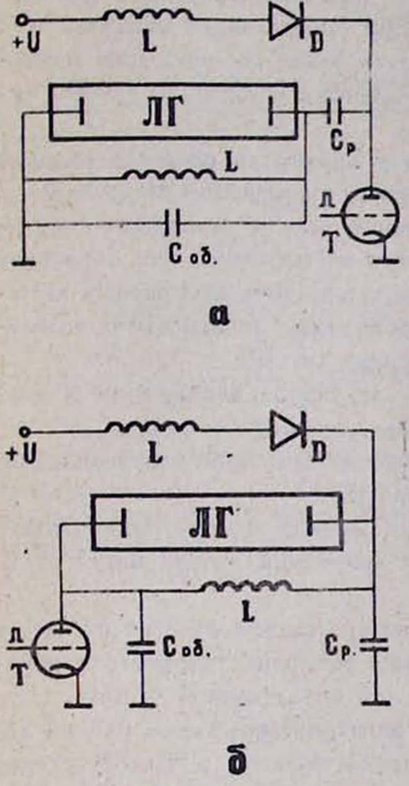


Рис. 2.

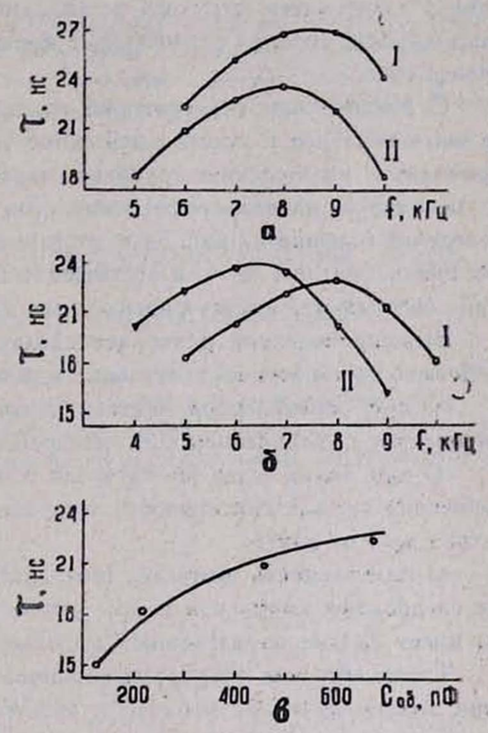


Рис. 3.

Рис. 2. Две электрические схемы возбуждения лазера на парах меди: ЛГ — лазерная головка, C_p и $C_{об}$ — рабочая и обостряющая емкости, L — индуктивность, D — диод, T — тиратрон ТГИ1-1000/25.

Рис. 3. Зависимость длительности импульса генерации от частоты следования импульсов: *а*) при $C_p = 2200$ пФ и $C_{об} = 220$ пФ, I) для схемы, приведенной на рис. 2*а*, II) для схемы, приведенной на рис. 2*б*; *б*) при $C_p = 2200$ пФ, I) $C_{об} = 220$ пФ, II) $C_{об} = 680$ пФ; *в*) зависимость длительности импульса генерации от величины обостряющей емкости при $C_p = 2200$ пФ и $f = 5$ кГц.

Видно, что длительность импульса генерации при работе лазера по первой схеме несколько больше длительности импульса генерации при работе по второй схеме, хотя вид зависимости одинаков в обоих случаях, а изменение длительности связано с изменением временных характеристик разрядного контура.

На рис. *3б* приведены графики зависимости длительности импульса излучения от частоты следования импульсов для двух величин обостряющей емкости. На рис. *3в* приведен график зависимости длительности импульса излучения от величины обостряющей емкости. Наличие максимума в приведенных зависимостях объясняется следующим образом. При изменении частоты следования импульсов меняется их скважность, и разные компоненты плазмы, распадаясь между импульсами с разными скоростями, имеют разные концентрации к началу следующего импульса. На скорость распада компонент плазмы влияет и наличие затухающих электрических колебаний в разрядном контуре. При определенной скважности к началу следующего импульса устанавливается такая концентрация компонент плазмы, которая способствует максимальному удлинению фронта импульса тока.

С увеличением обостряющей емкости уменьшается скорость разряда ее через тиратрон и вместе с ней скорость роста напряжения на трубке, что приводит к уменьшению крутизны нарастания тока в разрядном контуре и увеличению длительностей импульсов тока и генерации. Это объясняет поведение графика на рис. *3в* и достижение максимумов при разных частотах кривых на рис. *3б*: для достижения необходимой скважности при большей обостряющей емкости необходимы меньшие частоты.

Вышеприведенное позволяет сделать следующие заключения и указать методы изменения длительности импульса генерации:

а) при определенной частоте длительность импульса излучения увеличивается с увеличением обостряющей емкости;

б) при одних и тех же частотах и напряжениях, но при разных электрических схемах длительности импульсов излучения лазера могут отличаться друг от друга;

в) длительность импульса генерации лазера сильно зависит от частоты следования импульсов и при неизменных остальных параметрах работы имеет вполне определенный максимум при определенной частоте.

Таким образом, используя различные электрические схемы работы лазера, меняя величины рабочей и обостряющей емкостей и частоту следования импульсов и учитывая при этом изменение вводимой в трубку мощности с изменением величины рабочей емкости и частоты следования импульсов, длительность импульса генерации можно изменять в довольно широких пределах.

НИИ физики конденсированных
сред ЕГУ

Поступила 19. II. 1981

ЛИТЕРАТУРА

1. *В. С. Батаев* и др. Письма ЖЭТФ, 29, 50 (1979).
2. *А. А. Исаев* и др. Квантовая электроника, 3, 1800 (1976).
3. *П. А. Бохан, В. И. Соломонов, В. Б. Щеглов*. Квантовая электроника, 4, 1812 (1977).
4. *П. А. Бохан* и др. Квантовая электроника, 5, 2162 (1978).
5. *В. М. Батенин* и др. Теплофизика высоких температур, 17, 483 (1979).
6. *Г. Кнайпп, М. Ренч*. Квантовая электроника, 4, 2544 (1977).
7. *Theodore S. Fahlen*. IEEE J. Quant. Elect., QE 7, 546 (1977).
8. *А. А. Исаев, М. А. Казарян, Г. Г. Петраш*. Оптика и спектроскопия, 35, 528 (1973).

ՊՂՆՁԻ ԳՈԼՈՐՇԻՆԵՐՈՎ ԱՇԽԱՏՈՂ ԼԱԶԵՐԻ ԳԵՆԵՐԱՑԻԱՅԻ ԻՄՊՈՒԼՍԻ ՏԵՎՈՂՈՒԹՅԱՆ ՄԱՍԻՆ

Վ. Ռ. ԱՍԱՏՐՅԱՆ, Գ. Ա. ԳԱԼԵՉՅԱՆ

Բերված է իմպուլսների հաջորդման հաճախությունից և աշխատանքային ու սրացնող ունակությունների մեծություններից կախված գեներացիայի իմպուլսի տևողության հետազոտությունը։ Դիտարկված է գեներացիայի իմպուլսի տևողության կախումը լազերի ՕԳԳ-ից։ Իմպուլսային երկայնական պարպումով պղնձի գոլորշիները գրգռելով, ստացված են գեներացիայի իմպուլսներ 7-ից մինչև 30 նվ տևողությամբ։

ON THE DURATION OF COPPER VAPOUR LASER PULSE

V. R. ASATRYAN, G. A. GALECHYAN

The results on the dependence of laser pulse duration on the pulse repetition rate as well as on the values of working and sharpening capacitances are given. The dependence of the pulse duration on the laser efficiency is discussed. Pulses of 7—30 nsec duration were observed at the excitation of copper vapour with pulsed longitudinal discharge.

АВТОРСКИЙ УКАЗАТЕЛЬ ТОМА 16 ЗА 1981 г.

ԲՈՎԱՆԴԱԿՈՒԹՅՈՒՆ

СОДЕРЖАНИЕ