

ՀԱՅԿԱՍՏԱՆԻ ՀԱՆՐԱՊԵՏՈՒԹՅԱՆ ԳԵՂԱՊԵՏԱԿԱՆ ԳԻՏՈՒԹՅԱՆ ԱԿԱԴԵՄԻԱ
АКАДЕМИЯ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР

ԶԵՆՈՒՅՑՆԵՐ
ДОКЛАДЫ

LXIII № 1

1976

Խմբագրական կոլեգիա

Գ. Ա. ԱՐՁՈՒՄՅԱՆ, տեխն. գիտ. թեկնածու (պատ. Լաւոսդար), Է. Կ. ԱՆՈՒՆՅԱՆ, 2002 թ. թղթակից-անդամ, Ա. Թ. ՐՈՒՅԱՆ, 2002 թ. անդամակցու, Զ. Կ. ԲԱՆՅԱՆ, 2002 թ. անդամակցու, Ա. Ա. ԲԱՆՅԱՆ, 2002 թ. թղթակից-անդամ, Վ. Մ. ԲԱՆՅԱՆ, 2002 թ. թղթակից-անդամ, Վ. Զ. ԶԱՐԻԱՆ, 2002 թ. անդամակցու, Վ. Զ. ԳԱԶԱՐՅԱՆ, 2002 թ. անդամակցու (պատ. խմբագր. տեղակալ), Զ. Կ. ՄԱՆՈՒՅԱՆ, 2002 թ. անդամակցու, Ա. Կ. ՆԱԶԱՐՈՎ, 2002 թ. անդամակցու (պատ. խմբագր.), Գ. Ս. ՍԱՀԱԿՅԱՆ, 2002 թ. թղթակից-անդամ, Ս. Մ. ՍԱՀԱԿՅԱՆ, 2002 թ. թղթակից-անդամ, Մ. Լ. ՏԵՐ-ՄԻՋԱՆՅԱՆ, 2002 թ. թղթակից-անդամ, Վ. Ր. ՅԱՆՈՒՅԱՆ, 2002 թ. թղթակից-անդամ

Редакционная коллегия

В. А. АМБАРЦУМЯН, академик, Г. А. АРЗУМАНЯН, канд техн. наук (отв. секретарь), Э. Г. АФРИКЯН, чл.-корр. АН АрмССР, А. Т. БАБАЯН, академик АН АрмССР, Г. Х. БУНЯТЯН, академик АН АрмССР, Е. О. КАЗАРЯН, академик АН АрмССР (зам. отв. редактора), Н. Г. МАГАКЬЯН, академик АН АрмССР, А. Г. НАЗАРОВ, академик АН АрмССР (отв. редактор), Г. С. СААКЯН, чл.-корр. АН АрмССР, О. М. САПОН-ДЖИИ, чл.-корр. АН АрмССР, А. А. ТАЛАЛЯН, чл.-корр. АН АрмССР, В. М. ТАРАЯН, чл.-корр. АН АрмССР, М. Л. ТЕР-МИКАЕЛЯН, чл.-корр. АН АрмССР, В. В. ФАНАРДЖЯН, чл.-корр. АН АрмССР

ՀԱՅԿԱՍՏԱՆԻ ՀԱՆՐԱՊԵՏՈՒԹՅԱՆ ԳԵՂԱՊԵՏԱԿԱՆ ԳԻՏՈՒԹՅԱՆ ԱԿԱԴԵՄԻԱ

Բ Ո Վ Ա Ն Դ Ա Կ Ո Ւ Թ Յ Ո Ւ Ն

47

ԽԱԹԻՄԱՏԻԿԱ

Հ. Ս. Ասատրյան—Կլինիկ համարակալված բազմության ռետրակտների մասին	3
Ա. Մ. Անտոնյան—Արհիյան խմրային հանրահաշիվների շտրոհվող իզոմպոտենտների սիստեմները	8
Յու. Մ. Մովսիսյան—Երկրորդ աստիճանի հանրահաշիվների կոնգրուենցիաների ստրուկտուրան	11
Ս. Մ. Հովհաննիսյան—Օրթոգոնալ շարքերի T միջինների սահմանային ֆունկցիաների մասին	17
Լ. Հ. Կալստյան—Անալիտիկ j-ձգող մատրից-ֆունկցիաները և Ֆեյերի պրոբլեմը	27
Ս. Կ. Շուբուրյան—X-Y-ավտոմատների ֆունկցիոնալ էկվիվալենտության հատուկ պրոբլեմի որոշ լուծելի դեպքեր	27

ՅԻՋԻԿԱ

Կ. Ա. Վարդանյան—Առումների տեղափոխանակումը քվանտային բյուրեղում	33
--	----

ԱՆԱԼԻԿՏԻԿ ՔԻՄԻԱ

Վ. Մ. Թառայան, Ֆ. Վ. Միրզոյան, Ժ. Վ. Սարգսյան—Ակրիդինային օրանժ հիմնային ներկանյութերով պերոքսեատ իոնի էքստրակցիայի առանձնահատկությունները	36
--	----

ՄԻԿՐՈԲԻՈԼՈԳԻԱ

Ռ. Ա. Զաֆարյան, Ա. Ս. Աղաբալյան, Լ. Ա. Չիլ-Հակոբյան, Ն. Ս. Կասպարյան, Կ. Ա. Բակունց, Պ. Ի. Թադևոսյան, Է. Կ. Աֆրիկյան—Bac. thuringiensis-ի կողմից էնտոմոցիդ էնդոտոքսինի առաջացման համար էքստրաքրոմոսոմալ ԴՆԹ-ի հնարավոր դերի մասին	42
---	----

ՎԻՐՈՒՍՈԼՈԳԻԱ

Լ. Հ. Թամրազյան, Ա. Է. Պրոցենկո—Նոր վիրուս, տարածված Հայաստանի ծխախոտի պլանտացիաներում	48
--	----

ԲՈՒՅՈՒՄԻ ՅԻՋՈԼՈԳԻԱ

Վ. Հ. Ղազարյան, Ի. Ա. Կեռոյյան—Տարրեր արմատաապահովվածության գեոլոգիում տերևներում նուկլեինային թթուների քանակական փոփոխության մասին	52
Ս. Ա. Մառության, Ռ. Ա. Աբալյան—Լիպոպրոտեիդները խաղողի վազի ցրտադիմացկունության հարցում	58

ՊԼԱՅՈՑԻՋԻՈԼՈԳԻԱ

Ա. Կ. Փյանդարյան—Երկամային բարդությունների դարգադասի ախտածնության մեխանիզմները ծայրանդամների մադիստրալ պարկերակների սուր անանցելիության մասանակ	62
---	----

СОДЕРЖАНИЕ

Стр

МАТЕМАТИКА

О. С. Асатрян—О ретрактах нумерованного множества Клини	3
А. М. Антонян—Системы неразложимых идемпотентов абелевых групповых алгебр	8
Ю. М. Мовсисян—Решетка конгруэнций алгебр второй степени	11
С. М. Оганесян—О предельных функциях Т-средних ортогональных рядов	17
Л. А. Галстян—Аналитические растягивающие матрицы-функции и проблема Фейера	22
С. К. Шукурян—О некоторых разрешимых случаях специальной проблемы функциональной эквивалентности $X-Y$ -автоматов	27

ФИЗИКА

Г. А. Виртанян—Обмен местами атомов в квантовом кристалле	33
---	----

АНАЛИТИЧЕСКАЯ ХИМИЯ

В. М. Тараян, Ф. В. Мирзаян, Ж. В. Саркисян—Особенности экстракции перенат-красного основным красителем акридиновым оранжевым	36
---	----

МИКРОБИОЛОГИЯ

Р. А. Захарян, А. С. Агабян, Л. А. Чил-Акопян, Н. С. Гаспарян, К. А. Бакинц, П. Е. Татевосян, Э. К. Афракиян—О возможной роли экстрахромосомальной ДНК в образовании энтомоцидного эндотоксина <i>Bac. thuringiensis</i>	42
--	----

ВИРУСОЛОГИЯ

Л. Г. Тамразян, А. Е. Проценко—Новый вирус, распространенный на плантациях табака в Армении	48
---	----

ФИЗИОЛОГИЯ РАСТЕНИЙ

В. О. Казарян, Н. А. Геворкян—О количественных изменениях нуклеиновых кислот в листьях при различной их корнеобеспеченности	52
С. А. Морутян, Р. А. Абаджян—Липопротеиды и морозоустойчивость виноградной лозы	58

ПАТОФИЗИОЛОГИЯ

А. К. Кандарян—Патогенетические механизмы развития почечных осложнений при острой непроходимости магистральных артерий конечностей	62
--	----

CONTENTS

	p.
MATHEMATICS	
<i>H. S. Asatrian</i> — On retracts of Kleene's enumerated set	2
<i>A. M. Antonian</i> — The systems of irreducible idempotents of Abelian group algebras	8
<i>Y. M. Movsisian</i> — The congruent lattice of the algebras of the second degree	11
<i>S. M. Hovhannisian</i> — On limit functions of T-means of orthogonal series	17
<i>L. H. Galstian</i> — Analytic j -stretching matrix-functions and the Fejer's problem	22
<i>S. K. Shukoorian</i> — Some decidable cases of the special problem of functional equivalence for X - Y -automat	27
PHYSICS	
<i>G. A. Vardanian</i> The exchange of place of atoms in quantum crystal. .	33
ANALYTICAL CHEMISTRY	
<i>V. M. Tarayan, F. V. Mirzoyan, Zh. V. Sarkissian</i> — On the peculiarities of extraction of perphenale--ion basic dye of acridine orange	36
MICROBIOLOGY	
<i>R. A. Zakharian, A. S. Agabalian, L. A. Chil--'izkobian, N. S. Gasparian, K. A. Bakunz, P. E. Tatevosian, E. G. Ajrikian</i> — On the possible role of the extrachromosomal DNA in the biosynthesis of entomocide endotoxin of <i>Bac. thuringiensis</i>	42
VIROLOGY	
<i>L. G. Tamrazian, A. E. Protsenko</i> — A new virus propagated on tobacco plantations in Armenia	43
PLANT PHYSIOLOGY	
<i>V. O. Kasarian, I. A. Gevorkian</i> — On the quantitative change of nucleic acids in leaves of different root securing	52
<i>S. A. Marutian</i> — The lipoproteids of vines in connection with their frost resistance	58
PATHOPHYSIOLOGY	
<i>A. K. Klandarian</i> — Pathogenetic mechanisms of renal complications of acute obstruction of magistral Arteries of limbs	62

Технический редактор Л. А. АЗИЗБЕКЯН

ВФ 07013. Подписано к печати 18.XI.1976 г. Тираж 550. Изд. 4506. Заказ 592
 Формат бумаги 70X108¹/₁₆. Печ. л. 4,0. Бум. л. 2.
 Усл. печ. л. 5,6. Уч. изд. листов 4,51.

Издательство АН Арм. ССР Ереван, Барекамутян 24-г
 Соподательская типография Издательства АН Армянской ССР.

УДК 517.11+518.5

МАТЕМАТИКА

О. С. Асатрян

О ретрактах нумерованного множества Клини

(Представлено академиком АН Армянской ССР С. Н. Мергеляном 13/II 1976)

В работе рассмотрены некоторые свойства ретрактов нумерованного множества всех частично рекурсивных функций (ч. р. ф.) Клини — K . Дано полное описание всех конечных ретрактов $K^{(1)}$.

Определим две о. р. ф. $\alpha(x, y)$ и $\beta(x, y)$ так:

$$\varphi_{\alpha(x,y)}(z) = \begin{cases} \varphi_x(z) \vee \varphi_y(z) & \text{в зависимости от того какой раньше вы-} \\ & \text{числится} \\ & \text{не определена в противном случае,} \end{cases}$$

$$\varphi_{\beta(x,y)}(z) = \begin{cases} \varphi_x(z) & \text{если } \varphi_y(z) \text{ — определена \& } \varphi_x(z) = \varphi_y(z) \\ & \text{не определена в противном случае.} \end{cases}$$

Обозначим: $\varphi_x \cup \varphi_y = \varphi_{\alpha(x,y)}$,

$$\varphi_x \cap \varphi_y = \varphi_{\beta(x,y)}.$$

Заметим, что $\varphi_x \cap \varphi_y$ — точная нижняя грань функций φ_x и φ_y в K .

Если φ_x и φ_y — совместны, то $\varphi_x \cup \varphi_y$ точная верхняя грань φ_x и φ_y в K .

Если φ_x и φ_y не совместны, то у φ_x и φ_y вообще нет верхней грани в K . Отметим свойства введенных операций.

Свойство 1) если φ_x и φ_y совместны, то выполнены неравенства:

$$\varphi_{\beta(x,y)} \leq \varphi_x \leq \varphi_{\alpha(x,y)}$$

$$\varphi_{\beta(x,y)} \leq \varphi_y \leq \varphi_{\alpha(x,y)}$$

Свойство 2) Если $\varphi_x \leq \varphi_y$, то φ_x и φ_y совместны.

Известно, что всякий морфизм $(^2)$ $\mu: K \rightarrow K$ задает монотонное и непрерывное отображение $(^3)$. Легко убедиться, что μ сохраняет совместность ч. р. ф.

Теорема 1. Если $\sigma = \{\varphi_{\mu(x)} | x \in N\}$ ретракт K $(^2)$, то

1) σ нижняя полурешетка.

2) всякая совместная пара ч. р. ф. φ_x и φ_y из σ имеет наименьшую верхнюю грань.

Доказательство. 1) Пусть $\varphi_x, \varphi_y \in \sigma$ тогда $\varphi_{p(x)} = \varphi_x, \varphi_{p(y)} = \varphi_y$, имеем:

$$\varphi_{\beta(p(x), p(y))} \leq \varphi_{p(x)}$$

$$\varphi_{\beta(p(x), p(y))} \leq \varphi_{p(y)}$$

$$\varphi_{\beta(p(x), p(y))} \leq \varphi_{pp(x)} = \varphi_{p(x)}$$

$$\varphi_{\beta(p(x), p(y))} \leq \varphi_{pp(y)} = \varphi_{p(y)},$$

$\varphi_{\beta(p(x), p(y))}$ — наибольшая нижняя грань, действительно, если

$$\varphi_{p(z)} \geq \varphi_{\beta(p(x), p(y))} \& \varphi_{p(z)} \leq \varphi_{p(x)} \& \varphi_{p(z)} \leq \varphi_{p(y)}$$

для некоторого z , то

$$\varphi_{p(z)} \leq \varphi_{\beta(p(x), p(y))} \Rightarrow \varphi_{pp(z)} = \varphi_{p(z)} \leq \varphi_{\beta(p(x), p(y))},$$

значит:

$$\varphi_{p(z)} = \varphi_{\beta(p(x), p(y))}$$

2) Пусть $\varphi_{p(x)}, \varphi_{p(y)} \in \sigma$ и совместны, тогда

$$\varphi_{p(x)} \leq \varphi_{\alpha(p(x), p(y))}$$

$$\varphi_{p(y)} \leq \varphi_{\alpha(p(x), p(y))},$$

поэтому,

$$\varphi_{pp(x)} = \varphi_{p(x)} \leq \varphi_{p\alpha(p(x), p(y))}$$

$$\varphi_{pp(y)} = \varphi_{p(y)} \leq \varphi_{p\alpha(p(x), p(y))}.$$

Предположим, что для некоторого z

$$\varphi_{p(z)} \geq \varphi_{p(x)} \& \varphi_{p(z)} \geq \varphi_{p(y)} \& \varphi_{p(z)} \leq \varphi_{p\alpha(p(x), p(y))}$$

тогда $\varphi_{p(z)} \geq \varphi_{\beta(p(x), p(y))}$, отсюда:

$$\varphi_{pp(z)} = \varphi_{p(z)} \geq \varphi_{\beta(p(x), p(y))},$$

значит:

$$\varphi_{p(z)} = \varphi_{\beta(p(x), p(y))}$$

Следствие 1) Всякое конечное семейство из σ имеет точную нижнюю грань

Доказательство. Очевидно.

Следствие 2) Если ретракт σ из K имеет наибольший элемент, то σ дистрибутивная решетка.

Доказательство. В ретракте с наибольшим элементом все элементы попарно совместны.

Следствие 3) Всякий ретракт $\sigma = \{\varphi_{p(x)}\}_{x \in N}$ из K имеет наименьший элемент.

Действительно $\forall x [\Phi \leq \varphi_x] \Rightarrow \forall x [p(\Phi) \leq \varphi_{p(x)}]$ (в силу монотонности p). Где Φ — нигде не определенная функция.

Следствие 4). σ — вполне перечислимый ретракт $K \Leftarrow \Rightarrow \sigma \downarrow$ — подмножество K ⁽²⁾, ⁽¹⁾.

Доказательство. Очевидно.

Определение. Вычислимое подмножество $\{\varphi_{f(x)}\}_{x \in N}$ ч. р. ф. из K назовем совместным если выполнено условие

$$\forall z \forall y [\exists x [\varphi_{f(x)}^{(y)} = z] \Rightarrow \forall u \forall v [\varphi_{f(u)}^{(y)} = v \Rightarrow v = z]]$$

Замечание. Семейство всех K — вычислимых подмножеств из K имеет универсальную нумерацию. Эта нумерация главная и полная. Такой нумерацией является произвольная универсальная ч. р. ф. для класса всех двуместных ч. р. ф. Обозначим ее через K^2 .

Лемма. Семейство всех вычислимых совместных подмножеств из K есть n -подмножество K^2 (2).

Доказательство. Пусть $K^3(z, x, y) = \varphi_{f(z, x)}^{(y)}$ универсальная функция Клини. Обозначим через $\bar{K}(z, x, y, t) = \varphi_{f(z, x)}^t(y)$, где $\varphi_{f(z, x)}(y) = \bigcup_{t \in N} \varphi_{f(z, x)}^t(y)$.

Определим ч. р. ф.

$$\psi(z, x, y, t) = \begin{cases} \varphi_{f(z, x)}^t(y) & \text{если } \varphi_{f(z, x)}^t(y) \text{ определена \&} \\ \forall u \leq t \forall v \leq t [\varphi_{f(z, x)}^t(y) \text{ — определена} \Rightarrow \varphi_{f(z, u)}^v(y) = \\ = \varphi_{f(z, x)}^t(y)] & \\ \text{не определена} & \text{в противном случае.} \end{cases} \quad (*)$$

Из построения $\psi(z, x, y, t) = \varphi_{h(z, x, t)}(y)$ видно, что при фиксированных z_0 и x_0 , $\varphi_{h(z_0, x_0, t)}^{(y)}$ вычислимая последовательность вложенных ч. р. ф. Пусть

$$\varphi_{f'}^{(y)}(z, x) = \bigcup_{t \in N} \varphi_{h(z, x, t)}(y) \quad \text{тогда:}$$

$\varphi_{f'}(z, x)(y) = K^3(w_0, z, x, t) = \varphi_{g(z)}(x, y)$ для некоторой о. р. ф. $g(z)$. Остается проверить, что $g(z)$ определяет n — подмножество K^2 . Во-первых, для всех $z \in N$ $K^3(g(z), x, y)$ — совместная вычислимая последовательность.

Если $K^3(z_0, x, y)$ — совместная вычислимая последовательность, то $K^3(g(z_0), x, y) = K^3(z_0, x, y)$.

Это легко следует из (*). Лемма доказана.

Теорема 2. Если $\sigma = \{\varphi_{p(x)}\}_{x \in N}$ ретракт K , то всякая совместная вычислимая последовательность из σ имеет точную верхнюю грань в σ .

Доказательство Пусть $\sigma(x)$ о. р. ф. из леммы. Тогда $K^3(g(x), p(y), z) = \psi(x, y, z)$ — нумерует все совместные вычислимые последовательности из σ .

Определим о. р. ф. $f(x)$ так:

$$\varphi_{f(x)}(z) = \begin{cases} v & \text{если } \exists y [\psi(x, y, z) = v] \\ \text{не определена} & \text{в противном случае.} \end{cases}$$

Из определения $f(x)$ следует, что

$$\forall x \forall y [\psi(x, y, z) \leq \varphi_{f(x)}(z)] \Rightarrow \forall x \forall y [\psi(x, p(y), z) \leq \varphi_{p(f(x))}(z)].$$

Но $\psi(x, p(y), z) = \psi(x, y, z)$, поэтому:

$$\forall x \forall y [\psi(x, y, z) \leq \varphi_{p(f(x))}(z)].$$

$\varphi_{p(f(x))}(z)$ — есть точная верхняя грань последовательности

$$\{\psi(x, y, z)\}_{y \in N}$$

для всех $x \in N$. Действительно, если это не так, то пусть для некоторых x_0 и u_0 выполнено условие:

$$\forall y [\varphi_{p(u_0)} \geq \psi(x_0, y, z) \& \varphi_{p(u_0)} \leq \varphi_{p/(x_0)}], \quad (**)$$

тогда, (в силу того, что $\varphi_{p/(x_0)}$ — точная верхняя грань для $\{\psi(x_0, y, z)\}_{y \in N}$), имеем: $\varphi_{p(u_0)} \geq \varphi_{p/(x_0)}$

Поэтому в силу монотонности p

$$\varphi_{pp(u_0)} = \varphi_{p(u_0)} \geq \varphi_{p/(x_0)}$$

вместе с (**) имеем: $\varphi_{p(u_0)} = \varphi_{p/(x_0)}$.

Теорема доказана.

Теорема 3. Конечное подмножество σ из K является ретрактом K тогда и только тогда, когда σ — нижняя полурешетка относительно включения графиков и всякая совместная пара из σ имеет точную верхнюю грань в σ .

Доказательство.

Необходимость следует из теоремы (1).

Достаточность. Пусть $\sigma = \{\varphi_0, \dots, \varphi_n\}$ и φ_0 наименьший элемент (в конечной нижней полурешетке есть такой). Выберем конечное множество чисел z_{ij}^k ($i, j \leq n, k \leq 1$)

$$z_{ij}^k = \begin{cases} \mu_z[\varphi_i(z) \neq \varphi_j(z)] & \text{если } \varphi_i, \varphi_j \text{ не совместны и } k=0 \\ \mu_z[\varphi_i(z) = \varphi_j(z)] & \text{если } \varphi_i, \varphi_j \text{ совместны и } \partial\varphi_i \cap \partial\varphi_j \neq \emptyset, \& k=0 \\ \mu_z[z \in \partial\varphi_i \& z \notin \partial\varphi_j] & \text{если } \partial\varphi_i \setminus \partial\varphi_j \neq \emptyset \& k=1, \end{cases}$$

построим конечные функции $\{x_i\}_{i \leq n} = \sigma'$ так:

$$x_i(z) = \begin{cases} \varphi_r(z_{r,j}^k) & \text{если } \varphi_r \leq \varphi_i \& [z = z_{r,j}^k] \text{ существует для } k \in [0, 1] \\ \text{не определена в противном случае} \end{cases} \quad (1)$$

Проверим следующие соотношения между элементами σ и σ' .

- а) $x_i \leq \varphi_i$
- б) x_i совместна с $x_j \iff \varphi_i$ совместна с φ_j
- в) $x_i \leq x_j \iff \varphi_i \leq \varphi_j$
- г) σ' изоморфна σ .

а) Из построения $z_{r,j}^k$ видно, что выполнено условие

$$\forall i, r, j, k [\varphi_r \leq \varphi_i \& z_{r,j}^k \in \partial\varphi_r \implies \varphi_r(z_{r,j}^k) = \varphi_i(z_{r,j}^k)]$$

поэтому $x_i \leq \varphi_i$.

б) $\implies$ Пусть x_i совместна с x_j но φ_i не совместна с φ_j и пусть $z' = z_{i,j}^0 = z_{j,i}^0 = \mu_z[\varphi_i(z) \neq \varphi_j(z)]$, тогда $x_i(z') = \varphi_i(z') \& x_j(z') = \varphi_j(z')$, но мы предположили, что $\varphi_i(z') \neq \varphi_j(z')$, тогда $x_i(z') \neq x_j(z')$ т. е. x_i и x_j не совместны. $\Leftarrow$ Любая подфункция φ_i совместна с любой подфункцией φ_j , в частности из а) x_i совместна с x_j .

в) $\implies$ Пусть $x_i \leq x_j$, но $\varphi_i \not\leq \varphi_j$.

Во-первых из б) φ_i и φ_j совместны. Поэтому достаточно рассмотреть случай, когда $\exists z' [z' = z_{i,j}^1 = \mu_z[z \in \partial\varphi_i \setminus \partial\varphi_j]]$

Тогда $x_i(z')$ определена, но $x_j(z')$ не определена.
(Если $x_j(z')$ — определена, то для некоторой подфункции $\varphi_r \leq \varphi_j$, $x_j(z') = \varphi_r(z') = \varphi_j(z')$, значит $z' \in \delta\varphi_j$, но $z' \notin \delta\varphi_j$. Противоречие). Поэтому $x_i \leq x_j$. Пришли к противоречию.

$\Leftarrow$ Пусть $\varphi_i \leq \varphi_j$, но $x_i \not\leq x_j$. Во-первых x_i, x_j совместны, поэтому, как и в случае в) $\Rightarrow$, ограничимся рассмотрением случая, когда $\exists z' [z' = z_{r',j'}^{k'}, \in \delta x_i \setminus \delta x_j]$ для некоторых r', j', k' .

Пусть $k' = 0$, тогда из (1) $x_i(z_{r',j'}^0) = \varphi_{r'}(z_{r',j'}^0)$, а это означает, что $\varphi_{r'} \leq \varphi_i$, но $\varphi_i \leq \varphi_j$, поэтому $\varphi_{r'} \leq \varphi_j$, тогда и для x_j выполнено условие из (1) для тех же r' и j' , поэтому $x_j(z')$ определена и $x_j(z') = \varphi_{r'}(z') = x_i(z')$, а это означает что $z' \in \delta x_j$ — противоречие.

Аналогично рассуждая при $k' = 1$ опять приходим к противоречию. Значит $\varphi_i \leq \varphi_j \Rightarrow x_i \leq x_j$.

г) Из свойств а), б), в) очевидным образом следует, что отображение g определенное: $g(x_i) = \varphi_i$ — изоморфизм σ' и σ относительно порядка.

Построим теперь функцию ретракции для ε . Пусть φ'_t конечная подфункция φ_x построенная к шагу t .

Положим $\varphi'_{p(x)} = \sup(\varphi_{i_1}, \dots, \varphi_{i_k})$,

если $\sup(x_{i_1}, \dots, x_{i_k}) \leq \varphi'_x$.

Легко проверить, что $p(x)$ функция ретракции для ε .

Теорема доказана.

Следствие. Если φ_e максимальный элемент ε такой, что $\varphi_e = \sup\{\varphi_i, \varphi_j\} \& \varphi_i \neq \varphi_e \neq \varphi_j$, то $\sigma \setminus \varphi_e$ и — подмножество K , но не ретракт. Легко доказать.

Вычислительный центр Академии наук Армянской ССР и
Ереванского Государственного университета

2. Ս. ԱՍԱՏՐՅԱՆ

Կլիների համարակալված բազմությունների մասին

Աշխատանքում դիտարկվում են բոլոր մասնակի ռեկուրսիվ ֆունկցիաների
Կլիների համարակալված բազմության ռեկուրսիվ ընդհանուր հատկու-
թյունները: Տրվում է վերջավոր ռեկուրսիվ լրիվ նկարագրությունը:

ЛИТЕРАТУРА — ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

¹ И. А. Лавров, Алгебра и Логика, 13, № 6, 1974. ² Ю. Л. Ершов, Теория нумераций I. ИГУ, Новосибирск, 1969. ³ Х. Роджерс, Теория рекурсивных функций и эффективная вычислимость, изд. «Мир», М., 1972. ⁴ Ю. Л. Ершов, Теория нумераций II. ИГУ, Новосибирск, 1972.

УДК 519.49

МАТЕМАТИКА

А. М. Антонян

Системы неразложимых идемпотентов абелевых групповых алгебр

(Представлено академиком АН Армянской ССР С. Н. Мергеляном 30/III 1976)

Рассматриваются полупростые групповые алгебры абелевых групп над конечными полями, занимающие видное место в алгебраической теории кодирования (^{1,2}). Важную роль в доказательстве последующих утверждений играет

Лемма. Пусть F — поле, $F \cong GF(q)$, $F[X]$ — алгебра многочленов от трансцендентной переменной X над полем F . Пусть также $f(X)$ — сепарабельный многочлен над F .

Если $\{f_i(X) | i \in I\}$ — множество всех неприводимых делителей многочлена $f(X)$, то $\{1 - f_i^k(\zeta) | i \in I, k = q^{n \cdot o.к. \{ \deg f_i(X) | i \in I \}} - 1\}$ — максимальная ортогональная система неразложимых идемпотентов вполне приводимой алгебры $F[X]/Idf(X)$, причем ζ — образ элемента X при каноническом эпиморфизме $F[X] \rightarrow F[X]/Idf(X)$.

Пусть теперь F — поле $GF(q)$, G — группа, $|G| = p^t$, p — простое число, $t > 0$ и $(p, q) = 1$. $G = G_1 \times G_2 \times \dots \times G_n$ — разложение группы G в прямое произведение своих циклических подгрупп, причем

$\forall i = 1, \dots, n$ ($|G_i| = p^{t_i}$ и ζ_i — образующая G_i), $1 \leq t_1 \leq \dots \leq t_n$.

Если $f_1(X) = X - 1$, $f_2(X), \dots, f_r(X)$ — все неприводимые делители многочлена $X^{p^t} - 1$ над F , то обозначим

$$k = q^{n \cdot o.к. \{ \deg f_i(X) | i = 1, \dots, r \}} - 1.$$

Пусть $\{e_j | j \in J\}$ — максимальная ортогональная система неразложимых идемпотентов алгебры $F[G_1 \times G_2 \times \dots \times G_{n-1}]$. Тогда имеет место

Теорема 1. *При вышеприведенных условиях максимальная ортогональная система неразложимых идемпотентов групповой алгебры $F[G]$ имеет вид*

$$e_j \cdot \left(\sum_{l=0}^{p^{t_n}-1} \zeta_n^{lj} \right)^{q-1}, \quad j \in J;$$

$$[1-f_i^k(\zeta_n)] \cdot \left[\sum_{(\alpha_1, \dots, \alpha_{n-1})} \zeta_1^{\alpha_1} \cdot \dots \cdot \zeta_{n-1}^{\alpha_{n-1}} \right]^{q-1} \cdot [1 - (\sum_{l=0}^{p^{l_{n-1}}-1} \zeta_n^l)^{q-1}], \quad i=2, \dots, r;$$

$$[1-f_i^k(b_m)] \cdot \prod_{(\alpha_1, \dots, \alpha_{n-1})} \left[\sum_{l=0}^{p^{l_{n-1}}-1} (\zeta_1^{\alpha_1} \cdot \dots \cdot \zeta_{n-1}^{\alpha_{n-1}})^l \right]^{q-1} \times$$

$(\alpha_1, \dots, \alpha_{n-1}) \quad l=0 \quad \alpha_v \neq 0, \alpha_{v+1} = \dots = \alpha_{n-1} = 0$

$$\times \prod_{m_1=1}^{m-1} [1 - (\sum_{l=0}^{p^{l_{n-1}}-1} b_{m_1}^l)^{q-1}] \cdot [1 - (\sum_{l=0}^{p^{l_{n-1}}-1} \zeta_n^l)^{q-1}], \quad i=2, \dots, r,$$

где b_m пробегает элементы вида $\zeta_1^{\alpha_1} \cdot \dots \cdot \zeta_{n-1}^{\alpha_{n-1}} \cdot \zeta_n$, $(\alpha_1, \dots, \alpha_{n-1}) \neq (0, \dots, 0)$.

Пусть F — поле $GF(q)$, G — произвольная абелева группа порядка n с условием $(n, q) = 1$. Пусть $G = G_1 \times G_2 \times \dots \times G_r$, где $\forall i = 1, \dots, r$ ($|G_i| = n_i$) и $n_1 \leq n_2 \leq \dots \leq n_r$, есть разложение группы G в прямое произведение циклических подгрупп. Это происходит так: берется разложение G на силовские подгруппы, затем из каждой силовской выбирается одно циклическое слагаемое наибольшего порядка. Легко видеть, что прямое произведение таких слагаемых есть циклическая подгруппа наименьшего индекса в G . Обозначая ее через G_r , получаем разложение $G = G_r \times G^{(r)}$. Проводя аналогичные рассуждения, выделяем из $G^{(r)}$ циклическое слагаемое G_{r-1} и т. д. Можно показать, что $n_1 | n_2 | \dots | n_r$.

Пусть $\{f_i(X) | i \in I\}$ — множество всех неприводимых делителей многочлена $X^{n_r} - 1$, $f_1(X) = X - 1$, $\zeta_1, \dots, \zeta_r$ — образующие группы $G_1, \dots, G_r$ соответственно, а $\{e_j | j \in J\}$ — ортогональная система неразложимых идемпотентов алгебры $F[G_1 \times G_2 \times \dots \times G_{r-1}]$. При этих условиях верна

Теорема 2. *Максимальная ортогональная система неразложимых идемпотентов групповой алгебры $F[G]$ имеет вид:*

$$e_j \cdot \left(\sum_{l=0}^{n_r-1} \zeta_r^l \right)^{q-1}, \quad j \in J;$$

$$[1-f_i^k(\zeta_r)] \cdot \left[\sum_{(\alpha_1, \dots, \alpha_{r-1})} \zeta_1^{\alpha_1} \cdot \dots \cdot \zeta_{r-1}^{\alpha_{r-1}} \right]^{q-1} \times [1 - (\sum_{l=0}^{n_r-1} \zeta_r^l)^{q-1}], \quad i \in I, \quad i \neq 1;$$

$$[1-f_i^k(b_m)] \cdot \prod_{(\alpha_1, \dots, \alpha_{r-1})} \left[\sum_{l=0}^{n_{r-1}-1} (\zeta_1^{\alpha_1} \cdot \dots \cdot \zeta_{r-1}^{\alpha_{r-1}})^l \right]^{q-1} \times$$

$(\alpha_1, \dots, \alpha_{r-1}) \quad l=0 \quad \alpha_v \neq 0, \alpha_{v+1} = \dots = \alpha_{r-1} = 0$

$$\times \prod_{m_1=1}^{m-1} [1 - (\sum_{l=0}^{n_{r-1}-1} b_{m_1}^l)^{q-1}] \cdot [1 - (\sum_{l=0}^{n_r-1} \zeta_r^l)^{q-1}], \quad i \in I, \quad i \neq 1,$$

где $k = q^{\text{н.о.к.} \{ \deg f_i(X) | i \in I \}} - 1$, а b_m пробегает элементы вида $\zeta_1^{\alpha_1} \cdot \dots \cdot \zeta_{r-1}^{\alpha_{r-1}} \cdot \zeta_r$, $(\alpha_1, \dots, \alpha_{r-1}) \neq (0, \dots, 0)$.

Вычислительный центр
Академии наук Армянской ССР и
Ереванского государственного университета

Արելյան խմբային հանրահաշիվների չտրոհվող
իդեմպոտենտների սխեմաները

Դիտարկվում են արելյան խմբերի կիսապարզ խմբային հանրահաշիվները վերջավոր դաշտերի վրա: Լկացուցվում է հետևյալ պնդումը:

Լեմա. Դիցուք F դաշտ է $F \cong GF(q)$, $F[X]$ -ը բազմանդամների հանրահաշիվ է X տրանսցենդենտ փոփոխականից F դաշտի վրա: Դիցուք $f(X)$ սեպարաբել բազմանդամ է F -ի վրա: Եթե

$$\{f_i(X) \mid i \in I\}$$

$f(X)$ -ի բոլոր չբերվող բաժանարարների բազմությունն է, ապա հետևյալ բազմությունը

$$\{1 - f_i^k(\zeta) \mid i \in I, \quad k = q^{n_0 \cdot n} \cdot (\deg f_i(X) \mid i \in I) - 1\}$$

հանդիսանում է $F[X]/ldf(X)$ լիովին բերվող հանրահաշիվի չտրոհվող իդեմպոտենտների մաքսիմալ օրթոգոնալ սխեմա, որտեղ ζ -ն X -ի պատկերն է $F[X]/ldf(X)$ հանրահաշվում:

ЛИТЕРАТУРА — ԴՐԱՎԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

¹ С. Д. Берман, «Кибернетика», № 1, 1967 ² С. Д. Берман, «Кибернетика», № 3, 1967.

УДК 519.4

МАТЕМАТИКА

Ю. М. Мовсисян

Решетка конгруэнций алгебр второй степени

(Представлено чл.-корр. АН Армянской ССР Р. А. Александрияном 2/IV 1976)

Под алгеброй второй степени мы понимаем объект $\langle Q; \Sigma; G \rangle$, где Σ — некоторая совокупность финитарных операций определенных на множестве Q , а G — некоторая совокупность финитарных операций определенных на множестве Σ . Это понятие введено в работе ⁽¹⁾, в связи с исследованием некоторых формул из языка второй степени.

В настоящей работе исследуется решетка конгруэнций алгебр второй степени. Аналогичное исследование для алгебр первой степени (т. е. для обычных алгебр) было проведено в работе Гретцера и Шмидта ⁽²⁾.

1. Точная нижняя (верхняя) грань совокупности $\{a_i\}_{i \in I}$ частично-упорядоченного множества обозначается обычным путем $\bigcap_{i \in I} a_i$ (соответственно $\bigcup_{i \in I} a_i$). Теоретико-множественное пересечение (объединение) совокупности $\{X_i\}_{i \in I}$ обозначается через $\bigwedge_{i \in I} X_i$ (соответственно $\bigvee_{i \in I} X_i$).

Элемент $a \in Q$ частично-упорядоченного множества $Q(\leq)$ называется компактным, если из соотношения $a \leq \bigcup_{i \in I} a_i$ следует $a \leq \bigcup_{i \in I'} a_i$ для некоторого конечного подмножества $I' \subseteq I$. Иначе говоря, если элемент a содержится в бесконечном объединении, то он содержится и в конечном объединении.

Частично-упорядоченное множество называется компактно-порожденным, если каждый его элемент есть объединение компактных элементов:

$$a = \bigcup_{i \in I} x_i,$$

где все x_i — компакты.

Пусть Q — произвольное множество и $B(Q)$ — его булеан, т. е. множество всех его подмножеств. Подмножество $M \subseteq B(Q)$ назовем предсистемой замыканий множества Q , если оно замкнуто при произ-

вольном пересечении непустого семейства множеств. Если предсистема замыканий M замкнута и при пересечении пустого семейства множеств, т. е., если $Q \in M$, то мы приходим к понятию системы замыканий в смысле (3).

Понятно, что каждая предсистема замыканий является полной полурешеткой относительно теоретико-множественного включения. Причем здесь, как и в дальнейшем все полурешетки—нижние.

Предсистема замыканий называется алгебраической, если она содержит теоретико-множественное объединение каждого своего направленного подмножества. В силу предложения 1.5.9 книги (3), вместо направленных подмножеств здесь можно ограничиваться цепями.

Пусть M —некоторая предсистема замыканий множества Q . Подмножество $X \subseteq Q$ называется M -максимальным, если не существует такого $Y \in M$, что $X \subseteq Y$,

Определим отображение $\Phi: B(Q) \rightarrow B(Q)$ следующим путем:

$$\Phi(X) = \bigwedge \{Y \in M \mid Y \supseteq X\},$$

если X не является M -максимальным и $\Phi(X) = Q$ для M -максимальных подмножеств $X \subseteq Q$.

Отображение Φ является оператором замыкания, т. е. справедливы следующие соотношения:

- а) если $X \subseteq Y$, то $\Phi(X) \subseteq \Phi(Y)$,
- б) $X \subseteq \Phi(X)$,
- в) $\Phi\Phi(X) = \Phi(X)$.

Нетрудно заметить, что если для семейства $\{Q_i \mid i \in I\}$, где $Q_i \in M$, существует точная верхняя грань $\bigcup_{i \in I} Q_i$, то

$$\bigcup_{i \in I} Q_i = \Phi\left(\bigvee_{i \in I} Q_i\right).$$

Теорема 1. *Каждая алгебраическая предсистема замыканий является компактно-порожденной полурешеткой.*

Из теоремы 1 вытекает следующий результат.

Следствие. *Каждая алгебраическая система замыканий является компактно-порожденной решеткой.*

Справедливость теоремы 1 вытекает из следующих лемм.

Лемма 1. *Пусть M —алгебраическая предсистема замыканий множества Q . Если $X \subseteq Q$ не является M -максимальным, то*

$$\Phi(X) = \bigvee \Phi(Y),$$

где $Y \subseteq X$ и Y —конечно.

Доказательство. Обозначим правую часть доказываемого равенства через $\bar{X}$. Если $x \in X$, то $x \in \{x\} \subseteq \Phi(\{x\})$ и следовательно $X \subseteq \bar{X}$. Совокупность $\{\Phi(Y)\}$, где $Y \subseteq X$ и Y —конечно, является направленной, поскольку:

$$\Phi(Y_1), \Phi(Y_2) \subseteq \Phi(Y_1 \cup Y_2) \in M.$$

В силу алгебраичности рассматриваемой предсистемы замыканий заключаем, что $\bar{X} \in M$.

Одновременно, из соотношения $Y \subseteq X$ следует $\Phi(Y) \subseteq \Phi(X)$ и потому

$$\bigvee \Phi(Y) \subseteq \Phi(X).$$

т. е. $\bar{X} \subseteq \Phi(X)$. Остается, теперь использовать определение $\Phi(X)$.

Лемма 2. Пусть M — алгебраическая предсистема замыканий и $S \in M$. Тогда S является компактным, если и только если $S = \Phi(X)$, для некоторого конечного подмножества $X \subseteq S$.

Доказательство. Пусть $S = \Phi(X)$ для некоторого конечного $X = \{x_1, \dots, x_n\} \subseteq S$ и $S \subseteq \bigcup_{i \in I} Q_i$, $Q_i \in M$. Тогда из соотношения

$x_j \in X \subseteq \Phi(X) = S \subseteq \bigcup_{i \in I} Q_i = \Phi(\bigvee_{i \in I} Q_i)$ заключаем (в силу леммы 1), что

$x_j \in \Phi(H_j)$, где $H_j \subseteq \bigvee_{i \in I} Q_i$ и H_j является конечным. Одновременно,

существует конечное $I_j \subseteq I$ такое, что $H_j \subseteq \bigvee_{i \in I_j} Q_i$. Положим $I = \bigvee_{1 \leq j \leq n} I_j$.

Тогда $X \subseteq \Phi(\bigvee_{i \in I} Q_i)$ и

$$S = \Phi(X) \subseteq \Phi\left(\Phi\left(\bigvee_{i \in I} Q_i\right)\right) = \Phi\left(\bigvee_{i \in I} Q_i\right) = \bigcup_{i \in I} Q_i.$$

Таким образом S оказывается компактным.

Предположим теперь, что $S \in M$ компактно. В силу леммы 1 имеем:

$$S = \Phi(S) = \bigvee \Phi(Y) = \bigcup \Phi(Y),$$

где $Y \subseteq S$ и Y — конечно. В силу компактности S отсюда следует равенство:

$$S = \Phi(Y_1) \cup \dots \cup \Phi(Y_k),$$

где $Y_1, \dots, Y_k$ являются конечными подмножествами S .

Предполагая $Y = Y_1 \vee \dots \vee Y_k$ получаем:

$$S = \Phi(Y),$$

где Y — конечное подмножество S .

2. Перейдем к изучению конгруэнций алгебр второй степени.

Пусть $D = \langle Q; \Sigma; G \rangle$ — алгебра второй степени, r — отношение

эквивалентности определенное на множестве Q , а $\bar{t}$ — отношение эквивалентности определенное на множестве Σ . Упорядоченная пара

$(r, \bar{t})$ называется конгруэнцией алгебры второй степени D , если:

а) отношение r стабильно относительно каждой операции из Σ ,

б) из условия $A \bar{t} B$ следует $|A| = |B|$ и $A(x_1, \dots, x_m) r B(x_1, \dots, x_m)$ для любых $x_1, \dots, x_m \in Q$, где $A, B \in \Sigma$, $|A| = m$.

в) отношение $\bar{t}$ стабильно относительно каждой операции из G .

Как известно (¹), ядра гомоморфизмов алгебр второй степени являются конгруэнциями. Однако, обратное утверждение не верно. Существуют конгруэнции алгебр второй степени не являющимися ядрами подходящих гомоморфизмов.

Пусть $q_1 = (r_1, \bar{t}_1)$ и $q_2 = (r_2, \bar{t}_2)$ конгруэнции одной и той же алгебры второй степени. Определим частичный порядок " $\leq$ " следующим путем:

$$q_1 \leq q_2 \iff r_1 \leq r_2 \text{ и } \bar{t}_1 \leq \bar{t}_2.$$

Таким образом, класс всех конгруэнций определенных на одной и той же алгебре второй степени является частично-упорядоченным множеством.

Лемма 3. Если $q_i = (r_i, \bar{t}_i)$, $i \in J$ есть некоторая совокупность конгруэнций алгебры второй степени, то

$$\bigwedge_{i \in J} q_i = (\bigwedge_{i \in J} r_i, \bigwedge_{i \in J} \bar{t}_i)$$

является конгруэнцией.

Доказательство очевидно.

В лемме 3 мы использовали обозначения теоретико-множественных объединений и пересечений поскольку, отношение r есть подмножество множества $Q \times Q$, отношение $\bar{t}$ есть подмножество множества $\Sigma \times \Sigma$, а пару $q = (r, \bar{t})$ можно рассматривать как подмножество множества $(Q \times Q) \times (\Sigma \times \Sigma)$.

Лемма 4. Если $q_i = (r_i, \bar{t}_i)$, $i \in J$ есть направленная совокупность конгруэнций одной и той же алгебры второй степени, то

$$\bigvee_{i \in J} q_i = (\bigvee_{i \in J} r_i, \bigvee_{i \in J} \bar{t}_i)$$

является конгруэнцией.

Доказательство. Проверим, например, условие а) определения конгруэнции. Если $(x_1, x'_1) \in \bigvee_{i \in J} r_i, \dots, (x_n, x'_n) \in \bigvee_{i \in J} r_i$, то существуют $r_1, \dots, r_n \in \{r_i | i \in J\}$, такие, что $x_1 r_1 x'_1, \dots, x_n r_n x'_n$. Поскольку совокупность $\{q_i | i \in J\}$ направлена, то направленным будет и совокупность $\{r_i | i \in J\}$, т. е. существует отношение $r \in \{r_i | i \in J\}$ такое что, $r_1, \dots, r_n \leq r$. Таким образом $x_1 r x'_1, \dots, x_n r x'_n$ и для любого $A \in \Sigma$ ($|A| = n$) выполняется $A(x_1, \dots, x_n) r A(x'_1, \dots, x'_n)$ и $(A(x_1, \dots, x_n), A(x'_1, \dots, x'_n)) \in \bigvee_{i \in J} \bar{t}_i$. Мы доказали, что отношение

$\bigvee_{i \in J} r_i$ стабильно относительно каждой операции из множества Σ алгебры второй степени $\langle Q; \Sigma; G \rangle$. Аналогичным путем проверяются и другие условия определения конгруэнции.

Теорема 2. *Класс всех конгруэнций одной и той же алгебры второй степени образует полную решетку.*

Доказательство. Пусть $D = \langle Q; \Sigma; G \rangle$ есть произвольная алгебра второй степени и $q_i = (r_i, \bar{t}_i)$, $i \in I$ — некоторая совокупность ее конгруэнций. Из леммы 3 следует, что точной нижней гранью совокупности $\{q_i\}_{i \in I}$ служит $\bigwedge_{i \in I} q_i$. Убедимся, что точной верхней гранью совокупности $\{q_i\}_{i \in I}$ является пара $(\bigvee_{i \in I} r_i, \bigvee_{i \in I} \bar{t}_i)$, где $\bigvee_{i \in I} r_i$ — точная верхняя грань совокупности $\{r_i\}_{i \in I}$ в решетке всех эквивалентностей множества Q , а $\bigvee_{i \in I} \bar{t}_i$ является точной верхней гранью совокупности $\{\bar{t}_i\}_{i \in I}$ в решетке всех эквивалентностей множества Σ . Установим например выполнимость условия б) определения конгруэнции для пары $(\bigvee_{i \in I} r_i, \bigvee_{i \in I} \bar{t}_i)$. Пусть $(A, B) \in \bigvee_{i \in I} \bar{t}_i$, т. е. существуют операции $A_1, \dots, A_n \in \Sigma$ и отношения $\bar{t}_1, \dots, \bar{t}_n \in \{\bar{t}_i\}_{i \in I}$ такие, что

$$A \bar{t}_1 A_1 \bar{t}_2 A_2 \dots \bar{t}_n A_n = B.$$

Из последнего соотношения следует $|A| = |A_1| = \dots = |A_n| = |B|$ и если $|A| = n$, то

$$A(x_1, \dots, x_n) r_1 A_1(x_1, \dots, x_n) r_2 \dots r_n A_n(x_1, \dots, x_n).$$

Таким образом $(A(x_1, \dots, x_n), B(x_1, \dots, x_n)) \in \bigvee_{i \in I} r_i$.

Аналогично проверяются и остальные условия определения конгруэнции.

Из леммы 3 вытекает, что класс всех конгруэнций одной и той же алгебры второй степени $\langle Q; \Sigma; G \rangle$ является предсистемой замыканий множества $(Q \times Q) \times (\Sigma \times \Sigma)$. Из леммы 4 следует, что эта предсистема замыканий является алгебраической, а из теоремы 1 вытекает справедливость следующей теоремы.

Теорема 3. *Полная решетка конгруэнций каждой алгебры второй степени является компактно-порожденной.*

Пусть

$$K_D = \{(r_i, t_j) \mid i \in I, j \in J\}$$

есть класс всех конгруэнций алгебры второй степени $D = \langle Q; \Sigma; G \rangle$. Совокупности

$$K_Q = \{r_i \mid i \in I\}$$

и

$$K_\Sigma = \{t_j \mid j \in J\}$$

соответственно называются первой и второй проекцией решетки конгруэнций алгебры второй степени D .

Нетрудно заметить, что первая и вторая проекция решетки конгру-

энции являются полными решетками. Точнее справедливо следующее утверждение, содержащееся в доказательстве предыдущей теоремы.

Предложение. Первая (вторая) проекция решетки конгруэнций алгебры второй степени $\langle Q; \Sigma; G \rangle$ является подрешеткой в решетке всех эквивалентностей множества Q (соответственно множества Σ).

Теорема 4. Первая проекция решетки конгруэнций алгебры второй степени является полной компактно-порожденной решеткой.

Доказательство. Первая проекция K_Q является алгебраической предсистемой замыканий множества Q . Остается сослаться на теорему 1.

Справедливо и двойственное утверждение.

Теорема 5. Вторая проекция решетки конгруэнций алгебры второй степени является полной компактно-порожденной решеткой.

Следующие утверждения дают новые представления полных компактно-порожденных решеток.

Теорема 6. Каждая полная компактно-порожденная решетка изоморфна первой проекции решетки конгруэнций некоторой алгебры второй степени.

Теорема 7. Каждая полная компактно-порожденная решетка изоморфна второй проекции решетки конгруэнции некоторой алгебры второй степени.

Доказательство теорем 6, 7 проводится по методу работы (2).

Следствие. Каждая полная компактно-порожденная решетка вкладывается в решетке конгруэнций некоторой алгебры второй степени.

Ереванский государственный университет

ՅՈՒ. Մ. ՄՈՎՍԻՍՅԱՆ

Երկրորդ աստիճանի հանգանաչիվների կոնգրուենցիաների ստրուկտուրան

Ներկա աշխատանքում ուսումնասիրվում է երկրորդ աստիճանի հանգանաչիվների կոնգրուենցիաների ստրուկտուրան և նրա պրոյեկցիաները: Ինչպես կոնգրուենցիաների ստրուկտուրան, այնպես էլ նրա առաջին և երկրորդ պրոյեկցիաները, պարզվում է, հանդիսանում են այսպես կոչված կոմպակտային տիպի:

Այդ փաստերն ապացուցելու համար հոգիվածում նախապես մտցվում է փակության ենթասխտեմի դադափառը և ցույց է տրվում մի բավարար պայման փակության ենթասխտեմի կոմպակտային լինելու համար:

ЛИТЕРАТУРА — ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

¹ Ю. М. Мовсисян, Матем. исслед. АН МССР, IX, 1 (31), 70—82, 1974. ² G. Grätzer, E. T. Schmidt, Acta scient. math., 24, № 1—2, 34—59 (1963). ³ П. Кон, Универсальная алгебра, „Мир“, 1968.

УДК 517.512.7

МАТЕМАТИКА

С. М. Оганесян

О предельных функциях Т-средних ортогональных рядов

(Представлено чл.-корр. АН Армянской ССР А. А. Талалянцем 23/IV 1976)

Условимся под $f(x, E)$ понимать некоторую измеримую функцию, определенную п. в. на измеримом множестве E .

Пусть на отрезке $[a, b]$ задана последовательность измеримых функций $|f_n(x)|$. Следуя Д. Е. Меньшову, введем следующие определения.

Определение 1. Функция $f(x, E)$ называется предельной функцией последовательности $|f_n(x)|$, если существует подпоследовательность $|f_{n_k}(x)|$, сходящаяся к $f(x, E)$ п. в. на E .

Определение 2. Пусть задана последовательность функций $|f_n(x, E_n)|$, $Q = \lim_{n \rightarrow \infty} E_n$, E — некоторое измеримое множество такое, что $\text{mes}(E - Q) = 0$. Функция $f(x, E)$ называется предельным элементом в широком смысле для последовательности $|f_n(x, E_n)|$, если $\lim_{n \rightarrow \infty} f_n(x, E_n) = f(x, E)$ п. в. на E^* .

Определение 3. Функция $f(x, E)$ называется предельной в широком смысле для класса $M = \{f(x, E_f)\}^{**}$, — если существует последовательность $|f_n(x, E_n)|$ из класса M , для которой $f(x, E)$ является предельной в широком смысле.

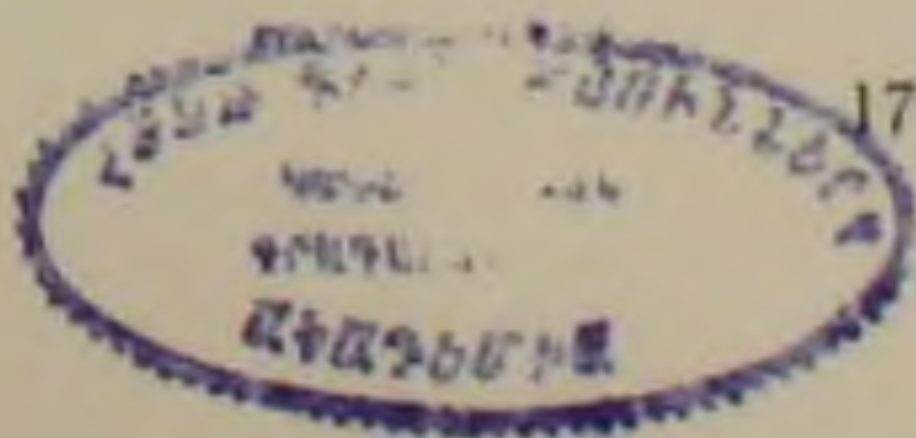
Определение 4. Класс функций $\overline{M}$ называется замыканием в широком смысле для класса $M = \{f(x, E)\}$, если $\overline{M}$ получается из M присоединением к нему всех предельных элементов в широком смысле. Множество $M = \{f(x, E)\}$ называется замкнутым в узком смысле, если оно совпадает со своим замыканием в широком смысле.

Определение 5. Функция $F(x) = F(x, [a, b])$ называется верхним пределом по мере последовательности функций $|f_n(x)|$, ($f_n(x) = f_n(x, [a, b])$), если выполняются соотношения.

$$a) \lim_{n \rightarrow \infty} \text{mes} \{x: f_n(x) > \varphi(x)\} \cap \{x: \varphi(x) > F(x)\} = 0$$

* Имеет смысл говорить о пределе функций $f_n(x, E_n)$ при $n \rightarrow \infty$ п. в. на E , так как в любой точке $x \in E$, кроме быть может, множества меры нуль, функция $f_n(x, E_n)$ определена для всех достаточно больших значений n .

** Множества E_f вообще говоря разные.



для любой $\varphi(x) = \varphi(x, [a, b])$;

$$б) \overline{\lim}_{n \rightarrow \infty} \text{mes } \{x: f_n(x) > \psi(x)\} \cap \{x: F(x) > \psi(x)\} > 0$$

для любой $\psi(x) = \psi(x, [a, b])$, $\text{mes } \{x: F(x) > \psi(x)\} > 0$.

Определение 6. Функция $G(x) = G(x, [a, b])$ называется нижним пределом по мере последовательности функций $\{f_n(x)\}$, если выполняются соотношения.

$$а') \lim_{n \rightarrow \infty} \text{mes } \{x: f_n(x) < g(x)\} \cap \{x: g(x) < G(x)\} = 0$$

для любой $g(x) = g(x, [a, b])$;

$$б') \overline{\lim}_{n \rightarrow \infty} \text{mes } \{x: f_n(x) < \chi(x)\} \cap \{x: G(x) < \chi(x)\} > 0$$

для любой $\chi(x) = \chi(x, [a, b])$, $\text{mes } \{x: G(x) < \chi(x)\} > 0$

Д. Е. Меньшовым доказана.

Теорема (Д. Е. Меньшов). Для того, чтобы класс функций $M = \{f(x, E_j)\}$, $(E_j \subseteq [-\pi, \pi])$ был множеством всех предельных функций частичных сумм некоторого тригонометрического ряда

$$\frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos nx + b_n \sin nx$$

необходимо и достаточно, чтобы M было замкнуто в узком смысле

В дальнейшем $\{\varphi_n(x)\}$ ПОНС на $[0, 1]$, $T = \|a_{ij}\|$ линейный регулярный метод суммирования.

Пусть задан некоторый ряд

$$\Omega \sim \sum_{k=1}^{\infty} c_k \varphi_k(x) \quad (1)$$

и

$$S_j(x) = \sum_{k=1}^j c_k \varphi_k(x).$$

Предположим для каждого i ряд $\sum_{j=1}^{\infty} a_{ij} S_j(x)$ сходится в $L_2[0, 1]$. Эту сумму обозначим через $f_i(x)$.

Определение 7. Функцию $f(x) = f(x, E)$ являющейся предельным для последовательности $f_i(x)$, назовем T предельным элементом ряда (1).

В настоящей работе приводится обобщение теоремы Меньшова для любой ПОНС и для любого линейного регулярного метода суммирования. А именно справедлива.

Теорема 1. Для того, чтобы класс функций $M = \{f(x, E_j)\}$ был множеством всех T предельных элементов некоторого ряда

(1) необходимо и достаточно, чтобы M было замкнутым в узком смысле.

Нетрудно убедиться, что необходимая часть теоремы, как здесь, так и в формулировке теоремы Меньшова вытекает из общих соображений ((¹), стр. 295).

Сущность теоремы заключается в достаточной части. Справедлива более общая теорема из которой, в частности, следует достаточность теоремы 1. А именно.

Теорема 2. Пусть заданы: класс функций $M = \{f(x, E_f)\}$ ($E_f \subseteq [0, 1]$) замкнутый в узком смысле, функции $G(x) = G(x, [0, 1])$, $F(x) = F(x, [0, 1])$, ($G(x) \leq F(x)$), которые удовлетворяют условиям*

- 1) $G(x) \leq f(x, E_f) \leq F(x)$ п. в. на E_f , для всех $f \in M$;
- 2) если $f(x, E_f) \in M$ и $E_0 = E_f \cup \{G(x) = F(x)\}$, то функция $f_0(x, E_0)$ определенная из равенства

$$f_0(x, E_0) = \begin{cases} f(x, E_f) & \text{при } x \in E_f \\ F(x) & \text{при } x \in E_0 - E_f \end{cases}$$

также принадлежит классу M .

Тогда существует ряд (1) с коэффициентами, стремящийся к нулю, у которого класс всех T предельных функций совпадает с M и функции $F(x)$ и $G(x)$ являются соответственно T верхним и T нижним пределами по мере.

Отметим, что в случае, когда система функций $\{\varphi_n(x)\}$ совпадает с тригонометрической, а метод T совпадает с понятием обычной сходимости, теорема 2 была доказана Меньшовым в той же работе ((¹)).

Если в формулировке теоремы 2 функции $F(x)$ и $G(x)$ совпадают, то ряд (1) автоматически будет сходиться по мере к функции $F(x)$ и мы, в частности, получим теорему Талаляна ((²), стр. 516).

Ниже приведены леммы, на которых основано доказательство теоремы 2. Для простоты эти леммы мы приведем в некотором упрощенном виде, в результате получим теорему 2 в том случае, когда функции $F(x)$ и $G(x)$ п. в. конечны.

Лемма 1. Из любого класса п. в. конечных функций $M = \{f(x, E_f)\}$ можно выделить последовательность $\{f_k(x, E_k)\}$ множество предельных элементов которой совпадает с $\overline{M}$.

Лемма 2. Пусть класс функций $M = \{f(x, E_f)\}$ и функции $F(x)$ и $G(x)$ удовлетворяют условиям теоремы 2. (Здесь, в отличие от теоремы 2, предположим, что $F(x)$ и $G(x)$ конечны п. в.). Тогда функции $f_k(x, E_k)$, выделенные в лемме 1, можно продолжить до отрезка $[0, 1]$ таким образом, чтобы множество предельных элементов вновь полученной последовательности $\{g_k(x)\}$ совпадало с множеством M , а верхний и нижний пределы по мере равнялись соответственно $F(x)$ и $G(x)$.

* Функции G и F могут равняться $+\infty$ или $-\infty$ на множествах положительной меры.

Из леммы 2 непосредственно вытекает

Лемма 2'. Пусть $G(x) = G(x, [0, 1])$, $F(x) = F(x, [0, 1])$, $G(x) \leq F(x)$, тогда существует последовательность функции $\bar{r}_k(x) = \bar{r}_k(x, [0, 1])$, $k \geq 1$, у которой $F(x)$ и $G(x)$ являются соответственно верхним и нижним пределами по мере и если $f(x, E_f)$ предельный элемент этой последовательности, то почти все точки E_f принадлежат множеству $\{x : F(x) = G(x)\}$

Лемма 3. Положим $\psi_{2k-1}(x) = g_k(x)$ и $\psi_{2k}(x) = \bar{r}_k(x)$, $k \geq 1$,

где $|g_k(x)|$ и $|\bar{r}_k(x)|$ последовательности функций, фигурирующие в леммах 2 и 2'

$$\psi_k(x, t_k) = \begin{cases} \psi_k(x) & x \leq t_k \\ \psi_{k-1}(x) & x > t_k \end{cases} \quad \psi_0(x) \equiv 0,$$

где $|t_k|$ некоторая последовательность точек из $[0, 1]$. Тогда множество предельных функций $|\psi_k(x, t_k)|$ содержится в множестве предельных функций $|g_k(x)|$.

Лемма 4. Для любой последовательности п. в. конечных функций $|\psi_k(x)|$ ($\psi_k(x) = \psi_k(x, [0, 1])$) существует ряд (1) с коэффициентами, стремящимися к нулю, возрастающие последовательности $V(l)$ и $P(l)$ и последовательность точек t_l из $[0, 1]$ такие, что

$$1. \lim_{l \rightarrow \infty} \|A_{V(l)}(x, T) - \psi_l\|_s = 0,^*$$

$$\text{где } A_l(x, T) \sim \sum_{j=1}^{\infty} a_{lj} S_j(x), \quad S_j(x) = \sum_{k=1}^j c_k \varphi_k(x);$$

$$2. \lim_{l \rightarrow \infty} \|A_l(x, T) - \psi_{P(l)}(x, t_l)\|_s = 0,$$

где

$$\psi_k(x, t) = \begin{cases} \psi_k(x) & \text{при } x \leq t \\ \psi_{k-1}(x) & \text{при } x > t \end{cases} \quad \psi_0(x) \equiv 0$$

В заключение выражаю благодарность чл.-корр. АН Армянской ССР А. А. Талалян за постановку задачи и за оказанную помощь при ее решении.

Ереванский государственный университет

Ս. Մ. ՀՈՎՀԱՆՆԻՍՅԱՆ

Օրթոգոնալ շարքերի T միջինների սահմանային ֆունկցիաների մասին

Դիցուք $|\varphi_n(x)|_{n=1}^{\infty}$ լրիվ օրթոնորմալ սիստեմ է $[0, 1]$ հատվածում,
 $T = \|a_{lj}\|$ դժարին սեղուկար դուժարման մեթոդ է,
 $M = \{f(x, E_f)\}$ չափելի ֆունկցիաների բազմություն:

* $\|f - g\|_s$ — расстояние в пространстве измеримых функций

$(E_f \subseteq [0, 1])$, E_f -ը տարբեր ֆունկցիաների համար կարող է լինել տարբեր նշվում է անհրաժեշտ և բավարար սլայման M բազմության վրա, որպեսզի այն լինի որևիցե օրթոգոնալ շարքի միջինների սահմանային ֆունկցիաների բազմություն՝, համարյա ամենուրեք ղուդամիտության իմաստով:

ЛИТЕРАТУРА — ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

¹ Д. Е. Меньшов, Труды Московского математического общества, т. 7, 1958. ² А. А. Талалян, ДАН СССР, т. 110, № 4 (1956).

УДК 517.53

МАТЕМАТИКА

Л. А. Галстян

Аналитические j -растягивающие матрицы-функции и проблема Фейера

(Представлено чл.-корр. АН Армянской ССР Н. У. Аракеляном 5/V 1976)

Пусть $a_0, a_1, \dots, a_n$ постоянные матрицы m -го порядка.

Обозначим через B_p класс голоморфных в единичном круге матриц-функций $w(z)$ порядка m , удовлетворяющих условию

$$\|w\|_\infty = \sup_{|z| < 1} \|w(z)\| \leq \rho^1 \quad (1)$$

и имеющих тейлоровое разложение

$$w(z) = a_0 + a_1 z + \dots + a_n z^n + \dots \quad (2)$$

Задача об описании класса B_p составляет предмет проблемы Шура ⁽¹⁾.

Проблема же Фейера ⁽²⁾ состоит в следующем:

Среди всех решений проблемы Шура найти те, у которых $\sup$ -норма $\|w\|_\infty$ минимальна. Как известно, в скалярном случае эта задача имеет единственное решение в виде конечного произведения Бляшке, умноженного на некоторое постоянное. В матричном аспекте проблема Фейера вообще говоря неопределенна.

Описанию всех решений этой проблемы и посвящается настоящая статья.

2) Рассмотрим ассоциированную с данной проблемой матрицу

$$L = L_n = \begin{bmatrix} a_0 & 0 & \dots & 0 \\ a_1 & a_0 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_n & a_{n-1} & \dots & a_0 \end{bmatrix}.$$

Справедлива следующая

Теорема 1. *Класс B_p непуст тогда и только тогда, когда выполняется условие*

¹ Под нормой $\|A\|$ матрицы A всюду здесь подразумевается положительный квадратный корень максимального собственного значения матрицы A^*A .

$$\rho^2 I - L L^* \geq 0, \quad (3)$$

причем для любой матрицы-функции $w(\cdot) \in B$, верно неравенство

$$\|w\|_{\infty} \geq \|L\|.$$

Беря в (3) $\rho = \|L\|$ и сравнивая с (1), получаем:

совокупность решений проблемы Фейера совпадает с классом $B_{1,L}$.

3) Ниже дается описание класса $B_{1,L}$ с помощью основного матричного неравенства, аналогичного тому, что приводится в работе (4). Оно также, как и в (4) выводится из матричного неравенства Шварца—Пика (3), путем разумного предельного перехода.

Теорема 2. Класс $B_{1,L}$ есть совокупность голоморфных в единичном круге матриц-функций $w(\cdot)$, удовлетворяющих неравенству

$$(1) \quad \left[\begin{array}{c} A_n (= \|L_n\|^2 I - L_n L_n^*) \\ \vdots \\ \frac{1}{z_{n+1}} [w(z) - (a_0 + \dots + a_n z^n)] \\ \frac{\|L\|^2 I - w^*(z)w(z)}{1 - |z|^2} \end{array} \right] \geq 0.$$

Решение матричного неравенства (1) усложняется тем, что его информационный блок $A_n = \|L_n\|^2 I - L_n L_n^*$ вырождается. Это исключает возможность применения упрощенного варианта леммы о неотрицательной блок-матрице (3), непосредственно приводящего к построению элементарного j -растягивающего $\left(j = \begin{bmatrix} -I & 0 \\ 0 & I \end{bmatrix}\right)$ кратно-го множителя полного ранга, с помощью которого записывается общее решение поставленной проблемы.

В связи с этим удобнее применить пошаговый метод решения проблемы, в процессе которого удастся последовательно отщеплять особенности¹, вызывающие вырождение информационного блока A_n ².

4) Идея отщепления этих особенностей, принадлежащая И. В. Ковалишиной, заключается в следующем:

Пусть первые k главных диагональных миноров A_i ($i=0, 1, \dots, k-1$) информационного блока A_n строго положительны, в то время как $\det A_k (= \|L_k\|^2 I - L_k L_k^*) = 0$.

Положим, для простоты записи, $\|L_n\| = 1$.

Выполнив первые k шагов стандартного пошагового процесса (что возможно ввиду невырожденности матриц $A_0, A_1, \dots, A_{k-1}$), приходим к результату:

¹ Т. е. унитарные части матрицы L_n .

² При вырождении информационного блока стандартный процесс пошагового решения невыполним.

общее решение $\omega(\zeta)$ неравенства (1) представляется в виде суперпозиции дробно-линейных преобразований:

$$\omega(\zeta) = b_0(\zeta) \{ b_1(\zeta) | \cdot \cdot \cdot | b_{k-1}(\zeta) | \omega_{k-1}(\zeta) | \cdot \cdot \cdot | \}^1, \quad (4)$$

параметром в которой служит произвольная нерастягивающая матрица-функция $\omega_{k-1}(\zeta)$, имеющая разложение вида

$$\omega_{k-1}(\zeta) = a_0^k + a_1^k \zeta + \cdot \cdot \cdot + a_{n-k}^k \zeta^{n-k} + \cdot \cdot \cdot \quad (5)$$

Матрицы-функции $b_i(\zeta)$ ($i=0, 1, \cdot \cdot \cdot, k-1$) являются элементарными j -растягивающими двучленными множителями полного ранга с „параметризацией“

$$b_i(\zeta) = I + (1-\zeta) \begin{bmatrix} I \\ a_0^{i*} \end{bmatrix} (I - a_0^i a_0^{i*})^{-1} [I, a_0^i] j \quad (i=0, 1, \cdot \cdot \cdot, k-1)$$

где $a_0 = a_0^0, a_0^1, \cdot \cdot \cdot, a_0^{k-1}$ — параметры Шура.

Из-за вырождения матрицы $A_k = I - L_k L_k^*$, что в свою очередь влечет вырождение матрицы $I - a_0^k a_0^{k*}$, процесс стандартного пошагового решения здесь прерывается.

Чтобы продвинуться дальше, поступаем следующим образом: унитарными матрицами u и v , преобразуем a_0^k к виду

$$u a_0^k v = \begin{bmatrix} \alpha_0^k & 0 \\ 0 & I \end{bmatrix},$$

где α_0^k — матрица порядка $r (< m)$, удовлетворяющая неравенству

$$I - \alpha_0^k \alpha_0^{k*} > 0. \quad (6)$$

Оказывается, тем же преобразованием, к такому же виду приводится и матрица-функция $\omega_{k-1}(\zeta)$

$$u \omega_{k-1}(\zeta) v = \begin{bmatrix} \tilde{\omega}_{k-1}(\zeta) & 0 \\ 0 & I \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha_0^k + \alpha_1^{k*} \zeta + \cdot \cdot \cdot & 0 \\ 0 & I \end{bmatrix}$$

(последнее легко вывести из неравенства Шварца-Пика).

Теперь, для описания класса нерастягивающих голоморфных матриц-функций $\tilde{\omega}_{k-1}(\zeta)$ порядка r , с заданными $n-k+1$ предписанными коэффициентами разложения

$$\tilde{\omega}_{k-1}(\zeta) = \alpha_0^k + \alpha_1^{k*} \zeta + \cdot \cdot \cdot + \alpha_{n-k}^k \zeta^{n-k} + \cdot \cdot \cdot, \quad (7)$$

вводим j_r — растягивающий $\left(j_r = \begin{bmatrix} -I_r & 0 \\ 0 & I_r \end{bmatrix} \right)$ двучленный множитель полного ранга

¹ По поводу такой записи см. например (*).

$$\bar{b}_k(\zeta) = I + (1-\zeta) \begin{bmatrix} I \\ \alpha_0^{k*} \end{bmatrix} (I - \alpha_0^k \alpha_0^{k*})^{-1} [I, \alpha_0^k] j_r = \begin{bmatrix} \bar{a}^k(\zeta) & \bar{b}^k(\zeta) \\ \bar{c}^k(\zeta) & \bar{d}^k(\zeta) \end{bmatrix},$$

возможность построения которого обеспечивается условием (6).

Дробно-линейное преобразование

$$\bar{\omega}_{k-1}(\zeta) = \bar{b}_k(\zeta) [\bar{\omega}_k(\zeta)],$$

с произвольным нестягивающим голоморфным параметром $\omega_k(\zeta)$, определяет общий вид нестягивающих голоморфных матриц-функций $\bar{\omega}_{k-1}(\zeta)$, имеющих разложение

$$\bar{\omega}_{k-1}(\zeta) = \alpha_0^k + \dots$$

Для того, чтобы $\bar{\omega}_{k-1}(\zeta)$ имела разложение (7), необходимо и достаточно, чтобы параметр $\omega_k(\zeta)$ имел разложение

$$\bar{\omega}_k(\zeta) = \alpha_0^{k+1} + \alpha_1^{k+1} \zeta + \dots + \alpha_{n-k-1}^{k+1} \zeta^{n-k-1} + \dots, \quad (8)$$

где коэффициенты $\alpha_0^{k+1}, \dots, \alpha_{n-k-1}^{k+1}$ вполне определяются по матрицам $\alpha_0^k, \alpha_1^k, \dots, \alpha_{n-k}^k$.

Для составления суперпозиции дробно-линейных преобразований введем матрицу-функцию

$$b_k(\zeta) = U^* \begin{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{a}^k(\zeta) & 0 \\ 0 & I \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} \bar{b}^k(\zeta) & 0 \\ 0 & I \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} \bar{c}^k(\zeta) & 0 \\ 0 & I \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} \bar{d}^k(\zeta) & 0 \\ 0 & I \end{bmatrix} \end{bmatrix},$$

где положено

$$U^* = \begin{bmatrix} u & 0 \\ 0 & u^* \end{bmatrix}, \quad \bar{b}_k(\zeta) = \begin{bmatrix} \bar{a}^k(\zeta) & \bar{b}^k(\zeta) \\ \bar{c}^k(\zeta) & \bar{d}^k(\zeta) \end{bmatrix},$$

а единичные матрицы имеют порядок $m-r$.

Подставляя выражение

$$\omega_{k-1}(\zeta) = b_k(\zeta) \left\{ \begin{bmatrix} \bar{\omega}_k(\zeta) & 0 \\ 0 & I \end{bmatrix} \right\}$$

в (4) легко находим:

общее решение $w(\zeta)$ неравенства (1) представляется в виде суперпозиции дробно-линейных преобразований

$$w(\zeta) = b_0(\zeta) \left\{ \dots \left\{ b_{k-1}(\zeta) \left\{ b_k(\zeta) \left[\begin{bmatrix} \bar{\omega}_k(\zeta) & 0 \\ 0 & I \end{bmatrix} \right] \right\} \right\} \dots \right\}.$$

с произвольным параметром $\bar{\omega}_k(\zeta)$ порядка r , имеющим разложение (8).

Очевидно такая процедура пошагового решения продолжаема. Она приведет либо к сокращению размерности параметра до определенного предела, либо к полному его исчезновению. В последнем случае задача Фейера будет иметь единственное решение в виде конечного произведения Бляшке—Потапова элементарных нерастягивающих двучленных множителей. (Задача поставлена В. П. Потаповым).

Институт математики
Академии наук Армянской ССР

Լ. Զ. ԳԱԼՍՏՅԱՆ

Անալիտիկ j -ձգող մատրից-ֆունկցիաները և Ֆեյերի պրոբլեմը

Հոգվածում դիտարկվում է Ֆեյերի էքստրեմալ պրոբլեմը մատրիցային դրվածքով՝ անալիտիկ j -ձգող մատրից-ֆունկցիաների տեսության լույսի տակ:

Պրոբլեմի լուծումը բերում է կոտորակա-ցծային ձևափոխության:

$$w(z) = b_0(z) \left\{ b_1(z) \left\{ \dots \left\{ b_n(z) \left\{ \begin{bmatrix} w(z) & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \right\} \dots \right\} \right\} \right\},$$

որի գործակիցների մատրիցը հանդիսանում է j -ձգող, ոչ անդալման լրիվ՝ ռանգի տարրական երկանդամ արտադրիչների արտադրյալ:

ЛИТЕРАТУРА — ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

- ¹ J. Schur, Über Potenzreihen, die im Innern des Einheitskreises beschränkt sind (Journ. f. Math., 147, 148). ² Carathéodory—Fejér, Über den Zusammenhang der Extremen von harmonischen Funktionen mit ihren Koeffizienten und über den Picard—Lindelschen Satz (Rendiconti del Circolo Matematico di Palermo, 32 (1911), S. 218—239). ³ А. В. Ефимов, В. П. Потапов, УМН, т. XXVIII, вып. 1/169 (1973). ⁴ И. В. Коза-лишник, В. П. Потапов, ДАН Арм. ССР, т. LIX, № 1 (1974).

УДК 62—50

МАТЕМАТИКА

С. К. Шукурян

О некоторых разрешимых случаях специальной проблемы функциональной эквивалентности $X—Y$ — автоматов

(Представлено академиком АН Армянской ССР С. Н. Мергеляном 14/V 1976)

$X—Y$ — автоматы с заключительным состоянием были рассмотрены в (1,2). Там же рассматривалась функциональная эквивалентность (ФЭ) $X—Y$ — автоматов. Вопрос классификации разрешимых случаев ФЭ $X—Y$ — автоматов по базису операторов и элементарных условий остается открытым. В настоящей заметке рассмотрены два базиса операторов и элементарных условий, являющиеся обобщением ранее рассмотренных случаев, и показана разрешимость проблемы ФЭ в этих базисах.

Пусть $R = \{r_1, r_2, \dots\}$ — множество переменных, $\Omega = \{\omega_1, \omega_2, \dots\}$ — множество функциональных символов, $\Pi = \{\pi_1, \pi_2, \dots\}$ — множество предикатных символов. Оператором присваивания называется выражение $r := \omega(r_{i_1}, \dots, r_{i_s})$, где $r, r_{i_1}, \dots, r_{i_s} \in R$, $\omega \in \Omega$, s — арность ω . Оператор присваивания $r := \omega(r_{i_1}, \dots, r_{i_s})$ называется невырожденным, если существует такой номер $p \in \{1, \dots, s\}$, что $r_{i_p} = r$. Оператор присваивания называется монадическим, если арность ω равна 1. Элементарным условием называется выражение $\pi(r_{j_1}, \dots, r_{j_l})$, где $\pi \in \Pi$, $r_{j_1}, \dots, r_{j_l} \in R$.

Пусть Y' — множество операторов присваивания, U' — множество элементарных условий. Пару (U', Y') назовем базисом (операторов и элементарных условий). Будем говорить, что $X—Y$ — автомат. А задан в базисе (U', Y') , если $X = 2^{U'}$, $U \subseteq U'$, $Y \subseteq Y'$.

Пусть $R = \{r_1, \dots, r_k\}$ — множество переменных, Ω — множество функциональных символов, Π_i — множество предикатных символов арности i . Предположим также, что Y — множество всех невырожденных операторов вида $r := \omega(r)$, где $\omega \in \Omega$, $r \in R$, U' — множество всех элементарных условий вида $\pi(r)$, где $\pi \in \Pi_1$, $r \in R$, U'' — множество всех элементарных условий вида $\pi_1(r_1, \dots, r_k)$, где $\pi_1 \in \Pi_k$.

* Все неопределяемые здесь понятия можно найти в (1,2,3).

Из теоремы 10 в работе (1) следует, что проблема ФЭ в классе $X-Y$ — автоматов, заданных в базисе (U'', Y) , алгоритмически разрешима, а в работе (2) показано, что проблема ФЭ в классе $X-Y$ — автоматов, заданных в базисе (U', Y) , сводится к проблеме эквивалентности k -ленточных автоматов.

Теорема 1. *Проблема ФЭ в классе $\mathfrak{M}$ $X-Y$ — автоматов, заданных в базисе $(U'UU'', Y)$, сводится к проблеме эквивалентности k -ленточных автоматов.*

Отсюда ввиду результата (4) получаем, что проблема ФЭ разрешима в классе $X-Y$ — автоматов, заданных в базисе $(U'UU'', Y)$, если число переменных k равно 2.

Через G_Y обозначим подполугруппу полугруппы G всех эндоморфизмов свободной универсальной Ω — алгебры термов T_R , порожденную эндоморфизмами, соответствующими символам алфавита Y . В (2) доказано, что, если A_1, A_2 — $X-Y$ — автоматы, то $A_1 \text{ ФЭ } A_2 \iff A_1 \sim A_2(G_Y, L)$, где L — множество допустимых функций отметок. Далее будет показано, что проблема (G_Y, L) — эквивалентности $X-Y$ — автоматов сводится к проблеме эквивалентности k -ленточных автоматов.

Пусть $y_l \equiv r_l := \omega(r_l)$ ($l = 1, \dots, k$), а g_{y_l} — элемент Y — полугруппы G_Y , соответствующий оператору y_l . В работе (1) сформулирована следующая

Лемма 1. *В полугруппе G_Y нет никаких соотношений кроме соотношений вида $g_{y_s} \cdot g_{y_l} = g_{y_l} \cdot g_{y_s}$, где $s, l \in \{1, \dots, k\}$.*

Пусть A, A_1, A_2 — $X-Y$ — автоматы из $\mathfrak{M}$.

Следствие 1.1. *Если $A_1 \text{ ФЭ } A_2$, то для всякой переменной r_l ($l = 1, \dots, k$) и всякой допустимой функции отметок μ такой, что автоматы A_1 и A_2 применимы к автомату G_{Y_μ} , последовательности выполненных операторов у автоматов A_1 и A_2 , которые изменяют значение переменной r_l , должны совпадать.*

Следствие 1.2. *Не существует моментов времени τ_1 и τ_2 таких, что при работе автомата A с G_{Y_μ} автомат G_{Y_μ} в моменты τ_1 и τ_2 попадает в одно и то же состояние g .*

Пусть заданы $A_1, A_2 \in \mathfrak{M}$. Покажем, что по заданным A_1 и A_2 можно построить k — ленточные автоматы $\xi(A_1)$ и $\xi(A_2)$ такие, что $A_1 \sim A_2(G_Y, L) \iff \xi(A_1) \sim \xi(A_2)$.

Для наглядности изложения рассмотрим случай, когда $k = 2$, множество Π_1 состоит из одного элемента π_1 , множество Π_2 — из двух элементов π_1 и π_2 , $Y = \{r_l := \omega(r_l) \mid l = 1, 2\}$, $U' \cup U'' = \{\pi(r_1), \pi(r_2), \pi_1(r_1, r_2), \pi_2(r_1, r_2)\}$.

Пусть A — $X-Y$ — автомат. Путь $P = a_1 \xrightarrow{x_1/y_1} \dots \xrightarrow{x_{n-1}/y_{n-1}} a_n$ в графе переходов автомата A называется допустимым, если существует такая функция отметок $\mu \in L$, что автомат A , работая с G_{Y_μ} , с некоторого момента последовательно попадает в состояния $a_1, \dots, a_n$, считывая при этом символы $x_1, \dots, x_{n-1}$ из X .

Л е м м а 2. Всякий $X-Y$ -автомат $A \in \mathfrak{M}$ можно преобразовать в ФЭ ему $X-Y$ -автомат $A' \in \mathfrak{M}$, у которого все пути допустимы.

Далее будем рассматривать только $X-Y$ -автоматы, у которых все пути допустимы.

Пусть $A-X-Y$ -автомат, a —состояние автомата A , $x=(\beta_1, \beta_2, \gamma_1, \gamma_2)$, $x'=(\beta_1, \beta_2, \gamma_1', \gamma_2')$ принадлежат X , причем β_l —значение условия $\pi(r_l)$ ($l=1, 2$), а γ_j и γ_j' —значения условия $\pi_j(r_1, r_2)$ ($j=1, 2$). Тройку (a, x, x') назовем u -ветвлением* в автомате A , если $ax \neq ax'$ или $\lambda(a, x) \neq \lambda(a, x')$. Пусть $\bar{A}=[a_1, \dots, a_m]$ —множество всех u -ветвлений в автомате A . Число элементов множества $\bar{A}$ назовем рангом автомата A .

Пусть a_p — u -ветвление в автомате A ($p=1, \dots, m$). u -ветвление a_p называется существенным, если существуют две такие допустимые функции отметок μ и μ' , такие, что $\mu(r_1, r_2)=(\beta_1, \beta_2, \gamma_1, \gamma_2)$, $\mu'(r_1, r_2)=(\beta_1, \beta_2, \gamma_1', \gamma_2')$, $\gamma_1 \neq \gamma_1'$ или $\gamma_2 \neq \gamma_2'$ и $u_{A(a_p)}(\mu) \neq u_{A(a_p)}(\mu')$. (Напомним, что $A(a)$ —это подавтомат автомата A , порожденный состоянием a . В качестве заключительного состояния подавтомата $A(a)$ нужно взять заключительное состояние автомата A).

Рассмотрим следующие преобразования графа переходов автомата A (рис. 1).

Здесь β_l —значение условия $\pi(r_l)$, γ_j и γ_j' —значения условия $\pi_j(r_1, r_2)$, $x=(\beta_1, \beta_2, \gamma_1, \gamma_2)$, $x'=(\beta_1, \beta_2, \gamma_1', \gamma_2')$, $x \vee x'=(\beta_1, \beta_2, \gamma_1 \vee \gamma_1', \gamma_2 \vee \gamma_2')$, a' , a'' —состояния автомата A .

Автомат, полученный из автомата A в результате применения преобразования i) ($i=1, 2$) к u -ветвлению a_p , будем обозначать $A_p^{(i)}$ а состояние в автомате $A_p^{(i)}$, соответствующее u -ветвлению a_p —через $a_p^{(i)}$.

Л е м м а 3. Пусть a_p — u -ветвление, a' , a'' —состояния автомата (см. рис. 1). Тогда имеет место следующее:

$$1) A_p^{(1)}(a_p^{(1)}) \Phi \Xi A(a_p^{(2)}) \Rightarrow A_p^{(1)} \Phi \Xi A (i=1, 2);$$

2) $A_p^{(1)}(a_p^{(1)}) \Phi \Xi A_p^{(2)}(a_p^{(2)}) \Rightarrow a_p$ — существенное u -ветвление в автомате A .

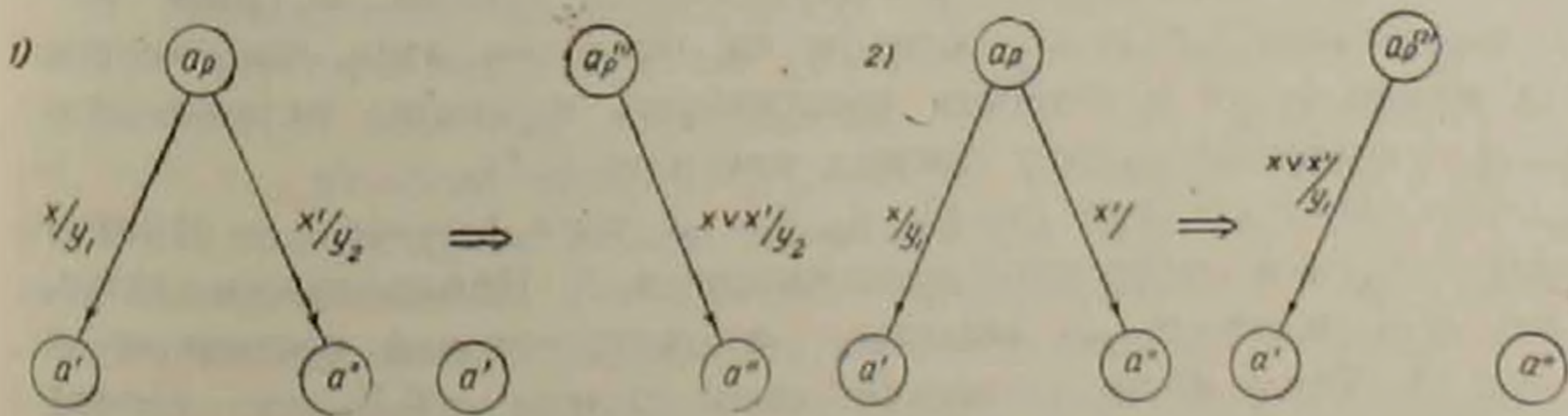


Рис. 1

* Заметим, что определение u -ветвления отличается от определения ветвления Л. А. Лейтневским в (2), где ветвление определяется следующим образом. Тройка (a, x_1, x_2) , где a —состояние автомата A , $x_1, x_2 \in X$ называется ветвлением, если $ax_1 \neq ax_2$ или $\lambda(a, x_1) \neq \lambda(a, x_2)$.

Доказательство аналогично доказательству леммы об устранении ветвлений в $X-Y$ — автоматах в работе (1).

Из леммы 3 следует, что проверка существенности u — ветвления в автомате A сводится к проверке ФЭ автоматов $A_p^{(1)}(a_p^{(1)})$ и $A_p^{(2)}(a_p^{(2)})$, ранг которых на единицу меньше ранга исходного автомата A . Как указывалось выше, проблема ФЭ в классе $Y-X$ — автоматов, заданных в базисе (U', Y) , сводится к проблеме эквивалентности k — ленточных автоматов. Отсюда следует, что проверка существенности u — ветвления сводится к проблеме эквивалентности k — ленточных (в данном случае, поскольку $k=2$, двуленточных) автоматов. В предположении, что проблема эквивалентности в классе многоленточных автоматов алгоритмически разрешима (а для двуленточных автоматов она разрешима (4)), получаем, что проблема ФЭ дискретных преобразователей, заданных в базисе $(U'UU'', Y)$, сводится к проблеме ФЭ дискретных преобразователей в этом базисе, в которых все u — ветвления существенны.

Лемма 4 Проблема ФЭ для класса $X-Y$ — автоматов, заданных в базисе $(U'UU'', Y)$ и содержащих только существенные u — ветвления, при $k=2$ алгоритмически разрешима.

1. Построение по $X-Y$ — автомату A двуленточного автомата $\xi(A)$, моделирующего работу автомата A .

2. Доказательство следующего утверждения:

Если A_1, A_2 — $X-Y$ — автоматы, то $A_1 \sim A_2(G_1, L) \Leftrightarrow \xi(A_1) \sim \xi(A_2)$. Отсюда ввиду результата Берда (4) следует, что лемма 4 имеет место.

1. Построение моделирующего автомата $\xi(A)$.

Пусть $A-X-Y$ — автомат, в котором все u — ветвления существенны. Будем называть одну из лент моделирующего автомата $\xi(A)$ лентой r_1 , а другую — лентой r_2 . Каждой паре x/y отметок дуг в графе переходов автомата будет соответствовать некоторый конечный фрагмент автомата $\xi(A)$, моделирующий вычисление входного набора условий x и выполнение оператора y . Связь между этими фрагментами автомата $\xi(A)$ (переходы от одного фрагмента к другому) такая же, как между соответствующими дугами в графе переходов автомата A . Таким образом из описания этих фрагментов всегда можно будет в точности восстановить функцию переходов и выходов и функцию выбора головки автомата $\xi(A)$.

Пусть пара x/y , где $x = (\beta_1, \beta_2, \gamma_1, \gamma_2)$, $y = r_e := \omega(r_e)$ — отметка некоторой дуги в графе переходов автомата A . Предположим также, что эта дуга выходит из вершины, соответствующей состоянию a автомата A . Тогда если существует такой символ $x' \in X$, что тройка (a, x, x') является u — ветвлением в автомате A , то автомат $\xi(A)$ должен считать с ленты r_e последовательность $\gamma_1 \gamma_2 \beta_e^*$ и сдвинуться по ленте r_e на одну ячейку вправо, а затем считать на ленте r_s ($s \neq 1, s \in [1, 2]$) последовательность $\gamma_1 \gamma_2$ и сдвинуться по ленте r_s на одну ячейку вправо. Если же такого символа x' не существует, то

автомат $\xi(A)$ должен считать с ленты r_e последовательность β_e^* и сдвинуться по ленте r_e на одну ячейку вправо.

Во всех остальных случаях автомат $\xi(A)$ попадает в „мертвое“ состояние, т. е. состояние, из которого не достижимо заключительное.

Фрагмент моделирующего автомата $\xi(A)$, соответствующий заключительному состоянию автомата A , проверяет наличие на каждой из лент r_1, r_2 последовательности $**$, означающей конец работы автомата A . В случае успеха автомат $\xi(A)$ попадает в заключительное состояние, в противном случае — в „мертвое“.

Покажем теперь, что имеет место следующее:

2. Если $A_1, A_2 - X - Y$ — автоматы, у которых все μ — ветвления существенны, то $A_1 \sim A_2(G_Y, L) \Leftrightarrow \xi(A_1) \sim \xi(A_2)$.

($\Leftarrow$). Доказательство очевидно.

($\Rightarrow$). Идея доказательства заключается в следующем. Пусть автомат A_1 применим к G_Y и пусть он, работая с G_Y , в некоторый момент τ переходит в состояние $a^{(1)}$, а автомат G_Y — в состояние g , $\mu(g) = x$. Предположим также, что существует элемент $x' \in x$ такой, что $(a^{(1)}, x, x')$ — μ — ветвление. Тогда, если $A_1 \sim A_2(G_Y, L)$, то автомат A_2 , работая с G_Y , в момент τ переходит в некоторое состояние $a^{(2)}$, а автомат G_Y — в состояние g , причем тройка $(a^{(2)}, x, x')$ является μ — ветвлением.

Лемма 4 завершает доказательство теоремы 1.

Второй рассматриваемый базис определяется следующим:

$Y' = Y \cup \{r_i : \exists e/l = 1, \dots, \mu\}$, где ϑ_e — символы констант, $U''' = U \setminus \{\pi(r_i)/t = 2, \dots, k\}$.

Теорема 2. * Проблема ФЭ в классе $X - Y$ — автоматов, заданных в базисе (U''', Y) , алгоритмически разрешима.

Доказательство теоремы опирается на два следующих утверждения.

1. Сводимость проблемы ФЭ $X - Y$ — автоматов, заданных в базисе (U''', Y') , к проблеме эквивалентности взвешенных двусторонних автоматов.

2. Алгоритмическая разрешимость проблемы эквивалентности взвешенных двусторонних автоматов (Взвешенные двусторонние автоматы отличаются от обычных двусторонних автоматов, рассмотренных в (6), тем, что каждому состоянию приписан некоторый набор линейных функций, причем длина набора одинакова для всех состояний). С каждым словом состояний p взвешенного двустороннего автомата можно связать набор, каждая компонента которого является суммой соответствующих компонент наборов, приписанных состояниям, входящим в слово p (вес слова состояний p). Два взвешенных двусторонних автомата называются эквивалентными, если множества допускаемых вход-

* Подробное доказательство теоремы 2 будет опубликовано в журнале «Кибернетика».

ных слов у них совпадают и для каждого допустимого слова q веса слов состояний, соответствующих слову q , у этих автоматов равны. С использованием «техники следов» ⁽⁶⁾, развитой в теории сложности алгоритмов, можно показать, что проблема эквивалентности взвешенных двусторонних автоматов алгоритмически разрешима.

В заключение автор выражает благодарность научному руководителю А. А. Летичевскому за постановку задачи и внимание к работе.

Объединенная лаборатория ВЦ
АН Армянской ССР и ЕРНИИММ

Ս. Կ. ՇՈՒՔՈՒՐՅԱՆ

$X - Y$ -ավտոմատների ֆունկցիոնալ էկվիվալենտության հատուկ պարբերիկ որոշ լուծելի դեպքեր

Դիտարկվում են եզրափակիչ վիճակով $X - Y$ -ավտոմատների դասակարգման հարցերը՝ ըստ այդ դասերում ֆունկցիոնալ էկվիվալենտության խնդրի ալգորիթմիկ լուծելիության:

Եզրափակիչ վիճակով $X - Y$ -ավտոմատը տրված է էլեմենտար պայմանների և օպերատորների (U', Y') բազիսում, եթե $X = 2^U, U \subseteq U', Y \subseteq Y'$: Հոդվածում դիտարկված են երկու բազիսներ, որոնք հանդիսանում են արդեն ուսումնասիրված որոշ բազիսների ընդհանրացում: Առաջին բազիսի համար ապացուցված է, որ այդ բազիսում տրված $X - Y$ -ավտոմատների ֆունկցիոնալ էկվիվալենտության խնդիրը բերվում է k -ժապավենանոց ավտոմատների էկվիվալենտության խնդրին: Երկրորդ բազիսի համար ապացուցված է, որ այդ բազիսում տրված $X - Y$ -ավտոմատների ֆունկցիոնալ էկվիվալենտության խնդիրը ալգորիթմիկ լուծելի է:

ЛИТЕРАТУРА — ԴՐԱՎԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

¹ А. А. Летичевский. Функциональная эквивалентность дискретных преобразователей. II, журн. «Кибернетика», Киев, № 2, 1970. ² В. М. Глушков, А. А. Летичевский. Теория дискретных преобразователей, кн. «Набранные вопросы алгебры и логики», изд. «Наука», Новосибирск, 1973. ³ Д. Лакхем, Д. М. Парк, М. С. Патерсон. О формализованных машинных программах. «Кибернетический сборник», вып. 12, изд. «Мир», М., 1975. ⁴ M. Bird. The Equivalence Problem for Deterministic Two-Tape Automata, Journal of Computer and System Sciences, 7, 2, 1973. ⁵ М. О. Габин, Д. Скотт. Конечные автоматы и задачи их разрешения. «Кибернетический сборник», вып. 4, изд. «Мир», М. (1962). ⁶ Б. А. Трахтенброт. Сложность алгоритмов и вычислений, изд. Новосибирского университета, Новосибирск, 1973.

УДК 530 145

ФИЗИКА

Г. А. Варданян

Обмен местами атомов в квантовом кристалле

(Представлено чл.-корр. АН Армянской ССР Г. С. Саакяном 19/II 1976)

Твердые растворы $\text{He}^3\text{--He}^4$ являются квантовыми кристаллами, свойства которых обусловлены большими нулевыми колебаниями атомов, почти свободно движущиеся в дискретном пространстве кристаллической решетки (¹⁻²). Поэтому при исследовании физических свойств раствора $\text{He}^3\text{--He}^4$, необходимо учитывать корреляцию движения атомов на близких расстояниях (^{3,4}). Одним из экспериментальных доказательств этой корреляции является большая «мягкость» этих кристаллов.

Еще один специфический квантовый эффект, являющийся, вообще говоря, прямым следствием больших нулевых колебаний, связан с туннельным движением атомов.

Естественно, что в силу кванто-механического туннелирования, в растворе $\text{He}^3\text{--He}^4$ возможен одновременный обмен местами атомов He^3 и He^4 . Этот процесс рассматривается в настоящей работе для системы слабого раствора He^3 (фермионы) в He^4 . Туннельный Гамильтониан системы $\text{He}^3\text{--He}^4$, в том случае, когда изотопы находятся на расстоянии $\vec{R}$, будет*:

$$H_T = \sum_{\vec{R}} \frac{A_{\vec{R}}^3 A_{\vec{R}}^4}{-\Delta} \hat{a}_{\vec{R}}^+ \hat{a}_{\vec{R}'} \hat{b}_{\vec{R}'}^+ \hat{b}_{\vec{R}}^-, \quad (1)$$

где

$$A_{\vec{R}}^{3,4} = \sum_{\vec{k}} \epsilon^{3,4}(\vec{k}) e^{i\vec{k} \cdot \vec{R}}, \quad (2)$$

Обозначим $\hat{a}_{\vec{R}}^+ \hat{b}_{\vec{R}}^- = \hat{c}_{\vec{R}}^+$ и $\hat{a}_{\vec{R}} \hat{b}_{\vec{R}}^+ = \hat{c}_{\vec{R}}^-$. Операторы $\hat{c}_{\vec{R}}^+$ и $\hat{c}_{\vec{R}}^-$ описывают примесоны в узле $\vec{R}$. (Обозначим $A_{\vec{R}} = A_{\vec{R}}^3 A_{\vec{R}}^4$).

* Расстояние $\vec{R}$ между атомами определяется из условия $U(\vec{R}) \sim \Delta$, где $U(\vec{R})$ потенциал взаимодействия, Δ — ширина зоны.

Итак,

$$\hat{H}_T = -\frac{2}{\Delta} \sum_{\vec{R}} A_{\vec{R}} \hat{c}_{\vec{R}}^+ \hat{c}_{\vec{R}}. \quad (3)$$

Следовательно, оператор

$$\hat{c}_{\vec{k}}^+ = \sum_{\vec{R}} \hat{c}_{\vec{R}}^+ e^{i\vec{k}\vec{R}},$$

удовлетворяет следующему уравнению движения ⁽⁵⁾:

$$\frac{id\hat{c}_{\vec{k}}^+}{dt} = [\hat{c}_{\vec{k}}^+, \hat{H}_T] = -2\varepsilon(\vec{k})\hat{c}_{\vec{k}}^+, \quad (4)$$

где

$$\varepsilon(\vec{k}) = \sum_{\vec{a}} A_{\vec{a}} e^{i\vec{k}\vec{a}}. \quad (5)$$

В случае простой кубической решетки решение уравнения (4)

$$\hat{c}_{\vec{R}}^+ = I_{s_1}(A_a/\Delta t) I_{s_2}(A_a/\Delta \cdot t) I_{s_3}(A_a/\Delta \cdot t), \quad (6)$$

(где $\vec{R} = \vec{R}|s_1, s_2, s_3|$) описывает возбуждения с законом дисперсии:

$$\varepsilon(\vec{k}) = 2 \left[\frac{A_a^3 A_a^4}{\Delta} \right] (1 - \cos \vec{k} \vec{a}). \quad (7)$$

Ширина флуктуационной зоны $\Delta' \sim \frac{A_a^3 A_a^4}{\Delta} \sim \hbar I$, где I — величина обменного интеграла. При $V = 20 \text{ см}^3/\text{мол}$, $I = 16 \text{ мК}$ и $\Delta' = 0,5 \text{ мК}$.

Величина Δ' оказывается большей по сравнению с Δ для чистой системы He^4 .

Следовательно, вероятность туннелирования $\Delta'/\hbar$ увеличивается: наличие атомов He^3 малой концентрации увеличивает квантовость макроскопической системы. Таким образом, измерение ширины зоны в растворе, при разных относительных концентрациях изотопов гелия, может дать информацию о степени квантовости данной системы.

Выражаю глубокую благодарность академику И. М. Лифшицу за полезные советы.

Ереванский государственный университет

Գ. Ա. ՎԱՐԴԱՆՅԱՆ

Ատոմների տեղափոխանակումը Բվանտային բյուրեղում

Դիտարկվում է He^3 — He^4 պինդ լուծույթում ատոմների տեղերի փոխանակումը, որը պայմանավորված է դրոշական տատանումների ամպլիտուդայի մեծությամբ: He^3 և He^4 ատոմների դանդաղվածների տարրերությունը տեղերի

փոխանակման ժամանակ բերում է զանգվածային ֆլուկտուացիաների առաջացմանը:

Առաջացող զոնայի լայնության փորձնական որոշումը կարող է հնարավորություն ստեղծելու դիտարկվող համակարգի քվանտայնության աստիճանն որոշելու համար:

ЛИТЕРАТУРА — ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

¹ А. Ф. Андреев, И. М. Лифшиц, ЖЭТФ, 56, 2057 (1969). ² И. М. Лифшиц, Г. А. Варданян, ДАН Арм. ССР, т. LVIII, № 2 (1974). ³ А. Ф. Андреев, ЖЭТФ 68, 2341 (1975). ⁴ И. М. Халатников, Теория сверхтекучести, М., 1973. ⁵ Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, Квантовая механика, М., 1963.

УДК 543.066

АНАЛИТИЧЕСКАЯ ХИМИЯ

Член-корреспондент АН Армянской ССР В. М. Тараян.

Ф. В. Мирзоян, Ж. В. Саркисян

Особенности экстракции перренат-иона основным
 красителем акридиновым оранжевым

(Представлено 15/VI 1976)

Ранее было установлено, что при экстракционно-фотометрическом определении микрограммовых количеств некоторых элементов основными красителями, одновременно с образующимся трехкомпонентным соединением, в органическую фазу извлекается и простая соль реагента-красителя (1^{-}). При этом была показана зависимость соэкстракции от основных факторов: кислотности среды, концентрации реагента-красителя и анионного лиганда, а также от природы органического растворителя. Следовало дополнить ранее проведенные исследования изучением влияния природы основного красителя на явление соэкстракции. Данная статья посвящена изучению особенностей экстракции в системе перренат-ион, основной краситель акридиновый оранжевый (АО)-органический растворитель.

Запасной раствор перрената натрия готовили растворением соответствующей навески в дистиллированной воде. Его титр устанавливали гравиметрически, хлоридом тетрафениларсония.

Раствор АО готовили растворением навески препарата в рассчитанном объеме дистиллированной воды. Кислотность водной фазы регулировали фосфорной кислотой. Оптическую плотность (ОП) экстрактов измеряли на спектрофотометре СФ—4А, а рН водной фазы—стеклянным электродом с помощью потенциометра ЛПУ-01. В качестве экстрагентов были использованы: 1,2-дихлорэтан, этилацетат и смесь дихлорэтана с ацетоном (1:1). Экстракцию проводили в пробирках емкостью 25 мл с притертыми пробками, в которые вводили определенные количества рабочего раствора перрената натрия, растворов H_3PO_4 и АО, объем водной фазы доводили до 10 мл и встряхивали в течение 1 минуты с равным объемом органического растворителя. После разделения фаз экстракты фотометрировали при длине волны 500 нм, и измеряли рН водной фазы. Оптическая плотность «холостых» опытов практически равнялась нулю.

При изучении влияния кислотности были использованы растворы АО трех различных концентраций (рис. 1,а). Из приведенных данных

следует, что ОП дихлорэтановых экстрактов перрената АО в зависимости от pH, развивается почти одинаково, т. е. максимальное извлечение образующегося соединения при указанных концентрациях АО имеет место в интервале pH 1,0—2,5. В отличие от ранее исследованных систем (1—7) в рассматриваемом случае сдвиг pH области насыщения при изменении концентрации реагента не наблюдается. Это, по-видимому, объясняется природой основного красителя АО, не подвергающегося

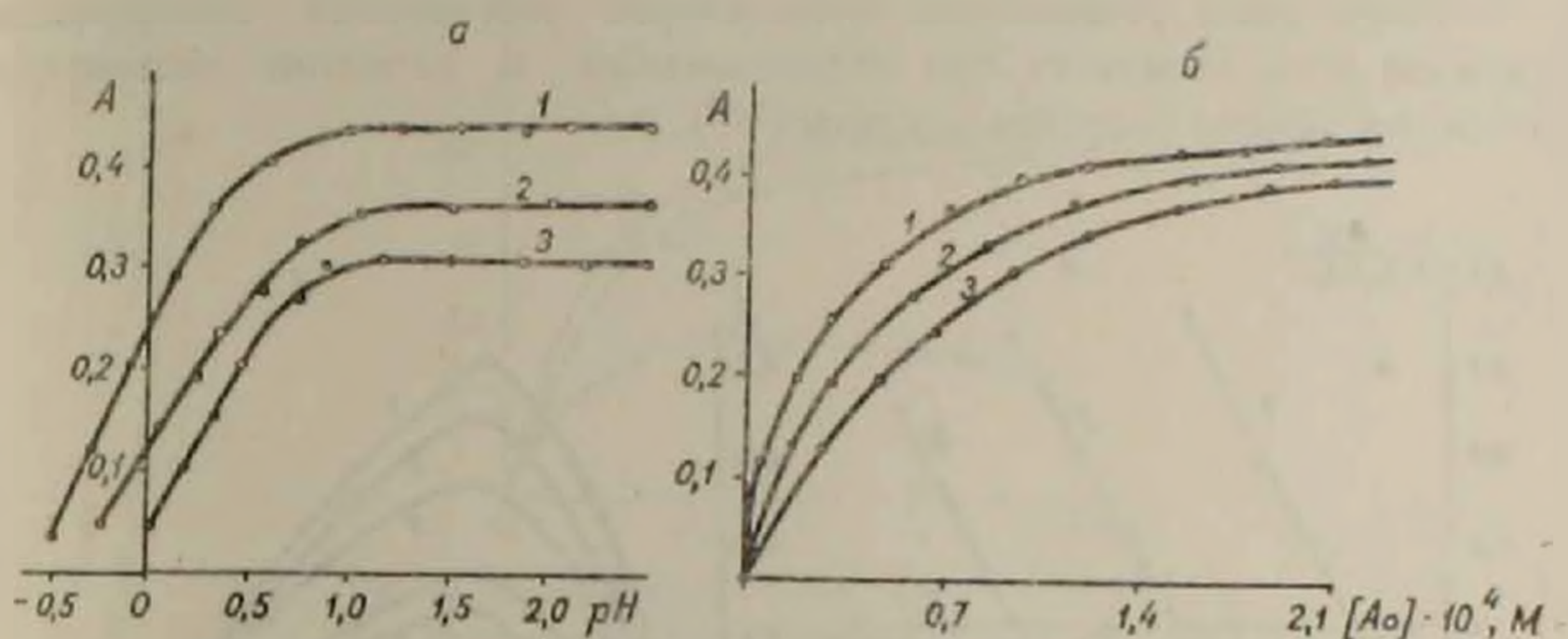


Рис. 1. Зависимость оптической плотности дихлорэтановых экстрактов от кислотности (а) и концентрации реагента-красителя (б) в водной фазе.

$$[\text{ReO}_4^-] = 1,075 \cdot 10^{-5} \text{ г-ион/л.}, \quad d = 0,5 \text{ см}$$

$$\text{а) } [\text{АО}], \text{ М: } 1 - 4,10 \cdot 10^{-4} \text{ М; } 2 - 1,3 \cdot 10^{-4} \text{ М; } 3 - 6,6 \cdot 10^{-5} \text{ М}$$

$$\text{б) pH: } 1 - 2,20; 2 - 1,0; 3 - 0,5$$

при изучаемых значениях pH, протонизации. Спад ОП области насыщения при уменьшении концентрации АО от $4,10 \cdot 10^{-4}$ до $0,66 \cdot 10^{-4}$ М объясняется недостаточной экстракцией перренат-иона. Дальнейшее увеличение концентрации АО не приводит к росту ОП области насыщения.

Влияние концентрации АО на светопоглощение дихлорэтановых экстрактов изучали при различной кислотности водной фазы в пределах pH 0,5—2,2. Из приведенных на рис. 1, б данных следует, что область насыщения наблюдается при $> 1 \cdot 10^{-4}$ М концентрации АО. Следует отметить, что во всех изученных условиях дихлорэтановые экстракты, соответствующих областей насыщения, обладают одинаковым значением ОП ($\sim 0,4$), что указывает на постоянное отношение компонентов в извлекаемом при различных условиях, трехкомпонентном соединении. Последнее было подтверждено методами сдвига равновесия (рис. 2, а) и изомолярных серий (рис. 2, б). Из рис. 2 следует, что отношение компонентов ($\text{ReO}_4^- : \text{АО}$) в экстрагируемом соединении равно 1 : 2*. Обращает на себя внимание то обстоятельство, что это отношение компонентов, наблюдается как при относительно высокой кислотности (pH 0,5) и наличии в водной фазе более высокой концентрации АО, так и при значительно более низкой кислотности (pH 2,2), когда оптимальная концентрация красителя сравнительно ниже.

* Анализ спектров поглощения соответствующих экстрактов, подтвердил однозначность применяемого органического катиона (АО).

Таким образом данные, полученные двумя различными спектрофотометрическими методами однозначны. По-видимому, в органическую фазу одновременно с перренатом АО извлекается и простая соль реагента-красителя.

Выбор органического растворителя, для систем, подобных рассматриваемой, весьма ограничен поскольку многие из них как спирты, нитробензол и др. не пригодны из-за значительного извлечения ими простых солей основных красителей.

Ранее была установлена возможность подавления соэкстракции простой соли красителя при использовании в качестве экстрагента сложных эфиров уксусной кислоты (4-6).

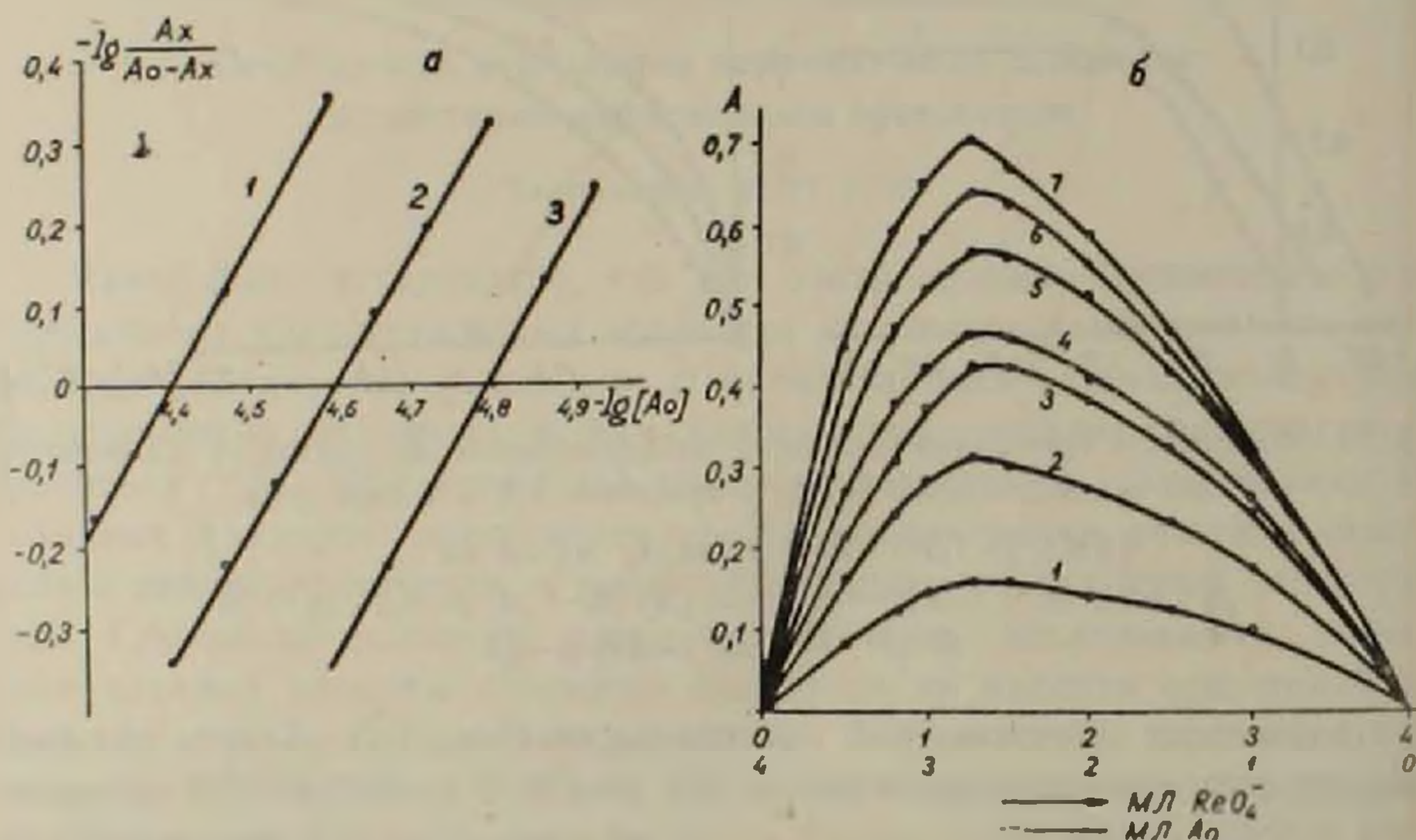


Рис. 2. Определение мольного отношения компонентов и экстрагируемого перрената АО методами сдвига равновесия (а) и изомольярных серий (б).

а) pH: 1—0,5; 2—1,0; 3—2,2

$n = \lg \alpha = \text{АО} : \text{ReO}_4^- = 2.$

б) 1,2,4,6—pH 1,0; 3,5—pH 0,5; 7—pH 2,2

$\Sigma[\text{АО}] + [\text{ReO}_4^-], \text{ M}: 1-2,15 \cdot 10^{-3}; 2-4,30 \cdot 10^{-3}; 3,6,7-8,60 \cdot 10^{-3};$

4— $6,45 \cdot 10^{-3}$; 5— $1,72 \cdot 10^{-4}$.

В данном исследовании были использованы: этилацетат, бутилацетат, изоамилацетат и изообъемная смесь дихлорэтана с ацетоном. Бутилацетат и изоамилацетат даже при варьировании концентрационных условий в широком интервале практически не извлекают образующийся ионный ассоциат и поэтому не пригодны для объективной оценки их влияния. Результаты изучения зависимости оптической плотности экстрактов от концентрации АО (при pH—2,2), с использованием трех различных экстрагентов: дихлорэтана, изообъемной смеси дихлорэтана с ацетоном и этилацетата приведены на рис. 3.

Меньшая оптическая плотность этилацетатных экстрактов (рис. 3, кривая 1) по сравнению с ОП дихлорэтан-ацетонового (рис. 3, кривая 2) и дихлорэтанового экстрактов (рис. 3, кривая 3) говорит об отсут-

ствии соэкстракции простой соли АО. Одновременно был определен фактор извлечения перрената АО указанными экстрагентами. Он оказался равным 0,74, 0,82 и 0,90 соответственно. При 100% извлечении оптическая плотность этилацетатного экстракта могла бы быть равной 0,23, дихлорэтан-ацетонового-0,46 и дихлорэтанового-0,45. Это позволяет принять, что применением этилацетата происходит практически пол-

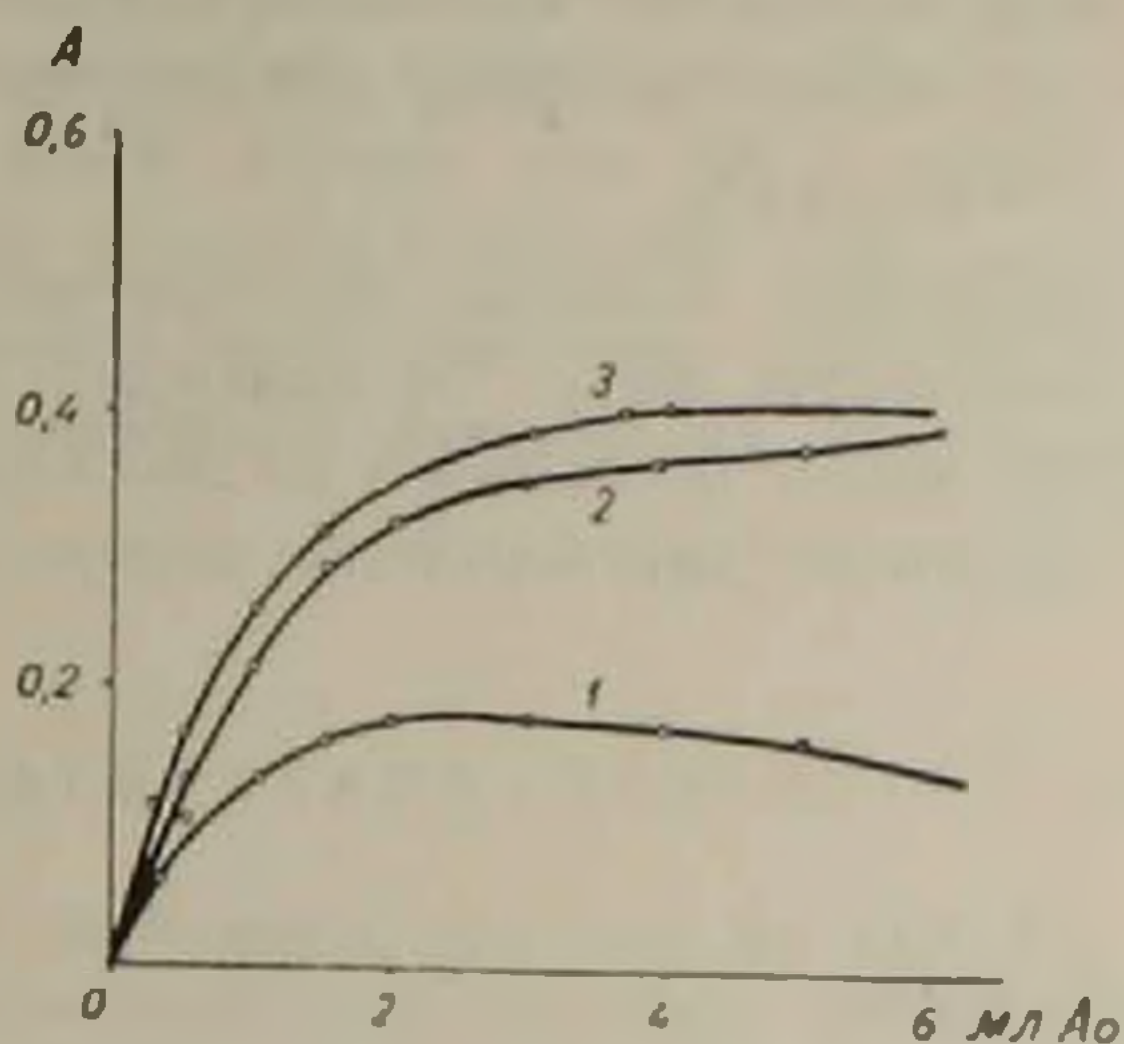


Рис. 3. Зависимость оптической плотности экстрактов от концентрации реагента-красителя в водной фазе.

Экстрагент: 1—этилацетат; 2—дихлорэтан-ацетон (1 : 1); 3—дихлорэтан

$[\text{ReO}_4^-] = 1,075 \cdot 10^{-5}$ г-ион/л; pH 2,2; $v = 0,5$ см

$[\text{AO}]_{\text{исх.}}$, М: 1 — $1,65 \cdot 10^{-3}$; 2 — $1,075 \cdot 10^{-4}$

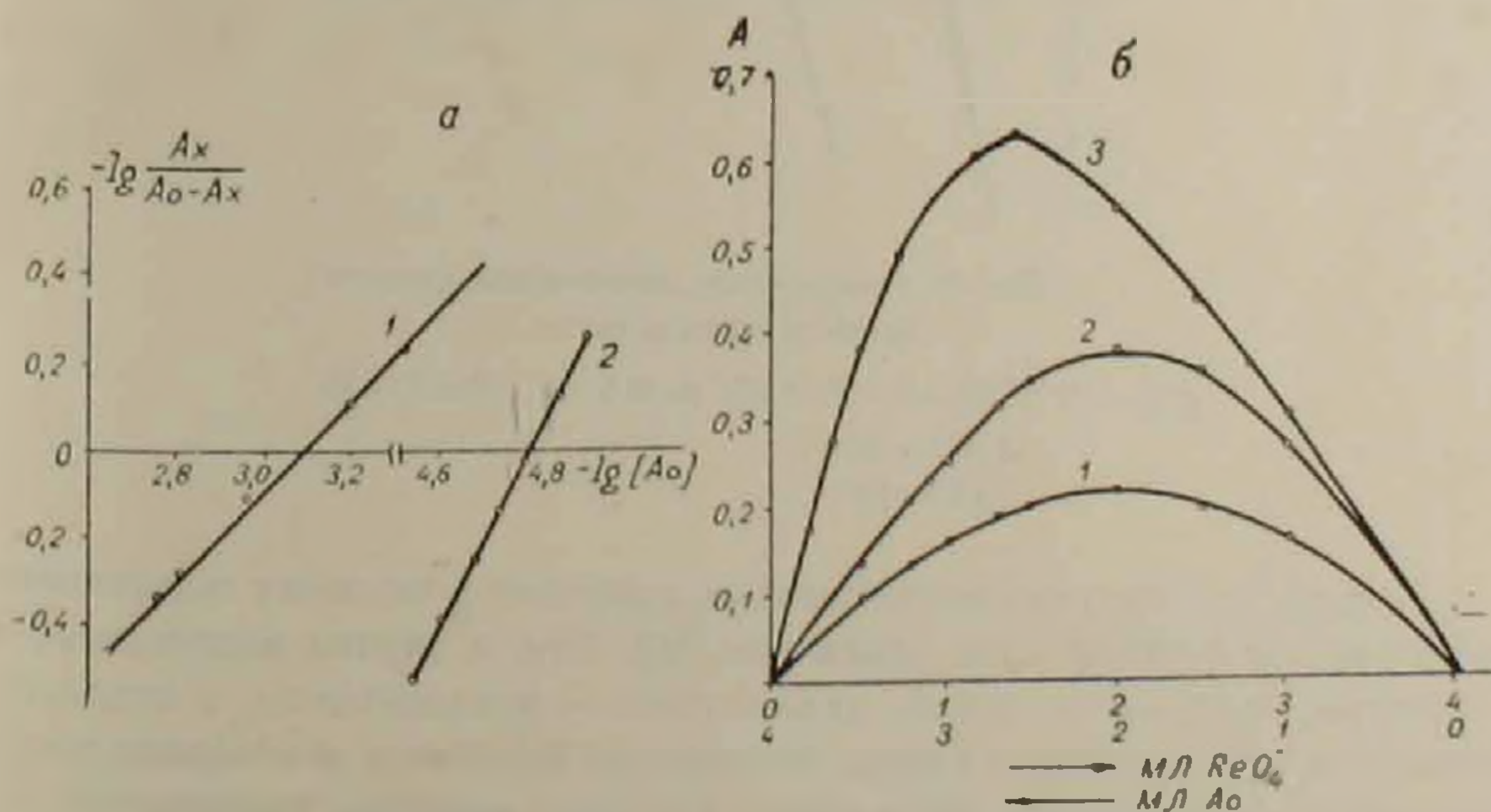


Рис. 4. Определение мольного отношения компонентов в экстрагируемом перренате АО методами сдвига равновесия (а) и изомолярных серий (б).

Экстрагенты: а) 1—этилацетат; 2—дихлорэтан-ацетон 1 : 1.

pH 2,2; $n = \lg z = \text{АО} : \text{ReO}_4^-$; 1—1,0; 2—2,0.

б) 1, 2—этилацетат, 3—дихлорэтан-ацетон (1 : 1)

1—pH 1,0; 2, 3—pH 2,2

$\Sigma[\text{АО}] + [\text{ReO}_4^-]$; М: 1, 2 — $3,64 \cdot 10^{-4}$; 3 — $0,86 \cdot 10^{-4}$

ное подавление соэкстракции простой соли красителя. Последнее было подтверждено методами сдвига равновесия (рис. 4, а) и изомолярных серий (рис. 4, б), согласно которым отношение компонентов в исследуемом ионном ассоциате для этилацетатного экстракта равно 1 : 1, а для дихлорэтан-ацетонового и дихлорэтанового 1 : 2.

По-видимому, при использовании в качестве экстрагента дихлорэтана, одновременно с перренатом АО сольватируется и простая соль реагента-красителя и в органическую фазу извлекается смешанный сольват $R^+ReO_4^-R^+X^- \cdot \cdot \cdot nC_2H_4Cl_2$.

Изучено сольватирующее влияние дихлорэтана по отношению к извлекаемому в органическую фазу соединения. По данным рис. 5 (кривая 1), сольватное число последнего по дихлорэтану (с использованием в качестве инертного растворителя четыреххлористого углерода), равно 5.

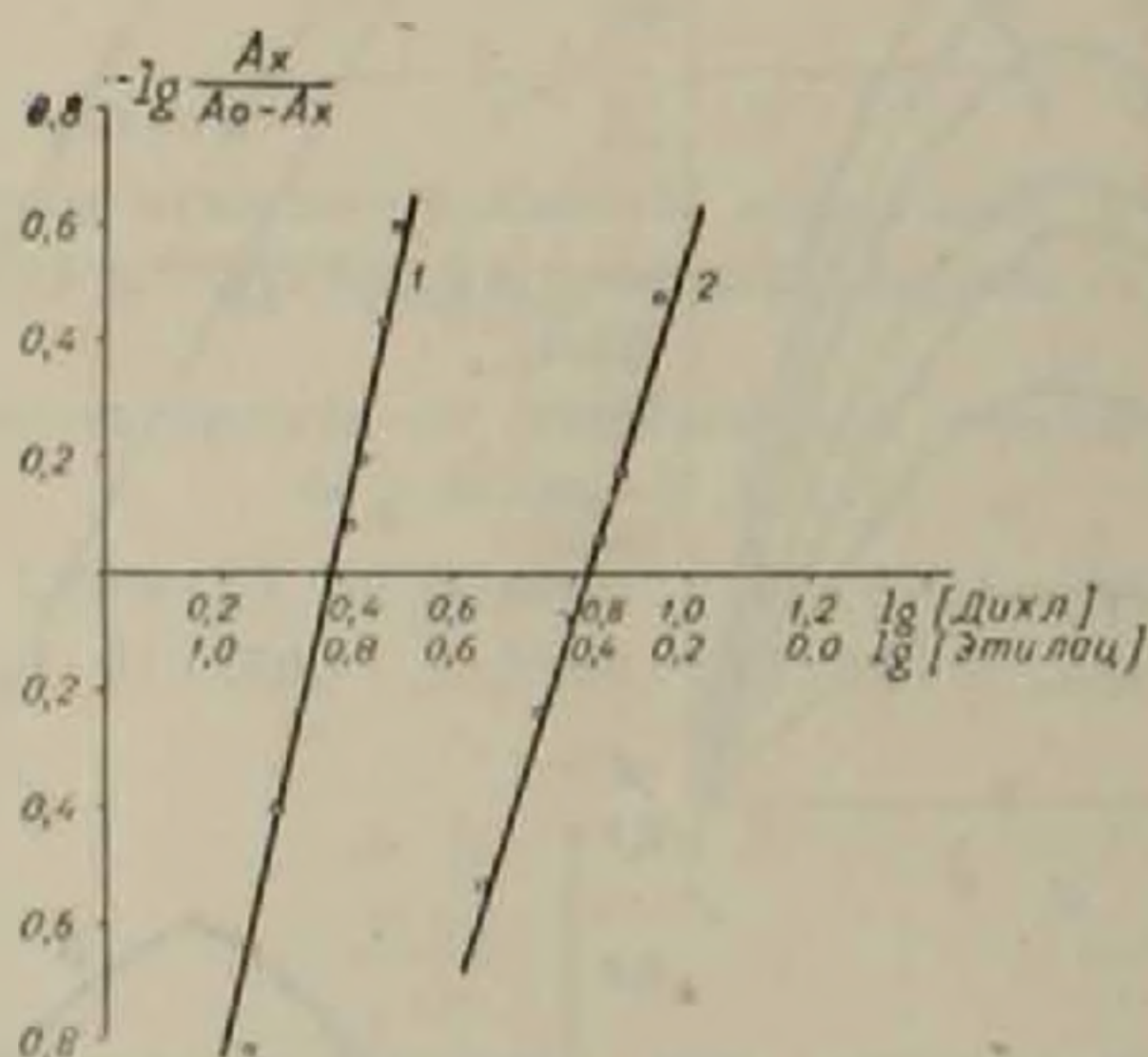


Рис. 5. Графическое определение степени влияния этилацетата.

$pH=1,0$, $[AO]=5 \cdot 10^{-3}$ М, $v=0,5$ см. $[ReO_4^-]$, М:
 1 — $1,075 \cdot 10^{-3}$;
 2 — $2,150 \cdot 10^{-3}$

Замена дихлорэтана этилацетатом приводит к полному подавлению соэкстракции простой соли красителя АО. Так, в случае использования в качестве экстрагента смеси дихлорэтана с этилацетатом, с возрастанием доли этилацетата в смеси, оптическая плотность соответствующих экстрактов закономерно снижается. Степень влияния этилацетата на оптическую плотность дихлорэтановых экстрактов иллюстрирована рис. 5 (кривая 2). Из приведенных данных следует, что на фоне дихлорэтана сольватное число по этилацетату равно 3.

Ереванский государственный университет
 Институт общей и неорганической химии
 Академии наук Армянской ССР

Ակրիդինային օրանժ հիմնային ներկանյութով պերոքսեմատ իոնի էֆստրակցիայի
առանձնահատկությունները

Ուսումնասիրվել է պերոքսեմատի էֆստրակցիան ալրիդինային օրանժ (ԱՕ) հիմնային ներկանյութով կախված ջրային ֆազի թթվությունից, ԱՕ-ի կոնցենտրացիայից և օրգանական լուծիչի բնույթից:

Թթվության իջեցման, ինչպես նաև ԱՕ-ի կոնցենտրացիայի մեծացման դեպքում օպտիկական խտության կրկնակի աճը պայմանավորված է ներկի հասարակ աղի հաբակից էֆստրակցիայով: Վերջինս ճնշվում է դիբիորէթանը էթիլացետատով փոխարինելիս: Որոշված են համապատասխան սովատային թվերը:

ЛИТЕРАТУРА — ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

¹ В. М. Тараян, Ф. В. Мирзоян, Арм. хим. ж., т. 26, 903 (1973). ² В. М. Тараян, Ф. В. Мирзоян, ДАН Арм. ССР, т. 56, 239 (1973). ³ В. М. Тараян, Ф. В. Мирзоян, Уч. зап. ЕГУ, № 1, стр. 65 (1973). ⁴ В. М. Тараян, Ф. В. Мирзоян, Ж. В. Саркисян, Арм. хим. ж., т. 27, 825 (1974). ⁵ В. М. Тараян, Ф. В. Мирзоян, С. П. Лебедева, В. В. Биг-ресо, Ю. А. Золотов, ЖАН, т. 29, 2372 (1974). ⁶ В. М. Тараян, Ф. В. Мирзоян, Ж. В. Саркисян, Арм. хим. ж., т. 28, 985 (1975). ⁷ В. М. Тараян, Ф. В. Мирзоян, Ж. В. Саркисян, Арм. хим. ж., т. 28, 992 (1975).

УДК 576.809.5 : 632.937.15

МИКРОБИОЛОГИЯ

Р. А. Захарян, А. С. Агабалян, Л. А. Чил-Акопян,
 Н. С. Гаспарян, К. А. Бакунц, П. Е. Татевосян,
 член-корреспондент АН Армянской ССР Э. К. Африкян

О возможной роли экстрахромосомальной ДНК в образовании
 энтомоцидного эндотоксина *Bac. thuringiensis*

(Представлено 21/VI 1976)

Плазмидная ДНК, представляя собой разновидность цитоплазматических генов, существует у бактерий автономно, независимо от хромосом и кодирует синтез белков и ферментных систем, придавая несущим их бактериям ряд весьма существенных признаков (¹).

Рекомбинантные молекулы ДНК в настоящее время успешно конструируются в условиях опыта *in vitro* на основе плазмидных ДНК ряда бактерий (²) главным образом на основе так называемых R-плазмид, обуславливающих устойчивость к различным антибиотикам. Исследование этих R-генетических структур представляет не только теоретический, но и важный практический интерес, так как именно гены внехромосомной наследственности оказываются в первую очередь ответственными за изменения токсических свойств бактериальной популяции в ходе эпидемического и инфекционного процессов. Не менее важным является изучение внехромосомной наследственности бактерий для установления роли их в биосинтезе физиологически активных соединений и конструирования новых практически ценных форм организмов с заданными свойствами.

Культуры спорообразующих бактерий, объединяемые в вид *Bac. thuringiensis*, образуют в процессе роста специфические кристалловидные включения белковой природы, обладающие высокой инсектицидной активностью. Механизм и условия биосинтеза этого токсина, получившего название δ -эндотоксина, остаются неизвестными. Работы в этой области представляют большой производственный интерес, поскольку культуры *Bac. thuringiensis* служат в настоящее время основой промышленной выработки бактериальных инсектицидных препаратов, получающих все более широкое практическое применение (^{3,4}).

Исследования, проведенные в Институте микробиологии АН Армянской ССР по изучению биологии культур *Bac. thuringiensis*, дали ос-

нования предположить о плазмидной, экстрахромосомальной природе наследственной регуляции образования кристалловидного токсина у бактерий данного вида. Интенсивность образования кристалловидного токсина варьирует, в значительной мере, в зависимости от состава питательной среды и условий выращивания. Иногда отмечается образование в одной клетке 2—3-х кристалловидных включений, а гораздо чаще—уменьшение, иногда и полная утеря способности клеток продуцировать эти образования.

Весьма характерным является снижение способности продуцировать кристалловидный эндотоксин при частых пересевах на некоторых питательных средах. В подобных случаях отмечается различная степень утери токсинообразования у культур разных серотипов. На массовом материале различных серотипов *Bac. thuringiensis* было изучено сохранение и репродукция способности образования этого токсина. Культуры высевались из пастеризованной суспензии на скошенный МПА в пробирках, инкубировались 5 дней при 28° и—после хранения в течение года при +8+10° в холодильнике—проверялись на репродукцию токсигенной активности после рассева на МПА в чашках Петри.

Сводные данные этих опытов, приведенные в табл. 1, указывают на неодинаковую степень сохранения токсинообразующих свойств у

Таблица 1
Сохранение и репродукция способности образования кристалловидного эндотоксина у культур *Bac. thuringiensis*
(учет результатов кристаллообразования при репродукции культур на МПА спустя 1 год)

Серотипы, номера штаммов	Снижение способности образования кристаллов, %
<i>thuringiensis</i> (berliner)	
949, 990, 1013, 1025	0
728, 729, 734, 995	30—50
<i>solto-dendrolimus</i>	
898, 1002	0
690, 746, 781, 793, 923, 958, 1001, 1006, 1010, 1023, 1029	10—20
<i>galleriae</i>	
818, 820, 821, 829, 845, 846, 847, 850, 851, 855, 857, 859, 881, 897, 904, 906, 922, 1005	0
861, 877	80
<i>caucasicus</i>	
811, 831, 837, 839, 841, 844, 871, 873, 879, 880, 884, 887, 889, 891, 911, 920, 939, 957	10—20
828, 853, 875, 876, 893, 895, 914, 915, 917, 919, 925, 926	30
896, 905, 918, 921, 924	30—50

культур разных серотипов. Штаммы серотипа *galleriae* отличаются, как правило, более высокой степенью репродукции способности образования кристалловидных токсинов, тогда как культуры серотипа *caucasicus* выделяются сравнительно большей потерей этой активности. Ряд культур почти полностью теряет кристаллообразующую способность. В нашей практике наблюдались случаи, когда при микроскопическом анализе погибших гусениц тутового шелкопряда отмечалось массовое наличие типичных кристалловидных токсинов спорулирующих клеток *Bac. thuringiensis*, однако высев на МПА давал рост колоний, лишенных кристалловидных включений. В этом отношении большой интерес представляет обнаружение среди культур *Bac. cereus* штаммов, серотипируемых с Н-антигеном типичных представителей *Bac. thuringiensis* (³). Как известно, *Bac. cereus* и *Bac. thuringiensis* являются близко родственными, и основным признаком их видового разграничения является образование кристалловидных включений у последнего. Обнаружение гомологичного жгутикового антигена у представителей этих видов подчеркивает их биологическую однородность и, по-видимому, указывает на то, что в природе *Bac. thuringiensis*, теряя способность к образованию энтомоцидных кристаллов, может обнаруживаться и описываться как *Bac. cereus*.

Спонтанная и стабильная потеря способности образования кристалловидных токсинов, повышение индукции этого явления у клонов при росте в условиях повышенной температуры, а также наличие определенной связи фагочувствительности и фагорезистентности этих бактерий с токсинообразованием дали основание предположить присутствие плазмидного гена и ответственность плазмиды за внехромосомную регуляцию биосинтеза кристалловидного эндотоксина у культур *Bac. thuringiensis*.

Объектами исследований служили культуры *Bac. cereus* и *Bac. thuringiensis*, которые идентифицировались по Н-антигену как представители серотипа *caucasicus*. Штамм 641 *Bac. cereus* выделен в 1959 г. из подстилки на выкормке гусениц тутового шелкопряда, энтомоцидных кристалловидных включений не образует. Штамм 837 выделен из погибшего тутового шелкопряда в 1963 г., образует энтомоцидные кристаллы и является типичным представителем *Bac. thuringiensis* var. *caucasicus* (⁶). По фагочувствительности эти штаммы отличались резистентностью к различным фагам из *Bac. thuringiensis*, однако фаги из производства Абовянского завода биохимпрепаратов, лизировавшие штамм 837, не обладали литическим действием на указанный штамм *Bac. cereus*. Таким образом, способность к образованию кристалловидного токсина у изученных штаммов определенным образом коррелировала с их фагочувствительностью.

Культуры бактерий выращивались в условиях глубинной ферментации на питательной среде следующего состава (в %): K_2HPO_4 —0,2; NaCl—0,5; глюкоза—0,7; пептон—2,0; дрожжевой автолизат—0,5. Ферментация осуществлялась в 20-литровых аппаратах при 30°С в течение 12 часов. Конечный титр вегетативных клеток 1—1,5 млрд/мл; биомасса отделялась центрифугированием и хранилась при —15°С.

Изоляцию экстрахромосомальной ДНК из *Bac. thuringiensis* проводили по методу Гуэрри с сотр. (6). Отмытые клетки суспендировали в 0,05М трис-буфере с 25%-ной сахарозой, pH 8,0, добавляли лизоцим (1 мг/мл) и 0,25М ЭДТА. Смесь обрабатывали SDS до 1% и 5М NaCl до 1М. Полученный, подобным образом, лизат оставляли при +4° на ночь, после чего центрифугировали при 1700 об./мин в течение 30 минут. Надосадочная жидкость после такого центрифугирования содержала около 96% экстрахромосомальной, плазмидной ДНК. Последующую депротенинизацию осуществляли хлороформ-фенольным способом. Полученные препараты ДНК обрабатывали РНК-азой и проназой. Об эффективности депротенинизации судили по отношению экстинкций при E_{260} и E_{280} , которое почти во всех случаях было равно 2,0.

Электрофоретическую идентификацию полученных препаратов экстрахромосомальных ДНК проводили в 0,6% агарозе. Расплавленную и охлажденную до 45° агарозу заливали в электрофоретические трубки. На гель насливали до 10 мкг ДНК с 25%-ой сахарозой. Электрофорез проводили при общем напряжении 84 в и силе тока 3,5 мА на трубку. Об окончании электрофореза судили по прохождению бромфенол-синего. Гели окрашивали этидиум бромидом (1 мкг/мл) в течение 30 минут, отмывали и анализировали в хемископе.

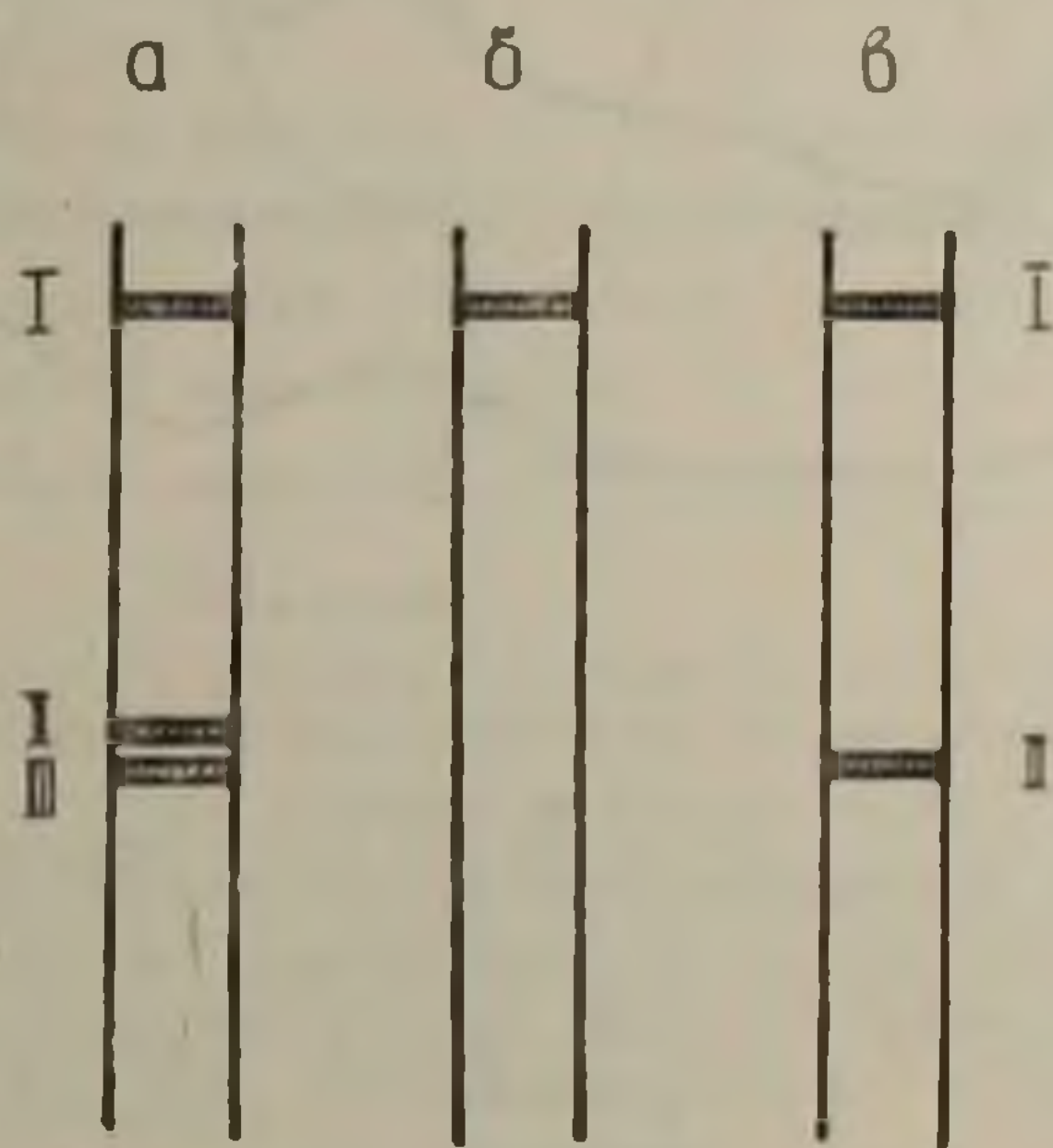


Рис. 1. Электрофоретическая подвижность экстрахромосомальной ДНК в 0,6% агарозе.
а—I хромосомальная ДНК, II—экстрахромосомальная ДНК, III—экстрахромосомальная ДНК, штамм 837 *Bac. thuringiensis*;
б—ДНК фага лямбда;
в—I хромосомальная ДНК, II—экстрахромосомальная ДНК, штамм 641 *Bac. cereus*

Полученные результаты показывают, что не образующий токсин штамм 641 *Bac. cereus* несет в себе один плазмидный ген, а токсинобразующий штамм 837 *Bac. thuringiensis*—два экстрахромосомальных плазмидных гена, т. е. один добавочный (рис. 1).

Экстрахромосомальную ДНК получали также методом хроматографии депротенинизированных нуклеиновых кислот лизатов и осветленных лизатов на колонке с гелем сефарозы 4В с пределом эксклюзии $3 \times 10^5 - 20 \times 10^6$. Осветленный бактериальный лизат, полученный по вышеуказанному способу, и депротенинизированная тотальная нуклеиновая кислота лизата при хроматографии через колонку сефарозы фракционировались в случае токсинообразующего штамма *Bac. thuringiensis* на две, а в случае не образующего токсин штамма—на одну фракцию экстрахромосомальной ДНК.

Обс экстрахромосомальных ДНК элюировались с колонки в последних фракциях эфлюента, разделяясь от хромосомной ДНК—двух фракций РНК-полисахаридов—в случае токсинообразующего штамма и одной фракции РНК-полисахаридов—у не образующего токсин штамма. Добавочная фракция РНК-полисахаридов—не обнаруживается у не образующего токсин штамма (рис. 2). Выяснение роли данной фракции

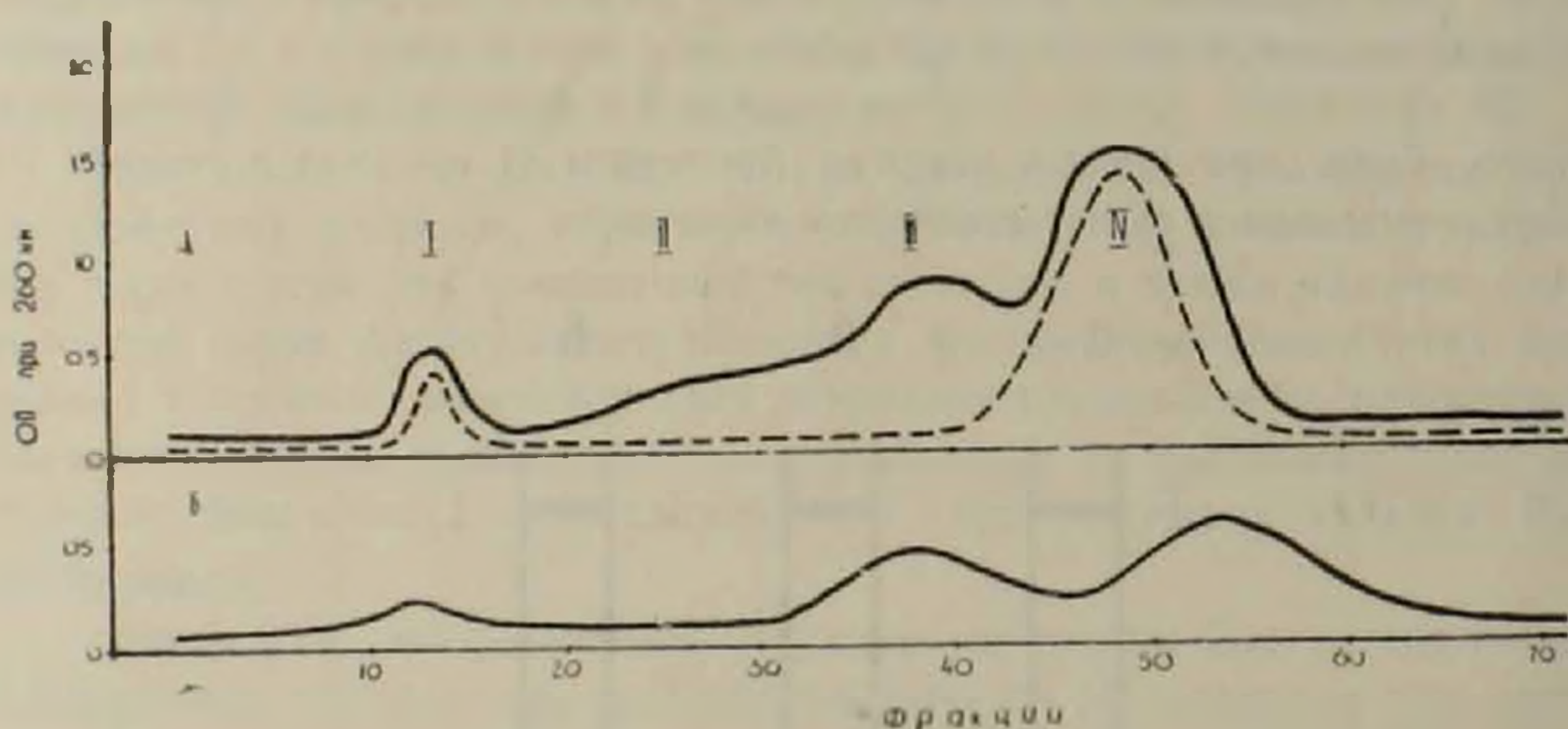


Рис. 2. Хроматография «осветленных лизатов» и депротенинизированных н-уклеиновых кислот лизатов на сефарозе 4В.

—лизат штамма 837 *Bac. thuringiensis* (наверху); штамма 641 *Bac. cereus* (внизу);

— депротенинизированный препарат из лизата штамма *Bac. thuringiensis*

I—хромосомальная ДНК; II—РНК, полисахариды;

III—РНК, полисахариды, IV—экстрахромосомальная ДНК, нуклеотиды, частично полисахариды.

Запись на автоматическом проточном денситометре ZSAV при 260 нм

рибонуклеиновой кислоты в кодировании синтеза белка энтомоцидного кристаллоидного токсина у *Bac. thuringiensis* представляет большой научно-практический интерес.

Полученные данные позволяют предположить ориентировочный молекулярный вес плазмидных ДНК в пределах $10 \times 10^6 - 12 \times 10^6$ дальтон, согласно профилю электрофоретической подвижности в присутствии маркера с молекулярным весом 27×10^6 . В качестве маркера использовали ДНК фага лямбда «В»2.

Таким образом, впервые у *Bac. thuringiensis* методом электрофореза в агарозном геле и гель-фильтрацией на сефарозе обнаружены

экстрахромосомальные плазмидные гены, из которых один плазмидный ген у не образующего кристаллоидный токсин штамма и два—у токсинобразующего штамма. Согласно профилю элюции с колонки сефарозы ориентировочный молекулярный вес обнаруженных плазмидных ДНК оценивается в пределе 10×10^6 — 12×10^6 дальтон.

Дальнейшие исследования по элиминации плазмидных генов позволят оценить вклад добавочного гена *Bac. thuringiensis* в синтезе энтомоцидных включений и наметить определенные пути по биосинтезу и стимуляции процесса образования их у бактерий.

Авторы выражают благодарность Ж. И. Акопяну за участие в обсуждении результатов.

Институт экспериментальной биологии
Академии наук Армянской ССР
Институт микробиологии
Академии наук Армянской ССР

Ռ. Ա. ԶԱՔԱՐՅԱՆ, Ա. Ս. ԱՂԱՐԱՎՅԱՆ, Լ. Ա. ԶԻԼ-ՀԱԿՈՐՅԱՆ, Ն. Ս. ԳԻՍՊԻՐՅԱՆ, Կ. Ա. ԲԱՇԽՆՑ, Պ. Ե. ԹԱԴԵՎՈՍՅԱՆ, Հայկական ՍՍՀ ԳԱ րդրակից-անդամ է. Գ. ԱՆՐԻԿՅԱՆ

Bac. thuringiensis —ի կողմից էնտոմոցիդ Լնդոտոֆսինի առաջացման համար էֆստրաֆրոմոսոմալ ԴնԹ-ի հնարավոր դերի մասին

Հետազոտությունները կատարել են *Bac. thuringiensis* և *Bac. cereus* շտամների հետ: Փորձերի արդյունքները ցույց են տվել, որ *Bac. thuringiensis*-ի էնտոմոցիդ տոքսին առաջացնող 837 շտամը պարունակում է պլազմիդային գեն և չի հայտնաբերվում ուսումնասիրված *Bac. cereus*-ի կոլտուրայի բջիջներում, որոնք զուրկ են այդպիսի ունակությամբ:

ЛИТЕРАТУРА — ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

¹ R. C. Clowes. Bacteriol. Revs., 36, 361 (1972). ² N. W. Dunn, F. Gonsalus, J. Bacteriol., 114, 974 (1974). ³ Э. К. Африкян, Энтомопатогенные бактерии и их значение, Ереван 1973. ⁴ Э. К. Африкян, Успехи микробиологии, № 10, 1975. ⁵ Э. К. Африкян, Л. А. Чил-Акопян, ДАН Арм. ССР, Т. 47, № 4 (1968). ⁶ Guerri et al., J. Bacteriol., 116, 1064 (1973).

УДК 632.3

ВИРУСОЛОГИЯ

Л. Г. Тамразян, А. Е. Проценко

Новый вирус, распространенный на плантациях табака в Армении

(Представлено чл.-корр. АН Армянской ССР Д. Н. Бабаян 4/IV 1976)

Вирус огуречной мозаики (ВОМ I), поражает около 200 видов растений из разных семейств, в том числе и культурных, он распространен повсюду, агрессивен и наносит ущерб, в частности и табачным плантациям. Огуречная мозаика на табаке впервые в СССР была изучена И. П. Худыной и С. Б. Грушевым (¹⁻³) и в дальнейшем исследования его проводились в Краснодарском крае В. О. Подкиным (⁴), в Молдавии—К. Н. Дашкеевой, М. Я. Молдаваном, А. П. Гросу (^{6,7}), в Азербайджане—А. З. Багдасаряном, Д. Д. Кошкарновой (⁸).

ВОМ I встречается также во всех других, производящих табак странах за рубежом. Особенно он вредит Японии, Австрии, Франции, Болгарии, Америке и др.

До настоящего времени в Армении были отмечены на табаке штаммы ВТМ (белый, желтый, зеленый, армянский), У-вирус картофеля, ВБТ, вирус кольцевой пятнистости табака Э. В. Асатрянном (⁹) и Е. Г. Будагян (¹⁰), однако, нет упоминаний о вирусе огуречной мозаики. ВОМ I был зарегистрирован только на огурцах, тыкке, дыне Д. Н. Теревниковой-Бабаян (¹¹) и З. Г. Геворкяном (¹²). По данным З. Г. Геворкяна вирус на огурцах приносит вред повсюду, где выращивается эта культура.

При проведении исследований в 1975 году на плантациях табака хозяйства Гарни (сорт Самсун, Трапезонд) Абовянского района, в хозяйстве Узунтала Иджеванского района (сорт Остролист 2747), а также в хозяйствах Дилижанского района (сорт Остролист 2747, Победитель 127), нами было обнаружено вирусное заболевание с характерными симптомами ВОМ I. Болезнью этого типа поражено было значительное количество растений. На пораженных листьях появляются крупные пузыревидные темно-зеленые участки. Молодые листья более узкие, ланцетовидные, а кончики их—шиловидные. Для установления природы возбудителя и его инфекционности были использованы различные вирусологические методы: электронномикроскопические, серологические, метод внутриклеточных включений, индикаторные растения.

а) Применение индикаторных растений. Зараженные индикаторные растения обнаруживали следующие симптомы заболевания:

Nicotiana tabacum—через 16 дней после заражения—посветление жилок, а через 20 дней на молодых листьях появились пузыревидные темно-зеленые вздутия с одновременной деформацией листьев.

N. glutinosa—на 10—15 день после заражения появились: мозаичная расцветка, темно-зеленые пузыревидные участки ткани. На 20 день—уродливость и деформация молодых листьев с шиловидными кончиками.

Capsicum annuum—через 20 дней после заражения появляются симптомы деформации листьев, мозаика. Позже идет некротизация тканей, иногда с дубовидным рисунком.

Vigna sinensis—на 6—7 день—мелкие красновато-коричневые некрозы диаметром 1—2 мм.

Physalis floridana—зеленая мозаика, деформация листьев.

Petunia hybrida—на 10 день—зеленая пузырчатая мозаика с деформацией листьев.

Огурцы, дыня, тыква—на 15 день после заражения на листьях появляются желтоватые пятна и посветление жилок. Затем пятна постепенно темнеют и листья при этом пузыреобразно вздуваются. Рост растений сильно замедляется, междоузлия укорачиваются.

б) электронная микроскопия (метод разбавленной суспензии). Препараты готовились из сока, очищенного центрифугированием и фильтрованием через фильтр Зейтца. Во всех препаратах под электронным микроскопом JЭМ-7 были обнаружены сферические частицы диаметром 30—45 нм рис. 1, 2 сходные с описанными в литературе (13—15).



Рис. 1. Частицы ВОМ 1×100000

в) Для выявления вируса также был использован капельный метод серодиагностики к вирусу табачной мозаики, к У, К, S, М-вирусам картофеля. С указанными антисыворотками реакция была отрицательной. Серологическая реакция антигена с антисывороткой к ВОМ 1 — аглютинация в капле на предметном стекле и преципитация в микропробирках была положительной. Титр антигена и сыворотки 1 : 32.

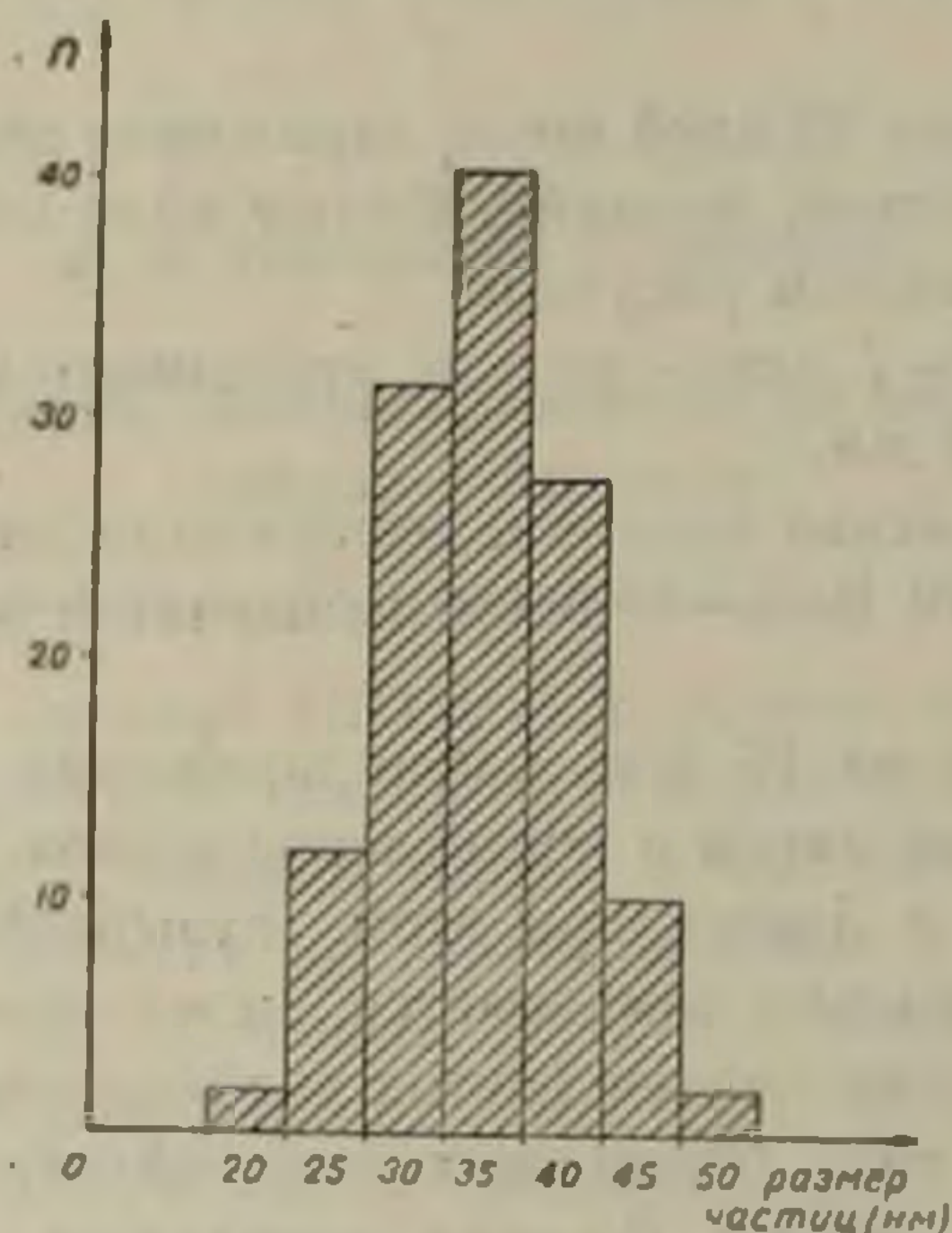


Рис. 2. Гистограмма распределения размеров частиц ВОМ 1

г) Включения в клетках листьев из разных ярусов растения в разное время не были обнаружены.

Таким образом, в результате проведенных нами исследований следует, что вирус, которым были поражены наблюдаемые растения, является вирусом огуречной мозаики (ВОМ 1), который ранее не был отмечен в Армении.

Институт микробиологии
Академии наук СССР
Ереванский государственный университет

1. 2. ՔԱՄԴԱԶՅԱՆ, Ա. Ե. ՊՐՈՑԵՍՈՐ

Նոր վիրուս, տարածված Հայաստանի ծխախոտի սլանտագիաներում

1975 թ. Հայկական ՍՍՀ Իջևանի, Դիլիջանի, Արուլյանի շրջանների հետազոտված տնտեսությունների ծխախոտի սլանտագիաներում «Ամստերդամ»

* Сыворотка к ВОМ-1 и сыворотки к У, К, S, М-вирусам картофеля, а также к вирусам табачной мозаики, были любезно предоставлены нам фитопатологическим отделом станции защиты растений ТСХА и заведующим отделом вирусологии НИИ садоводства нечерноземной зоны Ю. И. Помазковым, за что мы приносим искреннюю благодарность.

«Տրապեզոնդ», «Օստրոլիստ 2747», «Պորեդիտել 127» սորտերի վրա հայտնաբերվել է վիրուսային հիվանդություն, որն իր սիմպտոմներով տարբերվում է առաջներում նշված հիվանդություններից և մեծ վնաս է հասցնում այդ կուլտուրային: Վիրուսոլուցիական մի շարք մեթոդների (էլեկտրոնային միկրոսկոպիայի, ինդիկատորային, ներառումների, սեռոլոգիական) կիրառման շնորհիվ որոշվեց այդ հիվանդության հարուցչի հատկությունները: Պարզվեց, որ հարուցիչը վարունդի մոզաիկայի վիրուսն է (ВОВ 1), որն առաջին անգամ նշվում ծխախոտի կուլտուրայի վրա Հայաստանի պայմաններում:

ЛИТЕРАТУРА — ԴՐԱՆԱԼՈՒԹՅՈՒՆ

- ¹ И. П. Худына, Вирусные болезни табака в СССР и меры борьбы с ними. В кн.: Вирусные болезни растений, М., 1936.
- ² С. Б. Грушевой, И. П. Худына, Главнейшие болезни табака и меры борьбы с ними, Краснодар, 1939.
- ³ И. П. Худына, Вирусные болезни табака и махорки в СССР и меры борьбы с ними, В кн.: Вирусные болезни растений, М.—Л., 1941.
- ⁴ В. О. Подкин, Огуречная мозаика на табаке и меры борьбы с ней, «Табак», 1, 1970.
- ⁵ К. Н. Дашкеева, Автореф. дисс. на соиск. учен. степ. канд. биол. наук, Кишинев, 1962.
- ⁶ К. Н. Дашкеева, О патогенности вируса огуречной мозаики в природе. В кн.: Инфекционные заболевания культурных растений Молдавии, Вып. 4, Кишинев, 1965.
- ⁷ М. Я. Молдован, А. П. Гросу, «Сельское хозяйство Молдавии», № 12, 1973.
- ⁸ А. З. Багдасарян, Д. Д. Кошкарлова, Вестник с-х-ой науки, № 3, 1972.
- ⁹ Э. В. Асатрян, Автореф. дисс. на соиск. учен. степ. канд. биол. наук, Ереван, 1965.
- ¹⁰ Е. Г. Будагян, Автореф. дисс. на соиск. учен. степ. биол. наук, Ереван, 1970.
- ¹¹ Д. Н. Тетеревникова-Бабаян, Болезни овоще-бахчевых культур в Армении и меры борьбы с ними, т. I, Ереван, 1959.
- ¹² З. Г. Геворкян, Автореф. дисс. на соиск. учен. степ. канд. биол. наук, Ереван, 1970.
- ¹³ А. Е. Проценко, В кн.: Морфология и классификация фитопатогенных вирусов, М. 1966.
- ¹⁴ J. A. Tomlinson, R. J. Shephard, J. C. Walker, J. Phytopathology, vol. 49, № 5 (1959).
- ¹⁵ H. A. Scott, J. Virology, 20, № 1 (1963).

УДК 2.23.10.7

ФИЗИОЛОГИЯ РАСТЕНИЙ

Академик АН Армянской ССР В. О. Казарян, И. А. Геворкян

О количественных изменениях нуклеиновых кислот в листьях
при различной их корнеобеспеченности

(Представлено 12/III 1976)

Основным условием сохранения целостности растений является корне-лиственная функциональная корреляция. Онтогенетическое усиление обмена веществ между листьями и активными корнями, как правило, способствует интенсификации роста и общей жизнедеятельности растений (¹⁻³), а затухание этого процесса приводит к их старению и отмиранию. Отсюда следует, что общий уровень функциональной активности листьев определяется не только освещением или иными внешними факторами, но и жизнедеятельностью корневой системы, так как последняя передает листьям, помимо минеральных элементов и воды, разнообразные метаболиты: ферменты (⁴), аминокислоты (^{1,2,5,6}) белки (⁷), физиологически активные соединения (⁸) и др., которые принимают активное участие в синтезе жизненно важных структур клеток и жизнедеятельности последних. Исходя из этого, мы вправе заключить, что корни играют существенную роль в процессах синтеза нуклеиновых кислот в листьях. Следовательно, в зависимости от степени корнеобеспеченности листьев должно изменяться содержание нуклеиновых кислот.

Для экспериментальной иллюстрации этого положения в качестве объекта были взяты растения подсолнечника (сорт—Гигант 549) и хризантемы (*Chrysanthemum indicum* L.), выращенные как в грядках, так и в больших глиняных вазонах. Содержание НК определялось по методу Р. Г. Цанева и Г. Г. Маркова (⁹), а обработка материала и разделение на фракции—по Шмидту и Тангаузеру (¹⁰).

В первом опыте у растений одинакового возраста и вегетативной мощности (носящих 6—8 пар листьев) оставляли 1, 2 и 4 пары листьев средних ярусов, а все остальные удаляли. В данном случае искусственно изменялась общая корнеобеспеченность листьев.

Спустя 10 дней, листья срезали, фиксировали и в них определяли содержание РНК и ДНК.

Полученные данные (табл. 1) показывают определенную зависимость между содержанием нуклеиновых кислот и числом функциони-

рующих на растениях листьев. Наибольшее количество НК обнаруживается у растений с меньшим числом листьев, т. е. характеризующихся большим коэффициентом их корнеобеспеченности. Именно листья этих растений более обильно снабжались водой, минеральными веществами и разнообразными метаболитами. Аналогичные данные были получены и в отношении содержания белкового азота (¹¹), а так же активации фотосинтеза.

Таблица 1

Содержание нуклеиновых кислот в листьях подсолнечника в зависимости от числа оставленных на растениях листьев

Варианты опыта	Содержание НК мг/г сухого вещества			
	РНК	ДНК	РНК/ДНК	Сумма НК
Контроль	18.7	9.3	1.9	28.0
4 пары листьев	22.0	10.1	2.2	32.1
2 пары листьев	27.4	12.2	2.2	39.6
1 пара листьев	35.5	15.0	2.4	50.5

Если повышенная корнеобеспеченность листьев способствует синтезу НК в них, то следует допустить, что искусственное сокращение массы корней должно привести к интенсивному распаду и использованию этих листовых полимеров для энергичного восстановления утраченных корней, т. е. нормальной корнелистовой корреляции. Поскольку сокращение общей массы корней вызывает подавление фотосинтеза (^{11, 12}), то для восстановления корневой системы должны использоваться кроме запасных ассимилятов и продукты распада структурных элементов живой клетки-хлорофилла, белков, нуклеиновых кислот и др. В действительности, опыты, проведенные с подсолнечником, привели к подтверждению этого предположения.

У одновозрастных молодых растений, носящих одинаковое число листьев, срезали половину корней, начиная с корневой шейки до самой глубинной зоны, и вместе с почвой удаляли из прикорневой ямы. Спустя 3 (растения II группы) и 6 (растения III группы) дней срезали листья средних ярусов для определения содержания в них НК (табл. 2).

Таблица 2

Содержание нуклеиновых кислот в листьях подсолнечника, носящих различную массу корней

Варианты опыта	Содержание НК мг/г сухого вещества			
	РНК	ДНК	РНК/ДНК	Сумма НК
Растения I группы (контроль)	30.4	6.0	5.06	36.4
Растения II группы	23.7	4.2	5.6	27.9
Растения III группы	20.0	2.7	7.4	22.7

Полученные данные показывают, что удаление половины корней вызывает существенное уменьшение НК в листьях. При этом более сильный распад НК констатирован на 6-ой день, когда усиливалось восстановление утраченных корней, для чего и потребовалось больше разнообразных пластических веществ. В данном случае сокращение массы корней привело не только к подавлению синтеза, но и усилению распада НК. То обстоятельство, что спустя 6 дней после удаления половины корней в листьях содержание НК уменьшалось на 30%, уже свидетельствует об усилении распада указанных полимеров. Аналогичное явление наблюдается и в том случае, когда полностью подавляется поглотительная и метаболическая деятельность корней, погружением последних в питательный раствор, лишенный кислорода. Подобный опыт нами был поставлен с подсолнечником.

Растения, после тщательного выкапывания из земли и промывания корней водопроводной водой, разделяли на 2 группы. Одна группа была погружена корнями в питательный раствор, насыщенный кислородом, другая—в такой же раствор, но предварительно прокипяченный и охлажденный, т. е. лишенный кислорода. Для предотвращения проникновения кислорода в раствор, последний сверху покрывали растительным маслом. После этого, спустя 3 и 6 дней, срезали листья среднего яруса и в них определяли содержание НК (табл. 3).

Т а б л и ц а 3

Содержание нуклеиновых кислот в листьях подсолнечника в зависимости от условий аэрации корнеобитаемой среды

Варианты опыта	Содержание НК мг/г сухого вещества			
	РНК	ДНК	РНК/ДНК	Сумма НК
Контроль (корни растений в аэробной среде)	21.3	3.3	6.4	24.6
Корни растений (3 дня в анаэробной среде)	16.9	2.0	8.4	18.9
Корни растений (6 дней в анаэробной среде)	11.2	1.1	10.1	12.3

Приведенные в таблице цифры показывают положительную роль факторов корнеобитаемой среды на синтез НК в листьях. Анаэробные условия, как известно, подавляют поглотительную и метаболическую деятельность корней. В силу этого, видимо, нарушается не только синтез НК, но и обновление последних. Свидетельством этого является энергичное уменьшение общего содержания указанных полимеров в листьях.

Анаэробные условия корнеобитаемой среды приводят к резкому ослаблению активности фотосинтеза (^{11,12}), а для поддержания общей жизнедеятельности начинается распад сначала запасных ассимилятов, затем конституционных элементов живой плазмы, в том числе и нуклеиновых кислот.

Использование компонентов распада нуклеиновых кислот для иных процессов жизнедеятельности растений наиболее наглядно иллюстрируется в другом опыте, проведенном с подсолнечником.

Методика этого опыта заключалась в следующем: растения, носящие 6—8 пар развитых листьев, подвергали декапитации с удалением верхушки непосредственно выше III пары листьев. Затем проводили определения содержания НК. Первое определение осуществляли при декапитации растений, второе определение—спустя 30 дней, когда наблюдалось отрастание пазушных побегов оставшихся листьев, третье определение—спустя 56 дней после декапитации—в период бурного роста пазушных побегов (табл. 4).

Таблица 4

Влияние отрастающих и энергично растущих пазушных побегов на содержание НК в листьях подсолнечника (мг/г сухого вещества)

Варианты опыты	Дата определения	РНК	ДНК	РНК/ДНК	Сумма НК
Контрольные растения	23/VI	19.3	6.4	3.0	25.7
В период отрастания пазушных почек	23/VII	14.5	5.0	2.9	19.5
В период энергичного роста пазушных почек	18/VIII	9.5	3.5	2.4	13.0

Если исходить из результатов первого опыта, мы должны допустить, что после декапитации растений за месяц имело место существенное увеличение содержания НК в варианте с ограниченным числом листьев, обладающих повышенной корнеобеспеченностью. Но после того, как начали отрастать и развиваться пазушные почки, наблюдалось уменьшение содержания НК в этих же листьях, что говорит о распаде и использовании нуклеиновых кислот в ходе формирования пазушных побегов. При этом данный процесс еще больше усиливается в связи с интенсификацией роста вновь формирующихся побегов, требующих больше ассимилятов и разнообразных метаболитов для синтеза жизненно важных структур живой клетки.

Ранее было показано (¹²), что при удалении части листьев, т. е. нарушении морфологической корреляции между полярно расположенными метаболическими метамерами, энергично сокращается общая масса корней для восстановления нарушенной корреляции. Следовательно, в описанном выше опыте декапитация растений вызывала также и сокращение массы и ослабление функциональной активности корней, что в свою очередь способствовало распаду нуклеиновых кислот в листьях.

Все эти данные, в конечном счете, свидетельствуют об отрицательном влиянии нарушения корне-листовой корреляции на синтез НК в листьях. Однако полное нарушение обмена веществ между корнями и листьями осуществляется при кольцевании растений, когда корни лишаются продуктов листового синтеза. Мы вправе полагать, что в

этом случае должно существенно уменьшаться содержание НК в листьях в силу следующих причин: кольцевание, исключая поступление продуктов листового обмена к корням, способствует регрессивному обмену белков до образования аммиака в листьях (¹³), который является ядовитым для их жизнедеятельности. Именно этим объясняется энергичное пожелтение и отмирание листьев при кольцевании соответствующих побегов (¹⁴). Далее, этот фитотехнический прием, исключая поступление листовых ассимилятов в корни, существенно подавляет жизнедеятельность последних, что влечет за собой ослабление синтеза и обновление НК (табл. 5).

Таблица 5

Влияние кольцевания на содержание НК в листьях хризантем

Варианты опыта	Дата определения	Содержание НК мг/г сухого вещества			
		РНК	ДНК	Сумма	РНК/ДНК
Контроль	26/VI	12.8	3.6	14.6	3.3
Листья, взятые после кольцевания	19/VII	8.0	2.0	10.0	3.0
Листья, взятые после укоренения окольного побега	4/VIII	21.6	5.4	27.0	4.0

В этом опыте, как следует из приведенной таблицы, после того, как зафиксировано уменьшение содержания НК в листьях, применением воздушного отводкования стимулировано образование новых корней непосредственно выше кольцевого надреза побега, чтобы восстановить нормальный корне-листовой обмен, а затем выявить изменения содержания НК в листьях.

Приведенные в табл. 5 данные показывают, что кольцевание побегов не только подавляет синтез НК, но вызывает распад имеющихся в листьях нуклеиновых кислот. Спустя 24 дня после кольцевания, содержание РНК в листьях уменьшилось на 37,5%, а ДНК—на 44,5%. После того, как на побегах выше кольцевого надреза формировались придаточные корни и усиливался обмен веществ между корнями и листьями, теперь уже имело место нарастание общего содержания НК (РНК на 68,7%, ДНК на 55,5%) по сравнению с таковыми в контрольных листьях. В этом процессе весьма интересным представляется способность листьев при увеличении общей их корнеобеспеченности, стимулированием образования придаточных корней, энергично восстанавливать не только прежнее содержание НК, но и обеспечить более активный их синтез по сравнению с контрольными.

Результаты изложенных экспериментальных данных в конечном счете показывают, что одним из главных внутренних условий синтеза нуклеиновых кислот в листьях растений является метаболическая деятельность корневой системы и общая корнеобеспеченность листьев. Последние при энергичном снабжении разнообразными корневыми ме-

таболитами, минеральными элементами и водой, активируют и другие физиолого-биохимические процессы. С этой точки зрения общий уровень жизнедеятельности растений в целом определяется работой корневой системы.

Институт ботаники
Академии наук Армянской ССР

Հայկական ՍՍՀ ԳԱ ակադեմիկոս Վ. Հ. ՂԱԶԱՐՅԱՆ, Ի. Ա. ԳԵՎՈՐԳՅԱՆ

Տարբեր արմատաապահովվածության դեպքում տերևներում
նուկլեինային թթուների բանական փոփոխության մասին

Արմատային սիստեմը, ինչպես հայտնի է, հանդիսանում է բույսի նյութափոխանակային կենտրոններից մեկը, որն ապահովում է տերևների կենսադորձունեությունը և նրանց բջիջների կառուցվածքային էլեմենտների վերականգնման պրոցեսները: Նման պայմաններում պետք է ենթադրել, որ զգալի է նրանց դերը նաև տերևներում նուկլեինային թթուների սինթեզի պրոցեսում:

Արևածաղկի և բրիզանթեմի վրա կատարված փորձերը ցույց են տվել, որ տերևներում նուկլեինային թթուների սինթեզման գլխավոր ներքին պայմաններից մեկը հանդիսանում է արմատային սիստեմի նյութափոխանակային ակտիվությունը և տերևների ընդհանուր արմատաապահովվածությունը:

ЛИТЕРАТУРА — ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

- ¹ В. О. Казарян, Старение высших растений, изд. «Наука», М., 1969. ² В. О. Казарян, Э. С. Авунджян, К. А. Карапетян, ДАН Арм. ССР, т. 26, № 3 (1958). ³ А. Г. Курсинов, Гимирязевские чтения, XX, 1960. ⁴ В. Ф. Купревич, Вопросы ботаники I, М.—Л., 1964. ⁵ И. И. Колосов, Поглодительная деятельность корней и ее связь с условиями среды и жизнедеятельность растений, Изд. АН СССР, М., 1953. ⁶ О. Н. Кулиева, Физиология растений, 9, вып. 2, 1962. ⁷ В. Л. Кретович, З. Ф. Евстигнеева, К. Б. Асеева, И. Г. Саввина, Физиология растений, 6, вып. 1, 1959. ⁸ О. Н. Кулиева, Цитокинины, их структура и функции, Изд. «Наука», М., 1973. ⁹ Р. Г. Цанев, Г. Г. Марков, Биохимия, 21, 1 (1960). ¹⁰ G. Schmidt, S. G. Thanhauser, Biol. Chem., 161, 1 (1945). ¹¹ В. О. Казарян, В. А. Давтян, «Биологический журнал Армении», т. 19, № 1, (1965). ¹² В. О. Казарян, В. А. Давтян, «Биологический журнал Армении», т. 20, № 11 (1967). ¹³ В. О. Казарян, А. Г. Абрамян, Г. Е. Вартамян, «Биологический журнал Армении», т. 24, № 12 (1971). ¹⁴ В. О. Казарян, А. Г. Абрамян, Г. Е. Вартамян, «Биологический журнал Армении», т. 54, № 5 (1972).

УДК 581.1.036

ФИЗИОЛОГИЯ РАСТЕНИЙ

С. А. Марутян, Р. А. Абаджян

Липопротеиды в морозоустойчивости виноградной лозы

(Представлено академиком М. Х. Чайлахяном 2/IV 1976)

Одним из наиболее существенных факторов морозоустойчивости растений является сохранение клеточной архитектуры от разрушающего воздействия отрицательных температур.

По современным представлениям липопротеиды, как особые комплексы органических полимеров наиболее ответственны за сохранение мембранных систем и поддержания жизненных функций клетки, как центры образования макроэргических соединений (^{1,2}). Вместе с тем липопротеиды считаются наиболее чувствительным и легко ранимым звеном к воздействию холода (^{3,4}).

Липопротеиды виноградной лозы относятся к совершенно неизученным соединениям, потому, что они крайне трудно поддаются выделению. В настоящем сообщении приведены результаты хроматографического изучения связанных с липидами аминокислот. Охарактеризованы количественные изменения липопротеидов в осенне-зимний период у сортов и гибридов разной морозоустойчивости в условиях резко континентального климата юга.

Опытные растения (в укрывной зоне виноградарства) на зиму не закапывались. Объектом исследования служили лиофилизированные одревесневшие части побегов в зоне 4—7 узлов. Липопротеиды выделялись из гомогенизированного материала по методу Н. М. Сисакяна, Э. Н. Безингер и др. (⁵).

Хроматографические исследования показали, что в октябре и марте, т. е. в периоды перехода растений от вегетации к покою и, наоборот, от покоя в вегетирующее состояние, изменяется набор и количество связанных с липидами аминокислот. К середине зимы, с развитием свойства морозоустойчивости, в побегах количество аминокислот в липидном комплексе возрастает. В составе аминокислот идентифицированы цистеин, лизин, гистидин, аргинин, аспарагиновая и глютаминовая кислоты, серин, глицерин, треонин, аланин, пролин, следы триптофана и тирозина, валин с метионином, фенилаланин, лейцины.

Экспериментально доказано (6), что при инкубации изолированных хлоропластов с C^{14} -аминокислотами в первые же секунды образуются липоаминокислотные соединения. На фоне этих сведений понятна важность синтеза полипептидов на самих липидных матрицах. Исходя из этих представлений, интересно было бы выяснить, какая вообще картина существует в органах и тканях виноградного растения с отношении образования полипептидных связей в зимнее время.

Таблица 1

Содержание пептидов в органах и тканях
виноградного растения в декабре

Сорта	Почки	Луб	Древесина	Корни диа- метром до 3 мм	Корни диаметром 10—15 мм
Неморозоустойчивые	10.25±0.56	6.35±0.71	1.60±0.12	1.56±0.11	1.02±0.05
Морозоустойчивые	14.75±0.63	11.06±0.28	2.32±0.09	3.27±0.08	2.25±0.15

Полученные результаты (табл. 1) показывают весьма высокий уровень в содержании пептидов в почках и лубе в зимний период. Пептиды содержатся также в корнях и древесине, но значительно в меньших количествах.

Морозоустойчивые формы четко выделяются от менее устойчивых способностью к образованию большого количества пептидов по растению в целом.

Весьма показательными оказались результаты исследования динамики липопротендов за осенне-зимний период покоя (рис. 1). Определенный динамизм кривых и четко выраженный январский пик липопротендов у морозоустойчивых форм (сорт Русский Конкорд, гибриды С—1224, 1507/15, 842/9) к моменту приобретения растениями максимальной морозоустойчивости свидетельствует об их успешном образовании зимой. У неморозоустойчивых сортов (Воскеат, Спитак Араксени) пики выражены очень слабо.

В опытах лабораторного закаливания черенков (табл. 2) доля липопротендов в спирторастворимой фракции белков после их промораживания повышается. Морозоустойчивый сорт Русский Конкорд по этому признаку явно превосходит сорт Спитак Араксени.

Настоящие исследования экспериментально подтверждают правильность высказанного нами ранее (7) предположения о том, что морозо-

Таблица 2

Содержание липопротендов в составе спирторастворимой фракции белков
в черенках винограда (в % %)

С о р т а	Р е ж и м	
	15 дней 0°	15 дней 0° и 4 дня —18°С
Русский Конкорд	18.6	29.7
Спитак Араксени	14.5	19.4

устойчивые сорта обладают более высокой способностью к комплексообразованию белков с липидами.

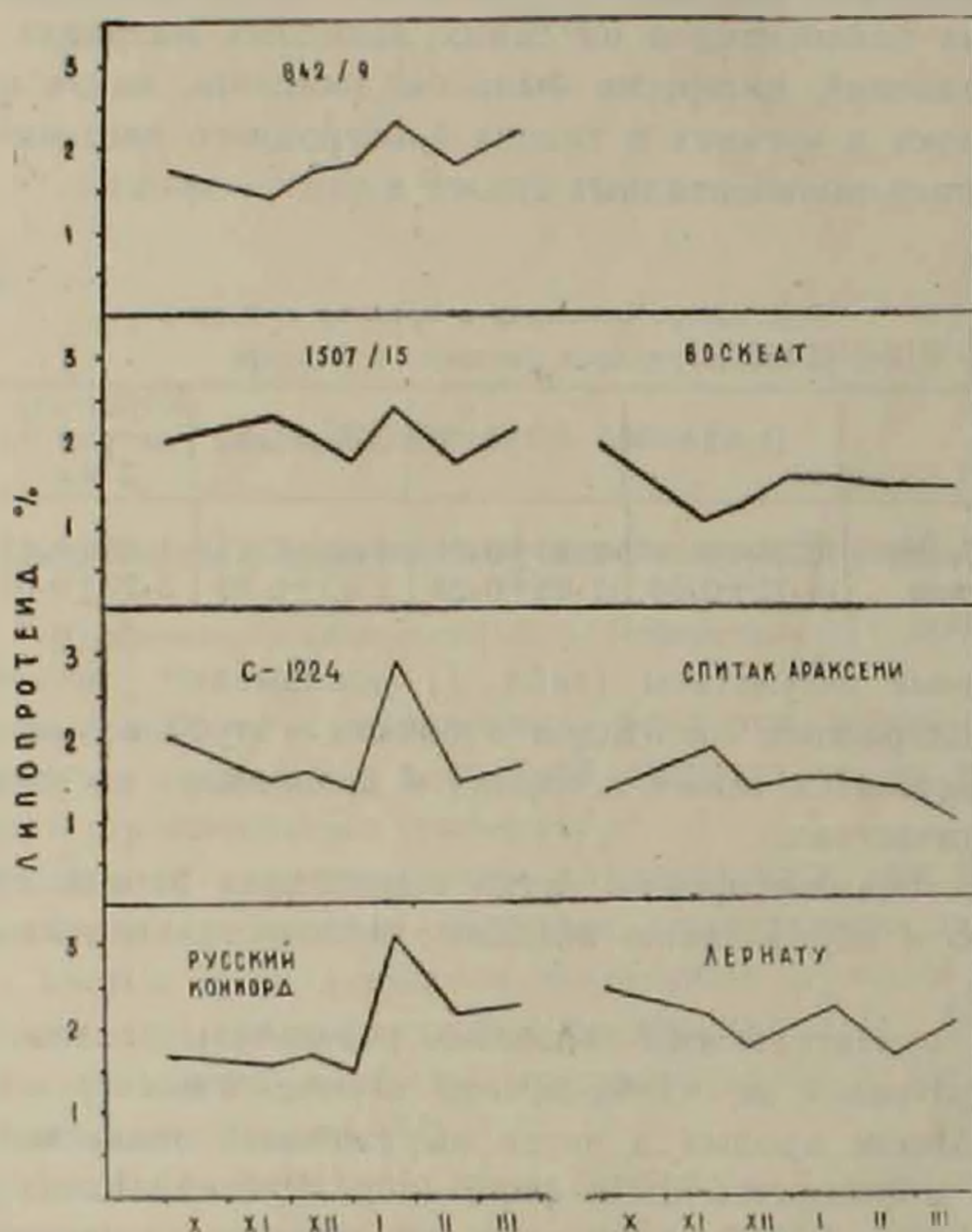


Рис. 1. Количественные изменения липопротендов в побегах винограда у сортов и гибридов различной морозоустойчивости за осенне-зимний период. Морозоустойчивые: Русский Конкорд, С-1224, 1507/15, 842/9, Лернату. Неустойчивые: Спитак Араксени, Воскеат

Таким образом у морозоустойчивых сортов максимум содержания липопротендов совпадает с приобретением максимальной морозоустойчивости растений, которая в условиях юга обычно приходится на конец января. Видимо в ответ на действие холода растения активируют биосинтез липопротендов, тем самым поддерживая как структурную, так и энергетическую сферу клетки.

Наши данные по липопротендам винограда в основном совпадают с гистохимическими наблюдениями П. А. Генкеля и Е. З. Окниной⁽⁸⁾ относительно плодовых пород различной морозоустойчивости. Они подтверждают также данные тех исследователей^(9,10), согласно которым однолетние растения сопротивляются губительному воздействию низких температур усилением биосинтеза липопротендов.

НИИ виноградарства, виноделия и плодоводства
МСХ Армянской ССР

լիպոպրոտեիդներ խաղողի վազի ցրտադիմացկունության հաբցում

Խաղողի շիվերից անջատվել և ուսումնասիրվել են լիպոպրոտեիդները տարբեր ցրտադիմացկունությամբ օժտված սորտերի մոտ:

Փորձերից ստացված արդյունքները ցույց են տալիս, որ ձմռան հանգստի շրջանում տեղի են ունենում լիպոպրոտեիդների բանակական փոփոխություններ:

Սպիտակուցների և լիպիդների կոմպլեքսադոյացման դինամիզմն արտահայտում է սորտերի դենոտիպիկ առանձնահատկությունները՝ կապված նրանց ցրտադիմացկունության բնույթի հետ, հատկապես ձմռան էքստրեմալ դորժոնների ազդեցության ժամանակ:

ЛИТЕРАТУРА — ԴՐԱՎԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

- ¹ G. D. Hunter, G. N. Godson, J. Cem Microb., 29, № 1 (1966). ² М. Кейтс, Техника липидологии, Мир, М., 1975. ³ U. Heber, Plant. Phystol., 42, № 10, 1343—1350 (1967). ⁴ Б. Н. Тарусов, С.-х. биология, т. 5, в. 5, 674—679 (1970). ⁵ Н. М. Сисакян, Э. Н. Безингер и др., Биохимия, т. 28, в. 2, 326—334 (1963). ⁶ Э. Н. Безингер, М. И. Молчанов, В. С. Чигирев, Тезисы докл. симп., Второй биохим. съезд, стр. 200, 1969. ⁷ С. А. Марутян А. Д. Дограмаджян, Р. А. Абаджян, ДАН СССР, т. 204, № 4, 1010—1012 (1972). ⁸ П. А. Генкель, Е. З. Окнинл, Состояние покоя и морозоустойчивость плодовых растений, Изд. Наука, М., 1964. ⁹ J. E Lovelock, Proc. Roy. Soc., 147, 427—433 (1957). ¹⁰ И. К. Сулейманов, Структурно-физиологические свойства протоплазмы и ее компонентов в связи с проблемой морозоустойчивости культурных растений. Изд. Казанск. ун-та, 1964.

УДК 616.61—06 : 616.16—036.11—007.272—091

ПАТОФИЗИОЛОГИЯ

А. К. Кяндарян

**Патогенетические механизмы развития почечных
осложнений при острой непроходимости магистральных
артерий конечностей**

(Представлено чл.-корр. АН Армянской ССР В. В. Фанарджяном 25/XII 1975)

При острой непроходимости магистральных артерий конечностей, даже после успешной операции, может развиваться постишемический синдром с поражением сердца, легких, почек. Одной из форм этого синдрома является острая почечная недостаточность—многобинурический тубулярный нефроз (^{1,2}). Выделяющийся из мышц при ишемии многоббин попадает в кровь, оседает в почечных канальцах, вызывая их закупорку (^{3,4}). Повреждающим действием обладают также: недоокисленные продукты анаэробного гликолиза, вызывающие метаболический ацидоз (⁵⁻⁷), который, в свою очередь, способствует оседанию многоббина в почечных канальцах (^{1,8}); нарушение обмена калия и фосфора (^{9,10}), АТФ (⁹); образование гистаминоподобных веществ (¹¹), ишемического токсина (¹²); резкое угнетение центральной гемодинамики (^{13,14})

Учитывая отсутствие в литературе единого мнения относительно возникновения острой почечной недостаточности и тот факт, что приписывание ведущей роли какому-нибудь одному из упомянутых факторов ее патогенеза может дезориентировать врачей в вопросе комплексности терапии, нами предложена следующая схема объяснения патогенетических механизмов этого тяжелого осложнения острой ишемии конечностей (рис. 1). Она выработана на основании клинического обследования и комплексного консервативного и хирургического лечения 80 больных с острой артериальной непроходимостью, наблюдавшихся в клинике факультетской хирургии им. С. И. Спасокукоцкого. В качестве основных диагностических тестов использовались методы радиоизотопной ренографии, определения эффективного почечного кровотока, кислотно-щелочного равновесия, электролитов калия и натрия сыворотки крови и многоббина в моче.

Как видно из представленной схемы, развитие ишемии конечности запускает следующие патогенетические механизмы: выделение многоббина, кислотных метаболитов (молочной, пировиноградной и других

органических кислот), вазоактивных веществ (серотонина, гистамина, фосфора, калия, ишемического токсина и пр.) и опосредствованное через нервную систему действие рефлекторного спазма кровеносных сосудов, в том числе и почечных.

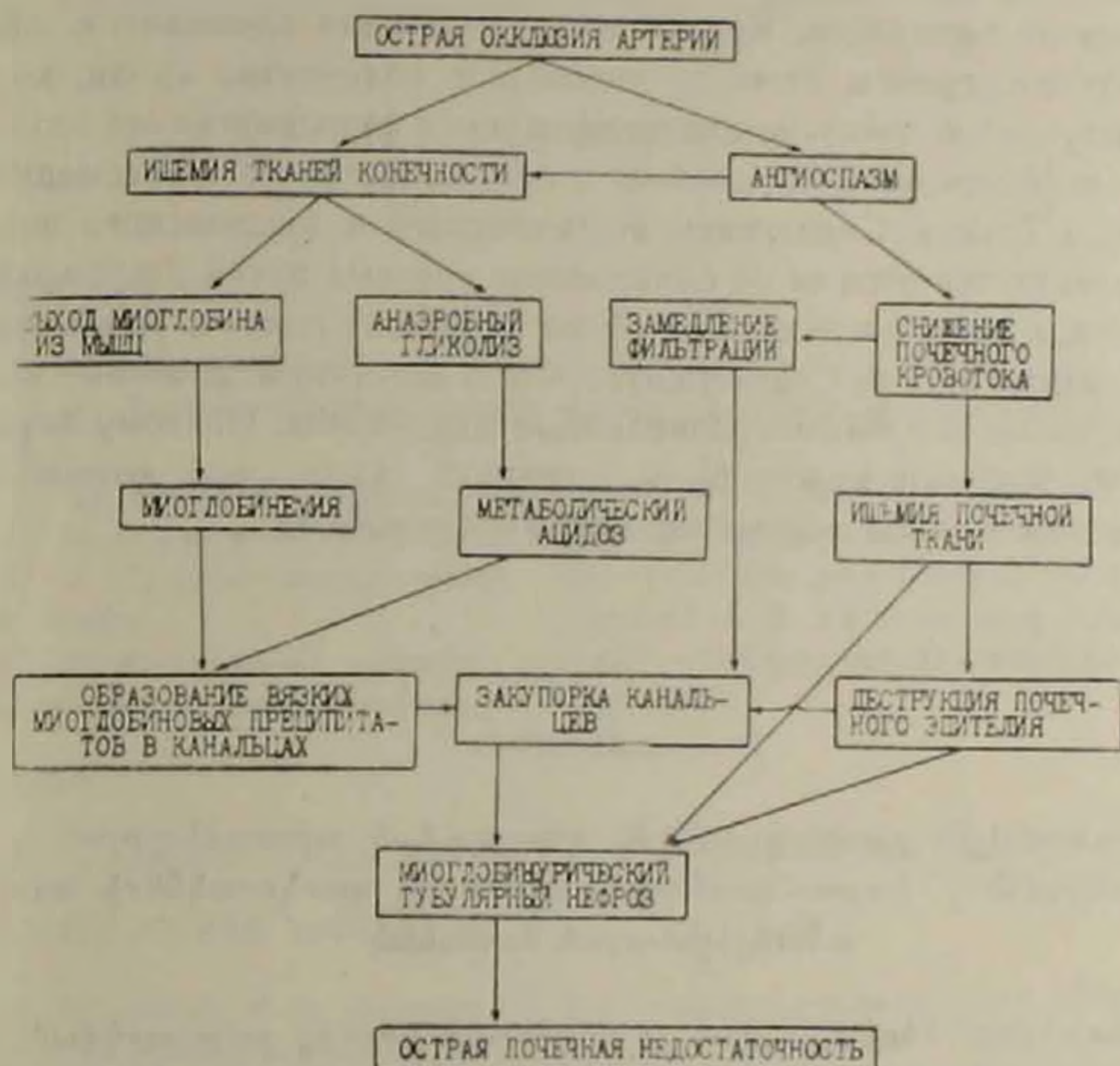


Рис. 1. Патогенетические механизмы развития почечных осложнений при острой артериальной непроходимости магистральных артерий конечностей

Степень проявления всех четырех компонентов прямо пропорциональна глубине ишемии тканей конечности. В дальнейшем патология прогрессирует по двум основным путям—канальцевому и сосудистому. Кислые метаболиты вызывают резкий сдвиг активной реакции крови и, особенно, мочи. Миоглобин, отфильтровавшийся через почечные клубочки, попадая в резко кислую среду в канальцах, образует нерастворимые вязкие миоглобиновые преципитаты. Исключить прямое повреждающее действие миоглобиновых преципитатов на эпителий почечных канальцев также не представляется возможным. Кроме того, сами кислые метаболиты, а также вазоактивные вещества, обладают нефротоксическим действием, в результате чего происходит деструкция почечного эпителия. Слученный эпителий, перемешанный с миоглобиновыми преципитатами, образует цилиндры, закупоривающие канальцы. В то же время у больных с тяжелой ишемией в послеоперационном периоде происходит резкое ухудшение показателей центральной гемодинамики, вследствие как нейрорефлекторных, так и гуморальных расстройств.

Вызванные подобным образом гипотензия и снижение минутного объема не могут не отразиться на почках—органах, весьма чувствительных к ишемии. Возникающее резкое угнетение эффективного фильтрационного давления резко уменьшает, а то и полностью прекращает фильтрацию, вследствие чего образующиеся глобулиновые цилиндры не могут вымываться из канальцев. Кроме того, гипотензия приводит к ишемии почечной ткани, причем даже то небольшое количество крови, которое все же поступает в почку, в основном, минует функционально активный корковый слой почечной паренхимы и сбрасывается по юкстамедуллярным шунтам Труэта. Следствием ишемического и токсического поражения почки является отек ее со сдавлением мочевых путей и кровеносных сосудов, что, в свою очередь, еще более ухудшает гемо- и уродинамику.

Необходимо еще раз подчеркнуть, что в патогенезе почечных осложнений участвуют все вышеперечисленные механизмы. Поэтому борьба с этими осложнениями может быть успешной лишь при комплексном воздействии на все возможные механизмы патогенеза.

Институт физиологии им. Л. А. Орбели
Академии наук Армянской ССР

Ա. Կ. ՔՅԱՆԴԱՐՅԱՆ

Երիկամային բարդությունների զարգացման ախտաճնություն
մեխանիզմները ծայրանդամների մագիստրալ զարկերակների սուր
անանցելիության ժամանակ

Աշխատանքում ներկայացված է հեղինակի կողմից առաջարկված երիկամային բարդությունների զարգացման ախտաճնության ուղիների մի սխեմա, որն իր մեջ է ընդգրկում այդպիսի բարդությունների զարգացման բոլոր ուղիները:

Ծայրանդամի իշեմիան առաջանում է ախտահարված մկաններից միոդոթերի, նյութափոխանակության թթու արգասիքների, վազոակտիվ մի շարք նյութերի արտադրության հետևանքով: Նշված նյութերը, արյունատար անոթների սպաղմի հետ միասին առաջացնում են երիկամային ֆունկցիայի լուրջ խանգարումներ:

ЛИТЕРАТУРА — ԴՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

- ¹ E. L. L. Bywaters et al., Clin. Sci., 5, 195—204 (1945). ² R. Letac et al., Path. Biol., 2, 1028 (1963). ³ О. П. Кургузов, Кандидатская диссертация, М., 1967.
- ⁴ А. К. Ревской с соавт. В кн.: «Острая ишемия органов и меры борьбы с постишемическими расстройствами», М., 31—33, 1973. ⁵ Н. Н. Еланский, «Хирургия», 1, 3—7, 1950. ⁶ E. Malan et al., J. Cardiovasc. Surg., 4, 212 (1965). ⁷ A. L. Winninger, Angiologia, 21, 221 (1969). ⁸ C. W. Duncan, A. Blalock, Ann. Surg., 1942, 115, 4, 684—698. ⁹ H. Haimovici, Arch. Surg., 80, 1 (1966). ¹⁰ A. H. Kontaxis, G. Stalkeas et al., J. Cardiovasc. Surg., 14, 6, 605—608 (1972). ¹¹ C. Richet, J. de Urologie, 66, 9, 631—635 (1960). ¹² В. В. Кованов, Т. М. Окмян, В кн.: «Острая ишемия и меры борьбы с постишемическими расстройствами», М., 1973. ¹³ Н. Н. Буянова, И. А. Левина с соавт. Вопросы сосудистой хирургии. Труды П МОЛГМИ, М., 24, 6, 15—19, 1973. ¹⁴ R. C. Lim, S. E. Bergentz et al., Surgery, 68, 304 (1969).

