ՀՍՍՀ ԳԱ

Տեղեկագիր

ՖԻԶԻԿԱ

ФИЗИКА

1981

Журнал выходит на русском языке 6 раз в год.
Издается с 1966 г.

Изв. АН Армянской ССР, Физика, 16, 3—17 (1981)

СЛЕДСТВИЯ ОДНОРОДНОСТИ И ИЗОТРОПНОСТИ ЧЕТЫРЕХМЕРНОГО ПРОСТРАНСТВА

В. А. ДЖРБАШЯН

Показывается, что полная волновая функция произвольной свободной частицы преобразуется как по представлению группы трансляций, так и по представлению группы вращений в четырехмерном пространстве в силу того, что свободное пространство однородно и изотропно одновременно. Сохранение физических величин получается из требования постоянства плотности вероятности при преобразованиях параллельного переноса и вращения. Наряду с получением известного следствия однородности четырехмерного пространства—сохранения энергии и импульса—доказывается, что следствием изотропности трехмерного пространства является сохранение неизвестного ранее полного момента количества движения. Последний равен сумме моментов, связанных с изменением углов, определяющих направления радиуса-вектора, импульса и спина, при вращении трехмерной системы координат. Следствием изотропности подпространства — «плоскости», образованной осью времени и направлением движения, является сохранение спиральности частиц, описываемых уравнением Вейля. В случаях, когда по физически понятным причинам локальная вероятность не сохраняется, имеет место сохранение лишь интегральной вероятности (нормировки). Получены неизвестные ранее выражения для полных операторов вращения.

§ 1. Сохранение энергии и импульса

Приведем сначала доказательство хорошо известных законов сохранения энергии и импульса. Рассмотрим однородность четырехмерного пространства, означающую эквивалентность всех положений, получающихся друг из друга параллельным переносом.

Волновую функцию свободной частицы после бесконечно малого параллельного переноса можно выразить через начальную функцию следующим образом:

$$\psi(t+\delta t,\ \mathbf{r}+\delta\mathbf{r}) = (1+\delta t\,\partial/\partial t+\delta\mathbf{r}\nabla)\,\psi(t,\ \mathbf{r}). \tag{1}$$

Введя операторы энергии и импульса $H = i\hbar\partial/\partial t$ и $\mathbf{P} = -i\hbar\nabla$, из (1) при параллельном переносе на конечные расстояния $\tau = t'-t$, $\rho = \mathbf{r}'-\mathbf{r}$ (разложением в ряд Тейлора) получим

$$\psi(t',\ \mathbf{r}') = T\psi(t,\ \mathbf{r}), \tag{2}$$

где

$$T = e^{-i(\tau H-\rho P)/\hbar} \tag{3}$$

есть оператор трансляции.

Из однородности пространства следует постоянство плотности вероятности при параллельном переносе, т. е.

$$|\psi(t', \mathbf{r}')|^2 = |\psi(t, \mathbf{r})|^2. \tag{4}$$

Следовательно функция $\psi(t', \mathbf{r}')$ может отличаться от $\psi(t, \mathbf{r})$ лишь постоянным фазовым множителем. Записав этот множитель в виде $e^{-i(\tau E - \rho \mathbf{p})/\hbar}$, где E и $\mathbf{p}$ — постоянные, получим

$$e^{-i(\tau H - \rho \mathbf{P})/\hbar} \psi_{E, \mathbf{p}}(t, \mathbf{r}) = e^{-i(\tau E - \rho \mathbf{p})/\hbar} \psi_{E, \mathbf{p}}(t, \mathbf{r}), \tag{5}$$

т. е. сохранение энергии и импульса свободных частиц:

$$\mathrm{H}\psi_{E, \mathbf{p}}(t, \mathbf{r}) = E\psi_{E, \mathbf{p}}(t, \mathbf{r}), \quad \mathrm{P}\psi_{E, \mathbf{p}}(t, \mathbf{r}) = \mathbf{p}\psi_{E, \mathbf{p}}(t, \mathbf{r}). \tag{6}$$

Из выражений (2), (3) и (5) следует, что ψ преобразуется по неприводимому представлению группы трансляций.

§ 2. Сохранение полного момента

Рассмотрение изотропности пространства, т. е. эквивалентности всех направлений в нем, несколько сложнее. Ограничимся пока вращениями в трехмерном координатном пространстве.

Особенность здесь заключается в том, что мы вместо одного вектора должны рассматривать три вектора: $\mathbf{r}$, $\mathbf{p}$, $\mathbf{s}$. Действительно, $\mathbf{p}$ и $\mathbf{s}$ являются векторами соответственно в импульсном и спиновом пространствах. Но наряду с этим они имеют определенные направления и в координатном пространстве. При вращении системы координат на угол $-\delta\varphi$ все три вектора окажутся повернутыми в новой системе на угол $\delta\varphi$. Этот факт следует также из инвариантности скалярных произведений $(\mathbf{rp})$ и $(\mathbf{rs})$ при поворотах (поскольку $\mathbf{r}$ вращается, $\mathbf{p}$ и $\mathbf{s}$ должны также вращаться, чтобы эти произведения не изменялись).

Учтем, что $\delta\mathbf{r} = [\delta\varphi\, \mathbf{r}]$, $\delta\mathbf{p} = [\delta\varphi\, \mathbf{p}]$, и примем во внимание известное свойство волновой функции при повороте спина. Тогда в новой системе после поворота волновая функция, зависящая от векторов $\mathbf{r}$, $\mathbf{p}$ и $\mathbf{s}$, запишется в виде

$$\begin{aligned}\psi(\mathbf{r} + \delta\mathbf{r}, \mathbf{p} + \delta\mathbf{p}, \mathbf{s} + \delta\mathbf{s}) &= (1 + [\delta\varphi\, \mathbf{r}]\nabla_r + [\delta\varphi\, \mathbf{p}]\nabla_p + \delta\varphi i\mathbf{s}/\hbar) \times \\ &\times \psi(\mathbf{r}, \mathbf{p}, \mathbf{s}) = \{1 + \delta\varphi([\mathbf{r}\nabla_r] + [\mathbf{p}\nabla_p] + i\mathbf{s}/\hbar)\}\, \psi(\mathbf{r}, \mathbf{p}, \mathbf{s}).\end{aligned} \tag{7}$$

Введем оператор полного момента

$$\mathbf{J} = \mathbf{L}^r + \mathbf{L}^p + \mathbf{s}, \tag{8}$$

где $\mathbf{L}^r = -i\hbar[\mathbf{r}\nabla_r]$, $\mathbf{L}^p = -i\hbar[\mathbf{p}\nabla_p]$, $\mathbf{s}$ — оператор спина. Оператор $\mathbf{L}^p$ действует на углы ϑ_p и φ_p, определяющие направление импульса в трехмерном координатном пространстве.

При вращении на угол φ вокруг произвольного направления, выбранного в качестве оси z, из (7) получаем

$$\psi(\mathbf{r}', \mathbf{p}', \mathbf{s}') = R_z\psi(\mathbf{r}, \mathbf{p}, \mathbf{s}), \tag{9}$$

где

$$R_z = e^{i\varphi J_z/\hbar} \tag{10}$$

есть оператор вращения. Из изотропности пространства следует постоянство плотности вероятности при вращении, т. е.

$$|\psi(\mathbf{r}', \mathbf{p}', \mathbf{s}')|^2 = |\psi(\mathbf{r}, \mathbf{p}, \mathbf{s})|^2. \quad (11)$$

Следовательно $\psi(\mathbf{r}', \mathbf{p}', \mathbf{s}')$ может отличаться от $\psi(\mathbf{r}, \mathbf{p}, \mathbf{s})$ лишь постоянным фазовым множителем. Записав этот множитель в виде $e^{i\varphi\mu}$, получим

$$e^{i\varphi J_z/\hbar}\psi_\mu(\mathbf{r}, \mathbf{p}, \mathbf{s}) = e^{i\varphi\mu}\psi_\mu(\mathbf{r}, \mathbf{p}, \mathbf{s}). \quad (12)$$

Из (12) следует сохранение проекции полного момента (8) для свободных частиц

$$J_z\psi_\mu(\mathbf{r}, \mathbf{p}, \mathbf{s}) = \hbar\mu\psi_\mu(\mathbf{r}, \mathbf{p}, \mathbf{s}). \quad (13)$$

Используя метод теории момента количества движения с оператором $\mathbf{L}^r$ [1], можно показать, что из определения (8) и соотношения (13) следуют также сохранение квадрата оператора $\mathbf{J}$

$$\mathbf{J}^2\psi_\mu(\mathbf{r}, \mathbf{p}, \mathbf{s}) = \hbar^2 J(J+1)\psi_\mu(\mathbf{r}, \mathbf{p}, \mathbf{s}), \quad (14)$$

где $\mu = -J, (-J+1)\cdots J-1, J$, и соотношения

$$J_q\psi_{J\mu} = [J(J+1)]^{1/2}\sum_{\mu'} \langle J\mu, 1q | J\mu' \rangle \psi_{J\mu'}, \quad (15)$$

где $q = -1, 0, 1$, $J_0 = J_z$, $J_{\pm 1} = \mp(J_x \pm iJ_y)/\sqrt{2}$. Из выражений (9), (10) и (12) следует, что $\psi_{J\mu}$ представляют собой базис неприводимого представления группы вращений. Для свободных частиц $J = s$.

Заметим, что при вращении вокруг осей x или y для волновой функции, удовлетворяющей (13), не имеет места постоянство плотности вероятности. Это обстоятельство связано с некоммутативностью вращений вокруг осей x и z (или y и z) на произвольные углы. Действительно, при поворотах на углы $\pi/2$ в правой системе координат положительное направление оси z перейдет в положительное направление оси x при последовательных операциях вокруг осей z и x и в отрицательное направление оси y при операциях в обратной последовательности. Следствием некоммутативности операций вращений является некоммутативность операторов проекций полного момента J_x, J_y, J_z, вытекающая из (15). Если бы неизменность локальной вероятности (11) одновременно с R_z имела бы место и для R_x, то в результате вращений $R_z R_x$ или $R_x R_z$ мы получили бы одну и ту же функцию, независимо от углов вращения, т. е. мы должны были бы прийти к одному и тому же направлению, что не имеет места согласно сказанному выше.

Таким образом, при повороте вокруг произвольного направления для собственной функции $\psi_{J\mu}$ оператора J_z имеет место лишь более слабое по сравнению с (11) хорошо известное (см., например, [2, 3]) условие сохранения полной вероятности

$$\sum\int |\psi(\mathbf{r}', \mathbf{p}', \mathbf{s}')|^2 d\mathbf{r}' = \sum\int |\psi(\mathbf{r}, \mathbf{p}, \mathbf{s})|^2 d\mathbf{r}, \quad (16)$$

где суммирование проводится по переменным спиновой части.

Следствием (16) является унитарность действующего на $\psi_{J\mu}$ оператора вращения вокруг произвольного (вообще говоря не совпадающего с осью z) направления:

$$R(\alpha, \beta, \gamma) = e^{-i\alpha J_z/\hbar} e^{-i\beta J_y/\hbar} e^{-i\gamma J_z/\hbar},$$

$$R(\alpha, \beta, \gamma)\psi_{J\mu} = \sum_{\mu'} D^J_{\mu'\mu}(\alpha, \beta, \gamma)\psi_{J\mu'}. \tag{17}$$

Здесь α, β, γ — углы Эйлера, D-функции определяют матрицу вращения.

Из (8), (10) и (17) следует, что

$$R = R^r \cdot R^p \cdot R^s, \tag{18}$$

где R^r, R^p и R^s отличаются от R заменой $\mathbf{J}$ соответственно на $\mathbf{L}^r$, $\mathbf{L}^p$ и $\mathbf{s}$, т. е. оператор вращения можно представить в виде произведения трех операторов, действующих на радиус-вектор, импульс и спин. Таким образом, из изотропности трехмерного пространства следует сохранение физических величин — квадрата полного момента и его проекции. Отсюда следует также сохранение проекции спина на направление движения. Волновые функции всех свободных частиц и частиц в центрально-симметричном поле при вращениях в трехмерном пространстве преобразуются по неприводимым представлениям группы SO_3, генерируемым оператором (8). Для каждого типа частиц в этом можно убедиться непосредственным рассмотрением волновых функций.

Собственные значения $\mathbf{J}^2$ и J_z, а также оператор и матрицу конечных вращений мы рассмотрим на примере известного решения свободного уравнения Дирака. Здесь уместно упомянуть о замечании Вигнера относительно невозможности доказательства того, что это решение преобразуется по неприводимому представлению группы вращений, исходя из традиционного подхода $\mathbf{J} = \mathbf{L}^r + \mathbf{s}$ [3].

§ 3. Решения уравнения Дирака как базис представления группы вращений. Биспин

В этом параграфе, независимо от способа общего рассмотрения в § 2, мы покажем, что для свободных частиц, описываемых уравнением Дирака, 1) J_z и $\mathbf{J}^2$ сохраняются, 2) волновые функции являются базисом представления группы вращений, генерируемого оператором (8).

В решении уравнения Дирака [4]

$$\psi_\mu = \frac{1}{\sqrt{V}} u_\mu \exp\left[i(\mathbf{pr} - Et)/\hbar\right] \tag{19}$$

u_μ-биспинор есть четырехкомпонентная величина, которая при $E > 0$ записывается в виде

$$u_\mu = N\begin{pmatrix} v_\mu \\ w_\mu \end{pmatrix}, \tag{20}$$

где $N = [(1+Mc^2/E)/2]^{1/2}$, v_μ — собственная функция оператора спина: $s_z v_\mu(\lambda) = \hbar\mu v_\mu(\lambda)$, λ — спинорный индекс, $v_\mu(\lambda) = \delta_{\mu\lambda}$,

$$w_\mu(\lambda) = \frac{2c\,(\mathbf{sp})}{\hbar\,(E+Mc^2)}\,v_\mu(\lambda). \tag{21}$$

Используя обозначения $s_0 = s_z$, $s_{\pm 1} = \mp(s_x \pm is_y)/\sqrt{2}$ и учитывая, что

$$(\mathbf{sp})\,v_\mu(\lambda) = \sum_\sigma (\mathbf{sp})_{\sigma\mu}\,v_\sigma(\lambda) = \sum_{m,\sigma}[(-1)^m s_{-m}\,p_m]_{\sigma\mu}\,v_\sigma(\lambda) =$$

$$= \sum_{m,\sigma}[(-1)^m s_{-m}\,p\sqrt{4\pi/3}\,Y_{1m}(\vartheta_p\varphi_p)]_{\sigma\mu}\,v_\sigma(\lambda) = \sqrt{4\pi/3}\,p\times$$

$$\times\sum_{m,\sigma}(-1)^m(s_{-m})_{\sigma\mu}\,Y_{1m}(\vartheta_p\varphi_p)\,v_\sigma(\lambda) = \sqrt{\pi}\,\hbar p\times$$

$$\times\sum_{m,\sigma}\langle 1/2\,\sigma,\ 1\,m|1/2\,\mu\rangle\,Y_{1m}(\vartheta_p\varphi_p)\,v_\sigma(\lambda), \tag{22}$$

где $p = |\mathbf{p}|$, ϑ_p и φ_p — углы, определяющие направление импульса, $\langle 1/2\,\sigma,\ 1\,m|1/2\,\mu\rangle$ — коэффициент векторного сложения, на основе выражений (20) и (21) биспинор можно представить в виде [5]

$$u_\mu(L,\lambda) = \sqrt{2\pi[1+(-1)^L/\gamma]}\sum_{m,\sigma}\langle s\sigma,\ Lm|J\mu\rangle\,Y_{Lm}(\vartheta_p\varphi_p)\,v_\sigma(\lambda). \tag{23}$$

Здесь $L = 0,\ 1$, $\lambda = 1/2,\ -1/2$, $s = J = 1/2$, $\gamma = E/Mc^2$.

Условие ортонормированности принимает вид

$$\sum_{L,\lambda} u^*_{\mu'}(L,\lambda)\,u_\mu(L,\lambda) = \delta_{\mu'\mu}. \tag{24}$$

Воспользуемся известным разложением плоской волны по сферическим функциям

$$e^{i\mathbf{pr}/\hbar} = \sum_{L_1 m_1} g_{L_1}(pr/\hbar)\,(-1)^m\,Y_{L_1 -m_1}(\vartheta_p\varphi_p)\,Y_{L_1 m_1}(\vartheta_r\varphi_r), \tag{25}$$

где радиальная функция $g_L(pr/\hbar)$ равна

$$g_{L_1}(pr/\hbar) = (2\pi)^{3/2}\,i^{L_1}\,\frac{J_{L_1+1/2}(pr/\hbar)}{\sqrt{pr/\hbar}}, \tag{26}$$

$J_{L+1/2}(z)$ — функция Бесселя.

Подставляя (23) и (25) в выражение (19) и учитывая, что

$$Y_{Lm}(\vartheta_p\varphi_p)\,Y_{L_1-m_1}(\vartheta_p\varphi_p) = \sum_{L_2 m_2}\left[\frac{(2L+1)(2L_1+1)}{4\pi(2L_2+1)}\right]^{1/2}\times$$

$$\times\langle L0,\ L_1 0|L_2 0\rangle\langle Lm,\ L_1-m_1|L_2 m_2\rangle\,Y_{L_2 m_2}(\vartheta_p\varphi_p), \tag{27}$$

$$(-1)^{m_1}\langle Lm,\ L_1-m_1|L_2 m_2\rangle = (-1)^{L_1}(2L_2+1)^{1/2}(2L+1)^{-1/2}\times$$

$$\times\langle L_1 m_1,\ L_2 m_2|Lm\rangle, \tag{28}$$

выразим волновую функцию через ряды Клебша-Гордана

$$\psi_\mu = \frac{1}{\sqrt{V}} \sum_{L_1 L_2} (-1)^{L_1} [[1+(-1)^L/\gamma](2L_1+1)/2]^{1/2} \langle L0, L_1 0 | L_2 0 \rangle \times$$

$$\times g_{L_1}(pr/\hbar) \sum_{m\sigma} \langle s\sigma, Lm | J\mu \rangle v_\sigma(\lambda) \sum_{m_1 m_2} \langle L_1 m_1, L_2 m_2 | Lm \rangle \times$$

$$\times Y_{L_1 m_1}(\vartheta_r \varphi_r) Y_{L_2 m_2}(\vartheta_p \varphi_p) \exp(-iEt/\hbar). \quad (29)$$

Функции $Y_{L_1 m_1}(\vartheta_r \varphi_r)$, $Y_{L_2 m_2}(\vartheta_p \varphi_p)$ и $v_\sigma(\lambda)$ являются собственными функциями квадрата и третьей проекции операторов моментов количества движения $\mathbf{L}^r$, $\mathbf{L}^p$ и $\mathbf{s}$:

$$L_q^r Y_{L_1 m_1}(\vartheta_r \varphi_r) = [L_1(L_1+1)]^{1/2} \sum_{m_1'} \langle L_1 m_1, 1q | L_1 m_1' \rangle Y_{L_1 m_1'}(\vartheta_r \varphi_r), \quad (30)$$

$$L_q^p Y_{L_2 m_2}(\vartheta_p \varphi_p) = [L_2(L_2+1)]^{1/2} \sum_{m_2'} \langle L_2 m_2, 1q | L_2 m_2' \rangle Y_{L_2 m_2'}(\vartheta_p \varphi_p), \quad (31)$$

$$s_q v_\sigma(\lambda) = [s(s+1)]^{1/2} \sum_{\sigma'} \langle s\sigma, 1q | s\sigma' \rangle v_{\sigma'}(\lambda), \quad (32)$$

где $q = -1, 0, 1$.

Воздействуя на выражение (29) операторами J_z и $\mathbf{J}^2$, в силу (8) и (30) — (32) получим

$$J_z \psi_\mu = \hbar\mu\psi_\mu, \quad (33)$$

$$\mathbf{J}^2 \psi_\mu = \hbar^2 J(J+1)\psi_\mu, \ J = 1/2, \quad (34)$$

т. е. ψ является собственной функцией J_z и $\mathbf{J}^2$ с собственным значением $\hbar\mu$ проекции $\mathbf{J}$ на произвольную ось z и собственным значением $1/2(1/2+1)\hbar^2$ квадрата полного момента в рассматриваемом случае. Соответствующая $\mathbf{J}$ сохраняющаяся величина для частиц, описываемых уравнением Дирака, в работе [5] был назван биспином.

Использование сохранения J_z при учете произвольности направления оси z дало возможность в работе [5] вычислить вероятность испускания электронов при распаде поляризованных связанных $\mu^\pm$-мезонов в магнитном поле.

Воздействуем на функцию (29) оператором вращения (17), учитывая, что $Y_{L_1 m_1}(\vartheta_r \varphi_r)$, $Y_{L_2 m_2}(\vartheta_p \varphi_p)$ и $v_\sigma(\lambda)$ являются базисами представлений группы вращений и преобразуются через соответствующие D-функции:

$$R^r Y_{L_1 m_1}(\vartheta_r \varphi_r) = \sum_{m_1'} D^{L_1}_{m_1' m_1}(\alpha\beta\gamma) Y_{L_1 m_1'}(\vartheta_r \varphi_r),$$

$$R^p Y_{L_2 m_2}(\vartheta_p \varphi_p) = \sum_{m_2'} D^{L_2}_{m_2' m_2}(\alpha\beta\gamma) Y_{L_2 m_2'}(\vartheta_p \varphi_p),$$

$$R^s v_\sigma(\lambda) = \sum_{\sigma'} D^s_{\sigma'\sigma}(\alpha\beta\gamma) v_\sigma(\lambda). \quad (35)$$

Для D-функций, определяющих матрицы вращения, имеют место соотношения [6]

$$D^{L_1}_{m'_1 m_1} D^{L_2}_{m'_2 m_2} = \sum_{L' m' m} \langle L_1 m'_1, L_2 m'_2 | L' m' \rangle D^{L'}_{m' m} \langle L_1 m_1, L_2 m_2 | L' m \rangle,$$

$$D^{s}_{\sigma' \sigma} D^{L}_{m' m} = \sum_{J' \mu' \mu} \langle s\sigma', Lm' | J' \mu' \rangle D^{J'}_{\mu' \mu} \langle s\sigma, Lm | J' \mu \rangle. \quad (36)$$

Из выражений (17), (18), (29), (35) и (36) следует, что

$$R\psi_{\mu} = \sum_{\mu'} D^{J}_{\mu' \mu} (\alpha, \beta, \gamma) \psi_{\mu'}, \quad (37)$$

т. е. решение уравнения Дирака при вращениях в трехмерном пространстве преобразуется по неприводимому представлению группы SO_3, генерируемому оператором (8), с квантовым числом квадрата $J = 1/2$.

Заметим, что для скалярной частицы, используя лишь разложение (25), аналогичным образом можно показать, что имеют место (33), (34) и (37) с $J = 0$.

§ 4. Разрешение парадокса

Согласно существующим представлениям (см., например, [1], § 33), для свободной частицы наряду с состояниями, в которых она обладает определенными значениями импульса (и энергии), могут быть также состояния, в которых частица обладает определенными значениями энергии, а также квадрата и z-компоненты момента, оператор которого есть $\mathbf{L}^r$.

В нерелятивистском приближении решение уравнения Шредингера приводит к волновым функциям

$$\psi_{ELm} = R_{EL}(r) Y_{Lm}(\vartheta_r \varphi_r), \quad (38)$$

где

$$R_{EL}(r) = \sqrt{\frac{k}{r}} J_{L+1/2}(kr), \quad (39)$$

$k = p/\hbar = \sqrt{2ME}/\hbar$. Таким образом, для выражения (38) имеют место

$$H\psi_{ELm} = E\psi_{ELm}, \quad (40)$$

$$\mathbf{L}^{r^2} \psi_{ELm} = \hbar^2 L(L+1) \psi_{ELm}, \quad (41)$$

$$L^r_z \psi_{ELm} = \hbar m \psi_{ELm}. \quad (42)$$

Сохранение момента с оператором $\mathbf{L}^r$ следует из традиционного представления об изотропности пространства (см. [1], § 24). Однако легко видеть, что в состояниях, описываемых функцией (38), импульс (конкретнее, его направление) не сохраняется. Действительно, воспользовавшись разложением (25) и представив (38) в виде

$$\psi_{ELm} = \frac{p}{(2\pi)^{3/2} i^L \hbar} \int Y_{Lm}(\vartheta_p \varphi_p) e^{i\mathbf{pr}/\hbar} d\Omega_p, \quad (43)$$

нетрудно видеть, что ψ_{ELm} не является собственной функцией оператора $-i\hbar\nabla_r$, т. е. следствие изотропности пространства в традиционном представлении не совместимо со следствием (6) однородности пространства. Кроме того, что не менее важно, оно находится в противоречии с принципом соответствия. Результаты, получаемые в квантовой механике, должны совпасть с результатами классической физики в пределах ее применимости.

Утверждение о сохранении момента с оператором $\mathbf{L}^r$ (и следовательно возможности несохранения импульса) для свободной частицы не согласуется с первым законом Ньютона, который гласит, что каждое тело продолжает оставаться в состоянии покоя или прямолинейного равномерного движения, пока другие тела не выведут его из этого состояния.

Причиной противоречия является упущение факта, что наряду с радиусом-вектором в координатном пространстве имеют направление импульс и спин, вследствие чего изотропность пространства для свободной частицы приводит к сохранению физической величины, оператором которой является не $\mathbf{L}^r$, а $\mathbf{L}^r+\mathbf{L}^p+\mathbf{s}$, т. е. полного момента (см. § 2). Таким образом, состояния, описываемые функцией (38), в природе не существуют. Кстати, это выражение не используется в конкретных расчетах, результаты которых претендуют на сравнение с экспериментом.

Для свободных частиц пространство и однородно, и изотропно вследствие чего их волновая функция есть собственная функция как операторов энергии и импульса (6), так и оператора полного момента (8). В том, что эти требования совместимы, мы убедились на примере решения релятивистского уравнения Дирака в § 3. Не представляет трудностей убедиться в этом и в других конкретных случаях.

Операторы J_z и $\mathbf{P}$ имеют общую волновую функцию, хотя и не коммутируют, т. е. известная теорема, утверждающая невозможность такой ситуации, не имеет места. Это связано с нарушением ее условия, которое предполагает, что ни один из операторов не действует на собственное значение другого ($\hat{L}\hat{M}\psi_{LM}=\hat{L}M\psi_{LM}$, $\hat{M}\hat{L}\psi_{LM}=ML\psi_{LM}$; если бы $\hat{L}$ не действовал на M, то $(\hat{L}\hat{M}-\hat{M}\hat{L})\Psi=0$, $\Psi=\Sigma\, a_{LM}\psi_{LM}$). Здесь же J_z действует на собственное значение оператора импульса.

При наличии внешнего поля, вообще говоря, нарушаются однородность и изотропность пространства. Однако в частном случае центрально-симметричного поля изотропность трехмерного пространства остается наряду с однородностью оси времени. При движении частицы в таком поле импульс не сохраняется, сохраняются лишь энергия и полный момент (8). Последний сводится в этом случае к $\mathbf{L}^r+\mathbf{s}$, поскольку в результате воздействия $\mathbf{L}^p$ на волновую функцию получается нуль из-за независимости этой функции от ϑ_p и φ_p [4]. Значения квантового числа квадрата J задаются соотношениями $L-s\leqslant J\leqslant L+s$ при $s\leqslant L$ и $s-L\leqslant J\leqslant s+L$ при $s>L$.

§ 5. Специальное преобразование Лоренца

Чтобы исчерпать рассматриваемую проблему остается рассмотреть следствие изотропности при вращении в подпространстве четырехмерного пространства — «плоскости», образованной осью времени и направлением движения. При вращении в этой плоскости две компоненты четырехмерного радиуса-вектора, перпендикулярные к направлению движения, не преобразуются. Остальная часть, которую мы обозначим через $\mathbf{x}$, преобразуется как двухмерный вектор:

$$\mathbf{x} = \hat{t}ct + \hat{p}ir_p, \tag{44}$$

где r_p — проекция радиуса-вектора на направление движения, $\hat{t}$ и $\hat{p}$ — взаимно ортогональные единичные векторы.

Преобразования

$$\begin{aligned} ct' &= ct\cos\varphi - ir_p\sin\varphi, \\ ir'_p &= ct\sin\varphi + ir_p\cos\varphi \end{aligned} \tag{45}$$

можно записать с помощью этого вектора, если учесть, что согласно (44)

$$ct = x\cos\varphi_x, \quad ir_p = x\sin\varphi_x, \tag{46}$$

$$\varphi_x = \operatorname{arctg}\frac{ir_p}{ct}\cdot \tag{47}$$

Длина вектора $\mathbf{x}$ является инвариантом преобразования: $(ct)^2+(ir_p)^2 = x^2$. Подставляя (46) в (45), получаем

$$ct' = x\cos(\varphi_x+\varphi), \quad ir'_p = x\sin(\varphi_x+\varphi). \tag{48}$$

Теперь по аналогии с рассмотренным случаем вращения в трехмерном подпространстве (§ 2) мы должны принять, что существует еще вектор, который наряду с $\mathbf{x}$ вращается при повороте системы координат. Указанным вектором является $\mathbf{M}c^2$. Для него имеют место соотношения

$$\mathbf{M}c^2 = \hat{t}E + \hat{p}ipc, \tag{49}$$

$$E = Mc^2\cos\varphi_M, \quad ipc = Mc^2\sin\varphi_M, \tag{50}$$

$$\varphi_M = \operatorname{Arc\,tg}\frac{ipc}{E}, \quad E^2 + (ipc)^2 = M^2c^4. \tag{51}$$

Таким образом, известное соотношение между энергией и импульсом свободной частицы является не чем иным, как выражением факта инвариантности длины вектора трансляций (энергии-импульса) при вращениях четырехмерной системы координат. Масса (точнее Mc) есть мера длины четырехмерного вектора трансляций для каждой частицы.

Обозначив $v = pc^2/|E|$, имеем:

$$\text{при } E > 0 \quad \varphi_M = \operatorname{arc\,tg} i\frac{v}{c} = i\operatorname{arc\,th}\frac{v}{c},$$

$$\text{при } E<0 \quad \varphi_M = \pi - \operatorname{arc\,tg} i\frac{v}{c} = \pi - i \operatorname{arc\,th} \frac{v}{c}. \tag{51а}$$

При преобразовании Лоренца вектор $\mathbf{M}c^2$ поворачивается в новой системе на тот же угол φ, что и вектор $\mathbf{x}$:

$$E' = Mc^2 \cos(\varphi_M + \varphi), \quad ip'c = Mc^2 \sin(\varphi_M + \varphi). \tag{51б}$$

Учитывая аналогично трехмерному случаю, что $\delta\mathbf{x} = [\delta\boldsymbol{\varphi}\,\mathbf{x}]$ и $\delta\mathbf{M}c^2 = [\delta\boldsymbol{\varphi}\,\mathbf{M}c^2]$, в новой системе после поворота волновую функцию, зависящую от векторов $\mathbf{x}$ и $\mathbf{M}c^2$, запишем в виде

$$\begin{aligned}\psi(\mathbf{x}+\delta\mathbf{x},\ \mathbf{M}c^2+\delta\mathbf{M}c^2) = (1 + [\delta\boldsymbol{\varphi}\,\mathbf{x}]\,\nabla_x + \\ + [\delta\boldsymbol{\varphi}\,\mathbf{M}c^2]\,\nabla_{Mc^2})\,\psi(\mathbf{x},\ \mathbf{M}c^2) = \\ = \{1 + \delta\boldsymbol{\varphi}([\mathbf{x}\nabla_x] + [\mathbf{M}c^2\,\nabla_{Mc^2}])\}\,\psi(\mathbf{x},\ \mathbf{M}c^2).\end{aligned} \tag{52}$$

Введем оператор полного момента для вращения в рассматриваемой плоскости:

$$\mathbf{J}^4 = \mathbf{L}^t + \mathbf{L}^E, \tag{53}$$

где

$$\mathbf{L}^t = -i\hbar[\mathbf{x}\nabla_x], \quad \mathbf{L}^E = -i\hbar[\mathbf{M}c^2\nabla_{Mc^2}]. \tag{54}$$

Учитывая, что согласно (44)—(46), (49), (50) и (54)

$$\mathbf{L}^t = -i\hbar[\hat{t}\ \hat{p}]\left(ct\frac{\partial}{\partial ir_p} - ir_p\frac{\partial}{\partial ct}\right) = [\hat{t}\ \hat{p}]\left(-i\hbar\frac{\partial}{\partial\varphi_x}\right) = [\hat{t}\ \hat{p}]L^t, \tag{55}$$

$$\mathbf{L}^E = [\hat{t}\ \hat{p}]\left(-i\hbar\frac{\partial}{\partial\varphi_M}\right) = [\hat{t}\ \hat{p}]\,L^E, \tag{56}$$

$$\delta\boldsymbol{\varphi} = [\hat{t}\ \hat{p}]\,\delta\varphi, \tag{57}$$

для вращения на конечный угол φ из (52) получаем

$$\psi(\mathbf{x}',\ \mathbf{M}'c^2) = R^4\psi(\mathbf{x},\ \mathbf{M}c^2), \tag{58}$$

где

$$R^4 = e^{i\varphi J^4/\hbar} \tag{59}$$

есть оператор преобразования Лоренца (вращения в рассматриваемой плоскости),

$$J^4 = L^t + L^E, \tag{60}$$

$$L^t = -i\hbar\frac{\partial}{\partial\varphi_x}, \quad L^E = -i\hbar\frac{\partial}{\partial\varphi_M}, \tag{61}$$

$$R^4 = R^t \cdot R^E, \quad R^t = e^{i\varphi L^t/\hbar}, \quad R^E = e^{i\varphi L^E/\hbar}. \tag{62}$$

Согласно (53)—(57), $\mathbf{L}^t$, $\mathbf{L}^E$, $\mathbf{J}^4$ направлены перпендикулярно к направлению движения и при умножении на $\boldsymbol{\varphi}$ дают скалярные величины. Специальное преобразование Лоренца заключается в переходе к системе координат, движущейся относительно первоначальной со скоростью $\mathbf{v}$.

Согласно (45), $-iv/c=\operatorname{tg}\varphi$, т. е. в выражении (59) $i\varphi=\operatorname{arc\,th} v/c$. Из-за мнимости φ изотропность не приводит, вообще говоря, к сохранению отличной от нуля физической величины. Исключение составляют лишь частицы, описываемые уравнением Вейля (см. § 6). При специальном преобразовании Лоренца решения уравнения Дирака постоянство плотности вероятности не имеет места. Это преобразование имеет вид

$$\psi_{\nu,\lambda}(t', \mathbf{r}', E', \mathbf{p}', s, J, J_z) = e^{i\varphi(L^t+L^E)/\hbar}\,\psi_{\nu,\lambda}(t, \mathbf{r}, E, \mathbf{p}, s, J, J_z), \quad (63)$$

где решение свободного уравнения Дирака есть

$$\psi=\frac{1}{\sqrt{V}}\frac{e^{-i[\varphi_M-(1-2\xi)\pi/2]\,\alpha_p/2}}{\sqrt{\operatorname{ch} i2\xi[\varphi_M-(1-2\xi)\pi/2]}}\,v_\mu(\lambda)\,\chi_\xi(\nu)\,e^{-iMcx\cos(\varphi_M-\varphi_x)/\hbar}. \quad (64)$$

Здесь $\xi=E/2|E|$, $\chi_\xi(\nu)=\delta_{\xi\nu}$ — спинор в пространстве орбитального момента [5], $\alpha_p=\beta_x 2s_p/\hbar$ — матрица Дирака,

$$\beta_x\chi_\xi(\nu)=\chi_{-\xi}(\nu),\quad -iMcx\cos(\varphi_M-\varphi_x)=-i\,(Et-\mathbf{pr}),$$

согласно (46) и (50), $\sqrt{V}\sqrt{\operatorname{ch} i2\xi[\varphi_M-(1-2\xi)\pi/2]}=\sqrt{V_0}$ — инвариант. Записав (64) в виде

$$\psi=\frac{1}{\sqrt{V}}\,u_{\xi\mu}(\nu,\lambda)\exp\left[i\,(\mathbf{pr}-2\xi\varepsilon t)/\hbar\right],$$

где $u_{\xi\mu}(\nu,\lambda)=(\exp\xi\alpha_p\operatorname{arc\,th} v/c)\,\chi_\xi(\nu)\,v_\mu(\lambda)/\sqrt{\operatorname{ch}\operatorname{arc\,th} v/c}$ — биспинор, для значений $u_{\xi\mu}(\nu,\lambda)/N$ $(N=\sqrt{(Mc^2+\varepsilon)/\varepsilon}$, $\varepsilon=|E|$, $p_\pm=p_x\pm ip_y)$ имеем

ν	λ \ ξ, μ	$\xi=1/2$, $\mu=1/2$	$\xi=1/2$, $\mu=-1/2$	$\xi=-1/2$, $\mu=1/2$	$\xi=-1/2$, $\mu=-1/2$
1/2	1/2	1	0	$\frac{-p_z c}{Mc^2+\varepsilon}$	$\frac{-p_- c}{Mc^2+\varepsilon}$
1/2	−1/2	0	1	$\frac{-p_+ c}{Mc^2+\varepsilon}$	$\frac{p_z c}{Mc^2+\varepsilon}$
−1/2	1/2	$\frac{p_z c}{Mc^2+\varepsilon}$	$\frac{p_- c}{Mc^2+\varepsilon}$	1	0
−1/2	−1/2	$\frac{p_+ c}{Mc^2+\varepsilon}$	$\frac{-p_z c}{Mc^2+\varepsilon}$	0	1

С учетом (61) выражение (63) эквивалентно разложению Тейлора, приводящему к замене в (64) φ_x и φ_M соответственно на $\varphi_x+\varphi$ и $\varphi_M+\varphi$, в согласии с (46), (48), (50) и (51б).

В системе покоя частицы $t=t_0$, $\mathbf{r}=\mathbf{r}_0$, $E=2\xi Mc^2$, $\mathbf{p}=0$. Согласно (51а)

$$\varphi_M^0=(1-2\xi)\pi/2=\begin{cases}0 & \text{при} \quad E>0\\ \pi & \text{при} \quad E<0,\end{cases}$$

$$[\psi_{\nu,\lambda}(t,\mathbf{r},E,\mathbf{p},s,J,J_z)]_{\varphi_x=\varphi_x^0,\ \varphi_M=\varphi_M^0}=\frac{1}{\sqrt{V}}v_\mu(\lambda)\chi_\xi(\nu)e^{-i2\xi Mc^2t_0/\hbar}.$$

При переходе в лабораторную систему, движущуюся относительно системы покоя частицы со скоростью $-\mathbf{v}=-\mathbf{p}c^2/E$, φ_x^0 и φ_M^0 получат приращение $\operatorname{arc\,tg} ipc/E=2\xi\operatorname{arc\,tg} iv/c=2i\xi\operatorname{arc\,th} v/c$ $(v=pc^2/|E|)$ и перейдут в $\varphi_x=\varphi_x^0+2\xi\operatorname{arc\,tg} iv/c$ и $\varphi_M=(1-2\xi)\pi/2+2\xi\operatorname{arc\,tg} iv/c$. В результате t_0, r_0, $2\xi Mc^2$ и $p_0=0$ по формулам (46), (48), (50) и (51а) преобразуются соответственно в t, $\mathbf{r}$, E и $\mathbf{p}$.

Следствием сохранения полной вероятности является унитарность матрицы

$$_{\mu'\xi'}u_{\mu\xi}={}_{\mu'\xi'}\{\exp\{-i[\varphi_M-(1-2\xi)\pi/2]\times$$
$$\times\alpha_p/2\}\}_{\mu\xi}/\sqrt{\operatorname{ch} i2\xi[\varphi_M-(1-2\xi)\pi/2]}$$

в выражении (64). Действительно,

$$_{\mu'\xi'}(u^+u)_{\mu\xi}=\frac{_{\mu'\xi'}\left[e^{(\xi'+\xi)\alpha_p\operatorname{arc\,th} v/c}\right]_{\mu\xi}}{\operatorname{ch}\operatorname{arc\,th} v/c}=$$

$$=\frac{\delta_{\mu'\mu}\,\delta_{\xi'\xi}\operatorname{ch}(\xi'+\xi)\operatorname{arc\,th} v/c+{}_{\mu'\xi'}(\alpha_p)_{\mu\xi}(\xi'+\xi)\operatorname{sh}\operatorname{arc\,th} v/c}{\operatorname{ch}\operatorname{arc\,th} v/c}=\delta_{\mu'\mu}\,\delta_{\xi'\xi}.$$

Из (60), (61), (63) и (64) следует, что

$$J^s\psi=-\frac{\hbar\alpha_p}{2}\psi. \tag{65}$$

Заметим, что согласно Паули [7] принято считать (см., например, [4, 8]), что при собственном преобразовании Лоренца решение уравнения Дирака преобразуется как $\psi'=S\psi$, $S=\exp(-i\varphi\,\alpha_p/2)$, $\varphi=i\operatorname{arc\,th} v/c$. Исходя из вышеизложенного нетрудно видеть, что это преобразование, в отличие от (58), (59), относится только к волновым функциям частиц со спином 1/2 и не преобразует величины t, $\mathbf{r}$, E и $\mathbf{p}$, от которых в инвариантной форме зависит плоская волна. Наряду с неточностью в доказательстве релятивистской инвариантности в работе [4] допущена неточность и при рассмотрении инвариантности уравнения Дирака при повороте. Второй спинор, не говоря о полной волновой функции, не преобразуется с помощью оператора $1+i\vartheta\Sigma/2$ (см. §§ 2, 3 настоящей статьи).

§ 6. Сохранение спиральности для частиц, описываемых уравнением Вейля

Волновая функция частиц со спином 1/2, рождающихся при слабом взаимодействии, имеет вид

$$\psi = \frac{1}{\sqrt{2}}(1 - \gamma_5)\,\psi_D, \tag{66}$$

где ψ_D дается выражением (64). При $E \gg Mc^2$, что имеет место, в частности, для $e^{\pm}$, ν_e, $\bar{\nu}_e$, ν_μ и $\bar{\nu}_\mu$, рождающихся при распаде мюонов, волновая функция (66) практически является решением уравнения Вейля

$$-2\,ic\,(\mathbf{s}\nabla)\,\psi = E\psi. \tag{67}$$

Действительно, учитывая, что $\gamma_5 = -\beta_x$ [5], из (50), (51a), (64) и (66) имеем $v = c$,

$$\psi = \frac{1}{2\sqrt{V}}[\chi_{1/2}(\nu) + \chi_{-1/2}(\nu)]\,[1 + 2\,c\,(\mathbf{sp})/\hbar E]\,v_\mu(\lambda)\exp[i\,(\mathbf{pr} - Et)/\hbar], \tag{68}$$

откуда видно, что (67) удовлетворяется.

Важность биспина особенно наглядно видна для частиц, описываемых уравнением Вейля. Записав (68) в виде

$$\psi = \frac{1}{2\sqrt{V}}[\chi_{1/2}(\nu) + \chi_{-1/2}(\nu)]\sum_{L,\,m,\,\sigma}(-1)^{L(1 - E/|E|)/2}\langle s\sigma,\ Lm|J\mu\rangle \times$$

$$\times\, Y_{l,m}(\vartheta_p\varphi_p)\,v_\sigma(\lambda)\exp[i\,(\mathbf{pr} - Et)/\hbar], \tag{69}$$

где $J = s = 1/2$, нетрудно убедиться, что, как и в случае решения уравнения Дирака,

$$J_z\,\psi = \hbar\mu\psi, \tag{70}$$

$$\mathbf{J}^2\,\psi = \hbar^2 J\,(J + 1)\,\psi. \tag{71}$$

Здесь $\mathbf{J}$ есть оператор полного момента, названного для рассматриваемого случая $J = 1/2$ биспином [5], $\hbar\mu$ в выражениях (68) и (69) не может рассматриваться как проекция спина. Как видно из (68), проекция спина s_z имеет определенное значение, и при том одно ($\hbar/2$ — для частиц и $-\hbar/2$ — для античастиц), лишь тогда, когда ось z совпадает с направлением движения. Когда ось z не совпадает с направлением движения, в выражении (68) μ может принимать два значения: $\pm 1/2$. Как следует из (68) и (70), решение уравнения Вейля описывает состояния с определенными значениями импульса и проекции биспина $\hbar\mu$.

Записав в выражении (68)

$$1 + 2\,c\,(\mathbf{sp})/\hbar E = 1 + 4\,\xi\,(\mathbf{sp})/\hbar\,|\mathbf{p}|$$

и учитывая, что

$$\beta_x[\chi_{1/2}(\nu) + \chi_{-1/2}(\nu)] = \chi_{1/2}(\nu) + \chi_{-1/2}(\nu) \tag{72}$$

и

$$s_p[1 + 4\,\xi\,(\mathbf{sp})/\hbar\,|\mathbf{p}|] = \hbar\xi\,[4\,\xi\,(\mathbf{sp})/\hbar\,|p| + 1], \tag{73}$$

согласно (65), (66) и (68) имеем

$$J^4\psi = -\frac{\hbar\alpha_p}{2}\,\psi = -\beta_x\,s_p\,\psi = -s_p\,\psi = -\hbar\xi\psi. \tag{74}$$

Для частиц, движущихся со скоростью света, из (45)—(48) и (51а) следует, что

$$\varphi_x = \varphi_x^0 + 2\xi \operatorname{arc\,tg} i, \quad \varphi_M = (1 - 2\xi)\pi/2 + 2\xi \operatorname{arc\,tg} i. \tag{75}$$

Учитывая, что после действия оператора (59) фазы φ_x и φ_M получают приращение $2\xi \operatorname{arctg} iv/c$, причем

$$2\xi \operatorname{arc\,tg} i + 2\xi \operatorname{arc\,tg} iv/c = 2\xi \operatorname{arc\,tg} i \frac{1+v/c}{1+v/c} = 2\xi \operatorname{arc\,tg} i, \tag{76}$$

нетрудно видеть, что φ_x, φ_M и, следовательно, волновая функция, а вместе с ними и плотность вероятности не изменяются.

Таким образом, для частиц, описываемых уравнением Вейля, из изотропности четырехмерного пространства следует постоянство плотности вероятности при поворотах в «плоскости», образованной осью времени и направлением движения, т. е. при специальных преобразованиях Лоренца. Последнее приводит к тому, что спиральность сохраняется, будучи положительной для частиц ($\xi > 0$) и отрицательной для античастиц ($\xi < 0$). Справедливость этого утверждения известна из экспериментов по изучению слабого взаимодействия.

Автор выражает благодарность коллегам по институту за полезные дискуссии.

Ереванский физический
институт

Поступила 9. IX. 1980

ЛИТЕРАТУРА

1. *Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц*. Квантовая механика, ГИТТЛ, М.—Л., 1948; Изд. физ.-мат. литературы, М., 1963.
2. *Р. М. Мурадян*. Препринт ОИЯИ Р2-3902, 1968.
3. *Е. Вигнер*. Теория групп и ее приложения к квантовомеханической теории атомных спектров, Изд. ИЛ, М., 1961.
4. *А. И. Ахиезер, В. Б. Берестецкий*. Квантовая электродинамика, ГИТТЛ, М., 1953; Изд. физ.-мат. литературы, 1959.
5. *В. А. Джрбашян*. ДАН СССР, 254, 1116 (1980).
6. *О. Бор, Б. Моттельсон*. Структура атомного ядра, Изд. Мир, М., 1971.
7. *В. Паули*. Общие принципы волновой механики, ГИТТЛ, М.—Л., 1947.
8. *Дж. Д. Бьёркен, С. Д. Дрелл*. Релятивистская квантовая теория, т. 1, Изд. Наука, М., 1978.

ՔԱՌԱՉԱՓ ՏԱՐԱԾՈՒԹՅԱՆ ՀԱՄԱՍԵՌՈՒԹՅԱՆ ԵՎ ԻԶՈՏՐՈՊՈՒԹՅԱՆ ՀԵՏԵՎԱՆՔՆԵՐԸ

Վ. Հ. ՋՐԲԱՇՅԱՆ

Ֆիզիկական մեծությունների պահպանումը ստացվում է հավանականության խտության հաստատունության պահանջից զուգահեռ տեղափոխության և պտտման ձևափոխությունների ժամանակ։ Քառաչափ տարածության համասեռության հայտնի հետևանքի՝ էներգիայի և իմպուլսի պահպանման օրենքի ստացման հետ մեկտեղ ցույց է տրված, որ եռաչափ տարածության իզոտրոպության հետևանք է հանդիսանում անցյալում անհայտ շարժման քանակի լրիվ մոմենտի պահպանումը, որը հավասար է շառավիղ-վեկտորի, իմպուլսի և սպինի պտտման մոմենտների գումարին։ Քառաչափ տարածության ենթատարածության՝ ժամանակի առանցքով և շարժման ուղղությամբ կազմված «հարթության» իզոտրոպության հետևանքն է Վեյլի հավասարումով նկարագրվող մասնիկների պարուրության պահպանումը։ Այն դեպքում, երբ ֆիզիկապես հասկանալի պատճառներով հավանականության խտության հաստատունությունը տեղի չունի, պահպանվում է միայն լրիվ հավանականությունը (նորմավորումը)։

THE CONSEQUENCES OF HOMOGENEITY AND ISOTROPY OF THE FOUR-DIMENSIONAL SPACE

V. A. DJRBASHIAN

It is shown that the total wave function of an arbitrary free particle is transformed according to both the representation of translation group and that of rotation group in the 4-dimensional space, since the free space is simultaneously homogeneous and isotropic. The conservation of physical quantities follows from the requirement of the constancy of probability density for the translation and rotation transformations. Besides the well-known consequence of the 4-dimensional space homogeneity — the energy and momentum conservation, it is shown that as a consequence of the 3-dimensional space isotropy the hitherto unknown total angular momentum is conserved. The latter is equal to the sum of the angular momenta connected with the variation of angles determining the directions of the radius-vector, momentum and spin under three-dimensional coordinate system rotation. The conservation of helicity of particles described by the Weyl equation is the consequence of isotropy of the subspace — the "plane" formed by the time axis and the direction of motion. In those cases when for physically understandable reasons the local probability is not conserved, only the conservation of the integral probability (normalization) takes place. The earlier unknown expressions for total rotation operators are obtained.

Изв. АН Армянской ССР, Физика, 16, 18—23 (1981)

ОБОБЩЕННАЯ БИМЕТРИЧЕСКАЯ ТЕОРИЯ ГРАВИТАЦИИ

Р. М. АВАКЯН, Б. В. ХАЧАТРЯН, Э. В. ЧУБАРЯН

Предложен вариант обобщенной теории гравитации Розена. Показано, что уравнения поля вне распределения масс можно проинтегрировать независимо от конкретного вида функции $F(\varkappa)$, входящей в плотность лагранжиана. В случае $F(\varkappa)=1$ найдены аналитические выражения для компонент метрического тензора и скалярного поля $\varkappa$.

В работах [1, 2] Дираком была выдвинута гипотеза о медленном изменении со временем гравитационной постоянной. Исходя из представлений Дирака Иордан [3] создал вариант обобщенной теории гравитации. В дальнейшем в работах Саакяна и Мнацаканяна [4] теория Иордана была развита таким образом, чтобы не вступить в противоречие с известными астрономическими наблюдениями. На основе этой теории были рассчитаны параметры барионных конфигураций, и оказалось, что этот вариант теории допускает существование компактных объектов со сколь угодно большими массами.

Отсутствие массивных компактных объектов в теории Эйнштейна обычно связывают с наличием сингулярности при $r=r_g$ в решении Шварцшильда. Однако и в биметрической теории, предложенной Розеном [5], такие объекты также отсутствуют, несмотря на то, что внешнее решение для точечной массы не имеет сингулярности [6—9]. С этой точки зрения интересно рассмотреть вариант биметрической теории Розена с гравитационной переменной.

1. В дальнейшем удобно вместо G ввести безразмерную величину $\varkappa = G/G_0$ ($G_0 = 6{,}67\cdot 10^{-8}$ дин$\cdot$см$^2\cdot$г$^{-2}$—ньютоновская гравитационная постоянная). В интересующем нас случае полное действие можно записать в виде

$$S = \frac{c^3}{16\pi G_0}\int\left[\frac{L_s}{\varkappa}+\frac{L_g}{\varkappa}+\frac{G_0}{c^4}L_m+L_\varkappa\right]d\Omega. \tag{1}$$

Здесь $L_s=\frac{1}{2}\sqrt{-\gamma}\,S^{\lambda\mu\nu\sigma}P_{\lambda\mu\nu\sigma}$ — плотность лагранжиана плоского пространства,

$$L_g=\sqrt{-\gamma}\left[\frac{1}{4}g^{\lambda\rho}g^{\sigma\tau}g_{\lambda\sigma|\alpha}\,g_{\rho\tau}^{\ \ |\alpha}-\frac{1}{8}g^{\lambda\rho}g^{\sigma\tau}g_{\lambda\rho|\alpha}\,g_{\sigma\tau}^{\ \ |\alpha}\right] \tag{2}$$

$$(g_{\rho\tau}^{\ \ |\alpha}=g_{\rho\tau|\beta}\gamma^{\alpha\beta})$$

есть плотность лагранжиана гравитационного поля, L_m — плотность лагранжиана материи, не зависящая от $\gamma_{\mu\nu}$, а $L_\varkappa$ — плотность лагранжиана, описывающего поле $\varkappa$.

При выборе $L_\varkappa$ мы будем руководствоваться следующими требованиями: во-первых, она должна быть однородной функцией нулевого порядка по $g_{\mu\nu}$, во-вторых, поднятие и опускание индексов дифференцирования должно производиться только при помощи $\gamma_{\mu\nu}$ [5], в-третьих, как и всякая плотность лагранжиана, $L_\varkappa$ должна зависеть от $\varkappa$ и его первых производных, и, наконец, постоянные, вводимые в теорию, должны быть безразмерными. Вышеуказанным требованиям удовлетворяет лагранжиан

$$L_\varkappa = \zeta \sqrt{-\gamma}\, F(\varkappa)\, \varkappa_\alpha \varkappa_{\underline{\alpha}}, \tag{3}$$

где ζ — безразмерный параметр теории, а $F(\varkappa)$ — некоторая функция от $\varkappa$. Эта функция пока остается произвольной ввиду отсутствия соответствующих наблюдательных данных, позволяющих конкретизировать ее вид.

Равенство нулю вариаций полного действия по $\varkappa$ и по $g_{\mu\nu}$ дает соответственно уравнения поля $\varkappa$ и гравитационного поля, а из требования равенства нулю вариации L_m при бесконечно малом координатном преобразовании $x'^\mu = x^\mu + \xi^\mu(x)$ получаем уравнения движения. В результате имеем

$$\mathrm{L}_g \equiv \frac{L_g}{\sqrt{-\gamma}} = -\zeta \varkappa^2 \left[\frac{dF}{d\varkappa} \varkappa_l \varkappa_{\underline{l}} + 2F \varkappa_{l|\underline{l}}\right], \tag{4}$$

$$N_{\mu\nu} - \frac{1}{2}\frac{\varkappa_l}{\varkappa} g_{\mu\nu|\underline{l}} = -\frac{8\pi G_0}{c^4} \varkappa k \left(T_{\mu\nu} - \frac{1}{2} T g_{\mu\nu}\right), \tag{5}$$

$$T^\nu_{\mu;\,\nu} = 0, \tag{6}$$

где введены обозначения:

$$N_{\mu\nu} = \frac{1}{2} g_{\mu\nu|\alpha\underline{\alpha}} - \frac{1}{2} g^{\lambda\rho} g_{\mu\lambda|\alpha} g_{\nu\rho|\underline{\alpha}}, \tag{7}$$

$k = \sqrt{\dfrac{g}{\gamma}}$, а $T_{\mu\nu} = \dfrac{1}{8\pi\sqrt{-g}} \dfrac{\partial L_m}{\partial g^{\mu\nu}}$ — тензор энергии-импульса материи.

2. В случае статического сферически-симметричного распределения материи метрики ds^2 и $d\sigma^2$ можно записать в виде

$$ds^2 = e^{2\Phi(r)} c^2 dt^2 - e^{2\psi(r)} dr^2 - r^2 e^{2\eta(r)} (d\theta^2 + \sin^2\theta\, d\varphi^2),$$

$$d\sigma^2 = c^2 dt^2 - dr^2 - r^2 (d\theta^2 + \sin^2\theta\, d\varphi^2).$$

Тогда уравнения полей (4) и (5) и уравнения гидродинамики (6) примут вид

$$\Phi'' + \frac{2}{r}\Phi' - \frac{\varkappa'}{\varkappa}\Phi' = \frac{4\pi G_0}{c^4} \varkappa (\rho + 3P)\, e^{\Phi + 3\psi}, \tag{8}$$

$$\psi'' + \frac{2}{r}\psi' - \frac{\varkappa'}{\varkappa}\psi' = -\frac{4\pi G_0}{c^4} \varkappa (\rho - P)\, e^{\Phi + 3\psi}, \tag{9}$$

$$\Phi'^2 + 3\psi'^2 - \frac{1}{2}(\Phi' + 3\psi')^2 = \zeta\varkappa^2\left[\frac{dF}{d\varkappa}\varkappa'^2 - 2F\left(\varkappa'' + \frac{2}{r}\varkappa'\right)\right], \tag{10}$$

$$P' = -(\rho + P)\Phi'. \tag{11}$$

Нетрудно убедиться, что $\psi(r) \equiv \eta(r)$ во всем пространстве [7], что при получении уравнений уже было учтено. Для замкнутости системы (8)—(11) к ней необходимо добавить уравнение состояния

$$P = P(\rho). \tag{12}$$

Вне распределения масс из уравнений (8) и (9) имеем

$$\Phi' = \frac{G_0}{c^2}\frac{C_1\varkappa(r)}{r^2}, \quad \psi' = -\frac{G_0}{c^2}\frac{C_2\varkappa(r)}{r^2}, \tag{13}$$

где C_1 и C_2 — постоянные интегрирования. Подстановка этих решений в (10) дает

$$\frac{dF}{d\varkappa}\varkappa'^2 - 2F\left(\varkappa'' + \frac{2}{r}\varkappa'\right) = \frac{A}{r^4}, \tag{14}$$

где

$$A = \frac{G_0^2}{c^4\zeta}\left[C_1^2 + 3C_2^2 - \frac{1}{2}(C_1 - 3C_2)^2\right]. \tag{15}$$

Уравнение (14) можно записать в виде

$$\left(\frac{r^2\varkappa'}{\sqrt{F}}\right)' = -\frac{A}{2r^2F^{3/2}}. \tag{16}$$

Введем функцию $u = r^2\varkappa' F^{-1/2}$ и перейдем к независимой переменной $\varkappa$. Тогда (16) примет вид

$$\frac{du^2}{d\varkappa} = -\frac{A}{F^2}, \tag{17}$$

откуда

$$C_4 - \frac{1}{r} = \int\frac{d\varkappa}{\sqrt{C_3F - AF\int\frac{d\varkappa}{F^2}}}. \tag{18}$$

Условие $\varkappa \to 1$ $(G \to G_0)$ при $r \to \infty$ дает определенную связь между постоянными интегрирования C_3 и C_4. Выбирая конкретный вид $F(\varkappa)$, из уравнения (18), в принципе, можно получить $\varkappa(r)$, а из (13) — функции $\Phi(r)$ и $\psi(r)$, причем появляющиеся при этом новые постоянные интегрирования равны нулю, так как $\Phi(\infty) = \psi(\infty) = 0$.

При решении внутренней задачи необходимо задать в центре конфигурации значения плотности (или давления) $\Phi(0)$, $\psi(0)$ и $\varkappa(0)$ (из уравнений (8)—(10) следует, что $\Phi'(0) = \psi'(0) = \varkappa'(0) = 0$). Необходимо, однако, отметить, что все характеристики конфигурации должны определяться одним параметром (плотностью или давлением в центре). Это означает, что остальные величины $\Phi(0)$, $\psi(0)$ и $\varkappa(0)$ нельзя задавать произвольно. Поэтому при интегрировании уравнений, определяющих внутреннюю структуру конфигурации, необходимо путем повторных интегрирований найти те значения $\Phi(0)$, $\psi(0)$ и $\varkappa(0)$, при которых обеспечивается непрерывность функций и их производных на границе конфигурации, определяемой условием $P(R)=0$, и путем сшивки внутреннего и внешнего решений определить постоянные интегрирования, входящие во внешнее решение.

3. В качестве конкретного примера рассмотрим случай, когда $F(\varkappa)=1$. Тогда из (18) следует, что

$$\varkappa=\frac{C_3}{A}-\frac{AC_4^2}{4}+\frac{AC_4}{2r}-\frac{A}{4r^2}.$$

Так как $\varkappa(\infty)=1$, то

$$\varkappa=1+\frac{AC_4}{2r}-\frac{A}{4r^2}. \tag{19}$$

Соответственно из (13) для Φ и ψ вне распределения масс находим

$$\Phi=-\frac{C_1G_0}{c^2}\left(\frac{1}{r}+\frac{AC_4}{4r^2}-\frac{A}{12r^3}\right), \tag{20}$$

$$\psi=\frac{C_2G_0}{c^2}\left(\frac{1}{r}+\frac{AC_4}{4r^2}-\frac{A}{12r^3}\right). \tag{21}$$

Покажем, что постоянные интегрирования C_1 и C_2 связаны с массами конфигурации. С этой целью подставляя в уравнения (8) и (9)

$$\Phi'=\frac{G_0}{c^2}\frac{m_1(r)\varkappa(r)}{r^2},\quad \psi'=-\frac{G_0}{c^2}\frac{m_2(r)\varkappa(r)}{r^2}, \tag{22}$$

получаем

$$\begin{aligned} m_1' &= \frac{4\pi r^2}{c^2}(\rho+3P)e^{\Phi+3\psi},\\ m_2' &= \frac{4\pi r^2}{c^2}(\rho-P)e^{\Phi+3\psi}. \end{aligned} \tag{23}$$

Сравнивая (22) с (13) и имея в виду (23), находим

$$\begin{aligned} C_1 &= m_1(R)=\frac{4\pi}{c^2}\int\limits_0^R r^2(\rho+3P)e^{\Phi+3\psi}\,dr,\\ C_2 &= m_2(R)=\frac{4\pi}{c^2}\int\limits_0^R r^2(\rho-P)\,e^{\Phi+3\psi}\,dr, \end{aligned} \tag{24}$$

где R — радиус конфигурации.

Условия непрерывности $\varkappa$ и $\varkappa'$ на границе конфигурации позволяют определить постоянные C_3 и C_4, однако при произвольно заданном $\varkappa(0)$

соотношение $C_3 = A + \frac{A^2 C_1^2}{4}$, обеспечивающее условие $\varkappa(\infty) = 1$, может не выполняться. Поэтому правильное значение $\varkappa$ в центре конфигурации должно быть найдено путем пробных интегрирований. Аналогичная ситуация возникает при сшивке метрических коэффициентов и их производных. После определения постоянных C_1 и C_2 из условия непрерывности Φ' и ψ' сами функции Φ и ψ сошьются лишь в том случае, если случайно правильно были выбраны значения $\Phi(0)$ и $\psi(0)$.

Для определения истинных значений $\Phi(0)$ и $\psi(0)$ поступим следующим образом. Сделаем преобразование $r = ax$, $u = \Phi - \Phi(0)$, $v = \psi - \psi(0)$, причем выберем a так, чтобы $a^2 e^{\Phi(0) + 3\psi(0)} = 1$. Тогда система уравнений (8) — (11) примет вид

$$u'' + \frac{2}{x} u' - \frac{\varkappa'}{\varkappa} u' = \frac{4\pi G_0}{c^2} (\rho + 3P) e^{u + 3v},$$

$$v'' + \frac{2}{x} v' - \frac{\varkappa'}{\varkappa} v' = -\frac{4\pi G_0}{c^2} (\rho - P) e^{u + 3v},$$

$$u'^2 + 3v'^2 - \frac{1}{2}(u' + 3v')^2 = \zeta \varkappa^2 \left[\frac{dF}{d\varkappa} \varkappa'^2 - 2F\left(\varkappa'' + \frac{2}{x}\varkappa'\right)\right],$$

$$P' = -(P + \rho) u'.$$

Для u и v имеем начальные условия $u(0) = v(0) = u'(0) = v'(0) = 0$. После сшивки решений получаем значения $u(\infty)$ и $v(\infty)$. Учитывая что $u(\infty) = \Phi(\infty) - \Phi(0) = -\Phi(0)$ и $v(\infty) = \psi(\infty) - \psi(0) = -\psi(0)$ находим истинные значения: $\Phi(0) = -u(\infty)$ и $\psi(0) = -v(\infty)$, а также значение $a^2 = e^{u(\infty) + 3v(\infty)}$.

Авторы благодарны проф. Г. С. Саакяну и участникам семинара кафедры теоретической физики ЕГУ за многочисленные обсуждения.

Ереванский государственный
университет

Поступила 10. VI. 1980

ЛИТЕРАТУРА

1. *P. A. M. Dirac.* Nature, 139, 323 (1937).
2. *P. A. M. Dirac.* Proc. Roy. Soc. (A), 165, 199 (1938).
3. *P. Jordan.* Schwerkraft und Weltall, Braunschweig, 1955.
4. *Г. С. Саакян.* Равновесные конфигурации вырожденных газовых масс, Изд. Наука, М., 1972.
5. *N. Rosen.* Ann. Phys. (N. Y.), 84, 445 (1974).
6. *N. Rosen, J. Rosen.* Appl. J., 212, 605 (1977).
7. *Г С. Саакян* и др. Астрофизика, 14, 489 (1978).
8. *А. В Саркисян, Б. В. Хачатрян, Э. В. Чубарян.* Астрофизика, 15, 506 (1979).
9. *А. В. Саркисян.* Астрономический журнал, 57, 43 (1980).

ԳՐԱՎԻՏԱՑԻԱՅԻ ԸՆԴՀԱՆՐԱՑՎԱԾ ԲԻՄԵՏՐԻԿ ՏԵՍՈՒԹՅՈՒՆ

Ռ. Մ. ԱՎԱԳՅԱՆ, Բ. Վ. ԽԱՉԱՏՐՅԱՆ, Է. Վ. ՉՈՒԲԱՐՅԱՆ

Առաջարկված է գրավիտացիայի Ռոզենի տեսության ընդհանրացված տարբերակ։ Ցույց է տրված, որ նյութի բաշխումից դուրս հավասարումները հաջողվում է ինտեգրել, անկախ լագրանժիանի խտության մեջ մտնող $F(\varkappa)$ *ֆունկցիայի կոնկրետ տեսքից։* $F(\varkappa)=1$ *դեպքում մետրիկական թենզորի կոմպոնենտների և* $\varkappa$ *սկալյար դաշտի համար գտնված են անալիտիկ արտահայտություններ։*

GENERALIZED BIMETRIC THEORY OF GRAVITATION

R. M. AVAKIAN, B. V. KHAČHATRIAN, E. V. CHUBARIAN

A variant of the generalized Rosen gravitation theory is proposed. It is shown that the field equations are integrable out of mass distribution irrespective of the concrete form of the $F(\varkappa)$ function which enters into the Lagrange density function. Analytic expressions for metric tensor components and the $\varkappa$ scalar field for the $F(\varkappa) = 1$ case are found.

Изв. АН Армянской ССР, Физика, 16, 24—36 (1981

ВРАЩЕНИЕ СВЕРХПЛОТНЫХ КОНФИГУРАЦИЙ В ТРЕТЬЕМ ПРИБЛИЖЕНИИ ПО УГЛОВОЙ СКОРОСТИ И ЭНЕРГИЯ ДЕФОРМАЦИИ

В. Ф БАЛЕК, М. О. МИНАСЯН

Вычислены параметры ряда моделей вращающихся нейтронных звезд, которые определяют их внешнее гравитационное поле в приближении Ω^3. Найдена энергия деформации порядка Ω^4 и оценена ее роль в качестве источника внутренней энергии нейтронных звезд.

В связи с поисками теплового излучения пульсара в Крабовидной туманности [1] в последние годы интенсивно исследуется вопрос о влиянии различных процессов, могущих протекать в нейтронных звездах, на соотношение между мощностью их теплового излучения и их возрастом [2—4]. В результате была получена некая картина тепловой эволюции нейтронных звезд, включающая два экстремальных случая: «медленное остывание» без учета эффекта π-конденсации и «быстрое остывание» с учетом этого эффекта. Можно было бы ожидать, что вращение нейтронной звезды способно изменить описанную картину, однако это возможно лишь при условии, что значительная часть энергии вращения выделяется в недрах звезды. Мы же рассмотрим случай, когда таким путем выделяется лишь та малая часть энергии вращения, которая связана с деформацией жидкого ядра звезды.

Твердотельное вращение сверхплотных звезд, рассматриваемое как возмущение в сферически-симметричной задаче общей теории относительности (ОТО), исследовалось в [5, 6] в приближении Ω^2 и в [7] в приближении Ω^3 (Ω — угловая скорость вращения). Первым приближением, в котором определяется деформация звезды, является Ω^2. Однако в ОТО значения добавки к моменту инерции следует вычислять в следующем по Ω приближении, так как они зависят от пропорционального Ω^3 члена в метрике, не имеющего аналога в ньютоновской теории. В приближении Ω^3 мы находим также величину энергии деформации (порядка Ω^4), исходя из соотношения между этой величиной и добавкой к моменту инерции.

В первой части настоящей работы приводится полная система уравнений в приближении Ω^2 с уточненными условиями сшивки (ср. с [8]) и уравнения в приближении Ω^3, определяющие как дипольный, так и октупольный члены в разложении поля сил, вызывающих эффект Лензе—Тирринга. Далее приводятся результаты численных расчетов параметров вращающихся конфигураций, проведенные с использованием двух уравнений состояния (без учета и с учетом эффекта π-конденсации). Во второй части обсуждается вопрос о роли энергии деформации в качестве источника внутренней энергии нейтронных звезд.

1. Вращающиеся сверхплотные конфигурации в приближении Ω^3

Для аксиально-симметричной стационарной системы можно ввести систему координат r, ϑ, φ, t, в которой метрика имеет вид

$$ds^2 = (e^{\nu} - \omega^2 e^{\mu} r^2 \sin^2 \vartheta)\, dt^2 - 2\, \omega e^{\mu} r^2 \sin^2 \vartheta\, d\varphi\, dt -$$
$$- e^{\lambda} dr^2 - e^{\mu} r^2 (d\vartheta^2 + \sin^2 \vartheta\, d\varphi^2) \qquad (1)$$

(используется система единиц, в которой $c = G = 1$). Для описания внутреннего строения вращающихся конфигураций удобно ввести величину

$$\psi = \int\limits_0^P \frac{dP}{P+\rho},$$

где ρ и P — плотность и давление, умноженные на 4π. Подходящим параметром в теории возмущений является величина $\beta = \Omega^2 (2\rho_c)^{-1}$, где ρ_c — значение ρ в центре конфигурации.

Разложения метрических коэффициентов и величин ρ, P, ψ со степенями β не выше 3/2 имеют вид

$$\begin{aligned}
\omega &= \sqrt{\beta} q + \beta \sqrt{\beta} \tilde{q},\\
e^{-\lambda} &= e^{-\lambda^0} (1 + \beta f),\\
e^{\nu} &= e^{\nu^0} (1 + \beta \Phi),\\
e^{\mu} &= 1 + \beta U,\\
P &= P^0 + \beta \Delta P,\\
\rho &= \rho^0 + \beta \Delta \rho,\\
\psi &= m + \beta N.
\end{aligned} \qquad (2)$$

Представим функции q и $\tilde{q}$ в виде рядов по производным полиномов Лежандра P, зависящим от $\gamma = \cos \vartheta$, т. е.

$$q = \sum_{\text{нечет}} q_l(r) \frac{dP_l}{d\gamma} \qquad (3)$$

и аналогично для $\tilde{q}$, а функции f, Φ, U, ΔP, $\Delta\rho$, N — в виде рядов по P_l, т. е.

$$f = \sum_{\text{чет}} f_l(r)\, P_l(\gamma) \text{ и т. д.} \qquad (4)$$

В (3) входят слагаемые с нечетными значениями l, а в (4) — с четными значениями l вследствие симметрии конфигураций относительно экваториальной плоскости. Анализ уравнений для радиальных частей искомых функций приводит к выводу, что в (3) следует оставить лишь член с $l=1$, в (4) — члены с $l=0$ и $l=2$ [6], а в выражении для $\breve{q}$ — члены с $l=q$ и $l=3$ [9].

Внутри распределения масс система описывается следующими уравнениями:

$$\frac{dP^0}{dr}=(\rho^0+P^0)F,$$

$$\frac{du}{dr}=\rho r^2,$$

$$\frac{d\nu^0}{dr}=-2F,$$

$$\frac{d^2Q}{dr^2}+\left[\frac{4}{r}-re^{\lambda^0}(\rho^0+P^0)\right]\frac{dQ}{dr}-4e^{\lambda^0}(\rho^0+P^0)Q=0,$$

$$\Phi_l=-N_l+(K+c_{10})\delta_{l0}-K\delta_{l2}, \tag{5}$$

$$f_l=-N_l+(\beta_0-c_{10}\alpha)\delta_{l0}+\frac{1}{2}(\beta_0-3K)\delta_{l2},$$

$$\frac{d^2N_l}{dr^2}+X\frac{dN_l}{dr}+Y_lN_l=(Z+c_{10}g)\delta_{l0}+V\delta_{l2},$$

$$\frac{dU_l}{dr}=\frac{dN_l}{dr}-2FN_l-\left[\beta_0\left(\frac{1}{r}-F\right)+K\left(\frac{1}{r}+F+2\varkappa\right)+\right.$$
$$\left.+c_{10}h\right]\delta_{l0}-\left[\frac{1}{2}\beta_0\left(\frac{1}{r}-F\right)-K\left(\frac{5}{2r}-\frac{1}{2}F+2\varkappa\right)\right]\delta_{l2},$$

$$\frac{d^2\breve{q}_l}{dr^2}+\left[\frac{4}{r}-re^{\lambda^0}(\rho^0+P^0)\right]\frac{d\breve{q}_l}{dr}-e^{\lambda^0}\left[\frac{(l+2)(l-1)}{r^2}+4(\rho^0+P^0)\right]\breve{q}_l=$$
$$=A\delta_{l1}+B\delta_{l3},$$

где

$$F=-(u+P^0r^3)e^{\lambda^0}r^{-2},\quad e^{\lambda^0}=r/(r-2u),\quad Q=q+(2\rho_c)^{1/2},$$

$$X=2r^{-1}+e^{\lambda^0}(u-\rho^0r^3)r^{-2}-F,$$

$$Y_l=-4F^2+e^{\lambda^0}\left[5\rho^0+9P^0+(\rho^0+P^0)\frac{d\rho^0}{dP^0}-l(l+1)r^{-2}\right],$$

$$Z=2\beta_0[Fr^{-1}-F^2+e^{\lambda^0}(\rho^0+3P^0)]+K(\zeta F+Z_A),\quad V=\frac{1}{2}(Z-3KZ_B),$$

$$K=\frac{2}{3}r^2Q^2e^{-\nu^0},\quad \beta_0=K[1-4(\rho^0+P^0)r^2-e^{-\lambda^0}r^2\varkappa^2],\quad \varkappa=Q^{-1}\frac{dQ}{dr},$$

$$\zeta=-2r^{-1}+16(\rho^0+P^0)r-2F\left[1-2(\rho^0+P^0)\left(3+\frac{d\rho^0}{dP^0}\right)r^2\right]-$$
$$-2\varkappa[1-8(\rho^0+P^0)r^2-2e^{-\lambda^0}\varkappa],$$

$$Z_A = 6r^{-2} + 4Fr^{-1} + 4F^2 - 4e^{\lambda^0}P^0 + \varkappa(4r^{-1} + 6F + \varkappa),$$

$$Z_B = 6r^{-2} + 4Fr^{-1} - 2e^{\lambda^0}(2r^{-2} - \rho^0 - P^0) + \varkappa(4r^{-1} + 4F + \varkappa),$$

$$\alpha = -1 + 2(\rho^0 + P^0)r^2, \quad \xi = (\rho^0 + P^0)\left[2r + \left(\frac{d\rho^0}{dF^0} + 1\right)Fr^2\right],$$

$$h = -r^{-1} - F - \alpha(r^{-1} - F), \quad g = 2F(h + \xi) - 2\alpha e^{\lambda^0}(\rho^0 + 3P^0),$$

$$A = 4e^{\lambda^0}Q(\rho^0 + P^0)\left[\frac{1}{2}\left(3 + \frac{d\rho^0}{dP^0}\right)N_0 + \alpha c_{10} - \beta_0 + K\right] -$$

$$-\frac{dQ}{dr}\left[2\frac{dU_0}{dr} - \frac{1}{2}K\left(\zeta + \frac{2}{r} + 2F + 2\varkappa\right) - c_{10}\xi\right] - B,$$

$$B = \frac{1}{5}\left\{4e^{\lambda^0}Q(\rho^0 + P^0)\left[\frac{1}{2}\left(3 + \frac{d\rho^0}{dP^0}\right)N_2 - \frac{1}{2}\beta_0 + \frac{1}{2}K\right] -\right.$$

$$\left.-\frac{dQ}{dr}\left[2\frac{dU_2}{dr} - \frac{1}{4}K\left(\zeta + \frac{2}{r} + 2F + 2\varkappa\right)\right]\right\}.$$

Из определения ψ следует

$$\Delta P_l = \frac{1}{2}(\rho^0 + P^0)N_l, \tag{6}$$

$$\Delta \rho_l = \frac{1}{2}(\rho^0 + P^0)\frac{d\rho^0}{dP^0}N_l. \tag{7}$$

Выражения для q, f_l, Φ_l и U_l вне распределения масс („внешние решения“) приведены в [6], а для $\tilde{q}_l$ — в [9]. Внешние и внутренние решения должны сшиваться на поверхности конфигурации $r = R_s(\vartheta)$, определяемой уравнением

$$\psi(R_s, \vartheta) = 0. \tag{8}$$

Из (8) следует, что в приближении Ω^2 поверхность представляет собой эллипсоид вращения; его экваториальный и полярный радиусы обозначены соответственно через R_e и R_p. В действительности, однако, сшивка производится на сфере $r = R$, где R — радиус статической конфигурации («приближение Ω^0»), поскольку на ней $\Delta\rho$ обращается в нуль (см. (7)).

Постоянные, входящие во внешние решения q и Φ_0, связаны соответственно с моментом инерции I сферической конфигурации и с добавкой к массе ΔM, обусловленной вращением. Функция $\tilde{q}$ вдали от источника имеет вид

$$\tilde{q} = c_1^* r^{-3} + O(r^{-4}) + [c_3^* r^{-5} + O(r^{-6})]\frac{dP_3}{d\gamma}. \tag{9}$$

Первый член в (9) определяет добавку ΔI к моменту инерции согласно формуле

$$\Delta I = -\frac{1}{2}\beta(2\rho_c)^{-1/2}c_1^*. \tag{10}$$

Из известного соотношения для момента импульса

$$J = 2\pi \int T^t_\varphi \sqrt{-g}\, dr\, d\vartheta,$$

где T^t_φ — компонента тензора энергии-импульса, g — определитель метрического тензора, для ΔI получаем другое выражение

$$\Delta I = \frac{2}{3}\,\beta\,(2\rho_c)^{-1/2} \int\limits_0^R e^{(\lambda^0 - \nu^0)/2} (\rho^0 + P^0)\, Q r^4 H\, dr, \tag{11}$$

где

$$H = \frac{1}{2}\left(3 + \frac{d\rho^0}{dP^0}\right)\left(N_0 - \frac{1}{5} N_2\right) + 2U_0 - \frac{2}{5} U_2 + \frac{9}{20}(K - \beta_0) +$$

$$+ \frac{1}{2}(\alpha - 1)\, c_{10} + \frac{1}{Q}\frac{d\tilde{q}_1}{dr}.$$

Для выяснения физического смысла члена с $\dot{c}_3$ в (9) воспользуемся аналогией между силой Кориолиса $\mathbf{F}_c = \sqrt{g_{tt}}\,[\mathbf{v}, \nabla \times \mathbf{g}]$, действующей на частицу с единичной массой, движущуюся со скоростью $\mathbf{v}$ ($g_\alpha = -g_{t\alpha}/g_{tt}$), и магнитной силой $\mathbf{F}_M = [\mathbf{v}, \nabla \times \mathbf{A}]$, действующей на частицу с единичным зарядом и скоростью $\mathbf{v}$ в магнитном поле с потенциалом $\mathbf{A}$.

Введем

$$E = -18\beta\sqrt{\beta}\,\dot{c}_3 \tag{12}$$

и неприводимый тензор третьего ранга $E_{\alpha\beta\gamma}$ с компонентами $E_{333} = -2E_{332} = -2E_{331} = E$ (остальные компоненты, кроме тех, которые отличаются от выписанных перестановкой индексов, равны нулю). Учитывая равенства $g_{tr} = g_{t\theta} = 0$ и асимптотику (9) в выражении для $g_{t\varphi}$, после перехода к системе координат x^α, декартовой на бесконечности, найдем

$$g_\alpha = 2\,\eta_{\alpha\beta\gamma} J^\beta n^\gamma r^{-2}[1 + O(r^{-1})] + \frac{1}{6}\eta_{\alpha\beta\gamma} E^\beta_{\mu\nu} n^\mu n^\nu n^\gamma [1 + O(r^{-1})], \tag{13}$$

где $n^\alpha = x^\alpha r^{-1}$, $\eta_{\alpha\beta\gamma}$ — полностью антисимметричный единичный тензор ($\eta_{123} = 1$).

Из сравнения (13) с разложением $\mathbf{A}$ по мультипольным моментам можно заключить, что $E_{\alpha\beta\gamma}$ соответствует октупольному магнитному моменту; квадрупольный член в (13) отсутствует вследствие симметрии рассматриваемых конфигураций. В рамках линеаризованной ОТО можно показать, что

$$E = \frac{3}{2}\,\Omega \int \rho\, r_\perp^2 (5 r_\perp^2 - 4 r^2)\, d^3 r,$$

где $r_\perp$ — расстояние до оси вращения (подчеркнем, что $E \sim \Omega^3$).

Для статической конфигурации плотность числа барионов, умноженная на 4π, дается выражением

$$n^0 = \frac{1}{m_0}(\rho^0 + P^0)\exp\left[\frac{\nu^0(r) - \nu^0(R)}{2}\right], \tag{14}$$

где m_0 — масса нуклида Fe^{56}, деленная на 56. Для вращающейся конфигурации аналогичная величина дается соотношением

$$n = n^0\left(1 + \frac{1}{2}\beta\frac{d\rho^0}{dP^0}N\right). \tag{15}$$

Полное число барионов внутри сферы радиуса r с точностью до членов порядка β запишем в виде $a = a^0 + \beta\Delta a$. Для величин a^0 и Δa имеем

$$\frac{da^0}{dr} = n^0 e^{\lambda^0/2} r^2, \tag{16}$$

$$\frac{d\Delta a}{dr} = \frac{1}{2} n^0 e^{\lambda^0/2} r^2 \left[\left(1 + \frac{d\rho^0}{dP^0}\right)N_0 + 2U_0 - \beta_0 + K + c_{10}\alpha\right]. \tag{17}$$

Решая эти уравнения, получим полное число барионов $N_B = a(R)$ статической конфигурации и добавку к нему $\Delta N_B = \beta\Delta a(R)$.

Максимальная угловая скорость твердотельного вращения Ω_m в ОТО определяется условием $\dfrac{d\psi(R_e, \pi/2)}{dr} = 0$, откуда с учетом (8) имеем

$$\Omega_m^2 = 2\rho_c \frac{dm}{dR}\left[-\frac{d^2m}{dR^2}\left(N_0 - \frac{1}{2}N_2\right) \Big/ \frac{dm}{dR} + \frac{d}{dR}\left(N_0 - \frac{1}{2}N_2\right)\right]^{-1}, \tag{18}$$

где N_0 и N_2 берутся при $r = R$.

Параметры вращающихся конфигураций типа нейтронных звезд в приближении Ω^3 были получены в результате решения системы уравнений (5), (16), (17) и сшивки решений на поверхности конфигурации. Свободный параметр теории $\Delta\rho_c$ (изменение центральной плотности, обусловленное вращением) подобран таким образом, чтобы $\Delta N_B = 0$, т. е. чтобы массы, радиусы и моменты инерции вращающихся конфигураций можно было непосредственно сравнивать с соответствующими величинами, вычисленными для тех же конфигураций в отсутствие вращения.

В таблицах I и II приведены параметры конфигураций типа нейтронных звезд, полученные с использованием двух вариантов уравнения состояния: для реального барионного газа [10] и для вырожденного вещества, содержащего π-конденсат и переходящего при больших плотностях в идеальный кварковый газ [11]. К параметрам статических конфигураций относятся: ρ_c, P_c (давление в центре), M и R, которые получены в нулевом приближении по Ω, и момент инерции I, вычисленный в первом приближении по Ω, но не зависящий от угловой скорости. Остальные величины соответствуют конфигурациям, вращающимся с максимальной угловой скоростью; в частности, W — энергия деформации, вычисленная при $\Omega = \Omega_m$ (эта величина определена в следующем разделе). Чтобы пе-

Таблица 1

Параметры вращающихся нейтронных звезд, не содержащих π-конденсат

	ρ_c (г·см$^{-3}$)	M ($M_\odot$)	ΔM ($M_\odot$)	R (км)	R_p (км)	R_e (км)	$10^{-45}\cdot I$ (г·см^2)	$10^{-45}\ \Delta I$ (г·см^2)	$10^{-51}\ (-E/c)$ (г·см^3)	$10^{-49}\ W$ (эрг)	Ω_m (с$^{-1}$)
1	2,84 *E* 14	0,253	1,47 *E*—4	17,7	17,1	21,9	0,163	0,0155	0,020	1,25	1,80 *E* 3
2	5,51 *E* 14	0,627	3,06 *E*—3	13,0	11,5	16,1	0,483	0,122	0,285	69,0	4,76 *E* 3
3	1,14 *E* 15	1,17	1,70 *E*—2	11,6	10,2	14,3	0,98	0,338	0,853	5,26 *E* 2	7,89 *E* 3
4	2,44 *E* 15	1,50	2,73 *E*—2	10,2	10,5	12,8	1,12	0,473	0,482	1,04 *E* 3	9,36 *E* 3
5	1,16 *E* 16	1,38	9,16 *E*—2	7,4	4,5	8,1	0,568	0,062	0,532	9,00 *E* 2	2,41 *E* 4
6	3,55 *E* 16	1,16	4,77 *E*—2	6,5	5,1	7,4	0,329	0,045	0,180	5,91 *E* 2	2,28 *E* 4

Таблица 2

Параметры вращающихся нейтронных звезд, содержащих π-конденсат

	P_c (дин·см$^{-2}$)	M ($M_\odot$)	ΔM ($M_\odot$)	R (км)	R_p (км)	R_e (км)	$10^{-45}\ I$ (г·см^2)	$10^{-45}\ \Delta I$ (г·см^2)	$-10^{-51}\ E/c$ (г·см^3)	$10^{-49}\ W$ (эрг)	Ω_m (с$^{-1}$)
1	1,27 *E* 33	0,022		574	562	712	0,002	1,7 *E*—5	7,3 *E*—9	3,5 *E*—6	89,5
2	6,74 *E* 33	0,231	2 *E*—4	8,9	7,2	10,2	0,101	7,4 *E*—4	1,8 *E*—3	1,0	5,54
3	2,24 *E* 34	0,88	3,49 *E*—2	11,9	10,1	13,9	0,96	0,0634	0,137	78,7	7,05 *E*3
4	7,11 *E* 34	1,32	1,22 *E*—1	12,6	11,8	15,3	1,65	0,287	0,315	3,20 *E* 2	7,60 *E*3
5	7,95 *E* 35	0,95	6,80 *E*—2	9,5	9,7	11,9	0,494	0.091	0,0155	1,76 *E* 2	8.79 *E*3
6	8,93 *E* 36	0,73	2,19 *E*—2	5,8	4,8	6,7	0,117	6,60 *E*—3	7,85 *E*—3	62,5	1,95 *E*4

рейти к любому заданному значению Ω добавки к массе, радиусу и моменту инерции следует умножить на $(\Omega/\Omega_m)^2$, E — на $(\Omega/\Omega_m)^3$, а W — на $(\Omega/\Omega_m)^1$.

Согласно [12], полная энергия вращения, вычисленная при $\Delta N_B = 0$, в приближении Ω^2 равна кинетической энергии

$$\Delta M = \frac{1}{2} I\Omega^2. \tag{19}$$

Это соотношение выполняется с хорошей точностью для конфигураций, параметры которых приведены в табл. 1. Для данных табл. 2 соотношение (19) нарушается, но в этом случае значения ΔI, вычисленные по формулам (10) и (11), также несколько отличаются друг от друга. Итак, есть основания предполагать, что численное интегрирование встречается здесь с некоторыми трудностями, связанными, возможно, с использованием уравнения состояния почти несжимаемой жидкости (в табл. 2 приведены значения ΔI, вычисленные по формуле (10)).

В результатах, полученных при условии $\Delta N_B = 0$, имеются некоторые пробелы при значениях N_B, близких к экстремальным, которые можно устранить, если провести расчеты при условии $\Delta\rho_c = 0$. В приближении Ω^2 такие расчеты проведены в [8, 13].

На рис. 1 и 2 изображена зависимость момента инерции вращающихся конфигураций от величины $N_{57} = N_B / 10^{57}$, полученная при условии $\Delta\rho_c = 0$ (сплошные линии). Для сравнения приведены данные, вычисленные при условии $\Delta N_B = 0$ (крестики), а также данные для статических

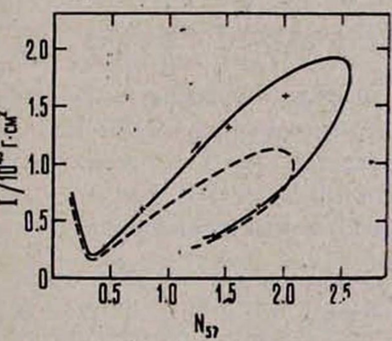

Рис. 1

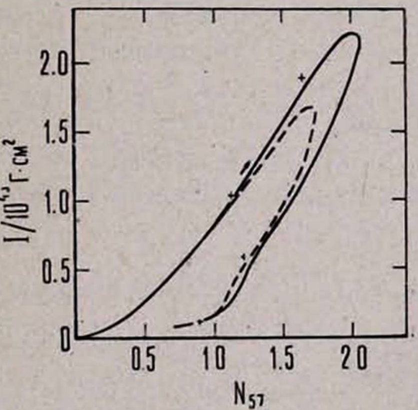

Рис. 2.

Рис. 1. Момент инерции нейтронных звезд, не содержащих π-конденсат, как функция полного числа барионов для вращающихся конфигураций (сплошная линия и крестики) и для сферических звезд (пунктир). В направлении стрелки плотность в центре конфигураций возрастает.

Рис. 2. Момент инерции нейтронных звезд, содержащих π-конденсат, как функция полного числа барионов. Обозначения те же, что и на рис. 1.

конфигураций (пунктир). Как видно из рисунков, имеются некоторые различия между результатами, полученными при условиях $\Delta\rho_c = 0$ и $\Delta N_B = 0$.

Такие расхождения имеют место также и для ΔM, так что при первом условии соотношение (19) не выполняется в точности даже для конфигураций, не содержащих π-конденсат (расхождения достигают нескольких десятков процентов). Этот результат дает основание думать, что более достоверными являются значения величин, полученные при условии $\Delta N_{\beth} = 0$. Согласно этим значениям, добавка к моменту инерции устойчивых нейтронных звезд, не содержащих π-конденсат, достигает 40%, а для конфигураций с π-конденсатом, состоящих преимущественно из почти несжимаемой жидкости,— 15%.

2. Роль энергии деформации в качестве источника внутренней энергии в нейтронных звездах

Энергия вращения вырожденной конфигурации дается соотношением [7]

$$E_R = \frac{1}{2} I\Omega^2 + \frac{3}{4} \Delta I \Omega^2 \tag{20}$$

(здесь опущены члены порядка $O(\Omega^6)$). По определению величина E_R представляет собой разность значений полной энергии вращающейся конфигурации и энергии той же конфигурации в состоянии покоя с одинаковой энтропией в каждом элементе объема. Для вырожденных конфигураций зависимостью E_R от распределения энтропии можно пренебречь (величина ΔI может сильно зависеть от энтропии при малых угловых скоростях, но этот случай не реализуется при типичных значениях температуры и угловой скорости нейтронных звезд).

Согласно нерелятивистской теории, при уменьшении угловой скорости до нуля без одновременного изменения распределения массы конфигурация потеряла бы энергию $E_R' = \frac{1}{2} (I + \Delta I)\, \Omega^2$. Разность $E_R - E_R'$ определяет добавочную энергию, которая выделяется при релаксации конфигурации к сферической форме,— энергию деформации W. Итак,

$$W = W_0 \Omega^4, \tag{21}$$

где $W_0 = \frac{1}{4} \Delta I (\Omega_m)/\Omega_m^2$. Выражение (21) выведено из нерелятивистских соображений и, будучи примененным к нейтронным звездам, носит лишь характер оценки. Мы пользуемся им потому, что не располагаем корректным определением величины W в ОТО.

Энергия деформации W вместе с тепловой энергией U определяют в нашей модели запасы внутренней энергии нейтронной звезды. Уменьшением этих запасов компенсируются нейтринные потери и поддерживается тепловое электромагнитное излучение звезды, так что

$$\frac{d\bar{U}}{dt} + \frac{dW}{dt} = -L_\nu - L_\gamma, \tag{22}$$

где L_ν и L_γ — нейтринная и фотонная светимости звезды. Из расчета градиента температуры в поверхностных слоях нейтронных звезд вытекает, что благодаря высокой теплопроводности вырожденного электронного газа температура «выходит на плато» уже в слое, состоящем из Ae-фазы [14]. Поэтому в нейтронных звездах всюду, за исключением тонкого внешнего слоя, температура почти постоянна.

Нейтронные потери ядерного вещества в отсутствие сверхтекучести определяются, в основном, урка-процессом [2, 15]. Энергия, выделенная в ходе урка-процесса за 1 с в 1 см^3 вещества с температурой T, пропорциональна T^8 для вещества без π-конденсата и T^6 для вещества, содержащего π-конденсат, причем при $T = 10^9$K она во втором случае на пять-шесть порядков больше, чем в первом (заметим, однако, что согласно [16] различие нейтронных светимостей в этих двух случаях не столь существенно).

Из постоянства температуры во внутренней части нейтронной звезды следует

$$L_\nu = L_0 \begin{pmatrix} T^8 \\ T^6 \end{pmatrix}, \tag{23}$$

где T — внутренняя температура звезды, а верхнее и нижнее выражения относятся соответственно к нейтронным звездам без π-конденсата и с π-конденсатом.

Для тепловой энергии нейтронной звезды имеем

$$\overline{U} = \overline{U}_0 T^2. \tag{24}$$

В проведенных нами для ряда конфигураций расчетах величин L_ν и $\overline{U}_0$ предполагается, что звезда является сферической и что

$$T(r)\, e^{\nu^0(r)/2} = \text{const}$$

во внутренней части звезды (под температурой T в этом случае следует понимать значение $T(r)$ на внутренней границе Ae-фазы); кроме того, приняты упрощающие предположения о химическом составе звездных недр. Мы определим также связь между эффективной температурой T_e (или светимостью L_γ) и внутренней температурой T с учетом релятивистского характера электронного газа в Ae-фазе (см. также [17]), но без учета влияния магнитного поля на непрозрачность внешних слоев звезды.

Характерное время выделения энергии W сравнительно мало, если этот процесс обусловлен, как мы предполагаем, вязкостью внутренних слоев звезды (короткие наблюдаемые времена релаксации после сбоев пульсаций для пульсаров в Крабе и Веле). В этом случае скорость выделения энергии деформации определяется скоростью, с которой замедляется вращение звезды. Если нейтронная звезда теряет энергию в основном посредством магнитодипольного излучения, то

$$\Omega = (2\,at)^{-1/2}, \tag{25}$$

где значение a для радиопульсаров равно примерно 10^{-16} с. Для числовых оценок примем значение $a = 4{,}7 \cdot 10^{-16}$ с, полученное из (25) при подстановке в него наблюдаемых значений Ω и t для пульсара в Крабе.

Отбросим второе слагаемое в правой части уравнения (22) и рассмотрим в отдельности случаи, когда основной вклад в левую часть вносит член $d\overline{U}/dt$ («эпоха выделения тепловой энергии») и когда преобладает член dW/dt («эпоха выделения энергии деформации»). Для нейтронных звезд без π-конденсата получим

$$T=\left(\frac{\overline{U}_0}{3L_0}\right)^{1/6} t^{-1/6} \text{ или } \left(\frac{W_0}{2\,a^2 L_0}\right)^{1/8} t^{-3/8}, \tag{26}$$

а для нейтронных звезд, содержащих π-конденсат,—

$$T=\left(\frac{\overline{U}_0}{2\,L_0}\right)^{1/4} t^{-1/4} \text{ или } \left(\frac{W_0}{2\,a^2 L_0}\right)^{1/6} t^{-1/2}. \tag{27}$$

В этих формулах первое выражение соответствует эпохе выделения тепловой энергии, а второе — эпохе выделения энергии деформации. В начале тепловой эволюции звезды имеет место эпоха выделения энергии деформации. Оценку продолжительности этой эпохи t_R получим приравниванием друг другу альтернативных выражений в правых частях соотношений (26) и (27). Для моделей 1, 2 и 3 табл. 1 получим $t_R = 300$, 250 и 240 лет, чему соответствуют значения внутренней температуры $T_R = (6{,}2$, 6,4 и $6{,}9)\cdot 10^8$ К; для моделей 2, 3 и 4 табл. 2 аналогичные числа есть: $t_R = 810$, 4700 и 9400 лет при $T_R = (1{,}4$, 1,0 и $0{,}9) \cdot 10^7$ К. Из полученной нами зависимости $T_e\ (T)$ следует, что для обоих классов моделей нейтринная светимость при температуре T_R на несколько порядков выше фотонной, так что пренебрежение величиной L_γ в (22) в течение всего времени t_R (а на самом деле в течение значительно большего времени) является законным.

На рис. 3 и 4 изображена температура в центре звезды как функция времени для моделей нейтронных звезд с $M \gtrsim 1\, M_\odot$; на рис. 3 приведена эта зависимость для нейтронной звезды, не содержащей π-конденсат (модель 3 табл. 1), а на рис. 4 — для нейтронной звезды с π-конденсатом (модель 4 табл. 2). Сплошные линии получены интегрированием варианта уравнения (22) с опущенным слагаемым L_γ, а пунктиром изображена эволюция звезд с одними только тепловыми запасами энергии. Как видно из рисунков, выделение энергии W оказывает влияние на остывание нейтронных звезд в течение нескольких сотен или 10^4 лет в зависимости от того, содержит ли звезда π-конденсат или нет. В случае нейтронной звезды с π-конденсатом, когда $t_R \sim 10^4$ лет, светимость в течение почти всего времени t_R мала и достигает 10^{34} эрг$\cdot$с$^{-1}$ (наблюдаемый верхний предел для пульсара в Крабе) уже через год после образования звезды.

Итак, выделение энергии W можно наблюдать лишь в течение короткого периода, который несколько дольше в случае отсутствия π-конденсата в веществе нейтронной звезды; но и тогда он меньше возраста пульсара в Крабе. При учете сверхтекучести вещества в недрах звезд роль энергии деформации увеличится, так как тепловая энергия в этом случае меньше. Если для оценок предположить, что вследствие сверхтекучести тепловая энергия и нейтринная светимость нейтронной звезды уменьшатся на два порядка, то значение времени t_R увеличится на порядок, т. е. станет больше возраста пульсара в Крабе.

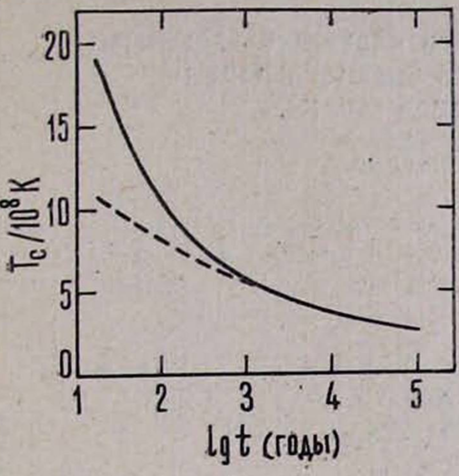

Рис. 3.

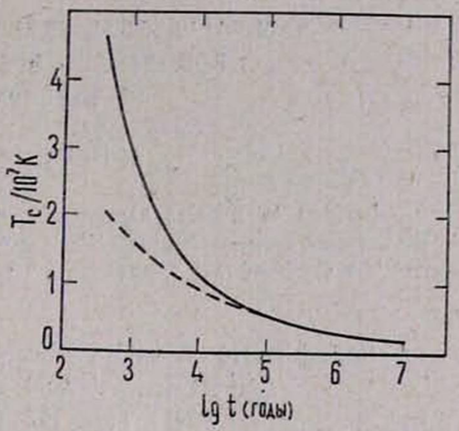

Рис. 4.

Рис. 3. Охлаждение нейтронных звезд, не содержащих π-конденсат, с учетом выделения энергии деформации (сплошная линия) и с учетом одних лишь тепловых запасов (пунктир).

Рис. 4. Охлаждение нейтронных звезд, содержащих π-конденсат. Обозначения те же, что и на рис. 3.

Авторы благодарны проф. Д. М. Седракяну и проф. Э. В. Чубаряну за полезные обсуждения.

Ереванский государственный университет

Поступила 15. XI. 1980

ЛИТЕРАТУРА

1. *A. Toor, F. D. Seward.* Ap. J., 216, 560 (1977).
2. *O. V. Maxwell.* Ap. J., 231, 201 (1979).
3. *O. V. Maxwell et al.* Ap. J., 216, 77 (1977).
4. *K. Brecher, A. Burrows.* Ap. J., 236, 241 (1980).
5. *J. B. Hartle.* Ap. J., 150, 1005 (1967).
6. *Д. М. Седракян, Э. В. Чубарян.* Астрофизика, 4, 551 (1968).
7. *J. B. Hartle.* Astrophys. Space Sci., 24, 385 (1973).
8. *Г. Г. Арутюнян, Д. М. Седракян, Э. В. Чубарян.* Астрономический журнал, 18, 496 (1971).
9. *М. О. Минасян.* Ученые записки ЕГУ, 1, 63 (1980).
10. *Г. С. Саакян.* Равновесные конфигурации вырожденных газовых масс, Изд. Наука, М., 1972.
11. *L. Sh. Grigorian, G. S. Sahakian.* Abstracts of Contributed Papers of 9th International Conference on General Relativity and Gravitation, 1980, p. 436.
12. *J. B. Hartle.* Ap. J., 161, 111 (1970).
13. *Г. Г. Арутюнян* и др. Астрофизика, 15, 497 (1979).
14. *C. Tsuruta, A. G. W. Cameron.* Can. J. Phys., 44, 1863 (1966).
15. *J. N. Bahcall, R. A. Wolf.* Phys. Rev., 140B, 1452 (1965).

16. *Л. Ш. Григорян.* Астрофизика (в печати).
17. *В. А. Урпин, Д. Г. Яковлев.* Астрофизика, 15, 647 (1979).

ԳԵՐԽԻՏ ԿՈՆՖԻԳՈՒՐԱՑԻԱՆԵՐԻ ՊՏՈՒՅՏԸ ԱՆԿՅՈՒՆԱՅԻՆ ԱՐԱԳՈՒԹՅԱՆ ԵՐՐՈՐԴ ՄՈՏԱՎՈՐՈՒԹՅԱՄԲ ԵՎ ԴԵՖՈՐՄԱՑԻԱՅԻ ԷՆԵՐԳԻԱՆ

Վ. ԲԱԼԵԿ, Մ. Հ. ՄԻՆԱՍՅԱՆ

Հաշվված են պտտվող նեյտրոնային աստղերի մի շարք մոդելների արտաքին գրավիտացիոն դաշտերի պարամետրերը Ω^3 մոտավորությամբ։ Որոշված է դեֆորմացիայի էներգիան $\sim\Omega^4$ և գնահատված է նրա դերը իբրև նեյտրոնային աստղերի ներքին էներգիայի աղբյուր։

ROTATION OF SUPERDENSE STARS AS A THIRD-ORDER APPROXIMATION IN ANGULAR VELOCITY AND THE DEFORMATION ENERGY

V. BALEK, M. H. MINASSIAN

The parameters of rotating neutron stars governing their external gravitation field in the Ω^3 approximation are calculated. The deformation of the order of energy $\sim \Omega^4$ is obtained and its significance as an internal energy source is discussed.

Изв. АН Армянской ССР, Физика, 16, 37—43 (1981)

ДИФРАКЦИЯ ПЛОСКОЙ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОЙ ВОЛНЫ НА АНИЗОТРОПНОЙ СФЕРЕ

С. С. ОГАНЕСЯН, В. А. БАРЕГАМЯН

В работе рассмотрена задача о дифракции плоской электромагнитной волны на анизотропной сфере. Уравнения Максвелла для анизотропной среды решены методом построения сферических векторных функций. Изучено влияние анизотропности на рассеянное и дифрагированное поля. Вычислено поперечное сечение рассеяния.

Задаче о дифракции плоской электромагнитной волны на телах канонической формы, в частности, на сфере посвящено много работ (см., например, [1—3] и цитируемые там работы). Во всех этих работах авторы в основном интересовались проводящими и диэлектрическими средами. Получены очень важные и интересные результаты.

Наряду с этим надо отметить, что еще недостаточно широко рассмотрены задачи о дифракции плоской электромагнитной волны на анизотропных и гиротропных телах. В работе [4] была рассмотрена задача о дифракции плоской электромагнитной волны на сфере с магнитной анизотропией. Метод, который применялся в ходе решения задачи, привел авторов к бесконечной системе неоднородных дифференциальных уравнений. Это значительно усложнило дальнейшее точное решение задачи. В приближении больших частот при малой намагниченности насыщения авторам удалось несколько упростить вышеупомянутую систему. Полученные дифференциальные уравнения в коротковолновом приближении были решены итерационным методом. В результате в первом приближении была получена радиальная функция.

В настоящей работе рассматривается задача о дифракции плоской линейно поляризованной электромагнитной волны на анизотропной сфере.

Постановка задачи

Пусть в безграничной однородной и изотропной среде с комплексными диэлектрическим (ε_1) и магнитным (μ_1) проницаемостями находится одноосный кристаллический шар с радиусом r_0. Диэлектрическую и магнитную проницаемости кристалла обозначим через $\hat{\varepsilon}$ и μ_2, где $\hat{\varepsilon}$—диагональный тензор с элементами ε_0, ε_0, ε_z в декартовой системе координат. Начало декартовой системы совместим с осью сферы, причем ось z направим вдоль оси анизотропии кристалла. В сферической системе координат r, θ, Φ тензор диэлектрической проницаемости сферы имеет следующий вид:

$$\hat{\varepsilon}=\begin{pmatrix}\varepsilon_0\sin^2\theta+\varepsilon_z\cos^2\theta & (\varepsilon_0-\varepsilon_z)\sin\theta\cos\theta & 0\\ (\varepsilon_0-\varepsilon_z)\sin\theta\cos\theta & \varepsilon_0\cos^2\theta+\varepsilon_z\sin^2\theta & 0\\ 0 & 0 & \varepsilon_0\end{pmatrix}. \tag{1}$$

Пусть плоская линейно поляризованная волна с волновым вектором $k_1^2=\omega^2\varepsilon_1\mu_1$ распространяется в обратном направлении оси z:

$$\begin{aligned}{}^{i}\mathbf{E}&=\hat{\imath}_x E_0\exp(ik_1z+i\omega t),\\ {}^{i}\mathbf{H}&=-\hat{\imath}_y H_0\exp(ik_1z+i\omega t),\end{aligned}\tag{2}$$

где E_0 и H_0 — амплитуды волны, ω — циклическая частота. В дальнейших вычислениях временной множитель в (2) будем опускать.

Изучим влияние анизотропии кристалла на дифрагированное и рассеянное поля. Характерной величиной, описывающей интересующее нас влияние, является поперечное сечение рассеяния как функция от коэффициента анизотропии $p=\sqrt{\frac{\varepsilon_z}{\varepsilon_0}}$.

Решение

Известно, что электромагнитная волна в анизотропных средах распространяется в виде двух волн: обыкновенной и необыкновенной. Необыкновенная волна описывается уравнением

$$\left(\nabla_\perp^2+\frac{\varepsilon_z}{\varepsilon_0}\frac{\partial^2}{\partial z^2}+\omega^2\varepsilon_z\mu_2\right)\psi=0,\tag{3}$$

где $\nabla_\perp$ — поперечная часть оператора ∇, ψ — скалярная волновая функция. Уравнение обыкновенной волны можно получить из (3) формальной заменой $\varepsilon_z\to\varepsilon_0$. Внешняя волна, которая образуется из отраженной и преломленной от поверхности сферических волн, описывается уравнением, которое можно получить из (3) с помощью замен $\varepsilon_z\to\varepsilon_0\to\varepsilon_1$, $\mu_2\to\mu_1$. Отмеченное сходство между уравнениями задачи дает нам возможность все дальнейшие вычисления проводить относительно уравнения (3). Полученные результаты легко обобщить на случай двух других волн с помощью вышеуказанных замен.

Решение уравнения (3) есть

$$\psi=\exp(i\mathbf{k}_2\mathbf{r}),\tag{4}$$

где

$$|\mathbf{k}_2|=|\mathbf{k}_H|(\sin^2\theta_2+p^2\cos^2\theta_2)^{-1/2},$$

$$\mathbf{k}_H^2=\omega^2\varepsilon_z\mu_2=p^2k_0^2,$$

$\mathbf{k}_2$ — волновой вектор необыкновенной волны, $k_0^2=\omega^2\varepsilon_0\mu_2$ — волновой вектор обыкновенной волны, θ_2 — угол преломления необыкновенной волны в сферу.

Разложив функцию (4) в ряд по волновым сферическим функциям [5], получим

$$\psi=2\sum_{m=0}^{\infty}\sum_{n=m}^{\infty}i^{n}(2-\delta_{0m})(2n+1)\frac{(n-m)!}{(n+m)!}P_n^m(\cos\theta_2)\times$$

$$\times j_n(k_2r)P_n^m(\cos\theta)\cos m(\Phi-\varphi_2), \tag{4a}$$

где $P_n^m(\cos\theta_2)$ — присоединенный полином Лежандра, $j_n(k_2r)$ — сферическая функция Бесселя первого рода, δ_{0m} — символ Кронекера,

$$\mathrm{tg}^2\theta_2=p^{-2}\,\mathrm{tg}^2\theta_0,\ \ \mathrm{tg}^2\varphi_2=\mathrm{tg}^2\varphi_0,$$

θ_0, φ_0 — сферические углы волнового вектора обыкновенной волны, φ_2 — азимутальный угол преломления необыкновенной волны (в связи с азимутальной симметрией задачи в дальнейшем будем брать $\varphi_2=\varphi_0=0$ без потери общности).

Запишем общий член (4а) в следующем виде:

$$\psi_{mn}^{(h)}=A_{mn}(\theta_2)Z_n^{(h)}(k_2r)P_n^m(\cos\theta)\cos m\Phi, \tag{5}$$

где

$$A_{mn}(\theta_2)=2i^{n}(2-\delta_{0m})(2n+1)\frac{(n-m)!}{(n+m)!}P_n^m(\cos\theta_2),$$

$h=1, 2, 3, 4$ указывает род бесселевой функции.

Решения векторного волнового уравнения, соответствующего уравнению (3), построим с помощью метода, предложенного в [2]. Однако в отличие от [2] мы в качестве постоянного вектора выберем не орт в направлении радиуса сферы, а декартовые орты $\hat{i}_x$, $\hat{i}_y$ и $\hat{i}_z$. Полученная таким образом система из шести векторных волновых функций заметно отличается от соответствующей системы в указанной монографии, однако с помощью несложных координатных преобразований интересующие нас функции можно получить из [2]. Используемый здесь метод более удобен по сравнению с его аналогом в [2] при разложении отыскиваемых полей для случая анизотропной среды:

$$^{\varkappa}\mathbf{M}_{mn}^{(h)}=\mathrm{rot}\,(\hat{i}_{\varkappa}\,\psi_{mn}^{(h)}), \tag{6}$$

где $\varkappa=x, y, z$. Так как в общем случае орт $\hat{i}_{\varkappa}$ является постоянным вектором, то определение (6) заметно упрощается:

$$^{x}\mathbf{M}_{mn}^{(h)}=\nabla\psi_{mn}^{(h)}\times\hat{i}_x,\ \ ^{y}\mathbf{M}_{mn}^{(h)}=\nabla\psi_{mn}^{(h)}\times\hat{i}_y,$$

$$^{z}\mathbf{M}_{mn}^{(h)}=\nabla\psi_{mn}^{(h)}\times\hat{i}_z. \tag{6a}$$

После разложения падающей волны (2) по функциям (6а) получаем

$$^{I}\mathbf{E}=\hat{i}_xE_0\exp(ik_1z)=E_0\sum_{n=0}^{\infty}\overline{A}_{0n}\,{}^{y}\mathbf{M}_{0n}^{(1)},$$

$$^{I}\mathbf{H}=-\hat{i}_yH_0\exp(ik_1z)=H_0\sum_{n=0}^{\infty}\overline{A}_{0n}\,{}^{x}\mathbf{M}_{0n}^{(1)}, \tag{7}$$

где

$$\bar{A}_{0n} = \frac{4\,i^{n+1}\,(n+1)\,(2\,n-1)}{k_1\,A_{0n}\,(\theta_1)\,(2\,n+1)\,(3\,n-1)}.$$

Поле внутри сферы после разложения по векторным волновым функциям (6а) имеет следующий вид:

$$\begin{aligned} {}^T\mathbf{D} &= D_0 \sum_{n=0}^{\infty} \{\alpha_n\, {}^y\mathbf{M}_{0n}^{(1)}(k_2,\ r,\ \theta,\ \Phi) + \gamma_n\, {}^y\mathbf{M}_{0n}^{(1)}(k_0,\ r,\ \theta,\ \Phi)\}, \\ {}^T\mathbf{H} &= H_0 \sum_{n=0}^{\infty} \{\alpha_n\, {}^x\mathbf{M}_{0n}^{(1)}(k_2,\ r,\ \theta,\ \Phi) + \gamma_n\, {}^x\mathbf{M}_{0n}^{(1)}(k_0,\ r,\ \theta,\ \Phi)\}, \end{aligned} \tag{8}$$

где ${}^T\mathbf{D}$ — вектор электрической индукции, а вне сферы поле есть

$$\begin{aligned} {}^R\mathbf{E} &= E_0 \sum_{n=0}^{\infty} f_n\, {}^y\mathbf{M}_{0n}^{(4)}(k_1,\ r,\ \theta,\ \Phi), \\ {}^R\mathbf{H} &= H_0 \sum_{n=0}^{\infty} \{f_n\, {}^x\mathbf{M}_{0n}^{(4)}(k_1,\ r,\ \theta,\ \Phi) + \beta_n\, {}^z\mathbf{M}_{1n}^{(4)}(k_1,\ r,\ \theta,\ \Phi)\}. \end{aligned} \tag{9}$$

В формулах (8) и (9) через α_n, β_n, γ_n и f_n обозначены неизвестные коэффициенты разложений, которые будут определены из граничных условий.

Нужно заметить, что отыскиваемые поля внутри и вне сферы, которые представлены в виде (8) и (9), являются функциями угла преломления θ для обыкновенных и необыкновенных волн. При рассмотрении вопроса о полной картине поля, возникающего вследствие дифракции волны, необходимо проинтегрировать (8) и (9) по θ в пределах $[0,\ \pi]$.

В качестве граничных условий выберем непрерывность тангенциальных составляющих полей:

$$\begin{aligned} [({}^I\mathbf{E} + {}^R\mathbf{E}),\ \hat{\imath}_r] &= [{}^T\mathbf{E},\ \hat{\imath}_r], \\ [({}^I\mathbf{H} + {}^R\mathbf{H}),\ \hat{\imath}_r] &= [{}^T\mathbf{H},\ \hat{\imath}_r], \end{aligned} \tag{10}$$

где $\hat{\imath}_r$ — орт в направлении радиуса сферы. Умножим равенства (10) на $P_\nu(\cos\theta)\sin\theta d\theta$ и проинтегрируем по θ в пределах $[0,\ \pi]$. В результате систему уравнений (10) можно представить в следующем виде:

$$\begin{aligned} &\alpha_n A_{0n}(\theta_2) P_{3n\nu} + \gamma_n A_{0n}(\theta_0) P_{4n\nu} - f_n A_{0n}(\theta_1) P_{2n\nu} = P_{1n\nu} \bar{A}_{0n}, \\ &\alpha_n A_{0n}(\theta_2) P_{7n\nu} + \gamma_n A_{0n}(\theta_0) P_{8n\nu} + f_n A_{0n}(\theta_1) P_{6n\nu} = -P_{5n\nu} \bar{A}_{0n}, \\ &\alpha_n A_{0n}(\theta_2) P_{12n\nu} + \gamma_n A_{0n}(\theta_0) P_{13n\nu} - f_n A_{0n}(\theta_1) P_{10n\nu} - \beta_n A_{1n}(\theta_1) P_{11n\nu} = P_{9n\nu} \bar{A}_{0n}, \\ &\alpha_n A_{0n}(\theta_2) P_{17n\nu} + \gamma_n A_{0n}(\theta_0) P_{18n\nu} - f_n A_{0n}(\theta_1) P_{15n\nu} + \beta_n A_{1n}(\theta_1) P_{16n\nu} = P_{14n\nu} \bar{A}_{0n}, \end{aligned} \tag{10a}$$

где ν пробегает значения от 0 до ∞.

В отличие от системы дифференциальных уравнений в работе [4] (10) является бесконечной системой линейных алгебраических уравнений. На первый взгляд (10а) может создать определенные трудности для дальнейших численных расчетов. Однако из физики задачи следует, что неизвестные коэффициенты разложений полей зависят от $k_1 r_0$, а ряды сходятся при всех его значениях. Исходя из этого число членов рядов нужно определять значениями $k_1 r_0$, в частности, суммирование необходимо проводить до $n \approx n_0 = k_1 r_0$. Эти соображения заметно способствуют упрощению численных расчетов.

В системе уравнений (10а) введены следующие обозначения:

$$
\begin{aligned}
P_{7n\nu} &= -\bar{\varepsilon}\left[k_2 \dot{Z}'^{(1)}_n (k_2 r_0) J_{4n\nu} - \frac{1}{r_0} Z_n^{(1)} (k_2 r_0) J_{5n\nu}\right],\\
P_{11n\nu} &= -k_1 \dot{Z}_n^{(4)} (k_1 r_0) J_{6n\nu} - \frac{1}{r_0} Z_n^{(4)} (k_1 r_0) J_{7n\nu},\\
P_{12n\nu} &= k_2 \dot{Z}_n^{(1)} (k_2 r_0) J_{1n\nu} - \frac{1}{r_0} Z_n^{(1)} (k_2 r_0) J_{2n\nu},\\
P_{16n\nu} &= -\frac{1}{r_0} Z_n^{(1)} (k_2 r_0) J_{8n\nu},\\
P_{17n\nu} &= k_2 \dot{Z}_n^{(1)} (k_2 r_0) J_{3n\nu}, \quad \bar{\varepsilon} = D_0/E_0,
\end{aligned}
\tag{11}
$$

$P_{1n\nu} = \varepsilon_0 P_{12n\nu}$, $P_{9n\nu} = P_{12n\nu}$, $P_{3n\nu} = \varepsilon_0 P_{12n\nu}$, $P_{14n\nu} = -\varepsilon_0 \varepsilon_z P_{7n\nu}$, $P_{4n\nu} = P_{17n\nu}$ $(k_2 \to k_1)$, остальные величины получаются: $P_{4n\nu}$ из $P_{3n\nu}$, $P_{8n\nu}$ из $P_{7n\nu}$, $P_{13n\nu}$ из $P_{12n\nu}$ и $P_{18n\nu}$ из $P_{17n\nu}$ заменой $k_2 \to k_0$, а $P_{2n\nu}$ из $P_{1n\nu}$, $P_{6n\nu}$ из $P_{5n\nu}$, $P_{10n\nu}$ из $P_{9n\nu}$ и $P_{15n\nu}$ из $P_{14n\nu}$ заменой $Z_n^{(1)}(k_1 r_0) \to Z_n^{(4)}(k_1 r_0)$. Через $J_{jn\nu}$ $(j = 1,\ 2 \div 8)$ обозначены следующие интегралы:

$$
\begin{aligned}
J_{3n\nu} &= \int_{-1}^{1} P_n(\eta) P_\nu(\eta)\, d\eta = \begin{cases} 0 & \text{при } n \neq \nu \\ \dfrac{2}{2n+1} & \text{при } n = \nu, \end{cases}\\
J_{1n\nu} &= \frac{n+1}{2n+1} J_{3(n+1)\nu} + \frac{n}{2n+1} J_{3(n-1)\nu},\\
J_{2n\nu} &= \frac{n(n+1)}{2n+1} \left[J_{3(n+1)\nu} - J_{3(n-1)\nu}\right],\\
J_{4n\nu} &= \varepsilon_0 J_{3n\nu} + (\varepsilon_z - \varepsilon_0)\left[\frac{n+1}{2n+1} J_{1(n+1)\nu} + \frac{n}{2n+1} J_{1(n-1)\nu}\right],\\
J_{5n\nu} &= \frac{(\varepsilon_z - \varepsilon_0)\, n}{2n+1} \left[-2n\, J_{1(n-1)\nu} + (n+1)\, J_{1(n+1)\nu}\right],\\
J_{6n\nu} &= \frac{n}{2n+1} \left[(n+1) J_{3(n+1)\nu} - 2n\, J_{3(n-1)\nu}\right],\\
J_{7n\nu} &= n^2 \left[\frac{n+1}{2n+1} J_{3(n+1)\nu} + \frac{n}{2n+1} J_{3(n-1)\nu}\right] - J_{8(n-1)\nu},
\end{aligned}
\tag{12}
$$

$$J_{8n\nu}=\int_{-1}^{1}P_\nu(\eta)\frac{dP_n(\eta)}{d\eta}\eta d\eta=\begin{cases}\dfrac{2k}{2k+1} & \text{при } n=\nu=k\\ 2 & \text{при } n=k+2,\ \nu=k\\ 0 & \text{при } n=k,\ \nu=k+2\\ & k=0,1,2,\cdots.\end{cases}$$

Вначале необходимо рассмотреть внешнее поле (9) в дальней зоне. С этой целью совершим предельный переход $k_1 r\to\infty$. В этом пределе функции (6а) принимают следующий вид:

$${}^r\mathbf{M}_{0n}^{(4)}\approx A_{0n}(\theta_1)\, i^n[\sin\Phi\,\hat{i}_\theta+\cos\theta\cos\Phi\,\hat{i}_\Phi]\,P_n(\cos\theta)\frac{1}{r}\exp(-i\mathbf{k}_1\mathbf{r}),$$

$${}^z\mathbf{M}_{1n}^{(4)}\approx A_{1n}(\theta_1)\, i^n\sin\theta\cos\Phi\,\hat{i}_\Phi\,P_n^1(\cos\theta)\frac{1}{r}\exp(-i\mathbf{k}_1\mathbf{r}).$$

Используя приведенные предельные выражения для функций (6а) и формулы преобразования координат, поле (9) запишем в декартовых осях:

$$\begin{aligned}{}^R\mathbf{H}\cong H_0\sum_{n=0}^{\infty}i^n\{&\beta_n A_{1n}(\theta_1)\,P_n^1(\cos\theta)\sin\theta\sin\Phi\cos\Phi\,\hat{i}_x+\\ &+[f_n A_{0n}(\theta_1)\,P_n(\cos\theta)\cos\theta-\beta_n A_{1n}(\theta_1)\,P_n^1(\cos\theta)\sin\theta\cos^2\Phi]\,\hat{i}_y-\\ &-f_n A_{0n}(\theta_1)\,P_n(\cos\theta)\sin\theta\sin\Phi\,\hat{i}_z\}\,\frac{1}{r}\exp(-i\mathbf{k}_1\mathbf{r}).\end{aligned}\tag{13}$$

С помощью известных формул для поперечного сечения рассеяния в точке $\theta=0$, $\Phi=0$ нами окончательно получена следующая формула:

$$\sigma=\frac{4}{(k_1 r_0)^2}\,\mathrm{Re}\sum_{n=0}^{\infty}i^n A_{0n}(\theta_1)\,f_n(p).\tag{14}$$

Подставляя в полученные формулы $\varepsilon_0=\varepsilon_z=\varepsilon$, получим результаты работы [6].

Надо отметить, что зависимость σ от коэффициента анизотропии p получилась довольно сложной, что создает определенные трудности для численных расчетов. Эти трудности можно успешно преодолеть, если, как было отмечено выше, ряды в (10а) и (14) оборвать на значении $n\approx n_0=k_1 r_0$, что и делается обычно при численных расчетах.

Ереванский институт
народного хозяйства

Поступила 26. IV. 1980

ЛИТЕРАТУРА

1. *Е. А. Иванов*. Дифракция электромагнитных волн на двух телах, Изд. Наука и техника, Минск, 1968.
2. *Дж. А. Стреттон*. Теория электромагнетизма, Огиз, 1948.
3. *А. Г. Гуревич*. Ферриты в СВЧ полях, Физматгиз, 1960.

4. *К. П. Черкасова, М. И. Ломоносов, А. Хижняк.* Изв. ВУЗ, Радиофизика, 20, 913 (1977).
5. *Н. В. Комаров, Л. И. Пономарев, С. Ю. Славянов.* Сфероидальные и кулоновские функции, Изд. Наука, М., 1976.
6. *K. M. Siegel et al.* Trans. IRE, AP—3, 4, 266 (1956).

ՀԱՐԹ ԷԼԵԿՏՐԱՄԱԳՆԻՍԱԿԱՆ ԱԼԻՔԻ ԴԻՖՐԱԿՑԻԱՆ ԱՆԻԶՈՏՐՈՊ ՍՖԵՐԱՅԻ ՎՐԱ

Ս. Ս. ՀՈՎՀԱՆՆԻՍՅԱՆ, Վ. Ա. ԲԱՐԵՂԱՄՅԱՆ

Դիտարկված է գծայնորեն բևեռացված էլեկտրամագնիսական հարթ ալիքի դիֆրակցիայի երևույթը սֆերիկ անիզոտրոպ մարմնի վրա։ Ստացված են սֆերայի ներսում և դրսում առաջացած դաշտերի արտահայտությունները։ Դուրս է բերված ցրման կտրվածքի կախումը անիզոտրոպության գործակցից։

THE DIFFRACTION OF A PLANE ELECTROMAGNETIC WAVE ON AN ANISOTROPIC SPHERE

S. S. HOVHANNESSIAN, V. A. BAREGAMIAN

The problem of the diffraction of a plane electromagnetic wave on an anisotropic sphere is considered. The Mâxwell equations for an anisotropic medium are solved by the method of construction of spherical vector functions. The effect of anisotropism on the scattered and diffracted fields has been studied and the scattering cross section has been calculated.

Изв. АН Армянской ССР, Физика, 16, 44—49 (1981)

КИНЕТИКА СВОБОДНЫХ НОСИТЕЛЕЙ ЗАРЯДА В ПОЛЕ ДИСЛОКАЦИОННОЙ СТЕНКИ В ПОЛУПРОВОДНИКАХ

К. О. КЕЧЕЧЯН, А. А. КИРАКОСЯН

Методом, основанным на отождествлении энергетических потерь носителей заряда и выделившейся в системе джоулевой теплоты, получено выражение для подвижности носителей заряда, движущихся в поле дислокационной стенки из краевых дислокаций, зависящее от температуры и концентрации носителей заряда, междислокационного расстояния D, а также от направления скорости дрейфа. Отдельно рассмотрены случаи вырожденного и невырожденного полупроводника. В первом случае подвижность с увеличением D растет немонотонно, обнаруживая пики при значениях параметров, удовлетворяющих условию брэгговской дифракции носителей заряда на периодическом потенциале дислокационной стенки.

1. Структуры типа дислокационной стенки (ДС) представляют значительный интерес по многим причинам. Так, например, вблизи ДС возникает высокопроводящий тонкий слой со значительной концентрацией носителей заряда (НЗ) [1], который наряду с МОП-структурой [2] и системами локализованных над диэлектриком электронов [3] является удобным объектом исследований физики двумерных систем. Далее, ввиду того, что дислокации в стенке расположены строго периодично, можно ожидать проявления свойств, в определенной мере аналогичных наблюдаемым в сверхрешетках. ДС встречаются в поликристаллических образцах в виде межзеренных границ. Их можно получить и искусственным путем (плоскость спайности бикристаллов [1, 4]), причем, что весьма важно, с заданным периодом дислокационной сверхрешетки. Наконец, заслуживает внимания также возможность создания различных приборов на основе таких структур [4].

В настоящей работе методом, предложенным Калкином и Николсоном [5] и обобщенным Фарваком и Герлахом [6] для произвольного рассеивающего потенциала, вычислена подвижность НЗ в полупроводниковом образце, содержащем ДС из краевых дислокаций. Суть метода заключается в приравнивании рассчитанных на основе диэлектрического формализма энергетических потерь газа НЗ, движущихся в поле произвольного рассеивающего потенциала, джоулевой теплоте, выделяющейся в кристалле:

$$-\frac{1}{V}\frac{dW}{dt}=\frac{j^2}{\sigma}=\frac{n_0ev^2}{\mu}, \tag{1}$$

где v — дрейфовая скорость, n_0 — концентрация НЗ, V — объем области, где действует данный механизм рассеяния. Энергетические потери при $v \ll v_T$, v_F (v_T и v_F — соответственно тепловая и фермиевская скорости) вычисляются по формуле [6]

$$-\frac{dW}{dt}=\frac{1}{4\pi}\int (\mathbf{kv})^2 k^2 |V(\mathbf{k})|^2 \left\{\frac{\partial}{\partial\omega}\left[\operatorname{Im}\varepsilon^{-1}(\mathbf{k},\ \omega)\right]\right\}_{\omega=0} d\mathbf{k}, \qquad (2)$$

где $V(\mathbf{k})$ — фурье-образ рассеивающего потенциала, $\varepsilon(\mathbf{k},\ \omega)$ — функция диэлектрической проницаемости.

2. Потенциал ДС из краевых дислокаций состоит из двух частей: потенциала деформации $V_d(\mathbf{r})$, порожденного полем внутренних деформаций вблизи стенки, и электростатического потенциала $V_e(\mathbf{r})$. Воспользовавшись выражением для поля смещений $\mathbf{u}$ [7], в случае расположения

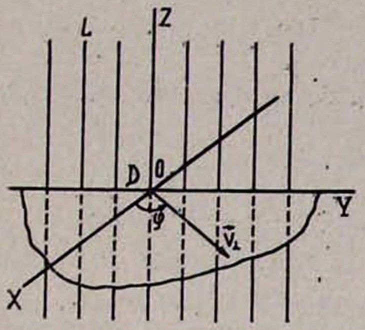

Рис. 1. Дислокационные линии L параллельны оси z, $\mathbf{v}_\perp$ — проекция вектора дрейфовой скорости $\mathbf{v}$ на плоскость xy.

дислокаций, изображенного на рис. 1, для потенциала деформации получаем

$$V_d(\mathbf{r}) = E_d \operatorname{div}\mathbf{u} = -\frac{E_d(1-2\nu)\,b}{2(1-\nu)\,D}\,\frac{\sin\frac{2\pi}{D}y}{\operatorname{ch}\frac{2\pi}{D}x-\cos\frac{2\pi}{D}y}, \qquad (3)$$

где E_d — постоянная деформационного потенциала, ν — коэффициент Пуассона, b — модуль вектора Бюргерса.

Фурье-образ $V_d(\mathbf{r})$ дается выражением

$$V_d(\mathbf{k}) = \frac{i(2\pi)^{3/2} E_d(1-2\nu)\,b}{(1-\nu)\,D^2}\,\frac{\delta(k_z)}{k^2}\sum_{n=-\infty}^{\infty} n\delta\left(k_y+\frac{2\pi}{D}n\right). \qquad (4)$$

Для вычисления электростатического потенциала краевых дислокаций мы, в соответствии со схемой Шокли «болтающихся связей» [4], принимаем модель равномерно заряженных нитей, т. е. находим потенциал из следующего уравнения Пуассона:

$$\Delta V_e(\mathbf{r}) = -4\pi q_0 \sum_{n=-\infty}^{\infty}\delta(x)\,\delta(y-nD), \qquad (5)$$

где $q_0 = e^2 f/a$, a — постоянная решетки, f — коэффициент заполнения свободных связей.

Решение (5) можно записать в виде

$$V_e(\mathbf{r}) = -\frac{2\pi q_0}{D}|x| + 2q_0\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n}\exp\left(-\frac{2\pi n|x|}{D}\right)\cos\left(\frac{2\pi ny}{D}\right). \qquad (6)$$

Первый член в (6) соответствует потенциалу заряженной плоскости, а периодический в направлении y второй член учитывает дискретность распределения заряженных нитей, составляющих ДС. Фурье-образ (6) есть [8]

$$V_e(\mathbf{k}) = \frac{2(2\pi)^{3/2}}{D} q_0 \frac{\delta(k_z)}{k^2} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta\left(k_y + \frac{2\pi}{D} n\right). \tag{7}$$

Заметим, что (5) записано для «затравочного» потенциала, поскольку динамическое экранирование уже учтено в (2).

3. Перейдем к вычислению подвижности. Рассмотрим отдельно случаи невырожденного и вырожденного полупроводника.

В первом случае воспользуемся больцмановским пределом диэлектрической функции Линдхарда [9]:

$$\lim_{\omega\to 0} \operatorname{Im} \varepsilon^{-1}(\mathbf{k}, \omega) = -\frac{\pi^{1/2} n_0 e^2 m^{1/2} k\omega}{2^{1/2}(k_B T)^{3/2} \varepsilon_L^2 (k^2 + k_{DH}^2)^2} \exp\left(-\frac{\hbar^2 k^2}{8 m k_B T}\right), \tag{8}$$

где $k_{DH}^2 = 4\pi n_0 e^2/\varepsilon_L k_B T$, ε_L — статическая диэлектрическая проницаемость, m — эффективная масса НЗ, k_B — постоянная Больцмана.

Из двумерности $V(\mathbf{r}) = V_d(\mathbf{r}) + V_e(r)$ и (2) следует, что энергетические потери не зависят от компоненты дрейфовой скорости v_z. Следовательно, отличными от нуля компонентами тензора подвижности, вычисленными из (1), будут $\mu_{xx}^{-1} = \mu_{yy}^{-1} \equiv \mu_\perp^{-1}$.

Подставляя $V(\mathbf{k}) = V_d(\mathbf{k}) + V_e(\mathbf{k})$ из (4) и (7) и ε^{-1} из (8) в (2), после несложных вычислений получаем

$$\mu_\perp^{-1} = \mu_B^{-1}[f_1(R, q, p)\cos^2\varphi + f_2(R, q, p)\sin^2\varphi], \tag{9}$$

$$f_1 = \frac{2}{\pi^{1/2}}\left\{(p^2 - q^2)e^{q^2}\operatorname{Ei}(-q^2) + \frac{1}{q^2}(p^2 - q^2) + 2\pi^2(p^2 - q^2)^{1/2} \times \right.$$

$$\left. \times [1 + R^2(p^2 - q^2)]\left[\left(\frac{1}{p} + 2p\right)\operatorname{Erfc}(p) - e^{-p^2}\right]\right\}, \tag{9'}$$

$$f_2 = \frac{4}{p^2}(p^2 - q^2)^{3/2}[1 + R^2(p^2 - q^2)]\left[\left(\frac{1}{p} - 2p\right)\operatorname{Erfc}(p) - e^{-p^2}\right], \tag{9''}$$

где введены обозначения

$$\mu_B = \frac{\varepsilon_L^2 e (k_B T)^{3/2}}{m^{1/2} q_0} L_x, \quad R^2 = \frac{E_d^2(1 - 2\nu)^2 b^2 m k_B T}{2\pi q_0^2 (1-\nu)^2 \hbar^2},$$

$$q^2 = \frac{\hbar^2 k_{DH}^2}{8 m k_B T}, \qquad p^2 = \frac{\hbar^2 \pi^2}{2 m k_B T D^2} + q^2, \tag{10}$$

$\operatorname{Erfc}(x)$ — функция ошибок, $\operatorname{Ei}(x)$ — интегральный логарифм [10].

Расчет проведен в приближении $p^2 - q^2/2 > 1$, которое при комнатных температурах ограничивает междислокационное расстояние D сверху значениями $D_0 \lesssim 7 \div 8$ нм. При $D > D_0$ можно считать, что отдельные дислокации рассеивают независимо. Ширину слоя L_x, в котором эффективен потенциал стенки, можно положить равной дебаевской длине экранирования k_{DH}^{-1}. Первые два члена в выражении (9′) вычислены без приближений и соответствуют модели заряженной плоскости в соответствии со сказанным выше о потенциале $V_e(\mathbf{r})$.

В случае вырождения воспользуемся выражением для $\varepsilon(\mathbf{k}, \omega)$ в приближении Томаса—Ферми [5]:

$$\lim_{\omega \to 0} \operatorname{Im} \varepsilon^{-1}(\mathbf{k}, \omega) = -\frac{\pi k_{FT}\,\omega k}{2\varepsilon_L v_F (k^2 + k_{FT}^2)^2}, \tag{11}$$

где $k_{FT} = (12\pi n_0 e^2/m v_F^2 \varepsilon_L)^{1/2}$ — параметр экранирования, v_F — фермиевская скорость. В этом пределе вычисления, проведенные до конца без приближений, дают следующий результат:

$$\mu_\perp^{-1}|_{T=0} = \mu_F^{-1}[F_1(Q, r, s)\cos^2\varphi + F_2(Q, r, s)\sin^2\varphi], \tag{12}$$

$$F_1 = \frac{r^2}{\pi s^2}\left\{\frac{1}{1+r^2} + \frac{2}{s^3}\sum_{n=1}^{[s]}(s^2+Q^2n^2)\left[\frac{(s^2-n^2)^{1/2}}{1+r^2} - \right.\right.$$
$$\left.\left. - \frac{n^2}{(s^2+n^2r^2)^{1/2}}\operatorname{Arth}\frac{(s^2-n^2)^{1/2}}{(s^2+n^2r^2)^{1/2}}\right\}\right], \tag{12′}$$

$$F_2 = \frac{2r^2}{\pi s^5}\sum_{n=1}^{[s]}(s^2+Q^2n^2)\left[\frac{n^2(2s^2+n^2r^2)}{(s^2+n^2r^2)^{3/2}}\operatorname{Arth}\frac{(s^2-n^2)^{1/2}}{(s^2+n^2r^2)^{1/2}} - \right.$$
$$\left. - \frac{n^2r^2(s^2-n^2)^{1/2}}{(1+r^2)(s^2+n^2r^2)}\right], \tag{12″}$$

где введены обозначения

$$\mu_F = \frac{n_0 e^3 \varepsilon_L \hbar}{m k_F q_0^2} L_x, \quad Q = \frac{E_d(1-2\nu) b k_F}{2\pi q_0(1-\nu)},$$
$$s = \frac{D k_F}{\pi}, \quad r = 2\frac{k_F}{k_{FT}}. \tag{13}$$

В качестве ширины слоя L_x следует взять k_{FT}^{-1}. Модели равномерно заряженной плоскости соответствует первый член в (12′).

Вулом и Заварицкой измерена подвижность дырок в тонком слое, окружающем ДС (плоскость спайности бикристалла) в германии [1]. В полученной ими экспериментальной кривой зависимости $\mu_\perp$ от D виден резкий спад при $D \approx 3$ нм. График зависимости $\mu_\perp/\mu_F$ от s, построенный согласно формуле (12), для значений параметров из [1] приведен на рис. 2. Резонансный вид кривых 2 и 3 обусловлен тем, что с ростом s (т. е. концентрации n_0 или периода D) границы первой и следующих зон Бриллюэна пересекают сферу Ферми; при этом имеет место брэгговская дифракция НЗ на ДС, что и приводит к уменьшению подвижности. Точка

$s = 1$ как раз соответствует значению $D \approx 3$ нм (при $n_0 = 0{,}33 \times 10^{20}$ см$^{-3}$ [1]). Экспериментальной кривой соответствует на нашем рисунке кривая 3, которая неограниченно растет при $s \to 1 + 0$. Это обстоятельство, а также бо́льшие расчетные значения подвижности (в точке минимума $\mu_\perp \approx 600$ см^2/В·с) по сравнению с экспериментальными обусловлены, по-видимому, наличием других механизмов рассеяния (например, на ядрах дислокаций).

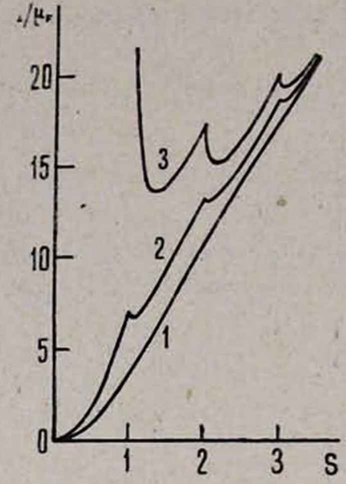

Рис. 2. Зависимость $\mu_\perp/\mu_F$ от s для трех значений угла φ: $\varphi=0°$ (1), $\varphi=45°$ (2), $\varphi=90°$ (3).

В заключение заметим, что формулы (9) и (12) дают возможность вычислить изотропную подвижность НЗ в поликристаллических образцах, обусловленную рассеянием на межзеренных границах. Усредняя энергетические потери dW/dt по углам и по образцу, из формул (1) и (12) в случае вырождения получаем

$$\mu^{-1}_{\text{поликр.}}\Big|_{T=0} = \frac{mk_F q_0^2}{4\,n_0\, e^3 \varepsilon_L \hbar \bar{L}}\,[F_1(Q,\ r,\ \bar{s}) + F_2(Q,\ r,\ \bar{s})], \tag{14}$$

где $\bar{L}$ — средний размер зерен, $\bar{s}$ соответствует среднему междислокационному расстоянию в стенках $\bar{D}$. Аналогичное выражение получается из (9) и для невырожденного полупроводника.

Ереванский государственный университет

Поступила 10. IX. 1980

ЛИТЕРАТУРА

1. *Б. М. Вул, Э. И. Заварицкая.* ЖЭТФ, 76, 1089 (1979).
2. *T. Ando.* Surface Sci., 73, 1 (1978).
3. *В. С. Эдельман.* УФН, 130, 675 (1980).
4. *Г. Матаре.* Электроника дефектов в полупроводниках, Изд. Мир, М., 1974.
5. *M. G. Calkin, P. J. Nicolson.* Rev. Mod. Phys., 39, 361 (1967).
6. *J. L. Farvacque, E. Gerlach.* Phys. Stat. Sol. (b), 77, 651 (1976).
7. *Дж. Хирт, И. Лоте.* Теория дислокаций, Атомиздат, М., 1972.
8. *Ю. А. Брычков, А. П. Прудников.* Интегральные преобразования обобщенных функций, Изд. Наука, М., 1977.
9. *E. Gerlach.* Phys. Stat. Sol. (b), 61, K 97 (1974).
10. *И. С. Градштейн, И. М. Рыжик.* Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений, М., 1963.

ԱԶԱՏ ԼԻՑՔԱԿԻՐՆԵՐԻ ԿԻՆԵՏԻԿԱՆ ԴԻՍԼՈԿԱՑԻՈՆ ՊԱՏԻ ԴԱՇՏՈՒՄ ԿԻՍԱՀԱՂՈՐԴԻՉՆԵՐՈՒՄ

Կ. Հ. ՔԵՉԵՉՅԱՆ, Ա. Ա. ԿԻՐԱԿՈՍՅԱՆ

Լիցքակիրների էներգետիկ կորուստների և համակարգում անջատված ջոուլյան ջերմության նույնականացման վրա հիմնված մեթոդի օգնությամբ ստացված է եզրային դիսլոկացիաներից կազմված պատի դաշտում շարժվող լիցքակիրների շարժունակության համար արտահայտություն, կախված ջերմաստիճանից, լիցքակիրների խտությունից, դիսլոկացիաների միջև եղած D հեռավորությունից, ինչպես նաև դրեյֆի արագության ուղղությունից։ Քննարկված են այլասերված և ոչ այլասերված կիսահաղորդչի դեպքերը։ Առաջին դեպքում D-ի մեծացման հետ շարժունակությունն աճում է ոչ մոնոտոն, հասնելով մաքսիմումների պարամետրերի այն արժեքների դեպքում, որոնք բավարարում են լիցքակիրների՝ դիսլոկացիոն պատի պարբերական պոտենցիալի վրա բրեգյան դիֆրակցիայի պայմանին։

KINETICS OF FREE CARRIERS IN THE FIELD OF DISLOCATION WALL IN SEMICONDUCTORS

K. O. KECHECHIAN, A. A. KIRAKOSIAN

An expression for the mobility of charge carriers in the field of dislocation wall of the edge dislocation is obtained using the method based on the identification of carriers energy losses and the evolved Joule heat. It depends on the temperature, concentration, interdislocation distance D and the direction of drift velocity. The cases of degenerate and nondegenerate semiconductors are considered separately. In the first case the mobility increases non-monotonously with D, displaying the peaks for the values of parametres, satisfying the condition of Bragg diffraction for charge carriers on the periodic potential of dislocation wall.

Изв. АН Армянской ССР, Физика, 16, 50—57 (1981)

О ДВОЙНОМ СРЫВЕ ДИОДОВ ИЗ КРЕМНИЯ, КОМПЕНСИРОВАННОГО ЦИНКОМ

З. Н. АДАМЯН, В. М. АРУТЮНЯН

Экспериментально и теоретически изучены условия формирования и температурные зависимости двойного срыва на вольт-амперной характеристике диодных структур из кремния, компенсированного цинком.

Ранее нами [1—4] были исследованы электрофизические свойства p^+-n-n^+-структур из кремния, компенсированного цинком. Технология изготовления этих структур приведена в [4], однако оставалась неясной природа образования первого срыва, предшествующего основному, на вольт-амперной характеристике (ВАХ). ВАХ с двумя срывами ожидались и в работе [5]. Выявлению физического механизма указанного срыва посвящена настоящая работа.

1. У большинства образцов в статическом или динамическом режиме наблюдаются два участка с отрицательным дифференциальным сопротивлением. Если дополнительный участок ОДС на статической ВАХ (первый срыв) не наблюдается, то тем не менее имеется определенный участок, характеризуемый низкочастотными колебаниями большой амплитуды, примерно равной разности поданного на диод напряжения смещения и остаточного напряжения. Частота колебаний составляет примерно 10 Гц. При малых нагрузочных сопротивлениях с этих участков происходит срыв во включенное состояние.

На рис. 1 изображено семейство ВАХ одного из таких образцов, снятое при разных интенсивностях излучения. Отчетливо видны закономерности $J \sim V^2$, переходящие в сублинейную ($J \sim V^{0,5}$), и снова $J \sim V_2$. Теоретическое и экспериментальное исследования сублинейного участка ВАХ данных структур проведены в [2—4, 6, 7]. При малых нагрузочных сопротивлениях срыв происходит с участков перехода от сублинейной зависимости тока от напряжения к квадратичной.

В качестве источников излучения использовались светодиоды из арсенида галлия АЛ 107А, АЛ 107В, а также лампа накаливания. Из рис. 2 видно, что с увеличением мощности излучения после небольшого спада (не характерного для большого числа образцов) напряжение первого срыва $V_{\text{ср I}}$ растет. После достижения определенных мощностей излучения $V_{\text{ср I}}$ сравнивается с основным срывом ($V_{\text{ср II}}$) либо скачкообразно (как показано пунктиром на рис. 2), либо плавно. Токи первого срыва при этом монотонно возрастают. Действие излучения приводит к смещению первого участка ОДС в сторону больших напряжений. При этом возможны три случая.

а) Напряжение основного срыва (напряжение, при котором вся структура переходит во включенное состояние) не изменяется до тех пор, пока $V_{\text{ср I}}$ не достигнет его. Затем напряжение срыва всей структуры падает с увеличением мощности излучения. Изменение $V_{\text{ср I}}$ наблюдается при значительно меньших интенсивностях излучения, чем спад $V_{\text{ср II}}$.

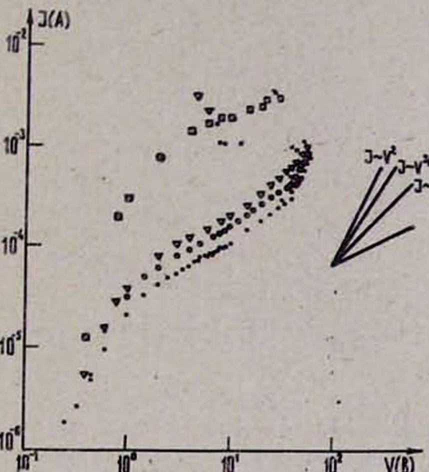

Рис. 1.

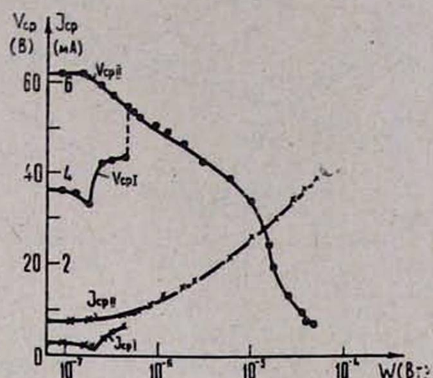

Рис. 2.

Рис. 1. Семейство ВАХ одного из образцов, снятое при разных интенсивностях излучения светодиода.

Рис. 2. Зависимость напряжений и токов обоих срывов от мощности падающего излучения.

б) Вместе с ростом $V_{\text{ср I}}$ напряжение основного срыва падает и первый участок ОДС на ВАХ исчезает при очень малых интенсивностях излучения (рис. 2). Аналогичная картина наблюдалась при воздействии на диод электронами с энергией 6—8 кэВ и током пучка $2 \cdot 10^{-11}$ А (см. рис. 1 в работе [8]).

в) Реже наряду с ростом $V_{\text{ср I}}$ наблюдается увеличение $V_{\text{ср II}}$, причем $V_{\text{ср I}}$ растет быстрее. После достижения $V_{\text{ср I}}$ основного срыва с дальнейшим увеличением мощности излучения возможен еще некоторый рост с последующим спадом напряжения срыва структуры.

Температурные измерения ВАХ выявили следующую картину: с ростом температуры $V_{\text{ср I}}$ сначала падает, затем, пройдя точку минимума (примерно при комнатных температурах), возрастает, в то время как $V_{\text{ср II}}$ монотонно падает (рис. 3). Подобная зависимость $V_{\text{ср I}}(T)$ наблюдалась у диодов из кремния, компенсированного кадмием [9], а также в [10], но такого резкого минимума, как в данном случае, не было. При температурах выше 35—40° С первый участок ОДС исчезает. У некоторых образцов наблюдается только спадающая часть зависимости $V_{\text{ср I}}(T)$. Токи первого и второго срывов с увеличением температуры монотонно растут.

2. Проведены измерения диодов в режиме широких прямоугольных

импульсов. Использовались генераторы типа Г5-26, Г5-30А. С увеличением поданного на диод импульса напряжения сначала появляется первый срыв, характеризующийся большим временем задержки ($\tau_{з\,I}$), затем,

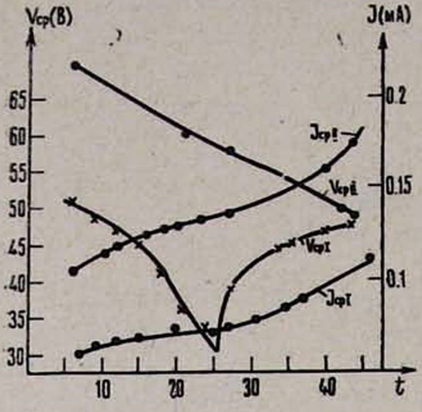

Рис. 3.

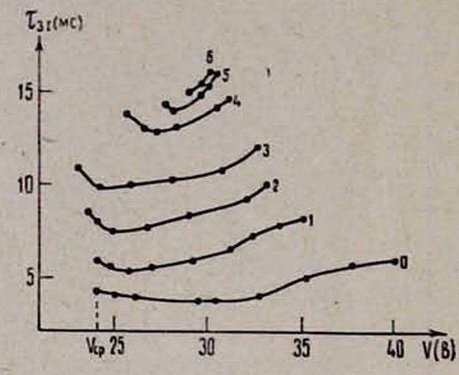

Рис. 4.

Рис. 3. Зависимость напряжений и токов обоих срывов от температуры.

Рис. 4. Зависимость времени задержки первого срыва от амплитуды поданного на диод импульса напряжения.

после соответствующего изменения $\tau_{з\,I}$ (рис. 4), без восстановления прямоугольной формы импульса первый срыв резко переходит во второй с малым временем задержки $\tau_{з\,II}$. Следует заметить, что в отличие от статического режима во всех случаях остаточное напряжение после первого и второго срывов является одним и тем же.

На рис. 4 представлено типичное семейство кривых $\tau_{з\,I}(V)$, снятое при разных интенсивностях постоянного излучения светодиода. Крайние левые точки соответствуют напряжению первого срыва. Как видно из рис. 4, с увеличением интенсивности подсветки после небольшого уменьшения $V_{ср\,I}$ наблюдается его дальнейший рост (также как и в статическом режиме). Времена $\tau_{з\,I}$ с ростом мощности излучения увеличиваются. Времена задержек первого срыва для некоторых образцов достигают 50 мс. При напряжениях, несколько больших значений, соответствующих крайним правым точкам на кривых, происходит резкий переход ко второму срыву ($V_{ср\,II}$) с малым временем задержки (порядка десятков мкс). Дальнейшее увеличение смещения ($V > V_{ср\,II}$) приводит к экспоненциальному спаду $\tau_{з\,II}$.

3. Какова физическая природа образования двух участков ОДС на ВАХ диодов из кремния, компенсированного цинком? Чем обусловлены немонотонные зависимости $V_{ср\,I}$ от температуры и освещения? Ответ на эти вопросы, на наш взгляд, надо искать в анализе немонотонной зависимости времени жизни неосновных носителей (дырок) от уровня инжекции, которая имеет место в данных приборах [1—4]. Возможны две зависимости, приводящие к двойному срыву (рис. 5).

На рис. 5*а* приведен результат расчетов времени жизни, выполненных в работе [5], а на рис. 5*б* — результат наших расчетов [2, 3, 6]. Опре-

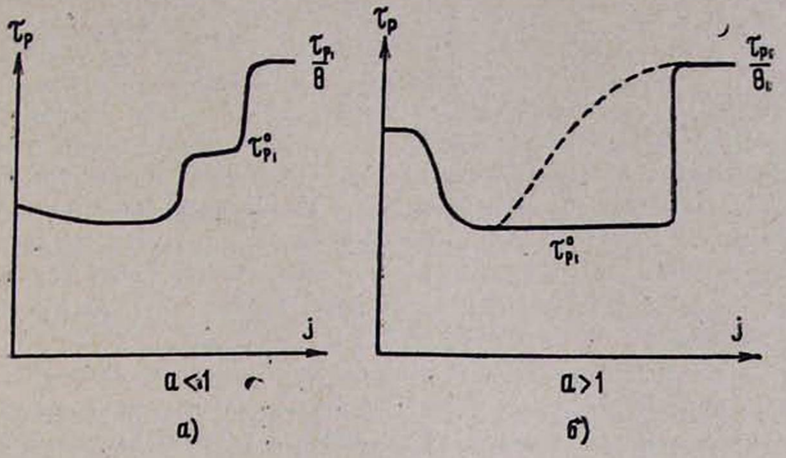

Рис. 5. Зависимость времени жизни неосновных носителей тока от уровня инжекции: а) согласно работе [5]; б) согласно расчетам [3, 6].

деляющим в форме зависимости τ_p от n_0 наряду с другими величинами является параметр a, равный отношению $\tau^0_{p_2}$ к $\tau^0_{p_1}$ или σ_p^{-} к σ_p^{-2} [2, 3, 6] Из полного выражения для τ_p (см., например, (6—6) в [3]) имеем

$$\frac{\tau_p}{\tau^0_{p_2}} = \frac{1+\frac{n_1}{n}+\frac{p+p_1}{\theta_1 n}}{1+\frac{n+p_1/\theta_1}{a(n_2+p/\theta_2)}}\,\frac{1+\frac{p_2}{\theta_2 n}}{\frac{n_2+p/\theta_2}{n+p_1/\theta_1}+\frac{1}{a}}. \qquad (1)$$

Напомним, что выражение для τ_p справедливо для случая двухзарядного акцепторного центра, создающего в запрещенной зоне полупроводника примесный уровень, способный захватить один электрон (величины, описывающие его параметры, обозначены индексом 1), и уровень, возникающий с заполнением однократно заряженного центра и способный захватить два электрона (соответствующие параметры обозначены индексом 2). В (1) и ниже n и p — концентрации электронов и дырок, $n_0 = n + p/b$, b — отношение подвижности электронов u_n и подвижности дырок u_p, n_i и p_i — статистические факторы Шокли—Рида для i-го уровня, θ_i — отношение коэффициента захвата электрона и соответствующего коэффициента захвата дырок для i-го уровня, a — отношение сечения захвата дырок на однократно заряженный центр и соответствующего сечения захвата на двухкратно заряженный центр. Кроме того, τ^0_{pi} — величины, обратные произведению концентрации N глубоких уровней и коэффициента захвата дырок на i-ый центр, N_g — концентрация мелких доноров. Заметим, что, как в [3, 6], $\theta_2 \sim E^q$, $u_n \sim E^{-l}$.

Из (1) следует, что τ_p будет меньше $\tau^0_{p_1}$ при выполнении неравенств

$$\frac{1}{n}\left(n_1+\frac{p+p_1}{\theta_1}\right)<\frac{n+\frac{p_1}{\theta_1}}{a\left(n_2+\frac{p}{\theta_2}\right)}<\frac{1}{a-1+\frac{ap_2}{\theta_2 n}}. \qquad (2)$$

Уменьшение τ_p, подобное изображенному на рис. 5*а* ($\tau_p < \tau^0_{p_2}$), принципиально возможно только при $a < 1$. В [5], как нетрудно убедиться, $a = 1/8$. Для второй зависимости $\tau_p(n_0)$, приведенной на рис. 5*б*, $a \gg 1$.

В первом случае оба срыва связаны с увеличением времени жизни дырок. В работе [5] на рис. 6 проиллюстрированы результаты численных расчетов на ЭВМ, из которых следует возможность образования двух участков ОДС S-типа (первый из которых крайне мал), расположенных между участками $I \sim V^2$.

В работе [5] использованы устаревшие данные для сечений захвата носителей в $Si<Zn>$, не учтены эффекты сильного поля, статические ВАХ не отражают истинную картину, наблюдаемую на эксперименте, нет сравнения с экспериментом, температурные зависимости отсутствуют и т. д. Следует, однако, подчеркнуть, что изображенная на рис. 5*а* ситуация и двойной срыв, вызванный последовательным возрастанием времени жизни неосновных носителей, вполне возможны для полупроводников с различными примесями, создающими двухзарядные центры, в том числе и для кремния с другими примесями.

Рассмотрим теперь подробнее второй случай ($a \gg 1$). Выражение для концентрации дырок записывается в виде [2, 3, 6]

$$p=\frac{(p_2+\theta_2 n_0)(n_0+2N-N_g)}{N_g-N-n_0}. \qquad (3)$$

С учетом полевых зависимостей θ_1 и u_n [3, 4, 6] нетрудно получить следующее дифференциальное уравнение для напряженности электрического поля E:

$$\frac{R+Mn_0-\theta_2 n_0^2 N'+\theta_2 n_0^3(l+q)}{(N_g-N-n_0)(p_2+\theta_2 n_0)(n_0+2N-N_g)}\frac{dE}{dx}=-\frac{1}{u_p\tau_p}. \qquad (4)$$

Учитывая, что в рассматриваемом диапазоне [3, 6]

$$\tau_p \simeq \frac{p_1(p_2+\theta_2 n)}{\theta_1 np}\tau^0_{p_1}$$

и $n \simeq n_0$, получаем уравнение (П4—7) в [3]:

$$\frac{R+Mn_0-\theta_2 n_0^2 N'+\theta_2 n_0^3(l+q)}{n_0(p_2+\theta_2 n_0)(n_0+2N-N_g)^2}\frac{dE}{dx}=-\frac{\theta_1}{p_1 u_p \tau^0_{p_1}}. \qquad (5)$$

В уравнениях (4) и (5) использованы обозначения:

$$R=p_2(2N-N_g)(N_g-N),$$

$$M=\theta_2(l+q)(2N-N_0)(N_g-N)-p_2[2(2N-N_g)-lN],$$

$$N' = \frac{p_2}{\theta_2} + N'',$$

$$N'' = N - q(2N_g - 3N) - 2l(N_g - N). \tag{6}$$

К сожалению, (4) нельзя проинтегрировать до конца.

Анализируя выражение (5), можно видеть, что при $p_2 < \theta_2 n_0$ возможны в принципе четыре закономерности. Если первый член в числителе левой части уравнения (5) превышает совокупность остальных членов, то на ВАХ структуры должен наблюдаться участок сублинейной зависимости тока от напряжения, если $q + 2l > 1$. В этом случае выражение для напряженности электрического поля E_{II} имеет вид [2, 3]

$$E_{II} = \left[\frac{(3-q-2l)(2N-N_g)\theta_1\theta_{20} j^2(d-x)}{e^2 u_{n_0}^2 E_n^{2l} E_T^q p_1 p_2 u_p \tau_{p_1}(N_g - N)}\right]^{\frac{1}{3-q-2l}}. \tag{7}$$

Если в числителе оставить только член Mn_0, то создаются условия для формирования суперлинейной зависимости тока от напряжения (при $n_0 > 2N - N_g$), причем если опустить в выражении для M второй член с p_2 как малый, то

$$E_c = \left[\frac{(2-l)\theta_1(2N-N_g) j(d-x)}{e u_{n_0} p_1 (N_g - N) E_n^l (l+q) u_p \tau_{p1}^0}\right]^{\frac{1}{2-l}}. \tag{8}$$

Если наибольшим в числителе является третий член, то при условии малости p_2/θ_2 по сравнению с N'' имеем для $l = 0{,}25$ [3, 6]

$$E_{III} = \left[\frac{j}{e u_{n0} E_n^{0,25}(2N - N_g)}\right]^{4/3}\left[1 - B\left(1 - \frac{x}{x_{3n}}\right)\right]. \tag{9}$$

Наконец, если реализуются условия, при которых четвертый член является наибольшим, то возможно формирование в базе области локального отрицательного сопротивления

$$E_л = \left[\frac{e u_{n0} l E_n^l \theta_1 (2N - N_g)^2 x}{j u_p \tau_{p1}^0 p_1 (l+q)}\right]^{\frac{1}{l}}, \tag{10}$$

из-за которого и формируется первый срыв [3, 11].

Разумеется, каждая из закономерностей (7)—(10) имеет свою область применимости и, более того, может вовсе отсутствовать при определенных температурах и параметрах полупроводника. Например, сублинейность (7) имеет место при выполнении неравенства

$$\frac{p_2}{\theta_2 n_0} > l + q - \frac{l+q}{\delta}\left(\frac{n_0}{N_g}\right)^2 - \frac{Nn_0}{\delta N_g} - \frac{p_2}{\delta\theta_2 N_g}\left[(4-l)\frac{N}{N_g} - 2 + \frac{n_0}{N_g}\right], \tag{11}$$

где

$$\delta = \frac{(N_g - N)(2N - N_g)}{N_g^2}.$$

В частности, как показывают численные расчеты на ЭВМ, в случае $Si < Zn >$ при отношении N/N_g, находящемся в пределах 0,56—0,59, имеется большой набор комбинаций из параметров p_1, p_2, a, θ_1, θ_2 и N_g, когда ожидается достаточно протяженная область сублинейности.

Сшивая (10) поочередно с (7), (8) и (9), можно получить соответствующие выражения для тока и напряжения первого срыва. Используется общепринятая методика расчета (см., например, [3]). В частности, при сшивании $E_л$ с E_{II} для напряжения срыва V_1 имеем зависимость

$$\frac{1}{V_1} \sim \sqrt[3-q]{p_2 (p_1)^{1-4lg}}, \tag{12}$$

где

$$g = \frac{1}{3 - q - 2l}.$$

При сшивании E_{III} с $E_л$ имеем

$$V_2 \sim (N''')^{4/3} + \beta, \tag{13}$$

где $N''' = N'' + \alpha q p_1 p_2$, α и β — постоянные, очень слабо зависящие от температуры.

При сшивании E_c с $E_л$ имеем

$$\frac{1}{V_3} \sim p_1^{\frac{2+l}{(1-l)(2-l)}}. \tag{14}$$

В случаях (12) и (14) напряжение первого срыва резко падает с ростом температуры, так как $p_l = P_v \exp(-E_l/kT)$. С дальнейшим ростом температуры и при изменении условий напряжение первого срыва определяется уже V_2. Из рассмотрения (13) следует, что V_2 вначале слабо зависит от температуры, затем очень резко возрастает. Итак, напряжение первого срыва с ростом температуры проходит через минимум.

Расчеты показывают, что на участке E_{II} напряженность электрического поля с увеличением интенсивности излучения вначале практически мало изменяется, после чего спадает, а на участке E_{III} увеличивается (см., в частности, [3, 7]). Это определяет характер зависимости $V_{ср\,I}$ от освещения: вначале напряжение срыва уменьшается с увеличением интенсивности излучения, затем возрастает, причем

$$V_1 \sim (1 - f s_1), \tag{15}$$

где f — интенсивность света, умноженная на коэффициент поглощения и квантовый выход, s_1 — постоянная, а

$$\frac{1}{V_2} \sim 1 - \frac{f s_2}{(1 - f s_1)^q}. \tag{16}$$

В (16) s_2 — другая постоянная.

Что касается второго срыва, то он является как бы «основным» и описывается выражениями (6—18) и (6—20) в [3].

Таким образом, в рамках теории, развитой в [3, 6] и в настоящей работе, качественно объясняются факт формирования на ВАХ двух срывов и немонотонные зависимости напряжения срыва от температуры и мощности падающего излучения.

Ереванский государственный
университет
Институт радиофизики и
электроники АН АрмССР

Поступила 30. V. 1980

ЛИТЕРАТУРА

1. *Г. М. Авакьянц* и др. Микроэлектроника, 3, 43 (1974).
2. *Z. N. Adamyan, V. M. Arutunyan.* Electron Technology, 8, 45 (1975).
3. *В. М. Арутюнян.* Генерационно-рекомбинационные эффекты и двойная инжекция в полупроводниках, Изд. АН АрмССР, 1977.
4. *З. Н. Адамян.* Кандидатская диссертация, ЕГУ, Ереван, 1975.
5. *H. R. Zwicker et al.* J. Appl. Phys., 41, 4697 (1970).
6. *З. Н. Адамян, В. М. Арутюнян.* Изв. АН АрмССР, Физика, 9, 484 (1974).
7. *В. М. Арутюнян, Ф. В. Гаспарян.* Изв. АН АрмССР, Физика, 12, 123 (1977).
8. *Г. М. Авакьянц, З. Н. Адамян, С. А. Тарумян.* ДАН АрмССР, 59, 78 (1974).
9. *Ю. А. Абрамян.* Кандидатская диссертация, ЕГУ, Ереван, 1969.
10. *Г. М. Авакьянц, В. М. Арутюнян.* Изв. АН АрмССР, Физика, 8, 429 (1973).
11. *Г. М. Авакьянц, В. М. Арутюнян.* Изв. АН АрмССР, Физика, 9, 197 (1974).

ՑԻՆԿՈՎ ԿՈՄՊԵՆՍԱՑՎԱԾ ՍԻԼԻՑԻՈՒՄԱՅԻՆ ԴԻՈԴՆԵՐԻ ԿՐԿՆԱԿԻ ԽԶՄԱՆ ՄԱՍԻՆ

Զ. Ն. ԱԴԱՄՅԱՆ, Վ. Մ. ՀԱՐՈՒԹՅՈՒՆՅԱՆ

Բերված են ցինկով կոմպենսացված սիլիցիումային ինժեկցիոն ֆոտոընդունիչների կրկնակի խզման փորձնական և տեսական հետազոտությունների արդյունքները։ Բացահայտված են խզման լարման ոչ մոնոտոն կախումները ջերմաստիճանից և դիոդի վրա ընկնող ճառագայթման հզորությունից։ Չափված են իմպուլսային բնութագծերը։ Ստացված արդյունքները ենթարկվել են տեսական անալիզի։ Քննարկված են ֆիզիկական մեխանիզմները, որոնց հետևանքով տվյալ ստրուկտուրաներում առաջանում է կրկնակի խզում։

ON THE DOUBLE BREAKDOWN IN ZINC-COMPENSATED SILICON DIODES

Z. N. ADAMIAN, V. M. HARUTYUNYAN

The results of experimental and theoretical investigations of double breakdown in injectional zinc-compensated silicon photodiodes are presented. Non-monotonous dependences of the breakdown voltage on temperature and power of incident radiation have been observed and pulsed characteristics have been measured. Theoretical analysis of obtained data is carried out. Physical mechanisms leading to the double breakdown in the investigated structures are discussed.

Изв. АН Армянской ССР, Физика, 16, 58—63 (1981)

ИНТЕРФЕРОМЕТРИЧЕСКОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ПЛАЗМЫ ОПТИЧЕСКОГО ПРОБОЯ У ПОВЕРХНОСТИ МЕТАЛЛИЧЕСКОЙ МИШЕНИ В ВОЗДУХЕ

С. Г. АРУТЮНЯН, Г. А. ГАЛЕЧЯН, К. Р. ДАРБИНЯН, М. Г. ОГАНЕСЯН

Приведены результаты сравнительного исследования оптического пробоя в воздухе у поверхности металлических мишеней лазерным импульсом с длительностью 0,3 мс в пичковом и беспичковом режимах при плотности падающей мощности $1 \div 50$ МВт/см^2. Интерферометром Маха-Цендера измерено изменение плотности плазмы во времени перед мишенью. Приводятся фотографии лазерного факела с выбросами жидкого металла.

Исследование низкопорогового оптического пробоя газа вблизи поверхности мишени представляет интерес в связи с большим числом применений этого явления в различных научно-технических и прикладных задачах [1, 2]. Кроме того, этот вопрос важен для выяснения динамики образования и распада плазмы с высокой концентрацией зарядов при относительно низких значениях плотности мощности падающего излучения лазера.

Первые результаты исследований низкопорогового оптического пробоя приведены в [3—6]. Дальнейшие исследования показали, что в зависимости от параметров мишени, лазерного луча и окружающего газа ответственным за это явление могут быть три различных механизма: 1) пробой паров вещества мишени при наличии значительного выброса [7, 8]; 2) инициирование пробоя термоэлектронами, эмиттируемыми с поверхности [9, 10]; 3) пробой воздуха при развитии ионизационной неустойчивости вследствие нагрева газа от мишени (тепловой взрыв) [11—13].

Анализ работ [14, 15] показывает, что механизм пробоя и динамика его развития зависят от временной структуры импульса. В [14] использовался импульс лазера с ярко выраженной пичковой структурой, а в [15] — гладкий импульс с длительностью $\simeq 10$ мкс.

В настоящей работе приведены результаты сравнительного исследования оптического пробоя в воздухе у поверхности мишени из алюминия, меди и стали лазерным импульсом с длительностью $\simeq 0{,}3$ мс в пичковом и беспичковом режимах при плотности мощности падающего излучения на мишень $1 \div 50$ МВт/см^2. При помощи интерферометра Маха—Цендера измерено изменение показателя преломления плазмы во времени непосредственно перед мишенью.

На рис. 1 приведена схема экспериментальной установки. Для получения плазмы использовалось излучение модернизированного лазера ГОС-301, работающего на длине волны $\lambda = 1{,}06$ мкм с длительностью импульса до 0,4 мс по основанию. В режиме свободной генерации лазерный импульс имел ярко выраженную пичковую структуру с глубиной модуляции до 100% и скважностью $\simeq 3$. Введением длиннофокусной линзы ($F = 100$ см) в резонатор лазера удалось получить импульс со слабой пичковостью (глубина модуляции интенсивности луча доходила до $20 \div 30\%$).

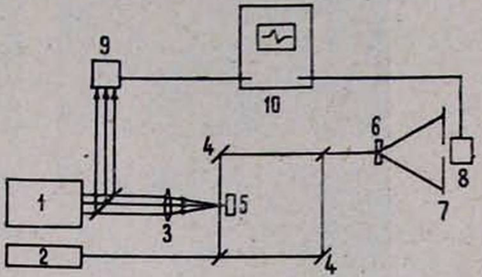

Рис. 1. Схема эксперимента: 1 — лазер ГОС-301, 2 — зондирующий лазер ЛГ-44, 3 — фокусирующая линза, 4 — интерферометр Маха-Цендера, 5 — мишень, 6 — рассеивающая линза, 7 — экран, 8 — фотодиод, 9 — запускающий фотодиод, 10 — осциллограф С8-9А.

Излучение лазера при помощи линзы фокусировалось на поверхность мишени. Диаметр лазерного луча в фокусе не превышал 1 мм. Перед мишенью на расстоянии $\simeq 1$ см устанавливалась вертикальная щель, которая не препятствовала прохождению лазерного луча и развитию факела. Эта щель вырезала узкую полоску из выброса жидкого металла. Таким образом, на фотографиях, снятых сбоку, получено угловое распределение выброса жидкого металла. Эти фотографии при облучении мишеней из Al, Fe и Cu импульсом лазера, работающего в пичковом и беспичковом режимах, приведены на рис. 2. Из рисунка видно, что выброс искр жидкого металла происходит вне конуса с углом раствора $30 \div 90°$ в зависимости от материала мишени и плотности мощности лазерного излучения. На рис. 2е показано влияние кратера на угловое распределение выброса. Выброс при наличии кратера имеет острую направленность вперед.

Из приведенных фотографий следует, что выброс жидкой фазы из мишени в исследуемом диапазоне плотности падающей мощности имеет место только в пичковом режиме для мишеней из Al и Fe. Выброс жидкой фазы из медной мишени не наблюдается ни в пичковом, ни в беспичковом режимах. Из сравнения этого результата с результатом работы [15] (плотность падающей мощности — $5 \div 60$ МВт/см^2, мишень из Al), где имел место чисто испарительный режим, можно сделать вывод о том, что выброс жидкой фазы связан с наличием ударных волн, возникающих при попадании каждого отдельного пичка на поверхность мишени, которая не успела остыть от предыдущего пичка. По-видимому при наличии плазмы перед мишенью каждый новый пичок вызывает пробой газа перед мишенью. Ударная волна достигает поверхности мишени, на которой имеется слой расплавленного металла, и вызывает разбрызгивание жидкого металла. Это объясняет тот факт, что искры появляются только в пичковом режиме, когда глубина модуляции интенсивности лазерного излучения достигает 100%, т. е. когда между пичками интенсивность спадает до нуля, пробой и испарение прекращаются [16]. Отсутствие выброса внутри конуса свидетельствует о наличии области высокого давления перед мишенью, которая образуется вследствие пробоя газа в объеме луча. В беспичковом режиме пробой и испарение имеют место непрерывно и ударные волны не возникают.

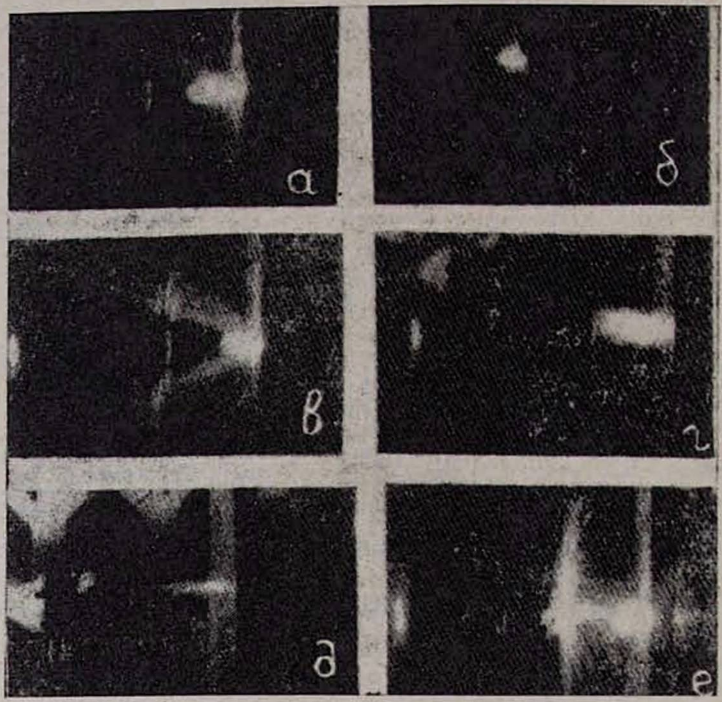

Рис. 2. Фотографии лазерного факела сбоку при наличии вертикальной щели перед мишенью: *а* — мишень *Al*, пичковый режим; *б* — мишень *Al*, беспичковый режим; *в* — мишень *Fe*, пичковый режим; *г* — мишень *Fe*, беспичковый режим; *д* — мишень *Cu*, пичковый режим; *е* — мишень *Fe*, имеет кратер, образовавшийся после нескольких выстрелов. На всех представленных рисунках энергия в импульсе — 30 Дж.

Интерферометрическое исследование лазерной плазмы проводилось при помощи интерферометра 4 (см. рис. 1). Для зондирования плазмы использовался *He-Ne*-лазер 2 типа ЛГ-44, излучение которого после прохождения интерферометра при помощи линзы 6 проецировалось на экран 7 с отверстием, за которым находился фотодиод 8. Интерферометр настраивался таким образом, чтобы в отсутствие плазмы интерференционные полосы были достаточно широкими, $a/d \sim 10$, где a — ширина интерференционной полосы, d — диаметр отверстия (окна́ фотодиода) $\simeq 3$ мм. Сигнал от фотодиода подавался на запоминающий осциллограф С8-9А, который запускался от другого фотодиода, срабатывающего от излучения ламп накачки лазера ГОС-301. Зондирующий луч лазера в предметном плече интерферометра проходил на расстоянии $\simeq 1$ мм от поверхности мишени.

Изменение показателя преломления плазмы может быть обусловлено изменением концентрации электронной компоненты плазмы или температуры газа, причем изменение температуры нейтральной компоненты может привести к сдвигу интерференционной картины максимум на $2 \div 3$ полосы. В эксперименте же наблюдался сдвиг на 20 и более полос, что говорит о том, что ответственным за сдвиг полос является электронная компонента плазмы. Аналогичный результат был получен в [17] при исследовании лазерного факела в вакууме.

Набег фазы вследствие изменения показателя преломления плазмы, вызванного наличием электронной компоненты плазмы, дается выражением [18]

$$\delta_q = \frac{2e^2 n_e l}{mc\omega},$$

где l — длина области взаимодействия зондирующего луча с плазмой, ω — частота излучения, n_e — плотность электронов плазмы, m и e — соответственно масса и заряд электрона, c — скорость света в вакууме.

Минимальное значение сдвига интерференционной полосы, устойчиво регистрируемое на фоне шумовых колебаний интерферометра, составляет $\simeq 0{,}2$. Для излучения He-Ne-лазера, $\lambda = 0{,}63$ мкм ($\omega = 3 \cdot 10^{15}$ с$^{-1}$), сдвигу интерференционной картины на 0,2 полосы при длине области взаимодействия ~ 2 мм соответствует изменение электронной плотности $\Delta n_e = 1{,}8 \cdot 10^{17}$ см$^{-3}$.

На рис. 3 приведена характерная осциллограмма сигнала с фотодиода (мишень из Al, энергия в импульсе $\simeq 30$ Дж). Уменьшение амплитуды

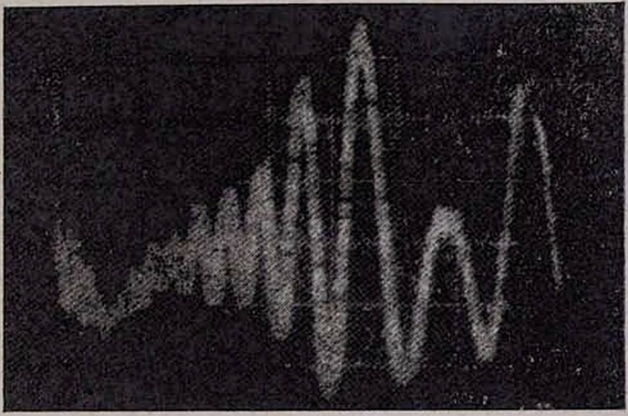

Рис. 3. Характерная осциллограмма интерференционного сигнала с фотодиода: мишень из Al, энергия в импульсе $\simeq 30$ Дж, режим пичковый, развертка осциллографа — 500 мкс/дел.

интерференционной картины, по-видимому, обусловлено недостаточным пространственным разрешением фотодиода. При наличии плазмы градиент плотности приводит к уменьшению отношения a/d, а при уменьшении это-то отношения амплитуда интерференционного сигнала уменьшается, сохраняя среднее значение.

Кроме того, из осциллограммы (рис. 3) видно, что имеет место поглощение зондирующего излучения в плазме. В результате этого одновременно с уменьшением амплитуды сигнала происходит уменьшение среднего значения интенсивности интерференционной картины.

Поглощение излучения в плазме может быть обусловлено наличием паров испаренного вещества или высокой плотностью плазмы, экранирующей излучение зондирующего лазера. Для экранировки излучения $\lambda = 0{,}63$ мкм необходимо достижение плотности $n_e = 3 \cdot 10^{21}$ см$^{-3}$. Из осциллограмм интерференционного сигнала следует, что значительное поглощение зондирующего сигнала происходит уже при $n_e \sim 10^{19}$ см$^{-3}$ Отсюда следует, что по-видимому доминирующим механизмом является поглощение излучения парами вещества мишени и пробой перед мишенью происходит в основном вследствие ионизации этих паров.

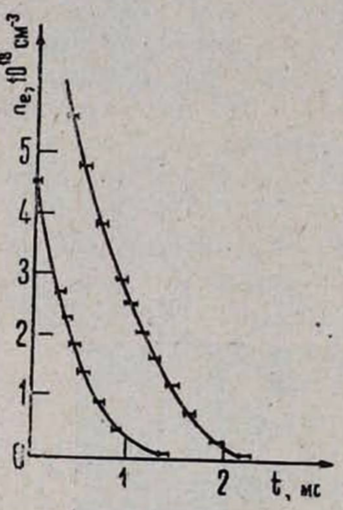

Рис. 4. Зависимость $n_e\,(t)$ на стадии распада плазмы, построенная на основе осциллограмм интерференционного сигнала. Начало отсчета времени соответствует концу лазерного импульса.

На основе интерферограмм построена зависимость плотности плазмы от времени $n_e\,(t)$ на стадии распада плазмы для нескольких значений плотности падающей мощности, рис. 4. Характерное время распада плазмы, как видно из рис. 4, $\tau \lesssim 1$ мс, а для времени релаксации температуры плазмы имеем оценку $\tau_T \sim 0{,}1$ с. Это подтверждает предположение о том, что изменение набега фазы обусловлено изменением электронной компоненты вследствие распада плазмы.

НИИ физики конденсированных
сред ЕГУ

Поступила 4. VIII. 1980

ЛИТЕРАТУРА

1. *Ф. В. Бункин, А. М. Прохоров.* УФН, 119, 425 (1976).
2. *Н. Н. Рыкалин, А. А. Углов.* Физическая и химическая обработка материалов, № 5, 7 (1977).
3. *A. N. Pirri, R. Shlier, D. Northam.* Appl. Phys. Lett., 21, 79 (1972).

4. *А. И. Барчуков* и др. Письма ЖЭТФ, 17, 413 (1973).
5. *А. И. Барчуков* и др. ЖЭТФ, 66, 965 (1974).
6. *V. V. Kostin et-al.* IEEE, J. Quantum Electronics, QE—2, 611 (1966).
7. *E. L. Klosterman, S. R. Byron.* J. Appl. Phys., 45, 4751 (1974).
8. *Н. Н. Рыкалин, А. А. Углов, А. Л. Галиев.* Физика плазмы, 4, 332 (1978).
9. *P. S. P. Wei, R. B. Hall.* J. Appl. Phys., 44, 2311 (1973).
10. *C. T. Walters, R. H. Barnes, R. E. Beverly.* J. Appl. Phys., 48, 2937 (1978).
11. *А. В. Бондаренко* и др. Письма ЖТФ, 5, 221 (1979).
12. *А. Ф. Настоящий.* Квантовая электроника, 7, 170 (1980).
13. *А. В. Бондаренко* и др. Квантовая электроника, 7, 420 (1980).
14. *Дж. Рэди.* Действие мощного лазерного излучения, Изд. Мир, М., 1974.
15. *А. А. Бакеев* и др. Квантовая электроника, 7, 349 (1980).
16. *Л. И. Гречихин, Л. Я. Минько.* ЖТФ, 37, 1169 (1967).
17. *C. David et al.* IEEE, J. Quantum Electronics, QE—2, 493 (1966).
18. *Л. Н. Пятницкий.* Лазерная диагностика плазмы, Атомиздат, М., 1976.

ՄԵՏԱՂՅԱ ԹԻՐԱԽԻ ՄԱԿԵՐԵՎՈՒՅԹԻ ՄՈՏ ՕՊՏԻԿԱԿԱՆ ՊԱՐՊՄԱՆ ՊԼԱԶՄԱՅԻ ԻՆՏԵՐՖԵՐՈՄԵՏՐԻԿ ՀԵՏԱԶՈՏՈՒԹՅՈՒՆԸ ՕԴՈՒՄ

Ս. Հ. ՀԱՐՈՒԹՅՈՒՆՅԱՆ, Գ. Ա. ԳԱԼԵՉՅԱՆ, Կ. Ռ. ԴԱՐԲԻՆՅԱՆ, Մ. Գ. ՀՈՎՀԱՆՆԻՍՅԱՆ

Բերված են օդում մետաղյա թիրախների մակերևույթի մոտ 0,3 վրկ տևողությամբ և 1÷50 Մվտ/սմ2 հզորության խտությամբ լազերային իմպուլսի առաջացրած օպտիկական պարպման համեմատական հետազոտության արդյունքները կտրված և հարթ իմպուլսի դեպքում։ Մախ-Ցենդերի ինտերֆերոմետրով չափված է պլազմայի խտությունը թիրախի մակերևույթի մոտ։ Բերված են լազերային ջահի ֆոտոնկարները հեղուկ մետաղի արտաժայթքումներով։

INTERFEROMETRY OF OPTICAL BREAKDOWN PLASMA AT THE SURFACE OF METAL TARGET IN AIR

S. G. ARUTYUNYAN, G. A. GALECHIAN, K. R. DARBINYAN, M. G. HOVHANNISYAN

The results of comparative investigation of optical breakdown in air at the surface of metal targets with 0.3 msec laser pulse at spike and spikeless regimes for the density of emissive power $1 \div 50$ MW/cm^2 are given. The change of plasma density in time near the target is measured by means of Mach-Zehnder interferometer. The pictures of a laser torch with outflighting drops of liquid metal are given.

Изв. АН Армянской ССР, Физика, 16, 64—71 (1981)

ИССЛЕДОВАНИЕ СПЕКТРОВ ДОПОЛНИТЕЛЬНОГО ПОГЛОЩЕНИЯ ЛЕЙКОСАПФИРА И РУБИНА, ОБЛУЧЕННЫХ БЫСТРЫМИ ЭЛЕКТРОНАМИ И γ-ЛУЧАМИ

Р. Р. АТАБЕКЯН, Р. Е. ВОСКАНЯН, В. А. ГЕВОРКЯН,
Г. Н. ЕРИЦЯН, Р. К. ЕЗОЯН, В. Х. САРКИСОВ

Изучены спектры поглощения сапфира и рубина, облученных электронами с энергиями 7,5 и 50 МэВ и γ-лучами. Обнаружены новые полосы поглощения 49000, 42100 и 38400 см$^{-1}$, появление которых связывается со смещением катионов или анионов решетки кристалла в междоузлие под действием облучения, что приводит к появлению новых центров окраски. Приводятся две модели для объяснения природы центров окраски.

В настоящее время изучению изменения оптических характеристик лейкосапфира и рубина под действием облучения посвящено много работ [1—15]. Однако полученные в них результаты недостаточно полно описывают физическую природу создаваемых радиационных центров. Часто эти результаты носят противоречивый характер. Между тем детальное изучение радиационных оптических характеристик лейкосапфира и рубина имеет не только научное, но и большое практическое значение.

В работах [1—8] было обнаружено, что при облучении рентгеновскими лучами, γ-лучами и при мощном оптическом воздействии в лейкосапфире и рубине возникают центры окраски, обуславливающие дополнительное поглощение (ДП) в ультрафиолетовой и видимой частях спектра. Авторы работ [1, 2, 4] показали, что при рентгеновском и γ-облучении в лейкосапфире появляются центры окраски с полосами ДП 43478 и 25000 см$^{-1}$. В работе [1] обнаружена также слабая полоса поглощения 15380 см$^{-1}$. Однако, согласно [3], облучение рентгеновскими и γ-лучами чистого лейкосапфира не вызывает окрашивания кристалла. Мощное оптическое возбуждение в рубине образует такие же центры окраски, как и при γ-облучении [7]. Авторы этой работы, исследуя спектральный ход ДП и изменение относительного квантового выхода люминесценции окрашенного кристалла рубина, обнаружили 8 полос поглощения в области спектра 45000—28000 см$^{-1}$. В то же время в работах [5, 11] при тех же условиях обнаружены всего 4 полосы.

Центры окраски возникают в кристаллах лейкосапфира и рубина также при нейтронном и электронном облучениях. В работах [2, 9, 10] авторы выявили в лейкосапфире, облученном нейтронами, ряд полос ДП в области спектра 50000—14000 см$^{-1}$, причем наиболее интенсивными оказались полосы 48685, 43215 и 39154 см$^{-1}$. Они полагают, что при облучении в решетке кристалла возникает смещение ионов алюминия или кислорода. Аналогичное смещение наблюдается и при облучении кристалла лейкосапфира электронами с энергией 2 МэВ [11, 12]. Частота полосы

ДП, связанная со смещением ионов решетки, равна 48780 см$^{-1}$. Однако авторы работы [13], изучая оптические свойства лейкосапфира и рубина при облучении электронами с энергией как ниже, так и выше порога смещения, указанного в [11, 12], полосы поглощения в области 49000 см$^{-1}$ не наблюдали. Они показали, что при облучении электронами в рубине, обработанном в вакууме, появляются дополнительные 4 полосы поглощения, причем спектры ДП, полученные при облучении электронами с энергиями 0,24, 8 и 26 МэВ, идентичны. Исходя из этих экспериментальных данных авторы заключают, что быстрые электроны с энергией до 26 МэВ не образуют в решетке Al_2O_3 устойчивых дефектов смещения.

Как следует из цитируемой литературы, результаты экспериментов по ДП лейкосапфира и рубина крайне противоречивы. В связи с этим в настоящей работе сделана попытка на основе анализа литературных данных и собственных измерений объяснить природу ДП в лейкосапфире и рубине, появляющегося в этих кристаллах в результате облучения γ-квантами и электронами различных энергий.

Приготовление образцов и методика эксперимента

Исследованные нами кристаллы лейкосапфира и рубина были выращены по методу Вернейля и подвергнуты термообработке в вакууме под давлением $\sim 1{,}33 \cdot 10^{-3}$ Па при температуре 1950° С. Кристаллы рубина с примесью Ti были обработаны при температуре 1250° С в кислороде. Оптическая ось кристаллов направлена под углом 60° к геометрической. Концентрация хрома в готовых образцах рубина составляла 0,03%, концентрация Ti — 10^{-4} и 10^{-3} % по весу.

Образцы лейкосапфира облучались электронами с энергиями 7,5 и 50 МэВ. При облучении быстрыми электронами образцы охлаждались интенсивным потоком паров жидкого азота так, чтобы их температура не превышала ~ 10° С. Образцы рубина без примесей и с добавками Ti облучались γ-лучами. Источником γ-лучей служил Co^{60}. Спектры поглощения кристаллов снимались на спектрофотометре СФ-8.

Экспериментальные результаты и их обсуждение

На рис. 1 представлен спектральный ход ДП лейкосапфира, облученного электронами с энергией 7,5 МэВ. Как видно из рисунка, спектр ДП простирается от 50000 см$^{-1}$ до 20000 см$^{-1}$ и представляет собой сложную кривую, которая является наложением ряда полос поглощения. Если предположить, что каждая полоса ДП удовлетворяет гауссовскому распределению, то весь спектр можно представить в виде суперпозиции различных таких полос [5, 8]. Принимая это предположение и тот факт, что экспериментальные точки в районе 48590 см$^{-1}$ хорошо накладываются на гауссовскую кривую, можно последовательно разложить весь спектр на гауссовские компоненты. Из рис. 1 видно, насколько хорошо согласуются длинноволновая часть спектра и последняя гауссовская компонента 20833 см$^{-1}$, что указывает на правильность выбора распределения. С увеличением дозы облучения интенсивность всего спектра поглощения возрастает, а интенсивность полосы 48591 см$^{-1}$ растет гораздо быстрее (рис. 1).

В табл. 1 приведены величины коэффициента поглощения, частоты и полуширины полос ДП. Из таблицы видно, что наиболее интенсивной является самая коротковолновая полоса 48591 см$^{-1}$, которая совпадает с полосой, наблюдавшейся в работах [2, 9—12]. Вторая полоса, которая у нас наиболее слабая, наблюдалась у рубина также в ряде работ [1, 5, 7], в которых она самая интенсивная. Вероятно в нашем случае эта полоса обусловлена наличием в кристалле изоморфно входящей в решетку посто-

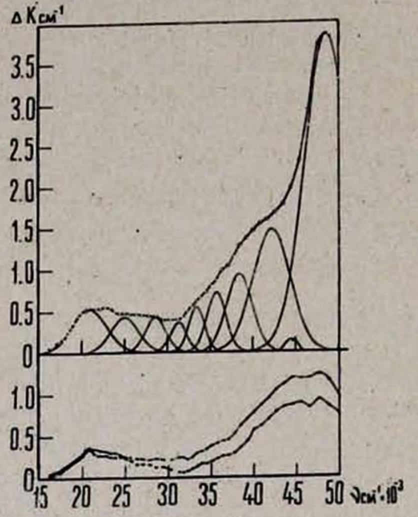

Рис. 1. Спектры ДП лейкосапфира, облученного электронами с энергией 7,5 МэВ: ● — доза облучения $3 \cdot 10^{15}$ эл/см^2; × — $6 \cdot 10^{15}$ эл/см^2; ○ — $1,5 \cdot 10^{17}$ эл/см^2; толщина образца $d = 0,2$ см.

Таблица 1

Положение, полуширина и величина коэффициента поглощения (в см$^{-1}$) полос ДП лейкосапфира, облученного электронами с энергией 7,5 МэВ

ν_m	$\Delta\nu$	ΔK	ν_m	$\Delta\nu$	ΔK
48591	5900	3,85	33400	2200	0,54
44504	1600	0,14	31250	2200	0,34
42194	5100	1,47	28596	2750	0,42
38402	3560	0,93	25000	3700	0,42
35702	2600	0,72	20833	4700	0,53

ронней примеси. По нашему предположению такой примесью может быть неконтролируемый Ti.

Для выяснения этого вопроса нами были изучены кристаллы рубина без примесей и с добавками Ti, термообработанные в вакууме и кислороде. Из рис. 2 видно, что при концентрации титана 10^{-4} % в образце, обработанном в вакууме, полоса поглощения 44500 см$^{-1}$ не проявляется. Однако при обработке того же образца в кислороде она наблюдается. Под воздействием γ-облучения и при повышении концентрации титана интенсивность поглощения этой полосы увеличивается. Из этих экспериментальных данных можно заключить, что центром окраски, ответственным за полосу 44500 см$^{-1}$, в кристалле лейкосапфира является неконтролируемая примесь титана, которая при отжиге в кислороде или при облучении меняет свою валентность. Так как в кристалл лейкосапфира, обработанный в вакууме, титан входит изоморфно в трехвалентном состоянии, что характеризуется полосой поглощения 55600 см$^{-1}$ [12], то при термообработке в кислороде часть ионов титана может потерять еще один электрон и проявиться теперь уже в четырехвалентном состоянии. При облучении кристалла γ-лучами или электронами трехвалентный титан может захватить дырку или электрон. В этом случае в кристалле могут присутствовать одновременно Ti^{3+}, Ti^{2+} и Ti^{4+}. Эти процессы можно описать реакциями

$$2\,Ti^{3+} + O_{2\,(г)} \rightarrow 2\,Ti^{4+} + 2\,O^{-}_{(к)},$$

$$Ti^{3+} + h\nu \rightarrow Ti^{3+} + e^{+} \rightarrow Ti^{4+},$$

$$Ti^{3+} + h\nu \rightarrow Ti^{3+} + e^{-} \rightarrow Ti^{2+},$$

где (г) — газовое состояние, ($l_к$) — в решетке кристалла.

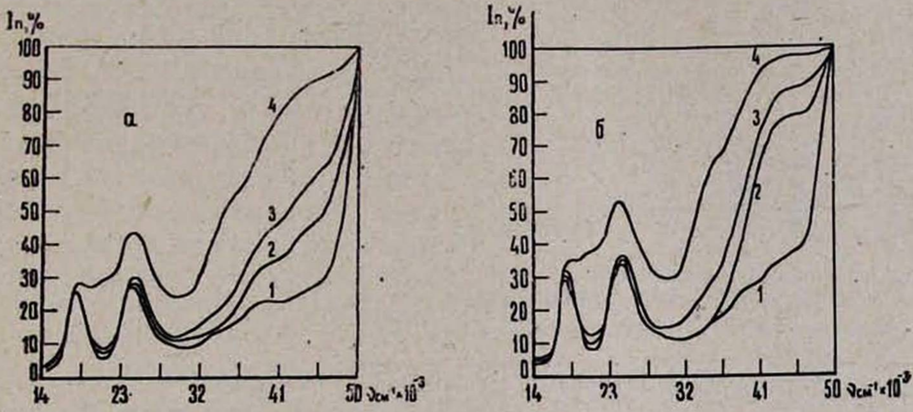

Рис. 2. Спектры поглощения рубина с примесью титана, облученного γ-лучами: *а)* концентрация Ti — 10^{-4} %, *б)* концентрация Ti — 10^{-3} %; 1—термообработанный в вакууме, 2—термообработанный в кислороде, 3—термообработанный в кислороде и облученный до дозы 10^4 р, 4—термообработанный в кислороде и облученный до дозы 10^7 р, $d_а = 0{,}085$ см, $d_б = 0{,}104$ см.

Таким образом, полоса 44500 см$^{-1}$ обусловлена ионами Ti^{4+}. К такому же выводу пришли и авторы работы [7], но коротковолновую полосу они частично приписывают Ti^{3+}.

Часть полос, приведенных в табл. 1, можно приписать ионам хрома, присутствующим в кристалле лейкосапфира. Действительно, спектральный анализ образца обнаружил следы хрома $\sim 10^{-5}$ %. Мы предполагаем, что ионы Cr^{4+} ответственны за полосы 33400 и 31250 см$^{-1}$, а ионы Cr^{2+} — за полосы 28596 и 20833 см$^{-1}$, что согласуется с результатами работ [5, 7]. Полосы 35700 и 25000 см$^{-1}$ обусловлены соответственно ионами O^{-} или O [5] и центрами V^{-}_{OH} [4].

Возникновение полос 48591, 42194 и 38402 см$^{-1}$ связывается с новыми центрами окраски, образующимися в кристалле лейкосапфира в результате взаимодействия быстрых электронов с ионами решетки. Это видно из рис. 3, где также предполагается, что полосы ДП удовлетворяют распределению Гаусса. Результаты анализа спектра ДП приведены в табл. 2.

Представляют интерес полосы 42105 и 38402 см$^{-1}$, наблюдавшиеся при обоих энергиях облучения. Относительная интенсивность и полуширина этих полос в обоих случаях различны: если при облучении электронами с энергией 50 МэВ интенсивность и полуширина первой полосы меньше интенсивности и полуширины второй, то при облучении электронами с энергией 7,5 МэВ — наоборот. Такое различие можно объяснить, если предположить, что гауссовская компонента 42194 см$^{-1}$ в спектре ДП кри-

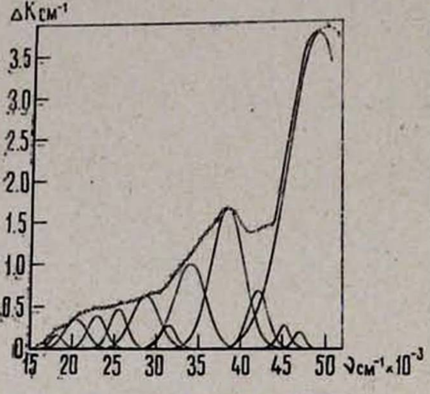

Рис. 3. Спектр ДП лейкосапфира, облученного электронами с энергией 50 МэВ; доза облучения — $2 \cdot 10^{17}$ эл/см^2, $d = 0{,}177$ см.

Таблица 2

Положение, полуширина и величина коэффициента поглощения (в см$^{-1}$) полос ДП лейкосапфира, облученного электронами с энергией 50 МэВ

ν_m	$\Delta\nu$	ΔK	ν_m	$\Delta\nu$	ΔK
48996	8000	3,78	28703	3820	0,62
46992	1414	0,20	25602	2250	0,46
45208	1719	0,27	22999	3000	0,38
42105	2842	0,67	20500	2500	0,35
38402	4500	1,66	18252	1750	0,15
34002	4400	0,99	16499	1300	0,07
31496	2200	0,27			

сталла, облученного электронами с энергией 7,5 МэВ, состоит из двух полос, которые сильно перекрываются и в пределах экспериментальных ошибок не разлагаются. Из этих двух предполагаемых полос коротковолновая полоса обусловлена ионами хрома и должна располагаться близко к полосе, обусловленной Ti^{4+}. Действительно, такая полоса отчетливо наблюдается в спектре рубина, облученного малыми дозами. Наше предположение также подтверждается изучением процессов изохронного и изотермического отжигов облученных кристаллов рубина и сапфира.

Из сравнения двух спектров следует, что они не совсем идентичны. Полоса 48996 см$^{-1}$ аналогична коротковолновой полосе поглощения кристалла, облученного электронами с энергией 7,5 МэВ. Некоторое различие в частоте можно объяснить, по-видимому, экспериментальными ошибками и неидентичностью образцов.

Вероятно образование полос 48591, 42194 и 38402 см$^{-1}$ связано со смещением ионов решетки. В пользу этого предположения говорят и проведенные измерения по изохронному отжигу. При нагревании до 1200° К эти три полосы не исчезают, что хорошо видно на рис. 4.

Возникновение указанных трех полос поглощения можно объяснить следующими двумя моделями центров окраски. При смещении ионов из узлов решетки в кристалле образуются междоузельные ионы и вакансии катионов и анионов. Как показано в работе [11], для смещения ионов алюминия и кислорода необходимая пороговая энергия равна соответственно 50 и 90 эВ.

Рассмотрим модель дефекта, предложенную в работе [16] на основании спектров ЭПР кристаллов лейкосапфира, облученных нейтронами. Согласно этой модели, смещенные ионы алюминия располагаются в октаэдрических пустотах между ионами кислорода, образуя с одним из ближайших катионов решетки дефектную пару, ось которой составляет угол примерно 10° с осью c_3 («наклонная пара»). Зарядовое состояние такой

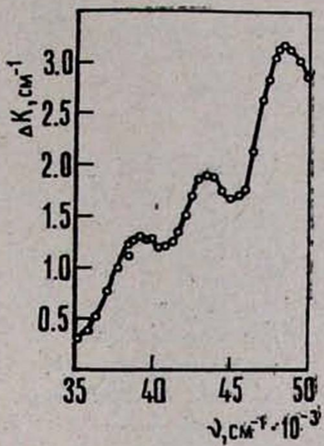

Рис. 4. Спектр ДП лейкосапфира, облученного электронами с энергией 50 МэВ и отожженного при температуре 1200°К; доза облучения — 10^{18} эл/см^2; $d = 0,133$ см.

дефектной пары ионов Al может быть либо $+5$, либо $+3$. Так как в таком дефекте валентные электроны междоузельных ионов Al, образуя молекулярные орбитали с катионами решетки, входящими в дефектную пару, становятся общими, то и термы, соответствующие образованным дефектам, будут отличаться по энергии от термов «свободных» катионов Al^{2+} и Al^0. Если предположить, что заряд дефектной пары равен $+3$, то состояния и переходы валентных электронов в ней такие же, как и в атомарном Al^0, т. е. ${}^2P \rightarrow {}^2D$, ${}^2P \rightarrow {}^2S$ и ${}^2P \rightarrow {}^2F$. Наблюдаемые в нашем эксперименте три полосы поглощения могут соответствовать этим переходам.

Другой возможной причиной образования полос поглощения в облученных быстрыми электронами кристаллах могут быть F- и F^+-центры. При смещении анионов из узлов решетки образованные вакансии могут захватить один или два электрона, образуя соответственно F^+- и F-центры [17—20]. В α-Al_2O_3 F^+-центр имеет c_2-симметрию. Вследствие этого $2p$-состояние электрона F^+-центра в анизотропном кристаллическом поле расщепляется на $1B$, $2A$ и $2B$ состояния, расположенные, как показывает теоретический расчет [17], соответственно на 18000, 27300 и 41500 см$^{-1}$ выше $1A$ основного состояния. Тогда можно предположить, что наблюдаемые в наших экспериментах полосы обусловлены переходами $1A \rightarrow 1B$, $1A \rightarrow 2A$ и $1A \rightarrow 2B$ [19]. Наиболее интенсивную полосу 49000 см$^{-1}$ можно также приписать переходу ${}^1S \rightarrow {}^1P$ в F-центре [19, 20]. Если полосы поглощения 38400 и 42200 см$^{-1}$ обусловлены F^+-центрами, а полоса 49000 см$^{-1}$ — F-центрами, тогда должна существовать корреляция между этими тремя полосами, которая и наблюдается в эксперименте [20].

Таким образом, вышеприведенные модели дают возможность объяснить возникновение центров окраски в кристаллах лейкосапфира, облученных быстрыми электронами. Для однозначного ответа на этот вопрос необходимо проведение дополнительного исследования.

Авторы выражают благодарность О. Б. Африкяну за предоставление возможности проведения спектрального анализа.

Ереванский физический институт
Кироваканский химический завод

Поступила 16. VII. 1980

ЛИТЕРАТУРА

1. *R. A. Hunt, R. H. Schuler*. Phys. Rev., 89, 664 (1953).
2. *P. W. Levy*. Phys. Rev., 123, 1225 (1961); Disc. Farad. Soc., 31, 118 (1961).
3. *W. Flower, J. Jenney*. Proc. IEEE, 51, 858 (1963).
4. *T. J. Turner, J. H. Crawford*. Jr. Sol. State Com., 17, 167 (1975).
5. *T. Maruyama, J. Matsuda*. J. Phys. Soc. Jap., 19, 1096 (1964).
6. *J. Novotny, Zd. Spurny*. Czech. J. Phys., 16, 119 (1966).
7. *Г. Е. Архангельский, З. Л. Моргенштерн, В. Б. Неуструев*. Спектроскопия кристаллов, Изд. Наука, М., 1970; Изв. АН СССР, сер. физ., 32, 2 (1968); Phys. Stat. Sol., 22, 289 (1967).
8. *A. Niklas, B. Sujak*. Acta Phys. Polon., A39, 351 (1971).
9. *P. W. Levy, G. J. Dienes*. Phys. Rev., 94, 1409 (1954).
10. *E. W. J. Mitchell, J. D. Rigden, P. D. Townsend*. Phil. Mag., 5, 1013 (1960).
11. *G. W. Arnold, W. D. Compton*. Phys. Rev. Lett., 4, 66 (1960).
12. *W. D. Compton*. Disc. Farad. Soc., 31, 130 (1961).
13. *Т. С. Бессонова и др.* Изв. АН СССР, сер. физ., 38, 1201 (1974); Оптика и спектроскопия, 37, 701 (1974); ЖПС, 27, 238 (1977).
14. *H. H. Tippins*. Phys. Rev., B1, 126 (1970).
15. *J. Kvapil et al.* Krist. und Tech., 8, 247 (1973).
16. *R. T. Cox*. Phys. Lett., 21, 503 (1966).
17. *S. J. La, R. H. Bartram, R. T. Cox*. J. Phys. Chem. Sol., 34, 1079 (1973).
18. *B. D. Evans, M. Stapelbrock*. Phys. Rev., B18, 7089 (1978).
19. *K. H. Lee, J. H. Crauford*. Phys. Rev., B15, 4055 (1977).
20. *K. H. Lee, J. H. Crauford*. Phys. Rev., B19, 3217 (1979).

ԱՐԱԳ ԷԼԵԿՏՐՈՆՆԵՐՈՎ ԵՎ γ-ՃԱՌԱԳԱՅԹՆԵՐՈՎ ՃԱՌԱԳԱՅԹՎԱԾ ԼԵՅԿՈՍԱՓՖԻՐԻ ԵՎ ՌՈՒԲԻՆԻ ԲՅՈՒՐԵՂՆԵՐԻ ԼՐԱՑՈՒՑԻՉ ԿԼԱՆՄԱՆ ՍՊԵԿՏՐՆԵՐԻ ՈՒՍՈՒՄՆԱՍԻՐՈՒԹՅՈՒՆԸ

Ռ. Ռ. ԱԹԱԲԵԿՅԱՆ, Ռ. Ե. ՈՍԿԱՆՅԱՆ, Վ. Ա. ԳԵՎՈՐԳՅԱՆ,
Հ. Ն. ԵՐԻՑՅԱՆ, Ռ. Կ. ԵՁՈՅԱՆ, Վ. Խ. ՍԱՐԿԻՍՈՎ

Աշխատանքում հետազոտված են 7,5 և 50 ՄէՎ էներգիաներով օժտված էլեկտրոններով և γ-ճառագայթներով ճառագայթված լեյկոսափֆիրի և ռուբինի բյուրեղների լրացուցիչ կլանման սպեկտրները։ Լրացուցիչ կլանման սպեկտրներն իրենցից ներկայացնում են բարդ կորեր, որոնք մի շարք կլանման շերտերի վերադրումն են հանդիսանում։ Ենթադրելով, որ կլանման յուրաքանչյուր շերտը բավարարում է գաուսյան բաշխմանը, բոլոր լրացուցիչ կլանման սպեկտրները վերլուծված են գաուսյան առանձին կորերի։ Կլանման սպեկտրներում հանդես եկող 44500 սմ$^{-1}$ հաճախության շերտը վերագրված է Ti^{+4} իոններին, 33400 և 31250 սմ$^{-1}$ Cr^{+4}-ին, 28596 և 20833 սմ$^{-1}$ Cr^{+2}-ին, 35700 սմ$^{-1}$ O^- կամ O-ին, իսկ 25000 սմ$^{-1}$ V^-_{OH} գունավորման կենտրոնին։ Ենթադրվում է նաև, որ 49000, 42200 և 38000 սմ$^{-1}$ հաճախականության կլանման շերտերը պայմանավորված են բյուրեղի ցանցի իոնների տեղաշարժմամբ։ Այդ երեք շերտերը բացատրելու համար քննարկվում է բյուրեղային ցանցի արատների առաջացման հնարավոր երկու մոդելները։

INVESTIGATION OF ADDITIONAL ABSORPTION SPECTRA OF CORUNDUM AND RUBY IRRADIATED WITH FAST ELECTRONS AND γ-RAYS

R. R. ATABEKIAN, R. E. VOSKANIAN, V. A. GEVORKIAN,
G. N. ERITSIAN, R. K. EZOYAN, V. Kh. SARKISOV

Additional absorption spectra of corundum and ruby crystals irradiated with 7,5 and 50 MeV electrons and γ-rays are studied. The additional absorption spectra are complex curves which represent the superposition of a number of absorption bands. Assuming that each absorption band obeys the Gauss distribution, the additional absorption spectra are decomposed into Gauss components. The absorption band 44500 cm^{-1} is attributed to Ti^{4+} ions, 33400 and 31250 cm^{-1} bands — to Cr^{4+} ions, 28596 and 20833 cm^{-1} bands — to Cr^{2+} ions, 35700 cm^{-1} — to O^{-} or O, 25000 cm^{-1} band — to V_{OH}^{-} colour centres. It is also assumed that 49000, 42200 and 38000 cm^{-1} bands are due to the ion displacements in the crystal lattice. Two models allowing to account for the rise of the latter three bands are considered.

Изв. АН Армянской ССР, Физика, 16, 72—76 (1981)

МОНТЕ КАРЛО РАСЧЕТЫ ДЕТЕКТОРА ПЕРЕХОДНОГО ИЗЛУЧЕНИЯ

А. Л. АВАКЯН, Р. А. АСТАБАТЯН, А. Л. ВИШНЕВСКАЯ, К. Ж. МАРКАРЯН, В. Я. ЯРАЛОВ

Описана методика расчета числа зарегистрированных фотонов в детекторе переходного излучения. Результаты расчетов в пределах $20 \div 30\%$ согласуются с имеющимися экспериментальными данными.

В работах [1, 2] исследован детектор переходного излучения, в котором радиатор окружен десятью пропорциональными счетчиками с натянутыми вдоль оси радиатора анодами. Радиатор вакуумно изолирован от объема счетчиков полиэтиленовым кожухом толщиной 100 мкм. Диаметр радиатора составлял 6 см, длина — 190 см, а диаметр медного корпуса, в котором были собраны пропорциональные счетчики, — 40 см. Рабочим газом служила смесь 90% Ar + 10% CH_4 при атмосферном давлении.

В пропорциональных счетчиках детектора регистрировались те фотоны РПИ, которые рассеивались в радиаторе или, поглощаясь в медных фольгах, образовывали характеристическое излучение.

В настоящей работе описана методика расчета такого детектора. Расчеты проводились для радиаторов двух типов. Первый состоял из 85 брусков пенопласта со средней плотностью $\rho = 0{,}04$ г/см^3 и длиной 2 см, между которыми была расположена медная фольга толщиной 6 мкм. Второй радиатор представлял собой брусок пенопласта со средней плотностью $\rho = 0{,}04$ г/см^3. В работе [3] выполнены расчеты для второго типа радиатора со средней плотностью $\rho = 0{,}09$ г/см^3*.

В представленных в настоящей работе расчетах использовались экспериментально измеренные спектры РПИ, образованного в пенопласте [4, 5], а для учета вклада РПИ от медных фольг использовались теоретические спектры [6]. Известно, что взаимодействие γ-квантов с энергией $\hbar\omega < 1$ МэВ с веществом слагается из следующих процессов:

1) фотоэффекта, при котором атом поглощает квант и испускает электрон; возбужденный атом переходит в основное состояние, испуская характеристическое излучение или электроны Оже;

2) когерентного или томсон-рэлеевского рассеяния, при котором фотон отклоняется атомными электронами без потери энергии;

3) некогерентного или комптоновского рассеяния, при котором фотон рассеивается атомными электронами и передает ему момент и энергию.

Дифференциальное сечение рассеяния γ-квантов на атоме (с учетом связи электронов в атоме) имеет вид [7]

$$d_a \sigma = Z d_e \sigma_{K-H} S + d_e \sigma_{\text{томсон}} F^2, \tag{1}$$

* В работе [3] на стр. 11 вместо 0,04 г/см^3 надо читать 0,09 г/см^3.

где $Z d_e \sigma_{K-H}$ — выражение для сечения некогерентного рассеяния, $d_e \sigma_{\text{томсон}} F^2$ — выражение для сечения когерентного рассеяния, Z — атомный номер вещества, S — функция некогерентного рассеяния, F — атомный формфактор (отношение амплитуды излучения, рассеянного атомом, к амплитуде излучения, который рассеял бы один электрон) [8].

Расчеты проводились по следующей схеме. По вероятности рождения квантов РПИ на единице длины радиатора разыгрывались места их образования. Далее методом Неймана разыгрывалась энергия образованных квантов РПИ. С помощью массовых коэффициентов поглощения [9] разыгрывался пройденный путь РПИ γ-квантов до взаимодействия. Далее на основе использования сечений взаимодействий [9] методом случайных испытаний определялся вид взаимодействия.

Если квант РПИ вызывает фотоэффект в медных фольгах или рассеивается в радиаторе, то, имея вероятность образования характеристического излучения [10] и разыгрывая угловое и энергетическое распределения, можно проследить за γ-квантом до его поглощения или вылета за пределы детектора.

Отметим, что если при очередном взаимодействии γ-квант не поглотился и не вылетел за пределы детектора, то розыгрыш всех процессов повторялся заново. Зарегистрированными считались те события, в которых γ-квант поглощался в газе счетчиков.

На рис. 1, 2 приведены зависимости полного числа фотонов от энергии первичного электрона E_e, вычисленные соответственно для первого

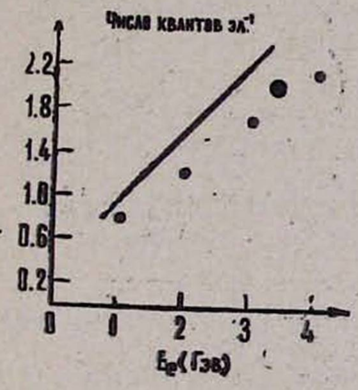

Рис. 1.

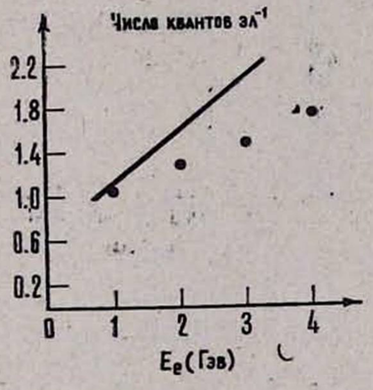

Рис. 2.

Рис. 1. Зависимость числа фотонов от энергии E_e для радиатора первого типа.

Рис. 2. Зависимость числа фотонов от энергии E_e для радиатора второго типа.

и второго типов радиаторов. Кружками обозначены экспериментальные данные, сплошные линии соответствуют расчетам. Из рисунков следует, что экспериментальные результаты в пределах $20 \div 30\%$ согласуются с расчетными. Существенный вклад в расхождение, по-видимому, дают ошибки в экспериментально измеренных дифференциальных спектрах РПИ [3, 4] и ошибки табличных значений массовых коэффициентов поглощения [9].

Отметим, что аналогичные расчеты для детектора РПИ, несколько отличающиеся от описанных выше, были выполнены в работе [11]. В указанной работе также отмечается удовлетворительное согласие экспериментальных результатов с расчетами.

Расчетные дифференциальные спектры зарегистрированных γ-квантов при разных энергиях E_e приведены на рис. 3 и 4 соответственно для первого и второго типов радиаторов. Сплошные линии соответствуют $E_e = 1,0$ ГэВ, пунктирные — $E_e = 2,0$ ГэВ, а точечные — $E_e = 3,0$ ГэВ

Из рис. 3 видно, что в окрестности значения $\hbar\omega = 8$ кэВ наблюдается узкий пик, обусловленный характеристическим излучением меди, причем примерно 80% зарегистрированных фотонов находятся в пределах этого пика. Установление такого жесткого порога уменьшит вклад от фона и шумов усилителя.

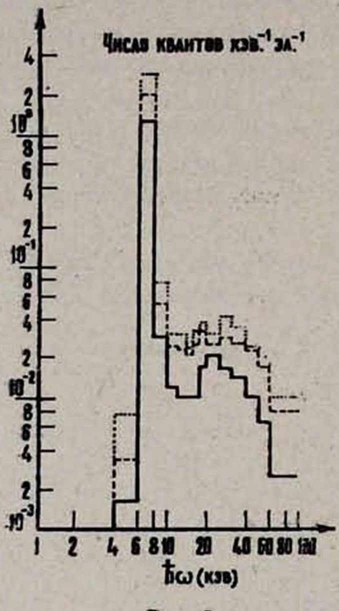

Рис. 3.

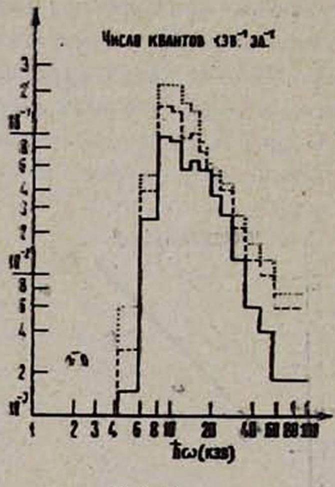

Рис. 4.

Рис. 3. Дифференциальные спектры зарегистрированных γ-квантов для радиатора первого типа при разных E_e.

Рис. 4. Дифференциальные спектры зарегистрированных γ-квантов для радиатора второго типа при разных E_e.

Распределения числа фотонов для первого и второго типов радиаторов при разных энергиях E_e приведены соответственно на рис. 5 и 6. Сплошные линии соответствуют $E_e = 1,0$ ГэВ, пунктирные — $E_e = 2,0$ ГэВ, а точечные — $E_e = 3,0$ ГэВ.

Вышеупомянутые расчетные кривые соответствуют случаю, когда заряженная частица пролетала вдоль оси радиатора. Очевидно, что практический интерес представляет случай, когда частицы летят не по оси, а по всей площади сечения радиатора.

На рис. 7 приведены зависимости полного числа зарегистрированных фотонов от энергии E_e для радиатора диаметром 50 см, когда частица пролетала вдоль оси радиатора (сплошная линия) и на расстоянии 20 см

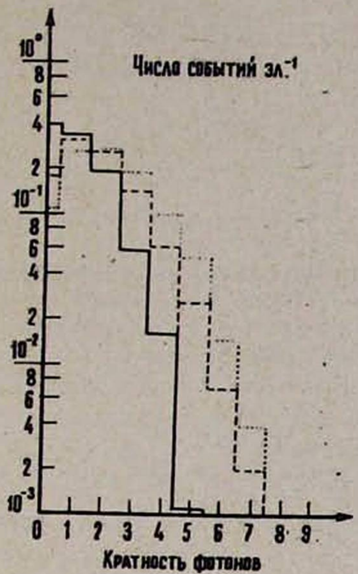

Рис. 5.

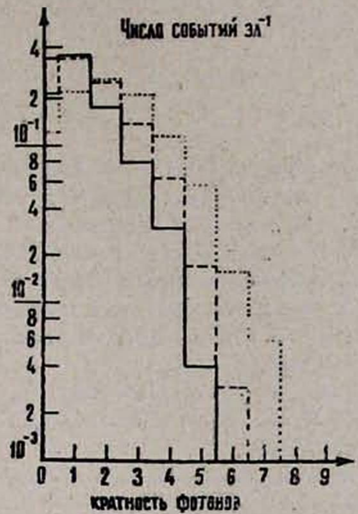

Рис. 6.

Рис. 5. Распределение числа фотонов для радиатора первого типа при разных E_e.

Рис. 6. Распределение числа фотонов для радиатора второго типа при разных E_e.

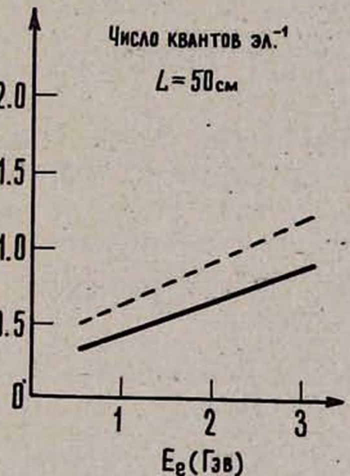

Рис. 7. Зависимость числа фотонов для радиатора первого типа с диаметром 50 см от E_e, когда частица пролетает вдоль оси радиатора (сплошная линия) и на расстоянии 20 см от оси (пунктирная линия).

от оси (пунктирная кривая). Из рисунка видно, что число зарегистрированных фотонов слабо зависит от места прохождения частицы через радиатор.

Из сравнения рис. 2 и 7 следует, что увеличение диаметра радиатора приводит к уменьшению числа зарегистрированных фотонов, что объясняется поглощением фотонов.

Авторы считают своим приятным долгом выразить благодарность М. П. Лорикяну за постановку задачи и ценные советы, А. Ц. Аматуни за постоянное внимание, а также А. Г. Ахперджаняну и Ю. Л. Маргаряну за полезные обсуждения.

Ереванский физический
институт

Поступила 10. VII. 1980

ЛИТЕРАТУРА

1. *М. П. Лорикян*. ПТЭ, № 3, 73 (1971).
2. *Р. А. Астабатян* и др. ПТЭ, № 2, 75 (1980).
3. *М. П. Лорикян, К. К. Шихляров, В. Я. Яралов*. Научное сообщение ЕФИ-31 (73).
4. *А. И. Алиханян* и др. Письма ЖЭТФ, 17, 453 (1973).
5. *А. И. Алиханян* и др. ЖЭТФ, 65, 1330 (1973).
6. *А. Л. Авакян*. Кандидатская диссертация, Ереван, 1978.
7. Альфа, бета и гамма-спектроскопия. Под ред. К. Зигбана, т. 1, стр. 75, Атомиздат, М., 1979.
8. *А. Гинье*. Рентгенография кристаллов, Физматгиз, М., 1961.
9. *О. Ф. Немец, Ю. В. Гофман*. Справочник по ядерной физике, Изд. Наукова думка, Киев, 1975.
10. Экспериментальная ядерная физика, Под редакцией Э. Сегре, т. III, стр. 272, Изд. ИЛ, М., 1961.
11. *А. И. Алиханян* и др. ПТЭ, № 5, 51 (1972).

ԱՆՑՈՒՄԱՅԻՆ ՃԱՌԱԳԱՅԹՄԱՆ ԴԵՏԵԿՏՈՐԻ ՀԱՇՎԱՐԿԸ ՄՈՆՏԵ ԿԱՌԼՈՅԻ ՄԵԹՈԴՈՎ

Ա. Լ. ԱՎԱԳՅԱՆ, Ռ. Ա. ԱՍՏԱԲԱՏՅԱՆ, Ա. Լ. ՎԻՇՆԵՎՍԿԱՅԱ,
Կ. Ժ. ՄԱՐԳԱՐՅԱՆ, Վ. Յա. ՅԱՐԱԼՈՎ

Նկարագրված է անցումային ճառագայթման դետեկտորում գրանցված ֆոտոնների թվի հաշվարկի մեթոդը։ Հաշվարկների արդյունքները 20—30%-ի սահմաններում համաձայնեցվում են եղած փորձարարական արդյունքների հետ։

MONTE CARLO CALCULATIONS OF TRANSITION RADIATION DETECTOR

A. L. AVAKYAN, R. A. ASTABATYAN, A. L. VISHNEVSKAYA,
K. Zh. MARKARYAN, V. Ya. YARALOV

A technique for the calculation of the number of photons registered in a transition radiation detector is described. The calculated results agree within $20 \div 30\%$ with available experimental data.

Изв. АН Армянской ССР, Физика, 16, 77—81 (1981)

СИСТЕМА ЖИДКИЙ КРИСТАЛЛ—КРАСИТЕЛЬ В ОБЛАСТИ ТЕРМОДИНАМИЧЕСКОГО ФАЗОВОГО ПЕРЕХОДА

Р. С. АКОПЯН, Р. Б. АЛАВЕРДЯН, Дж. Х. ГРИГОРЯН, Ю. С. ЧИЛИНГАРЯН

Исследованы люминесцентные и генерационные характеристики смеси красителя и жидкого кристалла на примере родамина 6Ж в холестерил пеларгонате. Для таких характеристик, как максимум интенсивности люминесценции, пороговая мощность накачки, длина волны и ширина линии генерации лазера на такой смеси получено критическое поведение вблизи точки термодинамического фазового перехода жидкого кристалла.

Использование ориентированных ячеек как упорядочивающих матриц для исследования анизотропных оптических свойств растворенных веществ хорошо известно. Групповая ориентация раствора в ориентированном жидкокристаллическом растворителе была названа эффектом гость-хозяин [1, 2], а такой раствор — системой гость-хозяин. В настоящее время имеется большое количество работ, в которых многосторонне исследуются системы гость-хозяин.

Еще в самых ранних работах была предсказана возможность использования таких систем в индикаторных устройствах [1, 3]. Эта идея далее была развита Уайтом и Тейлором [4].

Если молекулы растворенного красителя изоморфны молекулам жидкого кристалла (ЖК), то степень их упорядоченности приближается к упорядоченности ЖК [5]. Более того, если молекулы красителя более палочкообразные, чем молекулы ЖК, то это в некоторой степени приводит к усреднению термических флуктуаций ориентации молекул хозяина, и поэтому краситель может обладать более высоким параметром порядка, чем ЖК.

Вследствие ориентации молекул красителя жидкокристаллический раствор обладает дихроизмом оптического поглощения в видимой области спектра. Исследование дихроизма позволяет определить степень упорядоченности красителя. Если к тому же направление дипольного момента линейных молекул совпадает с направлением их длинной оси, то параметр упорядочения определяется из простого соотношения

$$S_1 = \frac{D_\parallel - D_\perp}{D_\parallel + 2D_\perp}.$$

Из описанного ясно, что и флуоресценция системы гость-хозяин будет обладать дихроизмом. В работах [6—8] с помощью измерения такого дихроизма определены степени ориентационного порядка S_1 и S_2 нематических жидких кристаллов.

Система гость-хозяин сравнительно мало исследована как лазерная среда. Экспериментально такие исследования начаты тремя группами [9—11]. В работе [10] исследовались поляризационные характеристики лазерной среды в глубоко нематической фазе ЖК, тогда как в работах [9, 11] исследовался лазер на смеси красителя и ЖК вблизи точек термодинамических фазовых переходов жидкого кристалла и наблюдалось критическое поведение пороговой мощности накачки и длины волны генерации в этих областях. Имеются также предварительные модели их теоретического описания [12—14]. В частности, теория, развитая на основе рассмотрения диполь-дипольного взаимодействия молекул ЖК и красителя, качественно объясняет наблюдаемое критическое поведение порога генерации в области фазового перехода. Детальный анализ указывает на необходимость проведения дальнейших, как экспериментальных, так и теоретических, исследований. Одно из естественных направлений здесь—изучение изменения спектров люминесценции и ширины линии генерации красителя в ЖК при подходе к критическим точкам ЖК. Настоящая работа и посвящена таким исследованиям.

Эксперимент по изучению генерации лазера на красителе в ЖК проводился по поперечной схеме накачки. Излучение второй гармоники лазера на стекле с неодимом ($\lambda = 5300$ A°, ширина пучка — 7 мм, длительность импульса — 20 нс) с помощью цилиндрической линзы (фокусное расстояние — 5 см) фокусировалось в кювету с раствором родамина 6Ж (с концентрацией $2{,}5 \cdot 10^{-4}$ моль/литр) в холестерил пеларгонате с добавлением подходящей кислоты. Генерируемое излучение выходило через 99% зеркала перпендикулярно к пучку накачки. Длина волны и ширина линии генерации измерялись с помощью спектрографа ИСП-51 с камерой УФ-90. Холестерил пеларгонат имеет область холестерической фазы от $T_{IM} = 90°$ С до $T_{MS} = 79°$ С. Твердая фаза ниже смектической (78—79° С). При концентрации родамина 6Ж $2 \cdot 10^{-5}$ моль/литр T_{IM} и T_{MS} падают соответственно до 73 и 55° С. Примесь не только снижает температуру фазового перехода, но и увеличивает шаг спирали. Оптическая ячейка с лазерно-активным раствором имела толщину 7 мм. Температура ячейки контролировалась в области от 0 до 100° С с точностью $\pm 0{,}2°$. Холестерил пеларгонат прозрачен в мезофазе, поэтому исследования проводились как в изотропной, так и в холестерической фазах.

Зависимость пороговой мощности накачки $P_{пор.}$ от температуры показана на рис. 1. Две критические точки на них, соответствующие спадам $P_{пор.}$, — это точки перехода (справа налево) из изотропной фазы в холестерическую и из холестерической в смектическую. Наблюдается семикратное снижение порога в критических точках по сравнению с областями наибольшей устойчивости фаз. Измерения проводились в нескольких растворах, и во всех четко проявлялась тенденция $P_{пор.} \to 0$ при $T \to T_к$.

В процессе проведения эксперимента под действием лазерного излучения и из-за многократного нагревания и охлаждения раствор стареет. Поэтому либо з экспериментальных результатах нужно учитывать старение, либо в систему нужно вводить стабилизирующее вещество.

При измерении длины волны генерации наблюдаются такие же критические спады, какие для пороговой мощности накачки (рис. 2). Спад в изотропной фазе составляет приблизительно 150 Å. Такое поведение длины волны генерации дает возможность перестраивать лазер изменением температуры.

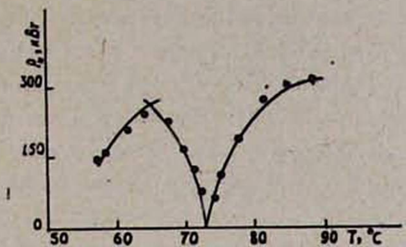

Рис. 1.

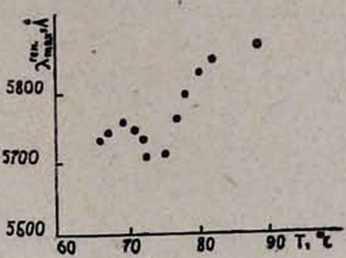

Рис. 2.

Рис. 1. Зависимость пороговой мощности накачки от температуры.
Рис. 2. Температурная зависимость длины волны генерации.

Значительные снижения порога, длины волны, а также ширины линий генерации (рис. 3) представляют несомненный физический и практический интерес. Физический интерес заключается в том, что мы имеем дело со взаимодействием фазовых переходов различной природы: термодинамическим фазовым переходом между фазами ЖК и излучательным фазовым переходом. В связи с этим привлекательным представляются экспериментальное исследование ориентированной системы краситель — ЖК и

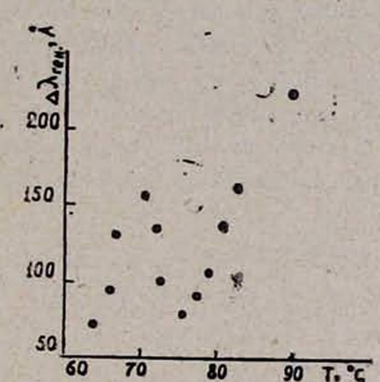

Рис. 3.

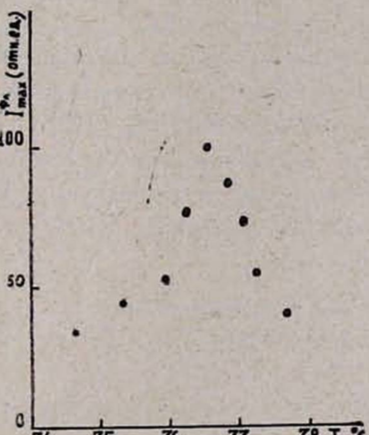

Рис. 4.

Рис. 3. Зависимость ширины линии генерации от температуры.
Рис. 4. Поведение спектра люминесценции смеси жидкий кристалл-краситель вблизи точки фазового перехода.

описание ее с помощью двух параметров порядка (параметра ориентированного упорядочения ЖК и средней величины электромагнитного поля), причем «температуры» здесь также различной природы — обычная температура и параметр, описывающий лазерные потери.

В этой аналогии между термодинамическим и лазерным фазовыми переходами критической температуре T_k соответствует пороговая мощность накачки $P_{пор.}$.

Существенное продвижение в понимании вышеописанных механизмов дает изучение спектров поглощения и люминесценции при изменении температуры, так как с их помощью можно определять сечения поглощения и люминесценции, время жизни в возбужденном синглетном состоянии, коэффициенты усиления и, следовательно, пороговую интенсивность накачки, обратно пропорциональную сечению излучения. Из спектров поглощения видно, что сечения поглощения накачки и генерации слабо зависят от температуры.

Из спектров люминесценции родамина 6Ж (концентрация $5 \times \times 10^{-4}$ моль/литр в холестерил пеларгонате с 10% пелагоновой кислотой) видно, что ширина линии люминесценции слабо зависит от температуры, а максимум линий резко увеличивается вблизи точки фазового перехода T_{IM} (рис. 4). Это может служить косвенным экспериментальным выявлением причины снижения порога вблизи точки фазового перехода.

На рис. 1 также показана аппроксимация (сплошные линии) экспериментальных данных по зависимости пороговой мощности от температуры. Она соответствует зависимости $P_{пор.} = a|\Delta T/T_k|^{1/2}$. Выбор параметра a, удовлетворяющий экспериментальной кривой как в изотропной, так и в холестерической фазах, дает значение $a \cdot T_k^{-1/2} \approx 87$ кВт/град$^{1/2}$. Теоретическая модель, рассмотренная в работе [12], дает такую же зависимость для пороговой мощности накачки от температуры вдали от точек фазовых переходов ЖК.

В рамках модели шестиуровневой системы красителя, учитывающей триплет-триплетное поглощение и флуктуации параметра порядка, получается зависимость $P_{пор.} \sim |\Delta T|$. Но вблизи точки фазового перехода ЖК, где верна эта модель, аппроксимация экспериментальных точек может давать любую степенную функцию. Поэтому вблизи точки фазового перехода ЖК сравнение экспериментальных данных с теорией затруднительно.

Ереванский государственный
университет

Поступила 23. IX. 1980

ЛИТЕРАТУРА

1. *G. Heilmeier, L. Zanoni.* Appl. Phys. Lett., 13, 91 (1968).
2. *G. Heilmeier, J. Castelano, L. Zanoni.* Mol. Cryst. Liq. Cryst., 8, 293 (1969).
3. *J. J. Wysocki, J. Adams, W. Haas.* Phys. Rev. Lett., 20, 1024 (1968).
4. *D. L. White, G. N. Taylor.* J. Appl. Phys., 45, 4718 (1974).
5. *В. Г. Румянцев, Л. М. Блинов, В. А. Кизель.* Кристаллография, 18, 1101 (1973).
6. *V. Dolganov.* Fis. Tverd. Tela, 18, 1786 (1976).
7. *E. Cehelnik, K. Mielenz, R. Cundall.* J. of Resea of the National Bureau of Standards, 80A, 15 (1976).

8. *V. Dolganov, B. Bolotin*. Mol. Cryst. Liq. Cryst., 47. 179 (1978).
9. *S. Kuroda, K. Kubota*. Appl. Phys. Lett., 29, 737 (1976).
10. *И. П. Ильчишин* и др. Письма ЖЭТФ, 24, 336 (1976).
11. *С. А. Акопян, Г. А. Варданян, Ю. С. Чилингарян*. Тезисы Всесоюзного НТС «Взаимодействие лазерного излучения с жидкими кристаллами», г. Дилижан, 1978, стр. 30.
12. *В. И. Емельянов, Ю. Л. Климонтович*. Там же, стр. 5.
13. *С. А. Акопян* и др. Письма ЖТФ, 5, 531 (1979).
14. *Р. С. Акопян* и др. Препринт ЕГУ К0-79-01Б, 1979.

ՀԵՂՈՒԿ ԲՅՈՒՐԵՂ-ՆԵՐԿԱՆՅՈՒԹ ՍԻՍՏԵՄԸ ԹԵՐՄՈ-ԴԻՆԱՄԻԿԱԿԱՆ ՖԱԶԱՅԻՆ ԱՆՑՄԱՆ ՏԻՐՈՒՅԹՈՒՄ

Ռ. Ս. ՀԱԿՈԲՅԱՆ, Ռ. Բ. ԱԼԱՎԵՐԴՅԱՆ, Գ. Խ. ԳՐԻԳՈՐՅԱՆ,
Յու. Ս. ՉԻԼԻՆԳԱՐՅԱՆ

Աշխատանքում հետազոտվել են հեղուկ-բյուրեղական մատրիցայում ներկանյութի վրա հիմնված լազերի (խոլեստերիկը որպես հեղուկ բյուրեղ) գեներացիոն բնութագրերը։ Այս տիպի լազերի համար հեղուկ բյուրեղի ֆազային անցման կետերին մոտենալիս մղման շեմային հզորության, գեներացիայի ալիքի երկարության ու գծի լայնության և ֆլուորեսցենցիայի գծի մաքսիմումի համար դիտվել է կրիտիկական վարք։

LIQUID CRYSTAL-DYE SYSTEM IN THE REGION OF THERMODYNAMIC PHASE TRANSITION

R. S. HAKOPYAN, R. B. ALAVERDYAN, G. Kh. GRIGORYAN,
Yu. S. CHILINGARYAN

The fluorescence and generation characteristics of a dye laser in liquid crystalline matrix are investigated. For such a laser the critical reduction in the threshold pump power, the bandwith and wavelength of generation and maximum of fluorescence band have been observed, when the points of phase transitions of the liquid crystal are approached.

Изв. АН Армянской ССР, Физика, 16, 82—85 (1981)

ОБ ИЗМЕНЕНИИ ИНТЕНСИВНОСТИ РАСЩЕПЛЕННЫХ ЛАУЭ-ПЯТЕН ПРИ ПЬЕЗОДЕФОРМАЦИИ

С. А. АДАМЯН, П. А. БЕЗИРГАНЯН

Исследование влияния неоднородной пьезодеформации на дефектную структуру кристалла кварца показало, что неоднородность приводит к возбуждению слабо выраженных дефектов. Доказано, что нововыявленные дефекты вносят свой вклад в увеличение интенсивности расщепленных лауэ-пятен.

Как известно, в совершенных кристаллических шлифованных и полированных толстых образцах наблюдается расщепление рентгеновских дифракционных пятен. Явление расщепления лауэ-пятен, полученных от кристаллов кварца, впервые было обнаружено в работе [1]. Рядом авторов [2—7] предложены различные и порой противоречивые объяснения этого явления. Особенно четко противоречивость проявляется при объяснении вопроса увеличения интенсивности рентгеновских дифракционных максимумов, полученных от колеблющихся и статически деформированных кристаллов.

Для изучения колебаний кварца разных срезов некоторыми авторами [8—12] применен метод рентгеновской дифракционной топографии, позволяющий картографировать распределение механических напряжений в колеблющемся с резонансной частотой кристалле. При этом считается, что рост интенсивности рентгеновского рефлекса обусловлен как искривлением отражающих плоскостей, так и изменением межплоскостного расстояния. В работах [13—15], проведенных рентгенотопографическим методом Ланга на кристаллах кварца различных срезов, получено, что в колеблющемся на основной частоте кристалле образуется стоячая волна (рис. 1*а*), узел которой находится в центре образца, а пучности — на

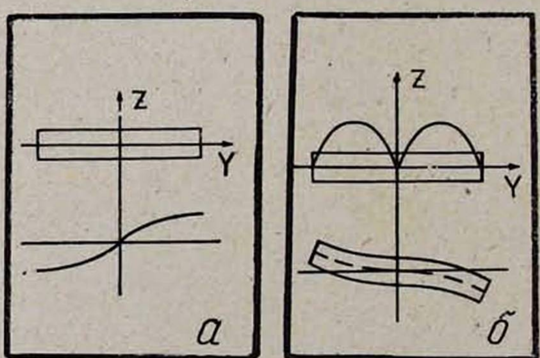

Рис. 1. *а)* Вид стоячей волны, образовавшейся при колебании кварцевого бруска, на первой гармонике; *б)* вид стоячей волны, когда кристалл колеблется на второй гармонике.

краях. Когда кристалл колеблется на второй гармонике, то стоячая волна имеет две пучности, находящиеся от краев бруска на расстоянии около 1/4 его длины (рис. 1б). Рост интенсивности наблюдается в дифрагированных от мест пучностей кристалла рентгеновских лучах. Однако объяснение эффекта роста интенсивности никак не связывают с дефектно-дислокационной структурой самого образца.

В настоящей работе утверждается, что в процессе роста интенсивности рентгеновских дифракционных максимумов важнейшую роль играют существующие в пластинке в поле неоднородной пьезодеформации дефекты разного вида. Увеличение интенсивности дифрагированных рентгеновских лучей происходит и в Х-срезе кристалла кварца при действии статического поля только на краях электродов, где напряженность подаваемого поля, а следовательно, и пьезодеформация неоднородны (рис. 2а). В У-срезе увеличение интенсивности наблюдается не только во всей подэлектродной области, но и вне электродов (рис. 2б). В косых срезах (АТ, ВТ, СТ

Рис. 2. *а)* Топограмма от пластинки Х-среза под воздействием поля с напряженностью 40 кВ/см; *б)* топограмма от пластинки У-среза под воздействием поля с напряженностью 30 кВ/см; *в)* топограмма от пластинки АТ-среза под воздействием поля с напряженностью 40 кВ/см.

и др.) сильное увеличение интенсивности наблюдается в подэлектродной области, но оно имеет иной характер, чем в срезах Х и У (рис. 2в).

Обсуждение результатов

Увеличению интенсивности дифрагированных рентгеновских волн от кристалла кварца при резонансных колебаниях и при воздействии статического поля посвящено много работ [15—18], в которых причиной увеличения интенсивности считают в конечном счете искривление отражающих плоскостей и изменение межплоскостного расстояния. Причина искривления различна: в одном случае искривление является результатом контурного изменения колеблющегося кристалла, в другом случае — поляризацией диэлектрика под влиянием электростатического поля и т. д. [8]. Во всех этих объяснениях не учитывается изменение дефектной структуры исследуемых образцов, несмотря на то что во всех вышеуказанных работах образцы являлись дефектными. Действительно, при искривлении колеблющегося образца интенсивность дифрагированных рентгеновских лучей увеличивается в результате создавшегося градиента механических напряжений. В колеблющемся бездефектном образце пьезодеформация приводит к его контурному искривлению, создавая неоднородность упругих напряжений. В результате происходит изменение межплоскостного расстояния и искривление отражающих плоскостей [19]. Соответственно уменьшается первичная экстинкция и увеличивается интенсивность дифрагированных лучей. В дефектных образцах создавшееся контурное искривление вызывает в нем градиент механических напряжений. В этих образцах кроме ярко выраженных дефектов становятся видимыми и дефекты, невидимые до деформаций. Выявленные дефекты в свою очередь ослабляют первичную экстинкцию, увеличивая интенсивность дифрагированных лучей. Следовательно, нововыявленные дефекты вносят свой вклад в увеличение интенсивности расщепленных лауэ-пятен.

В статически деформированном кристалле степень неоднородности зависит от среза исследуемого образца [17]. В образцах среза X пьезодеформация неоднородна только на краях электродов, так как здесь поле неоднородно (рис. 2*а*). На приведенной топограмме видны только вертикальные края электродов и не видны горизонтальные. Этот эффект обусловлен дифракционным контрастом, а не неполным сцеплением металлической пленки с кристаллом. Отражающие плоскости $(10\bar{1}0)$ на снимке расположены вертикально, вектор рассеяния горизонтален. На нижнем и верхнем краях электрода смещение в кварце, вызванное присутствием серебряной пленки и перпендикулярное к отражающим плоскостям, обращается в нуль.

В срезе У (рис. 2*б*) пьезодеформация сдвига не локализуется под электродом, а распространяется на весь образец, изменяя интенсивность лучей, дифрагированных не только на дефектах, но и на идеальной матрице.

В образцах среза AT [18] неоднородная пьезодеформация возникает из-за большого числа пьезомодулей и увеличивается в сильных полях. Неоднородность в статически деформированном кристалле также является причиной выявления слабо видимых и невидимых в недеформированном состоянии дефектов. Как в статически деформированном, так и в колеблющемся кристалле неоднородная пьезодеформация усиливает поле упругих напряжений имеющихся в кристалле дефектов.

Итак, сильное увеличение интенсивности дифрагированных от колеблющихся и статически деформированных кристаллов рентгеновских лучей можно объяснить также и вкладом дефектов, возбуждаемых в поле неоднородной пьезодеформации.

Ереванский государственный
университет

Поступила 28. VI. 1980

ЛИТЕРАТУРА

1. *С. Нишикава, И. Сакисаки, И. Сумато.* Phys. Rev., 43, 363 (1933).
2. *М. И. Кольби, С. Гарис.* Phys. Rve., 43, 562 (1933).
3. *G. W. Fox, W. N. Fraser.* Phys. Rev., 47, 889 (1935).
4. *G. E. M. Jauncey, N. T. Jacgues.* Phys. Rev., 50, 672 (1936).
5. *J. Surugu, Q. Te Tahao.* Cahiers de Phys., 18, 55 (1943).
6. *J. E. Whitte.* J. Acoust. Soc. Amer., 23, 16 (1951).
7. *S. Jamashita, N. Kato.* J. Appl. Cryst., 8, 623 (1975).
8. *А. Е. Караульник, В. Шин.* Кристаллография, 1, 14 (1969).
9. *J. Gl. Dousse, J. Kern.* Phys. Lett., 2, 59, 159 (1976).
10. *W. J. Spenser, R. M. Hunt.* J. Acoust. Soc. Amer., 29, 929 (1965).
11. *П. А. Безирганян, В. И. Авунджян.* Изв. АН АрмССР, Физика, 1, 147 (1966).
12. *П. А. Безирганян, В. И. Авунджян.* Изв. АН АрмССР, Физика, 2, 381 (1967).
13. *П. А. Безирганян, В. И. Авунджян.* Изв. АН АрмССР, Физика, 7, 33 (1972).
14. *В. И. Авунджян и др.* Изв. АН АрмССР, Физика, 14, 192 (1979).
15. *W. J. Spenser, K. Haruta.* J. Appl. Phys., 37, 549 (1966).
16. *С. А. Адамян, П. А. Безирганян.* Изв. АН АрмССР, Физика, 15, 63 (1980).
17. *С. А. Адамян и др.* Изв. АН АрмССР, Физика, 14, 429 (1979).
18. *С. А. Адамян.* Изв. АН АрмССР, Физика, 15, 369 (1980).
19. *U. Bonse.* Zeitschrift für Physik, 177, 385 (1964).
20. *U. Bonse.* Zeitschrift für Physik, 177, 543 (1964).

ՊՅԵԶՈԴԵՖՈՐՄԱՑԻԱՅԻ ԺԱՄԱՆԱԿ ԼԱՈՒԵ–ԲԾԵՐԻ ԻՆՏԵՆՍԻՎՈՒԹՅԱՆ ՓՈՓՈԽՈՒԹՅԱՆ ՄԱՍԻՆ

Ս. Հ. ԱԴԱՄՅԱՆ, Պ. Հ. ԲԵԶԻՐԳԱՆՅԱՆ

Հայտնի է, որ Լաուե-բծերի ինտենսիվությունը ուժեղանում է հարթությունների ճկման և միջհարթությունային հեռավորության փոփոխության հետևանքով։ Սակայն այդ բնագավառում կատարված հետազոտություններում հաշվի չի առնվում բյուրեղներում թերությունների ցրման ունակությունը։ Այս աշխատանքում ցույց է տրված, որ Լաուե-բծերի ինտենսիվության աճման մեջ իրենց լուման ունեն նաև այն դեֆեկտները, որոնք գրգռվել են անհամասեռ պյեզոդեֆորմացիոն դաշտում։

ON THE CHANGE OF SPLITTED LAUE-SPOTS INTENSITY AT THE PIEZODEFORMATION

S. A. ADAMIAN, P. A. BEZIRGANIAN

The influence of nonuniform piezodeformation on the structure of defects in quartz crystals is studied. It is shown that the nonuniformity leads to the generation of weakly expressed defects, which make the splitted Laue-spots more intensive.

ԲՈՎԱՆԴԱԿՈՒԹՅՈՒՆ

СОДЕРЖАНИЕ