

Զ Ե Կ Ո Ւ Յ Ց Ն Ե Ր
Д О К Л А Д Ы

LXIV, № 1

1977

Խմբագրական կոլեգիա

Գ. Ա. ԱՐԶՈՒՄԱՆՅԱՆ, տեխն. գիտ. բեկեա-
ծու (պատ. Բարսուղար), Է. Գ. ԱՆՐԻԿՅԱՆ,
ՀՍՍՀ ԳԱ բոլորակից-անդամ, Ա. Բ. ՈՒՐԱ-
ՅԱՆ, ՀՍՍՀ ԳԱ ակադեմիկոս, Հ. Խ. ՔՈՌՆ-
ՅԱԹՅԱՆ, ՀՍՍՀ ԳԱ ակադեմիկոս, Ա. Ա.
ԹԱԼԱԼՅԱՆ, ՀՍՍՀ ԳԱ բոլորակից-անդամ,
Վ. Մ. ԹԱՌԱՅԱՆ, ՀՍՍՀ ԳԱ բոլորակից-ան-
դամ, Վ. Հ. ՇԱՄԱՐՉՈՒՄՅԱՆ, ակադեմիկոս,
Վ. Հ. ՂԱԶԱՐՅԱՆ, ՀՍՍՀ ԳԱ ակադեմիկոս
(պատ. խմբագրի տեղակալ), Հ. Գ. ԻՈՒՎԹ-
ՅԱՆ, ՀՍՍՀ ԳԱ ակադեմիկոս, Ա. Գ. ՆԱԶԱՐՈՎ,
ՀՍՍՀ ԳԱ ակադեմիկոս (պատ. խմբագիր),
Գ. Ս. ՍԱՀԱԿՅԱՆ, ՀՍՍՀ ԳԱ բոլորակից-անդամ,
Օ. Մ. ՍԱԳՈՆՋՅԱՆ, ՀՍՍՀ ԳԱ բոլորակից-
անդամ, Մ. Լ. ՏԵՐ-ՄԻՔԱԵԼՅԱՆ, ՀՍՍՀ
ԳԱ բոլորակից-անդամ, Վ. Բ. ՅԱՆԱՐՉՅԱՆ,
ՀՍՍՀ ԳԱ բոլորակից-անդամ:

Редакционная коллегия

В. А. АМБАРЦУМЯН, академик, Г. А.
АРЗУМАНЯН, канд техн. наук (отв.
секретарь), Э. Г. АФРИКЯН, чл.-корр.
АН АрмССР, А. Т. БАБАЯН, академик
АН АрмССР, Г. Х. БУНЯТЯН, акаде-
мик АН АрмССР, Е. О. КАЗАРЯН, ака-
демик АН АрмССР (зам. отв. редактора),
И. Г. МАГАКЬЯН, академик АН Арм
ССР, А. Г. НАЗАРОВ, академик АН
АрмССР (отв. редактор), Г. С. СААКЯН,
чл.-корр. АН АрмССР, О. М. САПОН-
ДЖЯН, чл.-корр. АН АрмССР, А. А. ТА-
ЛАЛЯН, чл.-корр. АН АрмССР, В. М.
ТАРАЯН, чл.-корр. АН АрмССР, М. Л.
ТЕР-МИКАЕЛЯН, чл.-корр. АН АрмССР,
В. В. ФАНАРДЖЯН, чл.-корр. АН
АрмССР.

Ր Ո Վ Ա Ն Դ Ա Կ Ո Ւ Թ Յ Ո Ւ Ն

ՄԻԼԹԻՄԻԼՏԻԿԱ

Է. Ա. Գանձեկյան— *Meloidae* տիպի սխառնակներն «արագ» սպասարկման ղեկավարում 3

ՄԵՆԱՆԻԿԱ

Ո. Ո. Զարգարյան—Առածգաղանթյան հարթ տեսության հիմնական խառը խնդիրների թեանգրալ հավասարումները միակապ, անկյուններով տիրույթի համար . . . 11

Ո. Ա. Համբարձումյան, Գ. Ե. Քաղղասարյան, Մ. Վ. Բելուրեկյան—էլեկտրահաղորդիչ նյութից պատրաստած բարակ սալի ֆլուտները մագնիսական դաշտի առկայության ղեկավարում 18

ԱՌԱՋԳԱԿԱՆՈՒԹՅԱՆ ՏԻՍՈՒԹՅՈՒՆ

Վ. Ո. Սարգսյան, Ռ. Գ. Ավանեսյան—Անվերջ վերագրելով ուժեղացված առանցական չնրաի համար մի կոնտակտային խնդրի մասին 23

ՍՈՂՔԻ ՏԵՍՈՒԹՅՈՒՆ

Ո. Ե. Միրզոյան—Կտոր առ կտոր անհամասնո ժառանգականորեն մերացող կիսահարթության համար ազդեցության ֆունկցիայի կառուցման մասին 30

ՆԻՋԻԿԱ

Ռ. Յ. Կարբեկյան, Գ. Հ. Սեզիրզանյան, Յ. Հ. Էյրամըյան—Ռենտգենյան բազմալիթային կրկնակի ինտերֆերոմետր 38

ՌԱԳԻՈՑԻՉԻԿԱ

Է. Հ. Սիրզարեկյան, Լ. Գ. Մուրզա—Աղմկանման ազդանշանների բառ թեևաթման գիտկրեա մոդուլյացիայով ոչ կոնրոնեա կապ 42

ՈՐԳԱՆԱԿԱՆ ՔԻՄԻԱ

Ա. Ք. Քարայան, Ո. Յ. Մուրադյան, Ռ. Ո. Ոսկանյան—2,5-գիմեթիլ-5-օքսի-2-ցիկլոպենտենոնի սինթեզի ետր ուզի 49

ՐՈՌՔԻՄԻԱ

Ս. Ս. Ալեխանյան, Ա. Ա. Կուլոյան, Յ. Ի. Գուտիլիևա—Նեյրոհորմոն C-ի ազդեցությունն իզոցիտրատոզևհիդրոզևեազայի ախտիվության և լիմոնաթթվի թանակի վրա սրտում և այլ օրգաններում 52

ԳԵՏՐՈՖՐԻԼՅԻԱ

Ա. Ա. Կուրեկցով—Բարդ կառուցվածք ունեցող ինտրուզիվ մարմինների պեղացման մոդել 55

ՄԻՋԱՏԱՐԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

Ս. Մ. Ցարյուկով-Խենեոյան—Կարմրաբների-կոկցինեկոցների ետր տեսակ շեղկաստակից (Cecropia, Cecinellidae) 61

СОДЕРЖАНИЕ

	Стр.
МАТЕМАТИКА	
Э. А. Даниелян—Системы $M_n(U, I)$ в случае «быстрого» обслуживания	3
МЕХАНИКА	
С. С. Заргарян—Интегральные уравнения основных смешанных задач плоской теории упругости для односвязных областей с углами	11
С. А. Амбарцумян, Г. Е. Багдасарян, М. В. Белубекян—Флаттер тонких пластин, изготовленных из электропроводящих материалов, при наличии магнитного поля	18
ТЕОРИЯ УПРУГОСТИ	
В. С. Саркисян, Р. Г. Аванесян—Об одной контактной задаче для упругой полосы, усиленной бесконечным струнгером	23
ТЕОРИЯ ПОЛЗУЧЕСТИ	
С. Е. Мирзоян—О построении функций влияния для кусочно неадиабатно наследственно стареющей полуплоскости	30
ФИЗИКА	
Р. Ц. Габриелян, П. А. Безирганян, Ф. О. Эбралимян—Рентгеновский многоволновой двойной интерферометр	38
РАДИОФИЗИКА	
Э. Г. Мирзабекян, Л. П. Мурза—Некогерентная связь с дискретной модуляцией шумоподобных сигналов по поляризации	42
ОРГАНИЧЕСКАЯ ХИМИЯ	
А. Т. Бабаян, С. Т. Кочарян, В. С. Воскобян—Новый путь синтеза 2,5-диметил-5-окси-2-циклопентенона	49
БИОХИМИЯ	
С. С. Алексанян, А. А. Галоян, Ф. Е. Пугилина—Влияние нейрого르몬а «С» на активность изоцитратдегидрогеназы и на содержание лимонной кислоты в сердце и других органах	52
ПЕТРОГРАФИЯ	
А. А. Кузнецов—Модель затвердевания сложнопостроенных интрузивных тел	55
ЭНТОМОЛОГИЯ	
С. М. Яблоков-Анзорян—Новый вид жесткокрылых-коричневелки из Ицзин (Coleoptera, Coccinellidae)	61

CONTENTS

MATHEMATICS	P.
<i>E. A. Daniellian</i> — The systems $M_r/G_r/1 \infty$ in the case of „rapid“ service	3
MECHANICS	
<i>S. S. Zargarian</i> — Integral equations of the basic mixed problems of two-dimensional elasticity for single connected regions with angles	11
<i>S. A. Amberisumlian, G. E. Bugdasaryan, M. V. Belubekian</i> — Flutter of thin plates made of electroconducting materials in the presence of a magnetic field	18
THEORY OF ELASTICITY	
<i>V. S. Sarkisian, R. G. Avanesian</i> — On the contact problem for the elastic strip strengthened by infinite stringer	23
THEORY OF CREEP	
<i>S. E. Mirzoyan</i> — The construction of the influence functions for the creep by creep nonhomogeneous hereditary ageing half plane	30
PHYSICS	
<i>R. Ts. Gabriellian, P. A. Bestrgunian, F. O. Etramjian</i> — A n — Beam x — ray Double Interometer	38
RADIOPHYSICS	
<i>E. H. Mirzabekian, I. P. Murza</i> — Noncoherent communication with discrete polarization — modulated noiselike signals	42
ORGANIC CHEMISTRY	
<i>A. T. Baboyan, S. T. Kocharian, V. S. Voskanian</i> — A new route for the synthesis of 2,5 — dimethyl — 5 — oxy — 2 — cyclopentenon	49
BIOCHEMISTRY	
<i>S. S. Alexanian, A. A. Galoyan, F. E. Pullino</i> — The influence of the neurohormone "C ₁ " on the isocitrate — hydrogenase activity and on the contents of citric acid in the heart and other organs	52
PETROLOGY	
<i>A. A. Kusnetzov</i> — The model of solidifying of complex — built intrusive bodies	55
ENTOMOLOGY	
<i>S. M. Iablokoff — Khnzorian</i> — A new species of ladybeetles from India (Coleoptera, Coccinellidae)	61

Технический редактор Л. А. АЗИЗБЕКЯН

УДК 5 19 217

МАТЕМАТИКА

Э. А. Даниелян

Системы $M_r | \bar{G}_r | 1 | \infty$ в случае „быстрого“ обслуживания

(Представлено академиком АН Армянской ССР С. Н. Мергеляном 7/IV 1976)

1. Пусть в одноканальную систему обслуживания поступают r независимых пуассоновских потока вызовов. Параметр i -го потока ($i = \overline{1, r}$) равен $a_i > 0$. Длительности обслуживания независимы между собой и не зависят от процесса поступления. Длительности обслуживания вызовов i -го потока (i -вызовов) имеют функцию распределения (ф. р.) $B_i(t)$, $B_i(0) = 0$.

Рассматривается система с ожиданием.

Мы ограничимся рассмотрением класса систем обслуживания без прерывания уже начатого обслуживания, у которых случайные векторы $\xi_n = (\xi_1^{(n)}, \dots, \xi_r^{(n)}; i)$, где $\xi_j^{(n)}$ — число j -вызовов, оставшихся в системе после окончания обслуживания n -го вызова, являющегося i -вызовом, образуют простую цепь Маркова.

Пусть $a_1 + \dots + a_r = 1$ и η_i — случайная длительность обслуживания i -вызова. Случайная величина η равна η_i с вероятностью a_i .

Нас интересует асимптотическое распределение длины очереди указанного класса систем в случае „быстрого“ обслуживания; т. е.

когда при любом $\epsilon > 0$ $\sum_{i=1}^r a_i B_i(t) \rightarrow 1$. Это условие эквивалентно как

условию $\sum_{i=1}^r a_i \beta_i(s) \rightarrow 1$, где $\beta_i(s) = \int e^{-st} dB_i(t)$ ($\text{Re } s > 0$), так и усло-

вию $\eta \xrightarrow{P} 0$.

Методы исследования систем надёжности и массового обслуживания в случае „быстрого“ обслуживания разработаны А. Д. Соловьёвым (1).

2. Пусть $p_{in}^*(\vec{k}; t)$ — вероятность того, что n -ый обслуженный вызов является i -вызовом, после себя оставляет очередь типа $\vec{k} = (k_1, \dots, k_r)$, а момент окончания обслуживания n -го вызова не превосходит t . (k_i — число i -вызовов).

Введем обозначения ($\operatorname{Re} s \geq 0$; $i = \overline{1, r}$; $n \geq 0$).

$$p_{i\kappa}(\bar{k}; s) = \int_0^{\infty} e^{-st} dp_{i\kappa}(\bar{k}, t); \quad p_n(\bar{k}; s) = \sum_{i=1}^r p_{in}(\bar{k}; s); \quad (1)$$

$$b_{in}(s) = \int_0^{\infty} e^{-(s+1)x} \frac{x^n}{n!} |1 - B_i(x)| dx; \quad \beta_{in}(s) = \int_0^{\infty} e^{-(s+1)x} \frac{x^n}{n!} dB_i(x).$$

При целых $n \geq 1$

$$\beta_i(s+1) = \beta_{i0}(s) = 1 - (s+1) b_{i0}(s), \quad (2)$$

$$\beta_{in}(s) = b_{i,n-1}(s) - (s+1) b_{in}(s).$$

откуда

$$b_{in}(s) = (s+1)^{-1} \left\{ (s+1)^{-n} - \sum_{j=0}^n (s+1)^{j-n} \beta_{ij}(s) \right\}. \quad (3)$$

Полезна также следующая форма записи (3), непосредственно вытекающая из вероятностных соображений ($n \geq 1$)

$$b_{i,n-1}(s) = \sum_{j \geq n} \beta_{ij}(s) \cdot (s+1)^{j-n}. \quad (4)$$

Из (2) имеем

$$\frac{1 - \beta_i(s+1)}{s+1} = b_{i0}(s) > (s+1) b_{i1}(s) > \dots > (s+1)^n b_{in}(s) > \dots \quad (5)$$

Нетрудно доказать на основе (5), что $a_i \beta_{in}(s) \rightarrow 0$.

3. Лемма. Пусть n, c, k_1, \dots, k_c — целые числа; $k_1 + \dots + k_c = n$ и

$$a_i \beta_{i,n+1}(s) = O(a_j \beta_{j,n+1}(s)). \quad (6)$$

Тогда

а) при любом j ($j = \overline{1, r}$), неотрицательных k_1, \dots, k_c и $n \geq 1$

$$\lim_{s \rightarrow 0} \frac{\beta_{i_1, k_1+1}(s) \dots \beta_{i_c, k_c+1}(s)}{\beta_{i, n+1}(s)} \cdot \frac{a_{i_1} \dots a_{i_c}}{a_{i_n}} = 0; \quad (7)$$

б) при любом j ($j = \overline{1, r}$), положительных k_1, \dots, k_c и $n \geq 1$

$$\lim_{s \rightarrow 0} \frac{\beta_{i_1, k_1+1}(s) \dots \beta_{i_{c-1}, k_{c-1}+1}(s) \cdot b_{i_c, k_c}(s)}{b_{i, n}(s)} \cdot \frac{a_{i_1} \dots a_{i_c}}{a_{i_n}} = 0. \quad (8)$$

Здесь $i_1, \dots, i_c, i_n = \overline{1, r}$.

Доказательство. Докажем утверждение а). При фиксированном $s \geq 0$

$$O(t, s) = \frac{\int_0^1 e^{-st} x d \left\{ \sum_{i=1}^r a_i B_i(x) \right\}}{\int_0^1 e^{-st} x d \left\{ \sum_{i=1}^r a_i B_i(x) \right\}}$$

является ф. р. . Следовательно, $\bar{p}_k(s) = \int_0^1 t^{k-1} d_t O(t, s)$ ($k > 1$; $s \geq 0$)

служит $(k-1)$ -ым моментом для ф. р. $G(t, s)$ и

$$\bar{\rho}_k(s) = \frac{k! \rho_k(s)}{\rho_1(s)} \quad (k > 1; s \geq 1), \quad (9)$$

где обозначено $\rho_k(s) = \sum_{j=1}^i a_j \beta_{jk}(s-1)$.

К моментам $\rho_k(s)$ применим неравенство моментов

$$\rho_{k_i+1}(s) \leq [\bar{\rho}_{n+1}(s)]^{k_i/n} \quad (k_i > 0; i = \overline{1, c})$$

и перемножим полученные выражения: $\bar{\rho}_{k_1+1}(s) \dots \bar{\rho}_{k_c+1}(s) \leq \bar{\rho}_{n+1}(s)$.

Следовательно, имея в виду (9), находим ($s \geq 1$)

$$\frac{\rho_{k_1+1}(s) \dots \rho_{k_c+1}(s)}{\rho_{n+1}(s)} \leq \frac{(n+1)!}{(k_1+1)! \dots (k_c+1)!} [\rho_1(s)]^{c-1} \rightarrow 0. \quad (10)$$

Подставим в (10) значения $\rho_{k_i+1}(s)$. В получаемом выражении, вследствие неотрицательности слагаемых и (10), каждое из слагаемых стремится к нулю, что и т. д.

Для доказательства утверждения б) аналогично (7) устанавливается

$$\lim_{\rho \rightarrow 0} \frac{b_{l_1 k_1}(s) \dots b_{l_c k_c}(s)}{b_{l_n n}(s)} \cdot \frac{a_{l_1} \dots a_{l_c}}{a_{l_n}} = 0.$$

В числитель левой части последнего выражения подставляем вместо $b_{l_1 k_1}(s) \dots b_{l_c k_c}(s)$ их значения по (4)

$$\sum_{j_1=k_1+1}^i \dots \sum_{j_{c-1}=k_{c-1}+1}^i \lim_{\rho \rightarrow 0} \frac{\beta_{j_1 j_1}(s) \dots \beta_{j_{c-1} j_{c-1}}(s) b_{l_c k_c}(s)}{b_{l_n n}(s)} \cdot \frac{a_{l_1} \dots a_{l_c}}{a_{l_n}}$$

и в виду неотрицательности слагаемых получаем (8).

Фактически мы доказали большее, чем требовалось. Лемма доказана не только при $k_1 + \dots + k_c = n$, но и при $k_1 + \dots + k_c > n$.

4. Положим

$$T(\vec{k}; \vec{a}) = \frac{(|\vec{k}|)!}{k_1! \dots k_r!} a_1^{k_1} \dots a_r^{k_r}. \quad (11)$$

Обозначим через $\pi_{>n}$ период занятости, за который обслужено не менее n вызовов.

Пусть $\hat{P}(\vec{k}; \vec{a})$ ($a_1 + \dots + a_r = n-1$) — вероятность того, что за длительность обслуживания первого обслуженного за $\pi_{>n}$ вызова из поступивших $(k_1 + a_1)$ 1-вызовов, \dots , $(k_r + a_r)$ r -вызовов к числу следующих обслуженных за $\pi_{>n}$ $n-1$ штук вызовов относятся a_1 1-вызовов, \dots , a_r r -вызовов, при условии, что за длительность обслуживания первого вызова поступило $|\vec{k}| + n - 1$ штук вызовов.

Очевидно, что условная вероятность $\hat{P}(\vec{k}; \vec{a})$ однозначно определяется дисциплиной обслуживания.

Теорема. При $\tau_i \rightarrow 0$ вероятность $\rho_{in}(\vec{k}; s)$ представима в виде

$$\rho_{in}(\vec{k}, s) = \left[(1+s)^{-n} a_i \beta_{i(\vec{k})}^+(s) T(\vec{k}; \vec{a}) + \sum_{j=2}^n (1+s)^{j-n-1} \rho_{i|\vec{k}|+j-1}^-(s) \sum_{\vec{a}_j} T(\vec{k} + \vec{a}_j; \vec{a}) \rho(\vec{k}; \vec{a}_j) \right] (1+O(1)). \quad (12)$$

Здесь $\vec{a}_j = (a_{1j}, \dots, a_{rj})$; $a_{mj} \geq 0$; $m = \overline{1, r}$; $m \neq i$; $a_{ij} \geq 1$; $j = \overline{2, n}$ и суммирование производится по всем \vec{a}_j , для которых $|\vec{a}_j| = j-1$. Индекс i справа от \sum указывает на зависимость суммы от i .

Доказательство. а) Выясним порядок функции $\rho_n(\vec{0}; s) = \sum_{i=1}^r \rho_{in}(\vec{0}; s)$ при $\tau_i \rightarrow 0$, где $\vec{0} = (0, \dots, 0)$. Воспользуемся приемом введения дополнительного события ⁽²⁾. Пусть $\Phi(z, s)$ — вероятность того, что за период занятости нет „катастроф“ и обслужены лишь красные вызовы. Известно ⁽²⁾

$$\Phi(z, s) = z \sum_{i=1}^r a_i \beta_i (s+1 - \Phi(z, s)). \quad (13)$$

Имеет место соотношение

$$\rho_n(\vec{0}; s) = (s+1)^{-1} \pi(n, s) + (s+1)^{-2} \sum_{i=1}^{n-1} \pi(i, s) \pi(n-i, s) + \dots + (s+1)^{-n} [\pi(1, s)]^n,$$

где $\pi(n, s)$ — вероятность того, что за период занятости нет „катастроф“ и обслужено ровно n штук вызовов. Так как $\sum_{n \geq 1} \pi(n, s) y^n = \Phi(y, s)$, то

$$\sum_{n \geq 1} \rho_n(\vec{0}; s) y^n = \frac{\Phi(y, s)}{s+1 - \Phi(y, s)} \quad (|y| \leq 1; \operatorname{Re} s > 0). \quad (14)$$

Из формул (13), (14) путем несложных преобразований находим разложение

$$\sum_{n \geq 1} \rho_n(\vec{0}; s) y^n = |1 - O(1)| \sum_{n \geq 1} \left(\frac{y}{s+1} \right)^n.$$

Следовательно, при $\tau_i \rightarrow 0$

$$\rho_n(\vec{0}; s) = (s+1)^{-n} \{1 - O(1)\} \quad (\operatorname{Re} s \geq 0, n \geq 1) \quad (15)$$

б) Обозначим через $q_{in}^*(\vec{k}; t)$ вероятность того, что n -ым обслуживается i -вызов; оставляет после себя очередь типа $\vec{k} = (k_1, \dots, k_r)$; момент окончания обслуживания этого i -вызова не превосходит t ; первый период занятости не закончился.

Положим

$$q_{ln}(\vec{k}; s) = \int_0^{\vec{k}} e^{-st} d_t q_{ln}^*(k; t).$$

Очевидны соотношения ($l = \overline{1, r}$; $|\vec{k}| > 0$; $n > 1$; $\text{Res} \geq 0$)

$$p_{il}(\vec{k}; s) = q_{il}(\vec{k}; s),$$

(16)

$$p_{ln}(\vec{k}; s) = q_{ln}(\vec{k}; s) + \sum_{j=1}^{n-1} p_j(\vec{0}; s) q_{ln-j}(\vec{k}; s).$$

в) Найдём удобные для нас выражения, определяющие $q_{ln}(\vec{k}; s)$. События $A_j^m(s)$ и B_{ij} определяются внутри отдельно взятого периода занятости $\pi_{>n}$ ($j = \overline{1, n}$; $i = \overline{1, r}$; $m \geq 0$). $A_j^m(s)$ — событие, заключающееся в том, что j -ым обслуживается вызов, за длительность обслуживания которого поступило m штук вызовов и не наступали „катастрофы“. B_{ij} — событие, заключающееся в том, что j -ым обслуживается i -вызов.

Поскольку

$$P \left\{ A_i^{m_i}(s) / B_{i,i} / \prod_{j=1}^{i-1} (B_{i,j} / A_j^{m_j}(s)) \right\} = \vartheta_{i,m_i}(s).$$

($P(A/B)$ — условная вероятность события A при условии осуществления события B и $\prod_{j=1}^n \equiv \{\text{достоверное событие}\}$), то по формуле полной вероятности

$$P \left\{ \prod_{j=1}^n (B_{i,j} / A_j^{m_j}(s)) \right\} = \prod_{i=1}^n P \left\{ B_{i,i} / \prod_{j=1}^{i-1} (B_{i,j} / A_j^{m_j}(s)) \right\} \vartheta_{i,m_i}(s). \quad (17)$$

Пусть k -ый поступивший за $\pi_{>n}$, отсчитываемый в порядке поступления вызовов (учитывается и тот, с которого начался период занятости $\pi_{>n}$), является p_k -вызовом ($k \geq 1$; $p_k = \overline{1, r}$).

Положим $\vec{m} = (m_1, \dots, m_n)$, $|\vec{m}| = m_1 + \dots + m_n$. $\vec{p} = (p_1, \dots, p_{|\vec{m}|+1})$. Пусть m_j — число вызовов, поступивших за время обслуживания j -го вызова.

Пара векторов $(\vec{m}; \vec{p})$ однозначно задает последовательность поступлений вызовов с указанием числа поступлений за времена обслуживания первых n обслуженных внутри $\pi_{>n}$ вызовов, т. е. задает некоторый путь.

Пусть $P(\vec{m}; \vec{p})$ — вероятность пути $(\vec{m}; \vec{p})$, а $\Gamma(\vec{m}; n)$ — множество всех путей.

На основании (17) получаем (n и \vec{m} фиксированы)

$$P \left\{ \prod_{j=1}^n \left(B_{i,j} A_j^{m_j}(s) \right) \right\} + \frac{1}{s+1} \left(\prod_{l=1}^n \beta_{i_l m_l}(s) \right) \sum P(\vec{m}; \vec{p}), \quad (18)$$

где суммирование производится по некоторому подмножеству $\Gamma_1(\vec{m}; \vec{l})$,

$\vec{l} = (l_1, \dots, l_n)$, (всех допустимых путей) множества $\Gamma(\vec{m}; n)$.

Так как для каждого допустимого пути

$$P(\vec{m}; \vec{p}) = P \left\{ \prod_{j=1}^n A_j^{m_j}(0) \right\} \cdot \left(\prod_{l=1}^{|\vec{m}|+1} a_{p_l} \right)$$

и $\prod_{l=1}^n a_{p_l}$ содержится как сомножитель второго сомножителя правой стороны последнего равенства, то

$$P \left\{ \prod_{j=1}^n \left(B_{i,j} A_j^{m_j}(s) \right) \right\} = \frac{1}{s+1} a_{i_1} \beta_{i_1 m_1}(s) \dots a_{i_n} \beta_{i_n m_n}(s) D(\vec{m}; \vec{l}), \quad (19)$$

где $D(\vec{m}; \vec{l})$ не превосходит мощности множества $\Gamma_1(\vec{m}; \vec{l})$.

г) Перейдем непосредственно к асимптотике $q_{i_n}(\vec{k}; s)$. Если $R(\vec{k}; n) = \cup \Gamma_1(\vec{m}; \vec{l})$, где объединение множеств производится по таким $(\vec{m}; \vec{l})$, что $|\vec{m}| = |\vec{k}| + n - 1$, то из (19) имеем

$$q_{i_n}(\vec{k}; s) = \sum a_{i_1} \beta_{i_1 m_1}(s) \dots a_{i_{n-1}} \beta_{i_{n-1} m_{n-1}}(s) a_{i_n} \beta_{i_n m_n}(s) \cdot D(\vec{m}; \vec{l}) \frac{1}{s+1}. \quad (20)$$

В (20) суммируем по всем путям из $R(\vec{k}; n)$. Заметим, что при фиксированных n и \vec{k} мощность $\Phi(\vec{k}; n)$ множества $R(\vec{k}; n)$ конечна.

В частности, из (18) ($n > 1$)

$$\begin{aligned} & \sum_{i_1=1}^r \dots \sum_{i_{n-1}=1}^r P \left\{ B_{i_1,1} A_1^{|\vec{m}|+n-1}(s) \prod_{j=2}^n B_{i_j,j} A_j^0(s) \right\} = \\ & = \frac{1}{s+1} \sum \beta_{i_1, |\vec{m}|+n-1}(s) \beta_{i_2, 0}(s) \dots \beta_{i_{n-1}, 0}(s) \beta_{i_n, 0}(s) \hat{P}(\vec{k}; a) T(\vec{k} + \vec{a}; \vec{a}). \end{aligned} \quad (21)$$

Здесь в последовательности i_1, \dots, i_{n-1} , l встречается a_l раз, ..., r раз. Сомножители в сумме правой части (20) вида $a_{i_j} \beta_{i_j m_j}(s)$, у которых $m_j = 0$ имеют порядок $a_{i_j} + o(a_{i_j})$ ($j = \overline{1, n}; i_n = l; i_j = \overline{1, r}$).

Возьмем произвольное слагаемое правой части (20) без сомножителей $D(\vec{m}; \vec{l})$ и таких $a_{i_j} \beta_{i_j m_j}(s)$, у которых $m_j = 0$. Тогда на основании пункта а) леммы при выполнении (б) и $\eta \rightarrow 0$ имеем

$$a_{i_1} \beta_{i_1 m_1}(s) \dots a_{i_l} \beta_{i_l m_l}(s) = o(a_{i_1} \dots a_{i_l} \beta_{i_l, |\vec{k}|+n-1}(s)), \quad (22)$$

где $p = \overline{1, l}; l \leq n; m_1 + \dots + m_l = |\vec{k}| + n - 1$, причем для удобства запи-

и перенумерацией индексов достигается $m_j > 0$ ($j = \overline{1, l}$), $m_j = 0$ ($j = \overline{l+1, n}$).

Следовательно, при $\tau \rightarrow 0$ главный член асимптотики (20) содержится в слагаемых вида

$$a_{l_1} \beta_{l_1 | \bar{k}| + n - 1}(s) \cdot a_{l_2} \beta_{l_2 | \bar{k}}(s) \dots a_{l_{n-1}} \beta_{l_{n-1} | \bar{k}}(s) a_{l_n} \beta_{l_n | \bar{k}}(s) O(|\bar{k}| + n - 1, 0, \dots, 0; l_1, \dots, l_{n-1}, l).$$

Наконец, вспоминая (21), (22) заключаем ($n > 1$)

$$q_{ln}(\bar{k}; s) = (s+1)^{-1} \rho_{l | \bar{k}| - n - 1}(s) \sum_l T(\bar{k} + \bar{a}; \bar{a}) \hat{P}(\bar{k}; \bar{x}) [1 + O(1)] (\eta \rightarrow 0). \quad (23)$$

Индекс l справа от \sum призван указать зависимость суммы от l .

В правой части (23) суммирование производится по всем $\bar{x} = (x_1, \dots, x_r)$,

$a_j \geq 0$; $j = \overline{1, r}$; $j \neq l$; $a_l \geq 1$ $a_1 + \dots + a_r = n - 1$.

Далее ($|\bar{k}| > 0$; $Res \geq 0$ $l = \overline{1, r}$)

$$q_{ll}(\bar{k}; s) = (s+1)^{-1} a_l \beta_{l | \bar{k}|} T(\bar{k}; \bar{a}). \quad (24)$$

д) Собрав воедино (11), (16), (23), (24), убеждаемся в справедливости теоремы в случае

$$a_l \beta_{l | \bar{k}|}(s) = O(\rho_{l | \bar{k}|}(s)) (\tau \rightarrow 0). \quad (25)$$

Просмотрев наши рассуждения, начиная с доказательства леммы, просто заметить, что в случае

$$a_l \beta_{l | \bar{k}|}(s) = O(\rho_{l | \bar{k}|}(s)) (\eta \rightarrow 0). \quad (26)$$

главный член асимптотики $g_{ln}(\bar{k}; s)$ ($n > 1$) опять содержится в слагаемых вида (21).

Далее, так как функция $q_{ll}(\bar{k}; s)$, возможно, входит в главный член асимптотики $p_{ln}(\bar{k}; s)$, будучи помноженной на $\rho_{n-1}(\bar{0}; s)$, то оба случая (25) и (26) приводят к одному и тому же результату.

Вычислительный центр Академии наук Армянской ССР и
Ереванского государственного университета

Է. ՈՒ ՉԱՆԻՆՆԱՆ

$\hat{M}_r | \hat{O}_r | | \infty$ տիպի սիստեմների «առաջ» սպասարկման դիպում

Հետազոտում է զանգվածային սպասարկման $\hat{M}_r | \hat{O}_r | | \infty$ տիպի սիստեմների դասը: Հերթի երկարության վեկտորները դիտարկվում են պահանջների սպասարկման ավարտի մոմենտներին: Այդ պահանջների տիպի համարները կցված են հերթի երկարության վեկտորներին և կազմում են նոր

վեկտորները: Սնթադրվում է, որ այդ նոր վեկտորները կազմում են հասարակ մարկովյան շղթա:

Քանի որ սիստեմների հիմնական բնութագրիչներից շատերը միարժեք ձևով որոշվում են հերթի երկարության բաշխմամբ,¹ ապա աշխատանքի հիմնական նպատակն է հանդիսանում հերթի երկարության բաշխման ասիմպտոտիկ ուսումնասիրությունը արագ սպասարկման դեպքում:

Հերթի երկարության վերաբերյալ ապացուցված թեորեմը արագ սպասարկման դեպքում թույլ է տալիս հանգել մի շարք օգտակար հետևանքների:

ЛИТЕРАТУРА — ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

- ¹ А. Д. Соловьев, Докторская диссертация, МГУ, М., 1970. ² Б. В. Гнеденко, Э. А. Диниев и др., Приоритетные системы обслуживания, МГУ, М., 1973

УДК 530.3

МЕХАНИКА

С. С. Заргарян

Интегральные уравнения основных смешанных задач плоской теории упругости для односвязных областей с углами

(Представлено чл.-корр. АН Армянской ССР О. М. Сапонджяном 2/VI 1976)

Решение основной смешанной задачи плоской теории упругости для конечных односвязных областей S , ограниченных замкнутым кусочно-гладким контуром L , имеющем m угловых точек a_j , удовлетворяющее граничным условиям

$$\varphi^*(t) + t\overline{\varphi^{*\prime}(t)} + \overline{\psi^*(t)} = f(t) + C(t) \text{ при } t \in L' \quad (1.1)$$

$$x\overline{\varphi^*(t)} - t\overline{\varphi^{*\prime}(t)} - \overline{\psi^*(t)} = g(t) \text{ при } t \in L'' \quad (1.2)$$

где $f(t) = i \int_{a_{2j-1}}^{a_{2j}} (X_n + iY_n) ds$, при $t \in L'_{2j-1}$

$g(t) = 2\mu(u + iv)$, при $t \in L''_{2j}$

$C(t) = C_{2j-1}$, ($j=1, 2, \dots, m_1$)

L' — совокупность участков границы $L'_{2j-1} = a_{2j-1} a_{2j}$ ($j=1, 2, \dots, m_1$), на которых заданы напряжения, L'' — совокупность участков границы $L''_{2j} = a_{2j} a_{2j+1}$ ($a_{2m_1+1} = a_1$), на которых заданы смещения, $2m_1$ — число угловых точек, в которых меняются граничные условия, m_1 и m_2 — соответственно, количество угловых точек контура, расположенных на участках L' и L'' , причем $m = 2m_1 + m_2 + m_3$, было сведено в статье автора ⁽¹⁾ к системе двух интегральных уравнений, одно из которых является регулярным, а второе — сингулярным.

Учитывая то обстоятельство, что в каждой угловой точке a_j замкнутого контура L сходятся два конца, для регуляризации сингулярного интегрального уравнения (2.7) и (2.8) статьи ⁽¹⁾ воспользуемся формулой обращения интегралов типа Коши для произвольной кусочно-гладкой линии в случае четных узлов (§90.²). Регуляризуя это сингулярное интегральное уравнение, получим следующую систему интегральных уравнений Фредгольма основной смешанной задачи плоской теории упругости для односвязных областей с углами

$$\begin{aligned} \mu_1(t_0) + \mu_2(t_0) &= \frac{1}{2\pi i} \int_L |\mu_1(\tau) + \mu_2(\tau)| d \ln \frac{\bar{\tau} - \bar{t}_0}{\tau - t_0} + \frac{1}{\pi} \int_L \mu_1(\tau) \operatorname{Im} d \frac{\bar{\tau} - \bar{t}_0}{\tau - t_0} = \\ &= 2 \operatorname{Re} |f(t_0)| + C(t_0) - 2 \operatorname{Re} \sum_{j=1}^m b_{4j} |\xi_j(t_0) + \overline{\eta_j(t_0)}| \quad \text{при } t_0 \in L' \quad (1.3) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x\mu_1(t_0) - \mu_2(t_0) &= \frac{1}{2\pi i} \int_L |x\mu_1(\tau) - \mu_2(\tau)| d \ln \frac{\bar{\tau} - \bar{t}_0}{\tau - t_0} - \frac{1}{\pi} \int_L \mu_1(\tau) \operatorname{Im} d \frac{\bar{\tau} - \bar{t}_0}{\tau - t_0} = \\ &= 2 \operatorname{Re} g(t_0) - 2 \operatorname{Re} \sum_{j=1}^m b_{4j} |\zeta_j(t_0) + \overline{\omega_j(t_0)}| \quad \text{при } t_0 \in L'' \quad (1.4) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} v(t_0) &= -\frac{1}{\pi^2} \operatorname{Re} \int_L |(x-1)\mu_1(\tau) + 2\mu_2(\tau)| \Gamma_1(t_0, \tau) d\tau + \\ &+ \frac{1}{\pi^2} \operatorname{Re} \int_L |(x-1)\mu_1(\tau) + 2\mu_2(\tau)| \Gamma_2(t_0, \tau) + \frac{1}{2\pi^2} \operatorname{Re} \int_L |\mu_1(\tau) - \mu_2(\tau)| \Gamma_3(t_0, \tau) d\tau - \\ &- \frac{1}{2\pi^2} \operatorname{Re} \int_L \mu_1(\tau) \Gamma_4(t_0, \tau) d\tau + \frac{1}{2\pi^2} \operatorname{Re} \int_L |x\mu_1(\tau) + \mu_2(\tau)| \Gamma_5(t_0, \tau) d\tau + F(t_0) \\ &\quad \text{при } t_0 \in L \quad (1.5) \end{aligned}$$

где
$$v(t_0) = \begin{cases} \mu_1(t_0) - \mu_2(t_0) & \text{при } t_0 \in L' \\ x\mu_1(t_0) + \mu_2(t_0) & \text{при } t_0 \in L'' \end{cases}$$

$$\Gamma_1(t_0, \tau) = \int_L \frac{dt}{(t-t_0)(\tau-t)}, \quad \Gamma_2(t_0, \tau) = \int_L \frac{d\bar{t}}{(t-t_0)(\tau-t)},$$

$$\Gamma_3(t_0, \tau) = \int_L \frac{K_3(\tau, t) dt}{t-t_0}, \quad \Gamma_4(t_0, \tau) = \int_L \frac{K_4(\tau, t) dt}{t-t_0} - \int_L \frac{K_2(\tau, t) dt}{t-t_0},$$

$$\Gamma_5(t_0, \tau) = \int_L \frac{K_1(\tau, t) dt}{t-t_0}, \quad K_1(\tau, t) = \frac{\frac{d\bar{\tau}}{d\tau}}{\tau-t} - \frac{1}{\tau-t},$$

$$K_2(\tau, t) = \left(\frac{\bar{\tau}-\bar{t}}{\tau-t} \right)' + \left(\frac{\tau-t}{\bar{\tau}-\bar{t}} \right)' \frac{d\bar{\tau}}{d\tau},$$

$$\begin{aligned} F(t_0) &= \operatorname{Re} \frac{1}{\pi} \int_L \left\{ 2 \operatorname{Im} [f(t) + C(t)] - 2(D_1 - D_2) + 2 \operatorname{Im} \sum_{j=1}^m b_{4j} [\overline{\eta_j(t)} - \xi_j(t)] \right\} \frac{dt}{t-t_0} \\ &+ \operatorname{Re} \frac{1}{\pi} \int_L \left\{ 2 \operatorname{Im} g(t) - 2(xD_2 + D_2) + 2 \operatorname{Im} \sum_{j=1}^m b_{4j} [\overline{\omega_j(t)} - \zeta_j(t)] \right\} \frac{dt}{t-t_0} \quad (1.6) \end{aligned}$$

Здесь

$$\begin{aligned}
2\xi_j(t) &= (1 - iX_{2j})(t - a_j)^{\lambda_j} + i_j(1 + iX_{2j})(t - a_j)(\bar{t} - \bar{a}_j)^{\lambda_j - 1} + \\
&\quad + (\lambda_j + 1)(X_{2j} + iX_{1j})(\bar{t} - \bar{a}_j)^{\lambda_j} \\
2\eta_j(t) &= (1 - i\bar{X}_{2j})(t - a_j)^{\bar{\lambda}_j} + \bar{i}_j(1 + i\bar{X}_{2j})(t - a_j)(\bar{t} - \bar{a}_j)^{\bar{\lambda}_j - 1} + \\
&\quad + (\bar{\lambda}_j + 1)(\bar{X}_{2j} + i\bar{X}_{1j})(\bar{t} - \bar{a}_j)^{\bar{\lambda}_j} \\
2\zeta_j(t) &= \kappa(1 - iX_{2j})(t - a_j)^{\lambda_j} - \lambda_j(1 + iX_{2j})(t - a_j)(\bar{t} - \bar{a}_j)^{\lambda_j - 1} - \\
&\quad - (\lambda_j + 1)(X_{2j} + iX_{1j})(\bar{t} - \bar{a}_j)^{\lambda_j} \\
2\omega_j(t) &= \kappa(1 - i\bar{X}_{2j})(t - a_j)^{\bar{\lambda}_j} - \bar{\lambda}_j(1 + i\bar{X}_{2j})(t - a_j)(\bar{t} - \bar{a}_j)^{\bar{\lambda}_j - 1} - \\
&\quad - (\bar{\lambda}_j + 1)(\bar{X}_{2j} + i\bar{X}_{1j})(\bar{t} - \bar{a}_j)^{\bar{\lambda}_j}
\end{aligned} \tag{1.7}$$

$\mu_1(t)$ и $\mu_2(t)$ — действительные непрерывные функции, имеющие интегрируемые производные в угловых точках контура, являющиеся искомыми плотностями интегральных представлений ⁽¹⁾

$$\begin{aligned}
\varphi^*(z) &= \frac{1}{2\pi i} \int_L \frac{\mu_1(\tau) d\tau}{\tau - z} + iD_1 + \frac{1}{2} \sum_{j=1}^m |b_{2j}(1 - iX_{2j})(z - a_j)^{\lambda_j} + \\
&\quad + \bar{b}_{2j}(1 - i\bar{X}_{2j})(z - a_j)^{\bar{\lambda}_j}|
\end{aligned} \tag{1.8}$$

$$\begin{aligned}
\psi^*(z) &= \frac{1}{2\pi i} \int_L \frac{\mu_2(\tau) - \bar{\mu}_1(\tau) d\tau}{\tau - z} + iD_2 + \frac{1}{2} \sum_{j=1}^m |b_{1j}[(\lambda_j + 1)(X_{2j} - iX_{1j})(z - a_j)^{\lambda_j} - \\
&\quad - \bar{a}_j(1 - iX_{2j})\lambda_j(z - a_j)^{\lambda_j - 1}] + \bar{b}_{1j}[(\bar{\lambda}_j + 1)(\bar{X}_{2j} - i\bar{X}_{1j})(z - a_j)^{\bar{\lambda}_j} - \\
&\quad - \bar{a}_j\bar{\lambda}_j(1 - i\bar{X}_{2j})(z - a_j)^{\bar{\lambda}_j - 1}]|.
\end{aligned} \tag{1.9}$$

Величины C_{2j-1} , b_{1j} — подлежащие определению, вообще комплексные, а D_1 и D_2 — действительные постоянные, λ_j — корни трансцендентных уравнений, соответствующих каждой угловой точке, X_{kj} — известные постоянные ⁽²⁾.

Свободный член (1.6) уравнения (1.5) обладает логарифмическими особенностями в угловых точках a_k , являющихся точками смены граничных условий. Для обеспечения непрерывности функций $\mu_1(t_0)$ и $\mu_2(t_0)$ потребуем, чтобы множители при этих логарифмических функциях в угловых точках a_k обращались в нуль. При этом получим

$$\begin{aligned}
2 \operatorname{Im} [f(a_k) + C(t)] - 2(D_1 - D_2) + 2 \operatorname{Im} \sum_{j=1}^m b_{2j} |\overline{\eta_j(a_k)} - \zeta_j(a_k)| - \\
- 2 \operatorname{Im} g(a_k) + 2(\kappa D_1 + D_2) - 2 \operatorname{Im} \sum_{j=1}^m b_{1j} |\overline{\omega_j(a_k)} - \zeta_j(a_k)| = 0 \\
k = 1, 2, \dots, 2m_1
\end{aligned} \tag{1.10}$$

Эти уравнения являются необходимыми, но недостаточными условиями для определения коэффициентов b_{kj} и $C(t)$.

Интегрируя регулярное уравнение (1.3) и сингулярное уравне-

ние (2.7) статьи (1) по каждому участку L_{2j} от a_{2j-1} до a_{2j} , получаем

$$2 \operatorname{Re} C(t) = \operatorname{Re} \frac{1}{a_{2j} - a_{2j-1}} \int_{a_{2j-1}}^{a_{2j}} \left\{ \mu_1(t) + \mu_2(t) - \frac{1}{2\pi i} \int_L |\mu_1(\tau) + \mu_2(\tau)| d \ln \frac{\bar{\tau} - \bar{t}}{\tau - t} + \right. \\ \left. + \frac{1}{\pi} \int_L \mu_1(\tau) \operatorname{Im} d \frac{\bar{\tau} - \bar{t}}{\tau - t} - 2 \operatorname{Re} f(t) + 2 \operatorname{Re} \sum_{j=1}^m b_{sj} [\xi_j(t) + \overline{\eta_j(t)}] \right\} dt \quad (1.11)$$

$$2 \operatorname{Im} C(t) - 2(D_1 - D_2) = \operatorname{Re} \frac{1}{a_{2j} - a_{2j-1}} \int_{a_{2j-1}}^{a_{2j}} \left\{ - \frac{1}{2\pi} \int_L |\mu_1(\tau) - \mu_2(\tau)| d \ln \frac{\bar{\tau} - \bar{t}}{\tau - t} + \right. \\ \left. + \frac{1}{2\pi} \int_L \mu_1(\tau) \left[\left(\frac{\bar{\tau} - \bar{t}}{\tau - t} \right)'_{\tau} d\tau + \left(\frac{\tau - t}{\bar{\tau} - \bar{t}} \right)'_{\bar{\tau}} d\bar{\tau} \right] - \operatorname{Im} f(t) - \right. \\ \left. - 2 \operatorname{Im} \sum_{j=1}^m b_{sj} [\overline{\eta_j(t)} - \xi_j(t)] \right\} dt \quad j = 1, 2, \dots, m_1. \quad (1.12)$$

Зафиксируем произвол функций $\varphi^*(z)$ и $\psi^*(z)$ условием

$$\varphi^*(z_0) + i\gamma\psi^*(z_0) = 0, \quad (z_0 \in S) \quad (1.13)$$

Учитывая, что однородная краевая задача (1.1) и (1.2) может иметь, в силу теоремы единственности, решения (2)

$$\varphi_0^*(z) = C_0 \quad \text{и} \quad \psi_0^*(z) = x\bar{C}_0,$$

где C_0 — вообще комплексная постоянная, обращаемая в нуль условием (1.13), а γ — действительный параметр, выбираемый так, чтобы $1 - x^2\gamma^2 \neq 0$. С учетом (1.8) и (1.9) условие (1.13) запишется так:

$$\gamma D_2 - iD_1 = \frac{1}{2\pi i} \int_L \mu_1(\tau) \left(\frac{d\tau}{\tau - z_0} + i\gamma \frac{d\bar{\tau}}{\bar{\tau} - z_0} \right) + \frac{\gamma}{2\pi} \int_L \frac{\mu_2(\tau) d\tau}{\tau - z_0} - \\ - \frac{\gamma}{2\pi} \int_L \frac{\tau \mu_1(\tau) d\tau}{(\tau - z_0)^2} + \frac{1}{2} \sum_{j=1}^m |b_{sj}| (z_0 - a_j)^{\lambda_j} (1 - iX_{sj} + i\gamma(\lambda_j + 1)(X_{sj} - iX_{sj})) - \\ - i\gamma \bar{a}_j (1 - iX_{sj})(z_0 - a_j)^{\lambda_j - 1} + \bar{b}_{sj} |(z_0 - a_j)^{\bar{\lambda}_j} (1 - i\bar{X}_{sj} + i\gamma(\bar{\lambda}_j + 1)(\bar{X}_{sj} - i\bar{X}_{sj})) - \\ - i\gamma \bar{a}_j (1 - iX_{sj})(z_0 - a_j)^{\bar{\lambda}_j - 1}|. \quad (1.14)$$

В случае, когда $m_2 = m_3 = 0$ и корни λ_j действительные числа, комплексные коэффициенты $C(t)$, а также действительные b_{sj} вполне определяются уравнениями (1.10), (1.11), (1.12) и (1.14). Если же λ_j — комплексные, то эти уравнения недостаточны для определения $C(t)$ и комплексных коэффициентов b_{sj} . Для этого обратимся к условиям (1.1) и (1.2), которые выполняются одновременно в угловых точках a_k .

Складывая эти условия в точках a_k , получаем

$$(x+1)\varphi^-(a_k) = f(a_k) + g(a_k) + C(t) \quad (1.15)$$

Учитывая формулу Сохоцкого - Племеля для предельных значений интеграла типа Коши в угловых точках контура (²), действительную часть условия (1.15), с учетом (1.8), перепишем так:

$$\begin{aligned} & (x+1) \left(1 - \frac{a_k}{2\pi}\right) \mu_1(a_k) - \frac{x+1}{4\pi i} \int_L \mu_1(\tau) d \ln \frac{\bar{\tau} - \bar{a}_k}{\tau - a_k} + \\ & + \frac{x+1}{2} \operatorname{Re} \sum_{j=1}^m [b_{kj}(1 - i\chi_{kj})(a_k - a_j)^{\lambda_j} + \bar{b}_{kj}(1 - i\bar{\chi}_{kj})(a_k - a_j)^{\bar{\lambda}_j}] = \\ & = \operatorname{Re} [f(a_k) + g(a_k) + C(t)]. \end{aligned} \quad (1.16)$$

Если же m_1 и m_2 отличны от нуля, то коэффициенты b_{kj} , соответствующие этим угловым точкам, расположенным на участках L' и L'' , будем определять из дополнительных условий, получаемых удовлетворением граничных условий (1.1) и (1.2) в этих же угловых точках.

Переходя к пределу при $z \rightarrow a_k$ в (1.8) и (1.9) и подставляя их значения в (1.1) и (1.2), получаем условия, действительные части которых имеют вид:

$$\begin{aligned} & \left(1 - \frac{a_k}{2\pi}\right) |\mu_1(a_k) + \mu_2(a_k)| - \frac{1}{4\pi i} \int_L |\mu_1(\tau) + \mu_2(\tau)| d \ln \frac{\bar{\tau} - \bar{a}_k}{\tau - a_k} + \\ & + \frac{1}{4\pi i} \int_L \mu_1(\tau) \left[\left(\frac{\bar{\tau} - \bar{a}_k}{\tau - a_k}\right)' d\tau - \left(\frac{\tau - a_k}{\bar{\tau} - \bar{a}_k}\right)' d\bar{\tau} \right] = \operatorname{Re} [f(a_k) + C(t)] - \\ & - \operatorname{Re} \sum_{j=1}^m (b_{kj} \bar{\xi}_j(a_k) + \bar{b}_{kj} \xi_j(a_k)), \quad (k = 2m_1 + 1, 2m_1 + 2, \dots, 2m_1 + m_2) \end{aligned} \quad (1.17)$$

$$\begin{aligned} & \left(1 - \frac{a_k}{2\pi}\right) |x\mu_1(a_k) - \mu_2(a_k)| - \frac{1}{4\pi i} \int_L |x\mu_1(\tau) - \mu_2(\tau)| d \ln \frac{\bar{\tau} - \bar{a}_k}{\tau - a_k} - \\ & - \frac{1}{4\pi i} \int_L \mu_1(\tau) \left[\left(\frac{\bar{\tau} - \bar{a}_k}{\tau - a_k}\right)' d\tau - \left(\frac{\tau - a_k}{\bar{\tau} - \bar{a}_k}\right)' d\bar{\tau} \right] = \operatorname{Re} g(a_k) - \\ & - \operatorname{Re} \sum_{j=1}^m (b_{kj} \bar{\omega}_j(a_k) + \bar{b}_{kj} \omega_j(a_k)) \end{aligned} \quad (1.18)$$

$$(k = 2m_1 + m_2 + 1, 2m_1 + m_2 + 2, \dots, 2m_1 + m_2 + m_2)$$

Здесь a_k — внутренние углы области, образованные касательными к контуру в точках a_k .

Учитывая то, что λ_j для угловых точек, расположенных на L' и L'' действительны, а следовательно, действительны и b_{kj} , соответ-

ствующие этим углам, в (1.17) и (1.18) взяты действительные части вышеупомянутых предельных значений, так как мнимые части этих условий содержат фиксированные особенности. Значения же искомым плотностей в угловых точках контура, ввиду их непрерывности, будем брать как средние, принимаемые $\mu_1(t)$ и $\mu_2(t)$ слева и справа от a_k .

Система уравнений (1.10), (1.16), (1.17) и (1.18) с учетом (1.12) и (1.14), составляет полную систему для определения коэффициентов b_{kj} . Определитель этой системы отличен от нуля ввиду линейной независимости функций вида $(z-a_k)^{kj}$, являющихся при $z \rightarrow a_k$ множителями при этих искомым коэффициентах.

2. Докажем разрешимость задачи. Покажем, что однородная система интегральных уравнений не имеет решений, отличных от тривиального. Очевидно, что эта система равносильна однородной краевой задаче

$$\varphi_0^*(t) + t\overline{\varphi_0^{**}(t)} + \overline{\psi_0^*(t)} = C_0(t) \quad \text{при } t \in L' \quad (2.1)$$

$$x\varphi_0^*(t) - t\overline{\varphi_0^{**}(t)} - \overline{\psi_0^*(t)} = 0 \quad \text{при } t \in L'' \quad (2.2)$$

где $C_0(t) = C_{2j-1}^0$ ($j = 1, 2, \dots, m_1$).

Систему интегральных уравнений (1.3), (1.4) и (1.5) можно привести к нормальному виду и записать так:

$$\mu(t_0) + \int N(t_0, z)\mu(z)dz = F(t_0), \quad (2.3)$$

где $\mu(t_0) = (\mu_1, \mu_2)$ — искомый вектор, $N(t_0, z)$ — заданная матрица, а вектор $F(t_0)$ представляет собой сумму

$$F(t_0) = F_0(t_0) + \sum_{k=1}^{2(m+m_1+1)} A_k F_k(t_0), \quad (2.4)$$

где действительные коэффициенты A_k — суть неизвестные постоянные $D_1, D_2, \operatorname{Re} C_k, \operatorname{Im} C_k, \operatorname{Re} b_{kj}$ и $\operatorname{Im} b_{kj}$. Вектор $F_0(t_0)$ зависит только от функций $f(t)$ и $g(t)$, задаваемых на границе L .

Однородная краевая задача (2.1) и (2.2) равносильна интегральному уравнению (2.3) при $F_0(t_0) = 0$, решение которого при этом обозначим через $\mu^0(t_0)$.

Ввиду линейности уравнения (2.3), его решение представим в виде

$$\mu(t_0) = \mu_0(t_0) + \sum_{k=1}^{2(m+m_1+1)} A_k \mu_k(t_0), \quad (2.5)$$

где $\mu_k(t)$ — решения этого же уравнения при $F(t_0) = F_k(t_0)$. Следовательно (2.5) удовлетворяет (2.3) при произвольных значениях A_k .

Система алгебраических уравнений (1.10), (1.12), (1.13), (1.14) и (1.16) при $F_0(t_0) = 0$ имеет только тривиальные решения

$$A_k^0 = 0 \quad (2.6)$$

так как, как было замечено выше, определитель этой системы отличен от нуля. Поэтому, на основании (2.1), (2.2), (2.6) и (1.13), а также теоремы единственности (2), с учетом (1.8) и (1.9), имеем

$$\frac{1}{2\pi i} \int_L \frac{\mu_1^0(\tau) d\tau}{\tau-z} = 0, \quad \frac{1}{2\pi i} \int_L \frac{\mu_2^0(\tau) d\tau}{\tau-z} = 0, \quad (2.7)$$

где $\mu_1^0(\tau)$ и $\mu_2^0(\tau)$ — компоненты вектора $\mu^0(\tau)$. Из (2.7) следует, что $\mu_1^0 = \mu_2^0 = 0$.

Вышеизложенное без существенных изменений применимо и к бесконечной односвязной области с углами.

Ереванский политехнический институт им. К. Маркса

II. Ս. ԶԱՐԳԱՐՅԱՆ

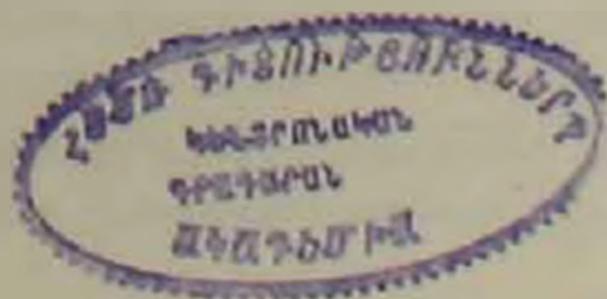
II. ածգականության հարց տեսության հիմնական խառը խնդիրների ինտեգրալ հավասարումների միակապ, անկյուններով տիրույթի նամար

Հողվածում բերված է միակապ, անկյուններով տիրույթի նամար առածգականության տեսության հարթ հիմնական խառը խնդիր ֆրեդհոլմի հավասարումների սխտեմը, որը ստացված է հեղինակի նախորդ հողվածում բերված սինգուլյար հավասարման ռեզուլյարացումով:

Ապացուցվում է այդ հավասարումների լուծելիությունը:

ЛИТЕРАТУРА — ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

¹ С. С. Заргарян, ДАН Арм. ССР, т. LXIII, № 5 (1976). ² Н. Н. Мухелишвили, Сингулярные интегральные уравнения, М., изд. «Наука», 1968.



УДК 539.3

МЕХАНИКА

Академик АН Армянской ССР С. А. Амбарцумян,
Г. Е. Багдасарян, М. В. Белубекян**Флаттер тонких пластин, изготовленных из электропроводящих материалов, при наличии магнитного поля***

(Представлено 8/X 1976)

С целью получения эффективных и достаточно простых методов исследования задач магнитоупругости электропроводящих тонких пластин и оболочек в работах (1,2) была предложена и обоснована гипотеза магнитоупругости тонких тел.

Гипотеза магнитоупругости тонких тел, наряду с гипотезой о недеформируемых нормалях, предполагает, что нормальная компонента возбужденного магнитного поля и касательные компоненты возбужденного электрического поля не изменяются по толщине тонкой колеблющейся пластинки (оболочки).

Аналитически гипотеза магнитоупругости записывается в виде

$$u_x = u(x, y, t) - z \frac{\partial w}{\partial x}, \quad u_y = v(x, y, t) - z \frac{\partial w}{\partial y}, \quad u_z = w(x, y, t)$$
$$h_z = f(x, y, t), \quad e_x = \varphi(x, y, t), \quad e_y = \psi(x, y, t). \quad (1)$$

Здесь, в декартовой системе координат: z — координата нормальная к срединной поверхности пластинки (оболочки), u_x, u_y, u_z компоненты вектора перемещения частиц пластинки, h_z — нормальная компонента возбужденного магнитного поля, e_x, e_y — тангенциальные компоненты возбужденного электрического поля в области занимаемой пластинкой.

Соотношения (1) значительно облегчают решение задач магнитоупругих колебаний пластин и оболочек: во-первых, упрощаются уравнения движения и уравнения электродинамики в области занимаемой пластинкой; во-вторых, устанавливается класс задач, для которых задача нахождения перемещений (напряжений) пластинки и компонент возбужденного электромагнитного поля в области занимаемой пластинкой отделяется от задачи нахождения возбужденного электромагнитного поля в области окружающей пластинку, т. е. трехмерная задача магнитоупругих колебаний пластинки приводится к двумерной (3,4); в-третьих, при дополнительных допущениях о характере изменения возбужден-

* Работа доложена на XIV Международном конгрессе по теоретической и прикладной механике (Нидерланды, 1976).

ного электромагнитного поля в среде окружающей пластинку ⁽⁵⁾, приведение трехмерной задачи к двумерной оказывается возможным и в общем случае.

Гипотеза магнитоупругости тонких тел была обоснована путем сравнения результатов полученных для частных задач как с использованием соотношений (1) так и без использования допущений относительно компонент возбужденного электромагнитного поля ^(1,2,6); исследования результатов полученных методом асимптотического интегрирования общих уравнений задачи в области занимаемой пластинкой (оболочкой) ^(1,2); изучения экспериментальных данных ⁽⁷⁾.

Опираясь на гипотезу магнитоупругости тонких тел, рассмотрим некоторые задачи устойчивости электропроводящей пластинки при обтекании потоком газа в присутствии электромагнитного поля.

Пусть бесконечная пластинка постоянной толщины $2h$ обтекается сверхзвуковым потоком непроводящего газа со скоростью U . Материал пластинки обладает конечной электропроводностью σ .

Прямоугольная декартова система координат (x, y, z) выбирается так, что плоскость (xoy) совпадает со срединной плоскостью пластинки, а ось x имеет направление скорости обтекания.

Будут рассматриваться три частных случая задания магнитного поля. В первых двух случаях магнитное поле H_0 считается постоянным.

1. *Магнитное поле имеет направление оси oz.* В этом случае применение гипотез магнитоупругости тонких тел значительно упрощает задачу и вопрос исследования устойчивости пластинки, когда аэродинамические силы вводятся согласно линеаризованной формуле «закона плоских сечений» ⁽⁸⁾, приводится к излучению следующего уравнения

$$D \Delta^2 w + \frac{\chi \rho_0}{\alpha_0} \left(\frac{\partial w}{\partial t} + U \frac{\partial w}{\partial x} \right) + 2\phi h \sigma \frac{\partial w}{\partial t} + 2\phi h \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = \frac{2\gamma h^3}{3c^3} H_0^2 \frac{\partial \Delta w}{\partial t}.$$

Здесь c — скорость света в вакууме. Остальные обозначения общепринятые в теории флаттера пластин.

Ограничиваясь рассмотрением колебаний в направлении координаты x и представляя решение уравнения в виде

$$w = w_0 \exp i(\omega t - kx)$$

получим следующее характеристическое уравнение

$$\omega^3 - \Omega_0^2 + (\varepsilon + \gamma) i\omega + \frac{\alpha}{3} k^2 h^3 H_0^2 i\omega + \gamma i k U = 0$$

Пользуясь критерием Рауса—Гурвица для алгебраических уравнений с комплексными коэффициентами ^(8,9) получим выражение для критической скорости флаттера

$$U_* = \left(1 + \frac{\varepsilon + \alpha k^2 h^3 H_0^2 / 3}{\gamma} \right) \frac{\Omega_0}{k}$$

Здесь Ω_0 — частота собственных колебаний пластинки, k — волновое число

$$\gamma = \frac{\alpha p_0}{2\rho h a_0}, \quad \alpha = \frac{\sigma}{\rho c^2}$$

Формула для критической скорости флаттера показывает, что наличие магнитного поля приводит к увеличению критической скорости. Причем критическая скорость увеличивается с увеличением как электропроводности материала пластинки так и напряженности магнитного поля. Кроме того видно, что влияние магнитного поля более существенно для коротких волн. Видно также, что влияние магнитного поля имеет такой же характер, что и коэффициент демпфирования ϵ .

2. *Магнитное поле параллельно оси oy .* В этом случае кроме, гипотезы магнитоупругости тонких тел, используются также допущения о характере изменения электромагнитного поля вблизи поверхности пластинки (5). В частности, предполагается, что на некотором расстоянии λ по внешней к поверхности пластинки нормали, тангенциальные компоненты возбужденного магнитного поля не зависят от координаты z . В этом случае задача приводится к исследованию следующей системы уравнений (колебания зависят только от координаты x)

$$D \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\alpha p_0}{a_0} \left(\frac{\partial w}{\partial t} + U \frac{\partial w}{\partial x} \right) + 2\rho h \epsilon \frac{\partial w}{\partial t} + 2\rho h \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = - \frac{H_0}{4\pi} \Phi$$

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial t^2} = \frac{2}{\lambda c} \left(- \frac{H_0}{c} \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} + \frac{c}{8\pi \sigma h} \frac{\partial \Phi}{\partial t} \right), \quad \Phi \equiv h_x^+ - h_x^-$$

где h_x^+ , h_x^- — значения соответствующей компоненты возбужденного магнитного поля на поверхностях пластинки $z = \pm h$, λ — некоторый характерный размер задачи (в данном случае длина полуволны).

Решение задачи представляется в виде

$$w = w_0 \exp i (\omega t - kx), \quad \Phi = \Phi_0 \exp i (\omega t - kx)$$

Изучение характеристического уравнения методом Рауса-Гурвица дает, для определения критической скорости флаттера, следующее выражение

$$U_*^2 = \left(1 + \frac{\epsilon + \alpha H_0^2}{\gamma} \right) \left(1 + \frac{\epsilon + k\beta + \alpha H_0^2}{\gamma} \right) \frac{\Omega_0^2}{k^2} + \beta \frac{\gamma + \epsilon}{k} \left(1 + \frac{\epsilon + k\beta + \alpha H_0^2}{\gamma} \right)^2,$$

$$\beta = 4\pi \sigma h$$

Здесь в отличие от случая, когда магнитное поле параллельно оси z критическая скорость флаттера содержит члены, которые показывают взаимовлияние магнитного поля и демпфирования. Они записываются в виде произведений коэффициента демпфирования и интенсивности магнитного поля.

3. *Собственное магнитное поле.* Пусть пластинка служит проводником равномерно распределенного электрического тока плотности I_0 и направленного по оси ox .

Используя гипотезу магнитоупругости тонких тел и «закон плоских сечений», уравнение задачи флаттера пластинки в случае, когда колебания не зависят от координаты y , приведем к виду (эффект Холла не учитывается)

$$D \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + \frac{x \rho_0}{a_0} \left(\frac{\partial w}{\partial t} + U \frac{\partial w}{\partial x} \right) + 2\rho h \varepsilon \frac{\partial w}{\partial t} + 2\rho h \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} =$$

$$= \frac{32\pi^2 \rho_0 I_0^2 h^3}{15c^4} \frac{\partial^3 w}{\partial x^3 \partial t} + \frac{8}{3} \frac{\pi I_0^2 h^3}{c^2} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2}$$

Приведенная задача относится к классу задач для которых не требуется определения электромагнитного поля в среде окружающей пластинку.

Исследование характеристического уравнения, получаемого согласно приведенному уравнению, дает следующую формулу критической скорости флаттера

$$U_* = \left(1 + \frac{\varepsilon + \alpha k^2 h^3 H_1^2 / 15}{\gamma} \right) \sqrt{\frac{\Omega_0^2}{k^2} + \frac{H_1^2}{12\pi\rho}}, \quad H_1 = \frac{4\pi h}{c} I_0.$$

Рассматривая формулу, замечаем, что собственное магнитное поле, обусловленное сторонним электрическим током, выступает как аналогично коэффициенту демпфирования ε , так и как параметр увеличивающий скорость распространения возмущений.

Институт механики
Академии наук Армянской ССР

Հայկական ՍՍՀ ԳԱ ակադեմիկոս Ս. Ա. ՀԱՄԲԱՐՑՅԱՆ, Գ. Ե. ԲԱԳԴԱՍԱՐՅԱՆ,
Մ. Վ. ԲԵԼՈՒԲԵԿՅԱՆ

Էլեկտրահաղորդիչ նյութից պատրաստած բարակ սալի ֆլատերը մագնիսական դաշտի առկայության դեպքում

Ելնելով բարակ մարմինների մագնիսաառաձգականության վարկածից, դիտարկված են մի քանի խնդիրներ առաձգական բարակ սալի կայունության վերաբերյալ ոչ հաղորդիչ գազի հոսանքում, երբ սալի նյութն ունի հաստատուն վերջավոր էլեկտրահաղորդականություն: Ուսումնասիրված են երկայնական և ընդլայնական մագնիսական դաշտերի դեպքերը: Դիտարկված է նաև սեփական մագնիսական դաշտի դեպքը, այսինքն այն դեպքը, երբ սալով անցնում է հավասարաչափ բաշխված էլեկտրական հոսանք:

Բոլոր նշված դեպքերում ստացված են պարզ բանաձևեր կրիտիկական արագության հաշվման համար: Ուսումնասիրված են ինչպես արտաքին մագնիսական դաշտի, այնպես և նյութի հաղորդականության ազդեցությունը կրիտիկական արագության մեծության վրա: Ցույց է տրված, որ մագնիսական դաշտի առկայությունը բերում է կրիտիկական արագության մեծացմանը:

ЛИТЕРАТУРА — ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

- ¹ С. А. Амбарцумян, Г. Е. Багдасарян, М. В. Белубекян, ПММ, т. 35, вып. 2 (1971) ² С. А. Амбарцумян, Г. Е. Багдасарян, М. В. Белубекян, ПММ, т. 37, вып. 2 (1971) ³ Г. Е. Багдасарян, М. В. Белубекян, МТИ, № 2 (1974). ⁴ М. В. Белубекян.

ДАН АрмССР, т. LXI, № 2 (1975). * М. В. Белубекян, К задаче колебаний токонесущих пластин «Известия АН АрмССР, Механика», т. XXVIII, № 2 (1975). * Г. Е. Багдасарян, Н. А. Мкртчян, «Известия АН АрмССР, Механика», т. XXVIII, № 1, (1975). * Р. И. Опокимян, Ю. И. Косакян, Р. М. Мартиросян, «Известия АН АрмССР, Механика», т. XXVII, № 6 (1971) * В. В. Белогин, Неконсервативные задачи теории упругой устойчивости, Физматгиз, М., 1961. * Н. Г. Чеботарева, Н. С. Мейман, Проблема Рауса—Гурвица для полиномов целых функций, Изд. АН АрмССР, 1949.

УДК 539.3

ТЕОРИЯ УПРУГОСТИ

В. С. Саркисян, Р. Г. Аванесян

Об одной контактной задаче для упругой полосы,
усиленной бесконечным стрингером

(Представлено академиком АН Армянской ССР Н. Х. Арутюняном 26/VI 1976)

Работа посвящена исследованию плоской контактной задаче о передаче нагрузки от бесконечного упругого стрингера малой толщины к заземленной одной гранью полосе. Предполагается, что для стрингера, нагруженного одновременно вертикальными и горизонтальными силами, справедлива модель изгиба балки в сочетании с моделью одноосного напряженного состояния стержня (^{1,2}). В рамках этой модели поставленная задача математически формулируется в виде системы интегродифференциальных уравнений относительно неизвестных контактных напряжений. При помощи преобразования Фурье решение последней системы представляется интегралами довольно простой структуры.

В частном случае, когда стрингер только изгибается под действием вертикальных сил, из этого решения получается решение задачи об изгибе бесконечной балки на упругой заземленной одной гранью полосе, представляющей аналог известной задачи Герсеванова-Мачерета (³).

В другом частном случае, когда стрингер под действием только горизонтальных сил находится в одноосном напряженном состоянии, из этого же решения получается решение задачи, представляющей аналог известной задачи Мелана (⁴).

В указанных двух частных случаях получены числовые результаты, иллюстрирующие ход изменения контактных напряжений. Следует отметить, что обсуждаемая здесь задача непосредственно связана с кругом задач об изгибе балок и плит на упругом основании, которым посвящены работы (⁵⁻⁸).

1°. Пусть упругая изотропная полоса толщины H , заземленная гранью $y = -H$ и находящаяся в условиях плоской деформации, на другой своей грани усилена бесконечным упругим стержнем (стрингером) малой толщины h .

Пусть далее усиленная таким способом полоса нагружена вертикальными и горизонтальными силами интенсивностей $p_0(x)$ и $q_0(x)$

соответственно (рис. 1) Требуется определить законы изменения нормальных и тангенциальных контактных напряжений вдоль линии соединения стрингера с полосой. При этом, как отмечалось выше, будем предполагать, что стрингер в вертикальном направлении изгибается как

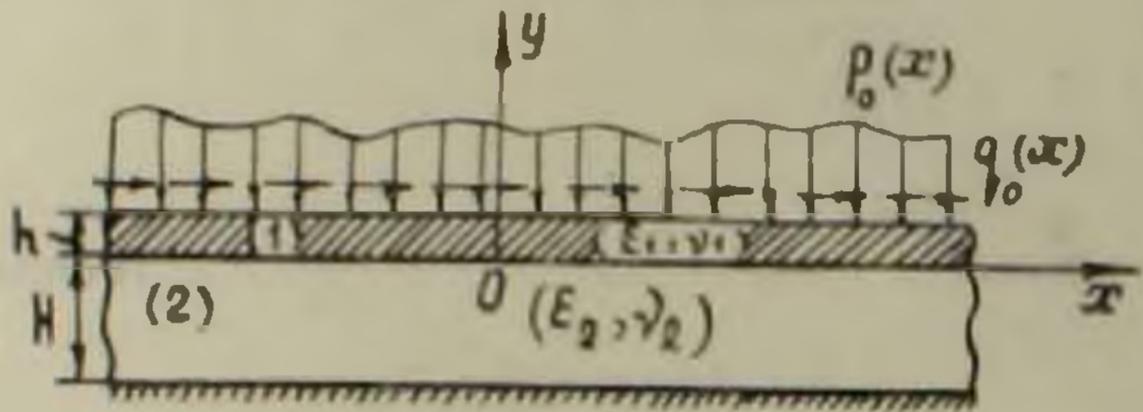


Рис. 1

обычная балка, а в горизонтальном направлении сжимается или растягивается как стержень, находясь в одноосном напряженном состоянии. Будем предполагать также, что стержень обладает конечной жесткостью на изгиб, вследствие чего будем считать модуль упругости стержня E_1 на много больше модуля упругости полосы E_2 . Последнее предположение обусловлено малостью толщины стержня.

Приступим теперь к выводу основной системы разрешающих функциональных уравнений. Предварительно приведем выражения перемещений граничных точек упругой полосы. Обозначим интенсивности нормальных и горизонтальных контактных напряжений действующих вдоль линии соединения стрингера с упругой полосы через $p(x)$ и $q(x)$ соответственно. Тогда исходя из (1⁰) при помощи преобразования Фурье легко получить, что вертикальные и горизонтальные перемещения граничных точек упругой полосы $v_2(x)$ и $u_2(x)$ выражаются формулами

$$\begin{cases} v_2(x) = \int_{-\infty}^{\infty} k_{11}(|x-\xi|)p(\xi)d\xi + \int_{-\infty}^{\infty} k_{12}(x-\xi)q(\xi)d\xi \\ u_2(x) = \int_{-\infty}^{\infty} k_{21}(x-\xi)p(\xi)d\xi + \int_{-\infty}^{\infty} k_{22}(|x-\xi|)q(\xi)d\xi \end{cases} \quad (-\infty < x < \infty) \quad (1.1)$$

где

$$\left. \begin{aligned} k_{1j}(x) &= \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} K_{1j}(s) |(2-j)\cos sx + (j-1)\sin sx| ds \\ k_{2j}(x) &= \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} K_{2j}(s) |(j-1)\cos sx + (2-j)\sin sx| ds \end{aligned} \right\} \quad (j=1, 2)$$

$$K_{jj}(s) = (2x+1)[2Hxs + (-1)^j(x+1)\text{sh}2Hs]/2\mu sK(s)$$

$$K_{12}(s) = K_{21}(s) = [4H^2x^2s^2 + (x+1)(1-\text{ch}2Hs)]/2\mu sK(s)$$

$$K(s) = 2\mu(\mu+1)\text{ch}2Hs + \mu^2(1/H^2s^2 + 1) + (\mu+1)^2,$$

в $x = (\lambda + \mu)/2\mu$, λ и μ постоянные Ляме материала полосы.

С другой стороны, согласно принятой выше модели можем записать:

$$\begin{cases} D \frac{d^4 v_1(x)}{dx^4} = p(x) - p_0(x) \\ E_1 h \frac{d^2 u_1(x)}{dx^2} = q(x) - q_0(x) \end{cases} \quad (-\infty < x < \infty), \quad (1.2)$$

где D — жесткость стержня на изгиб.

Поскольку

$$u_1(x) = u_2(x), \quad v_1(x) = v_2(x) \quad (-\infty < x < \infty),$$

то на основании (1.1) и (1.2) относительно неизвестных контактных напряжений $p(x)$ и $q(x)$ получим следующую систему интегродифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} D \frac{d^4}{dx^4} \left[\int_{-\infty}^{\infty} k_{11}(|x-\xi|) p(\xi) d\xi + \int_{-\infty}^{\infty} k_{12}(x-\xi) q(\xi) d\xi \right] = p(x) - p_0(x) \\ E_1 h \frac{d^2}{dx^2} \left[\int_{-\infty}^{\infty} k_{21}(x-\xi) p(\xi) d\xi + \int_{-\infty}^{\infty} k_{22}(|x-\xi|) q(\xi) d\xi \right] = q(x) - q_0(x) \end{cases} \quad (-\infty < x < \infty), \quad (1.3)$$

В частном случае, когда под действием вертикальных сил $p_0(x)$ ($q_0(x) = 0$) струнгер только изгибается, вместо системы (1.3) будем иметь интегро-дифференциальное уравнение:

$$D \frac{d^4}{dx^4} \left[\int_{-\infty}^{\infty} k_{11}(|x-\xi|) p(\xi) d\xi \right] = p(x) - p_0(x) \quad (-\infty < x < \infty), \quad (1.4)$$

В другом частном случае, когда под действием горизонтальных сил $q_0(x)$ ($p_0(x) = 0$) струнгер только растягивается, будем иметь интегро-дифференциальное уравнение:

$$E_1 h \frac{d^2}{dx^2} \left[\int_{-\infty}^{\infty} k_{22}(|x-\xi|) q(\xi) d\xi \right] = q(x) - q_0(x) \quad (-\infty < x < \infty), \quad (1.5)$$

2°. Применяв к обеим частям системы (1.3) преобразование Фурье, после некоторых выкладок ее решение представим формулами:

$$\begin{cases} q(x) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \left[K_{11}^*(s) Q_0(s) - K_{12}^*(s) P_0(s) \right] \frac{e^{-isx}}{K^*(s)} ds \\ p(x) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \left[s^2 K_{21}^*(s) Q_0(s) + K_{22}^*(s) P_0(s) \right] \frac{e^{-isx}}{K^*(s)} ds \end{cases} \quad (-\infty < x < \infty), \quad (2.1)$$

Здесь приняты обозначения:

$$K_{jj}^*(s) = |D|s|^2(2-j) + E_1 h |s|(j-1)| \cdot [(x+1) \operatorname{sh} 2H|s| + (-1)^j 2Hx|s|] (2x+1) + 2\mu K(s) \quad (j=1, 2),$$

$$K_{12}^*(s) = K_{21}^*(s) = iDs[(x+1)(1 - \operatorname{ch} 2Hs) + 4H^2 x^2 s^2],$$

$$K^*(s) = E_1 h D s^4 [(x+1)^2 (\operatorname{ch} 2Hs - 1) - 2H^2 x^2 s^2] + \mu [(2x+1)|s| [(E_1 h + iDs^2)(x+1) \operatorname{sh} 2H|s| + 2Hx|s|(E_1 h - Ds^2)] + 2\mu K(s)],$$

$$P_0(s) = \int_{-\infty}^{\infty} p_0(\xi) e^{i s \xi} d\xi, \quad Q_0(s) = \int_{-\infty}^{\infty} q_0(\xi) e^{i s \xi} d\xi$$

Из формулы (2.1) вытекает, что решения частных интегро-дифференциальных уравнений (1.4) и (1.5) будут даваться соответственно формулами:

$$p(x) = \frac{\mu}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{K(s)}{K_{11}^*(s)} P_0(s) e^{-i s x} ds \quad (2.2)$$

$(-\infty < x < \infty).$

$$q(x) = \frac{\mu}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{K(s)}{K_{22}^*(s)} Q_0(s) e^{-i s x} ds \quad (2.3)$$

3°. Предположим, что, в частности, $p_0(x) = P\delta(x)$ и $q_0(x) = Q\delta(x)$, где $\delta(x)$ — известная функция Дирака. Тогда формулы (2.1) примут вид:

$$\begin{cases} q(x) = \frac{\mu}{\pi} \left\{ Q \int_0^{\infty} \frac{K_{11}^*(s)}{K^*(s)} \cos s x ds - P \int_0^{\infty} \frac{K_{12}^*(s)}{K^*(s)} \sin s x ds \right\} \\ p(x) = \frac{\mu}{\pi} \left\{ Q \int_0^{\infty} \frac{s^2 K_{21}^*(s)}{K^*(s)} \sin s x ds + P \int_0^{\infty} \frac{K_{22}^*(s)}{K^*(s)} \cos s x ds \right\} \end{cases} \quad (-\infty < x < \infty) \quad (3.1)$$

где $K_{12}^{**}(s) = K_{21}^{**}(s) = -iK_{12}^*(s)$.

Входящие в эти формулы интегралы, кроме первого в выражении тангенциального контактного напряжения $q(x)$, довольно быстро сходятся. Что же касается указанного интеграла, то его сходимость можно ускорить приняв во внимание асимптотическое представление

$$\frac{K_{11}^*(s)}{K^*(s)} = \frac{A_0}{x_0 + s} + O(s^{-4}) \quad s \rightarrow \infty,$$

где $A_0 = (2x+1)/E_1 h(x+1)$, $x_0 = \mu A_0$.

А именно, тогда можем записать

$$\int_0^{\infty} \frac{K_{11}^*(s)}{K^*(s)} \cos s x ds = A_0 \int_0^{\infty} \frac{\cos s x}{x_0 + s} ds + \int_0^{\infty} \left[\frac{K_{11}^*(s)}{K^*(s)} - \frac{A_0}{x_0 + s} \right] \cos s x ds$$

После элементарных выкладок отсюда находим:

$$\int_0^{\infty} \frac{K_{11}^*(s)}{K^*(s)} \cos sx ds = -A_0 \left[\cos x_0 x \operatorname{ci} x_0 x + \operatorname{si} x_0 x \operatorname{si} x_0 x \right] +$$

$$+ \int_0^{\infty} \frac{\mu(x_0+s)K_{11}^*(s) - x_0 K^*(s)}{\mu(x_0+s)K^*(s)} \cos sx ds,$$

где второй интеграл уже довольно быстро сходится. Учитывая последнюю формулу, для функции $q(x)$ из (3.1) будем иметь:

$$q(x) = -\frac{x_0}{\pi} Q \left[\cos x_0 x \operatorname{ci} x_0 x + \operatorname{si} x_0 x \operatorname{si} x_0 x \right] +$$

$$(-\infty < x < \infty) \quad (3.2)$$

$$+ \frac{\mu}{\pi} \left\{ Q \int_0^{\infty} \frac{\mu(x_0+s)K_{11}^*(s) - x_0 K^*(s)}{\mu(x_0+s)K^*(s)} \cos sx ds - P \int_0^{\infty} \frac{K_{12}^{**}(s)}{K^*(s)} \operatorname{shi} sx ds \right\}$$

где $\operatorname{si} x$ и $\operatorname{ci} x$ — известные интегральные синус и косинус функции соответственно (11).

В рассматриваемом частном случае формулы же (2.2) и (2.3) переходят в следующие:

$$p(x) = \frac{2\mu P}{\pi} \int_0^{\infty} \frac{K(s)}{K_{11}^*(s)} \cos sx ds \quad (3.3)$$

$$(-\infty < x < \infty).$$

$$q(x) = \frac{2\mu Q}{\pi} \int_0^{\infty} \frac{K(s)}{K_{22}^*(s)} \cos sx ds \quad (3.4)$$

Поступая с интегралом (3.4) аналогичным образом, представляем его в виде:

$$q(x) = -\frac{x_1}{\pi} Q \left[\cos x_1 x \operatorname{ci} x_1 x + \operatorname{si} x_1 x \operatorname{si} x_1 x \right] +$$

$$(-\infty < x < \infty) \quad (3.5)$$

$$+ \frac{Q}{\pi} \int_0^{\infty} \frac{2\mu(x_1+s)K(s) - x_1 K_{22}^*(s)}{(x_1+s)K_{22}^*(s)} \cos sx ds, \quad x_1 = 4\mu x / E_1 h(2x+1).$$

Таким образом, решение контактной задачи об изгибе сосредоточенной силой P бесконечной балки на упругой, защемленной одной гранью, полосе (аналог задачи Герсенакова—Мачерета) дается интегралом (3.3), что представляет собой закон распределения нормальных контактных напряжений под балкой. Закон же распределения тангенциальных контактных напряжений под бесконечной накладкой малой толщины, сва-

ренной с упругой полосой (аналог задачи Мелана), от горизонтальной сосредоточенной силы Q дается формулой (35). При этом функция $q(x)$ в последней формуле представлена в виде

$$q(x) = q_1(x) + R(x),$$

где функция

$$q_1(x) = -\frac{x_1}{\pi} Q [\cos x_1 x \operatorname{ci} x_1 x + \sin x_1 x \operatorname{si} x_1 x]$$

соответствует решению известной задачи Мелана для полуплоскости (4), а

$$R(x) = \frac{Q}{\pi} \int_0^{\infty} \frac{2\mu(x_1+s)K(s) - x_1 K_{22}^*(s)}{(x_1+s)K_{22}^*(s)} \cos s x ds$$

быстро сходящийся интеграл. Отсюда следует, что при больших x закон распределения тангенциальных контактных напряжений в обсуждаемой задаче совпадает с известным законом Мелана.

4. Для двух частных случаев, указанных выше, исходя из формул (3.3) и (3.4) получены числовые результаты. С этой целью они представлены в виде

$$\frac{p^*(\xi)}{P} h = \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} \frac{[\lambda_1(1+e^{-4k_1 s_1}) + (4k_1^2 s_1^2 + \lambda_1^2 + 1)e^{-2k_1 s_1}] \cos s_1 \xi ds_1}{(1-\nu_2^2)k_2 s_1 [\lambda_1(1-e^{-4k_1 s_1}) - 4k_1 s_1 e^{-2k_1 s_1}] + 6 + \lambda_1(1+e^{-4k_1 s_1}) + (4k_1^2 s_1^2 + \lambda_1^2 + 1)e^{-2k_1 s_1}}$$

(4.1)

$$\frac{q^*(\xi)}{Q} h = \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} \frac{[\lambda_1(1+e^{-4k_1 s_1}) + (4k_1^2 s_1^2 + \lambda_1^2 + 1)e^{-2k_1 s_1}] \cos s_1 \xi ds_1}{2(1-\nu_2^2)k_2 s_1 [\lambda_1(1-e^{-4k_1 s_1}) + 4k_1 s_1 e^{-2k_1 s_1}] + \lambda_1(1+e^{-4k_1 s_1}) + (4k_1^2 s_1^2 + \lambda_1^2 + 1)e^{-2k_1 s_1}}$$

(4.2)

где безразмерные координаты $\xi = x/h$, $s_1 = h s$ и введены обозначения $p^*(\xi) = p(\xi h)$, $q^*(\xi) = q(\xi h)$, $k_1 = H/h$, $k_2 = E_1/E_2$, $\lambda_1 = 3 - 4\nu_2$.

Вычисления по формулам (4.1) и (4.2) проводились на ЭВМ «Наирн-2». При этом за материал бесконечного стержня один раз брался латунь с $E_1 = 0,8 \cdot 10^6$ кг/см², а другой раз бралась $E_1 = 1,2 \cdot 10^6$ кг/см². В обоих случаях за материал полосы брался свинец с $E_2 = 0,17 \cdot 10^6$ кг/см² и $\nu_2 = 0,3$. Тогда $k_2 = 4,706$ и $7,059$. Кроме того, было положено $k_1 = 5$.

Результаты вычислений приведены в табл. 1 и 2, согласно которым величины $p^*(\xi)h/P$ и $q^*(\xi)h/Q$ довольно быстро затухают. За-

метим, что при $k_2=90$ и $k_1=20$ результаты вычислений по формуле (4.1) незначительно отличаются от соответствующих результатов Герсеванова—Мачерета.

$p^*(\xi)h/P$ Таблица 1

ξ	k_2	
	1,706	7,059
0	0.431634	0.377929
0.2	0.410279	0.362891
0.4	0.369798	0.333570
1	0.230269	0.226424
2	0.071158	0.088007
3	0.009084	0.021356

$q^*(\xi)h/U$ Таблица 2

ξ	k_2	
	4,706	7,059
0	∞	∞
0.2	0.128726	0.098751
0.5	0.096766	0.077046
1	0.073745	0.061095
6	0.020702	0.022521
12	0.010216	0.011880
18	0.005331	0.006751

Отметим, что рассмотренную здесь задачу можно обобщить на случай конечных и полубесконечных стержней, а также для анизотропных полос. Рассмотрение этих задач составит предмет последующих сообщений авторов.

В заключение авторы сердечно благодарят Н. Х. Арутюняна и С. М. Мхитаряна, любезно обративших наше внимание на важность исследования упомянутого класса задач и сделавших ряд конкретных ценных указаний и замечаний по этой статье.

Ереванский государственный университет

Վ. Ս. ՍԱՐԳՍՅԱՆ, Բ. Գ. ԱՎԱՆԵՍՅԱՆ

Անվերջ վերադրելով ուժեղացված առածղական շերտի համար մի կոնտակտային խնդրի մասին

Աշխատանքում դիտարկվում է անվերջ վերադրից մի նիստով ամրակցված առածղական շերտին ուժի փոխանցման հարթ կոնտակտային խնդիրը: Խնդրի լուծումը բերվում է անհայտ կոնտակտային լարումների նկատմամբ ինտեգրողի ֆերենցիալ հավասարումների համակարգի լուծմանը: Վերջինիս լուծումը կառուցվում է Ֆուրյեի ինտեգրալ ձևափոխության օգնությամբ: Հետազոտված են կոնտակտային լարումների փոփոխման օրինաչափությունները, որոնց համար Երկու մասնավոր դեպքերում բերված են թվային աղյուսակներ:

ЛИТЕРАТУРА — ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

¹ Н. Х. Арутюнян, С. М. Мхитарян, ПММ, т. 39, вып. 5 (1975). ² А. Б. Ефимова, Б. И. Милый, И. М. Толкачева, «Известия АН СССР», МТТ, № 1, 1969. ³ Н. М. Герсеванов, Я. А. Мачерет, «Гидротехническое строительство», № 10, 1935 и Сб. НИС «Фундаментстрой» № 8 1937. ⁴ E. Melan Ingr—Arch., Bd 3, Nr. 2, s 123—129 (1932). ⁵ М. И. Горбунов-Писапов, Балки и плиты на упругом основании, Машстройиздат, М., 1949. ⁶ Б. Г. Каренев, Вопросы расчета балок и плит на упругом основании, Госстройиздат, М., 1954. ⁷ Б. Н. Жемочкин, А. П. Симицын, Практические методы расчета фундаментальных балок и плит на упругом основании (без гипотезы Винклера), Госстройиздат, М., 1947. ⁸ В. З. Власов, Н. Н. Леонтьев, Балки, плиты и оболочки на упругом основании, Физматгиз, М., 1960. ⁹ В. А. Флорин, Основы механики грунтов, т. 1, Госстройиздат, М.—Л., 1961. ¹⁰ И. И. Ворович, В. М. Александров, В. А. Бабешико, Не-классические смешанные задачи теории упругости, Изд. «Наука», М., 1974. ¹¹ Н. С. Градштейн и И. М. Рыжик, Таблицы интегралов сумм, рядов и произведений, Изд. «Наука», М., 1971.

УДК 539.376

ТЕОРИЯ ПОЛЗУЧЕСТИ

С. Е. Мирзоян

О построении функций влияния для кусочно неоднородно наследственно-стареющей полуплоскости

(Представлено академиком АН Армянской ССР Н. Х. Арутюняном 26/VI 1976)

Построение функций влияния для полуплоскости — определение перемещений ее граничных точек от единичных сосредоточенных вертикальных и горизонтальных сил, в рамках теории ползучести наследственно стареющих сред (¹), когда возраст материала не зависит от пространственных координат, можно осуществить обычными методами решения известной задачи Фламана из теории упругости (²). Когда же возраст материала полуплоскости зависит от пространственных координат, даже в виде простейших функций, решение соответствующей задачи Фламана требует преодоления значительных трудностей математического характера.

В настоящей работе на основе определяющих реологических уравнений теории ползучести неоднородно наследственно-стареющей среды (³) рассматривается задача равновесия упруго-ползучей кусочно неоднородной полуплоскости, состоящей из двух полос, возрасты материала которых различны. В результате строятся функции влияния — перемещения граничных точек такой полуплоскости от единичных вертикальных и горизонтальных сосредоточенных сил, приложенных на ее границе.

1. Пусть деформируемая полуплоскость, механическое поведение которой описывается реологическими уравнениями теории ползучести наследственно-стареющих сред, состоит из полосы ширины H и полосы в виде полуплоскости. Предполагается, что физико-механические характеристики этих полос различные, которые в дальнейшем будут отмечены индексами 1 и 2 соответственно. Пусть далее, такая полуплоскость на своей границе в момент времени $t = t_0$ нагружена вертикальной сосредоточенной силой $P(t)\delta(x)$, где $P(t)$ — произвольная функция от времени, а $\delta(x)$ — известная дельта-функция Дирака (рис. 1).

В случае плоской деформации основные реологические уравнения — связь между напряжениями и деформациями будут (³).

$$\begin{aligned}
e_x^{(j)}(t) &= \frac{\sigma_x^{(j)}(t) - \nu_j \sigma_y^{(j)}(t)}{E_j(t)} - \int_{\tau_0}^t [\sigma_x^{(j)}(\tau) - \nu_j \sigma_y^{(j)}(\tau)] K(t + \rho_j, \tau + \rho_j) d\tau, \\
e_y^{(j)}(t) &= \frac{\sigma_y^{(j)}(t) - \nu_j \sigma_x^{(j)}(t)}{E_j(t)} - \int_{\tau_0}^t [\sigma_y^{(j)}(\tau) - \nu_j \sigma_x^{(j)}(\tau)] K(t + \rho_j, \tau + \rho_j) d\tau, \quad (1.1) \\
\gamma_{xy}^{(j)}(t) &= 2(1 + \nu_j) \left\{ \frac{\tau_{xy}^{(j)}(t)}{E_j(t)} - \int_{\tau_0}^t \tau_{xy}^{(j)}(\tau) K(t + \rho_j, \tau + \rho_j) d\tau \right\}. \quad (j = 1, 2).
\end{aligned}$$

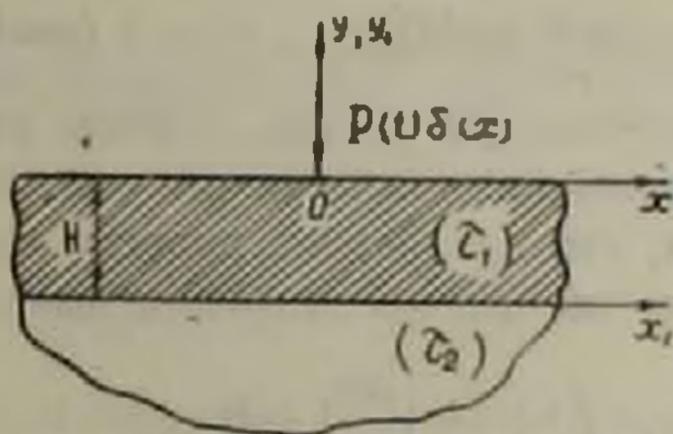


Рис. 1

Здесь $E_j(t)$ — модули упруго-мгновенной деформации, t — момент текущего времени, $\rho_j = \tau_j - \tau_0$, а τ_j — возрасты материалов полос ($j = 1, 2$).

$$K(t, \tau) = \frac{\partial}{\partial \tau} \left[\frac{1}{E(\tau)} + C(t, \tau) \right], \quad (1.2)$$

где

$$C(t, \tau) = \varphi(\tau) [1 - e^{-\eta(t-\tau)}]$$

мера ползучести, $\varphi(\tau)$ — известная функция, определяющая процесс старения материала (²).

Отметим, что при выводе соотношений (1.1) принято условие

$$\nu_j^*(t, \tau) = \nu_j(t) = \nu_j = \text{const}, \quad (1.3)$$

где $\nu_j^*(t, \tau)$ — коэффициент поперечного расширения при деформациях ползучести, а $\nu_j(t)$ — коэффициент поперечного расширения при упруго-мгновенных деформациях. Как известно (¹), это равенство при линейной зависимости между напряжениями и деформациями приводит к равенству между упруго-мгновенными напряжениями, вызванными поверхностными силами, и соответствующими напряжениями, вычисленными с учетом ползучести.

Обозначив через $u_j(x, y, t)$ и $v_j(x, y, t)$ ($j = 1, 2$) компоненты перемещений в полосах при упруго-мгновенной деформации по на-

правлениям Ox и Oy соответственно, а через $u_j^*(x, y, t)$ и $v_j^*(x, y, t)$ ($j=1, 2$) те же величины — при деформации ползучести, из (1.1) находим, что между ними существует зависимость вида:

$$\begin{aligned} u_j^*(t) &= u_j(t) - \int_0^t u_j(\tau) K_j(t, \tau) d\tau \\ v_j^*(t) &= v_j(t) - \int_0^t v_j(\tau) K_j(t, \tau) d\tau \quad (j=1, 2), \end{aligned} \quad (1.4)$$

где

$$K_j(t, \tau) = E_j(t) K(t + \rho_j, \tau + \rho_j) \quad (j=1, 2).$$

Для решения поставленной задачи, сначала рассмотрим соответствующие упруго-мгновенные задачи для полос в отдельности. С этой целью заметим, что для первой полосы должны удовлетворяться уравнения Ляме по пространственным координатам

$$\begin{aligned} \Delta u_1 + \left(1 + \frac{\lambda_1}{\mu_1}\right) \frac{\partial \Theta_1}{\partial x} &= 0 \\ \Delta v_1 + \left(1 + \frac{\lambda_1}{\mu_1}\right) \frac{\partial \Theta_1}{\partial y} &= 0 \end{aligned} \quad \Delta \Theta_1 = 0 \quad (1.5)$$

при граничных условиях

$$\begin{aligned} \sigma_y^{(1)}(t)|_{y=0} &= \left[(\lambda_1 + 2\mu_1) \frac{\partial v_1}{\partial y} + \lambda_1 \frac{\partial u_1}{\partial x} \right] \Big|_{y=0} = -P(t) \delta(x), \\ \tau_{xy}^{(1)}(t)|_{y=0} &= \mu_1 \left[\frac{\partial u_1}{\partial y} + \frac{\partial v_1}{\partial x} \right] \Big|_{y=0} = 0, \end{aligned} \quad (1.6)$$

а для полуплоскости — те же самые уравнения Ляме

$$\begin{aligned} \Delta_1 u_2 + \left(1 + \frac{\lambda_2}{\mu_2}\right) \frac{\partial \Theta_2}{\partial x_1} &= 0 \\ \Delta_1 v_2 + \left(1 + \frac{\lambda_2}{\mu_2}\right) \frac{\partial \Theta_2}{\partial y_1} &= 0 \end{aligned} \quad \Delta_1 \Theta_2 = 0 \quad (1.7)$$

при условиях $\sigma_{x_1}^{(2)}(t), \tau_{x_1 y_1}^{(2)}(t), \sigma_{y_1}^{(2)}(t) \rightarrow 0$ при $x_1^2 + y_1^2 \rightarrow \infty$ (1.8)

Здесь

$$\Delta = \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial x^2}, \quad \Delta_1 = \frac{\partial^2}{\partial y_1^2} + \frac{\partial^2}{\partial x_1^2}, \quad \Theta_1 = \frac{\partial u_1}{\partial x} + \frac{\partial v_1}{\partial y}, \quad \Theta_2 = \frac{\partial u_2}{\partial x_1} + \frac{\partial v_2}{\partial y_1}. \quad (1.9)$$

Введем в рассмотрение образы Фурье по координате x

$$F[u_j] = \bar{u}_j, \quad F[v_j] = \bar{v}_j, \quad F[\Theta_j] = \bar{\Theta}_j,$$

$$F[\sigma_y^{(j)}] = \bar{\sigma}_y^{(j)}, \quad F[\tau_{xy}^{(j)}] = \bar{\tau}_{xy}^{(j)}, \quad (j = 1, 2).$$

Применяя к уравнениям (1.5), (1.7), граничным условиям (1.6) и условиям (1.8) преобразование Фурье, после некоторых выкладок получаем для первой полосы

$$\bar{\Theta}_1(s, y, t) = A(s, t)e^{i s y} + B(s, t)e^{-i s y},$$

$$\bar{u}_1 = [A_1(s, t) + i p_1 y A(s, t) \operatorname{sign} s] e^{i s y} + [B_1(s, t) - i p_1 y B(s, t) \operatorname{sign} s] e^{-i s y},$$
(1.10)

$$\bar{v}_1 = [A_2(s, t) - p_1 y A(s, t)] e^{i s y} + [B_2(s, t) - p_1 y B(s, t)] e^{-i s y},$$

а для полуплоскости будем иметь

$$\bar{\Theta}_2(s, y_1, t) = F(s, t) e^{i s y_1}$$

$$\bar{u}_2 = [D_1(s, t) + i p_2 y_1 F(s, t) \operatorname{sign} s] e^{i s y_1},$$
(1.11)

$$\bar{v}_2 = [D_2(s, t) - p_2 y_1 F(s, t)] e^{i s y_1},$$

где

$$p_j = \frac{1}{2} \left(1 + \frac{\nu_j}{\mu_j} \right) \quad (j = 1, 2), \quad s - \text{параметр преобразования}$$

Фурье.

Из соотношения (1.9) имеем

$$\bar{\Theta}_1 = \frac{d\bar{v}_1}{dy} - i s \bar{u}_1, \quad \bar{\Theta}_2 = \frac{d\bar{v}_2}{dy_1} - i s \bar{u}_2.$$
(1.12)

Далее удовлетворяя граничным условиям и учитывая (1.12), после некоторых выкладок для первой полосы находим

$$\bar{u}_1(s, -H, t) = \frac{i}{2s} \left[a_1 A(s, t) + a_2 B(s, t) + \frac{P(t)}{2\mu_1} (e^k + e^{-k}) \right],$$

$$\bar{v}_1(s, -H, t) = \frac{1}{2|s|} \left[a_3 A(s, t) + a_4 B(s, t) + \frac{P(t)}{2\mu_1} (e^k - e^{-k}) \right],$$
(1.13)

$$\bar{\sigma}_y^{(1)}(s, -H, t) = a_5 A(s, t) - a_6 B(s, t) - \frac{P(t)}{2} (e^k + e^{-k}),$$

$$\bar{\tau}_{xy}^{(1)}(s, -H, t) = i \operatorname{sign} s \left[a_1 A(s, t) - a_2 B(s, t) - \frac{P(t)}{2} (e^k - e^{-k}) \right],$$

а для полуплоскости —

$$\bar{u}_2(s, 0, t) = D_1(s, t), \quad \bar{v}_2(s, 0, t) = D_2(s, t)$$

$$\bar{\sigma}_{y_1}^{(2)}(s, 0, t) = \frac{\mu_2}{\rho_2 + 1} \left[(1 + 2\rho_2)|s|D_2(s, t) + tsD_1(s, t) \right], \quad (1.14)$$

$$\bar{\tau}_{xy_1}^{(2)}(s, 0, t) = -\frac{i\mu_2 \operatorname{sign} s}{\rho_2 + 1} \left[(1 + 2\rho_2)tsD_1(s, t) + |s|D_2(s, t) \right],$$

где

$$\begin{aligned} a_1 &= (\rho_1 + 1 - 2\rho_1 k)e^{-k} + \rho_1 e^k, & a_2 &= \rho_1 e^{-k} + (\rho_1 + 1 + 2\rho_1 k)e^k, \\ a_3 &= (\rho_1 + 1 + 2\rho_1 k)e^{-k} + \rho_1 e^k, & a_4 &= (2\rho_1 k - \rho_1 - 1)e^k - \rho_1 e^{-k}, \end{aligned} \quad (1.15)$$

$$a_5 = \mu_1 \rho_1 |(1 + 2k)e^{-k} - e^k|, \quad a_6 = \mu_1 \rho_1 |e^{-k} + (2k - 1)e^k|,$$

$$a_7 = \mu_1 \rho_1 |(1 - 2k)e^{-k} - e^k|, \quad a_8 = \mu_1 \rho_1 |(1 + 2k)e^k - e^{-k}|, \quad k = |s| \cdot H$$

Имея в виду соотношения (1.4) и приравнявая на линии соединения полос напряжения и перемещения с учетом ползучести, после исключения коэффициентов $D_1(s, t)$ и $D_2(s, t)$ для определения неизвестных $A(s, t)$ и $B(s, t)$ получаем систему интегральных уравнений Вольтерра второго рода:

$$\begin{aligned} & (a_1 + a_3)A(s, t) + (a_2 + a_4)B(s, t) + \frac{\rho_2 + 1}{\rho_2 \mu_2} \left[(a_6 + a_8)B(s, t) - (a_5 + a_7)A(s, t) \right] - \\ & - \int_0^t [(a_1 + a_3)A(s, \tau) + (a_2 + a_4)B(s, \tau)] K_1(t, \tau) d\tau - \frac{\rho_2 + 1}{\rho_2 \mu_2} \int_0^t [(a_6 + a_8)B(s, \tau) - \\ & - (a_5 + a_7)A(s, \tau)] K_2(t, \tau) d\tau = -\frac{e^k}{\mu_1} \left[P(t) - \int_0^t P(\tau) K_1(t, \tau) d\tau \right] - \frac{\rho_2 + 1}{\rho_2 \mu_2} \left[P(-t) - \int_0^t P(\tau) K_2(t, \tau) d\tau \right] e^k, \end{aligned} \quad (1.16)$$

$$\begin{aligned} & (a_1 - a_3)A(s, t) + (a_2 - a_4)B(s, t) + \frac{1}{\mu_2} [(a_5 - a_7)A(s, t) - (a_6 - a_8)B(s, t)] - \\ & - \int_0^t [(a_1 - a_3)A(s, \tau) + (a_2 - a_4)B(s, \tau)] K_1(t, \tau) d\tau - \frac{1}{\mu_2} \int_0^t [(a_5 - a_7)A(s, \tau) - \\ & - (a_6 - a_8)B(s, \tau)] K_2(t, \tau) d\tau = -\frac{e^{-k}}{\mu_2} \left[P(t) - \int_0^t P(\tau) K_1(t, \tau) d\tau \right] + \\ & + \frac{e^{-k}}{\mu_2} \left[P(t) - \int_0^t P(\tau) K_2(t, \tau) d\tau \right]. \end{aligned}$$

Для получения более простых результатов в дальнейшем, примем, что упругие постоянные для материалов полосы и полуплоскости равны, т. е.

$$\rho_1 = \rho_2 = \rho, \quad E_1(t) = E_2(t) = E = \text{const}, \quad \tau_1 = \tau_2 = \tau$$

Тогда систему (1.16) можно преобразовать к одному интегральному уравнению следующего вида:

$$2(2p+1)\chi(s, t) + \int_0^t [mK_1(t, \tau) + nK_2(t, \tau)]\chi(s, \tau) d\tau = L(s, t), \quad (1.17)$$

где

$$\chi(s, t) = \alpha A(s, t) + \beta B(s, t), \quad m = -2(2p+1) - n,$$

$$L(s, t) = \beta f_2(s, t) + \alpha [f_1(t) - 2kf_2(s, t)].$$

$$f_1(t) = -\frac{2p+1}{p^2} P(t) + \frac{1}{p} \int_0^t P(\tau) \left[K_1(t, \tau) + \frac{p+1}{p} K_2(t, \tau) \right] d\tau, \quad (1.18)$$

$$f_2(s, t) = \frac{e^{-2k}}{p} \int_0^t P(\tau) [K_1(t, \tau) - K_2(t, \tau)] d\tau$$

α и β — некоторые величины от s .

Здесь n корень квадратного уравнения

$$n^2 - 2[4k^2 p e^{-2k} + (2p+1)(e^{-2k} - 1)]n + 4p(e^{-2k} - 1) \times \\ \times [4k^2 p e^{-2k} + (p+1)(e^{-2k} - 1)] - 16k^2 p e^{-2k}(1 + p e^{-2k}) = 0, \quad (1.19)$$

а отношение $h = \alpha/\beta$ — квадратного уравнения

$$4k(1 + p e^{-2k})h^2 + 2[4k^2 p e^{-2k} + e^{-2k} - 1]h - 4k p e^{-2k} = 0. \quad (1.20)$$

2. Можно показать, что решение интегрального уравнения (1.17) эквивалентно решению дифференциального уравнения второго порядка с переменными коэффициентами при известных начальных условиях, решение которого будет даваться формулой (1)

$$\chi(s, t) = \frac{\beta f_2(s, t) + \alpha [f_1(t) - 2kf_2(s, t)]}{2(2p+1)} - |\eta'(s, \tau_0) - \tau| \times \\ \times \frac{\alpha f_1(\tau_0)}{2(2p+1)} \int_0^t e^{-\chi(s, \tau)} d\tau - \int_0^t \frac{1}{2(2p+1)} e^{-\chi(s, \tau)} d\tau \int_0^t [\beta f_2(z) + \\ + \alpha [f_1(z) - 2kf_2(s, z)]] e^{\chi(s, z)} |\eta'(s, z) - \tau| dz, \quad (2.1)$$

где

$$\eta(s, t) = \int_0^t A^0(s, \tau) d\tau,$$

$$A^*(s, t) = \frac{\gamma}{2(2p+1)} [2(2p+1) - m_1 E \varphi_1(t) - n_1 E \varphi_2(t)].$$

После этого можно записать перемещение граничных точек кусочно-неоднородной упруго-ползучей полуплоскости. Остановившись на том частном случае, когда $P(t) = H(t - \tau_0)$, где $H(t)$ — известная единичная функция Хевисайда, будем иметь:

$$u_1^*(x, 0, t) = -\frac{(1+\nu)(1-2\nu)}{2E} \operatorname{sign} x - \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\tau_0} \Phi_1(s, \tau_0, \tau_1, \tau_2, t) e^{-|s|x} ds,$$

$$v_1^*(x, 0, t) = -\frac{2(1-\nu^2)}{\pi E} \ln \frac{1}{|x|} - \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\tau_0} \Phi_2(s, \tau_0, \tau_1, \tau_2, t) e^{-|s|x} ds, \quad (2.2)$$

где

$$\Phi_1(s, t) = \frac{i}{4s(h_1 - h_2)} \left\{ |\eta_1'(s, \tau_0) - \gamma| f_1(\tau_0)(1 - h_2)h_2 + \frac{\gamma E}{\mu} \left[e^{-2k(\varphi_1(\tau_0) - \varphi_2(\tau_0))} (1 - 2kh_1)(1 - h_2) + \left(\varphi_1(\tau_0) + \frac{p+1}{p} \varphi_2(\tau_0) \right) h_1(1 - h_2) \right] \right\} \int_{\tau_0}^t e^{-\eta_1(s, \tau)} d\tau -$$

$$- \frac{i}{4s(h_1 - h_2)} \left\{ |\eta_2'(s, \tau_0) - \gamma| f_1(\tau_0)(1 - h_1)h_2 + \frac{\gamma E}{\mu} \left[e^{-2k(\varphi_1(\tau_0) - \varphi_2(\tau_0))} (1 - 2kh_2)(1 - h_1) + \left(\varphi_1(\tau_0) + \frac{p+1}{p} \varphi_2(\tau_0) \right) h_2(1 - h_1) \right] \right\} \int_{\tau_0}^t e^{-\eta_2(s, \tau)} d\tau,$$

$$\Phi_2(s, t) = \frac{1}{4|s|(h_1 - h_2)} \left\{ |\eta_1'(s, \tau_0) - \gamma| f_1(\tau_0)(1 + h_2)h_1 + \frac{\gamma E}{\mu} \left[e^{-2k(\varphi_1(\tau_0) - \varphi_2(\tau_0))} (1 - 2kh_1(1 + h_2)) + \left(\varphi_1(\tau_0) + \frac{p+1}{p} \varphi_2(\tau_0) \right) (1 + h_2)h_1 \right] \right\} \int_{\tau_0}^t e^{-\eta_1(s, \tau)} d\tau -$$

$$- \frac{1}{4|s|(h_1 - h_2)} \left\{ |\eta_2'(s, \tau_0) - \gamma| f_1(\tau_0)(1 + h_1)h_2 + \frac{\gamma E}{\mu} \left[e^{-2k(\varphi_1(\tau_0) - \varphi_2(\tau_0))} (1 - 2kh_2(1 + h_1)) + \left(\varphi_1(\tau_0) + \frac{p+1}{p} \varphi_2(\tau_0) \right) (1 + h_1)h_2 \right] \right\} \int_{\tau_0}^t e^{-\eta_2(s, \tau)} d\tau,$$

$$\eta_j(s, t) = \frac{\gamma}{2(2p+1)} \int_{\tau_0}^t |2(2p+1) - m_j E \varphi_1(\tau) - n_j E \varphi_2(\tau)| d\tau.$$

h_1 — корни квадратного уравнения (1.20), h_2 — корни квадратного уравнения (1.19) а $m_i = -2(2p+1) - n_i$ ($i=1,2$).

Аналогичный вид имеют выражения перемещений граничных точек кусочно-неоднородной полуплоскости в случае единичной сосредоточенной горизонтальной силы, приложенной к ее границе в момент времени $t = \tau_0$.

Автор искренне признателен Н. Х. Арутюняну за постановку задачи и руководство работой.

Ереванский государственный университет

Ս. Ե. ՄԻՐՉՈՍԱՆ

Կտոր առ կտոր անհամասեռ ժառանգականուճեն ձեռացող կիսահարթության համար ազդեցության ֆունկցիայի կառուցման մասին

Աշխատանքում դիտարկվում է կտոր առ կտոր անհամասեռ ժառանգականորեն ձեռացող կիսահարթության հավասարակշռությունը, որը բաղկացած է տարրեր հասակներ ունեցող երկու շերտերից:

Խնդրի լուծումը բերվում է վուլտերայի երկրորդ սեռի ինտեգրալ հավասարումների սխեմաի լուծմանը: Վերջինիս հիման վրա ստացված են կիսահարթության եզրագծի կետերի տեղափոխությունները միավոր կենտրոնացված նորմալ և հորիզոնական ուժերից:

ЛИТЕРАТУРА — ԿՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

- ¹ Н. Х. Арутюнян, Некоторые вопросы теории ползучести, Гостехиздат, 1952.
² В. В. Новожилов, Теория упругости, Судпромгиз, 1958. ³ Н. Х. Арутюнян, МТТ, № 3, 1976.

УДК 539.22.082.79 - 539.125.5 + 539.26/27

ФИЗИКА

Р. Ц. Габриелян, П. А. Безирганян, Ф. О. Эйрамджян

Рентгеновский многоволновой двойной интерферометр

(Представлено чл.-корр. АН Армянской ССР М. Л. Тер-Микаеляном 17/XI 1976)

Рентгеновские многоволновые интерференционные картины более богаты информацией и многообразны, чем двухволновые интерференционные картины. Более того, разрешение многоволновых интерференционных картин гораздо больше, чем двухволновых. Поэтому многоволновая интерферометрия более перспективная.

Однако, многоволновая интерферометрия не развита, что видимо обусловлено малой светосилой рентгеновских многоволновых интерферометров и трудностями их создания. Действительно, пока известны только короткие сообщения об одном варианте трехволнового пятиблочного интерферометра (1). Этот многоволновой интерферометр работает на бреггских отражениях, между тем, известно, что эффективность такого интерферометра мала.

В излагаемой работе предлагается трехволновой двойной интерферометр: одновременно получают две интерференционные картины вследствие отражений Брегг-Брегг-Брегг и Брегг-Брегг-Лауэ.

Интерферометр монокристаллический—вырезан из одного куска кристалла кремния, имеет четыре блока на общем основании (см. рис.). В первом и третьем блоках плоскости $(10\bar{1})$ и $(\bar{1}\bar{1}0)$ расположены симметрично относительно нормали большой поверхности и с последней составляют углы $\approx 30^\circ$, а плоскости (011) перпендикулярны к этим большим поверхностям. Для получения Лауэ отражения третий блок сделан более тонким, чем остальные. Во втором и четвертом блоках плоскости $(0\bar{1}\bar{1})$ параллельны большой поверхности, а плоскости $(10\bar{1})$ и $(\bar{1}\bar{1}0)$ расположены симметрично относительно нормали большой поверхности, как это показано на рисунке. Блоки I и III, как и II и IV, строго параллельны. Интерферометр рассчитан на излучение $\text{NiK}\alpha_2$. Расстояние a между блоками I и III и расстояние b между блоками II и IV удовлетворяют условию

$$a : b = 1 : \sqrt{3}. \quad (1)$$

Монохроматический пучок $\text{NiK}\alpha_2$ излучения перпендикулярно падает на первый блок и отражается от плоскостей $(10\bar{1})$ и $(\bar{1}\bar{1}0)$. Пучок отраженный от плоскостей $(\bar{1}\bar{1}0)$, падает на второй блок и, отражаясь

от плоскостей $(0\bar{1}1)$ падает на третий блок. Пучок, отраженный от плоскостей $(\bar{1}10)$ первого блока, падает на четвертый блок и, отражаясь от плоскостей $(0\bar{1}1)$, падает на третий блок. При точном соблюдении условия (1) пучки, отраженные от $(0\bar{1}1)$ и $(0\bar{1}1)$ плоскостей второго и четвертого блоков, достаточно точно налагаются друг на друга на поверхности третьего блока, где и происходит сложный интерференционный процесс. Пучок f_1 , падая на третий блок одновременно отражается от плоскостей $(\bar{1}10)$ и $(0\bar{1}1)$, вследствие чего получаются пучки f_1' , f_1'' и f_1^0 (см. рис.). Пучок f_2 одновременно отражается от плоскостей $(10\bar{1})$ и $(0\bar{1}1)$ и порождаются пучки f_2' , f_2'' и f_2^0 .

Таким образом, происходит интерференция между отраженными по Бреггу волновыми пучками f_1 и f_2 и отраженными по Лауэ волновыми пучками f_1' , f_2' , f_1^0 и f_2^0 (последние два проходящие).

Итак, фактически мы имеем два интерферометра: один по Брегг-Брегг-Бреггу (конечный пучок Б) и другой по Брегг-Брегг-Лауэ (конечные пучки L_1 и L_2).

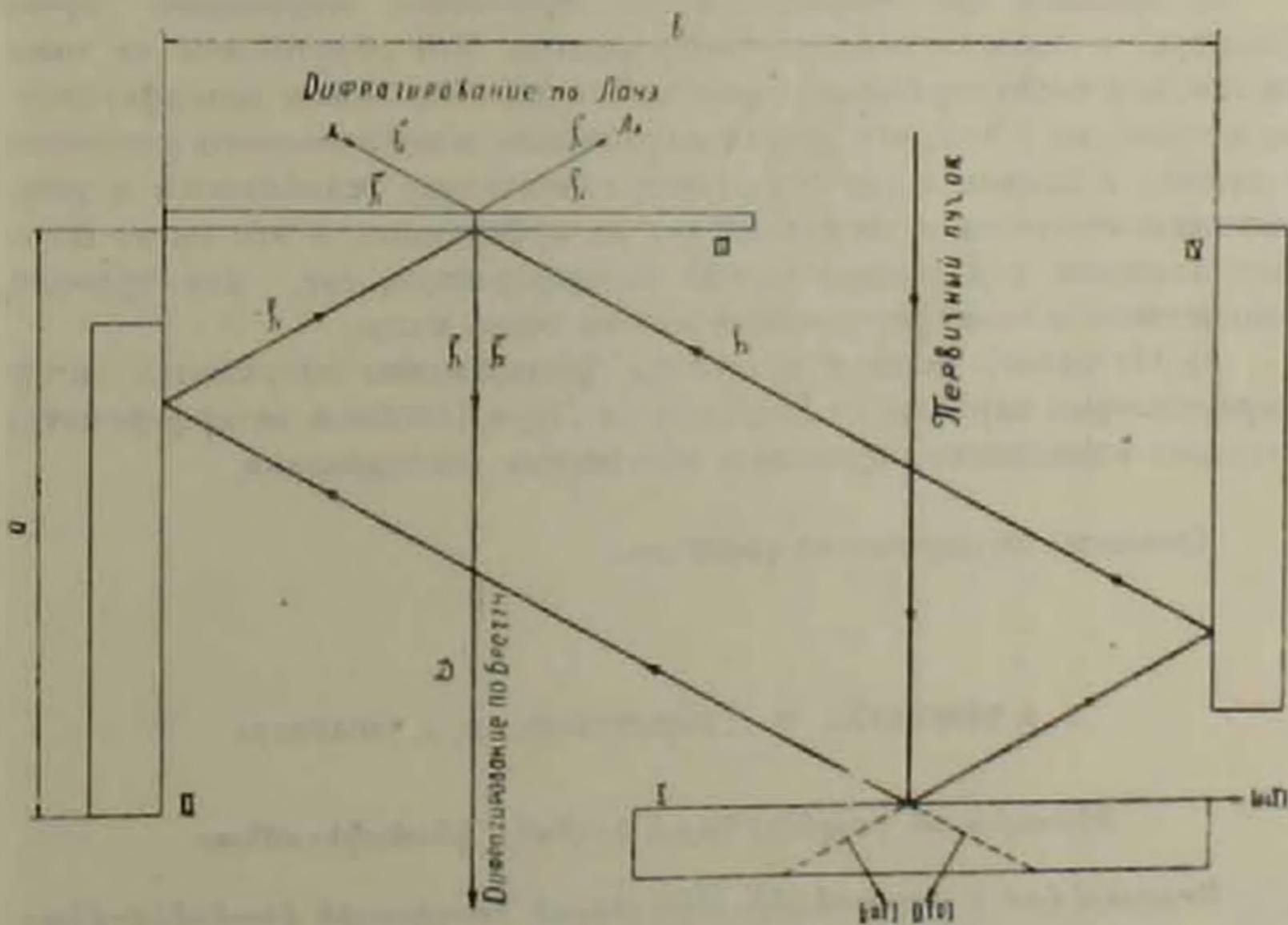


Рис. 1. Схема трехволнового рентгеновского интерферометра и ход лучей в нем

И, простых геометрических соображений можно показать, что при сканировании интерферометра траектории лучей меняются, но в любом

* Везде в тексте подразумевается четвертый порядок отражения от указанных плоскостей.

положении интерферометра путь, проходимый каждым интерферирующим лучом, остается постоянным и равным $2a$. Следовательно, при сканировании разность хода между интерферирующими лучами остается равной нулю.

Описанный интерферометр имеет следующие достоинства и отличительные черты по сравнению с интерферометром, предложенным Бонзе (¹).

1. Интерференционные картины получаются не после четырех, а после трех отражений (малые потери интенсивности, большая светосила).

2. Интерференционные картины получаются вне направления первичного пучка, что является большим удобством, особенно при использовании синхротронного излучения: с помощью интерферометра Бонзе (¹) почти невозможно провести исследования с синхротронным излучением и, вообще, с жестким излучением.

3. Наш интерферометр отличается от других тем, что в известных интерферометрах из семейства плоскостей $|hkl|$ используются два семейства плоскостей, а у нас три.

4. Большими достоинствами нашего интерферометра являются:
а) большая часть интенсивности первичного падающего пучка участвует в последнем акте интерференции. Это обусловлено не только тем, что число отражений в описанном многоволновом интерферометре меньше, но и тем, что другие компоненты многоволнового рассеяния в первых и вторых актах отражений значительно ослабляются и энергия перекачивается в последний акт интерференции, а это имеет большое значение для многоволновой интерференции, где, как правило, интенсивности интерферирующих пучков очень малы.

б) Из одного участка кристалла одновременно получаются интерференционные картины по Бреггу и по Лауэ (двойной интерферометр) что дает возможность проводить интересные исследования.

Ереванский государственный университет

Ռ. Յ. ԳԱՐՐԻՆԵԼՅԱՆ, Գ. Հ. ԲԵՋԻՐԴԱՆՅԱՆ, Յ. Հ. ԷՅՐԱՄՋՅԱՆ

Ռենտգենյան բազմալիճային կրկնակի ինտերֆերոմետր

Առաջարկված է շորսրլոկանի ռենտգենյան եռալիճային ինտերֆերոմետր, որը նախատեսված է $\text{NiK}\alpha_2$ ճառագայթման համար $(404, 440)$ և $(440, 044)$ կոնֆիգուրացիաներից: Ցույց է տրված, որ առաջարկված կոմպլանար դեպքում, ինտերֆերենցիա տվող փնջերի անդրադարձմանը մասնակցում են $(1\bar{1}0)$, $(10\bar{1})$ և $(01\bar{1})$ համարժեք հարթությունների երեք ընտանիքներն էլ: Դա հնարավորություն է տալիս անդրադարձումների թիվը մեկով սլակասեցնել, հետևաբար զգալիորեն մեծացնել ինտերֆերոմետրի լուսատվոր:

Առաջարկված ինտերֆերոմետրում հնարավորություն է ստեղծված ինտերֆերենցիոն պատկերը ստանալ ոչ առաջնային ճառագայթման ուղղությամբ, որը սկզբունքային կարևոր նշանակություն ունի, երբ ինտերֆերոմետրը օգտագործում ենք սինքրոտրոն ճառագայթումով:

Л И Т Е Р А Т У Р А — Կ Ը Ն Կ Ը Ն Ի Ք Յ Ի Ն

¹ U. Bonse and W. Graeff, *Acta cryst.* A31, S 251.

УДК 621.391.2

РАДИОФИЗИКА

Академик АН Армянской ССР Э. Г. Мирзабекян, Л. П. Мурза

Некогерентная связь с дискретной модуляцией шумоподобных сигналов по поляризации

(Представлено 23/VII 1976)

Рассмотрение шумоподобных сигналов в связи и локации обусловлено тем обстоятельством, что большинство генераторов СВЧ, микроволнового и оптического диапазона излучения создает случайные поля с достаточно малым интервалом когерентности ⁽¹⁾. Математической моделью электрического поля на входе приемника является двумерное комплексно-гауссовское случайное поле, стационарное и имеющее нулевой вектор среднего. При этом значения напряженности поля, разделенные интервалом времени (или пространственным интервалом), превышающем интервал (радиус) когерентности, практически независимы. Их совместное распределение зависит лишь от матрицы поляризации излучения K или от совокупности параметров Стокса $\sigma^2 = \text{tr} K \Phi$, $\alpha = 0,3$, где $\{\Phi_i\}_0^3$ — полная ортогональная система матриц Паули ⁽²⁻⁴⁾.

Параметры Стокса образуют четырехвектор $\vec{\sigma} = \sigma^0 \{1, \vec{\pi}\}$, где $\sigma^0 = \text{tr} K$ — интенсивность излучения, $\vec{\pi}$ — трехмерный евклидов вектор со значениями в единичном шаре (Пуанкаре). Полностью поляризованному (ПП) полю шумоподобного сигнала соответствует изотропный четырехвектор Стокса $|\vec{s}|^2 = 0$ с единичным вектором поляризации $|\vec{\pi}_s| = 1$.

При передаче ПП сигналов с дискретной поляризационной модуляцией значениям символа m из передаваемого алфавита $m = 0, \overline{M-1}$ соответствуют поля сигналов одинаковой интенсивности с различными векторами поляризации $\vec{\pi}_i^{(m)}$. Задача декодирования состоит в оценке номера m передаваемого сигнала по наблюдениям смеси сигнала с гауссовским шумом в канале связи. Структура некогерентного приемника не зависит от детальной картины спектров сигнала и шума. Синтез схемы оптимального декодирования (приема) особенно важен

при весьма низких отношениях сигнал/шум по интенсивности, имеющих место, например, в задачах космической связи*.

Независимая выборка из одинаково распределенных значений напряженности поля \vec{z}_n , $n = \overline{1, N}$ при гипотезах H_m описывается плотностью распределения вида (3).

$$L((\vec{z}_n)_1^N / H_m) = \prod_{n=1}^N \pi^{-2} \det Q_m \exp(-\vec{z}_n^T Q_m \vec{z}_n), \quad m = \overline{0, M-1},$$

$$Q_m^{-1} = K_m = E[\vec{z}_n \vec{z}_n^T] / H_m, \quad E[\vec{z}_n \vec{z}_n^T] = 0, \quad n, \nu = \overline{1, N}, \quad (1)$$

где \vec{z}_n^T — эрмитово сопряженный, \vec{z}_n^T — транспонированный векторы. С помощью Стокс-векторов (СВ) эта плотность может быть записана в эквивалентной форме (2,4)

$$L((\vec{z}_n)_1^N / H_m) = g(\vec{\xi} / \sigma_m) = \left\{ \frac{2}{\pi |\sigma_m^2|} \exp \left[-\frac{(\vec{\xi}, \sigma_m)}{|\sigma_m|^2} \right] \right\}^{2N}$$

$$\vec{\xi} = \xi^a \vec{e}_a, \quad \xi^a = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N \vec{z}_n^T \Phi_a \vec{z}_n, \quad a = \overline{0, 3}. \quad (2)$$

Здесь $\{\vec{e}_a\}_0^3$ — ортогональный базис в пространстве СВ, $\vec{\xi}$ — выборочный СВ, контравариантные компоненты ξ^a которого выражаются через матрицы Паули Φ_a . Нетрудно показать, что $\vec{\xi}$ является несмещенной и эффективной оценкой σ при соответствующей гипотезе (6,7). Поэтому, если СВ принимаемого поля, соответствующие M сигналам, заранее неизвестны, то их можно предварительно оценить с помощью классифицирующих (обучающих) выборок (8). Декодирующее устройство (приемник) принимает гипотезу \hat{H} , соответствующую минимуму вероятности ошибки

$$\min_{k=0, \overline{M-1}} P(\epsilon / H_k) = 1 - \max_{k=0, \overline{M-1}} P(H_k / (\vec{z}_n)_1^N) \quad (3)$$

т. е. максимуму апостериорной вероятности (6,7)

$$\hat{H} = H_m \Leftrightarrow P(H_m / (\vec{z}_n)_1^N) \geq P(H_k / (\vec{z}_n)_1^N), \quad \forall k \neq m$$

По формуле Байеса с учетом вида плотности (2) последнее неравенство эквивалентно выбору минимальной из достаточных статистик вида:

$$\hat{H} = H_m \Leftrightarrow y_m \leq y_k, \quad \forall k \neq m, \quad y_k \equiv \frac{(\vec{\xi}, \sigma_k)}{|\sigma_k|^2} + \ln |\sigma_k| - \frac{1}{2N} \ln P_k. \quad (4)$$

* Поляризационная модуляция может не использоваться при связи через атмосферу Земли, так как последняя не вносит существенных искажений в значение вектора поляризации \vec{e}_1 .

Полученный алгоритм описывает структуру приемника: вначале по выборке образуется СВ ξ , а затем его значение подается на вход M каналов, в которых вырабатываются статистики $|y_m|$. Логическое устройство приемника выбирает из них наименьшую, при этом соответствующий номер канала принимается в качестве номера переданного сигнала.

Алгоритм (4) упрощается при условии, когда одинаковы априорные вероятности P_k передачи сигналов, а также длины СВ $|\bar{\sigma}_k|$

$$H = H_m \Leftrightarrow x_m \leq x_k, \quad \forall k \neq m, \quad x_k \equiv (\bar{\xi}_k, \bar{e}_k) \quad (5)$$

$$\bar{\xi}_k = \bar{\xi} / |\bar{\sigma}_k|, \quad \bar{e}_k = \bar{\sigma}_k / |\bar{\sigma}_k|.$$

Равенство длин СВ имеет место, например, при приеме ПП сигналов одинаковой интенсивности на фоне независимого и аддитивного неполяризованного шума

$$\bar{\sigma}_k = \bar{s}_k + \bar{n}, \quad |\bar{s}_k| = 0, \quad k = 0, \overline{M-1} \quad (6)$$

$$\bar{s}_k = s^0 |1, \bar{\pi}_s^{(k)}|, \quad \bar{n} = n^0 |1, 0|$$

Отсюда, используя определения метрических свойств СВ (3), получаем

$$|\bar{\sigma}_k|^2 = 2(\bar{s}_k, \bar{n}) + |\bar{n}|^2 = (n^0)^2 (1 + 2\lambda), \quad \lambda = s^0/n^0,$$

$$\frac{(\bar{\sigma}_m, \bar{\sigma}_k)}{|\bar{\sigma}_m| |\bar{\sigma}_k|} = \text{ch} \theta^{(m,k)} = \frac{(1+\lambda)^2 - \lambda^2 \bar{\pi}_s^{(m)} \bar{\pi}_s^{(k)}}{(1+\lambda)^2 - \lambda^2}, \quad \bar{\pi}_s^{(m)} \bar{\pi}_s^{(k)} = \cos \varphi^{(m,k)}, \quad (7)$$

где λ — отношение сигнал/шум, $\varphi^{m,k}$ — угол между векторами поляризации сигналов m и k на сфере Пуанкаре. Всюду в дальнейшем вместо алгоритма (4) мы будем рассматривать его частный случай (5).

Найдем выражение для полной вероятности ошибки декодирования в случае двоичной связи ($m=0,1$). При этом алгоритм (5) эквивалентен нахождению знака у статистики

$$z = x_0 - x_1 = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N \bar{z}_n^+ (Q_0 - Q_1) \bar{z}_n \stackrel{H_1}{>0} \stackrel{H_0}{<0}. \quad (8)$$

Характеристическая функция этой статистики вычисляется на основании распределения (1). После перехода к СВ она принимает вид (4):

$$\varphi(u/H_k) = E(e^{iu}/H_k) = \left(1 - i \frac{a_1}{N} u\right)^{-N} \left(1 - i \frac{a_2}{N} u\right)^{-N}, \quad u \in R^1 \quad (9)$$

где параметры $a_{1,2}$ при гипотезе H_0 связаны с параметром $\theta^{(0,1)}$ из (7)

$$a_{1,2} = \frac{1}{2} (1 - e^{\pm \theta}), \quad \theta = \theta^{(0,1)} \quad (10)$$

При гипотезе H_1 они отличаются знаками. Путем обратного Фурье-преобразования отсюда нетрудно получить выражение для плотностей распределения статистики τ при обеих гипотезах

$$f(\tau/H_h) = \begin{cases} \left(\frac{w_1}{w_1-w_2}\right)^N \sum_{n=1}^N \binom{N+n-1}{n} \left(\frac{w_2}{w_2-w_1}\right)^n \gamma_{N-n}(i w_2 \tau), \operatorname{Im} w_2 < 0, \tau \geq 0 \\ \left(\frac{w_2}{w_2-w_1}\right)^N \sum_{n=1}^N \binom{N+n-1}{n} \left(\frac{w_1}{w_1-w_2}\right)^n \gamma_{N-n}(i w_1 \tau), \operatorname{Im} w_1 < 0, \tau < 0. \end{cases} \quad (11)$$

Здесь $\gamma_n(x)$ — плотность гамма-распределения (χ^2 — распределения с $2n$ степенями свободы (¹)). Параметры $w_{1,2}$ при этом равны

$$w_{1,2}/H_0 = -\frac{iN'}{a_{1,2}}, \quad w_{1,2}/H_1 = \frac{iN}{a_{2,1}}.$$

Отсюда находим выражение для полной вероятности ошибки, которая в данном случае совпадает с вероятностями ошибок 1-го и 2-го рода (^{6,7})

$$P(\varepsilon) = P(\tau \geq 0/H_0) = P(\tau < 0/H_1) = \left(\frac{a_2}{a_2-a_1}\right)^N \sum_{n=1}^N \binom{N+n-1}{n} \left(\frac{a_1}{a_1-a_2}\right)^n. \quad (12)$$

После подстановки значений $a_{1,2}$ из (10) окончательно получаем

$$P(\varepsilon) = \left(\frac{1-\operatorname{th}\theta/2}{2}\right)^N \sum_{n=1}^N \binom{N+n-1}{n} \left(\frac{1+\operatorname{th}\theta/2}{2}\right)^n. \quad (13)$$

Из полученной формулы непосредственно видно, что вероятность ошибки при фиксированном размере выборки N' и отношении сигнал/шум i монотонно убывает с увеличением угла φ между векторами поляризации сигналов на сфере Пуанкаре и достигает минимума для противоположно поляризованных сигналов $\varphi = \pi$.

$$\min_{\varphi} P(\varepsilon) = \sum_{n=1}^N \binom{N+n-1}{n} \frac{(1+2)^n}{(2+2i)^{N+n}}, \quad \pi_2^{(1)} = -\pi_2^{(0)}. \quad (14)$$

Статистика (8), согласно выражению для ее характеристической функции (9), является асимптотически нормальной с противоположными значениями средних и одинаковой дисперсией для обеих гипотез

$$E(\tau/H_1) = -E(\tau/H_0) = -(a_1 + a_2) = 2\operatorname{sh}^2\theta/2 \quad (15)$$

$$\operatorname{var}(\tau/H_0) = \operatorname{var}(\tau/H_1) = \frac{1}{N} 2\operatorname{sh}^2\theta/2 \operatorname{ch}^2\theta.$$

Вероятность ошибки при этом выражается через функцию Лапласа (87):

$$P(\varepsilon) \sim 1 - \Phi\left(\frac{d_N}{2}\right) \approx \sqrt{\frac{2}{\pi d_N^2}} \exp\left(-\frac{d_N^2}{8}\right),$$

$$\Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^x e^{-y^2/2} dy, \quad (16)$$

где d_N есть расстояние между гипотезами, определяемое как

$$d_N^2 = \frac{[E(\tau|H_1) - E(\tau|H_0)]^2}{\text{var}(\tau)} = 4N \frac{\text{ch}\theta - 1}{\text{ch}\theta}. \quad (17)$$

Для противоположно поляризованных сигналов оно максимально

$$\max_{\theta} d_N^2 = 8N \frac{\lambda^2}{\lambda^2 + (1+\lambda)^2}. \quad (18)$$

Таким образом, задача декодирования двух равновероятных ПП сигналов одинаковой интенсивности в НП шуме решена нами полностью.

Рассмотрим теперь более общий случай передачи произвольного конечного числа M символов алфавита. Декодирующее устройство по-прежнему выбирает минимальную из статистик (5). При этом полная вероятность ошибки вычисляется на основании следующих формул:

$$P(\varepsilon) = \frac{1}{M} \sum_{m=0}^{M-1} P(\varepsilon|H_m),$$

$$P(\varepsilon|H_m) = \int_0^\infty \left[1 - \prod_{k \neq m} A_k \right] f(x_m|H_m) dx_m. \quad (19)$$

где A_k есть событие вида $x_k \geq x_m$, а пределы интегрирования соответствуют условию неотрицательности эрмитовой формы x_m . Случайный M -мерный вектор $\vec{x} = (x_m)_{m=0}^{M-1}$ имеет характеристическую функцию, которая при гипотезе H_m вычисляется по формуле:

$$\varphi(\vec{u}|H_m) = E(e^{i\vec{u}\vec{x}}|H_m) = |\det Q_m|^N \left| \det \left(Q_m - \frac{i}{N} \sum_{k=0}^{M-1} u_k Q_k \right) \right|^{-N} \quad (20)$$

с помощью распределения (1). Переходя к СВ $\vec{\sigma}_m$, получаем:

$$\varphi(\vec{u}|H_m) = \left| 1 - \frac{i}{N} \vec{u} \vec{a}^{(m)} - \frac{1}{4N^2} \vec{u}' C^{(m)} \vec{u} \right|^{-N}, \quad (21)$$

где вектор $\vec{a}^{(m)}$ и матрица $C^{(m)}$ имеют следующие компоненты:

$$a_b^{(m)} = a_m^{(b)} = \text{ch } \theta_{bm}, \quad c_{bc}^{(m)} = c_{cb} = \text{ch } \theta_{bc}. \quad (22)$$

Отсюда в принципе может быть найдена и плотность распределения, однако вычисление M -кратного интеграла Фурье затруднительно. Поэтому мы ограничимся лишь нахождением верхней границы вероятности ошибки при гипотезе H_m $P(\varepsilon/H_m)$, используя для этого известные формулы теории вероятностей

$$\Omega \setminus \bigcap_{k \neq m} A_k = \bigcup_{k \neq m} \bar{A}_k, \quad P(\bigcup_{k \neq m} \bar{A}_k) \leq \sum_{k \neq m} P(\bar{A}_k). \quad (23)$$

Здесь Ω — полное пространство элементарных событий, $\bar{A}_k = \{x_k < x_m\}$ — событие, противоположное A_k . Использование правой части последнего неравенства означает, что события \bar{A}_k считаются независимыми в совокупности. Учитывая также, что вероятность события \bar{A}_k равна значению интегральной функции распределения случайной величины x_k при гипотезе H_m ($k \neq m$) в точке x_m , для верхней границы вероятности (19) получаем выражение

$$P(\varepsilon/H_m) \leq B_m \equiv \sum_{k \neq m} \int_0^{\infty} F_k(x_m/H_m) f(x_m/H_m) dx_m \quad (24)$$

Далее, полагая $\bar{u} = (0, \dots, u_k, \dots, 0)$, $\bar{u} = (0, \dots, u_m, \dots, 0)$ в выражении для характеристической функции (21) и вычисляя одномерные интегралы Фурье, получаем следующие выражения для плотностей распределения x_k :

$$f(x_k/H_m) = (1 - e^{-2\theta})^{-N} \sum_{n=0}^{N-1} \binom{N+n-1}{n} (1 - e^{-2\theta})^n \gamma_{N-n}(2Ne^{\theta} x_k) + \\ + (1 - e^{2\theta})^{-N} \sum_{n=0}^{N-1} \binom{N+n-1}{n} (1 - e^{2\theta})^n \gamma_{N-n}(2Ne^{-\theta} x_k), \quad (25) \\ \theta \equiv \theta^{(k,m)}, \quad x_k \geq 0$$

для значений $k \neq m$. При $k=m$ получаем гамма-распределение

$$f(x_m/H_m) = \gamma_{2N}(2Nx_m), \quad x_m \geq 0 \quad (26)$$

При вычислении интегральных функций $F_k(x_m/H_m)$ в (24) плотности γ_n заменяются на неполные нормированные гамма-функции Эйлера, которые в свою очередь представимы в виде конечных сумм (1). Выполняя интегрирование по переменной x_m , окончательно получаем выражение для расчета верхней границы полной вероятности ошибки с помощью ЭВМ по несложной программе

$$B_m = M - 1 - \sum_{n=0}^{N-1} \binom{N+n-1}{n} \sum_{\nu=0}^{N+n-1} \binom{2N+\nu-1}{\nu} \times \\ \times \sum_{k \neq m} [\psi_N(\theta^{(k,m)}, n, \nu) + \psi_N(-\theta^{(k,m)}, n, \nu)] \quad (27)$$

где

$$\psi_N(\theta, n, \nu) \equiv (1 - e^{-2\theta})^{-N} (1 - e^{2\theta})^n (1 + e^{\theta})^{-(2N-\nu)},$$

$$n = \overline{0, N-1}, \quad v = \overline{0, N+n-1}. \quad (28)$$

Полученный в настоящей работе алгоритм (5) или (8), основанный на оценке СВ излучения, может быть положен в основу синтеза приемника шумоподобных сигналов с поляризационной модуляцией в дискретной связи.

Институт радиофизики и электроники
Академии наук Армянской ССР

Հայկական ՍՍՀ ԳԱ ակադեմիկոս է. Շ. ՄԻՐՋԱԲԵԿՅԱՆ, Լ. Պ. ՄՈՒՐՋԱՆ

Աղմկանման ազդանշանների ըստ բևեռացման դիսկրետ մոդուլյացիայով ոչ կոհերենտ կասյ

Դիտարկված է աղմկանման ազդանշանների ամենաբարենպաստ դեկոդացման խնդիրը: Գտնված է դեկոդացման ալգորիթմի կառուցվածքը՝

$$\hat{H} = H_m \Leftrightarrow (\vec{\xi}_0, \vec{e}_m) \Leftrightarrow (\vec{\xi}_0, \vec{e}_k), \quad k \neq m, \quad k, m = \overline{0, M-1}$$

$$\vec{\xi}_0 \equiv \vec{\xi} / |\sigma|, \quad \vec{\sigma}_m = \vec{\sigma} / |\sigma|,$$

որտեղ $\vec{\xi}$ — ընտրողական Ստոքս վեկտորն է (3.4), իսկ $\vec{\sigma} = E \vec{\xi}$ — նրա միջինը: Երկու հավասար ինտենսիվությամբ և յրիվ բևեռացված ազդանշանների համար միավոր ինտենսիվությամբ ոչ բևեռացված աղմուկի մեջ գտնված է ընդհանուր սխալի հավանականությունը (10)՝

$$P_N(\varepsilon) = \sum_{n=0}^{N-1} \binom{N+n-1}{n} \left[\frac{1}{2} \left(1 - \operatorname{th} \frac{\vartheta}{2} \right) \right]^N \left[\frac{1}{2} \left(1 + \operatorname{th} \frac{\vartheta}{2} \right) \right]^n$$

$$\operatorname{ch} \vartheta \equiv (\vec{e}_0, \vec{e}_1) = \frac{(1+\lambda)^2 - \lambda^2 \cos \varphi}{(1+\lambda)^2 - \lambda^2}$$

Պարզվում է, որ այն ամենափոքրն է հակառակ բևեռացված ազդանշանների հաղորդման դեպքում:

$$\varphi = \pi, \quad \min P_N(\varepsilon) = \sum_{n=0}^{N-1} \binom{N+n-1}{n} (1+2)^n [2(1+\lambda)]^{-(N+n)}$$

Գտնված է $P_N(\varepsilon)$ -ի մեծություն, երբ $N \gg 1$ և ստացված է $P_N(\varepsilon)$ -ի վերին սահմանի համար արտահայտությունը, երբ հաղորդվող ալյուրենի ազդանշանների թիվը կամավոր է՝ $k = \overline{0, M-1}$:

ЛИТЕРАТУРА — ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

- ¹ Н. С. Ко. IEEE Trans. on Antennas and Propagation, AP-15, 10, 1967.
² Д. Б. Канарейкин, В. А. Потехин, И. Ф. Шишкин Морская поляриметрия, Изд. Судостроение, Л., 1968.
³ Л. П. Мурза, «Известия АН Арм. ССР», Физика, 10, 412 (1975).
⁴ Л. П. Мурза, «Радиотехника и электроника», XXI, 5, 1090, 1976.
⁵ К. S. Miller, SIAM Review, 11, 544, 1969.
⁶ Б. Р. Левин, Теоретические основы статистической радиотехники, кн. 2, Изд. Советское радио, М., 1975.
⁷ Г. Вак-Трис, Теория обнаружения, оценок и модуляции, Изд. Советское радио, М., 1973.

УДК 547.333+547.384

ОРГАНИЧЕСКАЯ ХИМИЯ

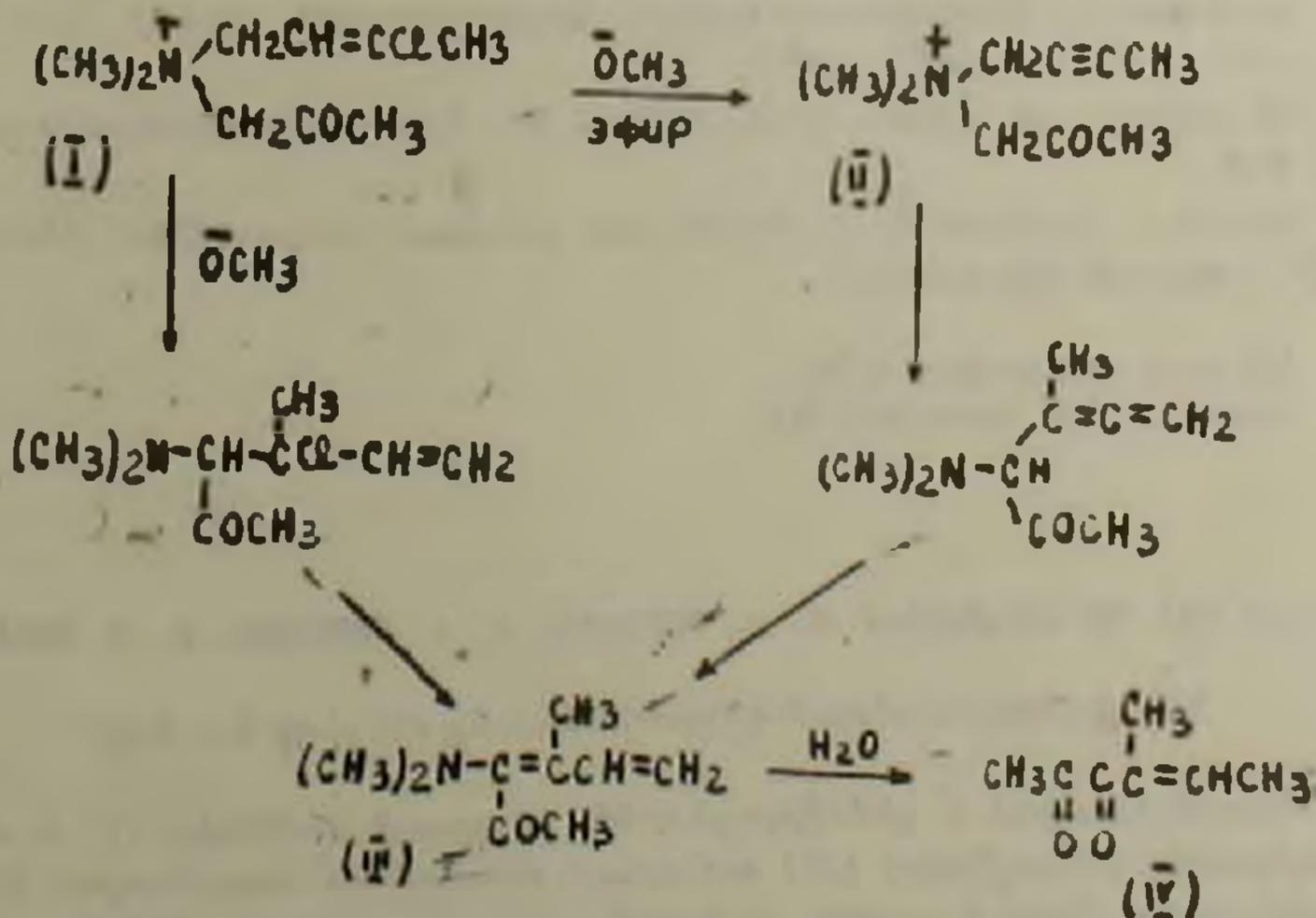
Академик АН Армянской ССР А. Т. Бабаян,
 С. Т. Кочарян, В. С. Восканян

Новый путь синтеза 2,5-диметил-5-окси-2-циклопентенона

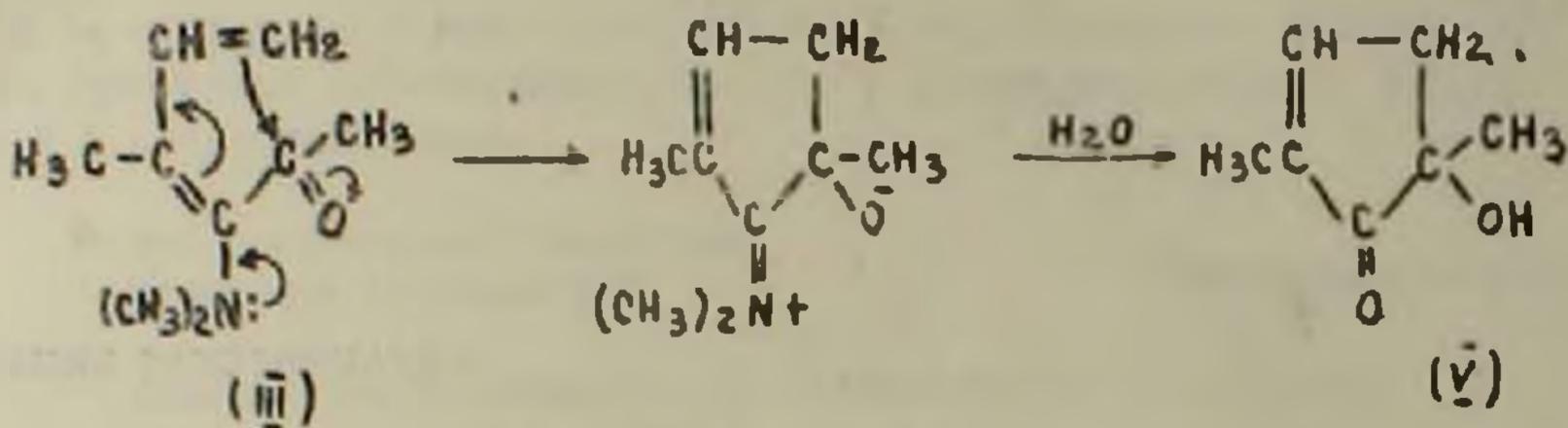
(Представлено 12/XI 1976)

Ранее было показано, что соли четырехзамещенного аммония, содержащие наряду с ацетонильной группой группу аллильного типа под действием эфирной суспензии метилата натрия или порошкообразного едкого кали подвергаются перегруппировке Стивенса с образованием ненасыщенных α -диалкиламинокетонов (^{1,2}).

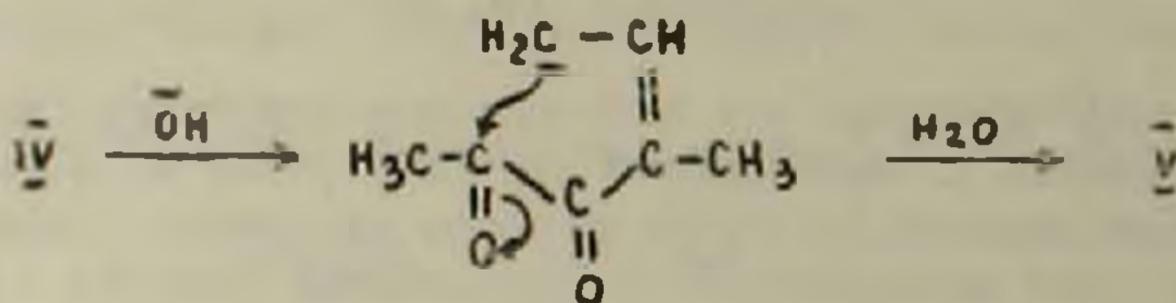
Настоящее сообщение посвящено перегруппировке бромистых солей диметилацетонил(3-хлор-2-бутенил-(1) и диметилацетонил(2-бутинил)аммония (II). В условиях (^{1,2}) вместо ожидаемого диенового аминокетона III или продукта его гидролиза - α -дикетона IV получаются



диметиламин и 2,5-диметил-5-оксип-2-циклопентенон (V). Образование которых можно представить схемой:



Не исключается возможность образования у и в результате внутримолекулярной альдольной конденсации дикетона IV.



К испытуемой соли добавляется эфирная суспензия 2—3-кратного количества метилата натрия или порошка едкого кали. Реакционная колба время от времени встряхивается и охлаждается водой. Через 10—15 минут, по окончании экзотермической реакции, добавляется вода и отделяется эфирный слой. Последний сушится над MgSO₄ и перегонкой выделяется 2,5-диметил-5-оксип-2-циклопентенон, выход 65—70%, т. кип. 80—81°/7 мм, n_D^{20} : 1,4878.

ИК-спектр; см⁻¹: 1635, 1715, 3435, т. пл. 2,4-динитрофенилгидразона 158—159°.

Состав и строение V подтверждено данными элементного анализа, ПМР и масс-спектрометрии.

Институт органической химии
Академии наук Армянской ССР

Հայկական ՍՍՀ ԳԱ ակադեմիկոս Ա. Ք. ԲԱՐԱՅԱՆ, Ս. Տ. ՓՈՉԱԲՅԱՆ, Ո. Ս. ՈՍԿԱՆՅԱՆ

2,5-դիմեթիլ-5-օքսի-2-ցիկլոպենտենոնի սինթեզի նոր ուղի

Ուստոմնասիրված է դիմեթիլացետոնի (3-քլոր-2-քութենիլ) (I) և դիմեթիլացետոնի (2-քութենիլ) (II) ամոնիում քրոմիդների ստիվենսյան վերախմբավորումը ճույց է տրված, որ նշված աղերը նատրիումի մեթիլատի կամ

փոշի կալիումի հիդրօքսիդի եթերային սուսպենզիայի հետ փոխազդելիս սպասվող դիենային ամինոկետոնների (III) փոխարեն առաջացնում են նրանց փոխարկման պրոդուկտները՝ 2,5-դիմեթիլ-5-օքսի-2-ցիկլոպենտենոն (IV) և դիմեթիլամին:

ЛИТЕРАТУРА — ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

- ¹ А. Т. Бабаян, С. Т. Кочарян, В. С. Восканян, ДАН Арм. ССР, т. 62, № 3 (1976).
² С. Т. Кочарян, В. С. Восканян, С. М. Оганджанян, А. Т. Бабаян, Арм. хим. ж., 421 (1976).

УДК 577.17

БИОХИМИЯ

С. С. Алексанян, член-корреспондент АН Армянской ССР А. А. Галоян,
Ф. Е. Путилина

**Влияние нейрогомона «С» на активность изоцитратдегидрогеназы
и на содержание лимонной кислоты в сердце и других органах**

(Представлено 13/Х 1976)

Цикл трикарбоновых кислот (ЦТК) занимает одно из центральных мест в клеточном метаболизме в силу своей высокой энергетической эффективности. Наряду с этим, лимоннокислый цикл контролирует и координирует различные пути обмена веществ в организме, регулируя при этом не только катаболические, но и анаболические процессы.

От активности дегидрогеназных реакций в значительной мере зависит интенсивность всего цикла трикарбоновых кислот, а следовательно, и продукция энергии в клетке. Ранее нами было показано (¹⁻³), что нейрогомон «С» заметно стимулирует метаболические процессы, в частности глицеролитические реакции, а также окисление пирувата и лактата в различных органах, и, в особенности, в сердце.

Целью настоящего исследования явилась попытка выяснить влияние нейрогомона «С» на активность изоцитратдегидрогеназы и на содержание лимонной кислоты в мозге, сердце, печени и почках крыс.

Опыты ставили на белых крысах обоих полов, весом 120—130 г. Нейрогомон «С» вводили внутривенно под эфирным наркозом в дозе 1 мкг на целое животное. Контрольным крысам соответственно вводили физиологический раствор. Определение активности изоцитратдегидрогеназы (ИЦДГ, I.I.I. 41—42) проводили по методу Нордмана и соавторов (⁴) в модификации Ф. Е. Путилиной и Н. Д. Ещенко (⁵).

Содержание белка в гомогенатах определяли по методу Лоури (⁶). Количество лимонной кислоты определяли по методу Нательсона и соавторов (⁷). Полученные данные подвергали статистической обработке.

Результаты по определению активности ИЦДГ в исследуемых органах контрольных и подопытных животных приведены в табл. 1.

Как видно из данных, однократная инъекция животным нейрогомона «С» приводит к заметным сдвигам активности ИЦДГ, причем величина и направленность этих изменений неодинакова в разных органах.

Таблица 1

Активность ИЦДГ в норме и после введения нейrogормона «С»
(мкг восстановленного тетразолия 20 мин/мг белка)

Органы	Активность фермента		Изменение, %
	контроль	опыт	
Сердце	16,54±5,5	4,7±1,1	-71
Мозг	6,9 ±1,4	9,8±3,3	+41
Печень	19,3 ±1,7	9,9±1,7	-49
Почки	15,5 ±3,9	6,7±2,6	-57

Активность ИЦДГ в сердце через 30 мин после введения нейrogормона «С» уменьшается в среднем на 71%, в почках—на 57% и в печени—на 49%. Иная картина наблюдается в мозге, где ее активность повышается на 44%. Снижение интенсивности первого окислительного звена ЦТК (сердце, печень, почки), несомненно, должно отражаться и на активности других окислительных стадий ЦТК.

Данные по определению количества лимонной кислоты в различных органах контрольных и подопытных животных приведены в табл. 2.

Таблица 2

Сдвиги в содержании лимонной кислоты под влиянием
нейrogормона «С» (среднее из 8 опытов)

Исследуемые органы	Лимонная кислота, мг %		
Сердце	Контроль	4,5±0,2	p<0,001
	Опыт	8,2±1,1	
Мозг	Контроль	5,4±0,5	p<0,5
	Опыт	4,8±0,3	
Печень	Контроль	2,9±0,07	p>0,2
	Опыт	2,5±0,4	
Почки	Контроль	4,4±0,08	p>0,1
	Опыт	4,3±0,02	

Как следует из таблицы 2, содержание лимонной кислоты изменяется только в сердечной мышце, увеличивалось почти вдвое. Если в норме количество цитрата в сердце составляло 4,5±0,2, то в опыте оно равно 8,2±1,1 мг%.

В других органах (мозг, печень, почки) количество лимонной кислоты заметно не изменяется. Изменение активности ИЦДГ согласуется с изменениями уровня субстрата его окисления в отношении сердца. Эта закономерность не наблюдается в отношении печени, почек и мозга.

Полученные данные свидетельствуют о том, что в действии нейrogормона «С» проявляется органичная специфичность: он влияет преимущественно на сердечную мышцу, где и происходят ощутимые сдвиги в содержании лимонной кислоты и активности ИЦДГ. Несмотря на то, что под влиянием нейrogормона «С» происходит ингибирование актив-

ности изоцитратдегидрогеназы, вследствие чего и накапливается цитрат, тем не менее, как показывают эксперименты нашей лаборатории нейрогормон «С» заметно усиливает окислительное фосфорилирование в митохондриях сердца и мозга.

В дальнейших опытах необходимо выяснить причины «парадоксального» эффекта нейрогормона «С» на цикл Кребс и окислительное фосфорилирование.

Институт биохимии
Академии наук Армянской ССР

Ո. Ո. ԱՆՏՈՆՅԱՆ, Հայկական ՍՍՀ ԳԱ բժշկական ակադեմիայի ինստիտուտի ԳԱՆՈՅԱՆ, Յ. Ո. ԳՈՒՏՈՒԼՅԱՆ

Նեյրոհորմոնն Շ-ի ազդեցությունը իզոցիտրատդեհիդրոգենազայի
ակտիվության և լիմոնաթթվի բանակի վրա սրտում և այլ օրգաններում

Սույն հետազոտությամբ մեր առաջ խնդիր է դրված հղել ուսումնասիրելու իզոցիտրատդեհիդրոգենազայի ակտիվության և լիմոնաթթվի քանակի փոփոխությունը սրտում և այլ օրգաններում՝ սսիտակ առնետների մոտ նեյրոհորմոնն Շ-ի ազդեցության ներքո:

Հետազոտությունից ստացված տվյալները պարզեցին, որ նեյրոհորմոնն Շ-ի ազդեցության ներքո իզոցիտրատդեհիդրոգենազայի ակտիվությունը սրտում իջնում է 71%-ով, երիկամներում 57%-ով, լյարդում 49%-ով, իսկ ուղեղում հակառակը՝ ֆերմենտի ակտիվությունն ավելանում է 44%-ով:

Սրտամկանում լիմոնաթթվի քանակը կրկնակի անգամ ավելանում է նեյրոհորմոնն Շ-ի ազդեցության ներքո, իսկ ուղեղում լյարդում և երիկամներում նկատելի չափով չի փոփոխվում:

Ստացված տվյալները վկայում են այն մասին, որ նեյրոհորմոնն Շ-ն ինտենսիվ կերպով ազդում է սրտամկանի վրա, որտեղ և նկատվում է զգալի փոփոխություններ լիմոնաթթվի քանակի և իզոցիտրատդեհիդրոգենազայի ակտիվության մեջ:

ЛИТЕРАТУРА — ԿՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

- ¹ С. С. Алексинян, А. А. Галоян, ДАН Арм ССР, т. 60, № 5 (1975). ² А. А. Галоян, С. С. Алексинян, Ж. Г. Абесян, Н. А. Бархударян, ДАН Арм. ССР, т. 60, № 2 (1975). ³ А. А. Галоян, С. С. Алексинян, ДАН Арм. ССР, т. 58, № 3 (1974). ⁴ S. Nordmann, N. Nordmann, O. Gauchery, Bull. Chim. Biol., 33, 1826 (1951). ⁵ Ф. Е. Пугилина, Н. Д. Ещенко, Биология, 21, 4 (1960). ⁶ O. H. Loury et al, J. Biol Chem, 265—275, 1961. ⁷ H. Natelson, Pineau, Lugovoy, J. Biol. Chem, 182, 1, 213—220 (1948).

УДК 552.113 : 552.32

ПЕТРОГРАФИЯ

А. А. Кузнецов

Модель затвердевания сложнопостроенных интрузивных тел

(Представлено академиком АН Армянской ССР К. Н. Паффенгольцем 13/V 1976)

Классическая трактовка объясняет природу симметрично- или асимметрично-построенных сложных массивов, ритмически- и концентрически-зональных тел и непрерывных (по составу) интрузивных серий (формаций) процессом неоднократного внедрения отдельных порций расплава в интрузивную камеру, основываясь на импульсном характере тектонических подвижек. Механико-магматическая модель (¹) формирования гомодромных дискретных интрузивных серий (в отличие от гипотезы вертикального перемещения фронта магмообразования Э. П. Изоха) исходит из антипараллельности вектора механических напряжений (относительное опускание-сжатие при интрузивном процессе в противовес поднятию-растяжению, обычно сопутствующим вулканическому процессу) и вектора изменения состава расслоенной магмы, поступающей из очага. Однако значительная, если не большая часть внедренных массивов многих исходных магм, представляют собой не многофазные, прерывистые, но одноактные полифацциальные (две-три зоны, редко больше, или ритмы) интрузивы, становление которых осуществляется за счет дифференциации *in situ* после занятия камеры расплавом. Доказательством этого положения служит предлагаемая ниже общая теоретическая модель затвердевания сложнопостроенных интрузивов, которая зиждется на следующих фактах и частных петрологических моделях.

1. Асимметрия, реже симметрия в правильно- или неправильно-концентрически-зональных массивах, проявляющиеся в закономерном размещении пород в пространстве камеры, более основные и высокотемпературные породы располагаются по периферии или в лежачем боку, или приподошвенной части, или в основании ритма, или в нижних (относительно кровли) ритмах, тогда как кислые более низкотемпературные и легкоплавкие члены занимают полярные позиции—центр массива, всякий бок, прикровлевая, апикальная часть, верхи ритма или верхние ритмы. Противоположные соотношения редки и требуют подтверждения, возможно, именно они служат примерами действительно

многофазных массивов, не считая массивы с центральными ядрами, становление пород которых отделено временным интервалом в сотни миллионов лет.

2. Наличие, как правило, единого контура массива для пород всех «фаз».

3. Очень часто наблюдающиеся примеры присутствия в одном интрузиве наряду с резкими и секущими контактами между породами—представителями нескольких «фаз»—постепенных переходов между теми же самыми членами.

4. Имеет место последовательная смена минеральных парагенезисов в порядке, отмеченном в пункте 1, свидетельствующая о том, что химическая гетерогенность первичного расплава возникала на месте остывания магмы, а не в материнском очаге*. Подобная смена обуславливается законами физической химии, конкретно, порядком выделения и сосуществования кристаллических фаз в аналоговых физико-химических системах, специфических для магмы того или иного состава. Например, для сложных норильских медно-никелевых интрузивов гипербазит-базитовой формации схема затвердевания (оливин) → оливин + энстатит → оливин + энстатит + анортит → энстатит + анортит + диопсид (В. В. Золотухин) диктуется путями кристаллизации в системах форстерит-анортит-кварц и анортит-альбит-диопсид. Для ритмично-построенных интрузивов перидотит-широксенит-норитовой формации: оливин + хромшпинелид → оливин + хромшпинелид + плагиоклаз → оливин + плагиоклаз + бронзит → плагиоклаз + бронзит—системой форстерит-анортит-диопсид-кварц⁽²⁾, для массивов диорит-гранодиорит-гранитовой формации, вероятно, крайними системами: гаплодиоритовой (анортит-альбит-диопсид) и гранитной (альбит-ортоклаз-кварц-вода) и т. д.

5. Существование зависимости внутреннего строения от морфологии интрузивов. Сообразно с двумя главными морфологическими типами массивов выделяются два крайних типа кристаллизации: а) восходящий—кристаллизация осуществляется снизу вверх, фронтальные или висячие части тел обогащаются летучими и легкоплавкими компонентами; б) нисходящий—кристаллизация происходит сверху вниз, производные остаточного расплава свойственны прикорневым частям массивов. Первый способ характерен для оснoвно-ультраосновных расслоенных интрузивов и гранитондных «межформационных» батолитов с куполообразными выступами кровли. Второй способ типичен для менее площадных (до 50—100 кв. км), штокотрубообразных и крутозалегающих гранитных массивов, имеющих подобие подводных каналов, глубинные «корневые» части. В случае совмещения этих типов кристаллизации в одном теле имеем «двухкамерную модель» становления интрузива⁽³⁾.

6. Аналогия процессов кристаллизации пород интрузивов среди рамы вмещающих осадочных и других пород—природных отливок—и

* Случаи образования асимметрии в строении интрузивов на счет реакционного взаимодействия магмы с вмещающими породами (гибридизм, ассимиляция), а также автохтонного механизма (магматическое замещение и др.) здесь не рассматриваются.

искусственных металлических или каменных отливок в неметаллической форме (2,4-6). Среди изверженных пород различаются четыре класса в зависимости от геометрической формы тел (7) аналогично отливкам (8), отличающимся неодинаковой протяженностью в трех взаимно перпендикулярных направлениях: отливки типа стенок, цилиндров (и призм) и шара. Первые соответствуют двумерным «фигурам» типа силлов, лополитов асимметрично- и ритмично-зонального строения, вторые—одномерным (дайки, вертикальные трещинные плутоны), третьи вмещают в себя нульмерные интрузивы центрального типа (штоки, воронкообразные массивы) с концентрически-зональным строением и трехмерные тела типа «батолитов» последовательно-зонального строения.

Даже без применения критериев подобия (размерность, критерии Био и Гуляева) отчетливо рисуется аналогия главных факторов процесса застывания отливок—металлы, сплавы—и интрузивов, отталкиваясь от результатов тепловой теории литья: теория затвердевания отливки (9-10 и др.). Данная теория описывает процессы интенсивности теплообмена между поверхностью тела (отливка) и окружающей средой (в металлургии—форма). Один и тот же металл характеризуется совершенно различными механизмами процесса затвердевания в зависимости от условий охлаждения.

При охлаждении интрузива происходит термическое сокращение объема его, причем, величина усадки достигает (для гранитоидов) 8—9%, а величина градиента давления в областях разряжения—усадки нескольких сотен бар. Именно в таких полостях, особенно интенсивно выраженных в приконтактных зонах и верхних куполовидных частях интрузивов, формируются камерные пегматиты и жильные аплиты (1). Свободного объема, образующегося при усадке в около-интрузивном пространстве, достаточно для образования тел так называемых дополнительных интрузий (11), что служит лишним доводом в пользу отсутствия в таких массивах пород собственно второй фазы. Величина усадки силикатных расплавов определяется разностью удельных объемов расплава при $T_{\text{сольдус}}$ и выделяющегося минерала (12).

Существуют два предельных типа затвердевания: объемное и последовательное. Объемное, или самопроизвольное, затвердевание осуществляется, когда расплав сильно переохлажден—фронт кристаллизации перемещается от периферии к центру отливки при заметном перепаде температур между раскристаллизованной зоной и зоной жидкого сплава. В результате по всему сечению образуется равномерно- и мелкозернистая структура. Последовательное, или направленное, затвердевание происходит при средней и медленной скорости охлаждения—фронт кристаллизации сначала передвигается последовательно от периферии к центру. Тем не менее значительный перепад температур между зонами твердого и жидкого металла имеет место не долго. С краев отливки и интрузий образуется тонкий слой столбчатого строения с удлинением зерен по нормали к стенкам. По мере охлаждения перепад температур между зонами постепенно уменьшается, исчезая вовсе. Структура слит-

ка по сечению получается неоднородной. В направлении от края к тепловому центру отливки сосуществуют твердая фаза (закристаллизованная зона), жидко-твердая фаза (зона затвердевания) и жидкая фаза (зона расплава). Во всех случаях изотермы примерно параллельны наиболее развитым направлениям формы тела. Ширина зоны затвердевания—главный фактор механизма вынужденной кристаллизации и, следовательно, возникновения химической неоднородности—прямо пропорциональна интервалу температур кристаллизации $T_{ликвидус} - T_{солидус}$ пород последовательных зон и обратно пропорциональна температурному градиенту. Зона затвердевания отделяется от заккристаллизованной зоны поверхностью солидуса от жидкостной—границей ликвидуса. Зоны могут включать подзоны, отделенные одна от другой границами фазовых превращений (¹³). Перемещением поверхностей раздела—фронтов ликвидуса и солидуса—с непостоянной скоростью достигается макронеоднородность—зональность—тела. В жидкой фазе перемещение компонентов происходит путем диффузии в пределах небольшого слоя жидкости, относительно обогащенного легкоплавкими компонентами и прилегающего к фронту кристаллизации (⁵, с. 215; ¹³, с. 141). «Работа» диффузионного слоя («застойная зона») очень важна, так как фронт затвердевания соприкасается не с жидкой зоной, а с расплавом диффузионного слоя, $T_{ликвидус}$ которого ниже аналогичной расплава жидкой зоны. Поэтому выпадающие из расплава кристаллы отвечают ликвидусу застойной зоны и являются более низкотемпературными—эффект «концентрационного переохлаждения» фронта затвердевания. Периодическое повторение эффекта приводит к появлению ритмичного строения (², с. 537—538). По мере роста градиента концентраций перед фронтом кристаллизации снижается $T_{солидус}$ (^{5,14}), и наступает момент, когда у поверхности раздела твердая фаза—жидкость изменение состава расплава приводит к тому, что температура кристаллизации становится ниже температуры переохлаждения. В этот период движение фронта кристаллизации прекращается, образуя очередную зону пород (фация, «субфаза»). Дальнейшая кристаллизация происходит уже при иных РТ условиях и приводит к формированию породы с отличной структурой (и парагенезисом). В результате появляется впечатление четкого «интрузивного разновозрастного» контакта между двумя разновидностями пород (^{5,13,14}). Именно суммарный эффект дискретного характера «послойной» диффузии ионов ответственен за возникновение гетерогенности природных отливок. Порядок зон определяется в итоге падением минимальных температур кристаллизации дифференциатов. Высокотемпературные зоны могут уже заккристаллизоваться, когда кристаллизация низкоплавких дифференциатов продолжается или даже не начиналась (^{5,14}). Количество зон и их размер зависят от химического состава исходной магмы (положение фигуративной точки на соответствующей диаграмме) и интенсивности теплообмена с окружающей средой.

Полости и трещины усадочной природы, возникающие на ранней стадии затвердевания, в дальнейшем заполняются еще не застывшим

расплавом более глубоких зон, стремящемся в область меньших давлений. Снова возникают случаи рывущих, псевдонинтрузивных взаимоотношений наряду с постепенными переходами и резкими фацнальными границами.

Приведенные выше черты присущи массивам или их частям—куполам и т. п., застывающим в гипабиссальных и реже мезоабиссальных условиях. В массивах, становление которых идет в абиссальной обстановке, кристаллизация протекает чаще по схеме объемного затвердевания. Различия в механизмах кристаллизации приводят в первом варианте к «кристаллохимическому рассеянию» (Л. В. Таусон) редких компонентов, во втором—к остаточному «эманационному концентрированию» рудных элементов. В соответствии с «теорией сокристаллизации» (Д. Шоу, В. Пфанн, И. Д. Рябчиков⁵⁾), берущей за основу факт различия концентраций элемента—примеси в сосуществующих кристаллизующейся твердой и жидкой фазах, при коэффициенте распределения меньше единицы редкие элементы накапливаются в расплаве перед фронтом кристаллизации. Ступенчатое оттеснение рудных элементов примесей фронтом солидуса с постепенным концентрированием в остаточных низкоплавких порциях системы во многом объясняет связь и приуроченность рудных концентраций к последним этапам становления дифференцированных серий.

Общая схема последовательности формирования пород в системе интрузив-очаг такова: 1. Интрузивная фаза: а) главная фацция; б) периферические фацции, включая приподошвенную; в) фацции апокальных частей и эндоконтактов; г) фацция сателлитов, апофиз, выступов, куполов, провисов кровли, подводящих каналов; д) фацция («субфаза») дополнительного интрузива; 2. Дайковая фаза: а) жильные (дайки первого этапа); б) дайки второго этапа; в) малые интрузии*. Это уточняет и дополняет известную схему становления интрузивных тел, выявленную на примере гранитоидов¹⁶⁾. Кристаллизация интрузивов осуществляется односторонне, как правило, снизу вверх или от периферии к центру от туго- к легкоплавким членам, реже встречно-направленно снизу и сверху, тогда как миграция «областей питания» жильных, даек и малых интрузий обычно противоположна: сверху вниз в интрузиве и далее к очагу.

Всесоюзный научно-исследовательский геологический институт

И. И. ЧИТЧЕНСКИЙ

Բարդ կառուցվածք ունեցող ինտրուզիվ մարմինների պնդացման մոդելը

Հողվածում առաջարկվում է տարրեր նախասկզբնային մազմաների ածանցյալներ հանդիսացող բարդ ինտրուզիվների ձևավորման տեսական մո-

* Закономерности образования последних рассмотрены нами в отдельной статье

դելրու Դրա հիմքում ընկած է արժանահավատ երկրաբանական տվյալների և ռիթմիկ ու գոնալ կառուցվածք ունեցող դանդիվածների առաջացումը բացատրող արդեն գոյություն ունեցող մասնակի պետությունգիական հիպոթեզների ընդհանրացումը: Օգտագործվում է արհեստական ձուլվածքների (մետաղներ, համաձուլվածքներ) և ինտրուզիվների (ձուլման ջերմային տեսություն) սրնդացման պրոցեսի հիմնական գործոնների համանմանությունը: Եզրակացություն է արվում, որ հետևողեն կառուցվածքի ենթդրված դանդիվածների դժալի մասն իրենից ներկայացնում է ոչ թե բազմաֆազ, այլ ենթդրման մի գործողության բազմաֆազիալ մարմինները: Տեսական բացատրություն է ստանում հիսլարիսալ գրանիտոիդների օրինակի վրա բացահայտված ինտրուզիվ մարմինների ձևավորման ճշոված և լրացված հայտնի սխեման:

Л И Т Е Р А Т У Р А — Բ Ր Ա Կ Ա Ն Ո Ւ Թ Յ ՈՒ Ն

- ¹ А. А. Кузнецов, Н. Ф. Шинкарев, Вестн. ЛГУ, геол. и геогр., № 6, 14 (1973).
² Е. В. Шурков, В кн. I Международн. геохимич. конгресс, т. I, М., 532 (1972).
³ Л. В. Таусон, ДАН СССР, 204, в. 2, 447 (1972).
⁴ М. А. Осипов, Контракция гранитоидов и эндогенное минералообразование, «Наука», М., 1974.
⁵ П. В. Иншин, О механизмах дифференциации магмы, «Наука», Каз. ССР, Алма-Ата, 1972.
⁶ С. А. Лесков, Магматические формации позднепалеозойской активизации каледонид Северного Тянь-Шаня, Автореф. кандид диссерт., Л., 1969.
⁷ А. А. Кузнецов, Н. Ф. Шинкарев, В кн. Щелочные породы Кольского п-ова, «Наука», Л., 38 (1974).
⁸ А. И. Вейник, Теория затвердевания отливки, М., Машгиз, 1960.
⁹ Б. Б. Гуляев, Литейные процессы, Машгиз, М—Л., 1960.
¹⁰ Труды 2-го совещ. по теории литейных процессов, Госуд. н.-т. изд. машиностр. литер., М., 1958.
¹¹ А. Н. Заварицкий, Изверженные горные породы, АН СССР, М., 1956.
¹² Б. Х. Хан, И. И. Быков и др., Затвердевание и кристаллизация каменного литья, «Наукова думка», Киев, 1969.
¹³ С. А. Лесков, В кн. Мат-лы 2-го Среднеазнатск. регион. петрограф. совещ., «Доннш», Душанбе, 140 (1971).
¹⁴ Ф. А. Летников, Гранитоиды глыбовых областей, «Наука», Новосибирск, 1975.
¹⁵ В. С. Коптев-Дворников, Н. Ф. Григорьев и др., В кн. Магматизм и связь с ним пол. иск., Госгеолтехиздат, М., 166 (1960).

УДК 595.763.79

ЭНТОМОЛОГИЯ

С. М. Яблоков-Хизорян

Новый вид жесткокрылых-кокциnellид из Индии
(Coleoptera, Coccinellidae)

(Представлено чл.-корр. АН Армянской ССР Э. А. Давтяном 29/XII 1976)

Propylea fallax Iablokoff-Khinzorian sp. nov.

Голотип, ♂, и аллотип, Непал, Амаха, Tarai Jungles—21/IV 1959, К. Becker Larsen. Типы в музее университета в Копенгагене, откуда были мне любезно присланы с материалом на обработку Н. М. Андерсеном.

Наличник трапецевидный. Лоб желтый у обонх полов, вдвое уже головы, мелко и поверхностно точечный на шагренированном фоне. Усики короче ширины головы, их последний членник в 1,3 раза длиннее ширины, с симметрично закругленной вершиной (рис. 1,д). Переднеспинка черная с крупными светлыми пятнами у передних углов и более узкой светлой боковой полосой до задних, у ♂ передний край с широкой светлой каймой (рис. 1,а). Передний край вырезан трапецевидно, передние углы закругленные, боковой край выпрямлен за ними, задние углы тупые, четко намеченные. Диск мелко густо и вдавленно точечный на почти гладком фоне. Щиток в 10 раз уже тела. Надкрылья желтые с 3 черными перевязями и черным швом, боковой край светлый до пришовного угла. Передняя перевязь треугольно вытянута к четкому плечевому бугорку, не достигает переднего края и вырисовывает у щитка пару светлых овальных пятен, средняя—дистально расширена в крупное пятно, задняя—короткая, зачерняет пришовный угол (рис. 1,а). Выпуклость надкрылий слабая, боковой скат спадает круто, у края распластан горизонтально до очень тонкой и равномерной, приподнятой боковой каймы, вдоль которой проходит широкий желобок, загибающийся вокруг плечевого бугорка до слабого перегиба переднего края, сзади скат спадает под углом меньше 45°, едва отогнут у вершины. Точечность неоднородная, с боков едва сгущенная, но здесь с единичными глазчатыми точками, в общем слегка крупнее и более рассеянная, чем на переднеспинке. Эпиплевры в 7 раз уже тела, без вдавлений. Плевры переднеспинки спереди с довольно узким срединным вдавлением. Низ черный, брюшко с боков с широкой светлой каймой, эпимеры средне- и заднегруди светлые, переднегрудь осветлена между клями, ее

выступ с закругленной вершиной, слегка выступающей за край ее тазика. с резкими, почти параллельными киями до середины базистернума. Киль среднегруди слабо и плавно изогнут за крупной поперечной ямкой. Выступ заднегруди окаймлен и параболически закруглен. Бедренные линии брюшка загнуты на четверть круга до заднего края их стернита.



Рис. 1. *Propylea fallax* Klnz, sp. nov.
 а—габитус (X 10); б—сифон сбоку и его вершина
 сверху (X 40) и его конец сбоку (X 70); в—спер-
 матека (X 70); г—тегмен снизу и сбоку (X 70);
 д—левый усик (X 70)

У ♂ анальный стернит слабо и очень широко вогнутый вдоль заднего края, трубка сифона узкая, длинная и цельная, с вентральной щелью и перепонкой, заключена перед узким обособленным вершинным отрезком, образованным несколькими узкими склеритами, загнутыми у вершины коротким крючком. Трубка тегмена слабо изогнута (см. в профиль), дистально сужена треугольно, кончается узкой притупленной лопастью, достигающей вершины параметер (рис. 1,г).

У ♀ воронки нет, сперматека толстая, крупная, сильно изогнутая, нерасчлененная (рис. 1,я). Длина 3,8 мм.

Этот вид принадлежит к роду *Propylea* Muls., насчитывающему до сих пор лишь два очень близких вида — *quatuordecimpunctata* L., распространенный почти по всей Палеарктике, и *Japanica* Thnbg., известный из Азии от Дальнего Востока до Японии и Китая. Этот вид указан также из Индии, может быть из-за смешения с новоописываемым, который от него достоверно отличается лишь по строению усиков и по гениталиям ♂ (у обоих прочих видов рода трубка сифона перед вершиной с перетяжкой, обособляющей вершинный отрезок, изогнутый полукругом и такого же сечения как дистальный отрезок, трубка тегмена не достигает вершины параметер, последний членник усиков асимметричный). Что же касается рисунка верхней части тела, то у *Japanica* он настолько изменчив, что, по-видимому, возможно нахождение особей по окраске тождественных *fallax*, хотя нам таких особей до сих пор обнаружить не удалось, несмотря на просмотр большого материала.

Институт зоологии
Академии наук Армянской ССР

Ս. Մ. ՅԱՐՈՒՍՈՎ-ՆԵՅՈՐՅԱՆ

Կարճարևերի-կոկցինելիդների հոր տեսակ շնկաառանից (Coleoptera,
Coccinellidae)

Նկարագրված է նոր տեսակ՝ *Propylea fallax* Khnz. sp. nov. նեպալից, ըստ Կոպենհագենի համալսարանի թանգարանից ուղարկված նյութերի: Մինչև այժմ այս սեռից հայտնի էր ընդամենը 2 տեսակ: Այս սեռի հիմնական տարրերից հատկանիշները հայտնաբերված են արուի գենիտալներում:

