

Զ Ե Կ Ո Ւ Յ Ց Ն Ե Ր
Д О К Л А Д Ы

LXV, № 1

1977

Խմբագրական կոլեգիա

Գ. Ա. ԱՐՁՈՒՄԱՆՅԱՆ, տեխն. գիտ. բեկեա-
ծու (պատ. Բաբուրգար), է. Գ. ԱՅՐԻՆՅԱՆ,
ՀՍՍՀ ԳԱ թղթակից-անդամ, Ա. Բ. ԲԱՐԱ-
ՅԱՆ, ՀՍՍՀ ԳԱ ակադեմիկոս, Հ. Խ. ԲՈՒՆ-
ՅԱԹՅԱՆ, ՀՍՍՀ ԳԱ ակադեմիկոս, Ա. Ա.
ԲԱԼԱՆՅԱՆ, ՀՍՍՀ ԳԱ թղթակից-անդամ,
Վ. Մ. ԲԱՌԱՅԱՆ, ՀՍՍՀ ԳԱ թղթակից-ան-
դամ, Վ. Հ. ՀԱՄԲԱՐՁՈՒՄՅԱՆ, ակադեմիկոս,
Վ. Հ. ՂԱԶԱՐՅԱՆ, ՀՍՍՀ ԳԱ ակադեմիկոս
(պատ. խմբագրի տեղակալ), Հ. Գ. ՄԱՂԱՐ-
ՅԱՆ, ՀՍՍՀ ԳԱ ակադեմիկոս, Ա. Գ. ՆԱԶԱՐՈՎ,
ՀՍՍՀ ԳԱ ակադեմիկոս (պատ. խմբագիր),
Գ. Ս. ՍԱՀԱԿՅԱՆ, ՀՍՍՀ ԳԱ թղթակից-անդամ,
Օ. Մ. ՍԱԳՈՆՋՅԱՆ, ՀՍՍՀ ԳԱ թղթակից-
անդամ, Մ. Լ. ՏԵՐ-ՄԻՔԱՅԵԼՅԱՆ, ՀՍՍՀ
ԳԱ թղթակից-անդամ, Վ. Բ. ՋԱՆԱՐՋՅԱՆ,
ՀՍՍՀ ԳԱ թղթակից-անդամ

Редакционная коллегия

В. А. АМБАРЦУМЯН, академик, Г. А.
АРЗУМАНЯН, канд. техн. наук (отв.
секретарь), Э. Г. АФРИКЯН, чл.-корр.
АН АрмССР, А. Т. БАБАЯН, академик
АН АрмССР, Г. Х. БУНЯТЯН, акаде-
мик АН АрмССР, В. О. КАЗАРЯН, ака-
демик АН АрмССР (зам. отв. редактора),
И. Г. МАГАКЬЯН, академик АН Арм-
ССР, А. Г. НАЗАРОВ, академик АН
АрмССР (отв. редактор), Г. С. СААКЯН,
чл.-корр. АН АрмССР, О. М. САПОН-
ДЖЯН, чл. корр. АН АрмССР, А. А. ТА-
ЛАЛЯН, чл. корр. АН АрмССР, В. М.
ТАРАЯН, чл.-корр. АН АрмССР, М. Л.
ТЕР-МИКАЕЛЯН, чл.-корр. АН АрмССР,
В. В. ФАНАРДЖЯН, чл.-корр. АН
АрмССР.

Բ Ո Վ Ա Ն Դ Ա Կ Ո Ւ Ք Յ Ո Ւ Ն

Մ Ա Ք Ե Մ Ա Տ Ի Կ Ա

Ռ. Գ. Հայրապետյան— Խառն խնդիր երկրորդ կարգի վերածվող հիպերբոլական հավասարումների համար լուծարարական հավասարաչափ պայմանի խախտվելու դեպքում 3

Ա Ռ Ա Ջ Գ Ա Կ Ա Ն Ո Ւ Ք Յ Ա Ն Տ Ե Ս Ո Ւ Ք Յ Ո Ւ Ն

Լ. Ա. Հայրապետյան— Երկու շրջանային աղեղներով սահմանափակված տիրույթի, առաձգականության տեսության խառն եզրային պայմաններով, հարթ խնդրի լուծումը 10

Յ Ի Ջ Ի Կ Ա

Մ. Հ. Հաբուսյունյան, Գ. Ս. Պողոսյան, Վ. Մ. Տեր-Անտոնյան— Մասնիկի անցումը պարաբոլիկ պոտենցիալ արգելքով 17

Մ. Ա. Սարգսյան— Երեք մակարդակների սխտեմի բեռնաջվածությունը մեկ և երկու ֆոտոնային ուղղանկյուն պայմաններում 23

Գ. Գ. Կարապետյան— Օնդոլյատորային ճառագայթման սպեկտրը ալիքատարում 30

Ա Ս Տ Ր Ո Յ Ի Ջ Ի Կ Ա

Ա. Լ. Գյուլբուրդադյան— Հերրից-Արոյի օբյեկտների մասին 35

Կ Ե Ն Ս Ա Ք Ա Ն Ո Ւ Ք Յ Ո Ւ Ն

Վ. Ս. Սաֆարյան, Ի. Տիմկո, Վ. Վ. Նոսիկով — RP4 պլազմիդի և Ղ. ֆազի ԴՆԹ-ի վրա Sall ռեստրիկտազայի ճանաչման հատվածների թարտեղավորումը 39

Ր Ի Ո Ք Ի Մ Ի Ա

Ե. Լ. Մնչոյան, Ռ. Մ. Նալբանդյան, Ֆ. Ա. Հախնազարյան, Ա. Ս. Սահակյան— Կոնյակի արտադրության համար կաղնու բնութայտի մշակման նոր մեթոդի մասին 46

Ա. Ս. Կիրակոսովա, Ս. Գ. Մանսիկյան, Ռ. Հ. Կարապետյան, Ա. Ա. Գալսյան— Տիրոյի երիների (ՏՌՀ) և լյուլիբերիների (ԼՌՀ) ազդեցությունը առնետների արյան պլազմայի կիսինային սխտեմի վրա 52

Յ Ի Ջ Ի Ո Ղ Ո Գ Ի Ա

Գ. Ուլյմ, Ա. Ա. Հաբուսյունյան— Բազմաբնույթի գրգռման ազդեցությունը հիպոկամպի ներդրումային ակտիվության վրա կատունների մոտ խրոնիկ փորձի պայմաններում 55

Դ. Ս. Մելիքոնյան, Հ. Ա. Մկրտչյան, Ն. Ս. Խոնդկարյան— Սինապսի վարքի մաթեմատիկական նկարագրի լինիկ գրգռման պայմաններում 59

СОДЕРЖАНИЕ

Стр.

МАТЕМАТИКА

- Р. Г. Абрамьян*—Смешанная задача для вырождающихся гиперболических уравнений второго порядка при нарушении равномерного условия Лопатинского 3

ТЕОРИЯ УПРУГОСТИ

- Л. А. Арутюнян*—Смешанная плоская задача теории упругости для области, ограниченной двумя окружностями 10

ФИЗИКА

- М. Г. Арутюнян, Г. С. Погосян, В. М. Тер-Антонян*—Прохождение частицы через параболический потенциальный барьер 17
- М. А. Саркисян*—Поляризуемость трехуровневого атома при наличии однофотонного и двухфотонного резонансов 23
- Г. Г. Каралетян*—Спектр модуляционного излучения в волноводе 30

АСТРОФИЗИКА

- А. Л. Гюльбудагян*—Об объектах Харбинга-Аро 35

БИОЛОГИЯ

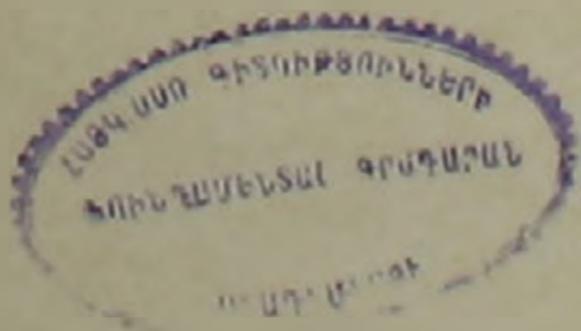
- В. С. Сафарян, Н. Тимко, В. В. Носиков*—Карттирование участков узнавания рестриктазы Sal I на ДНК плазмиды RP4 и фага λ 39

БИОХИМИЯ

- Е. Л. Мнджоян, Р. М. Налбандян, Ф. А. Ахназарян, А. С. Саакян*—О новом способе обработки древесины дуба для коньячного производства 46
- А. С. Киракосова, С. П. Манджикян, Р. О. Каралетян, А. А. Галоян*—Влияние тиролиберина (ТРГ) и люлиберина (ЛРГ) на кининовую систему плазмы крови крыс 52

ФИЗИОЛОГИЯ

- Г. Рейм, С. А. Арутюнян*—Эффекты раздражения мозжечка на активность нейронов гиппокампа у кошек в хроническом эксперименте 55
- Д. С. Мелконян, О. А. Мкртчян, Н. С. Хондкарян*—Математическое описание поведения синапса в условиях ритмической стимуляции 59



CONTENTS

MATHEMATICS

p.

- R. G. Harapetian* — Mixed problem for weakly hyperbolic equation of second order without uniform Lopatinsky condition 3

THEORY OF ELASTICITY

- R. G. Harutyunian* — The mixed plane problem in the theory of elasticity for body in the region consisting of two half-bow circles 10

PHYSICS

- M. H. Harutyunian, G. S. Poghosyan, V. M. Ter-Antonian* — The particle transmission through the parabolical potential step 17
- M. A. Sarkissian* — Three level atom polarizability in the presence of one and two-photon resonances 23
- G. G. Karapetian* — The spectrum of undulator radiation in the waveguide 30

ASTROPHYSICS

- A. L. Gyalbudaghyan* — About Herbig — Haro objects 35

BIOLOGY

- V. S. Safarian, J. Imko, V. V. Nosikov* — Physical mapping of plasmid KP4 and bacteriophage lambda DNAs with restriction endonuclease Sall 39

BIOCHEMISTRY

- E. L. Mnshjan, R. M. Nalbandian, T. A. Akhazzarian, A. S. Sahakian* — On thermal treatment of oak wood under oxygen pressure 46
- A. S. Kirakosyan, S. P. Manjikian, R. H. Karapetian, A. A. Galolyan* — The influence of thyroliberine (TRH) and luteriberine (LRH) on kinine system of the blood plasma in rats 52

PHYSIOLOGY

- G. Rehm, S. A. Arutyunian* — The effects of cerebellar stimulation on the hippocampal neuronal activity of cats in the chronic experiment 55
- D. S. Melkonian, H. A. Mkrtchyan, N. S. Khondartian* — The mathematical description of synapses during repetitive stimulation 59

Технический редактор Л. А. АЗИЗБЕКЯН

ВФ 05.60. Принято к печати 5 X 1977 г. Тираж 550. Изд. 4682. З. код 561

Формат бумаги 70X108¹/₁₆. Печ. л. 4,0. Бум. л. 2,0

Усл. печ. л. 5,6. Уч. изд. листов 4,26.

Типография Издательства АН Армянской ССР, Ереван, Барекамутян, 24

Этннадзі.ская типография Издательства АН Армянской ССР

УДК 517.946

МАТЕМАТИКА

Р. Г. Айрапетян

Смешанная задача для вырождающихся гиперболических уравнений второго порядка при нарушении равномерного условия Лопатинского

(Представлено чл.-корр. АН Армянской ССР Р. А. Александрияном 22/IV 1977)

L^2 -корректность смешанных задач для строго гиперболических уравнений второго порядка рассматривалась в работах (1-3). Что же касается корректности с потерей гладкости, то, как показано в работах (4-6), она имеет место и при более слабых ограничениях. В работах (7-9) доказана корректность с потерей гладкости смешанной задачи уже для вырождающихся гиперболических уравнений, но лишь при граничном условии Дирихле.

В настоящей работе для уравнений второго порядка предлагается подход, позволяющий перенести результаты, полученные для смешанных задач с граничным условием Дирихле, на более широкий класс граничных задач, для которых даже в случае строго гиперболических уравнений нет L^2 -корректности из-за нарушения равномерного условия Лопатинского. Результаты, полученные для случая полупространства, разумеется, могут быть перенесены на случай произвольной ограниченной области. В доказательстве используется метод обращения интегрального неравенства с неинтегрируемым ядром (10), при котором, как показано в работах (11,12), возрастает число условий согласования.

Пусть в области $R_+^n \times (0, T)$ задан слабо гиперболический оператор второго порядка $A(x, D)$ и оператор первого порядка $B(x', D)$, заданный на границе. В настоящей работе мы будем рассматривать такие операторы $A(x, D)$, для которых нужно задавать одно граничное условие (см. (3)).

Мы будем рассматривать следующую задачу:

$$\begin{aligned} Au &= f \text{ при } t \in (0, T), x \in R_+^n = \{(x', x_n); x_n > 0, x' = (x_1, \dots, x_{n-1}) \in R^{n-1}\} \\ Bu &= 0 \text{ при } x_n = 0, t \in (0, T), x' \in R^{n-1} \\ u &= 0, u_t = 0 \text{ при } t = 0, x \in R_+^n. \end{aligned} \quad (1)$$

Введем некоторые пространства:

- 1) $E(V)$ — пространство всех бесконечно дифференцируемых в области V функций с компактными носителями.
- 2) $H^{r,q}(V)$ — пополнение $E(V)$ по норме

$$\|f\|_{r,q}^2 = \int_V \sum_{|\alpha| \leq r} \sum_{|\beta| \leq q} \left| \frac{\partial}{\partial t^\alpha \partial x^{\beta'}} f \right|^2 dV, \quad \|f\|_{r,0} = \|f\|_r, \quad \|f\|_0 = \|f\|.$$

Используются также следующие обозначения:

$$V_{T_0}^T = (T_0, T) \times R_+^n, \quad V_0^T = V^T, \quad S_t = \{(\tau, x); \tau = t, x \in R_+^n\}$$

$$\Gamma_t = \{(\tau, x', x_n); 0 < \tau < t, x' \in R_+^{n-1}, x_n = 0\}, \quad \Gamma_T = \Gamma, \quad t = x_0.$$

Условимся говорить, что оператор L , определенный в области $(0, T) \times R_+^n$, является слабо коммутирующим с A продолжением оператора B , если выполняются следующие условия:

- 1) при $x_n = 0$ $L(x, D) = B(x', D)$
- 2) если оператор A представить в виде $A = RL + D$, где

$$D = \sum_{|\rho| \geq 2} d_\rho D^\rho, \quad \rho = (\rho_0, \rho_1, \dots, \rho_{n-1}),$$

а $R = \sum_{i=0}^n r_i \frac{\partial}{\partial x_i} + r$ — оператор первого порядка, то

$$[L, D] = iD + C + xL, \quad (2)$$

где $C = \sum_{i=0}^{n-1} c_i \frac{\partial}{\partial x_i} + c$ — оператор первого порядка.

Назовем смешанную задачу с граничным условием Дирихле хорошо поставленной для оператора P , выражающегося со скоростью ω , если

- 1) для $\forall u \in H^1((0, T) \times R_+^n)$ такой, что $u = 0$ на Γ , $u = 0$, $u_t = 0$ на S_0 , справедливо интегральное неравенство

$$\int_{S_t} \left(u_t^2 + \omega \sum_{i=1}^n u_{x_i}^2 \right) dS \leq M \int_{V^t} \left(\text{const} + \frac{\omega'}{\omega} \right) \left(u^2 + \omega \sum_{i=1}^n u_{x_i}^2 \right) dV + \int_{V^t} (Pu)^2 dV,$$

где $M = \text{const}$, $\omega = \omega(t) > 0$ при $t > 0$, $\omega \downarrow 0$ при $t \rightarrow 0$.

- 2) существует ассоциированный с P оператор P' такой, что

$$\text{а) } |(P - P')u| \leq \frac{\omega'}{t\omega^{1-\epsilon}} \|u\|_{0,2} \quad \text{для } \forall u \in H^{0,2}((0, T) \times R_+^n)$$

- б) для $\forall f \in H^{p,q}(V^T)$, $q \leq \gamma$, удовлетворяющей условиям согласо-

ния $C_{p+\gamma}$, существует единственное решение $u \in H^{p,q}(V^T)$ задачи

$$P'u = f(t, x', x_n) - f(t, x', 0)e^{-\varepsilon x_n} \text{ в } V^T$$

$$u=0, \quad u_t=0 \text{ на } S_0, \quad u=0 \text{ на } \Gamma,$$

для которого имеет место оценка $|u_t|_{0,m} \leq \text{const} \cdot t |f|_{0,m}$, $m \leq \gamma$.

Аналогично, назовем задачу Коши хорошо поставленной для оператора Q , вырождающегося со скоростью ω , если

1) для $\forall u \in H_1((0, T) \times R^n)$, такой, что $u=0, u_t=0$ на S_0 выполняется интегральное неравенство

$$\int_{S_t} \left(u_t^2 + \omega \sum_{i=1}^{n-1} u_{x_i}^2 \right) dS \leq M \int_{V^t} \left(\text{const} + \frac{\omega'}{\omega} \right) \left(u_t^2 + \omega \sum_{i=1}^{n-1} u_{x_i}^2 \right) dV + \int_{V^t} (Qu)^2 dV$$

2) существует оператор Q' такой, что

$$\text{а) } \|(Q-Q')\| \leq \frac{\omega'}{t\omega^{1-\varepsilon}} |u|_{0,2} \text{ для } \forall u \in H^{0,2}((0, T) \times R^n)$$

б) для $\forall f \in H^{p,q}(V^T)$, $q \leq \gamma$ существует единственное решение $u \in H^{p,q}(V^T)$ задачи $Q'u=f$ в V^T , $u=0, u_t=0$ на S_0 , для которого имеет место оценка $|u_t|_{0,m} \leq \text{const} \cdot t |f|_{0,m}$, $m \leq \gamma$.

Теорема. Пусть, кроме условий согласования C_{p+1} (см. (1)), выполняются следующие условия:

I) Существует оператор L , который является слабо коммутующим с A продолжением оператора B .

II) Смешанная задача с граничным условием Дирихле хорошо поставлена для оператора $\bar{A} = LR + D - \varepsilon R + \kappa$, вырождающегося со скоростью ω .

III) Оператор D — слабо гиперболический и вырождающийся со скоростью ω , причем задача Коши для него хорошо поставлена.

IV) Коэффициенты операторов R и C таковы, что

$$|r_i|^2 + |c_k|^2 \leq \text{const} \cdot \omega'; \quad i=1, \dots, n; \quad k=1, \dots, n-1$$

V) $Lf - \varepsilon f \in H^{p,q}((0, T) \times R^n)$, $f \in H^{p,q}((0, T) \times R^n)$

$$\int_0^T \sum_{i=1}^{n-1} \left(\left| \frac{\partial}{\partial t^i \partial x^i} (Lf - \varepsilon f) \right|^2 + \left| \frac{\partial}{\partial t^i \partial x^i} f \right|^2 \right) \omega^{-1(m+i)} dS < \infty$$

$$f = \frac{\partial f}{\partial t} = \dots = \frac{\partial^{p-1} f}{\partial t^{p-1}} = 0 \text{ на } S_0,$$

где ε — сколь угодно малое положительное число.

Тогда для $p \geq 1$ существует единственное решение $u \in H^p((0, T) \times R^n)$

задачи (1) и для него справедливы оценки

$$|u|_p + |Lu|_p \leq \text{const} (|f|_{p,\Gamma} + |Lf - if|_{p,\Gamma} + \left(\int_{\Gamma} \sum_{i+|\alpha| \leq p} \left(\left| \frac{\partial}{\partial t^i \partial x^\alpha} (Lf - if) \right|^2 + \left| \frac{\partial}{\partial t^i \partial x^\alpha} f \right|^2 \right) \omega^{-(M-1)} dS \right)^{1/2}). \quad (3)$$

Применяя к обеим частям уравнения $Au = f$ оператор L , получаем, используя условие 1,

$$\bar{A}Lu + Cu = Lf - if, \quad \text{где } \bar{A} = LR + D - iR + \kappa.$$

Обозначая $Lu = v$ и используя условие (2) получаем систему

$$\begin{aligned} \bar{A}v + Cv &= Lf - if, \\ Du + Rv &= f, \end{aligned} \quad (4)$$

для которой ставится задача:

$$v = 0 \quad \text{на } \Gamma$$

$$u = 0, \quad u_i = 0, \quad v = 0, \quad v_i = 0 \quad \text{на } S_0.$$

Введем обозначения

$$E_1(t) = \text{ess sup}_{0 \leq \tau < t} \int_{S_\tau} \left(v_\tau^2 + \omega \sum_{i=1}^n v_{x_i}^2 \right) dS,$$

$$E_2(t) = \text{ess sup}_{0 \leq \tau < t} \int_{S_\tau} \left(u_\tau^2 + \omega \sum_{i=1}^{n-1} u_{x_i}^2 \right) dS.$$

Из первого уравнения системы (4) и условий II и IV получаем:

$$\begin{aligned} E_1(t) &\leq M_1 \int_0^t \left(\text{const} + \frac{\omega'}{\omega} \right) E_1(\tau) d\tau + M_2 \int_0^t \left(\text{const} + \frac{\omega'}{\omega} \right) E_2(\tau) d\tau + \\ &\quad + \int_{V^t} (Lf - if)^2 dV. \end{aligned}$$

Из второго уравнения системы (4) и условий III и IV получаем:

$$E_2(t) \leq \int_0^t M_2 \left(\text{const} + \frac{\omega'}{\omega} \right) E_2(\tau) d\tau + M_1 \int_0^t \left(\text{const} + \frac{\omega'}{\omega} \right) E_1(\tau) d\tau + \int_{V^t} f^2 dV.$$

Обозначая $M = \max(M_1 + M_2, M_2 + M_1)$, $E(t) = E_1(t) + E_2(t)$ получаем

$$E(t) \leq M \int_0^t \left(\text{const} + \frac{\omega'}{\omega} \right) E(\tau) d\tau + \text{const} \int_{V^t} [(Lf - if)^2 + f^2] dV.$$

Таким образом, мы получили интегральное неравенство с неинтегрируемым ядром. Как показано в работе (10), это неравенство можно обратить, если выполняется условие:

$$\int_{V'} \frac{(Lf - if)^2 + f^2}{\omega^{n+1}} dV' < \infty. \quad (5)$$

В работах (10, 11, 14) подробно показано, что если f — достаточно гладкая по пространственным переменным функция, то с помощью редукции задачу можно свести к некоторой новой задаче, для которой условие (5) на правую часть выполняется. Суть этого подхода заключается в следующем.

Рассмотрим следующую вспомогательную задачу

$$\begin{aligned} \bar{A}'v^1 + c_0u^1 + cu^1 &= Lf - if - (Lf - if)|_{x_n=0}e^{-x_n} \\ D'u^1 + r_0v^1 + rv^1 &= f(t, x', x_n) - f(t, x', 0)e^{-x_n} \quad \text{в } V' \\ v^1 &= 0 \quad \text{на } \bar{\Gamma}, \quad v^1 = 0, \quad v^1_i = 0, \quad u^1 = 0, \quad u^1_i = 0 \quad \text{на } -S_0. \end{aligned}$$

В силу условий II, III, V эта задача имеет решения u^1 и v^1 , для которых имеют место оценки

$$\begin{aligned} |v^1|_{0,m} &\leq \text{const} \cdot t(|Lf - if|_{0,m} + |f|_{0,m}) \quad m \leq \gamma \\ |u^1|_{0,m} &\leq \text{const} \cdot t(|Lf - if|_{0,m} + |f|_{0,m}) \end{aligned}$$

Обозначая $D'' = D - D'$, $\bar{A}'' = \bar{A} - \bar{A}'$ получаем:

$$\begin{aligned} D(u - u^1) + R(v - v^1) &= -D'u^1 - \sum_{i=1}^n r_i v^1_i + f(t, x', 0)e^{-x_n}, \\ \bar{A}(v - v^1) + C(u - u^1) &= -\bar{A}'v^1 - \sum_{i=1}^{n-1} c_i u^1_{x_i} + (Lf - if)|_{x_n=0}e^{-x_n}. \end{aligned}$$

Введем новые неизвестные функции $\bar{u} = u - u^1$, $\bar{v} = v - v^1$. Мы получаем новую систему, правые части которой удовлетворяют оценкам

$$\begin{aligned} \left| D'u^1 + \sum_{i=1}^n r_i v^1_i \right|_{0,m-2} &\leq \text{const} \cdot \omega^2 (|Lf - if|_{0,m} + |f|_{0,m}), \quad m \leq \gamma \\ \left| \bar{A}'v^1 + \sum_{i=1}^{n-1} c_i u^1_{x_i} \right|_{0,m-2} &\leq \text{const} \cdot \omega^2 (|Lf - if|_{0,m} + |f|_{0,m}). \end{aligned}$$

Делая γ шагов редукции, приходим к оценке:

$$|u|_1 + |Lu|_1 \leq \text{const} \left(|f|_{0,\gamma} + |Lf - if|_{0,\gamma} + \left(\int_{\gamma} \frac{(Lf - if)^2 + f^2}{\omega^{n+1}} dS \right)^{1/2} \right).$$

Дифференцируя уравнение подобно тому, как это делается в работе (3), получаем оценку (3).

Для строго гиперболических уравнений в работе (4) получено существование решений. Поэтому для доказательства существования

в случае вырождающихся уравнений достаточно использовать операторы осреднения ⁽¹²⁾ или метод возмущений О. А. Олейник ⁽⁸⁾.

Рассмотрим следующую задачу:

$$Au = u_{tt} - a^2(t)(u_{xx} + u_{yy}) = f \quad \text{при } t > 0, y \in R^1, x > 0,$$

$$Bu = u_x + \alpha(t)u_t = 0 \quad \text{при } t > 0, y \in R^1, x = 0,$$

$$u = 0, u_t = 0 \quad \text{при } t = 0, y \in R^1, x > 0.$$

Если $\alpha(t) > 0$, то даже в случае строго гиперболического уравнения, т. е. когда $a^2(t) > 0$ при $t \in [0, T]$, нет L^2 -корректности из-за нарушения равномерного условия Лопатинского.

Будем искать оператор L из условия 1 в виде:

$$L = \frac{\partial}{\partial x} + \beta(t, x) \frac{\partial}{\partial t}, \quad \text{где } \beta(t, 0) = a(t).$$

Тогда

$$A = \left(-a^2 \frac{\partial}{\partial x} + a^2 \beta \frac{\partial}{\partial t} \right) Lu + D,$$

где

$$D = (1 - a^2 \beta^2) u_{tt} - a^2 u_{yy} + a^2 (\beta_x - \beta \beta_t) u_t.$$

Потребуем, чтобы $[L, D] = iD + C$.

Отсюда находим $i = 2\beta \frac{a_t}{a}$, $x = 0$, а β должна удовлетворять следующим условиям:

$$\beta_t + a^2 \beta \beta_x + \frac{a_t}{a} \beta = 0 \quad \text{при } x > 0, t > 0,$$

$$\beta = \alpha(t) \quad \text{при } x = 0, t > 0.$$

Условие 1 заключается в требовании, чтобы эта задача имела решение. Оно может не быть единственным. В этом случае нужно выбрать такое решение β , для которого выполняется условие (6). Остальные условия теоремы проверить несложно.

Требование, чтобы оператор D был слабо гиперболический, заменяет в нашей работе условие Лопатинского. В настоящем примере D -слабо гиперболический оператор, если

$$1 - a^2 \beta^2 > 0 \quad \text{при } t \in [0, T]. \quad (6)$$

В силу того, что по x_n можно сделать разбиение единицы, условие (6) должно выполняться в полосе $0 \leq x_n < \epsilon$, где ϵ — сколько угодно малое число. Если a, β — непрерывны, то для выполнения условия (6) достаточно выполнения на границе Γ условия $1 - a^2 \alpha^2 > 0$.

Институт математики
Академии наук Армянской ССР

Խառը խնդիր երկուսից կարգի վերածվող հիպերբոլական հավասարումների համար Հուլյատինսկու հավասարաչափ պայմանի խախտվելու դեպքում

Հողվածում էրկրորդ կարգի վերածվող հիպերբոլական հավասարումների համար առաջարկվում է մոտեցում, որը թույլ է տալիս Դիրիխլի եզրային պայմանով խառը խնդիրների դեպքում ստացված արդյունքները տարածել եզրային խնդիրների ավելի լայն դասի վրա: Այդպիսի խնդիրների համար L^2 -կոռեկտությունը խախտվում է նաև խիստ հիպերբոլական հավասարումների դեպքում, որովհետև խախտվում է Հուլյատինսկու հավասարաչափ պայմանը: Ապացուցման մեջ օգտագործվում են ինտեգրալ անհավասարություններ ոչ ինտեգրելի կորիզով:

ЛИТЕРАТУРА — ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

¹ S. Mlyatake, I. Math. Kyoto Univ., 13, № 3, 435—487 (1973). ² R. Agemi, Proc. Jap. Acad., 51, № 4, 247—252 (1975). ³ P. Այրաբեյան, Известия АН Арм. ССР, сер. матем., т. 12, № 1, 32—45 (1977). ⁴ M. Ykawa, Osaka, J. Math., 12, 69—115 (1975). ⁵ Ж. Шазарен, „Математика“ Сб. пер. ии. статей, 18, № 2, 79—109 (1974). ⁶ M. Tsuji, Proc. Jap. Acad., 50 № 2, 138—142 (1974). ⁷ M. Краснов, Матем. сб. 49(91), 29—84 (1959). ⁸ O. A. Олейник, ДАН СССР, т. 169, № 3, 525—528 (1966). ⁹ Г. М. Фатеева, ДАН СССР, т. 172, № 6, 1278—1281 (1967). ¹⁰ A. Б. Нерсисян, «Известия АН Арм. ССР», сер. матем., т. 3, № 2, 79—100 (1968). ¹¹ К. Ягджян, «Известия АН Арм. ССР», сер. матем., т. 11, № 5, 424—431 (1976). ¹² К. Ягджян, ДАН Арм. ССР, т. 64, № 2 (1977). ¹³ A. Б. Нерсисян, Г. Р. Оганесян, «Известия АН Арм. ССР», сер. матем., т. 9, № 2, 149—165 (1974). ¹⁴ A. Б. Нерсисян, A. O. Оганесян, «Известия АН Арм. ССР», сер. матем., т. 8, № 3, 255—273 (1973).

УДК 539.3.01

ТЕОРИЯ УПРУГОСТИ

Л. А. Арутюнян

Смешанная плоская задача теории упругости для области, ограниченной двумя дугами окружностей

(Представлено чл.-корр. АН Армянской ССР Б. Л. Абрамяном 31/1 1977)

Настоящая работа посвящается решению смешанной задачи плоской теории упругости для области, ограниченной двумя дугами пересекающихся окружностей. На одной дуге окружности заданы граничные условия в напряжениях, а на другой — в перемещениях.

В биполярной координатной системе, при помощи автоморфных функций задача приводится к краевой задаче Римана-Гильберта, которая в свою очередь в общем случае приводится к разрешимой системе интегральных уравнений Фредгольма второго рода.

Получено уравнение, первый корень которого характеризует поведение напряжений около угловой точки.

Задачи, относящиеся к однородным и составным луночкам, рассматривались в (1-4) и в других работах. Насколько известно, задачи исследуемого типа для круговой луночки ранее не рассматривались.

1. В биполярной координатной системе поперечное сечение цилиндрического тела занимает область $\beta_1 < \beta < \beta_2; -\infty < x < \infty$ (рис. 1).

Задача решается при помощи функции напряжений $\Phi(x, \beta)$, которая удовлетворяет бигармоническому уравнению

$$\left(\frac{\partial^4}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4}{\partial x^2 \partial \beta^2} + \frac{\partial^4}{\partial \beta^4} - 2 \frac{\partial^2}{\partial x^2} + 2 \frac{\partial^2}{\partial \beta^2} + 1 \right) (g\Phi) = 0, \quad (1.1)$$

где $g = \frac{\operatorname{ch} x + \cos \beta}{a}$ — характеризует масштаб преобразования.

Напряжения и перемещения через $\Phi(x, \beta)$ выражаются следующими формулами (1,2):

$$\begin{aligned} \sigma_x &= \left(g \frac{\partial^2}{\partial \beta^2} - \frac{\partial g}{\partial x} \frac{\partial}{\partial x} - \frac{\partial g}{\partial \beta} \frac{\partial}{\partial \beta} + \frac{\operatorname{ch} x}{a} \right) (g\Phi); \\ \sigma_\beta &= \left(g \frac{\partial^2}{\partial x^2} - \frac{\partial g}{\partial x} \frac{\partial}{\partial x} - \frac{\partial g}{\partial \beta} \frac{\partial}{\partial \beta} - \frac{\cos \beta}{a} \right) (g\Phi); \end{aligned}$$

$$w = -g \frac{\partial^2 (g\Phi)}{\partial x \partial \beta};$$

$$u = \frac{1}{2(\lambda + \mu)} \left(\frac{\partial (g\Phi)}{\partial x} - \frac{\operatorname{sh} x}{\operatorname{ch} x + \cos \beta} g\Phi \right) - \frac{1}{2\mu} \left(\frac{\partial (g\Psi)}{\partial \beta} + \frac{\sin \beta}{\operatorname{ch} x + \cos \beta} g\Psi \right);$$

$$v = \frac{1}{2(\lambda + \mu)} \left(\frac{\partial (g\Phi)}{\partial \beta} + \frac{\sin \beta}{\operatorname{ch} x + \cos \beta} g\Phi \right) + \frac{1}{2\mu} \left(\frac{\partial (g\Psi)}{\partial x} - \frac{\operatorname{sh} x}{\operatorname{ch} x + \cos \beta} g\Psi \right), \quad (1.2)$$

где λ и μ — коэффициенты Ляме, а $\Psi(x, \beta)$ — бигармоническая функция, связанная с $\Phi(x, \beta)$ формулой

$$g\Psi(x, \beta) = \frac{\lambda + 2\mu}{2(\lambda - \mu)} \iint \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} - \frac{\partial^2}{\partial \beta^2} - 1 \right) (g\Phi) dx d\beta. \quad (1.3)$$

На линии $\beta = \beta_2$ заданы граничные условия в напряжениях, которые равносильны следующим условиям для функции напряжений:

$$(g\Phi(x, \beta))|_{\beta=\beta_2} = \bar{\tau}_1(x); \quad \left. \frac{\partial (g\Phi(x, \beta))}{\partial \beta} \right|_{\beta=\beta_2} = \bar{\tau}_2(x). \quad (1.4)$$

На линии $\beta = \beta_1$ заданы перемещения:

$$u(x, \beta_1) + iv(x, \beta_1) = u_0(x) + iv_0(x). \quad (1.5)$$

Предполагается, что $\bar{\tau}_k(x)$ ($k=1, 2$), $u_0(x)$ и $v_0(x)$ удовлетворяют условиям разложимости в интеграл Фурье.

Функцию $\Phi(x, \beta)$ ищем в виде интеграла Фурье

$$g\Phi(x, \beta) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} f(t, \beta) e^{-itx} dt, \quad (1.6)$$

где

$$f(t, \beta) = A_1(t) \operatorname{ch} t(\beta_2 - \beta) \cos(\beta - \beta_1) + A_2(t) \operatorname{ch} t(\beta - \beta_1) \cos(\beta_2 - \beta) + \\ + A_3(t) \operatorname{sh} t(\beta_2 - \beta) \sin(\beta - \beta_1) + A_4(t) \operatorname{sh} t(\beta - \beta_1) \sin(\beta_2 - \beta). \quad (1.7)$$

Введем обозначение:

$$f(t, \beta_1) = tX_1(t); \quad \left. \frac{\partial f(t, \beta)}{\partial \beta} \right|_{\beta=\beta_1} = tX_2(t). \quad (1.8)$$

Условия (1.4) приводят к двум независимым системам двух уравнений для определения искомых функций $A_k(t)$ ($k=1-4$) через $X_k(t)$ ($k=1, 2$)

$$A_1 = \frac{1}{\Delta_2} (tX_1 \operatorname{ch} t\gamma - \bar{\tau}_1 \cos \gamma); \quad A_2 = \frac{1}{\Delta_2} (\bar{\tau}_1 \operatorname{ch} t\gamma - tX_1 \cos \gamma); \quad (1.9)$$

$$A_3 = \frac{1}{\Delta_1} (F_1 \operatorname{sh} t\gamma - tF_2 \sin \gamma); \quad A_4 = \frac{1}{\Delta_1} (F_2 \operatorname{sh} t\gamma - tF_1 \sin \gamma).$$

где

$$\begin{aligned} \Delta_1 &= \text{sh}^2 t\gamma - t^2 \sin^2 \gamma; & \Delta_2 &= \text{sh}^2 t\gamma - \sin^2 \gamma; & \gamma &= \beta_2 - \beta_1 \\ F_1 &= tX_2 + tA_1 \text{sh } t\gamma - A_2 \sin \gamma \\ F_2 &= -\varphi_2 - A_1 \sin \gamma + tA_2 \text{sh } t\gamma. \end{aligned} \quad (1.10)$$

Функции $\bar{\varphi}_k(t)$ являются преобразованиями Фурье функции $\varphi_k(x)$

$$\bar{\varphi}_k(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} \varphi_k(x) e^{itx} dx \quad (k=1, 2) \quad (1.11)$$

Условия (1.5) дают возможность определить неизвестные $X_k(t)$ ($k=1, 2$). Удовлетворяя условию (1.5), получаем функциональное сингулярное интегральное уравнение

$$A_{11}(t) P_1(t) + e^{-2i\beta_1} A_{12}(t) P_1(-t) = \frac{B_{11}(t)}{\pi i} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{E'(\tau) P_1(\tau)}{E(\tau) - E(t)} d\tau + N(t) \quad (1.12)$$

или характеристическую систему сингулярных интегральных уравнений

$$\sum_{m=1}^2 A_{km}(t) P_m(t) = \frac{B_{11}(t)}{\pi i} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{E'(\tau) P_k(\tau)}{E(\tau) - E(t)} d\tau + N_k(t) \quad (k=1, 2) \quad (1.13)$$

где

$$\begin{aligned} P_1 &= e^{i(\beta_1 - \tau)} (tX_1(1 - a_{21}) + X_2(1 - a_{22}) + b_2); & P_2(t) &= e^{-2i\beta_1} P_1(-t); \\ A_{11} &= (a_{22} - 1)(a_{11} + ta_{21}) - t(a_{21} + 1)(a_{12} + a_{22}); & A_{22}(t) &= A_{11}(-t); \\ A_{12} &= e^{-2i\beta_1} ((a_{22} - 1)(a_{11} + ta_{21}) - t(a_{21} - 1)(a_{12} + a_{22})); & A_{21}(t) &= A_{12}(-t); \\ N_1 &= 2e^{i(\beta_1 - \tau)} ((a_{22} - 1)b_1 - t(a_{12} + 1)b_2 + (a_{22} - 1)(\bar{u}_0 + \bar{v}_0)); \\ B_{11} &= -2i(a_{22} - 1); & N_2(t) &= e^{-2i\beta_1} N_1(-t); & E &= e^{2it\tau}; \end{aligned}$$

$$a_{11} = -t - \frac{\nu_0}{\Delta_1} t(t^2 + 1) \sin^2 \gamma; \quad a_{12} = -\frac{\nu_0}{2\Delta_1} (\text{sh} 2t\gamma - t \sin 2\gamma); \quad (1.14)$$

$$a_{21} = \frac{\nu_0}{\Delta_1} (\text{sh} 2t\gamma + t \sin 2\gamma); \quad a_{22} = 1 + \frac{\nu_0}{\Delta_1} t^2 \sin^2 \gamma;$$

$$b_1 = \frac{\nu_0}{\Delta_1} (\bar{\varphi}_2 (t \text{ch } t\gamma \sin \gamma - \text{sh } t\gamma \cos \gamma) - \bar{\varphi}_1 (t^2 + 1) \text{sh } t\gamma \sin \gamma);$$

$$b_2 = -\frac{\nu_0}{\Delta_1} (\bar{\varphi}_2 \text{sh } t\gamma \sin \gamma - \bar{\varphi}_1 (t \text{ch } t\gamma \sin \gamma + \text{sh } t\gamma \cos \gamma));$$

$$\bar{u}_0 = 2(\lambda + \mu) \sqrt{\frac{2}{\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} u_0(x) \sin tx dx; \quad \bar{v}_0 = 2(\lambda + \mu) \sqrt{\frac{2}{\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} v_0(x) \cos tx dx;$$

$$\nu_0 = 2 + \frac{\lambda}{\mu}.$$

2. Интегральные уравнения (1.13) сведем к краевой задаче Римана-Гильберта (2-10).

Нетрудно заметить, что $E(z)$ простая однопериодическая автоморфная функция, фундаментальной областью которой является горизонтальная полоса единичной ширины.

Введем однопериодические автоморфные функции

$$R_k(z) = \frac{1}{2\pi i} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{E'(\tau)P_k(\tau)}{E(\tau) - E(z)} d\tau \quad (k=1, 2) \quad (2.1)$$

исчезающие на бесконечности.

Если t — любая точка контура, то по формуле Сохоцкого-Племеля получаем

$$R_k^+(t) - R_k^-(t) = P_k(t), \quad (2.2)$$

$$R_k^+(t) + R_k^-(t) = \frac{1}{\pi i} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{E'(\tau)P_k(\tau)}{E(\tau) - E(t)} d\tau \quad (k=1, 2).$$

Подставляя эти выражения в данную систему (1.13), получаем следующую краевую задачу, написанную в матричной форме

$$R^+(t) = C(t)R^-(t) + H(t), \quad (2.3)$$

где

$$\begin{aligned} C_{11} &= 1 + \frac{2B_{11}(A_{22} - B_{11})}{(A_{11} - B_{11})(A_{22} - B_{11}) - A_{12}A_{21}}; & C_{22}(t) &= C_{11}(-t); \\ C_{12} &= -\frac{2A_{12}B_{11}}{(A_{11} - B_{11})(A_{22} - B_{11}) - A_{12}A_{21}}; & C_{21}(t) &= C_{12}(-t); \\ H_1 &= \frac{(A_{22} - B_{11})N_1 - A_{12}N_2}{(A_{11} - B_{11})(A_{22} - B_{11}) - A_{12}A_{21}}; & H_2(t) &= H_1(-t) \cdot e^{-2\pi i t}. \end{aligned} \quad (2.4)$$

Решение уравнения (2.3) в общем случае проводится путем регуляризации, т. е. приведением к интегральному уравнению Фредгольма

$$\begin{aligned} R^-(t) - \frac{1}{2\pi i} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{E'(\tau)}{E(\tau) - E(t)} ((C(t)^{-1}C(\tau) - E_0)R^-(\tau)) d\tau = \\ = \frac{(C(t))^{-1}}{2} \left(\frac{1}{\pi i} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{E'(\tau)H(\tau)}{E(\tau) - E(t)} d\tau - H(t) \right), \end{aligned} \quad (2.5)$$

где E_0 — единичная матрица.

Интеграл в левой части (2.5) собственный, так как подынтегральное выражение не имеет особенности в точке $\tau=t$. Таким образом,

мы пришли к системе интегральных уравнений Фредгольма второго рода. Разрешимость этого уравнения обеспечена, так как на контуре элементы матрицы $C(t)$ и свободные члены, входящие в уравнение (2.3), удовлетворяют условию Гелдера, а определитель матрицы отличен от нуля

$$\det C(t) = \frac{t+i}{t-i} \neq 0 \text{ на контуре} \quad (2.6)$$

Индекс рассматриваемой краевой задачи $\alpha_1 = -1$, и однородная задача имеет лишь нулевое решение. При этом уравнение Фредгольма (2.5) всегда эквивалентно исходному.

После несложных преобразований и упрощений векторное уравнение (2.5) представим относительно $X_k^*(t)$ ($k=1, 2$)

$$X_k^*(t) = \sum_{m=1}^2 \int_{\Gamma} M_{km}(t, \tau) X_m^*(\tau) d\tau + W_k(t) \quad (k=1, 2) \quad (2.7)$$

где

$$X_1^* = \frac{(t^2+1)\Delta}{t\Delta_1} X_1; \quad X_2^* = \frac{\Delta}{t\Delta_1} X_2;$$

$$M_{11} = \frac{\tau^2\Delta_1(\tau)}{(\tau^2+1)\Delta(\tau)} \left((a_{21}(\tau)(a_{11}(t)+\tau) - a_{12}(t)(a_{11}(\tau)+t)) \frac{\text{sh}(\tau-t)\beta_1}{\text{sh}(\tau-t)\pi} + \right. \\ \left. + (a_{11}(\tau) - a_{11}(t) - (\tau-t)a_{12}(t)a_{21}(\tau)) \frac{\text{ch}(\tau-t)\beta_1}{\text{sh}(\tau-t)\pi} \right);$$

$$M_{12} = \frac{\tau^2\Delta_1(\tau)}{\Delta(\tau)} \left(\left(a_{22}(t) + \frac{a_{22}(t)-1}{t} a_{11}(\tau) - a_{12}(t)a_{12}(\tau) \right) \frac{\text{sh}(\tau-t)\beta_1}{\text{sh}(\tau-t)\pi} + \right. \\ \left. + (a_{12}(\tau) - a_{12}(t)) \frac{\text{ch}(\tau-t)\beta_1}{\text{sh}(\tau-t)\pi} \right);$$

$$M_{21} = \frac{\tau^2\Delta_1(\tau)}{(\tau^2+1)\Delta(\tau)} \left(\left(a_{21}(t)a_{21}(\tau) - \frac{a_{22}(t)-1}{t} a_{11}(\tau) - a_{22}(t) \right) \frac{\text{sh}(\tau-t)\beta_1}{\text{sh}(\tau-t)\pi} + \right. \\ \left. + \left(a_{22}(t)a_{21}(\tau) \frac{t-\tau}{t} + \frac{\tau a_{21}(\tau)}{t} - a_{21}(t) \right) \frac{\text{ch}(\tau-t)\beta_1}{\text{sh}(\tau-t)\pi} \right);$$

$$M_{22} = \frac{\tau^2\Delta_1(\tau)}{\Delta(\tau)} \left(\left(\frac{a_{22}(\tau)-1}{\tau} a_{21}(t) - \frac{a_{22}(t)-1}{t} a_{12}(\tau) \right) \frac{\text{sh}(\tau-t)\beta_1}{\text{sh}(\tau-t)\pi} + \right. \\ \left. + \left(\frac{a_{22}(t)a_{22}(\tau)}{\tau \cdot t} (t-\tau) + \frac{a_{22}(\tau)}{t} - \frac{a_{22}(t)}{\tau} \right) \frac{\text{ch}(\tau-t)\beta_1}{\text{sh}(\tau-t)\pi} \right);$$

$$W_1 = \int_{\Gamma} \left((a_{12}(t)(b_1(\tau) - \bar{u}_0(\tau)) - (a_{11}(t) + \tau)(b_2(\tau) + \bar{v}_0(\tau))) \frac{\text{sh}(\tau-t)\beta_1}{\text{sh}(\tau-t)\pi} + \right.$$

$$+ (-b_1(z) - \bar{u}_0(z) + a_{12}(t)(z-t)(b_2(z) + \bar{v}_0(z))) \frac{\text{ch}(z-t)\beta_1}{\text{sh}(z-t)\pi} dz + \\ + a_{11}(t)(b_1(t) + \bar{u}_0(t)) + (t^2 + 1)a_{12}(t)(b_2(t) + \bar{v}_0(t));$$

$$W_2 = \int_{-\infty}^{\infty} \left(\left(\frac{a_{22}(t) - 1}{t} (b_1(z) + \bar{u}_0(z)) - a_{12}(t)(b_2(z) + \bar{v}_0(z)) \right) \frac{\text{sh}(z-t)\beta_1}{\text{sh}(z-t)\pi} dz + \right. \\ \left. + \left((z-t) \frac{a_{22}(t) - 1}{t} - 1 \right) (b_2(z) + \bar{v}_0(z)) \frac{\text{ch}(z-t)\beta_1}{\text{sh}(z-t)\pi} dz + \right. \\ \left. + a_{21}(t)(b_1(t) + \bar{u}_0(t)) - a_{11}(t)(b_2(t) + \bar{v}_0(t)) \right) \\ \Delta = (1 - \nu_1^2) \text{sh}^2 t_1 - (1 - \nu_2^2) t^2 \text{sn}^2 t_1 - \nu_2^2 \quad (2.9)$$

$$+ \left((z-t) \frac{a_{22}(t) - 1}{t} - 1 \right) (b_2(z) + \bar{v}_0(z)) \frac{\text{ch}(z-t)\beta_1}{\text{sh}(z-t)\pi} dz + \\ + a_{21}(t)(b_1(t) + \bar{u}_0(t)) - a_{11}(t)(b_2(t) + \bar{v}_0(t)) \\ \Delta = (1 - \nu_1^2) \text{sh}^2 t_1 - (1 - \nu_2^2) t^2 \text{sn}^2 t_1 - \nu_2^2 \quad (2.10)$$

3. Учитывая найденные значения для контактных напряжений из (1.2) имеем:

$$\tau_{\alpha\beta}(z, \beta_1) = \frac{1}{a\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{t^2 \Delta_1(t)}{\Delta(t)} \left((-t^2(\text{ch}z + \cos\beta_1) + it \text{sh}z - \cos\beta_1) \frac{X_1'(t)}{t^2 + 1} + \right. \\ \left. + \sin\beta_1 X_2'(t) \right) e^{-itx} dt$$

$$\tau_{\alpha\beta}(z, \beta_1) = \frac{i(\text{ch}z + \cos\beta_1)}{a\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{t^2 \Delta_1(t)}{\Delta(t)} X_2'(t) e^{-itx} dt. \quad (3.1)$$

В общем случае, если имеем в виду (1.9), (1.6) и (2.7) напряжения в любой точке сечения выражаются несобственными интегралами вида

$$\tau(x) = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\bar{\tau}(x, t)}{\Delta(t)} (a+x)^{-(1+\mu)} (a-x)^{-(1-\mu)} dt, \quad (3.2)$$

которые можно находить с помощью различных численных методов после определения $\bar{\tau}(x, t)$.

Для исследования поведения напряжений в окрестности края поверхности $x = \pm a$ (т. е. $x = \pm \infty$) применяем теорему о вычетах, представим (3.2) в виде бесконечного ряда

$$\tau(x) = 2\pi i \left(\frac{\bar{\tau}(x, t_1)}{\Delta'(t_1)} (a+x)^{-(1+\mu)} (a-x)^{-(1-\mu)} + \sum_{k=2,3,\dots} \text{выч}(f_1(t, x), t_k) \right) \quad (3.3)$$

Здесь $f_1(t, x)$ — подынтегральная функция (3.2), а $t_k = \xi_k \pm i\eta_k$ корни уравнения

$$\Delta(t) = 0, \quad (3.4)$$

которые принимаются возрастающими с k положительными γ_k .

Очевидно, характер напряженного состояния около края $x = \pm a$ ($z = -\infty$) определяется величиной мнимой части первого корня уравнения (3.4).

Уравнения (3.4) совпадают с уравнениями, полученными в работе (1).

Вычислительный центр Академии наук Армянской ССР и
Ереванского государственного университета

Լ. Ա. ՀԱՐՈՒՔՅԱՆԻՆ

Երկու շրջանային աղեղներով սահմանափակված տիրույթի, առաձգականությամբ տեսության խառը եզրային պայմաններով, հարթ խնդրի լուծումը

Աշխատանքը նվիրված է երկու շրջանային աղեղներով սահմանափակված տիրույթի, առաձգականության տեսության խառը եզրային պայմաններով, հարթ խնդրի լուծմանը:

Նրկրենո կոորդինատային սխեմանում, լարումների ֆունկցիայի մեջ մտնող անհայտ ֆունկցիաների որոշման համար, ավտոմորֆ ֆունկցիաների օգնությամբ, ստացված է Ռիման-Հիլբերտի եզրային խնդրի վերջինս ընդհանուր դեպքում բերված է Ֆրեդհոլմի երկրորդ սեռի, լուծելի ինտեգրալ հավասարումների սխեմա:

Ստացված է երկու պարամետրից կախված տրանսցենդենտ հավասարում, որի առաջին արմատը բնութագրում է եզակիության կարգը, անկյունային կետում:

ЛИТЕРАТУРА — ԳՐԱԿԱՆՈՒՅՈՒՆ

- ¹ G. B. Jeffery, Phil. Trans. Roy. Soc. Lond., A., № 221, 1921.
² Я. С. Уфлянд, Биполярные координаты в теории упругости, ГТТИ, М., 1950. ³ Я. С. Уфлянд, Интегральные преобразования в задачах теории упругости, Изд. «Наука», Л., 1968. ⁴ Г. Н. Савин, Распределение напряжений около отверстий, Изд. «Научова думка», Киев, 1968. ⁵ В. В. Еганян, Сб. трудов ЕрПИ, № 20, Машиностроение, вып. 4, 1959. ⁶ Л. А. Арутюнян, «Известия АН Арм. ССР», Механика, т. 29, № 1 (1976).
⁷ Н. И. Мухелишвили, Сингулярные интегральные уравнения, Изд. «Наука», М., 1968. ⁸ Ф. Д. Гахов, Краевые задачи, Физматгиз, М., 1963. ⁹ Н. П. Векуа, Системы сингулярных интегральных уравнений, Изд. «Наука», М., 1970. ¹⁰ Л. И. Чибрикова, Уч. зап. Казанского ун-та, т. 116, кн. 4, 1956.

УДК 530.115

ФИЗИКА

М. Г. Арутюнян, Г. С. Погосян, В. М. Тер-Антонян

Прохождение частицы через параболический
 потенциальный барьер

(Представлено чл.-корр. АН Армянской ССР Г. С. Саакяном 13/ХІІ 1976)

Одним из методов, используемых при отыскании квазиклассических формул связи, т. е. правил сопоставления ВКБ-решений, справедливых в областях, лежащих далеко от точки поворота, является так называемый комплексный метод ^(1,2). В рамках этого метода волновая функция формально рассматривается как функция комплексного переменного, а переход из одной области квазиклассичности в другую производится по пути, целиком расположенному вдали от точки поворота. Строгое обоснование комплексного метода и его применение к задаче о прохождении частицы через параболический барьер было дано в работе Кэмбла ⁽³⁾.

Цель настоящей статьи — дать точное решение этой задачи и проследить за тем, как оно переходит в квазиклассические результаты Кэмбла.

Введем „затравочный“ потенциал $U(x, \lambda)$, определенный следующим образом:

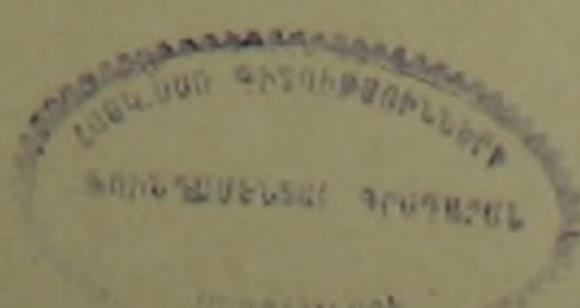
$$U(x, \lambda) = \begin{cases} -\frac{k\lambda^2}{2}, & -\infty < x \leq -\lambda \\ -\frac{kx^2}{2}, & -\lambda \leq x \leq \lambda \\ -\frac{k\lambda^2}{2}, & \lambda \leq x < \infty \end{cases}$$

В областях $-\infty < x \leq -\lambda$ и $\lambda \leq x < \infty$ волновая функция имеет вид:

$$\begin{aligned} \psi_1 &= e^{ik_1 x} + A e^{-ik_1 x}, \\ \psi_2 &= C e^{ik_1 x}, \end{aligned}$$

где

$$k_1 = \frac{1}{\hbar} \sqrt{2m \left(E + \frac{k\lambda^2}{2} \right)}.$$



Для нахождения волновой функции при $-l < x < l$ необходимо решить уравнение Шредингера

$$\frac{d^2 \Psi_2}{dx^2} + \frac{2m}{\hbar^2} \left(E + \frac{kx^2}{2} \right) \Psi_2 = 0. \quad (1)$$

Введем безразмерные величины ξ и ε

$$\xi = x \left(\frac{mk}{\hbar^2} \right)^{1/4}, \quad \varepsilon = \frac{E}{\hbar} \sqrt{\frac{m}{k}}$$

и перепишем уравнение (1) в переменной ξ :

$$\frac{d^2 \Psi_2}{d\xi^2} + (2\varepsilon + \xi^2) \Psi_2 = 0. \quad (2)$$

Легко показать, что уравнение (2) может быть приведено к уравнению для вырожденной гипергеометрической функции

$$z \frac{d^2 F}{dz^2} + \left(\frac{1}{2} - z \right) \frac{dF}{dz} - \left(\frac{1}{4} - i \frac{\varepsilon}{2} \right) F = 0,$$

если волновую функцию представить в виде $\Psi_2 = e^{i\xi^2/2} F(\xi)$ и ввести новую переменную $z = -i\xi^2$. Тогда волновая функция Ψ_2 запишется следующим образом:

$$\Psi_2 = e^{i\xi^2/2} \left\{ C_1 F\left(\frac{1}{4} - i \frac{\varepsilon}{2}, \frac{1}{2}, -i\xi^2 \right) + C_2 (-i\xi^2)^{1/2} F\left(\frac{3}{4} - i \frac{\varepsilon}{2}, \frac{3}{2}, -i\xi^2 \right) \right\}. \quad (3)$$

Волновая функция Ψ и ее первая производная должны быть непрерывны во всем пространстве. Это стандартное требование приводит к условиям сшивки

$$\Psi_1(-\xi_0) = \Psi_2(-\xi_0), \quad \Psi_1'(-\xi_0) = \Psi_2'(-\xi_0), \quad (4)$$

$$\Psi_1(\xi_0) = \Psi_2(\xi_0), \quad \Psi_1'(\xi_0) = \Psi_2'(\xi_0),$$

где

$$\xi_0 = \lambda \left(\frac{mk}{\hbar^2} \right)^{1/4}.$$

Так как в дальнейшем мы собираемся переходить к большим ξ_0 , то вместо явного вида функции Ψ_2 и ее производной используем их асимптотики при больших по модулю значениях переменной ξ .

Известно, что единственного асимптотического разложения для функции $F(a, c, z)$ при $|z| \rightarrow \infty$ не существует, если даже в комплексной плоскости иметь в виду совершенно определенное направление, вдоль которого переменная z стремилась бы к бесконечности. Когда аргумент φ комплексной переменной z лежит в интервалах $(-\pi, 0)$ и $(\pi, 2\pi)$ асимптотическое разложение вырожденной гипергеометрической функции выглядит так:

$$F(a, c, z) \sim \frac{\Gamma(c)}{\Gamma(a)} |z|^{a-c} e^{i(a-c)\varphi} e^z + \frac{\Gamma(c)}{\Gamma(c-a)} |z|^{-a} e^{-ia(\pi+\varphi)}, \quad (5)$$

$$F(a, c, z) \sim \frac{\Gamma(c)}{\Gamma(a)} |z|^{a-c} e^{i(a-c)(\varphi-2\pi)} e^z + \frac{\Gamma(c)}{\Gamma(c-a)} |z|^{-a} e^{ia(\pi-\varphi)}.$$

Это необычное поведение асимптотического разложения называется явлением Стокса (4).

В интересующем нас случае в роли z выступает переменная $-i\xi^2$, аргумент которой при вещественных ξ равен $-\pi/2$ ($\xi > 0$) и $3\pi/2$ ($\xi < 0$) и, следовательно, справедливо асимптотическое разложение (5). Учитывая также, что при вычислении производной ψ_2' достаточно ограничиться дифференцированием быстроперменных множителей, перепишем условия сшивки (4) в виде:

$$e^{-2i\xi_0} + Ae^{i\xi_0} = C_1(M + M^*) - C_2(T - iT^*), \quad (6)$$

$$i\xi e^{-i\xi_0} - i\xi Ae^{i\xi_0} = i\xi_0 C_1(M - M^*) - i\xi_0 C_2(T + iT^*),$$

$$Ce^{i\xi_0} = C_1(M + M^*) + C_2(T - iT^*),$$

$$i\xi Ce^{i\xi_0} = -i\xi_0 C_1(M - M^*) - i\xi_0 C_2(T + iT^*),$$

где $\alpha = k_1(\hbar^2/mk)^{1/4}$ и

$$M = \frac{e^{-i(\xi_0/2 + \pi \ln \xi_0 - \pi/8)}}{\xi_0^{1/2}} \frac{\Gamma(1/2)}{\Gamma(1/4 - i\xi/2)},$$

$$T = \frac{e^{-i(\xi_0/2 + \pi \ln \xi_0 - \pi/8)}}{\xi_0^{1/2}} \frac{\Gamma(3/2)}{\Gamma(3/4 - i\xi/2)}.$$

Из полученной системы уравнений (6) следует, что

$$A = \frac{e^{-2i\xi_0}}{2} \left(\frac{1+ie}{1-ie} + \frac{1-ip}{1+ip} \right),$$

$$C = e^{-2i\xi_0} \left(\frac{1}{1+ip} - \frac{1}{1-ie} \right).$$

причем

$$e = i \frac{\xi_0}{\alpha} \frac{iT - T^*}{iT + T^*}, \quad p = -i \frac{\xi_0}{\alpha} \frac{M - M^*}{M + M^*}.$$

Очевидно, что амплитуды A и C удовлетворяют условию сохранения числа частиц, т. е. равенству:

$$|A|^2 + |C|^2 = 1.$$

Если ввести параметры δ_1 и δ_2 согласно

$$\delta_1 = \frac{\xi_0^2}{2} + \varepsilon \ln \xi_0 - \frac{\pi}{8} + \arg \left\{ \Gamma \left(\frac{1}{4} - i \frac{\varepsilon}{2} \right) \right\},$$

$$\delta_2 = \frac{\xi_0^2}{2} + \varepsilon \ln \xi_0 + \frac{\pi}{8} + \arg \left\{ \Gamma \left(\frac{3}{4} - i \frac{\varepsilon}{2} \right) \right\},$$

то можно прийти к следующей формуле для коэффициента прозрачности

$$D = \frac{\alpha^2 \xi_0^2}{1 + e^{-2\alpha x}} (\alpha^2 \cos^2 \delta_1 + \xi_0^2 \sin^2 \delta_1)^{-1} (\alpha^2 \sin^2 \delta_2 + \xi_0^2 \cos^2 \delta_2)^{-1}. \quad (7)$$

Коэффициент отражения определится из условия сохранения числа частиц.

В пределе бесконечно больших ξ_0 параметр $\alpha \approx \xi_0$ и выражение (7) переходит в формулу

$$D = \frac{1}{1 + e^{-2\alpha x}}, \quad (8)$$

полученную Кэмблом.

Задача о прохождении частицы через параболический потенциальный барьер может быть решена и без введения „затравочного“ потенциала, причем корректно вычисленные значения коэффициентов прозрачности и отражения в точности оказываются равными квазиклассическим.

Действительно, решение уравнения (1) при $\xi \rightarrow \pm \infty$ согласно (5) можно записать в виде:

$$\begin{aligned} \psi(\xi) \xrightarrow{\xi \rightarrow \pm \infty} & \\ & |\xi|^{-1/2 - i\epsilon} e^{i\epsilon \xi} e^{-i\xi/4} e^{-i\xi/2} \left| \frac{C_1 \Gamma(1/2)}{\Gamma(1/4 - i\epsilon/2)} \pm \frac{C_2 \Gamma(3/2)}{\Gamma(3/4 - i\epsilon/2)} \right| + \\ & + |\xi|^{-1/2 + i\epsilon} e^{-i\epsilon \xi} e^{-i\xi/4} e^{i\xi/2} \left| \frac{C_1 \Gamma(1/2)}{\Gamma(1/4 + i\epsilon/2)} \mp i \frac{C_2 \Gamma(3/2)}{\Gamma(3/4 + i\epsilon/2)} \right|. \end{aligned} \quad (9)$$

Для волн, описываемых первым и вторым слагаемыми выражения (9), проекция потока j вдоль направления ξ равна

$$\begin{aligned} j^{(1)} &= -\frac{\hbar}{m} \xi \left| \frac{C_1 \Gamma(1/2)}{\Gamma(1/4 - i\epsilon/2)} \pm \frac{C_2 \Gamma(3/2)}{\Gamma(3/4 - i\epsilon/2)} \right|^2, \\ j^{(2)} &= \frac{\hbar}{m} \xi \left| \frac{C_1 \Gamma(1/2)}{\Gamma(1/4 + i\epsilon/2)} \mp i \frac{C_2 \Gamma(3/2)}{\Gamma(3/4 + i\epsilon/2)} \right|^2. \end{aligned}$$

Будем считать, что частица падает на барьер слева. Тогда из выражения для потока $j^{(1)}$ следует, что первое слагаемое в (9) при $\xi \rightarrow -\infty$ описывает падающую волну, а при $\xi \rightarrow +\infty$ — нефизическую волну, распространяющуюся из $+\infty$ к нулю. Аналогично убеждаемся, что второе слагаемое при $\xi \rightarrow +\infty$ описывает прошедшую волну, а при $\xi \rightarrow -\infty$ — отраженную. Отсюда следует, что для выделения из общего решения (9) частного, соответствующего задаче о прохождении частицы через потенциальный барьер, необходимо потребовать, чтобы

$$\frac{C_1 \Gamma(1/2)}{\Gamma(1/4 - i\varepsilon/2)} + \frac{C_2 \Gamma(3/2)}{\Gamma(3/4 - i\varepsilon/2)} = 0,$$

$$e^{i\varepsilon} e^{-i\varepsilon} \left| \frac{C_1 \Gamma(1/2)}{\Gamma(1/4 - i\varepsilon/2)} - \frac{C_2 \Gamma(3/2)}{\Gamma(3/4 - i\varepsilon/2)} \right| = 0,$$

$$A = e^{-i\varepsilon} e^{-i\varepsilon} \left| \frac{C_1 \Gamma(1/2)}{\Gamma(1/4 + i\varepsilon/2)} + i \frac{C_2 \Gamma(3/2)}{\Gamma(3/4 + i\varepsilon/2)} \right|,$$

$$C = e^{-i\varepsilon} e^{-i\varepsilon} \left| \frac{C_1 \Gamma(1/2)}{\Gamma(1/4 + i\varepsilon/2)} - i \frac{C_2 \Gamma(3/2)}{\Gamma(3/4 + i\varepsilon/2)} \right|.$$

Находя C_1 и C_2 и подставляя их значения в выражения для A и C получаем:

$$A = 1/2 e^{-i\varepsilon} \left| \frac{\Gamma(1/4 - i\varepsilon/2)}{\Gamma(1/4 + i\varepsilon/2)} - i \frac{\Gamma(3/4 - i\varepsilon/2)}{\Gamma(3/4 + i\varepsilon/2)} \right|, \quad (10)$$

$$C = 1/2 e^{-i\varepsilon} \left| \frac{\Gamma(1/4 - i\varepsilon/2)}{\Gamma(1/4 + i\varepsilon/2)} + i \frac{\Gamma(3/4 - i\varepsilon/2)}{\Gamma(3/4 + i\varepsilon/2)} \right|.$$

Значения коэффициентов отражения и прозрачности, вычисленные из выражения (10), в точности совпадают с результатом (8), полученным из квазиклассических формул связи.

Заметим, что если в качестве $U(x, i)$ выбрать функцию, тождественно равную нулю при $|x| > i$, то значение параметра a в (7) меняется, и при больших ξ_0 формула (7) не переходит в результат Кэмбла. Это говорит о чувствительности предельного результата к выбору „затравочного“ потенциала.

Нам приятно поблагодарить Г. С. Саакяна и участников семинара Кафедры теоретической физики ЕГУ за полезные обсуждения.

Ереванский государственный университет

Մ. Ն. ՀԱՐՈՒԹՅԱՆԻԱՆ, Վ. Ս. ԳՈՂՈՍՅԱՆ, Վ. Մ. ՏԻՐԱՆՅՈՆՅԱՆ

Մասնիկի անցումը սրահարույիկ պոտենցիալ արգելիով

Հոդվածում ճշգրիտ լուծված է սրահարույիկ պոտենցիալ արգելիով մասնիկի անցման խնդիրը: Մտցվում է օժանդակ պոտենցիալ, որը $|x| < i$ տիրույթում հավասար է սկզբնականին, հաստատուն է $|x| > i$ տիրույթում, և անընդհատ է ողջ իրական ստանցրի վրա: Ն պարամետրը հետադաշում ձգտեցվում է անվերջության: Օժանդակ պոտենցիալի օգտագործումը հնարավորություն է տալիս մասնիկի վարքը $|x| > i$ տիրույթում նկարագրել հարթ ալիքների լեզվով, իսկ $|x| < i$ տիրույթում ալիքային ֆունկցիան արտահայտել:

այլասերված հիպերերկրաչափական ֆունկցիաների օգնությամբ, Առաջարկված է նաև լուծման ալտերնատիվ եղանակ (առանց օժանդակ պոտենցիալի մտցման), որտեղ անվերջությունում մասնիկներն ազատ շեն: Այս եղանակում անդրադարձման և անցման զործակիցները ճշգրիտ համընկնում են քվադրատասականի հետ: Երկու դեպքում էլ այլասերված հիպերերկրաչափական ֆունկցիաների ասիմպտոտիկ վերլուծությունում օգտագործված է Ստորսի Լրևույթը:

ЛИТЕРАТУРА — ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

- ¹ M. V. Berry and K. E. Mount „Semiclassical approximation in wave mechanics“, Reports on Progress in Physics, Volume 35, Number 4, 1972. ² Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, Квантовая механика, М., 1974. ³ E. C. Kemble, Phys. Rev., 48, 1935. ⁴ Ф. М. Морс, Г. Фешбах, Методы теоретической физики, т. 2, М., 1960.

УДК 621.375.82

ФИЗИКА

М. А. Саркисян

Поляризуемость трехуровневого атома при наличии
 однофотонного и двухфотонного резонансов

(Представлено чл.-корр. АН Армянской ССР М. Л. Тер-Микаеляном 10/1 1977)

Рассмотрим трехуровневый атом с системой невырожденных уровней, на который падает электромагнитная волна с частотой ω . Частота внешнего поля и частоты переходов между уровнями удовлетворяют следующим условиям:

$$|\Delta| = |\omega_{21} - \omega| \ll \omega, \quad |\delta| = |\omega_{31} - 2\omega| \ll \omega. \quad (1)$$

Действующую на атом электромагнитную волну будем описывать вектором напряженности

$$\vec{E}(\vec{r}, t) = \vec{E} e^{-i\omega t + i\vec{k}\vec{r}} + \text{к. с.}, \quad (2)$$

где \vec{E} медленно меняющаяся амплитуда напряженности поля. Предполагается, что длительность падающего на атом импульса достаточно мала и релаксацией уровней Γ_i можно пренебречь, в то же время ширина линии излучения $1/\tau$ должна быть меньше расстройек, то есть

$$\Gamma_i < 1/\tau < |\delta|, |\Delta|, |\delta - \Delta|. \quad (3)$$

При этих условиях адиабатического включения образуются квазиэнергетические состояния (К. Э. С.), волновые функции которых в резонансном приближении имеют следующий вид (1):

$$\Phi_s = a_s e^{-i\lambda_s t} \left\{ \Psi_1^0 - \frac{\hbar \lambda_s}{\vec{E} \cdot \vec{d}_{21}} \Psi_2^0 e^{-i\omega t} + \frac{\lambda_s}{\lambda_s - \delta} \cdot \frac{\vec{E} \vec{d}_{32}}{\vec{E} \cdot \vec{d}_{21}} \Psi_3^0 e^{-2i\omega t} \right\}, \quad (4)$$

где \vec{d}_{ik} матричные элементы дипольных переходов между состояниями Ψ_i^0 невозмущенного атома, а λ_s ($s=1, 2, 3$) корни кубического уравнения

$$\lambda^3 - i^2(\delta + \Delta) + i \left(\delta \Delta - \frac{|\vec{E} \vec{d}_{21}|^2 + |\vec{E} \vec{d}_{32}|^2}{\hbar^2} \right) + \delta \frac{|\vec{E} \vec{d}_{31}|^2}{\hbar^2} = 0 \quad (5)$$

a_s определяется с точностью до произвольной фазы из условия нормировки.

$$a_s = \left(1 + \frac{\hbar^2 \lambda_s^2}{|\vec{E} \vec{d}_{s1}|^2} + \left(\frac{\lambda_s}{i_s - \delta} \right)^2 \cdot \frac{|\vec{E} \vec{d}_{s2}|^2}{|\vec{E} \vec{d}_{s1}|^2} \right)^{-\frac{1}{2}}. \quad (6)$$

Отметим, что при выключении поля квазиэнергии и волновые функции Φ_s переходят в соответствующие значения для невозмущенного атома, т. е. при $E \rightarrow 0$.

$$\lambda_1 \rightarrow 0, \quad \lambda_2 \rightarrow \Delta, \quad \lambda_3 \rightarrow \delta \quad (7)$$

и

$$\Phi_s = \Psi^0 e^{-i\omega_s t} \quad (s = 1, 2, 3).$$

Используя волновые функции (4) вычислим поляризуемость трехуровневого атома. Однако в реальном свободном атоме уровни всегда вырождены по направлениям полного момента и необходимо выяснить, при каких условиях трехуровневая модель работает. Рассмотрим атом, состояния „1“, „2“, „3“ которого обладают полными

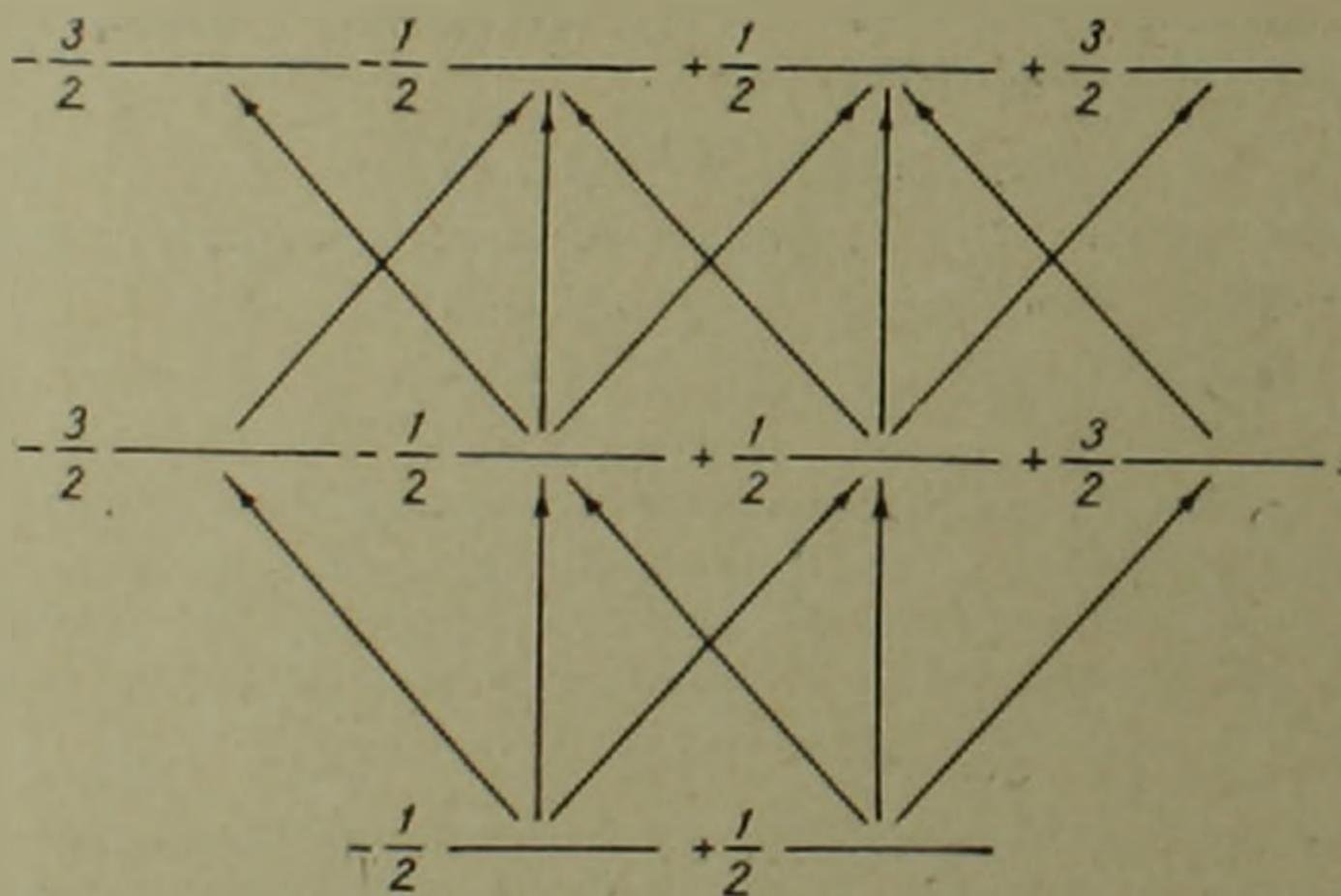


Рис. 1

моментами импульса равными $J_1 = 1/2$, $J_2 = 3/2$, $J_3 = 1/2$ (или $J_3 = 3/2$). Схема изображена на рис. 1. Выберем ось квантования вдоль распространения волны (ось z), а поле будем описывать через сферические компоненты амплитуды напряженности $E = E_x \pm iE_y$. В этом случае стрелками, идущими вправо, показаны переходы, вызванные левополяризованной волной, а влево — правополяризованной; прямые стрелки соответствуют переходам для линейно-поляризованной волны (имеющей z поляризацию).

Как видим, если волна имеет произвольную эллиптическую поляризацию, то система с полными моментами $J_1 = \frac{1}{2}$, $J_2 = \frac{3}{2}$, $J_3 = \frac{1}{2}$ распадается на две независимые четырехуровневые системы,

если же волна линейно-поляризована, то имеем две независимые трехуровневые системы $\langle 1, = \frac{1}{2} \rangle$, $\langle 2, = \frac{1}{2} \rangle$, $\langle 3, = \frac{1}{2} \rangle$. Трех-

уровневая система реализуется и в случае, когда $J_3 = \frac{3}{2}$, причем

не только для линейно-поляризованной волны, но также когда имеется только лево (или право) — поляризованная волна.

Таким образом, в волновых функциях (4) можно произвести замену $(\vec{E} \vec{d}_{ik}) \rightarrow E d_{ik}$, где E — амплитуда напряженности определенным образом поляризованной волны, d_{ik} — матричные элементы переходов между состояниями, которые связываются электромагнитным полем. Необходимо также изменить нормировку волновых функций в соответствии с распределением электронов по подуровням реального атома.

Вычисляя средний дипольный момент атома в состоянии Φ_s и учитывая, что $\langle d \rangle = \beta E$ получаем выражение для поляризуемости

$$\beta^{(s)} = - \frac{\hbar \nu_s |a_s|^2}{E^2} \left\{ 1 + \frac{\nu_s}{\nu_s - \bar{\nu}} \cdot \frac{|d_{32}|^2}{|d_{21}|^2} \right\} \quad (8)$$

Корни кубического уравнения (5) в виде формул Кардано в общем случае имеют громоздкий вид и поляризуемость β становится необозримой (в этом случае проще всего обратиться к численным расчетам). Однако в некоторых предельных случаях корни упрощаются и можно получить простые аналитические выражения для β .

Одним из интересных случаев является двухфотонный резонанс. Найдем решения уравнения (5) при $\bar{\nu} \rightarrow 0$, то есть в окрестности двухфотонного резонанса.

Причем решение, которое соответствует основному К.Э.С., то есть состоянию, которое получается при адиабатическом включении поля из основного невозмущенного состояния Ψ_1^0 .

Анализ показывает, что в зависимости от знаков расстройек Δ и $\bar{\nu}$ решения уравнения (5) различные (1).

Рассмотрим случаи:

1. $\bar{\nu} \Delta > 0$ и $\bar{\nu} \rightarrow 0$ точнее

$$|\xi| \ll |\Delta|, \quad x^2 |\Delta|. \quad (9)$$

В этом случае

$$i_1 = \frac{\Delta}{2} \left(1 - \sqrt{1 + a^2} \right),$$

где параметр интенсивности $a^2 = 4E^2 \frac{|d_{21}|^2 + |d_{32}|^2}{\hbar^2 \Delta^2}$. (10)

Подставляя значение i_1 в (8) а также используя выражение (6) получаем

$$\beta^{(1)} = \frac{|d_{21}|^2 + |d_{32}|^2}{2\hbar\Delta\sqrt{1+x^2}}. \quad (11)$$

Если один из переходов запрещен, то есть $d_{32} = 0$ (или $d_{21} = 0$), то выражение (12) переходит в формулу для нелинейной поляризуемости двухуровневой системы в сильном поле (2).

II. $\delta\Delta < 0$.

Решения уравнения (5) при условии (9) будем искать в виде разложения по степеням δ . Параметром разложения является безразмерная величина

$$\xi = \frac{\hbar^2 \delta \Delta}{E^2 (|d_{21}|^2 + |d_{32}|^2)}. \quad (12)$$

В этом случае корень кубического уравнения соответствующий основному К. Э. С. Φ_1 равен

$$i_1 = \frac{E^2 |d_{21}|^2}{\hbar^2 \Delta} \left(1 + \frac{|d_{21}|^2}{|d_{21}|^2 + |d_{32}|^2} \xi \right)^{\frac{1}{3}} \quad (13)$$

а поляризуемость имеет вид:

$$\beta^{(1)} = \frac{|d_{21}|^2 |d_{32}|^2}{2\hbar\Delta (|d_{21}|^2 + |d_{32}|^2)} \xi^{\frac{2}{3}} \quad (14)$$

Выпишем также диэлектрическую проницаемость разряженного газа трехуровневых атомов. Учитывая, что $\epsilon^{(1)} = 1 + 4\pi N_1 \beta^{(1)}$, где N_1 число атомов в состоянии Φ_1 в единице объема, получим:

I. $\delta\Delta > 0$,

$$\epsilon^{(1)}(\omega) = 1 + \frac{2\pi N_1}{\hbar\Delta} \cdot \frac{|d_{21}|^2 + |d_{32}|^2}{\sqrt{1+a^2}}. \quad (15)$$

II. $\delta\Delta < 0$,

$$\epsilon^{(1)}(\omega) = 1 + \frac{2\pi N_1}{\hbar\Delta} \cdot \frac{|d_{21}|^2 |d_{32}|^2}{|d_{21}|^2 + |d_{32}|^2} \xi^{\frac{2}{3}}. \quad (16)$$

На рис. 2, а, б изображены графики зависимости диэлектрической проницаемости $\epsilon^{(1)}$ от частоты ω при различных соотношениях ω_{21} и резонансной частоты $\omega_R = \omega_{31}/2$. Формулы (15) и (16) описывают ход кривых в выделенных пунктиром областях.

Рассмотрим выражение для диэлектрической проницаемости при $\delta\Delta < 0$. Как видно из выражения (16) при $\delta \rightarrow 0$, $\epsilon^{(1)}(\omega) \rightarrow 1$, что означа-

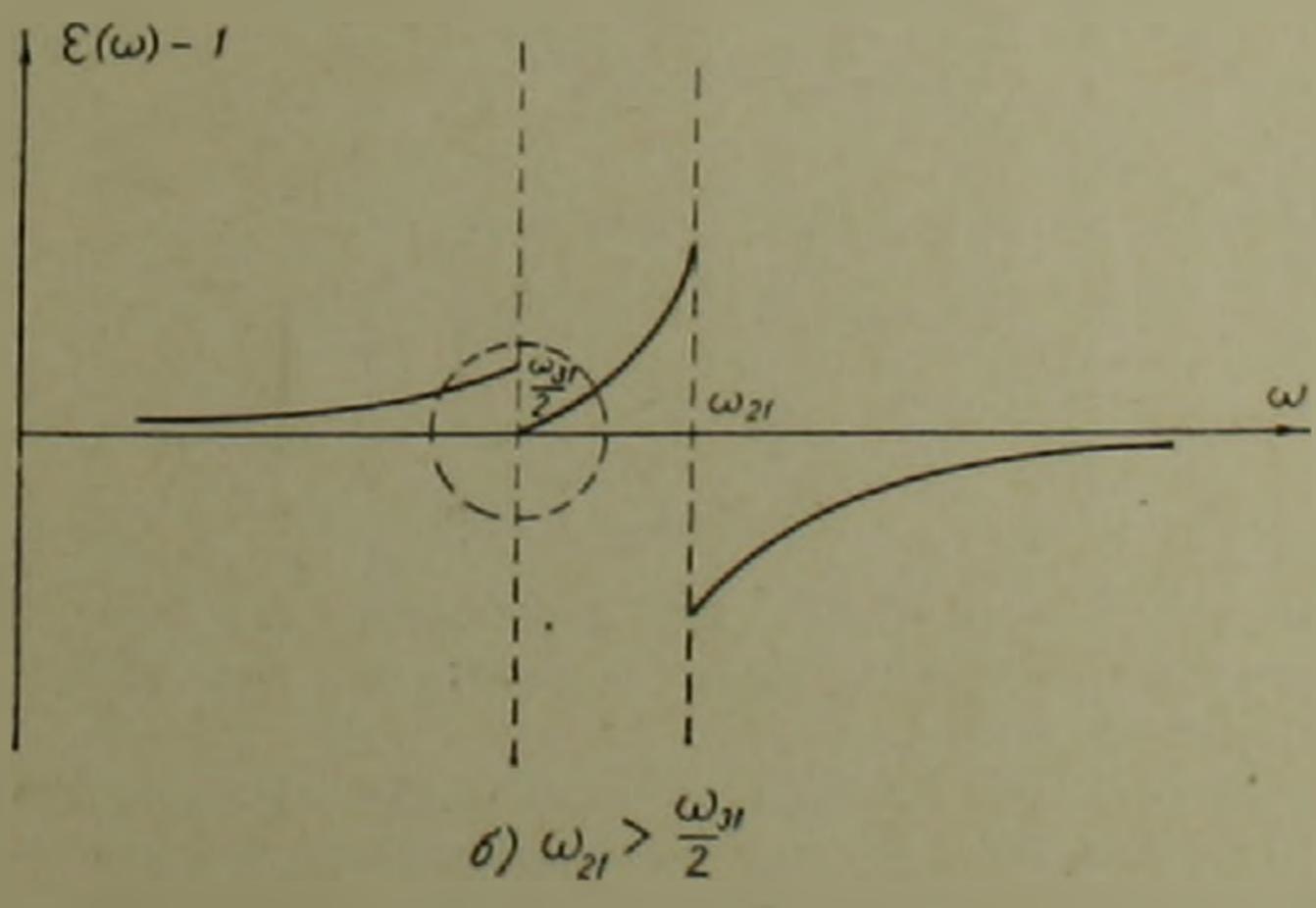
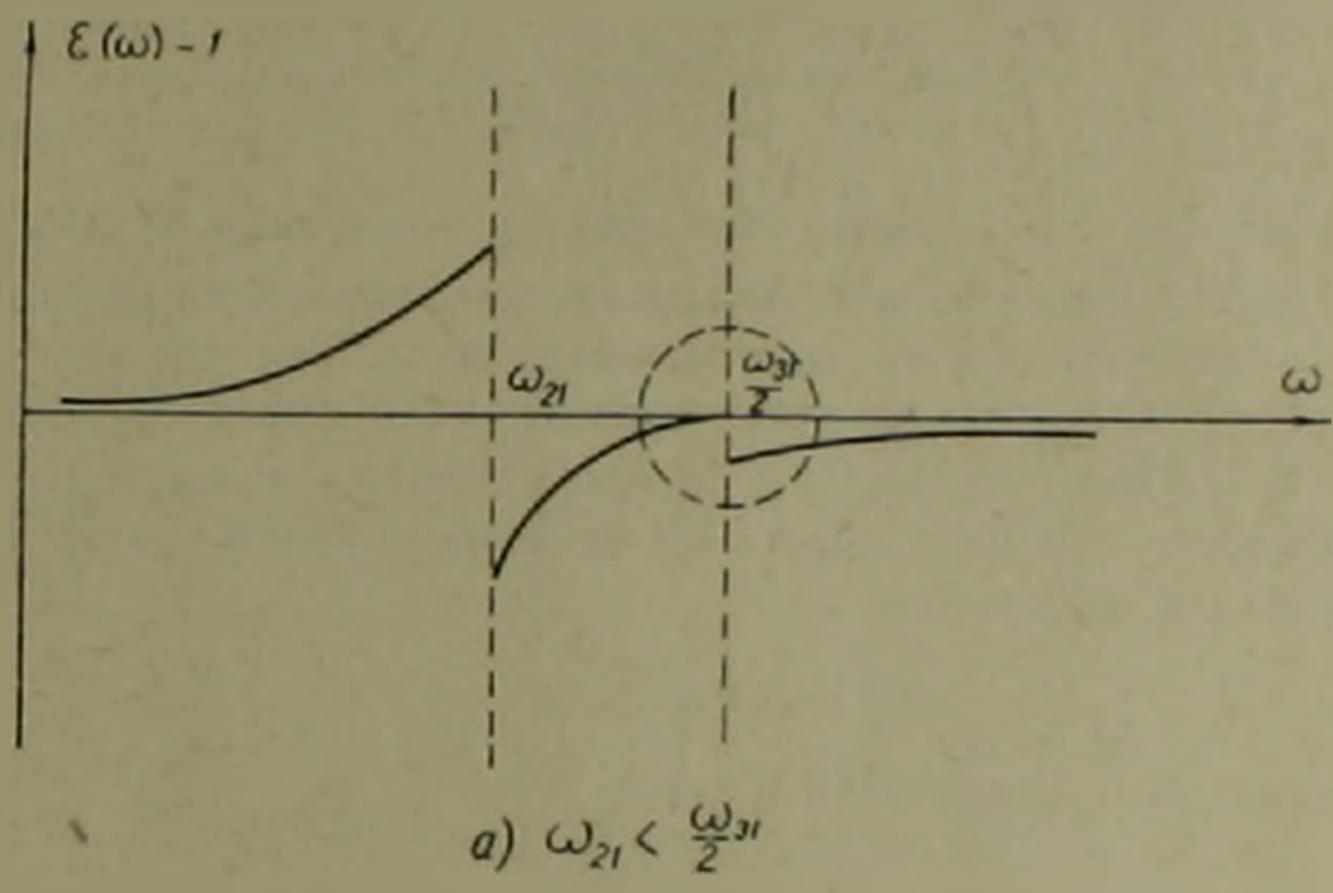


Рис. 2

ет просветление среды. Такое просветление принципиально отличается от просветления среды, состоящей из двухуровневых атомов взаимодействующих с резонансным излучением (2). Отличие заключается в том, что в двухуровневом случае среда просветляется из-за того, что выравниваются населенности на основном и возбужденном уровнях, в то время как в трехуровневой системе при двухфотонном резонансе $n_1 \neq n_2$ (1, 3). В случае II населенность на втором уровне в состоянии Φ_2 равна

$$n_2^{(1)} = \frac{\hbar^2 \omega^2}{2E^2} \frac{|d_{21}|^2 |d_{32}|^2}{(|d_{21}|^2 + |d_{32}|^2)^2} \quad (17)$$

то есть при $\omega \Delta < 0$ и условии (9) примесь состояния $\Psi_2^{(1)}$ в основном К.Э.С. Φ_2 пропорциональна квадрату двухфотонной расстройки и обратно пропорциональна интенсивности поля. Так что при $\omega^2/E^2 \rightarrow 0$ $n_2^{(1)} \rightarrow 0$, что и является причиной просветления среды. Отметим также, что в условиях насыщения, то есть в сильных полях, зависимость диэлектрической проницаемости $\epsilon^{(1)}$ от напряженности поля разная. Из выражения (15) имеем

$$\epsilon^{(1)} = 1 + AE^{-1}, \quad (18)$$

в то время как для случая II из (16)

$$\epsilon^{(1)} = 1 + BE^{-2}. \quad (19)$$

Выпишем также поперечное сечение несмещенного когерентного рассеяния, которое дается формулой

$$d\sigma = |\beta^{(1)}|^2 \frac{\omega^4 d\Omega}{c^4}.$$

Для двух рассмотренных случаев получим

$$I. d\sigma = \frac{(|d_{21}|^2 + |d_{32}|^2)^2}{\Delta^2(1 + \alpha^2)} \cdot \frac{\omega^4 d\Omega}{4\hbar^2 c^4} \quad (20)$$

$$II. d\sigma = \frac{|d_{21}|^4 |d_{32}|^4}{\Delta^2(|d_{21}|^2 + |d_{32}|^2)^2} \cdot \frac{\omega^4 d\Omega}{4\hbar^2 c^4}.$$

Полученные выражения можно использовать для расчета эффектов прохождения импульса через резонансную среду вблизи двухфотонного резонанса.

Автор выражает благодарность чл. - корр. АН Армянской ССР М. Л. Тер-Микаеляну и участникам теоретического семинара ИФИ АН Армянской ССР за полезные обсуждения.

Институт физических исследований
Академии наук Армянской ССР

Երևի մակարդականի սխտեմի բեռագվածությունը մեկ և երկու ֆոտոնային ռեզոնանսի պայմաններում

Տեսականորեն ուսումնասիրված է մոնոքրոմատիկ ալիքի ռեզոնանսային փոխազդեցությունը երեք մակարդականի սխտեմի հետ և հաշված է քննադատության գործակիցը (8)։ Բերված են արտահայտություններ երկֆոտոն ռեզոնանսի շրջակայքում դիֆրակտորիկ թափանցելիության և շնչված կոհերենտ ցրման լայնական կտրվածքի համար (15), (16), (20)։

ЛИТЕРАТУРА — ՉՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

- ¹ М. Л. Тер-Микаелян, М. А. Саркисян, Препринт ИФП-75-26, Аштарак, 1975.
² В. М. Арутюнян, Е. Г. Канецян, В. О. Чалтыкян, ЖЭТФ, 59, 195 (1970). ³ D. Grischkowsky and M. M. T. Loy, Phys. Rev., A, 12, 1117(1975).

УДК 538.561 : 538.566.5

ФИЗИКА

Г. Г. Карапетян

Спектр ондуляторного излучения в волноводе

(Представлено академиком АН Армянской ССР Г. М. Гарибяном 11/III 1977)

В (1) было показано, что ондуляторное излучение (ОИ) в волноводе, в отличие от ОИ в свободном пространстве обладает резонансным характером, вследствие чего зависимость излученной энергии от числа звеньев ондулятора имеет нелинейный вид $\sim N\sqrt{N}$, поэтому наличие волновода может привести к заметному усилению излучения. Этот интересный эффект стимулирует дальнейшее изучение характеристик ОИ в волноводе и в первую очередь исследование частотного спектра.

Рассмотрим излучение точечного заряда, движущегося внутри волновода с постоянной продольной скоростью βc по периодической траектории время T . Число периодов траектории — N , частота периодического движения — Ω . Для нахождения спектральных характеристик излучения, пользуясь (1) запишем выражение мощности излучения H волны в сопутствующей системе координат

$$P'(t') = -\frac{2\pi}{c} \sum_k J_{k2}(t') \epsilon'(t'), \quad \epsilon'(t') = \int_{-l}^l J_0(\omega_{кр,2}x) \frac{\partial}{\partial x} J_{k2}(t'-x) dx, \quad (1)$$

где $J_{k1,2}(t) \delta(z - \beta ct) = \int_S \vec{J} \vec{a}_{k1,2} dS$, S — поперечное сечение волново-

да, \vec{J} — плотность тока создаваемого зарядом, $\vec{a}_{k1,2}$, $\omega_{кр,1,2}$ — собственные функции (2) и критические частоты волновода для E и H волн, индекс k определяет собственную функцию.

Входящие в (1) величины $J_{k2}(t')$ и $\epsilon'(t')$ пропорциональны поперечным компонентам соответственно магнитного и электрического полей излучения вблизи заряда, поэтому разлагая их в спектры

$$J_{kz}(t') = \int_{-\infty}^{\infty} J_{2\omega} e^{-i\omega t'} d\omega, \quad J_{2\omega} = \frac{1}{2\pi} \int_0^{T'} J_{kz}(t) e^{i\omega t} dt, \quad (2)$$

для излученной энергии в сопутствующей системе координат найдем

$$W' = \int_0^{T'} P'(t') dt' = -\frac{8\pi^2}{c} \operatorname{Re} \sum_k \int_0^{\infty} \varepsilon'_{2\omega} J_{2\omega}^* d\omega, \quad (3)$$

откуда для средней спектральной мощности излучения имеем

$$P_{\omega} = \frac{W'}{T'} = -\frac{8\pi^2}{cT'} \operatorname{Re} \sum_k \varepsilon'_{2\omega} J_{2\omega}^*. \quad (4)$$

Разлагая $J_{kz}(t')$ и $\varepsilon'(t')$ в ряды Фурье на интервале $[0, 2\pi/\Omega']$ (Ω' — частота периодического движения заряда в сопутствующей системе координат), можно вычислить спектральные компоненты $J_{2\omega}$ и $\varepsilon'_{2\omega}$ и из (4) спектральную мощность. Преобразуя полученное выражение в лабораторную систему находим энергию, излученную за единицу времени в единичном интервале частот, т. е. искомую спектральную мощность ОИ. Опуская промежуточные выкладки, приводим окончательный результат

$$P_{\xi} = \frac{4\pi}{c} \gamma^2 \sum_{k=1}^{\infty} [|J_{S1}|^2 (1-x_1^2) f(x_1, \xi) + |J_{S2}|^2 f(x_2, \xi)], \quad (5)$$

где

$$J_{k1,2} = \frac{\Omega}{2\pi} \int_0^{2\pi/\Omega} J_{k1,2}(t) e^{i\xi t} dt, \quad x_{1,2} = \frac{\omega_{kp1,2}}{\gamma S \Omega}, \quad \gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}}, \quad (6)$$

Формула (5) представляет спектральную мощность излучения суперпозицией мощностей отдельных гармоник, спектры которых описываются спектральными функциями $f(x, \xi)$, равными

$$f(x, \xi) = \frac{1 + \operatorname{sgn}(\xi - \gamma x)}{2} \frac{\xi}{\gamma^2 \sqrt{\xi^2 - \gamma^2 x^2}} \frac{2s \ln^2 \pi s \mathcal{N}(\xi' - 1)}{\pi^2 s \mathcal{N}(\xi'^2 - 1)^2},$$

$$\xi' = \xi - \beta \sqrt{\xi^2 - \gamma^2 x^2}, \quad \xi = \frac{\omega}{S \Omega}. \quad (7)$$

Из полученных формул следует во-первых, что спектральные функции ограничены снизу частотами $\omega = \omega_{кр}$ ($\xi = \gamma x$), т. е. излучение происходит как и следовало ожидать на частотах $\omega > \omega_{кр}$ ($\xi > \gamma x$). Во-вторых, на самых критических частотах P_{ξ} обращается в бесконечность¹. Однако эта расходимость несущественна, поскольку энергия $W = T \int P d\xi$, как нетрудно убедиться, является малой в окрестности критических частот, поэтому расходимостью P_{ξ} , обусловленной идеализацией условий задачи, в данном случае можно пренебречь.

¹ Это связано с предположением об идеальной проводимости стенок волновода. При учете конечной проводимости стенок (1), расходимость снимается.

Если устремить $N \rightarrow \infty$, то из (7) получим спектральную функцию бесконечно длинного ондулятора

$$f^*(\alpha, \xi) = \frac{1 + \operatorname{sgn}(1 - \alpha)}{4\gamma^2 \sqrt{1 - \alpha^2}} \xi [\delta(\xi - \xi_1) + \delta(\xi - \xi_2)], \quad (8)$$

$$\xi_{1,2} = \gamma^2 (1 \pm \beta \sqrt{1 - \alpha^2}),$$

откуда следует, что спектр бесконечного ондулятора в волноводе имеет вид δ -функции, т. е. ширина спектра равна нулю. Такая существенная разница по сравнению со спектром ОИ в свободном пространстве (который как известно ^(4,5) имеет ширину $\sim \gamma^2$) объясняется тем, что в свободном пространстве ширина спектра обусловлена зависимостью частоты излучения от направления; в волноводе же излучение происходит только в одном направлении, поэтому бесконечно долго излучающий источник может иметь лишь линейчатый спектр.

Из (5), (8) можно получить спектральную мощность излучения в свободном пространстве путем предельного перехода поперечных размеров волновода к бесконечности. При этом число членов суммы по k неограниченно возрастает, а их амплитуды неограниченно убывают, так что суммирование по k сводится к вычислению определенного интеграла. Задавая конкретно формы траектории заряда и поперечного сечения волновода, т. е. определяя явный вид $J_{1,2}$, можно провести эти выкладки до конца. Например, для случая синусоидального движения заряда в дипольном приближении вычисления дают

$$P_{\xi}^0 = \frac{e^2 l^2 \Omega^4}{8\gamma^3 \gamma^4 c^2} \xi [\gamma^4 (1 + \beta^2) - 2\gamma^2 \xi + \xi^2], \quad \frac{1}{1 + \beta} < \xi < \frac{1}{1 - \beta} \quad (9)$$

(l — амплитуда синусоиды),

откуда в ультрарелятивистском случае, обозначая $\xi = 2\gamma^2 x$, получаем известное выражение ^(4,5)

$$P_x^0 = \frac{e^2 l^2 \Omega^4 \gamma^4}{c^2} x(1 - 2x + 2x^2), \quad 0 < x < 1. \quad (10)$$

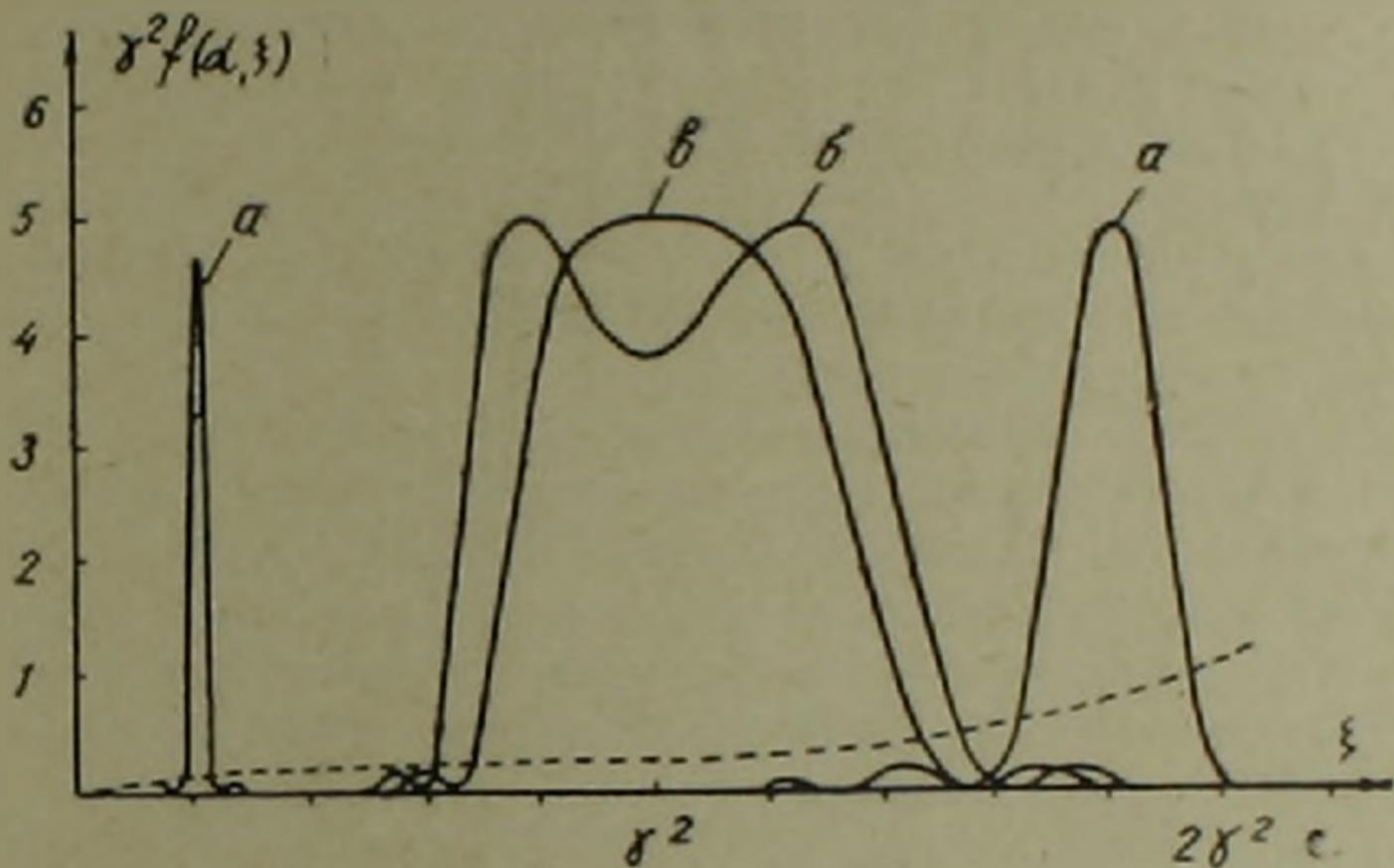
Перейдем теперь к рассмотрению спектра конечного ондулятора.

Качественное исследование спектральной функции $f(\alpha, \xi)$ по формулам (7) показывает, что ее ширина и высота существенно зависят от поперечных размеров волновода, причем нужно различать три основных случая:

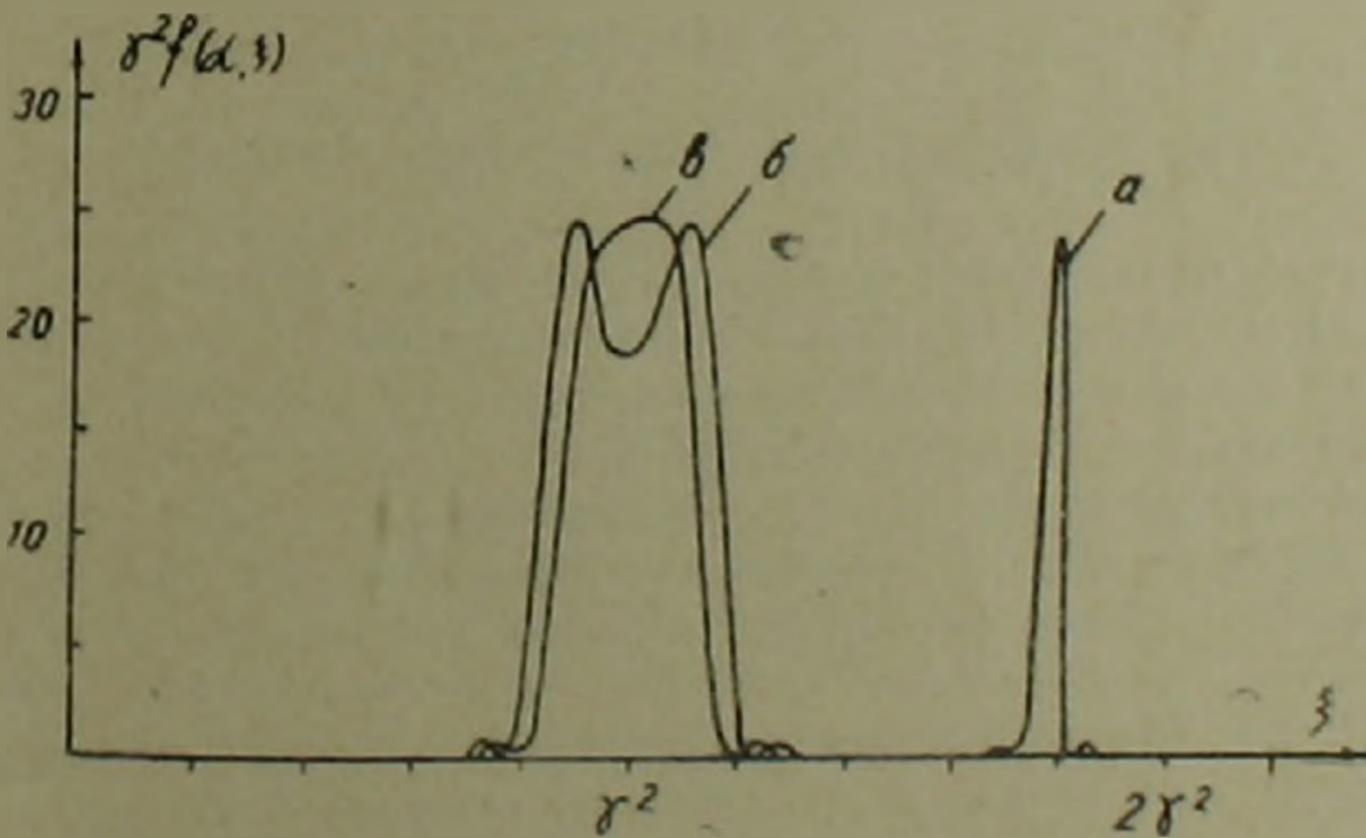
- 1) $1 - \alpha \gg 1/N$, $\alpha < 1$ — область далекая от резонанса; спектральная функция состоит из двух линий с ширинами $\sim |1 \pm \beta/\sqrt{1 - \alpha^2}| \gamma^2/N$ и высотами $\sim N/2\gamma^2$. Учитывая, что в свободном пространстве ширина линии $\sim \gamma^2$, а высота $\sim 1/\gamma^2$ ^(4,5), видим, что в этом случае полная энергия излучения в волноводе $\sim 1/\sqrt{1 - \alpha^2}$ раз превосходит энергию излучения в свободном пространстве.
- 2) $1 - \alpha \sim 1/N$, $\alpha < 1$ — резонанс: ширины линий $\sim \gamma^2/\sqrt{N}$, высоты

$\sim N/2\gamma^2$, расстояние между линиями $\sim \beta\gamma^2\sqrt{1-x^2}$. Полная излученная энергия больше энергии, излученной при отсутствии волновода в $\sim \sqrt{N}$ раз.

3) $x-1 \gg 1/N$ — запредельная область; высота спектральной функции $\sim 1/\sqrt{N}\gamma^2$, т. е. в этом случае волновод сильно подавляет излучение.



$N=10$



$N=50$

Рис. 1. Спектральная функция $P(\alpha, \xi)$ при $\gamma=10$.

а) $x=0.6$ — область далекая от резонанса;

б) $x=1-0.3/N$ — резонанс; в) $x=1$ — резонанс.

Пунктиром показана спектральная функция при отсутствии волновода (10)

На рис. 1 изображены графики функции $f(x, \xi)$ при $\gamma=10$. Параметр x выбран $x \geq 0,6$ и если положить, что ондулятор излучает в основном первую гармонику, то условие $x \geq 0,6$ обеспечивает распространение в волноводе лишь наимизшего типа волны. В этом случае из суммы в (5) остается один член и, следовательно, $f(x, \xi)$ является спектром излучения. Если же ондулятор излучает и высшие гармоники, то спектр состоит из суперпозиции функций $f(x, \xi)$ с различными коэффициентами. Тогда для определения спектра уже нужно конкретно знать коэффициенты $J_{n,2}$, т. е. нужно конкретизировать форму траектории заряда и форму поперечного сечения волновода.

Для сравнения в том же масштабе пунктиром показана спектральная функция ОИ в свободном пространстве (10). Преимущества спектра в волноводе очевидны.

Таким образом спектральная линия ОИ в волноводе, по сравнению с линией ОИ в свободном пространстве заметно более узкая и более высокая, т. е. наличие волновода приводит к существенному увеличению добротности линии.

Автор выражает благодарность за ценные обсуждения Г. В. Воскресенскому, Г. М. Гарибяну, Н. А. Корхмазяну, Г. С. Саакяну и С. С. Элбакяну.

Ереванский государственный университет

Գ. Գ. ԿԱՐԱՊԵՏՅԱՆ

Ոնդուլյատորային ճառագայթման սպեկտրը ալիքատարում

Հայտնի է, որ օնդուլյատորային ճառագայթումը ալիքատարում ունի ուղղանկյուն սալին ընդհանուր, որի հետևանքով ճառագայթված էներգիան կարող է գերազանցել ազատ տարածությունում ճառագայթված էներգիան $\sim \sqrt{N}$ անգամ (N -օնդուլյատորի շղթաների թիվն է):

Երկայացված աշխատանքում ուսումնասիրված է օնդուլյատորային ճառագայթման սպեկտրը ալիքատարում: Ցույց է տրված, որ ալիքատարի առկայությունը բերում է սպեկտրայի զծի լայնության զգալի փոքրացման: Մեղմանսից հետո տիրույթում սպեկտրայի զծի բարորակությունը գերազանցում է $\sim N$ անգամ, իսկ ուղղանկյուն տիրույթում $\sim \sqrt{N}$ անգամ ազատ տարածությունում ճառագայթման սպեկտրայի զծի բարորակությունը:

ЛИТЕРАТУРА — ԳՐԱԿԱՆՔԻ ԲՅՈՒՆ

- ¹ Г. Г. Карапетян, ДАН Арм. ССР, т. LXIII, № 4 (1976). ² Г. В. Кисунько, ЖТФ, т. 16, 565 (1946). ³ Л. А. Вайнштейн, «Электромагнитные волны», М., 1957. ⁴ Н. А. Корхмазян, «Известия АН Арм. ССР» Физика, т. 5, 418 (1970), т. 8, 405 (1973). ⁵ Д. Ф. Алферов, Ю. А. Башмаков, Е. Г. Бессонов, ЖТФ, т. 42, 1921 (1972).

УДК 523.84

АСТРОФИЗИКА

А. Л. Гюльбулагян

Об объектах Хербига—Аро

(Представлено академиком В. А. Амбарцумяном 11/VII 1977)

Объекты Хербига—Аро представляют собой небольшие красные сгущения, спектр которых в основном состоит из линий излучения водорода, [SII], [OII] и т. д., а непрерывный спектр очень слаб. Как известно, объекты Хербига—Аро встречаются в больших комплексах туманностей, в основном в областях с большим поглощением. О природе этих объектов предложен ряд гипотез (¹⁻³), но ни одна из них еще не принята окончательно.

Объекты Хербига—Аро в основном встречаются группами, причем члены некоторых групп расположены в виде цепочек. Такова группа из объектов Хербига—Аро Н-Н 7, 8, 9, 10 и 11. В виде цепочки расположены объекты Н-Н 1, 2 и 3 (на значимость этого факта обратил внимание академик В. А. Амбарцумян еще в 1954 г. (⁴)). В виде цепочки расположены объекты в группе Н-Н 12, которая сама составляет нечто вроде длинной цепочки с группой Н-Н 6 и объектами Н-Н 17 и 4. Этот список можно было продолжить.

В (⁴), исходя из спектральных особенностей, сделано предположение о генетической связи объектов Хербига—Аро и кометарных туманностей. В пользу этой связи свидетельствует то обстоятельство, что вышеназванные два вида объектов нередко вместе составляют физические группы (почему-то на этот факт до сих пор не обращалось должного внимания).

Приведем примеры.

Около известной кометарной туманности NGC2261 находится группа объектов Хербига—Аро Н-Н 39. Общую группу составляют группа объектов Хербига—Аро Н-Н 24, объекты Н-Н 27, 25, 26 и звезда с кометарной туманностью в виде восьмерки. Интересна группа из двух объектов Хербига—Аро (Н-Н 32 А и В) и кометарной туманности около AS353A. Группа из звезд XZТau и НLTau, окруженных кометарными туманностями, и объекта Н-Н 30. Звезда с кометарной туманностью RCrA имеет рядом два объекта Хербига—Аро (Н-Н 100 и 101).

Из вышеназванных групп особо нужно отметить вторую. Эта группа расположена в виде длинной цепочки, как бы исходящей из туманности южнее NGC2068 (в эту цепочку входят также объекты Н-Н 22 и 23).

Совместно с Т. Ю. Магакяном нами был предпринят поиск новых возможных объектов Хербига—Аро на картах Паломарского атласа ⁽⁵⁾. Было найдено 26 новых групп и 10 отдельных объектов, которые внешне похожи на объекты Хербига—Аро. При этом из 26 найденных групп 12 содержат кометарные туманности, и еще 5 групп—туманности, похожие на кометарные. Как мы видели выше, эти оба явления (тенденция к группировке и сочетание с кометарными туманностями) имеют место и для ранее открытых объектов Хербига—Аро. Хотя среди найденных нами групп, состоящих только из объектов, похожих на объекты Хербига—Аро, нет расположенных в виде цепочки, однако есть цепочки среди смешанных групп. Так, объекты 5 и 6 составляют цепочку с 4 компактными туманностями, 7—с двумя звездами с кометарными туманностями, 17 и 18—также с двумя. Довольно интересна цепочка из объектов 20—23 из ⁽⁵⁾, кометарных туманностей 8 и 22 из ⁽⁶⁾ и яркой туманности, похожей на скопление звезд с туманными придатками ($\alpha_{1950} = 7^h 22^m 1$, $\delta_{1950} = -24^{\circ} 32'$). В Алма-Атинской обсерватории удалось получить спектр этого объекта. Имеются следующие эмиссионные линии: H_{α} , $\lambda 6717$, 6731 [S II], $\lambda 6584$ [N II], $\lambda 6300$, 6363 [O I], $\lambda 5518$ [C I 111]. Есть также линии He I $\lambda 6678$ и $\lambda 5876$. Линии имеют разрывы, что соответствует строению самой туманности в виде рукавов. Нам кажется, что наличие таких цепочек свидетельствует в пользу совместного происхождения объектов в них.

Обратимся теперь к вопросу о расположении отдельных объектов Хербига—Аро и групп таких объектов относительно больших туманностей. Из известных групп выделяется уже названная выше цепочка длиной $\sim 11'$, которая при продолжении как бы исходит из маленькой яркой диффузной туманности южнее NGC2068 (недавно появилась статья Строма и др. ⁽⁶⁾, в которой сообщается о наличии инфракрасного излучения как из этой диффузной туманности, так и из кометарной туманности в цепочке). Другая группа объектов—Н-Н 39 как бы является продолжением кометарной туманности NGC 2261 (Хербиг в ⁽⁸⁾ отмечает, что группа расположена очень близко от оси симметрии NGC2261). Интересно расположение объектов Хербига—Аро Н-Н 1, 2, 3 и 35 вокруг яркой туманности NGC1999 (последняя по виду напоминает кометарную). Около яркого комплекса туманностей расположены цепочки объектов Хербига—Аро Н-Н 12, Н-Н 6 и Н-Н 7, 8, 9, 10, 11. Нужно здесь отметить и объекты Н-Н 29, 28 и 30 около туманности Sh239 ⁽⁹⁾, названной Стромом и др. ⁽²⁾ объектом Н-Н 102. Нам кажется, что Sh239 является диффузной туманностью и причислять ее к объектам Хербига—Аро не совсем верно (несмотря на спектральное сходство).

Интересно, что расположение этих объектов таково, что ближай-

шие к туманностям объекты кажутся связанными с ними волокнистыми образованиями. Так, Н-Н 35, по выражению Хербига (⁸), имеет нечто вроде хвоста, направленного в сторону NGC1999, объект Н-Н 29 связан с туманностью Sh239, найденный нами двойной объект около NGC7129 (33 из (⁵)) находится как бы на конце хвоста кометарной туманности 53 из (⁶).

Исходя из вышеприведенных фактов можно было бы сделать предположение, что эти объекты удаляются от ярких туманностей, около которых они находятся.

Есть интересные примеры и среди найденных нами групп. Самой замечательной является цепочка, как бы радиально выброшенная из яркой туманности Sh235. В нее входят 4 компактные туманности (две из них исследованы Глушковым и др. (¹⁰)) и 3 объекта, напоминающих объекты Хербига—Аро. Южнее туманности NGC1333 найдена интересная цепочка объектов—7 из (⁵).

Если предположить, что имеет место удаление этих объектов от ярких туманностей, то у них следовало бы ожидать наличия больших радиальных скоростей. Как известно (²), у объектов Хербига—Аро обнаружены радиальные скорости, отличающиеся от скоростей окружающих их туманностей на 50—100 км/сек (это в основном отрицательные скорости). Нам кажется, что мы вправе ожидать именно отрицательных скоростей, так как при наличии положительных скоростей эти объекты, удаляясь от нас, скрылись бы внутри темного облака (о величине поглощения в этих областях свидетельствует хотя бы тот факт, что Стром и др. (²) нашли звезды типа Т Тельца, покрасневшие настолько, что они видны только в инфракрасном диапазоне). Однако один объект с положительной радиальной скоростью все же обнаружен (это Н-Н 24А (²)). Наличие отрицательных радиальных скоростей в литературе объясняется выбросом вещества из этих объектов. Естественно предположить, что по крайней мере часть этой радиальной скорости может быть остаточной скоростью выброса (замедление может вызываться наличием в туманностях, в которых находятся эти объекты, пыли и газа).

Таким образом в данной работе на основе имеющихся данных об объектах Хербига—Аро, а также найденных в (⁵) новых объектов сделано предположение об удалении объектов Хербига—Аро от ярких туманностей, около которых они довольно часто встречаются. С другой стороны отмечено, что объекты Хербига—Аро, сами в большинстве случаев встречаясь в виде групп, часто образуют группы со звездами, связанными с кометарными туманностями, причем некоторые из этих смешанных групп имеют вид цепочек.

Հերբիգ—Արոյի օբյեկտների մասին

Հերբիգ—Արոյի օբյեկտներն իրենցից ներկայացնում են փոքր կարմիր խտացումներ, որոնց սպեկտրը հիմնականում կազմված է ճառագայթման 4ժերից:

Աշխատանքում, օգտագործելով հայտնի օբյեկտների, ինչպես նաև (՝)-ում գտած օբյեկտների մասին տվյալները, եզրակացություն է արվում Հերբիգ—Արոյի օբյեկտների հետաքման մասին պայծառ միգամածություններից, որոնց նրանք քաղականին հաճախ շրջապատում են: Մյուս կողմից նշվում է, որ Հերբիգ—Արոյի օբյեկտները, մեծամասնությամբ հանդիպելով խմբերի ձևով, հաճախ խմբեր են կազմում աստղերի հետ, որոնց մոտ գիսավորածն միգամածություններ կան, ընդ որում այդ խառը խմբերից մի քանիսը շղթաների տեսք ունեն:

ЛИТЕРАТУРА — ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

- ¹ R. D. Schwartz, Ap. J., 195, 631 (1975). ² S. E. Strom, G. L. Grasdaler, K. M. Strom, Ap. J., 191, 111 (1974). ³ A. Լ. Գյւլբուժաջյան, „Աստրոֆիզիկա“, տ. 11, 511 (1975). ⁴ В. А. Амбарцумян, Сообщ. Бюраканской обс., т. 13 (1954). ⁵ A. Լ. Գյւլբուժաջյան, Դ. Յ. Մազոկյան, ДАН АрмССР, т. 63, № 2 (1977). ⁶ A. Լ. Գյւլբուժաջյան, Դ. Յ. Մազոկյան, Письма в АЖ, т. 3, № 3, 113 (1977). ⁷ K. M. Strom, S. E. Strom, F. J. Vrba, Astron. J., 81, 308 (1976). ⁸ G. H. Herbig, Lick obs. bull. № 658, 1974. ⁹ S. Sharpless, Ap. J. Suppl., 4, 257 (1959). ¹⁰ Ju. I. Gilshkov, E. K. Denisjuk, Z. V. Kuryagina, Astron. Astrophys., 39, 481 (1975)

В. С. Сафарян, Я. Тимко, В. В. Носиков

Картирование участков узнавания рестриктазы Sal I на ДНК плазмиды RP4 и фага λ .

(Представлено академиком АН Армянской ССР Г. Х. Бунатяном 11/VII 1977)

Рестриктаза Sal I из *Streptomyces albus* G. относится к числу высокоспецифичных эндонуклеаз рестрикции. Эта рестриктаза имеет небольшое число участков узнавания на ДНК фага T5 (¹) и поэтому может быть очень полезна при исследовании структуры крупных молекул ДНК, некоторых фагов, вирусов и плазмид.

В настоящей работе определено положение участков узнавания рестриктазы Sal I на ДНК плазмиды RP4 и ДНК фага λ . Кроме того, приводится быстрый и удобный метод очистки этого фермента.

Клетки *Streptomyces albus* (штамм предоставлен Дж. Робертсом) выращивали на среде M9 с 1% бактотриптона до поздней логарифмической фазы и собирали центрифугированием. К 20 г клеток добавляли 40 мл 0,01 М трис-HCl буфера, pH 7,9, содержащего 0,01 М 2-меркаптоэтанола, и после тщательного перемешивания клетки разрушали ультразвуком на MSE дезинтеграторе (20 периодов по 30 секунд) при постоянном охлаждении льдом. Осадок удаляли центрифугированием на Spinco L-50 (30 ротор) при 25000 об/мин в течение 2 часов при 4°C. Все дальнейшие операции при 4°C. К надосадочной жидкости добавили 20 мл 5%-ного раствора стрептомицина сульфата для осаждения ДНК. После удаления осадка к раствору добавили сухой сульфат аммония до насыщения 50%. Добавление сульфата аммония проводили в течение 4—5 часов и затем смесь оставили на мешалке на ночь. После центрифугирования осадок растворили в буфере А (0,01 КРО₄, 0,01 М 2-меркаптоэтанол, 0,0001 М ЭДТА, 1 М NaCl, pH 7,6). Определение активности показало, что рестриктаза Sal I полностью осаждается при 50% насыщении сульфатом аммония.

Данную фракцию хроматографировали на колонке (2,6×80 см) с BiO-Gel A-0,5 m в буфере А. При хроматографии на биогеле удается отделить остатки ДНК и низкомолекулярные примеси. Фракции, содержащие Sal I активность, были собраны. Практически полного отделения экзонуклеазной активности удалось добиться ультрафильтрации-

ей через фильтр UM-10, причем рестриктаза Sal I проходит через фильтр, а экзонуклеазная активность задерживается. И последней стадией очистки рестриктазы Sal I является хроматография на колонке (1,0×15 см) с целлюлозой P-11 (Whatman) в буфере В (0,01 М КРО₄, 0,01 М 2-меркаптоэтанол, 0,0001 М ЭДТА, 10% глицерин, рН 7,6).

Элюцию проводили линейным градиентом NaCl на буфере В. Фракции, содержащие активность Sal I, были собраны и сконцентрированы диализом против 50%-ного раствора глицерина на буфере В. Очистку рестриктазы EcoRI проводили по методу Пошимори (2).

Рестриктаза Sma I была любезно предоставлена Р. Беляевой. Рестриктаза Hpa I была выделена по неопубликованному методу Дж. Робертса. Реакционные смеси для расщепления ДНК фага λ и плазмиды RP4 рестриктазами содержали: для Sal I—10 мМ трис-HCl, 10 мМ MgCl₂, 150 мМ NaCl, рН 7,5; для EcoRI—100 мМ трис-HCl, 10 мМ MgCl₂, 50 мМ NaCl, рН 7,2. Реакционные смеси содержали 0,2—0,4 мкг ДНК, ферменты добавляли в количестве 0,5—2 мкл и реакции проводили в течение 1—3 часов при 37°C. Электрофоретическое разделение фрагментов проводили в 0,7—1,0%-ной агарозе (Sigma). Определение эндонуклеазной активности во фракциях при очистке рестриктазы Sal I проводили по тому же методу. Совместное расщепление ДНК рестриктазами EcoRI и Sal I проводили следующим образом. Вначале ДНК расщепляли рестриктазой EcoRI, затем концентрацию NaCl доводили до концентрации оптимальной для действия рестриктазы Sal I и проводили расщепление этой рестриктазой. Определение размеров фрагментов проводили по их подвижности в агарозном геле при электрофорезе, причем в качестве стандартов использовали фрагменты, образующиеся при расщеплении ДНК фага λ рестриктазами EcoRI (3), Hind III (4), Hpa I и Sma I (5). ДНК фага λ c1 857s 7 была любезно предоставлена В. М. Крюковым. ДНК плазмиды RP4 была любезно предоставлена А. И. Степановым (6). Приводимый нами в этой работе метод очистки рестриктазы Sal I интересен тем, что нам удалось использовать метод ультрафильтрации для быстрого и практически полного разделения двух ферментов: рестриктазы Sal I и сопутствующей ей экзонуклеазной активности. Возможно, что экзонуклеазная активность определяется несколькими ферментами, но как бы то ни было, ультрафильтрация на фильтре UM-10 (Amicon) позволяет добиться эффективной очистки рестриктазы Sal I от сопутствующей экзонуклеазной активности. Фильтр UM-10 рассчитан на концентрацию белков с молекулярным весом больше 10000. Таким образом, можно с достаточной степенью достоверности предположить, что размеры молекулы рестриктазы Sal I не велики и не превышают 10—15 тысяч дальтон, то есть близки к размерам такой рестриктазы, как Hpa I (7).

Недавно было показано (8), что рестриктаза Sal I обладает лип-

кими концами и, таким образом, может быть использована для получения рекомбинантных молекул. Поэтому нами было проведено картирование участков узнавания рестриктазы *Sal*I на ДНК фага λ , чтобы выяснить возможность использования фага λ как вектора для этой рестриктазы. При расщеплении ДНК фага λ рестриктазой *Sal*I образуется три фрагмента (рис. 1), размеры которых приведены в табл. 1.

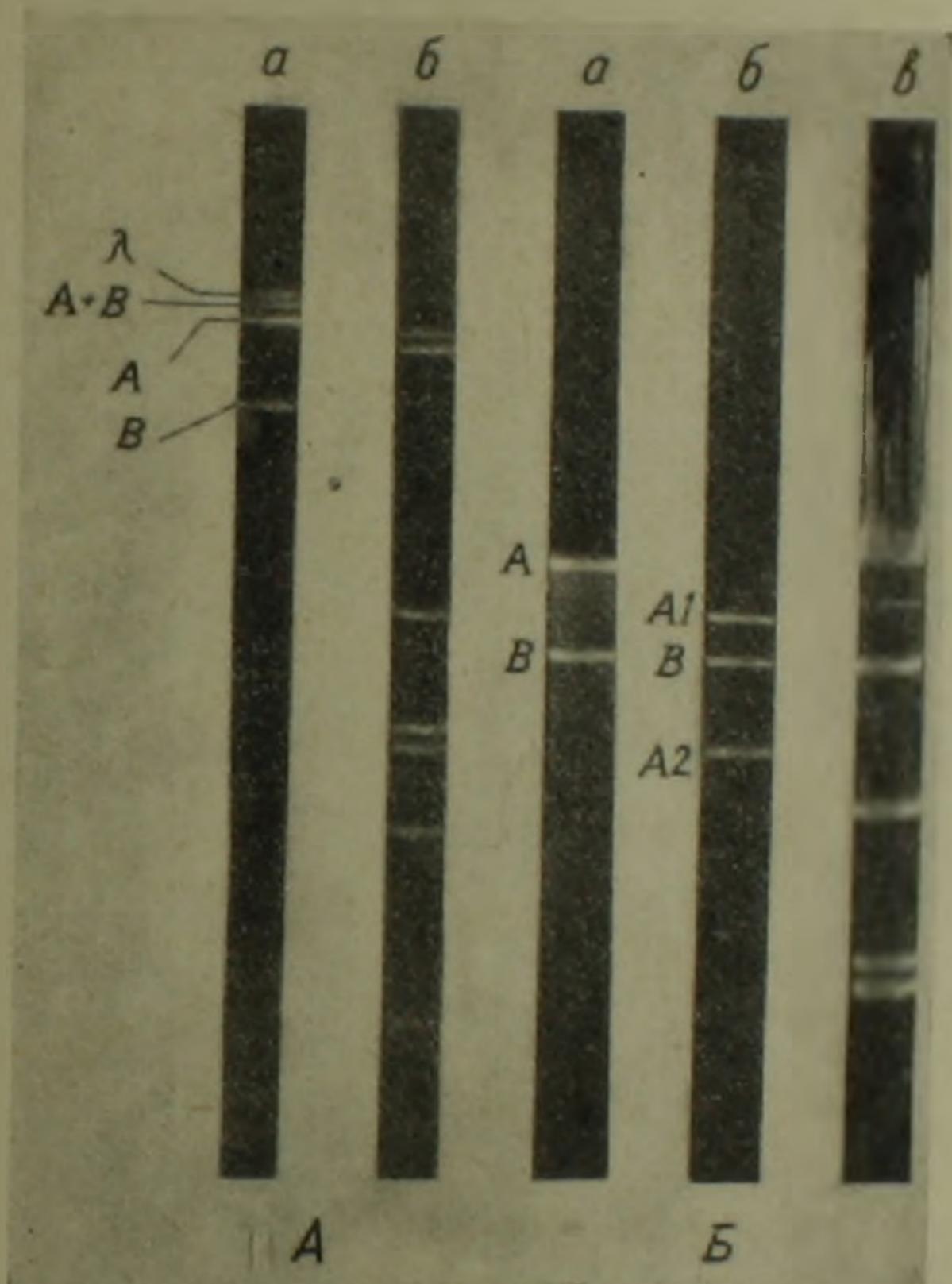


Рис. 1. А. Электрофоретическое разделение *Sal*I и *Eco*R I фрагментов фага λ . 6,8% агарозный гель Sigma 18 часов, 26 см. а—*Sal*I фрагменты фага λ ; добавлена ДНК фага λ после окончания реакции; б—*cco*R I фрагменты ДНК фага λ .

Б. Электрофоретическое разделение *Sal*I фрагментов плазмиды RP4, 0,8% гель, 17 часов, 3,5 в.с.м. Фрагменты ДНК плазмиды RP4: а—*Sal*I; б—*Sal*I + *Eco*R I; в—*Sma*I фрагменты ДНК фага λ .

Наибольший из всех фрагментов, фрагмент АВ, исчезает при прогревании, что легко может быть объяснено тем, что он образуется за счет липких концов фага λ ($^{\circ}$) и отсюда следует что фрагменты А и В находятся по краям молекулы ДНК фага λ , а маленький фрагмент

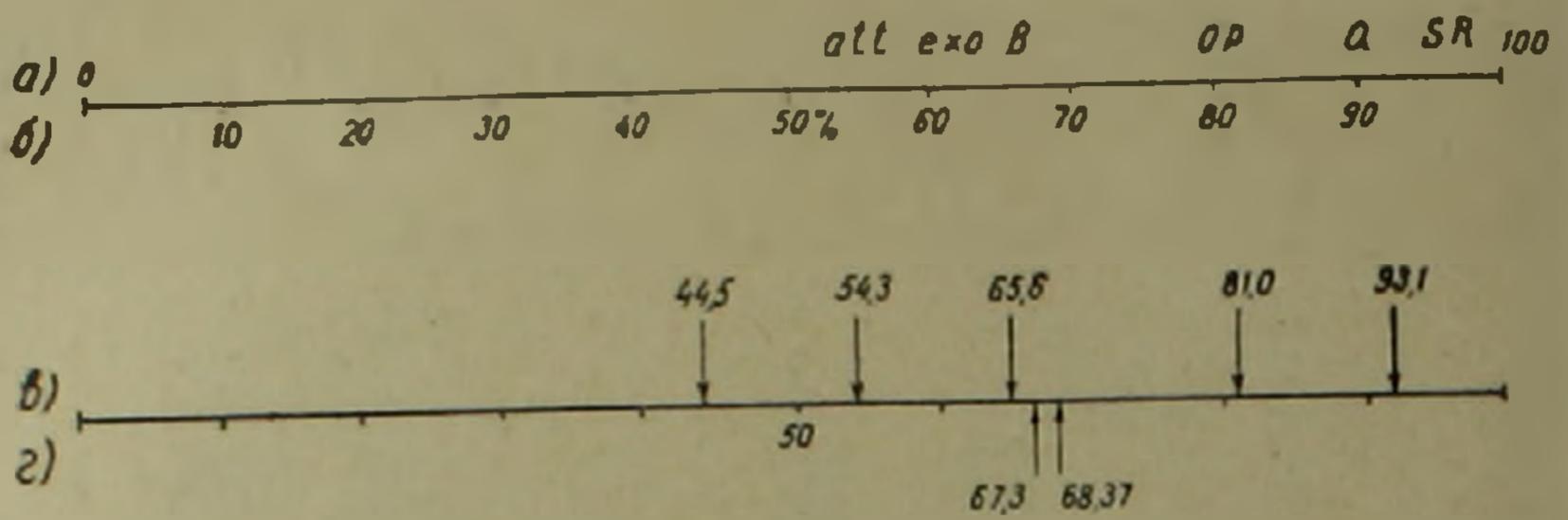


Рис. 2. Карта фага λ , а—гены; б—физическая карта ДНК фага λ ; в—участки узнавания рестриктазы EcoRI з—участки узнавания рестриктазы SalI

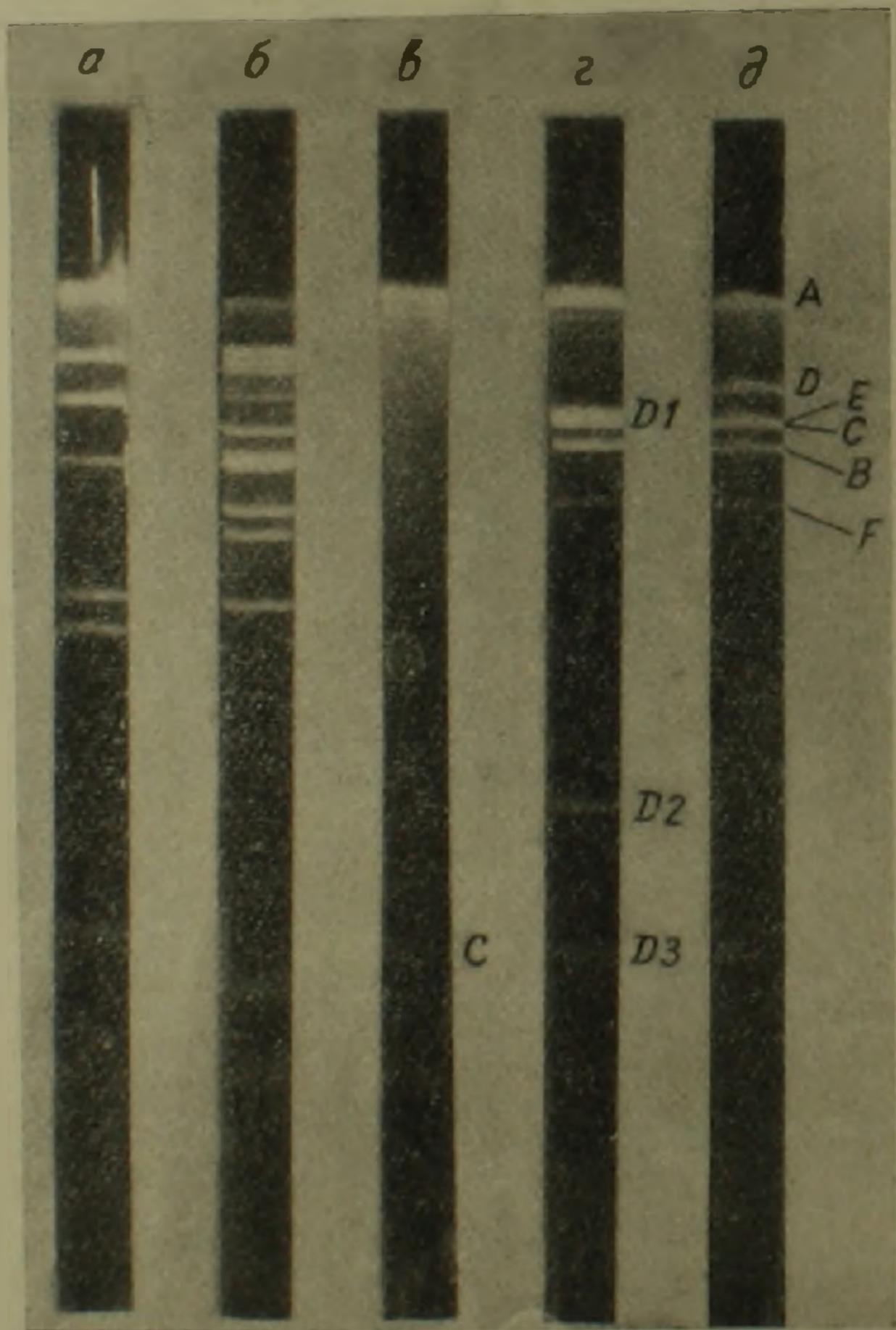


Рис. 3. Электрофоретическое разделение Hind III, Hpa I, SalI, EcoRI и SalI+EcoRI фрагментов ДНК фага λ . 1% -ный агарозный гель (Sigma) 7 в/см. 2 час. Разщепление ДНК фага λ : а—Hind III; б—Hpa I; в—SalI; г—двойное SalI-EcoRI; д—EcoRI

С между ними. Но эти данные не позволяют установить, где расположены участки узнавания рестриктазы на ДНК фага λ в левой, или правой части молекулы. Для того, чтобы установить положение участков узнавания, мы провели двойное расщепление ДНК фага λ рестриктазами EcoRI и SalI. Положение участков узнавания EcoRI на ДНК фага λ известно (рис. 2) (2) и анализ размеров фрагментов двойного расщепления позволил установить, что оба участка узнавания рестриктазы SalI расположены внутри фрагмента D, так как именно этот фрагмент исчезает при двойном расщеплении ДНК фага λ рестриктазами EcoRI и SalI и при этом образуются три новых фрагмента D1, D2 и D3, причем фрагмент D3 соответствует по размерам фрагменту С полного расщепления ДНК фага λ рестриктазой SalI (рис. 3). Размеры всех этих фрагментов приведены в табл. 1, а на рис. 2 показано положение участков узнавания рестриктазы SalI на ДНК фага λ . Как видно из табл. 1, результаты вычислений практически совпадают и на рис. 2 приведены усредненные значения. Из полученных нами данных легко видеть, что ДНК фага λ вполне может быть использована как вектор для рестриктазы SalI. Участки рас-

Таблица 1

Размеры фрагментов, образующихся при расщеплении ДНК фага λ рестриктазами SalI и SalI-EcoRI

Рестриктазы	SalI			SalI - EcoRI		
	A	B	C	D1	D2	D3
Размеры фрагментов в млн дальтон	20.70	9.60	0.33	3.90	0.52	0.33
Положение участков узнавания рестриктазы SalI (% генома)	67.0	68.00		67.3	68.37	

Таблица 2

Размеры фрагментов, образующихся при расщеплении ДНК плазмиды RP4 рестриктазой SalI и при совместном расщеплении рестриктазами SalI и EcoRI

Рестриктазы	SalI		SalI + EcoRI	
	A	B	A1	A2
Размеры фрагментов в млн дальтон	25.7	13.2	16.7	9.0

щепления рестриктазы *Sal*I расположены в такой области ДНК фага λ , которая не является необходимой для нормального развития этого фага и таким образом становится возможным использовать фаг λ как вектор. Наиболее подходящим для этого следует признать фаг λ b221 и λ g1, имеющие делеции в несущественных областях генома (^{10,11}). Размер делеций: 21% для λ b221 и 16% для λ g1 позволяет включать фрагменты с молекулярными весами 3,0—7,0 млн, а комбинация левой части генома фага λ b221 и правой λ g1 позволяет увеличить размер делеции до 27%. В результате такой комбинации можно получить фаг λ , у которого делеция настолько велика, что без включения дополнительного фрагмента ДНК в центральную область генома, такой фаг нежизнеспособен. Это сильно облегчает отбор рекомбинантных молекул (¹¹).

Расщепление ДНК плазмиды RP4 рестриктазой *Sal*I приводит к образованию двух фрагментов (рис. 1). Размеры этих фрагментов были определены электронномикроскопически и по их подвижности при электрофорезе в агарозном геле. Эти два метода дали практически совпадающие результаты, которые и приведены в табл. 2. Так как плазида RP4 представляет собой кольцевую суперскрученную ДНК с молекулярным весом 38,2 млн дальтон (¹²), то образование двух фрагментов при действии рестриктазы *Sal*I указывает на наличие двух участков узнавания для рестриктазы *Sal*I. Недавно было показано (¹³), что рестриктаза *Eco*RI имеет единственный участок узнавания на ДНК плазмиды RP4. Это позволяет участок узнавания рестриктазы *Eco*RI использовать как точку отсчета, то есть определять положение участков узнавания других рестриктаз относительно участка узнавания рестриктазы *Eco*RI. Для картирования участков узнавания рестриктазы *Sal*I мы провели совместное расщепление ДНК плазмиды RP4 рестриктазами *Eco*RI и *Sal*I. Из рис. 1 легко видеть, что при совмест-

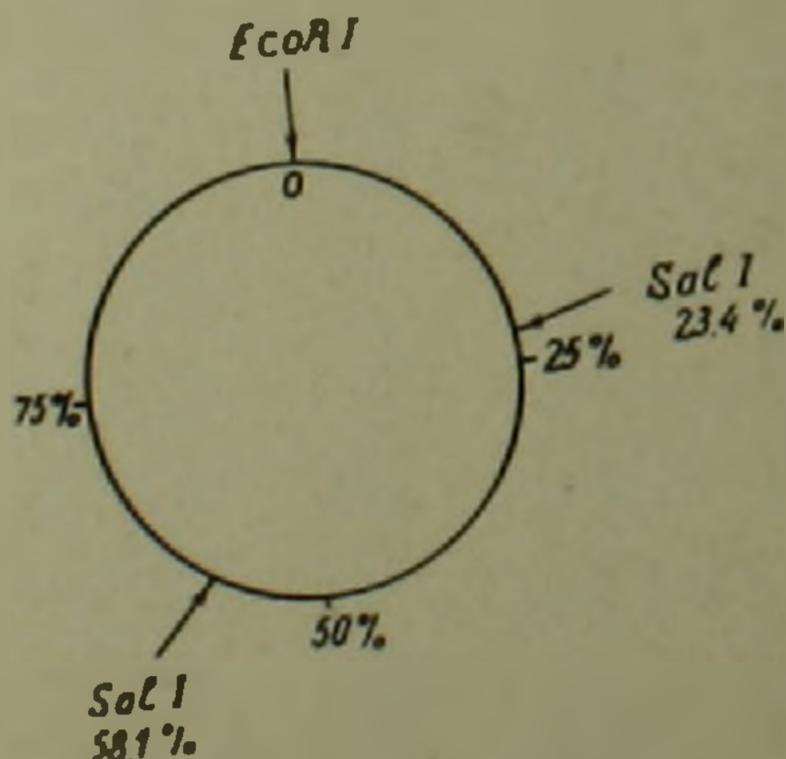


Рис. 4. Положение участков узнавания рестриктазы *Sal*I на физической карте плазмиды RP4. Участок узнавания рестриктазы *Eco*RI принят за точку отсчета

ном расщеплении этими двумя ферментами исчезает большой фрагмент А и образуются два новых фрагмента А1 и А2, размеры которых приведены в табл. 2. Полученные результаты показаны на рис. 4, где можно видеть взаимное положение участков узнавания рестриктаз EcoRI и SalI на ДНК плазмиды RP4. Как уже указывалось выше рестриктаза SalI также как и рестриктаза EcoRI обладает липкими концами, что делает возможным использовать отдельные фрагменты (А, В, А1, А2) для конструирования новых векторных молекул.

Таким образом, в данной работе нам удалось разработать удобный метод очистки рестриктазы SalI и также использовать эту рестриктазу для картирования ДНК фага λ и плазмиды RP4. Полученные данные показывают, что рестриктаза SalI может быть эффективно использована для картирования больших молекул ДНК и для конструирования новых векторных молекул.

Институт молекулярной биологии Академии наук СССР.

Վ. Ի. ԽԻՆԱԻՐԱՆ, Ի. ՏԻՄԿՈ, Վ. Վ. ՆՈՍԿՈՎ

RP4 պլազմիդի և λ ֆագի ԴՆԹ-ի վրա SalI ռեստրիկտազայի
ճանաչման հատվածների Գաուտեգավորումը

Ոչակված է հարմար և արագ մեթոդ SalI ռեստրիկտազայի անջատման համար, էնդոնուկլեազային ակտիվության անջատման համար օգտագործել ենք ուլտրաֆիլտրացիայի մեթոդը: Որոշված է SalI ռեստրիկտազայի ճանաչման հատվածների դիրքը λ ֆագի և RP4 պլազմիդի ԴՆԹ-ի վրա:

Ստացված տվյալները բացահայտում են SalI ռեստրիկտազայի օգտագործման հնարավորությունները ռեկոմբինացիոն մոլեկուլների ստեղծման մեջ:

ЛИТЕРАТУРА — ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

- ¹ A von Gabain, G. S. Hayward, H. Bujard, Molec. gen. Genet., v. 143, 279—291 (1976). ² R. N. Yoshimori, Ph. D. Thesis, Univ. of Calif. Medical Centre, San Francisco, California, 1971. ³ M. Thomas, R. W. Davis, J. Mol. Biol., v. 91, 315—328 (1975). ⁴ K. Murray, N. E. Murray, J. Mol. Biol., v. 96, 551—564 (1975). ⁵ P. X. Беляева, А. П. Добрица, Л. Н. Ли, А. А. Баев, ДАН СССР, т. 230, 1218—1222 (1976). ⁶ С. И. Аликханян, О. И. Хлебалика и др. Генетика, т. XI № 11, 32—40 (1975). ⁷ P. A. Sharp, B. Sugden, J. Sambrook, Biochemistry, v. 12, 3055—3061 (1973). ⁸ D. H. Hamer, C. A. Thomas, Proc. Nat. Acad. Sci. U. S. A., v. 73, 1537—1541 (1976). ⁹ В. М. Yarmolinsky, p. 97—111 in A. D. Hershey (ed.), The bacteriophage Lambda, Cold Spring Harbor Laboratory, New York (1971). ¹⁰ И. Дэвидсон, В. Цибадьский, Физические и химические свойства ДНК фага, «Фаз λ ». Изд. «Мир», 1975. ¹¹ M. Thomas, J. P. Cameron, R. W. Davis, Proc. Nat. Acad. Sci. U. S. A., v. 71, 4579—4583 (1974). ¹² A. E. Jacob, N. J. Grinter, Nature, v. 255, 504—506 (1975).

УДК 547.963.4

БИОХИМИЯ

Ե. Լ. Միճոյան, Բ. Մ. Ոսկանյան,
 Փ. Ա. Առնազարյան, Ա. Տ. Տառյան

**О новом способе обработки древесины дуба
 для коньячного производства**

(Представлено академиком АН Армянской ССР Г. Х. Бунятыаном 18/III 1977)

На современном уровне знаний о химизме созревания коньячного спирта поиски приемов ускорения этого процесса и улучшения качества спирта следует направить на разработку способов, способствующих «старению» древесины дуба и ускорению реакций ее составных компонентов с коньячным спиртом. К таким способам относятся медленное нагревание древесины в токе воздуха (¹), обработка ее щелочью (²), облучение гамма лучами (³) и др. В коньячном производстве наибольшее распространение находит способ термической обработки дубовых клепок, при котором в значительной мере меняется химический состав древесины дуба (⁴).

С целью повышения эффективности термической обработки древесины дуба, а также ускорения происходящих при этом химических превращений, нами проводились опыты по термической обработке древесины дуба в более жестких условиях в автоклаве под кислородным давлением при температуре 80 и 120°, в течение 50, 100 и 150 часов.

После обработки вышеуказанным способом древесина дуба приобретает шоколадный цвет, становится хрупкой и легко крошится. При этом значительно меняется и химический состав древесины дуба. Результаты анализов показали, что термическая обработка под кислородным давлением приводит к уменьшению содержания целлюлозы и увеличению лигнина, гемицеллюлоз и редуцирующих сахаров (табл. 1).

Максимальное накопление указанных веществ в древесине отмечается при нагревании 120° в течение 100 часов. Дальнейшее удлинение срока обработки до 150 часов приводит к значительному уменьшению их содержания в результате усиления окислительных процессов. В отношении лигнина наблюдается несколько иная картина. При нагреве древесины дуба до 80° с удлинением срока его количество постепенно увеличивается, а при повышении температуры нагрева до

120° происходит расщепление компонентов лигнина и его содержание заметно уменьшается особенно при нагреве в течение 150 часов. Очевидно более интенсивная обработка в автоклаве приводит к активизации окислительных процессов. Указанные изменения в содержании компонентов древесины дуба обычно возникают после долголетней выдержки коньячных спиртов в дубовой таре.

Таблица 1
Влияние способа обработки древесины дуба на его химический состав (%)

Компоненты	Необработанная древесина	Термически обработанная древесина, при давлении 15 атм					
		температура нагрева 80°			температура нагрева 120°		
		Время обработки, часы					
		50	100	150	50	100	150
Лигнин	18.38	20.80	21.12	21.63	20.91	20.40	17.70
Целлюлоза	46.50	47.01	44.10	44.71	42.20	40.60	40.31
Гемцеллюлозы	8.65	8.96	9.03	9.36	12.76	13.82	8.64
Редуцирующие сахара	0.63	0.97	1.23	1.37	2.63	2.99	1.85
Пентозы	23.95	20.49	20.59	20.42	19.60	19.30	12.82

Известно, что в результате окислительных процессов в древесине дуба происходит образование перекисей, которые в дальнейшем переходят в свободные радикалы. Нам представилась возможность при помощи электронного парамагнитного резонанса (ЭПР) зарегистрировать спектры ЭПР порошков древесины, обработанных различными способами, и выявить какие изменения происходят с парамагнитными частицами самой древесины в ходе ее обработки. Оказалось, что спектры ЭПР древесины содержат сигналы трех различных типов — сигналы свободных радикалов, меди и двухвалентного марганца (рис. 1). Из сравнения спектров ЭПР дубовых порошков можно заметить, что содержание меди и марганца заметно не изменяется с изменением вида обработки, тогда как интенсивность свободно-радикального сигнала сильно зависит от способа обработки. Так, обработка древесины в автоклаве при 50 атм в течение 100 часов приводит к увеличению концентрации свободных радикалов более чем в 20 раз по сравнению с древесиной, обработанной в сушильных камерах.

Измерение ЭПР спиртовых экстрактов дубовых порошков различной обработки показывает, что хотя в обработанных и необработанных порошках древесины обнаруживаются три типа парамагнитных частиц (медь, марганец и свободные радикалы), спиртовые экстракты этих порошков содержат только два типа парамагнитных центров (медь и свободные радикалы) (рис. 2). Более интенсивная обработка

(повышение давления кислорода в автоклаве или удлинение сроков обработки) приводит к увеличению интенсивности, главным образом, только свободных радикалов.

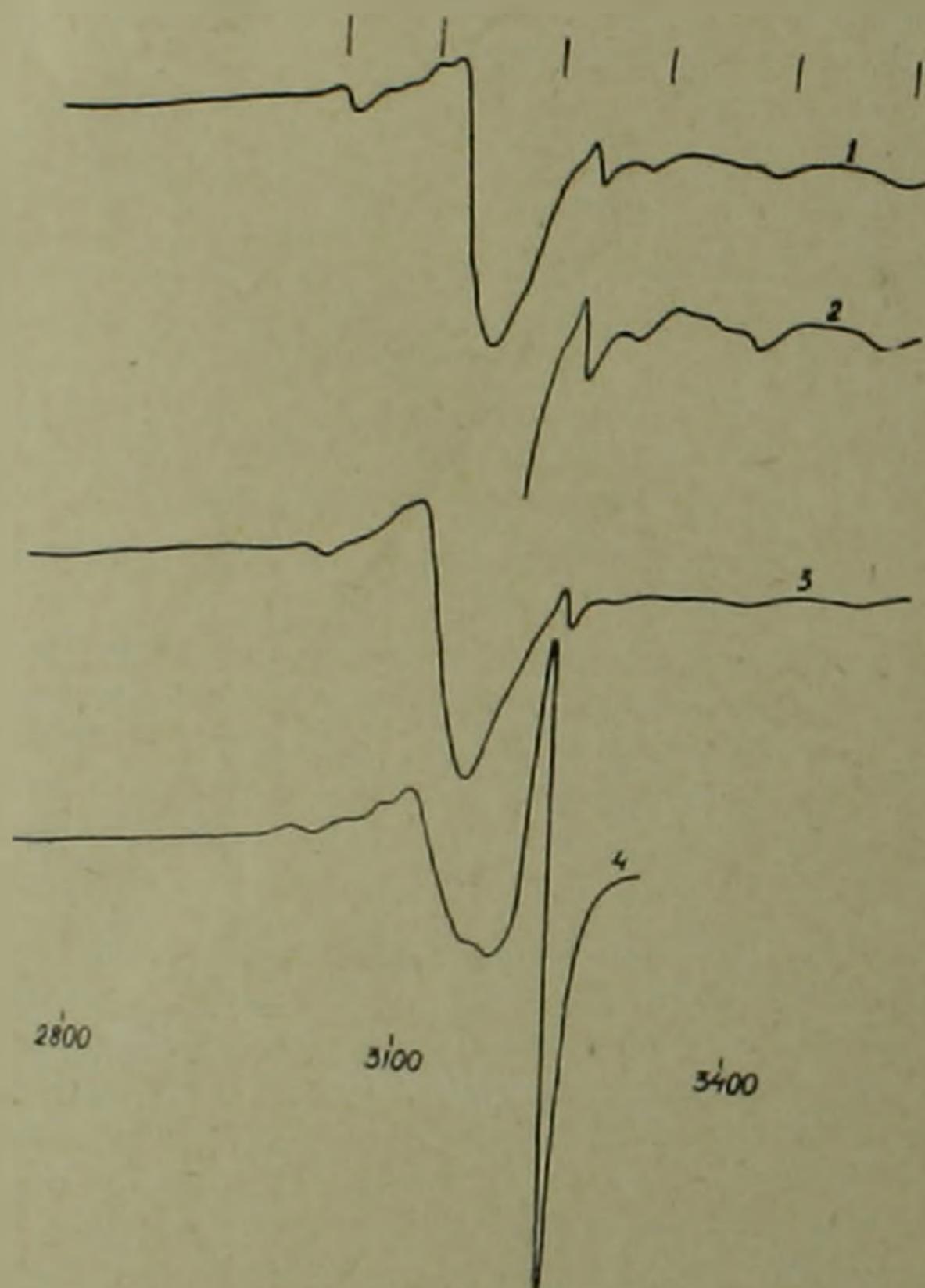


Рис. 1. Спектры ЭПР порошков древесины, обработанных различными вариантами: 1—термическая обработка старым способом; 2—спектр 1 при большем усилении; хорошо видны полосы, принадлежащие марганцу (отмечены черточками). 3—обработка в автоклаве 50 ч при 15 атм; 4—обработка в автоклаве 100 ч при 25 атм.

Предстоит выяснить, в форме каких комплексов находятся медь и марганец в обработанной древесине, в виде каких комплексов экстрагируется медь и какова природа свободно-радикальных частиц в обработанной и необработанной древесине и ее экстрактах.

Результаты измерений спектров поглощения спиртовых экстрактов показали, что экстракт, полученный из необработанной древесины, имел бесструктурное поглощение в видимой области. Обработка древесины под кислородным давлением приводит к более длинноволно-

вым поглощениям, что отчетливо видно на рис. 3. Очевидно, более интенсивная окраска спиртовых экстрактов, полученных из порошков древесины, обработанных под кислородным давлением, обусловлена наличием в их спектрах поглощения широкой полосы с максимумом, расположенным в области 400—500 нм.

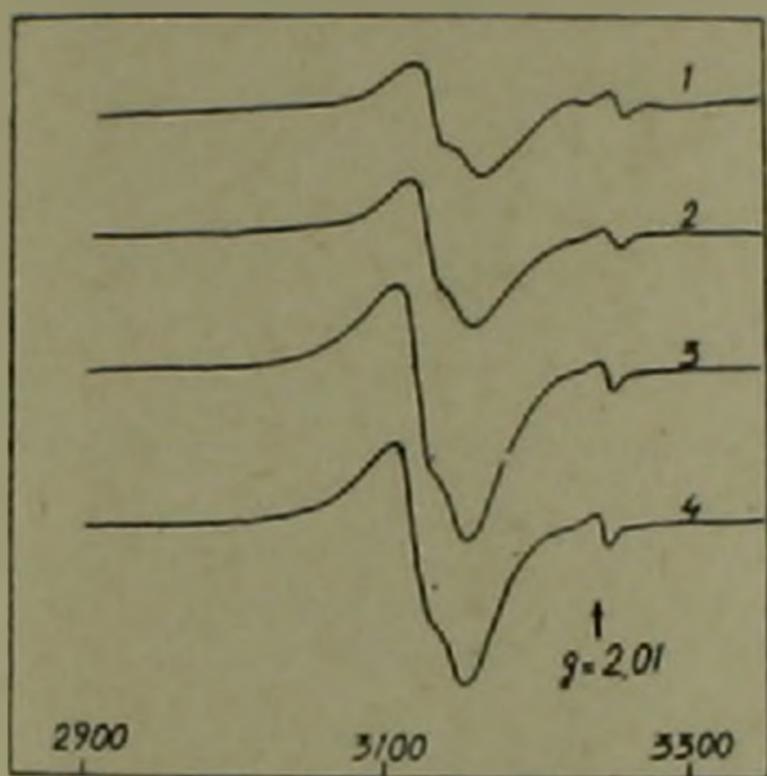


Рис. 2. Спектры ЭПР экстрактов: 1—необработанная древесина; 2—термическая обработка старым способом; 3—50 ч в автоклаве при 15 атм; 4—100 ч в автоклаве при 25 атм

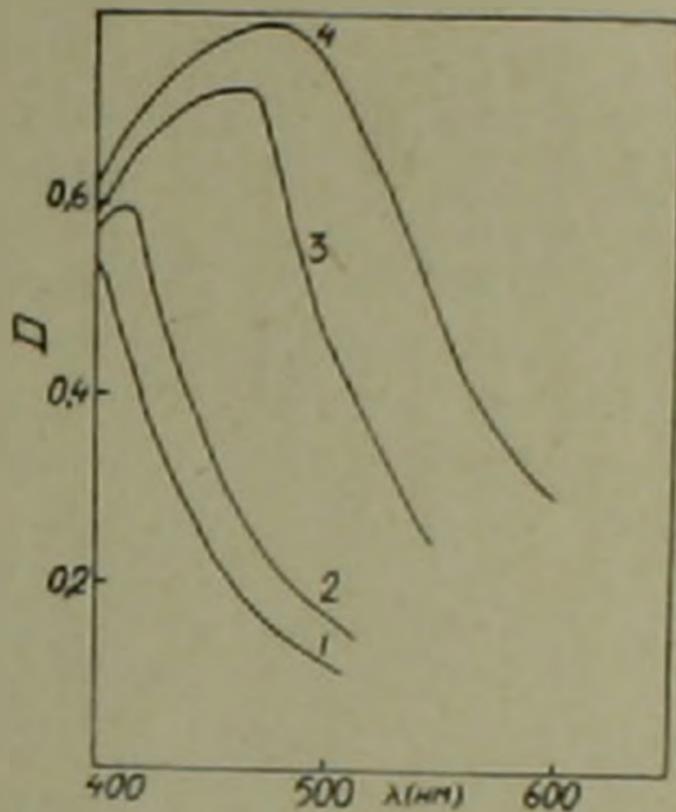


Рис. 3. Спектры поглощения экстрактов, полученных из древесины, обработанной различными вариантами: 1—необработанная древесина; 2—термическая обработка старым способом; 3—50 ч в автоклаве при 15 атм; 4—100 ч в автоклаве при 25 атм

Спиртовые экстракты древесины, обработанной под давлением кислорода, характеризуются высокой экстрактивностью, интенсивной окраской и органолептическими свойствами выдержанного коньячного спирта. Данные химического анализа показывают, что от контрольного образца они отличаются значительно высоким содержанием титруемых кислот, фурфурола, сахаров, экстрактивных и дубильных веществ (табл. 2). Интересно отметить, что удлинение срока обработки до 100 часов при температуре 120° приводит к увеличению окисленных танидов. Из данных таблицы 2 видно также, что в спиртовых экстрактах древесины, обработанной в автоклаве, резко увеличивается содержание ванилина в зависимости от температуры и продолжительности нагрева.

В указанных образцах и в коньяках разного возраста были произведены определения ароматических альдегидов, результаты которых показали, что в образце, обработанном 50 часов, появляются значительные количества синалового, кониферилового альдегида и ванилина, в то время как в контрольном образце они отсутствовали. В образце 100-часовой обработки резко увеличивается содержание сиреневого альдегида и ванилина, а содержащиеся синалового и кониферилового падает (табл. 3).

Таблица 2

Химический состав коньячных спиртов

Образец	Титруемая кислотность, г/л	Фулфузол, мг/л	Дубильные вещества, г/л	Полифенолы, г/л	Валерьян, мг/л	Сахары, г/л	Экстракт, г/л
Выдержка на необработанной древесине	0.48	2.39	0.62	0.21	0.1	0.18	0.78
Выдержка на древесине, обработанной 50 часов	0.90	8.30	1.90	1.10	3.0	0.70	2.10
Выдержка на древесине, обработанной 100 часов	0.96	6.30	2.10	1.47	6.2	0.80	2.40

Таблица 3

Содержание ароматических альдегидов в коньячных спиртах, настоянных на древесине дуба один месяц и коньячных спиртах разного возраста (мг/л)

Наименование альдегида	Необработанная древесина	Термически обработанная при 120°, 15 атм		Возраст коньячного спирта, годы			
		50 ч.	100 ч	7-8	15	20	50
Сиреневый	0.0	3.2	9.6	4.4	5.2	7.2	8.4
Ванилин	0.0	2.2	7.2	2.0	2.1	2.8	4.2
Конифероловый	0.0	9.2	5.0	4.0	4.0	4.4	7.0

Аналогичные определения, произведенные в армянских коньячных спиртах различного возраста, показали, что количество ароматических альдегидов в них увеличивается в зависимости от возраста выдержки. Как видно из данных табл. 3, спиртовые экстракты древесины, обработанной под давлением кислорода, по содержанию ароматических альдегидов близки к коньячным спиртам 20—50-летней выдержки. Полученные данные свидетельствуют об эффективности способа термической обработки древесины дуба под кислородным давлением, при котором создаются благоприятные условия для «старения» древесины и образования ценных компонентов, появляющихся в коньячных спиртах после долголетней выдержки в дубовой таре.

Научно-исследовательская лаборатория
Ереванского коньячного завода
Институт биохимии Академии наук Армянской ССР

Կոնյակի արտադրության համար կաղնու բնափայտի մշակման
նոր մեթոդի մասին

Ուսումնասիրվել է թթվածնի ննջման տակ տարրեր ջերմաստիճանային պայմաններում և ժամկետներում մշակման ենթարկված և չմշակված կաղնու փայտի քիմիական կազմի և ՆՊՌ-սպեկտրների փոփոխությունները:

Ցույց է տրված, որ ջերմային մշակումից հետո կաղնու փայտում ազատ ռադիկալների քանակությունը, չմշակված փայտի համեմատությամբ, ավելանում է ավելի քան 20 անգամ: Ազատ ռադիկալների քանակի ղգալի ավելացում դիտվում է նաև մշակված փայտի սպիրտային էքստրակտներում, որտեղ միաժամանակ հայտնաբերվում է արոմատիկ ալդեհիդների՝ վանիլինի, կոնիֆերիլային և սիրենային ալդեհիդների քարձր պարունակություն, որոնք բնորոշ են հնեցրած կոնյակի սպիրտներին և մասնակցում են կոնյակի փնջի և համի կազմավորմանը:

ЛИТЕРАТУРА — ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

¹ Л. М. Джанполадян, Труды института «Магарач», вып. 5, 1957. ² В. И. Нилов, Материалы всесоюзн. научн. техн. конференции по коньячному производству. Тр. Армянского научно-исслед. ин-та виноградарства, виноделия и плодоводства, вып. 5, 1961. ³ Ц. Л. Петросян, А. В. Карякин, Л. М. Джанполадян, «Садоводство, виноградарство и виноделие Молдавии», № 5, 1967. ⁴ Р. И. Котова, В. М. Малтабар, М. Л. Краснощекова, Л. Е. Логвинюк, Н. М. Кирилович, Л. И. Червинский, «Садоводство, виноградарство и виноделие Молдавии», № 2, 1974.

УДК 577.17

БИОХИМИЯ

А. С. Киракосова, С. П. Манджикян, Р. О. Карапетян,
 член-корреспондент АН Армянской ССР А. А. Галоян

**Влияние тиролиберина (ТРГ) и люлиберина (ЛРГ)
 на кининовую систему плазмы крови крыс**

(Представлено 11/IV 1977)

Изучение гипоталамических рилизинг-гормонов, регулирующих секрецию соответствующих гормонов гипофиза, является одной из важнейших проблем нейроэндокринологии.

Нами развивается положение о том, что рилизинг гормоны обладают также органотропным влиянием как на периферические органы, так и на мозг (¹). Исходя из этого, представляло интерес выяснить влияние этих рилизинг факторов, в частности тиреотропин-рилизинг гормона (ТРГ) и лютеинизирующего рилизинг гормона (ЛРГ) (^{2,3}), на другие системы и процессы организма. Нами были получены доказательства о влиянии ТРГ и ЛРГ на активность пептидил-пептид гидролаз (⁴), окислительное фосфорилирование (⁵) и др.

В наших предыдущих исследованиях изучалось влияние ТРГ на калликренн-кининовую систему крови крыс при внутривенном введении его гипофизэктомированным крысам (⁶).

В настоящем исследовании ставилась задача выяснить влияние ТРГ и ЛРГ на кининовую систему крови крыс при внутривенном их введении и *in vitro*. Опыты ставили на белых крысах весом 100—120 г обоюго пола ТРГ вводили в яремную вену в дозе 3 нмоля, а ЛРГ— 0,8 нмолей на крысу. Кровь брали путем декапитации, спустя 30 мин после введения веществ. В опытах *in vitro* рилизинг гормоны добавляли в пробы в момент инкубации в дозе (0,4 мл) 1,2 и 0,3 нмоля ТРГ и ЛРГ соответственно.

Определение компонентов кининовой системы: спонтанной эстеразной активности, прекалликреина и ингибитора калликреина проводили по методу Колмана и соавторов (⁷) в некоторой модификации О. Л. Гомазкова и соавторов (⁸). Подробности метода приведены в предыдущей нашей работе (⁹).

При определении показателей калликренн-кининовой системы в плазме крови крыс после внутривенного введения ТРГ получены следующие величины (табл. 1): при отсутствии достоверных различий в

данных по прекалликреину и ингибитору калликрейна, спонтанная эстеразная активность повышается на 200%.

В опытах *in vitro* при неизменных показателях прекалликреина и ингибитора калликрейна, эффект ТРГ на спонтанную эстеразную активность менее выражен (40%) по сравнению с данными *in vivo*. Вероятно, при внутривенном введении ТРГ, последний подключает другие нейрогуморальные системы, приводящие к активации кининовой системы.

Таблица 1

Влияние тиреотропин релизинг гормона (ТРГ) на кининовую систему крови крыс

Определяемый компонент	Контроль	ТРГ <i>in vivo</i>	ТРГ <i>in vitro</i>
СА	26.9 ± 3.25 (18)	80.8 ± 14.29 (8) P < 0.002	37.6 ± 6.6 (8) P < 0.25
ПКК	86.03 ± 5.6 (18)	78.06 ± 6.25 (8) P < 0.25	75.9 ± 5.8 (8) P < 0.5
ИК	0.9 ± 0.86 (18)	0.58 ± 0.1 (8) P < 0.5	0.8 ± 0.09 (8) P < 0.5

Обозначения: СА—спонтанная эстеразная активность (в мкмольях БАЭЭ в мл плазмы за 1 час); ПКК—прекалликреин (в мкмольях БАЭЭ в мл плазмы за 1 час); ИК—ингибитор калликрейна (в условных единицах). В скобках указано количество опытов.

Таблица 2

Влияние лютеинизирующего релизинг гормона (ЛРГ) на кининовую систему крови крыс

Определяемый компонент	Контроль	ЛРГ <i>in vivo</i>	ЛРГ <i>in vitro</i>
СА	26.9 ± 3.25 (18)	44.3 ± 2.57 (6) P < 0.01	22.7 ± 3.5 (8) P < 0.5
ПКК	86.03 ± 5.6 (18)	78.6 ± 11.5 (6) P < 0.5	83.9 ± 5.85 (8) P < 0.5
ИК	0.9 ± 0.86 (18)	0.84 ± 0.05 (6) P < 0.5	0.9 ± 0.12 (8)

Обозначения те же, что и на таблице 1.

В табл. 2 сведены результаты по воздействию ЛРГ и на кининую систему *in vivo* и *in vitro*. ЛРГ оказывает аналогичное, хотя и более слабое действие по сравнению с ТРГ. Спонтанная эстеразная активность при внутривенном введении ЛРГ повышается на 64%. Остальные показатели остаются неизменными. В опытах *in vitro* достоверных различий не наблюдается. Вероятно, оба рилизинг гормона *in vivo* оказывают опосредованное воздействие, приводящее к спонтанной активации эстераз крови, отличных от калликрина, по-видимому, тромбина, плазмина и др., поскольку уровень прекалликреина при этом достоверно не изменяется, и следовательно, не происходит его превращение в калликренн.

Ա. Ա. ԿՐԻՍՏՈՍՅԱՆ, Ա. Գ. ՄԱՆՋԻԿՅԱՆ, Ռ. Հ. ԿԱՐԱԳԵՏՅԱՆ: Հայկական ՍՍՀ ԳԱ
բժշկական-անոթաբանական Ա. Ա. ԳԱՆՈՅԱՆ

Տիրուլիբերինի (ՏՏՀ) և լյուլիբերինի (ԼՏՀ) ազդեցությունը անոթների արյան պլազմայի կլինիկային սխեմայի վրա

Անոթների վրա կատարված փորձերը ցույց են տվել, որ տիրեոտրոպին-ոնիդինգ հորմոնի ներերակային ներարկման ժամանակ նկատվում է էստերազային սպոնտան ակտիվության բարձրացում, իսկ կալիկրեինի և կալիկրեինի արգելակիչի քանակությունը չի փոփոխվում:

Պլազմայի վրա ՏՏՀ-ի ուղղակի ազդեցության դեպքում, սպոնտան էստերազային ակտիվությունը ավելի թույլ է արտահայտվում:

ԼՏՀ ցուցաբերում է նման, բայց ավելի թույլ ազդեցություն ՏՏՀ-ի համեմատությամբ:

Երկու ոնիդինգ հորմոնների ներերակային ներարկման ժամանակ օրգանիզմում տեղի են ունենում ինչ-որ պրոցեսներ, որոնք տանում են կալիկրեինից բացի արյան ոչ կալիկրեինային ծագում ունեցող էստերազների ավելացման (տրոմբին, պլազմին և այլն):

ЛИТЕРАТУРА — ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

- ¹ А. А. Галоян, „Биологический журнал Армении“, т. XXVIII, № 12 (1975).
- ² A. V. Shally, A. Arimura, A. J. Kastin, Science, 179, 341 (1973). ³ R. Burgess, R. Guillemin, Ann. Rev. Biochim., 39, 444 (1970). ⁴ А. А. Галоян, Ж. Г. Абелян, Н. А. Бархударян, „Биологический журнал Армении“, т. XXVIII, № 10 (1975).
- ⁵ А. А. Галоян, Р. О. Карапетян, ДАН Арм ССР, т. LX, № 4, (1975). ⁶ А. А. Галоян, А. С. Киракосова, С. П. Манджикян, ДАН Арм. ССР, т. LX, № 5 (1975).
- ⁷ R. N. Colman, Y. N. Mason, S. Sherry, Ann. Intern. Med., 71, 763, (1969). ⁸ О. А. Гомозков, Н. В. Комиссарова, Л. В. Большакова, Н. Н. Теплоза, Кардиология, 6, 25 (1972). ⁹ А. С. Киракосова, С. П. Манджикян, А. А. Галоян, ДАН Арм ССР, т. LIX, № 5 (1974).

УДК 619.825.2

ФИЗИОЛОГИЯ

Г. Рсйм, С. А. Арутюнян

Эффекты раздражения мозжечка на активность нейронов гиппокампа у кошек в хроническом эксперименте.

(Представлено чл.-корр. АН Армянской ССР В. В. Фапарджяном 22/VII 1976)

В ряде электрофизиологических и морфологических работ было обнаружено наличие двусторонних⁽¹⁾ и односторонних прямых связей между мозжечком и гиппокампом⁽²⁻³⁾. В работе других авторов⁽⁴⁾ на раздражение мозжечка не было обнаружено вызванных потенциалов в гиппокампе.

Результаты исследований по мозжечково-гиппокампальным влияниям получены с применением макрофизиологических методов и в условиях наркоза. В связи с этим нами было выполнено исследование на интактных животных, несложившем наркозом. Данная работа имела целью выяснить особенности влияния одиночного и частотного раздражения коры мозжечка и его центральных ядер, а также световой стимуляции на частоту фоновой активности нейронов гиппокампа в условиях хронического эксперимента.

Эффекты раздражения мозжечка были испытаны на 76 нейронах дорсального гиппокампа. Была использована методика, позволяющая жестко фиксировать голову ненаркотизированной кошки в стереотаксическом аппарате⁽⁷⁾. В кору и ядра мозжечка стереотаксически⁽⁸⁾ вживлялись металлические биполярные электроды. Регистрация активности осуществлялась при помощи вольфрамовых экстраклеточных микроэлектродов. Опыты завершались гистологическим контролем.

У реактивных клеток импульсация зубчатого ядра мозжечка приводила к облегчению фонового разряда нейронов в 10,0% случаев (рис. 1, А, Б, В), чаще выявлялись длительные угнетающие эффекты (21,0%, рис. 1, Г, Д, Е). Наиболее характерной формой влияния являлись смешанные реакции (69,0%), находящиеся в прямой зависимости от частоты раздражения. Из всех зарегистрированных нейронов на одиночное и частотное раздражение (10 имп./сек) зубчатого ядра не реагировало только 10,3%.

Стимуляция промежуточного ядра не оказывала какого-либо влияния на фоновую активность в 7,9% случаев. Из всех реагирующих нейронов 35,6% отвечали облегчением, 22,7% — угнетением и 41% смешанными реакциями.

Из числа нейронов, реагирующих угнетением на раздражение промежуточного ядра в 31,2% случаев по прекращении стимуляции наблюдались продолжительные изменения режима разряда клетки из одиночного, в четко выраженный групповой (рис. 1, Ж, З, И).

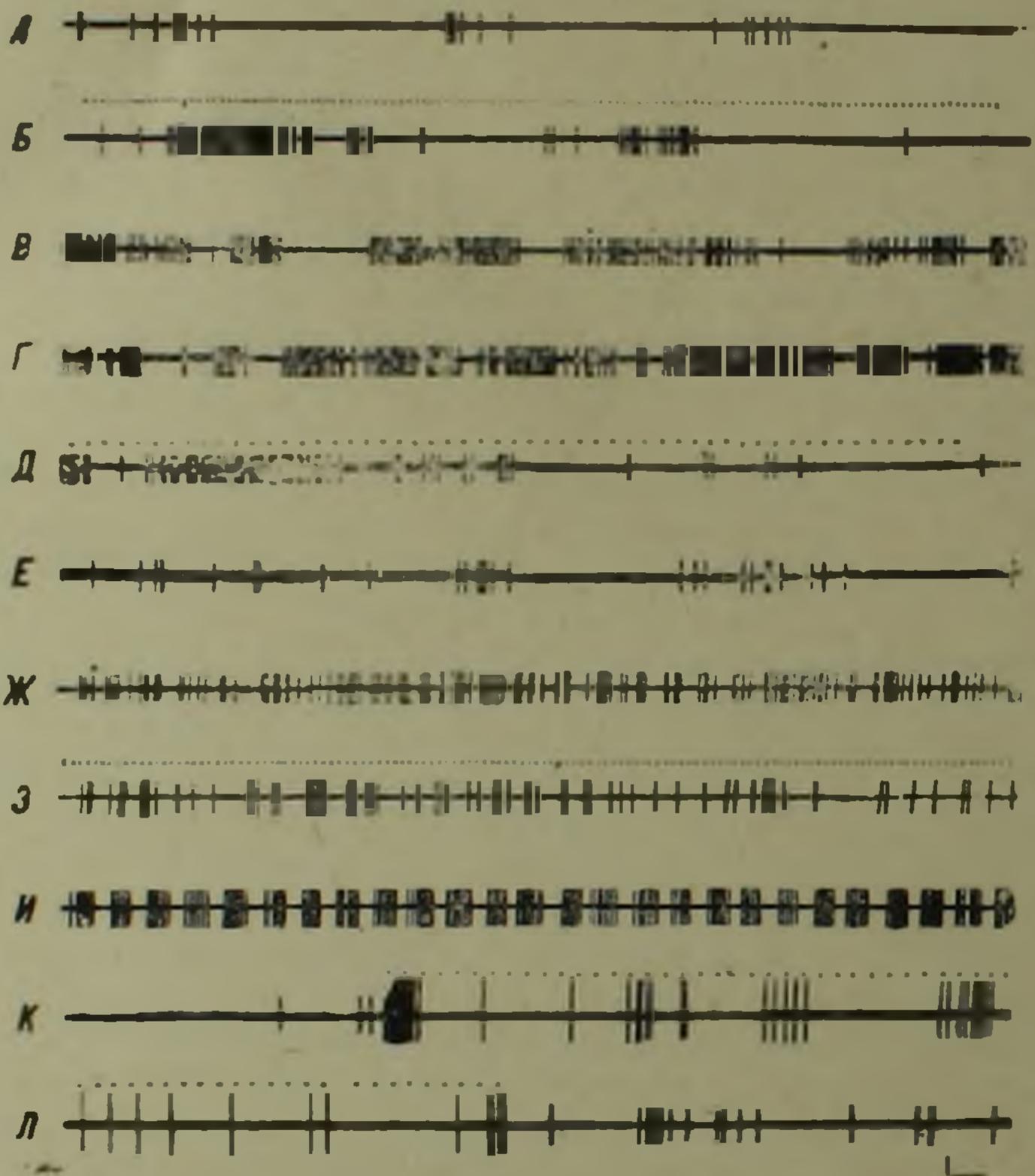


Рис. 1. Влияние раздражения ядер мозжечка на фоновую активность нейронов гиппокампа. А, Г, Ж—фоновая активность нейронов; Б, Д—облегчение (Б) и угнетение (Д) под влиянием раздражения зубчатого ядра; В, Е—эффект последствия; З—период раздражения промежуточного ядра; И—эффект последствия; К—фоновая активность и начало раздражения фасцигального ядра; Л—конец раздражения и эффект последствия; калибровка амплитуды 200 мкв, отметка времени—250 мсек. Период раздражения отмечен точками

Импульсация из фасцигальных ядер мозжечка оказывала преобладающее облегчающее влияние на нейрональную активность гиппокампа (58,0%), хотя были выявлены угнетающие (10,0%) и смешанные реакции (32,0%).

На 38 нейронах гиппокампа исследовалось влияние всех трех ядер мозжечка. При этом только 3 нейрона не реагировали на стимуляцию ядер мозжечка. Были зарегистрированы нейроны гиппокампа, которые

реагировали на раздражение только одного из ядер мозжечка. Так, 4 нейрона (11,5%) реагировало на раздражение фастигиального ядра, 3 нейрона (9%) — на стимуляцию промежуточного ядра. Наряду с этим были выявлены нейроны, отвечающие на раздражение двух ядер мозжечка. Из них 8 нейронов (23%) реагировали на импульсацию из промежуточного и фастигиального ядер, 5 нейронов (14,2%) были чувствительны к раздражению зубчатого и промежуточного ядер, и, наконец, 4 нейрона (11,5%) отвечали на стимуляцию зубчатого и фастигиального ядер. 11 нейронов (31%) реагировали на раздражение всех трех ядер мозжечка.

При испытании влияния раздражения коры мозжечка 57,1% нейронов гиппокампа реагировало облегчением фонового разряда, а 14,3% — угнетением. Стимуляция коры одиночными импульсами в 28,3% случаев приводила к регистрации ответов в виде групповых разрядов. Как видно из рис. 2, В, Г, Д при частоте раздражения 1 имп./сек нейрон гиппокампа отвечает групповым разрядом на каждое раздражение. При частотной стимуляции (10 имп./сек) ответы следовали ритму раздражения коры мозжечка.

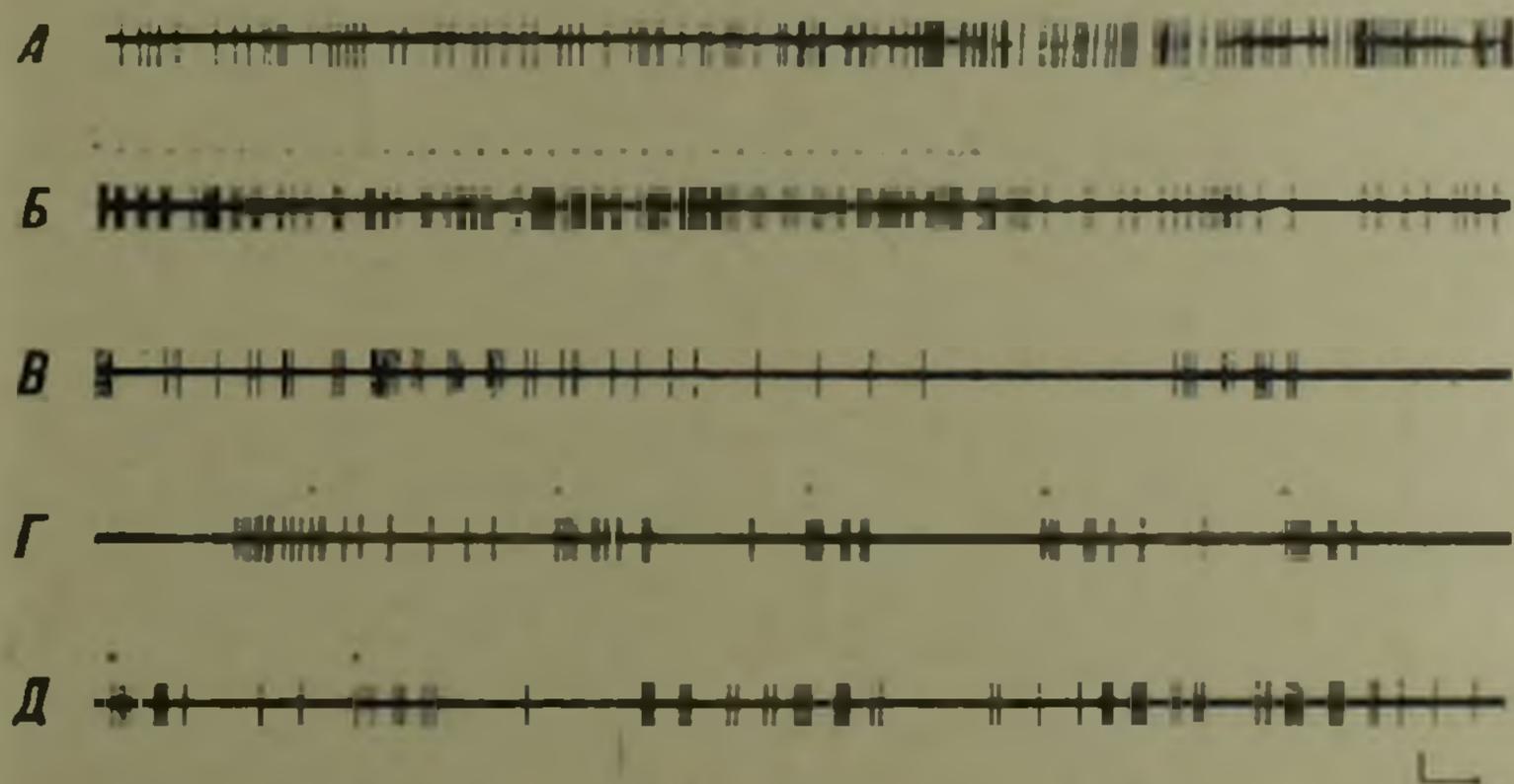


Рис. 2 Влияние световой стимуляции и раздражения коры мозжечка на фоновую активность нейронов гиппокампа. А — фоновая активность и начало световой стимуляции; Б — конец раздражения и эффект последействия; В — фоновая активность нейрона; Г — раздражение коры мозжечка; Д — конец раздражения и эффект последействия. Калибровка амплитуды 200 мкв. Отметка времени 250 мсек. Период раздражения отмечен точками

Изучение влияния световых вспышек частотой 1 и 10 имп./сек обнаружило четкое облегчение фоновой активности гиппокампаальных нейронов. Нередко (20,8%), клетки гиппокампа отвечали на вспышки света групповым вызванным разрядом. Увеличение частоты раздражения приводило к усвоению ритма вспышек (рис. 2, А, Б). После прекращения раздражения появлялись еще 1—2 вспышки активности в ритм предыдущего раздражения, после чего восстанавливался исходный разряд нейрона.

В 12.5% случаев световая стимуляция приводила к угнетению фоновой активности, а 8.3% зарегистрированных нейронов не реагировало на вспышки света.

На основании изложенного экспериментального материала можно заключить, что мозжечок оказывает определенное модулирующее влияние на активность нейронов гиппокампа. При этом отмечается разнородность в восходящих влияниях филогенетически разных структур мозжечка.

Институт физиологии им. Л. А. Орбели
Академии наук Армянской ССР

Կ. ՌԵՅՄ. Ս. Ա. ՀԱՐՈՒԹՅՈՒՆՅԱՆ:

Ուղեղիկի զրգոման ազդեցությունը հիպոկամպի նեյրոնային ակտիվության վրա կատունների մոտ խոռոչիկ փորձի պայմաններում

Խոռոչիկ փորձի պայմաններում նարկոզի շենթարկված կատունների մոտ միկրոէլեկտրոդային գրանցման մեթոդի օգնությամբ ուսումնասիրվել են ուղեղիկի կեղևի և առամնավոր, միջանկյալ և ֆաստիգիալ կորիզների ևղակի և հաճախակի զրգոման, ինչպես նաև լույսային զրգոման ազդեցությունների էֆեկտները հիպոկամպի նեյրոնների ֆոնային ակտիվության հաճախականության վրա:

Ուղեղիկի ֆաստիգիալ կորիզից ևկող իմպուլսացիան առաջացնում է գերակշռող հեշտացնող ազդեցություններ հիպոկամպի նեյրոնային ակտիվության վրա (58.0 տոկոս), ավելի քիչ հայտնաբերվել են ձնշող (10.0 տոկոս) և խառը պատասխաններ (32.0 տոկոս):

Միջանկյալ կորիզից զնացող իմպուլսացիան սակավ ինտենսիվ, բայց նույնպես բերում է ֆոնային ուժեղ հաճախականացմանը (35.6 տոկոս), սակայն ավելի մեծ տոկոս են կազմում ձնշող էֆեկտները (22.7 տոկոս) և խառը ռեակցիաները (40.8 տոկոս):

Առամնավոր կորիզի զրգոմամբ առաջացնում է հիպոկամպի նեյրոնների ֆոնային ակտիվության ձնշում (21.0 տոկոս), սակավ հայտնաբերվել են հեշտացնող էֆեկտները (10.0 տոկոս):

Ազդեցության ավելի բնորոշ ձևերը հանդիսանում են խառը ռեակցիաները (69.0 տոկոս): Հիպոկամպում հայտնաբերվել են նեյտրոններ, որոնք միամասնակ պատասխանում են ուղեղիկի մեկ, երկու և երեք կորիզների զրգոմանը:

ЛИТЕРАТУРА — ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

- ¹ K. Iwata, R. Snider, EEG and Clinical Neurophysiol 11, 3 (1959). ² H. K. Anand, C. Malhotre, B. Singh, S. Das, J. Neurophysiol, 22, 4 (1959). ³ Գ. Լ. Եսեյան, Զ. Շ. Մոխուսյան, Труды Института физиологии АН Груз. ССР, 13, 89 (1963). ⁴ R. G. Heath, Y. W. Harper, Exp. Neurol., 45, 2, 268 (1975). ⁵ T. L. Babb, A. G. Mitchell, P. H. Grandall, In the cerebellum, epilepsy and behavior., New York—London, 37 (1974). ⁶ V. V. Fanardjyan, H. Donhoffer, Acta Physiol. Hungar. 24, 3 (1964). ⁷ В. В. Фанарджян, С. А. Саакян, С. А. Арутюнян, К. С. Геворкян, И. А. Манвелян, Физиологическ. журнал СССР, 56, 7, 1060 (1970). ⁸ R. S. Snider, W. A. Slater, A stereotaxic atlas of the cat brain Chicago (1961).

УДК 612.8.52—50

ФИЗИОЛОГИЯ

Д. С. Мелкоян, О. А. Мкртчян, Н. С. Хонджарян

Математическое описание поведения синапса в
 условиях ритмической стимуляции

(Представлено чл.-корр. АН Армянской ССР В. В. Фанарджяном 21/IX 1976г)

Известные работы по исследованию механизмов синаптической передачи (¹⁻³), в которых для широких диапазонов частот изучалось влияние ритмической пресинаптической стимуляции на величины ПСП, показали важное значение процессов мобилизации медиатора в изменении эффективности синапса. Согласно принятым в настоящее время представлениям (¹⁻³), пресинаптический импульс не только вызывает выброс определенного количества медиатора в синаптическую щель, но и независимо от этого — мобилизацию медиатора, которая быстро (в течение нескольких миллисекунд) достигает максимума и медленно (в течение нескольких десятков или сотен миллисекунд) падает до нуля.

Задачей настоящей работы является выявление возможности объяснения закономерностей изменения эффективности синапса в условиях ритмической пресинаптической стимуляции на основе существующих гипотез о механизмах мобилизации, расхода и восполнения медиатора, путем построения математической модели этих процессов, расчета на этой основе частотных характеристик синаптической передачи и сравнения их с экспериментальными кривыми.

При записи уравнений модели дискретные моменты поступления пресинаптических импульсов обозначаются через t_k ($k=1, \dots$). В эти моменты функции времени x и V , описывающие пресинаптическую импульсацию и, соответственно, количество медиатора, выбрасываемого в синаптическую щель, принимаются отличными от нуля. При этом величина пресинаптического импульса принимается постоянной, равной единице $x_k = x(t_k) = 1$, а значение $V_k = V(t_k)$ определяется на основании уравнения

$$V_k = k_{03} W x_k, \quad (1)$$

где k_{03} , ϵ и W' — параметры синаптической передачи.

Параметры ϵ и W' , рассматриваемые как функции времени, имеют следующий смысл: W' — общее количество медиатора в синап-

тическом окончании, ε — доля медиатора, по отношению к его общему количеству, мобилизованного к высвобождению в синаптическую щель. Предполагается, что в отсутствие пресинаптической стимуляции параметры W и ε в течение некоторого времени устанавливаются на некотором постоянном уровне, характеризуемом значениями W_0 и ε_0 .

Параметр k_1 является постоянным коэффициентом, величина которого показывает, какая часть от общего количества мобилизованного медиатора εW выбрасывается в синаптическую щель под действием одиночного пресинаптического импульса.

Процесс мобилизации медиатора под действием пресинаптических импульсов учитывается путем изменения параметра ε на основании следующего уравнения

$$\varepsilon(t) = \varepsilon_0 + \sum_{k=1}^n \Delta\varepsilon_k e^{-\frac{t-t_k^*}{T_1}} \cdot 1(t-t_k^*), \quad (2)$$

где ε_0 — значение функции ε в момент $t_0=0$, принимаемый за начало отсчета времени; $1(t)$ — единичная функция; $\Delta\varepsilon_k$ — ступенчатое приращение функции ε , полученное под действием k -го пресинаптического импульса в момент t_k^* ; $t_k^* = t_k + \delta$, δ — временная задержка между моментами поступления пресинаптического импульса и моментом изменения под его влиянием параметра ε ; T_1 — постоянная времени процесса мобилизации медиатора.

Приращение $\Delta\varepsilon_k$ описывается следующим уравнением

$$\Delta\varepsilon_k = k_1 W(t_k) \cdot [1 - \varepsilon(t_k)], \quad (3)$$

где k_1 — постоянный коэффициент.

Уравнение, описывающее расход и восполнение медиатора, представляется в виде

$$W'(t) = W_0 - \sum_{k=1}^n V_k e^{-\frac{t-t_k^*}{T_0}} \cdot 1(t-t_k^*), \quad (4)$$

где W_0 — начальное значение функции W ; V_k — расход медиатора под действием k -го пресинаптического импульса; Δ — временная задержка между моментом поступления пресинаптического импульса и выброса медиатора; $t_k^* = t_k + \Delta$ — момент выброса медиатора; T_0 — постоянная времени процесса восполнения медиатора.

При расчетах согласно приведенным уравнениям параметры W , ε , k_0 и k_1 выражаются в относительных единицах; при этом принимается $W_0=1$. Постоянные времени T_1 и T_0 выражаются в миллисекундах.

Расчет ПСП осуществляется на основании известных представлений о процессах временной суммации ПСП (°) согласно уравнению

$$P(t) = \sum_{k=1}^n V_k z(t - t_k) \cdot 1(t - t_k), \quad (5)$$

где $P(t)$ — функция, описывающая суммарный ПСП; $z(t)$ — функция,

описывающая ПСП, вызванный отдельным пресинаптическим импульсом.

Амплитудное значение функции $z(t)$, выражаемой в относительных единицах, выбирается таким образом, чтобы амплитуда функции $P(t)$, описывающей контрольное ПСП при $W = W_0$ и $\varepsilon = \varepsilon_0$, составляла одну относительную единицу.

Для проверки адекватности разработанной модели реальным физиологическим механизмам синаптической передачи был проведен ряд машинных экспериментов на ЭВМ «Наири-2», в которых на основании рассмотренных уравнений рассчитывались характеристики синаптической передачи при действии двойных и ритмических пресинаптических импульсов в широких диапазонах изменения их параметров

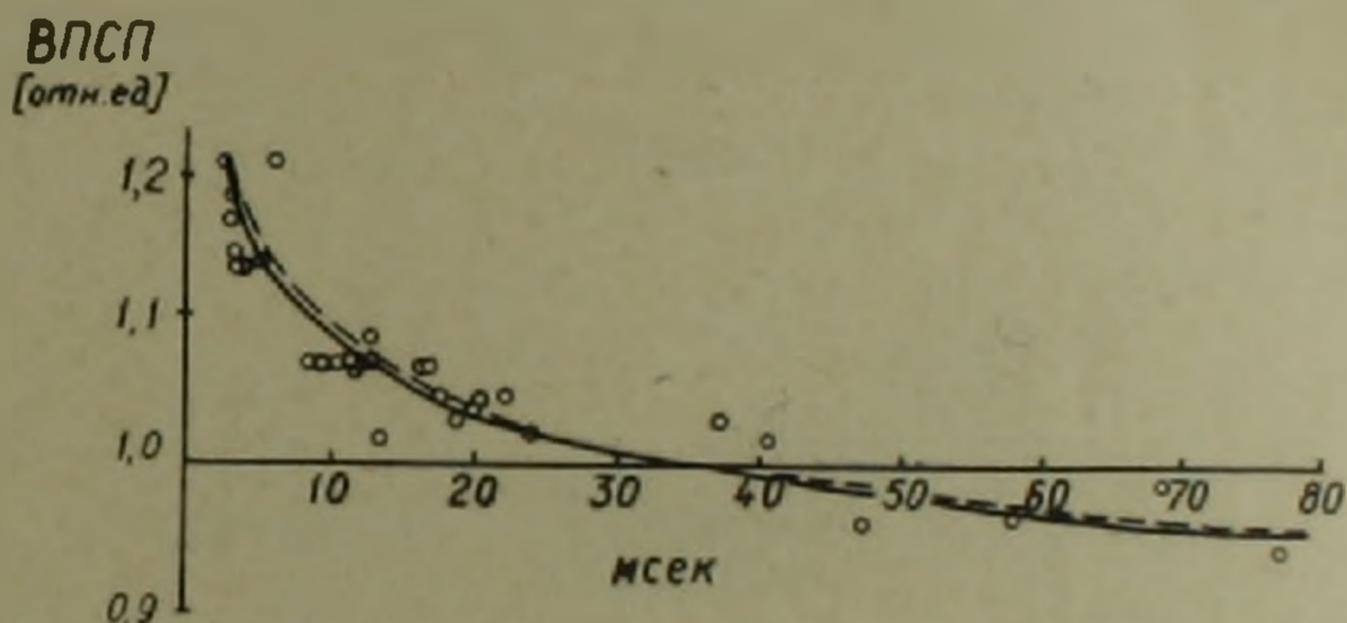


Рис. 1. Относительная величина ВПСП в ответ на второй пресинаптический импульс. Кружки и сплошная кривая — экспериментальные данные работы (2). Пунктирная кривая — расчетные данные согласно предлагаемой модели при следующих параметрах:

$$W_0 = 1; \varepsilon_0 = 0,3; k_1 = 0,12; k_2 = 0,145; T_1 = 22 \text{ (мсек)}; T_2 = 500 \text{ (мсек)}$$

На рис. 1 показаны данные машинных экспериментов по исследованию активации синапса двойными импульсами, в которых путем варьирования параметров модели решалась задача воспроизведения характеристик изменения ВПСП в соответствии с экспериментальными данными работы (2). Показаны кривые зависимости относительной величины ВПСП, вызванного вторым пресинаптическим импульсом, от величины межимпульсного интервала. При полученных параметрах модели, экспериментальные и теоретические кривые совпадают в пределах точности эксперимента.

В других сериях машинных экспериментов имитировались условия ритмической пресинаптической стимуляции.

На рис. 2 приведены данные машинных экспериментов, иллюстрирующие характер наложения ВПСП при разных частотах пресинаптической стимуляции.

Исследовалось изменение величины ВПСП и ППСП во время устойчивого состояния для широких диапазонов частот. На рис. 3 представлены данные машинных экспериментов, в которых выбор пара-

метров модели осуществлялся таким образом, чтобы обеспечить совпадение характеристик зависимости величин установившихся значений ВПСИ и ТПСИ от частоты стимуляции с аналогичными характеристиками, полученными экспериментальным путем согласно данным работы (2). Как видно из рисунков, теоретические кривые совпадают с экспериментальными в пределах точности эксперимента. Таким образом, полученные значения параметров модели могут рассматриваться как реальные параметры рассмотренных возбуждающего и тормозного синапсов.

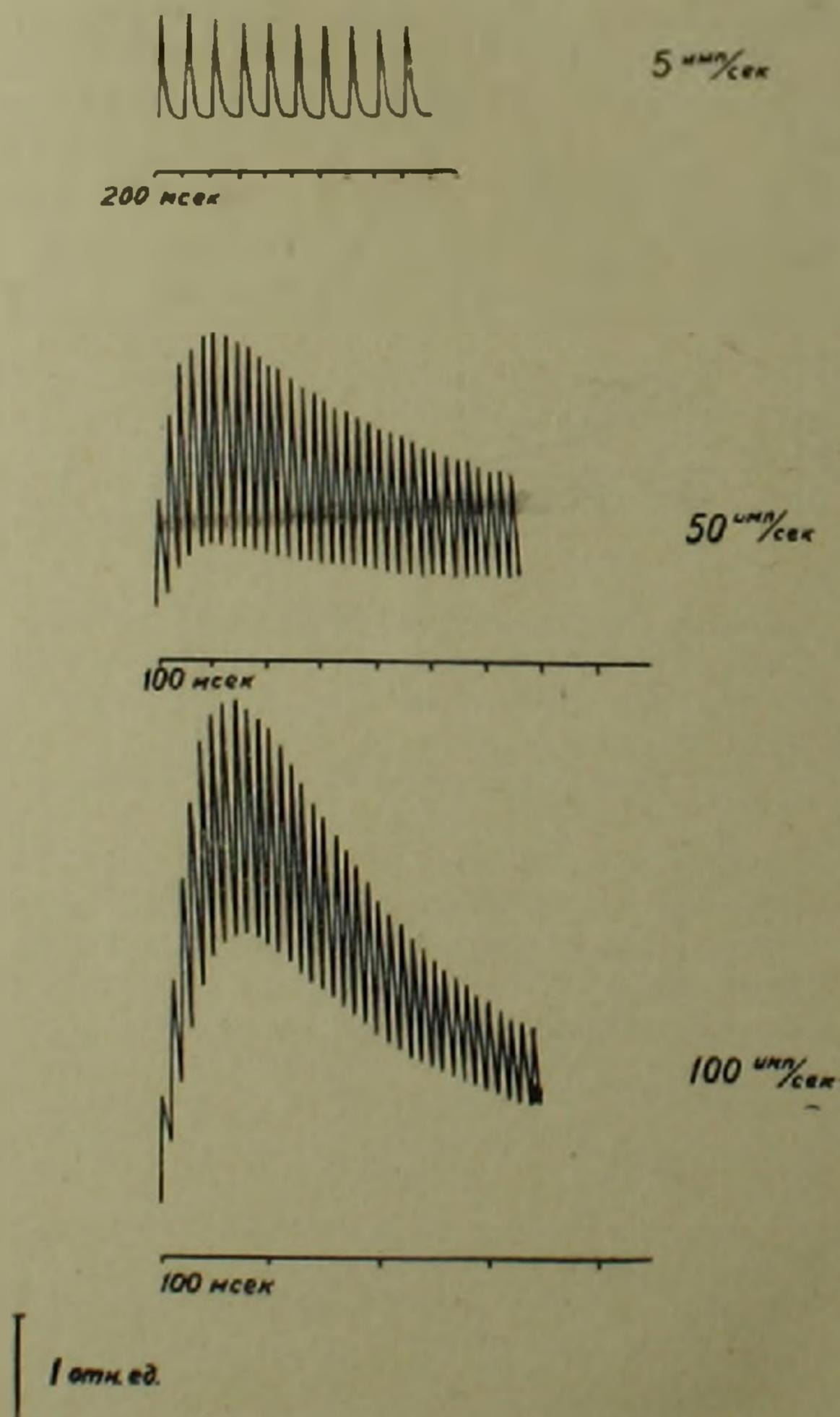


Рис. 2 Кривые изменения ВПСИ под действием ритмической моносинаптической стимуляции (данные машинных экспериментов). Справа указаны значения частот стимуляции

Результаты работы показывают, что основные закономерности изменения эффективности синаптической передачи в условиях ритмической пресинаптической стимуляции могут быть удовлетворительно описаны теоретически, в рамках существующих представлений о механизмах расхода, мобилизации и восполнения медиатора, на основе

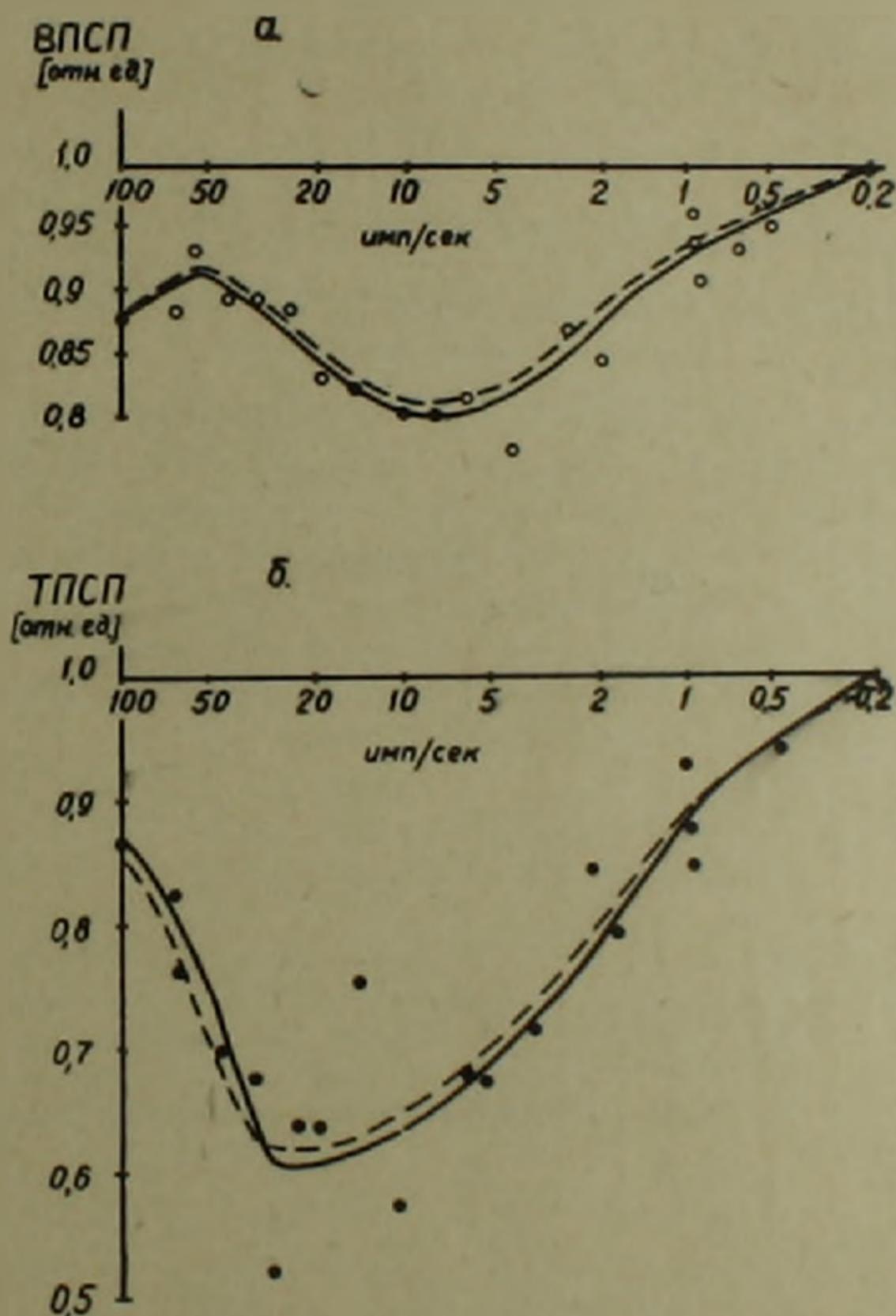


Рис. 3. Зависимость установившихся значений моносинаптических ПСП (а—ВПСП; б—ТПСП) от частоты пресинаптического раздражения. Кружки, точки и сплошные линии—экспериментальные данные работы (?). Пунктирные кривые—расчетные данные согласно предлагаемой модели при следующих параметрах:

а) для ВПСП— $W'_0 = 1$; $\epsilon_0 = 0.1$; $k_1 = 0.1$; $k_2 = 0.1$; $T_1 = 50$ (мсек);
 $T_2 = 5000$ (мсек)

б) для ТПСП— $W'_0 = 1$; $\epsilon_0 = 0.1$; $k_1 = 0.3$; $k_2 = 0.15$; $T_1 = 10$ (мсек);
 $T_2 = 15000$ (мсек)

разработанной математической модели. Подбор параметров модели, обеспечивающий совпадение теоретических кривых зависимости значений ПСП от частоты с экспериментальными, позволяет определить ряд параметров синаптической передачи, относящихся к процессам расхода, мобилизации и восполнения медиатора, которые не могут быть непосредственно получены экспериментальным путем.

Институт физиологии
Академии наук Армянской ССР

Գ. Ս. ՄԵԼԻՍՅԱՆ, Զ. Ա. ՄԻՐՏՉՅԱՆ, Ն. Ս. ԿՈՆԴՎԱՐՅԱՆ

Սինապսի վազի մաթեմատիկական եկագործիքի ռիթմիկ
գրգռման պայմաններում

Առաջարկված է սինապտիկ հաղորդման մաթեմատիկական մոդել, որը հաշվի է առնում մեդիատորի մորիլիզացման աստիճանը և նրա ծախսը պրեսինապտիկ ակտիվության գործունեության տակ: Կատարված են մեքենայացված փորձերի ի հայտ բերելու սինապսի վազը՝ կախված ինչպես պրեսինապտիկ գրգռման հաճախականությունից, այնպես էլ երկրորդական իմպուլսի ստացման ժամանակից կրկնակի պայթյունի դեպքում:

Մեքենայացված փորձերի տվյալները ցույց են տալիս, որ էքսպերիմենտալ և հաշվված կորերը համարյա համընկնում են:

ЛИТЕРАТУРА — ՋՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

¹ A. W. Liley, A. K. North, J. Neurophysiology, 26, 5, 509–527 (1953). ² D. R. Curtis, J. C. Eccles, J. Physiology, 150, 2, 374–398 (1960). ³ Дж. Экклс, Физиология синапсов, „Мир“ М., 1965. ⁴ C. F. Stevens, Proceedings of the IEEE, 56, 6, 916–930, 1968. ⁵ J. Herault, In „Comptes Rendues Academic des Sciences“, 270, 159–162 (1970). ⁶ Н. В. Позин, Моделирование нейронных структур, „Наука“ М., 1970.

