

ԶԵԿՈՒՅՑՆԵՐ
ДОКЛАДЫ

LXIII, № 3

1976

Խմբագրական կոլեգիա

Редакционная коллегия

Գ. Ա. ԱՐՁՈՒՄԱՆՅԱՆ, տեխն. գիտ. բեկնա-
ծու (պատ. Բաբուղյաթ), է. Գ. ԱՅՐԻՆՅԱՆ,
ՀՍՍՀ ԳԱ բոլորակից-անդամ, Ա. Թ. ԲԱՐԱ-
ՅԱՆ, ՀՍՍՀ ԳԱ ակադեմիկոս, Հ. Խ. ԹՈՒՆ-
ՅԱՐՅԱՆ, ՀՍՍՀ ԳԱ ակադեմիկոս, Ա. Ա.
ԺԱՍԱՆՅԱՆ, ՀՍՍՀ ԳԱ բոլորակից-անդամ,
Վ. Մ. ՓԱԹԱՆՅԱՆ, ՀՍՍՀ ԳԱ բոլորակից-ան-
դամ, Վ. Հ. ՀԱՄԲԱՐՁՈՒՄՅԱՆ, ակադեմիկոս,
Վ. Հ. ՎԱՋԱՐՅԱՆ, ՀՍՍՀ ԳԱ ակադեմիկոս
(պատ. խմբագրի տեղակալ), Հ. Գ. ՄԱՂԱԹ-
ՅԱՆ, ՀՍՍՀ ԳԱ ակադեմիկոս, Ա. Գ. ՆԱԶԱՐՈՎ,
ՀՍՍՀ ԳԱ ակադեմիկոս (պատ. խմբագիր),
Դ. Ս. ՍԱԼԱՆՅԱՆ, ՀՍՍՀ ԳԱ բոլորակից-անդամ,
Ռ. Մ. ՍԱՊՈՆՋՅԱՆ, ՀՍՍՀ ԳԱ բոլորակից-
անդամ, Մ. Լ. ՏԵՐ-ՄԻԿԱԵԼՅԱՆ, ՀՍՍՀ
ԳԱ բոլորակից-անդամ, Վ. Բ. ՅԱՆԱՐՋՅԱՆ,
ՀՍՍՀ ԳԱ բոլորակից-անդամ:

В. А. АМБАРЦУМЯН, академик, Г. А.
АРЗУМАНЯН, канд техн. наук (отв.
секретарь), Э. Г. АФРИКЯН, чл.-корр.
АН АрмССР, А. Т. БАБАЯН, академик
АН АрмССР, Г. Х. БУІЯТЯН, акаде-
мик АН АрмССР, Е. О. КАЗАРЯН, ака-
демик АН АрмССР (зам. отв. редактора),
И. Г. МАГАКЬЯН, академик АН Арм
ССР, А. Г. НАЗАРОВ, академик АН
АрмССР (отв. редактор), Г. С. СААКЯН,
чл.-корр. АН АрмССР, О. М. САПОН-
ДЖЯН, чл.-корр. АН АрмССР, А. А. ТА-
ЛАЛЯН, чл.-корр. АН АрмССР, В. М.
ТАРАЯН, чл.-корр. АН АрмССР, М. Л.
ТЕР-МИКАЕЛЯН, чл.-корр. АН АрмССР,
В. В. ФАНАРДЖЯН, чл.-корр. АН
АрмССР

Ր Ո Վ Ա Ն Դ Ա Կ Ո Ւ Թ Յ Ո Ւ Ն

ՄԱԹԵՄԱՏԻԿԱ

Ս. Թ. Կաբապետյան—(X ₀ , m)-միսիմալ կտրվածք և ծառերի տրոհում	129
Վ. Ա. Զոլոտարյով—Ծրկու անգամ տեղափոխելի օպերատորների սխեմաների հոանկյան մոդելների մասին	136
Ռ. Վ. Խաչատրյան—Դիֆերենցիալ խաղեր դիսկրետ ինֆորմացիայով	141

ԿԻՐԱՌԱԿԱՆ ՄԱԹԵՄԱՏԻԿԱ

Ռ. Ս. Մինասյան—Ջերմահաղորդականության խառը հզորային խեղիլն ուղղանկյան համար	146
--	-----

ՖԻԶԻԿԱ

Յու. Ա. Ռափյան, Դ. Ա. Տոնոյան, Լ. Պ. Դալիվանյան, Վ. Հ. Վարդանյան—Հաստատուն մագնիսական դաշտի ազդեցության տակ կոլագենային մանրաթելերում կառուցվածքային փոփոխությունների ունեցնչյան ուսումնասիրությունը	152
Գ. Մ. Ավագյանց—Գերհզոր տրանզիստորների մասին	157
Գ. Ա. Վարդանյան—Պինդ լուծույթը արտաքին դաշտում	164

ԱՆԱԼԻՏԻԿ ՔԻՄԻԱ

Վ. Մ. Բառայան, Ֆ. Վ. Միրզոյան, Ջ. Ա. Կաբապետյան—Հիմնային ներկանյութերով ֆոսֆորի, արսենի և սելիցիումի ֆոտոմետրիկ որոշման մասին	168
---	-----

ԳԵՈՖԻԶԻԿԱ

Խ. Դ. Դավրյան—Ըստ պրոֆիլի ուղղության սահմանային արագության փոփոխության որոշման ալգորիթմի տրամաբանական հիմքը	173
---	-----

ՀԱՆՔԱՐԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

Ռ. Գ. Գեվորգյան, Ֆ. Վ. Կամինսկի, Բ. Ս. Լուսնով, Բ. Մ. Օսովցկի, Լ. Ա. Տկաչենկո և Ա. Շեսելևիչ, Ն. Դ. Խաչատրյան—Ալմաստների նոր հայտնաբերումներ Հայաստանի ուտրամաֆիտներում	176
--	-----

ՏԵԿՏՈՆԻԿԱ

Ա. Հ. Գաբրիելյան, Ս. Ա. Փիրուզյան, Դ. Պ. Սիմոնյան—Հայկական ՍՍՀ տարածքի տեյսմիկ շրջանաժման նոր սխեմա	182
---	-----

ԳԱԹՈՇԻՉԻՈՒԼՈԳԻԱ

Ա. Կ. Քյանդարյան—Ծրկամանների էֆեկտիվ արյան հոսքի որոշումը սուր դարկերակային անանցելիության ժամանակ	189
--	-----

СОДЕРЖАНИЕ

	Стр.
МАТЕМАТИКА	
С. Т. Карапетян— (x_0, m) -минимальный разрез и разбиение дерева	129
В. А. Золотарев—О треугольных моделях систем дважды перестановочных операторов	136
Р. В. Хачатрян—Дифференциальные игры с дискретной информацией	141
ПРИКЛАДНАЯ МАТЕМАТИКА	
Р. С. Минасян—Смешанная граничная задача теплопроводности для прямоугольника	146
ФИЗИКА	
Ю. А. Рапян, Г. А. Тоноян, Л. П. Дадиянян, В. А. Варданян—Рентгенографические исследования структурных изменений в коллагеновых волокнах под действием постоянного магнитного поля	152
Г. М. Авакьянц—О сверхмощных транзисторах	157
Г. А. Варданян—Твердый раствор He^3 — He^4 во внешнем поле	164
АНАЛИТИЧЕСКАЯ ХИМИЯ	
В. М. Тараян, Ф. В. Мирзоян, З. А. Карапетян—К фотометрическому определению фосфора, мышьяка и кремния основными красителями	168
ГЕОФИЗИКА	
Х. Г. Давтян—Логическая основа алгоритма определения изменения граничной скорости по направлению профиля	173
МИНЕРАЛОГИЯ	
Р. Г. Геворкян, Ф. А. Каминский, Б. С. Лунев, Б. М. Оговецкий, Н. Д. Хачатрян—Новые находки алмазов в ультрамафитах Армении	176
ТЕКТОНИКА	
А. А. Габриелян, С. А. Пирюзян, Г. П. Симонян—Новая схема сейсмического районирования территории Армянской ССР	182
ПАТОФИЗИОЛОГИЯ	
А. К. Кяндарян—Определение эффективного почечного кровотока при острой артериальной непроходимости	189

CONTENTS

MATHEMATICS

p.

- S. T. Karapetian*— (x_0m) —Minimal cut and parting trees 129
- V. A. Solotarev*—On the three—cornered models of systems of the twice permuteless operators 136
- R. V. Kchachatrian* Differential games with discrete information 141

APPLIED MATHEMATICS

- R. S. Minasian*— Mixed boundary—value heat conduction problem for rectangle 146

PHYSICS

- Yu. A. Raplan, G. A. Tonoyan, L. P. Dadivanlan, V. A. Bardanian*—X-ray study of the structural alteration of collagen filaments under the influence of direct magnetic field 152
- G. M. Avakiantz*— About super—power transistors 157
- G. A. Vardanlan*— Solid mixtures in the external field. 164

ANALYTICAL CHEMISTRY

- V. M. Tarayen, F. V. Mirzoyan, Z. A. Karapetian*—About the photometric determination of phosphorus, arsenic and silicium with the basic dyes 168

GEOPHYSICS

- Ch. G. Davtchen*— Logical basis of determination changes algorithm of boundary velocity in direction of profile 173

MINERALOGY

- R. G. Gevorkian, F. V. Kaminsky, B. S. Lunev, B. M. Osovetsky, N. D. Khachatrian*—New discoveries of diamonds in ultramafic rocks of Armenia 176

TECTONICS

- A. A. Gabriellian, S. A. Pluzian, G. P. Simonian* — New scheme of seismic zoning of Armenia 182

PATHOPHYSIOLOGY

- A. K. Klantarian* — Acute arterial obstruction: effective renal blood flow measurement 189

Технический редактор Л. А. АЗИЗБЕКЯН

ВФ 05040. Подписано к печати 26/1 1977 г. Тираж 550. Изд. 4538. Заказ 810
Формат бумаги 70X108¹/₁₆. Печ. л. 4,0. Бум. л. 2,0
Усл. печ. л. 5,6. Уч. изд. листов 4,29.

Типография Издательства АН Армянской ССР, Ереван, Барекзутян, 24.
Экминадзиская типография Издательства АН Армянской ССР

УДК 681.39

МАТЕМАТИКА

С. Т. Карпетян

(x_0, m) -минимальный разрез и разбиение дерева

(Представлено академиком АН Армянской ССР С. Н. Мергеляном 2/IV 1976)

В работе используются понятия и определения из ⁽¹⁾. Пусть каждой вершине $x \in X$ и каждому ребру $s \in A$ графа $G(X, A)$ сопоставлены, соответственно, $b(x)$ и $c(s)$ натуральные числа, называемые весами.

Определение. Для фиксированной вершины $x_0 \in X$ и натурального числа m подмножество $X_0 \subseteq X$ называется (x_0, m) -множеством, если:

$$1) x_0 \in X_0; \quad (1)$$

$$2) b(X_0) = \sum_{x \in X_0} b(x) = m; \quad (2)$$

$$3) \text{ подграф } G_0(X_0, A_0) \text{ — связанный.} \quad (3)$$

Определение. Разрезом некоторого подмножества $X' \subseteq X$ называется множество всех ребер с одним концом в X' , другим — в $X \setminus X'$. Когда $X' = (x_0, m)$ -множество, то его разрез E называется (x_0, m) -разрезом.

$c(E) = \sum_{s \in E} c(s)$ — называется весом E . $c(E) = \infty$, если $X' = \emptyset$.

Определение. (x_0, m) — разрез с наименьшим весом называется (x_0, m) -минимальным разрезом.

Задача. В графе $G(X, A)$ найти (x_0, m) — минимальный разрез.

Как следует из (1), (2) в общем случае, когда $b(x_0) = d$ множество (x_0, m) -разрезов совпадает с множеством $(x_0, m - d + 1)$ -разрезов, когда $b(x_0) = 1$. Удобно предположить $b(x_0) = 1$.

Поставленную задачу решим для дерева $D(X, A)$ с корнем x_0 . В ⁽²⁾ задача сформулирована в виде целочисленной задачи линейного программирования.

Каждое ребро $s = (x, y) \in D$ является разделяющим ⁽¹⁾, т. е. после удаления s дерево разбивается на два дерева. Одно из них



содержит вершины x_0, x (обозначается $D(x, x_0)$), другое содержит y , не содержит x_0 (обозначается $D(y, \bar{x}_0)$).

Цепь с концами x, y обозначим $W(x, y)$ и назовем полной, если $x \equiv x_0$ и y — концевая вершина. Полная цепь обозначается W_y , множество вершин цепи $W(x, y)$ символом $|x, y|$. Пусть $K = |W_z|$ — множество полных цепей и $|K| = q$. Взаимно однозначное соответствие $\varphi: K \rightarrow N = (1, \dots, q)$ назовем нумерацией K .

Для всякого φ (для упрощения считаем $\varphi(W_i) = i$) обозначим

$$W_0 = W_{q+1} = \emptyset.$$

$$V_i = W_i \setminus W_i \cap W_{i-1}, \quad (i = 1, \dots, q+1).$$

$$\bar{V}_i = W_{i-1} \setminus W_i \cap W_{i-1}, \quad (i = 1, \dots, q+1).$$

V_i называется i -ой ветвью, а $\bar{V}_i$ — i -ой сопряженной ветвью нумерации φ .

Если $\bar{\varphi}(W_i) = q - \varphi(W_i) + 1$ (т. е. $\bar{\varphi}^{-1}(i) \equiv \varphi^{-1}(q - i + 1)$), то i -я сопряженная ветвь (i -я ветвь) нумерации φ является $(q - i + 2)$ -ой ветвью ($(q - i + 2)$ -ой сопряженной ветвью) нумерации $\bar{\varphi}$. φ называется допустимой, если

$$i < j \Rightarrow W_i \cap W_{i+1} \supseteq W_i \cap W_j, \quad (i, j \in N).$$

Из допустимости φ следует допустимость $\bar{\varphi}$.

Для допустимых нумераций верно

$$V_i \cap V_j = \emptyset \quad (i \neq j); \quad (A)$$

$$\bar{V}_i \cap \bar{V}_j = \emptyset \quad (i \neq j). \quad (B)$$

Ввиду вышеизложенного из (A) следует (B) и наоборот. Докажем (A). При $j = i - 1$ утверждение очевидно. Пусть $p \geq i + 2$ и $s \in V_i \cap V_p$. Тогда $s \in W_i \cap W_p$ и так как $W_i \cap W_{i+1} \supseteq W_i \cap W_p$ ($i = 1, \dots, p - 2$), то $s \in W_{i+1}$. В частности $s \in W_{p-1}$. А это невозможно, поскольку $V_p \cap W_{p-1} = \emptyset$.

Легко также убедиться, что $\bigcup_{i=1}^r V_i = \bigcup_{i=1}^r W_i$ ($1 \leq r \leq q$).

Следовательно, для допустимой нумерации φ справедлива

Теорема 1. $V(r) = |V_1, \dots, V_r|$ — есть разбиение множества цепей дерева $D(r) = \bigcup_{i=1}^r W_i$.

Заметим, что $V_{q+1} = \emptyset$ и $D(q) = D$.

Теорема 2. Если $D(\varphi)$ число допустимых нумераций D , то $D(\varphi) \geq q$.

Обозначим $\varphi_1^{-1}(1) = W_{i_1}$, где W_{i_1} — некоторая произвольная полная цепь. Пусть нумерация φ_r r -допустимая, т. е. $\varphi_r: K_r \subseteq K \rightarrow N_r = (1, \dots, r)$ такая, что какое бы не было соответствие $\varphi_{K-r}: K \setminus K_r \rightarrow N \setminus N_r$, φ_r удовлетворяет условию допустимости при $i \in N_r, j \in N$. Если $\varphi_r^{-1}(r) = W_{x'}$ и $x' \in \{x_0, x\}$ начиная от x первая вершина, смеж-

ная $y' \in D \setminus D(r)$, то ясно, что $W_x \cap W_z \supseteq W_x \cap W_{z'}$, где $z \in D(y', \bar{x}_0)$, $W_{z'} \in D \setminus D(r)$. Следовательно, нумерация

$$\varphi_{r+1}(W_u) = \begin{cases} \varphi_r(W_u), & W_u \in K_r \\ r+1, & W_u = W_z. \end{cases}$$

$(r+1)$ — допустимая и $K_{r+1} = K_r \cup \{W_z\}$. После q -шагов получим $\varphi_q = \varphi$ допустимая нумерация K . Остальное следует из произвольности $\varphi_1^{-1}(1)$.

При таких обозначениях

$$\bar{V}_{r+1} = W(x', x), \quad V_{r+1} = W(x', z). \quad (4)$$

Вершина x' называется общей вершиной $\bar{V}_{r+1}$ и V_r , а (x', y') — начальным ребром V_{r+1} . Если $\bar{V}_i \cap V_i = \emptyset$, то $x' = x_0$. Ниже полные цепи рассматриваются пронумерованными некоторой допустимой нумерацией φ . По следующему правилу для каждого ребра $s \in D$ определим число $\lambda(s)$:

- $\lambda(s) = 0$, s — начальное ребро цепи V_i .
- если $s_1 = (x_1, x)$, $s_2 = (x, x_2)$ соседние ребра в цепи V_i , то $\lambda(s_2) = \lambda(s_1) + b(x)$.

Фактически, если $s = (x, y) \in V_i$ и x' общая вершина V_i , $\bar{V}_i$, то

$$\lambda(s) = \sum_{t \in \{x', \dots, x\}} b(t) - b(x').$$

Можно предположить, что если $s = (x, y) \in D$ концевое ребро и y — концевая вершина, то

$$\lambda(s) \leq m-1, \quad \lambda(s) + b(y) \geq m. \quad (5)$$

Тогда $\lambda(s') \leq m-1$ для любого $s' \in D$.

Пусть W_z некоторая полная цепь и $x \in \{x_0, z\}$. Из (1) и (3) следует, что всякое (x_0, m) — множество X_0 обладает свойством

$$x \in X_0 \Rightarrow |x_0, x| \subseteq X_0; \quad x \notin X_0 \Rightarrow |x, z| \subseteq X_0. \quad (6)$$

Теперь допустим, что для $s = (x, y) \in V_p$ концевого ребра не выполняется (5). Рассмотрим возможные случаи:

а) $\lambda(s) > m-1$.

Ясно, что в V_p существуют такие $s_1 = (z_1, z)$, $s_2 = (z, z_2)$ соседние ребра, что $\lambda(s_1) \leq m-1$, $\lambda(s_2) > m-1$. Тогда, если $Z' = \{x_0, z\}$, то $b(Z') > m$. Ввиду (6), любое (x_0, m) — множество не содержит вершину z и, следовательно, ни одну вершину из $D(z, \bar{x}_0)$ (в частности z_2). Если это так, то можно $D(z, \bar{x}_0)$ рассмотреть как одну, сжатую в z концевую вершину z' с весом $b(z') \geq m$. При этом для концевого ребра (z_1, z') выполняется (5).

б) $\lambda(s) + b(y) < m$.

Введем фиктивную концевую вершину y' с весом $b(y') \geq m$ и фиктивное концевое ребро $s=(y, y')$ с весом $c(s')=0$ и $\lambda(s')=\lambda(s)+b(y)$. Получим дерево D' . Ясно, что если $E' (x_0, m)$ —разрез в D' , то $E=E' \setminus E_\phi$, где E_ϕ множество фиктивных ребер, является (x_0, m) —разрезом в дереве D , причем $c(E)=c(E')$.

Теорема 3. Множество ребер $E \subseteq A$ является (x_0, m) —разрезом тогда и только тогда, когда

$$|E \cap W_r| = 1, \quad (r = 1, \dots, q).$$

$$\lambda(E) = \sum_{s \in E} \lambda(s) = m - 1.$$

Достаточность. Определим $D_0(X_0, A_0)$:

$$E \cap W_r = (x, y) \Rightarrow W(x_0, x) \subseteq D_0 \& D(y, \bar{x}_0) \subseteq D_0, \quad (r = 1, \dots, q).$$

D_0 удовлетворяет (1), (3) и E является разрезом X_0 . Из дерева $D(i)$ множеством $E_i = D(i) \cap E$ порождается

$$X_i = \bigcup_{(x_j, y_j) \in E_i} |x_0, x_j| \subseteq X_0.$$

Пусть $E_1 = (x_1, y_1) \in W_1$. Тогда $X_1 = |x_0, x_1|$ и

$$b(X_1) = b(x_0) + \left| \sum_{z \in X_1} b(z) - b(x_0) \right| = 1 + \lambda(x_1, y_1),$$

или $b(X_1) = \lambda(E_1) + 1$.

Теперь допустим $b(X_r) = \lambda(E_r) + 1$. Когда $E \cap W_{r+1} = (x_p, y_p) \in V_{r+1}$, то $E_{r+1} \equiv E_r$ и $X_{r+1} \equiv X_r$. А если $(x_p, y_p) \in V_{r+1}$ и x' общая вершина $V_{r+1}, \bar{V}_{r+1}$, то $E_{r+1} = E_r \cup |x_p, y_p|$ и $X_{r+1} = X_r \cup |x', x_p| \setminus |x'|$. В обоих случаях $b(X_{r+1}) = \lambda(E_{r+1}) + 1$. Следовательно, для $E = E_q$ имеем

$$b(X_0) = \lambda(E) + 1 = m.$$

Необходимость. Пусть $X' = (x_0, m)$ -множество и E его разрез. Из (6) следует, что $|E \cap W_i| \leq 1$. С другой стороны $|E \cap W_i| = 0$ означает $\bar{X} = |x_0, y| \subseteq X'$, где y —концевая вершина. Но, поскольку $b(\bar{X}) > \lambda(s) + b(y) \geq m$, то $y \notin X'$. Значит $|E \cap W_i| = 1$.

Как видно из свойства (6) X' совпадает с вышеопределенным множеством X_0 . Следовательно $\lambda(E) = b(X') - 1 = m - 1$.

Замечание. Теорема верна для (x_0, k) разреза при $k \leq m$. В случае $k > m$ надо предположить, что если $s = (x, y)$ концевое ребро, то $\lambda(s) + b(y) \geq k$.

Для каждого ребра $s \in D$ и каждой цепи $\bar{V}_r$ соответственно введем функции $T(s, k)$, $L(r, k)$, первоначально принимая

$$L(1, k) = T(\emptyset, k) = \begin{cases} 0, & \text{если } k=1 \\ \infty, & \text{если } 1 < k \leq m. \end{cases}$$

Если для всех ребер $\bar{s} \in \bar{V}_r$ определены $T(\bar{s}, k)$, то

$$L(r, k) = \min_{\bar{s} \in \bar{V}_r} |T(\bar{s}, k)|, \quad k = 1, \dots, m.$$

При этом $T(s, k)$ для $s \in V_r$ определяется

$$T(s, k) = \begin{cases} \infty, & \text{если } k \leq \lambda(s) \\ L(\bar{r}, k - \lambda(s)) + c(s), & \text{если } \lambda(s) < k \leq m \end{cases}$$

Обозначим $E(s, k)$ множество тех (x_0, k) -разрезов дерева $D(i)$, которые содержат ребро $s \in W_i$.

Лемма 1. В дереве $D(r)$, $(1 \leq r \leq q)$ для любого $s \in W_r$ и $1 \leq k \leq m$

$$\min_{E' \in E(s, k)} c(E') = T(s, k).$$

В случае $E(s, k) = \emptyset$ считаем $\min_{E' \in E(s, k)} c(E') = \infty$.

Простой проверкой убедимся в справедливости леммы для $D(1)$. Допустим она верна для $D(r-1)$, $(r > 1)$ и рассмотрим $D(r)$. По определению $E(s, k) = \{s\} \cup W_r$. Если $s \in V_r$, то $s \in W_{r-1} \cap W_r$, т. е. $s \in W_{r-1}$. Значит множество $E(s, k)$ для $D(r)$ и $D(r-1)$ одинаково и лемма, по предположению, доказана. Пусть $s \in V_r$, $E_0 \in E(s, k)$, $1 \leq k \leq m$. Тогда $\bar{E} = E_0 \setminus \{s\}$ $(x_0, k - \lambda(s))$ — разрез в дереве $D(r-1)$ и, по теореме 3, из W_{r-1} содержит ребро $\bar{s} \in W_{r-1} \setminus W_r \cap W_{r-1} = \bar{V}_r$. Обозначая $\bar{k} = k - \lambda(s)$, имеем:

$$\begin{aligned} \min_{E' \in E(s, k)} c(E') &= \min_{\bar{s} \in \bar{V}_r} \left[\min_{E'' \in E(\bar{s}, \bar{k})} c(E'') \right] + c(s) = \min_{\bar{s} \in \bar{V}_r} \{T(\bar{s}, \bar{k})\} + c(s) = \\ &= L(\bar{r}, \bar{k}) + c(s) = T(s, k). \end{aligned}$$

Лемма доказана.

Для каждого ребра $s \in D$ и каждой сопряженной ветви $\bar{V}_r$ соответственно введем функции $t(s, k)$, $l(\bar{r}, k)$, $(k = 1, \dots, m)$:

$$l(1, k) = \emptyset, \text{ при } 1 \leq k \leq m.$$

А если $r > 1$, то

$$l(\bar{r}, k) = \begin{cases} \emptyset, & \text{если } L(\bar{r}, k) = \infty. \\ \bar{s}, & \text{если } L(\bar{r}, k) < +\infty, \end{cases}$$

где $\bar{s} \in \bar{V}_r$ ребро, при котором $L(\bar{r}, k)$ достигает своего минимума. Тогда $t(s, k)$ для $s \in V_r$ определяется:

$$t(s, k) = l(\bar{r}, k - \lambda(s)).$$

Пусть $s_0 \in W_r$ и $1 \leq k_0 \leq m$. Как следует из леммы $E(s_0, k_0) = \emptyset$ при $T(s_0, k_0) = \infty$. Рассмотрим случай $T(s_0, k_0) < +\infty$.

Следующим образом определим множество E :

$$\begin{aligned} -s_0 \in E, t(s_0, k_0) = s_1 \in E, \\ -s_l \in E \ \& \ s_l \neq \emptyset \Rightarrow t(s_l, k_l) = s_{l+1} \in E, \end{aligned} \tag{7}$$

$$\text{где } k_l = k_0 - \sum_{h=0}^{l-1} \lambda(s_h).$$

По определению функции $l(s, k)$ для $s_i \in E$ ($i = 1, \dots$) имеем:

а) $s_i \in \bar{V}_{f_i}$, причем из $i < j$ следует $f_i > f_j$. Значит $\exists i = p > 0 / s_{p-1} \neq \emptyset \& s_p = \emptyset$.

$$\text{б) } T(s_l, k_l) = T(s_{l+1}, k_{l+1}) + c(s_l), \quad l = 0, \dots, p-1. \quad (8)$$

Так как $T(s_0, k_0) < +\infty$, то $T(s_{l+1}, k_{l+1}) < +\infty$, $i = 0, \dots, p-1$, следовательно $s_p \in \bar{V}_1$ и $T(s_p, k_p) = 0$. Тогда $k_p = 1$ или $k_0 - \sum_{i=0}^{p-1} \lambda(s_i) = 1$, т. е. для $E_0 = E \setminus |s_p|$ имеем:

$$c(E_0) = k_0 - 1.$$

Из а) также следует, что $|E_0 \cap W_i| \leq 1$, ($1 \leq i \leq r$). Когда $s_j \in W_d$ и $s_j \in W_{d+1}$, то $s_{j+1} \in \bar{V}_{d+1} \subseteq W_d$. Это означает, что $|E_0 \cap W_i| \geq 1$, следовательно $|E_0 \cap W_i| = 1$. Кроме того из (8) получаем:

$$T(s_0, k_0) = \sum_{i=0}^{p-1} c(s_i),$$

т. е. $c(E_0) = T(s_0, k_0)$. Таким образом:

Лемма 2. E_0 минимальный разрез в $E(s_0, k_0)$.

Из леммы 1, 2 непосредственно следует

Теорема 4. В дереве D существует (x_0, m) -разрез тогда и только тогда, когда

$$T(s_0, m) = \min_{s \in W_q} |T(s, m)| < +\infty.$$

При этом $E_0 = E \setminus |s_p|$, где E определяется по правилу (7), является (x_0, m) -минимальным разрезом дерева D и $c(E_0) = T(s_0, m)$.

Описание алгоритма. Пусть для $s \in W_{r-1}$ определена $T(s, k)$, ($k = 1, \dots, m$). ($T(s, k)$ для $W_0 = \emptyset$ определяется указанным образом).

1. По указанному способу (4) найти $\bar{V}_r$ и V_r .
2. Вычислить $L(\bar{r}, k)$ и определить $l(\bar{r}, k)$.
3. Если $V_r = \emptyset$, то перейти к п. 7.
4. Для $s \in V_r$ вычислить $\lambda(s)$ и определить цепь V'_r , концевое ребро которой удовлетворяет (5).
5. Для $s \in V'_r$ вычислить $T(s, k)$ и определить $l(s, k)$.
6. Если x — концевая вершина V'_r , то обозначить $W_r = W(x_0, x)$ и повторить цикл для W_r .

7. По правилу (7) определить E_0 , ($k_0 = m$, $s_0 = l(\bar{q} + 1, m)$).

Для каждого ребра выполняется $(m+1)$ сравнений и $(m+1)$ сложений. Значит, всего требуется вычисление порядка $2mn$, где

$$n = \sum_{r=1}^q |V'_r| \leq mq.$$

При реализации на ЭВМ необходимо сохранить все $l(s, k)$ $s \in D$, ($k = 1, \dots, m$), для чего требуется $m \cdot n$ единица памяти. Кро-

ме того в текущем цикле алгоритма для определения $L(r, k)$, $l(r, k)$, $T(s, k)$ максимум требуется, соответственно $-m + m + m^2$ — единиц памяти.

О п р е д е л е н и е. $X_0 \subseteq X$ называется $x_0(m)$ -множеством, а его разрез $x_0(m)$ -разрезом, если для X_0 выполняется (1), (3) и

$$b(X_0) \leq m.$$

Пусть $E = \{E_1, \dots, E_m\}$, где $E_i = (x_0, i)$ — минимальный разрез дерева D . Понятно, что, если

$$L(q+1, m_0) = \min_{1 \leq i \leq m} |L(q+1, i)|,$$

то E_{m_0} — минимальный в E и значит $x_0(m)$ — минимальный разрез этого же дерева.

Как легко убедиться, задача о ранце является задачей нахождения $x_0(k)$ -множества с минимальным разрезом в дерево-звезде с центром x_0 и $b(x_0) = 0$. В этом случае $m = k + 1$, $n \leq 2q$ и q — размерность задачи о ранце.

В (2) требуется в дереве $D(X, A)$ найти разбиение $R(X) = (X_1, \dots)$ с ограничением

$$b(X_i) \leq m, (X \in R(X))$$

и с критерием минимизации

$$c(R),$$

где символом $c(R^1)$ обозначена сумма весов внешних ребер при разбиении R^1 .

Показано, что эта задача сводится к нахождению $x_0(m)$ -минимального разреза для всех $x \in D$. Каждое ребро может содержаться, максимум в m (x_0, m) — минимальных разрезах. Значит для него выполняется $2m^2$ операций, и если n — число ребер дерева (т. е. $n = |X| - 1$), то для оптимального разбиения дерева требуется вычисление порядка $2m^2n$.

Ереванский научно-исследовательский институт математических машин

И. Р. ЧԱՐԱՊԵՏՅԱՆ

(x_0, m) -մինիմալ կտրվածք և ծառերի տրոհում

Հոդվածը նվիրված է հետևյալ խնդրի լուծմանը.

Տված է $D(X, A)$ ծառը, որի գագաթներին և կողերին համապատասխանություն մեջ է դրված ողնէ բնական թիվ (k_2 -ի)։

Պահանջվում է ծառից անջատել այնպիսի $D_0(X_0, A_0)$ ենթածառ, որը պարունակի տված x_0 գագաթը, X_0 -ին պատկանող գագաթների k_2 -իոնների գումարը չանցնի տված m թվից, իսկ այն կողերի k_2 -իոնների գումարը, որոնց մի գագաթը պատկանում է X_0 -ին, իսկ մյուսը՝ $X \setminus X_0$ -ին, լինի մինիմալ։ Խնդիրը լուծվում է գինամիկ ծագրավորման մեթոդով։ Գործողությունների քանակը m^2q կարգի է, որտեղ q -ն ծառի կախված գագաթների քանակն է։

Л И Т Е Р А Т У Р А — Կ Ր Ա Կ Ա Ն Ո Ւ Թ Յ Ո Ւ Ն

¹ О. Оре, Теория графов, изд. «Наука», 1968. ² С. Т. Карпетян, «Вопросы радио-электроники», серия ЭВТ, вып. 6, стр. 82—87, (1975).

УДК 517.43

МАТЕМАТИКА

В. А. Золотарев

О треугольных моделях систем дважды перестановочных операторов

(Представлено академиком АН Армянской ССР М. М. Джрбашяном 24/V 1976)

Линейные ограниченные операторы A_k ($k = 1, \dots, n$), определенные в гильбертовом пространстве H , называются дважды перестановочными ⁽¹⁾, если $A_k A_s = A_s A_k$, $A_k A_s^* = A_s^* A_k$ ($k \neq s$).

Оператор A в H называется вполне несамосопряженным, если $H = \bigvee_{k \geq 0} A^k (\overline{A_1 H})$, где $A_1 = \frac{1}{2i}(A - A^*)$. Символом $\bigvee_{k \geq 0} A^k (\overline{A_1 H})$ мы будем обозначать замкнутую линейную оболочку векторов вида: $A^k h$, $k \geq 0$, $h \in \overline{A_1 H}$ ^(2,3).

Пространство $H' = \bigvee_{m_1, \dots, m_n \geq 0} A_1^{m_1} \dots A_n^{m_n} h_0$, $h_0 \in H_0 = \bigcap_{k=1}^n (\overline{A_k})_1 H$ мы будем называть главной компонентой системы дважды перестановочных операторов A_k ($k = 1, \dots, n$). Оказывается, что H' является пересечением главных компонент ^(2,3) операторов A_k ($k = 1, \dots, n$).

Возможны два случая:

1. Пространство H' совпадает с H . В этом случае систему дважды перестановочных операторов A_k ($k = 1, \dots, n$) мы будем называть вполне несамосопряженной.

2. Пространство H' не совпадает с H . Тогда $H'' = H \ominus H'$ и H' приводят каждый оператор A_k ($k = 1, \dots, n$). Кроме того H'' распадается в ортогональную сумму конечного числа подпространств, каждое из которых приводит все A_k ($k = 1, \dots, n$), причем на каждом из этих подпространств хотя бы один из операторов A_k ($k = 1, \dots, n$) самосопряжен.

В настоящей заметке мы ограничимся случаем вполне несамосопряженной системы A_k ($k = 1, \dots, n$). Соответствующие результаты легко могут быть получены и в общем случае.

Важную роль для дальнейшего играет следующая система дважды перестановочных операторов. Пусть $D = \prod_{k=1}^n [0, b_k]$ — n — мерный параллелепипед, и $a_k(x_k)$ — вещественные, ограниченные, неубывающие функции на $[0, b_k]$. Обозначим через $a_k(x_k)$, J_k ($k =$

$= 1, \dots, n$) матрицы размера $(r \times r)$ такие, что $a_k(x_k) \geq 0$ при $x_k \in [0, b_k]$, $\operatorname{sp} a_k(x_k) = 1$, а J_k — инволюции ($J_k = J_k^*$, $J_k^2 = I$), причем:

1. $a_k(x_k) a_s(x_s) = a_s(x_s) a_k(x_k)$ п. в. при $x_p \in [0, b_p]$, $p = k, s$, ($k \neq s$);
2. $a_k(x_k) J_s = J_s a_k(x_k)$ п. в. при $x_k \in [0, b_k]$ ($k \neq s$);
3. $J_k J_s = J_s J_k$.

Введем в рассмотрение пространство $M_r^2(D)$:

$$M_r^2(D) = \left\{ f(x) = (f_1(x), \dots, f_r(x)) : \int_D f(x) \prod_{k=1}^n a_k(x_k) f^*(x) dx < \infty, \right. \\ \left. x = (x_1, \dots, x_n) \in D \right\} \quad (1)$$

где $dx = dx_1 \dots dx_n$. Мы предполагаем, что $\int_D \prod_{k=1}^n a_k(x_k) dx < \infty$.

Пространство $M_r^2(D)$ становится гильбертовым после факторизации по ядру введенной метрики; его мы и назовем $L_r^2(D)$. Зададим n операторов в $L_r^2(D)$ формулами:

$$(A_k f)(x) = a_k(x_k) f(x) + i \int_0^{x_k} f(x_1, \dots, x_{k-1}, t_k, x_{k+1}, \dots, x_n) a_k(t_k) J_k dt_k, \quad (2)$$

($k = 1, \dots, n$), $f(x) \in L_r^2(D)$. Легко видеть, что ядро метрики состоит

из таких функций $f(x) \in M_r^2(D)$, что: $\prod_{k=1}^n a_k(x_k) f(x) = 0$ п. в. при $x =$

$= (x_1, \dots, x_n) \in D$. Очевидно, если $f(x)$ принадлежит ядру метрики,

то и $(A_k f)$, ($k = 1, \dots, n$) принадлежат ядру метрики. То есть, сис-

тема операторов A_k ($k = 1, \dots, n$) формулами (2) определена на $L_r^2(D)$

корректно. Операторы A_k — дважды перестановочны ($k = 1, \dots, n$).

Имеет место следующая теорема.

Теорема 1. Пусть A_k ($k = 1, \dots, n$) — заданная система дважды перестановочных операторов в H , причем:

1. $H_0 = \bigcap_{k=1}^n (A_k)_1 H$ — конечномерно;

2. спектр каждого оператора A_k вещественен ($k = 1, \dots, n$). Тогда существует пространство $L_r^2(D)$ и операторы A_k в нем ($k = 1, \dots, n$) (см. (1), (2)), а также изометрический оператор U , отображающий главную компоненту системы операторов A_k ($k = 1, \dots, n$) на главную компоненту модельной системы операторов $\tilde{A}_k$ ($k = 1, \dots, n$) так, что $A_k U^{-1} \tilde{A}_k U$ ($k = 1, \dots, n$).

Если у операторов A_k ($k = 1, \dots, n$) есть невещественный спектр, то можно построить дискретную модель, аналогичную модели (1), (2).

Пусть $\dim H_0 = 1$, $n = 1$ и λ_k последовательность комплексных чисел из верхней полуплоскости таких, что:

$$\sum_1^N \operatorname{Im} \lambda_k < \infty, \quad 2 \operatorname{Im} \lambda_k = \beta_k^2, \quad \beta_k > 0 \quad (k = 1, \dots, N, \quad N < \infty)$$

Введем пространство $l^2(\beta)$:

$$l^2(\beta) = \{f(k) \ (k = 1, \dots, N) : \sum_{k=1}^n |f(k)|^2 \beta_k^2 < \infty\}$$

и оператор A ; $(Af)(k) = \lambda_k f(k) + i \sum_{s=1}^{k-1} f(s) \beta_s^2$.

Используя эту модель, можно в теореме 1 освободиться от условия вещественности спектра.

II. Пусть задана система линейных ограниченных операторов $A_k (k = 1, \dots, n)$. Тогда существуют операторы $(^1)\varphi$ и $\sigma_k (k = 1, \dots, n)$ такие, что φ отображает H на некоторое гильбертово пространство E , σ_k определенные на E самосопряженные операторы $(k = 1, \dots, n)$,

причем $2(A_k)_I = \varphi^* \sigma_k \varphi \quad (k = 1, \dots, n)$. Функция $S(\vec{\xi}, \lambda) = I - i\varphi \left(\sum_1^n \xi^k A_k - \lambda I \right)^{-1} \varphi^* \left(\sum_1^n \xi^k \sigma_k \right)$ называется характеристической операторной функцией системы операторов $A_1, \dots, A_n$, ξ^k — вещественны $(k = 1, \dots, n)$ и $\vec{\xi} = (\xi^1, \dots, \xi^n)$.

Одним из главных результатов теории несамосопряженных операторов в случае $n = 1$ заключается в следующем. Каждому ограниченному оператору, с конечномерной мнимой компонентой и вещественным спектром можно сопоставить задачу Коши на интервале $0 \leq x \leq l$:

$$\frac{d}{dx} (a(x) - i)f(x, i) + f(x, i)a(x)J = 0,$$

$$f(0, i) = u_0, \quad a(x) \geq 0 \quad \text{п. в. при } x \in [0, l], \quad J$$

инволюция $(^{2,3})$ причем, характеристическая функция оператора A совпадает с матрицей монодромии этого уравнения $W(l, i)$ $(^3)$. Оказывается, что этот факт можно обобщить на случай семейства дважды перестановочных операторов $A_k (k = 1, \dots, n)$. Сформулируем его для случая $n = 2$.

Пусть $\dim H_0 = r$, $G = \bigvee_{k=1,2} H_k$ и $\sigma_k = 2P_G(A_k)_I P_G$, где P_G — ортопроектор на G . Тогда характеристическая функция $S(\vec{\xi}, \lambda)$ может быть записана в виде:

$$S(\vec{\xi}, \lambda) = I - iP_G \left(\sum_1^2 \xi^k A_k - \lambda I \right)^{-1} P_G \left(\sum_1^2 \xi^k \sigma_k \right).$$

Теорема 2. Пусть A_1, A_2 — вполне несамосопряженная система дважды перестановочных операторов таких, что:

- 1) $\dim H_0 = r < \infty$;
- 2) спектр A_k вещественен, $k = 1, 2$.

Тогда существует система гиперболических уравнений в частных производных вида:

$$i\xi^1 \frac{\partial}{\partial x} f(x_1, x_2) a_1(x_1) J_1 + i\xi^2 \frac{\partial}{\partial x_1} f(x_1, x_2) a_2(x_2) J_2 + \frac{\partial^2}{\partial x_1 \partial x_2} \left(\sum_{k=1}^2 \xi^k a_k(x_k) - \lambda \right) \times \\ \times f(x_1, x_2) = 0 \quad (3)$$

с условиями на характеристиках $x_k = 0$ ($k = 1, 2$):

$$i\xi^1 f(x_1, 0) a_1(x_1) J_1 + \frac{\partial}{\partial x_1} \left(\sum_{k=1}^2 \xi^k a_k(x_k) - \lambda \right) f(x_1, x_2) \Big|_{x_2=0} = \frac{\partial}{\partial x_1} u_1(x_1) \xi^2 \Gamma_2 J_2 \\ i\xi^2 f(0, x_2) a_2(x_2) J_2 + \frac{\partial}{\partial x_2} \left(\sum_{k=1}^2 \xi^k a_k(x_k) - \lambda \right) f(x_1, x_2) \Big|_{x_1=0} = \frac{\partial}{\partial x_2} u_2(x_2) \xi^1 \Gamma_1 J_1 \quad (4) \\ \left(\sum_{k=1}^2 \xi^k a_k(x_k) - \lambda \right) f(x_1, x_2) \Big|_{\substack{x_k=0 \\ k=1,2}} = u_1(0) \xi^2 \Gamma_2 J_2 + u_2(0) \xi^1 \Gamma_1 J_1 + u_0 \left(\sum_{k=1}^2 \xi^k \Gamma_k J_k \right),$$

где $u = u_1(x_1) + u_2(x_2) + u_0$ заданная функция, причем $\int_0^{b_k} u_k(x_k) a_k(x_k) dx_k = 0$ ($k = 1, 2$), u_0 — константа; $a_k(x_k) \geq 0$ при $x_k \in [0, b_k]$, J_k — инволюции ($k = 1, 2$), причем $\Gamma_k = \int_0^{b_k} a_k(x_k) dx_k$ ($k = 1, 2$). По функции $f(x_1, x_2)$, являющейся решением уравнения (3) с краевыми условиями (4) при заданной функции u , определим функцию $v = v_1(x_1) + v_2(x_2) + v_0$ ($\int_0^{b_k} v_k(x_k) a_k(x_k) dx_k = 0$, $k = 1, 2$; v_0 — константа) следующими соотношениями на характеристиках $x_k = b_k$ ($k = 1, 2$):

$$i\xi^1 f(x_1, b_2) a_1(x_1) J_1 + \frac{\partial}{\partial x_1} \left(\sum_{k=1}^2 \xi^k a_k(x_k) - \lambda \right) f(x_1, x_2) \Big|_{x_2=b_2} = \frac{\partial}{\partial x_1} v_1(x_1) \xi^2 \Gamma_2 J_2 \\ i\xi^2 f(b_1, x_2) a_2(x_2) J_2 + \frac{\partial}{\partial x_2} \left(\sum_{k=1}^2 \xi^k a_k(x_k) - \lambda \right) f(x_1, x_2) \Big|_{x_1=b_1} = \frac{\partial}{\partial x_2} v_2(x_2) \xi^1 \Gamma_1 J_1 \\ \left(\sum_{k=1}^2 \xi^k a_k(x_k) - \lambda \right) f(x_1, x_2) \Big|_{\substack{x_k=b_k \\ k=1,2}} = v_1(b_1) \xi^2 \Gamma_2 J_2 + v_2(b_2) \xi^1 \Gamma_1 J_1 + v_0 \left(\sum_{k=1}^2 \xi^k \Gamma_k J_k \right).$$

Тогда $S(\xi, \lambda)$ сопоставляет функции u на одной паре характеристик ($x_k = 0$, $k = 1, 2$) значения v на другой паре характеристик ($x_k = b_k$, $k = 1, 2$); то есть $S(\xi, \lambda)u = v$.

Соответствующие результаты, аналогичные теореме 2, переносятся на случай произвольного n .

Идею доказательства теоремы и саму теорему 2 в случае $r = 1$, $a_k(x_k) = 0$, $a_k(x_k) = J_k = 1$, ($k = 1, 2$) устно сообщил автору М. С. Лившиц.

В заключение приношу глубокую благодарность М. С. Лившицу за постановку задач и руководство работой.

Харьковский государственный университет

Երկու անգամ տեղափոխելի օպերատորների սխեմաների
եռանկյան մոդելների մասին

H հիլբերտյան տարածության մեջ սահմանված $A_k (k = 1, \dots, n)$ օպերատորների սխեմանը կոչվում է երկու անգամ տեղափոխելի, եթե $A_k A_s = A_s A_k$ $A_k A_s^* = A_s^* A_k$ ($k \neq s$).

Աշխատանքում դիտարկվում են երկու անգամ տեղափոխելի A_k օպերատորների եռանկյան մոդելներ H -ում՝ այնպիսին, որ $H_0 = \bigcap_{k=1}^n (A_k)$, H վերջավոր չափանի է և ամեն մի $A_k (k = 1, \dots, n)$ օպերատորի սպեկտրը իրական է:

ЛИТЕРАТУРА — ГРАФИЧЕСКОЕ

¹ Б. Секефальви-Надь, Ч. Фояш, Гармонический анализ операторов в гильбертовом пространстве, Изд. «Мир», М., 1970. ² М. С. Бродский, М. С. Лившиц, УМН, т. 13, № 1, М., 1958. ³ М. С. Бродский, Треугольные и жордановы представления линейных операторов, Изд. «Наука», М., 1969. ⁴ М. С. Лившиц, А. А. Янцевич, Теория операторных узлов в гильбертовых пространствах, Харьков, ХГУ, 1971. ⁵ И. Ц. Гохберг, М. Г. Крейн, Теория вольтерровых операторов в гильбертовом пространстве и ее приложения, Изд. «Наука», М., 1967.

УДК 518.90

МАТЕМАТИКА

Р. В. Хачатрян

Дифференциальные игры с дискретной информацией

(Представлено чл.-корр. АН Армянской ССР Р. А. Александрияном 3/IX 1976)

Пусть точка x перемещается в пространстве R^2 в соответствии с уравнением

$$\dot{x} = f(x, u, v) \quad (1)$$

из начального состояния x_0 . Относительно вектор-функции $f(x, u, v)$ мы будем предполагать, что она непрерывна по всем аргументам и по x удовлетворяет условию Липшица, с константой не зависящей от u и v и $u \in U \subset R^k$, $v \in V \subset R^l$, где U, V компактные множества.

Задано конечное разбиение S^P пространства R^2 множествами $S_1^P, \dots, S_n^P$ и конечное разбиение S^E того же пространства множествами $S_1^E, \dots, S_m^E$. Обозначим через X некоторое множество в R^2 обладающее следующим свойством: существуют такие наборы $i_1, i_2, \dots, i_k, j_1, j_2, \dots, j_e$, что $\bigcup_{m=1}^k S_{i_m}^P = \bigcup_{n=1}^e S_{j_n}^E = X$. Очевидно, что такое множество X существует, например, в качестве X можно взять все пространство R^2 .

Игра происходит следующим образом. Случай выбирает точку x_0 в соответствии с непрерывным распределением $G(x)$ на X . Пусть выбранная точка $x_0 \in S_{i_0}^P \cap S_{j_0}^E$, тогда игроку P сообщается, что x_0 принадлежит множеству $S_{i_0}^P$ и игроку E сообщается, что x_0 принадлежит множеству $S_{j_0}^E$. Игра развивается из точки x_0 в соответствии с дифференциальным уравнением (1). Пока Точка $x(t)$ остается в пересечении $S_{i_0}^P \cap S_{j_0}^E$ игрокам P и E ничего дополнительно не сообщается. Пусть в некоторый момент $\bar{t}$ точка $x(\bar{t})$ оказывается в множестве $S_{i_k}^P \cap S_{j_e}^E$, тогда игроку P сообщается, что точка $x(\bar{t})$ принадлежит множеству $S_{i_k}^P$, а игроку E , что она принадлежит $S_{j_e}^E$. Эта информация не пополняется, пока точка остается в множестве $S_{i_k}^P \cap S_{j_e}^E$.

При попадании точки $x(t)$ в следующее пересечение, игрокам сообщаются соответствующие элементы пересечения и т. д.

В R^3 задана кривая γ . Процесс продолжается до момента t_1 , когда точка $x(t_1)$ впервые попадает на кривую γ . Если такого момента не существует, то t_1 полагается равным бесконечности. Пусть $u(t)$, $v(t)$ любые два измеримые программные управления игроков P и E . Мы будем предполагать, что из любой начальной точки x_0 игра может быть закончена за конечное время. Это означает, что для любой начальной точки x_0 существует такое $T(x_0)$, что при любой паре измеримых программных управлений $u(t)$, $v(t)$, t_1 из состояния x_0 не превосходит $T(x_0)$. Пусть $T = \sup_{x \in X} T(x)$ и $T < \infty$, игру для которой это последнее условие выполняется мы будем называть ограниченной.

Для всех $x \in \gamma$ задана некоторая непрерывная, ограниченная функция $b(x)$ и выигрыш игрока E , при условии, что игра развивалась из начального состояния x_0 по траектории $x(t)$, полагается равным

$$F(x_0, x(t)) = b(x(t_1)).$$

Выигрыш P равен $-F(x_0, x(t))$.

Перейдем теперь к определению игры в нормальной форме.

Информационные множества. Элементы разбиения S^P мы будем называть информационными множествами игрока P . Аналогично, информационными множествами игрока E мы будем называть элементы разбиения S^E .

Чистые стратегии. Под чистыми стратегиями $u(\cdot)$ ($v(\cdot)$) игрока P (E) мы будем (см. (1), (2)) понимать всевозможные однозначные отображения $S^P \xrightarrow{u(\cdot)} U$ ($S^E \xrightarrow{v(\cdot)} V$). Таким образом, стратегии игроков P и E оказываются конечномерными векторами $u = (u_1, \dots, u_n)$, $v = (v_1, \dots, v_m)$, где $u_i \in U$ ($v_j \in V$) есть выбор игрока P (E) в информационном множестве S_i^P (S_j^E).

Для дальнейшего, налагаются дополнительные условия на разбиения S^P и S^E и на правую часть уравнения (1).

Выигрыш. Пусть в результате случайного выбора $G(x)$ реализовалось начальное состояние x_0 и игроки P и E выбрали $u(\cdot)$, $v(\cdot)$. Тогда выигрыш равен

$$K(x_0; u(\cdot), v(\cdot)) = F(x_0; x(t)) = b(x(t_1)), \quad (2)$$

если в ситуации $(u(\cdot), v(\cdot))$ из начального состояния x_0 траектория $x(t)$ не проходит через особые точки до пересечения кривой γ и

$$K(x_0; u(\cdot), v(\cdot)) = 0 \quad (3)$$

в противном случае.

Функция выигрыша. По определению каждой паре стратегии

$(u(\cdot), v(\cdot))$ и начальному состоянию x_0 однозначно соответствует выигрыш $K(x_0; u(\cdot), v(\cdot))$. Однако, выбор начального состояния x_0 случаен, поэтому под функцией выигрыша $M(u(\cdot), v(\cdot))$ мы будем понимать среднее значение выигрыша, усредненное по начальному состоянию

$$M(u(\cdot), v(\cdot)) = \int_X K(x_0; u(\cdot), v(\cdot)) dG(x) \quad (4)$$

Определив пространства стратегий игроков P и E и функцию выигрыша, мы определили игру в нормальной форме

$$\Gamma = \langle \Delta_P, \Delta_E, M(u(\cdot), v(\cdot)) \rangle.$$

Игра Γ является игрой с неполной информацией, поэтому в подавляющем большинстве случаев ситуация равновесия в чистых стратегиях в этой игре не существует. Поэтому для построения решения мы расширим множества стратегий Δ_P и Δ_E до смешанных стратегий.

Смешанные стратегии. Пусть $\mu(\nu)$ произвольные вероятностные меры на $\Delta_P(\Delta_E)$. Под смешанной стратегией $\mu(\nu)$ игрока $P(E)$ мы будем понимать произвольную вероятностную меру на $\Delta_P(\Delta_E)$. Множество всех смешанных стратегий $P(E)$ мы будем обозначать через $\Sigma_P(\Sigma_E)$. Под смешанным расширением игры преследования с неполной информацией мы понимаем игру в нормальной форме над пространствами стратегий Σ_P, Σ_E с функцией выигрыша

$$R(\mu, \nu) = \int \int_{\Sigma_P \Sigma_E} M(u(\cdot), v(\cdot)) d\mu d\nu \quad (5)$$

Легко доказать компактность множеств чистых стратегий игроков P и E и непрерывность функций выигрыша. В теории игр известно, что всякая игра в нормальной форме определенная на компактных множествах стратегий и с непрерывной функцией выигрыша имеет ситуацию равновесия в смешанных стратегиях. Из этого получаем следующую теорему.

Теорема. Если дифференциальная ограниченная игра с неполной информацией Γ определена на регулярных информационных разбиениях S^P, S^E , распределение $G(x)$ непрерывно, множество X ограничено, а функция $b(x)$ непрерывна и ограничена, то она имеет ситуацию равновесия в смешанных стратегиях.

Пример. В R^2 задан круг C единичного радиуса. Будем считать, что разбиение S^P и S^E совпадают и имеют вид $S^P = S^E = S = \{C, R^2 \setminus C\}$. Кривая γ представляет собой границу множества C . Множество X совпадает с внутренностью круга C , распределение $G(x)$ равномерно на X . Уравнение движения имеет вид:

$$\dot{x}_1 = u_1 + v_1$$

$$\dot{x}_2 = u_2 + v_2$$

Управляющие параметры u_1, u_2 могут принимать одно из двух значений $\{+1, -1\}$, параметры v_1, v_2 одно из двух значений $\{+2, -2\}$.

Выигрыш игрока E полагается равным $x_2(t_1)$, где t_1 — момент пересечения траекторий $(x_1(t), x_2(t))$ кривой γ — границы круга C .

Поскольку игра остается в одном информационном множестве C , то стратегии игроков P и E имеют вид:

для игрока P	для игрока E
$u_1(\cdot) : (1; 1)$	$v_1(\cdot) : (2; 2)$
$u_2(\cdot) : (1; -1)$	$v_2(\cdot) : (2; -2)$
$u_3(\cdot) : (-1; 1)$	$v_3(\cdot) : (-2; 2)$
$u_4(\cdot) : (-1; -1)$	$v_4(\cdot) : (-2; -2)$

Можно построить матрицу векторов скоростей точки $x = (x_1; x_2)$ в различных ситуациях. Она имеет вид:

$$\begin{array}{c}
 \begin{array}{cccc}
 & u_1 & u_2 & u_3 & u_4 \\
 \begin{array}{l} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \\ v_4 \end{array} & \left(\begin{array}{cccc}
 (3; 3) & (3; 1) & (1; 3) & (1; 1) \\
 (3; -1) & (3; -3) & (1; -1) & (1; -3) \\
 (-1; 3) & (-1; 1) & (-3; 3) & (-1; 1) \\
 (-1; -1) & (-1; -3) & (-3; -1) & (-3; -3)
 \end{array} \right)
 \end{array}
 \end{array}$$

Для вычисления элементов матрицы выигрышей воспользуемся предыдущей матрицей. Используя элементы предыдущей матрицы можно рассчитать траекторию движения точки $x = (x_1; x_2)$ при любом начальном условии $x_0 \in X$ и точку пересечения этой траектории с кривой γ , а следовательно и ординату $x_2(t_1)$ этой точки, т. е. выигрыш игрока E . Далее усредняя по начальным данным получаем средний выигрыш E в каждой ситуации. Здесь мы не будем проводить всех вычислений, хотя они могут быть явно выполнены, но заметим лишь, что в матрице выигрышей имеются много совпадающих элементов. Она имеет следующий вид:

$$\begin{array}{c}
 \begin{array}{cccc}
 & u_1 & u_2 & u_3 & u_4 \\
 \begin{array}{l} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \\ v_4 \end{array} & \left(\begin{array}{cccc}
 a & c & b & a \\
 d & e & e & f \\
 b & a & a & c \\
 c & f & d & e
 \end{array} \right)
 \end{array}
 \end{array}$$

Можно показать далее, что между элементами матрицы выигрышей выполняется следующее неравенство:

$$b > a > c > d > e > f.$$

Вычисляя верхнее и нижнее значение игры получаем, что $\bar{v} = a$ и $v = c$. Поскольку $a > c$, то ситуация равновесия в чистых стратегиях, как и следовало ожидать, не существует.

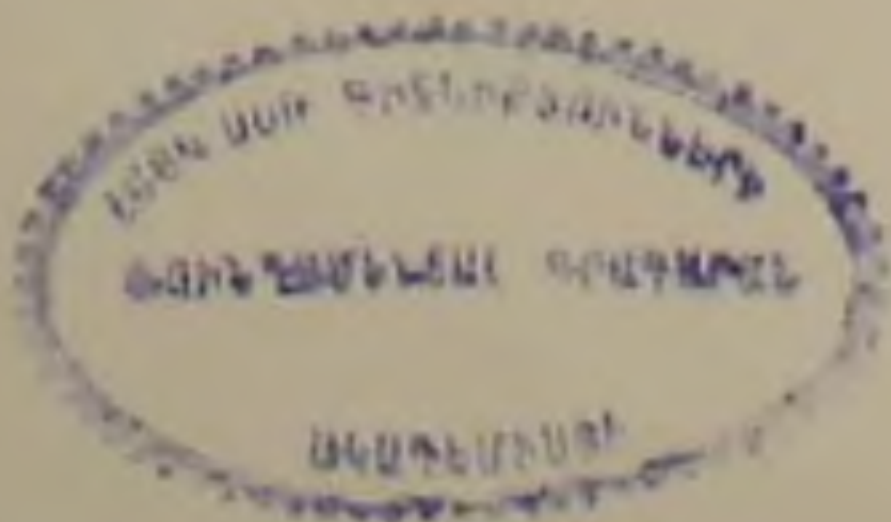
Դիֆերենցիալ խաղերի դիսկրետ ինֆորմացիայով

Այս աշխատանքում ուսումնասիրվում է դիֆերենցիալ խաղ ինֆորմացիոն բաղադրության դիսկրետ տրոհումով և խաղի տևողությունը նախապես նշված չէ։ Վերջինս շատ է դժվարեցնում ուսումնասիրությունը և դրա համար դիֆերենցիալ հավասարումների սխտեմայի վրա դրվում էն որոշ պայմաններ։ Ապացուցված է որոշ պայմանների դեպքում հավասարակշռության իրադրության գոյությունը խառը վարվելակերպերի դասում։

Աշխատանքում բերվում է նաև օրինակ, որտեղ ցույց է տրվում հավասարակշռության իրադրության գոյությունը խառը վարվելակերպերի դասում։

ЛИТЕРАТУРА — ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

¹ Н. Н. Воробьев, УМН, XXV, вып 2 (152) (1970). ² Л. А. Петросян, Успехи теории игр, Вильнюс, 1973.



УДК 536.24

ПРИКЛАДНАЯ МАТЕМАТИКА

Р. С. Минасян

Смешанная граничная задача теплопроводности для прямоугольника

(Представлено академиком АН Армянской ССР М. М. Джрбашяном 3/VI 1976)

В работах (1-4) даны решения смешанных краевых задач теплопроводности для бесконечного цилиндра и полуплоскости. В настоящей работе приводится решение задачи плоского стационарного распределения тепла в прямоугольной области при наличии теплообмена с окружающей средой, когда коэффициенты теплообмена произвольным образом изменяются по контуру. Предполагаем, что внутри области имеются источники тепла, интенсивность которых линейно зависит от температуры тела. Функция распределения температуры $U(x, y)$ удовлетворяет уравнению

$$\frac{\partial^2 U}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial y^2} = -\alpha U - \frac{1}{\lambda} w(x, y) \quad (1)$$

и граничным условиям

$$-\frac{\partial U}{\partial x}\bigg|_{x=0} = h_0(y)[T_0(y) - U(0, y)]; \quad \frac{\partial U}{\partial x}\bigg|_{x=c} = h_1(y)[T_1(y) - U(c, y)]; \quad (2)$$

$$-\frac{\partial U}{\partial y}\bigg|_{y=0} = h_2(x)[S_0(x) - U(x, 0)]; \quad \frac{\partial U}{\partial y}\bigg|_{y=d} = h_3(x)[S_1(x) - U(x, d)].$$

Здесь $h_0(y)$, $h_1(y)$, $h_2(x)$, $h_3(x)$, $T_0(y)$, $T_1(y)$, $S_0(x)$ и $S_1(x)$ — соответственно коэффициенты теплообмена и температура окружающей среды у границ $x=0$, $x=c$, $y=0$ и $y=d$. Относительно этих функций, а также $w(x, y)$ предполагаем, что они имеют ограниченную вариацию. Кроме того, исходя из физического смысла, предполагаем, что коэффициенты теплообмена неотрицательны, а также, что $\alpha < 0$. Прежде, чем перейти к нахождению решения, преобразуем граничные условия (2) к следующему виду:

$$-\frac{\partial U}{\partial x}\bigg|_{x=0} + h_0^* U(0, y) = h_0(y) T_0(y) - [h_0(y) - h_0^*] U(0, y);$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial U}{\partial x} \Big|_{x=c} + h_1^* U(c, y) &= h_1(y) T_1(y) - [h_1(y) - h_1^*] U(c, y); \\ -\frac{\partial U}{\partial y} \Big|_{y=0} + h_2^* U(x, 0) &= h_2(x) S_0(x) - [h_2(x) - h_2^*] U(x, 0); \\ \frac{\partial U}{\partial y} \Big|_{y=d} + h_3^* U(x, d) &= h_3(x) S_1(x) - [h_3(x) - h_3^*] U(x, d), \end{aligned} \quad (3)$$

где

$$h_0^* = \frac{1}{d} \int_0^d h_0(y) dy; \quad h_1^* = \frac{1}{d} \int_0^d h_1(y) dy; \quad h_2^* = \frac{1}{c} \int_0^c h_2(x) dx; \quad h_3^* = \frac{1}{c} \int_0^c h_3(x) dx.$$

Разложим далее $U(x, y)$ в ряд

$$U(x, y) = \sum_{k=0}^{\infty} f_k(x) \eta_k(y), \quad (4)$$

где $f_k(x) = \int_0^d U(x, y) \eta_k(y) dy$, а $\eta_k(y)$ являются собственными функциями краевой задачи

$$\eta''(y) + \gamma^2 \eta(y) = 0; \quad -\eta'(0) + h_2^* \eta(0) = \eta'(d) + h_3^* \eta(d) = 0 \quad (5)$$

и имеют вид:

$$\eta_k(y) = \sqrt{\frac{2}{d}} \left[1 + \frac{h_2^{*2}}{\gamma_k^2} + \frac{(h_2^* + h_3^*)(\gamma_k^2 + h_2^* h_3^*)}{\gamma_k^2 (\gamma_k^2 + h_3^{*2}) d} \right]^{-\frac{1}{2}} \left(\cos \gamma_k y + \frac{h_2^*}{\gamma_k} \sin \gamma_k y \right),$$

причем собственные значения γ_k являются корнями трансцендентного уравнения

$$\operatorname{tg} \gamma_k d = \frac{\gamma_k (h_2^* + h_3^*)}{\gamma_k^2 - h_2^* h_3^*}. \quad (6)$$

Функции $\eta_k(y)$, ортогональные и нормированные в $[0, d]$, составляют полную систему ⁽⁵⁾. Заметим, что корни уравнения (6) заключены в пределах ⁽⁶⁾

$$\frac{k\pi}{d} + \frac{h_2^* + h_3^*}{k\pi} \left[1 + \frac{2(h_2^* + h_3^*)d + (h_2^{*2} + h_3^{*2})d^2}{2k^2\pi^2} \right]^{-1} < \gamma_k < \frac{k\pi}{d} + \frac{h_2^* + h_3^*}{k\pi}. \quad (7)$$

Для определения коэффициентов разложения (4) умножим уравнение (1) на $\eta_k(y) dy$ и, проинтегрировав по y от 0 до d , получим

$$f_k^*(x) - (\gamma_k^2 - a) f_k(x) = -\frac{1}{\lambda} \int_0^d w(x, y) \eta_k(y) dy - \eta_k(d) \left[\frac{\partial U}{\partial y} + h_3^* U \right] \Big|_{y=d} -$$

$$-\eta_k(0) \left[-\frac{\partial U}{\partial y} + h_2^* U \right] \Big|_{y=0}. \quad (8)$$

В правую часть уравнения (8) входят неизвестные значения $\frac{\partial U}{\partial y} + h_3^* U$ на $y=d$ и $-\frac{\partial U}{\partial y} + h_2^* U$ на $y=0$. Представив их в виде рядов:

$$-\frac{\partial U}{\partial y} \Big|_{y=0} + h_2^* U(x, 0) = \sum_{j=0}^{\infty} \frac{n_j^{(0)}}{\sqrt{j+1}} \theta_j(0) \theta_j(x); \quad (9)$$

$$\frac{\partial U}{\partial y} \Big|_{y=d} + h_3^* U(x, d) = \sum_{j=0}^{\infty} \frac{n_j^{(1)}}{\sqrt{j+1}} \theta_j(c) \theta_j(x),$$

где $\theta_j(x)$ — собственные функции краевой задачи

$$\theta''(x) + \lambda^2 \theta(x) = 0; \quad -\theta'(0) + h_0^* \theta(0) = \theta'(c) + h_1^* \theta(c) = 0 \quad (10)$$

и подставляя в (8), после некоторых преобразований получим для $U(x, y)$ следующее выражение

$$\begin{aligned} U(x, y) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{\eta_k(y)}{L_k} \left\{ L_k^{(1)}(x) \left[\frac{m_k^{(0)}}{\sqrt{k+1}} \eta_k(0) + \frac{1}{\lambda \nu_k} \int_0^x w_k(x_1) L_k^{(2)}(x_1) dx_1 \right] + \right. \\ \left. + L_k^{(2)}(x) \left[\frac{m_k^{(1)}}{\sqrt{k+1}} \eta_k(d) + \frac{1}{\lambda \nu_k} \int_x^c w_k(x_1) L_k^{(1)}(x_1) dx_1 \right] \right\} + \\ + \sum_{k=0}^{\infty} \frac{\theta_k(x)}{M_k \sqrt{k+1}} \left[n_k^{(0)} \theta_k(0) M_k^{(1)}(y) + n_k^{(1)} \theta_k(c) M_k^{(2)}(y) \right]. \end{aligned} \quad (11)$$

Здесь введены следующие обозначения

$$L_k^{(1)}(x) = \nu_k \operatorname{ch} \nu_k (c-x) + h_1^* \operatorname{sh} \nu_k (c-x); \quad L_k^{(2)}(x) = \nu_k \operatorname{ch} \nu_k x + h_0^* \operatorname{sh} \nu_k x; \quad \nu_k = \sqrt{\gamma_k^2 - \alpha};$$

$$L_k = (\nu_k^2 + h_0^* h_1^*) \operatorname{sh} \nu_k c + \nu_k (h_0^* + h_1^*) \operatorname{ch} \nu_k c; \quad w_k(x) = \int_0^d w(x, y) \eta_k(y) dy;$$

$$M_k^{(1)}(y) = \mu_k \operatorname{ch} \mu_k (d-y) + h_3^* \operatorname{sh} \mu_k (d-y); \quad M_k^{(2)}(y) = \mu_k \operatorname{ch} \mu_k y + h_2^* \operatorname{sh} \mu_k y; \quad (12)$$

$$M_k = (\mu_k^2 + h_2^* h_3^*) \operatorname{sh} \mu_k d + \mu_k (h_2^* + h_3^*) \operatorname{ch} \mu_k d; \quad \mu_k = \sqrt{\delta_k^2 - \alpha}.$$

Для определения неизвестных постоянных $m_k^{(l)}, n_k^{(l)}$ ($l=0, 1$) удовлетворим граничным условиям (3). Умножая первые два из условий (3) на $\eta_k(y) dy$ и интегрируя по y от 0 до d , будем иметь

$$m_k^{(0)} = -\frac{\sqrt{k+1}}{\eta_k(0)} \int_0^d [h_0(y) - h_0^*] \sum_{j=0}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{j+1}} \left[\frac{\eta_j(y)}{L_j} \left(m_j^{(0)} \tau_j(0) L_j^{(1)}(0) + \right. \right. \\ \left. \left. + m_j^{(1)} \nu_j \tau_j(d) \right) + \frac{\theta_j(0)}{M_j} \left(n_j^{(0)} \theta_j(0) M_j^{(1)}(y) + n_j^{(1)} \theta_j(c) M_j^{(2)}(y) \right) \right] \eta_k(y) dy + \xi_k^{(0)}; \\ m_k^{(1)} = -\frac{\sqrt{k+1}}{\eta_k(d)} \int_0^d [h_1(y) - h_1^*] \sum_{j=0}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{j+1}} \left[\frac{\eta_j(y)}{L_j} \left(m_j^{(0)} \nu_j \tau_j(0) + \right. \right. \\ \left. \left. + m_j^{(1)} \tau_j(d) L_j^{(2)}(c) \right) + \frac{\theta_j(c)}{M_j} \left(n_j^{(0)} \theta_j(0) M_j^{(1)}(y) + n_j^{(1)} \theta_j(c) M_j^{(2)}(y) \right) \right] \eta_k(y) dy + \xi_k^{(1)}, \quad (13)$$

$$+ m_j^{(1)} \tau_j(d) L_j^{(2)}(c) \Big) + \frac{\theta_j(c)}{M_j} \left(n_j^{(0)} \theta_j(0) M_j^{(1)}(y) + n_j^{(1)} \theta_j(c) M_j^{(2)}(y) \right) \Big] \eta_k(y) dy + \xi_k^{(1)},$$

где

$$\xi_k^{(0)} = \frac{\sqrt{k+1}}{\eta_k(0)} \int_0^d \left[h_0(y) T_0(y) - \frac{1}{\lambda} (h_0(y) - h_0^*) \sum_{j=0}^{\infty} \frac{\eta_j(y)}{L_j} \int_0^c w_j(x) L_j^{(1)}(x) dx \right] \eta_k(y) dy; \quad (14)$$

$$\xi_k^{(1)} = \frac{\sqrt{k+1}}{\eta_k(d)} \int_0^d \left[h_1(y) T_1(y) - \frac{1}{\lambda} (h_1(y) - h_1^*) \sum_{j=0}^{\infty} \frac{\eta_j(y)}{L_j} \int_0^c w_j(x) L_j^{(2)}(x) dx \right] \eta_k(y) dy.$$

Аналогично, умножая последние два из условий (3) на $\theta_k(x) dx$ и интегрируя по x от 0 до c , получим:

$$n_k^{(0)} = -\frac{\sqrt{k+1}}{\theta_k(0)} \int_0^c [h_2(x) - h_2^*] \sum_{j=0}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{j+1}} \left[\frac{\tau_j(0)}{L_j} \left(m_j^{(0)} \tau_j(0) L_j^{(1)}(x) + \right. \right. \\ \left. \left. + m_j^{(1)} \tau_j(d) L_j^{(2)}(x) \right) + \frac{\theta_j(x)}{M_j} \left(n_j^{(0)} \theta_j(0) M_j^{(1)}(0) + n_j^{(1)} \theta_j(c) M_j^{(2)}(d) \right) \right] \theta_k(x) dx + \xi_k^{(0)}; \\ n_k^{(1)} = -\frac{\sqrt{k+1}}{\theta_k(c)} \int_0^c [h_3(x) - h_3^*] \sum_{j=0}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{j+1}} \left[\frac{\tau_j(d)}{L_j} \left(m_j^{(0)} \tau_j(0) L_j^{(1)}(x) + \right. \right. \\ \left. \left. + m_j^{(1)} \tau_j(d) L_j^{(2)}(x) \right) + \frac{\theta_j(x)}{M_j} \left(n_j^{(0)} \theta_j(0) M_j^{(1)}(0) + n_j^{(1)} \theta_j(c) M_j^{(2)}(d) \right) \right] \theta_k(x) dx + \xi_k^{(1)}. \quad (15)$$

$$+ m_j^{(1)} \tau_j(d) L_j^{(2)}(x) \Big) + \frac{\theta_j(x)}{M_j} \left(n_j^{(0)} \theta_j(0) M_j^{(1)}(0) + n_j^{(1)} \theta_j(c) M_j^{(2)}(d) \right) \Big] \theta_k(x) dx + \xi_k^{(1)}.$$

Здесь обозначено:

$$\xi_k^{(0)} = \frac{\sqrt{k+1}}{\theta_k(0)} \int_0^c \left[h_2(x) S_0(x) - \frac{1}{\lambda} (h_2(x) - h_2^*) \sum_{j=0}^{\infty} \frac{\tau_j(0)}{\nu_j L_j} \left(L_j^{(1)}(x) \int_0^x w_j(x_1) L_j^{(2)}(x_1) dx_1 \right. \right. \\ \left. \left. + \right. \right.$$

$$+ L_j^{(2)}(x) \int_x^c w_j(x_1) L_j^{(1)}(x_1) dx_1 \Big) \Big| \theta_k(x) dx;$$

(16)

$$\begin{aligned} \xi_k^{(1)} = & \frac{\sqrt{k+1}}{\theta_k(c)} \int_0^c \left| h_3(x) S_1(x) - \frac{1}{k} (h_3(x) - h_3^*) \sum_{j=0}^{\infty} \frac{\gamma_j(d)}{\gamma_j} L_j \left(L_j^{(1)}(x) \int_0^x w_j(x_1) L_j^{(2)}(x_1) dx_1 + \right. \right. \\ & \left. \left. + L_j^{(2)}(x) \int_x^c w_j(x_1) L_j(x_1) dx_1 \right) \right| \theta_k(x) dx. \end{aligned}$$

Таким образом, для определения постоянных $m_k^{(0)}$, $m_k^{(1)}$, $n_k^{(0)}$ и $n_k^{(1)}$ получили совокупность четырех бесконечных систем линейных алгебраических уравнений (13) и (15). Для исследования этих систем оценим предварительно суммы модулей коэффициентов при неизвестных в каждом из уравнений. Рассмотрим, например, сумму модулей коэффициентов в k -м уравнении первой из систем (13):

$$\begin{aligned} \sigma_{m_k} = & \frac{\sqrt{k+1}}{\eta_k(0)} \sum_{j=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{j+1}} \left\{ \frac{L_j^{(1)}(0) + \gamma_j |\eta'(d)|}{L_j} \right\} \int_0^d |h_0(y) - h_0^*| \eta_j(y) \tau_{jk}(y) dy \Big| + \\ & + \frac{\theta_j(0)}{M_j} \left\{ \int_0^d |h_0(y) - h_0^*| \left[\theta_j(0) M_j^{(1)}(y) + |\theta_j(c)| M_j^{(2)}(y) \right] \tau_{jk}(y) dy \right\}. \end{aligned} \quad (17)$$

Производя оценку интегралов, входящих под знак суммы в выражении (17), и учитывая предположенную выше ограниченность вариации коэффициентов теплообмена, после упрощений получаем

$$\sigma_{m_k} < \frac{124 H_0 d}{\sqrt{k} \pi^2} \left| 1 + \frac{d}{\pi c} e^{-\frac{\pi c}{2d}} + \frac{2}{7} e^{-\frac{\pi d}{2c}} \left(1 + \frac{c}{\pi d} \right) \right|. \quad (18)$$

Здесь $H_0 = \max_{0 \leq y < d} |h_0(y) - h_0^*|$; $V(h_0(y) - h_0^*)$; $V(h(y))$ — полная вариация $h(y)$ в промежутке $[0, d]$. Из (18) усматриваем, что, начиная от $k \geq P^2$, где $P = \frac{124 H_0 d}{\pi^2} \left| 1 + \frac{d}{\pi c} e^{-\frac{\pi c}{2d}} + \frac{2}{7} e^{-\frac{\pi d}{2c}} \left(1 + \frac{c}{\pi d} \right) \right|$, сумма модулей коэффициентов k -го уравнения становится меньше 1 и при возрастании k стремится к нулю с быстротой $\frac{P}{\sqrt{k}}$. Свободные члены $\xi_k^{(0)}$, согласно предположениям относительно $T_l(y)$ и $w(x, y)$, оставаясь ограниченными в своей совокупности, убывают с быстротой $O\left(\frac{1}{\sqrt{k}}\right)$. Аналогичные оценки получаем для остальных систем (13) и (15). Таким образом, совокупность систем (13) и (15) квазирегуляр-

са и, согласно теории бесконечных систем ⁽¹⁾, имеют место единственность ограниченного решения и сходимость процесса последовательных приближений. Заметим, что, как показано в работе ⁽²⁾, при конкретном задании закона изменения коэффициентов теплообмена и температуры окружающей среды, преобразованием $m_k^{(1)}$ и $n_k^{(1)}$ можно значительно усилить быстроту убывания коэффициентов, определяемых из бесконечных систем, что позволяет существенно уменьшить число операций, необходимых для получения заданной точности решения.

Институт математики Академии наук Армянской ССР

Ի. Ս. ՄԻՆԱՍՅԱՆ

Ջերմահաղորդականության խաոր եզրային խնդիրը ուղղանկյան համար

Հոդվածում դիտարկվում է ջերմության հարթ ստացիոնար բաշխումը ուղղանկյան մեջ՝ շրջապատող միջավայրի հետ ջերմափոխանակության առկայության դեպքում, երբ ջերմափոխանակության զործակիցները կամայական ձևով փոփոխվում են եզրագծով: Խնդրի լուծումը տրվում է շարքով՝ ըստ համապատասխան եզրային խնդրի սեփական ֆունկցիաների: Եզրային պայմանների բավարարումը բերում է շարքի անհայտ զործակիցների որոշման համար դժային հանրահաշվական հավասարումների անվերջ սիստեմների: Ինպացուցվում է նրանց սահմանափակ յուրման միակերպությունը և հաջորդական մոտափորությունների մեթոդի դուրամիսությունը:

ЛИТЕРАТУРА — ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

- ¹ Р. С. Минасян, ДАН Арм. ССР, т. XXXIX, № 5 (1964).
- ² Р. С. Минасян, В кн.: Тепло- и массоперенос, т. VIII, Вопросы теории тепло- и массопереноса, Минск, 1968.
- ³ Б. А. Васильев, Дифференциальные уравнения, т. 10, № 7, 1974.
- ⁴ Л. Б. Ефимов, В. И. Зоробьев, ИФЖ, т. 26, № 5, 1974.
- ⁵ Б. М. Левитан, Разложения по собственным функциям дифференциальных уравнений второго порядка, Гостехиздат, М.—Л., 1950.
- ⁶ Р. С. Минасян, ДАН Арм. ССР, т. XXVIII, № 4 (1959).
- ⁷ Л. В. Канторович, В. И. Крылов, Приближенные методы высшего анализа, Физматгиз, М.—Л., 1962.

УДК 53.083.09

ФИЗИКА

Ю. А. Рапаян, Г. А. Тоноян, Л. П. Дадиванян,
В. А. Варданян

**Рентгенографические исследования структурных изменений
в коллагеновых волокнах под действием постоянного магнитного поля**

(Представлено чл.-корр. АН Армянской ССР М. Л. Тер-Микаеляном 25/V 1976)

Обширные исследования, проводимые в настоящее время по изучению влияния постоянных магнитных полей (ПМП), показывают, что в структурах биологических объектов происходят значительные изменения под действием ПМП.

В работе ⁽¹⁾, например, показано, что ПМП приводило к значительному изменению ЭКГ (к увеличению зубца Т) у обезьяны. У белых крыс были наблюдаемы ⁽²⁾ некробиотические изменения в печени, почках, обнаружены изменения в нервной системе ⁽⁴⁾ и системе крови и т. д..

Однако среди многочисленных магнитобиологических работ, опубликованных в последние годы, нет данных о действии ПМП на структуру такого важного биологического образования, каким является коллагеновое волокно.

Особенно плодотворным может быть изучение структуры и структурного изменения отмеченного объекта методом рентгеноструктурного анализа. Например, этим методом под большими углами можно выявить ориентационные и дезориентационные процессы в надмолекулярных организациях макромолекул, изучать процесс кристаллизации, определить степень кристалличности и размеры кристаллитов.

Исследованы коллагеновые волокна сухожилий белых крыс, подвергнутых действию ПМП (напряженность магнитного поля примерно 5000 эрстед). Облученные в ПМП крысы условно были разделены на несколько групп.

К первой группе были отнесены крысы, которых подвергли магнитному «облучению» в течение одного часа. Белых крыс второй группы облучали два часа, а третьей группы — три часа.

Для исследования релаксационных (восстановительных) процессов в структурах коллагеновых волокон, протекающих после «облуче-

ния» и ПМП, были получены рентгеновские дифракционные картины из сухожилия белых крыс следующим образом.

От нескольких крыс первой группы отделяли сухожилия сразу после «облучения» (первая подгруппа первой группы). Через трое суток отделяли сухожилия еще от нескольких крыс той же группы (вторая подгруппа первой группы) и т. д. (см. таблицу). Примерно с такими же интервалами выделяли сухожилия крыс от второй и третьей групп и были получены их рентгеновские дифракционные картины.

Т а б л и ц а

Номер группы	Номер подгруппы	Время облучения, ч	Время получения дифракционных картин
I	1	1	Сразу после облучения
	2		Через 3 суток
	3		Через 7 суток
	4		Через 30 суток
II	1	2	Сразу после облучения
	2		Через 3 суток
	3		Через 7 суток
	4		Через 30 суток
III	1	3	Сразу после облучения
	2		Через 3 суток
	3		Через 7 суток
	4		Через 30 суток

Рентгеновские дифракционные картины под большими углами были получены на рентгеновской установке УРС-60, на камере типа «Лауэ». Использовано $\text{CuK}\alpha$ излучение.

Широкоуголовая дифракционная картина коллагенового волокна из сухожилий белых крыс, не подвергнутых действию ПМП, (контроль) показана на рис. 1,а. Как и следовало ожидать (^{4,5}) получилась текстур-рентгенограмма с хорошо выраженными экваториальными и меридианальными рефлексами, которые свидетельствуют о том, что кристаллические образования (кристаллиты) хорошо ориентированы по оси коллагеновых волокон.

Дифракционная картина первой подгруппы первой группы (см. таблицу) показывает, что степень ориентации по сравнению с контролем снижается. Последнее выражается удлинением как экваториальных так и меридианальных дуговых рефлексов. Несомненно, что изменения в структурах происходили под действием ПМП. Отмеченные воздействия более наглядно выражены на рентгенограммах, полученных от образцов первой подгруппы второй и третьей групп, где воздействие магнитного поля длилось два и три часа соответственно (см. рис. 1,б).

Сравнивая рисунки 1,а и 1,б, можно заметить следующие изменения: меридианальная дуга, соответствующая межплоскостному расстоянию примерно $2,8 \text{ \AA}$, удлинена и почти превращена в кольцо. В кольцо превращен и экваториальный дуговой рефлекс с межплоскостным расстоянием примерно $11,5 \text{ \AA}$. Далее, текстура диффузного гало с межплоскостным расстоянием примерно $5 \text{ \AA}$ почти исчезла и превращена в однородное широкое кольцо.

Отмеченные изменения на дифракционных картинах говорят о том, что действие ПМП приводит к дезориентации в строении кристаллитов. Сравнение дифракционных картин, полученных от образцов первых подгрупп всех групп, показывает, что с увеличением времени «облучение», углубляется процесс дезориентации (увеличивается степень дезориентации).

Рентгенограммы, полученные от второй, третьей и четвертой подгрупп всех групп образцов, дают возможность судить о релаксационных процессах, протекающих в структурах коллагеновых волокон после воздействия ПМП. Так, сравнение рентгенограмм образцов всех подгрупп первой группы, показывает, что хотя и крысы находились вне действия ПМП, процесс дезориентации в структурах коллагенового волокна продолжался. Наибольшая дезориентация возникает на седьмые сутки после одночасового облучения. После отмеченного времени начинается процесс восстановления прежней (первоначальной) структуры. Рентгенограммы, полученные через 15 суток после облучения, незначительно отличаются от контрольной рентгенограммы (рис. 1,а).



Рис. 1

Дифракционные картины от образцов второй группы показывают, что как и у образцов первой группы разрушение в порядках упорядоченности кристаллитов продолжается и после непосредственного воздействия ПМП. Но в отличие от них замечается незначительное восстановление первоначальной структуры. Так, разрушение углубляется в течение десяти дней, после чего останавливается почти на том же уровне дезориентации. Во всяком случае в течение 25 дней на дифракционных картинах не наблюдается существенных изменений.

Та же самая закономерность наблюдается и для образцов третьей группы с той лишь разницей, что в последнем случае степень дезориентации повышается. Получается рентгенограмма, подобная дифракционной картине, полученной от поликристаллических веществ, т. е. все дуговые рефлексy почти превращаются в кольца. Рентгенограмма, показанная на рис. 1,б, полученная от образца третьей подгруппы третьей группы, подтверждает вышесказанное.

Чтобы объяснить полученные экспериментальные результаты, нужно иметь в виду протофибриллярную, кристаллическую структуру волокна коллагена. В нормальных условиях протофибриллы ориентированы по направлению оси волокна. Так как под действием магнитного поля

отмеченная ориентация нарушается, то можно допустить существование силы, действующей на волокно. Такая сила, конечно, может возникать только в том случае, когда через волокно проходит электрический ток.

Поскольку коллаген является белковой молекулой, находящейся в электропроводящей жидкости, то не отрицается возможность прохождения через него некоторого импульсного тока, подобно току через нервное волокно. Исходя из этого предположения, можно представить периодическое колебание волокна сухожилия как результат периодически действующей силы. Под действием такой силы слабые межпротофибриллярные связки могут рваться, что в свою очередь дает возможность изгибанию и скручиванию кристаллитов друг относительно друга. Экспериментальные результаты показывают, что эти перемещения продолжаются и после прекращения действия ПМП. По-видимому, число рваных связей между протофибриллами находится в прямой зависимости от времени воздействия ПМП. Этим можно объяснить тот факт, что при малых экспозициях «облучения» наблюдается процесс восстановления прежней ориентационной структуры. С увеличением экспозиции «облучения» процесс восстановления затрудняется, так как оставшиеся малочисленные связки неспособны приводить к ориентационным порядкам.

Таким образом, действие ПМП на белых крыс приводит к изменению структуры коллагеновых волокон сухожилия. Степень нарушения начальной структуры зависит от времени облучения в ПМП при прочих одинаковых условиях. При малых дозах «облучения» наблюдается восстановление прежней структуры.

Ереванский государственный медицинский институт

ՅՈՒ. Ա. ԻԱՓԱՆ, Գ. Ա. ՏՈՆՈՅԱՆ, Լ. Պ. ԴԱԻՐԱՆՅԱՆ, Վ. Հ. ՎԱՐԴԱՆՅԱՆ

Հաստատում մազնիսական դաշտի ազդեցության տակ կոլագենային մանրաթելերում կառուցվածքային փոփոխությունների ունեցնելու ուսումնասիրությունը

Ռենտգենյան ճառագայթների դիֆրակցիայի մեթոդով ուսումնասիրված է հաստատուն մազնիսական դաշտի ազդեցությանը ենթարկված սպիտակ առնետներից վերցված կոլագենային մանրաթելերի կառուցվածքային փոփոխությունները: Ցույց է տրված, որ մազնիսական դաշտի ազդեցության տակ տեղի է ունենում բյուրեղային տիրույթների նախապես գոյություն ունեցող կարգավորման խախտում: Ցույց է տրված նաև, որ անկարգավորման աստիճանը կախված է կենդանու մազնիսական դաշտում գտնվելու ժամանակամիջոցից: Ուսումնասիրություններով պարզված է, որ կոլագենային մանրաթելերի կառուցվածքներում մազնիսական դաշտի անմիջական ազդե-

ցությունը վերացնելու հետ տեղի է ունենում սկզբնական պրոցեսները նախնական կառուցվածքը լրիվ վերականգնվում է միայն մադնիսական «ճառագայթման» մի որոշ ժամանակամիջոցից հետո:

ЛИТЕРАТУРА — ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

¹ D. E. Betscher, J. C. Knepton, *Aerospace Med.*, 35, 10, 939 (1964). ² А. М. Расседин, Материалы первой научной конференции ЦНИЛ, стр. 118, Томск, 1964. ³ Ю. А. Холодов, Влияние электромагнитных и магнитных полей на центральную нервную систему. «Наука», М., 1966. ⁴ Б. К. Вайнштейн, Дифракция рентгеновских лучей на цепных молекулах. Изд. АН СССР, М., 1963. ⁵ А. Н. Китайгородский, Рентгеноструктурный анализ мелкокристалльных и аморфных тел. «Наука», М., 1952.

УДК 621.382.3

ФИЗИКА

Член-корреспондент АН Армянской ССР Г. М. Авакьянц

О сверхмощных транзисторах

(Представлено 24/VI 1976)

Создание сверхмощных транзисторов (СМТ), способных переключать мощности от нескольких десятков до сотен и тысяч киловатт, встречает целый ряд трудностей. Это, подбор материала полупроводника, способного выдержать огромное напряжение, это проблема отвода развивающегося в транзисторе тепла и др. Однако, пожалуй, главной трудностью здесь является необходимость использования кристаллов полупроводника очень больших размеров и с очень сложной топологией. Имея в виду кремний, мы можем привести такие оценочные цифры. Если не принимать специальных мер, речь о которых пойдет ниже, то в то время, как для создания транзистора на 10 ампер и 100 вольт требуется кристалл с площадью $0,1 \text{ см}^2$, при изготовлении транзистора на 100 ампер и 1000 вольт необходима, как минимум, пластина с площадью 10^2 см^2 . На этой площади должны расположиться вместо 200 эмиттеров или гребенок по сравнению с первым случаем по крайней мере 200 000 эмиттеров или гребенок. Даже, если удалось бы эту цифру снизить до 20 000, задача создания такого транзистора технологически на сегодняшний день почти неразрешимая.

Предполагалось выше, что работа указанных выше транзисторов происходит в основном в режиме, когда не имеет место модуляция сопротивления коллектора проходящим током. Этот режим менее притязателен к свойствам исходного материала, и обеспечивает относительно большее быстродействие транзистора, при достаточном коэффициенте усиления.

По нашему мнению однако, решение проблемы создания сверхмощных транзисторов лежит на пути работы таких приборов в режиме модуляции током сопротивления высокоомной части коллектора. Данная заметка посвящена выяснению условий функционирования транзистора в таком режиме.

Если мы обозначим длину высокоомной части коллектора через $L_{\text{ко}}$, то при полной модуляции этого слоя плотность тока через транзистор в режиме насыщения будет:

$$j = e \frac{AD_n [n(+h) - N_{gk}]}{H_{co}}. \quad (1)$$

Здесь A — коэффициент $\sim 2 \div 3$, N_{gk} — первоначальная концентрация электронов в высокоомной части коллектора, $n(+h)$ — концентрация электронов в указанной части на границе с коллекторным $p-n$ — переходом.

Требую, чтобы j было равно своему типичному значению в мощных приборах $\sim 1000 \text{ а/см}^2$ (при таких плотностях тока и остаточных напряжениях порядка нескольких вольт сравнительно еще легко отводится от прибора выделяемое тепло), мы из (1) при $H_{co} \sim 10^2 \text{ мкм}$ (это толщина отвечает запирающему напряжению $\sim 1000 \text{ в}$), находим, что $n(+h)$ должно быть $\sim 1 + 2 \cdot 10^{18} \text{ см}^{-3}$. В то же время N_{gk} (при запирающем напряжении 1000 в) $\sim 5 \cdot 10^{13} \text{ см}^{-3}$. Мы видим, что необходимо накопить в коллекторной области электронов почти на пять порядков больше, чем их первоначальная концентрация. Если это возможно сделать, т. е. накопить концентрацию 10^{18} см^{-3} при плотности тока $\sim 1000 \text{ а/см}^2$, причем остаточное напряжение в этом случае не превысит нескольких вольт, то мы можем считать, что режим модуляции сопротивления является подходящим для работы СМТ и далее решать задачу создания таких приборов, следуя из этого основного принципа.

Переходя к вопросу о накоплении носителей в СМТ при оговоренных условиях, следует заметить, что удельное сопротивление базы такого транзистора имеет свое типичное значение (продиктованное технологическими условиями) в интервале $10 \text{ ом. см} + 0,1 \text{ ом. см}$, что соответствует концентрациям мелких акцепторов (бора) в базе $\sim 10^{15} \div 10^{17} \text{ см}^{-3}$.

Таким образом, предстоит накопить концентрацию, которая превосходит плотность примесей по обе стороны от коллекторного перехода на один, два и даже три порядка, а то может быть и больше, если учитывать, что вблизи самого перехода N_a быстро уменьшается.

Возможность накопления носителей в $p-n$ — переходе и его окрестностях в количестве превышающем концентрации примесей по обе стороны перехода было показано ранее ^(1,2)

В нашем конкретном случае положение усугубляется, однако, тем, что при числе носителей порядка $\sim 10^{17} \text{ см}^{-3}$ и более, существенную роль начинают играть электронно-дырочные столкновения ⁽³⁾.

Следует проследить не приведет ли это обстоятельство к одновременному накапливанию на приборе значительных падений напряжения, так как $p-n$ — столкновения повышают сопротивление материала ⁽³⁾. Большие падения напряжения сделали бы работу транзистора невозможной из-за большого выделения тепла.

Забегая вперед, заметим, что соотношение (1) правильно, как в отсутствии $p-n$ — столкновений, так и при их наличии. И поэтому мы должны выяснить, какие падения напряжения имеют место на при

боре, когда там накапливаются в коллекторе концентрации $10^{11} \pm 10^{16} \text{ см}^{-3}$, причем в условиях $p-n$ — столкновений.

Для наших целей можно использовать ту же исходную систему уравнений, которая была приведена в (3) (см. также (4)).

Рассматривая непосредственно область объемного заряда коллекторного перехода, шириной l_0 , мы приходим к следующему соотношению, связывающему плотность накопленных элементов n_0 с полем E внутри перехода ($A=2$):

$$-\frac{2Kl_0}{H_{b0}} D_n n_0 + (u_n + u_p) E l_0 n_0 = D_n (N_a + N_{gk}) (s+1) \quad (2)$$

Здесь:

$$K = 1 + \frac{u_n + u_p}{u_0} n_0, \quad s = \frac{u_p}{u_n} \quad (3)$$

Причем, как установлено экспериментально (3) $u_0 = \frac{1}{\mu \sigma v} = 10^{23} \text{ абс. ед.}$

Где μ — приведенная масса электрона дырки, σ — сечение $p-n$ — рассеяния, v — относительная скорость сталкивающихся частиц. D_n — коэффициент диффузии электронов в коллекторной области. В (2) поправки к u_n и u_p в связи с рассеянием на примесях не учитывались т. е. подвижность по обе стороны перехода предполагалась одинаковой.

Далее, E есть $(-\bar{E} + \bar{E}_0)$, где $\bar{E}$ — средняя напряженности поля в переходе обусловленная внешним напряжением.

$\bar{E}_0$ — первоначальная средняя напряженность внутри него, до приложения напряжения. Если первоначальный барьер еще не исчез, то $E > 0$.

При выводе соотношения (2) мы полагали, что концентрации электронов и дырок равны практически между собой и что каждая из этих концентраций практически одна и та же по обе стороны от перехода. Как можно показать это практически имеет место при $n_0 > N_a + N_{gk}$.

В случае интенсивных $p-n$ — столкновений $K \gg 1$. Обозначая:

$$n_{kp} = \frac{u_0}{u_n + u_p} \quad (4)$$

из (2) найдем ($K \gg 1$);

$$-\frac{2l_0}{H_{b0}} \frac{n_0^2}{n_{kp}} + (s+1) \frac{E l_0}{T} n_0 = (N_a + N_{gk}) (s+1). \quad (5)$$

$$\text{Здесь } T = \frac{kT}{e}.$$

Из (5) видно, что если полная модуляция имеет при

$$n_0 < \sqrt{\frac{H_{b0}}{2l_0} n_{kp} (N_a + N_{gk}) (s+1)}, \quad \text{то}$$

$$n_0 = \frac{(N_a + N_{gk}) T}{E \lambda_0} \quad (6)$$

Если же к моменту полной модуляции $n_0 > \sqrt{\frac{H_{в0}}{2\lambda_0} n_{kp} (N_a + N_{gk})(s+1)}$ находим:

$$n_0 = \frac{s+1}{2} n_{kp} \frac{E H_{в0}}{T} \quad (7)$$

Из (7) видно, что n_0 растет, когда E убывает, т.е. мы находимся в этом случае на участке отрицательного сопротивления ВАХ коллекторного перехода. В случае отсутствия $p-n$ -столкновений:

$$n_0 = \frac{(N_a + N_{gk})(s+1)}{(s+1) \frac{E \lambda_0}{T} - 2 \frac{\lambda_0}{H_{в0}}} \quad (8)$$

Здесь зависимость накопленной концентрации от первоначальной относительно сильная. Сочетание небольших $(N_a + N_{gk})$ с $p-n$ -столкновениями, как нам кажется, наиболее оптимальное условие накопление носителей (ф-ла (7)), так как в этом случае, n_0 не зависит от N_a и в то же время легко получается необходимое нам предельное значение $1 + 2 \cdot 10^{18} \text{ см}^{-3}$.

Так при $(H_{в0}/\lambda_0) \sim 10^2$, $n_{kp} \sim 10^{17} \text{ см}^{-3}$ уже при $(E \lambda_0/T) \sim 10^{-1}$ $n_0 \sim 10^{18} \text{ см}^{-3}$. Если $\lambda_0 \sim 1 + 2 \cdot 10^{-4} \text{ см}$, то E всего лишь 30 в/см . А падение инверсионного напряжения на переходе составляет:

$$U_{инв} = U_0 - E \lambda_0 \simeq T \ln \frac{N_a N_{gk}}{n_i^2} \sim 0,4 \text{ в}. \quad (9)$$

где U_0 — первоначальная высота барьера.

Так как в современных транзисторах не имеют дело со сплавными переходами, и достижение больших N_a вблизи края коллекторного перехода проблематично, следует остановиться, на формуле (7), как более реальной.

Оценим теперь падение внешнего напряжения на приборе. Нетрудно показать, что при интенсивных $p-n$ -столкновениях ($K \gg 1$) напряженность поля вне перехода⁽³⁾:

$$E_{вн} = \frac{J}{e n_0} \quad (10)$$

В транзисторных структурах контакт к коллекторному переходу

инжекционного типа (n^+ — слой). Это значит, что падение внешнего напряжения на структуре будет равно:

$$U_{вн} = U_{эм} + \frac{j(H_{в0} + w_0)}{en_0} - U_{ннв}, \quad (11)$$

где W_0 — ширина базы.

Полагая $j \sim 10^3 \text{ а/см}^2$, $w_0 \ll H_{в0}$, $U_{эм} \sim 0,7 \text{ в}$, $U_0 \sim 10^{23} \text{ абс.ед}$, найдем $U_{вн} \sim 0,6 \text{ в}$.

n_0 вообще говоря растет с n_0 . Однако, если в интересующем нас интервале концентраций $10^{17} \div 10^{18} \text{ см}^{-3}$ этот рост, обусловленный растущей экранировкой зарядов, учитывать, то мы получим еще меньшее остаточное напряжение, чем это было указано выше.

Таким образом, работа СМТ в «модуляционном» режиме вполне допустима и является наиболее реалистичной.

К материалу, однако, здесь предъявляются высокие требования, которые в тоже время являются при современной технологии вполне достижимыми, о чем свидетельствует практика тиристоров. А именно необходимо выполнение неравенства (которое мы уже использовали при выводе (2)): $j_{рек} \ll j$. Где $j_{рек}$ — рекомбинационная плотность тока внутри коллекторной области.

Соответствующие условия предъявляются и к эффективности эмиттерного перехода.

Теперь ток в 100 а в режиме насыщения, при запирающем напряжении 1000 в можно будет снять с площади эмиттера $0,1 \text{ см}^2$, причем число транзисторов будет всегда несколько сотен. К последней цифре мы приходим следующим образом. Как известно, вследствие оттеснения тока к краю эмиттера, эмиттирует его часть, равная по длине:

$$w_{ef} \sim w_0 \sqrt{6B_{ст}}. \quad (12)$$

$B_{ст}$ — рабочий статический коэффициент усиления.

Эта оценка относится к тем мощным транзисторам, о которых шла речь вначале статьи. Для таких приборов $w_0 \sim 2 \text{ мм}$, $B_{ст} \sim 10$ и тогда $w_{ef} \sim 15 \text{ мм}$.

В случае рассматриваемых сверхмощных транзисторов вместо (12) получаем по порядку величины:

$$w'_{ef} = H_{в0} \sqrt{B_{ст} \frac{u_0}{u_n n_0}}, \quad (K \gg 1) \quad (13)$$

и

$$w_{ef} = H_{в0} \sqrt{6B_{ст}}, \quad (K=1) \quad (14)$$

Полагая ($w_0 \ll H_{\text{нп}}$) в (13) $H_{120} = 10^2 \text{ мкм}$, $u_0 = 10^{23} \text{ абс. ед}$ $n_0 \sim 10^{18} \text{ см}^{-3}$, $V_{\text{ст}} = 10$, $U_n = 10^3 \text{ см}^2/\text{в сек}$ найдем $w'_{ef} \sim 150 \text{ мкм}$.

Это значит, что ширина эмиттеров и гребенок может быть в СМТ увеличена примерно на порядок, а следовательно, их число соответственно может в 10 раз уменьшено. Так вместо 200 000 эмиттеров можно будет для рассматриваемого СМТ взять в конечном итоге ~ 200 эмиттеров.

Отличие (13) и (14) от (12) вызвано внедрением дырок в коллекторную область и их последующим распространением в коллекторе поперек линии тока. Это ведет к дополнительной модуляции сопротивления коллектора в направлении перпендикулярном к линии тока. Такую модуляцию можно назвать «поперечной». Быстродействие СМТ будет, естественно, относительно небольшим и составит для СМТ с запирающим напряжением $1000-2000 \text{ в} \leq 10^{-5} \text{ сек}$. Для меньших напряжений, порядка $200-400$, оно уже будет $\leq 1 \text{ мксек}$.

Нельзя не указать на одно важное обстоятельство, связанное с работой транзистора в «модуляционном» режиме. Мы до сих пор фактически рассматривали такое состояние прибора, когда его база полностью промодулирована. Нетрудно видеть, что в этом случае, считая (1) и и скажем (7) ($n(+h) \sim n_0$) мы можем получить порознь n_0 и E , как функции тока.

Между тем, состояние полной модуляции наступает не всегда. Электронно-дырочная плазма может внедриться лишь, например, на расстояние x_1 . Тогда, чтобы выразить все интересующие нас величины через ток, необходимо привлечь еще одно уравнение.

Таким уравнением является уравнение эмиттерно-коллекторной цепи, которое в своем простейшем виде запишется так:

$$E_{\text{вн}} = E_0 + U_T(x_1) - U_{\text{нпн}}(x_1) + U_0(x_1) + jNs_{ef}R_n. \quad (15)$$

Здесь E_0 — напряжение на эмиттере, которое в простейшем случае равно напряжению источника питания в базовой цепи.

U_0 — падение внешнего напряжения на базе, S_{ef} — эффективная площадь отдельного эмиттера, N — число эмиттеров (или гребенок), R_n — сопротивление нагрузки, U_T — падение напряжения на высокоомной части коллектора.

Здесь следует указать, что по-существу свободным параметром — числом эмиттеров N — можно воспользоваться, чтобы «стабилизировать» значение $U_T(x_1)$ и т. д., при заданных значениях, $E_{\text{вн}}$, R_n , $U_{\text{нпн}}$ и других величин. Если $x_1 \ll H_{\text{нп}}$ расчет транзистора желательно производить в 2-хмерном приближении.

Приведенные расчеты показывают практическую возможность создания сверхмощных транзисторов. Их проектирование и изготовление должны быть связаны с учетом новых явлений: инжекционного умножения на барьере (превышение n_0 над $N_a + N_{gk}$ при $E > 0$, формулы (6), (7) и (8)), накопление носителей из-за $p-n$ — столкновений (формула (7)), и поперечной модуляции (формулы (13), (14)).

Переход к модуляционному режиму для не слишком быстродействующих транзисторов, уже целесообразен при токах I_a и напряжении $250 \div 300$ в.

Ереванский государственный университет

Հայկական ՍՍՀ ԳԱ ԲԴՐԱԿԻԳ-ԱՆՊԱՄ Գ. Մ. ԱՎԱԿՅԱՆԿ

ԳԵՐՏՂՈՐ ՄՐԱՆՂԻՍՏՈՐՆԵՐԻ ՄԱՍԻՆ

Տեսականորեն ուսումնասիրվում է գերտոր տրանզիստորների ստեղծման հնարավորությունը: Փոքր մնացորդային լարում ստանալու համար, երբ տրանզիստորն աշխատում է իոդանջատման ռեժիմով, առաջարկվում են օգտագործել կոլեկտորի բարձրաօհմ մասում (ԿԲՄ) անցնող հոսանքի միջոցով դիմադրության մոդուլացման երևույթը:

Քննարկվում են արգելքի վրա հոսանքակիրների ինժեկցիոն բազմապատկման, $p-n$ բախումների հետևանքով հոսանքակիրների կուտակման, ԿԲՄ դիմադրության լայնական մոդուլացիայի էֆեկտները:

ЛИТЕРАТУРА — ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

¹ Г. М. Авакьянц, В. И. Мурыгин, Л. С. Сандлер, А. Тешабаев, А. В. Юровский, Радиотехника и электроника, т. 8, № 10, стр. 1776 (1963). ² Г. М. Авакьянц, Радиотехника и электроника, т. 9, № 10, стр. 1898 (1964). ³ Г. М. Авакьянц, В. И. Мурыгин, Л. С. Сандлер, А. Тешабаев, А. В. Юровский, Радиотехника и электроника, т. 8, № 11, стр. 1919 (1963). ⁴ Г. М. Авакьянц, Е. В. Лазарев, «Известия АН АрмССР», серия Физика, т. 4, стр. 83 (1969).

УДК 530.139

ФИЗИКА

Г. А. Варданян

Твердый раствор He^3 — He^4 во внешнем поле

(Представлено чл.-корр. АН Армянской ССР Г. С. Саакяном 12/VII 1976)

Ярким примером квантовых кристаллов является твердый раствор He^3 — He^4 . Атомы He^3 малой концентрации, согласно теории, развитой в работе (¹), превращаются в практически свободно движущиеся квазичастицы (примесоны). Наиболее важными характеристиками примесонов являются ширина энергетической зоны $\Delta \leq 10^{-4}$ К и скорость движения $v_0 \leq \text{см/сек} \cdot 10^{-1}$.

Движущиеся в кристалле примесоны могут сталкиваться друг с другом или с другими возбуждениями (²⁻⁵). Если столкновения происходят с фононами (длина свободного пробега примесона намного больше постоянной решетки), то коэффициент диффузии оценивается выражением: $D \sim v^2 \tau$, где τ —транспортное время релаксации.

В настоящей работе рассматривается влияние внешнего периодического поля потенциала сил F (период которой намного больше постоянной решетки $\bar{k}a \ll 1$) на основные характеристики примесонов. Исследуется изменение константы примесон-фононного взаимодействия под действием поля F .

Примером такого поля, действующего на нейтральную квазичастицу, является стрикционная сила, пропорциональная усредненному квадрату напряженности поля: $F = \frac{\alpha}{4} E_0^2 k \sin 2kz$, где E_0 амплитуда поля $E = E_0 \sin \omega t \sin kz$ (⁶).

Для выяснения характера движения примесонов удобно сначала рассмотреть упрощенную задачу о движении уединенного примесона под действием силы F . Существенные черты этого движения могут быть получены, даже при изучении наиболее простой одномерной модели. С этой целью рассмотрим уравнение для z координаты примесона, с эффективной массой m^* (см. например, (⁴)):

$$\ddot{z} = \frac{\alpha k E^2}{4m^*} \sin 2kz, \quad (1)$$

или

$$x = \omega^2 \sin x,$$

где

$$\omega = \frac{k^2 E^2 a}{2m^*}, \quad x = 2kz. \quad (2)$$

Решение уравнения (1), при начальных условиях:

$$x(t=0) = 2kz_0, \quad \dot{x}(t=0) = 2kv_0, \quad (3)$$

имеет вид

$$\dot{z} = \pm \frac{\omega}{k} \left[(\cos 2kz_0 - \cos 2kz) + \left(\frac{k}{\omega} v_0 \right)^2 \right]^{1/2}. \quad (4)$$

Следовательно, коэффициент диффузии будет:

$$D_1 = \dot{z}^2 \tau = \pm \frac{\omega^2 \tau}{k} \left[(\cos 2kz_0 - \cos 2kz) + \left(\frac{k}{\omega} v_0 \right)^2 \right], \quad (5)$$

или

$$D_1 = D \left\{ 1 \pm \frac{v_c}{v_0} \left[\cos 2kz_0 - \cos 2kz \right] \right\}. \quad (6)$$

Пусть примесоны находятся в минимумах потенциального поля, создаваемого стоячей волной:

$$|2kz_0 - \pi n| \ll 1. \quad (7)$$

Из выражения (4) следует, что если такие примесоны имеют начальную скорость, меньше некоторой критической v_c , определяемой соотношением:

$$v_c = \frac{\omega}{k} = \frac{E \sqrt{a}}{\sqrt{2m^*}}, \quad (8)$$

то они взамен практически свободного движения испытывают гармонические колебания с частотой kv_c и амплитудой, не превышающей $\pi/2k$. Движение в координатном пространстве также является периодическим, при этом, период, очевидно, тот же самый, что и в импульсном пространстве: $\hbar/aF$.

Вдали от минимумов стоячей волны, как следует из выражений (6—7), часть примесонов со скоростью $|v_0|/\sqrt{v_c}$ испытывает колебания, а часть способна совершать инфинитное движение. Финитное движение примесона возможна в том случае, когда кинетическая энергия движения меньше высоты потенциального барьера, создаваемого внешним периодическим полем. Собственные состояния финитного движения (¹), смещены друг относительно друга по координате на целое число постоянных решетки, а по энергии на целое число aF .

Квантовые собственные состояния, соответствующие инфинитному движению являются стоячими волнами, по которой примесоны движутся с постоянной начальной скоростью v_0 .

Важно заметить, что в этой области возможно когерентная суперпозиция волн, обусловленная тем, что импульсам $k_F - q = k_1$, $k_F + q = k_2$, $-k_F + q = -k_1$, $-k_F - q = -k_2$, соответствует одна и та же энергия, т. е. примесоны с импульсами k_2 и $-k_1$ имеют одинаковую скорость. В результате, если начальное положение двух примесонов эквивалентны (см. например, (3)), то, как следует из (6), они диффундируют как целое.

Принципиально возможно использование трехмерной стоячей волны, образованной пересечением трех перпендикулярных стоячих волн. В этом случае, примесоны, с абсолютной скоростью, удовлетворяющие условию $|v_0| < v_c$ будут совершать финитное движение в элементарном объеме $(\pi/k)^3$.

Для анализа вопроса о влиянии силы F на систему примесонов взаимодействующих с фононами, рассмотрим гамильтониан для одномерной системы примесонов H_0 , дополнив его членом H_{int} :

$$\hat{H}_0 = \sum_{\vec{k}} \varepsilon(\vec{k}) \hat{a}_{\vec{k}}^+ \hat{a}_{\vec{k}} + \sum_q \hbar \omega_q \hat{b}_q^+ \hat{b}_q + \sum_{\vec{k}, q} U_q \hat{b}_{\vec{k}+q}^+ \hat{a}_{\vec{k}} \hat{b}_q, \quad (9)$$

$$H_{int} = \sum_{\vec{k}} \gamma(\vec{k}) \sin \omega t \hat{a}_{\vec{k}}^+ \hat{a}_{\vec{k}}, \quad (10)$$

$$H = H_0 + H_{int}.$$

Здесь $\hat{a}_{\vec{k}}^+$, $\hat{a}_{\vec{k}}$, $\hat{b}_q^+$, $\hat{b}_q$ — соответственно операторы рождения и уничтожения примесонов с импульсом $\vec{k}$ и фононов с импульсом q . $\varepsilon(\vec{k}) = \Delta \cos ka$ — энергия примесонов, a — постоянная решетки, $\hbar \omega_q$ — энергия фононов, U_q — матричный элемент примесон-фононного взаимодействия.

Преобразуем гамильтониан с помощью унитарного преобразования

$$U = \exp \left\{ \frac{i}{\hbar} \int^t H_{int} dt \right\} \quad (11)$$

с учетом условия $\Delta \ll \hbar \omega$, к виду:

$$H = \sum_{\vec{k}} \varepsilon(\vec{k}) \hat{a}_{\vec{k}}^+ \hat{a}_{\vec{k}} + \sum_q \hbar \omega_q \hat{b}_q^+ \hat{b}_q + \sum_{\vec{k}, q} U_q J_0 \left(\frac{\gamma(\vec{k}+q) - \gamma(\vec{k})}{\hbar \omega} \right) \hat{a}_{\vec{k}+q}^+ \times \hat{a}_{\vec{k}} \hat{b}_q \quad (12)$$

где $J_0(p)$ — функция Бесселя.

Таким образом, матричный элемент примесон-фононного взаимодействия

$$U_q^* = U_q J_0 \left[\frac{\gamma(\vec{k}+q) - \gamma(\vec{k})}{\hbar \omega} \right]$$

следовательно и константа взаимодействия

$$g^* = g J_0 \left[\frac{\gamma(k_F) - \gamma(-k_F)}{\hbar \omega} \right]$$

(где g — константа взаимодействия в отсутствии поля F , k_F — ферми-вский импульс) обращаются в нуль в нулях функции Бесселя $J_0(p)$.

Следовательно, величина щели соответствующий гамильтониану (12) (см., например, (8)):

$$\delta \sim \Delta e^{-1/g^2} \quad (13)$$

критическая температура перехода примесонов в сверхтекучее состояние:

$$T_c \sim \delta/\pi \quad (14)$$

будут осциллировать, обращаясь в нуль в нулях $J_0(p)$.

Это может быть интерпретировано как следствие возникновения дополнительного периода $\pi/2k_F$ (из (4-7)). Гармонические колебания примесонов приводят к тому, что действие дополнительного периодического потенциала на последней усредняется на периоде колебаний.

Когда амплитуда колебаний равна $\pi/2k_F$, усредненный потенциал обращается в нуль, возникают осцилляции.

Ереванский государственный университет

Գ. Ա. ՎԱՐԴԱՆՅԱՆ

Պինդ լուծույթը արտաքին դաշտում

Դիտարկված է արտաքին պարբերական ուժային դաշտի ազդեցությունը պինդ լուծույթում պրիմեսոնները բնութագրող հիմնական մեծությունների վրա:

Եթե պրիմեսոնների արագությունը փոքր է կրիտիկականից, ապա հնարավոր է լրացուցիչ պարբերության առաջացումը: Այդ երևույթը բերում է զերհոսելի վիճակի անցման ջերմաստիճանի օսցիլյացիաներին:

ЛИТЕРАТУРА — ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

- ¹ А. Ф. Андреев, И. М. Лифшиц, ЖЭТФ, 56, 2057 (1969). ² А. Ф. Андреев, УФН, 118, 251 (1976). ³ И. М. Лифшиц, Г. А. Варданян, ДАН Арм. ССР, т. LVIII, № 2 (1974). ⁴ Б. Н. Есельсон, В. Н. Григорьев, В. Г. Иванцов, Э. Я. Рудавский, Д. Г. Саникадзе, И. А. Сербин, Растворы квантовых жидкостей, М., 1973. ⁵ А. Э. Мейерович, ЖЭТФ, 69, 1325 (1975). ⁶ Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, Электродинамика сплошных сред, М., 1956. ⁷ Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, Квантовая механика, М., 1973. ⁸ И. М. Халатников, Теория сверхтекучести, М., 1972.

УДК 535.24 + 546.18

АНАЛИТИЧЕСКАЯ ХИМИЯ

Член-корреспондент АН Армянской ССР В. М. Тараян,
Ф. В. Мирзоян, З. А. КарапетянК фотометрическому определению фосфора, мышьяка и
кремния основными красителями

(Представлено 12/VII 1976)

Гетерополисоединениями называют обширную группу многоосновных кислот и их солей с комплексными анионами сложного состава и строения. Известны многочисленные методы применения этих соединений для целей фотометрического определения фосфора, мышьяка, кремния, германия, галлия, церия, теллура и др. элементов (^{1,2}). Однако эти определения не отличаются высокой чувствительностью и несколько ограничены в своей избирательности.

Применение основных красителей в сочетании с экстракцией позволяет извлекать желтые формы гетерополикислот (ГПК) и резко повысить чувствительность определения.

Соединения, образованные анионами ГПК с катионами основных красителей (ОК), обладают высокими значениями молярного коэффициента поглощения, так как в них на одну молекулу многоосновной ГПК приходится несколько молекул красителя (³⁻¹⁴). Тем не менее, чувствительность определения отдельных элементов в виде рассматриваемых соединений, значительно ниже ($E = 0,6 \cdot 10^5$ (⁵)— $3,2 \cdot 10^5$ (⁴)), чем это можно было бы ожидать на основании их классической общей формулы (¹⁵).

Сопоставление результатов исследований состава этих соединений указывает на образование соответствующих кислых солей, содержащих в молекуле два, три или четыре катиона красителя, т. е. «эффективная основность» соответствующих ГПК заметно ниже теоретически ожидаемой. По-видимому, получение средних солей должно находиться в зависимости от концентрации реагирующих компонентов. Литературные данные, описывающие условия и возможности образования разнозамещенных кислых солей ГПК, отсутствуют. Поэтому была поставлена задача детальным изучением взаимодействия анионов различных ГПК с основными красителями, в широком интервале кислотности установить зависимость числа катионов красителя в образующихся ГПК от кон-

центрации реагирующих компонентов. Это позволит уточнить оптимальные условия определения соответствующего элемента, т. е. обеспечить максимально возможную чувствительность и быть может некоторую избирательность определения.

В работах, посвященных изучению взаимодействия ГПК с ОК, образующиеся соединения ГПК-ОК отделяли от простых солей ОК, в основном, экстракцией (^{4,5,8-12}) и флотацией (^{7,14}). Последний вариант обеспечивает сравнительно высокую чувствительность (⁷), но трудоемок и требует отмывки избытка красителя, что осуществляется растворами кислот довольно высоких концентраций. При этом, по-видимому, удаляется не только простая соль ОК, но и в какой-то мере разлагается и сам ионный ассоциат ГПК-ОК. В этой связи, для получения и отделения соединений ГПК-ОК нами была применена специально разработанная методика.

К 1 мл раствора, находящегося в конической центрифужной пробирке и содержащего определенные количества исследуемого иона, добавляли рассчитанные количества азотной кислоты, молибдат-иона и доводили объем до 3 мл водой. Хорошо перемешав раствор, добавляли необходимое количество реагента-красителя и доводили объем до 10 мл дистиллированной водой. Образующийся осадок отделяли центрифугированием (3000 об./мин). Раствор использовали для определения равновесного значения pH. Осадок в пробирке промывали 5 мл $2,4 \cdot 10^{-3}$ М раствора молибдата натрия и после отделения центрифугированием растворяли в 10 мл ацетона. О количестве образующегося ГПК-ОК соединения, судили по оптической плотности (ОП) полученного ацетонового раствора. Параллельно проводили холостой опыт. Ничтожные значения ОП последнего свидетельствовали о том, что в избранных условиях соль ОК с молибдат-ионом практически не образуется.

В качестве исследуемых, были использованы системы:

1) Фосформолибденовая кислота (ФМК)—основной краситель кристаллический фиолетовый (КФ).

2) ФМК—основной краситель метиловый зеленый* (МЗ)

3) Мышьяковомолибденовая кислота (ММК)—КФ

4) Кремнемолибденовая кислота (КМК)—МЗ.

Влияние кислотности на ОП ацетоновых растворов соответствующего ГПК-ОК соединения изучали при различных исходных концентрациях молибдат-иона. Результирующие данные для системы ФМК-КФ представлены на рис. 1. Согласно этим данным, определение фосфат-иона возможно в довольно широком интервале кислотности, если одновременно регулировать концентрацию молибдат-иона. Аналогичные результаты получены при исследовании систем: ФМК-МЗ и ММК-КФ. Избирательность определения фосфат-иона в присутствии арсената обеспечивается при pH 0,2 и $7,2 \cdot 10^{-3}$ М концентрации молибдат-иона (рис. 2).

В системе КМК-МЗ, область оптимальной кислотности с увеличением концентрации молибдат-иона практически не расширяется и рост ОП ацетоновых растворов наблюдается в области pH 1,2—4,0. Образо-

* Препарат фирмы Reanal, Colour Index № 42590.

вавшееся КМК-МЗ соединение в отличие от соединений ФМК-ОК и ММК-ОК, устойчиво и при дальнейшем повышении кислотности до 10—12 и HNO_3 не разрушается (рис. 3). Это создает возможность избирательного определения силикат-иона в присутствии арсенат- и фосфат-ионов.

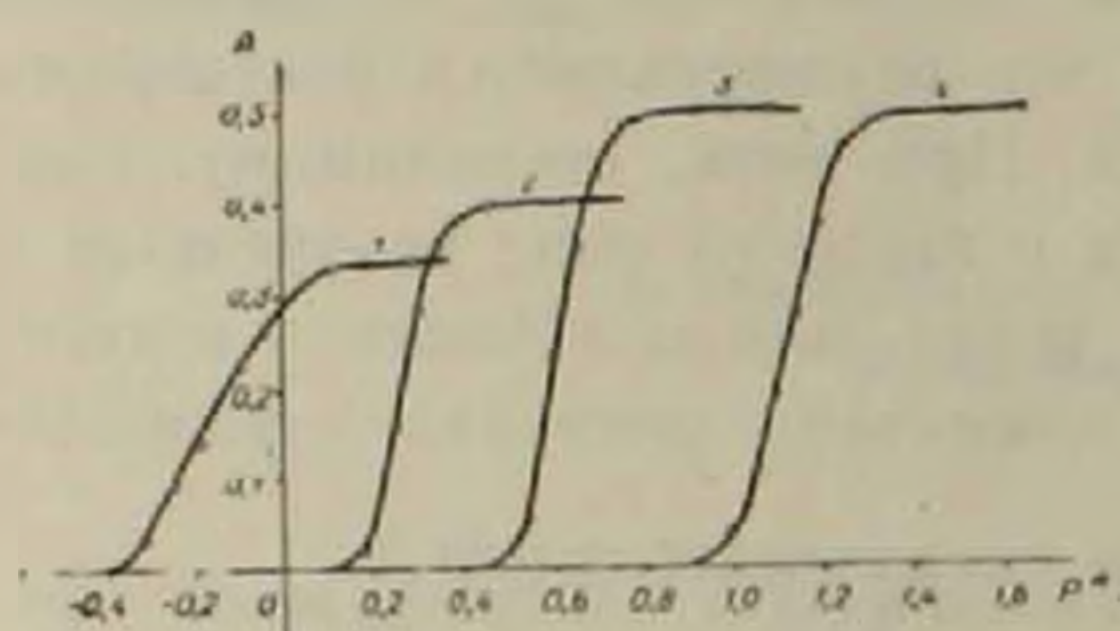


Рис. 1. Зависимость ОП ацетоновых растворов соединения ФМК-КФ от кислотности при различных исходных концентрациях молибдата натрия

$[\text{PO}_4^{3-}] = 1,0 \cdot 10^{-5}$ г-ион/л; $[\text{КФ}] = 2,4 \cdot 10^{-4}\text{М}$; $v = 0,1\text{см}$, $[\text{MoO}_4^{2-}] \cdot 10^3$, г-ион/л.
1—18; 2—4,8; 3—2,4; 4—0,6

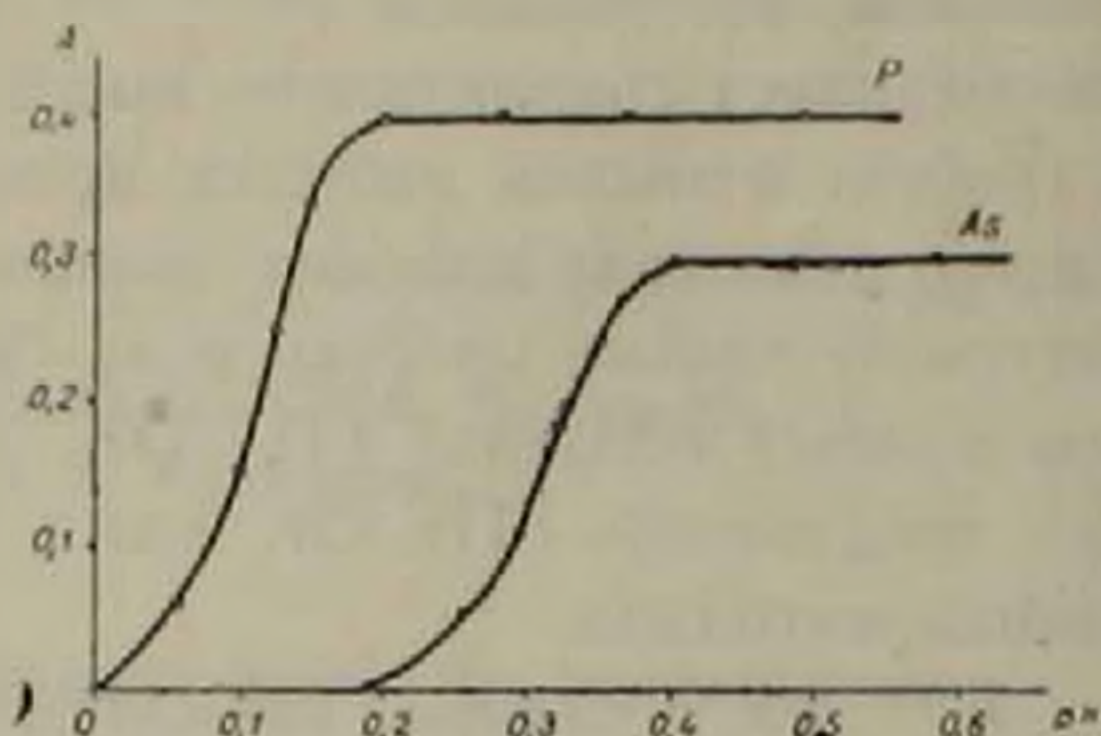


Рис. 2. Зависимость ОП ацетоновых растворов соединений ФМК-КФ и ММК-КФ от кислотности

$[\text{AsO}_4^{3-}] = [\text{PO}_4^{3-}] = 1,0 \cdot 10^{-5}$ г-ион/л;
 $[\text{MoO}_4^{2-}] = 7,2 \cdot 10^{-3}$ г-ион/л $[\text{КФ}] = 2,4 \cdot 10^{-4}\text{М}$; $v = 0,1\text{см}$

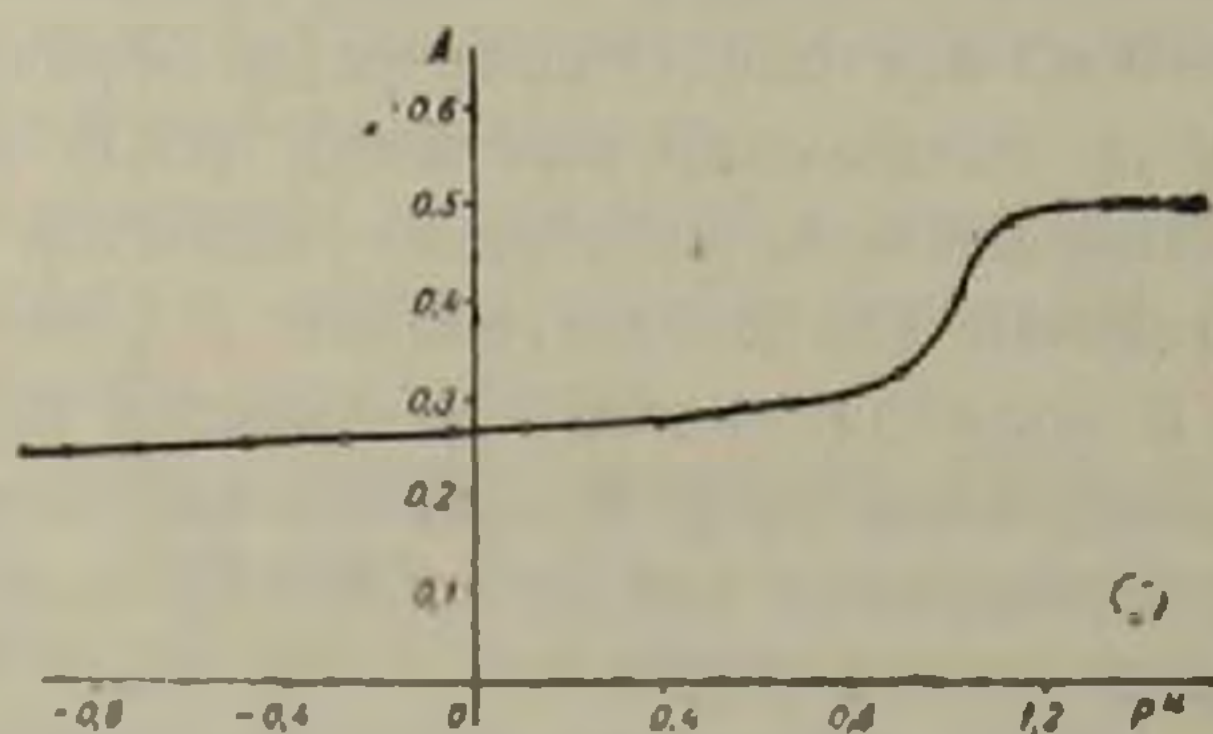


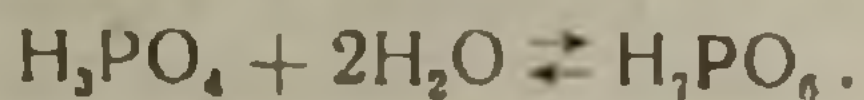
Рис. 3. Зависимость ОП ацетоновых растворов соединения КМК-МЗ от кислотности

$[\text{SiO}_3^{2-}] = 1,0 \cdot 10^{-5}$ г-ион/л; $[\text{MoO}_4^{2-}] = 2,4 \cdot 10^{-3}$ г-ион/л; $[\text{МЗ}] = 5,1 \cdot 10^{-4}\text{М}$; $v = 0,1\text{см}$

Во всех исследованных системах четко отмечается следующая интересная зависимость: ОП ацетоновых растворов соединений ГПК-ОК повышается с разбавлением исходного раствора исследуемого аниона.

Одновременно подчиняемость основному закону фотометрии соблюдается в интервале концентрации $1,0 \cdot 10^{-7} - 3,0 \cdot 10^{-6}\text{М}$. Молярные коэффициенты погашения исследуемых соединений довольно высоки: $9,3 \cdot 10^5$ (ФМК-МЗ), $7,3 \cdot 10^5$ (ФМК-КФ и ММК-КФ). Молярные коэффициенты погашения ацетоновых растворов реагентов-красителей МЗ и КФ равны соответственно $1,24 \cdot 10^5$ и $1,05 \cdot 10^5$. Это позволило рассчитать соотношение катиона красителя к аниону образующейся ГПК, т. е. зарядность последнего. Это соотношение равно 7 : 1, что

пользуясь в качестве примера ФМК, можно объяснить изменением основности фосфорной кислоты при разбавлении. При последовательном разбавлении раствора фосфата, но с сохранением прочих равных условий (кислотности, концентрации молибдата и красителя), следует учесть наличие следующего равновесия:



В результате смещения этого равновесия вправо, в случае разбавленных растворов создаются условия для образования более гидратированной H_7PO_6 . Последняя, участвуя в образовании соответствующей ГПК, обуславливает заряд гетерополи-аниона, равный—7. Образующийся гетерополи-анион, стехиометрически реагируя с катионом ОК, способствует значительному повышению чувствительности определения.

Таким образом, «Эффективная основность» определяется степенью гидратации фосфат-иона и вследствие этого, повышается с разбавлением раствора ортофосфата. Аналогично ведут себя арсенат- и силикат-ионы.

Ереванский государственный университет
ИОНХ Академии наук Армянской ССР

Հայկական ՍՍՀ ԳԱ րդրակից-անդամ Վ. Մ. ԶԱԽԱՅԱՆ, Յ. Վ. ՄԻՐՉԱՅԱՆ, Զ. Ա. ԿԱՐԱՊԵՏՅԱՆ:

Հիմնալին ներկանյութերով ֆոսֆորի, արսենի և սիլիցիումի ֆոտոմետրիկ որոշման մասին

Ուսումնասիրված է տրիֆենիլմեթանային շարքի հիմնալին ներկանյութեր (ՀՆ) մեթիլ կանաչի (ՄԿ) և բյուրեղային մանիշակագույնի (ԲՄ) փոխազդեցությունը ֆոսֆորամոլիբդենական, սիլիկամոլիբդենական և արսենամոլիբդենական հետերոսպուլիթթուների (ՀՊԹ) հետ:

Առաջարկված է առաջացած ՀՊԹ-ՀՆ միացությունների բաժանման մեթոդիկա:

Հաստատված է առաջացած ՀՊԹ-ՀՆ միացությունների ելքերի կախվածությունը լուծույթի թթվության, ֆոսֆատ (սիլիկատ, արսենատ), մոլիբդատ իոնների և ռեագենտ ներկանյութերի կոնցենտրացիա փոխկապակցված ֆակտորներից:

Առաջացած ՀՊԹ-ՀՆ միացությունների մարման մոլյար գործակիցները բավականին բարձր են՝ $7 \cdot 10^5$ (ՀՊԹ-ԲՄ) և $9 \cdot 10^5$ (ՀՊԹ-ՄԿ):

Առաջարկված են ուսումնասիրվող անիոնների ընտրողական որոշման օպտիմալ պայմաններ բարձր զգայնությամբ:

ЛИТЕРАТУРА — БІЛІГ

- ¹ З. Марченко, Фотометрическое определение элементов, М., изд. «Мир», 1971.
- ² Ф. Умланд, А. Янсен, Д. Тириг, Г. Вюнш, Комплексные соединения в аналитической химии «Мир», М., 1975.
- ³ Ю. Ф. Шкаравский, Е. М. Ивашикович, Укр. хим. ж., т. 35, вып. 9, 961 (1969).
- ⁴ А. К. Бабко, Е. М. Ивашикович, ЖАХ, т. 27, 120 (1972).
- ⁵ Л. И. Ганаго, И. А. Простак, ЖАХ, т. 26, 104 (1971).
- ⁶ Т. В. Клейнерман, Л. П. Цыганок, РЖХим, 1213, 103 (1974) Дев.
- ⁷ A. Galkowska, L. Pszomichki, Talanta, 20, 749 (1973).
- ⁸ А. К. Бабко, Ю. Ф. Шкаравский, А. М. Ивашикович, Укр. хим. ж., т. 33, 951 (1967).
- ⁹ И. П. Алимарин, Ф. П. Судаков, В. И. Клитина, Успехи химии, т. 34, вып. 8, 1979 (1965).
- ¹⁰ А. К. Бабко, Ю. Ф. Шкаравский, Е. М. Ивашикович, ЖАХ, т. 26, 854 (1971).
- ¹¹ А. К. Бабко, Ю. Ф. Шкаравский, А. Галковска, РЖХим, 17Г122 (1967).
- ¹² А. К. Бабко, Ю. Ф. Шкаравский, В. И. Кулик, ЖАХ, т. 21, 196 (1966).
- ¹³ В. П. Живописцев, В. А. Истомина, ЖАХ, т. 25, 1166 (1970).
- ¹⁴ А. К. Бабко, З. И. Чалай, В. Ф. Микитченко, Зав. лаб., т. 32, 270 (1966).
- ¹⁵ Е. А. Никитина, Гетерополисоединения, Госхимиздат, М., 1962.

УДК 530.834

ГЕОФИЗИКА

Х. Г. Давтян

Логическая основа алгоритма определения изменения
 граничной скорости по направлению профиля

(Представлено академиком АН Армянской ССР А. Г. Назаровым 27/1 1976)

Настоящая работа имеет целью изыскать возможность определения изменения граничной скорости по направлению профиля. Для этого первоначально рассмотрим логическую предпосылку производства корреляции, используемой в методе time-term (¹).

Положим при m взрывах получено N значений t_{ij} — времен прихода преломленных волн к n произвольно расположенным станциям приема ($i = 1, 2, \dots, m$ $j = 1, 2, \dots, n$). Тогда, используемая в методе логическая схема корреляции сводится к следующему: из N значений t_{ij} произвести выборку различных их (частично сочетающихся) совокупностей, по каждой из которых можно было бы определить достаточно близкие значения граничной скорости V_r .

Сам факт наличия подобных совокупностей в данном методе принимается за критерий фиксации некой преломляющей поверхности. Следовательно, значения V_r , определенные по каждой из этих совокупностей t_{ij} , в конечном итоге, должны дать одно усредненное значение скорости, присваиваемое этой поверхности. Кстати, это означает, что на данной сейсмической границе принимается $V_r = \text{const}$.

Далее, так как по указанным совокупностям t_{ij} определены величины скорости, близкие к этому значению $V_r = \text{const}$ то, очевидно, все t_{ij} , входящие в эти совокупности, являются временами прихода одной волны.

Итак, выявление совокупностей коррелируемых значений t_{ij} в методе time-term связано с закреплением значения V_r .

Теперь обратимся к корреляционным методам преломленных волн. Известно, что при этом корреляция записей волн производится с помощью выявления осей синфазности. В связи с этим легко заметить противоположность, используемых в методе time-term исходных принципов корреляции — традиционным. Ибо если в КМПВ признаком коррелируемости n , следовательно, выделения отдельных волн является выявление

осей синфазности, существование которых означает наличие преломляющих границ, то в методе time-term исходным является априорное утверждение о наличии поверхности, обладающей фиксированным значением скорости, выявление которой позволяет судить о коррелируемости исследуемых данных.

В связи с этим, поскольку перед нами стоит задача разработки алгоритма изучения изменения V_r по направлению профиля КМПВ, то есть определения $V_r = V_r(R)$, то отказ от логических посылок, на которых построен процесс корреляции, используемый в методе time-term, очевиден.

Однако это не означает, что при иной схеме обработки материалов преломленных волн нельзя применить, например, математическую формулировку задачи определения V_r , используемую в методе time-term. В частности, в настоящей работе предлагается применить ее при обработке данных профильных наблюдений КМПВ.

Суть выдвинутой идеи в следующем. Поскольку при обработке данных КМПВ с процедуры определения V_r , примененной в методе time-term, снимается функция осуществления корреляции, то в связи с этим отпадает необходимость производства больших осреднений при определении значений граничной скорости. Ввиду этого станет допустимой одновременная обработка сравнительно малых массивов исходных данных или, что то же самое, изучение малых интервалов профиля. Тогда получение локальных значений граничной скорости в конечном итоге позволит детально изучить скоростные свойства на отдельном участке исследуемого профиля.

В результате, во-первых, повысится достоверность определения величины V_r по тому или иному локальному участку исследования и, во-вторых, отдельные совокупности подобных вычислений позволят получить общую скоростную характеристику среды в целом и, в частности, изменения V_r по направлению профиля.

Итак, в настоящей работе дано обоснование логической основы алгоритма определения изменений граничной скорости по направлению продольного профиля КМПВ с помощью ЭЦВМ.

Алгоритм испытан на достаточно разнообразном материале. Получены первые практические результаты.

Институт геологических наук
Академии наук Армянской ССР

Խ. Գ. ԴԱՎԹՅԱՆ

Ըստ պրոֆիլի ուղղության սահմանային արագության փոփոխության
որոշման ալգորիթմի տրամաբանական հիմքը

Աշխատանքում առաջադրվում է ըստ բեկված ալիքների կոռելյացիոն
մեթոդով ստացված տվյալների հիման վրա սահմանային արագության փո
փոխման որոշման ալգորիթմի կոնստրուկտիվ սխեման:

Տվյալ ալգորիթմը կիրառում է հլալեւտային տվյալներ, որոնք ստացվել են երկայնական սլոփիլի վրա: Նշենք, որ այլ ղեւքում ղուտ հաշվողական տեսանկյունից կիրառված է time—term մեթոդի սահմանային արաղութլալ որոշման ինղրի ղրվածքի մաթեմատիկական ձեւավորումը:

Առաջարկված ալգորիթմը փորձարկված է, կան առանձին պրակտիկ արղյունքներ:

Л И Т Е Р А Т У Р А — Գ Ր Ա Կ Ա Ն Ո Ւ Թ Յ Ո Ւ Ն

¹ M. G. Berry and G. F. West, Bull. Seismol. Soc. Am. 56, 1, 1966.

УДК 553.81 : 552.321.6(479.25)

МИНЕРАЛОГИЯ

Р. Г. Геворкян, Ф. В. Каминский, Б. С. Лунев,
 Б. М. Осовецкий, Н. Д. Хачатрян

Новые находки алмазов в ультрамафитах Армении

(Представлено академиком АН Армянской ССР И. Г. Магакьяном 26/VIII 1976)

Находки алмазов в ультрамафитах (гипербазитах) Армении и в связанных с ними рыхлых отложениях известны с 1970 г. (^{1,2}). С тех пор в результате целенаправленных работ количество находок алмаза в этом районе ежегодно увеличивается. Помимо практического интереса этих находок, который пока еще представляется проблематичным, они имеют важное генетическое значение, поскольку позволяют прояснить вопрос об условиях некимберлитового происхождения алмазов в целом (¹⁻⁶).

В последнее время при детальном изучении ультрамафитов Степанаванского района Армении и северо-восточного побережья оз. Севан были найдены новые кристаллы алмаза. Как и ранее, новые находки алмазов приурочены здесь к зонам распространения ультрамафитовых (гипербазитовых) пород офиолитовой ассоциации, представленных двумя дугообразными поясами, являющимися составными частями поясов альпинотипных гипербазитов Средиземноморской складчатой области.

Среди них наиболее протяженным и крупным является Присеванский пояс, в пределах которого сделаны последние находки кристаллов алмаза, а в пределах другого—Вединского—установлен стабильный набор минералов-спутников алмаза (⁷⁻⁸). Общая протяженность Присеванского офиолитового пояса Малого Кавказа—около 350 км, из них на территории Армянской ССР—около 220 км (с перерывами).

В геологическом отношении этот пояс представляет собой линейно-вытянутую интрагеосинклинальную структуру, продолжающуюся на СЗ в Турцию и на ЮВ к границам Ирана.

В современной структуре ультрамафиты (гипербазиты) представляют собой аллохтонные тела (пластины, пластообразные и линзовидные массивы) согласно залегающие в мезозойских раннегеосинклинальных отложениях. В юго-восточной части пояса (Севано-Акеринский отрезок) гипербазиты и габброиды совместно с подводными толщами диабазов, спилитов и радиоляритов слагают офиолитовую ассоциацию верхнеме-

лового (?) — до коньякского возраста. Западная часть пояса обнажена в пределах Степанаванского и Амасийского районов в Базумской горстой структуре; при этом в Степанаванском районе гипербазиты и габброиды залегают в карбонатных толщах флишондного типа верхней юры (?) — нижнего мела, в Амасийском — ассоциируют с верхнемеловыми вулканогенно-пирокластическими отложениями.

Гипербазиты отличаются однородностью состава и представлены преимущественно гарцбургитами и апогарцбургитовыми серпентинитами. Подчиненную роль играют фацциально развитые дуниты, лерцолиты, верлиты, пироксениты. При этом, к дунитам приурочена большая часть хромитовых рудных тел. Почти повсеместно гипербазиты ассоциируют с габброидами.

По своим главнейшим особенностям мафит-ультрамафитовые породы офиолитовых поясов относятся к типичным представителям «альпийских» пород гарцбургитового (ультрамафиты), полосчатого (ультракальмафиты) и вулканогенно-осадочного (базиты, средние, снелиты) комплексов по схеме офиолитовой ассоциации А. С. Павленко (9).

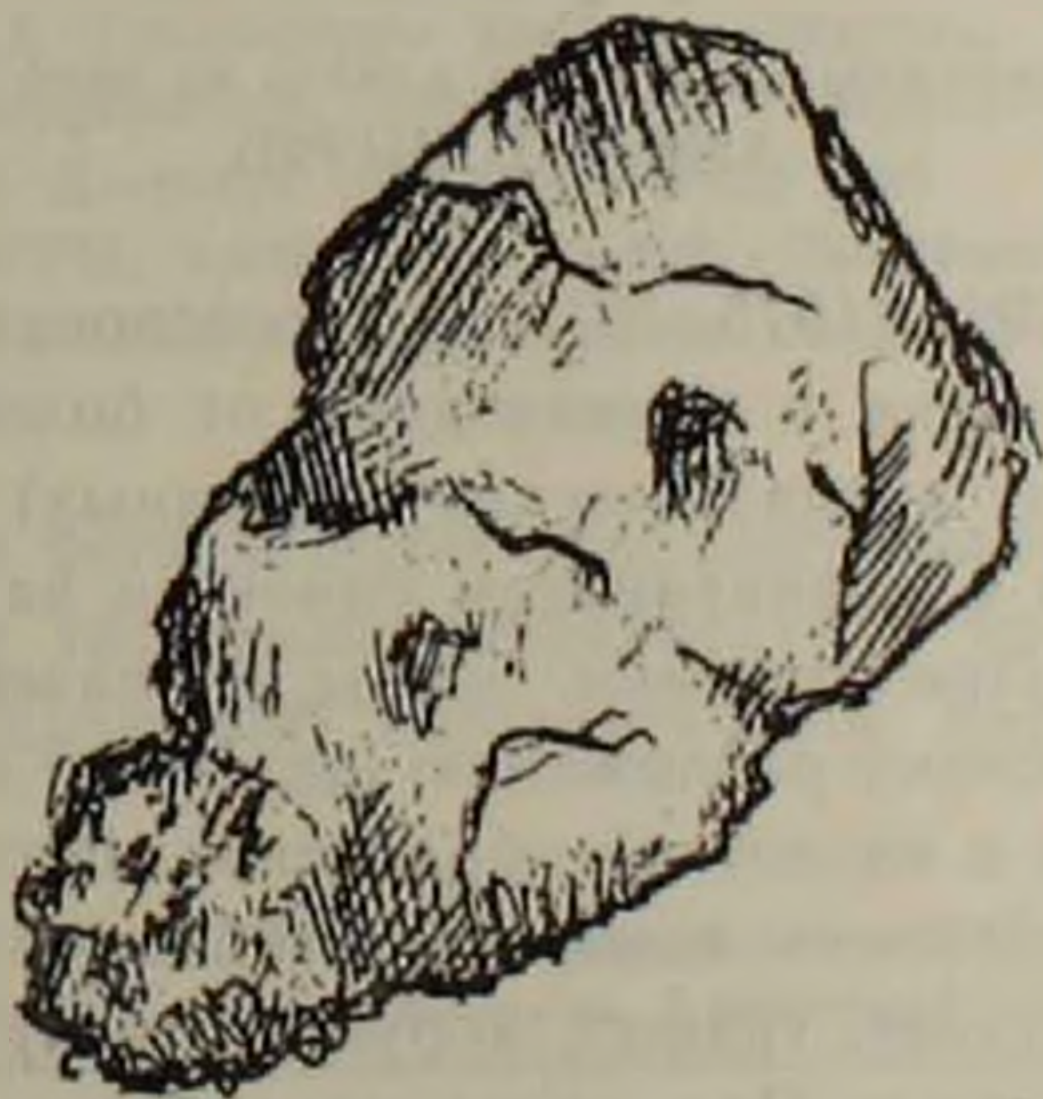


Рис. 1. Зарисовка прозрачного кристалла № 26 алмаза, найденного на северо-восточном побережье оз. Севан (ЛОПИ, пр. № 14)

В итоге проведенных исследований были обнаружены свыше трех десятков кристаллов мелких алмазов. Преобладающая часть кристаллов найдена в аллювии рек бассейна р. Дзорагет, размывающей расположенные в верховьях массивы гипербазитов (24). А на одном из последних этапов работ (1974) с помощью винтового шлюза (10) в ЛОПИ ПГУ было обнаружено на северо-восточном побережье оз. Севан, в непосредственной близости от Джильского массива гипербазитов (серпентинитов) зерно алмаза (рис. 1), расколовшееся на три осколка (минералоги Н. А. Косицина и А. И. Кетова).

Размеры осколков алмаза: $0,15 \times 0,20$; $0,15 \times 0,20$; $0,10 \times 0,15$ мм удельный вес около 3,50—5,51; показатель преломления по жидкости

№ 33 с $N_g=1,990$; в УФ-лучах зерна не светятся; блеск сильно алмазный; излом раковистый; твердость по корунду выше—10; зерно абсолютно прозрачное с слегка зеленовато-серым оттенком. Принадлежность к алмазу однозначно подтверждает приводимая рентгенограмма (рис. 2).

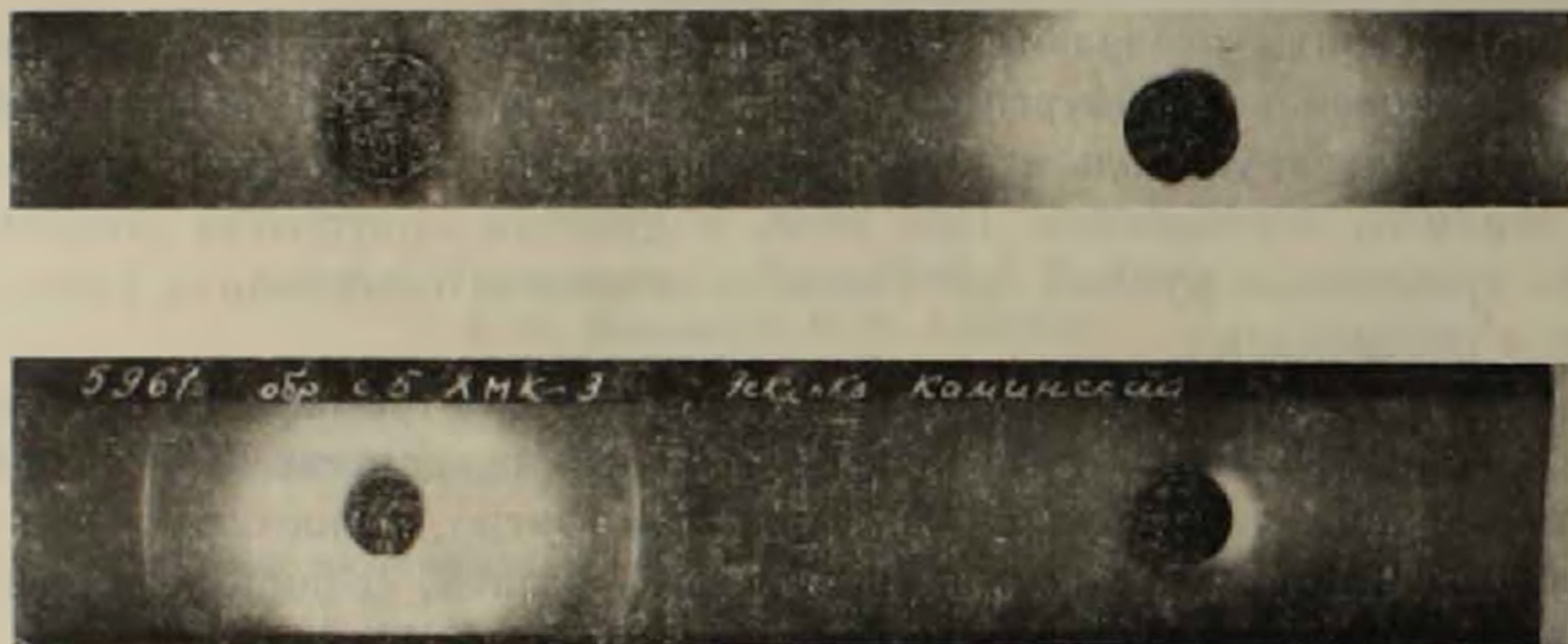


Рис. 2. Рентгенограммы кристаллов алмаза из проб № 14 (ЛОПИ) и ХМК-3 (ЦНИГРИ)

Далее, в ЦНИГРИ (1975—76) был исследован* ряд проб (1—2 кг), представляющих навески и концентраты от более крупных проб (5—22 т) гипербазитовых и кластических осадочных) пород, отобранных Н. Д. Хачатряном в Степанаванском районе и на северо-восточном побережье оз. Севан. При изучении, пробы, из навесок по 0,5 кг, подвергались термохимическому разложению щелочами с последующим выщелачиванием водой и с кислотной обработкой. В результате в нерастворимом остатке сохранялись наиболее устойчивые минералы: хромшпинелид, гранат, муассанит, графит, корунд. Вместе с этими минералами встречены зерна алмаза. При анализах соблюдались все меры предосторожности, гарантирующие материал проб от заражения посторонними продуктами, а предварительная обработка проб (дробление, отмывка шлиха) проводилась на месте отбора в Армении.

Пробы коренных пород представлены типичными серпентинизированными и брекчированными (ХМК-3) апоперидотитами (апогарцбургитами), где хризотил-серпентин образует отчетливую сетчато-решетчатую текстуру.

Структуры пород порфировластовые с волокнистой и пестельчатолучистой основной тканью. Последняя состоит из тонких волокон хризотила и пластин антигорита. На фоне основной массы выделяются реликтовые зерна оливина и скопления хромитовой «пыли».

Все обнаруженные, по указанной методике, алмазы небольшие (0,1—0,5 мм); имеют неправильную обломочную форму и матированную поверхность (рис. 3). При общей неправильной форме некоторые зерна

* Аналитики—Л. А. Ткаченко, К. А. Шепелева.

сохраняют реликты гексагональных очертаний и характерную для мелких алмазов пластинчатую уплощенность. Выделяются две группы кристаллов: темно-серые до черных и желтые. Первые не люминесцируют при облучении ультрафиолетом, вторые светятся в желтых и оранжевых тонах. Рентгеноструктурные исследования показали агрегатное строение всех зерен.



Рис. 3. Темно-серые алмазы, найденные в
брекчнированном перидотите в верховьях
р. Дзорагет (Степанаванский р-н).
ЦНИГРИ, проба № ХМК-3. Увеличение
50. Характерна неправильная обломочная
форма зерен

В нерастворимом остатке проб оказалось значительное количество хромшпинелидов, что заставило разработать и применить в заключи-
тельной стадии исследований дополнительное растворение остатка в

Таблица 1

Результаты термохимического анализа на алмаз и его минералы-спутники некоторых
россыпей и гипербазитов Армянской ССР

№ № п. п.	№ № проб	Материал проб	Минералы нерастворимого остатка				
			алмаз	гранат	муассанит	графит	корунд

1. Степанаванский район

1	ХМА--1	Аллювий	—	е. зн.	1 зн.	е. зн.	—
2	ХМК—2	Песчаники	—	е. зн.	2 зн.	—	2. зн.
3	ХМК—3	Брекчии перидот.	3. зн.	е. зн.	—	е. зн.	—
4	ХМК—4	Перидотиты	—	е. зн.	—	е. зн.	е. зн.
5	ХБА —5	Аллювий	—	е. зн.	—	е. зн.	е. зн.
6	ХБК —6	Перидотиты	—	1 зн.	1 зн.	—	зн.

II. Северо-восточное побережье. оз. Севан

7	ХБК — 7	Перидотиты	—	е. зн.	—	—	зн.
8	ХБА — 8	Аллювий	—	—	—	—	е. зн.
9	ХМА— 9	⋮	1. зн.	е. зн.	—	—	е. зн.
10	ХМА—10	⋮	—	—	—	—	—
11	ХМА—11	⋮	1. зн.	—	—	—	—
12	ХБК —13	Перидотиты	—	е. зн.	е. зн.	е. зн.	е. зн.

автоклаве. Выборка алмазов и прочих минералов производилась из конечного продукта вручную под биноклем МБС-1. Результаты анализов приведены в табл. 1.

Помимо указанных в таблице минералов, во всех пробах основная часть нерастворимого остатка представлена хромшпинелидами, а в пробе ХБК-13 имеется 1 знак золота.

Алмазы обнаружены в трех пробах: ХМК-3; ХМА-9 и ХМА-11. Первая характеризует коренные породы Степанаванского района (правый борт верховья р. Дзорагет, вблизи фермы № 1 Лорплемсовхоза); вторая и третья—аллювиально-пролювиальные отложения северо-восточного побережья оз. Севан (участок с.с. Джил-Бабаджан).

Проба ХМК-3. 3 зерна алмаза размером $0,5 \times 0,275$; $0,5 \times 0,15$ и $0,175 \times 0,125$ мм. Первые два имеют вид пластинчатых обломков темно-серого цвета, со слабо выраженной «слоистостью». Последнее (самое мелкое) зерно является обломком пластинчатого кристалла гексагональной формы (без «слоистости»), черного цвета. Поверхность всех зерен матирована.

Проба ХМА-9. Одно зерно размером $0,125 \times 0,125$ мм желтого цвета, неправильной формы с неровными очертаниями. Поверхность матирована.

Проба ХМА-11. Одно зерно размером $0,225 \times 0,2$ мм светло-желтого цвета, слоистого строения, хрупкое. Поверхность матирована.

Помимо указанных алмазов, обнаружено еще несколько зерен в пробе ХМК-3 и одно—в пробе ХБК-13, внешний вид которых не характерен для алмаза, но твердость указывает на возможное отнесение их к этому минералу. Над этими зернами проводятся детальные исследования, которые будут изложены дополнительно.

Таким образом, по результатам проведенных исследований можно говорить об алмазоносности коренных и аллювиальных отложений Степанаванского района и северо-восточного побережья оз. Севан в Армении, а также о связи найденных алмазов с ультрабазитами. В анализированных пробах содержания алмаза являются непромышленными, однако это не исключает возможностей наличия промышленных концентраций алмаза в указанных районах. Для выяснения этого необходимо проведение дальнейших геолого-поисковых и научно-исследовательских работ.

Ереванский политехнический институт им. К. Маркса

Н. Դ. ԳԵՎՈՐԴՅԱՆ, Ֆ. Վ. ԿԱՄԻՆՍԻԻ, Բ. Ս. ԼՈՒՆԵՎ, Բ. Մ. ՕՍՈՎԵՑԿԻ
Լ. Ա. ՏԿԱԶՆԿՈ, Կ. Ա. ՇԵՊԵԼԵՎԱ, Ն. Գ. ԽԱԶԱՏԻՅԱՆ

Ալմաստների նոր հայտնաբերումներ Հայաստանի
ուլտրամաֆիտներում

Հայաստանի Սևանա-Ամասիա գոտու ուլտրամաֆիտների ուսումնասիրության հետևանքով, որը կատարվում է պատմականորեն շվեդի և թերմորիմիա-

կան քայքայման հղանակներով, նորից հայտնաբերված են ադրեդատային կառուցվածքի ավազաքարի մանր հատիկներ (0,1—0,5 մմ) արմատական պերիդոտիտների և ալյուվիալ նստվածքների մեջ:

Դրանց մեջ աչքի են ընկնում թափանցիկ, գորշ և սև շլյումինեսցենտող, ինչպես նաև դեղին՝ ուլտրամանիշակագույն ճառագայթման տակ լուսարձակող բյուրեղներ: Այժմաստներից ուղեկցող բրոմշպինելիդներն ըստ կազմության համապատասխանում են ալյումոբրոմիտին: Առաջին անգամ Հայաստանի ուլտրամաֆիտներում հայտնաբերված են ալմանդին-պիրոպային շարքի նոնա-բարեր, որոնք դիտվում են որպես ավազաքարի գենետիկական ուղեկցորդներ: Հանդիպել են նաև մուսսանիտ, դրաֆիտ, կորունդ:

ЛИТЕРАТУРА — ԴՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

¹ Ր. Գ. Գեվորյան, Тезисы докладов респ. научно-техн. конференции молодых научных сотрудников Армении, 22, 1973. ² Ր. Գ. Գեվորյան, Դ. Բ. Բաբаян, Ա. Ս. Բոբրևիչ և ըր., Труды Армгеологического общества, № 1, 1976. ³ Ր. Գ. Գեվորյան, Ю. А. Дуденков, Ю. А. Ключев, В. И. Непин, А. С. Павленко, Г. Л. Платонов, В. С. Шмаков, ДАН Арм. ССР, т. 61, № 3 (1975). ⁴ А. С. Павленко, Р. Գ. Գեվորյան և ըր., «Геохимия», № 3, 366, 1974. ⁵ Ф. В. Каминский, Б. И. Прокопчук, «Природа», № 10, 66, 1974. ⁶ Ф. В. Каминский, Р. Գ. Գեվորյան, «Известия АН Арм. ССР», серия науки о Земле, № 2, 1976. ⁷ К. А. Мкртчян, Геология СССР, т. XIII, Армянская ССР, изд. «Недра», М., 1970. ⁸ А. Р. Давтян, ДАН Арм. ССР, т. L, № 5 (1970). ⁹ А. С. Павленко, Труды МГК, XXV сессия Докл. сов. геол. Пробл. 2, изд. «Наука», М., 1976. ¹⁰ Б. С. Лунев, Сборник «Аллювий», выпуски I и II, изд. ПГУ, Пермь, 1973.

УДК 551—24

ТЕКТОНИКА

Член-корреспондент АН Армянской ССР А. А. Габриелян,
 С. А. Пирузян, Г. П. Симонян

Новая схема сейсмического районирования территории Армянской ССР

(Представлено 21/V 1976)

После опубликования последнего варианта карты сейсмического районирования территории СССР прошло семь лет (^{1,2}). За это время получено большое количество новых регионально-геологических, геофизических и инженерно-сейсмологических данных, значительно усовершенствованы методы сейсмологических исследований. Возникла необходимость приступить к обобщению этого материала и составлению новой карты сейсморайонирования.

По Армянской ССР специальные научно-исследовательские работы по сейсмологии проводились в период 1969—1975 гг. Институтом геофизики и инженерной сейсмологии АН Армянской ССР (ИГИС) совместно с Ереванским государственным университетом.

Научный анализ собранного большого нового фактического материала и интерпретации геологических, геофизических и сейсмологических данных заставляет внести значительные изменения в наши представления о закономерностях проявления сейсмичности на территории Армении и предложить новую схему сейсмического районирования.

Основой для сейсморайонирования служит составленная указанными научными учреждениями серия геолого-тектонических, сейсмологических и геофизических карт: тектоническая карта донеогенового основания, карты разломов, новейшей тектоники, градиентов новейших тектонических движений, гравиметрическая, магнитометрическая, карта четвертичных движений, сейсмостатистические карты, сеймотектоническая и др. Составлены также тектоническая схема Кавказско-Анатолийско-Иранского сегмента альпийского складчатого пояса и схема сеймоактивных разломов последнего.

Основными геологическими критериями, контролирующими сейсмичность на территории Армении, являются новейшие (неоген-четвертичные), и в частности, современные тектонические движения, их амплитуда, характер и соотношения с более древними, донеогеновыми движениями и созданными ими структурами, геологическое строение и возраст донеогенового геосинклинального складчатого основания, а также

изменения (перестройка) плана расположения геотектонических зон и тектонических деформаций во времени, глубинные разломы («ныне живущие»), антикавказские структуры (поднятия и разломы), соляная тектоника, инженерно-геологические условия местности, глубинное геологическое строение.

Учитывая эти факторы и сопоставляя их с сейсмостатистическими данными последнего тысячелетия, произведено сейсморайонирование территории Армянской ССР (рис. 1).

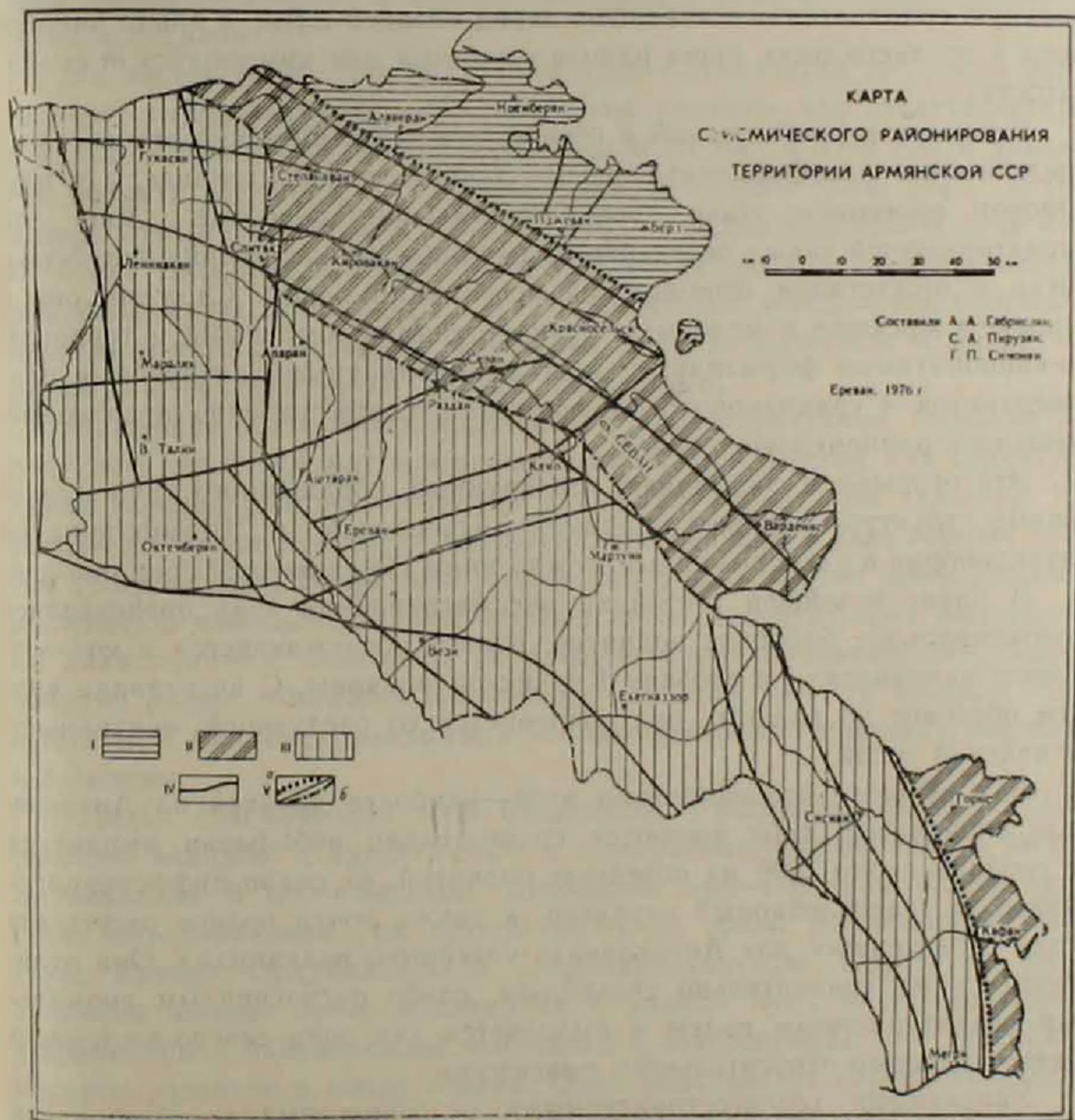


Рис. 1. Сейсмические зоны: I—5—6, реже 7 баллов; II—7, реже 8 баллов; III—7—8, реже 9 баллов. IV—главнейшие сейсмоактивные разломы, V—границы сейсмических зон точно: а— ± 5 км; б— ± 10 км

Предлагаемая схема представляет несколько измененный и дополненный новыми данными вариант схемы сейсморайонирования Армянской ССР, составленной А. А. Габриеляном и С. А. Пирюзяном в 1972 г. ⁽¹⁾ и вместе с тем существенно отличается от схемы, рекомендованной к использованию строительными организациями ⁽²⁾.

Выделены три сейсмические зоны (Северная, Центральная и Юго-

Западная), отличающиеся сейсмоактивностью и геолого-геофизическими особенностями, а внутри каждой из них—наиболее сейсмоактивные участки (сейсмогенные разломы).

Краткая характеристика зон заключается в следующем.

Северная сейсмическая зона охватывает Алавердский, Ноемберян-ский, Иджеванский и Бердский районы республики и соответствует Сомхето-Карабахской эвгеосинклинальной полого-складчатой тектонической зоне. Последняя была заложена в ранней юре на байкальском метаморфизованном складчатом основании и испытывала геосинклинальную складчатость и инверсию перед поздней юрой, в конце раннего мела и позднего мела (зона раннеальпийской или киммерийской складчатости).

В палеозое (каледонский и герцинский тектонические этапы) она представляла платформенную сушу—Закавказская антеклиза, а в альпийском орогенном этапе—геоантиклинальное поднятие. Зона эта характеризуется также незавершенным типом эвгеосинклинального развития и отсутствием офиолитовой ассоциации пород. Сложена она в основном юрскими и меловыми вулканогенно-обломочными и терригенно-карбонатными формациями, местами прорванными интрузиями плагиогранитов и гранодиоритовой формации, соответственно предпозднеюрского и раннемелового возрастов.

Эти отложения составляют три крупные, обращенного типа пликативные структуры первого порядка—Алавердский и Шамшадинский антиклинории и расположенный между ними Иджеванский синклинорий.

В плане новейшей тектоники рассматриваемая зона представляет моноклинальное блоковое поднятие, полого погружающееся в юго-восточном направлении в сторону Куринской впадины. С юго-запада крутым обрывом по разлому она сочленяется со следующей, центральной Армянской зоной.

Важнейшими особенностями этой—наиболее древней на Антикавказе складчатой зоны являются сравнительно небольшая амплитуда (в среднем около 2000 м) новейших поднятий, их слабо дифференцированный и унаследованный характер, а также почти полное отсутствие столь характерного для Антикавказа новейшего вулканизма. Она отличается также сравнительно спокойным, слабо расчлененным аномальным гравитационным полем и выделяется как зона северо-восточного гравитационного относительного максимума.

Указанными геологоструктурными особенностями и обусловлена сравнительно слабая сейсмоактивность зоны (5—6 баллов).

Вторая, центральная сейсмическая зона охватывает центральную и юго-восточную части территории республики и соответствует Севано-Ширакской тектонической зоне и Кафанскому блоку Алаверди-Кафанского геотектонического комплекса.

Севано-Ширакская зона представляет крупный синклинорий (мега-синклинорий), сформировавшийся из эвгеосинклинального трога, возникшего в поздней юре-раннем мелу, на байкальском основании. Сложена она различными вулканогенными, осадочными и вулканогенно-оса-

дочными формациями раннего и позднего мела, палеогена и прорывающими их основными, кислыми и щелочными интрузиями. Она испытывала геосинклинальную складчатость и инверсию перед палеогеном, поздним эоценом, олигоценом и в конце палеогена.

Отличительными чертами зоны являются неоднократная перестройка плана структурной эволюции в альпийском геотектоническом периоде, преобладание линейного типа пикативных структур, а также широкое развитие альпинотипных гипербазитов и ассоциирующихся с ними метаморфических и вулканогенно-осадочных формаций (офиолитовая ассоциация).

На аномальном гравитационном поле Антикавказа это—зона центрального относительного минимума силы тяжести, что свидетельствует о большой мощности земной коры (около 50 км) в этой части указанной области. Вместе с тем, карты гравитационного поля (Δg) и аномальных магнитных полей ΔZ_s и ΔT_s в рассматриваемой зоне имеют более сложный, мозаично-блоковый характер; при этом относительные максимумы силы тяжести, как и магнитные максимумы, соответствуют выступам складчатого основания, а гравитационные и магнитные минимумы—погруженным частям последнего.

Новейшие тектонические движения характеризуются большой амплитудой (до 3—3,5 км) и контрастностью, а созданные ими структуры имеют обращенный по отношению к древним структурам характер. Новейшие блоковые поднятия, выраженные в рельефе в виде горных хребтов (Памбакский, Базумский, Севанский и др.), имеют синклинальное строение, а молодые впадины, выполненные четвертичными молассовыми накоплениями, наложены на древние антиклинальные сооружения. Широко развит новейший вулканизм. Сейсмоактивность в целом соответствует 7 баллам, а местами, в неблагоприятных грунтовых условиях, и 8 баллам.

Третья сейсмическая зона охватывает Среднеараксинскую и Ширакскую впадины и прилегающие к ним районы юго-западного склона Антикавказа. В тектоническом отношении это—Приараксинский мегаблок, объединяющий три геотектонические зоны: Анкавано-Зангезурскую, Ереванско-Ордубадскую и Среднеараксинскую. Первая из них—типичная шовная зона, заложенная в раннем мелу на гетерогенном (герцинском и байкальском) основании и завершившая свое геосинклинальное развитие в конце эоцена. Она представляет собой относительно узкую полосу (15—20 км) смятия, дробления катаклаза, широкого развития изоклинальной складчатости и динамометаморфизма, милонитизации и кливажа. Зона расчленена на отдельные тектонические блоки, в которых, как в альпийском геосинклинальном периоде, так и в орогенном, тектонические движения имели разные направления и амплитуду. Исключительно широко развит магматизм, как в интрузивной, так и в эффузивной формах. В ее северо-западной части выступает байкальский и добайкальский метаморфический фундамент, а на юго-востоке (в Зангезуре)—герцинский платформенный комплекс отложений.

Расположенная южнее Еревано-Ордубадская зона представляет мегасинклинорий, сложенный преимущественно меловыми и палеогеновыми терригенными, карбонатными и туфогенными формациями. Возникла она из одноименного прогиба, заложенного в позднем мелу на герцинском платформенном основании, чем и обусловлен ряд структурно-формационных особенностей зоны (брахиаксальная складчатость, многоосинклинальный тип формации и др.). Состоит из ряда синклинорий (Еревано-Вединский, Айоцзорский, Ордубадский) и разделяющих их антиклинальных перемычек.

Среднеараксинская впадина заложена на альпийском и герцинском гетерогенном складчатом основании и выполнена неогеновыми морскими и лагунными молассовыми формациями и четвертичными озерно-речными и вулканогенными образованиями. Она имеет сложное строение и состоит из ряда опущенных и приподнятых погребенных блоков, отличающихся мощностями слагающих их отложений и характером гравитационных аномалий.

Для этой зоны характерны исключительно контрастные новейшие и современные тектонические движения и широкое развитие в плиоценовых и четвертичных отложениях пликативных и разрывных структур, в том числе и четко выраженных в рельефе соляных куполов и куполовидных поднятий (область позднеальпийской складчатости).

Описываемая сейсмическая зона (третий геотектонический блок) соответствует юго-западному относительному гравитационному максимуму Армении, на фоне которого выделяются максимумы и минимумы аномальных полей второго порядка, в прямой форме отражающие положение доальпийского фундамента.

Через эту зону проходит наиболее активно действующий в современную геологическую эпоху на Кавказско-Анатолийско-Иранском сегменте альпийского орогенического пояса юга Евразии линиament протяженностью более 2000 км по линии Измит—Эрзинджан—Эрзерум—Араратская котловина—Джюльфа—Тебриз—Тегеран. Вдоль этого разлома (Северо-Анатолийско-Антикавказской зоны офиолитовой ассоциации и цветного меланжа) расположены многочисленные центры 8 и 9 балльных разрушительных и катастрофических землетрясений: Айоцзор—735, 906; Арарат (Акори)—1840; Двин—893; Гарни—1679; Аруч—971; Эрзерум—1458, 1712, 1868; Дигор—1935; Варто—1968; Эрзинджан—1268, 1939 г. (одно из самых катастрофических землетрясений в мире за последние 50 лет) и др.

Внутри описанных сейсмических зон выделены сравнительно более сейсмоактивные участки (сейсмоактивные или сейсмогенные подзоны), соответствующие важнейшим, ныне живущим разломам: Анкавано-Зангезурскому, Среднеараксинскому и секущими их под почти прямым углом разломам антикавказского направления (Транс-Кавказский, Еревано-Севанская группа и др.).

Выделенные сейсмические зоны соответствуют трем крупным, разновозрастным структурно-формационным блокам Антикавказа (ранне-

альпийская, среднеальпийская, позднеальпийская складчатые области по А. А. Габриеляну или Антикавказский, Севанский и Приараксинский оротектонические пояса по А. Т. Асланяну) и вместе с тем отражают глубинное геологическое строение Антикавказа (три гравитационные зоны). Границами этих блоков, характеризующихся различной сейсмо-активностью, являются глубинные тектонические швы, выраженные в виде зон перманентно действующих глубинных разломов, а также гравитационных уступов и зон повышенных горизонтальных градиентов силы тяжести.

Суммируя вышесказанное, можно заключить, что в подавляющем большинстве случаев очаги землетрясений приурочены к указанным тектоническим швам общекавказского и антикавказского простираения. При этом, эпицентры наиболее разрушительных и катастрофических землетрясений локализованы в местах сочленения и пересечения разнонаправленных (Кавказского и Антикавказского) структурных зон и разломов (узлы тектонической напряженности). Об этом свидетельствуют также отчетливо выраженные в рельефе следы палеосейсмодислокаций в виде оползней, обвалов, рвов, уступов, трещин (большей частью трещин отрыва), срывов, эскарпов, воронок и др., широко развитые вдоль многих сейсмоактивных зон—разломов (Анкаван-Зангезурской, Среднесараксинской, Красносельск-Базумской и др.).

Ереванский государственный университет
Институт геофизики и инженерной сейсмологии
Академии наук Армянской ССР

Հայկական ՍՍՀ ԳԱ րդրակից-անդամ Ա. Հ. ԳԱԲՐԻԵԼՅԱՆ, Ս. Ա. ՓԻՐՈՒԶՅԱՆ, Գ. Պ. ՍԻՄՈՆՅԱՆ:

Հայկական ՍՍՀ տարածքի սեյսմիկ շրջանացման նոր սխեմա

Հեղինակները ՀՍՍՀ տարածքում անջատում են երեք սեյսմիկ զոնաներ՝ Հյուսիսային, Կենտրոնական և Հարավ-Արևմտյան, որոնք միմյանցից տարբերվում են երկրաբանական և երկրաֆիզիկական առանձնահատկություններով ու բաղմադարյան սեյսմոակտիվությամբ:

Հյուսիսային զոնան բնորոշվում է ՀՍՍՀ-ի Ալավերդու, Իջևանի ու Բերդի շրջանները և կազմված է համեմատաբար թույլ ծախավորված մեղրղյան հասակի էվզեոսինկլինալային բնույթի նստվածքա-հրաբխային ֆորմացիաներից ու նրանց պատռող ինտրուզիվ զանգվածներից:

Նորագույն տեկտոնական շարժումներն ունեցել են փոքր ամպլիտուդա և թիչ դիֆերենցված բնույթ: Զոնայի գրավիտացիոն դաշտը համեմատաբար համասեռ է, իսկ երիտասարդ հրաբխականությունը թույլ է զարգացած: Վերը նշված հանգամանքներով է պայմանավորված նրա համեմատաբար փոքր (5—6 բալլ) սեյսմոակտիվությունը:

Երկրորդ, կամ կենտրոնական սեյսմիկական զոնան բնորոշվում է հանրապետության կենտրոնական և հարավ-արևելյան շրջանները ու համադաստառախանում է բազում-Ջանգեղուրյան տեկտոնական բլոկին:

Այս զոնան բնութագրվում է գրավիտացիոն ու մագնիսական ամոնայ դաշտերի բարդությամբ, երկրակեղևի համեմատաբար մեծ հզորությամբ (մոտ 50 կմ), նորագույն հրաբխականության ուժղին զարգացմամբ և նորագույն տեկտոնական շարժումների համեմատաբար մեծ ամպլիտուդով (3—3,5 կմ) ու հակադրությամբ: Վերը թված հանդամանքներով է պայմանավորված զոնայի ավելի մեծ սեյսմոակտիվությունը (7—8 բալ):

Երրորդ կամ Մերձարաքսյան սեյսմիկ զոնան համընկնում է համանուն տեկտոնական ընդերքի հետ, որով անցնում է Միջին ու Մերձավոր Արևելքի ամենամեծ լինիամենտներից (բեկվածքներից) մեկը՝ Իզմիթ-Էրզինջան-Էրզն-րում-Կաղզվան-Ջուջա-Թավրիզ-Թեհրան: Վերջինիս վրա են գտնվում Թուրքիայի ու Իրանի աղետալի երկրաշարժերի օջախների մեծ մասը: Դրանով է պայմանավորված զոնայի մեծ սեյսմոակտիվությունը (8—9 բալ):

ЛИТЕРАТУРА — ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

- ¹ Коллектив авторов, Сейсмическое районирование СССР, изд. «Наука», М., 1968
² Строительные нормы и правила, часть II, раздел А, глава 12. Строительство в сейсмических районах. Нормы проектирования. Изд. Госстроя СССР, М., 1969. ³ А. А. Габриелян, С. А. Пирузян, «Известия АН Арм. ССР», Науки о Земле, т. XXV, № 4 (1972)

УДК 612.463.4 : 616.13-007 : 272

ПАТОФИЗИОЛОГИЯ

А. К. Кяндарян

Определение эффективного почечного кровотока
при острой артериальной непроходимости

(Представлено чл.-корр. АН Армянской ССР В. В. Фанарджяном 25/XII 1975)

Острая непроходимость магистральных артерий конечностей приводит в послеоперационном периоде к развитию глубоких нарушений функции жизненно-важных органов (¹⁻³).

Одним из проявлений постишемического синдрома могут быть глубокие изменения функции почек, являющиеся одной из основных причин летальности этих больных (⁴⁻⁵). Однако этиологические причины и патогенетические механизмы развития подобных осложнений до сих пор изучены недостаточно. В качестве одного из основных механизмов развития почечных осложнений выдвигалась гипотеза о ведущей роли ишемии мышечной ткани (⁶⁻⁸). Однако, работ по исследованию почечного кровообращения при данной патологии в условиях клиники мы в доступной нам литературе не обнаружили.

Не умаляя значения таких патогенетических механизмов, как токсическое воздействие на почки продуктов анаэробного метаболизма из ишемического очага и др., мы решили предпринять определение эффективного почечного кровотока (ЭПК) с помощью однократной инъекции ¹⁻¹³¹-гиппурана по методу Ram et al. (⁹). Данная методика по точности не уступает обычным биохимическим тестам и выгодно отличается от них своей простотой и необременительностью для больных и персонала (¹⁰). Нас интересовал вопрос о связи между глубиной угнетения ЭПК и степенью ишемии тканей конечности. Наблюдаемых нами больных с острой артериальной непроходимостью (31 чел.) мы подразделили на 3 группы соответственно принятой в клинике факультетской хирургии им. С. И. Спасокукоцкого классификации степеней ишемии тканей (³): с I степенью ишемии—7 больных, со II степенью—14 и с III степенью—10 больных. Исследования проводились 3 раза: в 1, 5 и 10 сутки после операции.

Параллельно с производством радиоизотопной ренографии с помощью третьего датчика записывался клиренс крови. Активность вводимой дозы изотопа и пробы крови, взятой на определенной минуте,

определялись на колодечном счетчике. ЭПК высчитывался путем экстраполирования и перенесения полученных данных на полулогарифмическую кривую.

Полученные результаты приведены в табл. 1, из которой следует,

Таблица 1

Показатели эффективного почечного кровотока у больных острой артериальной непроходимостью

Степень ишемии	Дни исследования	Эффективный почечный кровоток (мл/мин)	
I	1	802 $\pm$ 10	
	5	1189 $\pm$ 12	(P<0.01)
	10	1187 $\pm$ 12	(P<0.01)
II	1	478.75 $\pm$ 10.12	
	5	913.93 $\pm$ 12.3	(P<0.01)
	10	1189 $\pm$ 18.2	(P<0.001)
III	1	248.5 $\pm$ 15.3	
	5	537.8 $\pm$ 10.3	(P<0.02)
	10	553.2 $\pm$ 6.6	(P<0.02)

что у больных с I степенью ишемии в I сутки после операции имелось некоторое снижение ЭПК по сравнению с нормой (1100—1200 мл/мин).

При исследованиях на пятые и десятые сутки величины ЭПК находились в пределах нормы.

У больных со II степенью ишемии после операции наблюдалось весьма выраженное угнетение ЭПК. На пятые сутки отмечалось статистически достоверное повышение ЭПК (почти в 2 раза), не достигающее, однако, до нормального уровня. На десятые сутки параметры ЭПК приходили в пределы нормы.

Величины ЭПК у больных с III степенью ишемии были катастрофично малы и не восстанавливались в процессе динамического наблюдения.

Выявленное нами при I степени ишемии сравнительно небольшое уменьшение ЭПК было, как нам кажется, обусловлено рефлекторным спазмом почечных сосудов, возникшим в ответ на острое начало заболевания—эмболию артерии конечности. После купирования ангиоспазма параметры ЭПК полностью нормализовались.

При II степени ишемии, помимо спазма, в нарушении почечного кровообращения играло роль и поражение канальцевого аппарата токсическими продуктами, поступившими из ишемизированных тканей. На пятые сутки отмечалась значительная положительная динамика, а к десятым суткам ЭПК восстанавливался.

При III степени ишемии тканей столь глубокое угнетение почечной гемодинамики свидетельствовало о значительных и, возможно, необратимых изменениях в почках.

Таким образом, результаты наших исследований эффективного почечного кровотока у больных с острой артериальной непроходимостью, полностью подтверждают высказываемое мнение о роли ишемии почечной ткани в патогенезе нефрологических осложнений послеопераци-

онного периода. Восстановление ЭПК происходит быстрее восстановления активности канальцевого отдела нефрона, определяемой с помощью радиоизотопной ренографии. По нашему мнению, это обусловлено: 1) ликвидацией ангиоспазма в первые дни после операции и связанным с этим улучшением кровенаполнения почек и 2) сбросом части крови по юкстамедуллярным шунтам (12), минуя ишемизированную паренхиму почек, пребывающую в состоянии «патологической рефрактерности» и не успевающую пока еще восстановить свою активность.

Институт физиологии им. Л. А. Орбели АН Арм. ССР

Ա. Կ. ՔՅԱՆԴԱՐՅԱՆ

Երիկամների էֆեկտիվ արյան հոսքի ուղղումը սուր զարկերակային անանցելիության ժամանակ

Սուր զարկերակային անանցելիությամբ տառապող հիվանդների մոտ ռադիոիզոտոպային մեթոդով ուսումնասիրվել է երիկամների էֆեկտիվ արյան հոսքը, Հայտնաբերվել են 3 աստիճանի խանգարումների վերլուծվել են նրանց զարգացման մեխանիզմները:

ЛИТЕРАТУРА — ԴՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

- ¹ F. W. Blaisdell, R. C. Iim et al. Arch. Surg. (Chicago), 1966, 93, 776. ² A. Larcen, P. Mathieu, J. Cardiovasc. Surg., 1972, 14, 6, 609–614. ³ R. J. Stallone, H. Herbst et al. Amer. Rev. Resp. Dis., 1969, 100, 6, 813–823. ⁴ H. Haimovici, J. Cardiovasc. Surg., 1972, 14, 6, 589–600. ⁵ H. Muller—W'lefel, M. Sello, J. Cardiovasc. Surg., 1973, 16, 3, 312–316. ⁶ О. П. Кургузов канд. дисс. М., 1967. ⁷ J. Hamburger, Presse Med., 1960, 68, 8, 279–281. ⁸ A. H. Kontaxis, G. Skalkeas et al. J. Cardiovasc. Surg., 1972, 14, 6, 605–608. ⁹ M. D. Ram, K. Evans et al. Brit. J. Urol., 1968, 10, 4, 425–428. ¹⁰ А. А. Крамер, О. Н. Ефимов с соавт. „Мед. радиол.“, 1972, 4, 34–41. ¹¹ В. С. Савельев, Н. Н. Зитевахин, Н. В. Степанов, „Принципы лечения больных с эмболиями бифуркации аорты и магистральных артерий конечностей“ (Методические рекомендации), М., 1974. ¹² J. A. Trueta, A. E. Barclay Studies of the Renal Circulation. Oxford, 1947.