

Զ Ե Կ Ո Ւ Յ Ց Ն Ե Ր
Д О К Л А Д Ы

LXIV, № 4

1977

Խմբագրական կոլեգիա

Редакционная коллегия

Գ. Ա. ԱՐՉՈՒՄԱՆՅԱՆ, տեխն. գիտ. բեկե-
ծու (պատ. Բարձրագույն), է. Գ. ԱՅՐԻԿՅԱՆ,
ՀՍՍՀ ԳՈՒ քղրակից-անդամ, Ա. Բ. ԲԱՐԱ-
ՅԱՆ, ՀՍՍՀ ԳՈՒ ակադեմիկոս, Հ. Խ. ԲՈՒՆ-
ՅՆԹՅԱՆ, ՀՍՍՀ ԳՈՒ ակադեմիկոս, Լ. Ա.
ՓԱՆԱԼՅԱՆ, ՀՍՍՀ ԳՈՒ քղրակից-անդամ,
Վ. Ս. ՔԱՌԱՅԱՆ, ՀՍՍՀ ԳՈՒ քղրակից-ան-
դամ, Վ. Հ. ՀԱՄԲԱՐՉՈՒՄՅԱՆ, ակադեմիկոս,
Վ. Հ. ՂԱԶԱՐՅԱՆ, ՀՍՍՀ ԳՈՒ ակադեմիկոս
(պատ. խմբագրի տեղակալ), Հ. Գ. ՄԱՂՈՔ-
ՅԱՆ, ՀՍՍՀ ԳՈՒ ակադեմիկոս, Լ. Գ. ՆԱԶԱՐՈՎ,
ՀՍՍՀ ԳՈՒ ակադեմիկոս (պատ. խմբագրի),
Գ. Ս. ՍԱՀԱԿՅԱՆ, ՀՍՍՀ ԳՈՒ քղրակից-անդամ,
Օ. Մ. ՍԱԳՈՆՉՅԱՆ, ՀՍՍՀ ԳՈՒ քղրակից-
անդամ, Մ. Լ. ՆԻՐ-ՄԻՔԱԵԼՅԱՆ, ՀՍՍՀ
ԳՈՒ քղրակից-անդամ, Վ. Բ. ՏԱՆԱՐՉՅԱՆ,
ՀՍՍՀ ԳՈՒ քղրակից-անդամ:

В. А. АМБАРЦУМЯН, академик, Г. А.
АРЗУМАНЯН, канд техн. наук (отв.
секретарь), Э. Г. АФРИКЯН, чл.-корр.
АН АрмССР, А. Т. БАБАЯН, академик
АН АрмССР, Г. Х. БУНЯТЯН, акаде-
мик АН АрмССР, В. О. КАЗАРЯН, ака-
демик АН АрмССР (зам. отв. редактора),
И. Г. МАГАКЬЯН, академик АН Арм
ССР, А. Г. НАЗАРОВ, академик АН
АрмССР (отв. редактор), Г. С. СААКЯН,
чл.-корр. АН АрмССР, О. М. САПОН-
ДЖЯН, чл.-корр. АН АрмССР, А. А. ТА-
ЛАЛЯН, чл.-корр. АН АрмССР, В. М.
ТАРАЯН, чл.-корр. АН АрмССР, М. Л.
ТЕР-МИКАЕЛЯН, чл. корр. АН АрмССР,
В. В. ФАНАРДЖЯН, чл.-корр. АН
АрмССР.

Բ Ո Վ Ա Ն Դ Ա Կ Ո Ւ Թ Յ Ո Ւ Ն

ՄԱՔՆՄԱՏԻՎԱԿ

Ա. Ա. Զորաւայան—Ֆորմալ թվարանութեան և պրեդիկատներէ հաշվի արտա-
ծումներէ բարդութեան մասին 193

ԿԻՐԱՌԱԿԱՆ ՄԱՔՆՄԱՏԻՎԱԿ

Գ. Լ. Ղանաւայան, Ա. Գ. Գալստեան—Ստատիկ բնութագրի չորիզոնական դրէյքի
հաշվառումը կոնտակտ ապարատի ջերմային ուժի մի օպտիմիզացիայի ժամանակ 197

Ա. Ա. Մինասյան—Գյուրիէն խառնվող չեղուկով լցված սևամեջ գնդում ջերմութեան
տարածման մի խնդրի մասին 202

ՄԵՆԱՆՈՒԿԱԿ

Կ. Բ. Վերմիշյան, Բ. Ա. Մելիտոնյան—Նզրին տատանվող կոշտ դրոշմով մաժու-
ցիկ-առանձգական կիսահարթութեան մէջ ջերմաստիճանի բաշխումը 208

Ա. Հ. Սարգսյան—Կոշտ դրոշմով սալի գլանական ծոման մասին 216

ՖԻԶԻԿԱԿ

Ո. Գ. Անիսիմովա, Կ. Ա. Վարդանյան—Փոխազդող սկալյար դաշտերի տեսութեան
մասին 224

Ա. Հ. Ռուստամյան, Գ. Հ. Րիզիբգանյան—Ռեռզիէնյան և չ-ճառագայթների ինթրա-
ֆոկուսացումը 228

ՕԿՏԱԿԱՐ ՀԱՆԱԾՈՆԵՐ

Կ. Մ. Մուրադյան—Փոքր կովկասի Աքերա-Ունանա-Ամասիայի ստրուկտուր-ֆորմա-
ցիան մետաղածնային գոտու Բուզումի հանքային շրջանի օգակային-օջախային ստրուկ-
տուրաների այժմատարբերութեան հարցի շուրջը 235

ՌԻՌՄԻՄԱԿ

Ա. Ա. Գալստեան, Ա. Ա. Կիրեակոսովա, Գ. Ա. Սարիբեկյան, Բ. Խ. Մաբուրյան—
Ճիւղիկ ԱՄՖ-կախյալ պրոտեինի կիսազայի վրա կարգի տարրուկ ներդրումներէ ազդեցու-
թեան մասին 242

ՐՈՒՑՍՈՒՐԻ ՖԻԶԻԿԱԿ

Վ. Հ. Ղազարյան, Է. Վ. Ավագյան—Ռորիտիա կեղծակազմի տերմիններում մոխրա-
յին տարրերի փոխանակութեան օրվա ուժի վրա լույսի ինտենսիվութեան ազդեցու-
թեան մասին 246

ՄԻՋԱՏԱՐԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

Ա. Մ. Սարգսյան, Ա. Ա. Խաչատրյան—Ռեզիկներէ ձևավորման ֆենոկրիտիկ պե-
րիոդը թթնու շերտի թիթեոներէ մաս 252

СОДЕРЖАНИЕ

	Стр
МАТЕМАТИКА	
<i>А. А. Чубарян</i> —О сложности выводов в формальной арифметике и исчислении предикатов	193
ПРИКЛАДНАЯ МАТЕМАТИКА	
<i>Г. Л. Кантпрдзян, А. П. Галстян</i> —Оптимизация теплого режима контактного аппарата с учетом горизонтального дрейфа статической характеристики	197
<i>Р. С. Минасян</i> —Об одной задаче распространения тепла в полном шаре, заполненном хорошо перемешиваемой жидкостью	202
МЕХАНИКА	
<i>Г. Б. Вермишян, Б. А. Мелтоян</i> —Распределение температуры в полуплоскости из вязко-упругого материала при вибрации жесткого штампа на границе	208
<i>С. О. Саркисян</i> —О цилиндрическом изгибе пластинки жесткими штампами.	216
ФИЗИКА	
<i>О. П. Анисимова, Г. А. Варданян</i> —К теории связанных скалярных полей	224
<i>А. Г. Ростомян, П. А. Безирганян</i> —Автофокусировка рентгеновских и γ -лучей	228
ПОЛЕЗНЫЕ ИСКОПАЕМЫЕ	
<i>К. М. Мурадян</i> —К вопросу об алмазоносности кольцевых структур базальтового рудного района Акеро-Севано-Амасийской структурно-формационной металлогенической зоны Малого Кавказа	235
БИОХИМИЯ	
<i>А. А. Галоян, А. С. Киракосова, Г. А. Сарибекян, Т. Х. Мирзкчян</i> —О влиянии кардиотропных нейрогомонов на цАМФ-зависимую протеникиназу	242
ФИЗИОЛОГИЯ РАСТЕНИЙ	
<i>В. О. Казарян, Э. В. Анакян</i> —О влиянии интенсивности света на суточную амплитуду обмена зольных элементов в листьях робинии лжеакации	246
ЭНТОМОЛОГИЯ	
<i>С. М. Саркисян, С. А. Хачатрян</i> —Фенокритический период формирования вятени у бабочек тутового шелкопряда	252

CONTENTS

	p.
MATHEMATICS	
<i>A. A. Choubartan</i> —On the complexity of proofs in formal arithmetic and predicate Calculus	193
APPLIED MATHEMATICS	
<i>G. L. Kantarjĭan, A. P. Galstĭan</i> —The contact apparatus thermal regime optimization with the horizontal drifting calculation of static characteristics	197
<i>R. S. Minasian</i> —One problem of heat transfer in the hollow sphere, filled by well stirred fluid	202
MECHANICS	
<i>G. B. Vermishian, B. A. Meltozĭan</i> —The distribution of temperature in half-plane of viscoelastic material when vibration of hard punch on bound is valid	208
<i>S. O. Sarkisĭan</i> —About cylindrical bending of plastic with rigid stamp	216
PHYSICS	
<i>O. P. Anisimova, G. A. Vardantĭan</i> —On the theory of the coupled scalar fields	224
<i>A. H. Rostomĭan, P. H. Bezirganĭan</i> —Autofocussing of X and γ -rays	228
USEFUL MINERALS	
<i>K. M. Mouradian</i> —On the ring diamond-bearing structures of the Bazum ore district in the Akera-Sevan-Amasia structural-formational metallogenic belt of Minor Caucasus	235
BIOCHEMISTRY	
<i>A. A. Galoyan, A. S. Kirakosova, G. A. Saribekĭan, T. Ch. Marukĭan</i> —About the influence of cardiotropic neurohormones on the cAMP-dependent protein kinase	242
PLANT PHYSIOLOGY	
<i>V. O. Kazarĭan, E. V. Avakĭan</i> —About the influence of light intensity on the daily amplitude of the exchange of ash elements in leaves of <i>Robinia pseudacacia</i>	246
ENTOMOLOGY	
<i>S. M. Surkĭstĭan, S. A. Khachatĭan</i> —The phenocritical period of antennae formation in silkworm moths	252

Технический редактор Л. А. АЗИЗБЕКЯН

ВФ 15113. Подписано к печати 29. VII. 1977 г. Тираж 550. Изд. 4649. Заказ 417.
 Формат бумаги 70x108¹/₁₆. Печ. л. 4,0. Бум. л. 2.
 Усл. печ. л. 5,6. Уч. изд. листов 4,34.

Типография Издательства АН Армянской ССР, Ереван, Барекамутян, 24.
 Эчмиадзинская типография Издательства АН Армянской ССР

УДК 51.01 : 518.5

МАТЕМАТИКА

А. А. Чубарян

О сложности выводов в формальной арифметике
 и исчислении предикатов

(Представлено чл.-корр. АН Армянской ССР А. А. Талалянком 28/III 1977)

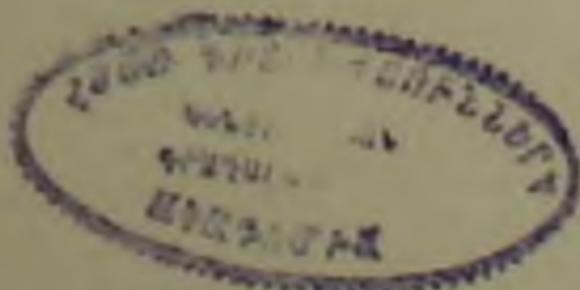
В работе сравниваются по сложности выводов формальные теории, одна из которых получается добавлением к другой любой формуле, недоказуемой и неопровержимой в ней. Аналогичные вопросы рассматривались ранее (1-4).

Мы установим, что в широком классе случаев функция, характеризующая соотношение сложности вывода формул в двух системах указанного типа, мажорирует почти все значения любой обще-рекурсивной функции (о. р. ф.). В частности, тем же свойством обладают функции, характеризующие сравнительную сложность вывода предикатных формул в классическом и интуиционистском, а также в интуиционистском и минимальном исчислении предикатов.

Будем предполагать, что каждая из рассматриваемых нами теорий определяется заданием (1) алфавита, включающего символы $(,)$, \vee , \supset , \neg ; (2) некоторого множества слов в данном алфавите, именуемых формулами (причем, предполагается, что если δ и ε суть формулы, то $(\delta \vee \varepsilon)$, $(\delta \supset \varepsilon)$, $\neg(\delta)$ также формулы); (3) некоторого множества упорядоченных систем формул (элементы этого множества именуется выводами). Будем говорить, что вывод $W = (\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n)$ есть вывод формулы β в теории Φ (обозначение: $W \vdash_{\Phi} \beta$), если формула α_n совпадает с формулой β . Будем говорить, что формула β выводима в теории Φ (обозначение: $\vdash_{\Phi} \beta$), если существует вывод W такой, что $W \vdash_{\Phi} \beta$. Будем предполагать, что в любой из рассматриваемых нами теории Φ для любых формул δ и ε выполнены условия:

- i) $\vdash_{\Phi} \delta \supset \delta \vee \varepsilon$;
- ii) $\vdash_{\Phi} (\delta \vee \varepsilon) \supset (\neg \varepsilon \supset \delta)$;
- iii) если $\vdash_{\Phi} \delta$ и $\vdash_{\Phi} \delta \supset \varepsilon$, то $\vdash_{\Phi} \varepsilon$.

Будем говорить, что теория Ψ есть расширение теории Φ , (обоз-



начение: $\Psi \supseteq \Phi$), если всякая формула и всякий вывод теории Φ являются соответственно формулой и выводом теории Ψ .

Будем предполагать фиксированными некоторые взаимно-однозначные нумерации всевозможных формул и всевозможных выводов всех рассматриваемых теорий; в записях иногда будем отождествлять формулу или вывод с соответствующим номером.

Через $C^b(W)$ будем обозначать сложность вывода W , определяемую посредством обще-рекурсивной функции C^b , удовлетворяющей условию; для всякого n уравнение $C^b(W) = n$ имеет лишь конечное число решений, и существует алгоритм, который по n выдает список всех решений W этого уравнения (ср. (4)).

Для каждой формулы β , выводимой в фиксированной теории Φ определим ее сложность $C_\Phi(\beta)$ по выводимости в теории Φ следующим образом:

$$C_\Phi(\beta) = \min_{W \vdash_\Phi \beta} C^b(W).$$

Пусть Φ и Ψ некоторые теории, причем $\Psi \supseteq \Phi$. Для сравнения сложностей выводов одних и тех же формул β в теориях Φ и Ψ определим функцию Шеннона:

$$Ш^{\Psi\Phi}(n) = \max_{\substack{C_\Psi(\beta) = n \\ \vdash_{\Psi} \beta}} C_\Phi(\beta).$$

1. Формальную теорию Φ назовем m -универсальной, если множества выводимых и опровержимых формул этой теории, т. е.

$$M^{\Phi} = \{\beta / \vdash_{\Phi} \beta\} \quad \text{и} \quad M_{\Phi} = \{\beta / \vdash_{\Phi} \neg \beta\}$$

рекурсивно перечислимы и образуют эффективно неотделимую пару (ср. русск. перевод (3), стр. 277).

Теорема 1. Пусть Φ_1 — m -универсальная теория и z -любая формула, такая, что $\alpha \in M^{\Phi_1}$ и $\alpha \in M_{\Phi_1}$; пусть далее Φ_2 — такое расширение Φ_1 что $\vdash_{\Phi_2} \alpha$.

Тогда для любой о. р. ф. φ

$$\forall_n^* (Ш^{\Phi_2\Phi_1}(n) > \varphi(n))^*.$$

Обозначим через S_K , S_I и S_M соответственно классическую, интуиционистскую и минимальную арифметические системы (см. напр. (3), гл. IV). Из теоремы 1 следует

Теорема 2. Для произвольной о. р. ф. φ

$$\forall_n^* (Ш^{S_K S_I}(n) > \varphi(n)).$$

$$\forall_n^* (Ш^{S_K S_M}(n) > \varphi(n)),$$

$$\forall_n^* (Ш^{S_I S_M}(n) > \varphi(n)).$$

* Через $\forall_n^* p(n)$ будем, как обычно, обозначать утверждение $\exists t \forall n ((n > t) \rightarrow p(n))$.

2. Аналогичные результаты имеют место и для соответствующих систем исчисления предикатов, а именно, пусть через P_K , P_I и P_M обозначены соответственно классическая, интуиционистская и минимальная системы чистого исчисления предикатов (в каждой из них предполагается наличие предикатов, соответствующих функциям $(\neg, +, \cdot)$).

Теорема 3. Для произвольной о. р. ф. φ

$$\forall_n^*(Ш^{P_K P_I}(n) > \varphi(n)),$$

$$\forall_n^*(Ш^{P_K P_M}(n) > \varphi(n)),$$

$$\forall_n^*(Ш^{P_I P_M}(n) > \varphi(n)),$$

3. Теперь рассмотрим абсолютные функции Шеннона: характеризующие для каждой из рассматриваемых теорий сложность выводов формул фиксированной «длины».

Обозначим через $l(\beta)$ сложность формулы β , определяемую посредством общерекурсивной функции l , удовлетворяющей условию: для каждого n уравнение $l(\beta) = n$ имеет лишь конечное число решений и существует алгоритм, выдающий для каждого n список всех его решений (ср. (4)).

Для произвольной теории Φ определим абсолютную функцию Шеннона:

$$Ш^\Phi(n) = \max_{\substack{l(\beta) = n \\ \beta \in \Phi}} C_\Phi(\beta).$$

Теорема 4. Пусть Φ — произвольная m — универсальная теория, тогда для всякой о. р. ф. φ

$$\forall_n^*(Ш^\Phi(n) > \varphi(n)).$$

Аналогичный результат имеет место и для систем исчисления предикатов.

Теорема 5. Для произвольной о. р. ф. φ

$$\forall_n^*(Ш^\Delta(n) > \varphi(n)),$$

где под Δ понимаем P_K , P_I или P_M .

В заключение автор приносит глубокую благодарность Н. В. Петри за ряд указаний и замечаний.

Ереванский государственный университет

Ֆորմալ րվարանության և պրեդիկատների հաշվի արտածումների
բարդության մասին

Հողվածում համեմատվում են ըստ արտածումների բարդության այն-
պիսի ֆորմալ տեսություններ, որոնցից մեկը ստացվում է մյուսին ավե-
լացնելով որպես աքսիոմ մի բանաձև, որը բավարարում է հետևյալ պայ-
մանին. ոչ այդ բանաձևը, ոչ նրա բացասումը չեն արտածվում այդ երկրորդ
տեսության մեջ: Մինևույն բանաձևերի արտածման բարդությունները այդ
տեսություններում համեմատելու համար սահմանվում են Շենոնի ֆունկ-
ցիաներ: Լկացուցվում է, որ վերը նշված տիպի տեսությունների բավակա-
նաչափ լայն դասի համար Շենոնի համեմատական ֆունկցիաները գերա-
զանցում են կամայական ընդհանուր ռեկուրսիվ ֆունկցիայի համարյա
բոլոր արժեքները: Նման հատկությամբ օժտված են նաև Շենոնի այն ֆունկ-
ցիաները, որոնք ներմուծվում են ֆիքսած «երկարության» բանաձևերի ար-
տածման բարդությունները մի շարք դիտարկված տեսություններում գնա-
հատելու համար:

ЛИТЕРАТУРА — ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

- ¹ А. Эренфойст, Я. Мыцельский, Сб. Сложность вычислений и алгоритмов, 172—173, Изд. «Мир», М., 1974. ² М. И. Канович, Сб. Сложность вычислений и алго-
рифмов, 186—189, Изд. «Мир», М., 1974. ³ А. А. Чубарян, «Известия АН Арм. ССР»,
Математика т. 9, вып. № 5 (1974). ⁴ М. Блюм, Сб. Проблемы математической логи-
ки, 401—522, Изд. «Мир», М., 1970. ⁵ С. К. Клини, Введение в метаматематику, ИЛ,
М., 1957.

УДК 518.5 : 681.3

ПРИКЛАДНАЯ МАТЕМАТИКА

Г. Л. Кантарджян, А. П. Галстян

Оптимизация теплового режима контактного аппарата с учетом горизонтального дрейфа статической характеристики

(Представлено чл.-корр. АН Армянской ССР Ф. Т. Саркисяном 9/XII 1976)

В работе (1) ставится задача оптимизации теплового режима контактного аппарата при синтезе винилацетата с использованием методов экстремального управления.

Необходимо отметить, что процесс синтеза винилацетата обладает рядом специфических особенностей, к которым можно отнести наличие дрейфа статической характеристики в горизонтальном направлении с переменной скоростью $V^r(t)$, а также свойство постоянных времен объекта T_1 и T_2 изменять свои значения в некотором интервале со время поиска оптимального режима ведения процесса синтеза.

Выведем алгоритм экстремального регулирования теплового режима контактного аппарата, считая переменными величинами постоянные апериодических звеньев.

Структурная схема реактора, как объекта оптимизации после пренебрежения менее существенными инерционностями изображена на рис. 1.

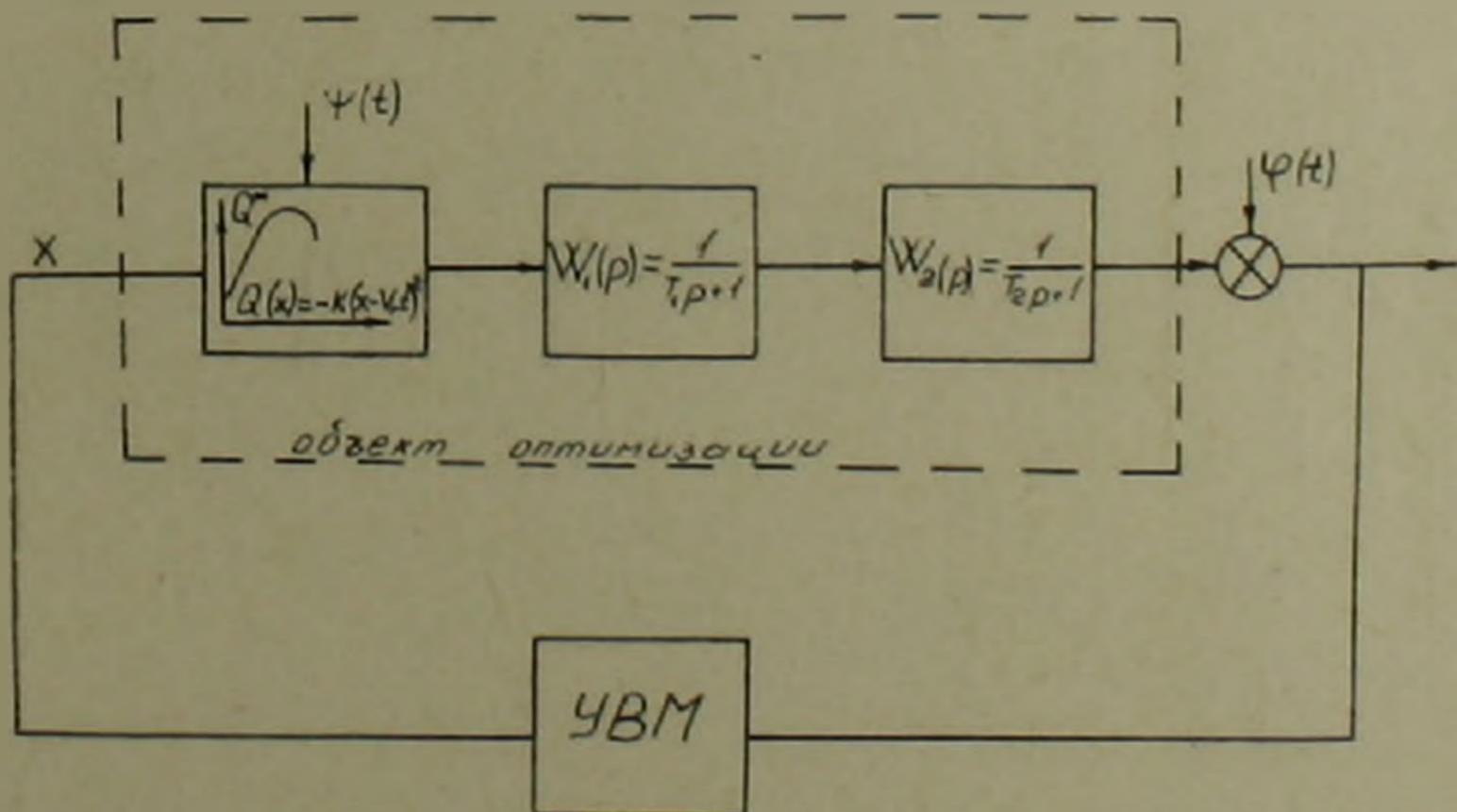


Рис. 1

Здесь $\xi(t)$ — представляет собой стационарный случайный процесс с ограниченной дисперсией и постоянным математическим ожиданием.

$\psi(t)$ — низкочастотные помехи вызывающие дрейф статической характеристики в горизонтальном направлении.

В инерционных объектах, к которым относится контактный аппарат, $V^r(t)$ в интервалах между двумя последовательными смещениями входного управляющего воздействия может быть аппроксимирована своими средними значениями V_i^r (где i — порядковый номер смещения).

При этом связь между динамическим выходом Q и статическим выходом $Q_{стат}$ представится уравнением.

$$(T_1 p + 1)(T_2 p + 1)Q = Q_{стат} \quad (1.1)$$

с начальными условиями

$$x = x_0, \quad Q = Q_0, \quad Q' = Q_0 \quad (1.2)$$

причем в общем случае

$$Q_0 = Q(x_0).$$

Пусть в момент $t = 0$ сделан поисковый шаг Δx в произвольном направлении.

Тогда динамика объекта на произвольном i шаге в системе координат

$$(\Delta_i = Q - Q_i t)$$

будет описываться уравнением

$$\Delta_i(t) = a_i A(t) + \delta_i B(t) + \gamma_i C(t) + \eta_i D(t), \quad (1.3)$$

где:

$$A(t) = 1 - \frac{T_1}{T_1 - T_2} e^{-t/T_1} + \frac{T_2}{T_1 - T_2} e^{-t/T_2},$$

$$B(t) = \frac{T_1 T_2}{T_1 - T_2} (e^{-t/T_1} - e^{-t/T_2}), \quad (1.4)$$

$$C(t) = 2 \left[\frac{T_1^3}{T_1 - T_2} e^{-t/T_1} - \frac{T_2^3}{T_1 - T_2} e^{-t/T_2} - \frac{t^2}{2} + t(T_1 + T_2) - T_1^2 - T_1 T_2 - T_2^2 \right],$$

$$D(t) = 2 \left[\frac{T_1^2}{T_1 - T_2} e^{-t/T_1} - \frac{T_2^2}{T_1 - T_2} e^{-t/T_2} + t - T_2 - T_2^2 \right],$$

$$\delta_i = k(V_i)^2, \quad \eta_i = kV_i^r.$$

С начальными условиями

$$\Delta_{i-1}(0) = 0, \quad \Delta'_{i-1}(0) = \Delta'_{i-1} \quad (1.5)$$

Итак величины $a_i, \Delta'_i, \delta_i, \gamma_i, T_1, T_2$ связаны с $\Delta_i(t)$ функциональной зависимостью (1.3) математический закон которой известен, но сами величины неизвестны.

Разобьем определение неизвестных величин на два этапа. Определим вначале T_1 и T_2 .

Запишем уравнение (1.3) в виде

$$\Delta_i(t) = A_i + B_i e^{-t/T_1} + C_i e^{-t/T_2} + \delta_i t^2 - 2t(T_1 + T_2)\delta_i + 2t\gamma_i x_i, \quad (1.6)$$

$$A_i = a_i + 2\delta_i(T_1^2 + T_1 T_2 + T_2^2) - 2\gamma_i(T_1 + T_2),$$

где:

$$B_i = a_i \frac{T_1}{T_1 - T_2} + \Delta'_i \frac{T_1 T_2}{T_1 - T_2} + 2\delta_i \frac{T_1^3}{T_1 - T_2} + 2\gamma_i x_i \frac{T_1^2}{T_1 - T_2},$$

$$C_i = a_i \frac{T_1}{T_1 - T_2} - \Delta'_i \frac{T_1 T_2}{T_1 - T_2} - 2\delta_i \frac{T_2^3}{T_1 - T_2} - 2\gamma_i x_i \frac{T_2^2}{T_1 - T_2}.$$

Если бы измеренные значения переходного процесса совпадали с теоретической кривой, то мы бы имели:

$$\Delta_{ij} = A_i + B_i e^{-j/T_1} + C_i e^{-j/T_2} - \delta_i j^2 + 2j + 2j(T_1 + T_2)\delta_i + 2j\gamma_i x_i, \quad (1.7)$$

где: $j=1, 2, \dots, 6$.

Положим

$$B_i e^{-j/T_1} = p_{ij}, \quad C_i e^{-j/T_2} = q_{ij}, \quad e^{-j/T_1} = z_1, \quad e^{-j/T_2} = z_2. \quad (1.8)$$

Тогда первые разности уравнений системы (1.7) дают:

$$d_{j1} = p_{ij}(u_1 - 1) + q_{ij}(u_2 - 1) - 3\delta_i z^2 + 2z(T_1 + T_2)\delta_i + 2z\gamma_i x_i$$

$$d_{j2} = p_{ij}(u_1 - 1)u_1 + q_{ij}(u_2 - 1)u_2 - 5\delta_i z^2 + 2z(T_1 + T_2)\delta_i + 2z\gamma_i x_i, \quad (1.9)$$

$$d_{j3} = p_{ij}(u_1 - 1)u_1^2 + q_{ij}(u_2 - 1)u_2^2 - 7\delta_i z^2 + 2z(T_1 + T_2)\delta_i + 2z\gamma_i x_i,$$

$$d_{j4} = p_{ij}(u_1 - 1)u_1^3 + q_{ij}(u_2 - 1)u_2^3 - 9\delta_i z^2 + 2z(T_1 + T_2)\delta_i + 2z\gamma_i x_i,$$

$$d_{j5} = p_{ij}(u_1 - 1)u_1^4 + q_{ij}(u_2 - 1)u_2^4 - 11\delta_i z^2 + 2z(T_1 + T_2)\delta_i + 2z\gamma_i x_i.$$

Составим первые разности уравнений системы (1.9)

$$c_{j1} = p_{ij}(u_1 - 1)^2 + q_{ij}(u_2 - 1)^2 - 2\delta_i z^2,$$

$$c_{j2} = p_{ij}(u_1 - 1)u_1 + q_{ij}(u_2 - 1)u_2 - 2\delta_i z^2, \quad (2.0)$$

$$c_{j3} = p_{ij}(u_1 - 1)u_1^2 + q_{ij}(u_2 - 1)u_2^2 - 2\delta_i z^2,$$

$$c_{j4} = p_{ij}(u_1 - 1)u_1^3 + q_{ij}(u_2 - 1)u_2^3 - 2\delta_i z^2.$$

Составляя еще раз разности системы (2.0) получаем

$$\begin{aligned}
l_{j1} &= p_{ij}(u_1 - 1)^2 + q_{ij}(u_2 - 1)^2, \\
l_{j2} &= p_{ij}(u_1 - 1)^2 u_1 + q_{ij}(u_2 - 1)^2 u_2, \\
l_{j3} &= p_{ij}(u_1 - 1)^2 u_1^2 + q_{ij}(u_2 - 1)^2 u_2^2.
\end{aligned}
\tag{2.1}$$

Исключая p_{ij} и q_{ij} из уравнений системы (2.1) получаем:

$$l_{j1} u_1 u_2 - l_{j(j+1)}(u_1 + u_2) + l_{j(j+2)} = 0. \tag{2.2}$$

Придавая j значения $1, 2, \dots, n-4$ получаем систему уравнений, где уравнений больше числа неизвестных.

Подставим в нее какую-нибудь систему значений u_1, u_2 получим числа $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \dots, \varepsilon_{n-4}$ в общем случае $\neq 0$.

Из условия минимума

$$E = \sum_{i=1}^{n-4} \varepsilon_i^2 = \sum_{i=1}^{n-4} [l_{ji} u_1 u_2 - l_{j(j+1)}(u_1 + u_2) + l_{j(j+2)}]^2 = 0, \tag{2.3}$$

где $\varepsilon_i = \varphi(i\tau)$

получим систему двух уравнений с двумя неизвестными u_1 и u_2

$$\frac{1}{2} \frac{dE}{d(u_1 u_2)} = u_1 u_2 \sum_{i=1}^{n-4} l_{ji}^2 - (u_1 + u_2) \sum_{i=1}^{n-4} l_{ji} l_{j(j+1)} + \sum_{i=1}^{n-4} l_{ji} l_{j(j+2)} = 0 \tag{2.4}$$

$$-\frac{1}{2} \frac{dE}{d(u_1 + u_2)} = u_1 u_2 \sum_{i=1}^{n-4} l_{ji} l_{j(j-1)} - (u_1 + u_2) \sum_{i=1}^{n-4} l_{j(j+1)}^2 + \sum_{i=1}^{n-4} l_{j(j+1)} l_{j(j+2)} = 0$$

Пусть $\{u_1^*, u_2^*\}$ решение системы (2.4), не противоречащее физическому смыслу задачи.

Тогда учитывая, что $u_1^* = e^{-T_1/\tau}$, $u_2^* = e^{-T_2/\tau}$, получаем скорректированные значения постоянных времени контактного аппарата

$$T_1^* = -\frac{\tau}{\ln u_1^*}, \quad T_2^* = -\frac{\tau}{\ln u_2^*}. \tag{2.5}$$

Для определения остальных неизвестных параметров $a_i, \Delta_i, \delta_i, \gamma_i$ применяется метод наименьших квадратов, минимизирующих сумму квадратов ошибок (2)

$$E = \sum_{j=0}^n \varepsilon_j^2 = \sum_{j=0}^n [a_j A(j\tau) + \Delta_j B(j\tau) + \delta_j C(j\tau) + \gamma_j x^j D(j\tau) - \Delta_{ij}]^2, \tag{2.6}$$

где $\varepsilon_j = \varphi(j\tau)$, а интервалы выдержек τ выбираются из условия некоррелированности $\varphi(j\tau) \varphi[(j+1)\tau]$.

Используя полученные оценки $a_i^*, \Delta_i^*, \delta_i^*, \gamma_i^*$, определим наиболее вероятные оценки

Q_i^* — значения Q_i

и $\Delta_i^*(t)$ — вида переходного процесса.

$$Q_i = Q_{i-1} - |Q_0 + \Delta_0^* + \Delta_1^* + \dots + \Delta_{i-1}^*| + 2\gamma_{i-1}^* x_{i-1} n - \delta_{i-1}^* (n-)^2, \quad (2.7)$$

$$\Delta_i^*(t) = a_i^* A(t) + \Delta_i^* B(t) + \delta_i^* C(t) + \gamma_i^* x_i D(t).$$

Изменение управляющего параметра производим по закону

$$\Delta x_i = |\Delta x| \text{signum} |r_{i-1} \Delta x_{i-1}| + \frac{\delta_{i-1}^*}{\gamma_{i-1}^*} n, \quad (2.8)$$

где $r_{i-1} = Q_i^* - Q_{i-1}^*$.

Алгоритм оптимального управления представится в рекуррентной форме

$$x_i = x_{i-1} + \Delta x_i. \quad (2.9)$$

Алгоритм поиска (2.9) с учетом (2.8) позволят реализовать сходящуюся к оптимальному своему значению последовательность управлений x_i — температуры рабочей зоны реактора, с корректировкой величины изменения температуры по определяемой из рабочей информации средней скорости горизонтального дрейфа статической характеристики.

Одновременно, алгоритм позволяет вести корректировку, изменяющихся в процессе синтеза постоянных апериодических звеньев.

Завод «Полвинилацетат»

Գ. Լ. ՂԱՆԹԱՐՋՅԱՆ, Ա. Պ. ԳԱՂՍՅԱՆ

Ատատիկ բնութագրի հորիզոնական դրեյֆի հաշվառումը կոնտակտ ապարատի ջերմային ուժիմի օպտիմիզացիայի ժամանակ

Հետազոտված է վինիլացետատի սինթեզավորման ուսուցողի ջերմային ուժիմի օպտիմիզացիայի խնդիրը: Օբյեկտը գտնվում է ցածր հաճախական- ության դրոշմների ազդեցության տակ, որոնք ստատիկ էքստրեմալ բևու- թագիրը հանդեսնում են ուղղահայաց դրեյֆի: Այդ օբյեկտի համար դուրս է բերվում էքստրեմալ կարգավորման ալգորիթմ փոփոխական անալիտիկ օղակների դեպքում:

Ալգորիթմը ապահովում է էքստրեմումի էֆեկտիվ փնտրումը վինիլացե- տատի սինթեզի բոլոր աշխատող ուժիմներում, երբ կատարվում է էքստրե- մալ բևութագրի հորիզոնական դրեյֆը:

ЛИТЕРАТУРА — ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

- 1 Բ. Ս. Рафаян, Г. Л. Кантарджян, Научные труды ВЗМН, т. 19, М., 1975.
- 2 В. В. Казакевич, Труды I-го Международного конгресса ИФАК, т. II, Изд. АН СССР, 1961.

УДК 536.24

ПРИКЛАДНАЯ МАТЕМАТИКА

Р. С. Минасян

Об одной задаче распространения тепла в полой сфере,
 заполненной хорошо перемешиваемой жидкостью

(Представлено академиком АН Армянской ССР М. М. Джрбашяном 26/1 1977)

Среди различных случаев теплообмена между телом и окружающей средой, имеющих место в практике, значительный интерес представляют случаи, когда коэффициент теплообмена изменяется во времени. Приближенным решениям задач теплопроводности в различных областях при изменяющихся во времени коэффициентах теплообмена посвящены работы (1-7). В работах (8-9) дано точное решение задачи распространения тепла в сплошном и полой цилиндрах, в (10) рассмотрена задача теплопроводности в бесконечной пластине.

В настоящей статье дается решение задачи радиального периодического распространения тепла в полой сфере, заполненной хорошо перемешиваемой жидкостью, на внешней поверхности которого происходит теплообмен с окружающей средой, когда коэффициент теплообмена и температура окружающей среды периодически изменяются во времени. Задачи подобного рода могут возникать, например, при периодическом изменении скорости потока, окружающего тело, изменяющихся химических реакциях на поверхности (11,12), при полете тел в различных слоях атмосферы с переменной плотностью и т. п.

Предполагаем, что внутри сферической оболочки ($R_1 < r < R_2$) и в жидкости ($0 < r < R_1$) действуют периодически изменяющиеся во времени источники тепла. Функция $U(r, t)$ распределения температуры в сферической области ($R_1 < r < R_2$) удовлетворяет уравнению (1)

$$\frac{\partial U}{\partial t} = \frac{a}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial U}{\partial r} \right) + \frac{1}{c\rho} \alpha(r, t), \quad (1)$$

граничному условию на поверхности $r = R_2$

$$\left. \frac{\partial U}{\partial r} \right|_{r=R_2} = h(t) [S(t) - U(R_2, t)] \quad (2)$$

и условию на поверхности контакта с хорошо перемешиваемой жидкостью (13) (в предположении, что температура жидкости равна темпе-

ратуре поверхности контакта)

$$-4i\pi R_1^2 \frac{\partial U}{\partial r} \Big|_{r=R_1} - M_1 C_1 \frac{\partial U}{\partial t} \Big|_{r=R_1} - Q_1(t) = 0. \quad (3)$$

Здесь $a = \frac{\lambda}{\rho c}$ — коэффициент температуропроводности тела,

λ — коэффициент теплопроводности, ρ — плотность, c — коэффициент теплоемкости, $w(r, t)$ — интенсивность тепловыделения в сферической оболочке, $h(t)$ — коэффициент теплообмена, $S(t)$ — температура окружающей среды, M_1 , c_1 , $Q_1(t)$ — соответственно масса жидкости, ее удельная теплоемкость и количество выделяемого в жидкость тепла.

Относительно функций $h(t)$, $S(t)$ и $Q_1(t)$ предполагаем, что они имеют ограниченную вариацию в интервале $(0, \theta)$, а $w(r, t)$ — в области $(R_1 < r < R_2, 0 < t < \theta)$, где θ — период изменения функции $U(r, t)$, и что $h(t)$ — неотрицательна.

Применяя к функции $U(r, t)$ конечное комплексное преобразование Фурье по времени t , для изображения функции $U(r, t)$ получим следующее дифференциальное уравнение

$$F_k''(r) + \frac{2}{r} F_k'(r) + \frac{i\gamma_k}{a} F_k(r) = -\frac{1}{i} w_k(r), \quad (4)$$

где

$$F_k(r) = \int_0^\theta U(r, t) e^{i\gamma_k t} dt; \quad w_k(r) = \int_0^\theta w(r, t) e^{i\gamma_k t} dt; \quad \gamma_k = \frac{2k\pi}{\theta}.$$

Решая уравнение (4) и удовлетворяя условию (3), будем иметь

$$F_k(r) = \frac{1}{r^{\nu_k}(R_2)} \left\{ w_k(r) \left[N_k + \frac{1}{i\nu_k} \int_r^{R_2} r_1 w_k(r_1) \operatorname{sh}^{\nu_k}(R_2 - r_1) dr_1 \right] + \right. \\ \left. + \operatorname{sh}^{\nu_k}(R_2 - r) \left[\frac{1}{i\nu_k} \int_{R_1}^r r_1 w_k(r_1) \cdot k(r_1) dr_1 - R_1 \int_0^\theta Q_1(t) e^{i\gamma_k t} dt \right] \right\}; \quad (5)$$

$$F_k(r) = \frac{1}{iR_2} \left\{ iN_0 + \int_r^{R_2} w_0(r_1) r_1 (R_2 - r_1) dr_1 + \left(\frac{R_2}{r} - 1 \right) \left(\int_{R_1}^r w_0(r_1) r_1^2 dr_1 + \right. \right. \\ \left. \left. + \frac{1}{4\pi} \int_0^\theta Q_1(t) dt \right) \right\}.$$

Здесь

$$\nu_k = \sqrt{-\frac{i\gamma_k}{a}}; \quad N_k(r) = (i\gamma_k M_1 C_1 - 4i\pi R_1) \operatorname{sh}^{\nu_k}(r - R_1) - 4i\pi R_1^2 \nu_k \operatorname{ch}^{\nu_k}(r - R_1). \quad (6)$$

Согласно формуле обращения (15), переход от изображения к оригиналу осуществляется рядом

$$U(r, t) = \frac{1}{\theta} \sum_{k=-\infty}^{\infty} F_k(r) e^{-i\gamma_k t}. \quad (7)$$

Применяя далее к условию (2) конечное комплексное преобразование Фурье, получаем, пользуясь формулой обращения (7), следующую бесконечную систему линейных алгебраических уравнений

$$N_k = \frac{1}{\Phi_k} \left[-\gamma_k (R_2) \sum_{j=-\infty}^{\infty} C_{k-j} N_j + \Psi_k \right]; \quad N_0 = \frac{1}{h^*} \left(-\sum_{j=-\infty}^{\infty} C_{-j} N_j + \Psi_0 \right). \quad (8)$$

Здесь обозначено

$$\Phi_k = p_k [i\gamma_k M_1 c_1 - 4i\pi R_1 (1 + \nu R_1)] \operatorname{ch} \gamma_k (R_2 - R_1) + \left[\nu (i\gamma_k M_1 c_1 - 4i\pi R_1) + \frac{4i\gamma_k \nu \pi R_1^2}{a} \right] \operatorname{sh} \gamma_k (R_2 - R_1); \quad C_k = \frac{1}{\theta} \int_0^{\theta} [h(t) - h^*] e^{i\gamma_k t} dt; \quad h^* = \frac{1}{\theta} \int_0^{\theta} h(t) dt; \quad (9)$$

$$\Psi_k = \frac{1}{\lambda} \int_{R_1}^{R_2} r \omega_k(r) \gamma_k(r) dr + \int_0^{\theta} [R_2 \gamma_k (R_2) h(t) S(t) - \nu_k R_1 Q_1(t)] e^{i\gamma_k t} dt;$$

$$\Psi_0 = \frac{1}{\nu R_2} \int_0^{\theta} \left[\int_{R_1}^{R_2} \omega(r, t) r^2 dr + \nu R_2^2 h(t) S(t) + \frac{Q_1(t)}{4\pi} \right] dt; \quad \nu = h^* - \frac{1}{R_2}.$$

Преобразуем полученную систему (9), отделив действительную и мнимую составляющие. Представляя

$$N_k = (n_k + im_k) k^{-5/4} \quad (k \geq 1); \quad N_0 = n_0, \quad (10)$$

для определения новых неизвестных n_k и m_k приходим к следующим соотношениям:

$$n_k = -\frac{k^{5/4}}{G_k} \left\{ A_k(R_2) \left[d_k n_0 + \sum_{j=1}^{\infty} j^{-5/4} ((d_{k-j} + d_{k+j}) n_j - (b_{k-j} - b_{k+j}) m_j) \right] - B_k(R_2) \left[b_k n_0 + \sum_{j=1}^{\infty} j^{-5/4} ((b_{k-j} + b_{k+j}) n_j + (d_{k-j} - d_{k+j}) m_j) \right] \right\} + q_k; \quad (11)$$

$$m_k = -\frac{k^{5/4}}{G_k} \left\{ A_k(R_2) \left[b_k n_0 + \sum_{j=1}^{\infty} j^{-5/4} ((b_{k-j} + b_{k+j}) n_j + (d_{k-j} - d_{k+j}) m_j) \right] + B_k(R_2) \left[d_k n_0 + \sum_{j=1}^{\infty} j^{-5/4} ((d_{k-j} + d_{k+j}) n_j - (b_{k-j} - b_{k+j}) m_j) \right] \right\} + p_k;$$

$$n_0 = \frac{1}{h^*} \left[-2 \sum_{j=1}^{\infty} j^{-5/4} (d_j n_j + b_j m_j) + \Psi_0 \right].$$

Здесь введены следующие обозначения:

$$G_k = \frac{\gamma_k^2}{a} [\gamma_k^2 M_1^2 c_1^2 + 16 \nu^2 \pi^2 R_1^2 (1 + \nu R_1)^2] \gamma_{ik}^{(0)}(R_2) + \left[\gamma_{ik}^2 \left(\nu M_1 c_1 + \frac{4\nu}{a} \pi R_1^2 \right)^2 + \right.$$

$$+ 16 \lambda^2 \pi^2 R_1^2 \left| \gamma_k^{(1)}(R_2) + 2\delta_k \left[\gamma_k^{(2)} M_1^2 c_1^2 + 16 \lambda^2 \pi^2 R_1^2 (1 + \nu R_2) \right] + \right.$$

$$+ \frac{4\lambda}{a} \pi R_1^2 \gamma_k^2 M_1 c_1 \left| \gamma_k^{(0)}(2R_1 - R_2) + 8\lambda \pi R_1^2 \gamma_k \delta_k \left[M_1 c_1^2 + \frac{4\lambda}{a} \pi R_1 (1 + \right. \right.$$

$$\left. \left. + \nu R_1) \gamma_k^{(1)}(2R_1 - R_2) \right] \right|; \quad b_k = \frac{1}{\theta} \int_0^{\theta} |h(t) - h^*| \sin \gamma_k t dt;$$

$$d_k = \frac{1}{\theta} \int_0^{\theta} |h(t) - h^*| \cos \gamma_k t dt;$$

$$A_k(r) = (\gamma_k^2 M_1^2 c_1^2 + 16 \lambda^2 \pi^2 R_1^2) [\delta_k (\gamma_k^{(1)}(r) - \psi_k^{(1)}(r)) + \nu \gamma_k^{(1)}(r)] +$$

$$+ 4\lambda \pi R_1^2 \gamma_k M_1 c_1 \left[\frac{\gamma_k}{a} (\gamma_k^{(1)}(r) - \xi_k^{(0)}(r)) - 2\delta_k \gamma_k^{(1)}(2R_1 - r) \right] + 16 \lambda^2 \pi^2 R_1^2 [(\xi_k^{(0)}(r) -$$

$$- \psi_k^{(0)}(r)) \frac{\gamma_k \delta_k R_1}{a} + (1 + \nu R_1) \frac{\gamma_k}{a} \gamma_k^{(0)}(r) - \frac{\gamma_k}{a} \xi_k^{(1)}(r) + 2\nu \delta_k \gamma_k^{(0)}(2R_1 - r)];$$

$$B_k(r) = (\gamma_k^2 M_1^2 c_1^2 + 16 \lambda^2 \pi^2 R_1^2) [\delta_k (\gamma_k^{(1)}(r) + \psi_k^{(1)}(r)) + \nu \xi_k^{(1)}(r)] +$$

$$+ 4\lambda \pi R_1^2 \gamma_k M_1 c_1 \left[\frac{\gamma_k}{a} (\gamma_k^{(0)}(r) + \xi_k^{(1)}(r)) + 2\delta_k \nu \xi_k^{(0)}(r) \right] + 16 \lambda^2 \pi^2 R_1^2 [(\xi_k^{(0)}(r) +$$

$$+ \psi_k^{(0)}(r)) \frac{\gamma_k \delta_k R_1}{a} + \frac{\gamma_k}{a} (1 + \nu R_1) \xi_k^{(0)}(r) + \frac{\gamma_k}{a} \gamma_k^{(1)}(r) + 2\delta_k \nu \xi_k^{(1)}(r)];$$

$$\delta_k = \sqrt{\frac{\gamma_k}{2a}}; \quad (12)$$

$$q_k = \frac{k^{34}}{G_k} \int_0^{\theta} \left\{ R_2 h(t) S(t) [A_k(R_2) \cos \gamma_k t - B_k(R_2) \sin \gamma_k t] - \delta_k R_1 Q_1(t) (\delta_k \cos \gamma_k t + \right.$$

$$\left. + D_k \sin \gamma_k t) + \frac{1}{\lambda} \int_{R_1}^{R_2} r w(r, t) [A_k(r) \cos \gamma_k t - B_k(r) \sin \gamma_k t] dr \right\} dt;$$

$$p_k = \frac{k^{34}}{G_k} \int_0^{\theta} \left\{ R_2 h(t) S(t) [B_k(R_2) \cos \gamma_k t + A_k(R_2) \sin \gamma_k t] + \delta_k R_1 Q_1(t) (D_k \cos \gamma_k t - \right.$$

$$\left. - E_k \sin \gamma_k t) + \frac{1}{\lambda} \int_{R_1}^{R_2} r w(r, t) [A_k(r) \sin \gamma_k t + B_k(r) \cos \gamma_k t] dr \right\} dt;$$

$$D_k = 2\gamma_k M_1 c_1 |\delta_k \gamma_k^{(0)}(R_1) + \nu z_k^{(0)}(R_1)| + 8\gamma_k R_1^2 \left| \frac{\gamma_k}{a} z_k^{(0)}(R_1) + \delta_k \nu \xi_k^{(0)}(R_2) \right| + \\ + 8\gamma_k R_1 |\delta_k \xi_k^{(0)}(R_1) + \nu z_k^{(0)}(R_1)|;$$

$$E_k = 2\gamma_k M_1 c_1 |\delta_k \xi_k^{(0)}(R_1) + \nu z_k^{(0)}(R_1)| + 8\gamma_k R_1^2 \left| \frac{\gamma_k}{a} z_k^{(0)}(R_1) - \delta_k \nu \gamma_k^{(0)}(R_1) \right| - \\ - 8\gamma_k R_1 |\delta_k \gamma_k^{(0)}(R_1) + \nu z_k^{(0)}(R_1)|;$$

$$\gamma_k^{(1)}(r) = \text{ch} \delta_k (r + R_2 - 2R_1) \cos \delta_k (R_2 - r) + (-1)^l \text{ch} \delta_k (R_2 - r) \cos \delta_k (r + R_2 - 2R_1);$$

$$\xi_k^{(1)}(r) = \text{sh} \delta_k (r + R_2 - 2R_1) \sin \delta_k (R_2 - r) + (-1)^l \text{sh} \delta_k (R_2 - r) \sin \delta_k (r + R_2 - 2R_1);$$

$$\nu_k^{(1)}(r) = \text{ch} \delta_k (r + R_2 - 2R_1) \sin \delta_k (R_2 - r) + (-1)^l \text{ch} \delta_k (R_2 - r) \sin \delta_k (r + R_2 - 2R_1);$$

$$\varepsilon_k^{(1)}(r) = \text{sh} \delta_k (r + R_2 - 2R_1) \cos \delta_k (R_2 - r) + (-1)^l \text{sh} \delta_k (R_2 - r) \cos \delta_k (r + R_2 - 2R_1);$$

$$z_k^{(1)}(r) = \text{ch} \delta_k (r + R_2 - 2R_1) \sin \delta_k (R_2 - r) + (-1)^l \text{sh} \delta_k (R_2 - r) \cos \delta_k (r + R_2 - 2R_1).$$

Таким образом, для определения n_k и m_k получили бесконечные системы линейных алгебраических уравнений (11). Для исследования этих систем оценим вначале сумму модулей коэффициентов при неизвестных в каждом из уравнений (11). Учитывая предположенную выше ограниченность вариации коэффициента теплообмена $h(t)$ в интервале $(0, \theta)$ и пользуясь оценкой коэффициентов Фурье функций с ограниченной вариацией⁽¹⁶⁾, для суммы модулей коэффициентов k -го уравнения первой из систем (11) после упрощений будем иметь

$$\sigma_k < \frac{4H(|A_k(R_2)| + |B_k(R_2)|)}{\pi G_k} \left(5k^{1/4} + \ln \frac{k}{25} \right) \quad (13)$$

и начиная от $k > \frac{\pi a \theta}{8(R_2 - R_1)^2}$,

$$\sigma_k < \frac{8H\pi^{-1}}{\sqrt{a^2 k + r^2}} \left(5k^{1/4} + \ln \frac{k}{25} \right) < \frac{48\sqrt{2a}H}{\pi\sqrt{\gamma_k + 2a\gamma^2}} k^{1/4} < \frac{48\sqrt{a\theta}H}{\pi\sqrt{\pi}} k^{-1/4}. \quad (14)$$

Здесь через H обозначена полная вариация $h(t)$ в $(0, \theta)$. Аналогичную оценку получаем и для второй из систем (11). Из (14) усматриваем, что σ_k с возрастанием k стремится к нулю с быстротой $O(k^{-1/4})$ и, начиная от $k > \Omega^4$, где $\Omega = \frac{48\sqrt{a\theta}H}{\pi\sqrt{\pi}}$, становится меньше

1. Далее, принимая во внимание ограниченность вариации функций $S(t)$, $\omega(r, t)$ и $Q_1(t)$, из (12) получаем, что свободные члены q_k и r_k систем (11), будучи ограниченными в своей совокупности, также стремятся к нулю с быстротой $O(k^{-1/4})$. Из теории бесконечных систем⁽¹⁷⁾ следует ограниченность решения систем (11) и сходимость процесса последовательных приближений.

В заключение заметим, что при конкретном задании коэффициента теплообмена $h(t)$, а также функций $S(t)$, $\omega(r, t)$ и $Q_1(t)$, преобра-

зованием неизвестных n_k и m_k можно значительно усилить быстроту коэффициентов, определяемых из бесконечных систем (¹), что позволяет существенно уменьшить число операций, необходимых для получения заданной точности решения.

Институт математики
Академии наук Армянской ССР

Ի. Ս. ՄԻՆԱՍՅԱՆ

Պյուրին խառնվող հեղուկով լցված սնամեջ գնդում ջերմության տարածման մի խնդրի մասին

Հողվածում դիտարկվում է դյուրին խառնվող հեղուկով լցված սնամեջ գնդում ջերմության շառավղային պարբերական տարածման խնդիրը՝ գնդի արտաքին մակերևույթին շրջապատող միջավայրի հետ ջերմափոխանակության անկայության դեպքում, երբ ջերմափոխանակության գործակիցը և շրջապատող միջավայրի ջերմությունը պարբերաբար փոփոխվում են ըստ ժամանակի: Ինթադրվում է, որ սնամեջ գնդում և հեղուկում գործում են պարբերաբար փոփոխվող ջերմության աղբյուրներ:

Խնդրի լուծումը տրվում է արագ զուգամիտող շարքով՝ ըստ եռանկյունաչափական և ցուցչային ֆունկցիաների, որի գործակիցները որոշվում են գծային հանրահաշվական անվերջ սիստեմներից: Լկացուցվում է այդ սիստեմների լուծման սահմանափակությունը և հաջորդական մոտավորությունների զուգամիտությունը:

ЛИТЕРАТУРА — ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

- ¹ А. Н. Гордов, ПММ, т. 19, № 2 (1955). ² К. А. Киселев, А. И. Лазарев, Ж. техн. физ., т. 30, № 6 (1960). ³ М. А. Качанов, Ю. Л. Розеншток, ПМТФ, № 3, 1962. ⁴ И. М. Приходько, ИВУЗ, «Авиационная техника», № 3, 1963. ⁵ В. В. Иланов, В. В. Саломатов, ИФЖ, т. 9, № 1, 1965. ⁶ М. М. Сидляр, Прикл. мех., т. 1, № 7 (1965). ⁷ Ю. В. Видин, ИФЖ, т. 11, № 2 (1966). ⁸ Р. С. Минасян, ДАН Арм. ССР, т. 48, № 1 (1969). ⁹ Р. С. Минасян, ИФЖ, т. 17, № 5 (1969). ¹⁰ В. Н. Козлов, ИФЖ, т. 20, № 5 (1971). ¹¹ Д. Б. Сполдинг, сб. Современные проблемы теплообмена, изд. «Энергия», 1966. ¹² Б. С. Петухов, В. Н. Майдалик, Г. А. Новикова, ТВТ, т. 9, № 2 (1971). ¹³ А. В. Лыков, Теория теплопроводности, изд. Высш. шк., 1967. ¹⁴ Г. Карслоу, Д. Еггер, Теплопроводность твердых тел, изд. «Наука», 1964. ¹⁵ К. Дж. Трантер, Интегральные преобразования в математической физике, Гостехиздат, 1956. ¹⁶ А. Зигмунд, Тригонометрические ряды, т. 1, изд. «Мир», 1965. ¹⁷ Л. В. Канторович, В. Н. Крылов, Приближенные методы высшего анализа, Физматгиз, 1962. ¹⁸ Р. С. Минасян, сб. «Тепло—и массоперенос», т. 8, изд. «Наука и техника», Минск, 1968.

УДК 532.135

МЕХАНИКА

Г. Б. Вермишян, Б. А. Мелтоян

Распределение температуры в полуплоскости из вязко-упругого материала при вибрации жесткого штампа на границе

(Представлено чл.-корр. АН Армянской ССР О. М. Сапонджяном 29/VI 1976)

Рассматривается определение температуры в полуплоскости из вязко-упругого материала, когда на часть границы действует распределенная нагрузка, меняющаяся по гармоническому закону, амплитуда интенсивности которой постоянна. Кроме того, рассмотрен случай, когда на часть границы приложен жесткий штамп, на который действует вибрационная нагрузка с постоянной амплитудой, а остальная часть свободна от внешних нагрузок. Температура на границе полуплоскости, для случая распределенной нагрузки, принимается неизменной и равной температуре окружающей среды, а при действии жесткого штампа, участок границы полуплоскости, где приложен штамп, считается теплоизолированным, а вне штампа имеет место свободная теплоотдача в окружающую среду.

1. Пусть на границе полуплоскости $y=0$, $x \geq 0$ из вязко-упругого материала действует распределенная нагрузка, меняющаяся по гармоническому закону, амплитуда интенсивности которой равна P_0 . Задача решена при условии, что температура на границе полуплоскости равна температуре окружающей среды.

Будем полагать, что составляющая комплексной податливости $J'(T, \omega)$ мала по сравнению с $J''(T, \omega)$.

Таким образом, для определения напряженного состояния можно воспользоваться решением упругой задачи (1).

В этом случае компоненты напряжения будут:

$$\varepsilon_x = \varepsilon_x^0 \cos \omega t, \quad \varepsilon_y = \varepsilon_y^0 \cos \omega t, \quad \tau_{xy} = \tau_{xy}^0 \cos \omega t, \quad (1.1)$$

где ε_x^0 , ε_y^0 и τ_{xy}^0 — компоненты напряжения упругой задачи (1).

Используя формулы связывающей компоненты деформации и напряжение, вводя комплексную податливость (2) и учитывая (1.1), получаем выражение для компонентов деформации.

Работа, совершаемая при вязко-упругой деформации, равна:

$$W = \tau J''(T, \omega) [(\varepsilon_x^0)^2 - 2\nu \varepsilon_x^0 \varepsilon_y^0 + (\varepsilon_y^0)^2 + 2(1+\nu)(\tau_{xy}^0)^2]. \quad (1.2)$$

Интенсивность выделения тепла, за один цикл при деформации вязко-упругого тела, будет:

$$q = \frac{\omega k}{2\pi} W, \quad (1.3)$$

Здесь k — величина, обратная механическому эквиваленту тепла, ν — коэффициент, равный доле механической работы, переходящей в тепло. С целью установления максимального нагрева будем полагать этот коэффициент постоянным и равным единице.

Для стационарного случая уравнение теплопроводности принимает следующий вид:

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + f(x, y) T(T, \omega) = \alpha(T - T_0), \quad (1.4)$$

где

$$f(x, y) = \mu \left[2(1-\nu) \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{\pi} \operatorname{arctg} \frac{y}{x} \right)^2 + \frac{2(1-\nu)}{\pi^2} \frac{x^2}{x^2 + y^2} \right],$$

$$\mu = \frac{\omega k \rho_0^2}{2a_1 c_1} \quad (1.5)$$

a_1 — коэффициент температуропроводности, α — коэффициент теплопередачи, c_1 — теплоемкость.

Граничные условия для температуры $T(x, y)$ таковы:

$$T = T_0 \quad \text{при} \quad y = 0 \quad (1.6)$$

т. е. температура на границе полуплоскости равна температуре окружающей среды.

Кроме того, предполагается, что температура на бесконечности ограничена.

Принимая допущения, принятые в работе (1), и вводя новую неизвестную функцию

$$(T - T_0)/T_0 = u \quad (1.7)$$

уравнение (1.6) принимает вид

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} - \beta^2 u = -\frac{C}{A^2} u f(x, y) - \frac{(B + CT_0)}{A^2 T_0} f(x, y), \quad \beta = \sqrt{\alpha} \quad (1.8)$$

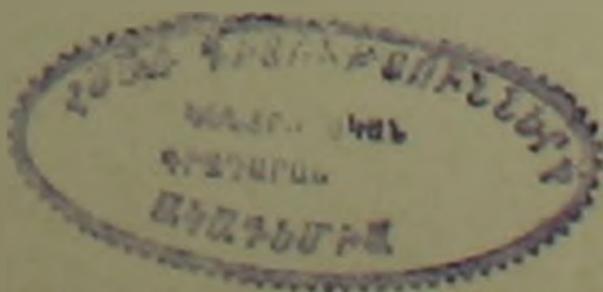
где A , B и C физические постоянные, $f(x, y)$ дается по формуле (1.7).

Граничное условие (1.6) преобразуется к виду:

$$u = 0 \quad \text{при} \quad y = 0 \quad (1.9)$$

$u(x, y)$ — ограничена при $(x^2 + y^2)^{1/2} \rightarrow \infty$.

Решения уравнения (1.8) при граничном условии (1.9) можно свести к решению интегрального уравнения Фредголма второго рода, которое после перехода в полярную систему координат имеет вид:



$$u(\rho_0, \vartheta_0) = \Phi(\rho_0, \vartheta_0) + \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \int_0^{\infty} K^*(\rho_0, \vartheta_0; \rho, \vartheta) u(\rho, \vartheta) \rho d\rho d\vartheta, \quad (1.10)$$

где

$$K^*(\rho_0, \vartheta_0; \rho, \vartheta) = \frac{C}{A^2} f(\rho, \vartheta) G^*(\rho_0, \vartheta_0; \rho, \vartheta), \quad (1.11)$$

$$\Phi(\rho_0, \vartheta_0) = \frac{(B + CT_0)}{A^2 T_0} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \int_0^{\infty} f(\rho, \vartheta) G^*(\rho_0, \vartheta_0; \rho, \vartheta) \rho d\rho d\vartheta. \quad (1.12)$$

$G^*(\rho_0, \vartheta_0; \rho, \vartheta)$ функция Грина уравнения (1.8) для полуплоскости, которая удовлетворяет условию излучения на бесконечности (4).

Используя теорему сложения для цилиндрических функций (5), $G^*(\rho_0, \vartheta_0; \rho, \vartheta)$ — можно представить в виде

$$G^*(\rho_0, \vartheta_0; \rho, \vartheta) = \frac{2}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} W'_n(\rho_0, \rho) \cdot \sin \left[n \left(\frac{\pi}{2} - \vartheta_0 \right) \right] \cdot \sin \left[n \left(\vartheta - \frac{\pi}{2} \right) \right] \quad (1.13)$$

$$\begin{aligned} W_n(\rho_0, \rho) &= I_n(i\rho) K_n(i\rho_0), \quad \rho < \rho_0 \\ &= I_n(i\rho_0) K_n(i\rho), \quad \rho > \rho_0 \end{aligned} \quad (1.14)$$

где $I_n(z)$ — функция Бесселя мнимого аргумента, а $K_n(z)$ — функция Макдональда.

Для решения интегрального уравнения (1.10), заменим его ядро выраженным. Разложим ядро в двойной ряд Фурье по ортонормированным системам функций.

$$\left\{ \varphi_k(\rho_0, \vartheta_0) = \sqrt{\frac{4k}{\pi}} e^{-k\rho_0} \sin k \left(\frac{\pi}{2} - \vartheta_0 \right), \quad \varphi_m(\rho, \vartheta) = \sqrt{\frac{4m}{\pi}} e^{-m\rho} \sin m \left(\frac{\pi}{2} - \vartheta \right) \right\} \quad (1.15)$$

Решение интегрального уравнения (1.12) имеет следующую форму (2):

$$u(\rho_0, \vartheta_0) = \Phi(\rho_0, \vartheta_0) + \frac{2}{V\pi} \sum_{k=1}^N \sqrt{k} Y_k e^{-k\rho_0} \sin k \left(\frac{\pi}{2} - \vartheta_0 \right), \quad (1.16)$$

$$Y_k = \sum_{m=1}^N X_m A_{km}^*, \quad (1.17)$$

где

$$A_{km}^* = \frac{32\pi C(1-\nu)(mk)^{3/2}}{\pi^2 A^2 (m^2 - k^2)^2} \int_0^{\infty} \left| \int_0^{\infty} W_m(\rho_0, \rho) e^{-k\rho} \rho d\rho \right| e^{-m\rho_0} d\rho_0 \quad m \neq k \quad (1.18)$$

$$= \frac{4k\rho C(1-\nu)}{\pi A^2} \left(\frac{\pi}{12} + \frac{1}{2\pi k^2} \right) \int_0^{\infty} \left| \int_0^{\infty} W_k(\rho_0, \rho) e^{-k\rho} \rho d\rho \right| e^{-k\rho_0} d\rho_0, \quad m = k$$

$$\Phi(\varrho_0, \vartheta_0) = \frac{2\mu(B+CT_0)}{\pi A^2 T_0} \sum_{n=1}^{\infty} b_n \sin \left| n \left(\frac{\pi}{2} - \vartheta_0 \right) \right| \int_0^{\infty} W_n(\varrho_0, \varrho) \varrho d\varrho, \quad (1.19)$$

$$b_{2p} = \frac{\nu-1}{2p}, \quad b_{2p-1} = \frac{\nu-1}{2p-1} + \frac{2}{\pi^2(2p-1)} \left[\frac{(1-\nu)}{(2p-1)^2} - \frac{(1-\nu)(2p-1)^2-2}{(2p-1)^2-4} \right]$$

Постоянные X_m определяются из линейных систем алгебраических уравнений

$$X_m - \sum_{k=1}^N A_{mk}^* X_k = \Phi_m \quad (m=1, 2, \dots, N), \quad (1.21)$$

где

$$\Phi_m = \frac{4b_m \sqrt{m} \mu C}{\sqrt{\pi} A^2} \int_0^{\infty} \left\{ \int_0^{\infty} W_m(\varrho_0, \varrho) \varrho d\varrho \right\} e^{-m\varrho_0} d\varrho_0. \quad (1.22)$$

Учитывая (1.7) из (1.16) получаем решение задачи.

2. Рассмотрим случай, когда нагружен участок $-a \leq x \leq a$, границы полуплоскости $y=0$.

Компоненты напряжения даются формулами (1.1)

где

$$\begin{aligned} \sigma_x^0 &= -\frac{P_0}{\pi} \left[\operatorname{arctg} \frac{a+x}{y} + \operatorname{arctg} \frac{a-x}{y} + \frac{2ay(y^2-x^2+a^2)}{(x^2+y^2+a^2)^2-4a^2x^2} \right], \\ \sigma_y^0 &= -\frac{P_0}{\pi} \left[\operatorname{arctg} \frac{a+x}{y} + \operatorname{arctg} \frac{a-x}{y} - \frac{2ay(y^2-x^2+a^2)}{(x^2+y^2+a^2)^2-4a^2x^2} \right], \\ \tau_{xy}^0 &= -\frac{P_0}{\pi} \frac{4axy^2}{(x^2+y^2+a^2)^2-4a^2x^2}. \end{aligned} \quad (2.1)$$

Уравнение теплопроводности имеет вид (1.6), лишь с той разницей, что в этом случае функция $f(x, y)$ дается в виде:

$$f(x, y) = \frac{2\mu}{\pi^2} \left[(1-\nu) \left(\operatorname{arctg} \frac{a+x}{y} + \operatorname{arctg} \frac{a-x}{y} \right)^2 + \frac{4(1+\nu)a^2y^2}{(x^2+y^2+a^2)^2-4a^2x^2} \right]. \quad (2.2)$$

Решение рассмотренного случая ищется методом, излагаемым в 1.

3. Рассмотрим деформацию полуплоскости из вязко-упругого материала, когда на границе приложен жесткий штамп, на который действует вибрационная нагрузка с постоянной амплитудой, равной P_0 . Основание штампа имеет вид дуги окружности радиуса R , симметрично расположенной относительно оси ou . Будем считать R весьма большим, тогда дугу окружности можно заменить дугой параболы $f_0(x) = x^2/2R$, имеющей ту же кривизну в вершине.

Для того чтобы вдавить штамп до полного соприкосновения с

отрезками границы полуплоскости шириной равной $2a$ (отрезок границы $-a \leq x \leq a$) необходимо, чтобы амплитуда P_0 и полуширина отрезка a были связаны соотношением (6)

$$a = \sqrt{\frac{4RP_0(1-\nu^2)}{\pi E}}. \quad (3.1)$$

Остальная часть границы свободна от внешних нагрузок.

Произведем оценку температуры для этого случая, несколько изменив условия теплоотдачи, имея в виду, что полуплоскость более интенсивно нагревается под штампом. При приведенных ниже предположениях мы получим верхнюю оценку для этой температуры.

Будем полагать, что под штампом имеется теплоизоляция, а на остальной части границы происходит свободная теплоотдача по направлению нормали к полуплоскости.

Предполагается, что интенсивность выделения тепла не зависит от текущих координат и равна своему максимальному значению, которое принимает в начале координат.

При изложенных допущениях можно полагать, что температура зависит только от r т. е. от расстояния переменной точки до начала координат.

При таких предположениях, для стационарного случая уравнение теплопроводности принимает следующий вид:

$$\frac{d^2 T_1}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{dT_1}{dr} + 2HJ'(T_1, \omega) = 0, \quad 0 \leq r < a \quad (3.2)$$

$$\frac{d^2 T_2}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{dT_2}{dr} - \alpha(T_2 - T_0) + 2HJ'(T_1, \omega) = 0, \quad a < r < \infty \quad (3.3)$$

$$H = \frac{g_1 \omega k P_0}{8\pi^2 a_1 c_1 R (1 - \nu^2)}. \quad (3.4)$$

Так как температура под штампом сильно отличается от температуры вне штампа, то для этого в уравнении (3.2) для компонент комплексного модуля воспользуемся экспоненциальной аппроксимацией

$$E'(T_1, \omega) = A_0 e^{-B_1 T_1}, \quad E''(T_1, \omega) = C_0 e^{-D_0 T_1}. \quad (3.5)$$

В уравнении (3.3) воспользуемся линейной аппроксимацией вида

$$E'(T_2, \omega) = A^*, \quad E''(T_2, \omega) = C^* + D^* T_2, \quad (3.6)$$

$$A^* = A_0 e^{-B_1 T_*}, \quad C^* = C_0 e^{D_0 T_*} (1 - D_0 T_*), \quad D^* = C_0 D_0 e^{D_0 T_*}, \quad (3.7)$$

где T_* — температура при $r = a$

Согласно формулам (3.5)–(3.7) уравнения (3.2) и (3.3) преобразуется к виду:

$$\frac{d^2 T_1}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{dT_1}{dr} + \frac{2HC_0}{A_0^2} e^{T_1} = 0, \quad 0 \leq r < a \quad (3.8)$$

$$\frac{d^2 T_2}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{dT_2}{dr} - \gamma(T_2 - T_0) + \frac{2HC_0}{A_0^2} e^{T_2} (1 - D_0 T_2 - D_0 T_2) = 0$$

$$a < r < \infty \quad (3.9)$$

Граничные условия для температуры T_1 и T_2 таковы:

$$T_1 = T_2 = T_0, \quad dT_1/dr = dT_2/dr, \quad \text{при } r = a \quad (3.10)$$

$$T_1/r \rightarrow 0 < \infty, \quad T_2/r \rightarrow \infty < \infty.$$

В работе (1) рассматриваются критические условия теплового взрыва при сложном теплообмене с окружающей средой.

Для стационарного случая уравнение теплопроводности имеет вид:

$$\frac{d^2 T}{dr^2} + \frac{m}{r} \frac{dT}{dr} + \gamma e^T = 0. \quad (3.11)$$

Заметим, что при $m=0$ общий интеграл этого уравнения приведен Д. А. Франк-Каменецким (2), а для $m=1$ общий интеграл найден Н. Лемке (3).

Уравнение (3.11) может не иметь решения. Это обстоятельство означает, что стационарный режим невозможен. Может быть также одно или несколько решений.

В рассматриваемых случаях при $m=1$ оказывается, что полученное уравнение имеет два решения. Одно из них соответствует высокой температуре, при которой невозможно реализовать устойчиво установившийся режим. Решения уравнений (3.8) и (3.9) при граничных условиях (3.10) соответственно имеют вид:

$$T_1 = -\frac{2}{\gamma} \ln \left[\frac{a_0}{2} \left(\frac{r^2}{a^2} e^x + e^{-x} \right) \right], \quad 0 \leq r < a \quad (3.12)$$

$$T_2 = T_0 + \frac{2}{\gamma} (1 + \operatorname{th} x) \frac{K_0(\varepsilon r) - K_0(\varepsilon a)}{\varepsilon a K_1(\varepsilon a)}, \quad a < r < \infty \quad (3.13)$$

$$T_0 = -\frac{2}{\gamma} \ln (a_0 \operatorname{ch} x), \quad a_0 = a \sqrt{\gamma HC_0} / A_0, \quad \gamma = 2B_0 - D_0 \quad (3.14)$$

$$\varepsilon = \sqrt{x} / \sqrt{1+y},$$

где x и y определяются из систем трансцендентных уравнений

$$\frac{2K_0(\varepsilon a)}{\varepsilon a K_1(\varepsilon a)} (1 + \operatorname{th} x) + \frac{\gamma y}{D_0} = (1+y) \ln \frac{y}{\delta_0 (1+y)}, \quad (3.15)$$

$$\operatorname{ch} x = a \sqrt{2D_0(1+y)} / \sqrt{\gamma y}, \quad \delta_0 = 2HC_0 D_0 e^{T_0} / 2A_0^2$$

Проведены вычисления для случая вибрации жесткого штампа. Материал является полиэтиленом.

При вычислении использованы следующие данные (2)

$A_0 = 3,4 \cdot 10^4 \text{ кг/см}^2$, $B_0 = D_0 = 0,01 \text{ град}^{-1}$, $C_0 = 3,87 \cdot 10^{-2} \text{ кг/см}^2$
 $\alpha_1 c_1 = 0,28 \text{ ккал/мчис град}$, $k = 0,00234 \text{ ккал/кгм}$, $\omega = 100 \text{ гц}$, $\nu = 1/3$,
 $T_0 = 20^\circ$, $\lambda = 0,71 \text{ см}^{-2}$, $R = 400, 1000 \text{ см}$. $P_0 = 25, 50, 100 \text{ кг}$.

На основании полученных результатов построены графики.

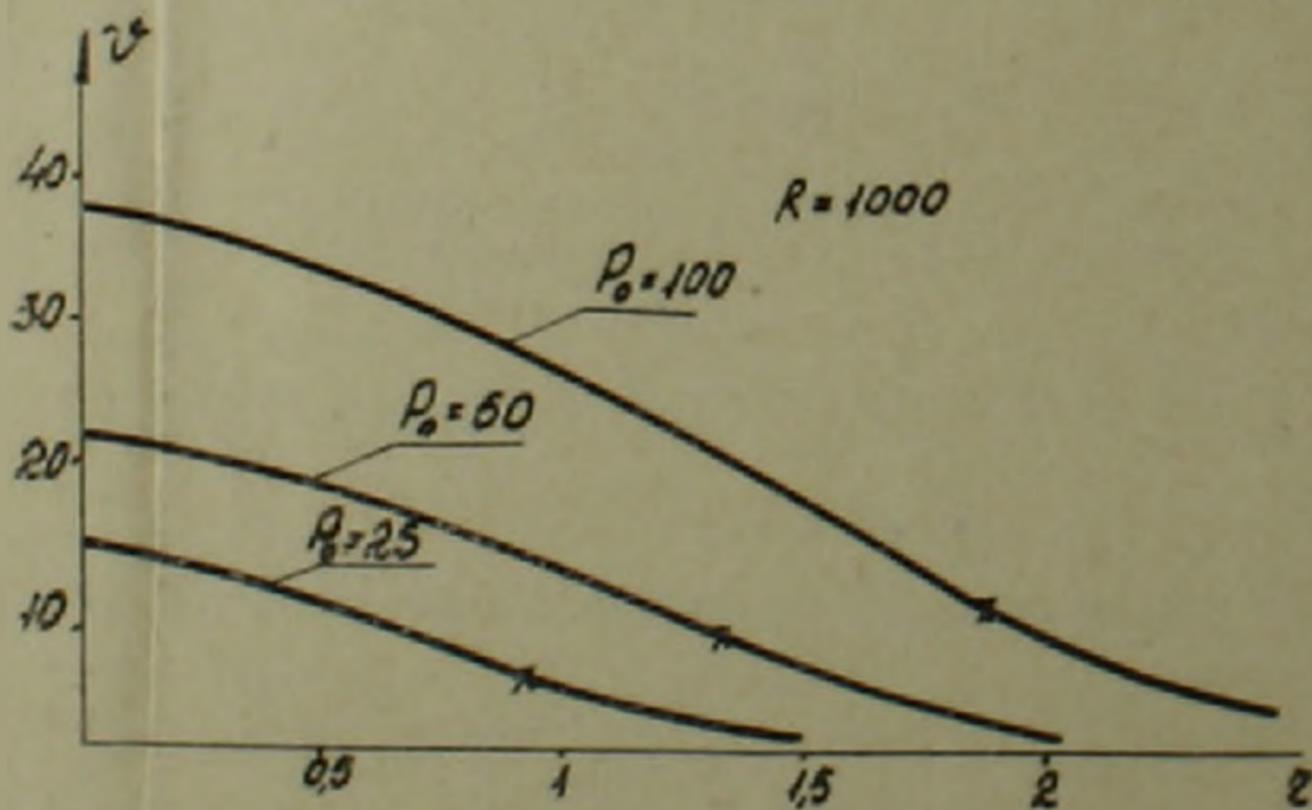
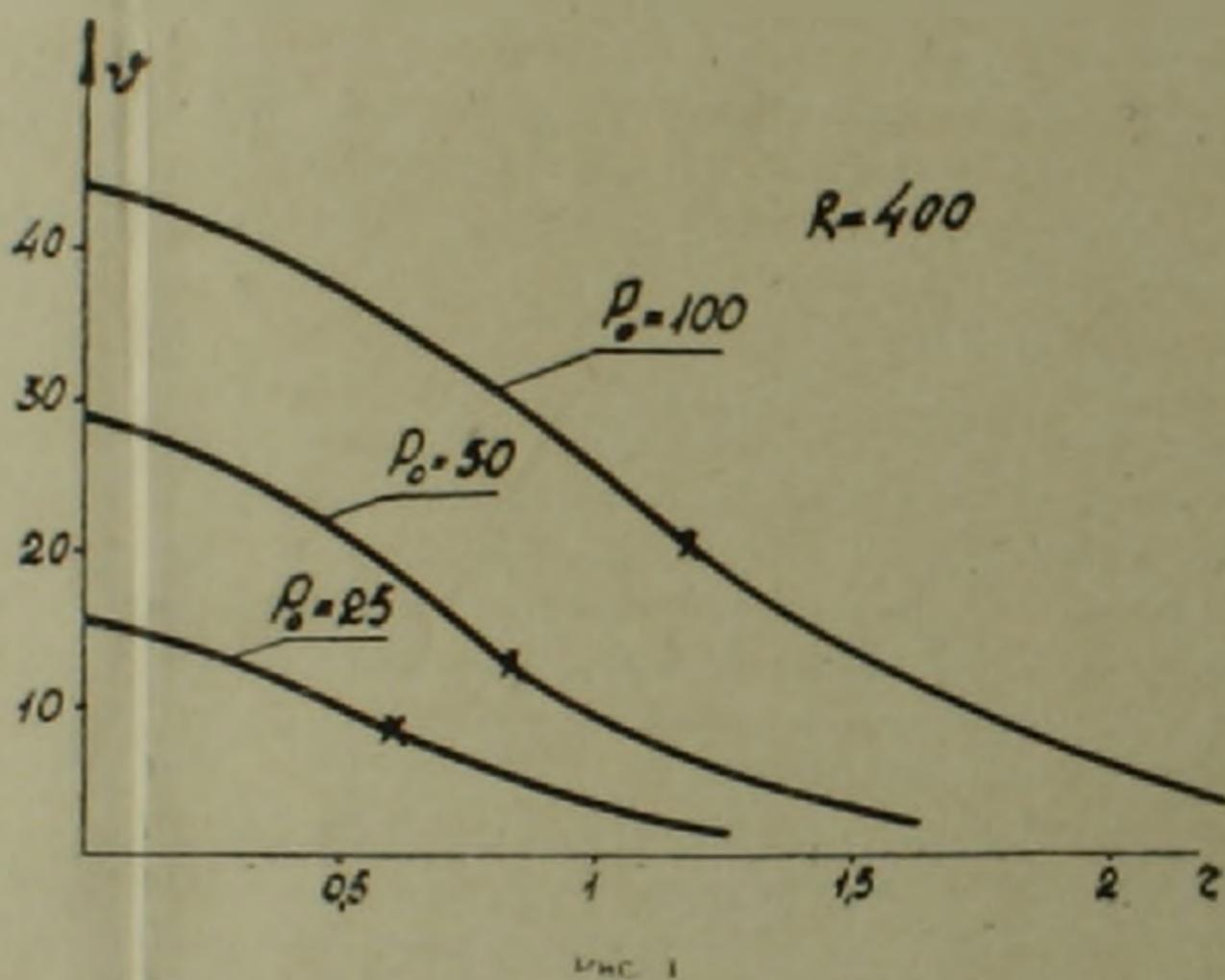


Рис. 2

На рис. 1, 2 показаны графики изменения перепад температуры $\theta = T - T_0$ в зависимости от r при различных значениях R и P_0 .

В таблице приведены значения температуры в начале координат $-T_1(0)$ температуры T_0 при $r=a$ и половины области контакта $-a$ в зависимости от R и P_0 .

R	P_0	a	$T_1(0)$	T_0
400	25	0.5705	36.312	29.121
	50	0.8216	49.066	32.071
	100	1.1619	64.332	41.574
1000	25	0.9186	34.232	25.315
	50	1.3010	42.573	28.133
	100	1.8360	57.411	31.427

Ереванский политехнический институт

Գ. Բ. ՎԵՐՄԻՇՅԱՆ, Ռ. Ա. ՄԵԼՏՈՆՅԱՆ

Եզրին տատանվող կոշտ դրոշմով մածուցիկ-առածգական կիսահարթության մեջ ջերմաստիճանի բաշխումը

Նզրին ազդող հաստատուն ամպլիտուդայով, հարմոնիկ օրենքով փոփոխվող թեղի և եզրին տատանվող կոշտ դրոշմի դեպքում, որոշվում է մածուցիկ-առածգական կիսահարթության ներսում ջերմաստիճանի բաշխումը:

Առաջին դեպքում կիսահարթության եզրը ունի հաստատուն ջերմաստիճան, իսկ երկրորդ դեպքում ընդունվում է դրոշմի տակ կիսահարթության եզրը ջերմամեկուսացված և դրոշմից դուրս եզրը ունի ազատ ջերմափոխանակում շրջապատող միջավայրի հետ:

ЛИТЕРАТУРА — ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

- ¹ Н. Снеддон, Преобразования Фурье, Изд. И. Л. М., 1955. ² Г. Б. Вермишян, «Известия АН Арм. ССР. Механика», № 5, 1975. ³ Л. А. Галин, «Известия АН СССР. Механика», № 6, 1965. ⁴ Г. Н. Положий, Уравнения математической физики, Изд. «Высшая школа», М., 1964. ⁵ Г. Бейтмен, А. Эрдей, Высшие трансцендентные функции. Функция Бесселя, функции параболического цилиндра, Ортогональные многочлены, Изд. «Наука», М., 1966. ⁶ Н. И. Мухелишвили, Некоторые основные задачи математической теории упругости, Изд. «Наука», М., 1966. ⁷ В. В. Бердыкин, А. Г. Мерджанов, ДАН СССР, т. 120, № 6 (1958). ⁸ Д. А. Франк-Каменцкий, Диффузия и теплопередача в химической кинетике, Изд. АН СССР, 1947. ⁹ H. Lemke, Jou. f. Math., 142, 118 (1913).

УДК 539.3

МЕХАНИКА

С. О. Саркисян

О цилиндрическом изгибе пластинки жесткими штампами

(Представлено академиком АН Армянской ССР Н. Х. Арутюняном 24/IX 1976)

Контактным задачам теории пластинок посвящено большое число исследований, достаточно полная библиография которых содержится в работе (1).

Известно (2), что при решении задачи изгиба пластинки гладкими жесткими штампами по теории Кирхгофа, на концах зоны контакта появляются сосредоточенные силы. 1) невозможно приложить на концах пластинки конечные силы и изгибать ее на данную поверхность и 2) чтобы иметь первоначальный контакт пластинки со штампом, надо приложить на штамп конечную силу. Эти противоречия можно устранить, если принимать теорию пластинки, где учитываются деформации поперечного сдвига (3).

Решение задачи в такой постановке показывает, что контактное давление максимально в концах зоны контакта, где в действительности оно должно быть равно нулю (4). И это противоречие устраняется если учесть поперечное обжатие пластинки, как показано в работе (5), а как показывают численные результаты, распределение контактного давления и величины максимальных нормальных напряжений достаточно близки к соответствующим величинам, определяемых по теории упругости (5,6). Учесть поперечное обжатие пластин и оболочек в контактных задачах предложено также в работе (7), в которой интегральное уравнение первого рода для контактного давления с гладкими ядрами, как некорректная задача в такой постановке, превращается в интегральное уравнение второго рода.

В настоящей работе решена задача цилиндрического изгиба пластинки жесткими штампами с учетом поперечных сдвигов, поперечного нормального напряжения и поперечного обжатия по новой итерационной теории С. А. Амбарцумяна (8) и по теории Рейсснера Нагди (9). Задача решается в замкнутом виде. Определяются контактное давление, величина зоны контакта и осадка штампа в зависимости от величины приложенной нагрузки. Решается также задача о плоском

штампе (отметим, что при решении этой задачи по теории Кирхгофа, контактное давление в зоне контакта равно нулю, а на концах оно превращается в сосредоточенную силу и момент, а при решении этой задачи с учетом только поперечных сдвигов получается распределенное контактное давление в зоне контакта и сосредоточенные силы на его концах). Показано, что с учетом поперечного обжатия и поперечных сдвигов эти противоречия устраняются. Приводится числовой пример.

1. Рассмотрим шарнирно опертую пластину толщиной h , длиной $2l$ нагруженную жестким гладким штампом (рис. 1). Штамп имеет цилиндрическую поверхность основания. Предполагаются выполнен-

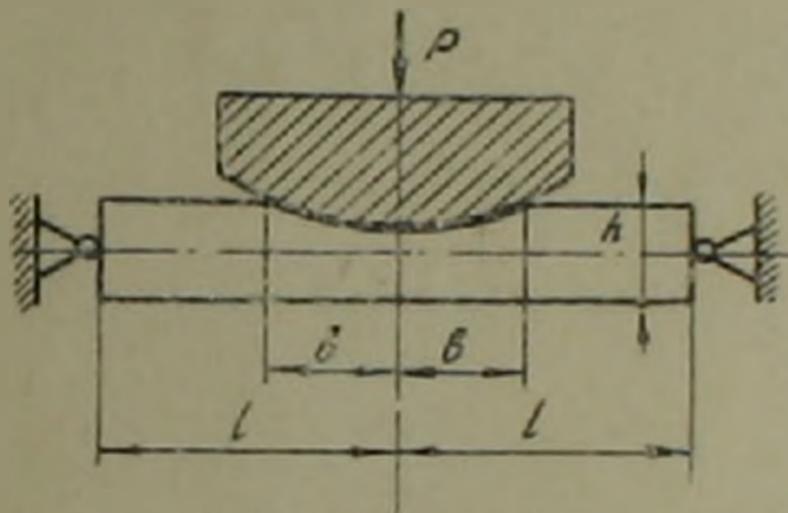


Рис. 1

ными те условия, при которых происходит цилиндрический изгиб пластинки. Предполагается также, что при деформации пластинка и штамп плотно прилегают друг к другу. Влиянием трения между этими двумя телами пренебрегаем. Как исходная теория пластинки берется новая итерационная теория, предложенная С. А. Амбарцумяном (*). В этой теории, построенной методом гипотез, учитываются поперечные сдвиги, поперечные нормальные напряжения и поперечное обжатие пластинки. Согласно этим гипотезам по сути дела приближенно принимаются:

$$\tau_{xz} = \tau_{xz}^0, \quad \tau_{yz} = \tau_{yz}^0, \quad \sigma_z = \sigma_z^0 \quad (1.1)$$

$$e_{xz} = e_{xz}^0, \quad e_{yz} = e_{yz}^0, \quad e_z = e_z^0 \quad (1.2)$$

где с нулями обозначены соответственно поперечные напряжения и деформации пластинки, определяемые по теории Кирхгофа.

В случае цилиндрического изгиба пластинки решая уравнения теории Кирхгофа и интегрируя уравнения равновесия теории упругости, легко получить:

$$\tau_{xz} = \frac{3Q_x^0}{2h} \left(1 - \frac{4z^2}{h^2}\right), \quad \sigma_z^0 = -\frac{3q}{2h} \left(z - \frac{4z^3}{3h^2}\right) - \frac{q}{2} \quad (1.3)$$

$$e_{xz}^0 = \frac{2(1+\nu)}{E} \frac{3Q_x^0}{2h} \left(1 - \frac{4z^2}{h^2}\right), \quad e_z^0 = -\frac{3q}{2Eh} \left(z - \frac{4z^3}{3h^2}\right) - \frac{q}{2E} - \frac{12\nu(1+\nu)}{Eh^3} M_x^0 \cdot z, \quad (1.4)$$

где q — распределенное нормальное давление на верхней поверхности пластинки. После несложных преобразований легко получаются выражения перемещений для точек пластинки, например:

$$\bar{w}(x, y, z) = w(x, y) - \frac{3q}{2Eh} \left(\frac{z^2}{2} - \frac{z^4}{3h^2} \right) - \frac{q}{2E} z - \frac{12\nu(1-\nu)}{Eh^3} M_x^0 \cdot \frac{z^2}{2}, \quad (1.5)$$

где $w(x, y)$ — прогиб срединной плоскости пластинки. Имея значения перемещений можно определить продольную деформацию, напряжение и изгибающий момент, последний определяется выражением:

$$M_x = -D \frac{d^2 w}{dx^2} + \frac{h^2}{5(1-\nu)} \frac{dQ_x^0}{dx} + \frac{13h^4}{4480(1-\nu^2)} \frac{d^2 q}{dx^2} + \frac{\nu(1+\nu)h^2}{40E} \frac{d^2 M_x^0}{dx^2} - \frac{\nu h^2}{10(1-\nu)} q. \quad (1.6)$$

Поставленная контактная задача по теории Кирхгофа имеет следующее решение:

$$M_x^0 = -Dx, \quad Q_x^0 \equiv 0, \quad (1.7)$$

где x — кривизна штампа.

Следовательно из (1.6) для изгибающего момента получается:

$$M_x = -D \frac{d^2 w}{dx^2} + \frac{13h^4}{4480(1-\nu^2)} \frac{d^2 q}{dx^2} + \frac{\nu h^2}{10(1-\nu)} q. \quad (1.8)$$

Дифференциальное уравнение равновесия не отличается от соответствующих уравнений теории Кирхгофа (6):

$$\frac{d^2 M_x}{dx^2} = q. \quad (1.9)$$

Подставляя (1.8) в (1.9) и принимая во внимание условие контакта

$$\bar{w} \left(x, y, \frac{h}{2} \right) = \frac{h}{2} - d + \frac{x^2}{2}, \quad (1.10)$$

где d — жесткое перемещение штампа, получается разрешающее уравнение относительно контактного давления:

$$\frac{d^4 q}{d\xi^4} + A \frac{d^2 q}{d\xi^2} + Bq = 0, \quad -\beta \leq \xi \leq \beta \quad (1.11)$$

$$A = \frac{126\nu(1+\nu)}{37} \left(\frac{l}{h} \right)^2, \quad B = \frac{1260(1-\nu^2)}{37} \left(\frac{l}{h} \right)^4 \quad (1.12)$$

где $\beta = b/l$ — безразмерная величина контакта, а $\xi = x/l$ — безразмерный абсцисс точек пластинки.

Разрешающее уравнение, аналогичное (1.11), можно получить и другими приближенными теориями пластинок, учитывающих поперечные деформации пластинки. В качестве отправной точки воспользуемся, например, известной теорией Рейсснера-Нагди ⁽⁹⁾, где получены уравнения равновесия и зависимости напряжения-деформация для тонкой пластинки с учетом влияния поперечных сдвигов, поперечного нормального напряжения и поперечного обжатия:

$$\frac{dQ_x}{dx} + q = 0, \quad \frac{dM_x}{dx} - Q_x = 0 \quad (1.13)$$

$$\varepsilon + \frac{d(w + cH)}{dx} = b \frac{12}{5} \frac{1+\nu}{Eh} Q_x \quad (1.14)$$

$$\frac{d\varepsilon}{dx} - \frac{1}{D} M_x + \frac{6\nu(1-\nu)}{5Eh} q = 0 \quad (1.15)$$

$$H = \left(\frac{9}{14} - \frac{3\nu^2}{5} \right) \frac{h}{20E} q - \frac{3\nu(1+\nu)}{10Eh} M_x \quad (1.16)$$

$$\bar{w}(x, y, z) = w(x, y) + c \left[z\varpi(x, y) + \frac{z^2}{2} \varpi''(x, y) \right] \quad (1.17)$$

$$\varpi' = \frac{q}{2E}, \quad H = \frac{h^2}{40} \varpi'' \quad (1.18)$$

здесь ε — угол поворота нормального элемента пластинки. Коэффициенты b и c введены для обозначения вкладов членов, связанных соответственно с поперечными деформациями сдвига и нормальными деформациями: при $c=0$ получаются уравнения теории пластинок, учитывающие только поперечные сдвиги ⁽¹⁰⁾, а при $b=c=0$ — уравнения теории Кирхгофа.

Условие контакта имеет прежний вид (1.10). Из системы уравнений (1.1) — (1.8) с учетом (1.10) для контактного давления q легко получается разрешающее дифференциальное уравнение вида (1.11), где коэффициенты A и B теперь следующие:

$$A = \frac{12(1-\nu^2)}{5 \left(\frac{53}{140} - \frac{3\nu^2}{25} \right)} \left(\frac{l}{h} \right)^2, \quad B = \frac{12(1-\nu^2)}{\frac{53}{140} - \frac{3\nu^2}{25}} \left(\frac{l}{h} \right)^2 \quad (1.19)$$

Следует сказать, что для реакции q , по теориям учитывающим только поперечные сдвиги, получается уравнение второго порядка ⁽¹¹⁾, в отличие от этого уравнения (1.11) четвертого порядка.

Линейно — независимые решения уравнения (1.11) будут:

$$\operatorname{ch} m\xi; \operatorname{cos} n\xi; \operatorname{sh} m\xi; \operatorname{cos} n\xi; \operatorname{ch} m\xi; \operatorname{sin} n\xi; \operatorname{sh} m\xi; \operatorname{sin} n\xi,$$

учитывая четность контактного давления относительно ξ , получается:

$$q(\xi) = C_1 \operatorname{ch} m \xi \operatorname{cos} n \xi + C_2 \operatorname{sh} m \xi \operatorname{sin} n \xi \quad (1.20)$$

где

$$2m^2 = \sqrt{B} + \frac{A}{2}, \quad 2n^2 = \sqrt{B} - \frac{A}{2} \quad (1.21)$$

C_1 и C_2 произвольные постоянные, которые определяются из условия равновесия штампа

$$\int_0^{\beta} q(\xi) d\xi = \frac{P}{2l} \quad (1.22)$$

и из условия обращения реакции в нуль на концах зоны контакта. При этих условиях из (1.20) получается выражение контактного давления между штампом и пластинкой:

$$q(\xi) = \frac{P(m^2 + n^2)}{2l} \cdot \frac{f(\xi)}{n \operatorname{sh} 2m\beta - m \operatorname{sin} 2n\beta} \quad (1.23)$$

похожая на аналогичную формулу, полученную в (4), здесь:

$$f(\xi) = \operatorname{sh} m(\beta - \xi) \operatorname{sin} n(\beta + \xi) + \operatorname{sh} m(\beta + \xi) \operatorname{sin} n(\beta - \xi) \quad (1.24)$$

Решение систем уравнений (1.13) – (1.18) вне зоны контакта, где следует положить $q = 0$, имеет вид:

$$Q = C, \quad M = Cx + D_1, \quad (1.25)$$

$$z = \frac{C}{2D} x^2 + \frac{D_1}{D} x + E \quad (1.26)$$

$$w = \left[\frac{12}{5} \frac{1+\nu}{Eh} + \frac{3\nu(1+\nu)}{10Eh} \right] Cx - \frac{C}{6D} x^2 - \frac{D_1}{2D} x^2 - Ex + F \quad (1.27)$$

используя четыре условия стыковки на конце зоны контакта: непрерывность Q_x , M_x , φ , w , а также три граничных условия на конце пластинки: $w = 0$, $M_x = 0$, $Q_x = P/2$ при $x = l$, легко получить соотношение между силой P , прижимающей штамп и величиной зоны контакта β , а также жесткое перемещение штампа d :

$$P^2 = \frac{1}{(1-\beta)^2}, \quad a^2 = 1 + \frac{h}{l} \cdot \frac{R}{l} + \frac{\nu}{4(1-\nu)} \left(\frac{h}{l} \right)^2 - (1-\beta)^2 + \frac{\phi_1}{\phi}, \quad (1.28)$$

где

$$P^2 = \frac{PlR}{2D}, \quad D = \frac{Eh^3}{12(1-\nu^2)}, \quad a^2 = \frac{2dR}{l^2} \quad (1.29)$$

$$\varphi = 1 + \frac{2mn}{m^2+n^2} \cdot \frac{1}{1-\beta} \cdot \frac{\operatorname{ch}2m\beta + \cos2n\beta}{n\operatorname{sh}2m\beta - m\sin2n\beta} \quad (1.30)$$

$$\begin{aligned} \varphi_1 = & \frac{1}{6(1-\nu^2)} \left(\frac{h}{l}\right)^2 \frac{1}{(m^2+n^2)^2} \times \\ & \times \frac{m(3n^2 - m^2)\sin2n\beta + n(3m^2 - n^2)\operatorname{sh}2m\beta}{n\operatorname{sh}2m\beta - m\sin2n\beta} (1-\beta) + \quad (1.31) \\ & + \left[\frac{12}{5}(1+\nu) + \frac{3\nu(1+\nu)}{10} \right] \cdot \frac{1}{6(1-\nu^2)} \left(\frac{h}{l}\right)^2 (1-\beta) - \frac{4}{3}(1-\beta)^2 - \\ & - \frac{\nu}{4(1-\nu)} \left(\frac{h}{l}\right)^2 \frac{\cos2n\beta + \operatorname{ch}2m\beta}{n\operatorname{sh}2m\beta - m\sin2n\beta} \cdot \frac{2mn}{m^2+n^2} \cdot \frac{1}{1-\beta} \end{aligned}$$

2. Рассмотрим ту же самую задачу, что и в пункте 1, но теперь предположим, что штамп плоский (рис. 2).

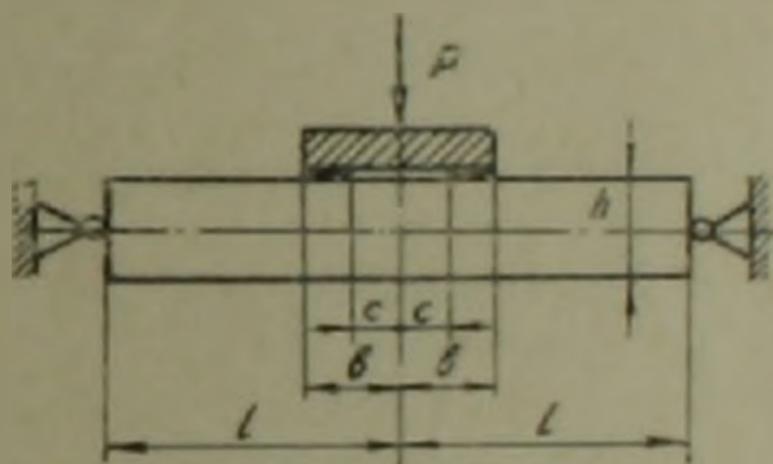


Рис. 2

Решение этой задачи в рамках теории Кирхгофа дает нулевую реакцию в зоне контакта, а на концах его появляются сосредоточенная сила и момент, соответственно $P/2$ и $Pl/2$. Решение этой задачи по теории Рейсснера с учетом только поперечных сдвигов получено в (1) и кроме распределенного давления в зоне контакта на концах его появляются сосредоточенные силы.

Так как пластинка тонкая, то естественно, задачу о плоском штампе поставить иначе, а именно: при нагружении средняя часть пластинки отходит от штампа, контактная зона начинается с конца штампа, до некоторой точки под штампом, положение которой следует определять в ходе решения задачи.

Следует сказать, что такая постановка задачи по теории Кирхгофа невозможна и это есть еще одна особенность этой теории.

Решением такой задачи по теориям, описанным в п. 1, для контактного давления получается то же самое уравнение (1.11). Решение уравнения (1.11) теперь следует взять в виде:

$$q(\xi) = C_1 \operatorname{ch}m\xi \cos n\xi + C_2 \operatorname{ch}m\xi \sin n\xi + C_3 \operatorname{sh}m\xi \cos n\xi + C_4 \operatorname{sh}m\xi \sin n\xi. \quad (2.1)$$

Вне зоны контакта на поверхности пластинки существуют две области, где следует положить $q = 0$ (ввиду симметрии задачи, рассматривается половина пластинки: $0 \leq x \leq l$). Решение систем уравнений (1.13) — (1.18) при $q = 0$ имеет вид (1.25) — (1.27). Решение систем уравнений теории пластинок в зоне $0 \leq x \leq c$ будет содержать четыре неизвестных, столько же неизвестных коэффициентов содержится в решении для зоны $b \leq x \leq l$. Четыре неизвестных величины входят в состав контактного давления (2.1), неизвестны так-

же величина b ($b = \frac{c}{l}$ — безразмерная величина, которая фиксирует

положение зоны контакта) и жесткое перемещение штампа d . Для определения этих четырнадцати величин следует принимать во внимание четыре условия стыковки в точке $x = c$, столько же условий стыковки при $x = b$, три граничных условия на конце пластинки, условие обращения в нуль контактного давления при $x = c$ и условия симметрии в точке $x = 0$: $z = 0, \theta_x = 0$. Следует сказать, что при этих условиях автоматически выполняется условие равновесия штампа.

Следует сказать, что для определения величины зоны контакта (величина b) получается трансцендентное уравнение, где не входит сила P , а входят физические величины материала пластинки и геометрические размеры пластинки и штампа.

Для определения остальных неизвестных величин получается простая алгебраическая система линейных уравнений, но так как конечные формулы очень громоздкие, они здесь не приводятся.

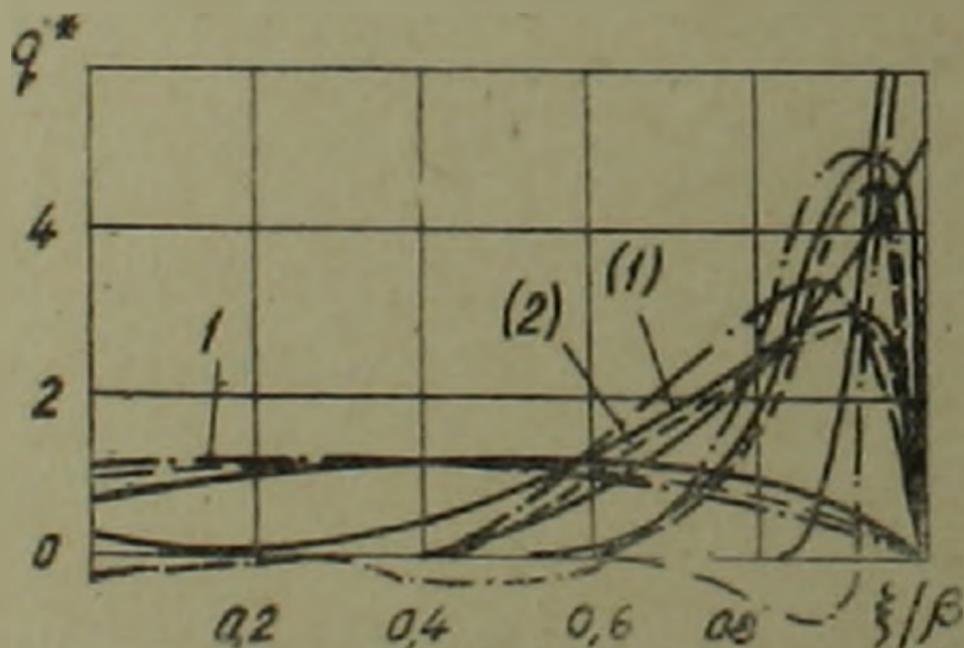


Рис. 3

3. Приводим некоторые результаты, полученные из численных расчетов, относящихся к пункту 1. На рис. 3 показан характер изменения безразмерной реакции $q^* = \frac{2q/3}{P}$ по длине зоны контакта

при следующих значениях параметров $2l/h$ и β : 1) $2l/h = 20$, $\beta = 0,1$
 2) $2l/h = 20$, $\beta = 0,3$. 3) $2l/h = 100$, $\beta = 0,1$. Сплошные линии соответ-
 ствуют решению теории упругости, пунктирные — решению п. 1, а
 штрихи — пунктирные — решению п. 2 работы (4). Монотонно возрас-
 тающая линия получена по теории пластин только с учетом попереч-
 ных сдвигов, она соответствует $2l/h = 20$, $\beta = 0,3$.

Следует сказать, что результаты расчетов по новой итерацион-
 ной теории и по теории Рейсснера — Нагди почти совпадают и на
 рис. 3 кривые для q^* по этим двум теориям почти не различаются.

Как видим учет поперечного сдвига с поперечным обжатием
 пластинки количественно улучшает результат в том смысле, что
 контактное давление еще более точно совпадает с результатами
 теории упругости, а качественно остается тем же, что и в (4).

Ленинканский филиал Ереванского
 политехнического института им. К. Маркса

ՈՒՆՆԵՐՈՒՄ

Կոչտ դրոշմով սալի գլանական ծուման մասին

Դիտարկվում է կոնտակտային խնդիրը եզրերում հողակապով հենված
 սալի համար, երբ նրա վերին մակերևույթի կենտրոնում ինչ որ ուժով սեղ-
 մում է դրոշմ: Խնդիրը լուծվում է ճշգրտված տեսությամբ, հաշվի առնելով
 ընդլայնական սահքերը, ընդլայնական նորմալ լարումները և ընդլայնական
 սեղմումը: Ծույց է տրված, որ խնդրի լուծումը այսպիսի դրվածքով ազատ է
 այն բոլոր հակասություններից, որոնք առաջանում են Կիրխոֆ-Լյավի տե-
 սության շրջանակներում կամ ճշգրտված տեսություններով, և որ հաշվի
 է առնվում միայն ընդլայնական սահքերը:

Դիտարկվում է կոնկրետ թվային օրինակ:

ЛИТЕРАТУРА — ԿՐԻՆՈՒՄՆԵՐՅՈՒՆ

- 1 Ю. П. Артюхин, С. Н. Карасев, В сб.: Исследования по теории пластин и оболочек. Вып. II, изд. Казанского университета, 1975. 2 С. П. Тимошенко, Прикладная теория упругости, Гостехиздат., Л., 1930. 3 М. М. Филоненко-Бородич, Изгиб тонкого стержня по заданной кривой, Тр. Моск. эл.-механ. ин-та инж. ж/д транспорт, вып. 58, 1949. 4 Н. Я. Штаерман, Контактная задача теории упругости, Гостехиздат., М., 1949. 5 Э. И. Григолюк, В М. Толкачев, ПММ, т. 39, вып. 5 (1975). 6 Н. М. Кегр, М. А. G. Silva Internat. J. Mech. Scien. Vol. 12, pp. 751 — 761 (1970). 7 Г. Я. Попов, Труды X Всесоюзной конф. по теории оболочек и пластин, Кутаиси, 1975, изд. «Мецинереба», Тбилиси, т. 1, 1975 г. 8 С. А. Амбарцумян, Общая теория анизотропных оболочек, изд. «Наука», М., 1974. 9 P. M. Naghdi, Quart. of Appl. Math., Vol. 14, № 4 (1957). 10 E. Reissner, J. Math. and Phys. Vol. 23, № 1 (1944). 11 Ю. П. Артюхин, С. Н. Карасев, В сб. Исследования по теории пластин и оболочек, изд. Казанского университета, вып. 9, 1972.

УДК 530.145

ФИЗИКА

О. П. Анисимова, Г. А. Барданян

К теории связанных скалярных полей

(Представлено чл.-корр. АН Армянской ССР Г. С. Саякяном 24/II 1977)

Для описания фазовых переходов второго рода, Ландау предложил ввести параметр порядка η^* , который определяет степень отклонения координат системы в менее симметричной фазе от их значений в другой фазе (¹). Разумеется, параметр порядка η в разных случаях проявляется различным образом: как скалярная величина (упорядочивающийся сплав), как комплексное число (например, в сверхтекучей системе), как векторная величина (вектор намагниченности в магнетике) и как тензор (жидкие кристаллы и т. д.).

В более сложных случаях величины η становятся многокомпонентными. Определение этих величин и их связь с представлениями кристаллографических групп найдены Е. М. Лифшицом (¹).

В настоящей работе рассматриваются некоторые эффекты вблизи точек фазового перехода для систем, характеризующиеся двухкомпонентным параметром порядка. Примером таких систем являются несобственные сегнетоэлектрики $\text{Cd}_2(\text{MoO}_4)_2$, KH_2PO_4 , жидкие кристаллы и т. д. Необходимо отметить два класса таких кристаллов:

1) Кристаллы, в которых оба параметра порядка имеют различные трансформационные свойства;

2) кристаллы, в которых η_1 и η_2 имеют одинаковую симметрию, как, например, в случае KH_2PO_4 .

Очевидно, что члены вида $\eta_1\eta_2$ в разложении свободной энергии по теории Ландау проявляются лишь для кристаллов типа 2). С другой стороны, члены вида $\eta_1^2\eta_2^2$ всегда могут содержаться в разложении свободной энергии, так как η^2 есть инвариант.

Разложение плотности свободной энергии для кристаллов второго типа можно представить в следующем виде:

¹ Средние значения физических величин оказываются такими, как будто состояние системы описывается полем $\eta(x, t)$.

$$F = F_0 + \frac{A}{2} \tau_{11}^2 + \frac{A'}{2} \tau_{22}^2 + \alpha \tau_{11} \tau_{22} + \dots \quad (1)$$

Равновесные значения параметров порядка τ_{11} и τ_{22} находятся с помощью минимизации плотности свободной энергии:

$$\left. \frac{\partial F}{\partial \tau_{11}} \right|_{\tau_{11}=\tau_{10}} = 0; \quad \left. \frac{\partial F}{\partial \tau_{22}} \right|_{\tau_{22}=\tau_{20}} = 0.$$

Отсюда (с учетом члена, пропорционального τ_{11}^4):

$$\tau_{110} = \sqrt{\frac{A - \alpha^2/A'}{B}}; \quad (2)$$

$$\tau_{220} = -\frac{\alpha}{A'} \tau_{110}. \quad (3)$$

Из выражения (2) следует, что температура перехода изменяется:

$$T_c = T_c' + \frac{\alpha}{aA'}, \quad (4)$$

где $A = a(T - T_c')$.

Следовательно, линейная связь (3) приводит к увеличению температуры фазового перехода.

Неравновесные значения параметров τ_{11} и τ_{22} даются уравнением Ландау-Халатникова (2):

$$\frac{d\tau_{i1,2}}{dt} = -\Gamma \frac{\partial F}{\partial \tau_{i1,2}}, \quad (5)$$

где Γ — кинетический коэффициент, не критический в точке перехода T_c . Это уравнение отражает тот факт, что скорость, с которой система приближается к равновесному состоянию, пропорциональна термодинамической возвращающей силе $\partial F / \partial \tau_i$. Из уравнений (1) и (5) для τ_{22} имеем:

$$\frac{d^2 \tau_{22}}{dt^2} + 2\lambda \frac{d\tau_{22}}{dt} + \omega_0^2 \tau_{22} = 0,$$

где

$$2\lambda = \Gamma_2 A' + \Gamma_1 A; \quad \Gamma_1 \Gamma_2 A A' - \alpha^2 = \omega_0^2. \quad (6)$$

Уравнение (6) свидетельствует о том, что в рассматриваемом случае существенно взаимодействие новой ветви с частотой ω_0 с остальными тепловыми возбуждениями. В случае большого трения это взаимодействие является несущественным $d\tau_{22}/dt$ (3). Отметим, что аналогичные рассуждения верны и для τ_{11} .

В случае, когда $\lambda < \omega_0$

$$\tau_{22} = a e^{-\lambda t} \cos(\omega t + \varphi), \quad (7)$$

где $\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \lambda^2}$, a и φ — действительные числа. Оба времени релакса-

ции, характеризующие приближение флуктуаций к своим равновесным значениям (2) и (3), будут соответственно:

$$\tau_{1,2}^{-1} = 1/2[\Gamma_1 A + \Gamma_2 A' \pm \sqrt{(\Gamma_1 A + \Gamma_2 A')^2 - 4\Gamma_1 \Gamma_2 (A A' - z^2)}]. \quad (8)$$

Одно из этих решений τ_2^{-1} при T_c остается конечным, а другое $\tau_1 \sim (T - T_c)^{-1}$. Следует отметить, что для неоднородных систем существенную роль играет пространственная дисперсия параметров порядка. В этом случае в разложении (1) необходимо учесть члены типа $C(\nabla \tau_1)^2$.

Тогда в случае (4) с помощью уравнения (5) для τ_1 имеем:

$$\frac{d\tau_1}{dt} = -\Gamma \left(A\tau_1 + C\Delta\tau_1 - \frac{z}{A'}\tau_1 \right) + \gamma, \quad (9)$$

где γ — коррелированные случайные функции:

$$\langle \gamma(t_1)\gamma(t_2) \rangle = 2T\delta(t_{12}).$$

Если перейти к спектральному представлению

$$\vec{\tau}_1(\vec{k}, \omega) = \int e^{-i(\omega t + \vec{k} \cdot \vec{x})} \vec{\tau}_1(\vec{x}, t) d\vec{x} dt, \quad (10)$$

то из (9) получим:

$$\vec{\tau}_1(\vec{k}, \omega) = \frac{\vec{\gamma}}{i\omega\gamma + A_1 + Ck^2}, \quad (11)$$

где $\gamma = \Gamma^{-1}$ а $A_1 = A - z/A'$.

В более общем случае, добавляя в (1) также член $C'(\nabla \tau_2)^2$ аналогично, получаем значения τ_1 и τ_2 . Так например:

$$\tau_2 = \frac{\gamma_2(i\omega\gamma + A + Ck^2) - \gamma_1 z}{(i\omega\gamma + A + Ck^2)(i\omega\gamma' + A' + C'k^2) - z^2}. \quad (12)$$

Следовательно, корреляционная функция, которая определяется соотношением:

$$G(\vec{k}, \omega) = \int e^{i(\omega t + \vec{k} \cdot \vec{x})} \langle \tau_2(\vec{x}, t)\tau_2(\vec{x}', t) \rangle d\vec{x} dt,$$

и является важной характеристикой статистических свойств, будет:

$$G(k, \omega) = \frac{[(A + Ck^2 - z)^2 + \omega^2 \gamma^2] |\omega^2 \gamma (A' + C'k^2) + \sqrt{(A + Ck^2)^2 + [(A + Ck^2)(A' + C'k^2) - z^2 - \omega^2 \gamma \gamma']^2}|^{-1}}{1}. \quad (13)$$

$$A = a(T - T_c), \quad C \sim r_0 \sqrt{T - T_c}; \quad C' \sim r'_0 \sqrt{T - T_c}.$$

Эта величина представляет интерес для кристаллов типа 2). У этих кристаллов параметр порядка (τ_1) служит мерой упорядоченности протонов на водородных связях, а спонтанная поляризация (τ_2) связана со смещениями ионов решетки. Роль τ_1 и τ_2 могут играть также ве-

личины поляризации разных подрешеток сегнетоэлектриков. Другим примером является жидкий кристалл. Действительно, в этом случае система характеризуется поляризацией (P) и углом (θ) (между длинной осью молекул и директором).

Как следует из выражения (8), при приближении к точке перехода релаксация параметра порядка замедляется. Это означает, что область $\omega\tau_1 \sim 1$ проявляется как область эффективного поглощения звука (4,5).

Рассмотрим этот эффект на примере самого простого случая, как имеет место соотношение (3). В этом случае из уравнения (5) следует, что

$$\tau_1^{-1} = \Gamma A_1 \left. \frac{\partial^2 F}{\partial \eta_1^2} \right|_{\eta_1 = \eta_m} \quad (14)$$

Следовательно, справедливость условия $\omega\tau_1 \sim 1$ выше и вблизи точки перехода означает, что теперь эффективно диссипируются (переход звуковой энергии в тепловую) более низкочастотные колебания, чем в обычном случае с невзаимодействующими полями. При этом появляется возможность экспериментального исследования некоторых особенностей динамики решетки.

Ереванский Государственный университет

Օ. Գ. ԱՆԻՍԻՄՈՎԱ, Գ. Ա. ՎԱՐԿԱՆՅԱՆ

Փոխազդող սկալյար դաշտերի տեսության մասին

Այս աշխատանքում ուսումնասիրված է երկրորդ կարգի ֆազային անցումների բնույթը, երբ համակարգն օժտված է երկու փոխազդող կարգավորվածությունների պարամետրերով: Ստացված արդյունքները կիրառելի են սեգնետոէլեկտրիկների, հեղուկ բյուրեղների և նման համակարգերի համար:

Դիտարկված է նաև ծայրի կլանման առանձնահատկությունները այս դեպքում:

ЛИТЕРАТУРА — ՉՐԱՇԱՆՔՆԵՐԸ

- ¹ Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, Статистическая физика, М., 1964. ² Л. Д. Ландау, И. М. Халатников, ДАН СССР, т. 16, 469 (1954). ³ А. Э. Паташинский, В. Л. Покровский, Флуктуационная теория фазовых переходов, М., 1975. ⁴ М. А. Леонтович, Л. И. Мандельштам, ЖЭТФ, 7, 438 (1937). ⁵ И. М. Халатников, Теория сверхтекучести, М., 1971.

УДК 537.531.7

ФИЗИКА

А. Г. Ростомян, П. А. Безирганян

Автофокусировка рентгеновских и γ -лучей

(Представлено чл.-корр АН Армянской ССР М. Л. Тер-Микаеляном 20/IV 1977)

Рентгеновские резонаторы имеют важное значение в создании квантовых генераторов рентгеновского и γ -излучений в рентгеновском диапазоне длин волн, а также для получения сверхмонохроматизированных пучков. Поэтому рентгеновские резонаторы представляют определенный интерес даже независимо от проблемы рентгеновских и γ -лазеров. Уже своим свойством сверхмонохроматизации они найдут применение в рентгеновских интерферометрии и спектроскопии, когерентной оптике, голографии микрообъектов и т. д.

До сих пор фактически теории рентгеновских резонаторов не существует, предложены лишь некоторые схемы без их экспериментального осуществления (¹⁻⁴). Эти предложения имеют ряд недостатков: не сведены к минимуму энергетические потери циркулирующего пучка, не устранена сильная зависимость геометрии хода лучей и юстировки от точности изготовления, не решены проблемы входа первичного, фокусировки циркулирующего и вывода резонированного пучков.

Нами открыта автофокусировка рентгеновских лучей, что и дало возможность разработки теории резонаторов и сверхмонохроматоров (несколько из них нами осуществлены) без вышеуказанных недостатков.

Для облегчения изложения введем некоторые понятия:

цикл — совокупность последовательных отражений, в которой первое и последнее отражения происходят от одного и того же семейства отражающих плоскостей одной грани под одинаковыми углами; если в цикле результирующий поворот луча ($0, \pm 2\pi, \pm 4\pi, \pm 6\pi, \dots$) имеет направление против хода часовой стрелки, то такой цикл (циркуляцию) называем «положительным», при совпадении с ходом часовой стрелки — «отрицательным», а при равенстве нулю — «нейтральным»;

замкнутый цикл — цикл, при котором первое и последнее отражения происходят от одной и той же точки;

фокус — точка отражения при замкнутом цикле;

фокальная траектория—ломаная, соединяющая фокусы;
фокальная плоскость—плоскость, перпендикулярная к отражающим таутозональным плоскостям и содержащая фокальную траекторию;

резонируемый луч (волна)—луч такой длины волны, который при совершении цикла отражается от всех граней с максимальными коэффициентами отражений, оставаясь в фокальной плоскости.

Рассмотрим систему из ω числа семейств таутозональных отражающих плоскостей (h_n, k_n, l_n) , $n = 1, 2, 3, \dots, \omega$, образующих произвольные углы. Пусть для этой системы существует резонируемый луч с длиной волны λ_0 при различных асимметричностях отражающих плоскостей φ_n :

$$\varphi_n = \psi_n^{(m0)} - \psi_n^{(m\lambda)} = \psi_n^{(m\lambda)} - \psi_n^{(m0)} > 0, \quad (1)$$

где $\psi_n^{(m0)}$ и $\psi_n^{(m\lambda)}$ — исправленные углы падения и отражения Вульфа — Брэгга для λ_0 с учетом асимметричности n -ой грани, соответствующие максимальному коэффициенту отражения; $\psi_n^{(m0)}$ и $\psi_n^{(m\lambda)}$ — углы скольжений падения и отражения по отношению к поверхности этой грани.

Далее, ту грань, от которой происходит первое отражение, обозначим номером 1, а последовательность нумерации граней примем по ходу луча, совершающего „положительную“ циркуляцию.

Если при отражении луч поворачивается против хода часовой стрелки, то этой грани n присвоим $c_n = +1$, а в обратном случае — $c_n = -1$.

Для каждой грани n введем свою систему отсчета „ n “. Абсциссу точки отражения характеризуем одним индексом, представляющим общее число совершенных отражений x . Запись этой абсциссы в виде $x_{n+N\omega}$, где $1 \leq n = \nu - N\omega \leq \omega$, показывает, что ν -ое отражение происходит от n -ой грани в ω -гранной системе после N циклов в $N' = N + 1$ -ом несовершенном текущем цикле, и что эта абсцисса вычислена в „ n “.

Осью абсцисс $O_n x_n$ выбираем линию пересечения поверхности n -ой грани с фокальной плоскостью. Учитывая знакопеременность угла φ_n , „ n “ должна быть а) правой системой при $c_n = +1$ и б) левой при $c_n = -1$. Положительные направления осей $O_n y_n$ пусть или все антипараллельны внешним нормальям своих граней, или же все параллельны им. За начало отсчета O_n принимаем ту из двух крайних точек на вышеуказанной линии пересечения, при которой все абсциссы x_n положительны.

Независимо от вышеуказанных вариантов выбора координатных систем, значений c_{n-1} и c_n и их комбинаций для зависимости между двумя любыми последовательными точками отражений x_n „ n “-ой системы и x_{n-1} „ $n-1$ “-ой системы получим:

$$x_n = \Gamma_{n, n-1} x_{n-1} + V_{n, n-1}. \quad (2)$$

де

$$\Gamma_{n, n-1} = -\frac{c_{n-1}}{c_n} \cdot \frac{\sin \psi_{n-1}^{(mh)}}{\sin \psi_n^{(m0)}}$$

$$V_{n, n-1} = \frac{c_{n-1}}{c_n} \cdot \frac{L_{n, n-1} \sin \psi_{n-1}^{(mh)} - H_{n, n-1} \cos \psi_{n-1}^{(mh)}}{\sin \psi_n^{(m1)}} \quad (3)$$

$$n = 1, 2, 3, \dots, \omega$$

а $L_{n, n-1}$ и $H_{n, n-1}$ — абсцисса и ордината начала отсчета O_n в $(n-1)^*$.

Как видно из (2), зависимость между абсциссами любых точек отражений должна быть линейной, т. е.

$$x_\nu = \Gamma_{\nu\mu} x_\mu + V_{\nu\mu} \quad (4)$$

где ν и μ принимают значения от 1 до $+\infty$, а $\Gamma_{\nu\mu}$ и $V_{\nu\mu}$ должны быть зависимыми от параметров граней и от длины волны λ_0 .

Поскольку ν и μ меняются от 1 до $+\infty$, то число таких уравнений, как (4), будет бесконечным. Объединение всех этих уравнений в одно единое подсказывает, что оно будет матричным. x_ν и x_μ будут матричными элементами бесконечной одностолбцовой матрицы $\|x\|$, а $\Gamma_{\nu\mu}$ и $V_{\nu\mu}$ — матричными элементами бесконечных матриц $\|\Gamma\|$ и $\|V\|$.

Так как циркуляции в противоположных направлениях одинаково важны, то матрицы $\|\Gamma\|$ и $\|V\|$ строим так, чтобы с их помощью по (4) получить зависимость между точками отражений любых циркуляций. Для этого расширим область применения значений ν и N от $-\infty$ до $+\infty$.

Теперь абсциссы с нулевым и отрицательными индексами принадлежат тому абстрактному случаю, когда луч, совершив бесконечное число „положительных“ циклов, окажется в точке x_0 ω -ой грани. Однако введение такого абстрактного случая оправдывается тем, что в силу закона обратимости луча точки его отражений принадлежат также „отрицательной“ циркуляции, начинающейся с точки x_0 .

Таким образом, циркуляция одна — „положительная“, однако ν , N , N' могут принимать любые целые значения, а принадлежность x_ν к своей n -ой грани (системе „ n^* “) определяется разностью ν и такого кратного ω , что эта разность положительна и меньше ω :

$$1 < n = \nu - N\omega < \omega \quad (5)$$

$$\nu = \dots, -2, -1, 0, 1, 2, \dots; N = \dots, -2, -1, 0, 1, 2, \dots; N' = N + 1$$

Теперь матрица $\|x\|$ будет двусторонней бесконечной одностолбцовой, а матрицы $\|\Gamma\|$ и $\|V\|$ — четырехсторонними бесконечными.

Поскольку зависимость между матричными элементами x_n и x_p должна определяться параметрами ω -гранной системы, а также условиями реализации циркуляции луча данной длины волны, то, следовательно, матричные элементы Γ_{np} и V_{np} должны определяться также этими параметрами и условиями. Условия реализации циркуляции луча придают матричным элементам Γ_{np} и V_{np} определенные свойства, с помощью которых можем построить матрицы $\|\Gamma\|$ и $\|V\|$, зная лишь по ω штук матричных элементов $\Gamma_{n,n-1}$ и $V_{n,n-1}$, определяемых формулой (3).

Эти свойства следующие:

$$\Gamma_{nn} = 1, \quad V_{nn} = 0 \quad (6.1)$$

$$\Gamma_{np} = \Gamma_{pn}^{-1}, \quad V_{np} = -\Gamma_{np} V_{pn} \quad (6.2)$$

$$\Gamma_{np} = \prod_{a=p+1}^n \Gamma_{a,a-1}, \quad \nu > p, \quad V_{np} = \sum_{a=p+1}^n \Gamma_{na} V_{a,a-1}, \quad \nu > p \quad (6.3)$$

$$\Gamma_{np} = \Gamma_{\nu p} \Gamma_{pn}, \quad V_{np} = \Gamma_{\nu p} V_{pn} + V_{\nu p} \quad (6.4)$$

$$\Gamma_{np} = \Gamma_{\nu p + T\omega, p + T\omega}, \quad V_{np} = V_{\nu p + T\omega, p + T\omega}, \quad T = \pm 1, \pm 2, \pm 3 \dots \quad (6.5)$$

$$\Gamma = \Gamma_{\nu \nu} = \Gamma_{\mu + \omega, \mu} = \text{const}(\nu), \quad f_n = f_{n-1} \Gamma_{np} f_n + (1 - \Gamma) V_{np} \neq \text{const}(\cdot) \quad (6.6)$$

Используя формулы (6.1÷6.6) и введя обозначение

$$F_n = \frac{f_n}{1 - \Gamma} \quad (7)$$

формула (4) примет вид:

$$\text{при } \Gamma \neq +1 \quad x_n = x_{n+N\omega} = \Gamma_{nm} \Gamma^{N-1} (x_{m+M\omega} - F_m) + F_n, \quad (8.1)$$

$$\text{при } \Gamma = +1 \quad x_n = x_{n+N\omega} = \Gamma_{nm} (x_{m+M\omega} - Mf_m) + Nf_n + V_{nm}. \quad (8.2)$$

А для точек отражений одной и той же n -ой грани получим:

$$\text{при } \Gamma \neq +1 \quad x_n = \Gamma^N (x_n - F_n) + F_n, \quad (9.1)$$

$$\text{при } \Gamma = +1 \quad x_n = x_n + Nf_n, \quad (9.2)$$

где x_n — первая точка отражения n -ой грани,

$$\Gamma = (-1)^\omega \prod_{n=1}^{\omega} (\sin \psi_n^{(m\omega)} / \sin \psi_n^{(m0)}) = (-1)^\omega \prod_{n=1}^{\omega} \gamma_n^{-1}, \quad (10)$$

$$\gamma_n = \sin \psi_n^{(m0)} / \sin \psi_n^{(m\omega)} = \sin(\theta_n^{(m0)} - \varphi_n) / \sin(\theta_n^{(m\omega)} + \varphi_n), \quad (11)$$

а γ_n параметр асимметрии n -ой грани.

Теперь рассмотрим те условия, при которых на гранях могут существовать фокусы, и те условия, при которых реализуется фокусировка лучей. Эти вопросы разделены по той причине, что при наличии фокусов на гранях может происходить как фокусировка, так и расфокусировка лучей. Рассмотрение этих вопросов будет относиться только

к одной грани, так как если на какой-нибудь грани существует фокус и на ней же реализована фокусировка, то на всех остальных тоже существуют фокусы и одновременно происходит фокусировка. Поэтому пронумеруем абсциссы точек отражений на n -ой грани не по текущему номеру отражения ν , а по текущему номеру цикла N' . Рассмотрение этих вопросов проведем для обеих циркуляций. Но так как N' и N_c , определяемые по (5), для «отрицательного» цикла не совпадут с действительными номером текущего и числом совершенного циклов, то введем новые целые числа, показывающие действительные номер текущего и число совершенного циклов для обоих направлений:

$$\begin{aligned} \text{при } N' \geq 1 \quad N_c = N' = N + 1 = N_c + 1; \quad N'_c \geq 1, \quad N_c \geq 0 \\ \text{при } N' \leq 0 \quad N_c = N' - 1 = N = N_c - 1; \quad N'_c \leq -1, \quad N_c \leq 0 \end{aligned} \quad (12)$$

Из формулы (9.1) составим последовательности функции $S_{N'_c}$ для $N' \geq 1$ и $N' \leq -1$ и напомним их в единой форме:

$$S_{N'_c}(\Gamma) = \Gamma^{N'_c} [S_{\text{sgn}(N'_c)} - F_n(\Gamma)] + F_n(\Gamma) \quad (13)$$

$$N_c = N'_c - \text{sgn}(N'_c) \geq 0.$$

где $S_{\text{sgn}(N'_c)}$ представляет собой первую точку отражения x_n в «положительной» или x_{n-w} в «отрицательной» циркуляциях.

Предельные функции последовательностей (13) будут:

$$S(\Gamma) = F_n(\Gamma) + [S_{\text{sgn}(N'_c)} - F_n(\Gamma)] \lim_{N'_c \rightarrow \infty} \Gamma^{N'_c} \quad (14)$$

Из нашего рассмотрения должны отпасть перзальные случаи $\Gamma = 0$ и $\Gamma = \infty$, так как здесь падающий или отраженный лучи хотя бы на одной грани должны быть скользящими ($\psi_n^{(m0)} = 0$ или $\psi_n^{(mh)} = 0$, см. форм. (10)).

Случай $\Gamma = +1$ представляет циклический сверхмонохроматор с постоянным шагом f_n луча на n -ой грани. В более частном случае — $\Gamma = +1$, $f_n = 0$, $\gamma_n = 1$ ($1 \leq n \leq w$), имеем предложенные варианты работ (1-4), названные нами сверхмонохроматорами. Рассмотрение этих случаев и случая $\Gamma = -1$ к данной статье не относится из-за отсутствия фокусировки (см. форм. (9.2), (10), (11) и (9.1)). Вопросы сверхмонохроматизации и существования резонируемого луча в w -гранной системе представляют определенный интерес, неотносящийся к данной статье.

К рассмотрению представлен случай $|\Gamma| \neq 1$. Здесь некоторые γ из числа w могут быть равными 1 (симметричные отражения: $\gamma = 0$), некоторые больше 1 (асимметричные отражения: $\gamma < 0$), а остальные

γ меньше 1 (асимметричные отражения: $\varepsilon > 0$), но произведение всех γ не должно быть равным 1, чтобы суммарное отражение одного цикла было асимметричным (см. форм. (10)). В этом случае на гранях имеем фокусы F_n , и как видно из формул (13) и (14), при одних и тех же параметрах Γ и F_n ($1 \leq n \leq \omega$) одна из последовательностей (13) сходящаяся, а другая расходящаяся. Это означает, что при одном направлении циркуляции луча осуществляется фокусировка, а при обратном ему направлению расфокусировка.

Из условий, делающих предельную функцию $S(\Gamma)$ равной $F_n(\Gamma)$ или ∞ , следует, что точки отражений могут сходиться или расходиться тремя способами: все время оставаясь или левее фокуса или правее или, наконец, попеременно перепрыгивая то влево, то вправо от $F_n(\Gamma)$ в зависимости от четности ω (см. форм. (10)).

Из необходимости и достаточности условий сходимости последовательности функции (13) можно сказать, что сходимость неравномерная. Поэтому, если мы хотим при меньшем числе циклов осуществить фокусировку или же расфокусировку, то должно быть $|\Gamma| < 1$ или $|\Gamma| > 1$ соответственно, а если хотим на сравнительно малом участке грани получить большее число циклов, например, для хорошей монохроматизации, тогда параметр Γ должен иметь значение, очень близкое к 1.

Например, в изготовленной нами четырехгранной фокусирующей системе с параметром $\Gamma = 10^{-4}$ (для случая расфокусировки $\Gamma = 10^{-4}$) фокусировка и вывод пучка обеспечивается всего лишь за один цикл.

Действительно, центральный луч пучка, падающий на первую грань в точке, удаленной на 6 мм от фокуса, после первого цикла будет на расстоянии 0,6 мм от него, а ширина этого пучка от 6 мм станет равной тоже всего лишь 0,6 мм. Следовательно, маленькое отверстие, сделанное на фокусе первой грани, обеспечит вывод практически фокусированного пучка, что и было экспериментально подтверждено нами.

Рассмотренное явление фокусировки мы назвали автофокусировкой, имея в виду следующее: если фокусируемый луч в каком-то цикле N_c по каким-либо преднамеренным или случайным причинам, сбиваясь, удаляется от фокальной траектории, то в дальнейшем автоматически, без внешнего вмешательства это перемещение компенсируется и фокусировка возобновляется. А если такая компенсация не происходит, то тогда около траектории N_c -ого цикла образуется новая дополнительная фокальная траектория со своими новыми фокусами на гранях, в которых и происходит дальнейшая фокусировка резонируемого луча.

Լինտոգենյան և γ ճառագայթների ինքնաֆոկուսացումը

Հետազոտված է ունտոգենյան և γ ճառագայթների ինքնաֆոկուսացման երևույթը միաբյուրեղների համակարգի մեջ ճառագայթների ցիկլիկ ընթացքի դեպքում նույն զոնային պատկանող ատոմական հարթություններից բրեզյան ասիմետրիկ անդրադարձումների շնորհիվ:

Ստացված է ընդհանուր արտահայտություն, որը նկարագրում է ճառագայթների ցիկլիկ ընթացքը ա) միաբյուրեղների վրա հաստատուն քայլ ունեցող ցիկլիկ գերմոնոքրոմատորներում, որն ապահովում է ճառագայթների համար առանձին մուտք և ելք. բ) մուտքի և ելքի համար մեկ պատուհան ունեցող ցիկլիկ գերմոնոքրոմատորներում. գ) ունտոգենյան ֆոկուսացնող հարթ ուղղանկյուններում և դ) ինքնաֆոկուսացնող համակարգերում:

Դիտարկված են ֆոկուսի գոյության պայմանները և ինքնաֆոկուսացման ու ճառագայթների ելքի իրականացումը:

ЛИТЕРАТУРА — ԿՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

- ¹ W. L. Bond, M. A. Duguay, P. M. Rentzepts, Applied Physics Letters, 10, 8, 216 (1967). ² R. D. Deslattes, Applied Physics Letters, 12, 4, 133 (1968). ³ R. M. Cotterill, Applied Physics Letters, 12, 12, 403 (1968). ⁴ A. V. Kolpakov, R. N. Kuzmin, V. M. Ryabov, Applied Physics, 41, 2549 (1970).

УДК 553.27+553.81

ПОЛЕЗНЫЕ ИСКОПАЕМЫЕ

К. М. Мурадян

К вопросу об алмазоносности кольцевых структур Базумского рудного района Акеро-Севано-Амасийской структурно-формационной металлогенетической зоны Малого Кавказа

(Представлено академиком АН Армянской ССР Н. Г. Магакьяном 7/1 1977)

Материалом для настоящего сообщения послужили новые данные, полученные автором в 1976 г. при проведении палеовулканологических и металлогенетических исследований в северной части республики—в Базумском, Шамшадинском, Иджеванском и Алавердском рудных районах.

При дешифрировании высотных аэрофотоснимков и в процессе полевых геологических работ, в центральном участке западного окончания Севано-Амасийского гипербазитового шва (Степанаванский район Арм. ССР) автором впервые были установлены очаговые* структуры центрального типа. Установленные кольцевые вулканические, вулкано-тектонические и, особенно, полукольцевые частично захороненные кольцевые криптовулканические структуры автором рассматриваются как аналог трубок взрыва. Составляющие их некимберлитоподобные породы гетерогенного-полимиктового состава могут рассматриваться как важные потенциально алмазоносные коренные источники.

Выявленные крупные очаговые кольцевые, полукольцевые структуры-депрессии, проявляющиеся конфокально в едином плане концентрические и линейные разломы с магматическими образованиями, образовавшиеся, вероятно, в результате подземных взрывов, могут пролить свет при выяснении структурно-геологического механизма и термодинамических условий формирования алмаза в офиолитовых поясах (гипербазитах) Армении и Средиземноморской рифтовой зоне альпийского возраста вообще.

* Очаговые структуры возникают над участками разуплотнения вещества в земной коре под местным воздействием вертикальных сил (И. Н. Томсон, М. А. Фадеева, Г. М. Фрейд, А. Б. Игнатьев, В. П. Боровков и др., 1976). Структуры аналогичной природы были установлены автором также в Шамшадинском, Алавердском и сопредельных рудных районах Армении.

В Армении прогноз относительно вероятности обнаружения алмаза в связи с ультраосновными породами Севако-Амасийского пояса высказывался неоднократно с 1948 г. геологами ГУ при СМ Армянской ССР и ИГН АН Армянской ССР (1^а). Спустя почти двадцать лет, вслед за случайной находкой В. С. Шмаковым (сотрудник ГЕОХИ АН СССР) в обломке оливнинодержащей ультраосновной породы вблизи северного портала тоннеля под Пушкинским перевалом двух крупных кристаллов алмаза (1^б) были проведены поисково-оценочные целенаправленные работы, тесно сочетавшиеся с шлиховым и мелкообъемным опробованием рыхлых отложений вдоль альпийских гипербазитовых офиолитовых поясов Армении. В результате проведенных исследований, в настоящее время уже обнаружено около четырех десятков кристаллов мелких алмазов (1^{в,д}).

Таким образом, факт находок алмаза в альпийских гипербазитах Армении сейчас не вызывает сомнений (1^е). Основная проблема заключается в возможном обнаружении их коренных источников, выявлении структурно-геологических особенностей их позиций и оценке практического значения россыпных проявлений.

Следует констатировать, что несмотря на широкие исследования, до сего времени вопрос условий формирования алмазов (первоисточник в кимберлитах, структурно-геологическое положение и т. д.) вообще продолжает оставаться полемичным (2,6,9,10). Тем более, если учесть, что в последние годы наблюдается пересмотр старых воззрений о приуроченности кимберлитовых трубок исключительно к древним платформам и выдвигается точка зрения о некимберлитовых (5) первоисточниках алмазов (алмазы найдены в Казахстане, на Камчатке, в Саянах, в Канаде—в перидотитах, эклогитах, базальтах и т. д.).

Следовательно, в этом аспекте новые соображения, подкрепленные геолого-структурным материалом, могут способствовать обнаружению коренных алмазоносных пород в Армении. Региональная структурная позиция проявлений алмазов Армении является остро дискуссионной, а локальная их позиция вообще не исследована.

В 1976 г. нами были продолжены палеовулканологические и металлогенические исследования в разных рудных районах Северной Армении, в частности в Базумском рудном районе (Пушкинском, Армаисском, Чибухлинском рудных полях).

Базумский рудный район (как мезозойский аналог современных зон Беньофа (11), крупномасштабная прогнозно-металлогеническая карта составлена автором еще в 1966 г.) составляет центральную часть западного окончания Севако-Амасийской структурно-формационной и металлогенической зоны глубинных разломов Малого Кавказа, являясь классическим примером области бурного развития юрского (?), мелового, палеогенового вулканизма и плутонизма собственно геосинклинального этапа (12,13).

На нынешнем этапе исследований, основная цель автора заключалась в геологической полевой интерпретации материала, полученного

при дешифрировании высотных аэрофотоснимков Айгедзор Иджеван-Дилижан-Алаверди-Кировакан и, особенно, Степанаванского участков.

В результате полевых работ была подтверждена правильность дешифрирования высотных аэрофотоснимков и впервые установлены крупные кольцевые, полукольцевые (Степанаванские, Гергерские, Пушкинские и др.) структуры ранее вовсе не отмеченные геологами и имеющие, вероятно, важное рудогенерирующее значение. Здесь же были установлены сочетания кольцевых разломов и тектонических зон, унаследованные, многократно обновляющимися разновозрастными разломами субширотного, субмеридионального, СВ и СЗ простирания. По этим швам перемещенных блоков фундамента наблюдается прогнупивный пластичный подъем серпентинизированных добайосских гипербазитов, вероятно, являющихся отражением регенерированного глубинного разлома в верхних структурных ярусах (1951). Выявленные кольцевые, полукольцевые структуры были установлены в пределах Пушкинского перевала, в бассейнах рр. Гергер, Дзорагет, Чкнах, Памбак и др.

Проведенные дополнительные полевые структурно-геоморфогенетические, структурно-геологические, палеофациальные исследования в пределах вышеуказанных кольцевых, полукольцевых структур показали, что эти очаговые структуры четко отбиваются, фокусируются: а) центральными куполовидными поднятиями, реже с кальдерообразными опусканиями и депрессиями вулканической, вулкано-тектонической природы, отдельными и цепочкообразно расположенными неками и субвулканическими телами (южнее с. Пушкино, г. Степанавана и др.); б) опущенными (микрограбены) и приподнятыми (микрогорсты) блоками с брекчированными, расколотыми, реоморфно флюидизированными метаморфическими сланцами, карбонатами флишондного типа, ультраосновными (с карбонат-серпентинитовой массой) породами в вышележащих вулканогенных породах верхнего сенона-эоцена, а также роями даек габброидов, средних—кислых пород, гидротермалитами с гематитом, прожилками кварца и карбоната.

Диаметр выявленных кольцевых, полукольцевых структур составляет: для Степанаванского (внешнее кольцо—11,0—12,5 км), Гергерского (внутреннее полукольцо—6,5—7 км), Пушкинского (внешнее кольцо—5—5 км, внутреннее кольцо—2—2 км), Памбакского—5—5 км, Южно Кироваканского—6—7 км и многие др.

Таким образом устанавливается, что выявленные структуры с присущими им кольцевыми разломами (в сочетании их с линейными) залечены магматическими породами полифациальной природы: начиная от всех типов пород офиолитовой серии: метаморфических сланцев (кристаллические сланцы и амфиболиты верхнего докембрия) фундамента (внутрикольцевых—нижних блоков), до верхнеюрских офиолитов, глинистых сланцев, филлитов, карбонатных метаморфизованных толщ флишондного типа, спилито-радиоляритовых комплексов вплоть до молодых разнофациальных вулканогенных пород палеогена, неогена (?).

Полевой геологический анализ Пушкинского, Арманийского, Чибухлинского рудных полей Степанаванского района дает возможность предположить два варианта особенностей формирования выявленных кольцевых и полукольцевых структур.

1. В первом варианте вслед за формированием кольцевого разлома вероятно происходило опускание внутрикольцевого блока (кальдеры—вершины—на 300—350 м—Пушкинское и др.). В данном случае была образована кальдера с обыкновенными кольцевыми структурами «очагового» типа вулканической природы. В таких вулканических постройках при уменьшении активности вулканов и в связи с освобождающимся пространством—кальдерообразным опусканием в центральной части происходит заполнение их, в основном, базальт-андезитовым и дацит-липаритовым материалом (от жерловых, субвулканических до вулканогенно-обломочных, вулканогенно-терригенных фаций).

2. Во втором варианте после возникновения кольцевого разлома, вероятно, происходило периодическое разноамплитудное опускание внутрикольцевого блока с частичным мозаичным его дроблением, флюидизированием. Поднимающаяся вверх магма способствовала дальнейшему неравномерному дроблению внутри кольцевого блока и его частичному захоронению под излившимися образованиями с сохранением отдельных приподнятых микроблоков дробления (восточный участок Базумского горста). В этом случае мы имеем дело с кольцевыми (полукольцевыми—отражение на данном эрозионном срезе) структурами криптовулканической или криптовзрывной природы, с заполнением полимиктовым материалом: от метаморфических раздробленных сланцев (кристаллические сланцы и амфиболиты), протрузивных серпентинизированных гипербазитов до габброидов, базальтов, андезитов, дацит-липаритов, местами переработанных во вторичные кварциты и пропилиты, а также окремненных известняков и др.).

Установленные криптовзрывные полукольцевые структуры в поле фиксируются в виде более или менее круговых разломов формирующих депрессии, по обрамлениям которых в настоящее время протекают рр. Гергер, Дзорагет, Памбак и др., образовавшие свои одноименные бассейны с развитием в их пределах алмазоносных россыпей. Структуры рассматриваемого типа, вероятно, образовались при «слепых» взрывных фокусирующих процессах, когда происходит быстрое выделение паров, «вулканических» газов и магмы, способных создать давления порядка первых десятков килобар (для слутников алмаза в Якутии—Трубка Мира, по В. С. Соболеву и др. (9) $P=12,5$ кбар, $t=1030$ С) и сопровождающиеся формированием криптовзрывных структур с множеством мелких кристаллов алмаза. Интересно констатировать, что все установленные до сего времени проявления алмаза в россыпях Степанаванского района располагаются в пределах установленных нами кольцевых структур криптовулканической природы (Гергерское, Степанаванское-Дзорагетское и др. см. рис. 1).

Выявленные новые структурно-геологические особенности запад-

ного участка Севано-Амасийской зоны, т. е. тесная приуроченность алмазоносных россыпей (в плотиках рр. Гергер, Дзорагет и др.) к установленным кольцевым криптовзрывным структурам, возможно, указывает на их потенциальную алмазоносность. С другой стороны, дешифрирование аналогичных криптовулканических кольцевых «очаговых» структур в разных частях рассматриваемой зоны значительно расширяет фронт работ по обнаружению коренных источников алмазов и требует постановки целенаправленных исследований в этом направлении.

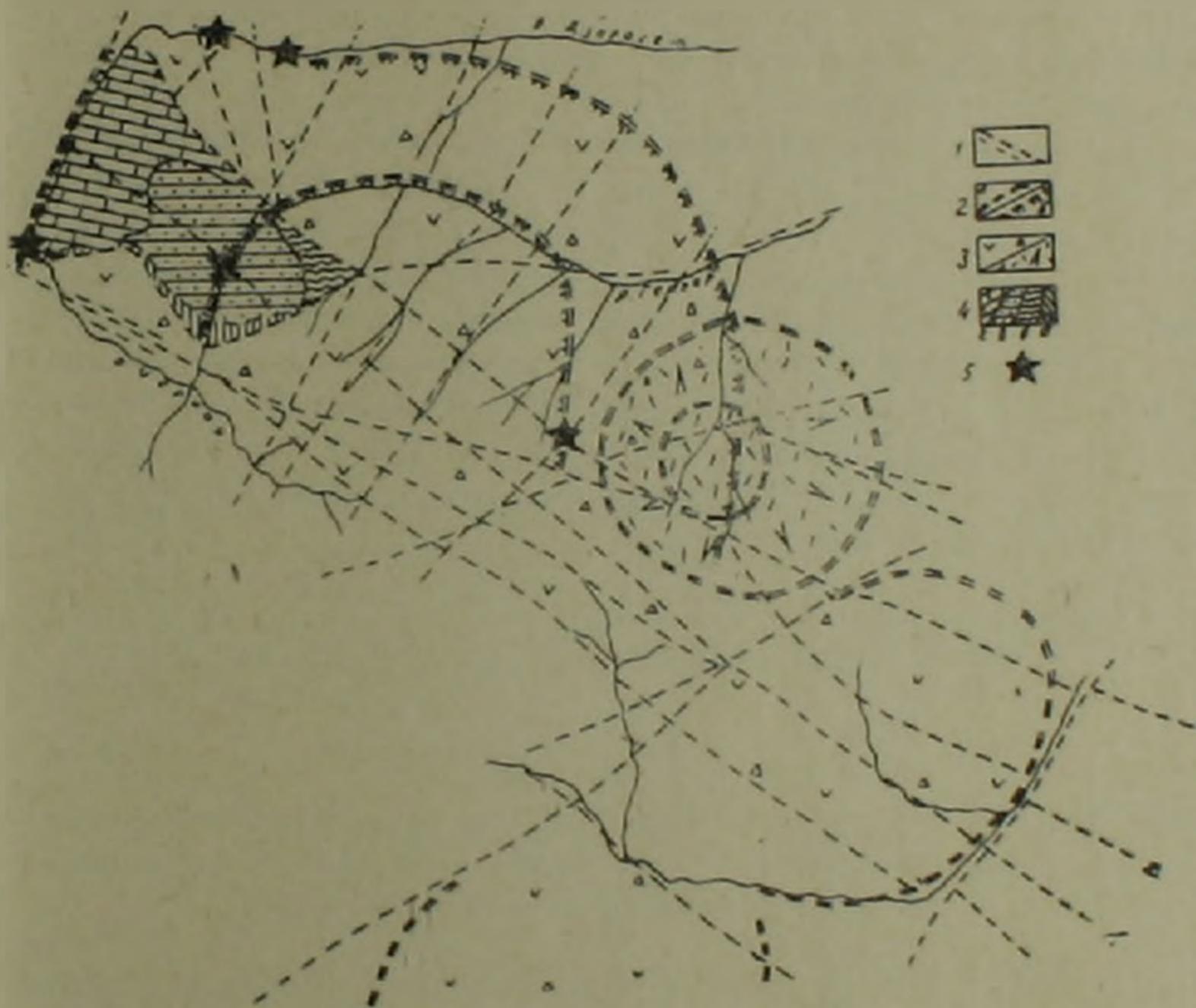


Рис. 1. Схема тектонического (вулканотектонического) строения центрального участка западного окончания Акеро-Севано-Амасийской структурно-формационной металлогенической зоны глубинных разломов Малого Кавказа, по результатам дешифрирования высотных аэрофотоснимков, с геологической интерпретацией.

1—линейные разломы и их предполагаемое продолжение; 2—кольцевые разломы: а—вулканические, вулканотектонические; б—криповулканические или криптовзрывные; в—полифациальные (мезо-кайнозойские) вулканогенные и вулканогенно-осадочные формации; г—офиолитовые ассоциации (а, б, в, г): протрузивный серпентинитовый меланж, габброиды, диориты, спилиты, яшмовидные породы, радиоляриты, кремнистые известняки (доверхнеюрские); флюоризированные кристаллические сланцы и амфиболиты (верхнего докембрия); алевриты, известняки, глинистые известняки, метаморфизованные известняки (неоком-апт и др.). 5—проявления алмазов в россыпях и в коренных породах

Дальнейшее детальное исследование нововыявленных алмазоносных полукольцевых, кольцевых криптовулканических структур позволяет подтвердить это предположение как закономерность.

Установленные особенности о возможной алмазоносности кольцевых структур Степанаванского района республики, вероятно, будут иметь определенное теоретическое (вулканические и особенно криптовулканические структуры изученной вулканической зоны, ранее относимые нами к своеобразным морфо-генетическим поисковым критериям для обнаружения слепого серно-медно-колчеданно-барито-полиметаллического, энаргитового, золото-сульфидного оруденения (^{12,13}), ныне рассматриваются также как и возможный первоисточник алмазов) и практическое значение для правильной организации и сосредоточения поисков в пределах этих локальных структур—как коренных выходов источников алмаза.

Таким образом, выявленные криптовулканические кольцевые «очаговые» структуры, приуроченные к различным частям (системе надвигов-поддвигов и взбросов падающей к северу, контролирующей современное распределение офиолитов) Амасия-Севано-Акеринского офиолитового пояса, а также вышележащие данные об их возможной алмазоносности, являются новым материалом для распознавания особенностей его строения. Дальнейшие комплексные геолого-геофизические исследования, с учетом вышележащих соображений, позволят выявить и эффективно оценить коренные источники алмаза в центральной части Малого Кавказа.

Институт геологических наук
Академии наук Армянской ССР

Կ. Մ. ՄՈՒՐԱԿՅԱՆ

Փոփոխական և անհատական-անհատական ստրուկտուր-ֆորմացիոն մետաղածնային գոտու թաղամի հանքային շրջանի օղակային-օջախային ստրուկտուրաների արմատարհորության հարցի շուրջը

Հայկական ՍՍՀ հյուսիսային մասում՝ Բաղուսի, Շամշադինի, Իջևանի և Ալավեղու հանքային շրջաններում 1976 թ. պալեոհրաբխային և մետաղածնային ուսումնասիրությունների, անրոֆոտոնկարների վերծանման և դրանց դաշտային երկրաբանական համադրման ժամանակ, Սևանա-Ամասիայի հիպերբազիտային գոտու (վերջինս դիտվում է որպես ժամանակակից բենիոֆի դոնայի մեզոզոյան նմանօրինակ) սահմաններում հեղինակի կողմից առաջին անգամ հայտնաբերվել են կենտրոնական տիպի օղակային-օջախային ստրուկտուրաները:

Նշված օղակային հրաբխային, հրաբխա-տեկտոնական և, հատկապես, թաքնված պալեոհրաբխային ստրուկտուրաները հեղինակի կողմից դիտվում են որպես պայթման խողովակների նմանօրինակներ: Այդ ստրուկտուրաները ձևավորող, ոչբիմբրիլիտային հետերոգեն-բազմակուսուկանապարհները դիտվում են որպես հավանական արմատարհորության արմատական աղբյուր:

Հողվածում բերվում են նոր տվյալներ օղակային ստրուկտուրաների շափ. անրի, առաջացման հաճանական եղանակների և նրանց դերի մասին, ինչպես սուլֆիդային, այնպես և հաճանական ալմաստաբերության վերաբերյալ: Վեր հանված օրինաչափությունների հետագա ուսումնասիրությունը, երկրաֆիզիկական տվյալների հետ մեկտեղ, հնարավորություն կտան Հյուսիսային Հայաստանի և Փոքր Կովկասի կենտրոնական մասում նախանշելու որոնողական կարևոր շափանիչներ ալմաստի արմատական աղբյուրների էֆեկտիվ գնահատման համար:

Л И Т Е Р А Т У Р А — Կ Ի Դ Ե Կ Ը Ն Ի Թ Յ Ի Լ Ն

- ¹ Р. Г. Геворкян, Ю. А. Дуденков, Ю. А. Клюев, В. И. Нелша, А. С. Павленко, Г. Л. Платонов, В. С. Шмаков, ДАН Арм. ССР, т. 61, № 3 (1975) ; Р. Г. Геворкян, Ф. М. Каминский, Б. С. Луксв, Б. М. Осовецкий, Н. Д. Хачатрян, ДАН Арм. ССР, т. 63, № 3, (1976) ; Р. Г. Геворкян, Г. А. Гуркина, Ф. В. Каминский, Зап. Арм. отд. Всесоюз. Мин. общ., вып. 7, 1974. ² А. С. Павленко, Р. Г. Геворкян, А. Т. Асламян, Э. Х. Гулян, С. А. Паланджян, О. С. Егоров, «Геохимия», № 3, 1974. ³ Ф. В. Каминский, Р. Г. Геворкян, «Известия АН Арм. ССР», Науки о Земле, 2, 32—40, 1976. ⁴ С. Б. Абовян, Автореферат докторской диссертации, Ереван, 1975. ⁵ А. Т. Асламян, Региональная геология Армении, Изд. Айпетрат, Ереван, 1959. ⁶ В. И. Михеенко, «Известия АН СССР», сер. геол. II, 1976. ⁷ В. С. Соболев, Н. В. Соболев, Ю. Г. Лаврентьев, ДАН СССР, т. 207, № 1 (1972). ⁸ В. С. Трофимов, Закономерности размещения и образования алмазных месторождений, Изд. Недра, М., 1967. ⁹ В. И. Смирнов, Зоны Беньофа и магматогенное рудообразование, Геол. рудн. мин., I, 1974. ¹⁰ К. М. Мурадян, Базумский рудный район Армянской ССР (геология и рудоносность), Изд. АН Арм. ССР, 1971. ¹¹ К. М. Мурадян, Зап. Арм. отд. Всес. МО. вып. 6, Ереван, 1974. ¹² С. А. Паланджян, Петрология гипербазитов и габброндов Севанского хребта, Изд. АН Арм. ССР, Ереван, 1971. ¹³ С. А. Паланджян, «Известия АН Арм. ССР», Науки о Земле, № 5, 14—27 (1975).

УДК 577.17

БИОХИМИЯ

Член-корреспондент АН Армянской ССР А. А. Галоян,
 А. С. Киракосян, Г. А. Сарибекян, Г. Х. Марукян

О влиянии кардиотропных нейrogормонов на цАМФ-зависимую
 протеникиназу

(Представлено 13/V 1977)

Цикло-АМФ принадлежит ключевая роль в регуляции ряда метаболических процессов, обуславливающих определенные физиологические функции (1-2). Действие цАМФ в основном реализуется через цАМФ-зависимую протеникиназу—фермент, осуществляющий перенос фосфатного остатка с АТФ на ферментные белки или на ряд других белков (3-6).

Садерленд развивает концепцию о том, что многие гормоны действуют путем системы двух мессенджеров (7). Эти гормоны можно рассматривать как первичные мессенджеры, которые стимулируют в клетках образование вторичного мессенджера—цАМФ.

Тот факт, что клетки реагируют лишь на определенные гормоны можно объяснить тем, что имеются гормонспецифические рецепторы (8), расположенные на внешней поверхности плазменной мембраны клеток-мишеней. Относительно природы рецепторов существуют различные гипотезы, одной из них является их идентичность с аденилциклазой (9).

Предварительные опыты нашей лаборатории показали, что аденилциклаза мозга и сердца не подвергается прямому воздействию нейrogормона «С», в то время как указанный нейrogормон весьма сильно (70—80%) ингибирует фосфодиэстеразу мозга и на 90—100% фосфодиэстеразу, изолированную из сердца быка, тем самым увеличивая уровень цАМФ в цитоплазме клетки (9).

Исходя из вышесказанного, мы задались целью изучить влияние неизвестных ранее кардиотропных нейrogормонов низкомолекулярной природы, выделенных из гипоталамо-нейтрогипофизарной системы крупного рогатого скота и условно названных «С», «К» и «Г» (10), на цАМФ-зависимую протеникиназную активность *in vitro*.

цАМФ-зависимая протеникиназа была получена из мозга быка по методу Грингарда и соавт (4,5,11).

Инкубационная смесь с общим объемом 0,2 мл содержала следующие компоненты в мкмольях: Трис-НСI буфер (рН 7,4)—10, хлористый магний—2, дитиотриэтол—0,2, теofilлин—0,4, этилен гликол bis (β-аминоэтил эфир)—N, N'-тетрауксусная кислота (ЭГТА)—0,06, цАМФ—0,5 200 мкг гистона тимуса теленка, соответствующее количество энзима и 5 мкмольей (γ P³²-АТФ) (от 1 до 5×10⁵ и.м.п./мин).

Смесь инкубировали на водяной бане при 30°С в течение 5 минут. Реакцию останавливали добавлением 2 мл 5%-ной ТХУ содержащей 0,25% вольфрамат натрия и 0,06н. Н₂SO₄. Перед центрифугированием добавляли 0,2 мл 0,63%-ного бычьего сывороточного альбумина и оставляли при 0°С на 5 минут. Смесь центрифугировали, и осадок растворяли в 0,1 мл 1N NaOH добавляли 2 мл 5%-ной ТХУ, содержащей 0,25% вольфрамат натрия и 0,06н. Н₂SO₄. Белок осаждали из раствора, подкисляя его 0,1 мл 1,2н. Н₂SO₄, центрифугировали, и супернатант удаляли. Растворение белка в щелочи и его осаждение повторяли 3 раза. Для подсчета радиоактивности белок окончательно растворяли в 0,1 мл 1н. NaOH и подсчет производили в жидкостном сцинтилляционном счетчике марки Intertechnic.

За одну единицу ферментативной активности принималось такое количество фермента, которое переносит 1 пикомоль P³² от (γ -P³²-АТФ) на протенин за 5 минут при 30°С в стандартной испытываемой системе.

Белок определяли по методу Лоури и соавт. (12).

Нейрогормоны «С», «К», и «G» вносили в образцы перед инкубацией в биологических дозах, равных 0,25—0,5. Одна биологическая доза увеличивает количество крови, оттекающей из венозных сосудов сердца за единицу времени на 100% в условиях *in situ*.

На рис. 1 представлены данные по влиянию трех коронарорасширяющих нейрогормонов «С», «К» и «G» на протеникиназную активность *in vitro*. Под влиянием нейрогормона «С» активность цАМФ-зависимой протеникиназы падает с 493±39 пикомольей включенного P³² в контроле до 374±16 пикомольей (P<0,01; n=14).

Под влиянием другого нейрогормона «К» протеникиназная активность изменяется в тех же величинах, а именно до 371±17 пикомольей включенного P³² (P>0,02; n=10). Что же касается нейрогормона «G», то его тормозящий эффект на протеникиназную активность выражен значительно сильнее. Активность фермента падает с 493±39 до 281±19 пикомольей включенного P³² (P>0,001; n=14). Во всех опытах без добавления цАМФ активность протеникиназы составляла половину от таковой с добавлением цАМФ при концентрации 5 μ M (рис. 1).

Таким образом, приведенные данные показывают, что все три нейрогормона в той или иной степени подавляют цАМФ-зависимую протеникиназную активность *in vitro*.

В литературе имеются указания, что моноамины—норадреналин, допамин и 5-окситриптамин ингибируют фосфорилирование гистона из тимуса теленка; гормоны нейрогипофиза окситоцин и вазопрессин, а также синтетические тиреотропин- и лютеинизирующий рилизинг гормоны не влияли на активность протеникиназы (13), соматостатин подав-

лял накопление цАМФ в гипофизе (14). Указывается также, что АКТИГ вызывает повышение активности цАМФ-зависимой протеинкиназы (15, 16).

Таким образом эффект гормонов на протеинкиназную активность различен.

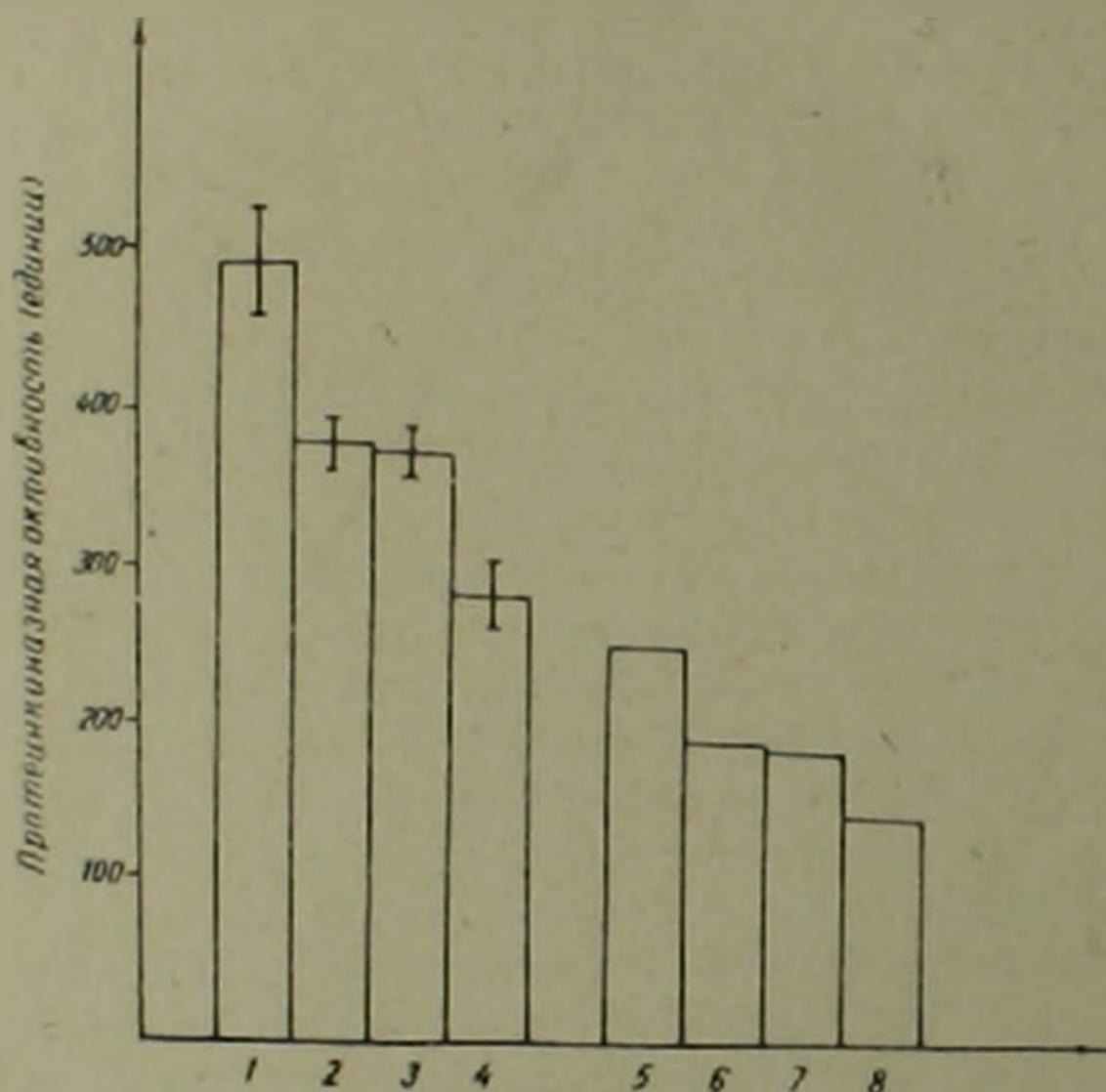


Рис. 1. Изменение протеинкиназной активности под влиянием нейрогормонов «С», «К» и «G».

1—контроль; 2—нейрогормон «С»; 3—нейрогормон «К»; 4—нейрогормон «G»; 5—8—то же, без цАМФ

Возможно, характер изменения протеинкиназной активности под действием нейрогормонов при природном субстрате фосфорилирования был бы иным, хотя указывается, что, по-видимому, фосфорилирование как эндогенных, так и экзогенных субстратов осуществляется одним и тем же ферментом (17).

Возможным объяснением механизма действия нейрогормонов на активность протеинкиназы является конкурентное взаимодействие между нейрогормоном и цАМФ за регуляторную субъединицу протеинкиназы.

Нельзя исключить также возможность действия нейрогормона и на каталитическую субъединицу фермента.

Институт биохимии
Академии наук Армянской ССР

Ցիկլիկ ԱՄՖ-կախյալ պրոտեինկինազայի վրա կառդիտոբուլ և նյութափոխանակման ների ազդեցության մասին

Ուսումնասիրված է կորոնարոակտիվ նեյրոհորմոնների՝ «C», «K» և «G» ազդեցությունը ցիկլիկ ԱՄՖ-կախյալ պրոտեինկինազայի վրա: Նշված նեյրոհորմոնները ճնշում են ցիկլիկ ԱՄՖ-կախյալ պրոտեինկինազայի ակտիվությունը, ըստ որում ավելի ուժեղ արտահայտված է նեյրոհորմոն «G» ազդեցությունը: Ինքնազդվում է, որ նեյրոհորմոնները իջեցնում են ցիկլիկ ԱՄՖ-կախյալ պրոտեին կինազայի ակտիվությունը, որի մեխանիզմը բացահայտելու համար անհրաժեշտ են հետագա հետազոտություններ:

Л И Т Е Р А Т У Р А — Գ Ր Ա Կ Ա Ն Ո Ւ Թ Յ Ո Ւ Ն

- ¹ T. W. Rall, E. W. Sutherland, J. Berthel J. Biol. Chem., 224, 463 (1957).
² E. W. Sutherland, T. W. Rall, J. Biol. Chem., 232, 1077 (1958). ³ G. A. Robison, R. W. Butcher, E. W. Sutherland, Ann. Rev. Biochem., 37, 149 (1968). ⁴ E. Miyamoto, J. F. Kuo, P. Greengard, J. Biol. Chem., 244, 6395 (1969). ⁵ J. F. Kuo, P. Greengard, J. Biol. Chem., 245, 4067 (1970). ⁶ E. Miyamoto, J. F. Kuo, P. Greengard Science, 165, 63 (1969). ⁷ L. Birnbaumer, Biophys. Biochim. Acta, 310, 19 (1973).
⁸ P. Greengard, Nature, 260, 5547, 101 (1976). ⁹ А. А. Галоян, Б. Я. Гурвиц, Вopr. биох. мозга, Изд. АН Арм. ССР, XII (1976). ¹⁰ А. А. Галоян, Вopr. биох. мозга, Изд. АН Арм. ССР, VIII, 107 (1973). ¹¹ J. F. Kuo, B. K. Krueger, J. R. Sanes, P. Greengard, Biophys. Biochem. Acta, 212, 79 (1970). ¹² O. H. Lowry, N. J. Rosebrough, A. L. Farr, J. Randall, J. Biol. Chem., 193, 265 (1951). ¹³ J. F. Mcelvey, Biophys. Biochem. Res. Commun., 65, 5 (1975). ¹⁴ P. Borgeat, F. Labria, J. Drouin et al., Biophys. Biochem. Res. Commun., 56, 1052 (1974). ¹⁵ S. Sumio et al., Endocrinology, 94, 650 (1974). ¹⁶ M. C. Richardson, D. Schulster, Acta Endocrinol., 73, Suppl. 174, 371 (1973). ¹⁷ A. Salman, K. M. Jayaram, Biochem. J., 151, 23 (1975).

УДК 581.13

ФИЗИОЛОГИЯ РАСТЕНИЙ

Академик АН Армянской ССР В. О. Казарян, Э. В. Авакян

О влиянии интенсивности света на суточную амплитуду
 обмена зольных элементов в листьях робинии лжеакации

(Представлено 24/1 1977)

Дневной ход общей продуктивности листьев определяется рядом внутренних и внешних факторов: ферментативным синтезом и гидролизом⁽¹⁾, активностью передачи из листьев ассимилятов в ночные часы⁽²⁾, интенсивностью роста⁽³⁾, наличием энергично растущих цветков и плодов⁽⁴⁾, водным режимом⁽⁵⁾, минеральным питанием⁽⁶⁾, видовыми особенностями растений и др. При этом повышенная синтетическая активность листьев обеспечивается не только энергичным оттоком к ним воды, но и столь же обильным поступлением корневых метаболитов, среди которых разнообразные зольные элементы. Некоторые из последних непосредственно включаются в состав структурных элементов протоплазмы клеток, а другие активизируют жизнедеятельность листьев, будучи в ионном состоянии. Они оказывают положительное влияние на фотосинтез⁽⁷⁾, синтез белков⁽⁸⁾, аминокислот⁽⁹⁾, хлорофилла⁽¹⁰⁾ и др.

Следует учесть, что макро- и микроэлементы запасяющих и других тканей поступают непосредственно не из корней, а из листьев и мы вправе полагать, что перемещение этих элементов вместе с пластическими веществами из листьев в запасяющие и другие ткани и растущие органы осуществляется, главным образом, в ночные часы. Исходя из всего этого можно заключить, что, подобно суточному ритму синтеза и перемещения ассимилятов, происходит также и обогащение листьев минеральными элементами в дневные часы и окорожение в ночные. При том максимум этой суточной кривой, как нам кажется, должен определиться в первую очередь интенсивностью света, как решающего фактора фотосинтеза и транспирации.

Для выяснения этого предположения в качестве объекта использованы листья робинии лжеакации шаровидной (*Robinia pseudoacacia* f. *umbraea*). В 6, 12, 18 и 24 часа сутки были взяты листья из периферийных побегов, находящихся на ярком свете, и тeneвых, расположенных в середине кроны, и фиксированы. При этом опытные листья в

различные часы дня восприняли совершенно разную интенсивность света (таблица), чем и был обусловлен уровень их физиологической активности.

Таблица

Дневной ход изменения интенсивности освещения (люкс)

Часы суток	Листья	
	теневые	световые
6	500	1900
12	1500	8000
18	3000	10000

Зафиксированный материал затем подвергали озолению до получения чистой золы и в последней определяли содержания натрия, калия, магния, железа и бора методом спектрофотометрии (11).

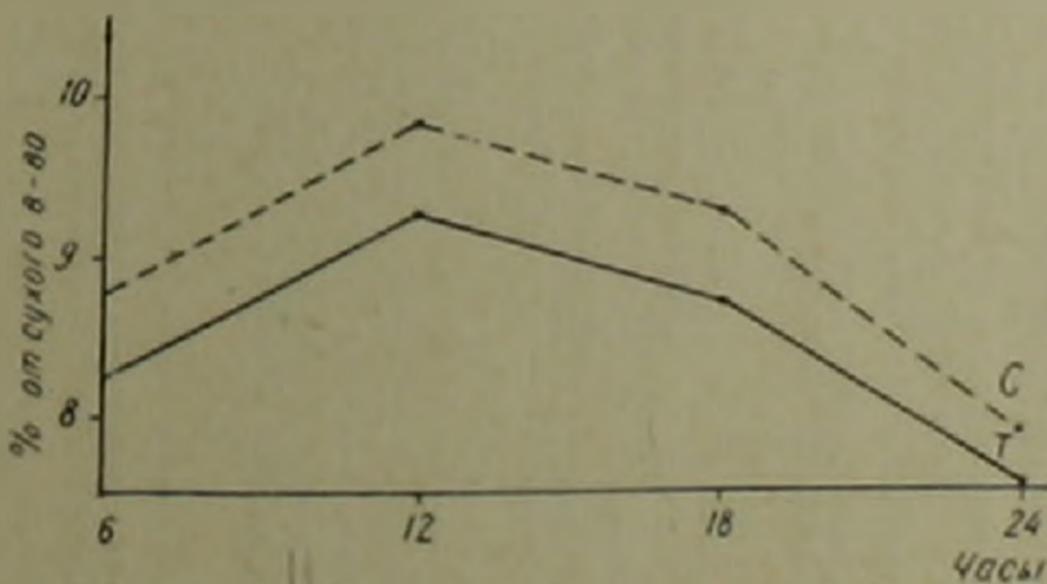


Рис. 1. Кривая суточной динамики изменения содержания золы в световых (C) и теневых (T) листьях лжеакации

Полученные данные по суточному изменению содержания золы в одинаковой площади листьев (рис. 1) показывают, что у световых листьев амплитуды параболической кривой гораздо выше, чем у теневых, что свидетельствует об энергичном поступлении золы в листья в дневные часы. Аналогичное различие в содержании зольных элементов обнаружено в листьях контрольных и обрезанных (омоложенных) кустов сумаха ароматного (12). При этом выяснилось, что величина суточной амплитуды поступления в листья и передвижения из них зольных элементов больше у омоложенных кустов, которые к тому же показывают активную жизнедеятельность. В данном случае как дневная освещенность, так и искусственное омоложение, т. е. измене-

ные соотношения массы листьев и активных корней в пользу последних, вызывают интенсификацию общей жизнедеятельности листьев, обусловленной большим притоком зольных элементов к ним.

Примерно такие же данные были получены и в отношении дневного притока к листьям и передвижения из них натрия и калия (рис. 2). Разница выражается лишь в том, что потребность листьев в натрии сравнительно больше, чем в калии. Кроме того, если содержание натрия у световых и теневых листьев во все часы суток изменяется одинаково, то в отношении калия не наблюдается подобной тенденции. У теневых листьев эти изменения выражены слабее, нежели у световых. Следовательно, у периферийных листьев, получавших свет повышенной интенсивности, существенно нарастает потребность в калии.

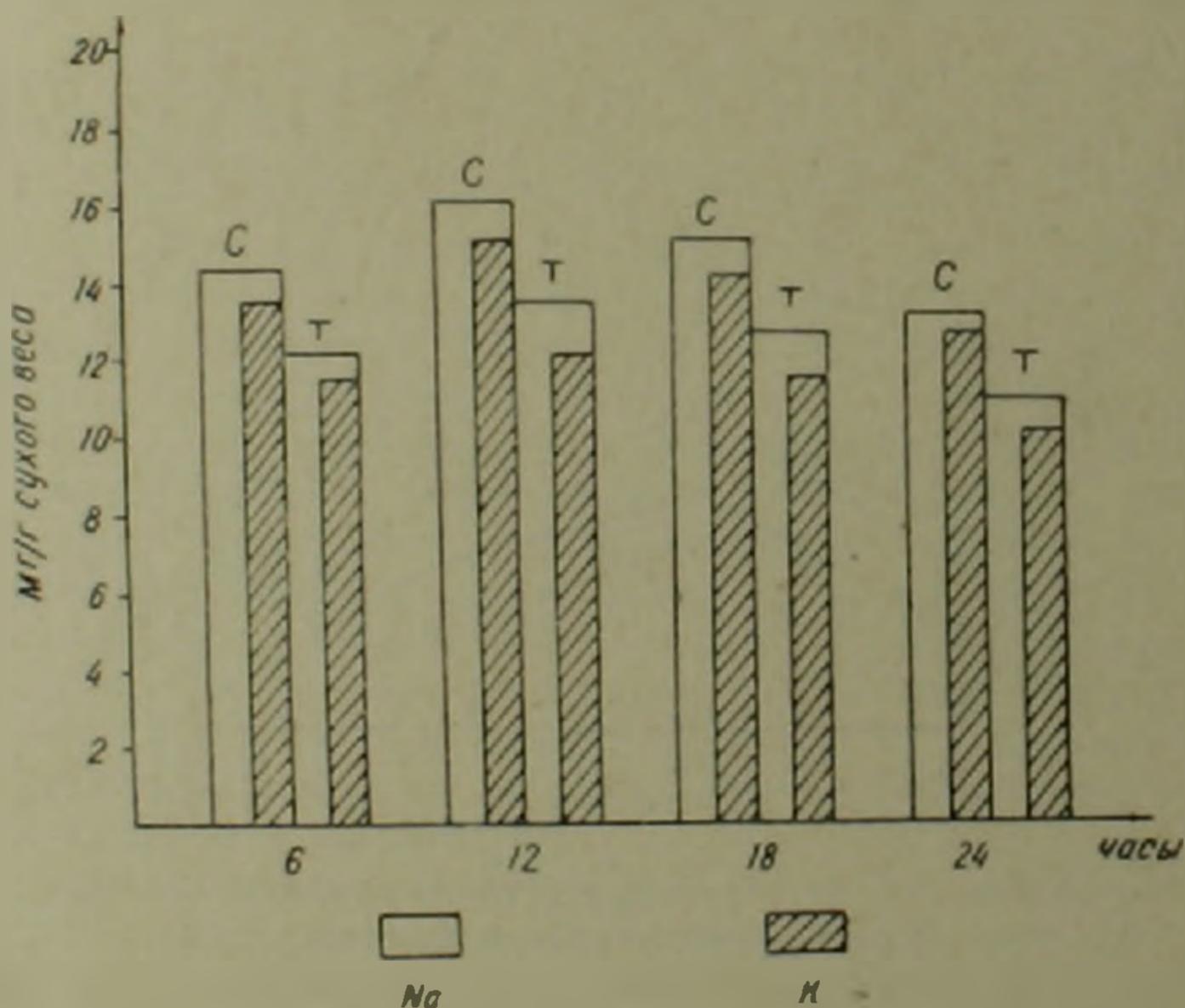


Рис. 2 Суточный ход изменений содержания макроэлементов в световых (с) и теневых (т) листьях лжеакации

Из микроэлементов наибольшее количество обнаруживается в световых листьях как в дневные, так и в ночные часы (рис. 3), тогда как в теневых—в ночные часы их содержание доходит до минимума. Следующее место по активности суточного обмена листьев занимает железо.

У всех перечисленных макро- и микроэлементов в количественном отношении характерным в суточной динамике является то, что, начиная с 6 часов утра и до 12 часов дня наблюдается постепенное их

нарастание, после чего их содержание интенсивно уменьшается до наступления темноты. В отношении бора обнаруживается несколько иная картина. Максимальное содержание этого элемента приурочивается ко времени повышенного фотосинтеза.

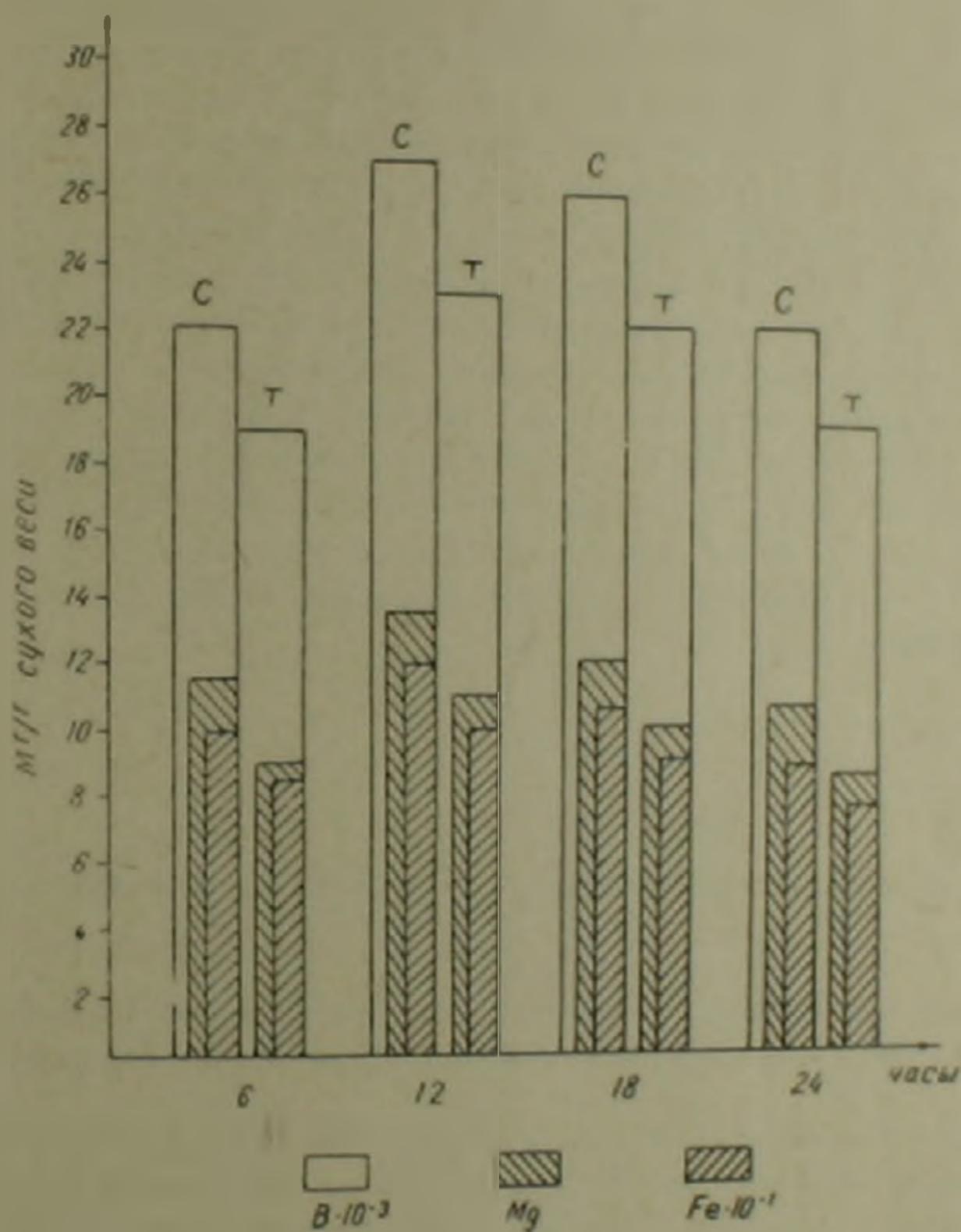


Рис. 3. Суточный ход изменений содержания микроэлементов в световых (С) и теневых (Т) листьях лжеакции

Если судить по количеству поступающих в листья отдельных элементов минерального питания, то отмечается более повышенная потребность растения прежде всего к натрию, затем к калию. В этом отношении из микроэлементов первое место занимает магний, затем железо, меньше всего бор.

Обильная потребность световых листьев в зольных элементах, видимо, определяется не только активным фотосинтезом или синтезом

разнообразных клеточных структур (белков, нуклеиновых кислот и др.), но и интенсивностью транспирации, обеспечивающей более энергичное поступление воды, а вместе с нею и зольных элементов, несмотря на то, что нет прямопропорциональной зависимости между количеством транспирируемой воды и поступлением в листья минеральных элементов в условиях различной освещенности. При этом показано, что в условиях повышенной освещенности растения поглощают больше воды, чем минеральных элементов (13). Даже при таком обстоятельстве мы не вправе игнорировать роль транспирации, осуществляющейся более сильно в условиях высокой интенсивности света. Дело в том, что пасока (вода вместе с питательными элементами и корневыми метаболитами) поднимается одними и теми же сосудами как световых, так и теневых побегов. Следовательно, в зависимости от общей освещенности, определяющей интенсивность транспирации, изменяется количество пасоки (в том числе зольных элементов и корневых метаболитов), поступающей в листья. Таким образом, листья, находящиеся в условиях большой освещенности, интенсивно функционируют и более активно поглощают зольные элементы в дневные часы и направляют их к другим органам и частям столь же интенсивно в ночные часы.

Ботанический институт
Академии наук Армянской ССР

Հայկական ՍՍՀ ԳԱ ակադեմիկոս Վ. Ն. ՂԱԶԱՐՅԱՆ, Է. Վ. ԱՎԱԳՅԱՆ

Ռոբինիս կեղծակացիայի տերևներում մոխրային տառերի փոխանակության օրվա ռիթմի վրա լույսի ինտենսիվության և զդեցության մասին

Ինչպես հայտնի է, ցերեկվա ժամերին, տերևների բարձր կենսագործունեությունը պայմանավորված է ոչ միայն ակտիվ ֆոտոսինթեզով, այլև չրի, հանքային նյութերի և արմատային նյութափոխանակության արգասիքների ինտենսիվ մուտքով: Այդ նյութերը արմատներից անմիջապես տեղափոխվում են տերևները և այնուհետև սլաստիկ նյութերի հետ միասին շարժվում դեպի աճող և պահեստային օրգանները:

Պետք է ենթադրել, որ ասիմիլյատների սինթեզի և տեղափոխման օրվա ռիթմի նման տեղի է ունենում նաև տերևների ցերեկային հարստացումը հանքային նյութերով և վերջիններից շարժվում է դիշերվա ժամերին և ու այդ ամպլիտուդայի բարձրությունը պայմանավորված է լույսի ինտենսիվությունից: Այս ենթադրության հաստատման նպատակով փորձեր է դրված կեղծակացիայի լույսային և ստվերային տերևների վրա: Ատացված արդյունքները ցույց են տալիս, որ սկսած առավոտյան ժամի 6-ից տերևները աստիճանաբար հարստանում են միկրո և մակրո տարրերով: Որից հետո տեղի է ունենում նրանց քանակների աստիճանական նվազում մինչև դիշերը: Ըստ որում լույսային տերևները, որոնք գտնվում են ավելի բարձր ին-

տենսիփոփյան լույսի պայմաններում. հիշյալ հանքային նյութերի հարստացման և աղքատացման օրվա ուրիշ տեսակետից ընդունվում են ավելի մեծ ամպլիտուդայով, քան ստվերադիմացկունները:

Л И Т Е Р А Т У Р А — Գ Ր Ա Վ Ը Ն Ք Ի Ր Ե Ր Ը

- ¹ Н. М. Сисакян, Биохимия обмена веществ, Изд. АН СССР, 1954. ² А. Курсанов, *Planta*, 20, 3 (1933). ³ S. L. Throoper, *Austr. S. Biol.*, 15, 1962. ⁴ Н. К. Archbold, В. N. Mukerjee, *Annal.* В. 6, 1942. ⁵ Н. А. Максимов, Водный режим и засухоустойчивость растений, Изд. АН СССР, 1952. ⁶ Д. А. Сабинин, Минеральное питание растений, Изд. АН СССР, 1940. ⁷ Е. А. Байченко, Успехи современной биологии, 62, 1, 1966. ⁸ М. Я. Школьник, А. В. Косицын, ДАН СССР, 144, 1 (1962). ⁹ М. Я. Школьник, Физиология сель. хоз. растений, 9, 1967. ¹⁰ В. Н. Бриллиант, Т. А. Белова, *Тр бот. ин-та АН СССР, экс. бот.* 3, 1938. ¹¹ Н. М. Кустанович, Спектральный анализ, Изд. «Высшая школа», 1962. ¹² V. O. Kazarjan, *Biologia plantarum*, 4, 1962. ¹³ S. Prat, *Biochem Zeitschrift* В. 136, 1923.

УДК 591.147.595.78

ЭНТОМОЛОГИЯ

С. М. Сармисян, С. А. Хачатрян

**Фенокритический период формирования антенн у бабочек
 тутового шелкопряда**

(Представлено чл.-корр. АН Армянской ССР Э. А. Давтяном 28/III 1977)

Многие органы половозрелых особей у голометаболически развивающихся насекомых образуются из имагинальных дисков, которые, как известно, возникают в ранний период эмбрионального развития (1).

В период личиночного развития имагинальные диски представлены в виде скоплений однородных клеток, которые, размножаясь, претерпевают определенные изменения по форме (2). Более интенсивный рост и дифференцировка имагинальных дисков происходит в период метаморфоза, протекающего в фазе окукливания (предкуколки и куколки).

Опытами в тканевых культурах на дрозофиле было показано, что дифференцировка имагинальных дисков происходит, когда в среде культивирования присутствует гормон проторакальных желез—экдизон (3). Необходимость наличия экдизона в среде как условие для дифференцировки имагинальных дисков вытекает еще и из того, что, имплантированные в тело половозрелых особей, где титр экдизона низок или он вовсе отсутствует (4), они продолжают расти без видимой дифференцировки (5).

Было показано также, что наличие в организме повышенного количества секрета прилежащих тел—ювенильного гормона, достигаемое инъекцией экзогенного гормона или его синтетических аналогов, полностью или частично тормозит процесс дифференцировки имагинальных дисков в период перехода из личиночной фазы развития в куколочную, а затем имагинальную (6-8).

Полученные в этой области данные приводят к выводу, что нормальное развитие имагинальных дисков у насекомых обуславливается динамичной сбалансированностью гормонов в организме и что нарушение этого баланса вызывает сдвиги в ходе и последовательности реализации генетической программы роста и дифференцировки, приводящие к морфологическим изменениям.

Вместе с этим было показано, что имагинальные диски в теле гусеницы не только растут, но и претерпевают определенные изменения, обуславливающие у них «компетентность» к факторам, стимулирующим или ингибирующим дифференцировку (в том числе и к гормонам). Такая способность у имагинальных дисков наступает на определенном уровне развития личинки (гусеницы), которая, на наш взгляд и является фенокритическим периодом (t_{-9}), формирования имагинальных органов. Учитывая это можно было ожидать, что под влиянием гормонально активных веществ, включенных в среду развития в фенокритический период, произойдут изменения в параметрах проявления (величине, форме, числе) формирующегося органа и в полноте выполняемых им функций.

В данном случае нас интересовало выявление характера роста и дифференцировки имагинальных дисков антенн у тутового шелкопряда под влиянием аналога ювенильного гормона (АЮГ) о морфогенетической активности которого было известно.

В опытах использовались гусеницы из партеноклона ПК-30, что обеспечило их генетическую идентичность. Максимальная выравненность по уровню развития достигалась взятием яиц одного калибра и гусениц, вылупившихся из таких яиц в одни и те же сроки. Далее, в начале опыта, т. е. в первый день IV возраста брались гусеницы, слинявшие одновременно, которые и использовались во все сроки обработки.

Гусеницы обрабатывались в 0,1%-ной водной эмульсии ювеноида под условным обозначением ZR-512 в один и тот же час. Для этого они погружались в свежеприготовленную водную эмульсию и немедленно переносились на фильтровальную бумагу для удаления стекающей с тела гусеницы эмульсии. После обработки гусеницы кормились наравне с необработанным вариантом, служившим в качестве контроля.

Куколки от обработанных и необработанных гусениц проявили ряд морфогенетических отличий, из числа которых, как было сказано, нами учитывались изменения антенн.

Антенны у куколки, как и другие наружные придатки головы и груди, после гусенично-куколичной линьки размещаются на теле с брюшной стороны и плотно прилипают к нему в результате высыхания линичной жидкости. В то же время размещение каждого из этих придатков вполне упорядочено с точки зрения занимаемого места на теле и положения по отношению к другим придаткам. Вследствие этого наличие или отсутствие их, изменение величины, также как и положения легко поддаются регистрации внешним наблюдением.

Результаты наблюдений и замеченных изменений в формировании антенн у опытных и контрольных куколок, соответственно и у бабочек, приведены в таблице.

Как видно из приведенных в таблице результатов, у куколок и бабочек, развивающихся из обработанных в течение IV и первой

половины пятого возрастов гусениц, антенны подвергались существенным изменениям, выраженным в деформированности как по форме, так и по величине в той или иной степени до полного их отсутствия. Особый интерес представляют случаи, когда антенны вовсе не образуются или образуется только одна из них. Судя по результатам приведенных опытов, имагинальные диски антенн в течение гусеничного развития обладают разной степенью чувствительности к изменению титра ЮГ в зависимости от степени компетентности. Возможно, что компетентность отдельных структурных частей имагинального диска, предетерминированных для образования определенного элемента будущей антенны, наступает в разные сроки. В таком случае совпадение момента обработки с моментом компетентности зачатка ствола привело бы к отсутствию антенн. Такой период, как это видно из приведенных в таблице наблюдений, наступает в последний день IV и первые дни пятого возрастов. Факт отсутствия только одной антенны может быть приписан как наличию разной концентрации вводимого ювениона в различные части тела, так и наличию автономности в наступлении компетентности у каждого из пары имагинальных дисков антенн.

Таблица

Возраст гусениц	Дни обработок	Антенны бабочек от гусениц, обработанных АЮГ	Антенны бабочек от необработанных гусениц
IV	2	Нормальные	Нормальные
IV	3	Деформированы и укорочены	.
IV	4	Деформированы и укорочены	.
IV	5	Нормальные	.
IV	6	Отсутствие одной или обеих	.
V	1	Отсутствие одной или обеих	.
V	2	Отсутствие одной или обеих	.
V	3	Отсутствие одной	.
V	4	Деформированы и укорочены	.
V	5	Нормальные	.

Чувствительность тутового шелкопряда к экзогенному ювенильному гормону и его синтетическим аналогам была показана на примере морфогенетических изменений, наблюдаемых у обработанных этими веществами особей (^{10,11}).

Один из возможных механизмов биологической активности гормонов в настоящее время усматривается в наличии непосредственного влияния их на генетический аппарат клетки, ответственный за рост и дифференцировку (^{12,13}).

В основе заключения о наличии непосредственного влияния ювенильного гормона на генетическую конституцию клетки прежде всего лежит факт немедленной реакции и изменения хромосом клеток, подвергнутых действию гормона (^{14,15}) в результате проведенных в этом направлении исследований был сделан вывод о том, что специфические локусы хромосом непосредственно реагируют на ювенилизирующий

эффект гомонально активных агентов, при котором активируются локусы, которые в норме выглядят заглушенными и, наоборот, репрессируются локусы, которые должны были бы активироваться.

Исходя из этих данных, нарушения хода роста и дифференцировки имагинальных дисков антенн, наблюдаемые в определенных, так называемых фенокритических, периодах развития насекомого, следует рассматривать как закономерное явление блокирования транскрипции, т. е. матричной активности генов, контролирующих эти процессы.

В таком случае выявление фенокритических периодов образования антенн и других органов, функционально обеспечивающих реализацию воспроизводительной потенции вредных насекомых, могло бы быть использовано для научного обоснования режима применения ювеноидов в качестве средства генетической борьбы с ними.

Институт зоологии
Академии наук Армянской ССР

Ս. Մ. ՍԱՐԴՍՅԱՆ, Ս. Ա. ԿԱԶԱՏՐՅԱՆ

Քեղիկների ձևավորման ֆենոկրիտիկ սլերիադր քրենու շերամի թիթեռների մոտ

Լրիվ կերպարանափոխվող հասուն միջատի օրգանների շատերը դառնում են թրթուրի մարմնում գտնվող իմադինայ սկավառակներից, որոնք գոյանում են սաղմնային պարզացման դեռ վաղ շրջանում:

Տվյալ աշխատանքում ուսումնասիրվել է թթենու շերամի թիթեռների բեղիկների սկավառակների աճի և դիֆերենցման բնույթը՝ կախված յուվենիլային հորմոնի անալոգի ազդեցությունից:

Այդ նպատակով 4 և 5 հասակների թրթուրները մշակվել են յուվենոիդի՝ Ս.1 տոկոսանոց ջրային էմուլսիայի մեջ ընկղմելով:

Ուսումնասիրությունները ցույց են տվել, որ յուվենոիդով մշակման հետևանքով առաջանում են բեղիկները այս կամ այն աստիճանի փոփոխված, ինչպես նաև անբեղիկ թիթեռներ, նկատի ունենալով, որ փոփոխությունները համընկնում են թիթեռի կյանքի որոշակի ժամկետներին, պետք է մտածել, որ յուվենոիդի ազդեցությունը համընկնում է բեղիկների սկավառակների աճի ու դիֆերենցման կոմպետենտության կամ ֆենոկրիտիկ ժամանակահատվածին:

Վնասատու միջատների վերարտադրությունը ապահովող նման օրգանների աճի և դիֆերենցման բնական ընթացքի արհեստական խախտումը յուվենոիդով կարող է օգտագործվել նրա դեմ պայքարի նոր՝ գենետիկական եղանակ մշակելու աշխատանքներում:

ЛИТЕРАТУРА — ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

- ¹ W. W. Gehring, Developmental systems: Insects, vol. 2, 212-282, London, 1973. ² P. Mandaron, Devel. biol., 25; 581-605, 1971. ³ E. Shaoye and P. Karlson, Devel. biol., 1965. ⁴ W. W. Gehring, J. Entomol. exp morph., 77-111, 1966. ⁵ E. A. Приданцева, А. А. Дробкина, Ю. С. Цизин, Успехи современной биологии, т. 71, вып. 2, 292-309, 1971. ⁶ V. Novak, Insect hormones, London, 1966. ⁷ V. Haecker, Entwicklungs-geschichtliche Eigenschaftsanalyse (phänogenetik), Jena, 1. ⁸ Б. Ц. Конюхов, Успехи современной биологии, 71, 1, 107-122, 1971. ⁹ К. Маркет, Г. Уршпринг, Генетика развития, М., 1973. ¹⁰ Н. Асаи, М. Kobayashi, Appl. Entomol. and Zool., 6, 3, 138-139, 1971. ¹¹ Е. Г. Григорян, С. М. Саркисян, Г. Л. Азарян, Биологический журнал Армении, т. XXV, №8, 46-51 (1973). ¹² W. W. Doane, Developmental systems: Insects, vol. 2, London, 1973. ¹³ H. Laufer and H. Greenwood, Ann. Zool., 9, 603, 1969. ¹⁴ H. Laufer, and T. K. Holt, J. Exp. Zool., 173, 341-351, 1970.

