

Զ Ե Կ Ո Ւ Յ Ց Ն Ե Ր  
Д О К Л А Д Ы

LXV, № 5

1977

Խմբագրական կոլեգիա

Գ. Ա. ԱՐՁՈՒՄԱՆՅԱՆ, տեխն. գիտ. թիկնա-  
ծու (պատ. Լաբորանտ), Է. Գ. ԱՅՐԻՍՅԱՆ,  
ՀՍՍՀ ԳԱ թղթակից-անդամ, Ա. Թ. ՔԱՐԱ-  
ՑՅԱՆ, ՀՍՍՀ ԳԱ ակադեմիկոս, Հ. Խ. ԲՈՒՆ-  
ՅԱԹՅԱՆ, ՀՍՍՀ ԳԱ ակադեմիկոս, Ա. Ա.  
ԲԱԼԱՅԱՆ, ՀՍՍՀ ԳԱ թղթակից-անդամ,  
Վ. Մ. ԲԱՌԱՅԱՆ, ՀՍՍՀ ԳԱ թղթակից-ան-  
դամ, Վ. Հ. ՉԱՄԲԱՐՉՈՒՄՅԱՆ, ակադեմիկոս,  
Վ. Հ. ՂԱԶԱՐՅԱՆ, ՀՍՍՀ ԳԱ ակադեմիկոս  
(պատ. Խմբագրի տեղակալ), Հ. Գ. ԱՐԿԻՆ-  
ՅԱՆ, ՀՍՍՀ ԳԱ ակադեմիկոս (պատ. Խմբագիր),  
Գ. Ս. ՍԱՀԱԿՅԱՆ, ՀՍՍՀ ԳԱ թղթակից-անդամ,  
Օ. Մ. ՍԱԳՈՆՋՅԱՆ, ՀՍՍՀ ԳԱ թղթակից-  
անդամ, Մ. Լ. ՏԵՐ-ՄԻՔԱՅԵԼՅԱՆ, ՀՍՍՀ  
ԳԱ թղթակից-անդամ, Վ. Ր. ՉԱՆԱՐՋՅԱՆ,  
ՀՍՍՀ ԳԱ թղթակից-անդամ

Редакционная коллегия

В. А. АМБАРЦУМЯН, академик, Г. А.  
АРЗУМАНИЯН, канд техн наук (отв.  
секретарь), Э. Г. АФРИКЯН, чл.-корр.  
АН АрмССР, А. Т. БАБАЯН, академик  
АН АрмССР, Г. Х. БУНЯТЯН, акаде-  
мик АН АрмССР, В. О. КАЗАРЯН, ака-  
демик АН АрмССР (зам. отв. редактора),  
И. Г. МАГАКЬЯН, академик АН Арм  
ССР, А. Г. НАЗАРОВ, академик АН  
АрмССР (отв. редактор), Г. С. СААКЯН,  
чл.-корр. АН АрмССР, О. М. СЛПОН-  
ДЖЯН чл.-корр. АН АрмССР, А. А. ТА-  
ЛАЛЯН, чл. корр. АН АрмССР, В. М.  
ТАРАЯН чл.-корр. АН АрмССР, М. Л.  
ТЕР-МИКАЕЛЯН, чл.-корр. АН АрмССР,  
В. В. ФАНАРДЖЯН, чл.-корр. АН  
АрмССР.

Բ Ո Վ Ա Ն Դ Ա Կ Ո Ւ Թ Յ Ո Ւ Ն

ՄԱՔԵՄԱՏԻԿԱ

Լ. Ն. Ասլանյան, Վ. Մ. Կաբախանյան, Բ. Ե. Քոբոյան—Դիսկրետ իզուպրիմետրիկ խնդրի լուծումը . . . . .	257
Հ. Մ. Խոսրովյան—Երկու ժայռ ունեցող կոմպլեքս համասեռ տարածությունների մասին . . . . .	263
Ա. Ե. Ավետիսյան—Մ. Մ. Զրբաշյանի ինտեգրալ մեթոդների տեսության մասին . . . . .	266
Վ. Ի. Ղազարյան—Կշռային $L^p$ , $1 < p < \infty$ տարածություններում բազիսների և ոչ-պայմանական բազիսների մասին . . . . .	271

ԱՌՈՋԴԱԿԱՆՈՒԹՅԱՆ ՏԵՍՈՒԹՅՈՒՆ

Ա. Ա. Բարյոյան—Երևու հատած ուսանողների հարթ կոնտակտային խնդիրը . . . . .	276
--	-----

ՃԻՋԻԿԱ

Գ. Ս. Տոթոյան, Վ. Ե. Ումոնյան—Հազարային ճառագայթման ոչ դժային ցրումը սուտակի բյուրեղում . . . . .	284
Ի. Ն. Հալաբաբյան, Գ. Ն. Հարությունյան, Վ. Գ. Աֆանասով, Ա. Վ. Հովսեփյան—Զրո-չրային լեներգետիկ ուսկոտորների ակտիվ զոնայի վիճակի հաշվարկը կասետների ավտոմատ բետրոսթյամբ . . . . .	289
Գ. Ա. Վարդանյան—Պրիմեսուսի վրա վականսիոնի ցրման մասին . . . . .	294

ԲՈՒՔԻՄԻԱ

Ա. Ա. Գալսյան, Ն. Ն. Խումարյան, Ա. Խ. Խանազադյան—Հիպոթալամուսի նոր պոլիպեպտիդի հիպոգլիկեմիկ էֆեկտի մասին . . . . .	298
--	-----

ԲՈՒՅՍՆԵՐԻ ՃԻՋԻՈՒՈՎԻԱ

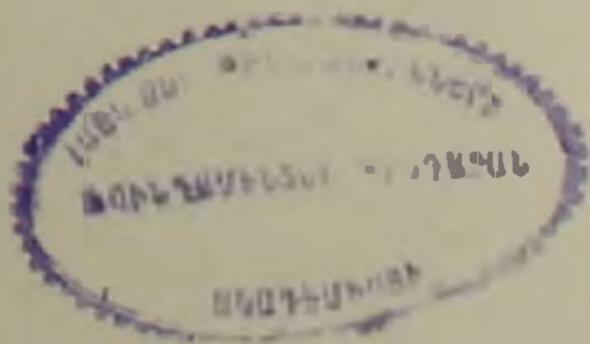
Ռ. Ա. Աբաջյան, Ս. Ա. Մաբուրյան—Խաղողի արմատների սպիտակուցները և ամինաթթուները զարգացման տարեկան ցիկլում . . . . .	302
---	-----

ՄԻՋՈՒՍԱԲԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

Ի. Մ. Ցաբլով-Խենոսյան—Պտտուս սևոի էրկարակենճիթ բզեզների նոր տեսակ ՀՈՍՁ-ից (Coleoptera Curculionidae) . . . . .	306
Բովանդակություն I.XV հատորի . . . . .	311

## СОДЕРЖАНИЕ

	Стр.
<b>МАТЕМАТИКА</b>	
<i>Л. А. Асламян, В. М. Караханян, Б. Е. Торосян</i> —Решение дискретной изопериметрической задачи . . . . .	257
<i>О. М. Хосровян</i> —О комплексных однородных пространствах с двумя конидами . . . . .	263
<i>А. Е. Аветисян</i> —К теории интегральных преобразований М. М. Джрбашяна . . . . .	266
<i>К. С. Казарян</i> —О базисах и безусловных базисах в весовых пространствах $L_p, 1 < p < \infty$ . . . . .	271
<b>ТЕОРИЯ УПРУГОСТИ</b>	
<i>А. А. Баблюян</i> —Плоская контактная задача для двух усеченных клиньев . . . . .	276
<b>ФИЗИКА</b>	
<i>П. С. Погосян, В. Г. Симонян</i> —Нелинейное рассеяние лазерного излучения в кристаллах рубина . . . . .	284
<i>Н. Н. Айрапетян, Г. Г. Арутюнян, В. П. Афанасьев, А. В. Овселян</i> —Расчет состояний активной зоны ВВЭР с автоматическим выбором распределения кассет . . . . .	289
<i>Г. А. Варданян</i> —О рассеянии вакансиона на примесоне . . . . .	294
<b>БИОХИМИЯ</b>	
<i>А. А. Галоян, Н. Г. Хумарян, А. Х. Ханзадян</i> —О гипогликемическом эффекте нового гипоталамического полипептида . . . . .	298
<b>ФИЗИОЛОГИЯ РАСТЕНИЙ</b>	
<i>Р. А. Абаджян, С. А. Марутян</i> —Белки и аминокислоты в корнях винограда в годичном цикле развития . . . . .	302
<b>ЭНТОМОЛОГИЯ</b>	
<i>С. М. Яблоков-Хнзорян</i> —Новый вид жесткокрылых-долгоносиков рода <i>Plochus</i> из Армянской ССР (Coleoptera, Curculionidae) . . . . .	306
Содержание LXV тома . . . . .	311



## C O N T E N T S

p.

## MATHEMATICS

- L. A. Aslanian, V. M. Karakhanian, B. E. Torosian* — The solution of the discrete isoperimetric problem . . . . . 257
- O. M. Khosrovyan* — About complex homogenous spaces with two ends . . . . . 263
- A. E. Avetisyan* — To the theory of Dzrbastan's integral transformation . . . . . 263
- Gh. S. Ghazarlan* — On the bases and unconditional bases in the weighted  $L^p, 1 < p < \infty$ , spaces . . . . . 271

## THEORY OF ELASTISITY

- A. H. Babloyan* — A plane contact problem for two truncated wedges . . . . . 276

## PHYSICS

- P. S. Poghosyan, W. G. Simonian* — Nonlinear scattering of light in ruby crystals . . . . . 284
- I. N. Hayrapetian, G. H. Harutyunyan, V. P. Afanasyev, A. V. Hovsepian* — W'ER zone active states calculation with automatic selection of distribution of plates . . . . . 289
- G. A. Vardanian* — On the scattering a vacanson on the primesson . . . . . 294

## BIOCHEMISTRY

- A. A. Galoyan, N. H. Khumarlan, A. Kh. Khanazadlan* — The hypoglycaemic effect of a new hypothalamic bolyptide . . . . . 298

## PLANT PHYSIOLOGY

- R. A. Abadjian, S. A. Marutian* — Proteins and aminoacids in vine roots during the yearly cycle of development . . . . . 302

## ENTOMOLOGY

- S. M. Iablukoff-Khuzorian* — A new species of the weevil-genus *Plochus* from Armenian SSR (Coleoptera, Curculionidae) . . . . . 306
- Contents of LXV volume . . . . . 311

Технический редактор Л. Л. АЗИЗБЕКЯН

ВФ 02611. Подписано к печати 20.11.1978 г. Тираж 550. Изд. 4748. Заказ 904

Формат бумаги 70×108<sup>1/16</sup>. Печ. л. 4,0. Бум. л. 2,0.

Усл. печ. л. 5,6. Уч. изд. листов 4,4

Типография Издательства АН Армянской ССР, Ереван, Барекамутян 24.

Эчмиадзинская типография Изд. АН Армянской ССР

УДК 519.1

МАТЕМАТИКА

Л. А. Асланян, В. М. Караханян, Б. Е. Торосян

Решение дискретной изопериметрической задачи

(Представлено чл.-корр. АН Армянской ССР А. А. Талаляном 23/VII 1977)

В данной работе рассматривается дискретный аналог классической изопериметрической задачи (1).

Рассмотрим множество  $E^n$  вершин  $n$ -мерного единичного куба. Пусть  $S_k^n(x)$  шар в метрике Хэмминга с центром в точке  $x \in E^n$  и радиуса  $k$ . Для подмножества  $A \subseteq E^n$  скажем, что вершина  $x \in A$  внутренняя, если  $S_k^n(x) \subseteq A$ . В противном случае вершину  $x \in A$  назовем граничной вершиной подмножества  $A$ . Обозначим через  $\Gamma(A)$  и  $P(A)$ , соответственно, множество всех граничных и внутренних вершин подмножества  $A \subseteq E^n$ .

Дискретная изопериметрическая задача в  $E^n$  по произвольному заданному целому числу  $a$ ,  $0 \leq a \leq 2^n$  требует найти такое подмножество  $A \subseteq E^n$ ,  $|A| = a$ , что

$$|\Gamma(A)| = \min_{B \subseteq E^n, |B|=a} |\Gamma(B)| = \Gamma(a).$$

Ищутся также все решения этой задачи и вид функции  $\Gamma(a)$ .

Некоторые частные результаты по этой задаче были получены Р. Г. Нигматуллиным (2). Решение задачи приводимое ниже, на самом деле, может быть сформулировано для более общего случая (в многомерном многозначном кубе), однако мы ограничимся изложением более простого двузначного случая, при  $k=1$ .

1. Исключая из рассмотрения тривиальные случаи  $a=0$  и  $a=2^n$  представим рассматриваемую мощность  $a$  в следующем виде

$$a = \sum_{i=0}^k C_n^i + \delta, \quad \text{где } 0 < k < n \text{ и } 0 \leq \delta < C_n^{k+1}. \quad (1)$$

Скажем, что подмножество  $A \subseteq E^n$  представляет стандартное размещение мощности  $a$ , если существует такая вершина  $x \in E^n$  и такое упорядочение рассматриваемых  $n$  переменных —  $x_{i_1}, x_{i_2}, \dots, x_{i_n}$ , что



а) при  $\delta \leq C_{n-1}^k$  множество  $A$  состоит из шара  $S_k^{n-1}(z)$  подкуба  $E_{a_1}^n(i_1)$  и стандартного размещения мощности  $\sum_{i=0}^{k-1} C_{n-1}^i + \delta$  подкуба  $E_{a_1}^n(i_1)$  относительно упорядочения  $x_1, x_2, \dots, x_n$  переменных, и точки  $\alpha(i_1)$ , являющейся проекцией по направлению  $x_1$  от точки  $a$ , и

б) при  $\delta > C_{n-1}^k$  множество  $A$  состоит из шара  $S_k^{n-1}(z(i_1))$  подкуба  $E_{a_1}^n(i_1)$  и стандартного размещения мощности  $\sum_{i=0}^{k-1} C_{n-1}^i + \delta$  подкуба  $E_{a_1}^n(i_1)$  относительно последовательности  $x_1, x_2, \dots, x_n$ , и точки  $a$ .

Точку  $\alpha \in E^n$  назовем центром стандартного размещения  $A \subseteq E^n$ . В дальнейшем мы ограничимся рассмотрением стандартных размещений относительно исходной последовательности  $x_1, x_2, \dots, x_n$  переменных и точки  $0^n = \langle 0, 0, \dots, 0 \rangle$ , поскольку общий случай является лишь формальным обобщением этого.

Легко убедиться, что приведенное индуктивное определение стандартного размещения равносильно заданию линейного упорядочения  $L^n$  вершин  $E^n$ , определяемого следующими правилами:

если  $\alpha$  и  $\beta$  — вершины  $E^n$ , то считаем, что  $\alpha < \beta$  ( $\alpha$  предшествует  $\beta$ ) тогда и только тогда, когда

1)  $|\alpha| < |\beta|$ , то есть когда число единиц набора  $\alpha$  меньше числа единиц набора  $\beta$ , или когда

2)  $|\alpha| = |\beta|$ , и существует такой номер  $r$ ,  $1 \leq r \leq n$ , для которого  $\alpha_i = \beta_i$ , при  $i < r$  и  $\alpha_r = 1$ ,  $\beta_r = 0$ , то есть когда набор  $\beta$  лексикографически предшествует набору  $\alpha$ , принадлежащий тому же слою.

В дальнейшем через  $L_a^n$  и  $T_a^n$  будем обозначать, соответственно, начальный и конечный отрезки стандартной последовательности  $L^n$ , длины  $a$ ,  $0 \leq a \leq 2^n$ .

**Лемма 1.** Для каждой мощности  $a$ ,  $0 \leq a \leq 2^n$ , внутренние точки последовательности  $L_a^n = \{\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_a\}$  предшествуют его граничным точкам.

Следующее свойство стандартного размещения, на котором мы остановимся, заключается в специальном строении разбиений стандартного размещения. Рассмотрим произвольное стандартное размещение  $A = L_a^n$  и его разбиение  $A = A^0(i) \cup A^1(i)$  по координате  $x_i$ ,  $1 \leq i \leq n$ . Тогда

а)  $A^0(i) = L_{|A^0(i)|}^{n-1}$  и  $A^1(i) = L_{|A^1(i)|}^{n-1}$ , где  $L_t^{n-1}$  означает начальный отрезок длины  $t$  стандартной последовательности в  $E^{n-1}$ , и

б) для  $i=1$   $\Gamma(A) = \Gamma(A^0(i)) \cup \Gamma(A^1(i))$ , если  $|A| \geq 2^n - 1$ .

Кроме того, для системы разбиений произвольного подмножества  $A \subseteq E^n$  имеет место

**Лемма 2.** Если для всех  $i$ ,  $1 \leq i \leq n$   $A^0(i) = L_{|A^0(i)|}^{n-1}$  и  $A^1(i) = L_{|A^1(i)|}^{n-1}$ , то  $A = L_a^n$ , или же  $A = L_{2^{n-1}-1}^n \cup a_{2^{n-1}-1}$ .

Лемма 3. Рассмотрим произвольные стандартные размещения  $A$  и  $B$ , мощностей  $a$  и  $b$  соответственно. Если  $a \geq b$ ,

$$a = \sum_{i=0}^k C_n^i + \delta_1, \quad 0 \leq \delta_1 < C_n^{k+1}, \quad b = \sum_{i=0}^l C_n^i + \delta_2, \quad 0 \leq \delta_2 < C_n^{l+1},$$

$A_0$  и  $B_0$  новые стандартные размещения, для которых

$$1) |A_0| = \sum_{i=0}^k C_n^i + \delta_1 + \delta_2 \text{ и } |B_0| = \sum_{i=0}^l C_n^i \text{ при } \delta_1 + \delta_2 \leq C_n^{k+1}, \text{ и}$$

$$2) |A_0| = \sum_{i=0}^{k+1} C_n^i \text{ и } |B_0| = \sum_{i=0}^l C_n^i + (\delta_1 + \delta_2 - C_n^{k+1}) \text{ при } \delta_1 + \delta_2 > C_n^{k+1},$$

то  $|\Gamma(A_0)| + |\Gamma(B_0)| \leq |\Gamma(A)| + |\Gamma(B)|$ .

II. Доказанные свойства стандартного размещения вершин  $n$ -мерного единичного куба  $E^n$  позволяют сформулировать теорему о его оптимальности.

Теорема 1. Для произвольного  $a$ ,  $0 \leq a < 2^n$  стандартное размещение  $L_a^n$  обладает минимальным числом  $|\Gamma(a)|$  граничных точек\*.

Приведем доказательство этой теоремы, индукцией, относительно параметра  $n$ . Это доказательство представляет собой удобный подход к решению задач рассматриваемого типа и его полезно сопоставить с (4). В ней также проявляются некоторые стороны доказательств последующих результатов (теоремы 2–5).

Рассмотрим произвольное подмножество  $A \subseteq E^n$ ,  $|A| = a$ . Если для каждого  $i$ ,  $1 \leq i \leq n$   $A^0(i) = L_{|A^0(i)|}^{n-1}$  и  $A^1(i) = L_{|A^1(i)|}^{n-1}$ , то согласно лемме 2  $A = L_a^n$ , или  $A = L_{\frac{a}{2^{n-1}-1}}^n \cup \alpha_{\frac{a}{2^{n-1}+1}}$ . Не трудно убедиться, что в обоих случаях  $|\Gamma(A)| \geq |\Gamma(L_a^n)|$ .

В противном случае рассмотрим такую координату  $x_i$ ,  $1 \leq i \leq n$ , для которого имеет место хотя бы одно из следующих неравенств —  $A^0(i) \neq L_{|A^0(i)|}^{n-1}$  и  $A^1(i) \neq L_{|A^1(i)|}^{n-1}$ . Рассмотрим разбиение  $A = A^0(i) \cup A^1(i)$  подмножества  $A \subseteq E^n$ , и заменим подмножества  $A^0(i)$  и  $A^1(i)$  в подкубах  $E_0^n(i)$  и  $E_1^n(i)$  на  $L_{|A^0(i)|}^{n-1}$  и  $L_{|A^1(i)|}^{n-1}$  соответственно. В результате такого преобразования мы переходим к такому подмножеству  $A_1 \subseteq E^n$ , для которого  $|A_1| = |A| = a$  и  $|\Gamma(A_1)| \leq |\Gamma(A)|$ .

Действительно, не нарушая общности можно предположить, что  $|A^0(i)| \geq |A^1(i)|$ , и пусть  $v = |A^0(i)| - |A^1(i)| \geq 0$ . Очевидно, что для числа граничных вершин подмножества  $A_1 \subseteq E^n$  справедливо соотношение

$$|\Gamma(A_1)| = |\Gamma(A_1^0(i))| + |\Gamma(A_1^1(i))| + b_0,$$

где  $b_0$  число тех внутренних точек подмножества  $A_1^0(i)$  (в подкубе  $E_0^n(i)$ ), проекции которых по направлению  $x_i$  не принадлежат множеству  $A_1^1(i)$ . Если  $b_0 = 0$ , то

\* Как стало известно авторам после завершения работы, доказательство теоремы 1. проведенное иным методом, дано в (4).

$$|\Gamma(A)| \geq |\Gamma(A^0(i))| + |\Gamma(A^1(i))| > |\Gamma(A_1^0(i))| + |\Gamma(A_1^1(i))| = |\Gamma(A_1)|.$$

Когда же  $b_0 > 0$ , то  $\varepsilon = -|\Gamma(A_1^0(i))| + b_0$  и  $|\Gamma(A)| \geq |\Gamma(A^1(i))| + |A^0(i)| - |A^1(i)|$ . Согласно индуктивному предположению  $|\Gamma(A^1(i))| \geq |\Gamma(A_1^1(i))|$ , в силу чего

$$|\Gamma(A)| \geq |\Gamma(A_1^1(i))| + \varepsilon = |\Gamma(A_1^1(i))| - |\Gamma(A_1^0(i))| + b_0 = |\Gamma(A_1)|.$$

Приведенные рассуждения в том случае, когда исходное множество  $A$  — оптимально, позволяет заключить, что построенное посредством „сжатия“ подмножество  $A_1 \subseteq E^n$  — тоже оптимально.

По аналогии с рассмотренным случаем, исходя из множества  $A_1$ , если  $A_1 \neq L_a^n$  или  $L_{2^{n-1}-1}^n \cup \alpha_{2^{n-1}+1}$ , можно построить новое множество  $A_2$ ,  $|A_2| = |A_1| = a$  и  $|\Gamma(A_2)| \leq |\Gamma(A_1)|$ . В общем случае мы построим последовательность  $A = A_0, A_1, \dots, A_p, \dots, A_p \subseteq E^n$ , где  $|A_p| = a$  и  $|\Gamma(A_{p+1})| \leq |\Gamma(A_p)|$ ,  $p = 0, 1, \dots$ . В силу того, что на каждом шаге преобразований некоторые точки  $A_p$  заменяются на такие точки, которые предшествуют прежним — в последовательности  $L^n$  следует, что указанная последовательность подмножеств  $A_p$  конечная. Ясно, что по лемме 2 последнее подмножество  $A_p$  этой последовательности совпадает с  $L_a^n$ , или же с  $L_{2^{n-1}-1}^n \cup \alpha_{2^{n-1}+1}$  откуда, в силу произвольности выбора подмножества  $A \subseteq E^n$  следует, что  $|\Gamma(L_a^n)| = \Gamma(a)$ .

Общий ход доказательства теоремы позволяет сформулировать следующее утверждение.

**Лемма 4.** Для произвольного подмножества  $A \subseteq E^n$  и направления  $x_i$ ,  $1 \leq i \leq n$  если  $B = L_{|A \cap \{0\}}^{n-1} \cup L_{|A \cap \{1\}}^{n-1}$ , то  $|\Gamma(B)| \leq |\Gamma(A)|$ .

Специальное строение стандартного размещения позволяет найти простой вид для функции  $\Gamma(a)$ . Действительно, рассмотрим стандартное размещение  $A$  мощности (1). Исходя из индуктивного определения стандартного размещения легко убедиться, что справедливо следующее представление для числа  $\delta$ :

$$\delta = C_{n-m_1}^{k-m_1+1} + C_{n-m_2}^{k-m_2+2} + \dots + C_{n-m_r}^{k-m_r+r}, \quad (2)$$

где  $1 \leq m_1 < m_2 < \dots < m_r < n$ . Согласно этому представлению число  $p_k(\delta)$  — всех внутренних точек стандартного размещения  $A$ , принадлежащих  $k$ -ому слою  $E^n$  выражается в следующем виде.

$$p_k(\delta) = C_{n-m_1}^{k-m_1} + C_{n-m_2}^{k-m_2+1} + \dots + C_{n-m_r}^{k-m_r+r-1} \quad (3)$$

Согласно теореме 1 и выписанным формулам (1), (2), (3) имеет место

$$\text{Теорема 2. } \Gamma(a) = C_n^k + \delta - p_k(\delta).$$

Утверждение теоремы 1 оказывается полезным в решении следующей задачи, рассмотренной в (2). Для произвольных целых чисел  $a$  и  $b$ ,  $1 \leq a, b \leq 2^n$  ищутся такие подмножества  $A$  и  $B$   $n$ -мерного единичного куба  $E^n$ ,  $|A| = a$ ,  $|B| = b$ , для которых расстояние между

ними, определяемое формулой  $R(A, B) = \min_{\alpha \in A, \beta \in B} \rho(\alpha, \beta)$  максимально, то есть  $R(A, B) = R(a, b) = \max_{|U|=a, |V|=b} R(U, V)$ .

**Теорема 3.** Для произвольных целых чисел  $a$  и  $b$ ,  $1 \leq a, b \leq 2^n$ ,  $R(a, b) = R(L_a^n, T_b^n)$ .

$R(a, b)$  легко выразить через  $a$  и  $b$ , используя для них представления (1) и (2).

Рассмотренный дискретный аналог классической изопериметрической задачи в отличие от последней имеет не единственное решение. В этом легко убедиться на самых простых примерах. Дело в том, что в определенных ситуациях некоторое увеличение количества рассматриваемых точек, даже при оптимальном их размещении не создает новых внутренних точек и тогда ясно, что последние точки могли бы быть размещены и произвольным образом.

**Теорема 4.** Для произвольного оптимального подмножества  $A$  мощности (1) и произвольного номера  $i$ ,  $1 \leq i \leq n$

$$\min(|A^0(i)|, |A^1(i)|) \geq \sum_{l=0}^{i-1} C_{n-1}^l.$$

Это утверждение приводит нас к следующему заключению.

**Теорема 5.** Каждое оптимальное подмножество  $A$  мощности (1) содержит некоторый шар радиуса  $k$ .

**Следствие 1.** При  $\delta = 0$  единственным оптимальным размещением мощности (1) является шар  $S_k^n(\alpha)$ ,  $\alpha \in E^n$ .

Таким образом, в теореме 5 в точности до последних  $\delta$  точек описываются все решения дискретной изопериметрической задачи. Более полное описание этих решений связано с серьезными трудностями. Мы здесь остановимся на одном специальном классе решений, которые связаны с известной в комбинаторике теоремой Краскала — Катаны о „плотной упаковке“ подмножеств конечного множества.

Итак, мы выделяем такие решения изопериметрической задачи, для которых существует такая точка  $\alpha \in E^n$ , что  $S_k^n(\alpha) \subseteq A \subseteq S_{k+1}^n(\alpha)$ . В этих условиях утверждение теоремы 1 представляется следующим образом.

Не нарушая общности примем, что  $\alpha = \vec{0}$ . Обозначим через  $L_k^n(k+1)$  начальный отрезок длины  $\delta$   $k+1$ -го слоя  $E^n$ . Пусть для произвольного  $A \subseteq E_{k+1}^n$   $H(A)$  подмножество всех тех вершин из  $E_{k+1}^n$ , которые сравнимы с элементами из  $A$ . Тогда имеет место (3)

**Следствие 2.** Множество  $H(L_k^n(k+1))$  для каждого  $\delta, 0 \leq \delta \leq C_k^{k+1}$  обладает минимальной мощностью по сравнению со всеми  $H(A)$ ,  $A \subseteq E_{k+1}^n, |A| = \delta$ .

Դիսկրետ իզոպերիմետրիկ խնդրի լուծումը

Աշխատանքում դիտարկվում է կլասիկ իզոպերիմետրիկ խնդրի դիսկրետ տարրերակրու ևկացուցվում է, որ  $n$ -չափանի միավոր խորանարդի զագաթների բառարանային կարգավորվածության վերջնահատվածներն իրենցից ներկայացնում են դիսկրետ իզոպերիմետրիկ խնդրի լուծումներու Ստացվում է լուծումների սյարամետրերի («ծավալ» և «սպարադիծ») կայրու ևկացուցվում է, որ տված «ծավալի» դեպքում խնդրի բոլոր լուծումները սյարունակում են մոտակա հնարավոր ամենամեծ շառավղով գունդ՝ Հեմինգյան հեռավորութունով: Որպես կարևոր կիրառութուններ նշում են տված հզորութուններով մաքսիմալ հեռացված ենթաբազմութունների կառուցման, ինչպես նաև վերջավոր բազմության ենթաբազմութունների հատուկ ընտանիքների սսեղմ դասավորման» խնդիրները:

ЛИТЕРАТУРА — ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

<sup>1</sup> В. Бляшке, Круг и шар, М., 1967. <sup>2</sup> Р. Г. Нигматуллин, Некоторые метрические соотношения в единичном кубе, Дискретный анализ, вып. 9, 47—58, 1967. <sup>3</sup> П. Эрдеш, Дж. Спенсер, Вероятностные методы в комбинаторике (дополнение), М., 1976. <sup>4</sup> L. H. Harper, Optimal numberings and isoperimetric problems on graphs, J. Combin. Theory, 1, 385—393, 1966.

УДК 519.46

МАТЕМАТИКА

О. М. Хосровян

О комплексных однородных пространствах с двумя  
 концами

(Представлено чл.-корр. АН Армянской ССР Р. А. Александрияном 2/IX 1977)

В работе описываются однородные пространства  $G/U$  полупростых комплексных групп Ли  $G$  со связной комплексной стационарной подгруппой  $U$ , имеющие два конца в смысле Фрейденталя. Это условие равносильно тому, что  $G/U$  гомеоморфно  $K/L \times R$ , где  $K \subset G$ ,  $L \subset U$  — максимальные компактные подгруппы <sup>(1)</sup>. В случае, когда  $U$  — алгебраическая подгруппа, задача описания таких подгрупп была решена Д. Н. Ахнезером <sup>(2)</sup>.

Будем обозначать связные группы Ли заглавными, а алгебры Ли — соответствующими малыми латинскими буквами.

Пусть  $g$  — полупростая комплексная алгебра Ли. Подалгебра  $p \subset g$  называется параболической, если она содержит максимальную разрешимую подалгебру. Хорошо известно, что параболические подалгебры в  $g$  сопряжены стандартным параболическим подалгебрам, которые строятся следующим образом: пусть  $h \subset g$  — подалгебра Картана,  $\Sigma$  — система корней,  $g^\alpha$  — корневые подпространства и  $\pi$  — система простых корней. Тогда стандартная параболическая подалгебра  $p$  определяется подмножеством  $\Gamma \subset \pi$  и имеет вид  $p = s_\Gamma + c_\Gamma + n_\Gamma$ , где  $s_\Gamma$  — полупростая подалгебра,  $s_\Gamma + c_\Gamma$  — редуکتивная подалгебра, а  $n_\Gamma$  — нильпотентный радикал в  $p$ , причем  $n_\Gamma = \sum_{\alpha \in \Sigma_+} g^\alpha$ .

где  $\Sigma_+$  — система положительных корней, не выражающихся через  $\Gamma$ ,  $c_\Gamma = \{x \in h \mid \alpha(x) = 0 \ (\alpha \in \Gamma)\}$ ,  $s_\Gamma$  порождается подпространствами  $g^\alpha$ , где  $\alpha$  выражаются через  $\Gamma$ . Соответствующие подгруппы в полупростой группе  $G$  также называются параболическими. Через  $e$  будет в дальнейшем обозначать некоторый ненулевой вектор из  $g^\alpha$ .

Пусть  $U$  — алгебраическая подгруппа в  $G$ .

Тогда:

1)  $G/U$  компактно тогда и только тогда, когда  $U$  — параболическая подгруппа <sup>(3)</sup>.

2)  $G/U$  имеет два конца тогда и только тогда, когда  $U$  содер-

жится в некоторой параболической подгруппе  $P \subset G$  причем  $U = \text{Ker } \gamma$ , где  $\gamma: P \rightarrow \mathbb{C}^*$  — нетривиальный рациональный гомоморфизм (2).

Дадим теперь описание двух классов связанных замкнутых комплексных подгрупп  $U \subset G$  таких, что  $G/U$  имеет два конца.

I. Пусть  $P$  — стандартная параболическая подгруппа в  $G$  и

$$p = s_\Gamma + c_\Gamma + n_\Gamma, \quad (1)$$

где  $\Gamma \subset \pi$ . Выберем в  $C_\Gamma$  связную замкнутую комплексную подгруппу  $B$  так, чтобы  $C_\Gamma/B$  имело два конца. Положим  $U = S_\Gamma B N_\Gamma$ . Тогда  $U$  — связная комплексная подгруппа в  $P$  и  $P/U \cong C_\Gamma/B$  имеет два конца. Поскольку  $G/P$  компактно,  $G/U$  имеет два конца (3). Из упомянутого выше результата Д. Н. Ахиезера следует, что всякая связная алгебраическая подгруппа  $U \subset G$  такая, что  $G/U$  имеет два конца, сопряжена одной из подгрупп этого класса.

II. Пусть опять  $p$  имеет вид (1). Фиксируем  $\alpha \in \pi \setminus \Gamma$ , при условии, что  $(\alpha, \gamma) = 0$  для всех  $\gamma \in \Gamma$ . Тогда  $\alpha|_{c_\Gamma} \neq 0$ . Пусть  $F$  — связная подгруппа, отвечающая подалгебре  $f = s_\Gamma + c_{\Gamma U(\alpha)} + n_\Gamma$ . Из предыдущего пункта I ясно, что  $G/F$  имеет два конца, так как  $C_\Gamma/C_{\Gamma U(\alpha)} \cong \mathbb{C}^*$  имеет два конца. Далее  $q = c_{\Gamma U(\alpha)} + \mathfrak{g}^*$  — абелева подалгебра. Положим  $m = \sum_{\beta \in \Sigma_+ \setminus \{\alpha\}} \mathfrak{g}^\beta$ . Тогда  $f = s_\Gamma + q + m$ , причем  $[q, m] \subset m$ . Легко дока-

зать, что

$$[s_\Gamma, q + m] \subset m. \quad (2)$$

Выберем в абелевой подгруппе  $Q \subset G$  такую связную замкнутую комплексную подгруппу  $B$ , чтобы  $Q/B$  было компактно, причем  $e, \bar{e} \in B$  и положим  $u = s_\Gamma + b + m$ . Из соотношения (2) следует, что  $[s_\Gamma, b + m] \subset m$ . Следовательно,  $u$  — подалгебра в  $\mathfrak{g}$ , а  $b + m$  и  $m$  — идеалы в  $u$ . Отсюда следует, что  $U = S_\Gamma B M$  — связная замкнутая комплексная подгруппа. Легко заметить, что  $F/U$  диффеоморфно компактной группе  $Q/B$ . Значит,  $G/U$  имеет два конца (3). Из условия  $e, \bar{e} \in B$  вытекает, что подгруппа  $U$  не есть подгруппа класса I. Подгруппы  $B \subset C_\Gamma$  и  $B \subset Q$ , удовлетворяющие требуемым условиям, можно описать с помощью следствия сформулированной ниже теоремы 2. Основной наш результат состоит в следующем.

**Теорема 1.** Если  $U \subset G$  — связная замкнутая комплексная подгруппа и  $G/U$  имеет два конца, то  $U$  сопряжена одной из подгрупп классов I и II.

Доказательство теоремы I основано на рассмотрении алгебраического замыкания  $\hat{U}$  подгруппы  $U$ . Возможны два случая (3):

- 1)  $G/\hat{U}$  компактно,  $\hat{U}/U$  имеет два конца.
- 2)  $G/\hat{U}$  имеет два конца,  $\hat{U}/U$  компактно.

В первом случае  $\hat{U}$  параболична, и легко доказывається, что  $U$  сопряжена подгруппе класса I. Во втором случае к подгруппе  $\hat{U}$  можно применить результат Д. Н. Ахизера (<sup>2</sup>). Из него выводится, что  $U$  сопряжена или подгруппе класса I, или подгруппе класса II.

Пусть  $G$  — связная вещественная абелева группа Ли. Тогда известно, что  $G = T \times V$ , где  $T \cong T^n$  ( $n$  — мерный тор) — максимальная компактная подгруппа, а  $V \cong \mathbb{R}^m$  — векторная часть. Пусть  $\exp: g \rightarrow G$  — экспоненциальное отображение. Каждое подпространство  $u \subset g$  определяет связную абелеву подгруппу  $U = \exp u$ . Выясним, в каком случае подгруппа  $U$  замкнута, и найдем в этом случае строение фактор-группы  $G/U$ . Рассмотрим ограничение  $\exp: t \rightarrow T$  и обозначим  $\Gamma = \text{Ker}(\exp|_t)$ .

**Теорема 2.** Для того, чтобы  $U$  была замкнута в  $G$ , необходимо и достаточно, чтобы  $u \cap t$  имела базис, принадлежащий  $\Gamma$ . При этом  $G/U \cong T^p \times \mathbb{R}^q$ , где  $p = n - i$ ,  $q = m + i - \dim u$ , если положить  $i = \dim(u \cap t)$ .

Рассмотрим теперь случай, когда  $G$  — связная комплексная абелева группа Ли, а  $u$  — комплексное подпространство в  $g$ . Тогда  $U = \exp u$  — связная комплексная абелева подгруппа Ли в  $G$ . Разберем простейший пример, когда  $G = C^{*n} \times C^m$ . В этом случае  $g = C^n \times C^m = \mathbb{C}^{n+m}$ . Из теоремы 2 вытекает

**Следствие.** Пусть  $u \subset g = C^{n+m}$  — комплексное подпространство. Для того, чтобы  $U = \exp u$  была замкнута в  $G = C^{*n} \times C^m$  необходимо и достаточно, чтобы  $u \cap \mathbb{R}^n$  имело над  $\mathbb{R}$  базис вида  $2\pi i \gamma_1, \dots, 2\pi i \gamma_i$ , где  $\gamma_j \in \mathbb{Z}^n$ . При этом  $G/U \cong T^p \times \mathbb{R}^q$  (как вещественные группы Ли), где  $p = n - i$ ,  $q = n + 2m + i - 2 \dim_{\mathbb{C}} u$ .

В заключение приношу благодарность А. Л. Ошицику за внимание к этой работе.

Ереванский политехнический институт им. К. Маркса

## Հ. Մ. ԿՈՍՏՐՈՎՅԱՆ

Երկու ծայր ունեցող կոմպլեքս համասեռ տարածությունների մասին

Հոդվածում ուսումնասիրվում են Ֆրեյդենտալի իմաստով երկու ծայր ունեցող համասեռ տարածությունները:

Նկարագրված են  $G$  կոմպլեքս կիսասյարդ լիի խմբի բոլոր կապակցված կոմպլեքս ստացիոնար  $U$  ենթախմբերը, որոնց դեպքում  $G/U$  համասեռ տարածություններն ունեն երկու ծայր Ֆրեյդենտալի իմաստով: Նկարագրված են նաև նույն պայմանին բավարարող բոլոր կապակցված փակ  $U$  ենթախմբերը, երբ  $G$ -ն իրական արելյան և կոմպլեքս արելյան լիի խումբ է:

## ЛИТЕРАТУРА — ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

- <sup>1</sup> A. Borel, Les bouts des espaces homogènes de groupes de Lie, Ann. Math. 58, 153 443—457 (1953). <sup>2</sup> Д. Н. Ахизер, Известия АН СССР. Сер. матем., 41 309—324 (1977). <sup>3</sup> А. Борель, Ж. Титс, Редуктивные группы, Математика, II, № 1, 13—111 (1967).

УДК 517.55

МАТЕМАТИКА

А. Е. Автисян

К теории интегральных преобразований  
 М. М. Джрбашяна

(Представлено чл.-корр. АН Армянской ССР Н. Аракелянном 21/IX 1977)

В работе М. М. Джрбашяна и автора (1) был введен класс функций  $H_2[a; \omega]$  ( $\frac{1}{2} < a < +\infty, -1 < \omega < 1$ ). Это совокупность функций, голоморфных в области

$$\Delta(\alpha) = \left\{ z : |\arg z| < \frac{\pi}{2\alpha}, 0 < |z| < \infty \right\}$$

и удовлетворяющих условию

$$\int_0^{\infty} |F(re^{i\varphi})|^2 r^\omega dr \leq M_F < +\infty \quad |\varphi| < \frac{\pi}{2\alpha}, \quad (1)$$

где  $M_F$  не зависит от  $\varphi$ . Там же была установлена следующая теорема (теорема 3 стр. 408).

Теорема А. Если  $F(z) \in H_2[a; \omega]$ , то для любого  $\rho > \frac{a}{2a-1}$

$\mu = \frac{1+\rho+\omega}{2\rho}$  справедливо интегральное представление

$$F(r^{1/\rho} e^{i\varphi}) r^{\omega-1} = \frac{d}{dr} \left\{ r^\mu \int_0^{\infty} E_\rho(r^{1/\rho} e^{i\varphi} z^{1/\rho} e^{i(1/2+1/\rho)\pi/2}; \mu+1) z^{\mu-1} v_{(-)}(z) dz \right\} + \\ + \frac{d}{dr} \left\{ r^\mu \int_0^{\infty} E_\rho(r^{1/\rho} e^{i\varphi} z^{1/\rho} e^{-i(1/2+1/\rho)\pi/2}; \mu+1) z^{\mu-1} v_{(+)}(z) dz \right\}. \quad (2)$$

Для всех  $|\varphi| \leq \pi/2\alpha$ , где почти всюду на  $(0, \infty)$

$$v_{(\pm)}(z) = \frac{e^{\pm i \frac{\pi}{2}(1-\mu)}}{2\pi\rho} \frac{d}{dz} \int_0^{\infty} \frac{e^{t^{1/\rho}} - 1}{\pm t} F(t^{1/\rho} e^{\pm i\pi/2\alpha}) t^{\mu-1} dt \in L_2(0, \infty). \quad (3)$$

При этом для  $|\varphi| = \pi/2\alpha$  равенство (2) имеет место почти всюду на  $(0, \infty)$ , а для  $z \in \Delta(z)$  его можно записать в виде

$$F(z) = \int_0^{\infty} E_{\rho} (ze^{i(1/\alpha - 1/\rho)\tau/2} \tau^{1/\rho}; \mu) \tau^{\omega-1} v_{(-)}(\tau) d\tau + \\ + \int_0^{\infty} E_{\rho} (ze^{-i(1/\alpha + 1/\rho)\tau/2} \tau^{1/\rho}; \mu) \tau^{\omega-1} v_{(+)}(\tau) d\tau, \quad (4)$$

где интегралы справа сходятся абсолютно.

Далее была доказана (стр. 414, теорема 4)

Теорема Б. Если  $F(z)$  определяется по формуле (4), где  $v_{(\pm)}(\tau)$  — произвольные функции из  $L_2(0, \infty)$ , а параметры  $\rho, \alpha, \omega, \mu$  имеют прежние значения, то она принадлежит классу  $H_2[x; \omega]$ .

Однако из формулы (4) произвольные функции  $v_{(\pm)}(\tau) \in L_2(0, \infty)$  не определяются по формулам (3). Оказывается, что представление функции класса  $H_2[x; \omega]$  не единственно, т. е. ту же функцию  $F(z)$  из класса  $H_2[x; \omega]$  в области  $\Delta(z)$  можно представить по формуле типа (4), но с другими функциями  $v_{(\pm)}^*(\tau) \in L_2(0, \infty)$ . Поэтому невозможно восстановить функции  $v_{(\pm)}(\tau)$  по значениям  $F(z)$  в области  $\Delta(z)$ .

Естественно возникает вопрос: какие дополнительные данные нужны для восстановления функций  $v_{(\pm)}(\tau) \in L_2(0, \infty)$ ?

В настоящей заметке дается ответ на поставленный вопрос. Далее полученный результат обобщается на случай, когда число слагаемых интегралов в преобразовании типа (4) больше двух. И в заключение приводится теорема о расщеплении функции интегрируемой с квадратом на заданной конечной системе лучей, исходящих из начала координат.

1°. Пусть  $v_{(\pm)}(\tau)$  — произвольные функции из класса  $L_2(0, \infty)$ .

Рассмотрим функцию

$$F(z) = \int_0^{\infty} E_{\rho} (ze^{i(1/\alpha + 1/\rho)\tau/2} \tau^{1/\rho}; \mu) \tau^{\omega-1} v_{(-)}(\tau) d\tau + \\ + \int_0^{\infty} E_{\rho} (ze^{-i(1/\alpha + 1/\rho)\tau/2} \tau^{1/\rho}; \mu) \tau^{\omega-1} v_{(+)}(\tau) d\tau \quad (5)$$

где  $\rho > \frac{2\alpha}{2\alpha-1}$ ,  $\mu = \frac{1 + \rho + \omega}{2\rho}$ ,  $-1 < \omega < 1$

Как известно (\*) определенная формулой (5) функция  $F(z)$  голоморфна в областях  $\Delta_1$  и  $\Delta_2$ :

$$\Delta_1 = \Delta(z) = \left\{ z; |\arg z| < \frac{\pi}{2\alpha}, 0 < |z| < \infty \right\}$$

$$\Delta_2 = \left\{ z; |\arg z| > \frac{\pi}{2\alpha} + \frac{\pi}{\rho}, \quad 0 < |z| < \infty \right\}$$

и удовлетворяет условиям

$$\int_0^{\infty} |F(re^{i\varphi})|^2 r^{-\rho} dr < M_r < \infty,$$

где  $|\varphi| < \frac{\pi}{2\alpha}$  и  $|\varphi| > \frac{\pi}{2\alpha} + \frac{\pi}{\rho}$  ( $M_r$  — не зависит от  $\varphi$ ). Это мы кратко запишем так:  $F(z) \in H_{2, \rho}(\Delta_1)$  и  $F(z) \in H_{2, \rho}(\Delta_2)$ .

Следующая теорема дает фактически формулу обращения для (5).

**Теорема 1.** Если по произвольным функциям  $v_{(\pm)}(\tau)$  из класса  $L_1(0, \infty)$  составить функцию

$$F(z) = \int_0^{\infty} E_{\rho}(ze^{i(\alpha+1)\pi/2}\tau^{1/\rho}; \mu) \varphi^{-1} v_{(-)}(\tau) d\tau + \\ + \int_0^{\infty} E_{\rho}(ze^{-i(\alpha+1)\pi/2}\tau^{1/\rho}; \mu) \varphi^{-1} v_{(+)}(\tau) d\tau,$$

где

$$\rho > \frac{2\alpha}{2\alpha-1}, \quad \mu = \frac{1+\rho+\omega}{2\rho}, \quad -1 < \omega < 1,$$

то почти всюду на  $(0, \infty)$  справедливы следующие формулы обращения

$$v_{(-)}(\tau) = \frac{e^{-i\frac{\pi}{2}(1-\rho)}}{2\pi\rho} \frac{d}{d\tau} \int_0^{\infty} \frac{e^{-it} - 1}{-it} F(t^{1/\rho} e^{-i\frac{\pi}{2}}) t^{\rho-1} dt + \\ + \frac{e^{i\frac{\pi}{2}(1-\rho)}}{2\pi\rho} \frac{d}{d\tau} \int_0^{\infty} \frac{e^{it} - 1}{it} F(t^{1/\rho} e^{-i(\pi/2+\alpha)}) t^{\rho-1} dt,$$

$$v_{(+)}(\tau) = \frac{e^{i\frac{\pi}{2}(1-\rho)}}{2\pi\rho} \frac{d}{d\tau} \int_0^{\infty} \frac{e^{it} - 1}{it} F(t^{1/\rho} e^{i\frac{\pi}{2}}) t^{\rho-1} dt + \\ + \frac{e^{-i\frac{\pi}{2}(1-\rho)}}{2\pi\rho} \frac{d}{d\tau} \int_0^{\infty} \frac{e^{-it} - 1}{-it} F(t^{1/\rho} e^{i(\pi/2+\alpha)}) t^{\rho-1} dt.$$

2. Пусть  $v_k(\tau) \in L_1(0, \infty)$ ,  $k = 1, 2, \dots, n$  произвольны. Рассмотрим функцию

$$F(z) = \sum_{k=1}^n \int_0^{\infty} E_{\rho}(ze^{i(\varphi_k + t)}, \mu) t^{-1} v_k(t) dt, \quad (6)$$

где предполагается

$$0 \leq \varphi_1 < \varphi_2 < \dots < \varphi_n < 2\pi$$

и

$$\rho > \frac{\pi}{2} = \max_{1 \leq k \leq n} \left\{ \frac{\pi}{\varphi_{k+1} - \varphi_k} \right\} \quad (\varphi_{n+1} = \varphi_1 + 2\pi).$$

Тогда формула (6) определяет, вообще говоря, разные аналитические функции в угловых областях  $\Delta_k$  ( $k=1, 2, \dots, n$ ):

$$\Delta_k = \left\{ z; \varphi_k + \frac{\pi}{2\rho} < \text{Arg } z < \varphi_{k+1} - \frac{\pi}{2\rho}, \quad 0 < |z| < \infty \right\}.$$

При этом  $F(z) \in H_{2\rho}(\Delta_k)$   $k=1, 2, \dots, n$ .

При сделанных предположениях относительно  $\varphi_k$  ( $k=1, 2, \dots, n$ ) и  $\rho$ , верна

**Теорема 2.** Если для произвольных функций  $v_k(t) \in L_1(0, \infty)$  ( $k=1, 2, \dots, n$ ) составить функцию

$$F(z) = \sum_{k=1}^n \int_0^{\infty} E_{\rho}(ze^{i(\varphi_k + t)}, \mu) t^{-1} v_k(t) dt,$$

где  $\mu = \frac{1+\rho+\omega}{2\rho}$ ,  $-1 < \omega < 1$ , то почти всюду на  $(0, \infty)$  справедливы следующие формулы обращения  $k=1, 2, \dots, n$

$$\begin{aligned} v_k(t) = & \frac{e^{i\frac{\pi}{2}(1-\omega)}}{2\pi\rho} \frac{d}{d\tau} \int_0^{\infty} \frac{e^{it} - 1}{it} F(t^{1/\rho} e^{i(\varphi_k + \tau)}) t^{\rho-1} dt + \\ & + \frac{e^{-i\frac{\pi}{2}(1-\omega)}}{2\pi\rho} \frac{d}{d\tau} \int_0^{\infty} \frac{e^{-it} - 1}{-it} F(t^{1/\rho} e^{i(\varphi_k - \tau)}) t^{\rho-1} dt. \end{aligned}$$

3°. Пусть  $\Gamma$  означает совокупность лучей  $\arg z = \varphi_k$ ,  $k=1, 2, \dots, n$ ,  $0 \leq \varphi_1 < \varphi_2 < \dots < \varphi_n < 2\pi$ , исходящих из начала координат.  $\Gamma$  разбивает плоскость на  $n$  угловых областей  $D_k$ ,  $k=1, 2, \dots, n$ :

$$D_k = \{z; \varphi_k < \text{Arg } z < \varphi_{k+1}; \quad 0 < |z| < \infty\} \quad (\varphi_{n+1} = \varphi_1 + 2\pi).$$

Пусть  $U(\cdot)$  произвольная функция из класса  $L_{2\rho}(\Gamma)$  ( $-1 < \omega < 1$ ), т. е. определена на системе лучей  $\Gamma$  и удовлетворяет условию

$$\int_{\Gamma} |U(\cdot)| |r|^{-\omega} |d\tau| = \sum_{k=1}^n \int_0^{\infty} |U(re^{i\varphi_k})| \rho r^{\rho-1} dr < \infty.$$

Обозначим через  $H_{2,-\infty}(D_k)$  ( $k=1, 2, \dots, n$ ) класс функций  $g(z)$ , голоморфных в области  $D_k$  и удовлетворяющих условию

$$\int_0^{\infty} |g(re^{i\varphi})|^2 r^{-\alpha} dr < M < \infty, \quad \varphi_k < \varphi < \varphi_{k+1}. \quad (7)$$

Известно (<sup>1,2</sup>), что функции класса  $H_{2,-\infty}(D_k)$  почти всюду имеют граничные значения  $g(re^{i\varphi_k})$  и  $g(re^{i\varphi_{k+1}})$ , которые также удовлетворяют условию (7). Следующая теорема является следствием теоремы 2.

**Теорема 3.** Для данной системы  $\Gamma$  и данной функции  $U(\cdot) \in L_{2,-\infty}(\Gamma)$  существует единственный набор функций  $g_k(z) \in H_{2,-\infty}(D_k)$ , таких что

$$U(re^{i\varphi_k}) = g_{k-1}(re^{i\varphi_k}) - g_k(re^{i\varphi_k})$$

$$(k=2, 3, \dots, n+1, g_{n+1}(z) \equiv g_1(z)).$$

Отметим, что при  $n=2$  утверждение теоремы 3 фактически содержится в совместной работе С. А. Акопяна и И. О. Хачатряна (<sup>3</sup>).

Ереванский институт народного хозяйства

Ա. Ի. ԱՎԵՏԻՍՅԱՆ

Մ. Մ. Զրբաշյանի ինտեգրալ ձևափոխությունների տեսության մասին

Ներկա աշխատանքում, որոշակի պայմանների դեպքում, տրվում է Մ. Մ. Զրբաշյանի և հեղինակի կողմից դիտարկված (<sup>1</sup>) ձևափոխության համար շրջման բանաձև, երբ  $\mathcal{D}(\pm)(z)$  ֆունկցիաները կամայական են  $L_2(0, \infty)$  դասից: Այնուհետև այդ արդյունքն ընդհանրացվում է այն դեպքի համար, երբ գումարելիների թիվը (<sup>2</sup>) տիպի ձևափոխության մեջ երկուսից ավելի է: Վերջում բերվում է մի կետից ելնող ճանապարհների սիստեմի վրա տված և քառակուսով ինտեգրելի (թույլ կշռով) ֆունկցիաների տրոհման մասին թեորեմ:

ЛИТЕРАТУРА — ԿՐԱԿԱՆՈՒՅՈՒՆ

<sup>1</sup> М. М. Джрбашян, А. Е. Аветисян, Сиб матем ж., 1, № 3, 383—426 (1960).

<sup>2</sup> М. М. Джрбашян, Интегральные преобразования и представления функций в комплексной области, «Наука», М., 1966. <sup>3</sup> С. А. Акопян, И. О. Хачатрян, «Известия АН СССР», матем. сер., т. 40, № 1, 96—114 (1976)

УДК 517.5

МАТЕМАТИКА

К. С. Казарян

О базисах и безусловных базисах в весовых пространствах  
 $L^p, 1 \leq p < \infty$

(Представлено чл.-корр. АН Армянской ССР А. А. Талаляном 21/Х 1977)

В настоящей работе исследуется вопрос об описании положительных, абсолютно непрерывных мер  $\mu$ , для которых в пространствах  $L^p(d\mu)$  классические ортонормированные системы или их подсистемы являются базисами, безусловными базисами.

В этом направлении некоторые результаты были получены ранее (1,2). Как легко видеть, вопрос о получении базиса в пространстве  $L^p$  умножением системы функций  $\{\varphi_n\}$  на функцию  $M(x)$  после обозначения  $|M|^p = \psi$  сводится к вопросу о базисности системы  $\{\varphi_n\}$  в пространстве  $L^p[\psi dx]$ . Прежде чем изложить результаты настоящей работы приведем одну интересную теорему Р. Ханта, Б. Макенхаупта и Р. Уидена (см. (3), стр. 245), которую можно сформулировать в следующей форме.

**Теорема (НМВ).** Для того, чтобы тригонометрическая система была базисом в пространстве  $L^p[\psi dx]$ ,  $1 < p < \infty$ , где  $\psi(x)$  — положительная функция определенная на сегменте  $[0, 2\pi]$ , необходимо и достаточно, чтобы существовала абсолютная константа  $k_p > 0$  такая, что для любого интервала  $I$ ,  $I \subset [0, 2\pi]$  имеет место следующее неравенство

$$(A_p) \quad \left| \frac{1}{|I|} \int_I \psi(x) \right| \left| \left[ \frac{1}{|I|} \int_I |\psi(x)|^{-\frac{1}{p-1}} dx \right]^{p-1} \right| \leq k_p$$

где через  $|I|$  обозначена длина интервала  $I$ .

Аналогичный результат имеет место для систем Уолша и Хаара при более слабых условиях на весовую функцию, более того, имеет место следующая теорема.

**Теорема 1.** Пусть  $\{\gamma_n(x)\}_{n=1}^{\infty}$  — система Хаара, и функция  $\psi(x)$  положительна. Тогда следующие условия эквивалентны:

а) существует абсолютная константа  $B_p > 0$  такая, что для любого интервала Хаара  $\Delta = \left(\frac{k}{2^n}, \frac{k+1}{2^n}\right)$ ,  $0 \leq k < 2^n$ ,  $n = 0, 1, \dots$ , имеет место неравенство

$$\left| \frac{1}{|\Delta|} \int_{\Delta} \psi(x) dx \right| \left| \frac{1}{|\Delta|} \int_{\Delta} |\psi(x)|^{-\frac{1}{p-1}} dx \right|^{p-1} \leq B_p;$$

- б) система Хаара является базисом в пространстве  $L^p|\psi dx|$ ;  
 в) система Хаара является безусловным базисом в пространстве  $L^p|\psi dx|$ ;  
 г) система Уолша является базисом в пространстве  $L^p|\psi dx|$ ;  
 д) функция  $|\psi(x)|^{-1}$  принадлежит пространству  $L^{1/p-1}[0, 1]$  и имеет место обобщенное неравенство Пэли

$$c_p \left| \int_0^1 |f(x)|^p \psi(x) dx \right|^{1/p} \leq \left| \int_0^1 \left| \sum_{k=1}^{\infty} a_k^2 \gamma_k^2(x) \right|^{p/2} \psi(x) dx \right|^{1/p} \leq \\ \leq C_p \left| \int_0^1 |f(x)|^p \psi(x) dx \right|^{1/p},$$

где  $a_k = \int_0^1 f(t) \gamma_k(t) dt$ ,  $k = 1, 2, \dots$ , а  $c_p$  и  $C_p$  — положительные

константы зависящие только от  $p > 1$ .

Отметим, что в этой заметке все утверждения о системе Уолша верны как в нумерации Уолша так и в нумерации Пэли. Эквивалентность условий (а) и (б) теоремы 1 следует из теоремы 7\* работы (1). То, что условие (д) следует из условия (а), доказано в работе Р. Ганди и Р. Уидена (4).

Импликация (д)  $\rightarrow$  (в) доказывается по аналогии доказательства безусловной базисности Хаара из неравенства Пэли (6).

Условие (г) следует из условия (в) согласно сформулированной в работе (1) теореме 9.

Отметим, что условие (а) теоремы 1 слабее условия  $(A_p)$ . Действительно, если возьмем

$$\psi(x) = \begin{cases} 1, & \text{при } x \in [0, 1/2] \\ 2^n, & \text{при } x \in (1/2 + 1/2^{n+1}, 1/2 + 1/2^n), n = 1, 2, \dots \end{cases}$$

где  $0 < \alpha < 1$ , то для любого  $p > 1$  условие (а) теоремы 1 имеет место, но если в условии  $(A_p)$  в качестве интервалов  $I$  взять интервалы  $(1/2 - 1/2^n, 1/2 + 1/2^n)$ ,  $n = 1, 2, \dots$ , то левое выражение в неравенстве  $(A_p)$  не будет ограниченным.

Из работы (4) нам стало известно, что И. Хиршманом (7), работа которого к сожалению нам пока не доступна, были рассмотрены

\* Ранее этот результат был опубликован в работе А. С. Крациберга «Тр. Моск. ин-та электрон. машиностр.», вып. 24, 14—21, 1972.

веса  $\psi(x) = |x|^p$ ,  $-1 < x < p-1$ , для которых имеет место условие (д) теоремы 1.

Для подсистем системы Хаара имеет место следующая теорема.

**Теорема 2.** Пусть  $\{\chi_{nk}(x)\}_{k=1}^n$  — система функций Хаара, полученная выбрасыванием из системы Хаара конечного числа функций, функция  $\psi(x) > 0$  почти всюду и  $p > 1$ . Тогда следующие условия эквивалентны:

(а) система  $\{\chi_{nk}(x)\}_{k=1}^n$  является базисом в  $L^p[\psi dx]$

(б) система  $\{\chi_{nk}(x)\}_{k=1}^n$  является безусловным базисом в  $L^p[\psi dx]$ .

Для функции  $\psi(x)$  найдены также необходимые и достаточные условия, чтобы система  $\{\chi_{nk}(x)\}_{k=1}^n$  была базисом и безусловным базисом в пространстве  $L^p[\psi dx]$ ,  $p > 1$ , но сейчас мы не будем подробно на этом останавливаться, а только приведем эти условия для частного случая, когда из системы Хаара удалена первая функция.

**Теорема 3.** Пусть  $\{\chi_n(x)\}_{n=1}^{\infty}$  — система Хаара,  $\psi(x)$  — почти всюду положительная функция и  $p > 1$ .

Тогда следующие условия эквивалентны:

(а') система  $\{\chi_n(x)\}_{n=2}^{\infty}$  является базисом в  $L^p[\psi dx]$ ;

(б') система  $\{\chi_n(x)\}_{n=2}^{\infty}$  является безусловным базисом в  $L^p[\psi dx]$ .

(γ') существует число  $B_p > 0$  и последовательность интервалов Хаара

$$\Delta_0 \supset \Delta_1 \supset \dots \supset \Delta_k \supset \dots, \text{ где } |\Delta_k| = 1/2^k, k = 0, 1, \dots$$

для которых

$$|\psi(x)|^{-1} \in L^{1/p-1}[\Delta_k] \text{ и } |\psi(x)|^{-1} \in L^{1/p-1}[C\Delta_k];$$

$$\left| \frac{1}{|\Delta_k|} \int_{\Delta_k} \psi(x) dx \right| \left| \frac{1}{|C\Delta_k|} \int_{C\Delta_k} |\psi(x)|^{-\frac{1}{p-1}} dx \right|^{p-1} \leq B_p,$$

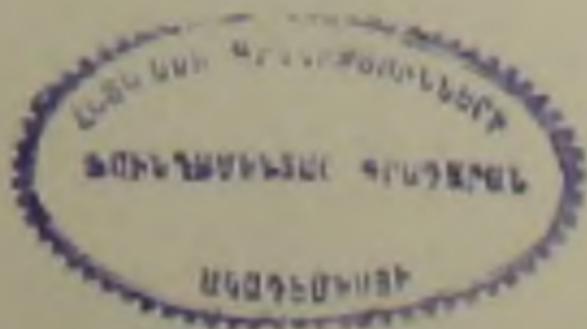
и для любого интервала Хаара  $\Delta$ , который не совпадает ни с одним из интервалов  $\Delta_k$ ,  $k = 0, 1, \dots$

$$\left| \frac{1}{|\Delta|} \int_{\Delta} \psi(x) dx \right| \left| \frac{1}{|\Delta|} \int_{\Delta} |\psi(x)|^{-\frac{1}{p-1}} dx \right|^{p-1} \leq B_p,$$

где  $C\Delta_k = [0, 1] - \Delta_k$  и через  $L^{1/p-1}[\Delta_k]$  обозначено пространство функций, интегрируемых по модулю на интервале  $\Delta_k$  в степени  $1/p-1$  обычной мерой Лебега.

Для подсистем тригонометрической системы и системы Уолша имеет место следующая теорема, доказанная в работе (2).

**Теорема 4.** Пусть  $\{f_n(x)\}_{n=1}^{\infty}$  — система функций полученная из тригонометрической системы или из системы Уолша удалением конечного числа функций.



Тогда, какова бы ни была измеримая почти всюду положительная функция  $\psi(x)$ , система  $\{f_n(x)\}_{n=1}^{\infty}$  не будет базисом ни в одном из пространств  $L^p[\psi dx]$ ,  $1 \leq p < \infty$ .

Из эквивалентности условий (а) и (д) теоремы 1, таким же образом как и у К. Н. Бабенко (<sup>8</sup>) (см. также работу А. М. Олевского (<sup>9</sup>)), получается следующая теорема.

**Теорема 5.** Пусть  $\{W_n(x)\}_{n=1}^{\infty}$  — система Уолша, и  $\psi(x)$  — положительная функция такая, что имеет место условие (а) теоремы 1 для  $p=2$ , тогда если одна из функций  $\psi(x)$  и  $[\psi(x)]^{-1}$  не ограничена, то система функций  $\{M(x)W_n(x)\}_{n=1}^{\infty}$ , где  $M(x)=[\psi(x)]^{1/2}$  является условным базисом в  $L^2[0, 1]$ .

Заметим, что такая же теорема для тригонометрической системы следует из теоремы (НМШ).

Имеет место следующий результат.

**Теорема 6.** Пусть  $\{H_n(x)\}_{n=1}^{\infty}$  — система Хаара или некоторая ее подсистема полученная выбрасыванием из нее конечного числа функций. Тогда если система  $\{H_n(x)\}_{n=1}^{\infty}$  является замкнутой минимальной системой в  $L^p[\psi dx]$ ,  $1 \leq p < \infty$ , где  $\psi(x) > 0$  почти всюду, то сопряженная ей система функций  $\{H'_n(x)\}_{n=1}^{\infty}$  тотальна в  $L^p[\psi dx]$ , и для любой функции  $f(x)$  из пространства  $L^p[\psi dx]$  имеем, что

$$\sum_{n=1}^{\infty} a_n H_n(x) = f(x) \text{ почти всюду}$$

где

$$a_n = \int_0^1 f H'_n \psi dx.$$

Отметим, что если обозначим  $\psi(x) = |L(x)|^p$ ,  $1 < p < \infty$ , где  $L(x)$  — функция из теоремы 5 работы (<sup>10</sup>), то система функций  $\{\gamma_n(x)\}_{n=2}^{\infty}$  будет замкнутой минимальной системой в  $L^p[\psi dx]$ , сопряженная система которой тотальна в  $L^p[\psi dx]$ , но не является базисом в  $L^p[\psi dx]$ . Такие весовые пространства можно найти для любых подпоследовательностей системы Хаара, полученных из нее выбрасыванием конечного набора функций.

В заключение выражаю благодарность чл.-корр. АН Армянской ССР А. А. Талаляну за ценные обсуждения результатов настоящей работы.

Институт математики Академии наук Армянской ССР

Կշռային  $L^p$ ,  $1 < p < \infty$ , տարածություններում բազիսների և ոչպայմանական բազիսների մասին

Գննարկված է այն դրական բաղարձակ անընդհատ և չափերի ուսումնասիրության հարցը, որոնց համար կլասիկ օրթոնորմալ սխեմաները  $L^p(d\mu)$  տարածություններում հանդիսանում են բազիս, ոչպայմանական բազիս: Այդ ուղղությամբ պատասխան տվող <sup>1,2</sup> աշխատանքների արդյունքներից բացի գտնված են նաև անհրաժեշտ և բավարար պայմաններ, որպեսզի Հաարի սխեմա և նրա ենթասխեմաները լինեն ոչպայմանական բազիս  $L^p(d\mu)$ ,  $1 < p < \infty$ , տարածություններում, ինչպես նաև անհրաժեշտ և բավարար պայմաններ, որպեսզի Ս.Ս.Ղի սխեմա հանդիսանա բազիս  $L^p(d\mu)$ ,  $1 < p < \infty$ , տարածություններում:

Ինքնավար է նաև արդյունք Հաարի սխեմա և նրա ենթասխեմաների համար  $L^p(d\mu)$ ,  $1 < p < \infty$ , տարածություններում Մարկուշևիչի բազիս և գուգամիտության սխեմա լինելու մասին:

Л И Т Е Р А Т У Р А — Գ Ր Ա Կ Ա Ն Ո Ւ Թ Յ Ո Ւ Ն

<sup>1</sup> К. С. Казарян, ДАН АРМ. ССР, т. LXIV, №3 (1977). <sup>2</sup> К. С. Казарян, *Analysis Mathematica*, т. 4, F. 1 (1978) т. 3, №4. <sup>3</sup> R. Hunt, B. Muckenhoupt and R. Wheeden, *Trans. of the Amer. Math. Soc.*, vol. 176, February 1973 (227-251). <sup>4</sup> R. F. Gundy and R. L. Wheeden, *Studia Math.*, т. XLIX 107-127 (1974). <sup>5</sup> R. E. A. C. Paley, *Proc. of Lond. Math. Soc.*, Ser. 2, 1932, 34, 241-279. <sup>6</sup> J. Marcinkiewicz, *Ann. Soc. polon. Math.*, 1937 16, 85-96. <sup>7</sup> I. I. Hirschman, *Memoirs A. M. S.* no 15 (1955). <sup>8</sup> К. И. Бабенко, ДАН ССР, т. LXII, №2 стр. 157-161 (1948). <sup>9</sup> А. М. Олвский, *Матем. заметки*, т. 12, №1, стр. 73-84 (1972). <sup>10</sup> К. С. Казарян, ДАН АРМ. ССР, т. LXII, №4 (1976):

УДК 539.37

ТЕОРИЯ УПРУГОСТИ

А. А. Баблоян

Плоская контактная задача для двух  
 усеченных клиньев

(Представлено чл.-корр. АН Армянской ССР Б. Л. Абрамяном 30/III 1977)

Исследованию напряженного состояния клиновидных областей посвящены работы ([1-5] и др.). В большинстве из них, в основном, определяется порядок особенностей напряжений в одной угловой точке.

В данной работе приводится решение для первой основной плоской задачи теории упругости для составной X-образной области, образованной соединением двух усеченных клиньев из различных материалов (рис. 1) с двумя угловыми точками  $O_1$  и  $O_2$ , в которых определяются особенности напряжений.

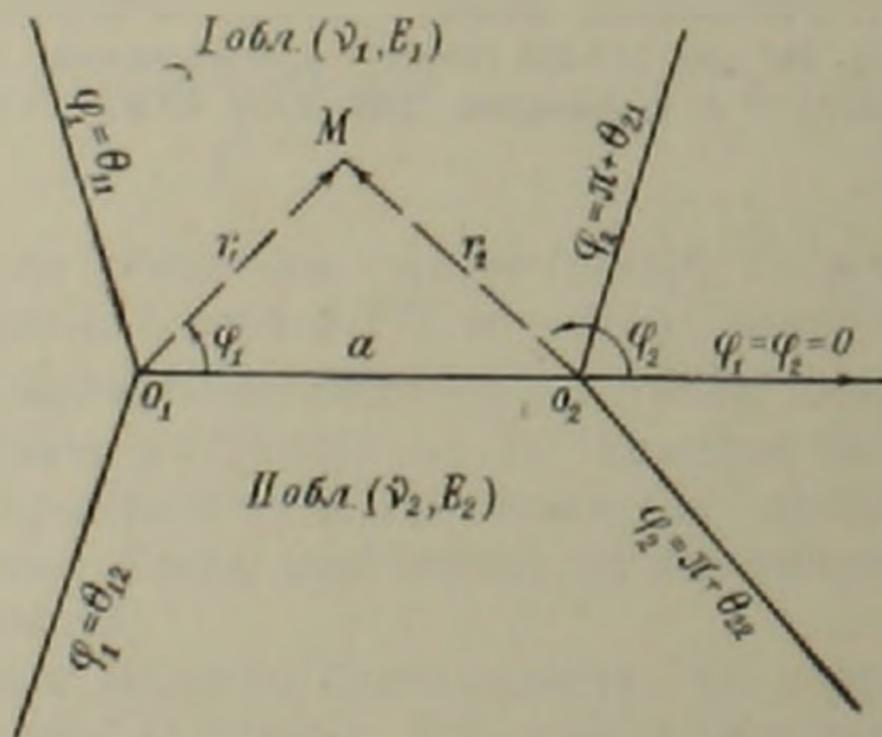


Рис. 1

Пусть  $E_1, \nu_1$  будут упругими постоянными материала в верхней части рассматриваемой области, а  $E_2, \nu_2$  — в нижней части. На линии контакта двух материалов  $O_1O_2$  между материалами существует полное сцепление. Внешняя нагрузка задается на кромках клиньев напряжениями.

При решении задачи будем пользоваться полярной системой координат. В этой системе бигармоническую функцию Эйри можно представить в виде интеграла Меллина.

$$F(r, \varphi) = \frac{1}{2\pi i} \int_L \Phi(s, \varphi) r^{1-s} ds, \quad \Phi(s, \varphi) = \int_0^{\infty} F(r, \varphi) r^{s-2} dr, \quad (1)$$

где  $L$ -прямая, параллельная мнимой оси  $s=c+iy$ ,  $\varepsilon-1 < c < 0$ ,  $\varepsilon < 1$ . При этом функция  $\Phi(s, \varphi)$  удовлетворяет уравнению

$$\Phi^{iv} + 2(s^2 + 1)\Phi'' + (s^2 - 1)^2\Phi = 0. \quad (2)$$

Введем в рассмотрение две системы полярных координат  $r_1, \varphi_1$  и  $r_2, \varphi_2$  с центрами соответственно в точках  $O_1$  и  $O_2$ . Решение поставленной задачи ищем в виде суммы двух „местных решений“, т. е. в виде

$$F = \sum_{n=1}^2 F_n(r_n, \varphi_n) = \frac{1}{2\pi i} \sum_{n=1}^2 \int_{L_n} \Phi_n(s, \bar{\varphi}_n) r_n^{1-s} ds, \quad (3)$$

$$\bar{\varphi}_1 = \varphi_1, \quad \bar{\varphi}_2 = \varphi_2 - \pi.$$

При этом напряжения  $\sigma_r^{(n)}$ ,  $\sigma_\varphi^{(n)}$ ,  $\tau_{r\varphi}^{(n)}$  и деформации  $e_{rr}^{(n)}$ ,  $e_{\varphi\varphi}^{(n)}$ ,  $e_{r\varphi}^{(n)}$  отнесенные к полярной системе  $r_n, \varphi_n$  выражаются через функцию  $F$  формулами.

$$\begin{aligned} \sigma_r^{(n)}(r_n, \bar{\varphi}_n) &= \frac{1}{r_n} \frac{\partial F}{\partial r_n} + \frac{1}{r_n^2} \frac{\partial F}{\partial \varphi_n^2}, \\ \sigma_\varphi^{(n)}(r_n, \bar{\varphi}_n) &= \frac{\partial F}{\partial r_n^2}, \end{aligned} \quad (4)$$

$$\tau_{r\varphi}^{(n)}(r_n, \bar{\varphi}_n) = - \frac{\partial}{\partial r_n} \left( \frac{1}{r_n} \frac{\partial F}{\partial \varphi_n} \right),$$

$$e_{rr}^{(n)} = \frac{\partial u_r^{(n)}}{\partial r_n} = \frac{1}{E_n} (\sigma_r^{(n)} - \nu_n \sigma_\varphi^{(n)}),$$

$$e_{\varphi\varphi}^{(n)} = \frac{\partial v_\varphi^{(n)}}{r_n \partial \varphi_n} - \frac{u_r^{(n)}}{r_n} = \frac{1}{E_n} (\sigma_\varphi^{(n)} - \nu_n \sigma_r^{(n)}), \quad (5)$$

$$e_{r\varphi}^{(n)} = \frac{\partial v_\varphi^{(n)}}{\partial r_n} - \frac{v_\varphi^{(n)}}{r_n} + \frac{1}{r_n} \frac{\partial u_r^{(n)}}{\partial \varphi_n} = \frac{2(1 + \nu_n)}{E_n} \tau_{r\varphi}^{(n)}(r_n, \bar{\varphi}_n).$$

Функции  $\Phi_n(s, \bar{\varphi}_n)$  ищем в виде

$$\Phi_n(s, \bar{\varphi}_n) = \begin{cases} \Phi_{n1}(s, \bar{\varphi}_n) & \text{в обл. I} \\ \Phi_{n2}(s, \bar{\varphi}_n) & \text{в обл. II} \end{cases} \quad (6)$$

Функции  $F_n(r_n, \varphi_n)$  удовлетворяют уравнению  $\Delta^2 F = 0$ , следовательно, функции  $\Phi_{nk}(s, \bar{\varphi}_n)$  должны удовлетворять уравнению (2). Поэтому они имеют вид:

$$\Phi_{nk}(s, \varphi_n^-) = A_{nk} \cos(s-1)\varphi_n + B_{nk} \sin(s-1)\varphi_n + C_{nk} \cos(s+1)\varphi_n + D_{nk} \sin(s+1)\varphi_n. \quad (7)$$

Здесь при  $k=1$  углы  $\varphi_n$  изменяются в пределах  $0 < \varphi_1 \leq \theta_{11}$ ,  $\theta_{21} \leq \varphi_2 - \pi < 0$ , а при  $k=2$  пределы будут  $\theta_{12} \leq \varphi_1 < 0$ ,  $0 < \varphi_2 - \pi \leq \theta_{22}$ , причем имеют место следующие неравенства:

$$\theta_{11} - \theta_{21} > \pi, \quad \theta_{22} - \theta_{12} > \pi, \quad \theta_{22} - \theta_{21} \leq 2\pi, \quad \theta_{11} - \theta_{12} \leq 2\pi. \quad (8)$$

Требуем, чтобы каждая из функций  $F_n(r_n, \varphi_n)$  удовлетворяла на линии контакта  $O_1O_2$  условиям полного сцепления двух материалов (приравниваются на контакте соответствующие величины напряжений  $\sigma_r^{(n)}$ ,  $\tau_{rz}^{(n)}$  и перемещения  $u_r^{(n)}$ ,  $u_z^{(n)}$ ,  $n=1, 2$ ).

Выполнение этого требования приводит нас к следующим соотношениям между неизвестными функциями  $A_{nk}(s), \dots, D_{nk}(s)$

$$A_{n1} + C_{n1} = A_{n2} + C_{n2} = (s-1)^{-1}(\delta_2 C_{n2} - \delta_1 C_{n1}),$$

$$(s-1)B_{n1} + (s+1)D_{n1} = (s-1)B_{n2} + (s+1)D_{n2} = \delta_1 D_{n1} - \delta_2 D_{n2}, \quad (9)$$

где введены обозначения

$$\delta_n = \frac{4}{\delta E_n}, \quad \delta = \frac{1+\nu_1}{E_1} - \frac{1+\nu_2}{E_2}, \quad (n=1, 2)$$

Введем новые неизвестные функции  $X_{nk}(s), Y_{nk}(s)$

$$s(s-1)\Phi_{nk}(s, \theta_{nk}) = a^s X_{nk}(s), \quad s\Phi'_{nk}(s, \theta_{nk}) = a^s Y_{nk}(s) \quad (n, k=1, 2) \quad (10)$$

Решая совместно системы (9) и (10) выражаем старые неизвестные через новые

$$\begin{aligned} \delta \Delta_p(\xi) C_{pk}(\xi) &= a^\xi (X_{pk} M_{pk}^- + Y_{pk} N_{pk}^- - X_{pm} Q_{pm}^- + Y_{pm} P_{pm}^-), \\ \delta \Delta_p(\xi) D_{pk}(\xi) &= a^\xi (X_{pk} N_{pk}^+ - Y_{pk} M_{pk}^+ + X_{pm} P_{pm}^+ + Y_{pm} Q_{pm}^+), \\ \xi(\xi-1)\Delta_p(\xi)(A_{pk} + C_{pk}) &= a^\xi \sum_{k=1}^2 (-1)^k (X_{pk} a_{pk}^- + Y_{pk} b_{pk}^-), \\ \xi \Delta_p(\xi) [(\xi-1)B_{pk} + (\xi+1)D_{pk}] &= a^\xi \sum_{k=1}^2 (-1)^m (X_{pk} b_{pk}^+ - Y_{pk} a_{pk}^+), \quad (11) \end{aligned}$$

$(p, k=1, 2 \quad k+m=3)$

Здесь введены следующие обозначения

$$\begin{aligned} a_{pk}^\pm(\xi) &= \delta_k M_{pk}^\pm + \delta_m Q_{pk}^\pm = 4\delta_k \Delta_{pm} \bar{\alpha}_{pk}^\pm + (-1)^m \delta_1 \delta_2 (s_{pm}^\pm \beta_{pk}^\pm - c_{pm}^\pm \alpha_{pk}^\pm), \\ b_{pk}^\pm(\xi) &= \delta_k N_{pk}^\pm - \delta_m P_{pk}^\pm = -4\delta_k \Delta_{pm} \bar{\beta}_{pk}^\pm + (-1)^m \delta_1 \delta_2 (s_{pm}^\pm \alpha_{pk}^\pm + c_{pm}^\pm \beta_{pk}^\pm), \\ M_{pk}^\pm(\xi) &= \delta_1 \delta_2 \gamma_{pk}^\pm + d_{pm} \alpha_{pk}^\pm + (-1)^k \delta_k (d_{pm} - \delta_m^2) \cos(\xi-1)\theta_{pk}, \quad (12) \\ N_{pk}^\pm(\xi) &= \delta_1 \delta_2 \gamma_{pk}^\pm - d_{pm} \beta_{pk}^\pm - (-1)^k \delta_k (d_{pm} - \delta_m^2) \sin(\xi-1)\theta_{pk}, \\ P_{pk}^\pm(\xi) &= (-1)^k \delta_k [(-1)^m \delta_m \beta_{pk}^\pm - \bar{\beta}_{pk}^\pm c_{pm}^\pm + s_{pm}^\pm \alpha_{pk}^\pm], \end{aligned}$$

$$Q_{pk}^{\pm}(\xi) = (-1)^k \delta_k |(-1)^m \delta_m \alpha_{pk}^{\pm} - \alpha_{pk}^{\pm} c_{pm}^{\pm} - s_{pm}^{\pm} \beta_{pk}^{\pm}|,$$

где

$$\alpha_{pk}^{\pm}(\xi, \theta_{pk}) = \alpha_{pk}^{\pm}(\xi, \theta_{pk}) - (-1)^k \delta_k \cos(\xi - 1)\theta_{pk} = 2(1 \mp \xi) \sin \xi \theta_{pk} \sin \theta_{pk},$$

$$\beta_{pk}^{\pm}(\xi, \theta_{pk}) = \beta_{pk}^{\pm}(\xi, \theta_{pk}) - (-1)^k \delta_k \sin(\xi - 1)\theta_{pk} = (1 \pm \xi) \sin(\xi + 1)\theta_{pk} + (1 \mp \xi) \sin(\xi - 1)\theta_{pk}$$

$$\gamma_{pk}^{\pm}(\xi, \theta_{pk}) = (1 \pm \xi) \cos(\xi - 1)\theta_{pk} - \cos[\xi(2\theta_{pm} + \theta_{pk}) - \theta_{pk}] \mp \xi \cos[\xi\theta_{p1} + 2\theta_{pm} - \theta_{pk}] \quad (13)$$

$$\delta_{pk}^{\pm}(\xi, \theta_{pk}) = \sin[\xi(2\theta_{pm} + \theta_{pk}) - \theta_{pk}] \pm \xi \sin[\xi\theta_{pk} + 2\theta_{pm} - \theta_{pk}] - (1 \pm \xi) \sin(\xi - 1)\theta_{pk},$$

$$d_{pk}(\xi, \theta_{pk}) = \delta_k^2 + 4(-1)^k \delta_k \cdot \sin^2 \xi \theta_{pk} + 4\Delta_{pk},$$

$$\Delta_{pk}(\xi, \theta_{pk}) = \sin^2 \xi \theta_{pk} - \xi^2 \sin^2 \theta_{pk},$$

$$c_{pk}^{\pm}(\xi, \theta_{pk}) = -2(\sin^2 \xi \theta_{pk} \pm \xi \sin^2 \theta_{pk}),$$

$$s_{pk}^{\pm}(\xi, \theta_{pk}) = \sin 2\xi \theta_{pk} \pm \xi \sin 2\theta_{pk},$$

$$\Delta_p(\xi) = 4(\delta_1^2 \Delta_{p2} + \delta_2^2 \Delta_{p1}) + 16(\Delta_{p1} - \delta_1 \sin^2 \xi \theta_{p1})(\Delta_{p2} + \delta_2 \sin^2 \xi \theta_{p2}) - 8\delta_1 \delta_2 [\sin \xi \theta_{p1} \cdot \sin \xi \theta_{p2} \cdot \cos^2(\theta_{p1} + \theta_{p2}) - \xi^2 \sin \theta_{p1} \sin \theta_{p2} \cos(\theta_{p1} - \theta_{p2})].$$

Предположим, что внешняя нагрузка на кромках клиньев задана соотношениями

$$\sigma_p^{(n)}(r_n, \theta_{nk}) = f_{nk}(r_n), \quad \tau_{rp}^{(n)}(r_n, \theta_{nk}) = g_{nk}(r_n) \quad (k, n = 1, 2). \quad (14)$$

Тогда удовлетворяя граничным условиям (14) используя при этом формулы (1), (10), (11) для определения неизвестных функций  $X_{nk}$  и  $Y_{nk}$  получим следующую систему сингулярных интегральных уравнений:

$$X_{nk}(s) + \int_{L_p} [X_{pk}(\xi) K_{pk}^{(1)} + Y_{pk}(\xi) K_{pk}^{(2)} + X_{pm}(\xi) K_{pk}^{(3)} + Y_{pm}(\xi) K_{pk}^{(4)}] d\xi = \bar{f}_{nk}(s), \quad (15)$$

$$Y_{nk}(s) + \int_{L_p} [X_{pk}(\xi) K_{pk}^{(5)} + Y_{pk}(\xi) K_{pk}^{(6)} + X_{pm}(\xi) K_{pk}^{(7)} + Y_{pm}(\xi) K_{pk}^{(8)}] d\xi = \bar{g}_{nk}(s) \quad (n, k = 1, 2) \quad (n+p = k+m=3)$$

Здесь ядра интегральных уравнений имеют вид

$$K_{pk}^{(q)}(\xi, s) = \frac{B(s+1, \xi-s)}{2\pi i \Delta_p(\xi)} k_{pk}^{(q)}(\xi, s), \quad (q = 1, 2, \dots, 8) \quad (16)$$

где  $B(x, y)$  — эйлеров интеграл первого рода, а функции  $k_{pk}^{(q)}(\xi, s)$  определяются формулами

$$\begin{aligned}
k_{pk}^{(1)} &= \alpha_{nk}^+ M_{pk}^- + (-1)^{n-k} \beta_{nk}^- N_{pk}^- - (-1)^m a_{pk}^- \cos(s-1) \beta_{nk} + \\
&\quad + (-1)^n b_{pk}^+ \sin(s-1) \beta_{nk}, \\
k_{pk}^{(2)} &= \alpha_{nk}^+ N_{pk}^- - (-1)^{n-k} \beta_{nk}^- M_{pk}^+ - (-1)^m b_{pk}^- \cos(s-1) \beta_{nk} - \\
&\quad - (-1)^n a_{pk}^+ \sin(s-1) \beta_{nk}, \\
k_{pk}^{(3)} &= -\alpha_{nk}^+ Q_{pm}^- + (-1)^{n-k} \beta_{nk}^- P_{pm}^+ + (-1)^m a_{pm}^- \cos(s-1) \beta_{nk} - \\
&\quad - (-1)^n b_{pm}^+ \sin(s-1) \beta_{nk}, \\
k_{pk}^{(4)} &= \alpha_{nk}^+ P_{pm}^- + (-1)^{n-k} \beta_{nk}^- Q_{pm}^+ + (-1)^m b_{pm}^- \cos(s-1) \beta_{nk} + \\
&\quad + (-1)^n a_{pm}^+ \sin(s-1) \beta_{nk}, \\
k_{pk}^{(5)} &= (-1)^{n-k} \beta_{nk}^+ M_{pk}^- - \alpha_{nk}^- N_{pk}^+ + (-1)^n a_{pk}^- \sin(s-1) \beta_{nk} + \\
&\quad + (-1)^m b_{pk}^- \cos(s-1) \beta_{nk}, \\
k_{pk}^{(6)} &= (-1)^{n-k} \beta_{nk}^+ N_{pk}^- + \alpha_{nk}^- M_{pk}^+ + (-1)^n b_{pk}^- \sin(s-1) \beta_{nk} - \\
&\quad - (-1)^m a_{pk}^+ \cos(s-1) \beta_{nk}, \\
k_{pk}^{(7)} &= -(-1)^{n-k} \beta_{nk}^+ Q_{pm}^- - \alpha_{nk}^- P_{pm}^+ - (-1)^n a_{pm}^- \sin(s-1) \beta_{nk} - \\
&\quad - (-1)^m b_{pm}^+ \cos(s-1) \beta_{nk}, \\
k_{pk}^{(8)} &= (-1)^{n-k} \beta_{nk}^+ P_{pm}^- - \alpha_{nk}^- Q_{pm}^+ - (-1)^n b_{pm}^- \sin(s-1) \beta_{nk} + \\
&\quad + (-1)^m a_{pm}^+ \cos(s-1) \beta_{nk}.
\end{aligned} \tag{17}$$

Свободные члены системы (15) выражаются через внешние нагрузки следующим образом:

$$\bar{f}_{nk}(s) = a^{-s} \int_0^a f_{nk}(r_n) r_n^s dr_n, \quad \bar{g}_{nk}(s) = a^{-s} \int_0^a g_{nk}(r_n) r_n^s dr_n. \tag{18}$$

В формулах (17)  $\beta_{nk} = \pi - |\theta_{nk}|$ , функции  $a_{nk}^\pm$  и  $\beta_{nk}^\pm$  зависят от аргументов  $(s, \beta_{nk})$ , а функции  $M_{pk}^\pm$ ,  $N_{pk}^\pm$ ,  $P_{pm}^\pm$ ,  $Q_{pm}^\pm$ ,  $a_{pk}^\pm$  и  $b_{pk}^\pm$  зависят от аргумента  $\xi$ .

После решений уравнений (15) контактные напряжения на отрезке  $O_1O_2$  ( $\varphi_1 = \varphi_2 = 0$ ,  $r_1 + r_2 = a$ ) в силу (4) — (6) будут определяться по формулам:

$$\begin{aligned}
\sigma_\varphi &= \frac{1}{2\pi i} \sum_{p,k=1}^2 \frac{(-1)^k}{r_p} \int_{L_p} [X_{pk}(\xi) a_{pk}^-(\xi) + Y_{pk}(\xi) b_{pk}^-(\xi)] \left(\frac{a}{r_p}\right)^\xi \frac{d\xi}{\Delta_p(\xi)}, \\
\tau_{r\varphi} &= \frac{1}{2\pi i} \sum_{p,k=1}^2 \frac{(-1)^k}{r_p} \int_{L_p} [Y_{pk}(\xi) a_{pk}^-(\xi) - X_{pk}(\xi) b_{pk}^-(\xi)] \left(\frac{a}{r_p}\right)^\xi \frac{d\xi}{\Delta_p(\xi)},
\end{aligned} \tag{19}$$

$$\sigma_r^{(k)} = -\sigma_\varphi - \frac{2}{\pi i} \sum_{p=1}^2 \int_{L_p} \xi C_{pk}(\xi) r_p^{-\xi-1} d\xi.$$

Здесь верхний индекс показывает, что  $\sigma_r$  вычисляется или в верхнем материале ( $k=1$ ), или же в нижнем ( $k=2$ ).

Из (19) и (11) нетрудно получить формулу для вычисления скачка нормального напряжения  $\sigma_r$  на линии контакта.

$$\delta_1 \sigma_r^{(1)} - \delta_2 \sigma_r^{(2)} = (4 - \delta_1 + \delta_2) \sigma_r. \quad (20)$$

Из приведенных формул следует, что несмотря на то, что в рассматриваемой задаче входят четыре упругие постоянные  $E_1, E_2, \nu_1, \nu_2$ , перемещения (с точностью до постоянного множителя) и напряжения зависят только от двух приведенных упругих постоянных  $\delta_1$  и  $\delta_2$  (\*).

Интегралы, входящие в (19), легко вычисляются. Например, если на границе тела вдали от вершин  $O_1$  и  $O_2$  действуют сосредоточенные силы или моменты, то, как следует из (15) и (19) контактные напряжения будут выражаться в виде суммы двух степенных рядов:

$$a\sigma_\varphi = \sum_q \sum_{p,k=1}^2 \frac{(-1)^k}{\Delta_p(\xi_{pq})} [X_{pk}(\xi_{pq}) a_{pk}^-(\xi_{pq}) + Y_{pk}(\xi_{pq}) b_{pk}^-(\xi_{pq})] \left(\frac{a}{r_p}\right)^{\xi_{pq}+1} + \\ + \sum_{p=1}^2 \sum_{n=0}^{\infty} \lambda_{np} r_p^n, \quad (21)$$

$$a\tau_{r\varphi} = \sum_q \sum_{p,k=1}^2 \frac{(-1)^k}{\Delta_p(\xi_{pq})} [Y_{pk}(\xi_{pq}) a_{pk}^+(\xi_{pq}) - X_{pk}(\xi_{pq}) b_{pk}^+(\xi_{pq})] \left(\frac{a}{r_p}\right)^{\xi_{pq}+1} + \\ + \sum_{p=1}^2 \sum_{n=0}^{\infty} \lambda'_{np} r_p^n,$$

где суммирование по  $q$  производится по всем  $\xi_{pq}$ -корням целых функций  $\Delta_p(\xi)$ , для которых  $\text{Re } \xi_{pq} < 0$ .

Исключением неизвестных  $X_{pk}, X_{pm}, Y_{pk}, Y_{pm}$  система (15) сводится к двум независимым системам интегральных уравнений Фредгольма второго рода относительно неизвестных функций  $X_{nk}, X_{nm}, Y_{nk}, Y_{nm}$

$$X_{nk}(s)(1 + \gamma_{nk}^{(1)}) + Y_{nk} \gamma_{nk}^{(2)} + X_{nm} \gamma_{nk}^{(3)} + Y_{nm} \gamma_{nk}^{(4)} + \int_{L_n} [X_{nk}(z) \bar{K}_{nk}^{(1)}(z, s) + Y_{nk} \bar{K}_{nk}^{(2)} + \\ + X_{nm} \bar{K}_{nk}^{(3)} + Y_{nm} \bar{K}_{nk}^{(4)}] dz = \bar{f}_{nk}(s) - \int_{L_p} [\bar{f}_{pk}(z) K_{pk}^{(1)}(z, s) + \bar{g}_{pk} K_{pk}^{(2)} + \\ + \bar{f}_{pm} K_{pk}^{(3)} + \bar{g}_{pm} K_{pk}^{(4)}] dz, \quad (22)$$

$$\begin{aligned}
& X_{nk}(s)\gamma_{nk}^{(5)} + Y_{nk}(1 + \gamma_{nk}^{(6)}) + X_{nm}\gamma_{nk}^{(7)} + Y_{nm}\gamma_{nk}^{(8)} + \int_{L_n} [X_{nk}(z)\tilde{K}_{nk}^{(5)}(z, s) + Y_{nk}\tilde{K}_{nk}^{(6)} + \\
& + X_{nm}\tilde{K}_{nk}^{(7)} + Y_{nm}\tilde{K}_{nk}^{(8)}] dz = \bar{g}_{nk}(s) - \int_{L_n} [\bar{f}_{pk}(z)K_{pk}^{(5)}(z, s) + \bar{g}_{pk}K_{pk}^{(6)} + \\
& + \bar{f}_{pm}K_{pk}^{(7)} + \bar{g}_{pm}K_{pk}^{(8)}] dz, \\
& (n, k = 1; 2, \quad n + p = k + m = 3)
\end{aligned}$$

где введены следующие обозначения

$$\bar{K}_{nk}^{(q)}(z, s) = \frac{\Gamma(s+1)}{4\pi\Gamma(z+1)} \int_{L_p} \frac{\Gamma(z-\xi)\Gamma(\xi-s)}{\Delta_n(z)\Delta_p(\xi)} \bar{k}_{nk}^{(q)}(z, \xi, s) d\xi,$$

$$4\Delta_1(s)\Delta_2(s)\gamma_{nk}^{(q)}(s) = -\bar{k}_{nk}^{(q)}(s, s, s) \quad (q = 1, 2, \dots, 8)$$

$$\begin{aligned}
\bar{k}_{nk}^{(q)}(z, \xi, s) = & k_{nk}^{(q)}(z, \xi) \cdot k_{pk}^{(1)}(\xi, s) + k_{nk}^{(q+1)}(z, \xi) k_{pk}^{(2)}(\xi, s) + \\
& + k_{nm}^{(l+1)}(z, \xi) k_{nk}^{(4)}(\xi, s) + k_{nm}^{(l)}(z, \xi) k_{pk}^{(3)}(\xi, s)
\end{aligned} \quad (23)$$

$$\begin{aligned}
\bar{k}_{nk}^{(q+4)}(z, \xi, s) = & k_{nk}^{(q)}(z, \xi) k_{pk}^{(5)}(\xi, s) + k_{nk}^{(q+1)}(z, \xi) k_{pk}^{(6)}(\xi, s) + \\
& + k_{nm}^{(l)}(z, \xi) k_{pk}^{(7)}(\xi, s) + k_{nm}^{(l+1)}(z, \xi) k_{pk}^{(8)}(\xi, s)
\end{aligned}$$

$$l = l(q), \quad l(1) = 3, \quad l(2) = 4, \quad l(3) = 1, \quad l(4) = 2.$$

Нетрудно показать, что при соблюдении первых двух условий (8) уравнения (22) регулярны, свободные члены ограничены по модулю.

В случае вертикальной геометрической симметрии ( $\theta_{1k} = -\theta_{2k}$ ) система (15) распадается на две независимые системы относительно неизвестных  $X_{1k} \pm X_{2k}$ ,  $Y_{1k} \mp Y_{2k}$ . При этом если  $f_{1k} = f_{2k}$ ,  $g_{1k} = -g_{2k}$ , то  $X_{1k} = X_{2k}$ ,  $Y_{1k} = -Y_{2k}$ . Если же  $f_{1k} = -f_{2k}$ ,  $g_{1k} = g_{2k}$ , то  $X_{1k} = -X_{2k}$ ,  $Y_{1k} = Y_{2k}$ . В обоих случаях в системе (15) остаются только четыре уравнения.

Случай одинаковых материалов получается из общих формул путем предельного перехода, когда  $\delta_1 = \delta_2 \rightarrow \infty$ . При этом выражения (16) и (17) сильно упрощаются (15).

При  $\delta_1 = 4(1 + \nu_1)^{-1}$ ,  $\delta_2 = 0$ , ( $E_2 = \infty$ ) получается случай одного материала, когда на отрезке  $O_1O_2$  заданы нулевые перемещения. При этом  $Q_{p2}^+ = P_{p2}^+ = a_{p2}^+ = b_{p2}^+ = 0$ , поэтому задача сводится к решению четырех сингулярных интегральных уравнений относительно неизвестных  $X_{n1}$  и  $Y_{n1}$  ( $n=1, 2$ ). Для этого случая суммирование по индексу  $q$  в формулах (21) производится по корням соответствующего трансцендентного уравнения  $d_{p1}(\xi, \theta_{p1}) = 0$  ( $\text{Re} \xi < 0$ ).

В некоторых частных случаях систему (15) можно решать точно при помощи интегральных преобразований Фурье (<sup>10-17</sup>).

Отметим, что систему (15) можно привести к решению бесконечных систем алгебраических уравнений путем представления неизвестных функций в виде рядов Дюрихле (<sup>18</sup>) или суммы простых дробей.

Институт механики  
Академии наук Армянской ССР

Ա. Ա. ԲԱՐՍԵՍԱՆ

### Մեկու մատած սեպների հարթ կոնտակտային խնդիրը

Դիտարկվում է առաձգականության տեսության հարթ կոնտակտային խնդիրը երկու տարրեր նյութներից բաղկացած հատած սեպների համար, երբ սեպների կոնտակտից դուրս կզրկում տրված են լարումները: Ենթադրվում է, որ կոնտակտի գծի երկարությամբ մարմինները լրիվ հարակցված են:

Խնդրի լուծումը ներկայացված է որպես երկու տեղական լուծումների դուրս, որոնցից յուրաքանչյուրը փնտրվում է Մեկինի ինտեգրալների տեսքով:

Բավարարելով կարային և կոնտակտի սլայմաններին, անհայտ ֆունկցիաների համար ստացվել են սկզբում սինգուլյար ինտեգրալ հավասարումների սիստեմ, որը հետադառնում բերվում է Ֆրեդհոլմի երկրորդ սեռի սինգուլյար ինտեգրալ հավասարումների սիստեմի:

Կոնտակտային լարումների համար ստացվել են անջատված կոնկրետային լուծումներով բանաձևեր: Դիտարկված են մի քանի մասնավոր դեպքեր:

### ЛИТЕРАТУРА — ԿՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

- <sup>1</sup> Я. С. Уфлянд, Интегральные преобразования в задачах теории упругости, Изд. «Наука», Л., 1968. <sup>2</sup> О. К. Аксетян, ПММ, т. 31, вып. 1, 1967. <sup>3</sup> И. И. Воронич, III Всесоюзный съезд по теории и прикладной механике, Аннотации докладов, М., 1966. <sup>4</sup> Дж. Дандерс, Прикладная механика, Тр. ASME, т. 36, серия E, № 3, Обсуждение работы Болжи, 1969. <sup>5</sup> J. Dunders, I. of compos. mat. vol. 1, 1967. <sup>6</sup> Д. Б. Боджи, Прикладная механика, Тр. ASME т. 38, сер. E, №2, 1971. <sup>7</sup> A. K. Rao, ZAMM, Bd 51, №5, 1971. <sup>8</sup> К. С. Чобанян, Р. К. Алексанян, Известия АН АРМ. ССР, Механика, т. XXIV, №3 (1971). <sup>9</sup> Р. К. Алексанян, Известия АН АРМ. ССР, Механика, т. XXIV, №4 (1971). <sup>10</sup> V. L. Hein, F. Erdogan, Int. J. Fract. Mech. v. 7 №3 (1971). <sup>11</sup> Д. Б. Боджи, Прикладная механика, Тр. ASME т. 38, сер. E, №4 1971. <sup>12</sup> M. L. Williams, J. of Appl. Mech., vol. 19, №4 (1952). <sup>13</sup> R. A. Westmann, Int. J. Engng Sci., vol. 13, №4 (1975). <sup>14</sup> P. S. Theocaris, ZAMM, Bd. 26, №1, 1975. <sup>15</sup> А. А. Баблюк, Н. О. Гулякян, ДАН, т. I.XII, №3, (1976). <sup>16</sup> И. И. Мухомеладзе, Сингулярные интегральные уравнения, «Наука», М., 1968. <sup>17</sup> Н. П. Векуа, Система сингулярных интегральных уравнений, «Наука» М., 1970. <sup>18</sup> А. Ф. Локтев, Ряды экспонент, «Наука», М., 1976.

УДК 621.378.325

ФИЗИКА

П. С. Погосян, В. Г. Симонян

### Нелинейное рассеяние лазерного излучения в кристаллах рубина

(Представлено чл.-корр. АН Армянской ССР М. Л. Тер-Миквеляном 8/VI 1977)

1. Нерезонансные потери в активных элементах твердотельных ОКГ в основном обусловлены наличием в них поглощающих включений (<sup>1-2</sup>). При больших интенсивностях лазерного излучения происходит сильный нагрев этих включений, что является одной из основных причин разрушения активного материала (<sup>3</sup>). Таким образом, нерезонансные потери не только ограничивают предельные мощности ОКГ, но и определяют оптическую прочность резонансной среды.

До наступления необратимых процессов, приводящих к пробою, наблюдается нелинейная зависимость оптических и термоупругих констант резонансной среды от мощности лазерного излучения. В частности, становятся заметными нелинейное рассеяние и нелинейное поглощение, которые влияют на генерационные характеристики активного элемента. В связи с этим, представляет интерес исследование рассеяния и поглощения лазерного излучения в активных материалах вблизи порога разрушения.

В настоящей работе приводятся результаты исследований указанных эффектов в кристаллах рубина.

2. На эксперименте предварительно исследовалось линейное рассеяние в рубине при помощи He-Ne лазера. В качестве образца применяли рубиновый генерационный элемент длиной 80 мм диаметром 6 мм и с ориентацией оптической оси 90°. Такая ориентация позволяла вращением образца определить анизотропию рассеяния.

Результаты измерений показали, что общие потери в рубине зависят от ориентации оптической оси относительно поляризации падающего излучения. В зависимости от ориентации оптической оси кристалла коэффициент потерь менялся в пределах  $0,024 \div 0,034 \text{ см}^{-1}$ , причем  $0,024 \text{ см}^{-1}$  соответствовал ориентации 0°, а  $0,034 \text{ см}^{-1}$  — 90°. Интегральный коэффициент рассеяния составлял  $\sim 8 \cdot 10^{-4} \text{ см}^{-1}$ .

Эти измерения позволяют оценить параметры рассеивающих частиц. В предположении, что рассеивающие частицы статистически не

зависимы и имеют сферическую форму с эффективным радиусом  $a$ , для коэффициента рассеяния  $\gamma_p$  в  $\text{см}^{-1}$  получим (4):

$$\gamma_p = \frac{108\pi^3}{3\lambda^4} \left| \frac{\epsilon - 1}{\epsilon + 2} \right|^2 a^6 N_0, \quad (1)$$

где  $N_0$  — концентрация рассеивающих частиц,  $\lambda$  — длина волны,  $\epsilon$  — относительная диэлектрическая проницаемость частицы и матрицы, а коэффициент поглощения определится из следующего выражения:

$$\gamma_n = 24 \frac{\pi^2 \epsilon''}{\lambda |\epsilon + 2|^2} a^3 N_0, \quad (2)$$

где  $\epsilon''$  — мнимая часть диэлектрической проницаемости.

Сравнивая (1) с (2) получаем для концентрации рассеивающих частиц следующее выражение:

$$N_0 = \frac{2 \cdot |\epsilon + 2|^3 |\epsilon - 1|^2 \gamma_n^2}{27 \epsilon''^2 \lambda^2 \gamma_p} \quad (3)$$

Из формулы (3) видно, что зная диэлектрическую проницаемость рассеивающих частиц, можно определить концентрацию по результатам измерений  $\gamma_n$  и  $\gamma_p$ . В наших исследованиях потери на рассеяние значительно меньше общих потерь, поэтому  $\gamma_n \sim \gamma$ , где  $\gamma$  — коэффициент общих потерь.

Если предположить, что в рубине основной вклад на рассеяние дают частицы никеля (5), т. е.  $\epsilon = \epsilon' + i\epsilon'' = 17.43 + i13.22$ , то для концентрации рассеивающих частиц получим значение  $N_0 \sim 2.2 \cdot 10^{10} \text{см}^{-3}$ . При этом для среднего расстояния между рассеивающими частицами  $l$  получаем следующую оценку  $l \sim 3.6 \cdot 10^{-4} \text{см}$ .

Для эффективного размера рассеивающих частиц из (1) и (2) можно получить:

$$2a = \frac{\lambda}{\pi \sqrt[3]{\frac{2|\epsilon - 1|^2 \gamma_n}{9\epsilon'' \gamma_p}}}$$

Оценки, сделанные по этой формуле, дают следующее значение для  $a \sim 2.5 \cdot 10^{-6} \text{см}$ .

В реальной ситуации, в кристаллах рубина кроме никеля присутствует ряд других примесей (5) таких как титан, ванадий, железо, кобальт и т. д. Однако, с учетом этого обстоятельства наши оценки, приведенные выше, по порядку величины будут такими же.

3. Нелинейное рассеяние и потери исследовали на установке, блок схема которой показана на рис. 1. В качестве задающего генератора использовали рубиновый лазер с пассивным затвором (раствор фталоцианина ванадия в нитробензоле). Образец рубина подвергали действию сфокусированного лазерного пучка. Изменение уровня плотности излучения в образце производили с помощью градуированных светофильтров. Рассеянный свет регистрировали под углом  $90^\circ$  при по-

мощи коаксиального фотоэлемента ФК 9 и измерителя временных интервалов ИИ2—7. Контроль огибающей импульса осуществляли с помощью ответвителя и приемника ФК—9. Проходящий импульс линзой ( $F=2$  см) направляли на регистрирующую аппаратуру

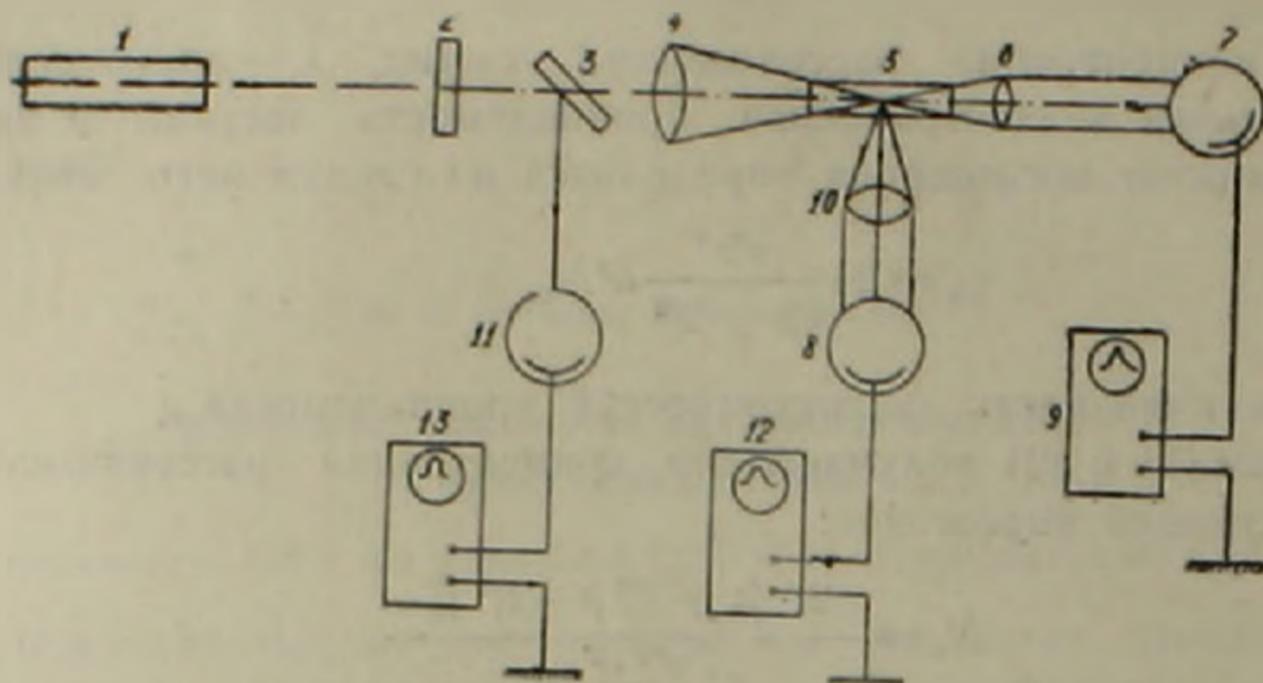


Рис 1. Блок-схема экспериментальной установки для исследования нелинейного рассеяния лазерного излучения. 1—задающий генератор; 2—светофильтры; 3—длительная пластина; 4, 6, 10—линзы; 5—образец; 7, 8, 11—коаксиальные фотоэлементы ФК-9; 9, 12, 13—измерители временных интервалов ИИ2—7

Следует заметить, что те значения мощности лазерного излучения, при котором наблюдалась заметная нелинейность рассеяния, были близки к пороговой мощности разрушения. Оценка порога разрушения дала величину  $\sim 4 \cdot 10^{10}$  вт/см<sup>2</sup>.

Были исследованы временные характеристики рассеянного и проходящего излучений. На рис. 2 показаны характерные осциллограммы рассеянного и проходящего излучений при наличии сильной нелинейности. Из осциллограмм видно, что при наступлении нелинейности происходит искажение как рассеянного, так и проходящего импульса. Нами составлен график зависимости энергии рассеянного излучения от энергии падающего света (рис. 3). Хорошая линейная зависимость указывает на то, что в нелинейном рассеянии кроме мощности существенное значение имеет также энергия импульса. В пользу такого вывода говорит и тот факт, что с увеличением энергии входных импульсов (как показали наши наблюдения) максимум энергии рассеянных импульсов смещается в сторону переднего фронта. Нелинейные потери сказываются также на временные характеристики проходящего импульса. Сильно деформируется задний фронт, что приводит к уменьшению длительности импульсов. Это нельзя объяснить резонансным поглощением поскольку изменение резонансного поглощения за счет просветления наиболее сильно сказывается на переднем фронте импульса.

Кроме того отметим, что мы проводили изучение временных характеристик проходящего излучения как для случая, когда оптическая ось образца перпендикулярна к поляризации падающего излучения,

так и для случая, когда параллельна. В обоих случаях искажения наблюдались вблизи порога разрушения кристаллов и на заднем фронте импульсов. Это с другой стороны указывает на то, что как в нелинейном рассеянии, так и в нелинейном поглощении существенную роль играет энергия импульсов.

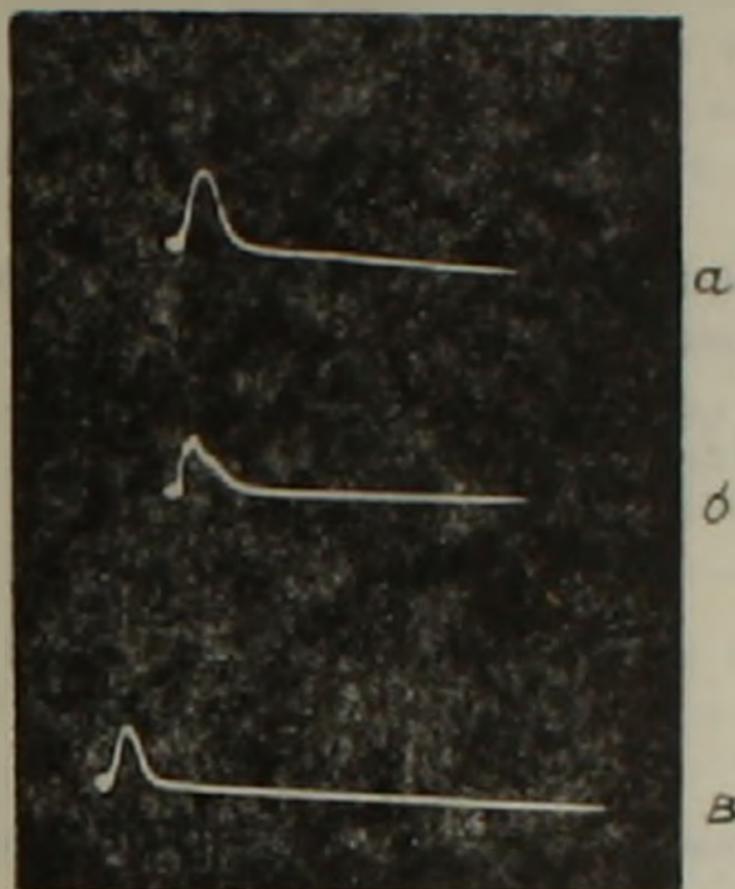


Рис. 2 Осциллограммы импульсов падающего, рассеянного и проходящего излучений: а—импульс падающего излучения с длительностью 20 нсек; б—импульс рассеянного излучения под углом 90°, в—импульс проходящего излучения

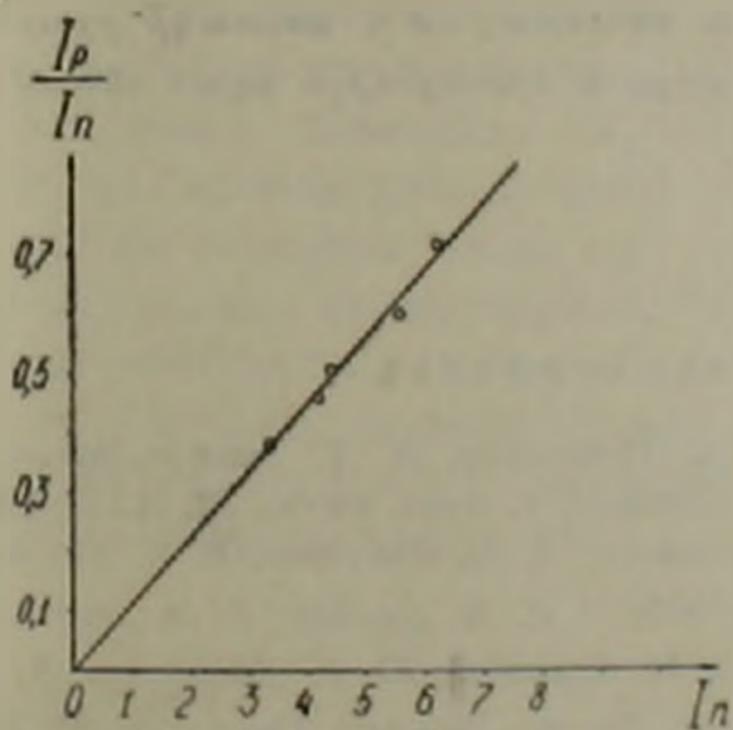


Рис. 3. Зависимость энергии рассеянного излучения от энергии падающего света

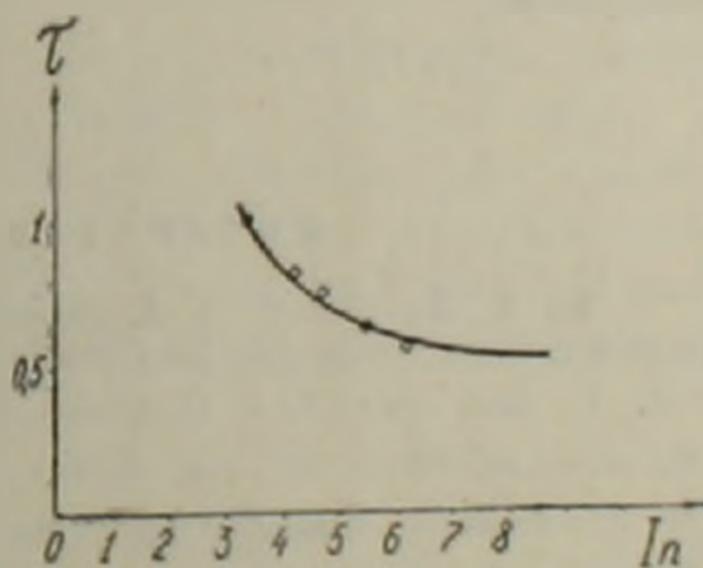


Рис. 4. Зависимость длительности проходящего излучения от энергии входного импульса в случае перпендикулярной ориентации оптической оси образца по отношению к поляризации проходящего излучения

На рис. 4 изображена зависимость длительности проходящего излучения от энергии входного импульса в случае перпендикулярной ориентации оптической оси образца по отношению к поляризации проходящего излучения.

Исследования, проведенные в настоящей работе, носят в основном качественный характер. Количественное изучение нелинейного рассеяния и поглощения позволит не только получить определенную информацию относительно механизма разрушения активных элементов, но и дать конкретные рекомендации для выбора оптимального режима работы ОКГ.

Авторы признательны чл.-корр. АН Армянской ССР М. Л. Тер-Микаеляну за ценные обсуждения.

Ереванский государственный университет  
кафедра радиофизики и электроники

#### Գ Ս ՊՈՂՈՍՅԱՆ, Վ Դ ՍԻՄՈՆՅԱՆ

Լազերային ճառագայթման ոչ գծային ցրումը սուտակի բյուրեղում

Աշխատանքում բերված է սուտակի բյուրեղում լազերային ճառագայթման ոչ գծային ցրման ուսումնասիրության արդյունքները:

Ուսումնասիրված է ցրված ճառագայթման ժամանակային և էներգետիկ բնութագրերը՝ կախված ընկնող ճառագայթների ինտենսիվությունից:

Ուսումնասիրված է նաև ոչ ռեզոնանսային կորուստների կախումը ընկնող ճառագայթման ինտենսիվությունից:

Կատարված չափումների հիման վրա գնահատված է սուտակի բյուրեղում անհամասեռությունների գծային չափերը և նրանց միջև կղած հեռավորությունը:

#### ЛИТЕРАТУРА — ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

- <sup>1</sup> Ю. К. Данилейко, А. А. Маненков, В. С. Нечитайло, В. Я. Хаимов-Мальков, ЖЭТФ, т. 59, вып. 10, стр. 1083 (1970) <sup>2</sup> R. C. Rowell, J. Appl. Phys., 39, 31, 32, 1968  
<sup>3</sup> Ю. К. Данилейко, А. А. Маненков, В. С. Нечитайло, А. М. Прохоров, В. Я. Хаимов-Мальков, ЖЭТФ, т. 63, вып. 3(9), стр. 1031 (1972) <sup>4</sup> Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, Электродинамика сплошных сред, М., 1957. <sup>5</sup> Е. М. Акуленок, Ю. К. Данилейко, А. А. Маненков, В. С. Нечитайло, А. Д. Пискун, В. Я. Хаимов-Мальков, Письма в ЖЭТФ, т. 16, вып. 6, стр. 336 (1972)

УДК 621.039.51

ФИЗИКА

И. Н. Айрапетян, Г. Г. Арутюнян, В. П. Афанасьев, А. В. Овсепян

### Расчет состояний активной зоны ВВЭР с автоматическим выбором распределения кассет

(Представлено академиком В. А. Амбарцумяном 5/VII 1977)

Работа посвящена разработке метода расчета варианта оптимальной загрузки активной зоны реактора, который был бы прост и мог бы быть рекомендован для использования в автоматизированной системе управления работой реактора. Для водо-водяных реакторов существует комплекс программ, позволяющих рассчитывать возможные состояния активной зоны с достаточной для эксплуатации точностью. Эти программы, обеспечивая достаточную точность, имеют очень большой объем и осуществимы на самых больших ЭВМ.

Первым этапом работы было создание программы расчета режима активной зоны, предназначенной для малой ЭВМ.

Нами создана программа расчета активной зоны на базе существующей стандартной программы для водо-водяных реакторов (1). Была использована та же физическая модель и те же математические методы, однако, благодаря несколько иной реализации и уменьшению объема производимых вычислений, достигнута возможность расчета режима активной зоны на машинах семейства «Наири» — одних из самых малых отечественных ЭВМ. Программа позволяет рассчитывать поле нейтронов и энерговыделения для определенной загрузки реактора и следить за их изменениями в процессе выгорания. Входные данные те же, что и в (1). Расчет поля нейтронов осуществляется решением одногруппового дифференциального уравнения:

$$\nabla^2 \Phi(x, y, z) + \kappa^2 \Phi(x, y, z) = 0, \quad (1)$$

где  $\Phi$  — поток нейтронов,  $\kappa$  — материальная характеристика активной зоны.

Уравнение (1) решается методом сеток, подробная схема решения дана в (1-4).

При расчете выгорания топлива учитывается изменение изотопного состава, отравление реактора ксеноном и самарием, а также влияние изменения мощности и локальной температуры на размножающие

свойства среды. Регулирование реактора допускается как поглощающими кассетами, так и растворенным поглотителем.

Программа требует сравнительно небольшой объем оперативной памяти машины ~ 7500 ячеек, а на машинах с меньшим объемом оперативной памяти (до 2000 ячеек) она может быть реализована при наличии одного внешнего магнитного накопителя. Контрольные расчеты, сделанные по данной программе на машине «Напри-2» показали совпадение результатов с расчетами, сделанными по программе (1).

Расчет активной зоны реализован 4-мя этапами.

I этап—внутренние итерации, где решается система алгебраических уравнений, полученных из конечно-разностной схемы решения уравнения (1), причем число уравнений порядка 1000.

II этап содержит анализ окончания решения системы уравнений, вычисление параметров, ускоряющих сходимость итерационного процесса, а в случае стыковки этой программы с другими управляющими программами, также выдачу промежуточных результатов.

III этап—правка коэффициентов размножения среды и пересчета источника нейтронов.

IV этап—анализ окончания расчетов, обработка и выдача результатов.

Следует отметить, что применение малой ЭВМ приводит к большому расчетному времени, однако, целью настоящей программы в системе управления не является постоянная имитация состояний активной зоны реактора, а лишь контроль отдельных состояний в процессе управления.

Одним из путей повышения надежности работы ядерных реакторов, а также увеличения безаварийной длительности кампании является выравнивание энерговыделения по активной зоне.

Основным способом выравнивания энерговыделения является загрузка реактора кассетами разного обогащения.

Таким образом, возникает задача нахождения расположения кассет разного обогащения по активной зоне, обеспечивающего возможно большую равномерность энерговыделения в течение всей кампании выгорания топлива.

При перегрузке реактора, когда размножающие характеристики уже использованных кассет отличаются друг от друга, число возможных вариантов расположения сильно увеличивается по сравнению с начальным состоянием, когда число разных типов кассет порядка 3-х и 4-х. Расположение кассет выбирается по различным физическим и геометрическим соображениям, которое затем уточняется с помощью контрольных расчетов всей кампании. Естественно, такой способ нахождения расположения кассет не пригоден для автоматической системы, поэтому была поставлена задача создать алгоритм выбора расположения кассет, отвечающий поставленным условиям лучшим образом.

Трудность выбора лучшего варианта расположения заключается в том, что геометрия активной зоны довольно сложна из-за наличия

поглотителей и ломаной границы, что исключает соображения симметрии. Число кассет при этом достаточно велико, и исключает возможность применения метода простого перебора различных вариантов расположения.

Вопросы оптимальной загрузки реактора рассматривались в работах (3,4), где для различных одномерных случаев (бесконечный цилиндр, круг) получены законы распределения размножающих свойств, удовлетворяющие различным условиям. По аналогии с результатами этих работ можно заключить, что при наличии технических ограничений, кривая размножающих свойств  $K_{\infty}(r)$  для конечного цилиндрического реактора должна иметь вид, показанный на рис. 1, где закон изменения кривой на участке  $O-R'$ , а также значение  $R'$  для разных конструкций будут разные. Для каждого конкретного гетерогенного реактора с учетом особенностей конструкции активной зоны, приближенной закономерности изменения  $K_{\infty}(r)$  по  $r$  и технических ограни-

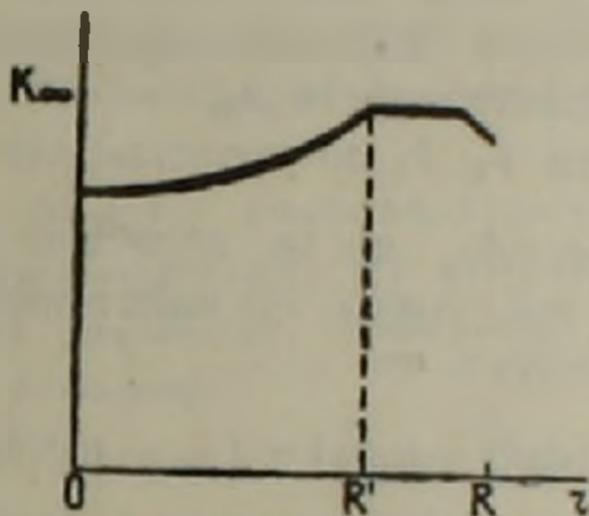


Рис. 1. Качественная кривая изменения величины коэффициента размножения  $K_{\infty}$  в зависимости от расстояния  $r$  от центра реактора

чений можно подобрать такие обогащения кассет, при которых поле энерговыделения наиболее равномерное. Таким образом, в каждом отдельном случае перегрузки реактора, задачу можно свести к нахождению такого расположения имеющихся кассет, при котором обеспечится наибольшее приближение к имеющемуся для данного реактора лучшему полю распределения размножающих свойств.

Пусть задана матрица  $A$ , соответствующая лучшему полю  $K_m$ . Требуется из имеющихся элементов  $b$  построить такую матрицу,  $B$ , которая лучшим образом соответствует матрице  $A$ , в смысле минимума суммы квадратов отклонений соответствующих элементов матриц

$$\min S = \min \sum_{ik} (b_{ik} - a_{ik})^2. \quad (2)$$

Составим из элементов  $a_{ik}$  монотонную последовательность  $a_m$ .

Расположим элементы матрицы  $B$  также монотонно, приведя две монотонные последовательности  $a_m$  и  $b_m$  в соответствие, получим то расположение элементов, при котором матрица  $B$  будет максимально приближена к  $A$  в смысле (2).

Для доказательства достаточно показать, что при любой перестановке элементов последовательности сумма квадратов отклонений  $b_m - a_m$  увеличивается. Запишем

$$S = \sum_m (b_m^2 + a_m^2) - 2 \sum_m b_m a_m \quad (3)$$

Учитывая, что

$$\sum_m (b_m^2 + a_m^2) = \text{const} \quad (4)$$

условие минимальности  $S$  сведется к требованию максимальности

$$\sum_m b_m a_m, \text{ т. к. } a_m > 0 \text{ и } b_m > 0.$$

Покажем, что максимум  $\sum a_m b_m$  имеет место для монотонной последовательности  $b_m$ . Рассмотрим перестановку любой пары элементов  $b_k, b_l$  монотонной последовательности  $b_m$ .

Вклад пары элементов  $b_k, b_l$  до перестановки в  $\sum_m a_m b_m$  описывается выражением  $a_k b_k + a_l b_l$ , после перестановки элементов  $b_k$  и  $b_l$  вместо этого получим  $a_k b_l + a_l b_k$ . Из монотонности последовательностей  $a_m$  и  $b_m$  сразу следует, что

$$(a_k b_k + a_l b_l) - (a_k b_l + a_l b_k) = (a_k - a_l)(b_k - b_l) \geq 0,$$

т. е. после перестановки любой пары элементов  $b_k$  и  $b_l$  сумма  $\sum_{m=1}^N a_m b_m$  уменьшается и  $S$  возрастает. Аналогичное можно показать

для перестановок с участием любого числа элементов. Таким образом, располагая элементы  $b_m$  матрицы так, чтобы элемент  $b_m$  занимал бы то же место в матрице  $B$ , что и элемент  $a_m$  в матрице  $A$ , мы получим матрицу  $B$  близкую к матрице  $A$ , в смысле (2). При расположении топлива по активной зоне важно обеспечить не столько минимум суммы квадратов отклонений от идеального варианта по всей активной зоне, сколько минимум наибольшего локального отклонения от идеального варианта, поскольку именно в точке наибольшего локального отклонения можно ожидать нарушения технологических условий в процессе работы. Из вышеприведенного доказательства видно, что одновременно с минимумом суммы квадратов отклонений всегда имеет место и минимум наибольшего локального отклонения.

По приведенному алгоритму создана программа для автоматического расчета расположения кассет водо-водяного реактора. При заданном наборе кассет машина автоматически располагает их лучшим образом и по программе расчета поля нейтронов считает контрольную

неравномерность энерговыделения. Сравнение со стандартным распределением, применяемым в водо-водяных реакторах для начальной загрузки тремя типами кассет показало, что алгоритм автоматического расположения обеспечивает хорошую равномерность энерговыделения.

Предлагаемый алгоритм в сочетании с программой расчета состояния активной зоны может быть применен для автоматической загрузки и перегрузки реактора при заданном наборе кассет.

Ереванский государственный университет  
Арм. НИОАЭ

Ի. Ն. ՀԱՅՐԱՊԵՏՅԱՆ, Գ. Հ. ՀԱՐՈՒԹՅՈՒՆՅԱՆ, Վ. Գ. ԱՅԱՆԱՍԵՎ, Ա. Վ. ՀՈՎՍԵՓՅԱՆ

Ջրա-ջրային էներգետիկ ունակտորների ակտիվ զոնայի վիճակի կառավարչական կասետների ավտոմատ ընտրությամբ

Ստեղծված է ջրա-ջրային ունակտորների ակտիվ զոնայի վիճակի հաշվարկի ծրագիրը, որը նախատեսված է փոքր էլեկտրոնային հաշվիչ մեքենաների համար:

Առաջարկված է վառելիքի կասետների կամայական հավաքածուի ակտիվ զոնայով բաշխման ալգորիթմ, որի դեպքում ապահովվում է նախապես դրված սլայմաններին լավագույն մոտեցումը բառակուսային շեղումների դոմարի մինիմումի իմաստով:

#### ЛИТЕРАТУРА — ԳՐԱԿԱՆՔԻ ԹՅՈՒՆ

<sup>1</sup> Препринт ИАЭ им. Курчатова № 2093, 1971. <sup>2</sup> Л. В. Канторович и В. И. Крылов. Приближенные методы высшего анализа, Гостехиздат, М., 1952. <sup>3</sup> В. Вазон и Дж. Форсайт, Разностные методы решения дифференциальных уравнений в частных производных, ИЛ, М., 1963. <sup>4</sup> Г. И. Марчук. Методы вычислительной математики, Наука, Новосибирск, 1973. <sup>5</sup> А. П. Рудик, Оптимальное расположение ядерного горючего в реакторе, Атомиздат, М., 1974. <sup>6</sup> А. П. Рудик, Ядерные реакторы и принцип максимума Понтрягина, Атомиздат, М., 1971.

УДК [548.0 : 53] + 530.145

ФИЗИКА

Г. А. Варданян

О рассеянии вакансии на примесоне

(Представлено чл.-корр. АН Армянской ССР Г. С. Саакяном 13/X 1977)

Согласно теории А. Ф. Андреева и И. М. Лифшица, любые точечные дефекты в квантовом кристалле превращаются в делокализованные квазичастицы <sup>(1)</sup>. Например, вакансии превращаются в так называемые вакансии или вакансионные волны, примеси — примесоны и т. д. <sup>(1-3)</sup>.

Ширина энергетической зоны  $\Delta_v$  — вакансии порядка  $1^\circ K$  т. е. значительно превосходит ширину зоны примесона <sup>(3,4)</sup>. Поэтому, взаимодействие этих квазичастиц можно рассматривать, пренебрегая собственным туннелированием примесона, т. е. как процесс рассеяния вакансии на примесном атоме <sup>(4)</sup>.

Для ряда задач (эффекты увлечения примесонов вакансионными и т. д.) возникает вопрос о передаче импульса от рассеянных вакансионных примесонам.

Ниже будет показано, что в некоторых предельных случаях величина переданного импульса зависит от конкретного механизма рассеяния. Вдоль некоторых определенных кристаллографических направлений возникают особенности.

Процесс рассеяния вакансии на примесоне описывается уравнением Лифшица <sup>(3,6)</sup>.

$$\sum_{\vec{R}'} A_{\vec{R}-\vec{R}'} \varphi(\vec{R}') - z \varphi(\vec{R}) + V \sum_{\vec{R}'} \delta_{\vec{R}\vec{R}'} \varphi(\vec{R}') = 0. \tag{1}$$

Общее решение этого уравнения, согласно результатам работы <sup>(3)</sup>, может быть записано в виде:

$$\varphi(\vec{R}) = e^{i\vec{k}\vec{R}} - zV \int \frac{e^{i\vec{k}\vec{x}} d^3x}{\epsilon(\vec{x}) - z}, \tag{2}$$

$$(zV)^{-1} = \int \frac{d^3x}{\epsilon(\vec{x}) - z}. \tag{3}$$

Узость энергетической зоны приводит к тому, что рассеяние происходит при достаточно больших значениях прицельного параметра, так как обе квазичастицы не могут находиться ближе, чем  $\rho$  (где  $\rho$  определяется из условия  $U(\rho) \sim \Delta$  (1)).

Сложный вид закона дисперсии в уравнении (2) приводит к своеобразному явлению: угол рассеяния определяется направлением скорости вакансии после столкновения. Число волн после столкновения равно числу листов поверхности  $\epsilon(x) = \epsilon$ . Каждая волна имеет свою форму и свою скорость распространения в каждом направлении. Так, например, если поверхность трехлистна, то соответственно распространяются три вакансионные волны одновременно.

Запишем изменение квазиимпульса в акте рассеяния следующим образом:

$$\vec{p}' - \vec{p} = \vec{n}\delta_{\parallel} + v\vec{\delta}_{\perp}, \quad (4)$$

где  $\delta_{\parallel}$  и  $\delta_{\perp}$  — изменение квазиимпульса вдоль направления скорости  $\vec{n} = \vec{v}/v$  и в перпендикулярном направлении  $v = \rho/\rho$ . Тогда закон сохранения энергии можно представить в виде ряда по  $\delta_{\parallel}$  и  $\delta_{\perp}$  с точностью до членов второго порядка, получим:

$$0 = v(\vec{n}\delta_{\parallel} + v\vec{\delta}_{\perp}) + \frac{a_{\perp}}{2}\delta_{\perp}^2 v_{I^2k},$$

т. е.

$$v\delta_{\parallel} = -\frac{1}{2}a_{\perp}\delta_{\perp}^2 v_{I^2k}. \quad (5)$$

В том случае, когда  $\vec{n}$  — направлен вдоль кристаллографической оси выше второго порядка (например, гексогональная ось в ГУП He), коэффициент  $a_{\perp}$  в некоторой точке  $\rho = \rho_0$  может обращаться в нуль, тогда:

$$v\delta_{\parallel} = -b\delta_{\perp}^4 v_{I^2k} \quad (6)$$

либо, когда  $v = 0$

$$|\delta_{\perp}| = \sqrt{\frac{1}{a_{\perp}}(\delta_0 - b\delta_{\perp}^4)}, \quad (7)$$

где  $a_{\perp}$  — коэффициент в разложении при  $\delta_{\perp}^2$ ,  $\delta_0 = \epsilon - 2\pi(\rho_0/2)$ . Ниже  $\delta_0$  — будет определена.

Величина  $\delta_{\perp}$  — легко может быть определена из уравнений движения (1)

$$\dot{\delta}_{\perp} = -\frac{\rho}{v} \int \frac{\partial v}{\partial r} \frac{dx}{r}, \quad r = \sqrt{\rho^2 + x^2}. \quad (8)$$

Усредняя по азимутальному углу, можно из (6) и (8) определить

средний импульс, передаваемый единичным потоком вакансионов с прицельным параметром  $\rho$  в единицу времени

$$\bar{\delta}_1 = -\frac{1}{4v} a_{\perp} \dot{\delta}_{\perp}^2. \quad (9)$$

Энергия взаимодействия вакансиона с примесью имеет вид  $U(r) = V_0(a/r)^2$ , где  $V_0$  — некоторая характерная энергия взаимодействия <sup>(1)</sup>. При  $V_0 > 0$  вакансион не может проникать в область  $r < \rho = a(V_0/\Delta)^{1/2}$ . В этом случае в координатном пространстве есть точка остановки. В тех случаях, когда точки остановки нет, сила меняет знак, т. е.  $\dot{\delta}_{\perp} = 0$ , имеется точка остановки в  $\rho$ -пространстве. В принципе, такая картина движения давно известна из теории электронов в металлах <sup>(2)</sup>, с тем лишь отличием, однако, что ширина энергетической зоны для электронов, вообще говоря, является огромной.

Согласно (4)  $\epsilon(\rho)$  можно представить в виде:

$$\epsilon(\rho) = \epsilon(\delta_1) + \epsilon(\delta_{\perp}).$$

В результате столкновений вакансион движется в плоскости, перпендикулярной  $\delta_1$ , с коэффициентом диффузии:

$$D_{\perp} = v_{\perp} l, \quad (10)$$

где  $v_{\perp}$  — скорость в этой плоскости,  $l$  — длина свободного пробега  $\sim a^2/\rho x$ ,  $a_{\perp}$  — поперечный период.

В течение времени  $t$  — вакансион проходит расстояние  $l_1 \sim (D_{\perp} t)^{1/2}$ , а в направлении по оси симметрии  $l_2 \sim v_1 t$ . Следовательно, коэффициент диффузии:

$$D_1 \sim (l_2/a_{\perp}) D_{\perp}. \quad (11)$$

Волновую функцию вакансиона с энергией (5) получим из (2):

$$\varphi = \frac{i\pi^{-3/2}}{8R_1 a_{\perp}} e^{-iR_1 \dot{\delta}_1} e^{-vR_1^2/\sqrt{2}R_1 a_{\perp}} D_{-2} \left( -\frac{R_1 \sqrt{v}}{\sqrt{2}R_1 a_{\perp}} \right). \quad (12)$$

$$D_{-2}(z) = e^{z^2} \sqrt{\frac{\pi}{2}} \left\{ z |1 - \Phi(z/\sqrt{2})| - \sqrt{\frac{2}{\pi}} e^{-z^2} \right\}$$

а величину  $\dot{\delta}_0$  определим из (3): (см. <sup>(6)</sup>)

$$\begin{aligned} \dot{\delta}_0 &= 4b\Lambda^4 e^{-2i\kappa} \\ g &= -(\tau V)^{-1}/8\pi(a, b)^{1/2}, \end{aligned} \quad (13)$$

где  $\Lambda$  — порядка периода обратной решетки.

Выражаю глубокую благодарность академику И. М. Лифшицу за полезные советы.

Ереванский государственный университет

Պրիմեսոնի վրա վականսիոնի ցրման մասին

Պրիմեսոնի էներգետիկական ղոնայի լայնությունը շատ փոքր է վականսոնի էներգետիկական ղոնայի լայնության համեմատ: Այդ պատճառով, ցրման սրոցեսում պրիմեսոնը կարելի է դիտարկել անշարժ, որը հնարավորություն է տալիս ճշգրիտ հաշվել իմպուլսի փոփոխությունը բյուրեղական առանցքների նկատմամբ:

ЛИТЕРАТУРА — ԴՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

<sup>1</sup> А. Ф. Андреев, И. М. Лифшиц, ЖЭТФ, 56, 2057, 1969. <sup>2</sup> R. A. Guyer, I. I. Zane, Phys. Rev. Lett. 24, 660 (1970). <sup>3</sup> А. Ф. Андреев, УФН, 118, 251, 1976. <sup>4</sup> J. H. Hetherington, Phys. Rev. 176, 231 1968. <sup>5</sup> И. М. Лифшиц, Nuovo Cim. suppl. 3, 716, 1954. <sup>6</sup> И. М. Лифшиц, Г. А. Варданян, ДАН Арм. ССР, т. LVIII № 2 (1974). <sup>7</sup> М. И. Козаков, И. М. Лифшиц, В. Б. Фикс, ФТТ, 6, 2723, 1964. <sup>8</sup> Л. П. Путаевский, ЖЭТФ 70, 738, 1976.

УДК 577.17

БИОХИМИЯ

Член-корреспондент АН Армянской ССР А. А. Галоян,  
Н. Г. Хумарян, А. Х. Ханазадян**О гипогликемическом эффекте нового гипоталамического  
полипептида**

(Представлено 19/XI 1977)

Нашими предыдущими исследованиями было показано наличие в составе гипоталамического нейросекрета неизвестных ранее соединений низкомолекулярной природы, обладающих выраженной кардиотропной активностью (<sup>1</sup>). Выделенные нами из нейросекреторных гранул магнотеллюлярных ядер и из состава низкомолекулярных соединений гипоталамуса коронарорасширяющие и коронаросуживающие вещества по своим физико-химическим и биологическим свойствам отличаются от рилизинг гормонов (РГ) и от других известных соединений мозга (<sup>2</sup>). В составе низкомолекулярных соединений гипоталамуса наряду с коронароактивными гормонами, аминокислотами и их дериватами был обнаружен ряд пептидов с положительной и отрицательной реакцией на пингидрин.

Анализ аминокислотного состава выделенных гипоталамических пептидов, а также фрагментов Лютеинизирующего Рилизинг Гормона (ЛРГ), полученных при воздействии специфическими протеазами мозга и обратный синтез этих фрагментов дали возможность одному из нас установить структуру нового полипептида и доказать его идентичность с фрагментом ЛРГ (<sup>3</sup>). Следует однако отметить, что кардиоваскулярные эффекты ЛРГ зависят от его концентрации; в дозе 1—2 мкг на кошку ЛРГ оказывает коронарорасширяющее, а в дозах 3—5 мкг—резкое коронаросуживающее действие, понижая при этом кровяное давление. Новый же пептид оказывает коронарорасширяющее действие как в дозе 1—2 мкг, так и 3—5 мкг на кошку.

Было также обнаружено, что ацетилированная форма нового пептида в аналогичной дозе является более эффективной в проявлении вышеуказанных свойств.

Известно, что гипоталамус оказывает многогранное действие на различные виды обмена веществ организма. Одним из таких эффектов является регуляция углеводного обмена. Было показано, что при непосредственном раздражении гипоталамуса наблюдается гиперглике-

мия, глюкозурия и нарушение толерантности к глюкозе (4). Стойкая полиурия и глюкозурия были получены при неврохирургических вмешательствах в области 3-го желудочка. Двухстороннее разрушение серого бугра (группы средних ядер) предупреждало развитие панкреатического диабета. При повреждении ядер передней области гипоталамуса появляется гипогликемия, а при разрушении задних ядер — гипергликемия. У больных сахарным диабетом после смерти было обнаружено разрушение перивентрикулярных ядер и некоторых ядер серого бугра. Раздражение задних ядер вело к мобилизации углеводных резервов.

Однако, в настоящее время неизвестно которое из множества соединений, выделяющихся в ядрах гипоталамуса является ответственным за сдвиги в уровне сахара крови.

Имеются данные относительно блокирования соматостатином процесса выделения из инкреторного панкреаса инсулина (5) и факторов, стимулирующих выделение коронарорасширяющих гипоталамических нейрогормонов в общую циркуляцию (6). Все это послужило основанием для изучения действия нового гипоталамического пептида на гликемию в условиях *in vivo*.

Исследования проводили на наркотизированных нембуталом крысах, обоего пола, весом 100—150 г, содержащихся на обычном пищевом рационе. В течение 18 часов до опыта животные голодали (давали только воду). Нембутал вводили внутривенно из расчета 50—60 мг/кг веса. Кровь для анализа брали из подключичной вены и туда же вводили 1 мкг гипоталамического пептида (ГП) и затем через

Таблица 1

Влияние гексапептида (неацетилированного) на содержание сахара в крови у крыс

Исходное содержание сахара в крови	Через 30 мин после введения 1 мкг ГП	Сдвиги	
		в мг % от исходного содержания	в % от исходного содержания
88.5	74.0	-14.5	16.4
97.5	81.0	-16.5	16.9
81.0	54.0	-27.0	33.3
118.0	98.5	-19.5	16.5
83.5	68.5	-15.0	18.0
72.0	36.5	-35.5	49.3
72.5	68.0	-4.5	6.2
99.5	69.0	-30.5	30.6
86.0	59.0	-27.0	31.4
83.5	55.0	-28.5	34.1
88.2±4.1	66.3±4.0	-21.9	24.8

$P < 0.001$

30 мин после инъекции ГП брали повторную порцию крови. Контрольным животным вводили 0,25 мл изотонического раствора хлорида натрия. Сахар в крови определяли по методике Хагедорна-Менссена в модификации Дюмазера.

Таблица 2

Содержание сахара в крови у крыс в течение 30 мин после введения изотонического раствора хлористого натрия

Исходное содержание сахара в крови	Через 30 мин после введения 0,25 мл изотонического раствора хлористого натрия	Сдвиги	
		в мг % от исходного содержания	в % от исходного содержания
121,5	120,0	— 1,5	1,2
117,0	109,5	— 7,5	6,4
86,5	75,5	— 11,0	12,7
72,0	71,0	— 1,0	9,4
90,0	79,0	— 11,0	12,2
84,5	75,5	— 9,0	10,6
94,0	79,0	— 15,0	16,0
99,5	91,5	— 8,0	8,0
65,5	59,5	— 7,0	10,7
103,0	93,0	— 10,0	9,7
93,3 ± 5,3	85,2 ± 5,5	— 8,1	8,7

$P > 0,5$

Как видно из табл. 1, у подавляющего числа подопытных животных (у 8 из 10), введение 1 мкг ГП вызывает значительное снижение сахара в крови по сравнению с исходным уровнем (в пределах 16,5—30,5 мг % — 16,9—49,3% от исходного содержания). У двух крыс понижение сахара крови было в пределах физиологических колебаний. У 10 крыс под влиянием ГП в среднем оно равнялось 21,9 мг % (24,8% от исходного содержания). Как видно из табл. 2, где приведены данные контрольных исследований, колебания уровня гликемии не превышают физиологических пределов и статистически не достоверны ( $P > 0,5$ ).

Обнаруженный факт гипогликемического эффекта ГП является новым доказательством регуляции углеводного обмена гипоталамо-гипофизарной системой. Очевидно, что обнаруженный ГП играет важную роль в регуляции уровня гликемии.

Безусловный интерес представляет изучение действия ГП на гликемию при экспериментальном диабете, а также динамику изменения содержания инсулина в крови.

Галоян и Антонян установили, что Tyr—Gly—Leu—Arg—Pro—Gly—NH<sub>2</sub> стимулирует выделение инсулина и снимает эффект соматостатина на секрецию инсулина.

Институт биохимии  
Академии наук Армянской ССР

Հիպոթրալամուսի ետ պոլիպեպտիդի հիպոգլիկեմիկ էֆեկտի մասին

Ուսումնասիրվել է հիպոթրալամուսի նոր հեթապեպտիդի ազդեցությունը առնետների արյան շաքարի մակարդակի վրա:

Հետազոտությունների արդյունքները պարզեցին, որ նշված հեթապեպտիդը առնետների մոտ շաքարի քանակն զգալիորեն իջեցնում է ներերակային ներարկումից հետո:

Ննթադրվում է, որ նշված պոլիպեպտիդը կարող է կարևոր նշանակություն ունենալ ածխաջրատների փոխանակության կանոնավորման գործում:

#### ЛИТЕРАТУРА — ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

- <sup>1</sup> А. А. Галоян, Вопросы биохимии мозга, т. 8, 107 (1973). <sup>2</sup> А. А. Galoyan, Proc. IV-th Americ. Peptide Symp. Eds. R. Walter and J. Meinhoffer, New York, 651 (1975). <sup>3</sup> А. А. Галоян, ДАН Арм. ССР, т. 64, № 2 (1977). <sup>4</sup> E. Anderson, W. Haymaker, Proc. Am. Diabetes Assoc. v. 9, 47 (1950). <sup>5</sup> D.J. Koerker, W. Ruch, E. Chiodeckel et al., Science, 184, 482 (1974). <sup>6</sup> А. А. Галоян, Р. А. Алексанян, „Биол. журн. Армении“, т. 27, 6 (1974).

УДК 581.1.036

## ФИЗИОЛОГИЯ РАСТЕНИЙ

Р. А. Абаджян, С. А. Марутян

Белки и аминокислоты в корнях винограда  
в годичном цикле развития

(Представлено академиком М. Х. Чайлахяном 12/IV 1977)

В условиях резко континентального климата Армении при вымерзании надземных органов или же градобитии восстановление виноградников осуществляется исключительно за счет поглотительной и синтезирующей деятельности корневой системы (<sup>1</sup>). Однако до сих пор физиология и биохимия корневой системы с точки зрения ее участия в общем метаболизме периода покоя и формирования морозоустойчивости виноградной лозы слабо изучена (<sup>2</sup>), а сведения о белках и аминокислотах в корнях винограда отсутствуют (<sup>3</sup>).

Настоящая работа посвящена исследованию фракций белков и аминокислот в корнях винограда в годичном цикле у сортов и гибридов разной морозоустойчивости.

Количественное определение фракций белков (пептиды, альбумины, проламины, глютелины и липопротенды) проводили по методу Лоури (<sup>4</sup>) в нашей модификации применительно к винограду. Качественное разделение свободных аминокислот и их замер проводили на аминокислотном анализаторе марки ААА—881.

Общезвестно, что в период вегетации в корнях усиливается поглощение, передвижение и преобразование экзогенных веществ. Именно в этот период в корнях винограда нами обнаружено максимальное количество растворимых белков (рис. 1). Вероятно существует прямая корреляция между интенсивностью синтеза белков и поглощением солей.

Сортовые особенности в динамике содержания суммы растворимых белков проявляются в конце сентября, когда в корнях морозоустойчивых сортов происходит резкое уменьшение содержания растворимых белков. В корнях неустойчивых сортов аналогичная картина наблюдается только в конце октября, когда у всех сортов, как правило, уменьшение количества растворимых белков в корнях сопровождается их одновременным возрастанием в побегах.

В январе при положительной температуре почвы (+1,5°C) надземные органы растений подвергались действию значительных морозов

( $-17,8^{\circ}$ ). В этот период возрастание количества растворимых белков в корнях морозоустойчивых растений свидетельствует об их относительно высокой синтетической активности при температуре почвы  $+1,5^{\circ}$ . В корнях же неустойчивых сортов в это время продолжается уменьшение содержания растворимых белков, начавшееся еще в период закаливания растений (в пределах температуры от  $+2^{\circ}$  до  $-10^{\circ}$ ).

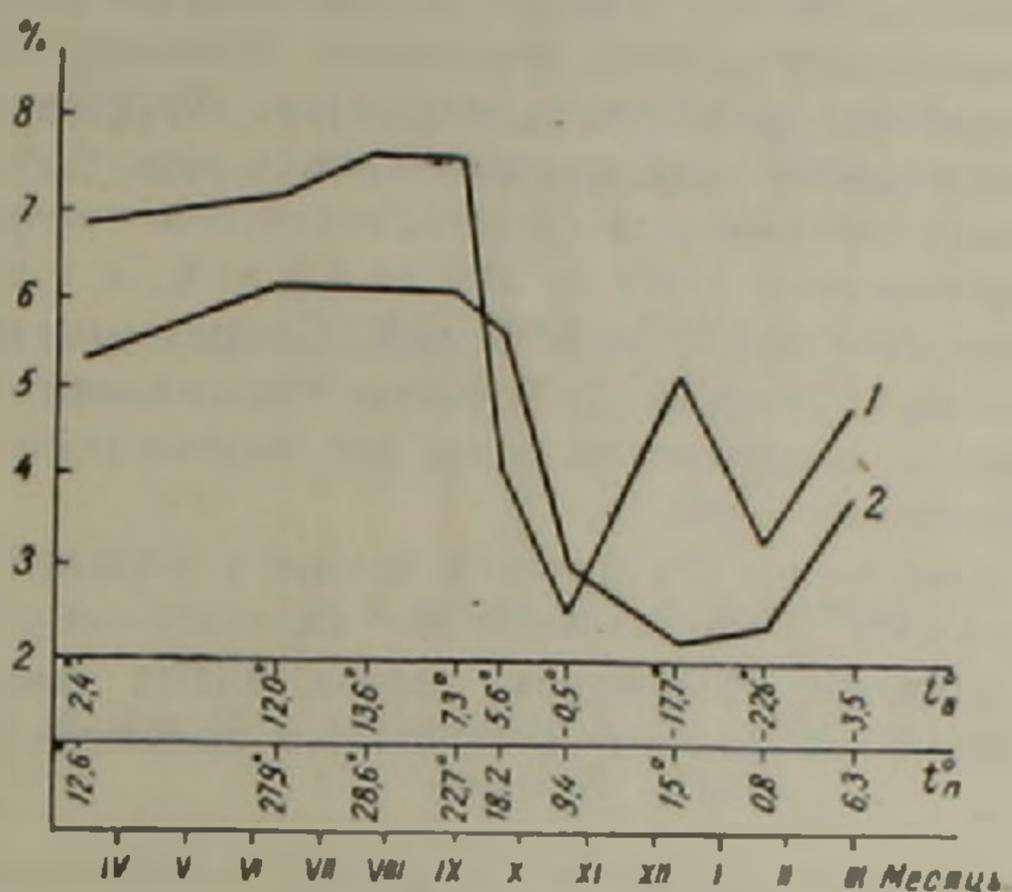


Рис. 1. Динамика содержания суммы растворимых белков в корнях винограда в годичном цикле развития. Сорта 1—морозоустойчивый; 2—неморозоустойчивый;  $t_{\text{п}}^{\circ}$ —температура почвы,  $t_{\text{в}}^{\circ}$ —воздуха

Сортовые отличия наблюдаются и в динамике содержания водорастворимых белков. В годичном цикле развития корней у морозоустойчивых сортов наблюдается три периода усиленного накопления водорастворимых белков (апрель, сентябрь и январь), тогда как у неустойчивых сортов только один (январь). Особенно наглядно сортовые различия проявляются в динамике спирторастворимых белков. При воздействии на растение температуры  $-17,8^{\circ}$  в корнях морозоустойчивых сортов количество спирторастворимых белков увеличивается почти в пять раз (от 0,54 до 2,42%), а в корнях же неустойчивых сортов продолжается количественное уменьшение этой группы белков.

На протяжении всей вегетации количество щелочерастворимых белков (0,02н. NaOH) в корнях винограда поддерживается почти на стабильном и довольно высоком уровне (2,5—3,0%). В конце вегетации содержание этой фракции в корнях также резко (почти в 5 раз) снижается, как это было замечено уже в отношении спирторастворимой фракции.

Весьма прочносвязанные белки, извлекаемые 2н. NaOH, также подвержены количественным изменениям и отражают сортовые различия.

Исследование состава и количества свободных аминокислот выявило интересные сортовые различия (табл. 1). В конце вегетации (до закалывания растений) в корнях морозоустойчивых сортов содержание аминокислот значительно выше, чем в корнях неустойчивых. Так, например: лизина выше на 25%, аргинина—10%, аспарагиновой кислоты—30%, аланина—5%, лейцина—20%. Особое внимание заслуживает глютаминовая кислота, количество которой больше в 4 раза.

В осенне-зимний период, когда надземная часть растений была подвергнута воздействию закалочных температур, сортовые различия по аминокислотам корневой системы проявляются еще ярче. Особое внимание привлекает глютаминовая кислота, количество которой уменьшалось у морозоустойчивого сорта от 34,6 до 2,6 мг%, а у неустойчивого—напротив, возросло от 7,79 до 12,63 мг%. Следует отметить, что у морозоустойчивого сорта снизилось содержание также аланина, лизина, лейцина, тогда как у неустойчивого сорта все перечисленные аминокислоты количественно возросли.

Поскольку в этот период все фракции белков у морозоустойчивых сортов характеризуются почти одинаковой картиной—образованием пика зимой, то снижение содержания перечисленных аминокислот может быть расценено как факт их использования на биосинтез белков в корнях.

Таблица 1

Изменение содержания свободных аминокислот в корнях винограда  
в период покоя (мг% на сухое вещество)

Аминокислоты	Морозоустойчивые растения			Неморозоустойчивые растения		
	I	II	III	I	II	III
Лизин	3,94	1,46	2,19	2,92	7,30	5,84
Гистидин	Следы	—	—	—	—	—
Аргинин	26,20	17,46	40,74	21,85	18,92	21,83
Аспарагиновая кислота	12,70	5,46	3,69	9,86	4,91	4,78
Треонин	3,56	1,19	1,54	5,33	2,01	1,78
Серин	6,63	3,37	4,08	8,16	5,10	4,08
Глютаминовая кислота	34,60	2,60	12,98	7,79	12,63	27,68
Пролин	—	Следы	—	—	Следы	—
Глицин	5,15	8,58	5,15	3,60	3,91	5,58
Аланин	7,35	5,25	10,50	6,30	6,30	13,13
Цистин	Следы	Следы	Следы	—	Следы	—
Валин	4,10	2,20	2,93	3,67	2,20	3,52
Метионин	1,95	Следы	1,32	1,32	1,32	1,32
Изолейцин	1,72	1,04	1,56	1,01	1,35	2,08
Лейцин	3,08	1,48	3,19	2,28	3,08	4,90
Тирозин	1,73	Следы	Следы	Следы	Следы	2,59
Фенилаланин	3,30	2,15	3,30	1,65	3,30	4,13
Сумма	82,01	52,22	92,17	67,05	72,33	102,55

I—исходные растения до воздействия закалочных температур;  
 II—после двухфазного закалывания и промораживания,  
 III—при выходе растения из состояния покоя.

Усилившийся биосинтез фракции белков с возрастанием белкового азота и со снижением количества свободных аминокислот в корнях морозостойчивых сортов свидетельствует о перестройке обмена веществ на уровне целого растения, хотя корни непосредственно не подвергаются в это время воздействию закалочных температур. Следовательно, в природных условиях координация адаптивных средств в подготовке виноградной лозы к повреждающему действию морозов происходит с активным участием корневой системы. Относительно повышенная поглотительная и метаболическая деятельность корней координируется с физико-химическими изменениями свойств белков в надземных органах (5).

НИИ виноградарства, виноделия и плодоводства  
МСХ Армянской ССР

Ռ. Ա. ԱՐԱՋՅԱՆ, Ս. Ա. ՄԱՐՈՒԹՅԱՆ

### Խաղողի արմատների սպիտակուցները և ամինաթթուները զարգացման տարեկան ցիկլում

Ուսումնասիրված է խաղողի արմատների սպիտակուցային ֆրակցիաների քանակական տատանումները զարգացման տարեկան ցիկլում՝ կապված բույսերի ցրտադիմացկունության աստիճանի հետ: Տրված է ցրտադիմացկուն և ոչ ցրտադիմացկուն խաղողի սորտերի արմատների ամինաթթուների որակական և քանակական փոփոխություններն աշնանա-ձմեռային կոփման և ցրտահարման շրջանում:

### ЛИТЕРАТУРА — ՉՐԱՇԱԿՆԵՐԹՅՈՒՆ

- <sup>1</sup> А. С. Мелконян, Регуляция жизнедеятельности кустов винограда, Изд. «Айастан», Ереван, 1973 <sup>2</sup> К. Д. Стоев, Физиологические основы виноградарства, Изд. Болгарской АН, София, 1971. <sup>3</sup> С. А. Марутян, Автореферат докторской диссертации, Ереван, 1974 <sup>4</sup> Lowry et al., Biol. chem., 193 (1951). <sup>5</sup> Р. А. Абджян, Автореферат кандидатской диссертации, Ереван, 1975.

УДК 595.768.23

ЭНТОМОЛОГИЯ

С. М. Яблоков-Хнзорян

Новый вид жесткокрылых-долгоносиков рода  
*Ptochus* из Армянской ССР  
(Coleoptera, Curculionidae)

(Представлено чл.-корр. АН Армянской ССР Э. А. Давтяном 29/VII 1977)

*Ptochus sevanensis* Iablokoff — Khnzorian sp. nov.

Армянская ССР: Шоржа у берега Севана, 12/VI 1949, голотип.

Тело красно-бурое, сплошь покрыто округлыми чешуйками, сверху в основном бархатисто-бурого цвета, с примесью белых, образующих треугольное пятно у вершины головотрубки, две полосы вдоль внутреннего края глаз в виде бровок, узкую срединную и две боковые полосы на переднеспинке и узкую полосу вдоль бокового края надкрылий. На надкрыльях имеются также крапинки из беловатых чешуек, разбросанные в шахматном порядке. Весь низ в белых чешуйках. Конечности бурые, покрыты довольно густыми и узкими светлыми чешуйками и темными щетинками. Длина 3,3 мм. Рис. 1,а.

Голова слегка шире длины, с выступающими глазами. Головотрубка слабо сужена кпереди, с невыступающими птеригиями, ее боковой край за ними плавно слабо и дугообразно вогнут до глаз. Передний край с неглубокой вырезкой (менее глубокой, чем у родственных видов). Усиковые впадины черные, небольшие, внутри без приподнятого канта, расстояние между ними в 1,6 раза меньше ширины головотрубki на уровне птеригиев. Усики с изогнутой рукояткой, длина которой равна ширине головы у основания. Жгутик такой же длины как ширина головотрубki на уровне птеригиев, его первый членик вдвое длиннее ширины, слегка уже и не длиннее второго, третий и четвертый сходные, слегка крупнее трех последующих, которые одинаковые и округлые. Булава узкая.

Переднеспинка в 1,6 раза шире длины, с прямолинейными передним и задним краями и слабо выпуклыми боковыми. Щиток маленький (но сравнительно крупнее, чем у родственных видов), треугольный. Надкрылья овальные, у вершины коротко закругленные, с отвесно спадающим задним скатом, без обособленных плеч, с равномерно

закругленным боковым краем и тупым плечевым углом, на треть длиннее общей ширины, втрое длиннее и в 1,5 раза шире переднеспинки (как и в дальнейшем, длина измерена со щитком). густо покрыты довольно короткими, косо торчащими щетинками, их бороздки тонкие, с мелкой точечностью. Ноги типичного для этого рода строения, с мелкими острыми зубчиками на всех бедрах (непостоянный признак).

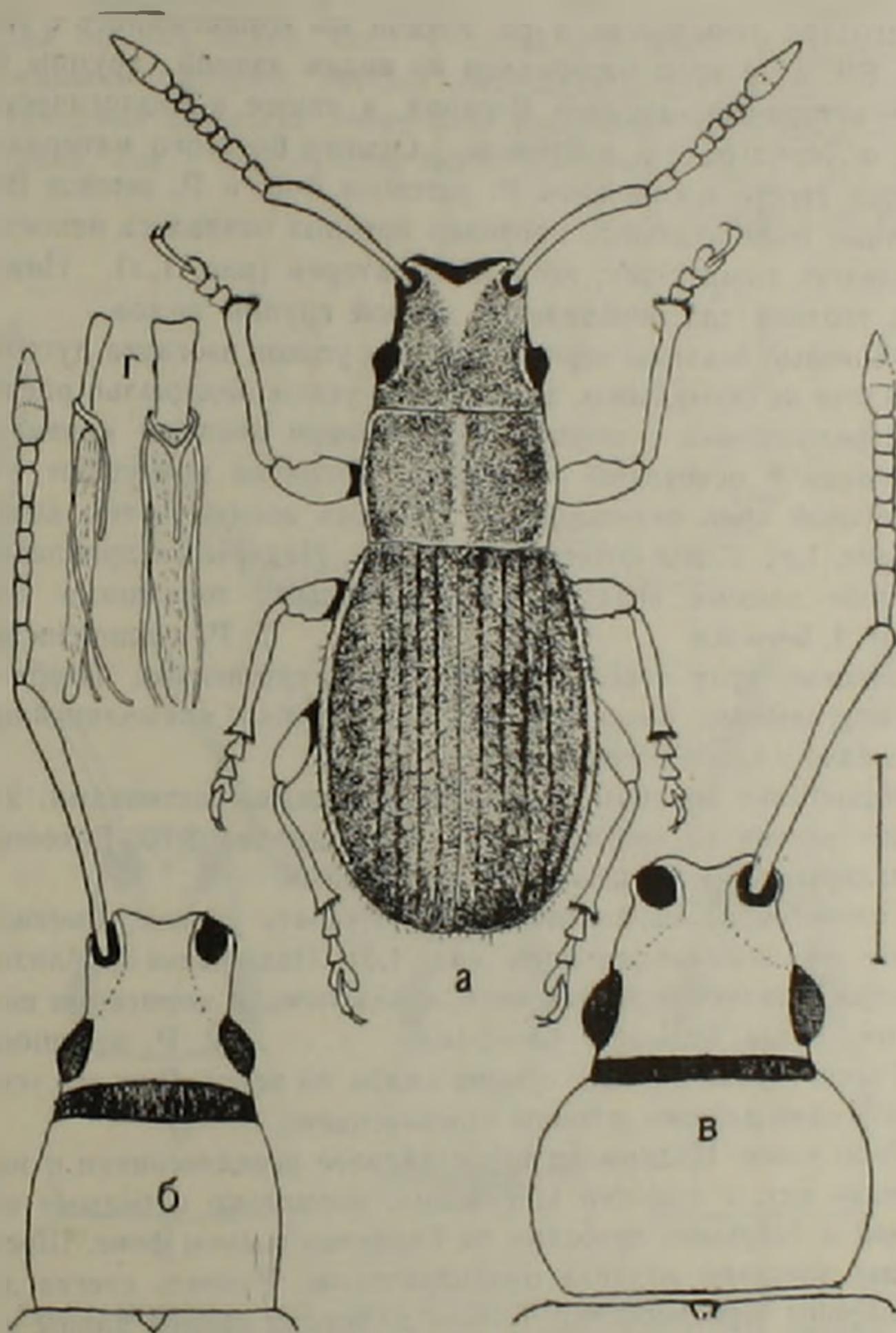


Рис. 1.

*a* — *Ptochus sevanensis* Khnz. sp. nov.; общий вид; *б* — передняя часть тела *P. squamosus* Rtt.; *в* — то же у *P. circumcinctus* Boh.; *г* — эдеагус *P. porcellus* Boh. из Малишки (Арм. ССР), латерально и пентрально, справа масштаб 1 мм

Этот вид—типичный представитель рода *Plochus* Schoenh., распространенного в Азии, на Кавказе и на юге Европейской части СССР, принадлежит к группе, у которой передний и задний края переднеспинки приблизительно равной длины, щетинки на надкрыльях не длиннее ширины одного промежутка бороздок, первый членик усиков покрыт чешуйками. К этой группе принадлежит 7 видов из Европейской части СССР.

Благодаря любезности д-ра Касаба мы ознакомились с типом *P. vittatus* Rtt. и со всем материалом по видам данной группы в Естественно-историческом музее Венгрии, а также в Зоологическом институте в Ленинграде и в Ереване. Осмотр богатого материала позволил нам свести в синонимы *P. porcellus* Boh. и *P. setosus* Boh., все отмеченные отличительные признаки которых оказались непостоянными, а эдеагус тождествен, хотя и характерен (рис. 1, 2). Ниже приводится таблица для определения данной группы видов.

- 1(12) Усиковые впадины черные. Рукоять усиков изогнута дугообразно. Плечи не обозначены, за плечевым углом надкрылья расширены.
- 2(3) Переднеспинка с широко закругленным боковым краем, сильно сужена к основанию и вершине. Птеригии выступают с боков, боковой край переднеспинки за ними вогнут, затем выпрямлен (рис. 1, в). Глаза большие, выпуклые. Надкрылья приблизительно втрое длиннее переднеспинки, с густыми торчащими щетинками. 4, 5—6 мм . . . . . 1. *P. circumcinctus* Boh.
- 3(2) Боковые края переднеспинки едва закругленные. Птеригии невыступающие, боковой край головотрубки прямолинейный или плавно и слабо вогнут до глаз.
- 4(11) Надкрылья покрыты длинными торчащими щетинками. 2-й членик усиков по крайней мере вдвое длиннее 3-го. Боковой край надкрылий за плечевым углом выпуклый.
- 5(6) Головотрубка параллельнобокая. Рукоять усиков заметно длиннее ширины переднеспинки (рис. 1, б). Надкрылья приблизительно втрое длиннее переднеспинки, с толстыми и короткими щетинками. Глаза большие 4,5—6 мм. . . . . 2. *P. squamosus* Rtt.
- 6(5) Головотрубка спереди сужена слабо, но четко. Рукоять усиков не или едва длиннее ширины переднеспинки.
- 7(8) Тело узкое. Надкрылья втрое длиннее переднеспинки и на треть шире них, с тонкими щетинками, нормально с белыми пришовой и боковыми полосами на бархатно темном фоне. Шесть первых члеников жгутика цилиндрические. Рукоять слегка длиннее ширины переднеспинки. Голова до темени равной длины и ширины (рис. 2, б). 4,5—4,8 мм. . . . . 3. *P. vittatus* Rtt.
- 8(7) Надкрылья короче и (или) шире, иной окраски. По крайней мере пятый и шестой членики жгутика более или менее овальные. Рукоять не длиннее ширины переднеспинки. Голова до темени шире длины.

9(10) Первый членик жгутика по крайней мере втрое длиннее ширины, заметно длиннее и не уже второго, пятый не округлый. Жгутик приблизительно в 1,5 раза длиннее ширины головотрубки у птеригиев, вырезка головотрубки глубокая (рис. 2,г). Надкрылья с более или менее толстыми и длинными щетинками, у вершины закруглены конически, вершинный скат спадает под углом около 60°. Переднеспинка в 1,4—1,6 раза шире длины. Окраска надкрылий обычно белая, часто с более или менее многочисленными темными пятнами, иногда сливающимися в полосы или оставляющими светлыми лишь многочисленные крапинки, не бывает такой, как у следующего вида. 3,5—6 мм. . . . .

4. *P. porcellus* Boh.

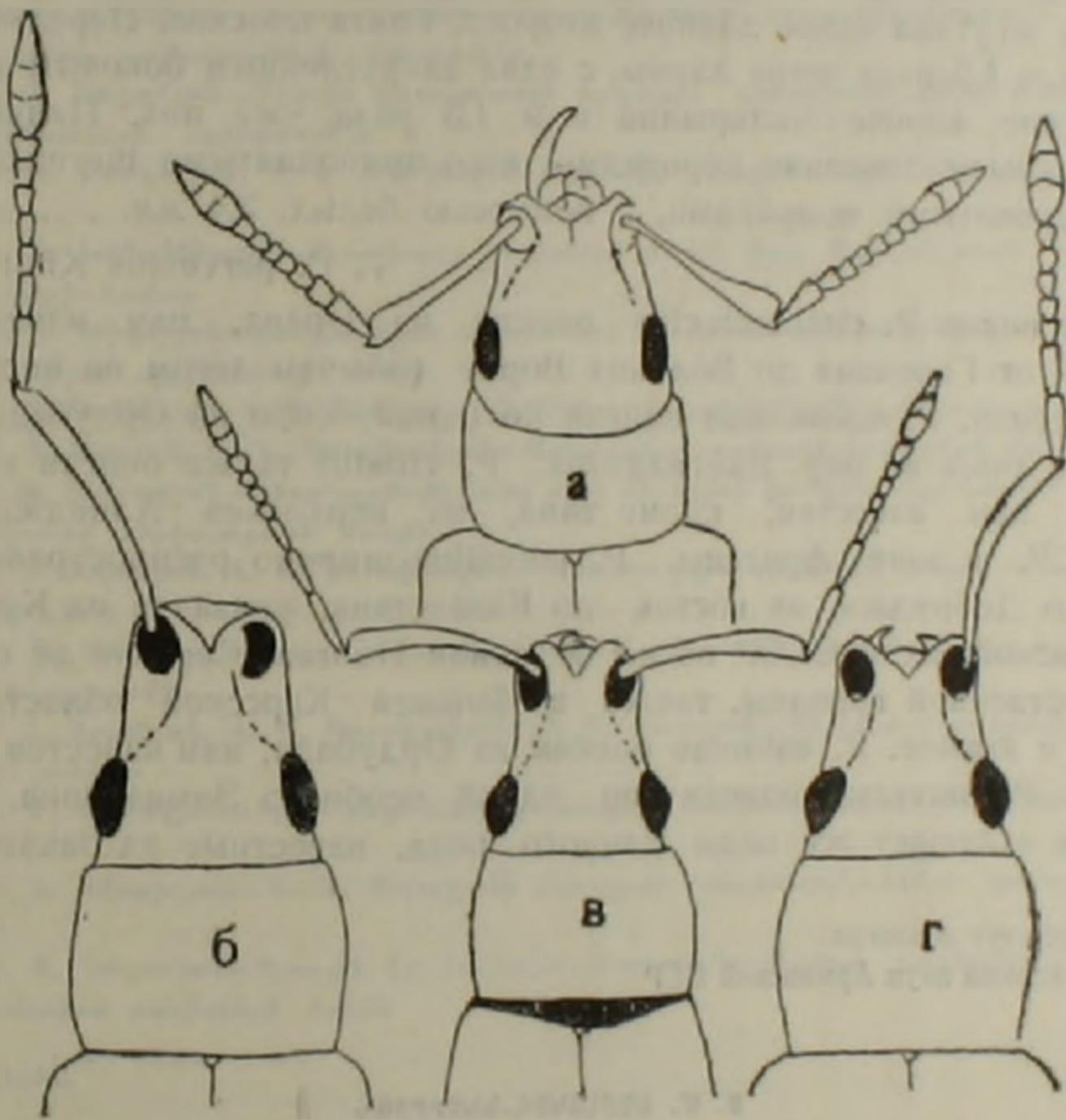


Рис. 2. Передняя часть тела у (тот же масштаб, что на рис. 1)  
 а — *Plochus perversus* Khnz.; б — *P. villatus* Rtt.; в — *P. antoniae* Rtt.; г — *P. porcellus* Boh.

10(9) Первый членик жгутика вдвое длиннее ширины, уже и не длиннее второго, пятый членик округлый. Жгутик такой же длины как ширина головотрубки у птеригиев. Вырезка головотрубки

слабая (рис. 1,а). Надкрылья с тонкими щетинками, в тонких бороздках, с закругленной вершиной, вершинный скат спадает отвесно. 3,3 мм . . . . . 5. *P. sevanensis* Khnz. sp. nov.

11(4) Надкрылья лишь с несколькими короткими щетинками вдоль бокового и заднего ската, в 2,5 раза длиннее переднеспинки. 3 первых членика жгутика убывающей длины, очень узкие, третий лишь немного короче второго (рис. 2,в), членики 5—8 округлые. Рукоять короче ширины переднеспинки. Боковой край надкрылий за плечевым углом выпрямлен. 3,5—5,5 мм . . . . .

6. *P. antoniae* Rtt.

12(1) Усиковые впадины светлые. Рукоять усиков едва изогнута, короткая и толстая, покрыта, как и жгутик, узкими чешуйками и щетинками. Плечи тупые, но выступающие, надкрылья за ними параллельнобокне (рис. 2,а). Усики короткие, первый членик их жгутика вдвое длиннее второго. Глаза плоские. Переднеспинка в 1,5 раза шире длины, с едва закругленным боковым краем, втрое короче надкрылий и в 1,5 раза уже них. Надкрылья покрыты довольно короткими, косо приподнятыми щетинками и буроватыми чешуйками, с примесью белых. 3,4 мм . . . . .

7. *P. perversus* Khnz.

Из этих видов *P. circumcinctus* описан из Ирана, нам известен в АрмССР от Горована до Волчьих Ворот (обычен летом на песках) и из Ордубада. *P. squamosus* описан по одной особи из Ордубада, нам известен лишь из окр. Ехегнадзора. *P. vittatus* также описан из Ордубада, нам известен, кроме типа, из верховьев Алинджачая в НахАССР, в зоне фриганы. *P. porcellus* широко распространен, на запад до Добруджи, на восток до Казахстана, указан и из Китая, в Европейской части СССР на юг от линии Полтава-Сарепта до южной государственной границы, также в бывшей Карсской области, вероятно и южнее. *P. antoniae* описан из Ордубада, нам известен отсюда же. *P. perversus* описан по одной особи из Эчмиадзина. Наша таблица включает все виды данного рода, известные из Закавказья.

Институт зоологии  
Академии наук Армянской ССР

II. Մ. ՅԱՐԼՈՎՈՎ-ԿՆՉՈՐՅԱՆ

Պատմություն սևոճի երկարակենցիկ բզեզների նոր տեսակի ՀՍՍՀ-ից  
(Coleoptera, Curculionidae)

*Ptochus sevanensis* lablokoff-Khuzorian sp. nov.

Երկարադրվում է երկարակենցիկ բզեզների նոր տեսակ հայտնաբերված Շորժայի շրջակայքից Սևանի ափին: Տրվում է այդ սևոճի բոլոր 7 տեսակների որոշիչ աղյուսակը, որոնք հայտնի են ՀՍՍՀ-ից ու Անդրկովկասից և նշվում է նրանց տարածումը:

Ր Ո Վ Ա Ն Դ Ա Կ Ո Ւ Ք Յ Ո Ւ Ն

ՄԱՔԻՄԱՏԻԿԱ

Ռ. Գ. Հայրապետյան—Խառն խնդիր երկրորդ կարգի վերածվող հիպերբոլական հավասարումների համար լույսատիեսկու հավասարաչափ պայմանի խախտվելու դեպքում 3

Յու. Մ. Մովսիսյան—Ավտոմորֆիզմների և թվագիստոմորֆիզմների խմբեր . 65

Է. Ա. Միրզախանյան—Անվերջ շախմատի հոմոտոպիկ խմբերի հոմոտոպիական ինվարիանտությունը . . . . . 71

Յու. Մ. Բաղդասարյան—A. C.—բազմությունների որոշ հատկությունների մասին . 75

Ո. Գ. Հովսեփյան—Տոպոլոգիական տարածությունների բոլոր բիկոմպակտ և բոլոր տիխոնովյան լայնացումների կառուցումը . . . . . 81

Վ. Լ. Իսլամյան—Գծային կառուցվածքի արտաքին դիմադրությունների և հազարդակցությունների օպերատորներ . . . . . 87

Ա. Գ. Մաբկոսյան, Ո. Ն. Մաբկոսյան—Օրգրաֆը օրանտառների վերլուծման ալգորիթմ . . . . . 129

Գ. Ռ. Հովհաննիսյան—Որոշ խառն խնդիրների մասին թույլ հիպերբոլական հավասարումների համար . . . . . 132

Ս. Ի. Իբիգոբյան—Համիլտոնյան սիստեմների մի դասում տատանողական ուժերի գոյության պայմանների մասին . . . . . 136

Է. Ա. Գաբրիելյան, Վ. Գ. Ուշակով—E<sub>h</sub>(G)I<sub>h</sub>∞ սիստեմի հերթի երկարության մասին 193

Ո. Ո. Աղայան, Ա. Գ. Ուարժիսյան—Աղամարի մատրիցայի կառուցման մասին . 199

Լ. Խ. Մեհրաբյան—Կիսահարթությունում որոշ ուղղաձուգ ֆունկցիաների դասերի մուլտիպլիկատիվ ներկայացման մասին . . . . . 204

Լ. Հ. Ասլանյան, Վ. Մ. Կարախանյան—Գիսկրետ իզոպերիմետրիկ խնդրի լուծումների ընդհանուր նկարագիրը . . . . . 211

Գ. Ա. Բարսեղյան—Երկրաչափական մոտեցում ուղանյան մակերևույթների էյուզավորման պրոբլեմին . . . . . 216

Լ. Հ. Ասլանյան, Վ. Մ. Կարախանյան, Բ. Ն. Քուրոսյան—Գիսկրետ իզոպերիմետրիկ խնդրի լուծումը . . . . . 257

Հ. Մ. Խոսրովյան—Երկու ծայր ունեցող կոմպլեքս համասեռ տարածությունների մասին . . . . . 263

Ա. Ն. Ավետիսյան—Մ. Մ. Զրբաչյանի ինտեգրալ ձևափոխությունների տեսության մասին . . . . . 266

Ղ. Ո. Ղազարյան—Կշռային  $L_p, 1 < p < \infty$ , տարածություններում բազիսների և ուպայմանական բազիսների մասին . . . . . 271

ՄԵԽԱՆԻԿԱ

Ռ. Կ. Ալեքսանյան Ս. Հ. Մկրտչյան—Շրջանային ներդրակով ուղղանկյուն սալի ջերմադաճական կայունությունը . . . . . 92

ԳՐՈՒՆՏՆԵՐԻ ՄԵԽԱՆԻԿԱ

Ո. Ռ. Մեսչյան, Ռ. Գ. Մալախյան—ՈՒՂՈՂ ընահողերի ռելյոգիական հատկությունները 101

Ռ. Գ. Մալախյան, Ս. Ռ. Մեսչյան—Գերեստող ընահողերի սողոթ սահթի դեպքում . 143

ԱՌԱՉԳԱԿԱՆՈՒՔՅԱՆ ՏԵՍՈՒՔՅՈՒՆ

Լ. Ա. Հաբուրյունյան—Երկու շրջանային ազդաներով սահմանափակված տիրույթի առաձգականության տեսության խառն եզրային պայմաններով. հարթ խնդրի լուծումը 10

Ն. Ե. Հաբուսյունյան, Ա. Ի. Լոզովսկի—Ֆազային ձևափոխություններով մարմինների համար առաձգամածուցիկության տեսության մի խնդրի մասին . . . . .	109
Կ. Լ. Աղայան—Ճաթերով թուլացված անվերջ առաձգական սալի և վերագրիներին կոնտակտային փոխազդեցության պարրերական մի խնդրի մասին . . . . .	115
Վ. Ի. Տոնոյան, Ի. Ա. Մելիուսյան—Ներքին ուղղամիջ վերջավոր նեղծով կիսահարթության կոնտակտային խնդիրը . . . . .	127
Ա. Ա. Ռարյոյան—Երկու հատած սկզբի հարթ կոնտակտային խնդիրը . . . . .	276

**ՖԻԶԻԿԱ**

Ի. Հ. Հաբուսյունյան, Գ. Ի. Պոզոսյան, Վ. Մ. Տեր-Անտոնյան—Մասնիկի անցումը պարարտիկ պոտենցիալ արգելքով . . . . .	17
Մ. Ա. Սարգսյան—Երեք մակարդակների սխառեմի բննագծումությունը մեկ և երկու ֆուտոնային ուղեղների պայմաններում . . . . .	33
Գ. Գ. Կարապետյան—Օնդուլյատորային ճառագայթման սպեկտրը այլոթատարում . . . . .	20
Գ. Ի. Պոզոսյան, Վ. Գ. Սիմոնյան—Լազերային ճառագայթման ոչ գծային ցրումը սուտակի բյուրեղում . . . . .	266
Ի. Ն. Հայրապետյան, Գ. Հ. Հաբուսյունյան, Վ. Գ. Աֆանասև, Ա. Վ. Հովսեփյան—Ջրա-չրային ձևերգետիկ ուղեղների ակտիվ զոնայի վիճակի հոշմարկը կասեռների բաշխման ավազանում ընտրությամբ . . . . .	289
Գ. Ա. Վարդանյան—Պրիմեսոնի վրա վակուսիտների ցրման մասին . . . . .	294

**ԱՍՏՐՈՆՈՄԻԱ**

Ա. Լ. Գյուլբուտադյան—Հերթիգ-Արոյի արեկտների մասին . . . . .	36
---	----

**ԴԵՄՈՆՏՐԻԱ**

Տու. Ի. Վառդանյան—Մերձերկրյա տիեզերական տարածության բազմաչերտ մոզել . . . . .	151
Ի. Յ. Հակոբյան—Մակերեսային այլոթների ֆազային և խմբային արագությունների առջի դինամիկ մոզուլի համար մոցվող ուղղումների մասին . . . . .	157

**ԵՐԿՐԱՐԱՆՈՒԹՅՈՒՆ**

Ա. Վ. Հաբուսյունյան—Ջրաներարկման յուրահատուկ ազդեցությունն երկայնական այլոթների վրա Հայաստանի օֆիոլիտային գոտիներից ներկայացված տարրեր ապարներում . . . . .	161
Ա. Տ. Ասլանյան, Մ. Ա. Իսախանյան—Փոքր կովկասի Ջանգեղուրի օֆիոլիտային գոտին . . . . .	220

**ՊԵՏՐՈԳՐԱՖԻԱ**

Ի. Բ. Աբովյան, Յ. Վ. Կամիսկի—Հայկական ՍՍՀ ուստրամաֆիտների կազմավորման խորության մասին . . . . .	237
---	-----

**ՈՍՏՐԱՏՈԳՐԱՖԻԱ**

Ա. Հ. Գաբրիելյան, Ի. Ա. Խորենյան—Բազում-զանգեզուրյան տեկտոնական զոնայի (Հայկական ՍՍՀ) տոլիտային վուլկանիտների հասակի ու շերտագրական դիրքի մասին . . . . .	166
---	-----

**ԿՆՆՍԱՐԱՆՈՒԹՅՈՒՆ**

Վ. Ի. Սաֆարյան, Ի. Տիմկո, Վ. Վ. Նասիկով—ՐՔԺ պլազմիդի և յ. ֆազի ԴՆԹ-ի վրա Sall ուստրիկտագայի նանաշման հատվածների թարտեղավորումը . . . . .	39
--	----

**ՄԻԿՐՈԲԻՈԼՈԳԻԱ**

Ն. Լ. Քայաչյան, Մ. Փ. Չայախյան—Ֆիզիոլոգիայես ակտիվ նյութերի առաջացումը պայարարակտերիաների կողմից և նրանց ազդեցությունը թիթեռնածագկավոր բույսերի վրա . . . . .	233
---	-----

ՌԻՈՇԻՄԻԱ

Ն. Լ. Մեղոյան, Ռ. Մ. Նայրաբեգյան, Ֆ. Ա. Հախնազարյան, Ա. Ս. Սանակյան—*Կեն-  
յակի արտադրության համար կաղնու բնութայտի մշակման նոր մեթոդի մասին* . . . . . 46

Ա. Ս. Կիրակոսովա, Ս. Պ. Մանջիկյան, Ռ. Հ. Կարապետյան, Ա. Ա. Գալոյան—  
*Տիրուիբերինի (ՏՌՀ) և լյուլիբերինի (ԼՌՀ) ազդեցությունը առեկտների արյան պլազ-  
մայի կիներնային սխտեմի վրա* . . . . . 52

Ա. Ա. Գալոյան, Բ. Յա. Գուրվից—*Նեյրոհորմոն «Շ»-ի և ցիկլո-ԱՄՖ մրցակցու-  
թյունը ցիկլո-ԱՄՖ կապող սպիտակուցների համար* . . . . . 173

Մ. Ա. Սուլեյմանյան, Ս. Ն. Հայրապետյան—*Ազենիլատցիկլազայի ազդման մեխա-  
նիզմի մասին՝ խիտունջի նեյրոնների մեմբրանային պոտենցիալի վրա* . . . . . 181

Ա. Ա. Գալոյան, Ս. Ս. Ալեխանյան, **Բ. Բ. Իվանով**—*Նեյրոհորմոն «Շ»-ի մասնակցու-  
թյունը մկանների պլաստիկ տանուսի կարգավորման գործում* . . . . . 238

Ա. Ա. Գալոյան, Ն. Հ. Խումարյան, Ա. Խ. Խանազադյան—*Հիպոթալամուսի նոր պոլի-  
պեպտիդի հիպոզիկեմիկ լֆեկտի մասին* . . . . . 298

ՐՈՒՅՍԵՐԻ ՆԻՋԻՈՂՈԳԻԱ

Վ. Ն. Խոյանին, Մ. Ք. Գալլախյան—*Օրվա տնդոթյան ազդեցությունը կանեփի և  
սպանազի սերտուալիզացիայի վրա* . . . . . 186

Ռ. Ա. Աբաբյան, Ս. Ա. Մաքոսյան—*Խաղողի արմատների սպիտակուցները և ամի-  
նաթթուները զարգացման տարեկան ցիկլում* . . . . . 303

ՄԻՋԱՏԱՆԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

Վ. Ի. Գիսկունով—*Նոր տեսակ Ornativa Cozmány սեռի (Lepidoptera,  
Gelechiidae) հայկական ՍՍՀ-ից* . . . . . 242

Ս. Մ. Յարլոկով—*Խենոբյան—Գտոխուս սեռի Լրկարակենիթ բզեզների նոր տեսակ  
ՀՍՍՀ-ից (Coleoptera, Curculionidae)* . . . . . 306

ԿԵՂԱՐԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

Ս. Հ. Միրզոյան, Է. Ն. Մխեյան, Է. Ս. Սեկոյան, Օ. Պ. Սոցկի—*Միմիական կաուց-  
վածքի և ուղեղային արյան շրջանառության վրա ունեցած ազդեցության կապը սֆինգո-  
լիպիդների շարքում* . . . . . 243

ՆԻՋԻՈՂՈԳԻԱ

Գ. Թեյմ, Ս. Ա. Հաբուսյանյան—*Ուղեղիկի գրգռման ազդեցությունը չիպոկամպի ենյ-  
րոնային ակտիվության վրա կատունների մոտ խրոնիկ փոքրի պայմաններում* . . . . . 55

Գ. Ս. Մելիճյան, Հ. Ա. Մկրտչյան, Ն. Ս. Խոնդկարյան—*Սինապսի վարքի մեթոմա-  
տիկական նկարագիրը ռիթմիկ գրգռման պայմաններում* . . . . . 59

Ա. Ա. Հեֆմյան, Գ. Ե. Գրիգորյան, Բ. Ա. Հաբուսյանյան—*Կոզակ—Գուլիեթի  
զերը տեսողական ինֆորմացիայի մշակման պրոցեսներում* . . . . . 282

## СОДЕРЖАНИЕ LXV ТОМА

	Стр.
<b>МАТЕМАТИКА</b>	
<i>Р. Г. Адрасян</i> —Смешанная задача для вырождающихся гиперболических уравнений второго порядка при нарушении равномерного условия Лопатинского . . . . .	3
<i>Ю. М. Мовсисян</i> —Группы автоморфизмов и квазиавтоморфизмов . . . . .	65
<i>Э. А. Мирзаханян</i> —Гомотопическая инвариантность бесконечномерных гомотопических групп . . . . .	71
<i>Ю. М. Багдасарян</i> —О некоторых свойствах $A, C$ множеств . . . . .	75
<i>С. Г. Овсепян</i> —Построение всех бикompактных и всех тихоновских расширений топологических пространств . . . . .	81
<i>В. Л. Даллакян</i> —Операторы внешних сопротивлений и проводимостей линейной структуры . . . . .	87
<i>А. Г. Маркосян, С. Е. Маркосян</i> —Алгоритм разложения орграфа на орлеса . . . . .	129
<i>Г. Р. Оганесян</i> —О некоторых смешанных задачах для слабо гиперболических уравнений . . . . .	132
<i>С. Д. Григорян</i> —Об условиях существования колебательных режимов в одном классе гамильтоновых систем . . . . .	136
<i>Э. А. Даниелян, В. Г. Ушаков</i> —О длине очереди системы $E_k G 1 \infty$ . . . . .	193
<i>С. С. Агаян, А. Г. Саруханян</i> —К построению матриц Адемара . . . . .	199
<i>Л. Х. Меграбян</i> —О мультипликативных представлениях некоторых классов регулярных функций в полуплоскости . . . . .	201
<i>Л. А. Асланян, В. М. Караханян</i> —Общее описание решений дискретной изопериметрической задачи . . . . .	211
<i>Г. А. Барсегян</i> —Геометрический подход к проблеме разветвленности римановых поверхностей . . . . .	216
<i>Л. А. Асланян, В. М. Караханян, Б. Е. Торосян</i> —Решение дискретной изопериметрической задачи . . . . .	257
<i>О. М. Хосровян</i> —О комплексных однородных пространствах с двумя концами . . . . .	263
<i>Л. Е. Автисян</i> —К теории интегральных преобразований М. М. Джрбашяна . . . . .	266
<i>К. С. Казарян</i> —О базисах и безусловных базисах в весовых пространствах $L_p, 1 < p < \infty$ . . . . .	271
<b>МЕХАНИКА</b>	
<i>Р. К. Александян, Ц. А. Мкртчян</i> —Термоупругая устойчивость прямоугольной пластинки с круговым включением . . . . .	92
<b>МЕХАНИКА ГРУНТОВ</b>	
<i>С. Р. Месчян, Р. П. Малакян</i> —Реологические свойства набухающих грунтов . . . . .	101
<i>Р. П. Малакян, С. Р. Месчян</i> —Ползучесть присадочных грунтов при сдвиге . . . . .	143
<b>ТЕОРИЯ УПРУГОСТИ</b>	
<i>Л. А. Арутюнян</i> —Смешанная плоская задача теории упругости для области, ограниченной двумя окружностями . . . . .	10

<i>И. Х. Арутюнян, А. С. Лозовский</i> —Об одной задаче теории вязкоупругости для тел с фазовыми превращениями . . . . .	100
<i>К. Л. Агаян</i> —Об одной периодической задаче контактного взаимодействия струнгеров с упругой бесконечной пластиной, расслабленной трещинами . . . . .	115
<i>В. С. Тоноян, С. А. Мелкумян</i> —Контактная задача для полуплоскости с внутренним вертикальным конечным разрезом . . . . .	122
<i>А. А. Бабляян</i> —Плоская контактная задача для двух усеченных клиньев . . . . .	276

## ФИЗИКА

<i>М. Г. Арутюнян, Г. С. Погосян, В. М. Тер-Антонян</i> —Прохождение частицы через параболический потенциальный барьер . . . . .	17
<i>М. А. Саркисян</i> —Поляризуемость трехуровневого атома при наличии однофотонного и двухфотонного резонансов . . . . .	23
<i>Г. Г. Карапетян</i> —Спектр модуляционного излучения в волноводе . . . . .	30
<i>И. С. Погосян, В. Г. Симонян</i> —Нелинейное рассеяние лазерного излучения в кристаллах рубина . . . . .	284
<i>Н. Н. Айрапетян, Г. Г. Арутюнян, В. П. Афанасьев, А. В. Овсепян</i> —Расчет состояний активной зоны ВВЭР с автоматическим выбором распределения кассет . . . . .	289
<i>Г. А. Варданян</i> —О рассеянии вакансионна на примесные . . . . .	294

## АСТРОФИЗИКА

<i>А. Л. Гюльбудигян</i> —Об объектах Харбига-Аро . . . . .	35
---	----

## ГЕОФИЗИКА

<i>Ю. С. Варданян</i> —Многослойная модель околоземного космического пространства . . . . .	151
<i>С. Ц. Акопян</i> —О поправках за динамический модуль сдвига для фазовых и групповых скоростей поверхностных волн . . . . .	157

## ГЕОЛОГИЯ

<i>А. В. Арутюнян</i> —Особенности влияния водонасыщенности на скорость продольных волн в различных горных породах офиолитовых поясов Армении . . . . .	161
<i>А. Т. Асланян, М. А. Сатцин</i> —Зангезурский офиолитовый пояс Малого Кавказа . . . . .	220

## ПЕТРОГРАФИЯ

<i>С. Б. Абовян, Ф. В. Каминский</i> —О глубинности формирования ультрамафитов Армянской ССР . . . . .	227
--	-----

## СТРАТИГРАФИЯ

<i>А. А. Габриелян, Р. А. Хоренян</i> —О возрасте и стратиграфическом положении толентовых вулканитов Базум-Зангезурской тектонической зоны (Армянская ССР) . . . . .	166
---	-----

## БИОЛОГИЯ

<i>В. С. Сафарян, И. Тимко, В. В. Носиков</i> —Картирование участков узнавания рестриктазы Sal I на ДНК плазмиды RP1 и фага $\lambda$ . . . . .	39
---	----

## МИКРОБИОЛОГИЯ

<i>Н. Л. Караджян, М. Х. Чайлахян</i> —Образование физиологически активных веществ клубеньковыми бактериями и их влияние на бобовые растения . . . . .	233
--	-----

## БИОХИМИЯ

- Е. Л. Мнджоян, Р. М. Налбандян, Ф. А. Ахназирян, А. С. Саакян—О новом способе обработки древесины дуба для коньячного производства . . . . . 46
- А. С. Киракосова, С. П. Манджикян, Р. О. Каралетян, А. А. Галоян—Влияние тиролиберина (ТРГ) и люлиберина (ЛРГ) на кининовую систему плазмы крови крыс . . . . . 52
- А. А. Галоян, Б. Я. Гурвиц—Конкуренция между нейрогормоном «С» и 1,5-циклической АМФ цикло-АМФ-связывающие белки . . . . . 173
- М. А. Сулейманян, С. Н. Айрапетян—О механизме действия аденилатциклазы на мембранный потенциал нейронов улитки . . . . . 181
- А. А. Галоян, С. С. Александян, **И. И. Иванова**—К вопросу об участии нейрогормона «С» в регуляции пластического тонуса мышц . . . . . 238
- А. А. Галоян, Н. Г. Хумарян, А. Х. Ханазадян—О гипогликемическом эффекте нового гипоталамического полипептида . . . . . 298

## ФИЗИОЛОГИЯ РАСТЕНИЙ

- В. Н. Хрянин, М. Х. Чайлахян—Влияние длины дня на сексуализацию конопля и шпината . . . . . 186
- Р. А. Абаджян, С. А. Марутян—Белки и аминокислоты в корнях винограда в годичном цикле развития . . . . . 302

## ЭНТОМОЛОГИЯ

- В. И. Пискунов — Новый вид рода *Ornativalva* Gozmány (Lepidoptera, Gelechiidae) из Армянской ССР . . . . . 242
- С. М. Яблоков-Хнзорян—Новый вид жесткокрылых-долгоносков рода *Plochus* из Армянской ССР (Coleoptera, Curculionidae) . . . . . 306

## ФАРМОКОЛОГИЯ

- С. А. Мирзоян, Э. Е. Мхехян, Э. С. Секоян, О. П. Соцкий—Связь между химическим строением и церебральной вазоактивностью в ряду сфинголипидов . . . . . 245

## ФИЗИОЛОГИЯ

- Г. Рейм, С. А. Арутюнян—Эффекты раздражения мозжечка на активность нейронов гиппокампа у кошек в хроническом эксперименте . . . . . 55
- Д. С. Мелконян, О. А. Мкртчян, Н. С. Хонджарян—Математическое описание поведения синапса в условиях ритмической стимуляции . . . . . 59
- А. А. Экимян, Г. Е. Григорян, Б. А. Арутюнян-Козак—Роль пульвинара в процессах обработки зрительной информации . . . . . 252

## CONTENTS OF LXV VOLUM

### MATHEMATICS

<i>R. G. Halrapettan</i> — Mixed problem for weakly hyperbolic equation of second order without uniform Lopatinsky condition . . . . .	3
<i>Yu. M. Movsislan</i> — Automorphism and quasiautomorphism groups . . . . .	65
<i>E. A. Mirsakhantian</i> — The homotopic invariant of infinite-dimensional homotopic groups . . . . .	71
<i>J. M. Bagdasarian</i> — Some properties of A. C. sets. . . . .	75
<i>S. G. Ovsepian</i> — Construction of all compact and all Tychonoff extensions of topological spaces . . . . .	81
<i>V. L. Dallakian</i> — Operators of external resistances and conductances of linear structure. . . . .	87
<i>A. G. Markosian, S. E. Markosian</i> — Algorithm for decomposition of directed graph into the directed forests. . . . .	129
<i>G. R. Hovhannisian</i> — On some mixed problems for weakly hyperbolic equations in two independent variables. . . . .	132
<i>S. D. Grigorian</i> — On conditions of existence of oscillating regimes in a class of Hamiltonian systems. . . . .	136
<i>E. A. Dantellian, V. G. Ushakov</i> — On a queue length in queueing system of $E_k/G/1/\infty$ type . . . . .	193
<i>S. S. Agayan, A. G. Sarukhyanian</i> — On a construction of Hadamard matrices . . . . .	199
<i>L. Kh. Mehrabian</i> — Multiplicative representation of certain classes of regular functions in a half plane . . . . .	204
<i>L. A. Asluntan, V. M. Karakhanian</i> — General description of the discrete isoperimetric solutions of problems . . . . .	211
<i>G. A. Barsegian</i> — Geometric approach to the problem of ramification of surfaces . . . . .	216
<i>L. A. Asluntan, V. M. Karakhanian, B. E. Torosian</i> — The solution of the discrete isoperimetric problem . . . . .	257
<i>O. M. Khosrovian</i> — About complex homogenous spaces with two ends . . . . .	263
<i>A. E. Avetislan</i> — To the theory of Dzrapastan's integral transformation . . . . .	266
<i>Gh. S. Ghazarian</i> — On the bases and unconditional bases in the weighted $L_p, 1 < p < \infty$ spaces . . . . .	271

### MECHANICS

<i>R. K. Alexanian, S. A. Mkrtchian</i> — Thermoelastic stability of rectangular plate with a circular inclusion. . . . .	92
---	----

### SOIL MECHANICS

<i>S. R. Meschian, R. P. Malakian</i> — rheological properties of swelling soils . . . . .	101
<i>R. P. Malakian, S. R. Meschian</i> — Creep of collapsible soils during shear. . . . .	143

## THEORY OF ELASTICITY

- R. G. Harutyunian* — The mixed plane problem in the theory of elasticity for body in the region consisting of two shaft-haw circles . . . . . 10
- N. Kh. Arutiunian, A. S. Lozowski* — On the problem of the theory of viscoelasticity for the solids with phase transformations . . . . . 109
- K. I. Agayan* — On a periodical problem of a contact interaction of stiffeners with an elastic infinite plate weakened by means of cracks. . . . . 115
- V. S. Tonoyan, S. A. Melkumian* — The contact problem for semi-plane with an internal vertical finite crack . . . . . 122
- A. H. Babloyan* — A plane contact problem for two truncated wedges . . . . . 276

## PHYSICS

- M. H. Harutyunian, G. S. Pogostian, V. M. Ter-Antonian* — The particle transmission through the parabolical potential step . . . . . 17
- M. A. Sarkissian* — Three level atom polarizability in the presence of one and two-photon resonances . . . . . 23
- G. G. Karapetian* — The spectrum of undulator radiation in the waveguide . . . . . 30
- P. S. Poghosian, W. G. Simonian* — Nonlinear scattering of light in ruby crystals . . . . . 284
- I. N. Hayrapetian, G. H. Harutyunian, V. P. Afunasyev, A. V. Hovsepian* — W'WER zone active states calculation with automatic selection of distribution of plates . . . . . 289
- G. A. Vardanian* — Of the scattering a vacauston on the primesson . . . . . 294

## ASTROPHYSICS

- A. L. Gyulbudaghian* - About Herbig — Haro objects . . . . . 35

## GEOPHYSICS

- Yu. S. Vardanian* — Multilayer model of near space. . . . . 151
- S. Ts. Hakopian* — On corrections of dynamic shear modulus for phase and group velocity surface waves. . . . . 157

## GEOLOGY

- A. V. Harutunian* — The peculiarities of water saturated influence on the speed of longitudinal waves on various mountain rocks of the Armenian ophiolitic belt. . . . . 161

## GEOLOGY

- A. T. Aslanton, M. A. Sattian*, The Zangezur ophiolite belt of the Minor Caucasus . . . . . 220

## PETROLOGY

- S. B. Abovian, F. V. Kaminskiy* — About the depth of formation of ultramafites of the Armenian SSR . . . . . 227

## STRATIGRAPHY

- A. A. Gabriellian, R. A. Khorenian* — About the age and stratigraphic positions of theolitic volcanoes of Bazum — Zangezurian tectonic zones (Armenian SSR). . . . . 166

## BIOLOGY

- V. S. Safarlan, J. Timko, V. V. Nasikov* — Physical mapping of plasmid RP4 and bacteriophage lambda DNAs with restriction endonuclease Sall . . . . . 39

## MICROBIOLOGY

- N. I. Kaladjian, M. Kh. Chailakhian* — Formation of physiological active substances by nodule bacterium and their influence on the legume plants . . . . . 233

## BIOCHEMISTRY

- E. L. Mndjoyan, R. M. Nalbandian, F. A. Akhnazarian, A. S. Sahakian* — On thermal treatment of oak wood under oxygen pressure . . . . . 46
- A. S. Klrakosova, S. P. Manjikian, R. H. Karapettun, A. A. Galoyan* — The influence of thyroliberine (TRH) and lulliberine (LRH) on kinase system of the blood plasma in rats . . . . . 52
- A. A. Galoyan, B. Y. Gurvitz* — Competing between the neurohormone 2C\* and 3', 5' — cAMP for cAMP binding proteins. . . . . 173
- M. A. Suleymanian, S. N. Ayrapettan* — On the mechanism of adenylate-cyclase action on the membrane potential of snail neuron. . . . . 181
- A. A. Galoyan, S. S. Alexanian, [I. I. Ivanov]* — About The problem of the neurohormone „C\* participation in the regulation of plastic tonus of muscles . . . . . 238
- N. H. Khumarlan, A. Kh. Khanazadlan, A. A. Galoyan* — The hypoglycaemic effect of a new hypothalamic polypeptide . . . . . 298

## PLANT PHYSIOLOGY

- V. N. Khryanin, M. Kh. Chailakhian* — Influence of the day-length on the sexualization of *Cannabis sativa* and *Spinacea oleracea*. . . . . 186
- R. A. Abadjian, S. A. Marutian* — Proteins and aminoacids in vine roots during the yearly cycle of development . . . . . 302

## ENTOMOLOGY

- V. I. Pliskunov* — New species of the genus *Ornativalva* Gozmany (Lepidoptera, Gelechiidae) from the Armenian SSR . . . . . 242
- S. M. Iablokoff-Khuzorian* — A new species of the weevil-genus *Ptochus* from Armenian SSR (Coleoptera, Curculionidae) . . . . . 306

## PHARMACOLOGY

- S. A. Mirsoyan, E. E. Mkheyan, E. S. Sekoyan, O. P. Solski* — The relationship between chemical structure and cerebral vasoactivity in sphingolipids . . . . . 245

## PHYSIOLOGY

- G. Reim, S. A. Arutyunian* — The effects of cerebellar stimulation on the hippocampal neuronal activity of cats in the chronic experiment . . . . . 55
- D. S. Melkonian II, A. Mkrtchian, N. S. Khondkarian* — The mathematical description of synapse during repetitive stimulation . . . . . 59
- A. A. Ekimian, G. E. Grigorian, B. A. Harutunian-Kozak* — The role of pulvinar in the processing of visual information . . . . . 252