ՅՍՍՅ ԳԱ Տեղեկագիր

Журнал выходит на русском языке 6 раз в год. Издается с 1966 г.

ԵՄԲԱԳՐԱԿԱՆ ԿՈԼԵԳԻԱ

Ա. Ց. Ամատունի, Վ. Մ. Հաrությունյան (պատասխանատու խըմրագրի տեղակալ), Գ. Մ. Ղաrիթյան (պատասխանատու խմրագիր), Ռ. Մ. Մաrաիrոսյան, Ա. Ռ. Մկrաչյան, Մ. Ե. Մովսիսյան, Ցու. Գ. Շահնազաrյան (պատասխանատու քարտուղար), է. Գ. Շաrոյան (պատասխանատու խմրագրի տեղակալ), Գ. Ս. Սանակյան, Հ. Հ. Վարդապետյան

РЕДАКЦИОННАЯ КОЛЛЕГИЯ

А. Ц. Аматуни, В. М. Арутюнян (заместитель ответственного редактора), Г. А. Вартапетян, Г. М. Гарибян (ответственный редактор), Р. М. Мартиросян, А. Р. Мкртчян, М. Е. Мовсесян, Г. С. Саакян, Э. Г. Шароян (заместитель ответственного редактора), Ю. Г. Шахназарян (ответственный секретарь)

О Издательство АН Армянской ССР, Известня Академии наук Армянской ССР, Физика, 1981

К ДИНАМИКЕ АТОМА В ПОЛЕ СИЛЬНОЙ МОНОХРОМА-ТИЧЕСКОЙ ВОЛНЫ И ТЕПЛОВОГО ИЗЛУЧЕНИЯ

Т. К. МЕЛИК-БАРХУДАРОВ

В рамках микроскопической теории Вайскопфа—Вигнера найдены выражения для силы светового давления и скорости возрастания температуры атома в поле сильной волны и теплового излучения.

В настоящей работе представлены результаты рассмотрения динамики атома в поле сильной волны и квантованного излучения. Несмотря на то, что за последнее десятилетие явление резонансного светового давления интенсивно исследовалось, в практических применениях (см., например, [1]) для силы светового давления, возникающего за счет спонтанных переходов, используется выражение феноменологической теории [2], имеющее вид

$$F_A = \frac{k}{2\tau} n^+, \tag{1}$$

где k— импульс фотона, τ — время спонтанного перехода, n^+ — средняя заселенность возбужденного уровня.

Простота используемой модельной системы — двухуровневого атома с поступательной степенью свободы в поле сильной монохроматической волны и квантованного излучения с начальными планковскими числами заполнения — делает возможным ее исследование в рамках микроскопической теории Вайскопфа—Вигнера. Используемый для этого метод основан на диаграммной форме теории возмущений по взаимодействию с квантованным излучением для матрицы плотности атома [3].

Запишем гамильтониан нашей системы в виде

$$H = \frac{p^{2}}{2m} + \frac{\omega_{0}}{2}\sigma^{x} + \frac{1}{2}(\sigma^{+}fe^{i(kr-\omega t)} + \sigma^{-}f^{*}e^{-i(kr-\omega t)}) + V^{T} + H^{T},$$
$$V^{T} = \sum_{q\sigma}(c_{q\sigma}\sigma^{+}a_{q\sigma}e^{iqr} + c_{q\sigma}^{*}\sigma^{-}a_{q\sigma}^{+}e^{-iqr}), \qquad (2)$$

 w_0 — разность уровней атома, f и $c_{q\sigma}$ — соответственно матричные элементы взаимодействия атома с сильным полем и квантованным излучением, σ^+ , σ^- и σ^z — матрицы Паули, H^T — гамильтониан излучения. В используемой системе единиц скорость света, постоянные Планка и Больцмана равны единице.

Чтобы найти выражение для матрицы плотности атома, удобное для проведения вычислений по теории возмущений, необходимо выполнить следующие операции. Прежде всего решение для статистического оператора всей системы представляется через его начальное значение и оператор эволюции системы. Далее, переходя к представлению взаимодействия по отношению к квантованному излучению, взяв след по переменным излучения и определяя через оператор эволюции опережающую и запаздывающую функции Грина атома, получим требуемое представление для матрицы плотности атома.

Поскольку вычисления будут вестись по теории возмущений по взанмодействию с квантованным излучением, удобно для их упрощения перейти к представлению, в котором гамильтониан нулевого приближения диагонален. В этом представлении диагональная часть матрицы плотности атома, записываемая в виде вектора-строки $\rho_p(t) = \|\rho_p^+(t), \rho_p^-(t)\|$, выражается следующим образом:

$$\rho_{p}(t) = \sum_{p'} \rho_{p'}(0) P_{p'p}(t), \qquad (3)$$

где вероятностная матрица Р_{р'р} определяется соотношением

$$P_{p'p}^{\alpha\beta}(t) = \delta_{p'p} \delta_{\alpha\beta} - i \sum_{p^*} \int dt' \langle G_{p'p}^A(t', t) s^{\alpha} G_{pp^*}^R(t, t') \widehat{V}_{p^*, p'}^T(t') - V_{p', p^*}^T(t') G_{p^*p}^A(t', t) s^{\alpha} G_{pp'}^R(t, t') \rangle^{\beta}, \ \alpha, \ \beta = (+, -);$$
(4)

здесь $s^+ = \sigma^+ \sigma^-$, $s^- = \sigma^- \sigma^+$, символ $< \cdots >$ означает усреднение по распределению теплового излучения, индекс $\beta_{\rm f}$ указывает на соответствующий диагональный элемент подынтегрального матричного выражения,

$$\rho_{p}(0) = \||u_{p}|^{2} \rho_{p+\frac{k}{2}}^{+}(0) + |v_{p}|^{2} \rho_{p-\frac{k}{2}}^{-}(0), |v_{p}|^{2} \rho_{p+\frac{k}{2}}^{+}(0) + |u_{p}|^{2} \rho_{p-\frac{k}{2}}^{-}(0)\|.$$

Входящие в этот вектор $\rho^+(0)$ и $\rho^-(0)$ представляют собой начальное распределение атома. Гриновские функции удовлетворяют уравнению

$$G_{pp'}(t, t') = G_p(t-t') \,\delta_{p, p'} + \sum_{p^*} \int G_p(t-t'') \, \widehat{V}_{pp^*}^T(t'') \, G_{p^*, p'}(t'', t') \, dt'',$$
(5)

где G_p — функции нулевого приближения, фурье-компоненты которых равны

$$(G_p(\varepsilon))^{-1} = \varepsilon - E_p^+ \sigma^+ \sigma^- - E_p^- \sigma^- \sigma^+$$
$$E_p^{\pm} = \frac{1}{2m} \left(p^2 + \frac{k^2}{4} \right) \pm \frac{\Omega_p}{2},$$

$$\widehat{V}_{p'p}^{T} = \sum_{qa} \left\| - v_{p'} v_{p}^{*} , - v_{p'} u_{p}^{*} \right\| \delta_{p-p', q-k} c_{qa} a_{qa} e^{i(\omega - \omega_{q})i} + \vartheta. c.,$$

и, и v, определяются соотношениями

$$|u_{p}|^{2} = \frac{1}{2} \left(1 + \frac{\Delta w_{p}}{\Omega_{p}} \right), \quad |v_{p}|^{2} = \frac{1}{2} \left(1 - \frac{\Delta w_{p}}{\Omega_{p}} \right),$$
$$\Delta w_{p} = w_{0} - w + \frac{pk}{m}, \quad \Omega_{p} = V \overline{(\Delta w_{p})^{2} - f|^{2}}. \tag{6}$$

Недиагональная по спиновым переменным часть матрицы плотности дается формулой

$$p_{p'}^{off}(t) = p_{p'}^{*} \sigma^{+} + p_{p}^{*} \sigma^{-},$$

$$p_{p'}^{'}(t) = \sum_{p'} (p_{p'-\frac{k}{2}}^{-}(0) - p_{p'+\frac{k}{2}}^{+}(0)) \left[u_{p}^{*} v_{p} \delta_{pp'} - \frac{1}{2} (u_{p'}^{*} v_{p'}^{*}) \right] = G_{p'p}^{A}(t', t) \sigma^{-} G_{pp'}^{R}(t, t') > \left[-u_{p'}^{*} v_{p'}^{*}, 0 \right] < G_{p'p}^{A}(t', t) \sigma^{-} G_{pp'}^{R}(t, t') > \right].$$
(7)

При написании соотношений (4) и (7) мы оставили только члены, не исчезающие в пределе слабого взаимодействия с квантованным излучением.

Разлагая входящие в (4) и (7) гриновские функции с помощью (5) по константе взаимодействия с квантованным излучением и используя теорему Вика для среднего по тепловому распределению от произведения произвольного числа бозонных операторов, получим ряд теории возмущений, членам которого обычным образом придается диаграммная форма. Вычисляя собственно-внергетическую часть, для фурье-компонент усредненных гриновских функций находим

$$\langle G_{pp'}(t,t') \rangle = \frac{\tilde{c}_{pp'}}{2\pi} \int g_p(\varepsilon) e^{-i\varepsilon(t-t')} d\varepsilon,$$

$$(g^{R(A)}(\varepsilon))^{-1} = \varepsilon - E_p^{+(-)} + \frac{i}{2} (\gamma_p^+ \sigma^+ \sigma^- + \gamma_p^- \sigma^- \sigma^+), \qquad (8)$$

где

я

$$\begin{split} \gamma_{p}^{+} &= \sum_{p'} \left\{ |u_{p'}|^{2} \left[|v_{p'}|^{2} D_{p\nu'}^{+} \left(E_{p}^{+} - E_{p'}^{-} \right) + |u_{p'}|^{2} D_{pp'}^{+} \left(E_{p}^{+} - E_{p'}^{+} \right) \right] + \\ &+ |v_{p'}|^{2} \left[|u_{p'}|^{2} D_{pp'}^{-} \left(E_{p}^{+} - E_{p'}^{-} \right) + |v_{p'}|^{2} D_{pp'}^{-} \left(E_{p}^{+} - E_{p'}^{+} \right) \right] \right\}, \end{split}$$

$$\begin{split} \gamma_{p}^{-} &= \sum_{p'} \left\{ |v_{p}|^{2} [|v_{p'}|^{2} D_{pp'}^{+} (E_{p}^{-} - E_{p'}^{+}) + |u_{p'}|^{2} D_{pp'}^{+} (E_{p}^{-} - E_{p'}^{-})] \right\} \\ &+ |u_{p}|^{2} \left[|u_{p'}|^{2} D_{pp'}^{-} (E_{p}^{-} - E_{p'}^{+}) + |v_{p'}|^{2} D_{pp'}^{-} (E_{p}^{-} - E_{p'}^{-})] \right], \\ D_{pp'}^{+} (\varepsilon) &= 2\pi \sum_{q\sigma} |c_{q\sigma}|^{2} (N_{q} + 1) \delta (\varepsilon - w_{q} + w) \delta_{p-p', q-k'}, \\ D_{pp'}^{-} (\varepsilon) &= 2\pi \sum_{q\sigma} |c_{q\sigma}|^{2} N_{q} \delta (\varepsilon + w_{q} - w) \delta_{p-p', k-q'}, \\ N_{q} &= \left(\exp \left(\frac{w_{q}}{T} \right) - 1 \right)^{-1}. \end{split}$$
(10)

С помощью полученных величин для недиагональной части матрицы плотности имеем

(9)

$$\rho_{p}'(t) = u_{p}^{*} v_{p} \left(\rho_{p-\frac{k}{2}}^{-}(0) - \rho_{p+\frac{k}{2}}^{+}(0) \right) \exp \left\{ -i \, \Omega_{p} t - \frac{(\gamma_{p}^{+} + \gamma_{p}^{-})t}{2} \right\}, \quad (11)$$

откуда видно, что со временем эта часть матрицы плотности затухает; в дальнейшем она рассматриваться не будет.

Легко видеть, что при вычислении вероятностной матрицы P_{pp} , необходимо суммировать совокупность диаграмм, так как при $t > \gamma_p^{\pm}$ интегрирование по времени компенсирует малость параметра взаимодействия с квантованным излучением.

Определяя вершинную функцию Λ соотношением

$$< G_{p'p}^{A}(t_{1}, t) s^{\alpha} G_{pp'}^{R}(t, t_{2}) > = \frac{1}{(2\pi)^{2}} \int e^{-i\epsilon_{-}(t_{1}-t)-i\epsilon_{+}(t-t_{1})} g_{p'}^{A}(\epsilon_{-}) \times \\ \times [\delta_{pp'} s^{\alpha} + \Lambda_{p'p}^{\alpha}(\epsilon_{-}, \epsilon_{+})] g_{p'}^{R}(\epsilon_{+}) d\epsilon_{-} d\epsilon_{+}, \quad \epsilon_{\pm} = \epsilon \pm \frac{\chi}{2},$$
(12)

в результате суммирования «лестничных» диаграмм получим уравнение для вершинной функции, которое удобно записать в виде уравнения для фурье-компонент вероятностной матрицы, связанных с Λ следующими из (4) соотношениями:

$$P_{p'p}^{+\alpha} = \left(\delta_{+\alpha} \,\delta_{pp'} + \Lambda_{p'p}^{+\alpha}(\varepsilon_{-}, \varepsilon_{+})\right) / \left(\gamma_{p'}^{+} - i\chi\right) \bigg|_{\varepsilon = E_{p'}^{+}}$$

$$P_{p'p}^{-\alpha} = \left(\delta_{-\alpha} \,\delta_{pp'} + \Lambda_{p'p}^{-\alpha}(\varepsilon_{-}, \varepsilon_{+})\right) / \left(\gamma_{p'}^{-} - i\chi\right) \bigg|_{\varepsilon = E_{p'}^{-\alpha}}$$
(13)

Соответствующее уравнение имеет вид

$$i\chi P_{p'p}(\chi) + \sum_{p'} A_{p'p'} P_{p'p}(\chi) + \delta_{pp'} = 0,$$
 (14)

где

$$A_{p'p} = \begin{vmatrix} c_{p'p} - \delta_{pp'} \sum_{p^*} (c_{pp^*} + a_{pp^*}), & a_{p'p} \\ b_{p'p}, & d_{p'p} - \delta_{p'p} \sum_{p^*} (d_{pp^*} + b_{pp^*}) \end{vmatrix},$$
(15)

а релаксационные параметры определены соотношениями

$$a_{pp'} = |u_{p} u_{p'}|^{2} D_{pp'}^{+} (E_{p}^{+} - E_{p'}^{-}) + |v_{p} v_{p'}|^{2} D_{pp'}^{-} (E_{p}^{+} - E_{p'}^{-}),$$

$$b_{pp'} = |v_{p} v_{p'}|^{2} D_{pp'}^{-} (E_{p}^{-} - E_{p'}^{+}) + |u_{p} u_{p'}|^{2} D_{pp'}^{-} (E_{p}^{-} - E_{p'}^{+}),$$

$$c_{pp'} = |u_{p} v_{p'}|^{2} D_{pp'}^{+} (E_{p}^{+} - E_{p'}^{+}) + |v_{p} u_{p'}|^{2} D_{pp'}^{-} (E_{p}^{+} - E_{p'}^{+}),$$

(16)

$$\begin{aligned} \mathbf{c}_{pp'} &= |u_p \, \mathbf{v}_{p'}|^2 \, D_{pp'} \, (E_p - E_{p'}) + |v_p \, u_{p'}|^2 \, D_{pp'} \, (E_p - E_{p'}), \\ \mathbf{d}_{pp'} &= |v_p \, u_{p'}|^2 \, D_{pp'}^+ \, (E_p^- - E_{p'}^-) + |u_p \, v_{p'}|^2 \, D_{pp'}^- \, (E_p^- - E_{p'}^-). \end{aligned}$$

Возвращаясь ко временному представлению, получаем, что $\rho_p(t)$ представляет собой марковский процесс с вероятностной матрицей, удовлетворяющей уравнению Колмогорова

$$\frac{\partial}{\partial t} P_{p'p}(t) = \sum_{p^*} A_{p'p^*} P_{p^*p}(t)$$

нли

$$\frac{\partial}{\partial t} P_{p'p}(t) = \sum_{p^*} P_{p'p^*}(t) A_{p^*p}$$

с начальным условием $P_{p'p}(0) = \delta_{pp'}$.

Динамические величины атома, например, импульс, выражаются через р по формуле

$$\overline{p(t)} = \sum_{p} p(\rho_{p-\lambda}^{+}(t) + \rho_{p+\lambda}^{-}(t)), \quad \lambda = \frac{k\Delta w_{p}}{2 \, \mathcal{Q}_{p}},$$

откуда видно, что удобно переопределить величины $\rho_{p-\lambda}^+ = \rho_p'^+$, $\rho_{p+\lambda}^- = \rho_p'^-$ и соответственно релаксационные параметры

 $a'_{p_1p_2} = a_{p_1 - \lambda_1, p_2 + \lambda_3}, b'_{p_1p_2} = b_{p_1 + \lambda_1, p_3 - \lambda_2}, c'_{p_1p_3} = c_{p_1 - \lambda_1, p_3 - \lambda_2}, d'_{p_1p_3} = d_{p_1 + \lambda_1, p_3 + \lambda_3};$ при этом

$$\overline{p}(t) = \sum_{p} p\left(\rho_{p}^{+}(t) + \rho_{p}^{-}(t)\right).$$

В дальнейшем будем считать, что такая операция проведена и штрихи будем опускать.

В отсутствие внешнего поля уравнения (17), как легко убедиться, описывают релаксационный процесс установления теплового распределения атома, т. е. больцмановского по внутренним степеням свободы и максвелловского по поступательной степени свободы. Поскольку в реальной ситуации относительные изменения импульса атома при взаимодействии с электромагнитным полем малы, можно от уравнений Колмогорова перейти к уравнениям Фоккера—Планка, следуя обычной процедуре:

$$\frac{\partial}{\partial t} P_{p'p}(t) = P_{p'p} \Gamma_p^{(0)} + \frac{\partial}{\partial p_l} \left(P_{p'p}(t) \Gamma_l^{(1)}(p) \right) + \frac{1}{2} \frac{\partial^2}{\partial p_l \partial p_m} \left(P_{p'p}(t) \Gamma_{lm}^{(2)}(p) \right)$$
(18)

с матрицами релаксационных параметров

$$\Gamma_{lm}^{(0)} = \sum_{p'} \left\| \frac{-a_{pp'}}{b_{pp'}}, \frac{a_{pp'}}{b_{pp'}} \right\|, \Gamma_{l}^{(1)}(p) = \sum_{p'} (p - p')_{l} \left\| \frac{c_{pp'}}{b_{pp'}}, \frac{a_{pp'}}{d_{pp'}} \right\|,$$

$$\Gamma_{lm}^{(2)}(p) = \sum_{p'} (p - p')_{l} (p - p')_{m} \left\| \frac{c_{pp'}}{b_{pp'}}, \frac{a_{pp'}}{d_{pp'}} \right\|.$$
(19)

Рассмотрим поведение атома в поле сильной световой волны, т. е. пря $\omega \gg T$. Соответствующие матрицы релаксационных параметров имеют вид

$$\Gamma^{(0)}(p) = \left\| \begin{array}{c} -\alpha_{p}, & \alpha_{p} \\ \beta_{p}, & -\beta_{p} \end{array} \right\|, \ \Gamma_{l}^{(1)}(p) = -k_{l} \left\| \begin{array}{c} \gamma_{p}, \ 2 \alpha_{p} |v_{p}|^{2} \\ 2 \beta_{p} |u_{p}|^{2}, \gamma_{p} \end{array} \right\|,$$
(20)

$$\Gamma_{lm}^{(2)}(p) = k_l k_m \left\| \begin{array}{c} \gamma_p, \ 4 \alpha_p \left| \boldsymbol{v}_p \right|^2 \\ 4 \beta_p \left| \boldsymbol{u}_p \right|^4, \ \gamma_p \end{array} \right\| + \frac{\delta_{lm}}{3} \left\| \begin{array}{c} \boldsymbol{\omega}^2 \gamma_p, \ (\boldsymbol{\omega} + \boldsymbol{\Omega}_p)^2 \alpha_p \\ (\boldsymbol{\omega} - \boldsymbol{\Omega}_p)^2 \beta_p, \ \boldsymbol{\omega}^2 \gamma_p \end{array} \right\|,$$

(17)

$$\begin{split} a_{p} &= |u_{p}|^{4} 2\pi \sum_{q\sigma} |c_{q\sigma}|^{2} \delta \left(\omega + \underline{\omega}_{p} - \omega_{q} \right), \\ \beta_{p} &= |v_{p}|^{4} 2\pi \sum_{q\sigma} |c_{q\sigma}|^{2} \delta \left(\omega - \underline{\omega}_{p} - \omega_{q} \right), \\ \gamma_{p} &= |u_{p} v_{p}|^{2} 2\pi \sum_{q\sigma} |c_{q\sigma}|^{2} \delta \left(\omega - \omega_{q} \right). \end{split}$$

В пределе сильного «эффективного» поля $\Omega_p \gg kp/m$ решение (18) можно найти сразу, так как зависимостью релаксационных параметров от импульсов в этом случае можно пренебречь. Если в начальный момент атом находился в состоянии теплового равновесия, то для времен, бо́льших времени установления распределения атома по внутренним степеням свободы, распределение атома по импульсам изменяется по закону

$$p(t) = \|\beta, \alpha\|(\alpha + \beta)^{-1} \prod_{i} \left[2\pi (mT_0 + D_i t)^{-\frac{1}{2}} \exp\left(-\sum_{i} \frac{(p - F_i)_i^2}{2(mT_0 + D_i t)}\right) \right],$$
(21)

где

$$F_i = k_i \left(\gamma + \frac{2 \alpha \beta}{\alpha + \beta} \right), \qquad (22)$$

$$D_{i} = k_{i}^{2} \left[\gamma + \frac{4 \alpha \beta \left(\alpha^{2} + \beta^{3} \right)}{\left(\alpha + \beta \right)^{3}} \right] + \frac{1}{3} \left[\gamma \omega^{2} + \frac{\alpha \beta}{\alpha + \beta} \left((\omega + \Omega)^{2} + (\omega - \Omega)^{2} \right) \right].$$
(23)

Другими словами, максимум распределения перемещается в пространстве импульсов так, как если бы на атом действовала сила (22). Диффузионные константы определяют скорость роста температуры атома, вводимой соотношением $T = (\overline{p} - \overline{p})^2/3m$, откуда имеем

$$dT/dt = \frac{1}{3m} \sum_{i} D_i. \qquad (24)$$

В резонансной области $\Omega_p \ll \omega$ выражение для силы светового давления может быть найдено для произвольных «эффективных» полей, если пренебречь процессами диффузии, т. е. опустить в (18) вторые производные по импульсам. Соответствующее выражение имеет вид

$$F = -\frac{k}{\tau} n_p^+, \qquad (25)$$

где $n_p^+ = \frac{|u_p|^2 |v_p|^2}{|u_p|^4 + |v_p|^4}$ — заселенность возбужденного уровня, возникающая за времена, большие времени спонтанного распада, т. е. стационарная вероятность нахождения атома в возбужденном состоянии.

НИИ физики конденсированных сред ЕГУ

Поступила 3. XII. 1980

ЛИТЕРАТУРА

1. В. И. Балыкин, В. С. Летохов, В. И. Мишин. Письма ЖЭТФ, 29, 614 (1978). 2. А. Ashkin. Phys. Rev. Lett., 24, 156; 25, 1321 (1970). 3. Т. К. Мелик-Бархуларов. ЖЭТФ, 75, 97 (1978).

ՈՒԺԵՂ ՄՈՆՈՔՐՈՄԱՏԻԿ ԷԼԵԿՏՐԱՄԱԳՆԻՍԱԿԱՆ ԵՎ ՋԵՐՄԱՅԻՆ ՃԱՌԱԳԱՅԹՄԱՆ ԴԱՇՏԵՐՈՒՄ ԳՏՆՎՈՂ ԱՏՈՄԻ ԴԻՆԱՄԻԿԱՅԻ ՄԱՍԻՆ

թ. 4. ՄԵԼԻՔ-ԲԱՐԽՈՒԴԱՐՈՎ

Վայսկոպֆ-Վիդների միկրոսկոպիկ տեսության շրջանակներում արտածված են բանաձևեր լույսի ճնշման ուժի և ատոմի ջերմաստիճանի աճման արագության համար, երբ ատոմբ գտնվում է ուժեղ լուսային և ջերմային ճառադայթման դաշտերում։

ON THE DYNAMICS OF AN ATOM IN THE FIELDS OF AN INTENSE MONOCHROMATIC WAVE AND THERMAL RADIATION

T. K. MELIK-BARKHUDAROV

Expressions for the radiation pressure due to spontaneous transitions and for the rate of increase of an atom temperature in the fields of an intense monechromatic wave and a quantized radiation were obtained in the Weisskopf-Wigner theory framework.

ИССЛЕДОВАНИЕ ФОТОЯДЕРНЫХ РЕАКЦИЙ НА ЯДРАХ ⁵⁸Ni и ⁶⁴Ni

А. С. ДАНАГУЛЯН, С. С. ДАНАГУЛЯН, А. Г. ХУДАВЕРДЯН

Приведсны новые данные по фоторасщеплению обогащенных изотопов 58Ni и 64Ni под действием фотонов с максимальной энергией 4,5 ГэВ. Выходы остаточных ядер измерены методом наведенной активности с помощью Ge (Li)-дегектора. Экспериментальные значения выходов сравниваются с теоретическими, рассчитанными по формуле Рудстама. Полученные результаты показывают систематическое смещение экспериментальных значений выходов реакций расщепления по сравнению с расчетными. Получена экспоненциальная зависимость отношений выходов остаточных ядер из мишени 58Ni к выходам тех же ядер из мишени 64Ni от величины третьей проекции изотопического спина ядра-продукта, а также экспоненциальная зависимость отношений экспериментальных значений выходов к расчетным значениям от разности третьих проекций изотопических спинов ядер-мишеней и ядеростатков. В эмпирической формуле Рудстама введен новый член, учитывающий экспоненциальную зависимость выходов фоторасщепления от изотопических спинов ядер-мишеней и ядер-продуктов.

В последнее время в литературе появились работы, в которых был исследован изогопический эффект в ядерных реакциях [1—9]. В работах [1—7] этот эффект изучался в протон-ядерных реакциях расщепления и фрагментации. Аналогичные исследования были проведены и в фотоядерных-реакциях [8, 9].

Целью настоящей работы является исследование реакций фоторасщепления ядер ⁵⁸Ni и ⁶⁴Ni и изучение изотопического эффекта.

Методика и экспериментальные результаты

Эксперимент выполнен на Ереванском электронном ускорителе при максимальной энергии тормозного спектра $E_{T_{max}} = 4,5 \ \Gamma_{9B} \ [10]$. В качестве мишеней были использованы химически чистые образцы ⁵⁸Ni (95,9%) и ⁶⁴Ni (89,8%), изготовленные в виде дисков толщиной соответственно 165 и 64 мг/см². Остаточные ядра-продукты фотоядерных реакций регистрировались полупроводниковым Ge (Li)-детектором (30 см³) с амплитудным разрешением 3 къВ на линии с энергией $E_{\gamma} = 1 \ M_{9}B$. Экспериментальная методика подробно описана в работе [10].

Абсолютные значения выходов, рассчитанные на эквивалентный квант, вместе со статистическими ошибками представлены в табл. 1. Систематические среднеквадратичные ошибки, обусловленные неточностью определения фотоэффективности, интенсивности β-, γ-переходов и постоянной квантометра в сумме не превышают 15%. При определении выходов оста-

T		-					
	a	D.	1	u	11	n	1
			-	_	-		

337

Значения выходов фотоядерных реакций

Ne	Остаточное ядро	М вшень ⁶⁴ Ni, ^σ g экс., мбн	Мишень ⁵⁸ Ni, _{с у экс.} , мби	Тип выходов	$t_3 = \frac{N - Z}{2}$
1	"Co	0,83±0,04	and a state	1	4
2	*1Co	2,34+0,15	1 Sales States	C	3,5
3	*°Co	5,5±1	Caup Man Manager	I	3
4	58 Co	2,6±0,3	0,146+0,02	I	2
5	57 Co .	1,0±0,1	46,5 <u>+</u> 1	C	1,5
6	56Co	0,56±0,04	8,1±0,4	C	1
7	55Co	-	1,7±0,1	C	0,5
8	57Ni	0,29±0,03	17,2+1	' I	0,5
9	56 Ni	0,15+0.03	0,5+0,03	I	0
10	5º Fe	1,8+0,2		I	3,5
11	⁵² Fe	-	0,135±0,01	I	0
12	⁵⁶ Mn	1 <u>+</u> 0,05	4	C	3
13	54 Mn	1,6±0,2	3,8±0,4	I	2
14	52 Mn	0,47 <u>+</u> 0,64	1,36±0,1		
15	52m.Mn	0,2+0,03	0,85 <u>+</u> 0,07	C	
16	51Cr	1,1±0,1	3,45±0,3	C	1,5
17	4º Cr	0,063+0,006	0,67 <u>+</u> 0,03	C	0,5
18	48Cr	See - Aller	0,13 <u>+</u> 0,01	C	0
19	48 V	0,45+0,04	1,7±0,15	C	1
20	48 Sc		0,07+0,02	I	3
21	47 Sc	0,14+0,03		C	2,5
22	46 Sc	- 0,91+0,09	0,53+0,05	I	2
23	44m Sc	0,13+0,02	0,32±0,03	I	1
24	43 Sc	0,053+0,005	0,32+0,05	C	0,5
25	43K	0,09±0,009	0,011	I	2,5

точных ядер из мишени ⁶⁴Ni был учтен вклад образования этих изотопов из ⁵⁸Ni, примесь которого составляла 4,7% в мишени ⁶⁴Ni.

Обсуждение результатов

Из приведенных в табл. 1 результатов видно, что измерены выходы простых и сложных реакций расщепления. Сечения или выходы реакций с вылетом большого числа нуклонов обычно описываются при помощи каскадно-испарительной модели. Однако для исследуемой нами области энергий и используемых мишеней не существует расчетов фотоядерных реакций по этой модели.

В последнее время для расчетов выходов фотоядерных реакций расщепления обычно используется формула Рудстама

$$\sigma_q^R(Z, A) = \frac{\sigma P R^{2/3}}{1,79 (e^{PA_t} - 1)} \exp \left[PA - R/Z - SA + TA^{2/3/2}\right], \quad (1)$$

где $\sigma_q^R(Z, A)$ — выход остаточного ядра, A_t — массовое число ядрамишени, $\hat{\sigma}$, P, R, S и T—параметры, полученные методом подгонки в работе [11] на основе систематизации экспериментального материала по фотоядерным реакциям, $\hat{\sigma} = (-0.81 + 0.184 \ln E_{\text{Tmax}})$, $P = 7.66 A_t^{-0.89}$, $R = 11.8 (A_t - 1/P)^{-0.45}$, S = 0.486 и T = 0.00038, $Z_P = SA - TA^3$ есть вероятный заря.



Рис. 1. Распределение независимых выходов остаточных ядер Со по массовому числу; сплошная линия—расчет по формуле (1), пунктирная — по формуле (2).

На рис. 1 приведена зависимость выхода изотопов Со от их массового числа, которая наблюдается при фоторасщеплении мишени ⁶⁴Ni. При этом учтены и вклады кумулятивных процессов. На рис. 1 приведено также распределение выхода изотопов Со, рассчитанное по формуле Рудстама (сплошная кривая). Из рисунка видно, что экспериментальные точки смещены относительно кривой в сторону нейтроноизбыточных ядер.

На рис. 2 представлены зарядово-дисперсионные кривые, построенные согласно формуле (1), для ядер-мишеней ⁵⁸Ni, ⁶⁴Ni, ⁵⁵Mn и ⁵¹V. По осм абсцисс отложена разность вероятного заряда и заряда для продуктов реакций расщепления, по оси ординат — парциальные выходы. Экспериментальные точки соответствуют независимому выходу изотопов, где учтен вклад от β-распада. Из рис. 2 видно, что выходы подавляющего большинства остаточных ядер, третьи проекции изотопического спина t, которых близки к значениям $T_3 = (N_t - Z_t)/2$ для соответствующих ядер-мишеней ⁵⁸Ni, ⁶⁴Ni, ⁵⁵Mn и ⁵¹V, лежат выше кривой, рассчитанной по формуле (1). Наблюдаемые исключения из этого правила, по-видимому, связаны с оболочечными эффектами (например, ¹⁸Ni ⁵⁶ является дважды магическим ядром) и различными плотностями уровней ядер-продуктов, которые проявляются на стадии испарения [12].

На рис. З приведена зависимость отношения экспериментальных значений выхода одинаковых ядер из ${}^{58}Ni$ и ${}^{64}Ni$ от t_3 . Там же приведены те же отношения, рассчитанные по формуле (1). Как видно из рисунка, отношения экспериментальных данных (R) уменьшаются с увеличением t_3 , тогда как аналогичные отношения, рассчитанные по формуле (1), не зависят от t_3 и равны примерно 2,5.



Рис. 2. Зарядово-дисперсионные кривые остаточных ядер из мишеней ⁵⁸Ni и ⁸⁴Ni, ⁵⁵Mn и ⁵¹V [13]; сплошная линия—расчет по формуле (1), пунктирная — по формуле (2).

Зависимость отношения экспериментальных и расчетных значений выходов ядер-продуктов из мишеней ⁵⁸Ni и ⁶⁴Ni, ⁵¹V, ⁵⁵Mn, ⁴⁵Sc, ⁵⁹Co от разности (T_3 — t_3) приведены на рис. 4, откуда видно, что зависимость $J_{q \ 3KC}/J_q^R$ от (T_3 — t_3) можно аппроксимировать экспоненциальными кривыми, однако ход этих кривых для разных мишеней различен. Отношения $\sigma_{q \ 3KC}/\sigma_q^R$ для ядер-мишеней ⁴⁵Sc, ⁵¹V, ⁵⁵Mn и ⁵⁹Co были оценены на основе экспериментальных данных, полученных в работах [13—16]. Из рис. 4 следует, что значения $\sigma_{q \ 3KC}/\sigma_q^R$ с увеличением



Рис. 4. Зависимость отношения экспериментальных и расчетных выходов остаточных ядер из мишеней ⁵⁸Ni, ⁶⁴Ni, ⁵¹V, ⁵⁵Mn, ⁵⁹Co и ⁴⁵Sc от разности изотопических спинов ядер-мишеней и ядер-продуктов: кривая $a - \phi$ ункция 1,5 ехр ($T_3 - t_3$), кривая b - 10 ехр ($t_3 - T_3$), кривые с и d - 2,5 ехр ($T_3 - t_3$), кривая $e - \exp 0,44$ ($T_3 - t_3$), кривая $f - 1,2 \exp 0,082$ ($T_3 - t_3$); экспериментальные точки: О — настоящая работа, $\Delta - [13]$, - [14], $\times - [15]$, - [16],

 (T_3-t_3) растут для ядер ⁵⁹Ni и ⁴⁵Sc и уменьшаются для ядер ⁶¹Ni, ⁵¹V и ⁵⁵Mn. В случае ⁵⁹Co наблюдается слабая зависимость указанных вначений от (T_3-t_3) . По-видимому ход этих кривых связан со строением ядер-мишеней, а ядро ⁵⁹Co занимает промежуточное положение по отношению к этим ядрам.

Таким образом, подытоживая вышесказанное, можно заключить, что значения выходов ядер-продуктов в реакциях фоторасщепления зависят от изотопических спинов T_3 и t_3 . В формуле (1) эта зависимость не учтена. С этой целью в формулу Рудстама нами введен новый член, после чего формула (1) принимает вид

$$\sigma_q(A, Z) = \sigma_q^R(A, Z) \frac{A_i}{A} \{u \exp v (T_3 - t_3)\}.$$
⁽²⁾

Значения параметров и и v, полученные методом подгонки на ЭВМ БЭСМ-6, приведены в табл. 2.

Мишень	u	υ	χ^2/n		
64NI	5,0 <u>+</u> 0,2	-0,89+0,02	23,2		
⁵⁵ Mn	1,61±0,081	-0,51+0,043	2,7		
⁵¹ V	1,75±0,07	-0,87±0,041	3,8		
5º Co	0,78+0,033	0,082+0,03	10		
⁵⁸ Ni	1,667±0,046	0,688±0,04	2		
45 Sc	0,75 <u>+</u> 0,035	0,44+0,048	2		
and the second		A DESCRIPTION OF A DESC			

На рис. 1 и 2 наряду с кривыми, рассчитанными по формуле (1), приведены также кривые, полученные на основе новой формулы (2). Как следует из этих рисунков, учет нового члена улучшает согласие эксперимента с расчетом.

В заключение авторы выражают благодарность Г. А. Вартапетяну за интерес к работе и персоналу ускорителя Ереванского физического института за обеспечение хороших параметров пучка.

Ереванский государственный университет Ереванский физический институт

Поступила 15. XI. 1980

10 40

ЛИТЕРАТУРА

1. R. R. Korteling, A. A. Caretto. Phys. Rev., C1, 193 (1970).

2. B. Tracy et al. Phys. Rev., C5. 222 (1972).

3. P. David et al. Nucl. Phys., A 221, 145 (1974).

4. Л. Х. Батист н др. ЯФ, 25, 1140 (1977); ЯФ. 20, 850 (1974).

5. Б. Н. Беляев и др. Изв. АН СССР, сер. Физика, 42, 2292 (1978).

6. В. И. Богатин н др. ЯФ, 17, 9 (1973); ЯФ, 19, 32 (1974).

7. В. В. Авдейчиков и др. Сообщение ОИЯИ 1-7894, 1974.

- 8. Н. В. Гончаров в др. ЯФ, 19, 21 (1974).
- 9. В. М. Асатурян и др. ЯФ, 25, 1133 (1977).
- 10. Р. А. Бахшецян и др. Научное сообщение ЕФИ-146. 1975.
- 11. K. Lindgren, G. G. Jonsson. LUNP 7212, Phys. Scr., 15, 308 (1977).
- 12. В. С. Барашенков, В. Д. Тонаев. Взанмодействия высокоэнергетических частиц и атомных ядер с ядрами, М., 1972.
- 13. A. S. Danagullan et al. Nucl. Phys., A 285, 482 (1977).
- 14. G. J. Kumbartzki, U. Kim. Nucl. Phys., A 176, 23 (1971).
- 15. N. M. Bachschi et al. Nucl. Phys., A 264, 493 (1976).
- 16. V. D. Napoli et al. J. Inorg. Nucl. Chem., 40, 1.5 (1978).

ՏՈՏՈՄԻՋՈՒԿԱՅԻՆ ՌԵԱԿՑԻԱՆԵՐԻ ՈՒՍՈՒՄՆԱՍԻՐՈՒԹՅՈՒՆԸ ⁵⁸Ni ԵՎ ⁶⁴Ni ՀԱՐՍՏԱՑՎԱԾ ԻԶՈՏՈՊՆԵՐՈՒՄ

Ա. Ս. ԴԱՆԱԳՈՒԼՅԱՆ, Ս. Ս. ԴԱՆԱԳՈՒԼՅԱՆ, Ա. Հ. ԽՈՒԴԱՎԵՐԴՅԱՆ

Աշխատանջում բերված են նոր տվյալներ 58Ni և 64Ni Հարստացված իղոտոպների ֆոտո-«հեղջման վերաբերյալ։ Թիրախները շատագայթված են Երևանի էլեկտրոնային արագացուցիչի վրա 4,5 Գէվ մաջսիմալ էներգիա ունեցող արդելակման չ-շատագայթումով։ Ներմուծված ակտիվությունը չափված է Ge(Li) կիսաՀաղորդչային դետեկտորի օգնությամբ։ Փորձնական արդյունըների համեմատությունը Ռուդստամի կիսաէմպիրիկ բանաձևի հետ ցույց է տալիս ֆոտոնեղջման ռեակցիաների ելջերի սիստեմատիկ շեղում։ Ստացված է փորձնական և Հաշվված ելջերի Հարաբերության էջսպոնենցիալ կախվածություն թիրախ-միջուկի և մնացորդային միջուկների իղոտոպ սպինների երրորդ պրոեկցիաների տարբերությունից։ Ռուդստամի բանաձևը լրացված է նոր անդամով, որը բերում է տեսական և փորձնական արդյունըների լավ Համընկման։

INVESTIGATION OF PHOTONUCLEAR REACTIONS IN ENRICHED ⁵⁸Ni AND ⁶¹Ni NUCLEI

A. S. DANAGULIAN, S. S. DANAGULIAN, A. G. KHUDAVERDIAN

New results on the photospallation of enriched ⁵⁸Ni and⁶⁴Ni nuclei at maximum bremsstrahlung energy of 4,5 GeV are reported. The yields of residual nuclei were measured by means of the activation method using a Ge(Li) detector. The result⁵ were analyzed with the empirical Rudstam formula. Systematic displacement of experimental data on the spallation reactions yields with respect to the calculations was observed in the obtained results. The exponential dependence of the ratios of experimental yields to the calculated ones upon the difference of the third projection of isotopic spins of nuclei-targets and nuclei-products was obtained. To improve the fitting of calculated values to experimental data, a new term was introduced into the empirical Rudstam formula allowing for the exponential dependence of the spalla tion product yields.

ИОНИЗАЦИОННЫЕ ПОТЕРИ ЭНЕРГИИ БЫСТРОЙ ЗАРЯЖЕННОЙ ЧАСТИЦЫ В ПЛАСТИНАХ РАЗЛИЧНЫХ ТОЛЩИН

А. С. АМБАРЦУМЯН, Г. М. ГАРИБЯН, ЯН ШИ

Рассматривается зависимость полных потерь энергии быстрой заряженной частицы при пролете через пластину от лоренц-фактора заряда и толщины пластины. Особое внимание обращается на условия, при которых будет отсутствовать эффект плотности Ферми. Проводится сравнение с недавно выполненной экспериментальной работой.

Полные потери энергии заряженной частицы при равномерном пролете через пластину произвольной толщины, расположенную в вакууме, слагаются из потерь, обязанных собственному полю заряда в веществе данной пластины, или ионизационных потерь [1] и из дополнительных потерь, обязанных полям, возникающим из-за наличия границ пластины [2].

В настоящей работе обсуждается зависимость полных потерь (в области частот порядка атомных) от толщины пластины *a* и лоренц-фактора у заряженной частицы.

Начнем с пластины бесконечно большой толщины $(a \rightarrow \infty)$. Как известно [1], ионизационные потери в неограниченной среде (сюда входят и потери на черенковское излучение) в зависимости от γ после минимума сначала логарифмически растут, а затем выходят на плато (эффект плотно-



Рис. 1. Область значений $(a, lg \gamma)$, где зависимость потерь от γ имеет различный характер: A — минимум и логарифмический рост (формула (1)); B — плато Фермия (формула (2)); C — область более резкой γ -зависимости; D — логарифмический рост (формула (6)).

сти Ферми). А именно, при скоростях U частицы, не близких к скорости света с в вакууме (рис. 1, область А), потери* определяются формулой

$$W_0 = -\frac{\omega_p^2 e^2 a}{v^2} \left(\ln \frac{v \, x_0 \gamma}{\omega} - \frac{\beta^2}{2} \right), \qquad (1)$$

где $\omega_p = (4 \pi n e^2/m)^{1/2}$ — плазменная частота вещества, χ_0^{-1} — то минимальное расстояние, до которого применима макроскопическая элект-

• Эдесь и в дальнейшем под потерями энергии мы подразумеваем работу сил поля над зарядом.

LSP MULLUL "Unitera Mall mill ho

343

1142-2

родинамика, $\beta = v/c$, ω — некоторая средняя атомная частота [1], оп ределяемая соотношением

$$\ln \overline{\omega} = \frac{2}{\pi \omega_{p}^{2}} \int_{0}^{\omega} \left| \operatorname{Im} \left(\frac{1}{\varepsilon (\omega)} \right) \right| \ln \omega \, d\omega,$$

ε(ω) — диэлектрическая проницаемость.

При скоростях же v, достаточно близких к с (точнее, при $\gamma \gg 1$, рис. 1, область В), указанные потери (в бесконечной среде) определяются формулой

$$W_{0(\tau+\tau)} = -\frac{\omega_{\rho}^2 e^2 \alpha}{c^2} \ln \frac{x_0 c}{\omega_{\rho}}$$
(2)

(плато Ферми). Если мы хотим учесть и близкие соударения, то в вышеприведенных формулах под знаком логарифма необходимо сделать замену $\kappa_0 \rightarrow (2m E_1)^{1/2}$, где E_1 — максимальная энергия, передаваемая при соударении, m — масса электрона.

При конечной толщине пластины возникают дополнительные потери, которые можно трактовать как потери, слагающиеся из потерь на переходное излучение, имеющее достаточно широкий частотный спектр, и из поправок к ионизационным потерям, сосредоточенных в основном в области атомных частог. При этом образовавшееся переходное излучение может затем поглотиться в пластине на атомных частотах, как бы увеличивая тем самым ионизационные потери.

В работе [2], а затем в [3, 4] изучались полные потери в пластинах конечной толщины. В этих работах было показано, что при толщине пластины

$$a \ll a_{\kappa p},$$
 (3)

где $a_{\rm Kp} \sim (c/\omega)$ іпу (более точно см. ниже), дополнительные потери таковы, что полностью устраняют эффект плотности Ферми, т. е. потери будут все время расти с ростом у. Для выявления этого эффекта в [2—4] дополнительные потери разлагались в ряд по толщине пластины а. Оказалось, что при $\gamma \gg 1$ линейный по а член имеет отрицательный знак (т. е. он соответствует именно потерям энергии) и определяется формулой

$$W_{(1)} = -\frac{\omega_p^2 e^2 \alpha}{c^2} \left(\ln \frac{\omega_p \gamma}{\overline{\omega}_1} - \frac{\beta^2}{2} \right), \qquad (4)$$

где

$$\ln \overline{\omega}_{1} = \frac{2}{\pi \omega_{p}^{2}} \int_{0}^{\pi} \omega \operatorname{Im} \varepsilon (\alpha) \ln \omega \, d\omega.$$
 (5)

В сумме с потерями, определяемыми формулой (2), полные потери энергии оказываются логарифмически растущими с γ (рис. 1, область D):

$$W = -\frac{\omega_{\rho}^2 e^3 \alpha}{c^3} \left(\ln \frac{x_0 c \gamma}{\bar{\omega}_1} - \frac{\beta^3}{2} \right)$$
 (6)

Заметим, что эта формула отличается от (1) только определением средней частоты.

Член же, пропорциональный а², оказывается положительным^{*}, т. е. он уменьшает линейный член:

$$W_{(2)} = \frac{\pi \omega_p^4 e^2 a^2}{4 v^3 \overline{\Omega}}, \qquad (7)$$

$$\overline{\Omega} = \frac{\pi \omega_0^4}{4} \bigg| \int_0^{\infty} \int_0^{\infty} \frac{xy}{x+y} \operatorname{Im} \left(\varepsilon \left(x\right)\right) \operatorname{Im} \left(\varepsilon(y)\right) dx dy \bigg]^{-1}.$$

Отношение величин (7) и (4) есть

$$\left|\frac{W_{(2)}}{|V_{(1)}}\right| = \frac{a}{a_{\mathrm{KP}}},\tag{8}$$

где

$$a_{\kappa p} = \frac{4 c \overline{\Omega}}{\pi \omega_p^2} \left(\ln \frac{\omega_p \gamma}{\overline{\omega}_1} - \frac{1}{2} \right).$$
(9)

График зависимости $a_{\rm кр}$ от γ для различных веществ приведен на рис. 2. В таблице приведены значения ω_p , $\overline{\omega_i}$ и $\overline{\Omega}$ для этих веществ, вычисленные согласно [5].



Формулы (4) и (7) относятся к случаю перпендикулярного влета частицы в пластину. В случае же, когда частица влетает в пластину под произвольным углом ψ, имеют место формулы, аналогичные (4) и (7), в которых роль толщины а играет длина пути, пройденного частицей внутри пластины, a/cosψ (подробно см.[6]).

Из сказанного видно, что при выполнении условия (3) квадратичным членом можно пренебречь по сравнению с линейным. Но чем хуже выполняется это условие, тем больше роль квадратичного члена. При $a \sim a_{\rm kp}$ он

^{*} Из-за наличия переходного излучения этот член имеет и отрицательные части, но они малы и ими можно пренебречь при больших у.

компенсирует линейный член. Строго говоря, это означает, что само разложение в ряд по степеням а становится уже неправомерным.

При $a \gg a_{\rm кр}$ и $\gamma \gg 1$ ионизационные потери не зависят от γ (см. (2)). Что же касается поглотившегося в пластине на атомных частотах переходного излучения, то его энергия [7] по порядку величины может быть оценена на основе формулы

$$W_{\rm nep} \sim \frac{e^2}{c} \Delta \omega \ln \gamma, \qquad (10)$$

где $\Delta \omega$ — некоторый эффективный интервал атомных частот, определяемый в основном сильным поглощением в ультрафиолетовой области частот (см., например, [8]). Поэтому величина $\Delta \omega$ будет иметь порядок нескольких десятков или сотни эВ. Из (2) и (10) следует, что

$$\frac{|\overline{W}_{\text{nep}}|}{|\overline{W}_0|} \sim \frac{c\Delta\omega\ln\gamma}{a\omega_p^2} \sim \alpha \frac{a_{\text{KP}}}{a},$$

где $\alpha \sim \Delta \omega / \omega_p$ — некоторый числовой коэффициент порядка нескольких единиц. При $a \gg \alpha a_{\kappa p}$ роль поглотившегося на атомных частотах переходного излучения мала и потери, локализовавшиеся в среде, практически не зависят от γ (рис. 1, область B).

Обратимся теперь к кривой зависимости потерь от величины γ при заданной толщине пластины *а*. Поскольку величина $a_{\rm кр}$ зависит от γ (см. (9)), то одна и та же пластина может быть «толстой» или «тонкой» в зависимости от того, $\gamma \ll \gamma_{\rm кр}$ или $\gamma \gg \gamma_{\rm кр}$, где

$$\gamma_{\kappa p} = \frac{\omega_1}{\omega_p} \exp\left(\frac{\pi \omega_p^2 a}{4 c \overline{\omega}} + \frac{1}{2}\right). \tag{11}$$

При $\gamma \ll \gamma_{\kappa p}$ (рис. 1, области A и B) потери определяются формулой (1) или (2), а при $\gamma \gg \gamma_p$ (рис. 1, область D) — формулой (6). В области же $\gamma \sim \gamma_{\kappa p}$ (рис. 1, область C) имеет место, очевидно, плавный переход между этими формулами. Зависимость полных потерь от γ , нормированных на величину потерь на плато Ферми, приведена на рис. 3 (в качестве ве-



Рис. 3. Зависимость полных потерь W_0 , нормированных на потери на плато Ферми, от $\gamma : a_1 = 10^{-5}$ см, $\gamma_{KP}(a_1) = 55$; $a_2 = 2 \cdot 10^{-5}$ см, $\gamma_{KP}(a_2) = 5,5 \cdot 10^2$; $a_3 = 3 \cdot 10^{-5}$ см, $\gamma_{KP}(a_3) = 5,5 \cdot 10^3$.

щества взят кремний). Из рисунка видно, что в промежуточной области $\gamma \sim \gamma_{\rm kp}$ зависимость потерь является более резкой, чем логарифмическая, которая определяется формулой (6), так как не зависящие от γ потери (при

 $\gamma \ll \gamma_{\kappa p}$) должны в области $\gamma \sim \gamma_{\kappa p} \ll$ дорасти» до логарифмической γ -зависимости, имеющей место при $\gamma \gg \gamma_{\kappa p}$.

Формула (6) переходит в формулу (1) при значении у порядка 10. Поэтому при

 $\frac{\overline{\Omega} c}{\omega_p^2} \sim \alpha' \, \hbar_{\rm ar}$

 $(\alpha' - число порядка нескольких единиц, <math>\pi_{ar} - длина волны порядка атом$ $ных частот, например, <math>10^{-5} - 10^{-6}$ см) кривая зависимости потерь от γ не имеет постоянного участка (отсутствует плато).

Эффект, предсказанный в [2], затем был исследован экспериментально в работах [9], в которых наблюдались ионизационные потери электронов с энергией от 20 до 86 МэВ, в пленках полистирола различных толщин. При этом оказалось, что в пленках с толщиной ~ 10^{-3} см потери с ростом у не увеличивались, а в пленках с толщиной ~ $10^{-6} - 10^{-5}$ см они росли логарифмически. Правда, в работах [9] проводились не абсолютные измерения потерь, а только относительные. Абсолютные измерения потерь были проведены недавно в работе [10]. К сожалению, авторы [10] исследовали потери в кремниевой пластине с толщиной, равной 100 мкм (10^{-2} см), в которой эффект логарифмического роста потерь (при имеющихся на ускорителях энергиях электронов) с ростом у не должен наблюдаться из-за большой толщины пластины. Из формулы (11) следует, что при такой толщине пластины $\gamma_{к0} \gtrsim 10^{5000}$ (см., однако, [10, 11]).

Отметим, что в работе [11] в качестве требования для существования эффекта плотности приводится следующее ограничение на толщину пластины: $a > c\gamma/\omega_p$. На самом деле это требование является условием образования квантов переходного излучения во всей области частот вплоть до граничной, равной $\omega_p\gamma$. В ионизационные же потери основной вклад вносят кванты с частотами порядка атомных.

В заключение остановимся на вопросе о влиянии многократного рассеяния на ионизационные потери. Ионизационные потери, так же как и потери на черенковское и переходное излучения, имеют в своей основе механизм электрической поляризации вещества. Наиболее быстрый механизм установления такой поляризации — электронный [1]. Его время релаксации — порядка атомных времен ($\sim a/v$, a — размеры атома, v — скорость атомных электронов), т. е. $\sim 10^{-16}$ с (для не очень тяжелых элементов). Если это время много меньше времени между столкновениями быстрой частицы с ядрами вещества в процессе многократного рассеяния, то влиянием многократного рассеяния на ионизационные процессы можно пренебречь. Известно, что время между столкновениями, например, для кремния — порядка 10^{-9} с ([12], стр. 34), т. е. такое влияние не имеет места. Однако надо иметь в виду, что многократное рассеяние приводит к возникновению тормозного излучения [13]. Если в условиях эксперимента это излучение будет поглощено, то его вклад в общие потери следует учесть.

Ереванский физический институт

Поступила 10. III. 1981

литература

- 1. Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц. Электродинамика сплошных сред, Изд. Наука, М., 1957, гл. XII.
- 2. Г. М. Гарибян. ЖЭТФ, 37, 527 (1959).
- 3. Г. М. Гарибян, М. М. Мурадян. Изв. АН АрмССР, Физика, 1, 310 (1966); Изв. ВУЗ, Раднофизика, 12, 1362 (1969).
- 4. Г. М. Гарибян, М. П. Лорикян. ДАН АрмССР, 40, 21 (1965).
- 5. R. M. Sternheimer. Phys. Rev., 88, 851 (1952); 145, 247 (1965).
- 6. А. С. Амбариумян, А. Л. Авакян, Ян Ши. Изв. АН АрмССР, Физика, 15, 421 (1980).
- 7. Г. М. Гарибян, Г. А. Чаликян. ЖЭТФ, 35, 1281 (1958); Изв. АН АрмССР, сер. физ.-мат. наук, 12, 49 (1959).
- А. Н. Зайдель, Е. Я. Шрейдер. Вакуумная спектроскопия и се применение, Изд. Наука, М., 1976.
- 9. А. И. Алиханян и др. ЖЭТФ, 44, 1122 (1963); 46, 1212 (1964).
- 10. W. Oegle et at. Phys. Rev. Lett., 40, 1243 (1978).
- 11. W. Oegle. LASL Report, LA-UR-76-1398.
- 12. C. Bricman et al. Phys. Lett., 75B, No 1 (1978).
- 13. Л. Д. Ландау, И. Я. Померанчук. ДАН СССР, 92, 535, 735 (1953).
 - А. Б. Мигдал. ДАН СССР, 96, 49 (1954).
 - М. Л. Тер-Микаелян. ДАН СССР, 96, 1033 (1954).
 - Г. М. Гарибян, Ян Ши. ЖЭТФ, 70, 1627 (1976).
 - Л. А. Варданян, Г. М. Гарибян, Ян Ши. Изв. АН АрмССР, Физика, 11, 329 (1976).

ԼԻՑՔԱՎՈՐՎԱԾ ԱՐԱԳ ՄԱՍՆԻԿԻ ԻՈՆԻԶԱՑԻՈՆ ԿՈՐՈՒՍՏՆԵՐԸ ՏԱՐԲԵՐ ՀԱՍՏՈՒԹՅԱՆ ԹԻԹԵՂՆԵՐՈՒՄ

Ա. Ս. ՀԱՄԲԱՐՉՈՒՄՑԱՆ, Գ. Մ. ՂԱՐԻԲՑԱՆ, ՑԱՆ ՇԻ

Դիտարկվում է լիցքավորված արադ մասնիկի էննրդիայի լրիվ կորուստները՝ կախված մասնիկի լորենց-ֆակտորից, տարբեր հաստության թիթեղների դեպքում։ Հատուկ ուշադրություն է դարձվում այն պայմաններին, որոնց դեպքում թիթեղում բացակայում է ֆերմիի խառության էֆեկտը։ Տեսական արդյունքները համեմատվում են վերջերս ստացված փորձնական տվյալների հետու

IONIZATION LOSSES OF A FAST PARTICLE IN PLATES OF DIFFERENT THICKNESSES

A. S. AMBARTSUMIAN, G. M. GARIBIAN, C. YANG

The dependence of total energy losses (in the frequency region of the order of atomic ones) on both the thickness of a plate and the Lorentz-factor of the charged particle is discussed. Special attention is given to the conditions under which the effect of Fermi density in the plate is absent. The obtained results are compared with recent experimental data.

ТЕОРИЯ ИЗЛУЧЕНИЯ ЗАРЯЖЕННОЙ ЧАСТИЦЫ, ДВИЖУЩЕЙСЯ ПО НЕРЕГУЛЯРНО-ПЕРИОДИЧЕСКОЙ ТРАЕКТОРИИ

Л. А. ГЕВОРГЯН, Н. А. КОРХМАЗЯН

Построена теория излучения заряженной частицы, движущейся по произвольной нерегулярно-периодической гладкой траектории в изотропной среде. Найдено общее выражение для частотно-углового распределения средней интенсивности излучения. Рассмотрен случай гауссовского распределения нерегулярностей. Получения формула для спектрального распределения средней интенсивности излучения может быть использована, например, при изучения шероховатостей поверхности металлических пленок.

Задача об излучении заряженной частицы, движущейся по нерегулярно-периодической траектории, представляет интерес, поскольку в реальных условиях всегда имеются отклонения от идеальной периодичности движения [1]. Вопрос об излучении частицы, движущейся по слабо-нерегулярной периодической траектории, был рассмотрен ранее [2, 3]. Несомненно, интересен также случай, когда частица движется по произвольно-нерегулярной периодической траектории, что может иметь место, например, при скользящем пролете пучка частиц над шероховатой поверхностью металлических пленок.

1. Спектральное распределение в дипольном приближение

Пусть частица с массой *m* и зарядом е при движении вдоль оси *z* со скоростью $\beta_{\parallel}c$ находится в поперечном переменном поле и под его действием совершает колебательное движение со случайным полупериодом *T*/2. Согласно условию дипольности $(\beta_{\perp}/\beta_{\parallel} \ll \gamma_{\parallel}^{-1}, \beta_{\perp}c$ — максимальное значение поперечной скорости, а $\gamma_{\parallel} == (1 - \beta_{\parallel}^2)^{-1/2}$ — лоренц-фактор частицы), траектория частицы моделируется законом изменения поля. Траекторию частицы представим в виде гладко сшитых ($n \gg 1$) отрезков синусоид.

Тогда для плотности частотно-углового распределения средней интенсивности излучения имеем [1]

$$\left\langle \frac{dW}{d\zeta dOdz} \right\rangle = K \frac{\zeta^2}{2\pi\eta^4} \frac{\beta_{\parallel} \sqrt{\epsilon}}{\alpha} I, \qquad (1)$$
$$I = H + \operatorname{Re}\left(\sigma h^2\right),$$

- anial

349

где $\varepsilon(\omega)$ — диэлектрическая проницаемость среды,

$$H = \frac{1}{2} \langle R^{2}(\tau) \rangle, \ \mathbf{h} = \langle \mathbf{R}(\tau) e^{i \mathbf{x}(\tau)} \rangle,$$

$$R(\tau) = \eta^{2}\tau (A\tau + B) \frac{\sin x(\tau)}{x(\tau)}, \tau = T/\langle T \rangle,$$

$$A = \frac{\zeta}{\alpha} \beta_{\parallel}^{2} \varepsilon \sin^{2} \vartheta \cos \varphi (i \sin \varphi - j \cos \varphi), |$$

$$B = \beta_{\parallel} \sqrt{\varepsilon} (j \cos \vartheta - k \sin \vartheta \sin \varphi),$$

$$\eta = \zeta (1 - \beta_{\parallel} \sqrt{\varepsilon} \cos \vartheta)/a, \quad \alpha = 1 - \beta_{\parallel} \sqrt{\varepsilon},$$

$$\zeta = \alpha \omega/\Omega, \quad \Omega = 2\pi/\langle T \rangle,$$

$$\sigma = \sigma_{1} - \sigma_{n}/n, \quad \sigma_{k} = (1 - \chi^{k})/(1 - \chi)^{2},$$

$$\chi = \langle \exp[2ix(\tau)] \rangle, \quad x(\tau) = \frac{\pi}{2} (\eta\tau - 1),$$

$$K = \left(\frac{\pi\beta_{\perp}e}{\beta_{\parallel}\sqrt{\varepsilon}\alpha l}\right)^{2} = \left(\frac{\pi eq}{\beta_{\parallel}\sqrt{\varepsilon}\alpha l\gamma_{\parallel}}\right)^{2}, \quad q = \frac{eFl}{2\pi mc^{2}}.$$

(2)

(5)

Эдесь уголковые скобки означают усреднение по случайным полупериодам, $dO = \sin \vartheta \, d\vartheta \, d\varphi$ — телесный угол излучения, ϑ , φ — направляющие углы излученного кванта, ω — частота кванта, **i**, **j**, **k** — орты вдоль координатных осей, $l = \beta_{\parallel} c < T >$ — средний пространственный период движения. F — средняя амплитуда напряженности поля, под воздействием которого происходит колебание частицы.

2. Случай гауссовского распределения нерегулярностей

Пусть случайная величина т распределена по нормальному закону Гаусса:

$$f(\tau) = \frac{1}{\sqrt{\pi\Delta}} \exp\left[-(\tau - 1)^2/\Delta\right], \qquad (3)$$

где $\Delta = 2$ ($<\tau^2 > -1$) — степень нерегулярности движения.

В результате усреднения по распределению (3) для H и h будем иметь

$$H = \sum_{k, p=-1}^{1} D_k D_p G_{kp}, \quad h = \sum_{k=-1}^{1} D_k g_k,$$

$$D_{-1} = \frac{4}{\pi^2} A, \quad D_0 = \frac{2}{\pi} (2 A + \eta B), \quad D_1 = (A + \eta B),$$
(4)

где

$$G_{kp} = G_{pk} = \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{\infty} f(\tau) \frac{\sin^2 x(\tau)}{x^{k+p}(\tau)} d\tau,$$

$$g_{k} = \int_{-\infty}^{\infty} f(\tau) \frac{\sin x(\tau)}{x^{k}(\tau)} e^{ix(\tau)} d\tau.$$

При вычислении интегралов в (5) учитываются следующие соотношения [5]:

$$\Phi(a, b, z) = \Phi(a+1, b, z) - \frac{z}{b} \Phi(a+1, b+1, z),$$

$$\Phi\left(\frac{1}{2}, \frac{3}{2}, z^{2}\right) = e^{z^{2}} \frac{w(z)}{z},$$

$$w(z) = U + iV = \int_{0}^{z} e^{t^{2} - z^{2}} dt, \quad t = x + iy,$$
(6)

где $\Phi(a, b, z)$ — вырожденная гипергеометрическая функция, а w(z) — нечетная функция (причем $w(z^*) = w^*(z)$).

Вычисления для G кр дают

$$G_{-1-1} = \frac{y^2}{4} \left[\frac{1-C_1}{2} (1+x^2) + y (C_1 y + 2 s_1 x) \right],$$

$$G_{-10} = -\frac{y}{2} \left[\frac{1-C_1}{2} x + \frac{s_1}{2} y \right],$$

$$G_{-11} = G_{00} = \frac{1-C_1}{4}, \quad G_{01} = -\frac{Q_2}{2y},$$

$$G_{11} = \frac{1}{y^2} \left[Q_2 x + Q_1 y - \frac{1-C_1}{2} \right].$$
(7)

Для $g_k = b_k + id_k$ получаем

$$b_{-1} = y \left[\frac{C_1}{2} y + \frac{s_1}{2} x \right], \quad d_{-1} = y \left[\frac{1 - C_1}{2} x + \frac{s_1}{2} y \right],$$

$$b_0 = -\frac{s_1}{2}, \qquad d_0 = \frac{1 - C_1}{2},$$

$$b_1 = -\frac{Q_1}{y}, \qquad d_1 = -\frac{Q_3}{y},$$
(8)

где

$$x = (1 - \eta)/\eta \sqrt{\Delta}, \quad y = \pi \eta \sqrt{\Delta}/2,$$

$$C_{k} = \exp(-ky^{2})\cos 2 kxy, \quad s_{k} = \exp(-ky^{2})\sin(2 kxy), \quad (9)$$

$$Q_{1} = C_{1}V - s_{1}U, \quad Q_{2} = w(x) + s_{1}V - C_{1}U.$$

Подставляя (7) и (8) в (4), с учетом (9) получаем значения H и h. Найдем теперь значение второго слагаемого, входящего в (1). После усреднения по распределению (3) для х имеем

$$\chi = C_1 - is_1. \tag{10}$$

При этом для $\sigma_k = \sigma'_k + \sigma'_k$ получаем

$$\sigma'_{k} = \frac{(1 - C_{k}) p + 2 s_{1} s_{k} (1 - C_{1})}{R^{2}},$$

$$\sigma'_{k} = \frac{s_{k} p - 2 s_{1} (1 - C_{1}) (1 - C_{k})}{R^{2}},$$
 (11)

$$R = (1 - C_1)^2 + s_1^2, \quad \rho = (1 - C_1)^2 - s_1^2.$$

Легко убедиться,

$$\operatorname{Re}(\sigma h^{2}) = \sum_{k, p=-1}^{1} D_{k} D_{p} \left(R_{kp}^{(1)} - \frac{1}{n} R_{kp}^{(n)} \right), \qquad (12)$$

где

$$R_{kp}^{(r)} = R_{pk}^{(r)} = (b_k b_p - d_k d_p) \sigma_r - (b_k d_p + b_p d_k) \sigma_r.$$
(13)
Подстановка (11) и (8) в (13) для $R_{kp}^{(1)}$ дает

$$R_{-1-1}^{(1)} = -\frac{y^2}{4} \left[\frac{1-C_1}{2} x^2 + 2 s_1 x y + \left(1 + C_1 - \frac{1-C_1}{R} \right) y^2 \right],$$

$$R_{-10}^{(1)} = -G_{-10}, \quad R_{00}^{(1)} = -G_{00}, \quad R_{01}^{(1)} = -G_{01},$$
(14)

$$R_{-11}^{(1)} = -\frac{y}{2} \left[\left(1 - \frac{1 - C_1}{R} \right) Q_1 + \left(\frac{x}{y} + \frac{s_1}{R} \right) Q_2 \right],$$

$$R_{11}^{(1)} = \frac{1}{y^2} \left[\frac{1 - C_1}{R} (Q_1^2 - Q_2^2) - \frac{2s_1}{R} Q_1 Q_2 \right].$$

Для $R_{kp}^{(n)}$ имеем

$$\begin{split} R_{-1-1}^{(n)} &= -\frac{y^2}{2} \bigg[\frac{(1-C_n)p + 2s_1s_n(1-C_1)}{2R} (\Gamma_1^2 - \Gamma_2^2) + \\ &+ \frac{2s_1(1-C_1)(1-C_n) - s_np}{R} \Gamma_1\Gamma_2 \bigg], \\ R_{-10}^{(n)} &= \frac{y}{2} \bigg[\frac{1-C_n}{2} x + \frac{s_n}{2} y + \frac{s_1(1-C_n) - s_n(1-C_1)}{2R} \bigg], \\ R_{-10}^{(n)} &= -\frac{y}{2} \bigg[\frac{(1-C_n)N_1 - s_nN_2}{R} Q_1 + \frac{s_nN_1 + (1-C_n)N_2}{R} Q_2 \bigg], \quad (15) \\ R_{01}^{(n)} &= -\frac{1-C_n}{4}, \\ R_{01}^{(n)} &= \frac{1}{2y} \bigg[\frac{s_1(1-C_n) - s_n(1-C_1)}{R} Q_1 + \frac{(1-C_1)(1-C_n) + s_1s_n}{R} Q_2 \bigg], \\ R_{11}^{(n)} &= \frac{1}{y^2} \bigg[\frac{(1-C_n)p + 2s_1s_n(1-C_1)}{R^2} (Q_1^2 - Q_1^2) + \\ &+ 2\frac{s_np - 2s_1(1-C_1)(1-C_n)}{R^2} Q_1 Q_2 \bigg], \end{split}$$

где

R

$$\Gamma_1 = (1 - C_1)x + s_1y, \quad \Gamma_2 = s_1x + C_1y,$$

115

$$N_1 = s_1 \frac{x}{y} - C_1 + \frac{2 s_1^2}{R}, \ N_2 = (1 - C_1) \frac{x}{y} - s_1 + \frac{2 s_1 (1 - C_1)}{R}$$

Таким образом, для I будем иметь

$$V = \sum_{k, p=-1}^{1} \mathbf{D}_{k} \mathbf{D}_{p} \left[L_{kp} - \frac{1}{n} R_{kp}^{(n)} \right], \qquad (16)$$

где

$$L_{kp} = L_{pk} = G_{kp} + R_{kp}^{(1)}, \quad L_{k0} = 0.$$
 (17)

Для достаточно больших п имеем

$$I = \sum_{k, p=-1}^{1} \mathbf{D}_{k} \mathbf{D}_{p} L_{kp}.$$
 (18)

3. Слабо-нерегулярное периодическое движение ($\Delta \ll 1$)

Анализ показывает, что существенный вклад в L_{kp} вносят лишь малые значения параметра х($\eta \simeq 1$). При втом мал также параметр y. Так как при $|z| \ll 1$ имеем

$$w(z) \simeq z, \quad U \simeq x, \quad V \simeq y, \quad w(x) \simeq x, 1 - C_1 \simeq y^2, \quad s_1 \simeq 2 x y, \quad R \simeq y^2 (y^2 + 4 x^2),$$
(19)
$$Q_1 \simeq y, \quad Q_2 \simeq x y^2 \ll Q_1,$$

то оказывается, что в (18) можно оставить только член с сомножителем L_{11} , причем в L_{11} основным является слагаемое

$$\psi(\eta, \delta) = \frac{(1-C_1)Q_1^2}{y^2 R} \simeq \frac{\delta}{\pi[(1-\eta)^2 + \delta^2]}, \ \delta = \frac{\pi}{4}\Delta.$$
 (20)

Поэтому для плотности частотного распределения средней интенсивности излучения будем иметь выражение

$$\left\langle \frac{dW}{d\zeta dz} \right\rangle = K \int_{\zeta}^{\gamma} F(\zeta, \eta) \psi(\eta, \delta) d\eta, \qquad (21)$$

где

$$\begin{aligned} \mathbf{v} &= (1 + \beta_{\parallel} \sqrt{\epsilon}) / (1 - \beta_{\parallel} \sqrt{\epsilon}), \\ F(\zeta, \eta) &= \frac{\zeta}{2 \pi \eta^{4}} \int_{c}^{2\pi} D_{i}^{2} d\varphi = \\ &= \frac{\zeta}{2 \eta^{4}} \left\{ \left[(1 + \beta_{\parallel} \sqrt{\epsilon}) \zeta - \eta \right]^{2} + \beta_{\parallel}^{3} \epsilon \eta^{2} \right]. \end{aligned}$$

$$(22)$$

Поскольку ψ является δ -образной функцией, то $F(\zeta, \eta)$ можно вынести из-под знака интеграла в точке $\eta = 1$. Тогда, с точностью до малых порядка δ , окончательно получаем

$$\left\langle \frac{dW}{d\zeta dz} \right\rangle = KF(\zeta) \varphi(\zeta, \delta),$$

где

$$F(\zeta) = \frac{\zeta}{2} \left\{ \left[(1 + \beta_1 \sqrt{\epsilon}) \zeta - 1 \right]^2 + \beta_1^2 \epsilon \right],$$

$$P(\zeta, \delta) = \int_{0}^{\sqrt{\zeta}} \psi(\eta, \delta) \, d\eta = \frac{1}{\pi} \left[\operatorname{arctg} \frac{\sqrt{\zeta} - 1}{\delta} + \operatorname{arctg} \frac{1 - \zeta}{\delta} \right].$$

В случае, когда релятивистская частица движется в вакууме, имеем [2]

$$\left\langle \frac{dW}{d\zeta dz} \right\rangle = KF_{0}(\zeta) \varphi_{0}(\zeta, \delta),$$

$$F_{0}(\zeta) = \zeta (2\zeta^{2} - 2\zeta + 1), \qquad (24)$$

$$\varphi_{0}(\zeta, \delta) = \frac{1}{2} + \frac{1}{\pi} \arctan \frac{1-\zeta}{\delta}.$$

В предельном случае строго периодического движения выражение (22) переходит в известную формулу для частотного распределения интенсивности рентгеновского ондуляторного излучения [5].

Ереванский физический институт Армянский педагогический институт им. Х. Абовяна

Поступила 21. І. 1981

(23)

ЛИТЕРАТУРА

- А. А. Геворіян, Н. А. Корхмазян. Труды Международного симпознума по переходному излучению частиц высоких энергий, Ереван, ЕФИ, 1977, стр. 434.
- 2. Л. А. Геворіян, Н. А. Корхмазян. ЖТФ, 64, 2481 (1979).
- 3. Л. А. Геворгян, Н. А. Корхмавян. Изв. АН АрмССР, Физика, 14, 235 (1979).
- 4. И. С. Градштейн, И. М. Рыжик. Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений. Изд. Наука, М., 1971.
- 5. H. A. Корхмавян. Изв. АН АрмССР, Физика, 8, 405 (1973).

ԱՆԿԱՆՈՆ–ՊԱՐԲԵՐԱԿԱՆ ՀԵՏԱԳԾՈՎ ՇԱՐԺՎՈՂ ԼԻՑՔԱՎՈՐՎԱԾ ՄԱՍՆԻԿԻ ՃԱՌԱԳԱՑԹՄԱՆ ՏԵՍՈՒԹՅՈՒՆԸ

լ. Ա. ԳԵՎՈՐԳՅԱՆ, Ն. Ա. ՂՈՐԽՄԱԶՅԱՆ

Աշխատանքում դիտարկվում է իզոտրոպ միջավայրում կամայականորեն պարբերական անկանոն ողորկ հետագծով շարժվող լիցքավորված մասնիկի ճառագայթման խնդիրը։ Ստացված է բանաձև ճառագայթման միջին ինտենսիվության հաճախաանկյունային բաշխման համար հետագծի անկանոնությունների գաուսյան բաշխման դեպքում։ Բանաձևը կիրառելի է մետաղական մակերևույթների անհարթությունների ուսումնասիրման, համար։

THEORY OF RADIATION FROM A CHARGED PARTICLE MOVING ALONG AN IRREGULARLY PERIODICAL TRAJECTORY

L. A. GEVORGYAN, N. A. KORKHMAZYAN

The formation of radiation from a charged particle moving along an arbitrarily irregular smooth trajectory in an isotropic medium is considered. An expression was obtained for the frequency-angular distribution of the mean intensity of radiation at the Gaussian distribution of irregularities. This formula may be used for the investigation of surface roughnesses of metals.

ПОДВИЖНОСТЬ НОСИТЕЛЕЙ ЗАРЯДА В ОЧЕНЬ ЧИСТЫХ ПОЛУПРОВОДНИКАХ С ДИСЛОКАЦИЯМИ

к. О. КЕЧЕЧЯН, А. А. КИРАКОСЯН

Методом, развитым Фуджитой с соавторами при вычислении проводимости и учитывающим квазичастичные эффекты, выведено выражение для подвижности в очень чистом дислокационном полупроводнике. Получено хорошее согласже с экспериментальными данными.

Вычисление кинетических коэффициентов методом кинетического уравнения Больцмана предполагает рассеяние носителей заряда на одном центре. Тем самым пренебрегается влиянием всех остальных центров рассеяния, т. е. конечностью времени жизни носителя в данном квантовом состоянии [1]. В очень чистых полупроводниках, когда концентрация носителей мала ($n \lesssim 10^{13}$ см⁻³). а радиус экранировки соответственно не мал, учет квазичастичных эффектов становится принципиально необходимым.

Учет квазичастичных эффектов в очень чистых полупроводниках особенно важен при вычислении подвижности носителей, обусловленной рассеянием на дислокациях. Дело в том, что из-за сильно дальнодействующего характера поля дислокации электрон (дырка) движется в усредненном поле практически всех дислокаций. Проведенный Педером [1, 2] расчет в рамках обычной теории Больцмана дает для подвижности значение, завышенное по сравнению с экспериментальным почти в два раза. Более удовлетворительное совпадение с экспериментальным почти в два раза. Более удовлетворительное совпадение с экспериментом можно получить с помощью теории, учитывающей конечность времени жизни носителей при вычислении кинетических коэффициентов. Такая теория последовательно развита Фуджитой с соавторами в работах [3—5] для электрон-примесных систем с помощью разложения по связным диаграммам формулы Кубо для проводимости.

В настоящей работе в рамках вышеупомянутого формализма вычислена подвижность носителей в полупроводниках с параллельными краевыми дислокациями. Такая ситуация реализуется при рождении дислокаций в результате пластического изгиба кристалла [1].

Рассмотрим рассеяние носителей заряда на краевой дислокации, потенциал которой в модели «болтающихся» связей имеет вид [6]

$$V(\rho) = V_0 K_0(\lambda \rho), \quad V_0 = \frac{2 e^2 f}{\epsilon a}, \quad (1)$$

где ρ — двумерный радиус-вектор, $\lambda^{-1} = (\epsilon k_B T/4 \pi n e^2)^{1/2}$ — дебаевский радиус экранирования, f — коэффициент заполнения связей, a — расстояние между «болтающимися» связями (порядка постоянной решетки), ϵ — статическая дивлектрическая проницаемость среды, K_0 — модифицированная

функция Бесселя нулевого порядка. Из (1) следует, что задача чисто двумерная.

Воспользуемся следующим уравнением для обратного времени релаксации по импульсу $\Gamma(\mathbf{p}) = [\tau(\mathbf{p})]^{-1} [5]$:

$$\Gamma(\mathbf{p}) = 8 \pi^2 N_D \hbar^{-1} \int d\mathbf{q} V^2(\mathbf{q}) D(\mathbf{p}, \mathbf{q}) (1 - \cos \chi), \qquad (2)$$

$$D(\mathbf{p}, \mathbf{q}) = \frac{\hbar\Gamma}{(\varepsilon_{\mathbf{p}+\hbar\mathbf{q}} - \varepsilon_{\mathbf{p}})^2 + \hbar^2\Gamma^2},$$
(3)

где N_D — концентрация дислокаций, $V(\mathbf{q})$ — фурье-образ поте нциала, χ — угол между р и р + $\hbar \mathbf{q}$, $\varepsilon_p \Rightarrow p^2/2 m^*$ — кинетическая энергия электрона. Заметим, что при $\Gamma \to 0$ из (2) получается обычное больцмановское выражение

$$\Gamma(\mathbf{p}) = (2\pi)^3 N_D h^{-1} \int d\mathbf{q} V^2(\mathbf{q}) \,\delta(\varepsilon_{\mathbf{p}+\hbar\mathbf{q}} - \varepsilon_{\mathbf{p}}) (1 - \cos\chi). \tag{4}$$

С целью упрощения расчета сделаем допущение, которое ниже будет обосновано, а именно, заменим в (2) $D(\mathbf{p}, \mathbf{q})$ на $D(\mathbf{p}, \mathbf{0}) = 1/\hbar\Gamma$. Тогда вместо (2) получим

$$\Gamma^{2}(\mathbf{q}) = 8 \pi^{2} N_{D} \hbar^{-2} \int d\mathbf{q} \ V^{2}(\mathbf{q}) (1 - \cos \chi).$$
 (5)

Подставляя в (5) фурье-образ потенциала (1)

$$V(\mathbf{q}) = (2\pi)^{-2} \int d\mathbf{p} \ e^{-iq\mathbf{p}} \ V(\mathbf{p}) = (2\pi)^{-1} \ V_0 (q^2 + \lambda^2)^{-1}$$
(6)

и произведя интегрирование, для Г (р) получим следующее выражение:

$$\Gamma = (2 \pi)^{1/2} N_0^{1/2} V_0 p^{-1} G(x)^{1/2}, \qquad (7)$$

где

$$G(x) = x^{2} - x(1 + x^{2})^{1/2} E\left[\frac{x}{(1 + x^{2})^{1/2}}\right] + x(1 + x^{2})^{-1/2} K\left[\frac{x}{(1 + x^{2})^{1/2}}\right],$$
$$x = \frac{p}{h\lambda},$$

а K(z) и E(z) — полные эллиптические интегралы соответственно I и II рода. График функции G(x) представлен на рис. 1.

Обоснуем теперь сделанное допущение. Для этото представим (3) и (6) в виде

$$V^{2}(\mathbf{q}) = \left(\frac{V_{0}}{2\pi}\right)^{2} (\pi p \lambda)^{-2} \Phi(y),$$

$$D(\mathbf{p}, \mathbf{q}) = \frac{1}{r} \Delta(\cos \varphi, y),$$
(8)

где введены следующие обозначения:

$$\Phi(y) = (1 + y^2)^{-2},$$

$$\Delta(\cos\varphi, y) = [(2 C_0 y \cos\varphi + C_1 y^2)^2 + 1]^{-1},$$
(9)

$$y = \frac{q}{\lambda}, \quad C_0 = \frac{\lambda p}{2m^*\Gamma}, \quad C_1 = \frac{\hbar\lambda^2}{2m^*\Gamma},$$

ф-угол между р и q.

Подставив в (9) Г из (7), сравним крутизну Ф и Δ в точке максимума y = 0. Для значений гараметров $n = 10^{12}$ см⁻³, $N_D = 10^4$ см⁻², T = 1 K, $\varepsilon = 16$, $m^* = 0,1 m_0$, f = 0,1 графики функций Ф и Δ приведены на рис. 2. Как видно из рисунка, в области, дающей основной



Рис. 1. График функции G(x).



Рис. 2. Графики функций $\Phi(y)$ и $\Delta(\cos \varphi, y)$ для значений параметров: $n=10^{12}$ см⁻³, $N_D=10^4$ см⁻², T=1K, s=16, $m^*=0,1$ m_0 , f=0,1.

вклад в интеграл, функция $\Phi(y)$ меняется значительно быстрее функции $\Delta(\cos \varphi, y)$, следовательно, последнюю величину можно вынести из-под знака интеграла, т. е. замена $D(\mathbf{p}, \mathbf{q}) \rightarrow D(\mathbf{p}, 0)$ оправдана. При выбранных типичных значениях ε , m^* и f можно показать, что условием применимости формулы (7) является следующее численное соотношение между n, N_D и T:

$$\lg\left(\frac{nT^{*}}{N_{\rm D}}\frac{\rm CM}{\rm rpag^{2}}\right)\lesssim 8.$$

Для выяснения условия применимости больцмановских выражений для Г и подвижности µ нужно использовать в оценках выражение для Г, полученное из (2) Педером:

$$\Gamma^{0}(p) = \frac{4 \pi^{2} N_{D} m^{*} V_{0}^{3}}{\lambda (h^{2} \lambda^{2} + 4 p^{2})^{3/2}}$$
(10)

Сравнение функций Ф(y) и △ (собф, y) показывает, что при

$$\lg\left(\frac{n}{N_D}c_M\right)\gtrsim 10,7$$

функция Δ (созф, y) меняется значительно быстрее функции $\Phi(y)$, следовательно, $D(\mathbf{p}, \mathbf{q})$ можно заменить на $\pi \delta(\varepsilon_{\mathbf{p}+h\mathbf{q}}-\varepsilon_{\mathbf{p}})$. Таким образом,

при малых концентрациях носителей, когда экранировка слаба, и при больших концентрациях дислокаций верна формула (7). В обратном случае сильной экранировки взаимодействия с дислокациями и малой концентрации последних следует пользоваться больцмановским выражением (10).

Вычислим проводимость σ по формуле

$$\sigma = -(2\pi\hbar)^{-2} e^2 m^{*-2} \int dp \, p_{\perp}^2 \Gamma^{-1}(\mathbf{p}) \frac{\partial f}{\partial \varepsilon_{\mathbf{p}}}, \qquad (11)$$

где

$$f = n \left(2\pi\hbar\right)^2 \left(2\pi m^* k_B T\right)^{-1} \exp\left(-\frac{\epsilon}{k_B T}\right)$$

есть функция распределения Больцмана.

Произведя в (11) замену переменной интегрирования и подставив Г из (7), для μ из соотношения $\mu = \sigma/en$ получим выражение

$$\mu = \frac{e}{(\pi m^* N_D)^{1/2} V_0 (k_B T)^2} \int_0^{\infty} \frac{\varepsilon^{3/2}}{G(\varepsilon)^{1/2}} \exp\left(-\frac{\varepsilon}{k_B T}\right) d\varepsilon.$$
(12)

Числитель подынтегрального выражения имеет максимум при $s = \frac{3}{2} k_B T.$ Для приведенных выше значений параметров

$$x_0 = x \Big|_{\substack{k = \frac{3}{2} k_B T}} = 5,36.$$

Как видно из рис. 1, функция G(x) в окрестности x₀ меняется медленно и ее можно вынести за знак интеграла. Элементарное интегрирование дает для µ следующее окончательное выражение:

$$\mu = \frac{3}{8} \frac{a^{\varepsilon} (k_B T)^{1/2}}{ef \left[m^* N_D G(x_0)\right]^{1/2}}$$
(13)

Сравним (13) с больцмановским выражением для µ, полученным с помощью (10):

$$\mu_{0} = \frac{e^{\lambda^{7/2}} \hbar^{5/2} (k_{B} T)^{1/4}}{2^{5/4} \pi^{2} N_{D} m^{*7/4} V_{0}^{2}} \exp\left(\frac{\hbar^{2} \lambda^{2}}{16 m^{*} k_{B} T}\right) W_{\frac{1}{4}}, \frac{7}{4} \left(\frac{\hbar^{2} \lambda^{2}}{8 m^{*} k_{B} T}\right).$$
(14)

Используя при не очень высоких концентрациях носителей асимптотику (z), приходим к выражению для подвижности, функции Уиттекера W

полученному в [2]:

$$\mu_0 == \frac{15 \pi^{1/2} \varepsilon^{3/2} a^2 n^{1/2} k_B T}{2^{3/2} e^2 m^{*1/2} f^2 N_D} \cdot$$
(15)

Зависимость подвижности µ от температуры и концентрации дислокаций (в пренебрежении медленно меняющейся функцией $G(x_0)^{1/2})$ в (13) существенно отличается от температурной и концентрационной зависимостей μ в (15), а именно: $\mu \sim T^{1/2}$ вместо $\mu \sim T$ и $\mu \sim N_D^{-1/2}$ вместо $\mu \sim N_D$.

Для сравнения с экспериментальными данными [1, 2] мы подставили в (13) значения параметров для *n*-Ge, приведенные в [1], и учли подвижность, обусловленную рассеянием на акустических фононах. Несовпадение теоретической кривой, вычисленной на основе формулы (13), с экспериментом не превышает нескольких процентов (например, при 100 К теоретическое значение равно 6,82·10³ см²/В·с, а экспериментальное — 6,79·10³ см²/В·с). Таким образом, самосогласованный учет квазичастичных вффектов значительно улучшает согласие теории с экспериментом.

Ереванский государственный университет

Поступила 16. V. 1981

ЛИТЕРАТУРА

- 1. К. Зеегер. Физика полупроводников, Изд. Мир, М., 1977.
- 2. B. Podor. Acta Physica Acad. Sci. Hung., 23, 393 (1967).
- 3. S. Fujita, Ch. C. Chen. Int. J. Theor. Phys., 2, 59 (1969).
- 4. S. Fajtta, C. L. Ko, I. Y. Cht. J. Phys. Chem. Sol., 37, 227 (1976).
- 5. B. Fell et al. J. Phys. Chem. Sol., 39, 221 (1978).
- 6. В. Л. Бонч-Бруевич, В. Б. Гласко. ФТТ, 3, 36 (1961).
- 7. Справочник по специальным функциям. Под ред. М. Абрамовица и И. Стиган, Изд. Наука, М., 1979.
- 8. И. С. Градштейн, И. М. Рыжик. Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений, М. 1963.

ԼԻՑՔԱԿԻՐՆԵՐԻ ՇԱՐԺՈՒՆԱԿՈՒԹՑՈՒՆԸ ԴԻՍԼՈԿԱՑԻԱՆԵՐ ՊԱՐՈՒՆԱԿՈՂ ՇԱՏ ՄԱՔՈՒՐ ԿԻՍԱՀԱՂՈՐԴԻՉՆԵՐՈՒՄ

4. 2. ՔԵՉԵՉՏԱՆ, Ա. Ա. ԿԻՐԱԿՈՍՏԱՆ

Քվաղիմասնիկային էֆեկտները հաշվի առնող մեթեոդով, որը ղարդացվել է հաղորդակա-Նության հաշվարկման համար Ֆուջիտայի և համահեղինակների կողմից, արտածված է շարժունակության համար արտահայտություն դիսլոկացիաներ պարունակող շատ մաջուր կիսահաղորդչում։ Ստացված է լավ համաձայնություն բերված փորձնական տվյալների հետ։

MOBILITY OF CHARGE CARRIERS IN VERY PURE SEMICONDUCTORS CONTAINING DISLOCATIONS

K. O. KECHECHIAN, A. A. KIRAKOSIAN

An expression for the mobility of charge carriers in very pure semiconductors containing dislocations was derived using the theory developed by Fujita and Chen for the calculations of conductivity. A dependence of μ on the temperature and the concentration of dislocations different from the one based on the method of Boltzman kinetic equation was obtained. The comparison of calculated values of μ with experimental data taken by Pödör group shows good agreement with experiment.

КВАНТОВАНИЕ СПЕКТРА ФОНОНОВ В ТОНКИХ ПРОВОЛОКАХ (НИТЯХ)

В. Г. ГРИГОРЯН, Д. Г. СЕДРАКЯН

Исследуется вопрос о нахождении спектра акустических фононов в проволоке со свободными границами в дебаевском приближении. На ЭВМ выполнено решение полученного секулярного уравнения и проведен анализ дисперсионных кривых для различных типов колебаний, результаты которого представлены графически. Аналитически исследованы некоторые частные случаи. Найдена плотность состояний фононов в проволоке. Рассмотрен вопрос о температурной зависимости теплоемкости фононного газа в проволоке при низких температурах.

В последнее время стало возможным получать и экспериментально и теоретически исследовать тонкие кристаллические проволоки (нити). Так, например, в [1] сообщалось об обнаружении размерного осцилляционного продольного магнетосопротивления в тонких цилиндрических монокристаллах с диаметром $\simeq 0.1$ мкм. В [2] проведено теоретическое исследование кулоновского взаимодействия электрона и дырки в нитевидных кристаллах.

Теория квантового размерного эффекта для носителей зарядов в полупроводниковых и полуметаллических проволоках была впервые развита авторами работы [3]. Известно, что наряду с электронами и дырками важную роль в различных явлениях, происходящих в твердых телах (процессы теплопроводности, электропроводности и т. д.), играют фононы. В связи с этим представляет несомненный интерес исследование влияния ограничивающих свободных поверхностей проволоки на спектр акустических фононов. В классических работах Похгаммера и Кри, сводку основных результатов которых можно найти в книге Лява [4], исследовались свободные колебания тонких стержней ($2 ag \ll 1$, a -радиус стержня, g - волновое число), для которых были получены дисперсионные соотношения. Колебания такого типа играют существенную роль при очень низких температурах $T < \theta/n$ (θ — температура Дебая, n — число атомов вдоль диаметра проволоки), которые осуществляются крайне редко.

В настоящей работе исследуется задача о нахождении спектра акустических фононов в приближении упругого континуума в тонкой нити круглого сечения со свободными границами (аналогичная задача для пленки решена в [5]). Такие фононы играют существенную роль в физических процессах, происходящих при низких температурах $T \ll \theta$, и найденные решения для спектра и плотности состояний фононов дают возможность находить связанные с решеточными колебаниями термодинамические и кинетические характеристики тонких нитевидных кристаллов в условиях, когда нельзя считать, что проволока колеблется подобно массивному образцу.

Следует отметить также, что рассматриваемая задача может оказаться полезной и в технике при расчете вибраций цилиндров, которые необходим: учитывать в различных инженерных конструкциях.

1. Колебания проволоки со свободными границами

Вектор смещения и упругой среды удовлетворяет следующему уравнению:

$$-\omega^2 \mathbf{u} = c_l^2 \Delta \mathbf{u} + (c_l^2 - c_l^2) \text{ grad div } \mathbf{u}, \tag{1}$$

где c_i и c_i — соответственно продольная и поперечная скорости звука в массивном образце, ω — частота колебаний. Согласно методу Лемба, изложенному, например, в [4], решение (1) можно представить в виде $\mathbf{u} = \mathbf{u}_1 + \mathbf{u}_2$, где

$$\mathbf{u}_1 = -\frac{c_l^2}{\omega^2} \operatorname{grad} \varphi; \tag{2}$$

эдесь ф — функция, удовлетворяющая скалярному уравнению Гельмгольца:

$$\Delta \varphi + \frac{\omega^2}{c_l^2} \varphi = 0, \tag{3}$$

а и2 удовлетворяет следующей системе:

$$\Delta \mathbf{u}_2 + \frac{\omega^2}{c_1^2} \, \mathbf{u}_2 = 0, \quad \text{div} \, \mathbf{u}_2 = 0, \tag{4}$$

т. е. поле смещений u_1 представляет фактически волну сжатия (div $u_1 \neq 0$), а $u_2 -$ волну сдвига (div $u_2 = 0$).

Решения (3) и (4) естественно искать в цилиндрических координатах. Решения (3) хорошо известны [6], и для компонент волны сжатия u₁ получаем следующие выражения:

$$u_{1r} = B \frac{\partial f_m(\beta r)}{\partial r} e^{igz} \sin(m\theta),$$

$$u_{1\theta} = Bm \frac{f_m(\beta r)}{r} e^{igz} \cos(m\theta),$$
 (5)

$$u_{1z} = B ig f_m(\beta r) e^{igz} \sin(m\theta);$$

здесь $\beta^2 = \omega^2/c_l^2 - g^2$, g — волновое число, m принимает целые значения $(0, \pm 1, \pm 2, ...), J_m(\beta r)$ — функция Бесселя порядка m, B — константа.

Ввиду того, что div $u_2 = 0$, первое уравнение системы (4) принимает вид

$$-\operatorname{rot\,rot\,} \mathbf{u}_2 + \frac{\omega^2}{c_t^2} \mathbf{u}_2 = 0. \tag{6}$$

Из векторного уравнения (6) можно получить следующие скалярные уравнения для компонент u_{2r} и u_{2z} :
$\Delta u_{2z} + \frac{\omega^2}{c_t^2} u_{2z} = 0, \qquad (7a)$

$$\Delta u_{2r} + \frac{2}{r} \frac{\partial u_{2r}}{\partial r} + \left(\frac{1}{r^2} + \frac{\omega^2}{c_t^2}\right) u_{2r} + \frac{2 ig}{\frac{1}{2}r} u_{2r} = 0.$$
 (76)

Из системы (7) для радиальной функции компоненты u_{2r} ($u_{2r} = W(r) \cdot F(\theta, z)$) получаем уравнение

$$\frac{d^2 W}{dr^2} + \frac{3}{r} \frac{d W}{dr} + \left(\frac{1-m^2}{r^2} + \alpha^2\right) W + A \frac{2ig}{r} J_m(ar) = 0, \qquad (8)$$

решение которого можно найти, используя, например, [7]. Составляющая u_{20} определяется из условия div $u_2 = 0$. Окончательно для сдвиговых компонент смещения имеем следующие выражения:

$$u_{2r} = \left[Cm \frac{J_m(\alpha r)}{r} + A ig \frac{\partial J_m(\alpha r)}{\partial r} \right] e^{igz} \sin(m\theta),$$

$$u_{2\theta} = \left[C \frac{\partial J_m(\alpha r)}{\partial r} + A igm \frac{J_m(\alpha r)}{r} \right] e^{igz} \cos(m\theta), \qquad (9)$$

$$u_{2z} = A\alpha^2 J_m(\alpha r) e^{igz} \sin(m\theta),$$

которые вместе с (5) образуют полное решение уравнения (1). В выражениях (9) $\alpha^2 = \omega^2/c_t^2 - g^2$, A и С — константы.

Граничные условия в случае проволоки со свободными границами сводятся к обращению в нуль на поверхности цилиндра r = a следующих компонент тензора напряжения:

$$\sigma_{rz} = 2\rho c_t^2 \left(\frac{\partial u_r}{\partial z} + \frac{\partial u_z}{\partial r} \right), \ \sigma_{r\theta} = 2\rho c_t^2 \left[\frac{1}{r} \frac{\partial u_r}{\partial \theta} + r \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{u_{\theta}}{r} \right) \right],$$

$$\sigma_{rr} = \rho \left(c_t^2 - 2c_t^2 \right) \operatorname{div} \mathbf{u} + 2\rho c_t^2 \frac{\partial u_r}{\partial r},$$

(10)

где ρ — плотность кристалла.

С учетом условий (10) и найденных выше решений уравнения (1), для нахождения спектра фононов получаем секулярное уравнение

$$\det P = 0, \tag{11}$$

где P определяется следующей матрицей 3×3:

$$P = \begin{vmatrix} 2 ig \Phi' & (a^2 - g^2) F' & \frac{igm}{a} F \\ \frac{m}{a} \left[\Phi' + a^2 \frac{\partial}{\partial a} \left(\frac{\Phi}{a^2} \right) \right] & \frac{igm}{a} \left[F' + a^2 \frac{\partial}{\partial a} \left(\frac{F}{a^2} \right) \right] & a \left[\frac{m^2}{a^3} F + \frac{\partial}{\partial a} \left(\frac{F'}{a} \right) \right] \\ \Phi'' - \left(\frac{\omega^2}{2 c_i^2} - \frac{\omega^2}{c_i^2} \right) \Phi & igF'' & m \frac{\partial}{\partial a} \left(\frac{F}{a} \right) \end{vmatrix}$$
(12)

(12)

363

Здесь использованы обозначения:

$$\Phi = f_m(\beta a), \quad \Phi' = \frac{\partial f_m(\beta a)}{\partial a}, \quad F = f_m(aa), \quad F' = \frac{\partial f_m(aa)}{\partial a}$$

2. Спектр фононов и плотность состояний

В общем случае уравнение (11) аналитически не решается. В связи с этим для получения дисперсионных соотношений уравнение (11) было решено на ЭВМ БЭСМ-6 для случаев m=0—4. На рис. 1 представлены результаты для m = 0; 1. Ввиду того, что величины α и β могут принимать как вещественные, так и мнимые значения, что приводит в (12) к за-



Рис. 1. а) Дисперсионные соотношения для воли с m = 0; б) дисперсионные соотношения для воли с m = 1.

мене обыкновенных функций Бесселя на модифицированные, то фактическы приходилось решать разные уравнения в разных областях плоскости (ω , g). Эти три области выделены на рис. 1 прямыми $\omega = c_1 g$ и $\omega = c_2 g$. Из (11) также следует, что вид дисперсионных кривых ω (g) зависит от скоростей с, и с,, которые, в свою очередь, определяются упругими константами кристалла: модулем Юнга Е, коэффициентом Пуассона σ и плотностью р. Уравнение решалось для случая с $_1/c_t = 2$ ($\sigma = 1/3$). Выбор значения $\sigma = 1/3$ объясняется двумя причинами: во-первых, значение $\sigma = 1/3$ отвечает материалу Ві, тонкие монокристаллические нити которого получают и экспериментально исследуют в настоящее время [1]; с другой стороны, значение коэффициента Пуассона для многих применяемых материалов, таких как Al, Zn, Cu, Ge, Cd и др., близко к выбранному значению $\sigma = 1/3$. Что касается численных значений E и ρ , то, как видно из ρ ис. 1, их выбор отражается лишь на масштабе вдоль оси ординат, и, следовательно, полученные графики могут быть использованы для материалов с $\sigma = 1/3$ и любых *E* и ρ при любом раднусе *a* нити.

При m = 0 дисперсионное уравнение (11) распадается на два уравнения, одно из когорых есть

$$\frac{\partial}{\partial a} \left(\frac{f_1(aa)}{a} \right) = -\frac{a}{a} f_2(aa) = 0.$$
 (13)

Отсюда $\int_2 (a\alpha) = 0$ или $(\alpha \alpha) = 0$; 5,136; 8,417; $\cdots f_{2,s}$, где $f_{2,s} - s$ -ый корень уравнения $\int_2 (z) = 0$, и для закона дисперсии получаем следующее соотношение:

$$w = c_t \sqrt{g^2 + \frac{f_{2s}^2}{a^2}},$$
 (14)

т. е. дисперсионные кривые представляют собой набор ветвей, исходящих от оси ординат; случай $f_{2s} = 0$ соответствует вращательным колебаниям, рассмотренным в [4], а также в [8]. При больших g или α все ветви асимптотически стремятся к дисперсионной кривой для массивного образца, соответствующей поперечной волне.

Второе дисперсионное уравнение, соответствующее случаю m = 0 и получающееся из условия равенства нулю детерминанта 2×2, решено численно (рис. 1*a*).

Для произвольного m дисперсионные кривые представляют собой семейство ветвей, берущих начало на оси ординат (происходит квантование спектра акустических фононов). Это хорошо видно из кривых рис. 1. Частоты для некоторых ветвей при g=0 можно определить из уравнения

$$\frac{\partial f_m(\alpha a)}{\partial a} = 0, \tag{15}$$

решения которого протабулированы в [7]. Например, значения частот для ветвей 1, 2, 4, 5, 7, 8, 10 (m = 0) и ветвей 2, 4, 7, 9 (m = 1) (нумерация кривых идет снизу) при g=0 получаются из уравнения (15). Частогы для остальных кривых рис. 1 аналитически определить не удается.

Спектральные ветви, как видно из рис. 1, при g=0 имеют чулевой наклон. Это легко показать аналитически, подставив в уравнение (11) разложение ω (g) по степеням g: $\omega = \omega + \gamma_1 g + \gamma_2 g^2$; при втом получается $\gamma_1 = 0$. Следует отметить также, что в случае нити снимается «случайное» вырождение (связанное с численным значением $\sigma = 1/3$) некоторых дисперсионных кривых, которое наблюдалось в [5] для симметричных колебаний в пленке, что объясняется общим понижением симметрии задачи.

В области $\omega > c_i g \alpha$ и β являются вещественными числами, и зависимость смещений от *t* носит осцилляционный характер. В области, лежащей между прямыми $\omega = c_i g$ и $\omega = c_i g$, β становится чистс мнимым, а α продолжает оставаться вещественным числом. В этом случае обыкновеннал функция Бесселя в волне сжатия заменяется на модифицированную, которая является монотонно возрастающей функцией аргумента. В нижней области α и β являются чисто мнимыми числами, и смещение возрастает (при больших значениях аргумента по показательному закону) с увеличением расстояния от центра проволоки. При больших значениях g, как видно из рис. 1, наклоны ветвей близки к наклону прямых $\omega = c_i g$ или $\omega = c_i g$. Это соответствует переходу к случаю массивного образца (при $2\alpha g \gg 1$ границы проволоки не должны чувствоваться), т. е. разделению волн на волны сдвига и сжатия. Что касается самых нижних ветвей, то при больших g они переходят в поверхностные волны.

Заметим также, что при m > 1 отсутствуют ветви, выходящие из начала координат. При m=0 закон дисперсии линеен $\left(\omega = \sqrt{\frac{E}{\rho}}g\right)$, и нижняя ветвь соответствует продольным волнам в очень тонких стержнях [4, 8]. В случае m=1 закон дисперсии при $g \rightarrow 0$ квадратичен $\left(\omega = \frac{1}{2}a \sqrt{\frac{E}{\rho}}g^2\right)$, и нижняя ветвь совпадает с волной изгиба в очень тонких стержнях ($2\alpha g \ll 1$). Все эти результаты легко можно получить, раздагая в (12) бесселевы функции в ряд.

В одномерном случае число состояний для одной ветви в интервале dg равно $ldg/(2\pi)$, где l—длина проволоки, т. е. плотность состояний $G(\omega) \sim dg/d\omega$. Таким образом, из-за отсутствия явной зависимости $\omega(g)$ вычислить плотность состояний фононов в общем случае аналитически невозможно. Для вычисления $G(\omega)$ в этом случае надо воспользоваться рассчитанными дисперсионными кривыми. На рис. 2 для краткости при-



Рис. 2. Плотность состояний фононов при $m = 0(G' = 2\pi G/l.$

водится вычисленный график производных dg/ $d\omega$ лишь для m = 0. Наблюдается ряд бесконечных скачков, связанных с увеличением плотности состояний при прохождении новой ветви. Эти вклады в плотность состояний от новых ветвей можно вычислить аналитически. Как мы выяснили в предыдущем пункте, дисперсионные кривые при g=0 имеют нулевой наклон, т. е. для *п*-ой ветви $\omega = \omega + \gamma_2 g^2$ или производная $dg/d\omega \sim \frac{1}{\sqrt{\omega - \omega_n}}$, т. е. имеет корневую особенность, что является, вообще гово-

ря, характерной чертой одномерного движения.

В заключение рассмотрим вопрос о температурной зависимости теплоемкости фононного газа в нитях при очень низких температурах $(T < \theta/n)$. Очевидно, при данной температуре эффективно возбуждаются только ветви, исходящие из начала координат. Таких ветвей три: две соответствуют m = 0 и одна — m = 1. Однако вкладом ветвей с m = 0 в фононную теплоемкость можно пренебречь, так как плотность состояний для них при малых частотах постоянна и конечна, в то время как для кривой с m = 1 $G(\omega) \sim 1/\sqrt{\omega}$. В этом случае суммарная энергия фононов есть

$$\varepsilon_{\phi} = b \int \frac{\sqrt{\omega} d\omega}{\exp(\hbar \omega/kT) - 1} = b' T^{3/2}, \qquad (16)$$

а теплоемкость $C_{\phi} \sim T^{1/2}$, т. е. в отличие от массивного образца при достаточно низких температурах фононная теплоемкость в нитевидных кристаллах будет доминировать над электронной теплоемкостью, температурная зависимость которой в тонких проволоках остается без изменения $(C_{3a} \sim T)$. В (16) b и b' — константы, не зависящие от температуры.

Авторы считают своим приятным долгом выразить благодарность Э. М. Казаряну и О. М. Сапонджяну за ценные советы и полезные консультации, а также С. К. Данагуляну за помощь при проведении численных расчетов.

Ереванский политехнический институт им. К. Маркса

Поступила 25. III. 1981

ЛИТЕРАТУРА

1. Н. Б. Брандт н др. ЖЭТФ, 72, 2332 (1977).

2. В. С. Бабиченко, Л. В. Келдыш, А. П. Силин. ФТТ, 22, 1238 (1980).

3. Б. А. Тавгер, М. Д. Блох, Е. Л. Фишман. ФММ, 33, 1137 (1972).

4. А. Ляв. Математическая теория упругости. М.-Л., 1934.

5. Б. А. Тавгер, В. Я. Демиховский. Изв. ВУЗ, Физика, 4, 130 (1966).

6. Г. Корн, Т. Корн. Справочник по математике, Изд. Наука, М., 1973.

 Справочник по специальным функциям. Под ред. М. Абрамовица и И. Стиган, Изд. Наука, М., 1979.

8. Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц. Теорня упругости, Изд. Наука, М., 1965.

ՏՈՆՈՆՆԵՐԻ ՔՎԱՆՏԱՑՈՒՄԸ ԹԵԼԱՆՄԱՆ ԲՑՈՒՐԵՂՆԵՐՈՒՄ

Վ. Գ. ԳՐԻԳՈՐՑԱՆ, Դ. Գ. ՍԵԴՐԱԿՏԱՆ

Դերայի մոտավորությամբ հետազոտված է ազատ սահմաններով թելանման բյուրեղում Հայնային ֆոնոնների սպեկտրը։ Ստացված սեկուլյար հավասարումը լուծված է ԷՀՄ-ի վրա և Տետաղոտված են տարբեր տիպի տատանումների դիսպերսիոն կորերը։ Անալիտիկորեն Տետազոտված են որոշ սահմանային դեպքեր։ Ստացված է Բելանման բյուրեղում ֆոնոնների վիճակների խտունյունը։ Քննարկված է ֆոնոնային գազի ջերմունակունյան ջերմաստիճանային կախման հարցը ցածր ջերմաստիճաններում։

QUANTIZATION OF PHONON SPECTRA IN THIN WIRES (THREADS)

V. G. GRIGORYAN, D. G. SEDRAKYAN

The problem of determination of acoustic phonons spectra in a wire with free boundaries was studied in the Debye approximation. The obtained secular equation was solved with a computer and the analysis of dispersion curves for various kinds of oscillations was carried out. The density of phonon states in a wire was dertemined. The temperature dependence of the heat capacity of a phonon gas at low temperatures was investigated.

......

ИЗМЕНЕНИЕ ТОЧЕЧНОЙ СИММЕТРИИ И ОПТИЧЕСКИХ СВОЙСТВ АНТИСЕГНЕТОЭЛЕКТРИЧЕСКИХ КРИСТАЛЛОВ ПРИ ВОЗНИКНОВЕНИИ В НИХ ОБЪЕМНЫХ КОНФИГУРАЦИЙ ВЕКТОРОВ СПОНТАННОЙ АНТИПОЛЯРИЗАЦИИ

П. А. АПКАРЬЯНЦ

Проведено рассмотрение возможных изменений точечной симметрии антисегнетоэлектрических кристаллов при фазовых переходах и возникновении в них спонтанной антиполяризации. По наиболее вероятным кристаллографическим направлениям получены уравнения оптических индикатрис спонтанного квадратичного электрооптического эффекта и дан анализ общих закономерностей преломляющих свойств в таких кристаллах.

Наряду с сегнетоэлектриками существует большой класс кристаллов, близких и часто изоморфных в паравлектрической фазе сегнетовлектрикам, но отличающихся от последних отсутствием макроскопической поляризации. По аналогии с антиферромагнетиками вти кристаллы получили название антисегнетовлектриков [1]. Антисегнетовлектрические кристаллы (АК), как и антиферромагнитные, имеют попарно антиполяризованные подрешетки. Их отличие от любых других дипольных кристаллов состоит в том, что их свободные внергии близки к свободным внергиям сегнетовлектриков и при благоприятных условиях (при температурах, близких к точке Кюри, и в больших электрических полях) антисетнетовлектрические конфигурации антиполяризации могут переходить в сегнетовлектрические ские [2].

Вопрос о кристаллографии АК впервые был рассмотрен в [3], где было показано, что АК может возникнуть в результате фазового перехода из некоторой паравлектрической фазы с незначительным искажением структуры. Такие структуры можно представить в виде совокупности двух или некоторого другого четного числа вложенных друг в друга подрешеток с равными по величине, но противоположными по направлению векторами спонтанной антиполяризации P_{al} и P_{bl} , причем макроскопическая поляризация антисегнетовлектрика равна нулю, т. е.

$$\sum_{i} (\mathbf{P}_{ai} + \mathbf{P}_{bi}) = 0 \quad u \quad \mathbf{P}_{ai} = -\mathbf{P}_{bi}, \tag{1}$$

а в исходной фазе $P_{al} = P_{bl} = 0$.

Различные конфигурации векторов P_{al} и P_{bl} могут реализовываться в разных кристаллографических классах, причем при рассмотрении точечной симметрии АК можно считать, что эти векторы имеют общую точку.

В простейшем случае двух антиполяризованных подрешеток совокупность антипараллельных векторов [1] описывается предельной точечной группой ∞/mmm . Согласно принципу Неймана, такая конфигурация может возникнуть в кристаллах, принадлежащих ко всем точечным группам, являющимся подгруппами группы ∞/mmm . Таким образом, АК могут формально принадлежать к любому из кристаллографических классов, кроме кубических (27 из 32).

В АК возникновение спонтанной антиполяризации равновероятно вдоль всех направлений, кристаллографически одинаковых в исходной паравлектрической фазе. благодаря чему кристалл, разбившись на домены, в идеальном случае равномерно распределенные вдоль таких направлений, должен макроскопически сохранять симметрию исходной фазы. Поэтому векторы антиполяризации могут образовывать линейные, плоские и объемные конфигурации, наиболее интересными из которых в кристаллографическом отношении являются именно последние. В этом случае [3] реализуются лишь следующие различные по симметрии трехмерные конфигурации:

m3m, 4/mmm, mmm, 2/m, $\overline{1}$, 6/mmm, $\overline{3}m$.

Никаких иных по симметрии конфигураций быть не может, поэтому АК должен принадлежать к классам симметрии, являющимся подгруппами этих групп.



Расположение компонент антиполяризации объемной конфигурации 4/mmm вдоль направления <h k0> без учета эффекта поворота.

Из ранее сформулированных ограничений следует, что конфигурация m3m невозможна ни в одном из классов, взятых в качестве исходного: антисегнетовлектрический фазовый переход обязательно понижает симметрию кристалла, повтому АК не может иметь кубическую симметрию.

Изменение точечной симметрии АК может быть найдено с помощью принципа суперпозиции Кюри [4], что делается в настоящей работе, причем известные в настоящее время антисегнетоэлектрические фазовые переходы согласуются с этим принципом [5].

В табл. 1 приведено изменение точечной симметрии АК в классах моноклинной (1), орторомбической (2) и тетрагональной (3—4) синтоний, а в табл. 2— в классах тригональной (5—6) и гексагональной (7) сингоний при возникновении в них соответствующих объемных конфигураций векторов антиполяризации.

Анализ изменения точечной симметрии АК показывает, что при возникновении в них объемных конфигураций антиполяризации у низкосимметричных кристаллов вдоль главных направлений исходная симметрия

Таблица 1

1	- CONCEPTION PLAN		415.55			mmm			2/m		
1	2,m 2/m	100 12: 100s 1010>chols 1010>chols	2.2.2.	177, 177. 1.	2/m 2/m 1	2. 2. 2.	m. m. 1.	2/m 2/m 1	2 01 1	1. m. 1.	1 2/m 1
2.	222 mm1 mmn	100120105 21003 chrojorkl, chol.	222. 2, 2,	mm2 1, 2,	2/m 2/m 2/m	222, 2. 2,	mm 2 2, 1,	mm 2/m 2/m	2. 1. 1.	m. 1. 1.	2/m 1 1
3.	4, 4 4/m	1001, 100, 110, 24x0, 44k0, 408,	4. 1. 62 1.	4.1.4.1.	4/m 2/m 1	2.1.2.1.	2.1.2.1.	2/m 2/m 2/m 1	2 1.1. 1.	2. 5. 5. 1.	2/11 + + +
4.	422 411111 42111 42111 4/mmm	<pre>2001> 2100> 2100> 2110> 2110> 2hhl.chols 2hk0></pre>	422,4 222,1 222,1 1,	mn, 42 nm2, 22 nm2, 22 nm2, m m,	m. 4/mmm 25 mmm n12, mmn 1, 8	212, 222. 222. 1,	mm1, 11 1/m, 11 mm1, m m, 1	2. mmm 2. mmm m2. mmm m2. mmm 1. 2	2. 72. 1. 1.	2, 2, 2, 11, 11, 11, 1.	2/m 2/m 2/m 2

Таблиц2

	1		6/mmm	3 m		
5	3,3	2001> 100, (110) hht. dtoto	3 3	3, 3		
6.	32 3m 3m	<001> <100> 110> chhls cholschkoz	32, 3m, 3m 2, m, m }. 1, 1, 1	32, 3m, 3m 1, 17, 17 1, 1, 1		
1.	6, 622 6/m 6 mm 6/mm 6, 6m1	<001) <100> <110> <h0l> <h0l> <hk0></hk0></h0l></h0l>	6.622.6/m, 6mm, 6/mmm, 6, 6/m2 2.222. m, 2/m, m/mm, 6, 6/m2 2. 2. n, 4, 1, m, mm2 1, 4, 4, 1, 1, 4, 1 2, 2, m, 2, m, m, m	3, 32, 3, 3m, 3m, 3, 3m 2, 222, m, 2, 2/m, n, m 1, 2, m, 1, 1, m, m 1, 2, m, 2, m, n, m		

сохраняется, тогда как во всех других направлениях она понижается. В классах тетрагональной и гексагональной систем исходная симметрия сохраняется только при расположении определяющей направление оси вдоль <001> (оси б и 3), во всех остальных случаях симметрия понижается, за редким исключением, до моноклинной или триклинной. Можно сделать вывод, что появление объемных конфигураций антиполяризации благодаря их высоким симметриям приводит к ограниченно возможным изменениям точечной симметрии АК. Таким образом, АК высокой симметрии при антисегнетовлектрическом фазовом переходе переходят в большинстве случаев в низкосимметричные кристаллы, т. е. становятся двухосными.

Экспериментальные данные [6—8] показывают, что с возникновением в кристаллах спонтанной антиполяризации их оптические свойства меняются, т. е. изменяется ориентация и величина главных осей оптической индикатрисы. Поскольку антиполяризация описывается полярным тензором второго ранга, то спонтанный электрооптический эффект в АК следует считать квадратичным. Поэтому изменения оптических индикатрис АК могут быть найдены из их уравнений в параэлектрической фазе и соответствующих матриц тензоров квадратичного электрооптического эффекта.

Приведем их аналитические выражения:

1. $(a_0^2 + R_{11}P_x^2 + R_{12}P_y^2 + R_{13}P_z^2 + R_{15}P_xP_z)x^2 + (b_0^2 + R_{21}P_x^2 + R_{22}P_y^2 + R_{23}P_z^2)x^2$ $R_{a2}P_{z}^{2} + R_{a3}P_{x}P_{z}P_{z})y^{2} + (c_{0}^{2} + R_{31}P_{x}^{2} + R_{32}P_{y}^{2} + R_{33}P_{z}^{2} + R_{35}P_{x}P_{y})z^{2} + 2(R_{44} + R_{35}P_{x}P_{y})z^{2} + 2(R_{44} + R_{35}P_{x}P_{y})z^{2})z^{2} + 2(R_{44} + R_{35}P_{x})z^{2})z^{2} + 2(R_{44} + R_{35}P_{x})z^{2})z^{2} + 2(R_{44} + R_{45}P_{x})z^{2})z^{2} + 2$ $+R_{ss}P_{y}P_{z}yz+2(R_{s1}P_{x}^{2}+R_{s2}P_{y}^{2}+R_{s3}P_{z}^{2}+R_{s5}P_{x}P_{z})xz+2(R_{s4}+R_{s5}+R_{s5}P_{x}P_{z})xz+2(R_{s4}+R_{s5}+R_$ $+R_{ee}$) $P_x P_y x y = 1.$ 2. $(a_0^2 + R_{11}P_x^2 + R_{12}P_y^2 + R_{13}P_z^2)x^2 + (b_0^2 + R_{21}P_x^2 + R_{22}P_y^2 + R_{23}P_z^2)y^2 +$ $+(c_0^2+R_{31}P_x^2+R_{32}P_y^2+R_{33}P_z^2)z^2+2R_{44}P_yP_zyz+2R_{55}P_xP_yxy+$ $+2R_{aa}P_{z}P_{z}xz=1.$ 3. $(o^2 + R_{11}P_x^2 + R_{12}P_y^2 + R_{13}P_z^2 + R_{16}P_xP_y) x^2 + (o^2 + R_{51}P_x^2 + R_{55}P_y^2 + R_{55$ $+R_{a3}P_{z}^{2}+R_{16}P_{x}P_{y})y^{2}+[e^{2}+R_{31}(P_{x}^{2}+P_{y}^{2})+R_{33}P_{z}^{2}]z^{2}+$ $+ 2 R_{\mu\nu} (P_x P_z xz + P_y P_z yz) + 2 (R_{\mu\nu} P_x^2 + R_{\mu\nu} P_y^2 + R_{\mu\nu} P_y P_z yz) = 1.$ 4. $(o^2 + R_{11}P_x^2 + R_{12}P_y^2 + R_{13}P_z^2) x^2 + (o^2 + R_{21}P_x^2 + R_{22}P_y^2 + R_{23}P_z^2) y^2 +$ $+ [e^{2} + R_{31}(P_{x}^{2} + P_{y}^{2}) + R_{33}P_{z}^{2}]z^{2} + 2R_{44}(P_{x}P_{z}xz + P_{y}P_{z}yz) +$ $+2R_{as}P_{x}P_{y}xy=1.$ 5. $(o^2 + R_{11}P_x^2 + R_{12}P_y^2 + R_{13}P_z^2 + R_{14}P_yP_z + R_{05}P_zP_z)x^2 +$ $+ (o^{2} + R_{21}P_{x}^{2} + R_{22}P_{y}^{2} + R_{23}P_{z}^{2} + R_{14}P_{y}P_{z} + R_{25}P_{x}P_{z})u^{2} +$ + $[e_2 + R_{31}(P_x^2 + P_y^2) + R_{33}P_z^2]z^2 + 2[R_{41}(P_x^2 + P_y^2) + R_{44}P_yP_z + R_{55}P_yP_z]yx +$ $+2[R_{51}(P_x^2+P_y^2)+R_{55}P_xP_y+R_{14}P_xP_y]xz+$ $+2[R_{52}P_{y}P_{z}+R_{41}P_{x}P_{z}+2(R_{11}-R_{12})P_{x}P_{y}]xy=1.$ 6. $(o^2 + R_{11}P_x^2 + R_{12}P_y^2 + R_{13}P_z^2 + R_{14}P_yP_z)x^2 + (o^2 + R_{21}P_x^2 + R_{22}P_y^2 + R_{23}P_y^2)x^2$ $+R_{22}P_{z}^{2}+R_{14}P_{y}P_{z})y^{2}+[e^{2}+R_{21}(P_{x}^{2}+P_{y}^{2})+R_{22}P_{z}^{2}]z^{2}+2[R_{42}(P_{x}^{2}+P_{y}^{2})+$ $+R_{44}P_{y}P_{z}]yz + 2(R_{44}+R_{41})P_{x}P_{z}xz + 2[R_{41}+2(R_{11}-R_{12})]P_{z}P_{y}xy = 1.$ 7. $(o^2 + R_{11}P_x^2 + R_{12}P_y^2 + R_{13}P_z^2) x^2 + (o^2 + R_{21}P_x^2 + R_{22}P_y^2 + R_{31}P_z^2) y^2 +$ + $[e^2 + R_{31} (P_x^2 + P_y^2) + R_{33} P_z^2] z^2 + 2 R_{44} P_y P_z yz + 2R_{55} P_x P_z xz +$ $+2(R_{11}-R_{12})P_xP_yxy=1.$

Обозначения эдесь следующие: a_0 , b_0 и c_0 — обратные величины главных показателей преломления двухосных кристаллов, о и е—обратные показатели преломления одноосных кристаллов, R_{11} — коэффициенты спонтанно-

372

го квадратичного электрооптического эффекта в матричной записи. Для главных кристаллографических направлений <001>, <010> и <100> P_z, P_y и P_z представляют собой истинные значения спонтанной антиполяризации, а для всех других направлений под этими величинами следует понимать проекции антиполяризации на соответствующие оси кристаллографической системы координат.

Поскольку объемные конфигурации антиполяризации имеют три или четыре компоненты, то оптические индикатрисы будут содержать все компоненты тензоров соответствующих классов независимо от выбранного кристаллографического направления, поэтому последнее, для простоты, задавалось с помощью оси, определяющей симметрию конфигурации, т. е. вертикальной компоненты антиполяризации (эффект поворота индикатрисы не учитывался). Это следует учитывать и при пользовании табл. 1 и 2. Вдоль главных направлений этих классов необходимо учитывать, что для конфигурации б $P_x = P_y \neq P_z$, для в и $z - P_x = P_z \neq P_y$ и для $a - P_x \neq P_y = P_z$. Вдоль <100 > уже две компоненты дают вклад в поляризацию вдоль осей x и y, так что P_x и P_y есть сумма проекций этих компонент соответственно на оси x и y, а третья компонента дает истинную величину поляризации вдоль оси z.

В качестве примера рассмотрим объемную конфигурацию 4/mmm (см. рисунок). Видно, что вдоль < hk0 > компоненты 1 и 2 имеют проекции на оси плоскости xy, а третья компонента располагается вдоль оси z, т. е. фактически $P_x = P_{1x} + P_{2x}$, $P_y = P_{1y} + P_{2y}$ и $P_z = P_z$. Вдоль < hkl > все три компоненты имеют проекции на оси x, y. z, поэтому $P_x = P_{1x} + P_{2x} + P_{3x}$, $P_y = P_{1y} + P_{2y} + P_{3y}$ и $P_z = P_{1z} + P_{2z} + P_{3z}$.

Приведенное рассмотрение позволяет выявить на основе симметрийного подхода некоторые общие закономерности преломляющих свойств АК при возникновении в них спонтанной антиполяризации.

Ереванский политехнический институт им. К. Маркса

Поступила 5. III. 1981

ЛИТЕРАТУРА

1. C. Kittel. Phys. Rev., 82, 729 (1951).

2. П. А. Апкарьяну, Л. Г. Ломова, А. С. Сонин. Изв. АН АрмССР, Физика, 4, 25 (1969).

3. Л. А. Шувалов, А. С. Сонин. Кристаллография, 6, 324 (1961).

4. Дж. Най. Физические свойства кристаллов, Изд. ИЛ, М., 1960.

5. П. А. Апкарьяну. Кандидатская диссертация, ЕГУ, 1971.

6. А. С. Сонин, П. А. Апкарьяну. ФТТ, 10, 296 (1968).

7. П. А. Апкарьяну, А. С. Сонин. ФТТ, 11, 196 (1969).

8. П. А. Апкарьяну, А. Н. Израиленко, А. С. Сонин. ФТТ, 12, 3193 (1970).

373

ԱՆՏԻՍԵԳՆԵՏՈԷԼԵԿՏՐԻԿ ԲՅՈՒՐԵՂՆԵՐԻ ԿԵՏԱՅԻՆ ՍԻՄԵՏՐԻԱՅԻ ԵՎ ՕՊՏԻԿԱԿԱՆ ՀԱՏԿՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ՓՈՓՈԽՈՒԹՅՈՒՆԸ ՆՐԱՆՑՈՒՄ ՍՊՈՆՏԱՆ ԱՆՏԻԲԵՎԵՌԱՑՄԱՆ ՎԵԿՏՈՐՆԵՐԻ ԾԱՎԱԼԱՅԻՆ ԿՈՆՖԻԳՈՒՐԱՑԻԱՆԵՐԻ ԱՌԱՋԱՑՄԱՆ ԴԵՊՔՈՒՄ

9. 11. 11.9411731168

Աշխատանքում ստացված են անտիսեդնետոէլեկտրիկ բյուրեղների կետային սիմետրիայի փոփոխությունները ֆաղային անցումների ժամանակ և տրված են սպոնտան քառակուսային էլեկտրական էֆեկտի օպտիկական ինդիկատրիսների անալիտիկ արտահայտությունները, որոնց Հիման վրա դիտարկված են այդպիսի բյուրեղների բեկող հատկությունների ընդհանուր օրինալափությունները։

THE CHANGE OF POINT SYMMETRY AND OF OPTICAL PROPERTIES OF ANTISEGNETOELECTRIC CRYSTALS UNDER THE RISE IN THEM OF VOLUMETRIC CONFIGURATIONS OF SPONTANEOUS ANTIPOLARIZATION VECTORS

P. A. APKARIANTS

The changes of point symmetry of antisegnetoelectric crystals in the case of phase transitions are invesigated. Analytical expressions for optical indicatrices of spontaneous square electrooptical effect are given, on the basis of which general regularities of refracting properties of such crystal are considered.

О РОСТЕ КРИСТАЛЛОВ В МОДИФИЦИРОВАННОЙ РОСТОВОЙ СИСТЕМЕ ЧОХРАЛЬСКОГО—БРИДЖМЕНА— СТОКБАРГЕРА

О. Г. НАЛБАНДЯН, С. Т. ОВСЕПЯН

Рассмотрено распределение температуры в модифицированной ростовой системе Чохральского—Бриджмена—Стокбаргера, когда днаметр тигля равен диаметру кристалла и скорость подачи тигля равна скорости вытягивания кристалла.

В системах выращивания кристаллов путем вытягивания из расплава вначительную роль играет отношение диаметров кристалла и тигля. Рассмотрим одномерную задачу направленной кристаллизации из расплава в случае, когда радиус выращиваемого кристалла равен радиусу тигля, причем между кристаллом и стенками тигля имеется малый зазор, обусловленный разностью удельных объемов жидкой и твердой фаз, а скорость подачи тигля равна скорости вытягивания кристалла. Такая система, по сути, является комбинацией ростовых систем Чохральского и Бриджмена— Стокбаргера. Гидродинамические эффекты, обусловленные разницей в плотностях, здесь не учитываются.

Будем считать, что расплав ниже уровня ADB (см. рисунок) является термостатом с заданной в точке D (центр тепловой зоны) температурой T_a, h_a — высота жидкого столбика, определяемая ди-

намикой системы, смачиваемостью жидкой фазы и геометрией ростовой системы.

Положение фронта кристаллизации h определяется распределением температуры в системе. Повтому, чтобы исследовать устойчивость положения фронта кристаллизации, мы должны найти изменение параметра h при случайных возмущениях параметров ростовой системы. Полный ответ на поставленные вопросы может дать исследование нестационарного уравнения теплопроводности с учетом геометрии тепловой зоны. Однако оказывается, что прч исследовании кристаллизации из расплава многие данные об устойчивости фронта можно получить в результате решения стационарной задачи [1, 2].



Для упрощения задачи фронт кристаллизации примем плоским, пренебрежем теплообменом на поверхности кристалла, а теплообмен расплава с внешней средой будем учитывать с помощью стенок тигля. Найдем распределение температуры стенок тигля, если теплоотвод через верхний край тигля задается законом Ньютона. Для распределения температуры стенок с учетом перемещения вещества на границе раздела двух фаз имеем

$$\frac{d^2T_c}{dx^2} - \frac{V}{x_r} \frac{dT_c}{dx} = 0, \quad 0 \leqslant x \leqslant l, \tag{1}$$

$$\frac{d^2 T_c}{dz^2} + \frac{V}{x_T} \frac{dT_c}{dz} = 0, \quad 0 \le z \le h.$$
⁽²⁾

Здесь T_c — температура стенки, V — скорость перемещения тигля, $*_T$ — коэффициент температуропроводности тигля, l — длина теплового пути от фронта до охлаждаемой точки, ось х направлена от фронта кристаллизации в сторону растущего кристалла, ось z — в противоположную сторону.

Первое граничное условие очевидно. Это—заданная температура термостата:

$$T_c|_{z=h} = T_0. \tag{3}$$

Для граничного условия на верхнем конце тигля, используя закон теплообмена Ньютона, имеем

$$\lambda_T \frac{dT_c}{dx}\Big|_{x=l} = \alpha \left(T_c\Big|_{x=l} - T_b\right), \tag{4}$$

где λ_T — коэффициент теплопроводности тигля, α — коэффициент теплоотдачи, T_b — температура охлаждаемого конца кристалла.

Решения уравнений (1) и (2) с учетом непрерывности температуры и теплового потока на плоскости x = 0 имеют следующий вид:

$$T_c = A + Be^{k_T x}, \quad 0 \leqslant x \leqslant l, \tag{5}$$

$$T_c = A + Be^{-hT^2}, \quad 0 \leqslant z \leqslant h. \tag{6}$$

З десь $k_T = V/x_T$, а постоянные интегрирования A и B находим из граничных условий (3) и (4):

$$A = T_0 - \frac{\alpha (T_0 - T_b) e^{-k_T h}}{(\lambda_T k_T - \alpha) e^{k_T l} + \alpha e^{-k_T h}},$$
(7)

$$B = \frac{\alpha \left(T_n - T_h\right)}{\left(\lambda_T k_T - \alpha\right) e^{k_T t} + \alpha e^{-k_T h}}.$$
(8)

Подставляя (7) и (8) в (5) и (6), для распределения температуры стенок титля окончательно получаем

$$T_{c} = T_{0} - \frac{\alpha (T_{0} - T_{b}) (e^{-k_{T}h} - e^{k_{T}x})}{(\lambda_{T} k_{T} - \alpha) e^{k_{T}l} + \alpha e^{-k_{T}h}}, \quad 0 \leq x \leq l,$$
(9)

$$T_{c} = T_{0} - \frac{\alpha \left(T_{0} - T_{b}\right) \left(e^{-k_{T}h} - e^{-k_{T}z}\right)}{\left(\lambda_{T}k_{T} - \alpha\right) e^{k_{T}t} + \alpha e^{-k_{T}h}}, \quad 0 \leq z \leq h.$$
(10)

376

Рассмотрим теперь задачу о распределении температуры в расплаве и кристалле. Предположим, что в области, где расплав непосредственно касается стенок тигля, температура расплава совпадает с температурой стенок. В этом случае остается найти распределение температуры для расплава в области $0 \le z \le h_0$ и для кристалла в области $0 \le x \le l$. Здесь и далее индекс L относится к расплаву, а S — к кристаллу.

Для расплава имеем уравнение

$$\frac{d^2 T_L}{dz^2} + k_L \frac{d T_L}{dz} = 0, \quad 0 \leqslant z \leqslant h_0 \tag{11}$$

с граничными условиями

$$\left. T_L \right|_{z=0} = T_k, \tag{12}$$

$$T_{L}|_{z=h_{o}} = T_{c}|_{z=h_{o}}, \tag{13}$$

где $k_L = V/x_L$, $x_L - коэффициент$ температуропроводности расплава, T_k - температура кристаллизации.

Первое граничное условие отражает тот факт, что температура расплава на фронте кристаллизации равна температуре кристаллизации, а второе граничное условие вытекает из сделанного выше предположения о равенстве температур расплава и стенок тигля в области касания.

Решение (11) с учетом (12) и (13) имеет вид

$$T_{L} = T_{k} - \frac{T_{k} - A - Be^{-k_{T}h_{0}}}{1 - e^{-k_{L}h_{0}}} (1 - e^{-k_{L}z}).$$
(14)

Распределение температуры в кристалле получается решением уравнения

$$\frac{d^2T_s}{dx^2} - k_s \frac{dT_s}{dx} = 0, \quad 0 \leqslant x \leqslant l \tag{15}$$

с граничными условиями

$$T_{s,x=0} = T_k,$$
 (16)

$$T_{s}|_{r=1} = T_{b}, \tag{17}$$

 $rae k_s = V/x_s.$

Первое граничное условие аналогично условию (12), а второе показывает, что температура охлаждаемого конца кристалла фиксирована.

Решение уравнения (15) имеет следующий вид:

$$T_{s} = T_{k} - \frac{T_{k} - T_{b}}{1 - e^{k_{s} t}} (1 - e^{k_{s} t}).$$
(18)

Параметр h можно найти, используя условие непрерывности теплового потока на фронте кристаллизации:

$$\lambda_s \left. \frac{dT_s}{dx} \right|_{x=0} + \lambda_L \left. \frac{dT_L}{dz} \right|_{z=0} = -V\rho L. \tag{19}$$

377

Эдесь λ_{s(L)} — ковффициент теплопроводности кристалла (расплава), ρ — плотность кристаллизуемого вещества, L — удельная теплота кристаллизации.

Продифференцировав (14) и (18) и подставив полученные выражения в (19), имеем

$$\frac{1 - e^{-k_L h_0}}{k_L} \left(V_p L + \lambda_s k_s \frac{T_k - T_b}{1 - e^{k_s l}} \right) - T_k \lambda_L = -T_0 \lambda_L + \frac{\lambda_L \alpha \left(T_0 - T_b \right) \left(e^{-k_T h} - e^{k_T h_0} \right)}{\left(\lambda_T k_T - \alpha \right) e^{k_T l} + \alpha e^{-k_T h}},$$
(20)

откуда для h получаем

$$h = \frac{1}{k_T} \ln \left\{ \frac{T_k - T_b - \frac{1 - e^{-\kappa_L n_s}}{\lambda_L k_L} \times}{(T_0 - T_b) e^{-k_T n_s} - \left(1 - \frac{\lambda_T k_T}{a}\right) e^{k_T l} \times} \frac{\left(V_p L + k_s \lambda_s \frac{T_k - T_b}{1 - e^{k_s l}}\right)}{\sum \left[T_0 - T_k + \frac{1 - e^{-k_L n_s}}{k_L \lambda_L} \left(V_p L + k_s \lambda_s \frac{T_k - T_b}{1 - e^{k_s l}}\right)\right]}\right\}}.$$
(21)

Рассмотрим некоторые предельные случан этого выражения.

Пусть $k_T h_0 \ll 1$, $k_L h_0 \ll 1$. Эти условия, как правило, хорошо выполняются. Например, для $CaF_2 \times_L = 1,8 \cdot 10^{-3} \text{ см}^2/\text{с}$, $V \approx 10^{-4} \text{ см/с}$ и $k_L \lambda_L \approx 10^{-1}$.

Тогда, разлагая в ряд правую часть (21), получим

$$h = \frac{1}{k_{T}} \ln \left\{ \frac{T_{k} - T_{b} - \frac{h_{0}}{\lambda_{L}} \times}{(T_{0} - T_{b})(1 - k_{T}h_{0}) - (1 - \frac{\lambda_{T}k_{T}}{\alpha})e^{k_{T}t} \times} \times \frac{(V_{p}L + k_{s}\lambda_{s}\frac{T_{k} - T_{b}}{1 - e^{k_{s}t}})}{(T_{0} - T_{k} + \frac{h_{0}}{\lambda_{L}}(V_{p}L + k_{s}\lambda_{s}\frac{T_{k} - T_{b}}{1 - e^{k_{s}t}})}{1 - e^{k_{s}t}} \right\}.$$
(22)

а) Рассмотрим случай, когда скорость кристаллизации $V \rightarrow 0$ и $\lambda_T = 0$. Это означает отсутствие тигля, и из (22) получаются выражения, соответствующие методу Чохральского:

$$h = \frac{T_0 - T_k}{T_k - T_b} l, \tag{23}$$

$$\frac{\delta h}{\delta T_0} = \frac{1}{\gamma_s}, \qquad (24)$$

где $\gamma_s = (T_k - T_b)/l$ - градиент температуры в кристалле. 378 6) Пусть $V \rightarrow 0$, $\lambda_{\tau} \neq 0$. Разлагая правую часть (22) в ряд, имеем

$$h = \frac{(T_0 - T_b) h_0 + \left(l - \frac{\lambda_T}{\alpha}\right) \left[T_0 - T_k - \frac{h_0 \lambda_s}{l \lambda_L} (T_k - T_b)\right]}{(T_k - T_b) \left(1 + \frac{h_0 \lambda_s}{l \lambda_L}\right)}, \quad (25)$$

$$\frac{\delta h}{\delta T_0} = \frac{1}{\gamma_s \left(1 + \frac{h_0 \lambda_s}{l \lambda_L}\right)} \left(1 + \frac{h_0}{l} - \frac{\lambda_T}{al}\right).$$
(26)

Для простоты принимая $\lambda_s = \lambda_L$ с учетом очевидного условия $h_0 \ll l$, получим

$$\frac{\partial h}{\partial T_0} = \frac{1}{\gamma_L} \left(1 - \frac{\lambda_T}{\alpha l} \right). \tag{27}$$

Сравнение (24) и (27) показывает, что чувствительность ростовой системы по отношению к возмущениям температуры расплава в центре зоны нагревания при выращивании кристаллов по методу ЧБС ниже, чем по методу Чохральского. По сравнению с методом Бриджмена-Стокбаргера метод ЧБС обладает тем преимуществом, что в области кристаллизации кристаллизуемое вещество не соприкасается со стенками тигля.

НИИ физики конденсированных сред ЕГУ

Поступила 21. VII. 1980

ЛИТЕРАТУРА

 В. Маллинз, Р. Секера. Сб. Проблемы роста кристаллов, Изд. Мир, М., 1968, стр. 106.
 Д. У. Раттер. Сб. Жидхие мсталлы и их затвердевание. Изд. Металлургия, М., 1962, стр. 279.

> ՉՈԽՐԱԼՍԿՈՒ_ԲՐԻՋՄԵՆԻ_ՍՏՈԿԲԱՐԳԵՐԻ ՄՈԴԻՖԻԿԱՑՎԱԾ ԱՃԵՑՄԱՆ ՀԱՄԱԿԱՐԳՈՒՄ ԲՑՈՒՐԵՂՆԵՐԻ ԱՃԻ ՄԱՍԻՆ

2. 9. LULPULIABUL, U. P. 204Ub4BUL

Դիտարկված է ջերմաստիճանի բաշխումը Չոխրալսկու—Բրիջմենի—Ստոկրարդերի մոդիֆիկացված աճեցման համակարդում, երբ հալանոնի տրամադիծը հավասար է բյուրեղի տրամադծին, իսկ հալանոնի փոխանցման արադունյունը հավասար է բյուրեղի ձգման արադուբյանը։

ON THE CRYSTAL GROWTH IN MODIFIED CZOCHRALSKI-BRIDGMAN-STOCKBARGER GROWTH SYSTEM

H. G. NALBANDIAN, S. T. HOVSEPIAN

The temperature distribution in modified Czochralski-Bridgman-Stockbarger growth system is studied when the diameter of crucible is equal to the crystal diameter and the rate of crucible feed is equal to the pulling rate of the crystal.

СЛОИ РОСТА И СЕГНЕТОЭЛЕКТРИЧЕСКАЯ ДОМЕННАЯ СТРУКТУРА КРИСТАЛЛОВ НИОБАТА КАЛИЯ-ЛИТИЯ

А. Л. АЛЕКСАНДРОВСКИЙ, Л. М. КАЗАРЯН, П. Р. РУСЯН

Рассмотрено формирование доменной структуры в кристаллах ниобата калия-лития в зависимости от условий выращивания. Установлено, что в кристаллах, выращенных вдоль оси z, образуется упорядоченная по слоям роста доменная структура. В кристаллах, выращенных перпендикулярно оси z, обнаружено влияние градиента состава на формирование доменной структуры.

Сегнетоэлектрические кристаллы ниобата калия-лития (КЛН) выращивались из шихты состава $(K_2O)_{0,3}$ $(Li_2O)_{0,7-x}$ $(Nb_2O_5)_x$, где 0,44 < x < $<math>\leq 0,46$ [1—3], состав кристаллов при этом изменялся в интервале $0,51 \le$ $\leq x \leq 0,55$. Кристаллы КЛН выращивались методом Чохральского в платиновых тиглях, в печах с индукционным нагревом. Скорость вытягивания були составляла 0,7-1,0 мм/час, скорость вращения — 50—60 об/мин.

Для выращивания КЛН затравки соответствующей ориентации вырезались из материалов, изоструктурных КЛН,— ниобата бария-натрия (БНН) и ниобата бария-лития (БЛН). Такой выбор затравок позволил избежать выращивания кристаллов из сильно переохлажденных расплавов [4, 5]. В [6] для выращивания КЛН использовались затравки ниобата калия-висмута ($K_2BiNb_sO_{1s}$). Выбор изоструктурной КЛН затравки с более высокой температурой плавления, по-видимому, был сделан из тех же соображений, что и в [4, 5].

Доменная структура кристаллов КЛН изучалась во взаимосвязи с полосами роста. Полосы роста — наиболее типичный дефект, встречающийся в кристаллах, выращенных из инконгрувнтных расплавов. Они связаны с нарушением стехнометрии в процессе выращивания. Независимо от природы образования проявление полос роста можно считать следствием локального изменения состава. К таким локальным изменениям может привести изменение мгновенной скорости роста, связанное в основном с флуктуациями температуры у фронта кристаллизации.

Известно [10], что слои роста повторяют форму фронта кристаллизации. Конфигурация доменов, в свою очередь, повторяет форму слоев роста [7, 8]. Общность форм доменов и слоев роста позволяет назвать такие домены доменами-слоями. Таким образом, по морфологии доменовслоев можно судить о процессах роста практически на любой стадии выращивания кристаллов.

Доменная структура кристаллов КЛН изучалась модифицированным методом Мерца [7]. На рис. 1, 2 представлены микрофотографии доменной структуры разных участков кристалла КЛН, полученные указанным методом. Основной мотив — полосчатая доменная структура, аналогичная структуре в кристаллах БНН [7, 8] и БЛН [4]. Эта структура претерпе-





Рис. 1. Рис. 2. Рис. 1. Доменная структура О-градусного кристалла КЛН, выявленная модифицированным методом Мерца. Рис. 2. Доменная структура кристалла КЛН, демонстрирующая нестабильность условий роста.

вает значительные искажения на ростовых дефектах, вытянутых вдоль направления роста.

Картина неоднородностей типа слоев роста показана на рис. 3. Сравнивая рис. 1 и 2 с рис. 3, можно отметить, что конфигурация доменов повторяет форму слоев роста и по их изменению действительно можно судить о процессах роста.

Форма доменов-слоев на рис. 2 демонстрирует нестабильность условий роста, когда поверхность раздела фаз претерпевает значительные искажения. На рис. 1 виден захват кристаллом газовых пузырьков, сопровождающийся (на фоне относительно плоской, устойчивой поверхности раздела фаз) «шлейфом», отличающим вытянутый вдоль направления роста участок с резко нарушенной поверхностью раздела фаз.

Большой интерес представляет доменная структура кристалла КЛН 90-градусной ориентации, поверхность раздела которого оформлена гранью (100). На рис. 4 показаны слои роста в этом кристалле и заметно, как ближе к середине були грань (100) переходит в другую грань с индексами (h0l). Рост гранью (100) сопровождается захватом газовых пузырьков, вытянутых в плоскости грани и явно примыкающих к ростовым слоям.

Участок доменной структуры, включающий в себя область излома на фронте кристаллизации, представлен на рис. 5. Примечательная особен-

ность доменной структуры кристалла 90-градусной ориентации — эго исчезновение доменов-слоев ка грани (100), несмотря на присутствие резко выраженных слоев роста. На некотором расстоянии от грани (h0l) просле-



Рис. 3. Слон роста 0-градусного кристалла. КЛН.



Рис. 4. Слон роста в кристаллах 90-градусной ориентации.

живаются тонкие домены, продолжающие домены-слои, но дальше, к середине грани (100), наблюдается полностью неупорядоченная по слоям роста доменная структура, состоящая из микродоменов. Этот факт подтверждает гипотезу о поляризующем действии градиента состава кристалла в слоях роста [8, 10], выдвинутую на основании исследования доменной структуры в кристаллах БНН и ниобата лития. Действительно, на грани (h0l) существует ненулевая проекция вектора grad (δc) на полярную ось z, где ос-вариация состава в слоях роста. Поэтому в силу принципа симметрии Кюри вектор grad (δс), рассматриваемый как воздействие, может вызвать поляризацию соответствующего участка кристалла.

На грани (100) grad (δс) строго перпендикулярен оси *z*, поэтому принцип Кюри запрещает образование слоистой доменной структуры на этом участке кристалла. Вместо доменов-слоев в этом случае также, как и у кристаллов БНН, наблюдаются микродомены, вытянутые вдоль полярной оси.



Рис. 5. Доменная структура кристаллов КЛН 90-ггадуской орнентации.

Наличие микродоменов с поперечным размером около $1\div 2$ мкм и дляной 5 мкм (в направлении оси z) было подтверждено экспериментами по генерации второй гармоники неодимового лазера в этом кристалле. При этом, как и для кристаллов БНН и БЛН с микродоменами [4, 7], наблюдалось диффузное рассеяние второй гармоники, исследование которого дало возможность оценить средние размеры микродоменов в кристаллах КЛН. Подобие доменных структур кристаллов КЛН, БЛН и БНН, первый из которых по данным ДТА имеет размытый фазовый переход, растянутый на 100—150° C, а у последнего фазовый переход сосредоточен в узкой температурной области (~ 1° C), свидетельствует о том, что механизм, отвечающий за образование доменных конфигураций, не связан с параметрами фазового перехода в указанных кристаллах.

Институт физических исследований АН АрмССР

Поступила 18.11. 1981

ЛИТЕРАТУРА

B. A. Scott et al. Mater. Res. Bull., 5, 47 (1970).
 T. Nagat, T. Ikeda. Jap. J. Appl. Phys., 12, 199 (1973).
 A. М. Казарян. Изв. АН АрмССР, Физика, 13, 241 (1978).
 А. М. Казарян и др. Препринт ИФИ 78-77, 1978.

- 5. Э. С. Вартанян и др. Кристаллография, 24, 652 (1979).
- 6. O. N. Adachi, A. Kawabata. Jap. J. Appl. Phys., 17, 1959 (1978).
- 7. А. Л. Александровский. Кандидатская диссертация, МГУ, 1977.
- 8. А. Л. Александровский, Ю. А. Москаев, М. И. Наумова. ФТТ, 17, 3197 (1975).
- 9. M. Tasson et al. Ferroelectrics, 13, 479 (1976).
- 10. К. Маризейн, А. Витт, Х. Гейтос. Проблемы роста кристаллов, Изд. Мир. 1968. стр. 251.

ԿԱԼԻՈՒՄ–ԼԻԹԻՈՒՄ ՆԻՈԲԱՏԻ ՍԵԳՆԵՏՈԷԼԵԿՏՐԻԿ ԴՈՄԵՆԱՅԻՆ ԿԱՌՈՒՑՎԱԾՔԸ ԵՎ ԱՃՄԱՆ ՇԵՐՏԵՐԸ

Ա. Լ. ԱԼԵՔՍԱՆԴՐՈՎՍԿԻ, Լ. Մ. ՂԱՉԱՐՅԱՆ, Պ. Ռ. ՌՈՒՍՑԱՆ

Քննարկված է կալիում-լիթիում նիոբատի բյուրեղներում գոմենային կառուցվածքը կախված աճեցման պայմաններից։ Բացահայտված է, որ z առանցքի ուղղությամբ աճեցված բյուրեղներում առաջանում է բստ աճեցման շերտերի կարդավորված գոմենային կառուցվածք։ z առանցքին ուղղահայաց ուղղությամբ աճեցված բյուրեղներում հայտնաբերված է բաղագրու-Բյան գրադիննտի ազդեցությունը գոմենային կառուցվածքի վրա։

GROWTH LAYERS AND FERROELECTRIC DOMAIN STRUCTURE IN POTASSIUM-LITHIUM NIOBATE CRYSTALS

A. L. ALEKSANDROVSKI, L. M. KAZARIAN, P. R. RUSIAN

The conditions of domain formation in lithium-potassium niobate (KLN) crystals are considered in dependence of the growth conditions. It is shown that in C-axis crystals the ordered domain structure is formed along the growth striations. The influence of compositional gradient on the formation of domain structure in A-axis crystals is observed.

ИССЛЕДОВАНИЕ ОДНОРОДНОСТИ ИЗГИБА ПЛОСКО-ПАРАЛЛЕЛЬНОЙ ПЛАСТИНЫ

А. А. ПАПОЯН, П. А. БЕЗИРГАНЯН

Экспериментально показано, что при неоднородном изгибе плоско-параллельной пластины на секционной топограмме дифрагированного пучка появляются V-образные маятниковые полосы, расстояние между вершинами которых с увеличением степени неоднородности изгиба уменьшается, а их число увеличивается. Обнаружено хорошее согласие экспериментальных результатов с динамической теорией рассеяния рентгеновских лучей в слабо деформированных кристаллах. На основе проведенных исследований разработан повый метод прецизионного определения степени однородности изгиба по высоте образца.

Явление маятниковой интерференции — один из основных объектов исследования динамической теории рассеяния рентгеновских лучей (РА) в кристаллах — широко применяется для решения различных задач. Впервые существование явления маятниковой интерференции РА теоретически доказал Эвальд, а Като и Ланг [1] экспериментально наблюдали результат такой интерференции — маятниковые полосы (МП). Но оказалось, что они не идентичны с полосами, которые ожидались согласно теории Эвальда. Теоретическое объяснение новых полос дал Като [2, 3] в предположении, что падающая на кристалл рентгеновская волна является сферической.

В последние годы динамическая теория рассеяния РЛ быстро развивается для несовершенных кристаллов [4—9]. Согласно работе [4], слабая деформация совершенного монокристалла приводит к тому, что в любой его маленькой области рассеяние РЛ описывается основными соотношениями дифракции РЛ для идеального кристалла, а переход из одной области в другую учитывается либо изменением волнового вектора ΔK , либо изменением межплоскостного расстояния Δd . Таким образом, в слабо деформированном кристалле рентгеновские волновые поля и динамическое взанмодействие между ними сохраняются, однако траектории, вдоль которых распространяются потоки әнергии, искривляются и эффективная толщина кристалла меняется [9]. Так как интерференционные порядки МП зависят от эффективной толщины кристаллов, то, согласно [9], они при слабой деформации образца должны меняться.

В работе [10] вто явление наблюдалось при однородной деформации клиновидного образца температурным градиентом, а в работе [11] — мехаинческим изгибом. В работе [12] механическим четырехточечным способом был осуществлен однородный изгиб плоско-параллельной пластины, а в [13] — закручивание. В обоих случаях наблюдалось изменение знака контраста центральной МП, что также обусловлено изменением эффективной толщины образца вследствие деформации. В работах [14, 15] исследовалось влияние неоднородной деформации плоско-параллельной пластины на маятниковые полосы. В [14] неоднородная деформация образца осуществлялась его сжатием ножами, а в работе [15] — нанесением окисной пленки на некоторую область одной из поверхностей образца. В обоих случаях вдоль линии максимального значения градиента деформации возникали V-образные МП, основаниями обращенные к этой линии.

Вследствие большой чувствительности маятниковых полос к слабым деформациям результаты вышеуказанных работ позволяют разработать прецизионные методы определения количественных параметров, характеризующих деформационное поле, созданное извне или существующее вокруг нарушений и несовершенств в монокристаллах.

В настоящей работе экспериментально обнаружено возникновение V-образных МП при неоднородном изгибе по высоте плоско-параллельной пластины, исследовано их поведение при изменении степени однородности и предложен метод прецизионного исследования степени изгиба по высоте образца (в направлении, перпендикулярном вектору дифракции).

1. Методика эксперимента

В эксперименте был использован образец, вырезанный из бездислокационного монокристалла кремния в виде плоско-параллельной пластины с размерами $40 \times 15 \times 0.82$ мм³. Нормаль к большим поверхностям образца после механической и химической обработок составлял угол $\delta = 2^\circ$ с отражающими плоскостями (110), которые были перпендикулярны к основанию образца с точностью 2'. Регистрировалось отражение (220),

Схема эксперимента приведена на рис. 1, где F — проекция фокусного пятна ренггеновского излучения MoK_a с размерами 400×400 мкм².



Рис. 1. Схема эксперимента.

S — щель шириной 25 мкм, O — исследуемый образец, P — фотопластинка типа МК. Расстояния на схеме таковы: FS = 130 см, SO = 5 см. OP = 10 см. Изгиб образца был осуществлен при помощи специального устройства, предназначенного для четырехточечного цилиндрического изгиба плоско-параллельных монокристаллов [16]. Чтобы обеспечить неоднородность изгиба по высоте образца два изгибающих стержня в устройстве заменялись конусными стержнями, благодаря чему нижнее основание образца начинало изгибаться раньше верхней. Постепенно увеличивая неоднородность изгиба образца, были сняты четыре секционные топограммы дифрагированного пучка, которые с увеличением в 9,2 раза приведены на рис. 2 (a-2).

386

Следует стметить, что во избежание больших экспозиций в эксперименте ширина щели S была взята порядка 25 мкм, вследствие чего на рис. 2. хорошо видны лишь вершины V-образных МП, перемещения которых и исследуются в настоящей работе.



6

a

ō

2

Рис. 2. Секционные топограммы дифрагиро ванного пучка, снятые от образца при постепенном увеличении неоднородности сгоизгиба.

Отметим также, что секционные топограммы были сняты при вогнутом образце, однако, как показали результаты дополнительных экспериментов, изменение знака изгиба не влияет на возникновение и на поведение V-образных МП.

2. Обсуждение полученных результатов и выводы

Согласно динамической теории рассеяния РЛ, расстояние между МП максимально между вершинами полос, соответствующих лучам, падающим на кристалл под точным углом Брэгга, и определяется выражением

$$\Delta_0 = \frac{\lambda \cos \theta}{|C| (\chi_{\bar{\lambda}} \chi_{\bar{\lambda}})^{1/2}},$$
(1)

где λ — длина рентгеновской волны, θ — угол Брэгга, С — поляризационный фактор, равный 1 или соз 2 θ соответственно для σ - и л-поляризаций, χ_h, χ_h^- — коэффициенты Фурье диэлектрической проницаемости порядка h [17]. Эная Δ_{θ} , можно легко посчитать интерференционный порядок центральной МП, получаемой на секционной топограмме от плоско-параллельной пластины с толщиной t:

$$n_0 = \frac{t}{\Delta_0} \,. \tag{2}$$

Как уже отмечалось во введении, изгиб образца приводит к изменению его эффективной толщины, вследствие чего интерференционный порядок МП в любой точке кристалла меняется, причем, согласно [11], порядок n после деформации связан с порядком n_0 до деформации соотношением

$$n = \frac{1}{2} n_0 \left[\sqrt{(1+P^2)} + P^{-1} \arcsin h P \right].$$
 (3)

Здесь *Р* — параметр деформации, который в случае механического однородного изгиба определяется по формуле

$$P = \frac{\delta \operatorname{tg} \theta}{C \lambda_h R} \left[1 + (1 + \gamma) \cos^2 \theta \right] t, \tag{4}$$

где v — коэффициент Пуассона, R — радиус изгиба кристалла.

Если плоско-параллельная пластина подвергается однородному изгибу, то, согласно [12], это приводит к изменению контраста центральной МП, а если изгиб по высоте образца постепенно меняется, эффективная толщина образца по высоте тоже будет плавно меняться, и он превратится в «клин». В результате помимо вышеописанных явлений происходит и новое явление — возникают V-образные МП, что хорошо видно на серии топограмм рис. 2 (a-2).

На секционной топограмме рис. 2a, соответствующей неизогнутому состоянию кристалла, на краях видны V-образные МП, обусловленные уменьшением толщины краев образца при механической и химической обработках. При исследовании влияния изгиба на МП следует рассмотреть среднюю часть секционной топограммы, где на формирование дифракционной картины этот эффект не влияет.

Как видно из рис. 2 (6-г), чем больше степень неоднородности изгиба, тем больше отличаются эффективные толщины кристалла по высоте образца, в результате чего происходит увеличение угла «клина» и возрастание числа V-образных МП, вышедших на секционной топограмме. Если порядок центральной полосы плоско-параллельной пластины до изгиба был n_0 (см. формулу (2)), то порядок k-ой V-образной МП, возникшей вследствие неоднородного изгиба, будет соответственно

$$n = n_0 + k$$
 или $n = n_0 + \left(k - \frac{1}{2}\right)$ (5)

в зависимости от того, совпадает или отличается его знак контраста от знака контраста центральной MП.

Из вышеизложенного следует, что в любой точке кристалла можно определить раднус локального изгиба. Действительно, если в этой точке

интерференционный порядок МП есть n, то по формуле (3) можно найти соответствующее вначение P, а по формуле (4) — R. Например, на рис. 2iв точке, отмеченной стрелкой, порядок МП равен $n = n_0 + 1$, и так как в нашем эксперименте n_0 , согласно формуле (2), равен 24, то n = 25. Имея в виду также, что в формуле (4) $\delta = 2^\circ$, $\theta = 10,63^\circ$, $\lambda_h = 2,04 \cdot 10^{-6}$, v = 0,25, и взяв вместо C его среднее значение

$$\overline{C}=\frac{1+\cos 2\theta}{2},$$

равное 0,966, в этой точке получим R = 3,6 м, что хорошо совпадает со значением, определяемым известным рентгеновским методом [13].

Выбирая несколько точек по высоте образца h и по вышеописанной методике определяя значения радиусов локального изгиба в них, можно количественно оценить зависимость R от h, т. е. определить степень однородности изгиба в направлении, перпендикулярном вектору дифракции.

Имея в виду, что применение общеизвестных методов определения степени однородности изгиба по высоте образца [13, 18, 19] включает необходимость как дополнительного поворота образца или системы щелей на 90° с последующей его юстировкой под точным углом Брагга, так и применение устройств для тонкого переноса и поворота, можно заключить, что вышеописанный новый метод определения степени однородности изгиба по высоте монокристаллов существенно проще при одновременном обеспечении высокой степени точности измерений (МП очень чувствительны к слабым деформациям). Все это создает хорошие предпосылки для его успешного применения при решении различных научных и практических задач, например, для контроля степени однородности изгиба изогнутых кристаллмонохроматоров, применяемых в рентгеновских спектрометрах и дифрактометрах [20, 21].

Ереванский государственный университет

Поступила 31. Х. 1980

ЛИТЕРАТУРА

- 1. N. Kato, A. R. Lang. Acta Cryst., 12, 787 (1959).
- 2. N. Kato. J. Appl. Phys., 39, 2225 (1968).
- 3. N. Kato. J. Appl. Phys., 39, 2231 (1968).
- 4. P. Pening, D. Poider. Philips Res. Rep., 16, 419 (1951).
- 5. S. Takagi. Acta Cryst., 15, 1311 (1962).
- 6. D. Taupin. Bull. Soc. Franc. Miner. Cryst., 87, 469 (1964).
- 7. U. Bonse. Z. Phys., 177, 385 (1964).
- 8. N. Kato. J. Phys. Soc. Japan, 19, 67 (1964).
- 9. N. Kato. J. Phys. Soc. Japan, 19, 971 (1964).
- 10. M. Hart. Z. Phys., 189, 269 (1966).
- 11. M. Hart. Appl. Phys. Lett., 7, 96 (1965).
- 12. П. А. Безирганян, А. А. Папоян, Г. М. Аладжаджян. Кристаллография, 25, 850 (1980).
- 13. В. И. Кушнир, Э. В. Суворов, К. Ю. Мухин. ФТТ, 22, 2135 (1980).
- 14. Y. Ando, N. Kato Acta Cryst., 21, 284 (1966).
- 15. Y. Ando, J. R. Patel, N. Kato. J. Appl. Phys., 44, 4405 (1973).

16. П. А. Безирганян, А. А. Папоян, О. С. Семерджян. Положительное решение № 2885119/25-26, 1980.

17. N. Kato. Acta Cryst., 14, 627 (1961).

- 18. U. Bonse, W. Graeff. Z. Naturforsch., 28a, 558 (1973).
- 19. K. Godwod, A. T. Nagy, Z. Rek. Phys. Stat. Sol. (a), 34, 705 (1976).
- 20. В. М. Самсонов. Препринт ЛИЯФ-278, Ленинград, 1976.

21. В. М. Самсонов, Е. Г. Лапин. Препринт ЛИЯФ-587, Ленинград, 1980.

ՄԻԱԲՅՈՒՐԵՂԱՅԻՆ ՀԱՐԹ-ԶՈՒԳԱՀԵՌ ԹԻԹԵՂԻ ՃԿՄԱՆ ՀԱՄԱՍԵՌՈՒԹՅԱՆ ՀԵՏԱԶՈՏՈՒԹՅՈՒՆԸ

Ա. Ա. ՊԱՊՈՅԱՆ, Պ. Հ. ԲԵՉԻՐԳԱՆՑԱՆ

Փորձնականորհն ցույց է տրված, որ միաբյուրնղային հարթ-ղուգահեռ թիթեղի անհամաանո ճկման մամանակ դիֆրակցված փնջի սնկցիոն տոպոգրամմայում առաջանում են V-աձև հոճանակային շերտեր, որոնց թիվը ճկման անհամասեռության աստիճանի մեծացմանը զուգընթաց աճում է, իսկ գագաթների միջև եղած հեռավորությունը՝ նվազում։ Կատարված հետաղոտություններից ելնելով առաջարկվում է նոր ճշգրիտ մեթոդ ըստ թյուրեղի բարձրության (դիֆրակցիայի վեկտորին ուղղահայաց ուղղությամբ) ճկման համասեռությունը որոշելու համար։

INVESTIGATION OF BENDING HOMOGENEITY OF A PLANE-PARALLEL MONOCRYSTAL PLATE

A. A. PAPOIAN, P. H. BEZIRGANIAN

A series of four topograms of a beam diffracted from a plane-parallel monocrystal plate was taken at different degrees of bending homogeneity. V-shaped pendudum fringes were shown to arise at inhomogeneous bending, the number of which increased with the bending inhomogeneity and the distance between fringe tops decreased. The observational data well agreed with the predictions of dynamical theory of X-ray scattering in weakly distorted crystals.

. . . R.S. in the second

ЭПР КОМПЛЕКСОВ Fe^3 В α -LiIO,

В. З. АРУТЮНЯН , С. Г. МАЛОЯН, Э. Г. ШАРОЯН

Исследован ЭПР монокристаллов слёодата лития, легированных железом. В интервале температур от компатной до температуры структурного фазового перехода ($T_c = 510$ K) установлено наличие двух комплексов, обусловленных ионами Fe³⁺, ассоциированными соответственно с двумя и одной вакансней. На основе закона действующих масс определены параметры константы равновесия между комплексами Fe³⁺. Измерены температурные ванисимости параметров спин-гамильтониана всех наблюдаемых цейтров. Исследованы также монокристаллы сс-LilO₃, легированные двойной примесью — железом и хромом.

1. Введение

В работах [1, 2] нами подробно исследован новый дефектный центркомплекс, состоящий из трехзарядного иона Cr^{3+} , ассоциированного с двумя вакансиями ($V_{Li}-Cr^{3+}_{Li}-V_{Li}$). Такой комплекс образуется при легировании хромом монокристаллов йодата лития гексагональной модификации (α -LiIO₃). В области высоких температур ($T \gtrsim 300$ K) имеет место диссоциация этого комплекса. В [1, 2] были рассмотрены возможные схемы диссоциации и определены соответствующие параметры константы равновесия обратимой квазихимической реакции

$$(V_{Li}-Cr_{Li}^{3+}-V_{Li}) \leftrightarrows (Cr_{Li}^{3+}-V_{Li})+V_{Li}.$$

В настоящей работе приводятся результаты подробных ЭПР исследований монокристаллов α -LilO₃, легированных ионами Fe^{3+} . Ионы Fe^{3+} как и Cr^{3+} , замещают ионы Li^{ri} в α -LilO₃, и при низких температурах образуются две близлежащие литиевые вакансии вдоль оси С для компенсации избытка заряда [3]. Аналогично случаю хрома при температурах выше компатной имеет место резкое падение интенсивности сигнала ЭПР и наблюдается возникновение новых высокотемпературных центров Fe^{3+} характеризуемых другими значениями параметров спин-гамильтониана [4, 5]. В настоящей работе выяснена природа высокотемпературных центров Fe^{3+} и определены параметры константы равновесия между различными комплексами Fe^{3+} . Измерены температурные зависимости расщеплений в нулсвом магнитном поле и параметры спин-гамильтониана всех наблюдаемых комплексов Fe^{3+} . Исследованы также монокристаллы α -LiIO₃, легированные двойной примесью Fe^{3+} и Cr^{3+} .

2. Методика эксперимента

Монокристаллы *a-LilO*₃ с примесью Fe^{3+} были выращены известным методом испарения растворителя на установках BPK-2, разработанных в ИФИ АН Арм.ССР. Примесь Fe^{3+} вводилась в кислый раствор *a-LilO*₃ (pH = 1,8) в виде соли трехвалентного железа $FeCl_3$. Рост монокристаллов *a-LilO*₃ с примесью Fe^{3+} осуществлялся на затравках *a-LilO*₃ со скоростью ~0,3 мм в сутки. Концентрации ионов Fe^{3+} в образцах измерялись на ЭПР-спектрометре 3 см-диапазона путем сравнения с эталонным образцом $CuCl_2 \cdot 2$ (H_2O).

Спектры ЭПР были исследованы в Х-диапазоне на спектрометрах РЭ-1301 и РЭ-1306, а также в интервале частот 23÷40 ГГц на спектрометре миллиметрового диапазона, описанном в [6].

Для получения угловой зависимости спектров ЭПР в Х-диапазоне использовался гониометрический узел, с помощью которого можно было вращать исследуемый образец в двух взаимно перпендикулярных плоскостях. Ориентация кристаллов α -LiIO₃ задавалась углами θ и φ , где θ угол между направлением внешнего магнитного поля **B** и осью аксиальной симметрии кристалла **C**, а φ — угол вращения в плоскости, перпендикулярной оси **C**. Шкала гониометра обеспечивала точность отсчета угла θ не хуже $\pm 3'$, а угла φ — $\pm 1^\circ$.

3. Результаты и обсуждение

При исследовании температурного поведения спектров ЭПР иснов Fe³⁺ в α-LiIO, в области температур выше комнатной обнаружены новые

Рис. 1. Температурная зависимость отношений интенсивностей высокотемпературного и низкотемпературного центров Fe^{3+} (кривые 1-4) и Cr^{3+} (пунктирная кривая) при разных значениях концентрации с: $\triangle -9 \cdot 10^{-5}$, • $-2 \cdot 10^{-4}$, $\bigcirc -2.5 \cdot 10^{-3}$, $\square -5 \cdot 10^{-4}$, $\blacksquare -3 \cdot 10^{-4}$.



парамагнитные центры, обусловленные также ионами Fe^{3+} . На рис. 1 приведена температурная зависимость отношения интегральных интенсивностей сигналов ЭПР высокотемпературного Fe_{B}^{3+} и низкотемпературного Fe_{B}^{3+} центров железа в образцах α -LilO₃ при разных значениях степени легирования: $c = 9 \cdot 10^{-5}$, $2 \cdot 10^{-4}$ и $2,5 \cdot 10^{-3} \left(\text{кривые } 1-3, c = \frac{N(Fe^{3+})}{N(Li^{+})} \right)$. Аналогично случаю α -LilO₃: Cr^{3+} следует отметить полную обратимость центров Fe_{B}^{3+} и Fe_{B}^{3+} с изменением температуры. Область взаимных превращений начинается при $T \gtrsim 300$ К и сверху она ограничена необратимым структурным фазовым переходом кристалла йодата лития из гексагональной α -модификации в тетрагональную β -модификацию ($T_{c} = 510$ K [1]).

Как и в случае a-LilO₃: Cr^{3+} , обратимый переход между низкотемпературным и высокотемпературным центрами Fe^{3+} легко объяснить, если предположить наличие комплексов иона Fe^{3+} , ассоциированных соответственно с двумя или одной вакансией. Комплекс иона Fe^{3+} , ассоциированного с двумя вакансиями ($V - Fe^{3+} - V$), соответствующий низкотемпературному центру $F_{\rm H}^{3+}$, при $T \gtrsim 300$ К может диссоциировать, в результате чего катионная вакансия булет мигрировать по кристаллу, а соответствующий узел заместится ионом Li^+ . Замещение вакансии на Li^+ в комплексе ($V - Fe^{3+} - V$) приведет к появлению комплекса иона Fe^{3+} , ассоциированного только с одной вакансией ($Fe^{3+} - V$), который соответствует высокотемпературному центру $Fe_{\rm B}^{3+}$. Этот процесс описывается следующей обратимой квазихимической реакцией:

$$(V_{Ll} - Fe_{Ll}^{3+} - V_{Ll}) \rightleftharpoons (Fe_{Ll}^{3+} - V_{Ll}) + V_{Ll}.$$
 (1)

Изменение локального окружения Fe^{3+} при замещении $V \rightleftharpoons Li$ обусловливает скачкообразное изменение параметров спин-гамильтониана иона Fe^{3+} , в результате чего спектры ЭПР комплексов $(V - Fe^{3+} - V)$ и $(Fe^{3+} - V)$ хорошо различаются. Спектры обоих комплексов хорошо описываются спин-гамильтонианом тригональной симметрии для S = 5/2:

$$H = \beta B_g S + B_2^{\circ} O_2^{\circ} + B_4^{\circ} O_4^{\circ} + B_4^{\circ} O_4^{\circ}, \qquad (2)$$

где

$$\hat{O}_{2}^{0} = 3\hat{S}_{z}^{2} - S(S+1),$$

$$\hat{O}_{4}^{0} = 35 \,\hat{S}_{z}^{4} - [30 \,S \,(S+1) - 25] \,\hat{S}_{z}^{2} - 6 \,S \,(S+1) + 3 \,S^{2} \,(S+1)^{2},$$
$$\hat{O}_{4}^{3} = \frac{1}{4} \,[\hat{S}_{z} \,(\hat{S}_{+}^{3} + \hat{S}_{-}^{3}) + (\hat{S}_{+}^{3} + \hat{S}_{-}^{3}) \,\hat{S}_{z}].$$

В таблице представлены значения параметров спин-гамильтониана α-LiIO₃ : Fe³⁺, измеренные ранее и в настоящей работе.

На рис. 2 приведена температурная зависимость расшеплений в нулевом магнитном поле $\delta_1 = |W_{\pm 3/2} - W_{\pm 1/2}|$ и $\delta_2 = |W_{\pm 5/2} - W_{\pm 3/2}|$ для обоих комплексов ($V - Fe^{3+} - V$) и ($Fe^{3+} - V$). На рис. 3 приведена

· with she .

Таблица

Центр	<i>T.</i> K	gl	g_	<i>В</i> ⁹ ₂ . МГц	B ⁰ ₄ , МГц	В ³ ₄ , МГц	Ссыл
The Party of the	1,8	2,007	2,007	2592	-	-	[3]
$Fe_{\rm H}^{3+} \equiv (V - Fe^{3+} - V)$	293	2,007 (2) 2,0014 (10) 2,002 (1)	2,007 (2) 2,008 (2) 2,008 (2)	2637 (1) 2610 (1) 2649 (1)	-2,07 (12) -2,22 (5) -3,68 (10)	$ \begin{array}{c} -19(6) \\ -1,68(8) \\ <2 \\ >-2 \end{array} $	160Ta [3]
	480	2,002 (2)	2,008(4)	2524 (2)	-2,86 (10)	$\begin{vmatrix} <^2 \\ > -2 \end{vmatrix}$	gas ps
$Fe_{B}^{3+} \equiv (Fe^{3+} - V)$	480	2,002 (2)	2,008 (4)	2667 (2)	<u>±</u> 3,33(10)	<2 >-2	настояц
32	an	-		AB,MT C	L-Li 10 ₃ :Fe ³	f12	





Рис. 2.

Рис. 3.

Рис. 2. Температурная зависимость расщеплений в нулевом магнитном поле комплексов Fe^{3+} в α -LilO₃: $\blacktriangle - (V - Fe^{3+} - V)$, $\bigtriangledown - (Fe^{3+} - V)$. Рис. 3. Температурная зависимость ширины липий ЭПР переходов комплексов Fe^{3+} при $\theta = 0^{\circ}$ и $\varphi = 0^{\circ}$: кривая 1 — переход |-3/2> + +|-1/2>комплекса ($Fe^{3+} - V$); кривая 2 - переход |-3/2> + +|-1/2> комплекса са ($V - Fe^{3+} - V$); кризая 3 — переход |+1/2> + +|-1/2> комплексов ($V - Fe^{3+} - V$); и ($Fe^{3+} - V$).

температурная зависимость ширины линий ЭПР обоих центров Fe^{3+} для переходов |+1/2>+-|-1/2> и |-3/2>-+|-1/2>. Как видно из рисунка, в интервале 300-500 К имеет место значительное уширение с повышением температуры. Ширилы линий вышеупомянутых переходов комплекса ($V - Fe^{3+} - V$) при температурах ниже комнатной меняются незначительно и при 77 К составляют 1,9 мТ для обоих переходов.

Перейдем к определению параметров константы равновесия квазихимической реакции (1). Применяя закон действующих масс к (1), имеем

394

$$\frac{cP}{[c(1-P)]^2} = K(T),$$
(3)

где P — доля ионов Fe^{3+} , связанных с двумя вакансиями, сP и с(I-P) — молярные концентрации комплексов $(V-Fe^{3+}-V)$, $(Fe^{3+}-V)$ и вакансий; константа равновесия $K(T) = k_0 \exp(\Delta H/kT)$, где k_0 —предвиспоненциальный множитель и ΔH — энтальпия ассоциации.

На основании кривых рис. 1 определены значения Р (Т) при различ-



ных концентрациях Fe^{3+} в $\alpha-LiIO_3$ (рис. 4). Из линейных анаморфоз уравнения (3) для $c = 9 \cdot 10^{-5}$, $2 \cdot 10^{-4}$ и $2,5 \cdot 10^{-3}$ получены соответственно значения: $\Delta H =$ $=(0,38\pm0,04)$ вВ, $(0,46\pm0,04)$ вВ, $(0,50\pm\pm0,04)$ вВ и $k_0 = (6\pm4) \cdot 10^{-1}$, $(7\pm4) \cdot 10^{-2}$, $(6\pm4) \cdot 10^{-3}$. Несколько различные значения ΔH и k_0 могут быть объяснены компенсационной зависимостью между энергией энтальпии и предэкспоненциальным множителем [[10]].

В заключение рассмотрим случай Рис. 4. Томпературная зависимость комплексов ($V-Fe^{3+}-V$). Fe³⁺ и Cr³⁺. На рис. 1 кривая 4 соответствует кристаллу, в котором $c_{Fe^{3+}} = 5 \cdot 10^{-4}$ и одновременно $C_{0r^{3+}} =$ = $3 \cdot 10^{-4}$. В этом случае параллельно с квазихимической реакцией (1) следует рассмотреть и реакцию, обусловленную превращением комплексов хрома:

$$(V_{Ll} - Cr_{Li}^{3+} - V_{Ll}) \rightleftharpoons (Cr_{Ll}^{3+} - V_{Ll}) + V_{Ll}.$$
 (4)

Применяя закон действующих масс, для этого случая имеем

$$\frac{c_{Fe^{3+}}P}{c_{Fe^{3+}}(1-P)[c_{Fe^{3+}}(1-P)+c_{Cr^{3+}}(1-P_1)]}=K'(T),$$

$$\frac{c_{Cr^{3+}}P}{c_{Cr^{3+}}(1-P_1)\left[c_{Fe^{3+}}(1-P)+c_{Cr^{3+}}(1-P_1)\right]}=K_1(T),$$

где P_1 — доля ионов Cr^{3+} , ассоциированных с двумя вакансиями, K'(T)и $K_1(T)$ — константы равновесия уравнений (1) и (4). Значения P(T)представлены на рис. 4, а $P_1(T)$ получены на основе пунктирной кривой рис. 1, которая представляет собой отношение $N(Cr^{3+}-V)/(N(V-Cr^{3+}-V))$. Из линейных анаморфоз уравнений (5) для комплексов железа получены значения $\Delta H = (0.56 \pm 0.04)$ »B, $k_0 = (6 \pm 4) \cdot 10^{-3}$, а для комплексов хрома — $\Delta H = (0.48 \pm 0.04)$ »B и $k_0 = (3 \pm 2) \cdot 10^{-2}$.

395

(5)

Изложенный выше анализ, очевидно, показывает, что параметры констант равновесия реакций типа (1) и (4) существенно зависят от общего числа всех примесей, ассоциированных с вакансиями, в том числе, конечно, и не парамагнитных, которые не наблюдаются в спектрах ЭПР. Следует указать также на зависимость параметров константы равновесчя ог степени однородности легирования. Зависимость, эквивалентная увеличению концентрации, наблюдалась нами в образцах с большими неоднородностями распределения примеси, где локальная концентрация комплексов Fe^{3+} значительно превышает среднюю ($c_{\rm лок} \gg c$). Этому же случаю соответствует образец α -LilO₃, легированный одновременно Fe^{3+} и Cr^{3+} .

Институт физических исследований АН АрмССР

Поступила 20.111. 1981

ЛИТЕРАТУРА

- 1. В. Э. Арутюнян и др. Препринт ИФИ 78-74, Аштарак, 1978.
- 2. E. G. Sharoyan et al. Proc. XX. Congress AMPERE, Tallin, 1978, p. 303.
- 3. А. Броер, Д. М. Дараселия. ФТТ, 19, 1250 (1977).
- 4. Э. Г. Шароян, В. З. Арутюнян. Матерналы Научной сессии по ЭПР, Тбилиси, 1977. стр. 52.
- 5. К. Н. Кочарян, А. А. Мирзаханян. Материалы Научной сессии по ЭПР, Тбилиси, 1977, стр. 32.
- 6. К. Н. Кочарян, А. А. Мирзаханян. Изв. АН АрмССР, Физика, 11, 484 (1976).
- 7. W. Karthe. Acta Phys. Pol., A 47, 533 (1975).
- 8. V. O. Marthrosyan et al. Phys. Stat. Sol. (b), 72, 441 (1975).
- 9. А. Лидьярд. Ионная проводимость кристаллов, Изд. ИЛ, М., 1962.
- Э. Г. Шароян, В. Э. Арутюнян. Тезисы 4-го Кироваканского научно-технического совещания по выращиванию и исследованию кристаллов, 1981.

α -LilO₃- በኮሆ Fe^{3+} -ኮ ԿብሆጣኒԵՔՍՆԵՐԻ ԷՊՌ-Ն

4. 9. 2UPAPPEAPESUL , U. 9. VULASUL, E. 9. CUPASUL

 $\xi q n - h$ մեննոդով ուսումնասիրված են Fe³⁺ - h խառնուրդով CL-(hilfnud յողատի միաբյուրեղները, Գանված է, որ սենյակայինից մինչև ստրուկտուրալ ֆաղային անցման ($T_c = 510 \, {
m K}$) չերմաստիճանային տիրույնում դոյունյուն ունեն երկու և մեկ վականսիաներով ասոցացված Fe³⁺ հոնների երկու կոմպլեջսներ։ Կիրառելով դործող ղանդվածների օրենքը, որոշված են Fe³⁺ -h կոմպլեջսների հավասարակշռունյան հաստատունի պարամետրերը։ Դիտարկված են նաև Fe³⁺ և Cr³⁺ կրկնակի խառնուրդով և անհամասեռ բաշխված խառնուրդով միաբյուրեղների դեպջերը։

ESR OF Fe³⁺ COMPLEXES IN a-LilO₃

V. Z. HARUTYUNYAN . S. G. MALOYAN, E. G. SHAROYAN

The ESR of a Fe^{3+} ion is investigated in the temperature range from 300 K to the structural phase transition temperature of 510 K. The existence of two complexes due to Fe^{3+} ions associated respectively with one and two vacancies is established. Using the mass action law the parameters of the equilibrium constant for the reve rsible reaction between the two Fe^{3+} complexes are determined. The cases of double-doping of single crystals with Fe^{3+} and Cr^{3+} impurities are considered.

1 mi -

ЛЕНТОЧНЫЙ РЕЛЯТИВИСТСКИЙ ЭЛЕКТРОННЫЙ ПУЧОК В РЕЖИМЕ САМОФОКУСИРОВКИ

Р. А. АКОПОВ, О. Г. АНТАБЛЯН, Е. К. ХАНИКЯНЦ.

С целью получения плотной многозарядной плазмы сильноточным релятивистским электронным пучком проведены эксперименты по фокусировке ленточного пучка. Экспериментально достигнута приемлемая фокусировка ленточного пучка свободных электронов с плотностью в фокусе ~ 0,4 мA/см². Исследовано поведение инерциально распространяющегося за фокусной плоскостью пучка.

Наряду с такими приложениями как генерирование СВЧ излучения, накачка некоторых типов лазеров, импульсное рентгеновское излучение и т. д. сильноточные релятивистские электронные пучки (РЭП) применяются также для создания высокотемпературной плотной плазмы. Пучки с плотностью мощности $\gtrsim 10^{19}$ BT/см² предполагается использовать для инициирования реакций управляемого термоядерного синтеза импульсного действия [1]. При более умеренных значениях плотности мощности можно надеяться получить плазму, состоящую из гелио- и неоноподобных ионов.

При создании плотной плазмы сильноточными РЭП качество фокусировки пучка является одним из решающих факторов. В этом направлении достигнуты определенные результаты. В работе [2] сообщается о достижении плотности тока ~ 20 MA/см² за счет сжатия пучка собственным магнитным полем. На том же принципе основана фокусировка пучка в работах [3, 4], где предприняты также попытки для попадания фокуса в заданную точку.

В работах [5, 6] рассматриваются механизмы создания инверсной заселенности уровней многозарядных ионов плотной плазмы для генерирования стимулированного излучения в области длин волн 5—70 нм.

Для проведения экспериментов по стимулированному излучению многозарядных ионов целесообразно создать плазму вытянутой формы, которую можно достичь сфокусированным ленточным РЭП.

В целях создания плотной многозарядной плазмы на ускорителе электронов [7] с током пучка ~ 35 кА, энергией электронов $E_{_9} = 0.5$ МэВ проводились эксперименты по фокусировке ленточного РЭП.

Сформированный высоковольтный импульс отрицательной полярности подавался на катод 1 со взрывной эмиссией вакуумного диода 2, рис. 1. Катод имел прямоугольную форму с треугольной канавкой в вершине с шириной 4 мм, угол при вершине канавки составлял 90°, рис. 2. Длина рабочей части катода — 20 мм.



Рис. 1. Схема экспериментальной установки.



Рис. 2. Конфигурация ускоряющего зазора. Схемы трех типов анодов.

Генерируемый в ускоряющем зазоре пучок электронов выводился через прозрачный анод 3 и инжектировался в дрейфовую камеру 4. Металлическая фольга 5 служила для снятия профиля пучка за анодом и могла с установленным шагом перемещаться по заземленной штанге 6. Общий ток и профиль электронного пучка измерялись секционированным цилиндром Фарадея. 50 секций цилиндров, каждая в виде графитового бруска с размерами $1,5 \times 1,5 \times 5$ мм³, равномерно располагались на поверхности круглого держателя с диаметром 80 мм. Бруски заземлялись сопротивлениями в 5 Ом. Диодный ток измерялся токовым шунтом 8. Сигналы с цилиндра Фарадея и токового шунта анализировались на осциллографе N2-7.
Исследования по самофокусировке пучка в диоде обычно проводятся при толстом аноде [3, 4], и степень фокусировки контролируется либо пообскурограммам, снятым в рентгеновских лучах, либо по анализу геометрии откола вещества анода. Однако для экспериментов с многозарядными ионами требуется свободный пучок электронов, сфокусированный на неко-тором удалении за анодом. Поэтому были проведены предварительные измерения по выбору анода. Были опробованы три типа анодов: 1) проволочный (пропускание 80%); 2) толстый, с выходной щелью; 3) из алюминиевой фольги, рис. 2. В экспериментах по выбору оптимального типа анода измерялись общий ток и контур пучка за анодом. Обработка данных этих измерений показала следующее: проволочный анод является одноразовым, оказывает слабое дефокусирующее воздействие, пропускание по току максимальное; толстый анод пропускает минимальный общий ток, обеспечивает высокое качество фокусировки; фольговый анод является однора-зовым с общим током, почти равным току при проволочном аноде (~ 35 кА), не влияет на фокусирующее электрическое поле. Для дальнейших экспериментов был выбран фольговый анод из Al толщиной 7 мкм.

Степень фокусировки пучка оценивалась отношением полного тока к поперечному сечению пучка в данной точке. Сечение пучка определялось замерами контура прожига алюминиевых фольг, установленных перпендикулярно к направлению распространения пучка. В зависимости от степени фокусировки толщина фольги оптимизировалась таким образом, чтобы фольга прожигалась при плотностях $\geq 0,1$ j_{max} . Повтому в зависимости ог расположения фольги по отношению к фокусной плотности толщина фольги менялась в диапазоне 50—200 мкм. По сравнению с другими теневыми методами анализа РЭП метод прожигания фольг довольно прост и удобен при работе в большом диапазоне плотностей пучков.

Из-за плохой повторяемости параметров пучка конфигурация прожига не была стабильной. Для уменьшения ошибок измерений каждое экспериментальное значение снималось в результате усреднения пяти выстрелов.

В целях выявления влияния металлических фольг на профиль инерциально распространяющегося пучка были проведены контрольные измерения. При этом сравнивались контуры прожигов на заземленной алюминиевой фольге и лавсановой пленке толщиной 100 мкм. Данные этих измерений показали, что в пределах экспериментальных ошибок измерений металлическая фольга не влияет на процесс фокусировки пучка.

В зависимости от угла ф у основания анода (рис. 2) измерялись плотность пучка в фокусе и расстояние от анода. При изменении угла ф расстояние между анодом и катодом всегда поддерживалось равным 3,5 мм. На рис. 3 приведены данные этих измерений. Указанные на графиках ошибки представляют собой среднеквадратичные отклонения пяти измерений для данной точки.

Экспериментальные данные при углах $\geq 70^{\circ}$ из-за сложности измерений недостаточно точны и поэтому на графиках не приведены. Из графиков видно, что при угле анода $\varphi = 45^{\circ}$ достигается максимальная плот-

ность пучка ~ 0,4 MA/см² при почти одновременном максимальном удалении фокусной плоскости от анода, равном 4,5 мм.



Рис. 3. Зависимости расстояния фокуса от анода $(d - \bullet)$ и плотности тока в фокусе $(I - \circ)$ от угла ϕ .

Вторая серия экспериментов проводилась для исследования деформации инерциально распространяющегося пучка. Измерения проводились с анодом $\phi = 45^\circ$. Дрейфовая камера диаметром 10 см, установленная сразу за анодом, откачивалась до давлений ~ 10^{-5} Тор. Длина дрейфовой камеры составляла 10 см. Обработка результатов измерений этой серии экспериментов показала, что пучок, сфокусированный на малом расстояния от анода, в дальнейшем быстро сужается в направлении большого размера и сравнительно медленно расширяется в направлении малого размера. После прохождения некоторого расстояния пучок вновь фокусируется, но уже с меньшей степенью фокусировки, в направлении, перпендикулярном первоначальному. Такой характер поведения пучка, по-видимому, можно объяснить так называемым временем реакции пучка на собственное магнитное поле. Существование такой задержки реакции косвенно зарегистрировано, например, в [5].

Для сравнения эффективности фокусировки выбранной конфигурации ускоряющего зазора с данными других работ были проведены контрольные измерения с катодом в виде полого конуса с основанием 4 мм и коническим анодом с углом $\varphi = 45^\circ$ у основания. Данные этих измерений выявили хорошую степень фокусировки пучка на расстоянии 4,5 мм от вершины анода. При этом плотность тока достигала 8 МА/см², что означает 200кратное увеличение плотности пучка. Сравнением этого параметра с данными работ [3, 4] можно констатировать достижение удовлетворительной фокусировки свободного пучка электронов за анодом при выбранной конфигурации ускоряющего зазора, как круглого, так и ленточного пучка электронов.

НИИ физики конденсированных сред ЕГУ

Поступила 9. 1 1981

ЛИТЕРАТУРА

1. Л. И. Рудаков, А. А. Самарский. Материалы VI Европейской конференции по усравляемому термоядерному синтезу, М., 1973.

400

2. P. Gilad et al. Appl. Phys. Lett., 34, 731 (1979).

3. Б. А. Демидов и др. ЖТФ, 48, 2528 (1978).

4. P. A. Miller et al. Phys. Rev. Lett., 35, 940 (1975).

5. V. A. Bagavatula. J. Appl. Phys., 47, 4535 (1976).

6. A. V. Vinogradov et al. J. de Physique, 39, 61 (1978).

7. О. Г. Антаблян, Е. К. Ханикяну. Тезисы докладов II конференции молодых ученых района 26 Комиссаров г. Еревана, 1980.

ժԱՊԱՎԵՆԱՑԻՆ ՌԷՓ-Ը ԻՆՔՆԱՖՈԿՈՒՍԱՑՄԱՆ ՌԵԺԻՄՈՒՄ

Ռ. Ա. ՀԱԿՈԲՈՎ, О. Գ. ԱՆԹԱԲԼՏԱՆ, Ե. Կ. ԽԱՆԻԿՅԱՆՑ

Ρυδωρήψαιδ է ֆոկուսացված ՌԷΦ-երի օդտադործման Հնարավորությունը 5—70 եմ ալիջի հրկարությունների տիրուլթում բաղմալիցը իոնների մակարդակների ինվերս բնակեցվածուբյուն ստեղծելու Համար։ Փորձնականորեն ստացված է աղատ էլեկտրոնների ժապավենային փնջի բավարար ֆոկուսացում։ Փնջի խտությունը կիղակետում ~0,4 ՄԱ/ սմ2 է։ Ուսումնատիրված է կիղակետային Հարթություններից Հետո իներցիալով տարածվող փնջի վարջագիծը։

TAPE REB IN THE SELF-FOCUSING REGIME

R. A. AKOPOV, O. G. ANTABLIAN, E. K. KHANIKIANTS

The possibility of using the focused REB for the formation of inverse populations of multicharged ion levels in the region of wavelengths 5-70 nm is discussed. The focusing of tape beam of free electrons with density at the focus 0,4 MA/cm² is achieved experimentally. The propagation of the beam behind the focal plane is investigated.

1. 10 401

КРАТКИЕ СООБЩЕНИЯ

ПОПЕРЕЧНАЯ ЭФФЕКТИВНАЯ МАССА ПОВЕРХНОСТНОЙ ПОДЗОНЫ В ПОЛУПРОВОДНИКАХ С УЗКОЙ ЗАПРЕЩЕННОЙ ЗОНОЙ

З. А. КАСАМАНЯН, В. М. ГАСПАРЯН

В последнее время выяснилось, что вариация граничных условий, накладываемых на поверхности полупроводников, существенно сказывается на числе и положении поверхностных состояний (ПС) в запрещенной зоне [1—4]. Такая чувствительная зависимость результатов от граничных условий требует учета реальных условий на границе раздела. В частности, необхэдимо учитывать наклонное падение потенциала поверхности [3]. Уравнение, определяющее спектр ПС в трехмерной постановке задачи при малых значениях двумерного волнового вектора q вдоль поверхности, в достаточно хорошем приближении имеет вид [5]

$$\frac{G_1'(z_0, z_0; E, \mathbf{q}) + 2m_0\hbar^{-2}}{G_1(z_0, z_0; E, \mathbf{q})} = \frac{G_2'(z_0, z_0; E, \mathbf{q}) - 2m_0\hbar^{-2}}{G_2(z_0, z_0; E, \mathbf{q})},$$
(1)

где G_1 и G_2 — квазиодномерные или поверхностные функции Грина (ФГ) электрона в левой (поверхность) и правой (кристалл) подсистемах, Z_0 является плоскостью раздела между двумя подсистемами, m_0 — истинная масса электрона.

Исследование внергетического спектра контактной задачи на основе уравнения (1) здесь целиком сводится к нахождению явного вида ФГ неограниченной системы. В частности, ФГ электрона в идеальном периодическом поле, вычисленная в двухзонном приближении kp-метода, имеет вид (начало отсчета энергии совпадает с серединой запрещенной зоны):

$$G(z, z; E, q) = \frac{m_0}{gh^2} \frac{1}{\sqrt{1-\omega^2 + aq^2}} [\omega + \cos 2gz], \qquad (2)$$

где $\omega = E/\Delta$, Δ — полуширина запрещенной зоны, $g = \pi/a$, a — постоянная решетки, $\alpha = \hbar^2/\Delta m$, m — эффективная масса электрона, равная эффективной массе дырки.

 $\Phi\Gamma$ (2) вычислена в первом неисчезающем приближении по малому параметру $m/m_0 \ll 1$. Такое приближение иногда может стать недостаточным, например, когда $\Phi\Gamma$ (2) в запрещенной зоне обращается в нуль. Кроме того, $\Phi\Gamma$ (2) не удовлетворяет точному соотношению между квазиволновым числом k и $\Phi\Gamma$ в идеальном периодическом поле [6]:

$$ka = m_0 \pi^{-2} \int_0^a \frac{idz}{G(z, z; E)}$$
 (3)

402

В настоящей заметке мы вычисляем ФГ в трехзонном приближении, справедливом, например, в кристаллах In Sb, и на ее основе исследуем поведение эффективной массы двумерной поверхностной подзоны в запрещенной зоне.

Для вычисления явного вида ФГ вместо стандартного подхода с помощью билинейного разложения по собственным функциям мы здесь применим более простой способ. ФГ электрона в периодическом поле, наряду с (3), удовлетворяет точным соотношениям:

$$i\frac{dk}{dE} = \frac{1}{a}\int_{a}^{a}G(z, z; E) dz, \qquad (4)$$

 $G'(z, z; E) = \pm 2 m_0 t^{-2} \text{ при } G(z, z; E) = 0.$ (5)

Поскольку G (z, z; E) является периодической функцией с периодом a, ее можно представить в виде

$$G(z, z; E, q) = \sum_{n=0}^{\infty} a_n(E, q) \cos 2 gn z.$$
 (6)

В полупроводниках с узкой запрещенной зоной обычно можно ограничиться двумя членами разложения, а остальные члены, содержащие энергетические знаменатели до следующих зон, малы. Учет этих малых членов может привести лишь к незначительной перенормировке эффективных масс. Это обстоятельство при вычислении плотности состояний не играет роли, но член первого приближения по малому параметру m/m_0 все же необходимо оставить для обеспечения выполнения точного свойства (3) в периодическом поле. Такое уточнение вида ФГ может оказаться необходимым при ее использовании в других задачах, например, в задачах кинетики для восстановления явного вида ФГ G(z, z') при $z \neq z'$, если известна ФГ G(z, z) [6].

Учитывая сказанное, в разложении (6) в общем случае можно оставить три члена. Если интересоваться запрещенной зоной уэкощелевого полупроводника, находящейся между первыми разрешенными зонами, то имеем

$$G(z, z; E, q) = a_0(E_1, q) + a_1(E, q) \cos 2 gz + a_2(E, q) \cos 4 gz.$$
(7)

Фигурирующие в (7) три функции уже можно найти из точных свойств (3)—(5) ФГ.

Используя явный вид плотности состояний в разрешенных зонах в трехзонной модели Кейна (зона проводимости, зоны легких и тяжелых дырок), при переходе в запрещенную зону с помощью аналитического продолжения имеем (m_p — эффективная масса тяжелых дырок):

$$(E, \mathbf{q}) = \frac{m_0}{gh^2} \left[\frac{\omega}{\sqrt{1-\omega^2+\alpha q^2}} - \frac{\gamma}{\sqrt{1+\omega+\beta q^2}} \right],$$

403

 $\gamma = [2^{-1}m^{-1}m_p]^{1/2}, \ \beta = 2^{-1}m_p^{-1}g^{-2}m_0^2.$

где

Тогда для ФГ получаем следующий вид:

$$G(z, z; E, q) = \rho(E, q) + [m_0^2 g^{-2} \hbar^{-4} + \rho^2(E, q)]^{1/2} \times \\ \times \left(\cos 2 g z + \frac{m}{m_0} \frac{|\rho|}{\rho} \cos 4 g z \right).$$
(8)

Двухвонное приближение получается из (8) подстановкой m_p = 0:

$$G(z, z; E, q) = \frac{m_0}{g\hbar^2} \frac{1}{\sqrt{1-\omega^2+\alpha q^2}} \left[\omega + \sqrt{1+\alpha q^2} \cos 2gz + \frac{m}{m_0} \frac{|\rho|}{\rho} \cos 4gz \right].$$

Эта ФГ, в отличие от (2), уже удовлетворяет точному соотношению (3).

Используя явный вид $\Phi\Gamma$ (8), при $m/m_0 \ll 1$ можно найти положение поверхностной подзоны и соответствующую поперечную эффективную массу. В предположении о разделении переменных вне кристалла, но при произвольной форме и длине падения потенциала поверхности, для эффективной массы поверхностной подзоны получаем выражения:

в двухзонном приближении (m_p =0)

$$\frac{1}{m_s} = \hbar^{-2} \left. \frac{\partial E}{q \partial q} \right|_{q \to 0} = \frac{1}{m} \frac{\omega + \frac{m}{m_0} \sqrt{1 - \omega^2 \varphi_0}}{1 + \sqrt{1 - \omega^2 \varphi_0}}; \qquad (9)$$

в трехвонном приближении (mp >> m)

$$\frac{1}{m_s} = \frac{1}{m} \frac{\omega - \sqrt{\frac{m}{8m_p}} (1-\omega)^{3/2} + \frac{m}{m_0} \left[1 + \left(\frac{\hbar^2 g}{m_0} \rho\right)^2 \right] \varphi_0'}{1 + \sqrt{\frac{m_p}{8m}} (1-\omega)^{3/2} + \left[1 + \left(\frac{\hbar^2 g}{m_0} \rho\right)^2 \right] \varphi_0'} , \qquad (10)$$

где

$$\varphi_0 = 2 \operatorname{arc} \operatorname{tg} G_1 [G_1 + 2 m_0 \pi^{-2}]^{-1}, \varphi_0 = \frac{\partial \varphi_0}{\partial \omega}$$

Реалистический потенциал поверхности меняется на значительную величину на расстояниях от одного до нескольких постоянных решетки, достигая постоянного значения вакуума V_0 . Хотя положение поверхностной подзоны чувствительным образом зависит от длины и формы падения втого потенциала, тем не менее поперечная эффективная масса в поверхностной подзоне слабо зависит от величины ϕ_0 , характеризующей потенциал поверхности, поскольку

$$\varphi_0 = \Delta \frac{\partial \varphi_0}{\partial E} \sim \frac{\Delta}{V_0} \ll 1.$$

Физически это следует из того, что ПС проникает на значительную глубину в область узкощелевого полупроводника, а в области поверхности радиус локализации мал и имеет порядок длины падения потенциала поверхности. По этой причине носители, находящиеся в поверхностной подвоне, будут обладать поперечной эффективной массой, определяемой в основном полупроводником. Повтому формула для эффективной массы, например, (9) мало отличается от соответствующего выражения, полученного в модели бесконечновысокой потенциальной стенки [7]:

$$m_{\cdot}=m\omega^{-1},$$

но асимптота $m_s \rightarrow \infty$ сдвигается от середины запрещенной зоны в сторону валентной зоны на малую величину

$$\omega_0 \simeq -\frac{m}{m_0} \varphi'_0.$$

Ереванский государственный университет

Поступила 20. IV. 1981.

ЛИТЕРАТУРА

1. B. Velický, I. Bartos. J. Phys., C 4. 104 (1971).

2. F. Flores, E. Louis, J. Rubio. J. Phys., C 5, 3469 (1972).

3. А. А. Варданян, З. А. Касаманян. Изв. АН АрмССР, Физика, 12, 129 (1977).

4. Э. А. Касаманян. Изв. АН АрмССР, Физика, 11, 436 (1976).

5. Э. А. Касаманян. Э. С. Юзбашян. Ученые записки ЕГУ, № 1, 52 (1979).

6. З. А. Касаманян. Изв. ВУЗ, Физика, № 11, 20 (1979).

7. А. А. Варданян, В. М. Гаспарян, З. А. Касаманян. Изв. ВУЗ, Физика, № 6, 123 (1979).

ՄԱԿԵՐԵՎՈՒՅԹԱՅԻՆ ԵՆԹԱԳՈՏՈՒ ԼԱՅՆԱԿԱՆ ԷՖԵԿՏԻՎ ՄԱՍՍԱՆ ՆԵՂ ԱՐԳԵԼՎԱԾ ԳՈՏԻ ՈՒՆԵՑՈՂ ԿԻՍԱՀԱՂՈՐԴԻՉՆԵՐՈՒՄ

9. 2. 4000000300, 4. Մ. ԳԱՍԳԱՐՅԱՆ

Նեղ արդելված դոտի ունեցող կիսահաղորդիչներում էլեկարոնի Գրինի ֆունկցիայի հաշվման համար առաջարկված է պարդ եղանակ։ Երկգոտու և եռդոտու մոտավորությամբ հաշվմած է մակերևույթային ենթադոտու լայնական էֆեկտիվ մաստան, կախված արդելված դոտում ենթադոտու ունեցած դիրջից, երբ հաշվի է առնվում մակերևույթային պոտենցիալի թեջ անկումը։

TRANSVERSE EFFECTIVE MASS OF SURFACE SUBBAND IN NARROW GAP SEMICONDUCTORS

Z. H. KASAMANIAN, V. M. GASPARIAN

A simple way for calculating the Green function of an electron in narrow gap semiconductors is proposed. The transverse effective mass of the subband depending on the position of the latter in the forbidden gap is calculated in two and three band approximation taking into account the smooth decrease in the surface potential.

О ВОЗМОЖНОСТИ УСИЛЕНИЯ ПОВЕРХНОСТНЫХ АКУСТИЧЕСКИХ ВОЛН ПЕРЕМЕННЫМ ЭЛЕКТРИЧЕСКИМ ТОКОМ

Ж. Е. СМБАТЯН

Перспективность использования поверхностных акустических волн (ПАВ) в целях создания самых разнообразных устройств обработки информации (см., например, [1]) в значительной степени стимулирует всестороннее изучение явлений, связанных с распространением ПАВ. Одним из интересных в этом отношении явлений является эффект усиления ультразвука сверхзвуковым дрейфом электронов.

Практическое использование этого эффекта, однако, ограничено ввиду большого выделения джоулева тепла, что делает невозможным во вссх случаях использование усиления в непрерывном режиме. Поэтому представляется небезынтересным поиск таких условий, иногда модельных, когда джоулево тепло выделяется в незначительной части объема образца, например, с поверхности и тем самым облегчается возможность практического использования указанного эффекта. Рассмотрению одной из таких ситуаций посвящено настоящее сообщение.

Рассмотрим для определенности пленку толщиной h пьезополупроводника типа сульфида кадмия (класс C_{6v}), причем одна поверхность пленки металлизирована, а другая прилегает к хорошо проводящему кристаллу изотропной или кубической симметрии (например, Ge). Ориентация пленки выбрана так, чтобы гексагональная ось z и ось х лежали в ее плоскости. Вдоль поверхности такой слоистой структуры по оси х распространяется волна Лява с частотой ω и волновым вектором q. Внешнее электрическое поле E_d приложено в направлении оси y, являющейся внешней нормалью к поверхности пленки. В этих условиях система основных уравнений задачи в гидродинамическом приближении имеет вид:

а) в пьезополупроводнике

$$P_1 \frac{\partial^2 U_1}{\partial t^2} = C_{44\,(1)} \Big(\frac{\partial^2 U_1}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 U_1}{\partial y^2} \Big) + e_{15} \Big(\frac{\partial E_x}{\partial x} + \frac{\partial E_y}{\partial y} \Big), \tag{1}$$

$$\varepsilon \left(\frac{\partial E_x}{\partial x} + \frac{\partial E_y}{\partial y}\right) - 4\pi e_{15} \left(\frac{\partial U_1}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial y^2}\right) = 4\pi e (n - n_0), \qquad (2)$$

$$\frac{\partial n}{\partial t} + \frac{1}{e} \left(\frac{\partial j_x}{\partial x} + \frac{\partial j_y}{\partial y} \right) = 0, \qquad (3)$$

$$j_x = \mu \, ne \, E_x - nD \frac{\partial n}{\partial x}, \tag{4}$$

-406

$$j_y = \mu ne \left(E_d + E_y \right) - e D \frac{\partial n}{\partial y}, \qquad (5)$$

$$\frac{\partial E_x}{\partial y} - \frac{\partial E_y}{\partial x} = 0; \tag{6}$$

б) в полупроводнике

$$\rho_2 \frac{\partial^2 U_2}{\partial t^2} = C_{44(2)} \left(\frac{\partial^2 U_2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 U_2}{\partial y^2} \right). \tag{7}$$

Здесь индексы 1 и 2 относятся соответственно к пьезополупроводнику и полупроводнику, ρ , C_{44} , ε и e_{15} — соответственно плотность, модуль упругости, дивлектрическая проницаемость и пьезомодуль, U — механическое смещение, E_x и E_y — компоненты переменного влектрического поля, вызванного волной, e, n, n_0 , μ и D — соответственно заряд влектрона, локальная и равновесная концентрации, подвижность и ковффициент диффузии влектронов.

Считая величину константы электромеханической связи $\eta = \frac{4\pi e_{1.5}^2}{\epsilon_p C_4}$ малой, можно совместно со стандартными граничными условиями решить систему уравнений (1)—(7) в линейном приближении и найти выражение, достаточно сложное в общем виде, для коэффициента α_e усиления (поглощения) ПАВ.

Вводя непринципиальные ограничения

$$qh \gtrsim 1$$
, $qr_D \ll 1$, $\omega \tau_M \ll 1$, $\frac{\tau_M v_d}{r_D} \gg 1$,

где τ_M — максвелловское время релаксации, r_D — дебаевский радиус экранирования, $v_d \equiv \mu E_d$, это сложное выражение можно легко упростить и получить

$$a_{s} = -\frac{\eta q}{2} \frac{\left[1 + 2\left(\omega\tau_{M}\right)^{2} \left(1 - \frac{\upsilon_{d}}{\upsilon_{s}}\right) F_{1} + 2\left(\omega\tau_{M}\right)^{2} \frac{\upsilon_{d}}{\upsilon_{s}} F_{2}\right]_{\omega\tau_{M}}}{\left[1 + \left(\omega\tau_{M}\right)^{2} \left(\frac{\upsilon_{d}}{\upsilon_{s}}\right)^{2}\right]^{2}}$$
(8)

где F₁ и F₂ — положительные величины порядка 1, определяемые геометрией задачи.

Если считать внешнее электрическое поле переменным, $E_d = E_0 \sin \Omega t$, причем частота Ω его изменения удовлетворяет неравенствам [2]

$$2\pi \frac{\sigma_s}{L} \leqslant \Omega \ll \omega, \tag{9}$$

где v_s — скорость звука, L — длина образца, то легко получить в соответствии с [2] выражение для среднего

$$\left(\bar{a}_{e}=\frac{1}{T}\int_{0}^{t}a_{e}(\tau)\,d\tau\right)$$

по периоду Т тянущего поля коэффициента усиления (поглощения) ПАВ:

$$\bar{a}_{e} = -\eta q \frac{\omega \tau_{M} \left[2 + 4 \left(\omega \tau_{M} \right)^{2} - \left(\omega \tau_{M} \right)^{2} \left(\frac{\upsilon_{0}}{\upsilon_{s}} \right)^{2} \right]}{4 \left[1 + \left(\omega \tau_{M} \right)^{2} \left(\frac{\upsilon_{0}}{\upsilon_{s}} \right) \right]^{3/2}}, \qquad (10)$$

где $v_0 = \mu E_0$.

Легко видеть, что при

$$v_0 > \frac{v_s V 2}{\omega \tau_M}$$

включение переменного поперечного электрического поля может привести к усилению волны Лява. Физически этот эффект легко объяснить по аналогии с эффектом усиления продольным электрическим полем (когда поле приложено в направлении распространения волны). Он связан с существованием в ПАВ потенциальных ям для электронов в поперечном направлении. Необходимые для усиления электрические поля в рассматриваемом случае будут выше, чем в продольном случае, однако так как толщина пленки может быть выбрана достаточно малой, может быть использован источник с относительно низким ЭДС.

Армянский педагогический институт им. Х. Абовяна

Поступила 12. III. 1981

ЛИТЕРАТУРА

1. Гордон Кайко. ТИИЭР, 64, 188 (1976). 2. А. С. Бугаев и др. Изв. АН АрмССР, Физика, 13, 195 (1978).

ՓՈՓՈԽԱԿԱՆ ԷԼԵԿՏՐԱԿԱՆ ՀՈՍԱՆՔՈՎ ՄԱԿԵՐԵՎՈՒՑԹԱՑԻՆ ԱԿՈՒՍՏԻԿ ԱԼԻՔՆԵՐԻ ՈՒԺԵՂԱՑՄԱՆ ՀՆԱՐԱՎՈՐՈՒԹՅԱՆ ՄԱՍԻՆ

J. b. UUPUSSUL

Դիտարկված է փոփոխական էլեկտրական հոսանքով ակուստիկ մակերևույթային այիքների ուժեղացման հնարավորությունը պյեղոկիսահաղորդիչ-կիսահաղորդիչ շերտավոր կառուցվածքներում։ Ստացված է Լյավայի այիքի ուժեղացման գործակցի համար անալիտիկ արտահայտություն և ուժեղացման պայմանը։

TO THE POSSIBILITY OF INTENSIFICATION OF SURFACE ACOUSTIC WAVES BY MEANS OF ALTERNATING ELECTRIC CURRENT

Zh. E SMBATIAN

The possibility of intensification of surface acoustic waves by means of alternating electric current in piezosemiconductor-semiconductor laminate structure is considered. An analytic expression for the coefficient of Lyava wave amplification is obtained and the condition of amplification is specified.

408

Изв. АН Армянской ССР, Физика, 16, 409-410 (1981)

совещания и конференции

НАУЧНЫЙ СЕМИНАР

«Исследование элементарных процессов в плазме электроотрицательных газов»

16—17 апреля 1981 г. в г. Ереване состоялся научный семинар «Исследование элементарных процессов в плазме электроотрицательных газов», организованный НИИ Физики конденсированных сред Ереванского государственного университета совместно с секцией физики электронных и атомных столкновений Научного Совета по проблеме «Физика плазмы» АН СССР. Были широко представлены основные научные центры и школы: ИАЭ им. И. В. Курчатова, ФИАН СССР, ИВТ АН СССР, ФТИ им. А. Ф. Иоффе АН СССР, МТРИ АН СССР, ФИАЭ им. И. В. Курчатова, НИИЯФ МГУ, НИИФ ЛГУ, НИИ ФКС ЕГУ, ИРФЭ АН АрмССР, ИФИ АН АрмССР и ряд других учреждений.

Следует отметить, что Всесоюзное совещание, посвященное вопросу исследования различных процессов в плазме электроотрицательных газов, в СССР проводится впервые, в то время как за рубежом это уже широко практикуется. Так, в США регулярно проводится симпозиум по отрицательным ионам водорода и их нейтрализации, в Европе проводятся конференции по отрицательным ионам (доклады одной из таких конференций опубликованы в журнале Vacuum, 24, № 11/12, 1974). Это связано с большим разнообразием явлений, происходящих в плазме электроотрицательных газов, которые еще мало изучены. Такая плазма находит применение в различных прикладных задачах и устройствах (например, в газовых лазерах) и широко распространена в природе (в частности, ионосфера сестоит из такой плазмы).

Представленные доклады были подразделены на три группы.

В первую группу были объединены работы по исследованию элементарных и диффузионных процессов в плазме электроотрицательных газов. Они вызвали горячую дискуссию в связи с особенностями диффузии заряженных частиц в плазме с отрицательными ионами.

Во второй группе были представлены доклады, в которых рассматривались пространственное распределение зарядов или самосогласованного амбиполярного электрического поля в положительном столбе и вопросы исследования устойчивости разряда.

К третьей группе докладов были отнесены работы, в которых описывались методы исследования параметров плазмы электроотрицательных газов. Со стороны участников семинара была подчеркнута некорректность использования метода зондовых измерений параметров плазмы в разряде с отрицательными ионами. Было высказано мнение, что теория двойных вондов требуег усовершенствования применительно к плазме электроотрицательных газов.

Участники семинара отметили плодотворность проведения такого семинара и целесосбразность сделать его традиционным.

and the second sec

Г. А. ГАЛЕЧЯН

THE STREET AND A STREET

FA4UU7U4APP3APU

P.	4.	Մելիք-Բաբխուդաբով. Ուժեղ մոնոքրոմատիկ էլեկտրամագնիսական և ջերմային	329
U.	U.	"matuqaujua, 0. 0. raaaqaijaa, o. 2. maijadarijaa. anana perija kang-	
		Bhmppbh urnungemehburklurft 2014t r oslat zmbnumgima haununanburg	330
U.	U.	Համբաranidjus, 4. Մ. Վարիբյան, 5ան 6p. Լիցքավորված արադ մասնիկի իոնի-	
		զացիոն կորուստները տարբեր հաստության թիթեղներում	343
Į.	U	96nrqjub, b. U. Anrhuduqjub. Ubhubab-ujupphpuhub Shauqdad zupddag ihg-	
		ջավորված մասնիկի ճառազայիման տեսությունը	349
4.	2.	Pbybyimi, U. U. Hhrmhnujmi. Ihgewhhrüben zundnibuhnifinibe ahuinhughubbe	
		ապոունակող շատ մաջուր կիսահաղորդիչներում	356
J.	4	Arhanrimi, A. A. Ubnruhimi, Intatitian adminimanian Boimidani pinintantitanud	361
	n	Improved a line hand the state of the second s	
	U	aufur judg. auspragnanistigappi property for the former and the standard a	
		կական հատկությունները փոփոխությունը նրանցուն նպոստան անտրթառաց-	900
100		amp fietaubreh amfmimilen dunshaurbmalumeele mumsmanne danteure	303
2.	4.	Ծալբանդյան, Ս. F. Հովոոփյան. Չոխրալոկու-Բրիջմննի-Սաոկրարգերի մոդիֆի-	
		կացված աճեցման համակարգում բյուրեղների աճի մասին	375
U.	Į.	Ujbfumagraduh, I. U. Auguryma, 9. fr. fraujua. uuifnud-ihffinud uhnpumh	
		սեղնետոէլեկտրիկ դոմենային կառուցվածքը և անման շերտերը	380
U.	U	Պապոյան, Պ. Հ. Բեզիրգանյան. Միարյուրեղային հարթ-ղուգահեռ թիթեղի ճկման	
		համասեռության հետաղոտությունը	385
-			
4.	g.	Zurnipjnikjuk , U. 4. Uminjuk, t. 4. Gurnjuk. a-LiTO3-ned Fest of and 4	
1	-	164uubph 1917-2	391
A .	U.,	Հակորով, 0. Գ. Անթարլյան, Ե. Կ. Խանիկյանց. ժապավենային ՌէՓ-ր ինքնաֆո-	
		hnumundulu nbohunul	397

ՀԱՄԱՌՈՏ ՀԱՂՈՐԴՈՒՄՆԵՐ

2. 2.	Կասամանյան, Վ. Մ. Գասպաշյան. Մակերևույթային ենթագոտու լայնական	5\$64-	
	տիվ մասսան նեղ արգելված գոտի ունեցող կիսահաղորդիլներում .		402
d. b.	Սմբատյան. Փոփոխական էլեկտրական հոսանքով մակերևութային ակուստիկ	m1/2-	
	ների ուժեղացման հնարավորության մասին		406

ԽՈՐՀՐԴԱԿՑՈՒԹՑՈՒՆՆԵՐ ԵՎ ԿՈՆՖԵՐԱՆՍՆԵՐ

Գիտական սեմինար. էլեկտրարացասական գազերի պլազմայում տարրական պրոցեսների Shawquandp 409 . . .

СОДЕРЖАНИЕ

Т. К. Мелик-Бархударов. К динамике атома в поле сильной монохроматической	320
А. С. Ланациян. С. С. Даназилян. А. Г. Хидавеолян. Исследование фотоядеоных	363
реакций на ядрах 58Ni и 64Ni.	336
А. С. Амбарцумян, Г. М. Гарибян, Ян Ши. Ионизационные потери энергии быст-	
рой заряженной частицы в пластинах различных толщин	343
Л. А. Геворіян, Н. А. Корхмазян. Теория излучения заряженной частицы, дви-	240
жущейся по нерегулярно-периодической трасктории	349
А. О. Лечечяя, А. А. Лиракосяя. Подвижность носителен заряда в очень чистых	356
В. Г. Гонзоряк. Л. Г. Селодкян. Квантование слектов фононов в тонких пооволо-	550
ках (нитях).	361
П. А. Апкарьянц. Изменение точечной симметрии и оптических свойств антисегне-	
товлектрических кристаллов при возникновении в них объемных конфигу-	
раций векторов спонтанной антиполяризации	369
О. Г. Налбандян, С. Т. Овсепян. О росте кристаллов в модифицированной ростовой	275
системе чохральского-дриджмена-стокоаргера.	513
ческая доменная стоуктура консталлов ниобата калия-лития	380
А. А. Папоян, П. А. Безирганян. Исследование однородности изгиба плоско-	
параллельной пластины	385
В. Э. Арутюнян , С. Г. Малоян. Э. Г. Шароян. ЭПР комплексов Fe3+ в celilo	391
Р. А. Аколов, О. Г. Антаблян, Е. К. Ханикани, Ленточный оснативностий элек-	
тоонный пучок в режиме самофокусировки.	397
	10000

краткие сообщения

З. А. Касаманян, В. М. Гаспарян. Поперечная эффективная масса поверхнос	гной	1
подзоны в полупроводниках с узкой запрещенной зоной		402
Ж. Е. Смбатян. О возможности усиления поверхностных акустических воли и	tepe-	
менным электрическим током	. 40	6

СОВЕЩАНИЯ И КОНФЕРЕНЦИИ

Научный семинар. Исследование элементарных процессов в плазме электроотрицательных газов . . . 409 -