

Զ Ե Կ Ո Ւ Յ Ց Ն Ե Ր
Д О К Л А Д Ы

LXIV, № 2

1977

Խմբագրական կոլեգիա

Редакционная коллегия

Գ. Ա. ԱՐՁՈՒՄԱՆՅԱՆ, անհն. գրա. բնկե-
տ (պատ. Բարսուղաթ), Է. Գ. ԱՅՐԻՆՅԱՆ,
ՀՍՍՀ ԳԱ բրբակից-անդամ, Ա. Ք. ԲԱՐԱ-
ՅԱՆ, ՀՍՍՀ ԳԱ ակադեմիկոս, Հ. Խ. ԲՈՒՆ-
ՅԱՔՅԱՆ, ՀՍՍՀ ԳԱ ակադեմիկոս, Լ. Լ.
ԹԱՍԱԿՅԱՆ, ՀՍՍՀ ԳԱ բրբակից-անդամ,
Վ. Մ. ԹԱԹԱԳԱՆ, ՀՍՍՀ ԳԱ բրբակից-ան-
դամ, Վ. Հ. ՉԱԾԱՐՁՈՒՄՅԱՆ, ակադեմիկոս,
Վ. Հ. ՉԱԿԱՐՅԱՆ, ՀՍՍՀ ԳԱ ակադեմիկոս
(պատ. խմբագրի տեղակալ), Հ. Դ. ՄԱՂԱԹ-
ՅԱՆ, ՀՍՍՀ ԳԱ ակադեմիկոս, Լ. Գ. ՆԱԶԱՐՈՎ,
ՀՍՍՀ ԳԱ ակադեմիկոս (պատ. խմբագրի),
Գ. Ս. ՍԱԼԱՆՅԱՆ, ՀՍՍՀ ԳԱ բրբակից-անդամ,
Օ. Մ. ՍԱԳՈՆՅԱՆ, ՀՍՍՀ ԳԱ բրբակից-
անդամ, Մ. Լ. ՏԵՐ-ՄԻՔԷԼՅԱՆ, ՀՍՍՀ
ԳԱ բրբակից-անդամ, Վ. Բ. ՉԱՆՈՒՐՅԱՆ,
ՀՍՍՀ ԳԱ բրբակից-անդամ

В. А. АМБАРЦУМЯН, академик, Г. А.
АРЗУМАНЯН, канд техн наук (отв.
секретарь), Э. Г. АФРИКЯН, чл.-корр.
АН АрмССР, А. Т. БАБАЯН, академик
АН АрмССР, Г. Х. БУНЯТЯН, акаде-
мик АН АрмССР, Е. О. КАЗАРЯН, ака-
демик АН АрмССР (зам. отв. редактора),
И. Г. МАГАКЬЯН, академик АН Арм-
ССР, А. Г. НАЗАРОВ, академик АН
АрмССР (отв. редактор), Г. С. СААКЯН,
чл.-корр. АН АрмССР, О. М. САПОН-
ДЖЯН, чл.-корр. АН АрмССР, А. А. ТА-
ЛАЛЯН, чл.-корр. АН АрмССР, В. М.
ТАРАЯН, чл.-корр. АН АрмССР, М. Л.
ТЕР-МИКАЕЛЯН, чл.-корр. АН АрмССР,
В. В. ФАНАРДЖЯН, чл.-корр. АН
АрмССР.

Ո Ռ Վ Ա Ն Դ Ա Կ Ո Ւ Ք Յ Ո Ւ Ն

ՄԱՐԹԵՄԱՏԻԿԱ

Է. Ա. Իսահանյան—Արևի տիպի սխառեմների ախտաբանական հետազոտում սարագոսպասարկման դեպքում 63

Ն. Գ. Հաբուրյունյան—Զափելի ֆունկցիաների ներկայացումը բազմապատիկ շարքերով 72

Ա. Հ. Մոկացյան—Ռեյաստիվիզացված կոլմոզորովյան բարդությունների սրտի հատկություններ 77

Յու. Գ. Անաստասյան—Նրկկոզմանի հիպերգրաֆների մի բանի հատկություններ 81

Ա. Ա. Որդյան, Լ. Ս. Հայրասյան—Ֆորմալ թերականությունների ELR (1) և Q(K) գասերի մասին 85

Կ. Հ. Յաղոյան—Ու խիստ հիպերոլիկ սխառեմների համար խառը խնդրի կորեկտության անհրաժեշտ պայմանները 91

ԿՐԱՌԱԿԱՆ ՄԱՐԹԵՄԱՏԻԿԱ

Ա. Հ. Ազատյան, Ս. Ա. Քսուրազյան—Տեղափոխությունների, գույտրդությունների և տեղաբաշխությունների լրիվ բազմությունների թվարկման ալգորիթմների ձրագրավորումը 96

ՏՈՉԻԿԱ

Մ. Ե. Մովսեսյան, Տ. Հ. Հովսեփյան—Ստիպուղական ուլտրամանուշակագույն հառազայթում կալիումի զուտրչիներում 101

ԱՍՏՐՈՆՈՄԻԿԱ

Ա. Լ. Գուրբուղազյան, Տ. Յու. Մաղախյան—Նոր կարմիր օբյեկտներ, արտաքուստ եման Հերբիզ—Արոյի օբյեկտներին 104

ԵՐԿՐԱՐԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

Լ. Ս. Մելիքյան—Ջող հանրավայրում հանքամարմինների ստրուկտուրային տիպերն ու նրանց տեղայնացման երկրաբանական առանձնահատկությունները 108

ՔՐՈՑԻՄԻԱ

Է. Գ. Սարախանյան, Ն. Գ. Կիրսիլչնիկովա, Ռ. Մ. Նալբաբյան—Կորեզանից ստացված պլաստոցիանին և ֆերեզոցոին 112

Ա. Ա. Գալոյան—Հիպոթալամոսը նոր պոլիպեպտիդի թմրական կառուցվածքի և օրգանաբանական կառուցվածքի մասին 116

ՐՈՒՑՍՆՐԻ ՏՈՉՈՂՈԳԻԱ

Ե. Կ. Խաժակյան, Մ. Ք. Կալյախյան—Ֆոտոպերիոդիկ լեզոք տեսակի ձխախոտ Տրապեզոնգի աճն ու ժազկումը ֆիտոհորմոնների և ինհիբիտորների ազդեցությամբ 122

СОДЕРЖАНИЕ

	Стр
МАТЕМАТИКА	
Э. А. Данцелян—Асимптотическое изучение систем $M^* G^*$ при «быстром» обслуживании	65
Ф. Г. Арутюнян—Представление функций кратными рядами	72
А. А. Мокацян—Некоторые свойства релятивизированных сложностей Колмогорова	77
Ю. Г. Анастасян—Некоторые свойства двудольных гиперграфов	81
А. А. Ордян, Л. Р. Абрамелян—О классах $ELR(1) G(K)$ формальных грамматик	85
К. А. Ягдзян—Необходимые условия корректности смешанной задачи для нестрого гиперболических систем	91
ПРИКЛАДНАЯ МАТЕМАТИКА	
А. А. Азатян, Р. А. Тамразян—Программные реализации алгоритмов для перечисления элементов полных множеств: n -перестановок с повторениями, сочетаний из n элементов по m размещений из n элементов по m	96
ФИЗИКА	
М. Е. Моисесян, Т. О. Овакимян—Вынужденное ультрафиолетовое излучение в парах калия	101
АСТРОФИЗИКА	
А. Л. Гюльбудагян, Т. Ю. Магакян—Новые красные объекты, внешне похожие на объекты Хербига—Аро	104
ГЕОЛОГИЯ	
Л. С. Меликян—Геологические особенности локализации и структурные типы рудных тел на Зодском месторождении	108
БИОХИМИЯ	
Э. Г. Саруханян, Н. П. Киричникова, Р. М. Налбандян—Пластоцианин ферредоксин из люцерны	112
А. А. Галоян—О химической структуре и органотропной активности нового гипоталамического полипептида	116
ФИЗИОЛОГИЯ РАСТЕНИЙ	
Х. К. Хачакиан, М. Х. Чайлалян—Влияние фитогормонов и ингибиторов на рост и цветение растений фотопериодически нейтрального табака Трапезонд	122

CONTENTS

MATHEMATICS

- E. A. Danielian* — The asymptotical investigation of systems $M_r / G_r / 1$ in the case of "rapid" service 65
- F. G. Arutounian* — The representation of functions by multiple series 72
- A. H. Mokatsian* — Some properties of relativized Kolmogorov complexes 77
- Y. G. Anastasian* — Some properties of bipartite hypergraphs. 81
- A. A. Ordian, L. R. Hayrapetian* — On the $EIR(1)$ and $G(K)$ classes of formal grammars 85
- K. H. Yagdjian* — A necessary condition for the well posed initial — boundary value problems for the hyperbolic systems which are not necessarily strictly hyperbolic. 91

APPLIED MATHEMATICS

- A. A. Azatyan, R. A. Tamrazian* — Program realizations of algorithms for the enumeration of elements of complete sets such as n -permutations with repetitions, combinations of n element in at a time, arrangements of n element in at a time. 96

PHYSICS

- M. E. Movsessian, T. H. Hovakimian* — Stimulated ultraviolet radiation in potassium vapour. 101

ASTROPHYSICS

- A. L. Gyulhudaghian, T. Yu. Mayhakian* — New red objects, resembling Herbig-Haro objects 104

GEOLOGY

- I. S. Melikian* — The geological peculiarities of the localization and the structural types of the ore bodies in the Zed ore deposit 104

BIOCHEMISTRY

- E. G. Sarukhanian, N. P. Krpichnikova, R. M. Nalbandian* — Extract of plastocyanin and ferredoxin from lucerne 112
- A. A. Galoyan* — About the chemical structure and organotropic activity of Hypothalamus Polypeptide 116

PLANT PHYSIOLOGY

- Kh. K. Khazhakian, M. Kh. Chalakhian* — Influence of phytohormones and inhibitors on growth and flowering of photoperiodically neutral tobacco plant *Tripazond*. 122

Технический редактор Л. А. АЗИЗБЕКЯНИ

ВФ 05123 Подписано к печати 25/V 1977 г. Тираж 540. Изд. 4591. Заказ 227.
Формат 84x108¹/₁₆. Печ. л. 4,12. Усл. печ. л. 5,6. Уч. изд. листов 4,28.

Типография Издательства АН Армянской ССР, Ереван, Барнакутин 24.
Эмнадзинская типография Изд. АН Армянской ССР

УДК 5.19.217

МАТЕМАТИКА

Э. А. Даниелян

Асимптотическое изучение систем $\bar{M}_r|\bar{C}_r|1$ при «быстром» обслуживании

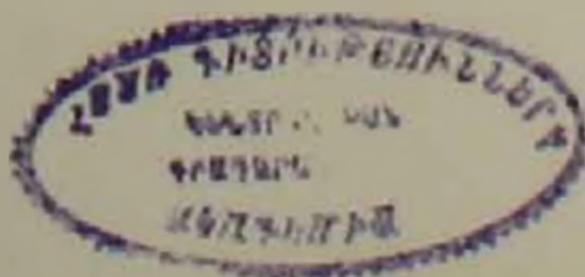
(Представлено академиком АН Армянской ССР М. М. Джрбашяном 24/IV 1976)

Настоящее сообщение является продолжением (1). Рассматривается класс систем обслуживания типа $\bar{M}_r|\bar{C}_r|1$ без прерывания уже начатого обслуживания, у которого вектор $\bar{z}_n = (z_1^{(n)}, \dots, z_r^{(n)}; 1)$, где $z_j^{(n)}$ — число вызовов j -го потока (j -вызовов), оставшихся в системе после окончания обслуживания n -го вызова, являющегося i -вызовом, образуют простую цепь Маркова. Длительность обслуживания i -вызовов есть случайная величина (сл. в.) с функцией распределения $B_i(t)$, $B_i(0) = 0$, а интенсивность потока i -вызовов равна $a_i > 0$ ($i = \overline{1, r}$). Длительности обслуживания суть независимые в совокупности сл. в. и не зависят от процесса поступления. В момент $t = 0$ система свободна от вызовов.

Пусть независимо от функционирования системы наступают «катастрофы», поток которых пуассоновский с параметром $s > 0$. Каждый i -вызов независимо от остальных с вероятностью x_i ($0 < x_i < 1$) окрашивается в красный цвет и с вероятностью $1 - x_i$ — в синий.

1°. Пусть $g_{in}^*(\bar{k}; t)$ — вероятность того, что в момент окончания обслуживания n -го вызова впервые наблюдался вектор $(\bar{k}; t)$ (т. е. обслужен i -вызов; после него осталась очередь типа $\bar{k} = (k_1, \dots, k_r)$); а время, протекшее до окончания обслуживания этого i -вызова, не превосходит t . Иными словами, $g_{in}^*(\bar{k}; t)$ — вероятность первого достижения состояния $(\bar{k}; t)$ из состояния $(0; \cdot)$ ($0 = (0, \dots, 0)$) через n шагов за время, не превосходящее t .

Обозначим через $p_{in}^*(\bar{k}; t)$ вероятность перехода из состояния $(0; \cdot)$ в состояние $(\bar{k}; t)$ за n шагов в течение времени, не превосходящего t .



Если $v_{in}^*(\vec{k}; t)$ — условная вероятность перехода за n шагов в состояние $(\vec{k}; i)$ в течение времени, не превосходящего t , при условии выхода из состояния $(\vec{k}; i)$ и

$$g_{in}(\vec{k}; s) = \int_0^{\infty} e^{-st} d_t g_{in}^*(\vec{k}; t), \quad v_{in}(\vec{k}; s) = \int_0^{\infty} e^{-st} d_t v_{in}^*(\vec{k}; t), \quad (1)$$

то нетрудно видеть, что ($n > 1$; $i = \overline{1, r}$; $k_l \geq 0$; $s \geq 0$)

$$p_{in}(\vec{k}; s) = g_{in}(\vec{k}; s), \quad p_{in}(\vec{k}; s) = g_{in}(\vec{k}; s) + \sum_{m=1}^{n-1} g_{im}(\vec{k}; s) v_{in-m}(\vec{k}; s). \quad (2)$$

Если η_i — случайная длительность обслуживания i -вызова, то пусть сл. в. τ_i с вероятностью a_i равна сл. в. η_i . Здесь и ниже без ограничения общности полагаем $a_1 + \dots + a_r = 1$. Пусть выполнены следующие эквивалентные условия ($\beta_j(s) = \int_0^{\infty} e^{-st} dB_j(t)$)

$$\rho(s) = \sum_{j=1}^r a_j \beta_j(s) \rightarrow 1 \quad \text{и} \quad \eta \xrightarrow{p} 0. \quad (3)$$

При переходе из состояния $(\vec{k}; i)$ за n шагов в состояние $(\vec{k}; i)$ для того, чтобы пройти через состояние $(\vec{0}; \cdot)$, необходимо, чтобы $n > |\vec{k}| = k_1 + \dots + k_r$.

Пусть A -событие, заключающееся в отсутствии „катастроф“ за n шагов, переходе за эти n шагов в состояние $(\vec{k}; i)$ при условии выхода из состояния $(\vec{k}; i)$. Очевидно: $v_{in}(\vec{k}; s) = P(A)$.

Допустим: $B = \{\text{при условии выхода из состояния } (\vec{k}; i) \text{ в течение } n \text{ шагов нет попадания в состояние } (\vec{0}; \cdot)\}$. Положим: $v_{in}(\vec{k}; s) = P(AB)$.

При $x \rightarrow 0$ будем писать $y = O^*(x)$, если либо $y = O(x)$, либо $y = O(x)$.

Лемма 1. Если $\eta \xrightarrow{p} 0$, то $\bar{v}_{in}(\vec{k}; s) = O^*(\rho_n(s))$, где обозначено ($s \geq 0$)

$$\rho_n(s) = \sum_{j=1}^r a_j \beta_{jn}(s), \quad \beta_{jn}(s) = \int_0^{\infty} e^{-sx} \cdot \frac{x^n}{n!} dB_j(x).$$

Доказательство. Пусть вначале $a_j \beta_{jn}(s) = O(\rho_n(s))$. Тогда по теореме работы (1) при любых $l, m \geq 1$; \vec{n} ($|\vec{n}| = n$)

$$p_{il}(\vec{n}; s) = O(p_{im}(\vec{n}; s)). \quad (4)$$

Период занятости (п. з.), за который обслужено не менее n вызовов, при условии, что он начался с состояния $(\vec{k}; i)$, обозначим через $\tau_{>n}(\vec{k}; i)$.

События $\bar{A}_j^m(s)$, \bar{B}_{lj} определяем внутри $\pi_{>n}(\vec{k}; \vec{l})$ ($j = \overline{1, n}$; $l = \overline{1, r}$; $m \geq 0$). $\bar{A}_j^m(s)$ -событие, заключающееся в том, что j -ым обслуживается вызов, за длительность обслуживания которого поступило m штук вызовов и не наступали «катастрофы». \bar{B}_{lj} -событие, заключающееся в том, что j -ым обслуживается l -вызов. Имеем

$$P \left\{ \prod_{j=1}^n (\bar{B}_{lj} \cdot \bar{A}_j^m(s)) \right\} = \prod_{l=1}^r \beta_{lj, m_l}(s) P \left\{ B_{lj} / \prod_{j=1}^{l-1} (\bar{B}_{lj} \bar{A}_j^m(s)) \right\}, \quad (5)$$

где $P(B/C)$ — условная вероятность события B при условии осуществления события C .

Пусть k -ый, обслуженный за $\pi_{>n}(\vec{k}; \vec{l})$ вызов, является l_k -вызовом ($k = \overline{1, n}$; $l_k = \overline{1, r}$). Положим: $\vec{m} = (m_1, \dots, m_n)$, $\vec{l} = (l_1, \dots, l_n)$, $|\vec{m}| = n$.

Размерность вектора \vec{l} равна n , поскольку для полатания из состояния $(\vec{k}; \vec{l})$ в состоянии $(\vec{k}; \vec{l})$ за n шагов необходимо поступление в течение этих n шагов ровно n вызовов. Пара векторов $(\vec{m}; \vec{l})$ однозначно задает некоторую последовательность обслуживаний n вызовов с указанием числа поступлений вызовов за эти n обслуживаний, т. е. задает некоторую траекторию. Если внутри каждой траектории различать типы поступающих вызовов и их порядок поступления, то траектория распадается на подтраектории. Обозначим через $\bar{P}(\vec{m}; \vec{l})$ вероятность осуществления траектории $(\vec{m}; \vec{l})$. Исходя из (5), получаем

$$P \left\{ \prod_{j=1}^n \bar{B}_{lj} \bar{A}_j^m(s) \right\} = \left(\prod_{l=1}^r \beta_{lj, m_l}(s) \right) \bar{P}(\vec{m}; \vec{l}). \quad (6)$$

Легко видеть, что

$$\bar{P}(\vec{m}; \vec{l}) = P \left\{ \prod_{j=1}^n \bar{A}_j^m(0) \right\} \left(\prod_{l=1}^r a_{lj} \right) \bar{C}(\vec{m}; \vec{l}), \quad (7)$$

где величина $\bar{C}(\vec{m}; \vec{l})$ есть число возможных подтраекторий траектории $(\vec{m}; \vec{l})$.

$\bar{C}(\vec{m}; \vec{l})$ ограничено сверху, например, числом $n!$. Тогда из (6)

$$P \left\{ \prod_{j=1}^n (\bar{B}_{lj} \bar{A}_j^m(s)) \right\} = a_{l_1} \beta_{l_1, m_1}(s) \cdot \dots \cdot a_{l_n} \beta_{l_n, m_n}(s) \bar{D}(\vec{m}; \vec{l}) \quad (8)$$

где $0 < \bar{D}(\vec{m}; \vec{l}) \leq n!$.

Перейдем к вычислению асимптотики $v_{ln}(\vec{k}; s)$

$$\bar{v}_{in}(\vec{k}; s) = \sum P \left\{ \prod_{j=1}^n (B_{ij} \bar{A}_j^n(s)) \right\} =$$

$$\sum a_{i_1} \beta_{i_1 m_1}(s) \cdot \cdot \cdot a_{i_{n-1}} \beta_{i_{n-1}}(s) a_{i_n} \beta_{i_n}(s) \bar{D}(m; \vec{i}), \quad (9)$$

причем в сумме правой стороны (9) содержатся слагаемые

$$\sum_{i_1=1}^r \cdot \cdot \cdot \sum_{i_{n-1}=1}^r a_{i_1} \beta_{i_1}(s) a_{i_2} \beta_{i_2}(s) \cdot \cdot \cdot a_{i_{n-1}} \beta_{i_{n-1}}(s) a_{i_n} \beta_{i_n}(s) \times$$

$$\times P \left\{ \bar{A}_1^n(0) \prod_{j=2}^n \bar{A}_j^n(0) \right\} \bar{C}(n, 0, \cdot \cdot \cdot, 0; \vec{i}), \quad (10)$$

которые и заключают в себе главный член асимптотики $\bar{v}_{in}(\vec{k}; s)$ при $\tau \xrightarrow{P} 0$, что следует из леммы работы (1). При этом получаем $\bar{v}_{in}(\vec{k}; s) = O(p_n(s))$. Если же выполнено $a_i \beta_{i_{|n|}}(s) = O(p_{|n|}(s))$, $|n|=n$, то, проглядев заново доказательство, заключаем, что $\bar{v}_{in}(\vec{k}; s) = O(p_n(s))$, ч. и т. д.

Введем в рассмотрение событие: C | при условии выхода из состояния $(\vec{k}; i)$ в течение n шагов наблюдалось попадание в состояние $(0, \cdot)$. Положим: $v_{in}(\vec{k}; s) = P(AC)$.

Лемма 2. Если $\tau \xrightarrow{P} 0$, то $\bar{v}_{in}(\vec{k}; s) = O^*(p_{in}(\vec{k}; s))$.

Доказательство. Пусть $C_j =$ | при условии выхода из состояния $(\vec{k}; i)$ за j шагов не было „катастроф“ и через эти j шагов наблюдалось первое попадание в состояние $(0; \cdot)$. Положим: $d_{in}(\vec{k}; s) = P(C_n)$.

Формула полной вероятности позволяет записать

$$\bar{v}_{in}(\vec{k}; s) = \sum_{m=|k|}^{n-1} d_{im}(\vec{k}; s) p_{in-m}(\vec{k}; s). \quad (11)$$

Так как по теореме работы (1) при $\tau \xrightarrow{P} 0$

$$p_{il}(\vec{k}; s) = \begin{cases} O(p_{im}(\vec{k}; s)), & \text{если } 1 < l < m, \\ O^*(p_{im}(\vec{k}; s)), & \text{если } l = m. \end{cases}$$

то

$$\bar{v}_{in}(\vec{k}; s) = \left(\sum_{m=|k|}^{n-1} d_{im}(\vec{k}; s) \right) O^*(p_{in}(\vec{k}; s)). \quad (12)$$

Поскольку первый сомножитель правой части (12) конечен, то из (12) находим $\bar{v}_{in}(\vec{k}; s) = O^*(p_{in}(\vec{k}; s))$, ч. и т. д.

Используя леммы 1,2 и равенство $v_{in}(\vec{k}; s) = \bar{v}_{in}(\vec{k}; s) + \tilde{v}_{in}(\vec{k}; s)$ находим

$$v_{in}(\vec{k}; s) = O^*(\rho_{\min(n, |\vec{k}|)}(s)). \quad (13)$$

Теперь с помощью формул (2), (13) методом математической индукции доказывается

Теорема 1. $g_{in}(\vec{k}; s) = p_{in}(\vec{k}; s) + o(p_{in}(\vec{k}; s)), \tau_i \xrightarrow{P} 0$.

2°. Допустим в рассматриваемых системах длина очереди из i — вызовов не может превосходить $n_i \geq 0$, т. е. при наличии в очереди n_i i — вызовов новый поступивший i — вызов теряется.

Обозначим через τ_i время до первой потери i — вызова, а через q^i вероятность потери i — вызова раньше остальных на одном п. з. П. з., на котором произошла первая потеря вызова, называем последним.

Если q^i — вероятность потери i — вызова раньше остальных на одном п. з. и наличия в момент потери ровно j штук обслуженных за последний п. з. вызовов, то $q^i = q_0^i + q_1^i + \dots$

Будем изучать методом работы (2) асимптотику величины τ_i при $\tau_i \xrightarrow{P} 0$. Из теоремы А. Д. Соловьева (3) вытекает в нашем случае

Следствие. $\lim_{\bar{p}_i \rightarrow 0} P\{q^i = \tau_i > x\} = e^{-x}, x \geq 0$,

где $\bar{p}_i = a_1 \beta_{1n} + \dots + a_r \beta_{rn}, \beta_{in} = \int_0^\infty t^n dB_i(t) \quad (i = \overline{1, r}; n \geq 1)$.

Положим

$$b_{ic} = \int_0^\infty e^{-x} \frac{x^c}{c!} |1 - B_i(x)| dx, T(\vec{k}; \vec{a}) = \frac{(|\vec{k}|)!}{k_1! \dots k_r!} a_1^{k_1} \dots a_r^{k_r}.$$

Нетрудно вывести формулу, определяющую q_0^i

$$q_0^i = \sum_{\substack{0 < p_m \leq n_m \\ m = \overline{1, r}; m \neq i}} T(p; \vec{a}) a_i \sum_{j=1}^i a_j b_{j|p_i} \quad (p_i = n_i).$$

Так как (см. (1)) $(k > 3) a_j b_{j|n_i+1} > a_j b_{j|n_i+2} > \dots > a_j b_{j|n_i+k} > \dots > 0$, то положив

$$\bar{q}_0^i = a_i^{n_i+1} \sum_{j=1}^i a_j b_{j|n_i},$$

получаем

$$q_0^i - \bar{q}_0^i \leq a_i \sum_{j=1}^i a_j b_{j|n_i+1} \cdot S(\vec{n}; \vec{a}), \quad (14)$$

где

$$S(\vec{n}; \vec{a}) = \sum_{\substack{0 < p_m \leq n_m \\ m = \overline{1, r}; m \neq i \\ |\vec{p}| > 0}} T(p; \vec{a}) \quad (p_i = n_i). \quad (15)$$

Введем в рассмотрение величину λ_i

$$I_i = [n_i!]^{-1} a_i^{n_i+1} \sum_{j=1}^r a_j \int_{t=0}^{\infty} |1 - B_j(t)| t^{n_i} dt = [(n_i+1)!]^{-1} a_i^{n_i+1} \sum_{j=1}^r a_j b_j^{n_i+1}. \quad (16)$$

Лемма 3. Если $\bar{\rho}_{n_i+2}/\bar{\rho}_{n_i+1} \rightarrow 0$, то $\bar{q}_0^i \sim I_i$.

Доказательство. Очевидно, что $\bar{q}_0^i \leq I_i$. Далее, по первому равенству в (16)

$$\begin{aligned} 0 < (I_i)^{-1} (I_i - \bar{q}_0^i) &\leq [n_i! \cdot I_i]^{-1} \cdot a_i^{n_i+1} \sum_{j=1}^r a_j \int_{t=0}^{\infty} |1 - B_j(t)| t^{n_i} |1 - e^{-t}| dt \leq \\ &\leq [n_i! \cdot (n_i+2)]^{-1} \cdot a_i^{n_i+1} (\bar{\rho}_{n_i+2}/\bar{\rho}_{n_i+1}) \rightarrow 0. \end{aligned}$$

Лемма 4. Если $\bar{\rho}_{n_i+2}/\bar{\rho}_{n_i+1} \rightarrow 0$, то $q_0^i \sim I_i$.

Доказательство. Из (15) следует, что величина $S(\bar{n}; \bar{a})$ конечна. В силу (14)

$$\begin{aligned} (\bar{q}_0^i)^{-1} (q_0^i - \bar{q}_0^i) &\sim (I_i)^{-1} (q_0^i - \bar{q}_0^i) \leq \\ &\leq \bar{\rho}_{n_i+1}^{-1} a_i S(\bar{n}; \bar{a}) \left(\sum_{j=1}^r a_j b_j^{n_i+1} \right) \leq \frac{a_i S(\bar{n}; \bar{a})}{n_i+2} \frac{\bar{\rho}_{n_i+2}}{\bar{\rho}_{n_i+1}} \rightarrow 0, \end{aligned} \quad (17)$$

откуда $q_0^i \sim \bar{q}_0^i$ и по лемме 3 $q_0^i \sim I_i$, ч. и т. д.

Лемма 5. Если $\rho_{n_i+2}/\rho_{n_i+1} \rightarrow 0$, то $(q_0^i)^{-1} \sum_{k=1}^n q_k^i \rightarrow 0$.

Доказательство. Пусть τ_m — время обслуживания m -го по счету обслуженного за п. з. вызова, x_m^i — момент поступления m -го i -вызова внутри п. з. (если вызов, с которого начался п. з., есть i -вызов, то он не учитывается при нумерации x_m^i).

Допустим k -ым ($k > 1$) поступил j -вызов. Он должен был поступить в течение обслуживания первых $k-1$ обслуженных вызовов. Вероятность того, что k -ым обслуживается k_j -вызов ($k = 1, \overline{n+1}$), за длительность обслуживания первых $n+1$ вызовов поступило не менее n_i+2 i -вызовов, вследствие чего произошла потеря i -вызова, не превосходит интеграла

$$\int_0^{\infty} P\{x_{n_i+2}^i < t\} d[a_{1j} B_{1j}(t) \circ \dots \circ a_{(n+1)j} B_{(n+1)j}(t)],$$

где \circ — знак свертки. Следовательно,

$$P\{x_{n_i+2}^i < \tau_1 + \dots + \tau_{n_i+1}\} \leq \int_0^{\infty} P\{x_{n_i+2}^i < t\} d \left[\sum_{j=1}^r a_j B_j(t) \right]^n. \quad (18)$$

С другой стороны,

$$P\{x_{n_i+2}^i < \tau_1 + \dots + \tau_{n_i+1}\} \geq q_1^i + q_2^i + \dots \quad (19)$$

Правая сторона (18) оценена сверху в лемме 2 работы (2), где следует положить: $n = n_i + 1$; $G(t) = \sum_{j=1}^i a_j B_j(t)$; $l_k = a_k$ ($k = 1, \overline{n_i + 1}$).

Из формул (17)–(19) вытекает $(q_0^i)^{-1} \sum_{k>1} q_k^i \rightarrow 0$, ч. и т. д.

Теорема 2. $\lim_{\bar{\rho}_{n_i+2}/\bar{\rho}_{n_i+1} \rightarrow 0} P\{I_{i+1} > x\} = e^{-x}$, $x \geq 0$.

Доказательство. Так как $\bar{\rho}_1 \leq \bar{\rho}_{n_i+2}/\bar{\rho}_{n_i+1} \rightarrow 0$, то $\bar{\rho}_1 \rightarrow 0$ и имеет место следствие. Из доказанных лемм 3, 4, 5 следует, что при $\bar{\rho}_{n_i+2}/\bar{\rho}_{n_i+1} \rightarrow 0$ имеет место $q^i \rightarrow I_i$, ч. и т. д.

Вычислительный центр Академии наук Армянской ССР и
Ереванского государственного университета

Է. Ա. ԴԱՆԻԵԼՅԱՆ

$\vec{M}_r|\vec{G}_r|1$ տիպի սիստեմների ասիմպտոտիկ հետազոտում «արագ» սպասարկման դեպքում

Դիտարկվում է $\vec{M}_r|\vec{G}_r|1$ տիպի զանգվածային սպասարկման սիստեմների դասը: Հերթի երկարության վեկտորները դիտարկվում են պահանջների սպասարկման ավարտի մոմենտներին: Այդ պահանջների տիպի համարները կցված են հերթի երկարության վեկտորներին և կազմում են նոր վեկտորներ: Ընթացում է, որ այդ վեկտորները կազմում են հասարակ մարկովյան շղթա:

Հերթի երկարության բաշխման ասիմպտոտիկայի հիման վրա «արագ» սպասարկման դեպքում $\vec{M}_r|\vec{G}_r|1|\infty$ սիստեմների համար հաջողվել է գտնել մինչև $\vec{k} = (k_1, \dots, k_r)$ տիպի ($k_i \geq 0$; $i = \overline{1, r}$) հերթին սուաչին անգամ հասնելու ժամանակի մոմենտի ասիմպտոտիկ բաշխումը:

Պահանջի առաջին կորուստի նորմավորված ժամանակի մոմենտի համար $\vec{M}_r|\vec{G}_r|1|\bar{n}$ տիպի սիստեմներում «արագ» սպասարկման դեպքում ապացուցված է մի սահմանային թեորեմ:

ЛИТЕРАТУРА — ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

¹ Э. А. Даниелян, Системы $\vec{M}_r|\vec{G}_r|1|\infty$ в случае «быстрого» обслуживания, ДАН Арм. ССР, т. LXIV, № 1 (1977). ² Д. Б. Гнеденко, А. Д. Соловьев, «Известия АН СССР», техническая кибернетика, № 6, 1974. ³ А. Д. Соловьев, Основы математической теории надежности, Знание, М., 1975.

УДК 517.512.7

МАТЕМАТИКА

Փ. Գ. Արություն

Представление функций кратными рядами

(Представлено чл.-корр АН Армянской ССР А. А. Талалаяном 30/VI 1976)

В статье излагаются результаты, которые в основном были сообщены на Всесоюзной конференции по метрической теории функций, прошедшей в Агверане (Ереван, 1975).

Пусть $S[a, b]$ — класс почти всюду конечных, измеримых функций на $[a, b]$, $\bar{S}[a, b]$, — класс измеримых функций, которые могут принимать значения $+\infty$ и $-\infty$ на множествах положительной меры, $C[a, b]$ — пространство непрерывных функций, $M[a, b]$ — пространство ограниченных функций, $L^p[a, b]$ — пространство функций, интегрируемых со степенью p .

Д. Е. Меньшовым доказаны:

Теорема А (1) $\forall f \in S[-\pi, \pi] \exists$ тригонометрический ряд, который сходится к f почти всюду.

Теорема Б (2) $\forall f \in S[-\pi, \pi], \epsilon > 0 \exists \bar{f} \in M[-\pi, \pi] (\mu\{t: \bar{f}(t) \neq f(t)\} < \epsilon)$ и тригонометрический ряд, который сходится к \bar{f} по метрике $M[-\pi, \pi]$ (следовательно сходится и равномерно).

Системы функций, которые обладают этими свойствами тригонометрической системы, назовем (А) (соответственно (Б)) системами. Если для некоторой системы выполняется утверждение теоремы А в классе $\bar{S}[a, b]$, то такую систему будем называть системой (\bar{A}) . Для кратных рядов эти определения даются аналогичным образом.

Пусть: $\{n_k\}_1^\infty$ и $\{m_k\}_1^\infty$ — последовательности натуральных чисел ($n_k < m_k < n_{k+1}, k \geq 1, \lim(m_k - n_k) = +\infty$), $\{\varphi_k\}_1^\infty$ — система функций $(\cos jt, \sin jt) (n_k < j \leq m_k, k \geq 1)$, расположенных в произвольном порядке.

Справедливы:

Теорема 1. $\{\varphi_k\}_1^\infty$ — является (А) — системой, причем для заданной $f \in S[-\pi, \pi]$ сходящийся ряд может быть выбран так, чтобы почти всюду сходился и сопряженный ряд (в том же порядке $\{\varphi_k\}_1^\infty$).

Теорема 2. $\{\varphi_k\}_1^\infty$ — является (Б) системой, причем для заданной $f \in S[-\pi, \pi]$ и $\epsilon > 0$ сходящийся ряд может быть выбран так, чтобы равномерно сходилась и сопряженный ряд (в том же порядке $\{\varphi_k\}_1^\infty$).

В доказательствах теорем 1 и 2 используется следующее свойство системы $\{\varphi_k\}_1^\infty$.

Лемма 1. $\forall N, \epsilon > 0$ и интервала $\Delta \subseteq [-\pi, \pi] \exists$ полином $P = \sum_{k=1}^{N+1} a_k \varphi_k$ такой, что

$$1) \int_{\Delta} |P(t)| dt > \omega \quad (\omega - \text{постоянная})$$

$$2) |P(t)| < \epsilon \quad (|\bar{P}(t)| < \epsilon), \quad t \in [-\pi, \pi] \setminus \Delta \quad (\bar{P} - \text{сопряженный к } P)$$

$$3) \|U(P, t)\|_{M[-\pi, \pi]} \leq 1 \quad (\|U(\bar{P}, t)\|_{M[-\pi, \pi]} \leq 1),$$

$$\text{где } U(P, t) = \sup_{k=1, \dots, N+1} |\sum_{k=1}^{N+1} a_k \varphi_k(t)|.$$

Лемма 1 следует из следующего легко проверяемого свойства тригонометрической системы: Пусть $0 < h \leq \pi$

$$\Phi_h(t) = \begin{cases} 1 - |t| \cdot h^{-1}, & |t| \leq h \\ 0, & h < |t| < \pi \\ \Phi_h(t) - \text{продолжается с периодом } 2\pi. \end{cases}$$

Справедливо неравенство

$$|2\pi|^{-1} \sum_{k=1}^{p-1} \left| \int_{-\pi}^{\pi} \Phi_h(a+t) \cos pt e^{-i\lambda t} dt \right| < \gamma$$

$\forall h, a$ и натурального p (γ — постоянная).

Отметим, что последнее неравенство позволяет, в формулировке теоремы А, задать порядок убывания коэффициентов, близкий к окончательному.

Системы функций, обладающие свойствами 1) - 3) леммы 1 (не учитывая свойства полинома \bar{P}), были рассмотрены нами в работе (2) и были названы системами (χ) (здесь же будем называть системами $(\chi, M[a, b])$ и было показано, что этим свойством, кроме тригонометрической, обладают так же системы Хаара и Уолша при всех перестановках, и все базисы $S[a, b]$. Там же было доказано, что системы $(\chi, M[a, b])$ являются (А) системами. Добавим также, что если функции такой системы кусочно-непрерывны, то система будет обладать и свойством (Б). Повторяя рассуждения работы (2), можно показать, что кратная система, по произвольной системе $(\chi, M[a, b])$, также является системой (А) и (Б) (в последнем случае предполагается, что функции кусочно-непрерывны). Результаты такого рода можно получить и для других систем, обладающих свойствами, близким к $(\chi, M[a, b])$. Точнее, скажем, система функций $\{\varphi_k\}_1^\infty$, определенная на $[a, b]$, обладает свойством $(\chi, L^p[a, b])$, если $\forall N, \epsilon > 0$ и интервала $\Delta \subseteq [a, b] \exists \psi(\|\varphi\|_{M[a, b]} \leq 1, \psi(t) = 0, t \in \Delta)$ и полином

$P = \sum_{k=1}^{N+1} a_k \varphi_k$ такие, что

$$1') \quad \|P - \psi\|_{L^1[a, b]} < \epsilon, \quad \int_a^b |\psi(t)| dt > \omega \quad (\omega - \text{постоянная}),$$

$$2) \quad \|U(P, t)\|_{L^p[a, b]}^p \leq \gamma \|\psi\|_{L^p[a, b]}^p \quad (\gamma - \text{постоянная})$$

Справедливы:

Теорема 3. Пусть $\{\varphi_k\}_1^n = (X, M[a, b])$ система (или $(X, L^p[a, b]), p \geq 2$). Тогда n -кратная система $\{\varphi_{k_1}(t_1) \cdot \dots \cdot \varphi_{k_n}(t_n)\}$ ($k_j \geq 1, 1 \leq j \leq n$) является (A) системой (суммируемость n -кратного ряда здесь осуществляется некоторым методом D , из которого в частности следует суммируемость прямоугольным, сферическим и треугольным частичными суммами одновременно).

Теорема 4. Пусть $\{\varphi_k\}_1^n = (X, M[a, b])$ система, которая состоит из кусочно-непрерывных функций. Тогда n -кратная система $\{\varphi_{k_1}(t_1) \cdot \dots \cdot \varphi_{k_n}(t_n)\}$ является (B) системой (суммируемость понимается в смысле D).

Применяя метод, указанный А. М. Олевским (⁴), можно $(X, M[a, b])$ и $(X, L^p[a, b])$ системы переставить так, чтобы кратная система (по переставленной системе) стала системой (A). С другой стороны, из одного неравенства Гарсия (⁵) следует, что любой безусловный базис пространства $L^p[a, b]$ после некоторой перестановки становится подобным $(X, L^p[a, b])$ системе. Справедлива:

Теорема 5. Пусть $\{\varphi_k\}_1^n = (X, M[a, b]), (X, L^p[a, b]), p \geq 2$ система, либо безусловный базис $L^p[a, b], p \geq 2$. Тогда систему $\{\varphi_k\}_1^n$ можно переставить так, чтобы n -кратная система, по переставленной системе, стала системой (A) (суммируемость понимается в смысле D).

В одномерном случае, когда $\{\varphi_k\}_1^n$ — тригонометрическая система, система Уолша, АОНС система ограниченная в совокупности — этот факт был отмечен в работах, соответственно (⁶⁻⁸).

Заметим, что примененный метод, в доказательствах теорем 1-5, позволяет построить, соответствующий данной теореме, один универсальный ряд такой, чтобы каждый выбранный ряд, указанный в этой теореме, являлся частичным подрядом этого универсального ряда. Заметим также, что теоремы 1, 3 и 5 остаются в силе и при более слабых требованиях, чем условия $(X, M[a, b])$ и $(X, L^p[a, b])$. Например, выполнение свойств 1) — 3) и 1') — 2') достаточно требовать не на всем отрезке $[a, b]$, а по некоторой системе расширяющихся множеств в $[a, b]$. И наконец, отметим, что в двумерном случае, когда $\{\varphi_k\}_1^n$ совпадает с тригонометрической системой, теоремы 3 и 4 в более слабом виде сформулированы в (⁹⁻¹¹).

Приведем одну лемму, при помощи которой осуществляются доказательства теорем 1-5.*)

* Доказательство этой леммы по существу содержится в нашей работе (⁹).

Пусть последовательность кусочно-постоянных функций $\{\psi_k(t)\}_{k \in \mathbb{N}}$ $t \in [0, 1]$ обладает свойствами:

1") $|\psi_k(t)| \leq 1, \forall k \geq 1$ и $t \in [0, 1]$,

2") $\int_0^1 \psi_k(t) dt = 0$,

3") если Δ_k минимальный интервал, содержащий множество $\{t : \psi_k(t) \neq 0\}$, то $\psi_j(t)$ постоянная на $\Delta_k \forall j < k$,

4") $\lim_{k \rightarrow \infty} \mu \Delta_k = 0$.

Лемма 2. Пусть $\sum_{k=1}^{\infty} |f_k(t) - \psi_k(t)| < +\infty$ почти всюду на $[0, 1]$, $\sum_{k=1}^{\infty} |f_k(t)|^2 = +\infty$ почти всюду на $[0, 1]$, $\lim_{k \rightarrow \infty} f_k(t) = 0$ почти всюду на $[0, 1]$. Тогда ряд $\sum_{k=1}^{\infty} f_k(t)$ обладает тем свойством, что $\forall f \in S[0, 1]$ существует последовательность чисел $\{\varepsilon_k\}_{k \in \mathbb{N}}$ ($\varepsilon_k = 1$ или 0) такой, что $\sum_{k=1}^{\infty} \varepsilon_k f_k(t) = f(t)$ почти всюду на $[0, 1]$.

В конце формулируем одну лемму, которая представляет самостоятельный интерес.

Лемма 3. Пусть $\{\varphi_k\}_{k \in \mathbb{N}} = (\chi, M[a, b])$ система, которая состоит из кусочно-непрерывных функций, тогда $\forall N, \forall \varepsilon > 0 \exists$ полином $P = \sum_{k=1}^N Q_k \varphi_k$ такой, что

$$\| |P| - \varphi_\Delta \|_{M[a, b]} + \| U(P) - \varphi_\Delta \|_{M[a, b]} < \varepsilon,$$

где φ_Δ — характеристическая функция интервала Δ .

Институт математики Академии наук Армянской ССР

3. Գ. ՀԱՐՈՒԹՅՈՒՆՅԱՆ

Չափելի ֆունկցիաների ներկայացումը բազմապատիկ շաբլեոսով

Աշխատանքում մասնավորապես բերվում են հետևյալ երկու թեորեմները:

Թեորեմ 1. $[-\pi, \pi] \times [-\pi, \pi]$ -ում որոշված ամեն մի f չափելի, վերջավոր ֆունկցիայի համար գոյություն ունի կրկնակի եռանկյունաչափական շարք, որը համարյա ամենուրեք գումարվում է f ֆունկցիային:

Թեորեմ 2. $[-\pi, \pi] \times [-\pi, \pi]$ -ում որոշված ամեն մի f չափելի, վերջավոր ֆունկցիայի և $\varepsilon > 0$ թվի համար գոյություն ունի f , $\mu\{x : |f(x) - f(x)| < \varepsilon$, անընդհատ ֆունկցիա, որի Զուրյեի շարքը (ըստ կրկնակի եռանկյունաչափական սխեմայի) հավասարաչափ գումարվող է:

Երկու թեորեմներում էլ գումարումը հասկացվում է մի ընդհանրացված Ֆեթոդով, որից մասնավորապես ստացվում են բոլոր կլասիկ գումարման մեթոդները:

ЛИТЕРАТУРА — ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

- ¹ Д. Е. Меньшов, Матем сб., 9(51), 667—692 (1941). ² Д. Е. Меньшов, Матем. Сб., 11 (53) 67—96 (1942). ³ Ф. Г. Арутюнян, Матем сб., 90 (132) : 4, 483—520 (1973).
⁴ А. М. Олевский, Матем. сб., 77, №2 251—258 (1958). ⁵ А. Gorsla, Topics in almost every where convergence, Chicago, 96—97 (1970). ⁶ Ф. Г. Арутюнян, ДАН Арм ССР, т. LVII, № 2 (1973). ⁷ Р. И. Овсепян, ДАН Арм ССР, т. LVII, № 1 (1973). ⁸ И. Б. Ногосян, Матем сб., 98 (140) : 1(9), 102—112 (1975). ⁹ А. Г. Джариедшвили, Сооб. АН Груз. ССР, 14 : 1 11—15 (1953). ¹⁰ С. Б. Толурия, ДАН, 195 . 5, 1046—1049 (1970).
¹¹ Г. М. Черкомашенцев, ДАН, 176—2, 227—278 (1967).

УДК 51 01 : 518.5

МАТЕМАТИКА

А. А. Мокшян

**Некоторые свойства релятивизованных сложностей
 Колмогорова**

(Представлено академиком АН Армянской ССР С. Н. Мергеляном 29/VII 1976)

Мы будем пользоваться терминологией и понятиями, введенными в (1-4). В частности через l обозначим следующую функцию

$$l(x) = \lfloor \log_2(x+1) \rfloor.$$

Определим трехместные предикаты P, K, M следующим образом:

$$P(y, \varphi, x) \leftrightarrow ((\varphi(x) = y) \& \forall z (l(z) < l(x) \rightarrow \neg (\varphi(z) = \varphi(x))),$$

$$K(y, \varphi, x) \leftrightarrow \exists z (P(y, \varphi z) \& l(z) = x),$$

$$M(\varphi, \psi, c) \leftrightarrow \forall xy (\psi(x) = y \rightarrow \exists z (\varphi(z) = y \& l(z) < l(x+c))),$$

где φ, ψ — переменные, допустимыми значениями которых являются одноместные частичнорекурсивные функции (ч. р. ф.), а x, y, z, c — переменные, допустимыми значениями которых являются натуральные числа.

Будем говорить, что натуральное число x есть сложность натурального числа y относительно одноместной ч. р. ф. φ , если $K(y, \varphi, x)$.

Определение. Одноместная ч. р. ф. F_0 называется асимптотически оптимальной функцией для частичнорекурсивных функций или оптимальной функцией, если для любой ч. р. ф. φ

$$\exists c M(F_0, \varphi, c).$$

В (1) доказано существование оптимальной функции. Тогда, если F_0 оптимальная функция, то для любой ч. р. ф. φ

$$\exists c \forall xy (K(y, \varphi, x) \rightarrow \exists z (K(y, F_0 z) \& z < x+c))$$

Определим двуместные предикаты L_1, L_2, L_3

$$L_1(\varphi, \psi) \leftrightarrow \exists c M(\varphi, \psi, c)$$

$$L_2(\varphi, \psi) \leftrightarrow L_1(\varphi, \psi) \& \neg L_1(\psi, \varphi)$$

$$L_3(\varphi, \psi) \leftrightarrow L_1(\varphi, \psi) \& L_1(\psi, \varphi)$$

Тогда, если F_0 — оптимальная функция и F_1 — ч. р. ф., то

$$F_1 \text{ — оптимальная функция } \leftrightarrow L_3(F_0, F_1)$$

$$\forall \text{ ч. р. ф. } \varphi (\neg L_2(\varphi, F_0)).$$

Для произвольного фиксированного множества A осуществим полную релятивизацию вышеуказанных понятий. (Мы будем обозначать релятивизованные предикаты так же, как и соответствующие не релятивизованные предикаты. Для релятивизованных предикатов P, K, M, L_1, L_2, L_3 допустимыми значениями функциональных переменных будут одноместные A — частично рекурсивные функции.)

Результатом полной релятивизации понятия оптимальной функции является понятие функции, асимптотически оптимальной для A — частично рекурсивных функций:

Через F_0 обозначим некоторую фиксированную оптимальную функцию.

Для произвольного множества A через F_0^A обозначим некоторую фиксированную функцию, асимптотически оптимальную для A — частично рекурсивных функций.

Пусть M — область определения F_0 , K — креативное множество.

Легко показать, что $L_2(F_0^K, F_0)$

(т. к. $L_2(F_0^M, F_0)$ и $M \leq_T K$).

Известно (*), что область определения любой оптимальной функции есть T — полное множество. Несмотря на это, можно доказать следующую теорему.

Теорема 1. $\forall A ((d(A') > O') \Rightarrow L_2(F_0^A, F_0))$

Доказательство. Как уже отмечалось истинно следующее утверждение:

Не существует функции, асимптотически оптимальной для частично рекурсивных функций и такой, что ее областью является множество, которое рекурсивно в $\{x | x \in W_x\}$, но в котором $\{x | x \in W_x\}$ не рекурсивно (1).

Отсюда следует истинность утверждения (2), которое получается из утверждения (1) полной релятивизацией (для произвольного множества A).

Не существует функции, асимптотически оптимальной для A — частично рекурсивных функций и такой, что ее областью определения является множество, которое A — рекурсивно в $\{x | x \in W_x^A\}$, но в котором $\{x | x \in W_x^A\}$ не A — рекурсивно. (2).

Так как $\forall A \forall B (B \text{ } A\text{-рекурсивно в } A' \Leftrightarrow B \text{ рекурсивно в } A')$, то из (2) следует:

Не существует функции, асимптотически оптимальной для A — частично рекурсивных функций и такой, что тьюрингова степень ее области определения $< d(A')$. (3).

Пусть множество A таково, что $d(A') > O'$.

Тогда $L_1(F_0^A, F_0)$. С другой стороны $\neg L_1(F_0, F_0^A)$, так как в противном случае имело бы место $L_2(F_0, F_0^A)$ и функция F_0 могла бы выступать в качестве асимптотически оптимальной для A — частично рекурсивных функций. Однако тьюрингова степень ее области определения $= O' < d(A')$, что противоречит утверждению (3).

Значит $L_2(F_0^A, F_0)$.

Полная релятивизация этого результата дает Следствие 1.1.

$$\forall A \forall B ((d(A) > d(B) \ \& \ d(A') > d(B')) \Rightarrow L_2(F_0^B, F_0^A))$$

Следствие 1.2. $(C, G, A$ — множества такие, что $d(C)$ рекурсивно перечислима в O' & G рекурсивно перечислимо & $d(G') < d(C)$ & $d(A) \leq O'$ & $d(A) \leq d(G)) \Rightarrow \exists$ бесконечная последовательность D_1, D_2, \dots ($\forall i (D_i$ рекурсивно перечислимо & $d(A) \leq d(D_i)$ & $d(G) < d(D_1) < d(D_2) < \dots$

$$\& \ d(G') < d(D_1) < d(D_2) < \dots < d(C) \&$$

$$\& \ L_2(F_0^{D_1}, F_0^C) \ \& \ L_2(F_0^{D_2}, F_0^{D_1}) \ \& \ L_2(F_0^{D_3}, F_0^{D_2}) \ \& \ \dots)$$

Доказательство. Сакс (*) доказал следующую теорему: $(\underline{a}, \underline{b}, \underline{c}, \underline{g}$ степени такие, что $\underline{a} \leq \underline{b}'$ & $\underline{b} \leq \underline{g}$ & $\underline{g}' \leq \underline{c}$ & $\underline{a} \leq \underline{g}$ & \underline{g} рекурсивно перечислима в \underline{b} & \underline{c} рекурсивно в \underline{b}') $\Rightarrow \exists$ степень $\underline{d} (\underline{g} \leq \underline{d}$ & \underline{d} рекурсивно перечислима в \underline{b} & $\underline{a} \leq \underline{d}$ & $\underline{d}' = \underline{c}$).

Пусть C, A, C множества такие, что $d(C)$ рекурсивно перечислима в O' , G рекурсивно перечислимо, $d(G') < d(C)$, $d(A) \leq O'$ & $d(A) \leq d(G)$.

Известно, что $(d(C_0), d(C))$ рекурсивно перечислимы в O' & $d(C_0) < d(C) \Rightarrow \exists C_1 (d(C_1)$ рекурсивно перечислима в O' & $d(C_0) < d(C_1) < d(C)$ (1).

Пусть C_1, C_2, \dots бесконечная последовательность множеств такая, что $\forall i (d(C_i)$ рекурсивно перечислима в O') & $d(G') < d(C_1) < d(C_2) < \dots < d(C)$ (из (1) следует что такая последовательность существует).

Тогда из теоремы Сакса следует, что $\exists D_1 (d(G) \leq d(D_1)$ & D_1 рекурсивно перечислимо & $d(D_1) = d(C_1)$ & $d(A) \leq d(D_1)$).

Для всякого $i \geq 2 \exists D_i (d(D_{i-1}) \leq d(D_i)$ & D_i рекурсивно перечислимо & $d(D_i) = d(C_i)$ & $d(A) \leq d(D_i)$).

Так как $d(G') \neq d(C_1) = d(D_1)$, то $d(G) \neq d(D_1)$.

Так как $\forall i \geq 2 \ d(D_{i-1}) \neq d(D_i)$, то $\forall i \geq 2 \ d(D_{i-1}) \neq d(D_i)$.

Таким образом получили, что $(C, G, A$ множества такие, что $d(C)$ рекурсивно перечислима в O' & G рекурсивно перечислимо & $d(G') < d(C)$ & $d(A) \leq O'$ & $d(A) \leq d(G) \Rightarrow$

\exists бесконечная последовательность D_1, D_2, \dots ($\forall (D_i$ рекурсивно перечислимо & $d(A) \leq d(D_i)$) & $d(G) < d(D_1) < d(D_2) < \dots$

& $d(G') < d(D_1) < d(D_2) < \dots < d(C)$). (2).

Доказываемое утверждение следует из (2) и следствия 1. 1. Заметим, что если C рекурсивно перечислимо в K и A рекурсивно перечислимо, то имеется эффективный переход от р. п. индекса C (относительно K) и р. п. индексов G, A к р. п. индексам множеств D_1, D_2, \dots .

Следствие 1.3. Существует такое множество B , что $d(B)$ минимальная степень и $L_2(F_0^B, F_0)$.

Доказательство. В (3) доказана следующая теорема. Пусть $c \geq O'$. Тогда существует минимальная степень b такая, что $\underline{b} = \underline{c}$. Отсюда и, из теоремы 1 следует доказываемое утверждение.

Вычислительный центр
Академии наук Армянской ССР и
Ереванского Государственного университета

Ա. Հ. ՄՈՎՍԻՅԱՆ

Ռեկյառիվիդացված կոլմոզորովյան բարդությունների ուղի հատկություններ

Կառուցված է ուկուրսիվ թվարկելի բարդությունների T -աստիճանների անվերջ խիստ աճող հաջորդականություն, որի ուստյունները խիստ կարգ են պահպանում և այդ հիման վրա կառուցված է այնպիսի ռեկյառիվիդացված ֆունկցիաների շղթա, որոնց նկատմամբ կոլմոզորովյան բարդությունները ադիտիվ հաստատունի ճշտությամբ խիստ նվազում են:

ЛИТЕРАТУРА — ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

- ¹ А. Н. Колмогоров, Проблемы передачи информации, т. 1, вып. 1 3—11 (1965).
² Г. Б. Маранджян, «Известия АН Арм. ССР», 4 вып. 1, 3—22 (1969). ³ Х. Роджерс, Теория рекурсивных функций и эффективная вычисляемость, изд. «Мир», М., 1972.
⁴ G. E. Sacks, Annals of mathematics Studies, v. 55, Princeton, N. J., 1963. ⁵ S. B. Cooper, The Journal of Symbolic Logic, vol. 38, 249—271, (1973). ⁶ М. И. Канович ДАН СССР т. 198, №2, 283—286 (1971).

УДК 519.82+512.831

МАТЕМАТИКА

Ю. Г. Анастасян

Некоторые свойства двудольных гиперграфов

(Представлено академиком АН Армянской ССР С. П. Мергеляном 30/VI 1976)

Многие прикладные комбинаторные задачи сводятся к задаче целочисленного линейного программирования и если при этом матрица ограничений является вполне унимодулярной, то эта задача решается методами линейного программирования (¹).

Напомним, что матрица называется вполне унимодулярной, если все ее миноры равны либо 0, либо ± 1 .

Чтобы проверить, обладает ли матрица свойством вполне унимодулярности, надо провести большую работу, если перебирать все миноры матрицы. Существуют, однако, достаточные (но не необходимые) условия вполне унимодулярности матриц, которые проверяются гораздо легче.

В работе (²) рассмотрен класс двудольных гиперграфов. Доказано, что матрица инцидентий двудольного гиперграфа вполне унимодулярна. Эта теорема является обобщением известной теоремы Хеллер-Томкинс-Гейл (³) и существенно расширяет подкласс унимодулярных матриц, являющиеся матрицами инцидентий двудольных графов.

Гиперграф (\mathcal{H}) $H = (X; \varepsilon)$ состоит из n -элементного множества X , называемых вершинами, и семейства $\varepsilon = \{E_i | i \in I\}$, m — непустых подмножеств X , называемых ребрами.

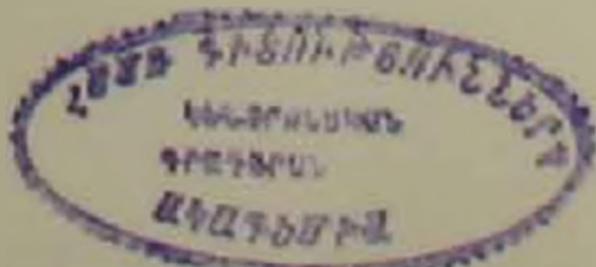
Цепью называется последовательность вершин и ребер $(x_1; E_1; x_2; E_2; x_3; \dots; E_p; x_{p+1})$ таких, что

1. Все x_j — различные вершины H (для $j \leq p$).
2. Все E_i — различные ребра H (для $i \leq p$).
3. $x_j; x_{j+1} \in E_j$ (для $j \leq p$).

Длиной цепи называется число его ребер — p . Если $p > 1$ и если $x_{p+1} = x_1$, то цепь образует цикл.

Гиперграф H , не содержащий циклов нечетной длины, называется двудольным.

Данному гиперграфу $H = (X; \varepsilon)$ сопоставим двудольный граф $\Gamma(X; \varepsilon; V)$ следующим образом:



$$(x_i; E_i) \in V \leftrightarrow x_j \in E_i$$

Теорема 1. Гиперграф $H = (X; \varepsilon)$ двудольный тогда и только тогда, когда в графе $\Gamma(X; \varepsilon; V)$ не существует простого цикла длины $2(2q-1)$, где $q \geq 2$.

Доказательство. Действительно, если в $H = (X; \varepsilon)$ имеется цикл нечетной длины:

$$(x_1; E_1; x_2; E_2; \dots; x_{2q-1}; E_{2q-1}; x_1) \quad (1)$$

то (1) будет простым циклом в $\Gamma(X; \varepsilon; V)$ длиной $2(2q-1)$, $q \geq 2$ и наоборот, если (1) простой цикл в $\Gamma(X; \varepsilon; V)$, то (1) является нечетным циклом в $H = (X; \varepsilon)$.

Из этого следует, что теорема верна.

В дальнейшем будем пренебрегать циклами, длина которых не больше двух.

Матрица смежности $D = \|d_{ij}\|$ двудольного графа $\Gamma(S; T; V)$ определяется следующим образом:

$$d_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{если } (s_i; t_j) \in V & i = 1; 2; \dots; |S| \\ 0, & \text{если } (s_i; t_j) \notin V & j = 1; 2; \dots; |T| \end{cases}$$

Из теоремы 1, из теоремы, доказанной в (2) и из того, что двудольный граф не содержит простого цикла нечетной длины, следует следующая теорема.

Теорема 2. Если в двудольном графе длина каждого простого цикла кратна четырем, то его матрица смежности вполне унимодулярна.

Таким образом, чтобы выяснить, является ли гиперграф $H = (X; \varepsilon)$ двудольным, достаточно проверить существует ли простой цикл длины, не кратной четырем, в двудольном графе $\Gamma(X; \varepsilon; V)$. Дадим одно необходимое и достаточное условие для проверки, содержится ли в двудольном графе простой цикл длины, не кратной четырем.

Пусть $\Gamma(S; T; V)$ — двудольный граф, $\Gamma_p(V; W)$ — его реберный граф (4). Двудольному графу $\Gamma(S; T; V)$ сопоставим ориентированный граф $G(Y; R)$ по следующим правилам.

Построим некоторые множества

$$W' = \{(a; \beta) / (a; \beta) \in W; a \cap \beta \in T\}$$

$$W'' = \{(a; \beta) / (a; \beta) \in W; a \cap \beta \in S\}$$

Y — это множество всех упорядоченных пар из множества W' , то есть если $(a; \beta) \in W'$, то $(a; \beta) \in Y$ и $(\beta; a) \in Y$.

$$((a; \beta); (\gamma; \delta)) \in R \leftrightarrow (a; \beta) \in Y; (\gamma; \delta) \in Y, (\beta; \gamma) \in W''.$$

Таким образом, мы построили ориентированный граф $G(Y; R)$.

Теорема 3. Для того, чтобы двудольный граф $\Gamma(S; T; V)$ не содержал простого цикла длины, не кратной четырем, необходимо и достаточно, чтобы $G(Y; R)$ не содержал ориентированного цикла нечетной длины.

Доказательство. Покажем, что если в $\Gamma(S; T; V)$ существует цикл длины, не кратной четырем, то в графе $G(Y; R)$ существует ориентированный цикл нечетной длины.

Пусть в графе $\Gamma(S; T; V)$ существует цикл длины, не кратной четырем, тогда длина этого цикла равна $4q - 2 = 2(2q - 1)$, так как в двудольном графе не существует цикла нечетной длины.

Очевидно, что $q > 1$ и пусть этот цикл есть:

$$(s_1; t_1; s_2; t_2; \dots; s_{2q-1}; t_{2q-1}; s_{2q}), \quad s_1 = s_{2q}$$

Обозначим:

$$\alpha_i = (s_i; t_i), \quad \beta_i = (t_i; s_{i+1}), \quad i = 1; 2; \dots; 2q - 1.$$

Так как $\alpha_i \cap \beta_i = t_i \in T$ и $\beta_i \cap \alpha_{i+1} = s_{i+1} \in S$, $i = 1; 2; \dots; 2q - 1$ следует, что

$$(\alpha_i; \beta_i) \in W', \quad (\beta_i; \alpha_{i+1}) \in W''$$

$$i = 1; 2; \dots; 2q - 1 \text{ и } \alpha_{2q} = \alpha_1$$

Отсюда следует, что последовательность

$$((\alpha_1; \beta_1), (\alpha_2; \beta_2), \dots; (\alpha_{2q-1}; \beta_{2q-1})) \quad (2)$$

является ориентированным циклом в графе $G(Y; R)$ нечетной длины равной $2q - 1$.

Докажем обратное. Пусть $G(Y; R)$ содержит ориентированный нечетный цикл (2).

Возьмем $\alpha_i = (s_i; t_i)$, $\beta_i = (s'_i; t'_i)$, $i = 1; 2; \dots; 2q - 1$.

Тогда $t_i = t'_i$; $i = 1; 2; \dots; 2q - 1$, так как $(\alpha_i; \beta_i) \in W'$ $i = 1; 2; \dots; 2q - 1$ и из того, что $(\beta_i; \alpha_{i+1}) \in W''$, $i = 1; 2; \dots; 2q - 1$; $\alpha_{2q} = \alpha_1$ следует, что $s'_i = s_{i+1}$, $i = 1; 2; \dots; 2q - 1$, следовательно в графе $\Gamma(S; T; V)$ имеем цикл длины $2(2q - 1)$; $q \geq 2$.

$$(s_1; t_1; s_2; t_2; \dots; s_{2q-1}; t_{2q-1}; s_{2q}), \quad s_1 = s_{2q} \quad (3)$$

Из построения графа $G(Y; R)$ следует, что

$$s_i \neq s_{i+1} \quad i = 1; 2; \dots; 2q - 1 \quad (4)$$

$$t_j \neq t_{j+1} \quad j = 1; 2; \dots; 2q - 1$$

иначе следовало бы $\alpha_i = \beta_i$ или $\beta_i = \alpha_{i+1}$, что противоречит определению множеств W' и W'' .

Если (3) не простой цикл, то он разлагается на простые циклы, где длина каждого простого цикла больше или равна четырем, так как последовательность (3) удовлетворяет условию (4). Следовательно, среди этих простых циклов легко заметить, что существует простой цикл, имеющий длину $2(2q' - 1)$, где $q \geq q' > 2$.

Значит длина этого цикла не будет кратной четырем.

Теорема доказана.

Существование ориентированного цикла нечетной длины в $G(Y; R)$ или цикла, длина которого не кратна четырем в графе $\Gamma(X; e; V)$ можно выяснить ⁽²⁾ при помощи возведения в степень матрицы смежности данного графа.

Ереванский ИИИ математических машин

ՅՈՒ. Գ. ԱՆԱՍՏԱՍՅԱՆ

Երկկողմանի հիպերգրաֆների մի Դանի նատկություններ

⁽²⁾ Հոդվածում ապացուցվում է, որ երկկողմանի հիպերգրաֆի հարակից մատրիցան լիովին ունիմոդուլյար է, որը առանձնացնում է մատրիցաների մի դաս, որոնց համար ամբողջաթիվ գծային ծրագրավորման խնդիրը կարելի է լուծել գծային ծրագրավորման մեթոդներով:

Այս հոդվածում տրվում է անհրաժեշտ և բավարար պայմաններ, որպեսզի հիպերգրաֆը լինի երկկողմանի: Այդ պայմանները կոնստրուկտիվ հնարավորություն են տալիս ավելի լայն դասի մատրիցաների (բան երկկողմանի գրաֆների հարակից մատրիցաները) համար, բացահայտելու ունիմոդուլյար հատկությունը:

ЛИТЕРАТУРА — ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

- ¹ А. Дж. Гоффман, Дж. Б. Краскал, В сб.: «Линейные неравенства», ИЛ, М., 1959.
² Ю. Г. Анастасян, «Кибернетика», № 3, 1975. ³ С. Berge, „Mathematical Programming“, 19—31, 2 (1972). ⁴ Ф. Харари, Теория графов, „Мир“, М., 1973. ⁵ К. Берж, Теория графов и ее применения, ИЛ, М., 1962.

УДК 681.142.2

МАТЕМАТИКА

А. А. Орлян, Л. Р. Айрапетян

О классах $ELR(1)$ и $G(k)$ формальных грамматик

(Представлено чл.-корр. АН Армянской ССР Ф. Т. Саркисяном 28/IX 1976)

В работах (1,2) предлагаются два расширения алгоритма Кнута (3), порождающие соответственно множества $ELR(1)$ и $G(k)$ грамматик, строго включающих множество $LR(k)$ грамматик. Метод $G(k)$ разбора в (2) приведен для порождающих грамматик общего вида, однако для наших целей достаточно рассматривать метод только на множестве контекстно-свободных (КС) грамматик.

В данной работе сравниваются методы $ELR(1)$ и $G(k)$ разбора. Показывается, что $ELR(1)$ метод применим на более широком классе КС-грамматик, чем $G(k)$ метод, устанавливается строгое включение класса $G(k)$ грамматик в класс $ELR(1)$ грамматик.

КС-грамматикой назовем упорядоченную четверку $G = (V_T, V_N, P, S)$, где V_T и V_N конечные непересекающиеся алфавиты соответственно терминальных и нетерминальных символов, $S \in V_N$ — начальный символ, P — конечное множество правил вида $A \rightarrow \varphi$, где $A \in V_N$, $\varphi \in V^*$, $V = V_T \cup V_N$. Будем говорить, что цепочка ψ непосредственно выводима из цепочки φ (обозначим $\varphi \rightarrow \psi$), если $\varphi = xAy$, $\psi = x\omega y$, $x, y \in V^*$ и в P имеется правило $A \rightarrow \omega$. Транзитивное замыкание отношения \rightarrow обозначим через \rightarrow^* . Вывод $\varphi \rightarrow^* \psi$ назовем левосторонним, если при выводе ψ каждый раз заменяется самый левый нетерминальный символ. Обозначение левостороннего вывода $\varphi \rightarrow^* \psi$. Цепочку $x \in V^*$ назовем сентенциальной формой, если x выводима из S . Языком, порождаемым грамматикой G , назовем множество терминальных сентенциальных форм —

$$L(G) = \{x | S \rightarrow^* x, x \in V_T^*\}.$$

Символ $B \in V_N$ назовем *приворекурсивным*, если $B \rightarrow^* aB$ для некоторой $a \in V^*$. Длиной цепочки α (обозначение $|\alpha|$) назовем число символов, входящих в эту цепочку. Под записью $\alpha|_k$ ($|\alpha|_k$) будем понимать либо цепочку из первых (последних) k символов цепочки α , если $|\alpha| > k$, либо саму цепочку α , если $|\alpha| \leq k$.

Пусть правила грамматики G пронумерованы произвольным образом натуральными числами и пусть $\perp \in V$ — особый символ, маркер. К правилам G добавим нулевое правило $S_0 \rightarrow S\perp$, где $S_0 \in V_1 = V \cup \{\perp\}$. S_0 будем считать начальным символом грамматики $G' = (V \cup \{\perp\}, V \cup \{\perp\}, P \cup \{S_0 \rightarrow S\perp\}, S_0)$.

Пусть g — ое правило в G' имеет вид

$$A_g \rightarrow x_{g1} \dots x_{gn_g}.$$

Замену этого правила следующими двумя правилами

$$A_g \rightarrow x_{g1} \dots x'_{gj} \dots x_{gn_g},$$

$$x'_{gj} \rightarrow x_{gj},$$

где $g \neq 0$, $1 \leq j \leq n_g$, $x'_{gj} \in V_1 \cup \{\perp\}$, назовем *элементарным преобразованием* g — го правила.

Базой для $ELR(1)$ разбора служит $LR(1)$ разбор. Если при $LR(1)$ разборе не возникают неоднозначности, то $ELR(1)$ разбор совпадает с $LR(1)$ разбором. Причиной возникновения неоднозначностей при $LR(1)$ разборе среди прочих могут быть также следующие обстоятельства:

а) требование левосторонности разбора (каждый раз для определения очередного действия рассматривается терминальный контекст справа);

б) группа символов, способная разрешить неоднозначность, может находиться сколь угодно право и для достижения этой группы никакого контекста заранее заданной фиксированной длины не достаточно.

При возникновении неоднозначностей по причинам а) и б) $ELR(1)$ метод дает возможность продолжать разбор. Это достигается введением множества V_D , куда включаются нетерминальные элементы, от которых, в случае их появления в роли правых контекстов, терминальные порождения не берутся.

Использование множества V_D позволяет при возникновении неоднозначностей продвигаться направо по анализируемой строке, получить дополнительную информацию и в некоторых случаях разрешить неоднозначности. $ELR(1)$ анализатор можно представить в виде двухмагазинного автомата, состояния и переходы которого определяются с помощью таблицы управления $ELR(1)$ разбором. Таблица состоит из трех столбцов и нескольких граф. Графа образуется из строк. Первый столбец каждой графы содержит некоторое состояние автомата. По этому состоянию и по символам второго столбца определяются переходы в новые состояния, соответствующие содержимым (построчно) третьего столбца. Состояние автомата — это совокупность частных состояний вида $(p, j; l)$, где p — номер правила $A_p \rightarrow x_{p1} \dots x_{pj} \dots x_{pn_p}$, j ($1 \leq j \leq n_p$) указывает число рассмотренных символов в правой части правила p , l — ожидаемый контекст после символа A_p и случае свертки по правилу p .

Работа автомата начинается с состояния, содержащего частное состояние $(0, 0; \perp)$.

В качестве примера рассмотрим грамматику $G_1 = (V_T, V_N, P_1, S_0)$, где P_1 множество правил

0. $S_0 \rightarrow Q\perp$
1. $Q \rightarrow aNdc$
2. $Q \rightarrow aKdb$
3. $Q \rightarrow bNdb$
4. $Q \rightarrow bKdc$
5. $N \rightarrow c$
6. $K \rightarrow c$

Начнем строить по этой грамматике управляющую таблицу $ELR(1)$ разбором

0	$(0, 0; \perp), (1, 0; \perp)$ $(2, 0; \perp), (3, 0; \perp)$ $(4, 0; \perp)$	Q a b	1 2 3
1	$(0, 1; \perp)$	\perp	Стоп
2	$(1, 1; \perp), (2, 1; \perp)$ $(5, 0; d), (6, 0; d)$	N K c	4 5 6

3	$(3, 1; \perp), (4, 1; \perp)$ $(5, 0; d), (6, 0; d)$	N K c	7 8 6
4	$(1, 2; \perp)$	d	9
5	$(2, 2; \perp)$	d	10
6	$(5, 1; d), (6, 1; d)$	d d	5 6

Слева от каждой колонки указаны номера состояний автомата. Запись i означает свертку по i -му правилу.

Как видно из этой таблицы, в состоянии 6 возникла неоднозначность: по символу d имеется свертка по двум разным правилам. В результате работы алгоритма устранения конфликтов (алгоритм подробно описан в (1)) получается грамматика

$G_2 = (\{a, b, c, d, \perp\}, \{S, Q, N, K, D_1, D_2, D_3, D_4\}, P_2, S_0)$ с множеством правил P_2 :

0. $S_0 \rightarrow Q\perp$
1. $Q \rightarrow aND_1c$
2. $Q \rightarrow aKD_2b$
3. $Q \rightarrow bND_3b$
4. $Q \rightarrow bKD_4c$
5. $N \rightarrow c$
6. $K \rightarrow c$
7. $D_1 \rightarrow d$
8. $D_2 \rightarrow d$
9. $D_3 \rightarrow d$
10. $D_4 \rightarrow d$

и с множеством $V_D = \{D_1, D_2, D_3, D_4\}$.

Для грамматики G_2 построение управляющей таблицы $ELR(1)$ разбором успешно завершается. Грамматики G_1 и G_2 называются соответственно $ELR(1)$ и $ELR(1)$ — приведенной грамматиками.

При построении управляющей таблицы $ELR(1)$ разбором возможны два результата:

— возникшие неоднозначности успешно устраняются.

Грамматика, по которой строится эта таблица, является $ELR(1)$ грамматикой;

— некоторая графа содержит неустраняемую неоднозначность.

Грамматика не является $ELR(1)$ грамматикой.

Следующие теоремы устанавливают, в каких случаях для элементов множества V_D могут возникать неоднозначности.

Пусть $A \in V_D$ и включен в V_D после элементарного преобразования. Пусть $R \rightarrow \alpha V A \beta$ то правило, в правой части которого встречается A .

Теорема 1. Если при построении управляющей таблицы ELR (1) разбором для символа A возникает конфликт, то V является приворекурсивным символом.

Определим неоднозначности первого и второго рода. Пусть неоднозначное состояние S содержит частные состояния $(p, n_p; A)$, $(g, i; t_g)$, такие, что $i < n_g$, $x_{g,i+1} = A$, $t_g \in V_T \cup V_D$.

Неоднозначность назовем первого или второго рода, если $n_p \leq i$ или $n_p > i$ соответственно.

Теорема 2. Для того, чтобы при ELR (1) разборе по грамматике $G = (V_T, V_N, P, S)$ для некоторого символа $A \in V_D$ возникла неоднозначность первого рода, необходимо и достаточно, чтобы для грамматики G выполнялись условия:

1. $(B \rightarrow \alpha \gamma C A \beta) \in P$
 2. $C \rightarrow \gamma C$
 3. $\alpha = |\alpha \gamma|$
 4. $D \rightarrow \gamma_1 B \beta_1$
 5. $D \rightarrow \gamma_1 \alpha_1 B \beta_2$, где
- $j = |\alpha|$, $B, C, D \in V_N$, $\alpha, \beta, \gamma, \gamma_1, \beta_1, \beta_2 \in V^*$,
 $\alpha_1 = \alpha_{-1} |\alpha \gamma|$, $k = |\gamma C|$.

Теорема 3. Для того, чтобы при ELR (1) разборе по грамматике G для некоторого символа $A \in V_D$ возникла неоднозначность второго рода, необходимо и достаточно, чтобы для грамматики G выполнялись условия:

1. $(B \rightarrow \gamma C A \beta) \in P$
 2. $C \rightarrow \alpha \gamma C$
 3. $D \rightarrow \gamma_1 B \beta_1$
 4. $D \rightarrow \gamma_1 \gamma \alpha B \beta_2$,
- где $B, C, D \in V_N$, $\alpha, \beta, \gamma, \gamma_1, \beta_1, \beta_2 \in V^*$.

Аналогично ELR (1) анализатору, $i(k)$ анализатор можно представить в виде двухмагазинного автомата. В управляющей таблице $G(k)$ разбором вместо частного состояния $(g, j; t)$ используется конфигурация в виде тройки $(A_g, x_{g1} \dots x_{gj} \circ x_{g,j+1} \dots x_{gn}; \omega_g)$.

Специальный символ \circ указывает число рассмотренных символов (Строка ω длиной k есть одна из возможных строк, непосредственно следующих за строкой $x_{g1} \dots x_{gnk}$ в сентенциальных формах грамматики).

Состояние автомата — это совокупность конфигураций. Конфигурации вида $(A_k, x_{g1} \dots x_{gnk} \circ; \omega_k)$ называются конечными.

При $G(k)$ расширении $LR(k)$ разбора неоднозначности, возникающие по причинам а) и б) устраняются соответственно следующим образом:

а') в конфигурациях $(A_k, x_{g1} \dots x_{gnk} \circ; \omega)$ строку ω определяет следующий вывод $S \xrightarrow{k} \alpha A_k \omega \beta \xrightarrow{k} \alpha x_{g1} \dots x_{gnk} \omega \beta$, где S — начальный

символ грамматики, $\alpha, \beta \in V^*$. Это позволяет рассматривать контексты, которые могут быть и нетерминальными.

б) Пусть некоторое состояние S_n содержит конфигурации

$$(A_p, x_{p1} \dots x_{pj} \circ x_{p/j+1} \dots x_{pnr}; \omega_p),$$

$$(A_g, x_{g1} \dots x_{gnc}; \omega_g),$$

где $j < n_p$, $\omega_g = x_{p/j+1} \omega_p$.

Очевидно, состояние S_n неоднозначное.

Пусть $S \xrightarrow{\alpha} \alpha A_g \omega_g \beta \xrightarrow{\gamma} \gamma x_{g1} \dots x_{gnc} \omega_g B \delta$.

Для устранения неоднозначности в состоянии S_n конечная конфигурация заменяется новой конфигурацией

$$(A_g x_{p/j+1}, x_{g1} \dots x_{gnc} \circ x_{p/j+1}; \omega_g B).$$

Этот прием, как и элементарное преобразование при $ELR(1)$ разборе позволяет продвигаться направо по анализируемой строке и в некоторых случаях получить достаточную для устранения неоднозначности информацию.

Следующие теоремы устанавливают связь между классами $ELR(1)$ и $G(k)$ грамматик.

Теорема 4. Для каждой $G(k)$ грамматики, $k \geq 0$, существует эквивалентная ей $ELR(1)$ грамматика G' .

Теорема 5. Каждая приведенная $ELR(1)$ грамматика является $G(0)$ грамматикой.

Из теорем 4 и 5 непосредственно следует

Теорема 6. Для каждой $G(k)$ грамматики, $k \geq 1$, существует эквивалентная ей $G(0)$ грамматика.

Теорема 7. Если в множестве правил грамматики G имеются правила $Q \rightarrow \alpha N \alpha \beta$, $N \rightarrow N \alpha$, где $\alpha \in V$; $\alpha, \beta \in V^*$, то G не является $G(k)$ грамматикой ни для какого k .

Теорема 7 дает достаточное условие для того, чтобы грамматика не являлась $G(k)$ грамматикой ни для какого k . Однако легко указать $ELR(1)$ грамматику, удовлетворяющую условиям теоремы 7. Таким образом класс $ELR(1)$ грамматик строго включает в себя класс $G(k)$ грамматик.

Бреванский ИИИ математических машин

Ի. Ի. ՕՐԻՅԱՆ, Լ. Ռ. ՀԱՅՐԱՊԵՏՅԱՆ

Ֆորմալ քերականությունների $ELR(1)$ և $G(k)$ դասերի մասին

Հոդվածում ուսումնասիրվում են կոնստրուկցիոն անկախ ֆորմալ լեզուների վերլուծության և նախադաս հարցերը կշիռատանքներում (¹, ²) տրված և նկատարի հայտնի ալգորիթմի (³) երկու ընդհանրացումները, որոնք ծնում են համապատասխանաբար լեզուների $ELR(1)$ և $G(k)$ դասերը:

Այս աշխատանքում ցույց է տրվում, որ վերլուծության $ELR(1)$ մեթոդը կիրառելի է կոնտեքստից անկախ քերականությունների ավելի լայն դասի համար, քան $G(k)$ մեթոդը: Ապացուցվում է, որ լեզուների $ELR(1)$ դասը իր մեջ խիստ ընդգրկում է $G(k)$ դասին: Ցույց է տրվում նաև, որ ցանկացած $G(k)$ ֆորմալ քերականության համար գոյություն ունի նրան էկվիվալենտ $G(0)$ ֆորմալ քերականություն:

ЛИТЕРАТУРА — ՊՐԱՍԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

- ¹ С. С. Лавров, А. А. Ордян, Журн. выч мат. и мат. физ., № 4, 1975. ² А. С. Шумей, В. С. Зонце, Программирование, № 3, 1975. ³ D. E. Knuth, Inform. Control, vol. 8, (oct., 1965).

УДК 517.9

МАТЕМАТИКА

К. А. Ягдjian

Необходимые условия корректности смешанной задачи для нестрого гиперболических систем

(Представлено чл.-корр. АН Армянской ССР Р. А. Александрияном 13/XII 1976)

В последние годы создана сравнительно полная теория смешанных задач для строго гиперболических уравнений ⁽¹⁾ и систем ⁽²⁻⁵⁾.

Смешанные задачи для некоторых несимметризуемых систем рассмотрены в ⁽⁷⁾, а для уравнений в ^(8,9).

В работе ⁽⁷⁾ указано, что в отличие от задачи Коши, для корректности смешанной задачи для несимметризуемых систем и нестрого гиперболических уравнений недостаточно требовать повышенную гладкость заданных функций. В настоящей заметке приводится пример уравнения (несимметризуемой системы), для которого не существует решения смешанной задачи даже в пространстве L_2 , если не выполнены условия согласования (на пересечении границ) до порядка, зависящего от младших членов уравнения. Эффект появления условий согласования для нестрого гиперболических уравнений и несимметризуемых систем и зависимость числа этих условий от младших членов уравнений впервые, по-видимому, отмечены в ⁽⁷⁾.

Вышеупомянутая теория, с другой стороны, не включает также очень важные физические примеры, такие, как, например, система уравнений Максвелла и линеаризованные уравнения магнитной гидродинамики. Причина этого заключается в требовании нехарактеристичности многообразий, на которых задаются граничные условия. В случае равномерно характеристической боковой границы такая задача для систем первого порядка исследована в ⁽¹⁰⁾. В ней описаны достаточные условия корректности смешанной задачи для симметрических гиперболических систем с переменными коэффициентами. Там же показана необходимость равномерного условия Лопатинского для выполнения основной оценки, когда коэффициенты постоянны. Во втором пункте настоящей заметки доказывается необходимость условия Лопатинского для C^∞ -корректности смешанной задачи с равномерно характеристической боковой границей в случае переменных коэффициентов. В доказательстве использованы методы работ ⁽¹¹⁻¹³⁾, а результат аналогичен тому, который получен в ^(12,13) для задач с нехарактеристической границей.

1°. Рассмотрим уравнение

$$u_{tt} + 2u_{tx} + (1-t^2)u_{xx} - au_x = 0, \quad (1)$$

где $a = 4n + 1$, n — натуральное число, $x \in R^1$. Решение задачи Коши

$$u|_{t=0} = \mu(x), \quad u_t|_{t=0} = -\mu_x(x) \quad (2)$$

задается формулой (14)

$$u(t, x) = \sum_{k=0}^n \frac{\sqrt{\pi} n! t^{2k}}{k!(n-k)!\Gamma\left(k + \frac{1}{2}\right)} \cdot \frac{\partial^k \mu\left(x - t + \frac{t^2}{2}\right)}{\partial x^k}. \quad (3)$$

Для уравнения (1) в области $t \in (0, \varepsilon)$, $x \in R_+^1 = \{x; 0 < x < \infty\}$, $\varepsilon > 0$ рассмотрим смешанную задачу

$$u|_{t=0} = v(x), \quad u_t|_{t=0} = -v_x(x), \quad x \geq 0 \quad (4)$$

$$u|_{x=0} = 0, \quad u_x|_{x=0} = 0, \quad t \in [0, \varepsilon], \quad (5)$$

где $v(x) \in C_7^-(R_+^1)$, $v(0) = v'(0) = 0$. Покажем, что если

$$\sum_{k=0}^n |v^{(k)}(0)| \neq 0 \quad (6)$$

то у задачи (1), (4), (5) в L_2 нет решения. Действительно, предположим, что u° — решение. Продолжим нулем функции $u^\circ(t, x)$ и $v(x)$ на области $(-\infty, 0) \times [0, \varepsilon]$ и $(-\infty, 0)$ соответственно и обозначим получившиеся функции через u и μ . Тогда $u(t, x)$ есть решение задачи Коши (1), (2). В силу аналитичности коэффициентов уравнения решение $u(t, x)$ задается формулой (3), из которой следует, что u не принадлежит L_2 . Поэтому для существования в L_2 решения задачи (1), (4), (5) необходимо условие $v^{(l)}(0) = 0$, $l = 0, 1, \dots, n$, т. е. условия согласования до порядка n .

Отметим, здесь, что, как хорошо известно в случае строго гиперболических уравнений второго порядка, для существования в $E(H^2)$ решения смешанной задачи достаточно потребовать условия согласования только до первого порядка включительно (*).

Аналогичные рассуждения применимы к задаче

$$v_t + \begin{pmatrix} 2 & 1-t^2 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} v_x + \begin{pmatrix} 0 & -a \\ 0 & 0 \end{pmatrix} v = 0, \quad x > 0, \quad t > 0, \quad (7)$$

$$v|_{t=0} = t(-v_x(x), v_x(x)), \quad x \geq 0 \quad (8)$$

$$v|_{x=0} = 0, \quad t \geq 0, \quad (9)$$

где v есть вектор с двумя компонентами, $a = 4n + 1$.

2°. Рассмотрим теперь матричный дифференциальный оператор

$$L[u] = \frac{\partial}{\partial t} u - \sum_{j=1}^k A_j(t, x) \frac{\partial}{\partial x_j} u - B(t, x)u$$

где $A_j(t, x)$, $B(t, x)$ есть $(m + l_0) \times (m + l_0)$ матрицы с C^∞ элементами. Предполагается, что

$$A_k(x, t) = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & A(x, t) \end{pmatrix}, \det A(0, 0) \neq 0, \quad (11)$$

и размер квадратной матрицы $A(x, t)$ есть $m \times m$. Вектор $u(x, t)$ и оставшиеся матрицы разбиваем соответственно (11):

$$A_j = \begin{pmatrix} A_j^{(1)} & A_j^{(2)} \\ A_j^{(3)} & A_j^{(4)} \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} B^{(1)} & B^{(2)} \\ B^{(3)} & B^{(4)} \end{pmatrix}, \quad u = \begin{pmatrix} u^{(1)} \\ u^{(2)} \end{pmatrix}. \quad (12)$$

Исследуется следующая смешанная задача в окрестности нуля

$$L[u] = f(x, t), \quad (x, t) \in \Omega, \quad x = (x', x_k) = (x_1, \dots, x_{k-1}, x_k), \\ u(x, 0) = g(x), \quad x \in D = \Omega \cap \{t = 0\}, \quad (13)$$

$$P(x', t)u^{(2)}(x', 0, t) = h(x', t), \quad (x', t) \in G = \Omega \cap \{x_k = 0\},$$

где $P(x', t)$ есть $l \times m$ матрица с C^∞ элементами, а $h(x', t)$ есть вектор функция с l компонентами, определенная в G . Предполагается, что ранг матрицы $P(0, 0)$ равен l , где l есть число отрицательных собственных значений матрицы $A(0, 0)$, и что L есть гиперболический в нуле оператор, т. е. характеристическая матрица $\sum_{j=1}^k A_j(0, 0)\eta_j$ имеет только действительные собственные значения для всех $\eta = (\eta_1, \dots, \eta_k) \in R^k$.

Введем обозначение $A^{(i)}(\eta) = \sum_{j=1}^{k-1} A_j^{(i)}(0, 0)\eta_j$, $i = 1, 2, 3, 4$, и всюду далее будем рассматривать только те (λ, η) , для которых $\det(\lambda I - iA^{(1)}(\eta)) \neq 0$. Тогда при $\text{Re} \lambda > 0$ можно определить

$$M(\lambda, \eta) = A^{-1}(0, 0)[A^{(3)}(\eta)(\lambda I - iA^{(1)}(\eta))^{-1}A^{(2)}(\eta) + iI - iA^{(4)}(\eta)]. \quad (14)$$

Из гиперболичности оператора L следует, что $M(\lambda, \eta)$ имеет l собственных значений с отрицательной действительной частью и $m - l$ с положительной⁽²⁰⁾. Обозначим через $E^-(\lambda, \eta)$ ($E^+(\lambda, \eta)$) обобщенное собственное подпространство матрицы $M(\lambda, \eta)$, соответствующее собственным значениям с отрицательной (положительной) действительной частью. Введем, далее, проекторы

$$Q^\pm(\lambda, \eta) = \frac{1}{2\pi i} \oint_{\Gamma_\pm} (\xi - M(\lambda, \eta))^{-1} d\xi, \quad (15)$$

где Γ_+ (Γ_-) — гладкая замкнутая кривая, охватывающая только собственные значения с положительной (отрицательной) действительной частью. Определим

$$\Lambda(\lambda, \eta) = \frac{1}{2\pi i} \oint_{\Gamma^+} (z - M(\lambda, \eta))^{-1} \frac{\partial M(\lambda, \eta)}{\partial \lambda} (Q - M(0, \eta) - z)^{-1} dz \quad (16)$$

и формулируем условие

[A] (i) $M(\lambda, \eta)$ не имеет обобщенных собственных векторов в

$$E^-(\lambda, \eta), \operatorname{Re} \lambda > 0, \eta \in R^{k-1}; \quad (ii) |E^-(\lambda, \eta) \cup \operatorname{Ker} P(0, 0) \cap$$

$$E^+(\lambda, \eta)| \cap |\Lambda(\lambda, \eta)(E^-(\lambda, \eta) \cap \operatorname{Ker} P(0, 0))| = \{0\},$$

$$\operatorname{rank} \Lambda(\lambda, \eta) \geq \dim (E^-(\lambda, \eta) \cap \operatorname{Ker} P(0, 0)), \operatorname{Re} \lambda > 0, \eta \in R^{k-1}.$$

Говорят, что задача (13) имеет конечную скорость распространения, если найдется положительное число δ_0 такое, что для любой точки (x_0, t_0) задача (13) имеет единственное решение в $\Omega(x_0, t_0) = \{(x, t); |x - x_0| < \delta_0(t_0 - t), x_k > 0, t > 0\}$.

Определение 1. Задача (13) C^- корректна в окрестности нуля, если она имеет конечную скорость распространения и если для любых бесконечно дифференцируемых в окрестности нуля функций $|f(x, t), g(x), h(x', t)|$, удовлетворяющих условиям согласования бесконечного порядка, задача (13) имеет решение $u(t, x) \in C^-(\Omega)$.

Обозначим через L_0 главную часть L .

Определение 2. (L_0, P) удовлетворяет условию Лопатинского в начале координат, если

$$E^-(\lambda, \eta) \cap \operatorname{Ker} P(0, 0) = \{0\}, \operatorname{Re} \lambda > 0, \eta \in R^{k-1}. \quad (17)$$

Теорема. Пусть выполнено условие [A]. Если смешанная задача (13) C^- корректна в окрестности нуля, тогда (L_0, P) удовлетворяет условию Лопатинского в начале координат.

Доказывается теорема следующим образом. Из C^- корректности задачи выводится априорная оценка, в которой участвуют C^p нормы функций. Затем с помощью асимптотической замены переменных $(^{11})$ получается более удобная априорная оценка, в которой участвует параметр n . Далее, в предположении, что условие Лопатинского нарушено, строится решение вида

$$u(x, t) = \sum_{j=0}^N n^{-j} \sum_{p=1}^l \exp \{n(\xi_p^- x_k + \lambda t + i x' \cdot \eta)\} u_j^{(p)}(x, t), \quad (18)$$

для которого при достаточно больших N и n априорная оценка не выполняется.

Ереванский государственный университет

Ոչ խիստ հիպերբոլիկ սիստեմների համար խառը խնդրի կորեկտության
անհրաժեշտ պայմանները

Հոդվածում շտիմիտրիդացվող համակարգի (ոչ խիստ հիպերբոլիկ հավասարման) մի օրինակի վրա ցույց է տրված, որ վերնագրում նշված սիստեմների դասի համար խառը խնդրի կորեկտության համար անհրաժեշտ են համաձայնեցման յրաջուցիչ պայմաններ:

Ցույց է տրված նաև, որ հավասարաչափ խարակտերիստիկ կողային մակերևույթով խառը խնդրի C^{-} — կորեկտության համար չուպատինսկու պայմանը անհրաժեշտ է:

ЛИТЕРАТУРА — ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

- ¹ R. Sakamoto, J. of Math. Kyoto Univ, 10, № 2, № 3, 349—383, 403—417 (1970).
² H. O. Kreiss, Comm. Pure Appl. Math., 23, 277—298 (1970). ³ М. С. Агранович, Матем. сб., т. 84, № 1, 27—65 (1971). ⁴ J. Rauch, Comm. Pure Appl. Math., 25, 265—285 (1972). ⁵ М. С. Агранович, Функци. анализ и его прилож., т. 6, вып. 2, 1—11 (1972).
⁶ J. Rauch and F. Massey, Trans. Amer. Math. Soc., 189, 303—318 (1974). ⁷ К. А Ягдоян, ИАН Арм. ССР, т. 11, № 5, 424—431 (1976). ⁸ Р. Г. Айрапетян, ИАН Арм. ССР, т. 12 № 1, (1977). ⁹ Г. Р. Оганесян, ДАН Арм ССР, в печати. ¹⁰ A. Majda and S. Osher, Comm. Pure Appl. Math., 28, 607—675 (1975). ¹¹ В. Я. Иоруй, ДАН СССР, т. 197, № 3, 517—519 (1971). ¹² К. Kajitani, Publ. Res. Inst. Math. Sci., v. 9, 261—284 (1973/74). ¹³ К. Kajitani, J. of Math. Kyoto Univ, v. 14, 231—242 (1974).
¹⁴ Чу Минь-Ю, Acta Math. sinica, v. 8, № 4, 521—530 (1958).

УДК 518.5:681.3

ПРИКЛАДНАЯ МАТЕМАТИКА

А. А. Азатян, Р. А. Тамразян

Программные реализации алгоритмов для перечисления элементов полных множеств: n -перестановок с повторениями, сочетаний из n элементов по m размещений из n элементов по m

(Представлено чл.-корр. АН Армянской ССР Ф. Т. Саркисяном 7/X 1976)

Программные реализации алгоритмов для перечисления элементов полных множеств: n -перестановок $\{P_n\}$, сочетаний $\{C_n^m\}$ и размещений $\{A_n^m\}$ имеют приложение как в проблематике комбинаторного анализа, так и при решении многочисленных прикладных задач. В ^(1,2) рассматривается метод перечисления элементов множества $\{P_n\}$ всех возможных перестановок из n различных символов и описывается программная реализация метода на машине ЕС-1030. Рассмотренный метод "треугольника адресов" дает возможность почти полного исключения арифметических операций, резкого сокращения количества команд и существенного уменьшения объема памяти. В ^(1,3) метод треугольника адресов распространяется на более общий случай — перечисление элементов множества $\{P_n\}$ — полного множества всех перестановок из n символов, среди которых имеются одинаковые, при произвольном разбиении числа n ($n; n_1, n_2, \dots, n_v$), где при $v = 1, 2, \dots, v; n_1 + n_2 + \dots + n_v = n$ n_v — число элементов в v -ой группе равночисленных элементов. Использование специально введенных логических функций дает возможность показать, что алгоритм для перечисления элементов $\{P_n\}$ является основным звеном также для конструирования алгоритмов для перечисления элементов $\{P_n\}$, $\{C_n^m\}$ и $\{A_n^m\}$. Здесь опишем программные реализации алгоритмов, рассмотренных в ^(1,2).

Как частный случай решается задача перечисления всех n -перестановок из n различных символов, программа для которой описана в ⁽²⁾.

В ^(1,3), показано, что перечисление полного множества $\{P_n\}$ при любых распределениях числа n осуществляется не более, чем

за $\frac{n!}{2}$ шагов, т. е. на половине длины (P_n) . Однако структурные

свойства алгоритма AP_n таковы, что при всех распределениях, отличных от распределения $(n; n_1=2, n_2=n_3=\dots=n_v=1)$, процесс перечисления элементов $|P_n|$ заканчивается раньше, чем достигается половина длины (P_n) , и если бы прекращение процесса перечисления связывалось с достижением длины $\frac{1}{2}L(P_n) = \frac{n!}{2}$, то ввиду быстрого

роста функции $\frac{n!}{2}$ с увеличением n работа машины становилась бы

все более нецелесообразной. В связи с этим в программе предусмотрен пересчет перестановок по формуле

$$P(n; n_1, n_2, \dots, n_v) = \frac{n!}{n_1! n_2! \dots n_v!}$$

благодаря чему процесс перечисления заканчивается по достижении величины $P(n; n_1, n_2, \dots, n_v)$.

Программа, составленная на языке Ассемблер (*) для машин ряда ЕС ЭВМ с операционной системой ДОС/ЕС, отлажена на машине ЕС-1020. С учетом производительности машин ряда ЕС ЭВМ число n ограничивается следующим образом: $2 \leq n \leq N = 16$, хотя нет принципиальных ограничений для использования программы при $n > 16$. Объем программы не зависит от n и требует область оперативной памяти размером в 4712 байтов, что обеспечивает ее функционирование в любых машинах ряда ЕС ЭВМ в исполнении с минимальной памятью. Применение ДОС/ЕС дает возможность загружать программу в память в любой момент рабочего времени.

Блок-схема программы изображена на рис. 1,2.

Программа вначале запрашивает режим работы и входные данные, которые записываются с пишущей машинки в виде шифра, состоящего из трех строк: в третьей строке записывается информация о виде перечисляемого комбинаторного объекта (P — перестановка, C — сочетание, A — размещение), в первой и второй строке — информация о длине и структуре n -выборки.

Примеры. Пусть требуется перечислить все элементы из следующих множеств: 1) $|P_7|$ при распределении $(7; 4, 2, 1)$; 2) $|P_7|$; 3) $|C_9^5|$; 4) $|A_6^3|$.

Соответствующие шифры записываются следующим образом:

1) 1111223, 070402 P	2) 1234567, 07 P	3) 111112222, 090504 C	4) 111222. 06030 A
----------------------------	------------------------	------------------------------	--------------------------

В зависимости от требований прикладной задачи результаты можно либо выводить на периферийные устройства, либо непосред-

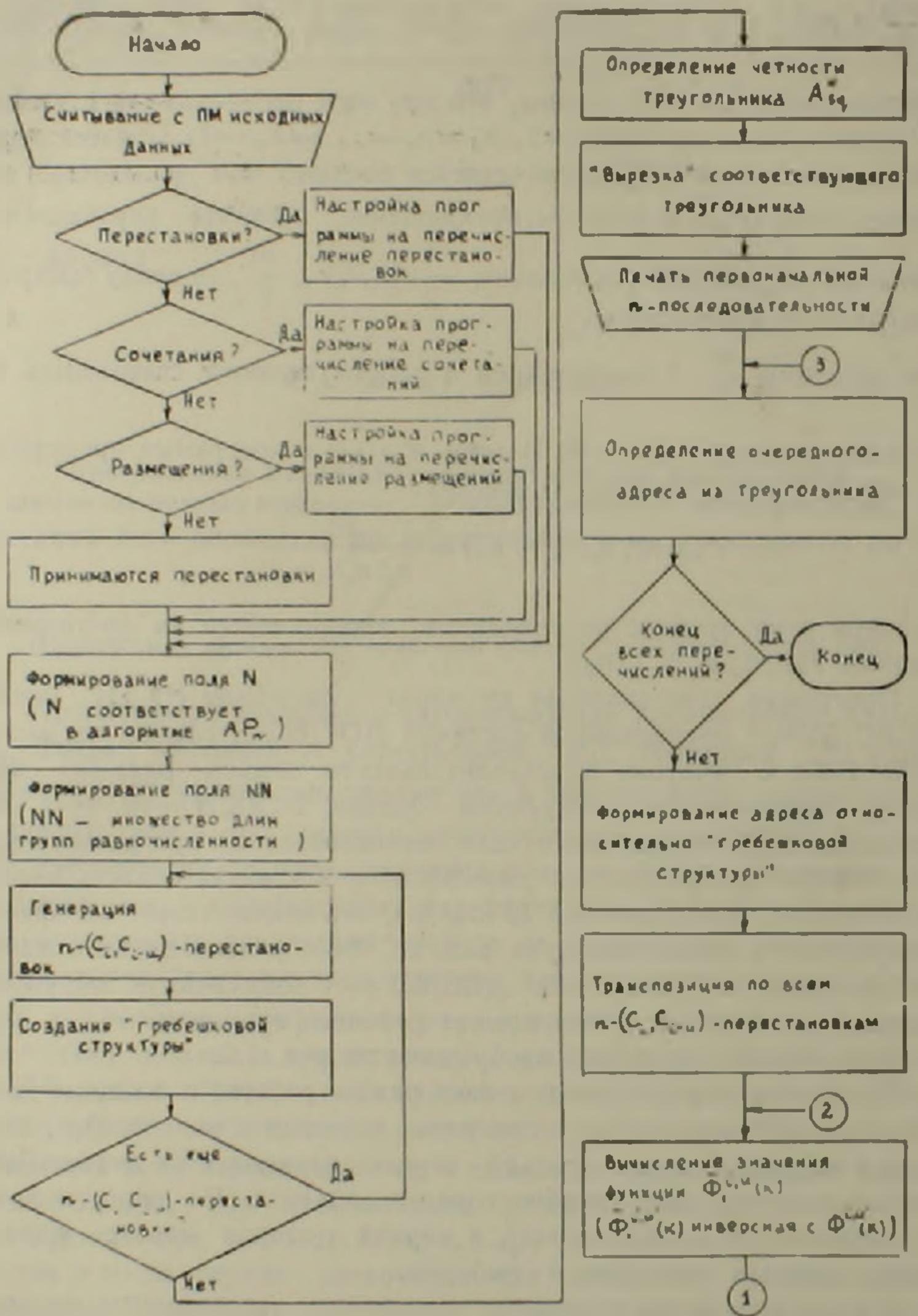


Рис 1. Блок-схема программы (Продолжение блок-схемы на рис. 2)

ственно использовать в целях динамического управления или передачи информации.

Контрольными тестовыми задачами являлись задачи по перечислению элементов множеств: $\{P_n\}$ при различных разбиениях чисел n , $\{C_n^m\}$ и $\{A_n^m\}$. Пусть через $T_n(n; n_1, n_2, \dots, n_v)$ обозначено время

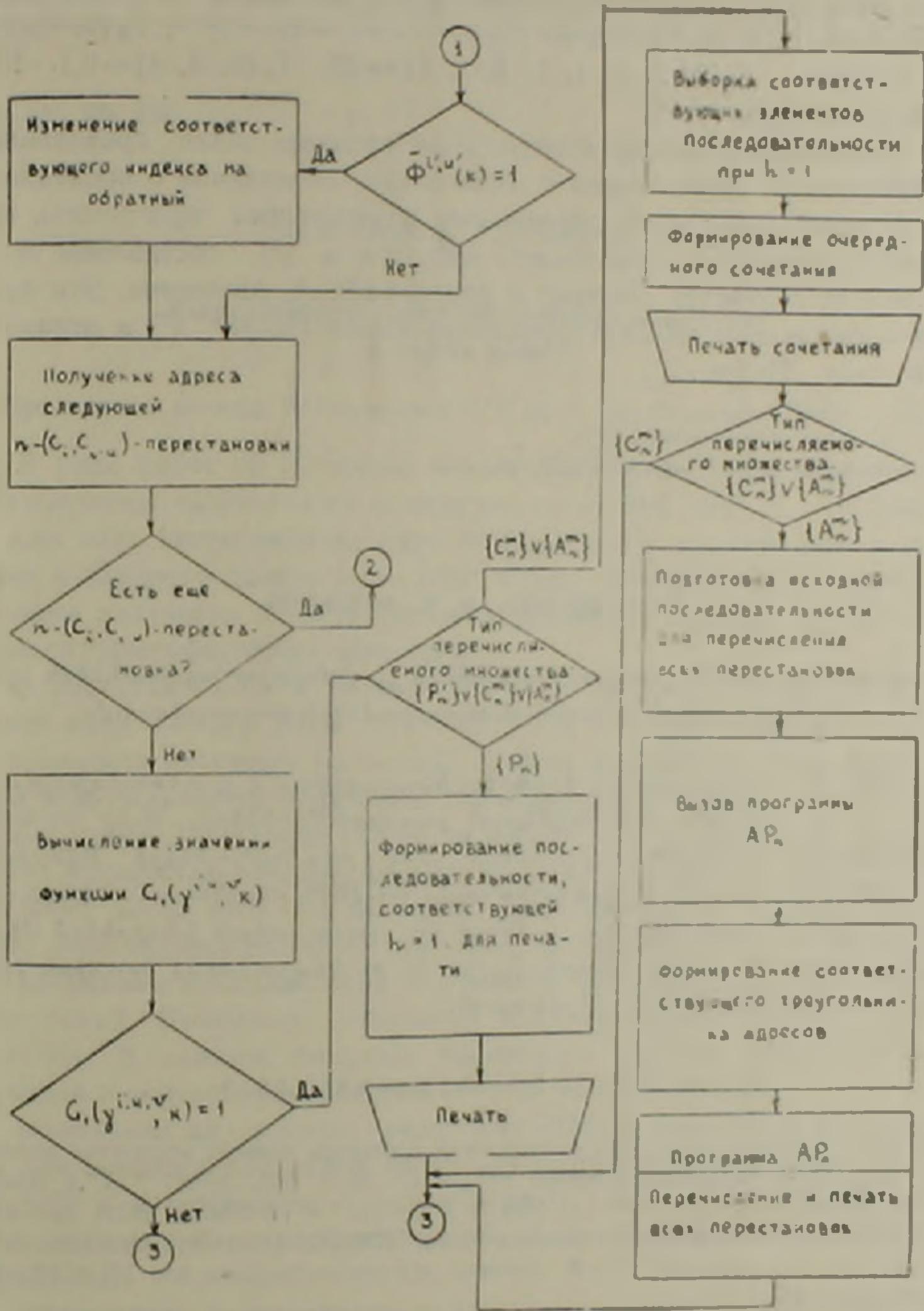


Рис. 2 Продолжение блок-схемы программы

перечисления элементов $\{P_n^i\}$ при некотором распределении $(n; n_1, n_2, \dots, n_u)$ в (мин); тогда результаты контрольных экспериментов можно записать: $T_n(3; 2, 1) = 7,0 \cdot 10^{-2}$; $T_n(4; 2, 1, 1) = 2,74 \cdot 10^{-2}$; $T_n(4; 2, 2) = 1,15 \cdot 10^{-2}$; $T_n(4; 3, 1) = 9,2 \cdot 10^{-3}$; $T_n(5; 2, 1, 1, 1) = 1,4 \cdot 10^{-2}$;

$T_n(5; 3; 2) = 2,28 \cdot 10^{-2}$; $T_n(5; 4, 1) = 1,14 \cdot 10^{-2}$; $T_n(6; 2, 1, 1, 1, 1) = 8,2 \cdot 10^{-1}$;
 $T_n(6; 3, 3) = 4,6 \cdot 10^{-2}$; $T_n(6; 5, 1) = 1,38 \cdot 10^{-2}$;
 $T_n(7; 2, 1, 1, 1, 1, 1) = 2,88$; $T_n(7; 4, 3) = 4,0 \cdot 10^{-2}$; $T_n(7; 6, 1) = 1,6 \cdot 10^{-2}$;
 $T_n(8; 2, 1, 1, 1, 1, 1, 1) = 23$; $T_n(8; 4, 4) = 8,1 \cdot 10^{-2}$;
 $T_n(8; 7, 1) = 1,84 \cdot 10^{-2}$.

Результаты решения контрольных тестовых задач сравнивались с теоретически ожидаемыми и дали точное совпадение с последними.

С некоторыми несущественными изменениями программы, аналогичные описанной в настоящей работе и в (2), составлены также для машин семейства «Наири» с участием В. А. Минасяна. Эти программы составлены на «Универсальном языке Наири» (3) и отлажены на машине «Наири-2».

Институт геологических наук
 Академии наук Армянской ССР

Ա. Ա. ԱԶԱՏՅԱՆ, Ռ. Ա. ԹԱՄՐԱՅԱՆ

Տեղափոխությունների, զուգորդությունների և տեղաբաշխությունների լրիվ բազմությունների թվաբանական ալգորիթմների ծրագրավորումը

Ամեն մի ամբողջական n -ի համար նկարագրվում է n -տեղափոխությունների, n -ից m -ական էլեմենտներով զուգորդությունների, n -ից m -ական էլեմենտներով տեղաբաշխությունների լրիվ բազմությունների թվաբանական ալգորիթմների ծրագրային իրականացումը $ԵՍ-1020$ մեքենայում: Նկարագրվում է ծրագրի բոլոր-սխեման: Բերվում են ստուգողական խնդիրների մեքենայական լուծման արդյունքները: Նշվում է, որ նկարագրված ծրագիրն իրագործված է նաև «Նաիրի-2» մեքենայում:

ЛИТЕРАТУРА — ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

1 А. А. Азатян, К вопросу о перечислении элементов полного множества ассоциаций (U) Депонированная рукопись, 1974, РИР, № 3, 1975, 3—697. 2 А. А. Азатян, Р. А. Тамразян, ДАН Арм. ССР, т. LXI, № 5 (1975). 3 А. А. Азатян ДАН Арм. ССР, т. LXII, № 1, (1976). 4 Операционная система ДОС/ЕС, Ассемблер Описание языка Информация пользователя. 5 И. А. Ицкович, «Программирование для ЭВМ «Наири», М., «Статистика», 1975.

УДК 621. 375. 826

ФИЗИКА

М. Е. Мовсисян, Т. О. Олакимян

Вынужденное ультрафиолетовое излучение в парах калия

(Представлено чл.-корр. АН Армянской ССР М. Л. Тер-Микаеляном 20/ХІІ 1976)

В ряде работ по изучению резонансных процессов в парах калия ($1-6$) получены излучения на длинах волн $\lambda = 4044, 4047 \text{ \AA}$, $\lambda = 3834 \text{ \AA}$. Во всех этих экспериментах пары возбуждались одновременно излучениями рубинового лазера и его ВКР в ряде органических веществ. Полученные излучения вышеуказанными авторами интерпретируются как результат многофотонных процессов.

В настоящей работе впервые получено излучение паров калия на длинах волн $\lambda = 3217,02 \text{ \AA}$ и $\lambda = 3217,5 \text{ \AA}$. Исследована зависимость интенсивности излучения на $\lambda = 3217,02 \text{ \AA}$ от давления паров и интенсивности возбуждающего излучения. Использовалась обычная экспериментальная схема. Излучение лазера на рубине с модулированной добротностью, мощностью порядка 40 Мвт, возбуждал в кювете с нитробензолом ВКР, после чего оба излучения фокусировались в кювету паров калия, сконструированную по принципу тепловой трубы (7). Применялись кварцевые выходные окна. В качестве буферного газа был использован гелий. Выходящее излучение анализировалось спектрографом (ИСП-30). В каждом импульсе измерялась энергия возбуждающего излучения и контролировалось число гигантских импульсов.

Излучение на длинах волн $\lambda = 3217,02, \lambda = 3217,5 \text{ \AA}$ появлялось при возбуждении паров калия излучениями рубинового лазера и его ВКР в нитробензоле. Иногда, наряду с линией $\lambda = 3217 \text{ \AA}$ появлялись, с меньшей интенсивностью и линии на длинах волн $\lambda = 3834 \text{ \AA}$ и $\lambda = 3446 \text{ \AA}$.

Зависимость интенсивности излучения на длине волны $\lambda = 3217,02 \text{ \AA}$ от давления паров калия показана на рис. 1. Интенсивность ее достигает своего максимума при давлении $\approx 4,0$ тор., а затем падает. На этом же рисунке изображен ход интенсивности линии $\lambda = 4044 \text{ \AA}$. Интенсивность этой линии монотонно падает.

Зависимость интенсивности линий $\lambda = 3217,02 \text{ \AA}$ и $\lambda = 4044 \text{ \AA}$ от интенсивности возбуждающего света приведены на рис. 2. Для $\lambda = 3217 \text{ \AA}$ эта зависимость хорошо аппроксимируется кривой $\sim I^2$, а для линии 4044 \AA $\sim I^3$. Зависимости построены для давления паров калия $= 4,0$ тор.

По нашим оценкам мощность на $\lambda = 3217 \text{ \AA}$ в максимуме равна примерно 0,1% от мощности возбуждающего излучения (интенсивности ВКР нитробензола).

Механизм возникновения ультрафиолетового излучения в настоящее время окончательно не установлен, однако можно отметить следующее.

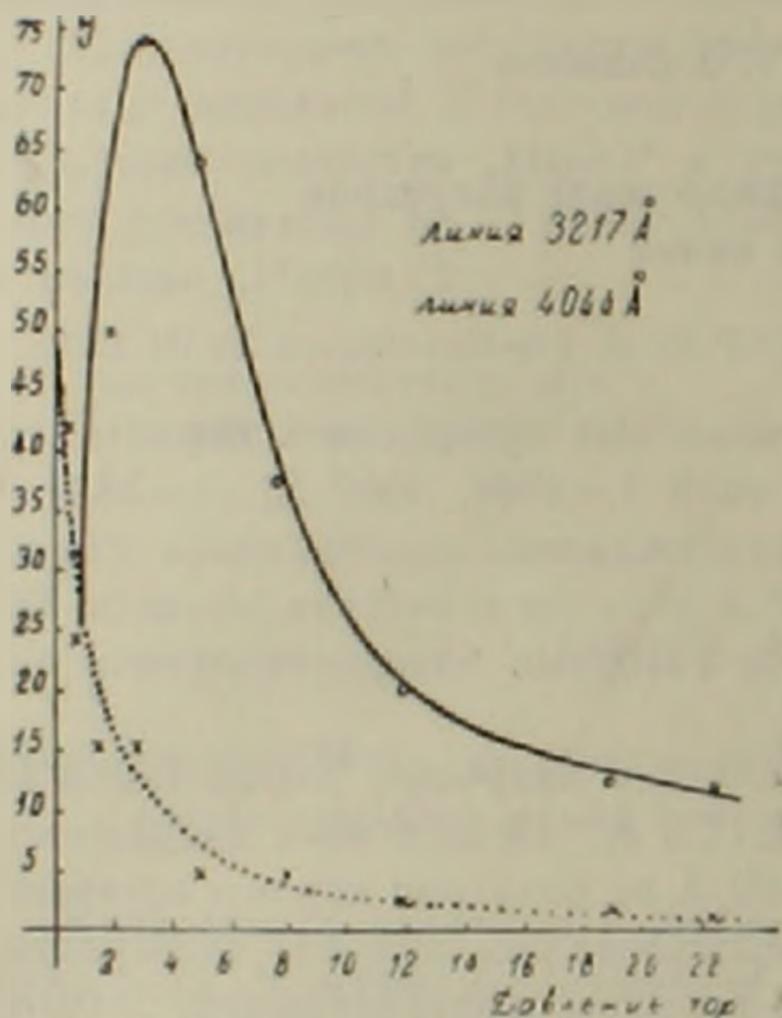


Рис. 1. Зависимость интенсивности (J) линий $\lambda = 3217 \text{ \AA}$ и $\lambda = 4044 \text{ \AA}$ от давления паров калия. J — в произвольных единицах, давление в торах

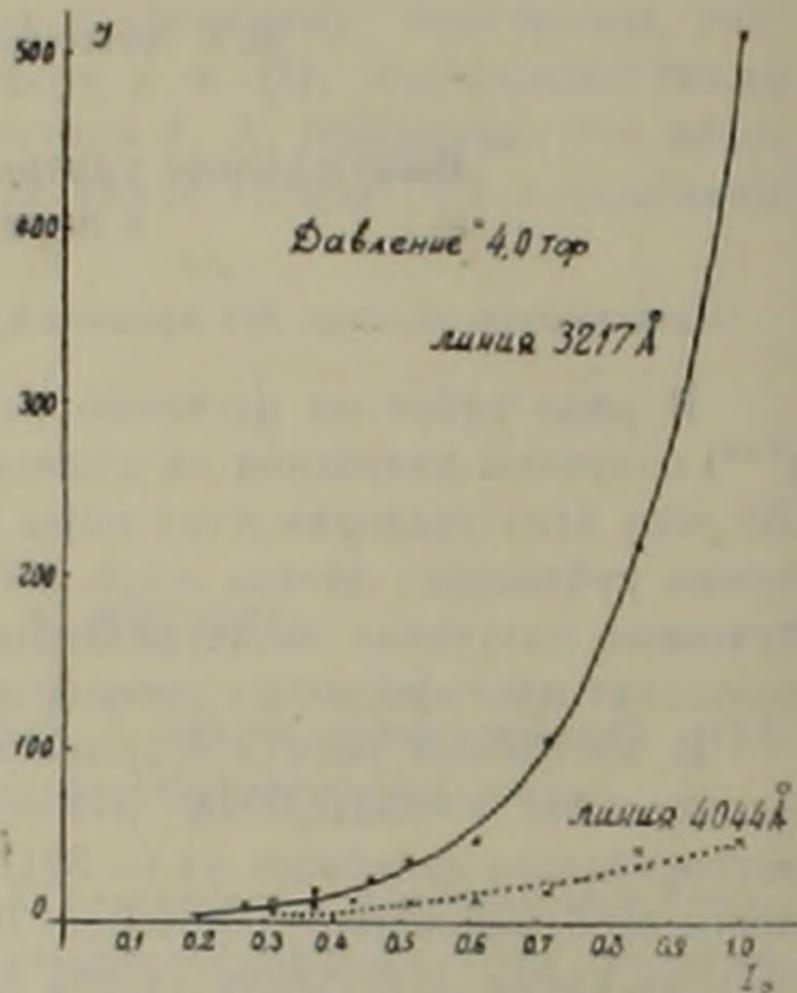


Рис. 2. Зависимость интенсивности (J) линий $\lambda = 3217 \text{ \AA}$ и $\lambda = 4044 \text{ \AA}$ от интенсивности возбуждающего света (I_0). J — в произвольных единицах, I_0 — интенсивность возбуждающего излучения в относительных единицах

Уровни $7P_{1,2,3,2}$ атома калия, с которыми связаны переходы на длинах волн $3217,02 \text{ \AA}$ и $3217,5 \text{ \AA}$, лежат выше, чем сумма двух квантов излучения рубинового ОКГ. Таким образом в возбуждении уровней $7P$ участвуют по крайней мере 3 фотона. Отметим, что 3 фотона первой стоксовой компоненты ВКР нитробензола ионизируют атом калия.

В работах (4,8) показано, что заселение уровней $6S$ и $4D$ двухфотонным возбуждением приводит к каскадному распаду и соответственно излучениям в инфракрасной области спектра связанные с переходами $6S \rightarrow 5P \rightarrow 5S \rightarrow 4P$ и $4D \rightarrow 5P \rightarrow 3D \rightarrow 4P$. Отметим, что переход $7P_{3,2} \rightarrow 4D_{5,2}$ также попадает в инфракрасную область спектра с частотой $\omega = 3678 \text{ см}^{-1}$ и излучение в каскаде связанное с переходом атома $5P_{1,2} \rightarrow 5S_{1,2}$ с частотой $\omega = 3674 \text{ см}^{-1}$ может участвовать в процессе перевода возбужденных атомов с уровня $4D_{5,2}$ на $7P$. Такое трехфотонное возбуждение атомов до уровня $7P$ имеет определенную вероятность и может объяснить экспериментально найденную зависимость интенсивности ультрафиолетовой линии

$\lambda = 3217 \text{ \AA}$ от интенсивности возбуждающего излучения ($\sim I^4$). Действительно, так как переход $5P \rightarrow 5S$ связан с двухфотонным заселением уровней $6S$ и $4D$, то его интенсивность излучения пропорциональна квадрату интенсивности возбуждающего излучения. Участие такого фотона в трехфотонное возбуждение уровня $7P$ приведет к зависимости $\sim I^4$ от возбуждающего излучения.

Институт Физических исследований
Академии наук Армянской ССР

Մ. Ե. ՄՈՎԵՍԵՅԱՆ, Տ. Զ. ՀՈՎԱԿԻՄՅԱՆ

Ստիպողական ուտրամանուշակագույն ճառագայրում կախումի գույքչինեում

Առաջին անգամ կախումի գույքչինեում ստացված է ուտրամանուշակագույն ստիպողական ճառագայթում $\lambda = 3217.02 \text{ \AA}$, $\lambda = 3217.5 \text{ \AA}$ ալիքի երկարությունների վրա: Գույքչինեերը գրդովել են մոտ 40 Մվտ հզորության ուրինային լազերով և նրա նիտրոբենզոլի մեջ առաջացրած ստիպողական կոմբինացիոն ցրման ճառագայթումներով:

Չափված է սպեկտրալ $\lambda = 3217.02 \text{ \AA}$ դծի ինտենսիվության կախումը գրգռող լույսի ինտենսիվությունից և գույքչինեերի ճնշումից: Քննարկվում է վերոհիշյալ դծերի առաջացման հնարավոր մեխանիզմները:

ЛИТЕРАТУРА — ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

- ¹ М. Е. Мовсесян, Н. Н. Бадалян, В. А. Ирадян, Письма в ЖЭТФ, 6, стр 631, 1967
- ² O. I. Lumpkin, IEEE J. Quantum Electronics, QE-4, 226, 1968. ³ S. Barak, M. Rokni and Sh. Yatsiv, IEEE. J. Quantum Electronics, QE-5 pp. 448-451, 1969.
- ⁴ Ю. М. Курин, С. Г. Раутман, В. П. Сафонов, Б. М. Черноброд, Труды II Вавиловской конференции по нелинейной оптике, Новосибирск, 1972. ⁵ M. Rokni and Sh. Yatsiv, IEEE J. Quantum Electronics QE-3 pp. 329-330, 1967. ⁶ N. Tan-No, K. Nan-No, Ken-ich Yokoto and H. Inaba, IEEE J. Quantum Electronics QE-9, 423, 1973. ⁷ C. R. Vidal and J. Cooper, Journal of applied physics, v. 40, 8 (1969).
- ⁸ Ю. М. Курин, Ю. Н. Попов, С. Г. Раутман, В. П. Сафонов, Б. М. Черноброд. Сб. нелинейные процессы в оптике, Конференция по нелинейной оптике, Новосибирск, 1973.

УДК 523.84

АСТРОФИЗИКА

А. Л. Гюльбудагян, Т. Ю. Магалян

**Новые красные объекты, внешне похожие
 на объекты Хербига—Аро**

(Представлено академиком В. А. Амбарцумяном 23/X 1976)

Для изучения начальных этапов звездной эволюции интересными объектами нашей Галактики являются объекты Хербига-Аро. Это небольшие по угловым размерам красные туманные объекты, спектры которых в основном состоят из эмиссионных линий водорода, [SII], [OII] и т. д., а непрерывный спектр крайне слаб. Первый список этих объектов был опубликован Хербигом (¹). Кроме этого списка есть работа Строма и др. (²), в которой содержатся данные о некоторых новых объектах Хербига-Аро.

Нами был предпринят просмотр карт Паломарского атласа для поиска новых объектов Хербига-Аро. Ввиду того, что эти объекты встречаются в основном около плоскости Галактики, мы просмотрели пояс вдоль галактического экватора шириной ~ 20° (за пределы этой полосы мы выходили там, где есть комплексы туманностей, как, например, в Тельце, Орионе и т. д.). Поиск велся как на красных, так и на синих картах, причем каждая карта просматривалась трижды.

В результате поиска найдены маленькие красные диффузные объекты, внешне похожие на объекты Хербига-Аро (окончательный ответ на вопрос, являются ли они объектами Хербига-Аро, могут дать только спектры), а также интересные сгущения в больших туманностях. Вероятно последние являются компактными областями HII, во многих из которых (из известных) найдено мазерное излучение OH или H₂O, а также инфракрасное излучение. Далее приводятся таблицы, содержащие найденные нами объекты.

В таблицах в первом столбце приводится номер объекта, во втором и третьем—координаты (α_{1950} и δ_{1950}), в четвертом и пятом столбцах—размеры объектов (соответственно на красных и синих картах). Звездочками отмечены те объекты, которые видны только на красных картах.

После таблиц под теми же номерами, которые даны в таблицах, приводятся краткие описания некоторых объектов, составленные по картам Паломарского атласа.

Таблица I. Объекты, похожие на объекты Хербига-Аро

№	α_{1950}	δ_{1950}	l_0
1	0 ^h 18 ^m 0	61°40'	0'.3
2	3 25.7	30 58	1.3
3	3 25.8	30 54	0.3
4	5 37.4	23 51	0.6
5	5 37.5	35 37	1.1
6*	5 37.6	35 42	0.4
7	5 38.4	— 8 09	0.6
8	5 48.2	3 07	0.6 × 0.6
9	5 53.0	3 23	0.8 × 0.8
10	5 59.8	— 9 07	1.1 × 1.1
11	6 06.2	— 6 18	1.3 × 0.2
12	6 08.3	— 6 12	
13	6 08.4	— 6 12	
14	6 08.4	— 6 11	
15	6 08.4	— 6 10	
16	6 10.3	— 6 14	0.4 × 0.3
17	6 10.4	— 6 12	0.6 × 0.2
18	6 31.9	4 15	0.4 × 0.3
19	6 35.6	1 35	0.4 × 0.4
20	7 22.6	—24 28	0.3 × 0.3
21	7 22.7	—24 23	
22	7 22.8	—24 24	
23	7 23.2	—24 22	0.6 × 0.3
24	16 31.4	—15 41	
25	17 17.0	—35 51	0.3 × 0.2
26*	17 27.8	—20 08	0.1 × 0.1
27	18 16.1	—20 49	
28	18 16.3	—20 48	0.9 × 0.9
29	18 27.4	1 13	2.2 × 0.6
30*	18 49.1	0 26	
31	20 23.2	39 01	0.4 × 0.4
32	21 41.2	65 51	0.2 × 0.2
33	21 41.9	65 58	0.2 × 0.2
34	21 42.3	65 55	0.6 × 0.3
35	21 42.5	65 55	0.3
36*	21 56.9	58 42	1.0 × 0.6

Таблица II. Сгущения в больших туманностях

№	α_{1950}	δ_{1950}	l_0	l_0
37	6 ^h 35 ^m 6	1°35'	0.3 × 0.2	0.3 × 0.2
38	19 41.0	23 10	1.1 × 0.7	1.0 × 0.6
39	20 15.3	38 50	1.2 × 0.8	0.9 × 0.6
40	20 16.6	39 11	5.5 × 4.4	5.5 × 4.4
41	20 30.4	40 09	1.1	1.1
42	22 45.7	57 52		1.1 × 0.8
43	22 55.0	62 23	1.1 × 1.1	0.3 × 0.3
44	23 50.6	60 12	2.2 × 1.1	0.6 × 0.6

1. Туманное красное пятно с уплотнениями. На границе светлой и темной туманностей, около 1 59 (это означает объект № 59 из работы (3)).

2. Группа объектов (видно 3 объекта) в общем ореоле южнее туманности NGC 1333. Эти объекты имеют незвздообразный вид и довольно похожи на объекты Хербига-Аро.

3. Группа из звезды посередине и двух красных объектов по бокам. Эти объекты более звездообразные, чем 2 (возможно, это H_α звезды).
4. Два ярких и одно слабое сгущение в диффузном ореоле. Они составляют группу с I 64.
5. Группа из двух ярких и нескольких слабых сгущений в общем ореоле. Рядом с I 65 и I 66.
6. Красная туманность в виде полумесяца, расположена около I 65 и I 66. Объект похож на H—H 102.
7. Красный объект в виде уплотнения с веерообразным ореолом. Составляет цепочку с кометарными туманностями и туманными звездами, среди которых есть звезды UU Орiona и КЗП 660.
8. Группа сгущений в общем ореоле (видно два сгущения). В этой группе есть яркая звезда. В спектре этой группы обнаружены линии H_α , 6300[OI] и 6717[SII].
9. Интересная группа из сгущений в ореоле (видно 4 сгущения) и звезды с кометарной туманностью I 18.
10. Группа из нескольких диффузных сгущений в ореоле (видно 4 сгущения). В эту группу возможно входят две красные звезды с вытянутыми изображениями.
11. Интересная группа объектов, напоминающих объекты Херби-га-Аро.
- 12, 13, 14 и 15. Объекты, расположенные вокруг кометарной туманности $L_k H_\alpha$ 338.
16. Маленькая красная туманность, в которой есть сгущения.
17. Два красных объекта около H_α звезды Bretz 4. Вместе с 16 образуют группу, в которую входят также кометарные туманности I 43 и I 71.
18. Группа из диффузных объектов, один из которых яркий и несколько слабых. Все это в ореоле.
19. Интересная группа в Sh 282, состоящая из красной туманности 37 и красных нез звездообразных объектов (более 5 объектов). Нез звездообразные объекты найдены Амбарцумяном.
20. Красный объект в виде размытого конуса. Рядом кометарная туманность I 8. Есть еще размытые красные пятна.
- 21 и 22. Два объекта в виде сгущений с ореолом, составляют группу с I 22. Размеры группы $1'.1 \times 1'.1$.
23. Слабое красное пятно с уплотнением.
24. Объект в виде красной веерообразной туманности в темном канале. Рядом есть слабые красные пятна и кометарная туманность I 48. Размеры всей группы $2'.0 \times 1'.1$.
25. Туманный вытянутый объект среди комплекса туманностей NGC 6334.
26. Двойная звезда, одна из компонент которой напоминает объект Херби-га-Аро. Объект, возможно, является H_α звездой.
27. Группа из трех объектов рядом с I 75. Есть еще несколько слабых красных пятен.
28. Группа из четырех объектов с ореолом. Возможно, является

продолжением предыдущей группы.

29. Несколько объектов, расположенных в виде двух симметричных конусов в общем ореоле. Северо-западнее, на расстоянии $\sim 2'$ расположен красный вытянутый объект.

30. Четыре сгущения в ореоле. В $5'$ западнее есть очень слабый объект в виде полумесяца. Размеры группы $1'.2 \times 1'.2$, а полумесяца— $0'.3$.

31. Группа объектов в ореоле (видно 3 объекта), на синей карте на этом месте просматривается ряд слабых пятен.

32. Диффузный объект.

33. Два объекта рядом с 1 53

34. Группа, в которой просматривается 3 объекта.

35. Просматривается 3 объекта. Объекты 32—35 находятся около туманности NGC 7129.

36. Группа объектов, один из которых похож на звезду с длинным хвостом, а остальные туманные и похожи на объекты Хербига-Аро.

37. Красное сгущение в туманности Sh282. Рядом группа объектов 19.

38. Сгущение внутри туманности NGC6820. Не исключено, что просто кратная звезда.

40. Группа уплотнений нейтрального цвета в туманности S61.

41. Широкий голубой конус на краю слабой туманности, не имеет видимой звезды в вершине.

44. Очень красное сгущение бабочкообразной формы в Sh104.

Бюраканская астрофизическая обсерватория
Академии наук Армянской ССР

Ա. Լ. ԴՅՈՒԼՅՈՒԴԱՎՅԱՆ, Տ. ՅՈՒ. ՄԱՂԱՔՅԱՆ

Նոր կառմիր օբյեկտներ, արտաբուստ հման Հերբիգ—Արոյի օբյեկտներին

Աստղերի էվոլյուցիայի սկզբնական շրջանի ուսումնասիրության համար հետաքրքիր օբյեկտներ են հանդիսանում Հերբիգ-Արոյի օբյեկտները: Վերջիններս անկյունային չափերով փոքր, կարմիր մշուշոտ օբյեկտներ են, որոնց սպեկտրը հիմնականում բաղկացած է ճառագայթման գծերից: Մենք Պալոմարի քարտեզների վրա փնտրել ենք նոր օբյեկտներ, որոնք արտաբուստ նման են Հերբիգ-Արոյի օբյեկտներին: Գտնված է 36 այդպիսի օբյեկտներ: Բացի այդ գտնված է 8 հետաքրքիր խտացուի պայծառ միդամածություններում:

ЛИТЕРАТУРА — ԴՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

¹ G. H. Herbig, Lick obs. Bul., № 658 (1974). ² S. E. Strom, G. L. Grasdale, K. M. Strom, Ap. J., 191, 111 (1974). ³ A. Л. Гюльбудагян, Т. К. Маджян, Письма в АЖ, т. 3, № 3 (1977)

УДК 553.27 : 553.411 (479.25)

ГЕОЛОГИЯ

Л. С. Меликян

Геологические особенности локализации и структурные типы рудных тел на Зодском месторождении

(Представлено академиком АН Армянской ССР И. Г. Магакьяном 21/XII 1976)

Зодское месторождение отличается большим своеобразием геолого-структурных условий локализации гидротермального золотого оруденения и в связи с этим структурных типов рудных тел.

Месторождение территориально приурочено к Главному (Северному) офиолитовому поясу Малого Кавказа, чем и обусловлен ряд главных геолого-структурных особенностей локализации оруденения в его пределах.

Рудное поле Зодского месторождения сложено нижнесенонскими (турон-коньяк) образованиями офиолитовой серии с участием вулканогенно-осадочных пород андезито-диабазовой формации, интрузивных ультрамафитов и габброидов. На участках развития пород офиолитовой серии отмечаются редкие выходы метаморфических пород, незначительных размеров, палеозоя—допалеозоя. Над офиолитами залегают кампан-маастрихтские известняки, глинистые известняки. Они перекрываются толщей эффузивов (липариты, андезиты) мнотуплюще с весьма незначительным развитием осадочных и вулканогенно-осадочных образований в нижней части толщи.

Среди интрузивных образований рудного поля автором, в качестве самостоятельного комплекса, выделяются малые интрузивы, представленные малхитами, спессартитами, одинитами, кварцевыми и бескварцевыми дацитовыми порфирами, кварцевыми и бескварцевыми диоритовыми порфиритами, кварцевыми липарито-дацитовыми порфирами.

В тектоническом строении рудного поля устанавливаются средне- и верхнеальпийский структурные этажи, а также фрагменты палеозойского этажа. Каждый этаж отличается характерной складчатостью и набором разрывных нарушений. Наиболее четко устанавливается крупная антиклинальная складка (Каранман—Зодская) среднеальпийского структурного этажа.

Типичным для рудного поля являются продольные (северо-западные) швы глубинного разлома, поперечной (меридиональной, близме-

ридиональной) и диагональной ориентировки разломы глубокого заложения, а также сбросы, взбросы, сдвиги, зоны брекчирования, дробления и повышенной трещиноватости.

Промышленное золотое оруденение локализовано в пределах блока Зодского месторождения, ограниченного с северо-востока и с юго-запада продольными швами глубинного разлома, а с востока и запада — поперечными разломами глубокого заложения.

На месторождении выявлена совокупность геолого-структурных факторов, обусловивших локализацию гидротермального золотого оруденения, отдельных рудных тел и их групп. Интервалы — участки концентрированного проявления суммы главных факторов выделяются автором в качестве рудоносных зон. Они по существу соответствуют «рудоопределяющим контурам» по терминологии Н. И. Бородаевского (1) и характеризуют геологические границы локализации оруденения. Всего на месторождении выделено 7 рудоносных зон, из которых четыре (№ 1, 2, 3, 4) находятся в его северной части, по одной — на восточном фланге (№ 5), в средней части (№ 7) и на западном фланге (№ 6).

Рудоносные зоны месторождения в геолого-структурном отношении подчинены: а) продольным швам глубинного разлома и их ветвям, залеченным гипербазитами. Последние в виде линейно-вытянутых пластин значительной протяженности ограничены с лежащей и висящей сторон параллельно ориентированными телами габброидов и реже останцами вулканогенно-осадочных пород (зоны № 1, 2, 5); б) дайке кварцевых липарито-дацитовых порфиров близширотного простирания, контролируемой в свою очередь продольным швом глубинного разлома (зона № 4); в) поперечному разлому глубокого заложения, развитым по нему разрывам и дайкам кварцевых липарито-дацитовых порфиров по западной границе блока месторождения (зона № 6) в габброидах и к мелким обособленным участкам вне основной зоны № 6 — в гипербазитах, расположенных севернее и восточнее; г) разноориентированным системам разрывов скола и отрыва в габброидах, из которых главные унаследовали продольное направление крупных разрывов (зона № 3); д) разрывам скола строго северо-восточного простирания и юго-восточного падения в габброидах средней части месторождения (зона № 7).

В формировании некоторых из рудоносных зон (№ 6, 4, 1) и в локализации оруденения в них определенное значение имеют интервалы-участки, содержащие брекчии взрыва, приуроченные к продольным и поперечным разломам, а большей частью к узлам их пересечений.

На месторождении выделяются следующие структурные типы рудных тел, обособленных в вышеохарактеризованных рудоносных зонах.

а) Развитые по крутопадающим разрывам (взбросо-сдвигам) и малоамплитудным сбросо-сдвигам, ориентированным параллельно оси крупной антиклинали и продольным швам глубинного разлома, сопровождающиеся брекчиями вмещающих пород, зонами дробления и расщепления. Они локализованы вдоль контактов согласных интрузивов гипербазитов и габбро, а в основном залегают во внутренних частях

пластин гипербазитов между двумя парными контактами габброндов (рудные тела рудоносных зон № 1 и 2); б) развитые по крутопадающим, секущим контактам вмещающих пород разрывам, сопровождающимся оперяющимися трещинами скола и отрыва. Они относятся к телам, локализованным в разрывах без перемещений или с перемещениями и в целом развиты между двумя параллельными зонами скалывания (тела рудоносной зоны № 3); в) представленные совокупностью жил и прожилков, развившихся по эшелонированным мелким трещинам и небольшим разрывам диагональной, продольной и поперечной ориентировки по отношению к крутопадающим разрывам и контактам вмещающих пород (тело № 14, в рудоносной зоне № 5). Это штокверковые тела, вытягивающиеся вдоль взбросо-сдвигов и сопряженных с ними боковых оперяющихся трещин, или сложные рудные тела, залегающие в многочисленных трещинах скола и отрыва. Указанного типа рудные тела по своему строению обнаруживают черты сходства с лестничными жилами; г) локализованные в дайках кварцевых липарито-дацитовых порфиров и их контактах, тяготея к приконтактовым крутопадающим разрывам разной протяженности, мелкой трещиноватости внутри даек, брекчиям, ксенолитам вмещающих пород и трубкам взрыва (рудные тела рудоносных зон № 4 и 6); д) приуроченные к крутопадающим трещинам и мелким разрывам односистемного скола и отрыва—строго диагональной ориентировки и юго-восточного падения (тела рудоносной зоны № 7).

Таким образом, наиболее важные промышленные рудные тела на Зодском месторождении локализованы во внутренних частях линейно-вытянутых пластин гипербазитов, ограниченных габброидами, и частью другими породами вдоль контактов между габбро и гипербазитами, между кварцевыми липарито-дацитовыми порфирами и гипербазитами или габброидами, внутри даек кварцевых липарито-дацитовых порфиров по мелкой трещиноватости и ксенолитам вмещающих гипербазитов; по оперяющим эшелонированным разрывам внутри тел однородных габброндов.

Выделенные все типы рудных тел на Зодском рудном поле по особенностям геолого-структурного развития проявляют тесную взаимосвязь с установленными здесь долгоживущими швами глубинного разлома, поперечными и диагональными разломами глубокого заложения.

Своеобразие геолого-структурных особенностей оруденения на Зодском месторождении, четкие и характерные признаки их проявления позволяют выделить самостоятельный, специфичный структурный тип локализации гидротермального золотого оруденения—зодский тип, который является комбинированным и сочетает в себе отдельные структурные элементы, характерные для ряда золоторудных месторождений СССР и других стран (Березовское, Кочкарское, Дарасунское, и другие).

Институт геологических наук
Академии наук Армянской ССР

Ջող հանձնավայրում հանձնարարման համարի ստույգ տուրային տիպերն ու նրանց տեղայնացման երկրաբանական առանձնահատկությունները

Հողվածում շարադրված են Ջողի հանքադաշտի երկրաբանական կառուցվածքի գլխավոր գծերը և վեր են լուծված հանքամարմինների տեղայնացման (լոկալիզացիայի) սլայմաններն ու նրանց երկրաբանական-ստույգ տուրային տիպերը:

Ելնելով Ջողում քաղաքային համայնապատկերի առանձնահատկություններից առաջարկվում է ոսկու հիդրոթերմալ հանքավայրերում առանձնացնել հանքամարմինների տեղայնացման երկրաբանական-ստույգ տուրային յուրահատուկ տիպ՝ Ջողի տիպը:

Л И Т Е Р А Т У Р А — Գ Ր Ա Կ Ի Լ Ե Ո Ւ Թ Յ Ո Ւ Ն

¹ Н. И. Бородаевский, Труды ЦНИГРИ. вып. 35, 1960.

УДК 584.19

БИОХИМИЯ

Э. Г. Саруханян, Н. П. Кирпичникова, Р. М. Налбандян

Пластоцианин и ферредоксин из люцерны

(Представлено академиком АН Армянской ССР Г. С. Давтяном 6/Х 1976)

Медьсодержащий белок,—пластоцианин, и железосодержащий белок,—ферредоксин, играют важную роль в фотосинтетических процессах растений. Первый из них принимает участие во взаимодействии двух фотосистем, т. е. обеспечивает связь системы, ответственной за разложение воды (с образованием кислорода), с системой фиксации CO_2 . Второй из этих белков принимает непосредственное участие в фиксации CO_2 (^{1,2}). Таким образом, нормальное протекание фотосинтеза в растениях невозможно без участия этих белков.

Хорошо известно, что растения, выросшие в условиях гидропонии, характеризуются высоким уровнем фотосинтетических процессов (^{3,4}). В связи с этим представляло определенный интерес выделение и сравнительное изучение свойств указанных двух металлсодержащих белков из растений, выросших в естественных и гидропонических условиях.

В данной работе сообщаются результаты, полученные при изучении люцерны (*Medicago L.*) Для получения пластоцианина и ферредоксина из люцерны была разработана следующая методика очистки. 3—5 кг материала гомогенизировали с равным количеством 0,01М фосфатного буфера, рН 7,4. Гомогенат отжимали через полотно, и к раствору добавляли 100 г целлюлозы DE—32 для адсорбции на ней кислых белков. После перемешивания в течение 1—2 ч целлюлозу собирали фильтрованием через воронку Бюхнера или центрифугированием при 3000 g в течение 5 мин. Целлюлозу тщательно промывали 0,02М фосфатным буфером, а затем белки элюировали последовательным промыванием более концентрированными растворами. Было обнаружено, что промывание примерно 300 мл 0,2М буфера приводит к практически полной элюции пластоцианина (фракция 0,2М). Последующее промывание 0,2М буфером, содержащим 0,3М KCl (фракция 0,5М), элюирует основную часть адсорбированного на целлюлозе ферредоксина. Дальнейшее промывание раствором, 0,2М буфера, содержащим насыщенный KCl, приводит к элюции лишь незначительных количеств ферредоксина. В полученной коричневой фракции главным образом содержится желе-

зосодержащий белок, свойства которого существенно отличаются от свойств ферредоксина. Таким образом, использованная процедура разделения пластоцианина и ферредоксина может быть выполнена без применения осаждения органическими растворителями или сульфатом аммония и практически может быть осуществлена без использования центрифуг. Дальнейшая очистка фракций пластоцианина и ферредоксина из люцерны была проведена по известным схемам с применением гель-фильтрации через сефадексы G-50 и G-75 и анион-обменной колоночной хроматографии (5). Благодаря применению этих процедур удается получить электрофоретически гомогенные препараты пластоцианина и ферредоксина (рис. 1).

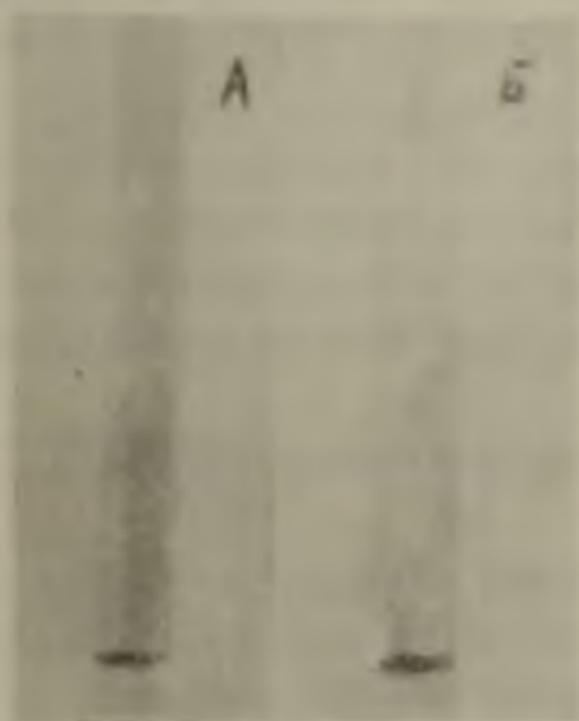


Рис. 1. Электрофореграммы белков из люцерны в полиакриламидном геле. А—пластоцианин; Б—ферредоксин. Катод сверху

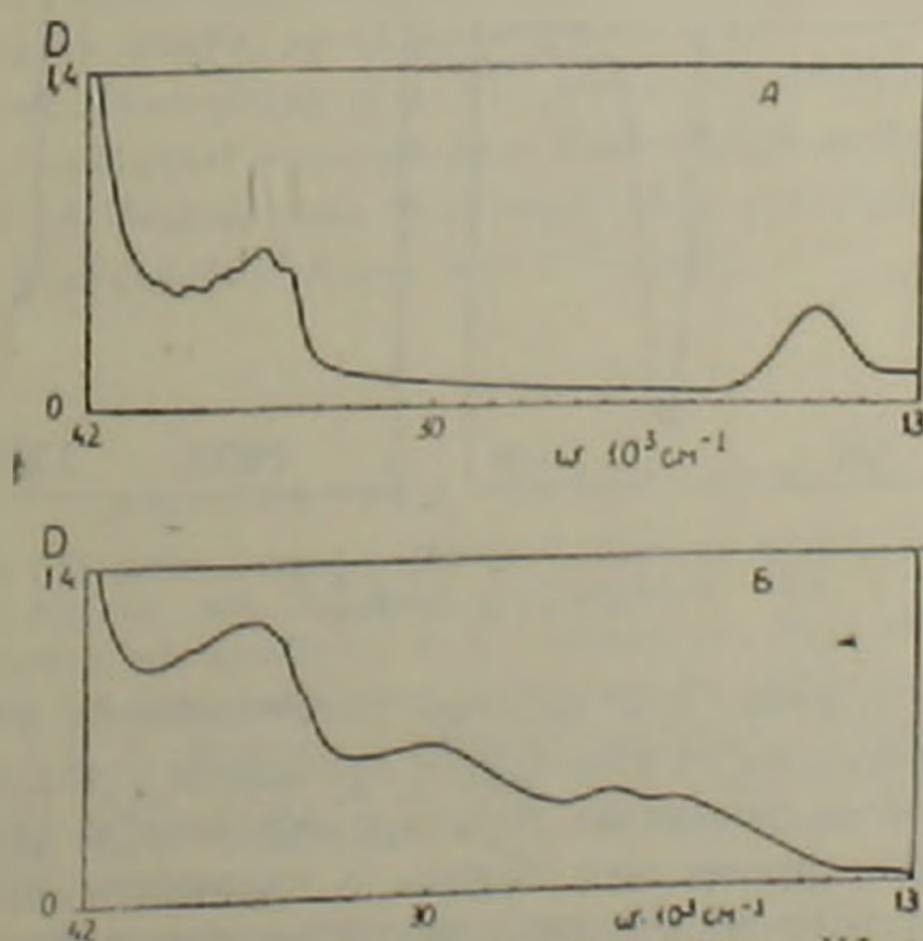


Рис. 2. Оптические спектры поглощения в УФ и видимой области пластоцианина (А) и ферредоксина (Б)

Люцерна оказалась очень удобным источником получения как пластоцианина, так и ферредоксина. Выход этих белков из 1 кг исходного материала составлял примерно 20 и 30 мг соответственно для пластоцианина и ферредоксина, причем эти величины характерны для растений, выросших как в естественных, так и в гидропонических условиях.

Дальнейшее изучение свойств этих металлсодержащих белков привело также к выводу, что белки из материала, выросшего в гидропонических условиях, практически аналогичны полученным из растений, выращенных в естественных условиях. На рис. 2 приведены оптические спектры в ультрафиолетовой и видимой области окисленных пластоцианина и ферредоксина. Тонкая структура в ультрафиолетовой области спектра, за которую ответственны фенилаланиновые остатки, наблюдается у пластоцианина и практически отсутствует в ферредоксине. Это свидетельствует о значительно меньшем содержании фенилаланина в ферредоксине по сравнению с пластоцианином. Отношение поглощений в видимой и УФ-области как для пластоцианина, так и для ферредоксина указывает на высокую чистоту полученных препаратов.

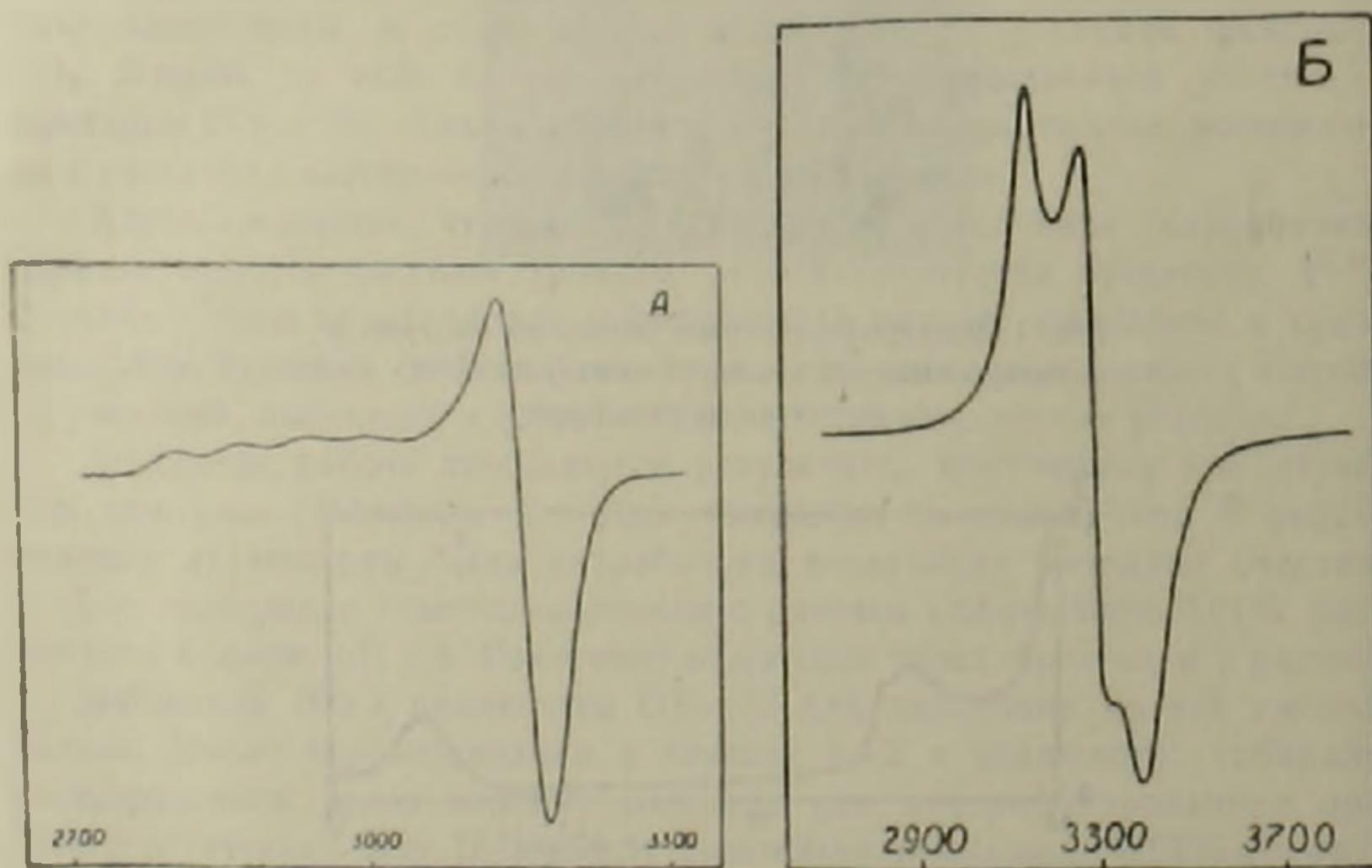


Рис. 3 Спектры ЭПР пластоцианина (А) и ферредоксина (Б) при 77 К.
Частота 9, 12 Гц

На рис. 3 показаны ЭПР-спектры пластоцианина и ферредоксина из люцерны. Параметры сигналов ЭПР приведены в подписи к рисунку. Сигналы ЭПР обнаруживаются только в окисленном пластоцианине и восстановленном ферредоксине. Форма и параметры наблюдающихся сигналов ЭПР практически полностью соответствуют форме и параметрам сигналов для пластоцианинов и ферредоксинов, выделенных из других высших растений (6,7). Молекулярные веса пластоцианина и фер-

редоксина, оцененные методом гель-фильтрации, оказались соответственно равными 11000 и 13000, что также находится в соответствии с имеющимися данными для этих белков из других источников.

Сходство оптических спектров в видимой области, а также спектров ЭПР различных пластоцианинов и ферредоксинов свидетельствует об аналогичном окружении металла в белках, выполняющих одну и ту же функцию в растениях. Как установлено, это окружение не изменяется при изменении условий выращивания и, в частности, при переходе от естественных к гидропоническим условиям. Содержание металлов в белках также не изменяется при изменении условий выращивания. Пластоцианин содержит на молекулу один атом меди, а ферредоксин — два атома железа.

Институт агрохимических проблем и
гидропонии Академии наук Армянской ССР
Институт биохимии Академии наук Армянской ССР

Է. Վ. ՍԱՐԴԻԱՆՅԱՆ, Ե. Գ. ԿԵՐԳԵՉԵԿՈՎԱ, Ռ. Մ. ՆԱԼԲԱՆՅԱՆ

Կորեզանից ստացված պլաստոցիանին և ֆերեդոքսին

Ներկայացված հոդվածում հաղորդվում է այն մասին, որ բաց հիդրոպոնիկայի և հողային պայմաններում աճեցված կորեզան (*Medicago L.*) բույսից անջատվել են մետաղ պարունակող սպիտակուցներ, պլաստոցիանին և ֆերեդոքսին: Համեմատական ուսումնասիրվել են այդ երկու մետաղ պարունակող սպիտակուցների էՊՏ-ը, տեսանելի շրջանի ուլտրամանիշակագույն օպտիկական սպեկտրները, մոլեկուլյար կշիռը, մարրոթյան աստիճանը:

Միանման օպտիկական սպեկտրը տեսանելի շրջանում, ինչպես նաև էՊՏ սպեկտրը ցույց են տալիս, որ հիդրոպոնիկայի պայմաններում աճեցված բույսերից ստացված մետաղների (Cu, Fe) շրջապատը նույնն է, ինչ որ հողային պայմաններում աճեցված բույսերի մոտ: Մետաղների պարունակությունը սպիտակուցներում չի փոփոխվում: Պլաստոցիանինը պարունակում է մեկ ատոմ պղինձ, իսկ ֆերեդոքսինը երկու ատոմ երկաթ:

ЛИТЕРАТУРА — ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

¹ S. Katoh, Nature, 186, 533, 1960. ² Non-heme Iron Proteins: their Role in Energy Conservation, ed. San-Pietro A. G. Antloch Pr., Ohio, 1965. ³ Գ. Շ. Ծառյան, Тезисы докладов XII Международного конгресса по ботанике в Ленинграде, ч. П, стр. 495, 1975. ⁴ Ե. Խ. Մեջունց, Сообщения института агрохимических проблем и гидропонии АН Арм. ССР, № 15, 1976. ⁵ H. Determann, Gelchromatographie, Berlin-Heidelberg, New York, 1967. ⁶ J. A. M. Ramshaw, R. H. Brawn, M. D. Scawen, D. Boulter, Biochem. et biophys. acta, 203, 269 (1973). ⁷ D. O. Hall, R. Cammack, K. K. Rao, Pure and Applied Chem., 34, 553 (1973).

УДК 591.553

БИОХИМИЯ

Член-корреспондент АН Армянской ССР А. А. Галоян

**О химической структуре и органотропной активности
 нового гипоталамического полипептида**

(Представлено 20/1 1977)

В начале 60-х годов мною было показано наличие в гипоталамусе органотропных (кардиотропных) нейрогормонов полипептидной природы (1). Позднее было установлено, что в магноцеллюлярных нейросекреторных ядрах гипоталамуса продуцируются не только октапептиды-вазопрессин и окситоцин, но и коронарорасширяющие нейрогормоны (КГ) (2). Из нейросекреторных гранул, продуцируемых указанными ядрами, были выделены КГ.

Из состава низкомолекулярных соединений гипоталамуса животных также были выделены КГ и коронаросуживающие вещества (2). По своим физико-химическим и биологическим свойствам они отличаются от Рилизинг гормонов (РГ) и от других известных соединений мозга. Нами были разработаны методы экстракции, выделения и очистки КГ и изучены их физико-химические и биологические свойства.

На примере соматостатина удалось показать, что некоторые рилизинг и ингибирующие факторы, образуемые в мелкоклеточных ядрах гипоталамуса, также могут обладать органотропной активностью, то есть оказывать влияние на функцию того или иного органа, минуя гипофиз (4).

В составе низкомолекулярных соединений гипоталамуса, выделенных по нашему методу (неопубликованные данные), были обнаружены КГ, аминокислоты и их дериваты, а также ряд пептидов, в том числе нингидринотрицательных. Профиль элюции КГ, условно названных веществами «К» и «С», и указанных пептидов на сефадексах и на ионообменниках (амберлайты) заметно отличаются. Анализ аминокислотного состава неизвестных пептидов гипоталамуса показал сходство этих соединений с фрагментами ЛРГ (Лютенизирующий Рилизинг Гормон). Данные о кардиотропной активности ЛРГ (5,6) давали основание полагать о наличии в гипоталамусе, подобно отдельным фрагментам ЛРГ, полипептидов с кардиотропной активностью. Они могут быть или продуктами ферментативного распада предшественника или de novo

синтезированными полипептидами. Для раскрытия химической структуры, биологических свойств и генеза указанных пептидов, которые находятся в гипоталамусе в исключительно малых количествах, были применены следующие методические подходы: а) Действие протеаз, выделенных из мозга свиньи на известные полипептиды гипоталамуса (в данном случае ЛРГ). При этом была изучена биологическая активность продуктов ферментативного гидролизата, и проводятся исследования по выделению пептидных фрагментов ЛРГ.

Ранее нами была показана высокая пептид и пептидил-пептид гидролазная активность в различных отделах гипоталамуса (7⁸).

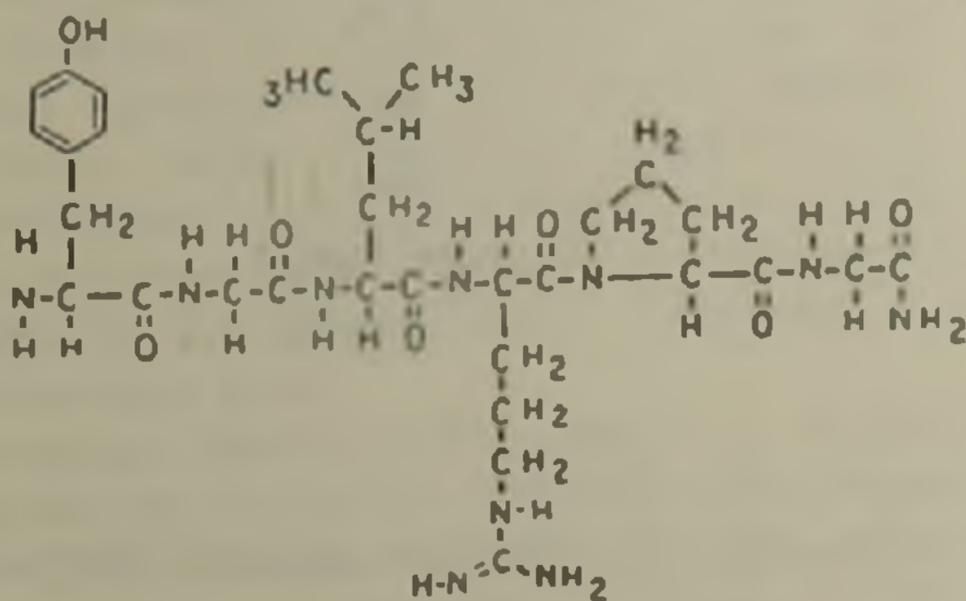
б) Изучение аминокислотного состава пептидов гипоталамуса высокочувствительными анализаторами.

в) Синтез различных фрагментов ЛРГ и изучение их свойства.

Было установлено, что в составе гипоталамических низкомолекулярных соединений имеются пептиды, по аминокислотному составу весьма сходные с отдельными фрагментами ЛРГ. После воздействия протеазами мозга из ЛРГ выделяется ряд пептидов, один из них обладает выраженным коронарорасширяющим свойством. Этот фрагмент совершенно не оказывает коронаросуживающего влияния, свойственного ЛРГ при его внутривенном введении животным (3 и больше микрограмм на целое животное).

Вместе с тем образование этого активного начала под влиянием протеаз мозга происходит в весьма малых количествах. По нашим наблюдениям подобных пептидов в гипоталамусе намного меньше чем КГ и РГ.

В результате всесторонних исследований различных синтетических фрагментов ЛРГ удалось раскрыть химическую структуру кардиотропного полипептида. На рис. 1 показана структурная формула гексапептида, обладающего выраженным коронарорасширяющим свойством.



ТИР-ГЛИ-ЛЕЙ-АРГ-ПРО-ГЛИ-NH₂

Рис. 1. Химическая структура кардиотропного гексапептида гипоталамуса

Как видно из строения гексапептида N-концевая аминокислота является тирозин. С-концевой аминокислотой является глицинамид. Аминокислотная последовательность в гексапептиде следующая:

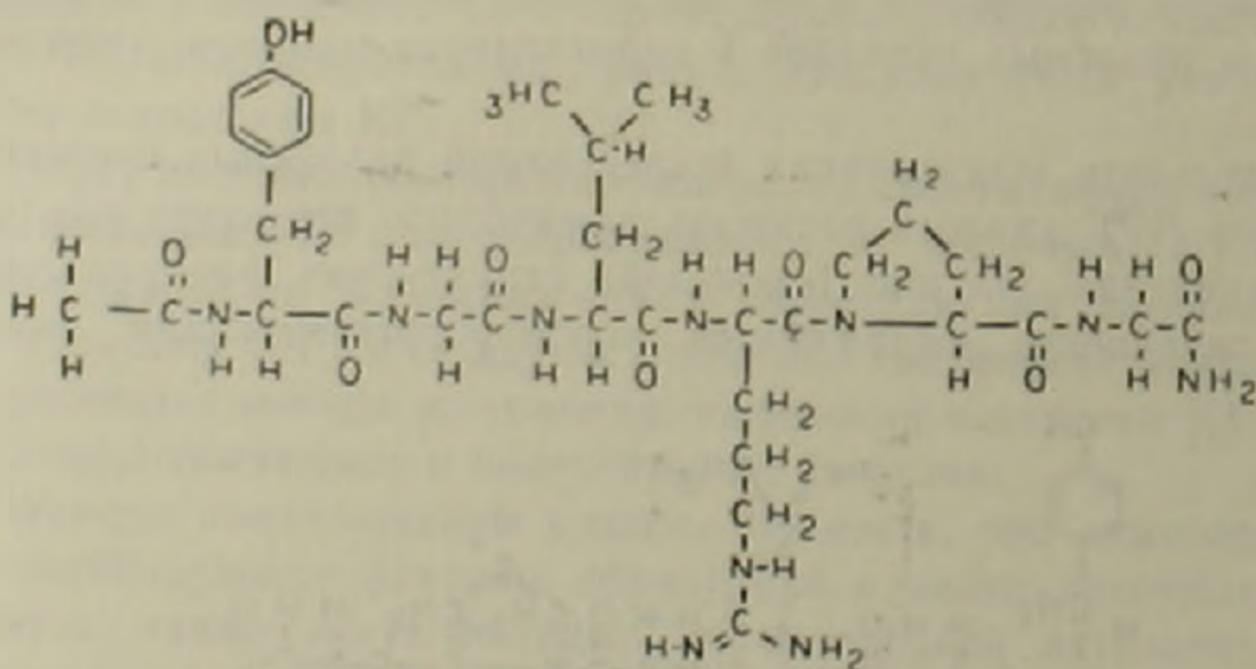


Молекулярный вес гексапептида—659. Меченный йодом гексапептид, как показали наши опыты, проведенные вместе с А. К. Антоном на крысах, легко проникает через гемато-энцефалический барьер из мозга в общую циркуляцию и в наибольшем количестве (по удельной активности) накапливается в сердечной мышце.

Как было сказано нами выше, в составе низкомолекулярных соединений гипоталамуса имеются не только ингибиторноположительные пептиды, но и замаскированные, ингибиторноотрицательные, что свидетельствует, по-видимому, о наличии ацетилированных и др. пептидов.

Для выяснения этих вопросов нами был синтезирован N-ацетил гексапептид на основе уже имеющегося гексапептида. Синтез N-ацетил гексапептида осуществляли в системе пиридин-уксусный ангидрид-ледяная уксусная кислота по известному методу (9).

Опыты показали, что активность N-ацетил гексапептида повышается больше 10 раз по сравнению с не ацетилированным гексапептидом. Молекулярный вес гексапептида—701 (рис. 2).



N-АЦЕТИЛ-ТИР-ГЛИ-ЛЕЙ-АРГ-ПРО-ГЛИ-NH₂

Рис. 2. Химическая структура кардиотропного N-ацетил-гексапептида

Оказывая весьма разительное и долго продолжающееся коронаро-расширяющее влияние, этот гексапептид вызывает появление характерных для этого вещества гиперемических пятен вдоль магистральных сосудов миокарда.

Эти данные наводят на мысль, что в отличие от ранее описанных нами нейрогормонов («К» и «С») этот гексапептид действует весьма сильно и на капиллярную проницаемость сердца. Подобное явление нам не удалось обнаружить в мозгу, печени и других органах.

Вопрос о наличии ацетилированного пептида требует специальных исследований. Нами проводятся исследования по механизмам биосинтеза гексапептида путем ацетилирования трансацетилазами. Если окажется правдоподобным этот механизм, можно допустить, что N-ацетил-гексапептид и ЛРГ образуются в мозгу из одного общего генетического начала.

Наши эксперименты показали, что деамидированная форма полипептида проявляет намного меньшую активность, чем сам гексапептид или N-ацетил-гексапептид.

Таким образом, и на примере кардиотропных нейрогормонов проявляется важный факт о том, что маскировка N-концевой аминокислоты циклизацией (подобно образованию пирроглютаминовой кислоты, когда глютаминная кислота занимает N-концевое положение в пептидах или ацетилированием N-концевой аминокислоты), а также амидирование C-концевой карбоксильной группы резко повышает биологическую активность нейропептидов.

В табл. I приводятся некоторые данные о физико-химических и биологических свойствах кардиотропного гексапептида и нейрогормона «С».

Как видно из этой таблицы коронарорасширяющая доза нейрогормона «С» составляет около 2×10^{-12} М на целое животное (кошку). Гексапептид и N-ацетилгексапептид проявляют эффект на сердечное кровообращение в концентрациях $1,5 \times 10^{-11}$ и $2,8 \times 10^{-12}$ М соответственно.

Таким образом, активность гексапептидов, особенно N-ацетилгексапептида и нейрогормона «С» проявляется почти при одинаковых концентрациях. Эти концентрации могут быть физиологическими.

Можно полагать, что значительно меньшие количества пептидов вызывают уже метаболические или функциональные сдвиги в сердце. Иначе говоря, сердце является исключительно чувствительным органом к указанным пептидам. Следовательно, появление в крови незначительных количеств этих пептидов при различных патологических условиях (вероятно и в физиологических условиях) может играть важную функциональную роль.

Из приведенных данных можно прийти к заключению, что по механизму действия на коронарное кровообращение гексапептиды заметно отличаются от нейрогормона «С». Так, например, гексапептид и N-ацетил-гексапептид почти не оказывают влияния на активность фосфодиэстеразы 3', 5'-циклического аденозинмонофосфата как и на фосфодиэстеразу 3', 5'-циклического гуанозинмонофосфата в гомогенатах сердца и мозга, так и на уровне изолированного фермента сердца (неопубликованные данные). Нейрогормон «С», однако, в пикомолях почти полностью ингибирует вышеуказанные ферменты в гомогенатах

сердца и мозга (¹⁰). Как показали наши опыты, проведенные с Б. Я. Гурвиц, нейрогормон «С» оказывает полное ингибирующее влияние на активность фосфодиэстеразы 3', 5'-циклической аденозинмонофосфорной кислоты, выделенной из сердца быка.

Таблица 1

Некоторые физико-химические свойства гексапептидов и нейрогормона «С»

Нейропептиды	Молекулярный вес	Активность после гидролиза 6N HCl 105	Активная доза (в молях) in vivo	Действие на ФДЭ
Тир-Гли-Лей-Арг-Про-Гли-NH ₂	659	—	1.5×10^{-11}	Не активное
N-ацетил-Тир-Гли-Лей-Арг-Про-Гли-NH ₂	701	—	2.8×10^{-12}	Не активное
Нейрогормон «С»	~500	+	2×10^{-12}	Ингибирует

Полученные данные свидетельствуют о том, что гипоталамус, продуцирует как линейные полипептиды, так и более сложные морфий или стероидоподобные полициклические соединения (типа нейрогормона «С»), кардиотропного назначения. Обнаружение кардиотропных гексапептидов представляет принципиальную важность для понимания функционального значения ЛРГ. Дело в том, что любая модификация ЛРГ путем сокращения с N-конца или C-конца или расщепления пирроглютаминового кольца полностью инактивирует нейрогормон (^{11,12}). Таким образом, совершенно исключается то, что ЛРГ, химическая структура которого расшифрована в лабораториях Р. Гиймена и А. Шелли (^{13,14}), может быть прогормоном других ЛРГ начал. Эти данные показывают, что ЛРГ может быть предшественником органотропных начал, хотя мы не исключаем возможность самостоятельного образования ацетилгексапептида.

Полученные данные свидетельствуют о том, что коронарорасширяющие нейрогормоны, а также вновь открытые кардиотропные гексапептиды, в исключительно малых количествах в условиях in vivo оказывают разительное влияние на сердечные сосуды.

Эти данные показывают, что органом-мишенью гексапептидов в основном является сердце, кроме этого они действуют на определенные триггерные системы, локализованные, по-видимому, на рецепторных зонах ганглионарных клеток сердца (типа Пейсмекеровых). Исследования в этом направлении нами продолжаются.

Выражаю глубокую благодарность А. И. Мирошникову и В. В. Баеву (Институт биоорганической химии им. М. М. Шемякина АН СССР, лаборатория академика Ю. А. Овчинникова) за синтез гексапептида.

Институт биохимии
Академии наук Армянской ССР

Հիպոթալամուսի նոր պոլիպեպտիդի բիոհական կառուցվածքի և օրգանատրոպ
ակտիվության մասին

Ցույց է տրված հիպոթալամուսի կարգիտրոպ պոլիպեպտիդի բիոհական կառուցվածքը: Հեքսապեպտիդում ամինաթթուների հերթականությունը հետև-
վյալն է.

Քիր—Գլի—Լեյ—Արգ—Պրո—Գլի—NH₂

Մոլեկուլյար կշիռը՝ 659: Ցույց է տրված, որ N—ացետիլ հեքսապեպտի-
դն դրախորեն ակտիվ է քան ոչ ացետիլացվածը:

Նշված պոլիպեպտիդներն իրենց ֆիզիկա-բիոհական հատկություններով տարբերվում են նախկինում մեր կողմից հայտնաբերված «K» և «C» նյու-
թերից: Ենթադրվում է, որ սույն պոլիպեպտիդները և լուտեիլիպացնոդ հորմոնը իթանոդ գործիչը հիպոթալամուսում սինթեզվում են մեկ ընդհանուր գենետիկ նյութից (ancestral մոլեկուլից):

Л И Т Е Р А Т У Р А — Գ Ր Ա Կ Ա Ն Ք Ի Թ Յ ՈՒ Ն

- ¹ А. А. Галоян, ДАН Арм. ССР, т. 31, № 2, 109 (1962). ² А. А. Галоян, Ф. М. Саакян, ДАН СССР, 201, 3 (1971). ³ А. А. Galoyan, Proc. IV-th American Peptide Symposium, Eds. R. Walter and J. Meinhoffer, N. Y. 651 (1975). ⁴ А. А. Галоян, Р. А. Алексанин, Биол. журн. Армении, т. 27, № 6 (1974). ⁵ А. А. Галоян, Биол. журн. Армении, т. 28, № 12 (1975). ⁶ А. А. Галоян, Р. О. Карапетян, Биол. журн. Армении, т. 29, № 12, 1976. ⁷ А. А. Galoyan, N. Marks., A. Lajtha, IV Inter. Meeting of the Inter. Society for Neurochem., Tokyo, 165, 1973. ⁸ N. Marks, A. A. Galoyan, A. Greenbaum, A. Lajtha, J. Neurochem., 23, 735 (1974). ⁹ F. G. Mann, B. Ch. Saunders, Practical Organic Chem., 106 (1962). ¹⁰ А. А. Галоян, Б. Я. Гурвич, Вопросы биохимии мозга, II, 1976. ¹¹ W. Vale, C. Rivier, Handbook of Psychopharmacology, V, 195, 1975. ¹² M. Saffran, Handbook of Physiology and Endocrinology, IV, 2, 563 (1974). ¹³ H. Matsuo, Y. Baba, R. M. G. Nair, A. Arimura, A. V. Schally, Biochem. Biophys. Res. Comm., 43, 1334 (1971). ¹⁴ R. Gullermin, W. Vale, G. Grant, Вопросы биохимии мозга, VIII, 141, 1973.

УДК 567.2+581.1

ФИЗИОЛОГИЯ РАСТЕНИЙ

Х. К. Хажакян, академик М. Х. Чайлахян

Влияние фитогормонов и ингибиторов на рост и цветение растений фотопериодически нейтрального табака Трапезонд

(Представлено 20/XI 1976)

Влияние фитогормонов и ингибиторов на рост и цветение фотопериодически чувствительных, длиннодневных и короткодневных видов подверглось довольно детальному изучению. Выяснилось, что фитогормоны, стимулирующие ростовые процессы,—гиббереллины и ауксины, ускоряют цветение растений длиннодневных видов, тогда как у растений короткодневных видов цветение существенно по срокам не меняется или даже задерживается (¹⁻⁵). Вместе с тем были получены многочисленные данные, указывающие на то, что ингибиторы, тормозящие ростовые процессы,—три-подбензойная кислота, абсцизовая кислота, гидразид малеиновой кислоты и хлорхолинхлорид (ретардант ССС) ускоряют цветение растений некоторых короткодневных видов (⁶⁻¹⁴). Данные же по влиянию фитогормонов и ингибиторов на рост и зацветание фотопериодически нейтральных видов весьма ограничены и не позволяют сделать каких-либо определенных выводов.

В связи с этим нами были предприняты опыты по изучению влияния фитогормонов и ингибиторов на рост и цветение растений фотопериодически нейтрального сорта табака Трапезонд (*Nicotiana tabacum*). Опыты проводили в течение 1973 и 1974 годов в вегетационном домике и оранжереях Института физиологии растений им. Тимирязева Академии наук СССР. Влияние фитогормонов на рост и цветение растений табака сорта Трапезонд изучали в двух опытах, которые проводили в условиях естественного длинного дня.

В первом опыте были взяты растения 2-месячного возраста, которые опрыскивали в течение 45 дней, три раза в неделю, слабыми 0,01%-ным растворами фитогормонов: гибберелловой кислоты (ГК), бета-индолилуксусной кислоты (ИУК) и 6-бензиламинопурина (6-БАП); контрольные растения опрыскивали водой. Обработка фитогормонами увеличила рост растений по сравнению с контролем, причем наибольшее усиление роста было в случае гибберелловой кислоты, несколько меньшее в вариантах с 6-бензиламинопурином и бета-индолилуксусной

кислотой. С темпами роста растений коррелировал и переход растений к цветению: раньше всех зацвели растения, обработанные ГК (на 13 дней быстрее контрольных), затем обработанные 6-БАП и ИУК (на 11 и 8 дней раньше контрольных). Состояние растений к концу опыта показано на рис. 1.

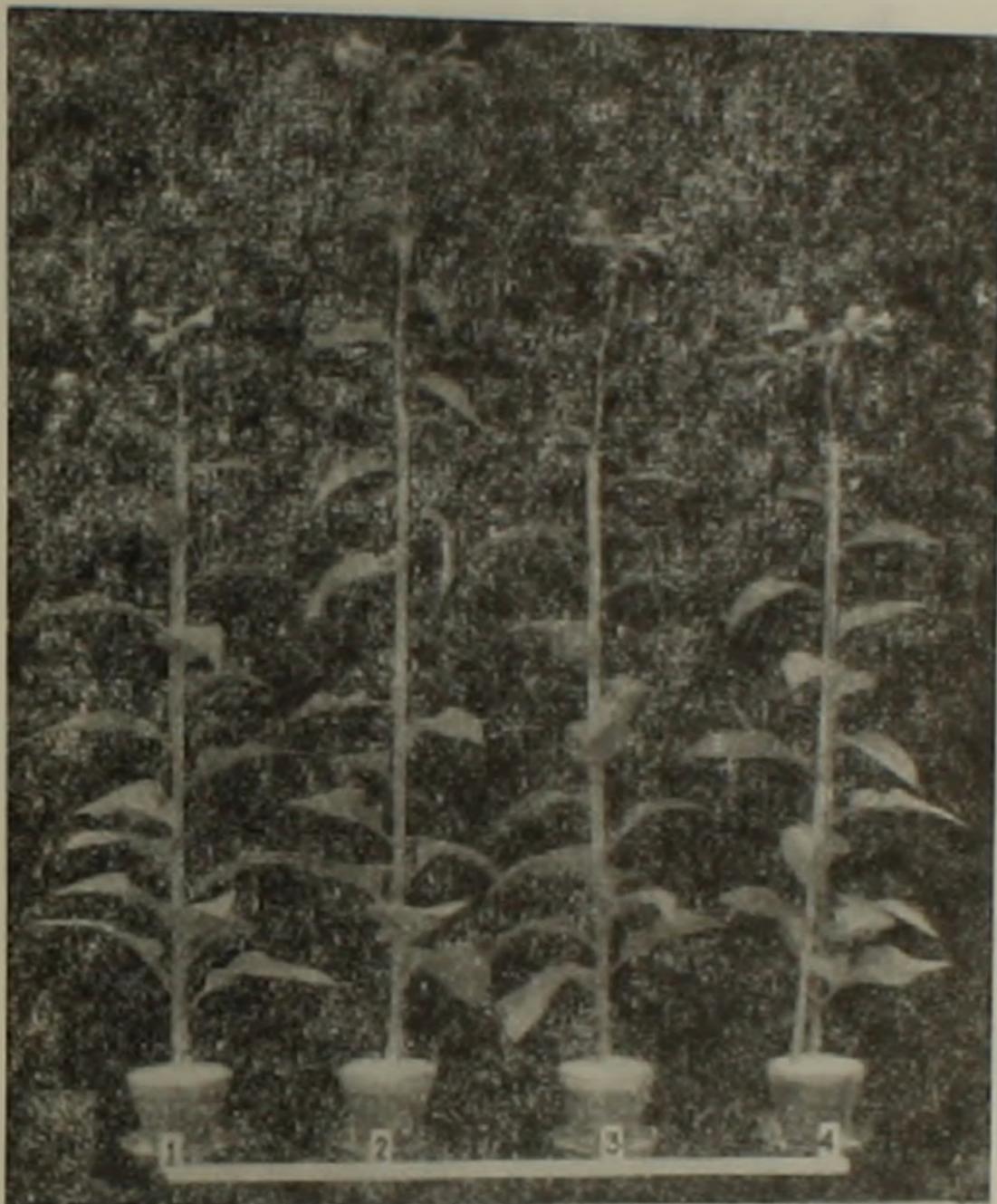


Рис. 1. Влияние фитогормонов-гибберелловой кислоты, бета-индолуксусной кислоты и 6-бензилламинопурина на рост и цветение растений табака Трапезонд при опрыскивании их слабыми растворами. 1—контроль (вода); 2—гибберелловая кислота; 3—6-бензилламинопурин; 4—бета-индолуксусная кислота, (фото 13/XI 1973)

Во втором опыте также были взяты растения 2-месячного возраста, но испытывали только воздействие слабого 0,01%-ного раствора гибберелловой кислоты (ГК); при этом производили не опрыскивание наземных частей растений, как в первом опыте, а ежедневное смачивание центральной стеблевой почки одной каплей раствора в течение 52 дней. Контрольные растения обрабатывали каплями воды.

Опыт был начат 20/VI 1974 г. и закончен 10/IX; проводили в 5-кратной повторности.

Эффект капельного способа внесения ГК на рост растений оказался неизмеримо выше, чем способ опрыскивания раствором наземных частей

растений. Опытные растения по высоте в конце опыта превосходили контрольные экземпляры более, чем в два раза: высота опытных растений была 258 см и контрольных 115 см. Цветение опытных растений началось 26/VIII, на 12 дней раньше контрольных, которые зацвели 8/IX (рис. 2).



Рис. 2 Рост и цветение табака Трапезонд под влиянием гибберелловой кислоты при капельном нанесении раствора на верхушечную стеблевую почку. Слева—контроль (вода), справа—гибберелловая кислота. (Фото 28/VIII 1974)

Таким образом, выяснилось, что экзогенное введение гибберелловой кислоты (ГК) значительно усиливает рост и ускоряет цветение растений фотопериодически нейтрального сорта табака Трапезонд, а введение 6-бензиламинопурина (6-БАП) и бета-индолилуксусной кислоты (ИУК) оказывает более слабое стимулирующее действие как на рост, так и на цветение растений. Оказалось также, что ускорение цветения растений коррелирует с интенсивностью их роста.

Опыт по влиянию ингибиторов на рост и цветение растений табака Трапезонд проводился также на растениях 2-месячного возраста и в

условиях естественного длинного дня. Опыт был начат 20/VI и закончен 20/IX 1974 г. Растения обрабатывали слабыми растворами ингибиторов методом опрыскивания наземных частей растений, 3 раза в неделю в течение 80 дней. В первые 20 дней (до 10/VII) опрыскивание производили более слабыми растворами, но ввиду слабого эффекта в последующие 60 дней были использованы растворы более высокой концентрации. Схема опыта была такова: 1) контроль, вода, 2) абсцизовая кислота (АБК), 0,01%, 3) кумарин (КУМ), 0,1—1%, 4) хлорхоллинхлорид (ССС), 0,1—1%, 5) гидразид маленовой кислоты (ГМК), 0,01—0,1%, 6) морфактин (МРФ), 0,001—0,005%, 7) три-йодбензойная кислота (ТИБК), 0,001—0,005%. В отличие от других ингибиторов абсцизовая кислота (АБК) вводилась в растения не путем опрыскивания, а капельным способом, по одной капле в день на центральную стеблевую почку. Повторность опыта во всех вариантах была шестикратная.

Результаты опыта изображены на рис. 3 в графике роста растений и на рис. 4 и 5, где показано состояние растений к концу опыта.

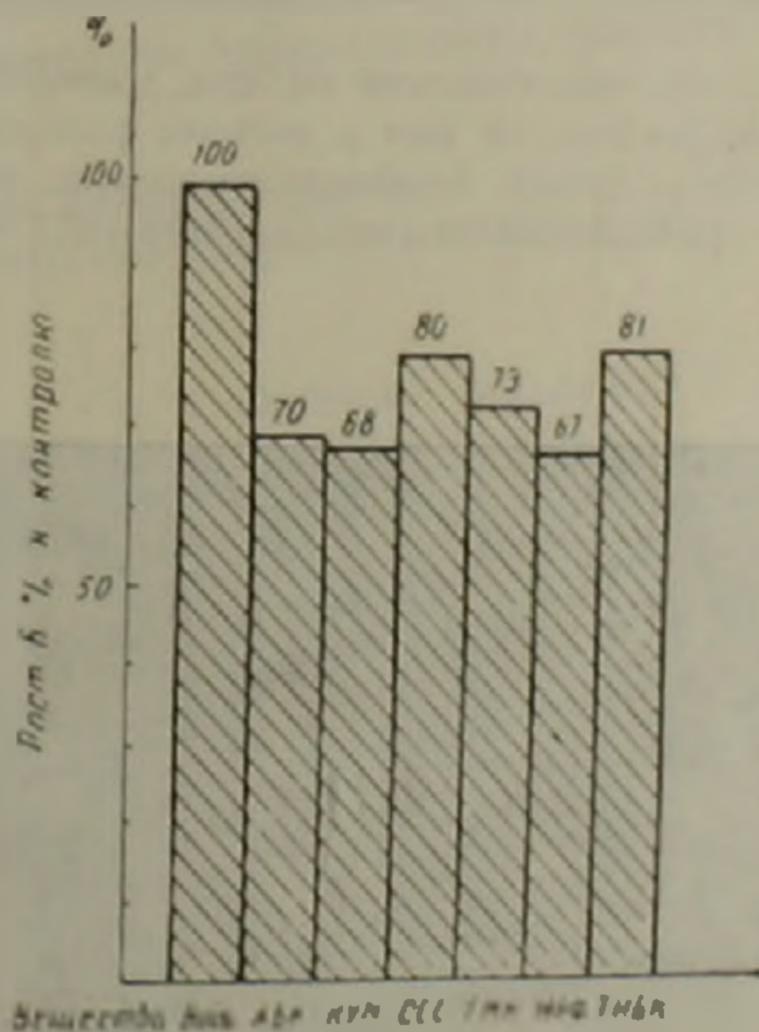


Рис. 3. Рост растений табака Трапезонд под влиянием ингибиторов. В диаграмме представлены цифровые данные по высоте растений к концу опыта в процентах к высоте контрольных растений

Рис. 3, 4 и 5 показывают, что все испытанные ингибиторы оказали задерживающее действие на рост растений табака Трапезонд. При этом наиболее слабое торможение роста было в вариантах с три-йодбензойной кислотой (ТИБК) и хлорхоллинхлоридом (ССС), несколько более сильную задержку вызвали гидразид маленовой кислоты (ГМК) и абсцизовая кислота (АБК) и особенно кумарин (КУМ) и морфактин

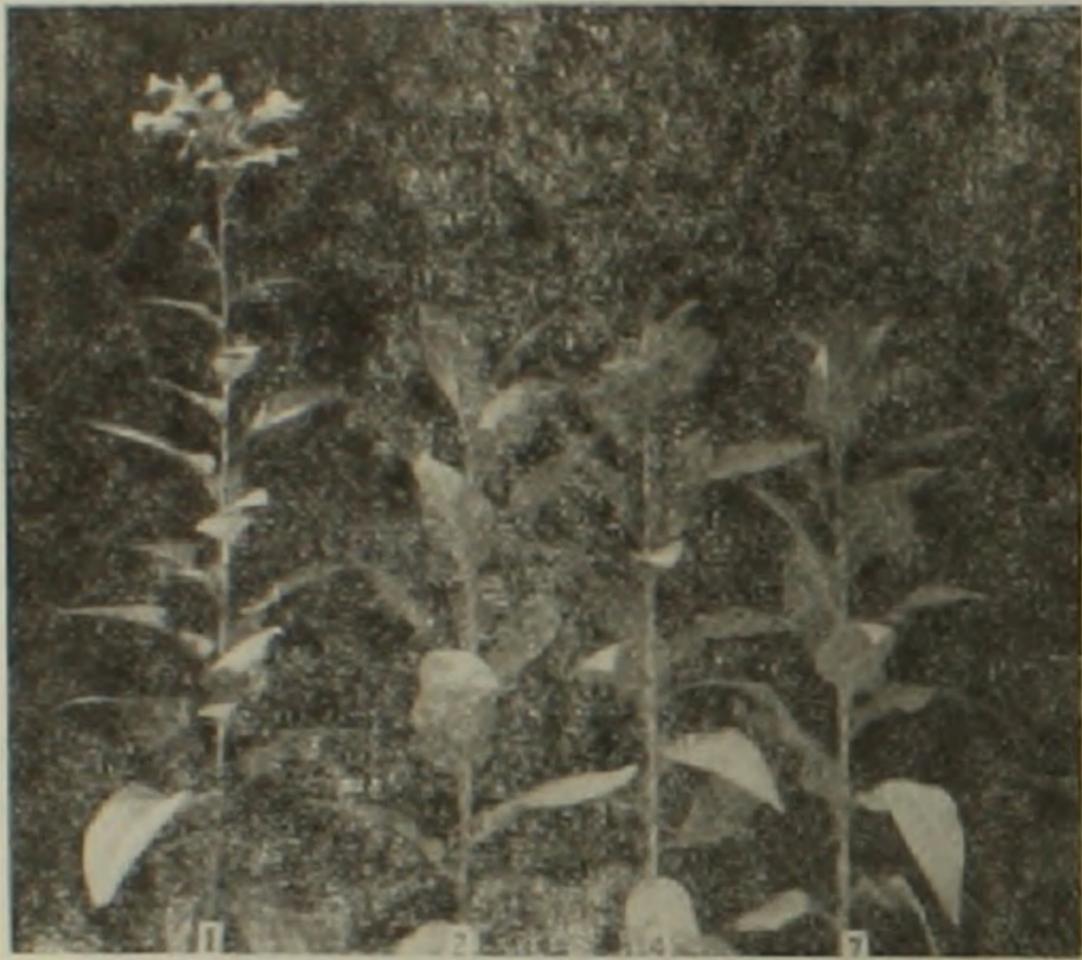


Рис 4. Влияние ингибиторов-абсцизовой кислоты, хлорхлорид и три-йодбензойной кислоты, на рост и цветение растений табака Трапезонд 1—контроль (вода); 2—абсцизовая кислота; 4—хлорхлорид; 7—три-йодбензойная кислота. (Фото 10/IX 1974)

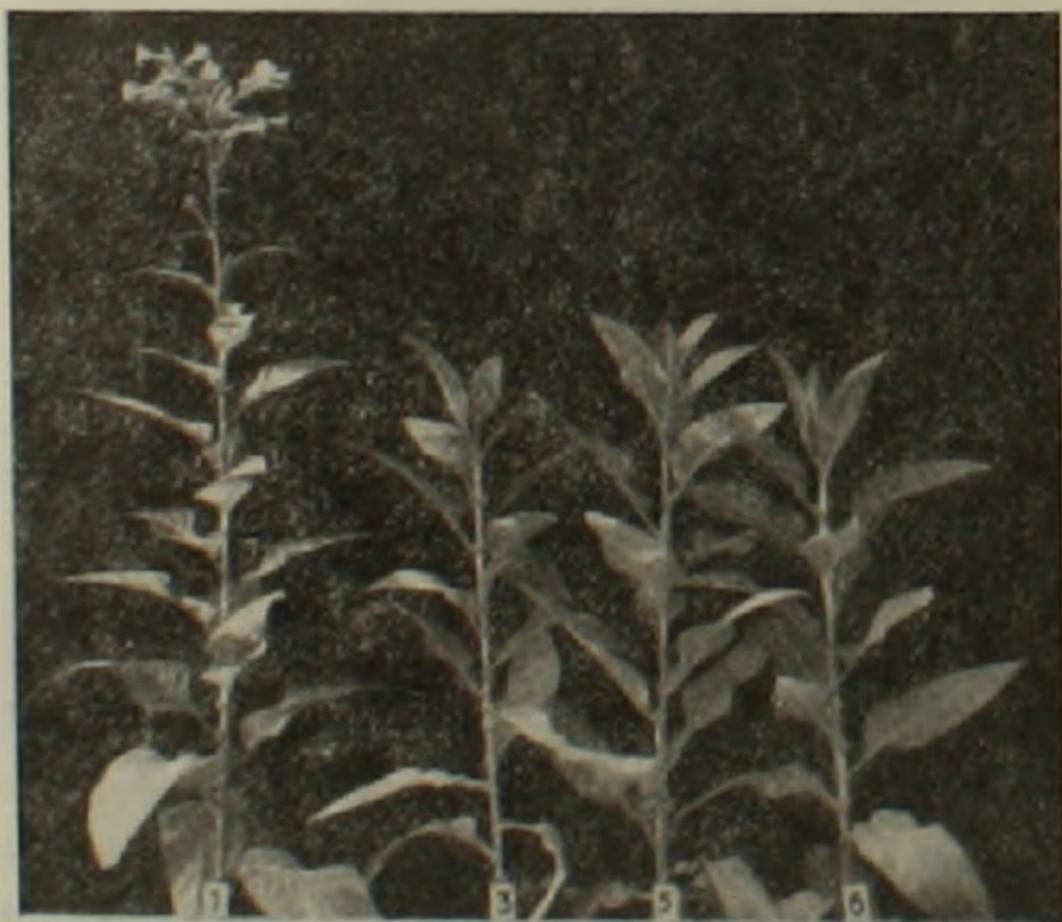


Рис 5. Влияние ингибиторов-кумарина, гидразида маленовой кислоты и морфактина на рост и цветение растений табака Трапезонд 1—контроль (вода); 3—кумарин; 5—гидразид маленовой кислоты; 6—морфактин (Фото 10/IX 1974)

(МРФ). Бутонизация и цветение контрольных растений наступила 19/VIII и 28/VIII; из опытных бутонизировали и цвели растения, обработанные ТИБК (2/IX и 19/IX) и бутонизировали растения, обработанные ССС (7/IX), т. е. как раз в тех вариантах, где была наименьшая задержка роста. Растения, обработанные другими ингибирующими веществами, до конца опыта не бутонизировали и не цвели.

Результаты всех трех опытов позволяют сделать вывод о том, что фитогормоны, особенно гибберелловая кислота, усиливают рост и ускоряют цветение, а ингибиторы задерживают рост и цветение растений фотопериодически нейтрального сорта табака Транезонд. При этом обнаруживается четкая положительная корреляция между интенсивностью роста и скоростью зацветания растений.

Виды и сорта, составляющие фотопериодически нейтральную группу в эволюционном отношении являются исходными формами для возникновения как длиннодневных, так и короткодневных видов и сортов и в этом отношении могут обладать потенциальными тенденциями в ту или другую сторону. По характеру реакций на воздействие фитогормонов и ингибиторов, как показывают проведенные опыты, растения фотопериодически нейтрального сорта табака Транезонд располагаются ближе к растениям длиннодневных, чем короткодневных видов.

Институт физиологии растений
им. Тимирязева Академии наук СССР

Լ. Կ. ԽԱԺԱԿՅԱՆ, ակադեմիկոս Մ. Ք. ՉԱՅԼԱՆՅԱՆ

Ֆոտոպերիոդիկ շեզոֆ տեսակի ծխախոտ Տրանզոնդի անճ ու ձաղկումը
ֆիտոհորմոնների և ինհիբիտորների ազդեցությամբ

Փորձերը կատարվել են երկամսյա Տրանզոնդ սորտի ֆոտոպերիոդիկ շեզոֆ բույսերի հետ, որոնք մշակվել են հետևյալ ֆիտոհորմոնների (գիբերելինաթթու, բետա-ինդոլիլքացախաթթու, Ե—բենզիլադինոպուրին) և ինհիբիտորների (3—յոդրենգոաթթու, քլորիտրինքլորիդ, մալեինաթթվի հիդրազիդ, արսցիդինաթթու, կումարին, մորֆակտին) թույլ լուծույթներով:

Ֆիտոհորմոններով մշակուսր նպաստել է աճի ուժեղացմանը և ծաղկման արագացմանը. ընդ որում առավել էֆեկտ է առաջացրել գիբերելինաթթուն, հատկապես ապիկալ մերիստեման կաթիլային և զուսնակով ներմուծելիս: Ինհիբիտորներով մշակումը արգելակել է բույսերի աճը և դանդաղեցրել ծաղկումը:

Համեմատարար թույլ էֆեկտ է ստացվել 3—յոդրենգոաթթվի և քլորիտրինքլորիդի տարբերակներում. քիչ ավելի ուժեղ.—մալեինաթթվի հիդրազիդի և արսցիդինաթթվի տարբերակներում և ավելի ուժեղ կումարինի և մորֆակտինի դեպքում:

Բույսերի աճման ինտենսիվության և ծաղկման արագության միջև հայտարարվել է դրական պարզորոշ կոռելյացիա:

ЛИТЕРАТУРА — ЦИТИРОВАНЬО

¹ K. S. Hamner, K. K. Nanda, Bot. Gaz. 118, 13 (1956). ² М. Х. Чайлахян, Л. П. Хлопенкова, ДАН СССР 2, 454 (1959). ³ М. Х. Чайлахян, В. Г. Кочанков, Физиология растений, 14, 5, 773 (1967). ⁴ K. K. Nanda, N. M. Krishnamoorthy, K. Toky, K. Lata, Planta, 86, 134 (1969). ⁵ F. Seldova, S. Khatnon, Ann. Bot., 40, 37 (1976). ⁶ Н. А. Козлова, Е. Н. Ермолаева, И. Н. Бацки, ДАН СССР, 130, 231 (1960). ⁷ Н. М. El-Antably, P. F. Wareing, Nature, 210, 328 (1966). ⁸ P. F. Wareing, Н. М. El-Antably, Planta 73, 74 (1967). ⁹ S. Sawhney, K. Toky, K. Nanda, Planta, 95, 277 (1970). ¹⁰ Н. Harada, T. K. Bose, I. Cheruel, L. Pflanzenphysiol. 64, 267 (1971). ¹¹ I. Kerekule, I. Ullman, Biolog. plantarum 13, 60 (1971). ¹² В. З. Подольный, Автореферат кандид. диссерт., 1972. ¹³ В. Г. Кочанков, Автореферат кандид. диссерт., 1972. ¹⁴ W. Runger, Albert G., Sci. hort. 3, 393 (1975).

