

ՀԱՅԿԱԿԱՆ ՍՍՀ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ՕԿՈՒԵՄԻՍ
АКАДЕМИЯ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР

ԶԵԿՈՒՅՑՆԵՐ
ДОКЛАДЫ

LXII, № 3

1976

Խմբագրական կոլեգիա

Գ. Ա. ԱՐՋՈՒՐԱՆՅԱՆ, տեխ. գիտ. բեկնածու (պատ. Բարձրագույն), Է. Գ. ԱՅՐԻԿՅԱՆ, ՀՍՍՀ ԳԱ քղրակից-անդամ, Ա. Թ. ԲԱՐԱՅԱՆ, ՀՍՍՀ ԳԱ ակադեմիկոս, Հ. Խ. ԲՈՒՆՅԱՔԱՆ, ՀՍՍՀ ԳԱ ակադեմիկոս, Ա. Ա. ԹԱԼԱԼՅԱՆ, ՀՍՍՀ ԳԱ քղրակից-անդամ, Վ. Մ. ԹԱԽԱՅԱՆ, ՀՍՍՀ ԳԱ քղրակից-անդամ, Վ. Հ. ՀԱՄՐԱՐՋՈՒՄՅԱՆ, ակադեմիկոս, Վ. Հ. ՂԱԶԱՐՅԱՆ, ՀՍՍՀ ԳԱ ակադեմիկոս (պատ. Խմբագրի տեղակալ), Հ. Գ. ՄԱՂԱՔՅԱՆ, ՀՍՍՀ ԳԱ ակադեմիկոս, Ա. Գ. ՆԱԶԱՐՈՎ, ՀՍՍՀ ԳԱ ակադեմիկոս (պատ. Խմբագիր), Գ. Ս. ՍԱԼԱԿՅԱՆ, ՀՍՍՀ ԳԱ քղրակից-անդամ, Օ. Մ. ՍԱՊՈՆԺՅԱՆ, ՀՍՍՀ ԳԱ քղրակից-անդամ, Մ. Լ. ՏԵՐ-ՄԻՔԱԵԼՅԱՆ, ՀՍՍՀ ԳԱ քղրակից-անդամ, Վ. Բ. ՅԱՆԱՐՋՅԱՆ, ՀՍՍՀ ԳԱ քղրակից-անդամ:

Редакционная коллегия

В. А. АМБАРЦУМЯН, академик, Г. А. АРЗУМАНЯН, канд техн. наук (отв. секретарь), Э. Г. АФРИКЯН, чл.-корр. АН АрмССР, А. Т. БАБАЯН, академик АН АрмССР, Г. Х. БУНЯТЯН, академик АН АрмССР, В. О. КАЗАРЯН, академик АН АрмССР (зам. отв. редактора), Н. Г. МАГАКЬЯН, академик АН АрмССР, А. Г. НАЗАРОВ, академик АН АрмССР (отв. редактор), Г. С. СААКЯН, чл.-корр. АН АрмССР, О. М. САПОНДЖЯН, чл.-корр. АН АрмССР, А. А. ТАЛАЛЯН, чл.-корр. АН АрмССР, В. М. ТАРАЯН, чл.-корр. АН АрмССР, М. Л. ТЕР-МИКАЕЛЯН, чл.-корр. АН АрмССР, В. В. ФАНАРДЖЯН, чл.-корр. АН АрмССР.

ՀԱՅԿԱԿԱՆ ՍՍՀ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԿԱԴԵՄԻԱՅԻ ՀՐԱՏԱՐԱԿԶՈՒԹՅՈՒՆ

Բ Ո Վ Ա Ն Դ Ա Կ Ո Ւ Թ Յ Ո Ւ Ն

49

ԻՐԱԹԻՐԱՏԻՎԱԼ

Յ. Հ. Գրիգորյան—Արտադրանքի որակի որոշման խնդիրը	129
Է. Ա. Դանիելյան, Ն. Ս. Ջեմլյանոյ—Փոքր ծանրաբեռնվածության դեպքում	
GI/ G/г/п—г տիպի սիստեմների ասիմպտոտիկ հետազոտում	132
Վ. Մ. Լոկվարյան—Մի ինտերպոլյացիոն խնդրի մասին	141
Ա. Ի. Պետրոսյան—Հոլոմորֆ ֆունկցիաների որոշ բազմությունների էքստրեմալ կետերի մասին	148

ԻՐԱՆԱՆԻՎԱԼ

Ա. Հ. Գալոյան, Ա. Ա. Խաչատրյան—Տարամոդուլ նյութից պատրաստված հեծանների ծոռումը	151
--	-----

ԱՌԱՋԳԱԿԱՆՈՒԹՅԱՆ ՏԵՍՈՒԹՅՈՒՆ

Ա. Ա. Բարյոյան, Ն. Օ. Գուլբանյան—Առաջագանության տեսության հարթ խնդիրը ձրկու հատած սեպերից բաղկացած տիրույթի համար	158
---	-----

ՖԻԶԻԿԱԼ

Ա. Ա. Թուրոմյան—S-տիպի դիոդների ստատիկ և իմպուլսային բնութագծերը ցածր էներգիաներով էլեկտրոնների աղդիցության տակ	166
---	-----

ՕՐԳԱՆԱԿԱՆ ՔԻՄԻԱ

Ս. Լ. Պետրոսյան, Լ. Մ. Ջանվուլադյան, Ն. Մ. Բեյլերյան—Կոնյակի հասունացման պրոցեսների ուսումնասիրությունը էլեկտրոնային պարամագնիսային ռեզոնանսի մեթոդով	173
---	-----

ՐԻԶՄԻՄԻԱԼ

Վ. Ա. Շահինյան, Գ. Հ. Բունյաթյան, Գ. Վ. Ապրիկյան—ԱԴՖ-ի նշանակությունը α-կիտոգլուտարաթթվի փոխանակության մեջ սպիտակ առնետների ուղեղի միտոքոնդրիաներում ձերացման ժամանակ	178
---	-----

ԿՐԻՏԱՏԱՐԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

Մ. Ն. Կանդիրինա, Վ. Ա. Ռիխտեր—Rhagoletis Loew (Diptera, Tephritidae) խայտաբէշանների նոր տեսակ Հյուսիսային Կովկասից	184
Ա. Գ. Կաբապետյան—Ընդակեր ըզնդների նոր տեսակ Հայկական ՍՍՀ-ից (Coleoptera, Bzuchidae)	189

СОДЕРЖАНИЕ

МАТЕМАТИКА

Ф. А. Григорян—Задача определения качества изделий	129
Э. А. Даниелян, Н. С. Земляной—Асимптотический анализ системы $GI/G/\pi/\pi$ в условиях малой загрузки	132
В. М. Едигарян—Об одной интерполяционной задаче	141
А. И. Петросян—О крайних точках некоторых множеств голоморфных функций	148

МЕХАНИКА

А. Г. Галоян, А. А. Хачатрян—Поперечный изгиб балок, изготовленных из разномодульного материала	151
---	-----

ТЕОРИЯ УПРУГОСТИ

А. А. Баблоян, Н. О. Гулканян—Плоская задача теории упругости для области, составленной из двух усеченных клиньев	158
---	-----

ФИЗИКА

С. А. Тарумян—Статические и импульсные характеристики S-диодов при воздействии электронов низких энергий	166
--	-----

ОРГАНИЧЕСКАЯ ХИМИЯ

Ц. Л. Петросян, Л. М. Джинполадян, Н. М. Бейлерян—Изучение процессов созревания коньяка методом электронного парамагнитного резонанса	173
---	-----

БИОХИМИЯ

В. А. Шагинян, Г. Г. Бунятян, Г. В. Априкян—Значение АДФ в метаболизме α -кетоглутаровой кислоты в митохондриях мозга белых крыс при старении	178
--	-----

ЭНТОМОЛОГИЯ

М. Н. Кандыбина, В. А. Рихтер—Новый вид мух-пестрокрылых <i>Rhagoletis</i> Loew (Diptera, Tephritidae) с Северного Кавказа	184
А. П. Карапетян—Новый вид жуков зерновок из Армянской ССР (Coleoptera, Bruchidae)	189

CONTENTS

MATHEMATICS

p

- F. A. Grlgorian*—The Quality Estimation of Products 129
- E. A. Danielian, N. S. Zemllanoy*—Asymptotic Analists of $GI/G/r/n-r$ Systems in conditions of a small load 132
- V. M. Edigarian*—On a problem of interpolation 141
- A. I. Petrosian*—On the extreme points of some sets of holomorphic functions 148

MECHANICS

- A. G. Galoyan, A. A. Khachatryan*—Transversal bending of beams made of different modulus material 151

Theory of Elasticity

- A. A. Bahloyan, N. O. Gulkunian*—A Plane Problem of the Theory of Elasticity for a Region, Consisting of Two Topped Wedges 158

PHYSICS

- S. A. Tarumyan*—Static and Pulse Characteristics of S-diodes under the Action of Low-Energy Electrons 166

ORGANIC CHEMISTRY

- Ts. L. Petrosian, I. M. Djanpoladian, N. M. Beylerian*—The Study of the process of Cognac ageing by the electron paramagnetic resonance method 173

BIOCHEMISTRY

- V. A. Shahintan, G. H. Buniatian, G. V. Apriklan*—The significance of ADP in α -ketoglutaric acid metabolism in mitochondria of rat brain in senescence 178

ENTOMOLOGY

- M. N. Kant binu, V. A. Richt*—New species of the fruit flies of the genus *Rhagoletis* Loew (Diptera, Tephritidae) from the North Caucasus 184
- A. P. Karapettian*—A new species of bruchidae from armenia (Coleoptera, Bruchidae) 189

Технический редактор Л. А. АЗИЗБЕКЯН

ВФ 03882. Подписано к печати 7/VII 1976 г. Тираж 540. Изд. 4455. Заказ 266
Формат бумаги 70×108¹/₁₆. Печ. л. 5,13. Бум. л. 2,56.
Усл. печ. л. 5,7. Уч. изд. листов 3,6.

Типография Издательства АН Армянской ССР, Ереван, Бареканутян, 24
Типография Издательства АН Армянской ССР, г. Эчмиадзин

УДК 518.658.562

МАТЕМАТИКА

Ф. А. Григорян

Задача определения качества изделий

(Представлено чл.-корр. АН Армянской ССР Ф. Т. Саркисяном 30/XII 1975)

Обобщенный критерий качества K_j определяется исходя из представления

$$K_j = \prod_{i=1}^n a_{ij}^{x_i}, \quad j=1 \div m, \quad (1)$$

где a_{ij} — частные технико-экономические показатели;
 x_i — весовые коэффициенты частных показателей.

В отличие от случая опроса экспертов в ряде работ весовые коэффициенты определяются расчетным путем, исходя из частных технико-экономических показателей ряда устройств и дополнительных условий.

При этом следует учесть, что для большинства встречаемых на практике случаев:

- неизвестными являются как x_i , так и любое подмножество K_j ;
- исключается возможность непосредственного расчетного определения связей между отдельными показателями.

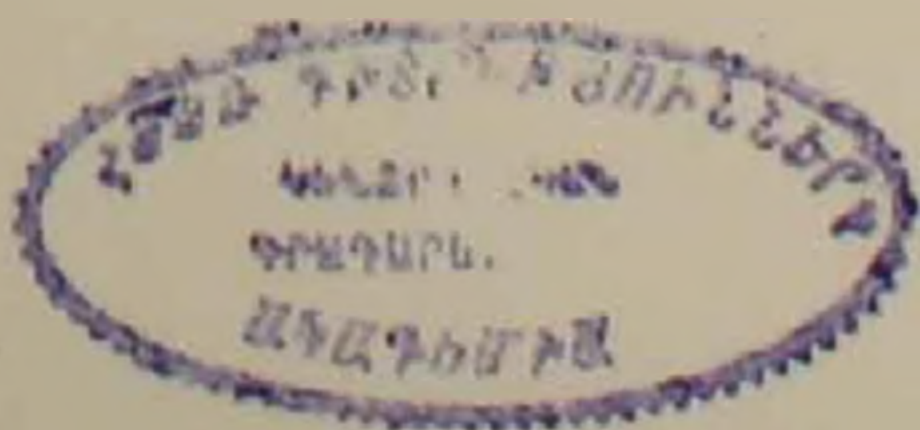
В работе (1) академика А. Н. Крылова «Об оценке представленных на конкурс проектов» предлагается рассчитывать весовые коэффициенты путем сопоставления данных среднего образца с данными отдельных устройств.

В общем случае, часто встречаемом в практике, неизвестна непосредственная связь между частными показателями, и для определения весовых коэффициентов требуется введение дополнительного условия и учет при этом специфических погрешностей.

В работе (2) весовые коэффициенты определены из системы уравнений

$$\prod_{i=1}^n a_{ij}^{x_i} = 1, \quad j=1 \div m. \quad (2)$$

Уравнения (2) представляют уравнения (1) и условия $K_j=1$, $j=1 \div m$.



Рассмотрим специфические ограничения и погрешности такого подхода в отдельных случаях:

1. $m=n$. В этом случае из системы (2) определяются весовые коэффициенты, однако исключается возможность оценки устройств, входящих в группу m , так как принято $K_j=1$.

2. $a_{ij} > a_{ij+1}$ при $j=1 \div m$. Корни системы уравнений (2) в указанном случае должны иметь разные знаки, в то время как не исключается, что у рассматриваемых устройств весовые коэффициенты одного знака. Погрешность является следствием принятого условия $K_j=1$.

3. $m > n$. В работе (2) такая система уравнений решается последовательным выделением уравнений со сходными коэффициентами и усреднением, что удобно с точки зрения контроля ошибки. Универсальным является решение методом наименьшего квадрата. В указываемом случае может иметь место неправильное предпочтение отдельных устройств. При заданных значениях a_{ij} , в зависимости от x_i рассматриваемых устройств может иметь место как случай $K_j > K_{j+1}$, так и случай $K_j < K_{j+1}$. Однако при данных a_{ij} из системы (2) однозначно определяются все x_i и тем самым K_j и K_{j+1} , исключая один из указанных случаев.

4. Неучет одного из существенных параметров, принятие $a_{kj}=1$. При этом может иметь место неправильное определение как величин, так и знаков весовых коэффициентов, что можно показать путем установления в системе уравнений (2) $a_{kj}=1$ и соответственного подбора числовых коэффициентов.

Так как знаки весовых коэффициентов заранее известны, то в ряде случаев появляется возможность путем сверки с полученными из расчета знаками контролировать замкнутость системы уравнений, правильность исходных статистических данных.

В работе (3) приведена методика оценки качества, разработанная в ВНИИС и ДВНЦ АН СССР.

Задача решается исходя из представления

$$a_{1j} = \sum_{i=2}^n x_i a_{ij}, \quad j=1 \div m \quad (3)$$

с выделением в левую часть уравнения цены. Если логарифмировать выражение (2) и оставить в левой части уравнения только частный показатель—цену, то выражения (2) и (3) становятся тождественными, отличаясь масштабом представления a_{ij} . В выражении (2) один произвольный весовой коэффициент приравнивается к единице, в данном случае весовой коэффициент цены приравнен к единице. Уравнение (3) в неявном виде содержит условие $K_j=1$ при $j=1 \div m$, явно выделенное в случае представления (2), следовательно ограничения и погрешности, указанные для выражения (2), правомерны и в случае представления выражением (3).

Таким образом постановка задачи дополняется подзадачей выделения группы устройств из рассматриваемой совокупности с относительно близким качеством. Выделяются устройства одного поколения, производства одного предприятия, отличающиеся по отдельным показателям.

Покажем возможность аналитического подхода при этом. В большинстве случаев собственный вектор, соответствующий наименьшему собственному значению и определенный из оптимальной подсистемы системы уравнения (2), будет представлять все весовые коэффициенты с минимальной ошибкой.

Решение задачи требует проведения большого объема машинных вычислений и сводится к сопоставлению наименьших собственных значений подгрупп и выборке наименьшего из них. Анализ собственных значений выявляет также точность вычисления.

Ереванский НИИ математических машин

3. 2. ԳՐԻԳՈՐՅԱՆ

Արտադրանքի որակի որոշման խնդիրը

Դիտվում է դեպքը, երբ առանձին տեխնիկա-տնտեսական ցուցանիշների կշիռներն ընդհանուր ցուցիչում որոշվում է անալիտիկ ճանապարհով:

Ցույց է տրված, որ խնդրադրումը թաղանթաժ կամ ակնհայտ ձևով պարունակում է մոտավորություն, որը մասնավոր դեպքերում ստեղծում է սխալների կրիտիկական տիրույթները:

Սխալի փոքրացման և զնահատման համար առաջարկվում է անջատիկ հավասարումների օպտիմալ ենթախումբը՝ սեփական արժեքների որոշման միջոցով:

ЛИТЕРАТУРА — ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

¹ А. Н. Крылов, Собр. соч., т. I, ч. I, изд. «Наука», М.—Л., 1951. ² Ф. А. Григорян, А. А. Дарбинян, «Вопросы радиоэлектроники», сер. ЭВТ, вып. 6 (1969). ³ Методика оценки уровня качества продукции с помощью комплексных показателей и индексов, изд. стандартов, М., 1974.

УДК 519.217

МАТЕМАТИКА

Э. А. Даниелян, Н. С. Земляной

Асимптотический анализ системы $GI/G/r/n-r$ в условиях малой загрузки

(Представлено чл.-корр. АН Армянской ССР А. А. Талаляном 30/XII 1975)

1. Работы (¹⁻³) А. Д. Соловьева и его учеников положили начало новому направлению в теории надежности и теории массового обслуживания.

В настоящей работе получено несколько результатов для системы $GI/G/r/n-r$, обобщающих результаты (³).

Пусть промежутки времен между соседними поступлениями вызовов в совокупности независимы и одинаково распределены с функцией распределения (ф. р.) $A(t)$, $A(+0)=0$. Длительности обслуживания вызовов в совокупности независимы, не зависят от процесса поступления и имеют ф. р. $B(t)$, $B(+0)=0$.

Нас интересует асимптотическое распределение момента первой потери вызова τ при „быстром“ обслуживании.

Процесс $\xi(t)$ числа вызовов в системе в момент t является регенерирующим. Точки регенерации — моменты начал периодов занятости (п. з.), т. е. моменты поступления вызовов в свободную систему.

Если ξ_1 — длина п. з., а ξ_2 — последующий промежуток отсутствия в системе вызовов, то $\xi = \xi_1 + \xi_2$ есть период регенерации (п. р.). Случайные величины (сл. в.) ξ_1 и ξ_2 зависимы.

Определим события: $D(u) = \{\text{в момент } \xi_1 \text{ с последнего момента поступления вызова прошло время } u\}$, $u \geq 0$. Зададим сл. в. ξ_{1u} и ξ_{2u} следующим образом:

$$\xi_{1u} = \xi_1 \text{ при условии } D(u);$$

$$P\{\xi_{2u} < t\} \stackrel{\text{def}}{=} P\{\xi_2 < t | D(u)\} = \frac{A(t+u) - A(u)}{1 - A(u)} \stackrel{\text{def}}{=} A_u(t).$$

Если при условии $D(u)$ $\bar{q}(u)$ есть вероятность потери вызова на ξ_1 и $P\{D(u)\} \stackrel{\text{def}}{=} dp(u)$, то

$$q = \int_0^{\infty} \bar{q}(u) dp(u), \tag{1}$$

где q — вероятность потери вызова на одном п. р.

2. Ниже докажем вспомогательную теорему. Рассмотрим регенерирующий процесс $\xi(t)$ и $t_0 = 0 < t_1 < \dots < t_n < \dots$ — последовательные моменты регенерации, а $\xi_n = t_n - t_{n-1}$ — длина n -го п. р.

$$\xi_n = \xi_{n1} + \xi_{n2},$$

где ξ_{n1} с вероятностью $dp(u) (u \geq 0)$ равны $\xi_{n1}^u (\int dp(u) = 1)$. Далее

$$P|\xi_{n2} < t / \xi_{n1} = \xi_{n1}^u| \stackrel{\text{def}}{=} P|\xi_{n2}^u < t| = A_u(t).$$

Предполагаем, что при каждом фиксированном $u \geq 0$ $|\xi_{n1}^u|_{n \geq 1}$ — одинаково распределены.

На n -ом п. р., причем только на ξ_{n1} , может появиться событие A_n . Пусть η_n — момент появления события A_n , отсчитываемый с момента t_{n-1} ($\eta_n \leq \xi_{n1}$), а A_n и η_n определены на классе траекторий $\{\xi(t); t_{n-1} < t \leq t_{n-1} + \xi_{n1}\}$ и не зависят от номера n п. р. Поэтому можно говорить о событии A .

Пусть $\bar{q}(u)$ и q — вероятности появления события A на ξ_{1u} и ξ_1 соответственно. Тогда верна формула (1).

Обозначим через τ момент первого появления события A , а через a^{-1} безусловное математическое ожидание сл. в. ξ_{n2}

$$a^{-1} = \int_0^\infty a_u^{-1} dp(u) < \infty, \tag{2}$$

где

$$a_u \stackrel{\text{def}}{=} \left(\int_0^\infty t dA_u(t) \right)^{-1} \quad (0 \leq u < \infty). \tag{3}$$

Теорема. Если $T = M\xi_{n1}$,

$$\text{то} \quad \lim_{\substack{aT \rightarrow 0 \\ q \rightarrow 0}} P|aq\tau > x| = e^{-x}, \quad x \geq 0. \tag{4}$$

Доказательство. Если χ_u — индикатор события A на ξ_1^u , то положим

$$\xi_u = \xi_1^u \cdot (1 - \chi_u) + \eta \chi_u; \quad \psi_u^-(z) = Me^{-z\xi_u} \cdot \chi_u;$$

$$\psi^u(z) = Me^{-z\xi_u}.$$

Введением дополнительного события выводится выражение для $Me^{x\tau}$, которое после замены z на $\bar{z} = aqz$, примет вид

$$Me^{-\bar{z}\tau} =$$

$$= \frac{q^{-1} \int_0^\infty \psi_u^-(\bar{z}) dp(u)}{q^{-1} \int_0^\infty (1 - \alpha_u(\bar{z})) dp(u) + q^{-1} \int_0^\infty (1 - \psi^u(\bar{z})) \alpha_u(\bar{z}) dp(u) + q^{-1} \int_0^\infty \psi_u^-(\bar{z}) \alpha_u(\bar{z}) dp(u)}, \tag{5}$$

где

$$a_u(z) = \int_0^{\infty} e^{-z t} d A_u(t).$$

Оценим числитель и слагаемые знаменателя правой части (5).

$$\begin{aligned} 0 &\leq q^{-1} \int_0^{\infty} (1 - \psi_u^u(\bar{z})) a_u(\bar{z}) dp(u) \leq q^{-1} \int_0^{\infty} M(1 - e^{-\bar{z} \xi_u}) dp(u) \leq \\ &\leq a z \int_0^{\infty} M \xi_u dp(u) \leq a z T. \end{aligned} \quad (6)$$

Аналогично выводятся оценки

$$0 \leq 1 - q^{-1} \int_0^{\infty} \psi_u^u(\bar{z}) dp(u) \leq a z T; \quad (7)$$

$$0 \leq \int_0^{\infty} a_u(\bar{z}) dp(u) - q^{-1} \int_0^{\infty} \psi_u^u(\bar{z}) a_u(\bar{z}) dp(u) \leq a z T. \quad (8)$$

При $a T \rightarrow 0$ из (6), (7) заключаем

$$q^{-1} \int_0^{\infty} (1 - \psi_u^u(\bar{z})) a_u(\bar{z}) dp(u) \sim 0, \quad q^{-1} \int_0^{\infty} \psi_u^u(\bar{z}) dp(u) \sim 1, \quad (9)$$

а из (8) вытекает соотношение

$$q^{-1} \int_0^{\infty} \psi_u^u(\bar{z}) a_u(\bar{z}) dp(u) \sim \int_0^{\infty} a_u(\bar{z}) dp(u),$$

которое при $q \rightarrow 0$ в силу неравенства

$$0 \leq 1 - \int_0^{\infty} a_u(\bar{z}) dp(u) \leq q z, \quad (10)$$

влечет за собой

$$q^{-1} \int_0^{\infty} \psi_u^u(\bar{z}) a_u(\bar{z}) dp(u) \sim 1.$$

Соотношения (9), (10) имеют место равномерно по z из любого конечного интервала.

Воспользовавшись правилом Лопиталья при $q \rightarrow 0$, находим

$$q^{-1}(1 - a_u(\bar{z})) \sim -(a_u(\bar{z}))'_q \sim a z a_u^{-1},$$

откуда при $q \rightarrow 0$

$$\int_0^{\infty} q^{-1}(1 - a_u(\bar{z})) dp(u) \rightarrow z \quad (11)$$

равномерно по z из любого конечного интервала.

Обоснуем допустимость предельного перехода под знаком интеграла в (11).

При фиксированном $u \geq 0$ $v(q) \stackrel{\text{def}}{=} a_u(z)$ есть преобразование Лапласа—Стильтьеса (п. Л. —С.) от некоторой ф. р. $V(x)$. Тогда функция

$$\frac{1 - a_u(z)}{qv_1} = \frac{1 - v(q)}{qv_1} \quad (v_1 = \int_0^\infty (1 - V(x)) dx)$$

есть также п. Л. —С. от некоторой ф. р. и, следовательно, монотонна по q . Таким образом подынтегральная функция по q монотонна. Осталось применить теорему Леви (⁴), стр. 74).

Наконец, при $a \rightarrow 0$, $q \rightarrow 0$, собрав воедино (5), (9)–(11), получаем

$$M \exp | - \bar{z} \tau | \sim \frac{1}{1 + z}, \quad \text{что и т. д.}$$

3. В настоящем пункте докажем несколько предельных теорем. Пусть $A(t)$ — фиксированная ф. р. Обозначим

$$a_0 = \left(\int_0^\infty t dA(t) \right)^{-1} < +\infty.$$

Теорема 3. 1. Если

а) a_u^{-1} по u ($0 \leq u < \infty$) в совокупности ограничены;

б) существует α , $0 < \alpha < \infty$, такое, что $\beta_{1+\alpha} \stackrel{\text{def}}{=} \int t^{1+\alpha} dB(t) < \infty$, то

$$\lim_{\beta_{1+\alpha} \rightarrow 0} P[a_0 q \tau > x] = e^{-x} \quad (x \geq 0).$$

Доказательство. А. Покажем, что $M\xi_1 \rightarrow 0$ при $\beta_{1+\alpha} \rightarrow 0$. Ясно, что величина п. 3. не уменьшится при замене r приборов на один и неограниченном увеличении числа мест для ожидания.

Выберем последовательность чисел ε_i ($0 < \varepsilon_i \leq 1$), где $\varepsilon_i \downarrow 0$ при $i \rightarrow \infty$, и ф. р. $\Phi_i(x)$

$$\Phi_i(x) = \begin{cases} 0, & \text{если } -\infty \leq x \leq \varepsilon_i, \\ 1 - (x^{-1}\varepsilon_i)^{1+\alpha}, & \text{если } \varepsilon_i \leq x. \end{cases}$$

Для каждого вещественного x $\Phi_j(x) \leq \Phi_i(x)$ ($j < i$) и

$$\varphi_{i1} \stackrel{\text{def}}{=} \int_0^\infty x d\Phi_i(x) = \frac{1+\alpha}{\alpha} \varepsilon_i \rightarrow 0 \quad (i \rightarrow \infty).$$

Если для ф. р. $B(x)$ ($B(+0)=0$) имеем $\beta_{1+\alpha} \leq \varepsilon_i^{1+\alpha}$, то $B(x) \geq \Phi_i(x)$. Действительно, в противном случае существует $x \in (\varepsilon_i, \infty)$ такое, что $B(x) < \Phi_i(x)$ и

$$\beta_{1+\alpha} \geq (1+\alpha) \int_0^x t^2 \bar{B}(t) dt \geq \bar{B}(x) x^{1+\alpha} > \bar{\Phi}_i(x) \cdot x^{1+\alpha} = \varepsilon_i^{1+\alpha}.$$

Здесь $\bar{B}(t) = 1 - B(t)$, $\bar{\Phi}_i(t) = 1 - \Phi_i(t)$ ($-\infty < t < +\infty$)

Пусть $B(t)$ и $\Phi_i(t)$ служат ф. р. для сл. в η и ψ_i . Тогда (см. приложение) η и ψ_i . Аналогично тому, как это сделано в приложении, введем сл. в. $T_\eta(T_{\psi_i})$ — длительность п. з. системы $G/I/G/1/\infty$ с ф. р. $B(x)$ ($\Phi_i(x)$) обслуживания.

На основании у. 3 приложения

$$MT_\eta \leq MT_{\psi_i},$$

а поскольку (см. у. 4 приложения) $MT_{\psi_i} \rightarrow 0$ при $i \rightarrow \infty$, то из $\beta_{i+1} \rightarrow 0$ вытекает

$$M\xi_1 = MT_\eta \rightarrow 0, \text{ что и т. д.}$$

Б. Так как $\beta_{i+1} \rightarrow 0$, то $\beta_1 \rightarrow 0$. Для каждого $\epsilon > 0$

$$q \leq \int_0^\infty A(t) dB(t) = \left(\int_0^\epsilon + \int_\epsilon^\infty \right) A(t) dB(t) \leq A(\epsilon) + 1 - B(\epsilon).$$

Выбором $\epsilon > 0$ можно сделать $A(\epsilon)$ сколь угодно малым, после чего при $\beta_1 \rightarrow 0$ (ϵ уже фиксировано) получим $B(\epsilon) \rightarrow 0$, откуда $q \rightarrow 0$, при $\beta_1 \rightarrow 0$.

В. Поскольку для $\epsilon > 0$ при $\beta_1 \rightarrow 0$

$$\int_0^\infty dp(u) \leq \int_0^\infty dB(u) = 1 - B(\epsilon) \rightarrow 0, \quad \int_0^\infty dp(u) \rightarrow 0,$$

то в силу условия а) теоремы, а именно $a_u^{-1} \leq L$ ($0 \leq u < \infty$, $0 < L < \infty$),

$$0 \leq \lim_{\beta_1 \rightarrow 0} \int_0^\infty a_u^{-1} dp(u) \leq L \lim_{\beta_1 \rightarrow 0} \int_0^\infty dp(u) = 0.$$

Так как при $u \rightarrow 0$

$$a_u^{-1} = (\bar{A}(u))^{-1} \cdot \int_0^\infty t d_t A(t+u) = (\bar{A}(u))^{-1} \cdot \int_u^\infty t dA(t) - u - a_0^{-1}$$

$$(\bar{A}(u) = 1 - A(u))$$

или на языке (ϵ, δ) при $0 \leq u < \epsilon$: $|a_0^{-1} - a_u^{-1}| < \delta$, то

$$a_0^{-1} - \delta = \lim_{\beta_1 \rightarrow 0} (a_0^{-1} - \delta) p(\epsilon) \leq \lim_{\beta_1 \rightarrow 0} \int_0^\infty a_u^{-1} dp(u) \leq \lim_{\beta_1 \rightarrow 0} (a_0^{-1} + \delta) p(\epsilon) = a_0^{-1} + \delta$$

Таким образом, для каждого фиксированного $\epsilon > 0$

$$\lim_{\beta_1 \rightarrow 0} \int_0^\infty a_u^{-1} dp(u) = \lim_{\beta_1 \rightarrow 0} \int_0^\infty a_u^{-1} dp(u) = a_0^{-1}.$$

Теорема доказана.

Следствие 3. 1. Если

- а) a_u^{-1} по u ($0 \leq u < \infty$) в совокупности ограничены;
- б) существует $N > 0$, такое, что $P\{\eta \geq N\} = 1 - B(N) = 0$,

то

$$\lim_{\beta_1 \rightarrow 0} P[a_0 q \tau > x] = e^{-x} \quad (x \geq 0).$$

Доказательство следует из теоремы 3. 1 и неравенства (при $x > 0$)

$$\beta_{1+} = \int_0^N t^{1+\alpha} dB(t) \leq N^\alpha \int_0^N t dB(t) = N^\alpha \beta_1.$$

Теорема 3. 2. Пусть в представлении

$$A(t) = 1 - \exp \left| - \int_0^t a(u) du \right|$$

мгновенная интенсивность $a(u)$ ограничена; $a(u) \leq a^* < \infty$ и выполнено условие а) теоремы 3. 1.

Тогда

$$\lim_{\beta_1 \rightarrow 0} P[a_0 q \tau > x] = e^{-x} \quad (x \geq 0).$$

Доказательство. Поскольку $\beta_1 \rightarrow 0$ и имеет место условие а) теоремы 3. 1, то легко видеть, что содержание пунктов Б и В теоремы 3. 1 имеет силу и в этом случае. Осталось показать, что при $\beta_1 \rightarrow 0$ и $T \rightarrow 0$.

Замена в исследуемой системе числа r приборов на единицу, интенсивности входящего потока на a^* и неограниченное увеличение числа мест для ожидания не уменьшает математическое ожидание (T_1) п. 3.

В новой системе $M/G/1/\infty$

$$T_1 = \frac{\beta_1}{1 - a^* \beta_1} \rightarrow 0 \quad \text{при } \beta_1 \rightarrow 0.$$

Поскольку β_1 в обеих системах одинаково и $T \leq T_1$, то из $\beta_1 \rightarrow 0$ следует $T \rightarrow 0$.

4. Приложение 1°. Введем бинарное отношение. Пусть ξ_1 и ξ_2 — сл. в. с ф. р. $F_1(x)$ и $F_2(x)$, соответственно. Под записью $\xi_1 \leq \xi_2$ понимаем $\bar{F}_1(x) \leq \bar{F}_2(x)$ при каждом вещественном x , где $\bar{F}_i(x) = 1 - F_i(x)$ ($i = 1, 2$). Докажем несколько утверждений (у.).

у. 1. Если $\xi_1 \leq \xi_2$, то $M\xi_1 \leq M\xi_2$.

Доказательство.

$$M\xi_1 = \int_0^\infty \bar{F}_1(x) dx - \int_0^\infty F_1(x) dx \leq \int_0^\infty \bar{F}_2(x) dx - \int_0^\infty F_2(x) dx = M\xi_2.$$

у. 2. Если $\xi_1 \leq \xi_2$, а ζ — произвольная сл. в., то $\xi_1 + \zeta \leq \xi_2 + \zeta$.

Доказательство. Пусть $G(t)$ — ф. р. сл. в. ζ .

$$P[\xi_1 + \zeta > x] = \int \bar{F}_1(x-t) dG(t) \leq \int \bar{F}_2(x-t) dG(t) = P[\xi_2 + \zeta > x], \text{ что и т. д.}$$

2°. Для системы $GI/G/1/\infty$ введем следующие обозначения:

η_i — время обслуживания i -го по счету поступившего вызова (η_i — независимы и одинаково распределены); τ_i — интервал времени между поступлениями в систему i -го и $(i+1)$ -го вызовов;

$$\xi_i \stackrel{\text{def}}{=} \eta_i - \tau_i \quad (i \geq 1); \quad Y_n \stackrel{\text{def}}{=} \sum_{i=1}^n \xi_i \quad (n \geq 1), \quad Y_0 \stackrel{\text{def}}{=} 0; \quad (12)$$

$$\bar{Y} \stackrel{\text{def}}{=} \sup(Y_0, Y_1, \dots);$$

T_{η_1} — п. з. рассматриваемой системы; ν_0 — число вызовов, обслуженных за один п. з. Очевидно,

$$T_{\eta_1} = \sum_{k=1}^{\nu_0} \eta_k.$$

Воспользуемся известным результатом ((⁵), стр. 190) из теории случайных блужданий (сл. б.).

Для последовательности $\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_n, \dots$ независимых одинаково распределенных сл. в. с $M\xi_i < 0$ случайное число ν_0 шагов до первого (после выхода из точки $Y_0 = 0$) попадания в область $x \leq 0$, имеет конечное математическое ожидание $M\nu_0 < \infty$; более того,

$$M\nu_0 = |P\{\bar{Y} = 0\}|^{-1}.$$

(Здесь употреблены обозначения (12)).

Согласно тождеству Вальда ((⁵), стр. 195) имеем

$$MT_{\eta_1} = M\eta_1 \cdot M\nu_0 = \beta_1 \cdot |P\{\bar{Y} = 0\}|^{-1}. \quad (13)$$

В силу ((⁶), стр. 171, следствие 2) и $M\xi_i < 0$ вытекает $P\{\bar{Y} = 0\} > 0$. Наконец, полагая в ((⁶), стр. 174, следствие 2, первое тождество) $\lambda = 0$ и устремляя $z \uparrow 1$, получаем

$$P\{\bar{Y} = 0\} = \exp\left[-\sum_{k=1}^{\infty} k^{-1} \cdot P\{Y_k > 0\}\right]. \quad (14)$$

Допустим в сл. б., не изменяя τ_i , возмущаем η_i и η_i — возмущенные значения η_i . Тогда сл. в. $\bar{\xi}_1, \bar{\xi}_2, \dots, \bar{\xi}_n, \dots$, где $\bar{\xi}_i = \eta_i - \tau_i$, порождают новое сл. б., функционалы которого будем снабжать сверху волной. у. 3. Если $\eta_i \leq \bar{\eta}_i$, то $MT \leq M\bar{T}$.

Доказательство. у. 2., примененное к Y_n и $\bar{Y}_n$ при каждом фиксированном n , дает

$$P\{Y_n > 0\} \leq P\{\bar{Y}_n > 0\} \quad (n \geq 1). \quad (15)$$

Из (14), (15) получаем

$$P|\bar{Y}=0| \geq P|\bar{\bar{Y}}=0|. \quad (16)$$

Осталось воспользоваться у. 1, (13) и (16)

$$M T = \frac{\beta_1}{P|\bar{Y}=0|} \leq \frac{\bar{\beta}_1}{P|\bar{\bar{Y}}=0|} = M \bar{T}, \text{ что и т. д.}$$

Пусть при каждом $k \geq 1$ задана последовательность $\eta_{k1}, \eta_{k2}, \dots, \eta_{kn}, \dots$ независимых одинаково распределенных сл. в., и $\xi_{ki} = \eta_{ki} - \bar{\eta}_i$, $M\xi_{ki} < 0$.

Рассмотрим сл. б., порожденное последовательностью $\xi_{k1}, \xi_{k2}, \dots, \xi_{kn}, \dots$

у. 4. Если η_{k1} и η_{m1} при $k > m$ и $M\pi_{m1} \rightarrow 0$ при $m \rightarrow \infty$, то $MT_{\eta_{m1}} \rightarrow 0$ при $m \rightarrow \infty$.

у. 4 следует из (13) и (16).

Вычислительный центр Академии наук Армянской ССР и
Ереванского государственного университета

Է. Ա. ԳԼԵԻԽԵԼՅԱՆ, Ն. Ս. ԶԵՄԼՅԱՆՈՅ

Փոխ ծանուցեռնովածության դեպքում $GI/G/r/n-r$ տիպի սխառեմների
ասիմպտոտիկ հետազոտում

Իրտարկվում է r հատ սարք և $n-r$ սպասման տեղ ունեցող պահգլածալին սպասարկման մի սխառեմ: Առաջացող պահանջները կազմում են $A(t)$ բաշխման ֆունկցիայով սկսորենառ ներմանող հոսք ($A(0)=0$):

Պահանջները սպասարկվում են միմյանցից անկախ և մի պահանջի սպասարկման ժամանակը հանդիսանում է $B(t)$ բաշխման ֆունկցիա ունեցող պատահական մեծություն ($B(0)=0$): Սպասարկման և պահանջների առաջացման պրոցեսներն անկախ են:

Սկզբնական մոմենտին սխառեմն ազատ է պահանջներից:

Սպասարկման ժամանակը «փոքր» լինելու դեպքում պահանջի առաջին կորուստի և պատահական մոմենտի վերաբերյալ ապացուցված են երկու սահմանալին թեորեմներ:

Դիցուք՝ q -ն պահանջի կորուստի հավանականությունն է մի պահգլածության պարբերության ընթացքում և

$$a_u = \int_0^u t d_t \frac{A(t+u)}{1-A(u)}:$$

Խ ե ո բ մ — նրբ՝

ա) a_u^{-1} -որը ըստ u -ի ($0 \leq u < \infty$) սահմանափակ են:

բ) գոյություն ունի α , $0 < \alpha < \infty$, այնպիսին, որ $\xi_{1+\alpha} = \int t^{1+\alpha} dB(t) < \infty$,

ապա՝

$$\lim_{\beta_{1+\alpha} \rightarrow 0} P|a_0 q \tau > x| = e^{-x} \quad (x \geq 0);$$

ԹԵՄԱՆԻՔ — ԴԻՖԳԵՐԵՆՑԻԱԼ

$$A(t) = 1 - \exp \left\{ - \int_0^t a(u) du \right\}, \quad a(u) \leq a^* < \infty$$

և սեղի ունի նախորդ բերեմի m) պայմանը:
Այդ դեպքում՝

$$\lim_{\beta_1 \rightarrow 0} P(a_0 q \tau > x) = e^{-x} \quad (x \geq 0):$$

ЛИТЕРАТУРА — ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

¹ А. Д. Соловьев, Докторская диссертация, МГУ, 1972. ² О. П. Виноградов, Кандидатская диссертация, МГУ, 1968. ³ Д. Б. Гнеденко, Кандидатская диссертация, МГУ, 1975. ⁴ А. Н. Ширяев, Дополнительные главы теории вероятностей, МГУ, 1968. ⁵ Ю. А. Розанов, случайные процессы, М., «Наука», 1971. ⁶ А. А. Боровков, Курс теории вероятностей, М., «Наука», 1972.

УДК 517.5

МАТЕМАТИКА

В. М. Едигарян

Об одной интерполяционной задаче

(Представлено академиком АН Армянской ССР А. Л. Шагиняном 20/1 1976)

1. Мы рассматриваем задачу интерполирования аналитической в полуплоскости функции, связанной с известной задачей Мандельбройта—Винера ⁽¹⁾

Пусть аналитическая в полуплоскости $\text{Re} z \geq 0$ функция $f(z)$ удовлетворяет следующим условиям:

$$f(\lambda_n) = a_n, \quad (1.1)$$

где $\{a_n\}$ — определенная последовательность,

$$\lim_{n \rightarrow \infty} (\lambda_{n+1} - \lambda_n) \geq h > 0, \quad \lambda_n > 0, \quad |(\lambda_n - n)| \leq L \quad (1.2)$$

где $L > 0$ некоторое число,

$$|f(z)| < M_n \quad \text{при} \quad |\text{Re} z| \equiv |x| = n. \quad (1.3)$$

Известно ⁽²⁾, что из расходимости интеграла

$$\int_0^\infty M |\ln r - a| \frac{dr}{r^2} = \infty \quad (1.4)$$

для любого $a > 0$, где

$$M(b) = \sup_n (\lambda_n b - \log M_n) \quad (1.5)$$

функция следа последовательности $\{M_n\}$ следует, что функция $f(z)$ однозначно определяется значениями a_n ($n=1, 2, \dots$).

Наша задача интерполировать функцию $f(z)$ по этим значениям.

Приведем некоторые факты, используемые в дальнейшем. Пусть $\{M_n\}$ — последовательность положительных чисел. Следуя Мандельбройту, скажем, что последовательность $\{M_n\}$ имеет свойство единственности относительно задачи (1.1) — (1.3), если для любого положительного $a > 0$ удовлетворяется условие (1.4). В частности, когда

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\log M_n}{\lambda_n} < \infty, \quad (1.6)$$

то $M(b) \equiv \infty$ для достаточно большого σ , так что имеет место свойство единственности.

Если

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\log M_n}{\lambda_n} = \infty, \quad (1.7)$$

пусть последовательность $\{M_n^c\}$ определена так, что $\log M_n^c$ есть наибольшая монотонная, неубывающая функция от n , которая не превосходит $\log M_n$. Мандельбройт доказал ⁽³⁾, что условие (1.4) эквивалентно условию

$$\sum \frac{M_n^c}{M_{n+1}^c} = \infty. \quad (1.8)$$

И наконец, заметим, что при условии (1.2) функция

$$\Psi(z) = \prod_{n=1}^{\infty} \left(1 - \frac{z^2}{\lambda_n^2} \right) \quad (1.9)$$

является целой функцией экспоненциального типа и имеет место соотношение

$$|\Psi(re^{i\theta})| = C_1 e^{\pi r |\sin \theta|} \quad \text{при } \theta \neq 0, \pi \quad (1.10)$$

для достаточно больших r (см. ⁽⁴⁾).

2. Теорема 1. Пусть $f(z)$ регулярна в полуплоскости $\operatorname{Re} z \geq 0$ и удовлетворены условия (1.1) – (1.4). Тогда, если удовлетворено и условие (1.6), то

$$f(z) = \Psi(z) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{a_n}{\Psi'(\lambda_n)} \frac{1}{z - \lambda_n} - \Psi(z) \int_{-\infty}^{\infty} \frac{f(iy)}{\Psi(iy)} \frac{dy}{iy - z}, \quad \operatorname{Re} z > 0 \quad (2.1)$$

и если выполняется условие (1.7), то

$$\left| \frac{f(z)}{\Psi(z)} + \int_{-\infty}^{\infty} \frac{f(iy)}{\Psi(iy)} \frac{dy}{iy - z} - \sum_{k=1}^m \frac{a_k}{\Psi'(\lambda_k)} \frac{1}{z - \lambda_k} \right| \leq M_{n+1} e^{-k_0 \lambda_n} \quad (m \geq n) \quad (2.2)$$

где $k_0 > 0$ — некоторая положительная константа.

Доказательство. Интегрируем функцию

$$\frac{f(z)}{\Psi(z)} w^z \quad 0 < w < 1$$

по контуру прямоугольника, вершинами которого являются точки $k - iR$, $\lambda - iR$, $\lambda + iR$ и $k + iR$, где $\lambda_m < k < \lambda_{m+1}$, $\lambda_n < \lambda < \lambda_{n+1}$.

Имеем

$$F_f(\omega) = \int_{R-iR}^{\lambda-iR} + \int_{\lambda-iR}^{\lambda+iR} + \int_{\lambda+iR}^{k+iR} + \int_{k+iR}^{k-iR} \left(\frac{f(z)}{\Psi(z)} \omega^z \right) dz = I_1 + I_2 + I_3 + I_4.$$

Покажем, что

$$\lim_{R \rightarrow \infty} I_1 = \lim_{R \rightarrow \infty} I_3 = 0.$$

Действительно, из оценки (1.10) следует, что

$$|I_1| \leq \int_k^\lambda \left| \frac{f(x-iR)}{\Psi(x-iR)} \right| \omega^k dx < M_{n+1+L} \int_k^\lambda e^{-\pi R \omega^x} dx = M_{n+1+L} \cdot e^{\frac{-\pi R \omega^\lambda - \omega^k}{\ln \omega}} \rightarrow 0$$

при $R \rightarrow \infty$. Аналогично доказывается, что $\lim_{R \rightarrow \infty} I_3 = 0$.

Оценим теперь I_2 . Имеем

$$\begin{aligned} |I_2| &< M_{n+1+L} \int_{-R}^R e^{-\pi |y| \omega^\lambda} dy = 2M_{n+1+L} \omega^\lambda \int_0^R e^{-\pi y} dy = \\ &= 2\omega^\lambda M_{n+1+L} \left(\frac{1}{\pi} - \frac{e^{-\pi R}}{\pi} \right) \rightarrow 0 \end{aligned}$$

при $n \rightarrow \infty$, если только выполнено условие (1.7), а $\omega = e^{-k_0}$, где

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\log M_n}{\lambda_n} < k_0.$$

Таким образом

$$F_f(\omega) = - \int_{k-i\infty}^{k+i\infty} \frac{f(z)}{\psi(z)} \omega^z dz. \quad (2.3)$$

С другой стороны, по теореме вычетов

$$F_f(\omega) = 2\pi i \sum_{m=1}^{\infty} \frac{f(\lambda_m)}{\Psi'(\lambda_m)} \omega^{\lambda_m}. \quad (2.4)$$

Пусть теперь $\lambda_m < \operatorname{Re} z < \mu < \lambda_{m+1}$. Легко доказать, что для таких z интеграл

$$\int_0^1 \omega^{-z-1} d\omega \int_{\mu-i\infty}^{\mu+i\infty} \frac{f(s)}{\psi(s)} \omega^s ds$$

абсолютно сходится и, следовательно можно поменять порядок интегрирования. Имеем:

$$\frac{1}{2\pi i} \int_0^1 \omega^{-z-1} F_f(\omega) d\omega = \frac{1}{2\pi i} \int_{\mu-i\infty}^{\mu+i\infty} \frac{f(s)}{\psi(s)} ds \int_0^1 \omega^{s-z-1} d\omega = \frac{1}{2\pi i} \int_{\mu-i\infty}^{\mu+i\infty} \frac{f(s)}{\psi(s)} \frac{ds}{s-z} \quad (2.5)$$

Теперь интегрируем функцию $\frac{f(s)}{\psi(s)} \frac{1}{s-z}$ по контуру прямоугольника, взятого в положительном направлении, вершинами которого являются точки $\nu-iR$, $\mu-iR$, $\mu+iR$, $\nu+iR$, где $\lambda_m < \nu < \operatorname{Re} z < \mu < \lambda_{m+1}$.

Легко доказывается, что

$$\lim_{R \rightarrow \infty} \int_{\nu-iR}^{\mu-iR} \frac{f(s)}{\psi(s)} \frac{ds}{s-z} = \lim_{R \rightarrow \infty} \int_{\mu+iR}^{\nu+iR} \frac{f(s)}{\psi(s)} \frac{ds}{s-z} = 0 \quad (2.6)$$

следовательно

$$\int_{\mu-i\infty}^{\mu+i\infty} \frac{f(s)}{\psi(s)} \frac{ds}{s-z} - \int_{\nu-i\infty}^{\nu+i\infty} \frac{f(s)}{\psi(s)} \frac{ds}{s-z} = \frac{f(z)}{\psi(z)} \quad (2.7)$$

откуда

$$\int_{\mu-i\infty}^{\mu+i\infty} \frac{f(s)}{\psi(s)} \frac{ds}{s-z} = \frac{f(z)}{\psi(z)} + \int_{\nu-i\infty}^{\nu+i\infty} \frac{f(s)}{\psi(s)} \frac{ds}{s-z} \quad (2.8)$$

Таким образом, из (2.3), (2.5) и (2.8) следует, что

$$\frac{f(z)}{\psi(z)} = \sum_{m+1}^{\infty} \frac{f(\lambda_n)}{\psi'(\lambda_n)} \frac{1}{z-\lambda_n} - \int_{\nu-i\infty}^{\nu+i\infty} \frac{f(s)}{\psi(s)} \frac{ds}{s-z} \quad (2.9)$$

при любом m , следовательно

$$f(z) = \psi(z) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{a_n}{\psi'(\lambda_n)} \cdot \frac{1}{z-\lambda_n} - \psi(z) \int_{-i\infty}^{i\infty} \frac{f(s)}{\psi(s)} \frac{ds}{s-z} \operatorname{Re} z > 0.$$

и (2.1) доказана.

Если предположить, что выполнены условия (1.7), (1.8), тогда имеем, что

$$|I_2| < C M_{n+1+L} e^{-h_0 \lambda_n} \quad (2.10)$$

следовательно, повторяя рассуждения, мы получим

$$\left| \frac{f(z)}{\psi(z)} + \int_{-\infty}^{\infty} \frac{f(iy)}{\psi(iy)} \frac{dy}{iy-z} - \sum_{k=1}^m \frac{a_k}{\psi'(\lambda_k)} \cdot \frac{1}{z-\lambda_k} \right| < \\ < M_{n+1+L} e^{-h_0 \lambda_n} \operatorname{Re} z > 0 \quad (m \geq n)$$

что доказывает (2.2).

3. Мы привели решение задачи (1.1) — (1.3) методом контурного интегрирования. Используя идею работы (2), можно дать решение данной задачи методом интегральных преобразований в том частном случае, когда $\lambda_n = n$. Мы показываем, что интегральным преобразованием Меллина задача приводится к задаче восстановления функции по ее моментам, а последняя решается с помощью разложений, использующих в качестве базисной системы алгебраические ортогональные полиномы.

Лемма 1. Если функция $f(z)$ аналитична в полуплоскости $\operatorname{Re} z > 0$ и удовлетворяет условию (1.3), то ее можно представить интегралом Меллина

$$f(z) = \int_0^{\infty} t^{z-1} \varphi(t) dt, \quad (3.1)$$

где $\varphi(t)$ непрерывная функция на полуоси $(0, +\infty)$ и удовлетворяет условиям

$$\varphi(t) = O(|t|^{-\epsilon}) \quad \text{при} \quad t \rightarrow 0 \quad \forall \epsilon > 0 \quad (3.2)$$

$$\lim_{t \rightarrow +\infty} t^k \varphi(t) = 0 \quad (k = 0, 1, 2, \dots) \quad (3.3)$$

Доказательство следует из теоремы 31 работы (6).

Определение. Через A_γ обозначим класс аналитических в полуплоскости $\operatorname{Re} z > 0$ функций $f(z)$, удовлетворяющих условию (1.3) и

$$\beta_n \sim \frac{n!}{2^n \cdot n^{1+\gamma}}, \quad \gamma > 0 \quad (3.4)$$

где

$$\beta_n = \sup_{k \geq n} \frac{|a_{k+1}|}{k!}. \quad (3.5)$$

Лемма 2. Разложение Фурье-Лагерра функции $\varphi(x)$ сходится к $\varphi(x)$ равномерно в каждом интервале полуоси $(0, +\infty)$ любой функции $\varphi(x)$, двойственной в смысле Меллина с функцией класса A_γ .

Доказательство. Лемма 2 получается методом доказательства теоремы 1 работы (2), использованием оценок (3.2), (3.4).

Теорема 2. Пусть $f(z)$ аналитична в полуплоскости $\operatorname{Re} z > 0$ и удовлетворяет условиям (1.3), (1.4) и

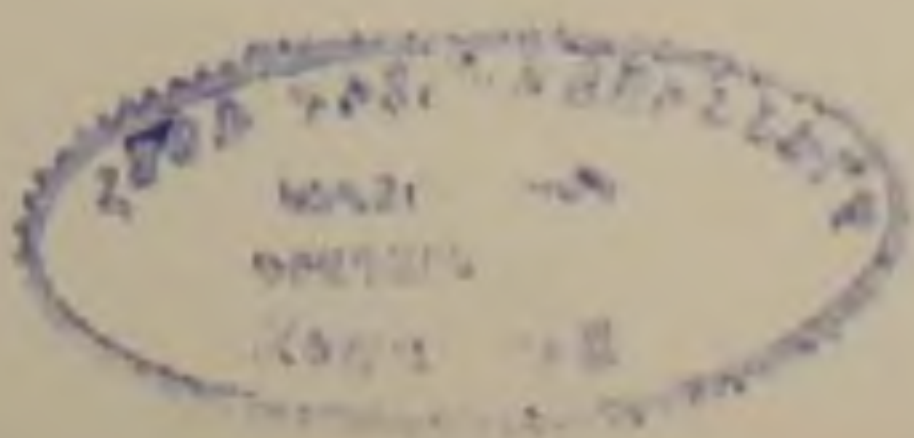
$$f(n) = a_n \quad (n = 1, 2, \dots) \quad (3.6)$$

где $\{a_n\}$ — определенная последовательность.

Тогда

$$f(z) = \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n B_n \cdot n! \sum_{k=0}^n \frac{\Gamma(n+1) (-1)^k}{\Gamma(k+1) k! (n-k)!} \Gamma(z+k) \quad (3.7)$$

где B_n — коэффициенты Фурье-Лагерра функции



$$B_n = (-1)^n \sum_{k=0}^n \frac{(-1)^k a_{k+1}}{(k!)^2 (n-k)!}. \quad (3.8)$$

Доказательство. Согласно лемме 2, имеем

$$\varphi(x) = \sum_{k=0}^{\infty} B_k e^{-x} L_k^{(0)}(x) \quad (3.9)$$

где

$$L_n^{(0)}(x) = (-1)^n e^x \frac{d^n}{dx^n} (x^n e^{-x}) = (-1)^n n! \sum_{k=0}^n \frac{\Gamma(n+1) (-x)^k}{\Gamma(k+1) k! (n-k)!}$$

многочлены Лагерра нулевого рода,

$$B_n = \frac{1}{(n!)^2} \int_0^{\infty} \varphi(x) L_n^{(0)}(x) dx \quad (3.10)$$

Подставляя значение $L_n^{(0)}(x)$ в (3.10) и интегрируя почленно, получим

$$B_n = (-1)^n \sum_{k=0}^n \frac{(-1)^k a_{k+1}}{(k!)^2 (n-k)!}.$$

Подставляя выражение $\varphi(x)$ в (3.1) и используя равномерную сходимость (3.9), имеем

$$\begin{aligned} f(z) &= \int_0^{\infty} t^{z-1} \varphi(t) dt = \sum_{n=0}^{\infty} B_n \int_0^{\infty} t^{z-1} e^{-t} (-1)^n n! \sum_{k=0}^n \frac{\Gamma(n+1) (-t)^k}{\Gamma(k+1) k! (n-k)!} dt = \\ &= \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n B_n n! \sum_{k=0}^n \frac{\Gamma(n+1) (-1)^k}{\Gamma(k+1) k! (n-k)!} \Gamma(z+k). \end{aligned}$$

Что и требовалось доказать.

Ереванский политехнический институт им. К. Маркса

Վ. Մ. ԵՐԻՊԱՐՅԱՆ

Մի ինտեգրալային խնդրի մասին

Դիցուք $\operatorname{Re} z \geq 0$ աչ կիսահարթության մեջ անալիտիկ ֆունկցիան բաժարարում է հետևյալ պայմաններին $f(\lambda_n) = a_n$, որտեղ $|a_n|$ — տրված հաջորդականություն է, $\lim_{n \rightarrow \infty} (\lambda_{n+1} - \lambda_n) \geq h > 0$, $\lambda_n > 0$, $|\lambda_n - n| < L$, L որևէ թիվ է,

$$|f(z)| < M_n \quad [\operatorname{Re} z] \equiv [x] = n:$$

Հախանի է (Σ) , որ հետևյալ ինտեգրալի տարամիտումից

$$\int_0^x M[\ln r - a] \frac{dr}{r^2} = \infty$$

ցանկացած $a > 0$ դեպքում, հետևում է, որ $f(s)$ ֆունկցիան միարժեքորեն որոշվում է $a_n (= 1, 2, \dots)$ արժեքներով: Պահանջվում է մոտարկել ֆունկցիան ակնարկի արժեքներով:

Աշխատանքում բերված է այդ խնդրի լուծման երկու մոտեցում: Կոնտուրային ինտեգրալի եղանակով և ինտեգրալային ձևափոխությունների եղանակով:

ЛИТЕРАТУРА — ԴՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

¹ S. Mandelbrojt, N. Wiener. C. R. Acad. Sci. Paris. 225, 978 (1947). ² P. Malliavin. Acta Math. 93, 179—255 (1955) ³ С. Мандельброт, Примакающие ряды. Регуляризация последовательностей. Применения. М., 1955. ⁴ V. Bernstein. Leçons sur les progrès récents de la théorie des séries de Dirichlet, Paris., 1933. ⁵ В. М. Едигарян, ДАН АрмССР, Т. LX, № 5, 263—268 (1975) ⁶ Е. Титчмарш. Введение в теорию интегралов Фурье, М., 1948.

УДК 01.01.01

МАТЕМАТИКА

А. И. Петросян

О крайних точках некоторых множеств голоморфных функций

(Представлено академиком АН Армянской ССР А. Л. Шагиняном 30/I 1976)

Пусть D —единичный круг $|z| < 1$; K —выпуклый компакт на плоскости w ; $H^\infty(D)$ —пространство голоморфных и ограниченных в D функций; $H^\infty(D; K)$ —множество функций $f(z) \in H^\infty(D)$, для которых $f(D) \subset K$. Очевидно, $H^\infty(D; K)$ является выпуклым множеством в $H^\infty(D)$. Каковы крайние точки этого множества? В случае, когда K —круг $|w| \leq 1$, т. е. $H^\infty(D; K)$ является единичным шаром в $H^\infty(D)$, крайними точками, как известно, ((¹), стр. 197) являются те и только те функции, которые удовлетворяют условию

$$\int_0^{2\pi} \log(1 - |f(e^{i\theta})|) d\theta = -\infty. \quad (1)$$

Целью настоящей работы является описание крайних точек множества $H^\infty(D; K)$ для довольно широкого класса выпуклых компактов K , а именно, для компактов, удовлетворяющих условию (A): *граница (∂K) компакта K в каждой своей точке имеет соприкосновение порядка не выше $n-1$ (n —четное число) с опорной прямой*. Напомним, что опорной к данному множеству K в данной точке $\zeta \in K$ называется прямая, проходящая через ζ и оставляющая K по одну сторону от себя.

В работе ((²)) описаны крайние точки множества $H^\infty(D, K)$ для компактов, удовлетворяющих некоторому условию, которое, как легко показать, эквивалентно условию (A) при $n=2$.

На множестве K определим неотрицательную функцию

$$G(w) = \sup \{ |\zeta| : w \pm \zeta \in K \}, \quad w \in K. \quad (2)$$

Обозначим через $\rho(w, \partial K)$ расстояние между w и ∂K , т. е.

$$\rho(w, \partial K) = \inf_{t \in \partial K} |w - t|.$$

Лемма. Для выпуклых компактов K , удовлетворяющих условию (A), имеет место неравенство

$$G(w) \leq C \cdot \rho^{1/n}(w, \partial K), \quad w \in K, \quad (3)$$

где C от w не зависит.

Доказательство. Из условия (A) следует, что для каждой точки $\zeta \in \partial K$ и опорной прямой l , проходящей через ζ , существует окрестность D_ζ этой точки и парабола четного порядка n с вершиной ζ и с касательной l так, что ветви этой параболы охватывают множество $K \cap D_\zeta$. Множество $K' = K \setminus \bigcup_{\zeta \in \partial K} D_\zeta$ компактно внутри K , т. е. $\rho(K', \partial K) > 0$. Ввиду того, что K — компакт, из определения (2) следует, что функция $G(w)$ ограничена некоторой константой M , $G(w) \leq M$.

Пусть $C = \max \{1; M \cdot \rho^{-\frac{1}{n}}(K', \partial K)\}$. Для $w \in K'$ имеем

$$G(w) \leq M \leq C \cdot \rho^{1/n}(K', \partial K) \leq C \cdot \rho^{1/n}(w, \partial K). \quad (4)$$

В случае же $w \in K \setminus K'$ выберем $\zeta_0 \in \partial K$ так, чтобы

$$\rho(w, \partial K) = \rho(w, \zeta_0). \quad (5)$$

Опорная прямая к компакт K' через точку ζ_0 , очевидно, перпендикулярна к прямой d , соединяющей точки w и ζ_0 , иначе на ∂K существовали бы точки, расположенные к w ближе, чем ζ_0 , что противоречило бы (5). Проведя соответствующую параболу порядка n с осью d и с вершиной ζ_0 , убеждаемся, что

$$G(w) \leq |w - \zeta_0|^{1/n} = \rho^{1/n}(w, \partial K). \quad (6)$$

Объединяя (4) и (6), получаем утверждение леммы (3) для всех точек $w \in K$.

Теорема. Пусть K — выпуклый компакт, удовлетворяющий условию (A). Для того, чтобы функция $f(z)$ являлась крайней точкой множества $H^+(D; K)$, необходимо и достаточно выполнение условия

$$\int_0^{2\pi} \log \rho(f(e^{i\theta}), \partial K) d\theta = -\infty. \quad (7)$$

Необходимость. Пусть интеграл в левой части (7) сходится. Функция

$$h(z) = \exp \left\{ \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \frac{e^{i\theta} + z}{e^{i\theta} - z} \log \rho(f(e^{i\theta}), \partial K) d\theta \right\}$$

голоморфна и ограничена в круге D и почти всюду $|h(e^{i\theta})| = \rho(f(e^{i\theta}), \partial K)$. Отсюда следует, что $f(e^{i\theta}) \pm h(e^{i\theta}) \in K$ почти всюду, поэтому $f(z) \pm h(z) \in K$, $z \in D$. Поскольку $h(z) \not\equiv 0$, это значит, что $f(z)$ не является крайней точкой.

Достаточность. Пусть $g(z)$ голоморфна в D и $f(z) \pm g(z) \in K$. В силу определения (2) функции $G(w)$ имеем $|g(z)| \leq G(f(z))$. Учитывая (3), получим

$$|g(e^{i\theta})| \leq G(f(e^{i\theta})) \leq C \cdot \rho^{1/n}(f(e^{i\theta}), \partial K).$$

Логарифмируя и интегрируя полученное неравенство, с учетом (7) будем иметь

$$\int_0^{2\pi} \log |g(e^{i\theta})| d\theta \leq \log C + \frac{1}{n} \int_0^{2\pi} \log \rho(f(e^{i\theta}), \partial K) d\theta = -\infty.$$

Отсюда следует, что $g(z) \equiv 0$, т. е. $f(z)$ является крайней точкой множества $H^\infty(D; K)$.

Заметим, что в случае, когда K — круг, $\rho(f(e^{i\theta}), \partial K) = 1 - |f(e^{i\theta})|$ и условие (7) сводится к условию (1).

Ереванский государственный университет

Ա. Ի. ՊԵՏՐՈՍՅԱՆ

Հոլոմորֆ ֆունկցիաների որոշ բազմությունների էստրեմալ կետերի մասին

Դիցուք D -ն միավոր շրջանն է, K -ն կոմպակտ և ուռուցիկ բազմություն է հարթության վրա, $H^\infty(D; K)$ -ով նշանակենք այն բոլոր ֆունկցիաների բազմությունը, որոնք արտապատկերում են D -ն K -ի մեջ: $H^\infty(D; K)$ -ն D -ում հոլոմորֆ ու սահմանափակ ֆունկցիաների տարածությունում կադմում է ուռուցիկ բազմություն: Հոդվածում նկարագրված են $H^\infty(D; K)$ բազմության էստրեմալ կետերը, երբ K -ն բավարարում է որոշ պայմաններին:

ЛИТЕРАТУРА — ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

- ¹ К. Голдман, Банаховы пространства аналитических функций, ИЛ, М., 1963.
- ² H. M. Hilden, Duke Math. J., vol. 37, 715—723 (1970).

УДК 539.3

МЕХАНИКА

А. Г. Галоян, А. А. Хачатрян

Поперечный изгиб балок, изготовленных из разномодульного материала

(Представлено академиком АН Армянской ССР С. А. Амбарцумяном 19/XI 1975)

В работе делается попытка построения теории поперечного изгиба балки с прямоугольным поперечным сечением, изготовленной из разномодульного материала. Наряду с общепринятыми упрощениями, использованными при построении теории изгиба балок, пластинок и оболочек из обычного изотропного или анизотропного материала, учитывающей влияние поперечных сдвигов, здесь производится также в некотором смысле линеаризация сложных, нелинейных зависимостей законов упругости. В результате этого получены необходимые уравнения и соотношения поставленной задачи. Разобраны всевозможные случаи, связанные со специфической особенностью разномодульного материала.

1. Рассмотрим балку с прямоугольным поперечным сечением, изготовленную из разномодульного материала. Выберем прямоугольную систему координат, направив ось x по оси балки, ось y —по ширине и ось z —по высоте поперечного сечения, образующих правую систему. Действующие на балку силы расположены в плоскости xz и изгиб балки происходит в этой же плоскости.

Из компонентов напряжения отличными от нуля будут $\sigma_x(x, z)$, $\sigma_z(x, z)$ и $\tau_{xz}(x, z)$. В законах упругости ⁽¹⁾ пренебрегая напряжением σ_z по сравнению с другими напряжениями, после некоторых преобразований будем иметь:

$$\frac{\partial u}{\partial x} = \frac{a_{11} + a_{22}}{2} \sigma - \frac{a_{22} - a_{11}}{2} \frac{\sigma^2 + 2\tau^2}{\sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2}}, \quad (1.1)$$

$$\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{dw}{dx} = (a_{11} + a_{22} - 2a_{12})\tau - (a_{22} - a_{11}) \frac{\sigma\tau}{\sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2}}, \quad (1.2)$$

где $u(x, z)$, $w=w(x)$ —перемещения по направлению x и z соответственно:

$$a_{11} = 1/E^+, \quad a_{22} = 1/E^-, \quad a_{12} = -\nu^+/E^+ = -\frac{\nu^-}{E^-} \quad (1.3)$$

E^+ , ν^+ и E^- , ν^- — модуль упругости и коэффициент Пуассона при растяжении и сжатии соответственно.

Действующие в поперечном сечении балки напряжения σ и τ вызывают изгибающий момент M и перерезывающую силу Q , между которыми и интенсивностью поперечной нагрузки q существуют известные дифференциальные зависимости

$$\frac{dM}{dx} = Q, \quad \frac{dQ}{dx} = -q. \quad (1.4)$$

Отметим, что законы упругости (1.1) и (1.2) представляют достаточно сложные нелинейные связи между напряжениями и деформациями, без упрощения которых вряд ли можно будет получить хотя бы какие-либо удовлетворяющие результаты. В связи с этим напомним, что в классической теории изгиба для обычного (одномодульного $a_{11} = a_{22}$) материала уравнения (1.2) вообще не удовлетворяются. Оно более или менее удовлетворяется в уточненных теориях изгиба, учитывающих влияние поперечных сдвигов (^{2,3}). Причем известно, что учет поперечных сдвигов дает поправку к результатам классической теории порядка h^2/l^2 по сравнению с единицей и, как показано в (³), выбор того или иного разумного закона распределения касательных напряжений по толщине не играет существенной роли. Учитывая вышесказанное, а также принимая во внимание количественное превосходство первого слагаемого уравнения (1.2) над вторым, мы здесь ограничимся частичным удовлетворением уравнения (1.2), а именно — в уравнении (1.2) будем пренебрегать нелинейной частью, рассмотрев взамен этого следующее уравнение:

$$\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{dw}{dx} = (a_{11} + a_{22} - 2a_{12})\tau, \quad (1.5)$$

Далее заменим нормальное напряжение σ в нелинейной части уравнения (1.1) выражением σ_0 , являющимся соответствующим результатом при чистом изгибе (⁴)

$$\sigma_0 = \frac{12M}{bh^3(1-\eta)^2} \left(z - \frac{h}{2}\eta \right) \quad \text{при} \quad \frac{h}{2}\eta \leq z \leq \frac{h}{2} \quad (1.6)$$

$$\sigma_0 = \frac{12M}{bh^3(1+\eta)^2} \left(z - \frac{h}{2}\eta \right) \quad \text{при} \quad -\frac{h}{2} \leq z \leq \frac{h}{2}\eta$$

где

$$\eta = \frac{\sqrt{a_{22}} - \sqrt{a_{11}}}{\sqrt{a_{22}} + \sqrt{a_{11}}}. \quad (1.7)$$

Отметим, что выражения (1.6) и (1.7) соответствуют случаю, когда $M > 0$ и $a_{22} > a_{11}$. Пока продолжим рассмотрение этого случая, а в дальнейшем разберем также и остальные возможные случаи.

Исходя из уравнения равновесия и принимая, что нормальное на-

пряжение определяется согласно (1.6), для касательного напряжения, удовлетворяющего условию $\tau(\pm h/2) = 0$, получим:

$$\tau = \frac{6Q}{bh^3(1-\eta)^2} \left[\frac{h^2}{4} (1-\eta)^2 - \left(z - \frac{h}{2} \eta \right)^2 \right] \quad \text{при} \quad \frac{h}{2} \eta \leq z \leq \frac{h}{2} \quad (1.8)$$

$$\tau = \frac{6Q}{bh^3(1+\eta)^2} \left[\frac{h^2}{4} (1+\eta)^2 - \left(z - \frac{h}{2} \eta \right)^2 \right] \quad \text{при} \quad -\frac{h}{2} \leq z \leq \frac{h}{2} \eta.$$

Рассмотрим теперь входящее в (1.1) нелинейное выражение как функцию от координаты z

$$f(z) = \frac{\sigma_0^2 + 2\tau^2}{\sqrt{\sigma_0^2 + 4\tau^2}}, \quad (1.9)$$

где σ_0 и τ определяются согласно (1.6) и (1.8). На основании исследования, на фиг. 1 показан примерный вид графика функции $f(z)$,

когда $|\tau(h/2 - \eta)| - \frac{\sqrt{6}}{4} \sigma_0 \left(\frac{h}{2} \right) < 0$, а на фиг. 2 — когда $|\tau\left(\frac{h}{2} - \eta\right)| -$

$-\frac{\sqrt{6}}{4} \sigma_0 \left(\frac{h}{2} \right) > 0$. Приведены также эпюры нормального $|\sigma_0|$ и касательного $|\tau|$ напряжений.

Отметим, что эпюры нормального напряжения $|\sigma_0|$ в точках $z = \pm h/2$ касаются кривой $f(z)$.

Имея достаточно ясное представление о функции $f(z)$, мы допускаем возможность замены ее линейными функциями в каждом из рассмотренных интервалов переменной z . При этом каждая из этих линейных функций представляет собой прямую, соединяющую крайние точки кривой $f(z)$ данного интервала. Эти прямые показаны на рис. 1 и 2 пунктирными линиями.

Таким образом, функцию $f(z)$ (1.9), которая конечно является функцией также и по переменной x , заменяем следующими ломаными

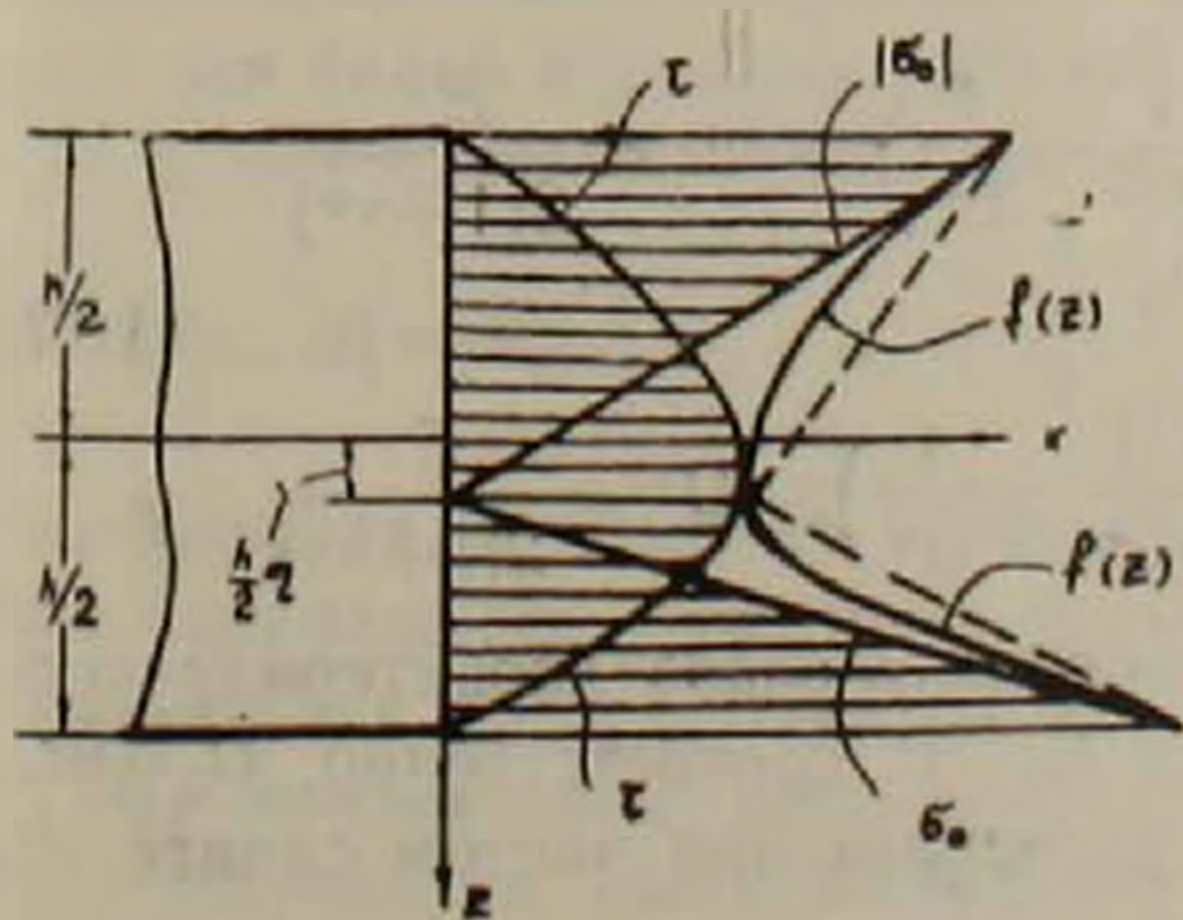


Рис. 1

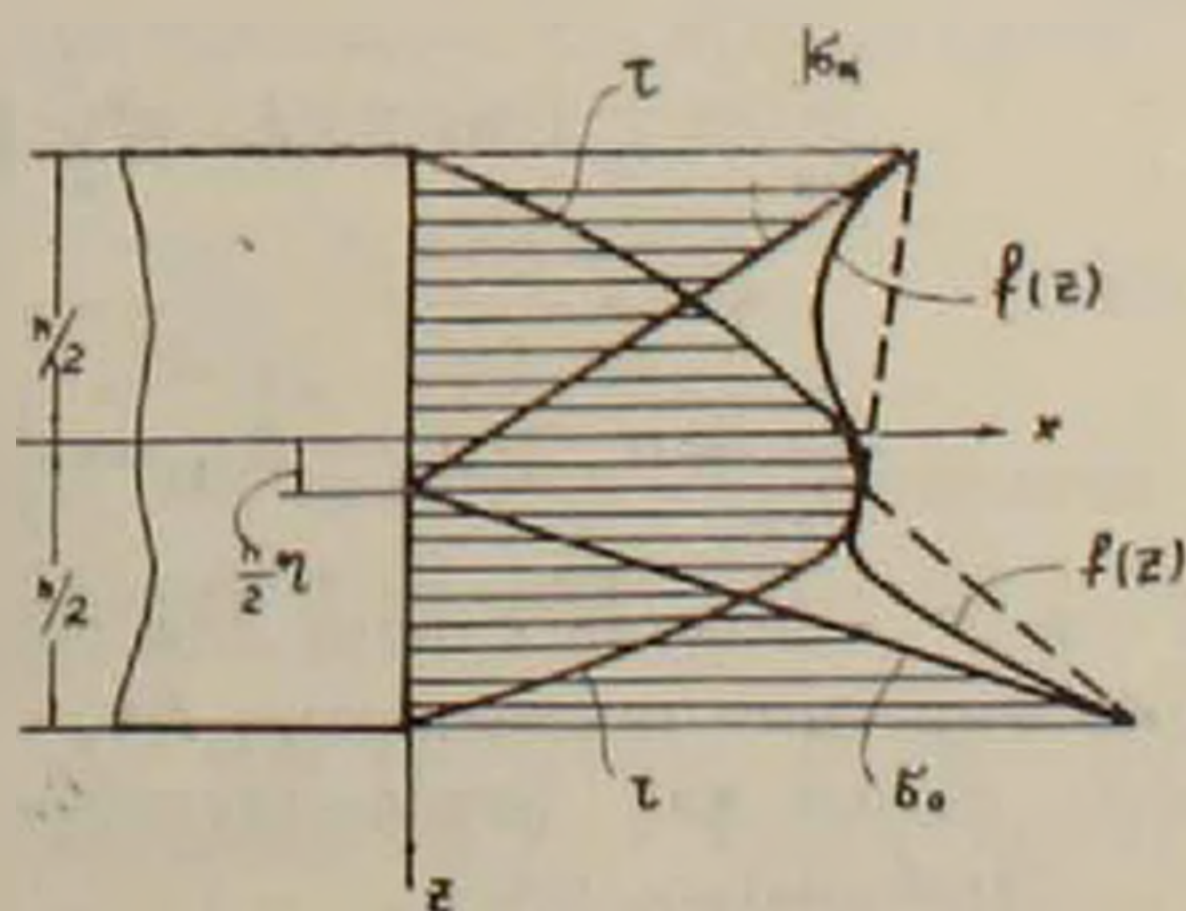


Рис. 2

$$f_1(x, z) = \frac{12|M|}{bh^3(1-\eta)^2} \left(z - \frac{h}{2} \eta \right) + \frac{3|Q|}{bh^2(1-\eta)} \left(\frac{h}{2} - z \right) \text{ при } \frac{h}{2} \eta \leq z \leq \frac{h}{2} \quad (1.10)$$

$$f_2(x, z) = \frac{12|M|}{bh^3(1+\eta)^2} \left(\frac{h}{2} \eta - z \right) + \frac{3|Q|}{bh^2(1+\eta)} \left(\frac{h}{2} + z \right) \text{ при } -\frac{h}{2} \leq z \leq \frac{h}{2} \eta.$$

Учитывая, что функция (1.9) всегда положительная, хотя пока рассматривается случай $M > 0$, для исключения возможной путаницы, здесь берется M со знаком абсолютной величины.

Отметим, что такая замена в количественном отношении вряд ли сможет вызвать существенные отклонения в результатах, а с другой стороны приводит к существенным упрощениям дальнейших выкладок.

После приведенных выше упрощений законы упругости представим в виде

$$\text{при } \frac{h}{2} \eta \leq z \leq \frac{h}{2}$$

$$\sigma_1 = E_0 \frac{\partial u_1}{\partial x} + \frac{a_{22} - a_{11}}{a_{22} + a_{11}} \left[\frac{12|M|}{bh^3(1-\eta)^2} \left(z - \frac{h}{2} \eta \right) + \frac{3|Q|}{bh^2(1-\eta)} \left(\frac{h}{2} - z \right) \right], \quad (1.11')$$

$$\frac{\partial u_1}{\partial z} + \frac{dw}{dx} = \frac{6Q}{bh^3(1-\eta)^2 G_0} \left[\frac{h^2}{4} (1-\eta)^2 - \left(z - \frac{h}{2} \eta \right)^2 \right],$$

$$\text{при } -\frac{h}{2} \leq z \leq \frac{h}{2} \eta$$

$$\sigma_2 = E_0 \frac{\partial u_2}{\partial x} + \frac{a_{22} - a_{11}}{a_{22} + a_{11}} \left[\frac{12|M|}{bh^3(1+\eta)^2} \left(\frac{h}{2} \eta - z \right) + \frac{3|Q|}{bh^2(1+\eta)} \left(\frac{h}{2} + z \right) \right], \quad (1.11'')$$

$$\frac{\partial u_2}{\partial z} + \frac{dw}{dx} = \frac{6Q}{bh^3(1+\eta)^2 G_0} \left[\frac{h^2}{4} (1+\eta)^2 - \left(z - \frac{h}{2} \eta \right)^2 \right],$$

где

$$\frac{1}{E_0} = \frac{1}{2} (a_{11} + a_{22}) = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{E^+} + \frac{1}{E^-} \right), \quad G^+ = \frac{E^+}{2(1+\nu^+)} \quad (1.12)$$

$$\frac{1}{G_0} = a_{11} + a_{22} - 2a_{12} = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{G^+} + \frac{1}{G^-} \right), \quad G^- = \frac{E^-}{2(1+\nu^-)}$$

G^+ и G^- — модули сдвига для обычного материала характеризующегося упругими постоянными E^+ , ν^+ и E^- , ν^- соответственно; G_0 — модуль сдвига для разномодульного материала при чистом сдвиге (1).

Любопытно, что

$$G_0 = \frac{E_0}{2(1+\nu_0)}, \quad \frac{1}{\nu_0} = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{\nu^+} + \frac{1}{\nu^-} \right), \quad (1.13)$$

т. е. между величинами E_0 , G_0 и ν_0 существует такая же связь, что и при обычном материале для соответствующих величин.

Из вторых уравнений (1.11) вычисляем $u_1(x, z)$, $u_2(x, z)$ и учитывая, что при $z = \frac{h}{2} \eta$ $u_1\left(x, \frac{h}{2} \eta\right) = u_2\left(x, \frac{h}{2} \eta\right) = u_0(x)$, получаем

$$u_1(x, z) = u_0 - \left(z - \frac{h}{2} \eta\right) \frac{dw}{dx} + \frac{6Q}{bh^3(1-\eta)^2 G_0} \left[\frac{h^2}{4} (1-\eta)^2 \left(z - \frac{h}{2} \eta\right) - \frac{1}{3} \left(z - \frac{h}{2} \eta\right)^3 \right], \quad (1.14)$$

$$u_2(x, z) = u_0 - \left(z - \frac{h}{2} \eta\right) \frac{dw}{dx} + \frac{6Q}{bh^3(1+\eta)^2 G_0} \left[\frac{h^2}{4} (1+\eta)^2 \left(z - \frac{h}{2} \eta\right) - \frac{1}{3} \left(z - \frac{h}{2} \eta\right)^3 \right].$$

Подставляя значения u_1 и u_2 из (1.14) в первые уравнения (1.11) и умножая их сначала на $bzdz$, затем и на bdz , после интегрирования в соответствующих пределах и некоторых преобразований, при учете отсутствия осевого усилия, окончательно получаем

$$\frac{d^2 w}{dx^2} = -\frac{12M}{bh^3 E_0} - \frac{3(8-\eta^2)q}{20bhG_0} + (a_{22} - a_{11}) \frac{3\eta}{bh^3} \left(|M| + \frac{|Q|h}{4} \right), \quad (1.15)$$

$$\frac{du_0}{dx} = \frac{6\eta M}{bh^2 E_0} - \frac{\eta(1+3\eta^2)q}{40bG_0} - (a_{22} - a_{11}) \frac{3(1+\eta^2)}{2bh^2} \left(|M| + \frac{|Q|h}{4} \right). \quad (1.16)$$

Последние слагаемые в правых частях выражений (1.15) и (1.16) представляют результат учета нелинейного выражения в законе упругости (1.1), после его упрощения и представления в виде (1.10).

Таким образом, получено основное дифференциальное уравнение поперечного изгиба (1.15), а также уравнение (1.16), с помощью которого по формулам (1.14) можно определить перемещение любой точки балки в продольном направлении. В частности, продольное перемещение точек оси балки в данном случае (в предположении, что $M > 0$ и $a_{22} > a_{11}$, т. е. $\eta > 0$) будет определяться по следующей формуле:

$$u(x, 0) = u_2(x, 0) = u_0 + \frac{\eta h}{2} \frac{dw}{dx} - \frac{\eta Q}{4bG_0} \frac{3+6\eta+2\eta^2}{(1+\eta)^2}. \quad (1.17)$$

Эта формула необходима в том смысле, что при определении продольного перемещения граничные условия будут накладываться именно на перемещения точек оси балки.

Из приведенных здесь результатов, при отсутствии поперечных сил, получаются соответствующие результаты чистого изгиба балки, изготовленной из разномодульного материала (*). Если же в уравнении (1.15) примем $a_{22} = a_{11}$, то получим уточненное уравнение изгиба

балки из обычного изотропного материала, учитывающего влияние поперечных сдвигов в постановке С. А. Амбарцумяна ⁽²⁾.

2. В предыдущем пункте рассуждение велось в предположении, что $M > 0$ и $a_{22} > a_{11}$. Рассматривая другие возможные случаи, нетрудно установить, что знак величины η (1.7) тесно связан со знаком изгибающего момента M . А именно:

$$\eta = \eta_1 = \frac{\sqrt{a_{22}} - \sqrt{a_{11}}}{\sqrt{a_{22}} + \sqrt{a_{11}}} \quad \text{при } M > 0 \quad (2.1)$$

$$\eta = \eta_2 = \frac{\sqrt{a_{11}} - \sqrt{a_{22}}}{\sqrt{a_{11}} + \sqrt{a_{22}}} \quad \text{при } M < 0 \quad (2.2)$$

С учетом этого приведем основные уравнения и соотношения поперечного изгиба балки, в зависимости от знака изгибающего момента.

а) Случай $M > 0$ ($\eta = \eta_1$).

При этом уравнения (1.15) и (1.16) преобразуются к виду

$$D \frac{d^2 w}{dx^2} = -M + \eta_1^2 \frac{|Q|h}{4} - \frac{3(8 - \eta_1^2)qD}{20bhG_0}, \quad (2.3)$$

$$\frac{du_0}{dx} = -\eta_1 \left(\frac{1 + 3\eta_1^2}{40bG_0} q + \frac{3|Q|}{2bhE_0} \right), \quad (2.4)$$

где

$$D = \frac{bh^3}{3} (\sqrt{a_{11}} + \sqrt{a_{22}})^2 \quad (2.5)$$

представляет собой жесткость балки при изгибе.

На основании имеющихся выше формул можно было привести соответствующее выражение для нормального напряжения, на чем останавливаться не будем.

При определении продольного перемещения точек оси балки следует обратить внимание на знак величины η_1 :

$$\begin{aligned} & \text{при } \eta_1 > 0 \quad (a_{22} > a_{11}) \\ u(x, 0) = u_2(x, 0) = u_0 + \frac{\eta_1 h}{2} \frac{dw}{dx} - \frac{\eta_1 Q}{4bG_0} \frac{3 + 6\eta_1 + 2\eta_1^2}{(1 + \eta_1)^2} \end{aligned} \quad (2.6)$$

$$\begin{aligned} & \text{при } \eta_1 < 0 \quad (a_{22} < a_{11}) \\ u(x, 0) = u_1(x, 0) = u_0 + \frac{\eta_1 h}{2} \frac{dw}{dx} - \frac{\eta_1 Q}{4bG_0} \frac{3 - 6\eta_1 + 2\eta_1^2}{(1 - \eta_1)^2}. \end{aligned} \quad (2.7)$$

б) Случай $M < 0$ ($\eta = \eta_2$).

В этом случае из (1.15) и (1.16) имеем:

$$D \frac{d^2 w}{dx^2} = -M - \eta_2^2 \frac{|Q|h}{4} - \frac{3(8 - \eta_2^2)qD}{20bhG_0}, \quad (2.8)$$

$$\frac{du_0}{dx} = -\eta_2 \left(\frac{1 + 3\eta_2^2}{40bG_0} q - \frac{3|Q|}{2bhE_0} \right). \quad (2.9)$$

Продольное перемещение точек оси балки зависит от знака величины η_2 и определяется следующим образом:

при $\eta_2 > 0$ ($a_{22} < a_{11}$)

$$u(x, 0) = u_2(x, 0) = u_0 + \frac{\eta_2 h}{2} \frac{dw}{dx} - \frac{\eta_2 Q}{4bG_0} \frac{3 + 6\eta_2 + 2\eta_2^2}{(1 + \eta_2)^2} \quad (2.10)$$

при $\eta_2 < 0$ ($a_{22} > a_{11}$)

$$u(x, 0) = u_1(x, 0) = u_0 + \frac{\eta_2 h}{2} \frac{dw}{dx} - \frac{\eta_2 Q}{4bG_0} \frac{3 - 6\eta_2 + 2\eta_2^2}{(1 - \eta_2)^2} \quad (2.11)$$

Таким образом, построена теория поперечного изгиба балок, изготовленных из разномодульного материала при отсутствии внешних продольных сил, и, кроме того, считается, что граничные условия задачи являются такими, при которых в балке не появляются продольные усилия.

В заключение следует отметить, что при решении конкретных примеров необходимо обратить внимание на поперечную силу Q , входящую в некоторые уравнения со знаком абсолютной величины. Это обстоятельство, очевидно, в некоторых случаях может вызвать дополнительные, однако не принципиальные трудности.

Ереванский политехнический институт
Институт механики Академии наук Армянской ССР

Ա. Հ. ՎԱԼՈՅԱՆ, Ա. Ա. ԽԱՉԱՏՐՅԱՆ

Տարամոդուլ նյութից պատրաստված հեծանների ծոուր

Աշխատանքը նվիրված է տարամոդուլ նյութից պատրաստված հեծանների ընդլայնական ծոման հարցին: Այստեղ, բացի հանրահայտ պարզեցումներից, որոնք ընդունված են սովորական նյութից պատրաստված հեծանների, սալերի և թաղանթների ծոման տեսություններ կառուցելու համար, կատարված է նաև բարդ, ոչ դժային առանձգականության օրենքների գծայնացում: Արդյունքում դիտարկվող խնդրի համար ստացվել են անհրաժեշտ առնչությունները և հավասարումները:

ЛИТЕРАТУРА — ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

¹ С. А. Амбарцумян, А. А. Хачатрян, Инж. ж. МТТ, № 2 (1966). ² С. А. Амбарцумян, Теория анизотропных оболочек, Физматгиз, 1961. ³ С. П. Тимошенко, С. Войновский-Кригер, Пластинки и оболочки, Госиздат, М., 1963. ⁴ А. А. Хачатрян, «Известия АН Арм. ССР», Механика, т. XXV, № 1 (1972).

УДК 539.37

ТЕОРИЯ УПРУГОСТИ

А. А. Баблоин, Н. О. Гулкянян

Плоская задача теории упругости для области,
составленной из двух усеченных клиньев

(Представлено чл.-корр. АН Армянской ССР Б. Л. Абрамяном 29/XII 1975)

Исследованию напряженного состояния клиновидных областей посвящены работы (1-11) и др. В этих работах, в основном, определяется порядок особенностей напряжений в угловых точках.

В данной работе рассматривается решение первой основной плоской задачи теории упругости для X-образной области (рис. 1). Целью работы является получение контактных напряжений на отрезке O_1O_2 с выделенными особенностями и исследование влияния наличия угловой точки O_2 на характер напряжений около угловой точки O_1 , или наоборот. Исследуется также влияние величины угла раствора и распределения внешних напряжений на значение коэффициента при особенности напряжений.

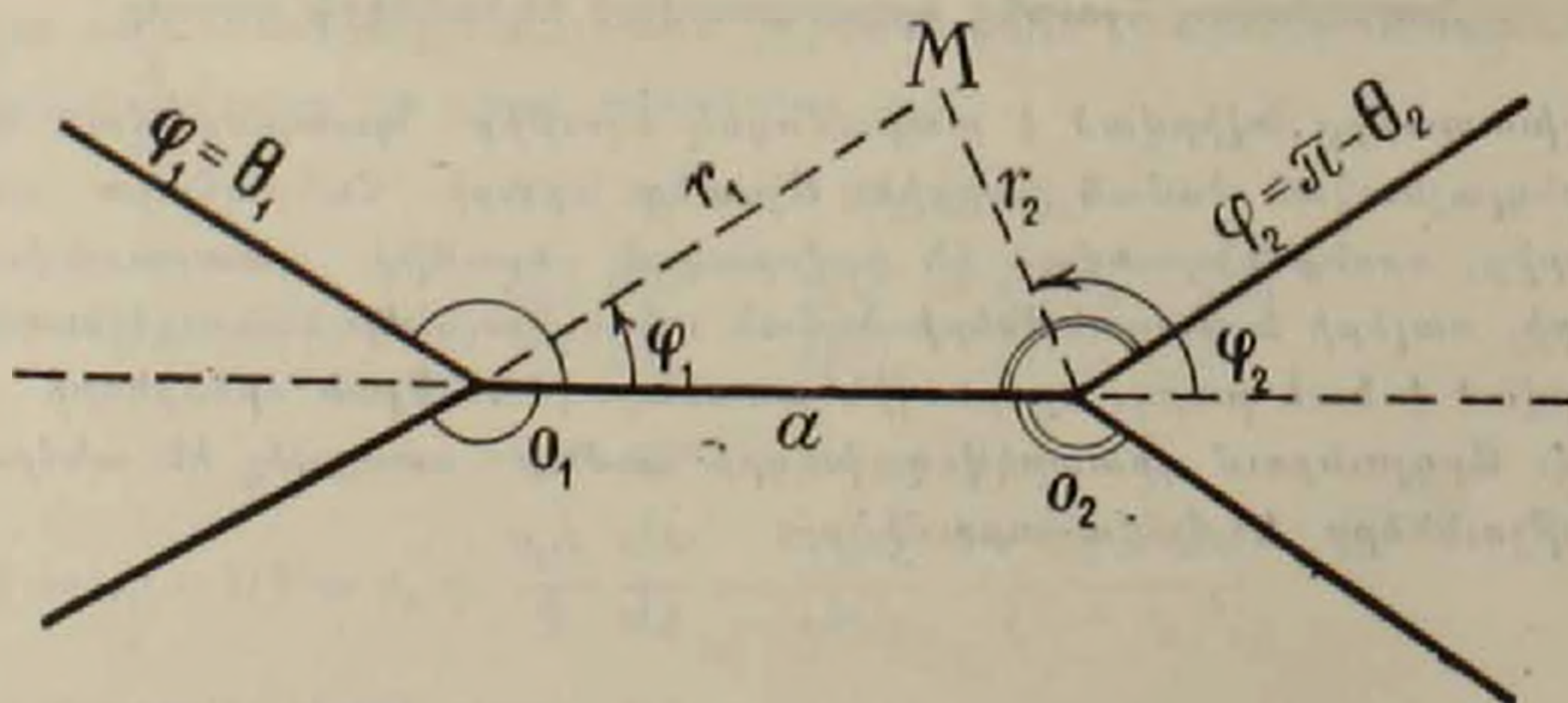


Рис. 1

1. Рассмотрим область, составленную соединением двух усеченных клиньев (рис. 1). Для простоты выкладок положим, что линия соединения этих клиньев O_1O_2 является осью симметрии. При решении задачи будем пользоваться полярной системой координат. Как известно, напряжения и перемещения выражаются через функцию напряжений Эри, которая является решением бигармонического уравнения

$$\Delta^2 \Delta^2 f(r, \varphi) = 0 \left(\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2}{\partial \varphi^2} \right) \quad (1.1)$$

Если ввести преобразование Меллина для функции $f(r, \varphi)$

$$F(s, \varphi) = \int_0^\infty f(r, \varphi) r^{s-2} dr, \quad (1.2)$$

то для определения функции $F(s, \varphi)$ получается обыкновенное уравнение четвертого порядка

$$F^{IV} + 2(s^2 + 1)F'' + (s^2 - 1)^2 F = 0,$$

решение которого имеет вид:

$$F(s, \varphi) = A \cos(s-1)\varphi + B \sin(s-1)\varphi + C \cos(s+1)\varphi + D \sin(s+1)\varphi. \quad (1.3)$$

Функция напряжений $f(r, \varphi)$ определяется через функцию $F(s, \varphi)$ по формуле

$$f(r, \varphi) = \frac{1}{2\pi i} \int_{c-l\infty}^{c+l\infty} F(s, \varphi) r^{1-s} ds, \quad (1.4)$$

а формулы для напряжений и перемещений примут вид:

$$\tau_\varphi(r, \varphi) = \frac{1}{2\pi i} \int_{c-l\infty}^{c+l\infty} s(s-1)F(s, \varphi) r^{-s-1} ds$$

$$\tau_{r\varphi}(r, \varphi) = \frac{1}{2\pi i} \int_{c-l\infty}^{c+l\infty} sF'_\varphi(s, \varphi) r^{-s-1} ds$$

$$Eu_2(r, \varphi) = - \frac{1}{2\pi i} \int_{c-l\infty}^{c+l\infty} [F''_{\varphi\varphi} - (s-1)(1+\nu s)F] r^{-s} \frac{ds}{s} \quad (1.5)$$

$$Ev_\varphi(r, \varphi) = - \frac{1}{2\pi i} \int_{c-l\infty}^{c+l\infty} \left\{ F'''_{\varphi\varphi\varphi} + [(s-1)^2 + (1+\nu)s(s+1)]F'_\varphi \right\} r^{-s} \frac{ds}{s(s+1)}.$$

Введем в рассмотрение две системы полярных координат r_1, φ_1 и r_2, φ_2 с центрами соответственно в точках O_1 и O_2 .

Решение поставленной задачи ищем в виде суммы двух „местных решений“, т. е. в виде

$$2\pi i f(r, \varphi) = \sum_{n=1}^2 \int_{c_n-l\infty}^{c_n+l\infty} F_n(s, \varphi_n) r_n^{1-s} ds, \quad (1.6)$$

где

$$F_1(s, \varphi_1) = A_1(s)\cos(s-1)\varphi_1 + B_1(s)\sin(s-1)\varphi_1 + C_1(s)\cos(s+1)\varphi_1 + D_1(s)\sin(s+1)\varphi_1, \quad (1.7)$$

$$F_2(s, \varphi_2) = A_2(s)\cos(s-1)(\varphi_2 - \pi) + B_2(s)\sin(s-1)(\varphi_2 - \pi) + C_2(s)\cos(s+1)(\varphi_2 - \pi) + D_2(s)\sin(s+1)(\varphi_2 - \pi).$$

В силу симметрии на отрезке O_1O_2 ($\varphi_1=0$, $\varphi_2=\pi$) должны выполняться условия:

$$\begin{aligned} \tau_{r_1\varphi_1}(r_1, 0) &= 0, \quad \tau_{r_2\varphi_2}(r_2, \pi) = 0 \\ v_{\varphi_1}(r, 0) &= 0, \quad v_{\varphi_2}(r_2, \pi) = 0, \end{aligned} \quad (1.8)$$

откуда в силу (1.5) и (1.7)

$$B_j(s) = D_j(s) = 0 \quad (j=1,2)$$

2. Рассмотрим случай, когда на границе области заданы следующие условия:

$$\begin{aligned} \sigma_{\varphi}(r_1, \Theta_1) &= f_1(r_1), \quad \sigma_{\varphi}^{(2)}(r_2, \pi - \Theta_2) = f_2(r_2), \\ \tau_{r_1\varphi_1}^{(1)}(r_1, \Theta_1) &= g_1(r_1), \quad \tau_{r_2\varphi_2}^{(2)}(r_2, \pi - \Theta_2) = g_2(r_2) \end{aligned} \quad (2.1)$$

Здесь и в дальнейшем индексом (1) помечены напряжения и перемещения, записанные в системе координат r_1, φ_1 , а индексом (2) — в системе координат r_2, φ_2 .

Подставляя выражение (1.6) в (1.1), получаем формулы для определения напряжений $\sigma_{\varphi}^{(n)}$ и $\tau_{r\varphi}^{(n)}$

$$2\pi i \sigma_{\varphi}^{(n)}(r_n, \varphi_n) = \int_{c_n - i\infty}^{c_n + i\infty} s(s-1)F_n(s, \varphi_n)r_n^{-s-1}ds + \frac{\partial^2}{\partial r_n^2} \int_{c_p - i\infty}^{c_p + i\infty} F_p(s, \varphi_p)r_p^{1-s}ds, \quad (2.2)$$

$$\begin{aligned} 2\pi i \tau_{r\varphi}^{(n)}(r_n, \varphi_n) &= \int_{c_n - i\infty}^{c_n + i\infty} s \cdot \frac{\partial F_n(s, \varphi_n)}{\partial \varphi_n} r_n^{-s-1}ds - \\ &\quad - \frac{\partial}{\partial r_n} \left[\frac{1}{r_n} \frac{\partial}{\partial \varphi_n} \int_{c_p - i\infty}^{c_p + i\infty} F_p(s, \varphi_p) r_p^{1-s}ds \right] \\ &\quad (n=1,2; n+p=3) \end{aligned}$$

Удовлетворим граничным условиям (2.1) и полученные выражения проинтегрируем от нуля до ∞ , предварительно умножив их на $\frac{r_n^s dr_n}{2\pi i}$. При этом после некоторых преобразований получим систему интегральных уравнений:

$$X_n(\xi) + \int_{c_p - l_\infty}^{c_p + l_\infty} [K_{n,1}(\xi, s) X_p(s) + K_{n,2}(\xi, s) Y_p(s)] ds = \bar{f}_n(\xi) \quad (2.3)$$

$$Y_n(\xi) + \int_{c_p - l_\infty}^{c_p + l_\infty} [K_{n+2,1}(\xi, s) X_p(s) + K_{n+2,2}(\xi, s) Y_p(s)] ds = \bar{g}_n(\xi).$$

где

$$\bar{f}_n(\xi) = a^{-\xi} \int_0^\infty f_n(r_n) r_n^\xi dr_n, \quad \bar{g}_n(\xi) = a^{-\xi} \int_0^\infty g_n(r_n) r_n^\xi dr_n.$$

$$K_{jn}(\xi, s) = \frac{B(\xi+1, s-\xi)}{2\pi i \Delta_k(s)} k_{jn}(\xi, s, \Theta_1, \Theta_2),$$

$[j=1, 2, 3, 4; n=1, 2; k=1, 2; p=1, 2; j+k-\text{нечетное число}; p+n=3]$

$$k_{11}(\xi, s, \Theta_1, \Theta_2) = (s+1) \cos \beta_1(\xi-1) \sin(s+1)\Theta_2 - (s-\xi) \cos \beta_1(\xi-1) \times \\ \times \sin(s-1)\Theta_2 - (\xi-1) \cos \beta_1(\xi+1) \sin(\xi-1)\Theta_2, \quad (2.4)$$

$$k_{12}(\xi, s, \Theta_1, \Theta_2) = (1-s) \cos \beta_1(\xi-1) \cos(s+1)\Theta_2 + (s-\xi) \times \\ \times \cos \beta_1(\xi-1) \cos(s-1)\Theta_2 + (\xi-1) \cos \beta_1(\xi+1) \cos(s-1)\Theta_2$$

$$\Delta_k(s) = \sin 2s\Theta_k + s \cdot \sin 2\Theta_k,$$

$$k_{2n}(\xi, s, \Theta_1, \Theta_2) = (-1)^{n-1} k_{1n}(\xi, s, \Theta_2, \Theta_1),$$

$$k_{3n}(\xi, s, \Theta_1, \Theta_2) = (-1)^n k_{2n}(\xi, s, \Theta_2, \Theta_1),$$

$$\frac{\partial}{\partial \beta_j} k_{jn}(\xi, s, \Theta_1, \Theta_2) = (-1)^j (\xi-1) k_{j+2,n}(\xi, s, \Theta_1, \Theta_2),$$

$$[j, n = 1, 2; \beta_j = \pi - \Theta_j]$$

Исследование показывает, что система интегральных уравнений регулярна, если $\Theta_n > \frac{\pi}{2}$.

Коэффициенты $A_n(s)$ и $C_n(s)$ выражаются через неизвестные $X_n(s)$ и $Y_n(s)$ следующим образом:

$$a^{-s} \Delta_n A_n = \frac{(s+1) X_n}{s(s-1)} \sin(s+1)\Theta_n - (-1)^n \frac{Y_n}{s} \cos(s+1)\Theta_n,$$

$$a^{-s} \Delta_n C_n = -\frac{X_n}{s} \sin(s-1)\Theta_n + (-1)^n \frac{Y_n}{s} \cos(s-1)\Theta_n.$$

В частном случае, когда $\Theta_1 = \Theta_2$, интегральные уравнения можно записать в виде:

$$U_n(\xi) - (-1)^n \int_{c-l_\infty}^{c+l_\infty} [K_{11}(\xi, s) U_n(s) - K_{12}(\xi, s) V_n(s)] ds =$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{1}{2} [\bar{f}_1(\xi) - (-1)^n \bar{f}_2(\xi)], \\
V_n(\xi) - (-1)^n \int_{c-i\infty}^{c+i\infty} [K_{31}(\xi, s) U_n(s) - K_{32}(\xi, s) V_n(s)] ds = \\
&= \frac{1}{2} [\bar{g}_1(\xi) + (-1)^n \bar{g}_2(\xi)], \\
&\quad (n=1, 2)
\end{aligned}$$

где

$$\begin{aligned}
2 U_n &= X_1 - (-1)^n X_2, \quad 2 V_n = Y_1 + (-1)^n Y_2 \\
\Delta_1(s) &= \Delta_2(s) = \sin 2s\theta + s \sin 2\theta.
\end{aligned}$$

Если же при этом $\theta_1 = \theta_2 = \pi$, то эти уравнения упрощаются и принимают вид:

$$\begin{aligned}
U_n(\xi) &= (-1)^{n-1} \int_{c-i\infty}^{c+i\infty} K(\xi, s) U_n(s) ds + \frac{1}{2} [\bar{f}_1(\xi) - (-1)^n \bar{f}_2(\xi)], \\
V_n(\xi) &= \frac{1}{2} [\bar{g}_1(\xi) + (-1)^n \bar{g}_2(\xi)], \quad K(\xi, s) = \frac{B(\xi+1, s-\xi)}{2\pi i \cos s\pi}.
\end{aligned}$$

Отметим, что полученные интегральные уравнения являются сингулярными, так как ядра содержат функцию $B(\xi+1, s-\xi)$. Чтобы эти системы интегральных уравнений свести к регулярным интегральным уравнениям Фредгольма, исключим из уравнений (2.3) X_1 , Y_1 (или X_2 , Y_2), тогда получим две независимые системы уравнений:

$$\begin{aligned}
&X_n(\xi) [1 - Q_{11}^{(n)}(\xi)] - Y_n(\xi) Q_{12}^{(n)}(\xi) = \\
&= \int_{c_n-i\infty}^{c_n+i\infty} [P_{11}^{(n)}(\xi, z) X_n(z) + P_{12}^{(n)}(\xi, z) Y_n(z)] dz + F_n(\xi), \\
&-X_n(\xi) Q_{21}^{(n)}(\xi) + Y_n(\xi) [1 - Q_{22}^{(n)}(\xi)] = \\
&= \int_{c_n-i\infty}^{c_n+i\infty} [P_{21}^{(n)}(\xi, z) X_n(z) + P_{22}^{(n)}(\xi, z) Y_n(z)] dz + G_n(z)
\end{aligned} \tag{2.5}$$

где введены следующие обозначения:

$$P_{1,q}^{(n)}(\xi, z) = - \frac{\Gamma(\xi+1)}{4\pi^2 \Gamma(z+1) \Delta_n(z)} \int_{c_{3-n}-i\infty}^{c_{3-n}+i\infty} \frac{\Gamma(s-\xi) \Gamma(z-s)}{\Delta_p(s)} \times$$

$$\times [k_{n,1}(\xi, s) k_{3-n,q}(s, z) + k_{n,2}(\xi, s) k_{5-n,q}(s, z)] ds,$$

$$P_{2,q}^{(n)}(\xi, z) = - \frac{\Gamma(\xi+1)}{4\pi^2 \Gamma(z+1) \Delta_n(z)} \int_{c_{3-n-i\infty}}^{c_{3-n+i\infty}} \frac{\Gamma(s-\xi) \Gamma(z-s)}{\Delta_p(s)} \times$$

$$\times [k_{2+n,1}(\xi, s) k_{3-n,q}(s, z) + k_{2+n,2}(\xi, s) k_{5-n,q}(s, z)] ds$$

$$(n+p - \text{нечетно}; \quad q; \quad n; \quad p=1,2)$$

$$4\Delta_1(\xi) \Delta_2(\xi) Q_{1,q}^{(n)}(\xi) = k_{n,1}(\xi, \xi) k_{3-n,q}(\xi, \xi) + k_{n,2}(\xi, \xi) k_{5-n,q}(\xi, \xi),$$

$$4\Delta_1(\xi) \Delta_2(\xi) Q_{2,q}^{(n)}(\xi) = k_{2+n,1}(\xi, \xi) k_{3-n,q}(\xi, \xi) + k_{2+n,2}(\xi, \xi) k_{5-n,q}(\xi, \xi),$$

$$F_n(\xi) = \bar{f}_n(\xi) - \int_{c_{3-n-i\infty}}^{c_{3-n+i\infty}} [K_{n,1}(\xi, s) \bar{f}_{3-n}(s) + K_{n,2}(\xi, s) \bar{g}_{3-n}(s)] ds,$$

$$G_n(s) = \bar{g}_n(s) - \int_{c_{3-n-i\infty}}^{c_{3-n+i\infty}} [K_{2+n,1}(\xi, s) \bar{f}_{3-n}(s) +$$

$$+ K_{2+n,2}(\xi, s) \bar{g}_{3-n}(s)] ds \quad (n=1,2)$$

При получении системы (2.5) была использована формула перестановки сингулярных интегралов (11,12)

$$\int_{c_2-i\infty}^{c_2+i\infty} K_1(\xi, s) ds \int_{c_1-i\infty}^{c_1+i\infty} K_2(s, z) Z(z) dz = \frac{k_1(\xi, \xi) k_2(\xi, \xi) Z(\xi)}{4\Delta_1(\xi) \Delta_2(\xi)} +$$

$$+ \int_{c_1-i\infty}^{c_1+i\infty} Z(z) dz \int_{c_2-i\infty}^{c_2+i\infty} K'_1(\xi, s) K'_2(s, z) ds,$$

где

$$K_n(\xi, s) = \frac{B(\xi+1, s-\xi)}{2\pi i \Delta_{3-n}(s)} k_n(\xi, s).$$

3. После решения интегральных уравнений контактное напряжение на линии $O_1 O_2$ определится по формуле:

$$2\pi i \sigma_\varphi^1 = \sum_{n=1}^2 \int_{c_n-i\infty}^{c_n+i\infty} \frac{a^s r_n^{-s-1}}{\Delta_n(s)} \left\{ [(s+1) \sin(s+1) \Theta_n - (s-1) \sin(s-1) \Theta_n] \times \right.$$

$$\times X_n(s) + (-1)^n (s-1) [\cos(s-1) \Theta_n - \cos(s+1) \Theta_n] Y_n(s) \Big\} ds. \quad (2.6)$$

Из условия интегрируемости контактных напряжений следует, что $-1 + \varepsilon < c < 0, \varepsilon > 0$.

Из этой формулы видно, что при вычислении интегралов с помощью вычетов контактные напряжения получим в виде ряда по степеням $\left(\frac{r_n}{a}\right)$. Так как на линии контакта $a > r$, то при вычислении интегралов (2.6) с помощью вычетов за контур интегрирования следует принять отрезок прямой $s = c_n + iy$ ($-R \leq y \leq R$) и полуокружность

$$s = c_n + Re^{i\varphi} \quad \left(\frac{\pi}{2} < \varphi < \frac{3\pi}{2}; \quad R \rightarrow \infty\right).$$

Из интегральных уравнений нетрудно показать, что действительная часть первого корня s_1 ($\text{Re } s_1 > 0$) $\Delta_n(s)$ меньше действительной части первого полюса функций $X_n(s)$ и $Y_n(s)$ (полюсы этих функций совпадают). Поэтому главная часть контактного напряжения $\sigma_{\varphi}^{(1)}(r, 0)$ в точках $r_n = 0$ имеет вид:

$$\begin{aligned} \sigma_{\varphi}^{(1)}(r_n, 0) = & \frac{a^{-s_1} r_n^{s_1-1}}{\Delta_n'(-s_1)} \{ [(s_1-1) \sin(s_1-1) \Theta_n - \\ & - (s_1+1) \sin(s_1+1) \Theta_n] X_n(-s_1) - (-1)^n (s_1+1) [\cos(s_1+1) \Theta_n - \\ & - \cos(s_1-1) \Theta_n] Y_n(-s_1) \} \end{aligned}$$

Для случая $\Theta_n > \frac{\pi}{2}$ s_1 будет действительным.

Аналогичным образом может быть рассмотрена та же задача, когда материалы составляющих клиньев различные.

Институт механики
Академии наук Армянской ССР

Ա. Ա. ՐԱՐԼՈՅԱՆ, Ն. Օ. ԴՈՒԼՔԱՆՅԱՆ

Առանգականության տեսության հարթ խնդիրը երկու հատած սեպերից
բաղկացած տիրույթի համար

Դիտարկվում է առանգականության տեսության հարթ խնդիրը X -աձև տիրույթի համար, երբ տիրույթի հզորում տրված են լարումները:

Խնդրի լուծումը ներկայացված է որպես երկու տեղական լուծումների գումար, որոնցից յուրաքանչյուրը փնտրվում է Մեյնի ինտեգրալների տեսքով:

Բավարարելով հզորային պայմաններին, անհայտ ֆունկցիաների համար ստացվել են սկզբում սինգուլյար ինտեգրալ հավասարումների սխեմ, որը հետագայում բերվում է Ֆրեդհոլմի երկրորդ սեռի ինտեգրալ հավասարումների սխեմին: Ցույց է տրվում, որ վերջին սխեմի մեջ սինգուլյար է, եթե $\Theta_1 + \Theta_2 > \pi$.

Л И Т Е Р А Т У Р А — Т Р У Д Ы П Р О З О Р Ы

¹ И. С. Уфлянд, Интегральные преобразования в задачах теории упругости. Изд. «Наука», Л., 1968. ² О. К. Аксентян, ПММ, т. 31, вып. 1 (1967). ³ И. М. Ворович, III Всесоюзный съезд по теор. и прикл. механ. Аннотации докладов, М., 1966. ⁴ I. Dunders, J. of compos. Mat., v. 1, 1967. ⁵ И. Дандерс, Прикл. мех., Тр. ASME, т. 36, серия E, №3 (1969). ⁶ Д. Б. Боджи, Прикл. мех., Тр. ASME, т. 35, серия E, №2 (1968). ⁷ К. С., Чобанян, Р. К. Алексанян, Известия АН Арм. ССР, Механика, т. XXIV, №3, (1971). ⁸ Р. К. Алексанян, Известия АН Арм. ССР, Механика, т. XXIV, №4 (1971). ⁹ V. L. Hein, F. Erdogan Int. J. Fract. Mech., v. 7, N 3 (1971). ¹⁰ M. L. Williams, J. of Appl. Mech., v. 19, N 4 (1952). ¹¹ R. A. Westmann, Int. J. Engng. Sci., v. 13, N 4 (1975). ¹² Ф. Д. Гахов, Краевые задачи. Физматгиз, М., 1963. ¹³ Н. Н. Мусхелишвили, Сингулярные интегральные уравнения. Граничные задачи теории функций и некоторые их применения к математической физике, «Наука», М., 1968.

УДК 539.293 : 537.533.7

ФИЗИКА

С. А. Тарумян

Статические и импульсные характеристики S-диодов
при воздействии электронов низких энергий

Представлено чл.-корр. АН Арм. ССР Г. М. Авакьянцем 18/XII 1975)

В работах ^(1,2) было показано, что диоды из кремния, компенсированного цинком достаточно чувствительны к воздействию электронного пучка. Известно также, что эти же диоды обладают и высокой фоточувствительностью ⁽³⁾. С этой точки зрения представляют интерес исследования и тех приборов под действием электронного пучка, которые слабо чувствительны к воздействию света. В качестве последних были взяты диоды из кремния, компенсированного никелем и золотом с базами *n* и *p* типа соответственно. Технология компенсации материала и изготовление диодов подробно описаны в работах ^(4,5). Исходное сопротивление материала было порядка $40 \div 80 \text{ ом см}$, а после компенсации — $8 \div 10 \text{ ком см}$. Измерения проводились при комнатной температуре на сошлифованных образцах. При исследовании выяснилось, что ВАХ этих диодов меняются слабо даже при токе пучка порядка 10^{-4} и выше, причем напряжение срыва у образцов с примесью золота уменьшается ничтожно мало. Коэффициент усиления при низких значениях тока пучка у обоих типов диодов порядка $2 \div 4 \cdot 10^3$. Чувствительность диодов с примесью никеля и золота к воздействию электронного пучка на четыре порядка меньше по сравнению с диодами с примесью цинка ⁽²⁾; в то время как фоточувствительность отличается только на два порядка ⁽⁶⁾. С увеличением напряжения на диодах и тока пучка коэффициент усиления у обоих типов приборов увеличивается, причем у образцов с примесью золота это увеличение носит суперлинейный характер. Заметим также, что при исследовании в базах образцов не были обнаружены области с относительно высокой чувствительностью, как в случаях диодов с примесью цинка ⁽²⁾.

Для объяснения существования чувствительной области в приборах с примесью цинка будем предполагать, что у тылового контакта существует более низкоомная область по сравнению с остальной частью базы.

Известно, что на поверхности полупроводника всегда имеются поверхностные локальные уровни, концентрация которых может быть

достаточно велика в зависимости от состояния поверхности. Если база диода высокоомная, то некоторая часть этих уровней будет заполнена электронами, а часть уровней останется свободной. При облучении электронным пучком электроны из валентной зоны будут выбрасываться на эти свободные уровни, что приведет к резкому увеличению захвата дырок на те же уровни и, следовательно,—к уменьшению их времени жизни. Таким образом, наличие большой концентрации поверхностных уровней приводит к резкому уменьшению количества созданных электронным пучком и дошедших до токопроводящего канала дырок. Поэтому и чувствительность диода к электронному потоку будет невелика. Отметим также, что чувствительность будет более слабой у диодов, база которых сильно компенсирована еще и потому, что в этом случае поверхностные состояния заполняются электронами из глубоких слоев базы, образуя тем самым достаточно широкий слой объемного заряда, препятствующий диффузии дырок от поверхности вглубь полупроводника. Иная картина наблюдается в диодах с низкоомной базой. В этом случае подавляющее число поверхностных уровней заняты электронами, слой возможного объемного заряда тонок и при возбуждении полупроводника электронным пучком образовавшиеся пары электрон-дырка свободно диффундируют вглубь вещества и модулируют сопротивление базы диода. Если предположить, что в диодах из кремния, компенсированного цинком, у тыловой части база более низкоомная, чем у $p-n$ -перехода, то естественно, что в этой области диод будет достаточно сильно чувствительным к воздействию электронного пучка. Это и наблюдается на опыте.

Следует заметить, что заполненные или свободные поверхностные уровни не будут заметно влиять на светочувствительность диода, так как глубина проникновения света с энергией порядка ширины запрещенной зоны кремния составляет многие десятки микрон и подавляющее число электронно-дырочных пар образуется не на поверхности, а в глубоких слоях базы.

Для установления возможных пределов применимости диодов из кремния, компенсированного цинком, в импульсных устройствах, с электронным облучением, весьма важно знать временные характеристики и значение коэффициента усиления в импульсном режиме. Для полного понимания явлений, происходящих в базе диода при облучении, нами были исследованы импульсные свойства также при отсутствии электронного возбуждения. При этом, кроме ранее обнаруженных закономерностей (⁷), были выявлены и некоторые новые свойства. В частности, при исследовании одиночными импульсами, длительностью более 2,2 мс, показано, что у большинства образцов основному срыву, время задержки которого порядка 50 ÷ 60 мкс, предшествует срыв с задержкой около 2 мс, причем минимальное напряжение одно и то же для обоих срывов.

В работе (⁷) показано, что у вышеупомянутых диодов в импульсном режиме после роста тока происходит его дальнейшее монотонное уменьшение, сменяющееся характерным всплеском. У имеющихся в нашем

распоряжении диодов эти осциллограммы имели более простой вид (рис. 1, а). С увеличением напряжения на диоде максимум тока передвигается по оси времени сначала влево, а затем вправо, одновременно увеличиваясь по амплитуде. Характерно, что у диодов с двойными срывами первый срыв наступает с того места, где расположен пик тока. При исследовании сдвоенными импульсами с регулируемой задержкой между ними выяснилось, что время задержки срыва первым импульсом уменьшается. Импульсные свойства диодов исследовались также и под действием непрерывного электронного облучения. Описанный выше срыв с большой задержкой исчезает под действием непрерывного облучения и с увеличением тока луча больше не появляется. Мак-

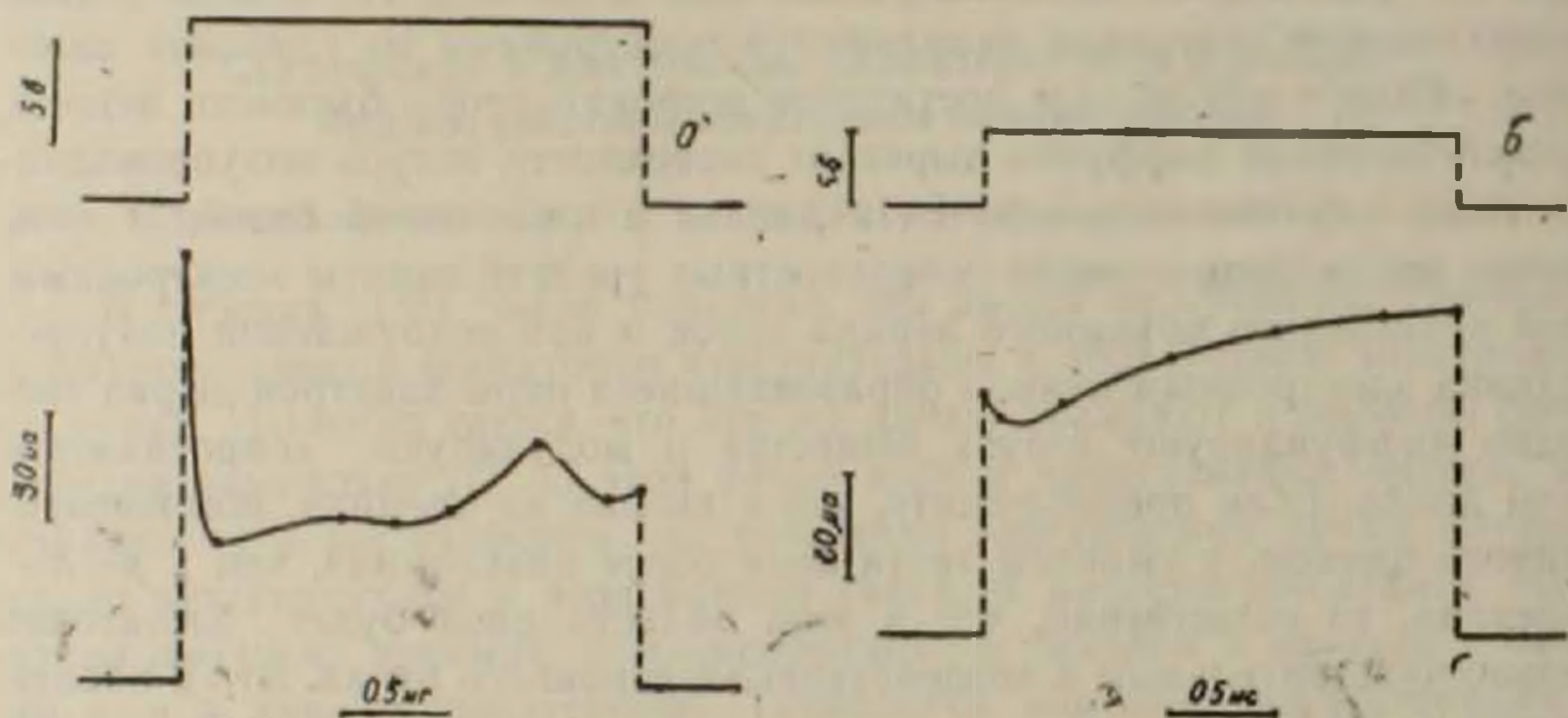


Рис. 1 Форма импульса тока: а—при отсутствии электронного возбуждения; б—под действием импульсного облучения

симумы на импульсе тока исчезают, а форма импульса приближается к прямоугольной. С увеличением интенсивности пучка время задержки основного срыва увеличивается. Эта зависимость носит линейный характер и при энергии электронов 10 кэВ и токе $2 \cdot 10^{-8}$ достигает значения 600 мкс. Зависимость времени задержки от напряжения на диоде сохраняет ту форму, которая наблюдается без облучения (рис. 2). Из рисунка видно, что с увеличением энергии величина задержки сильно меняется при меньших $\frac{V}{V_{ср}}$. С увеличением этого отношения время задержки стремится к стационарному значению, которое наблюдается без электронного облучения. Отметим также, что с возрастанием интенсивности облучения время восстановления высокоомного состояния уменьшается.

С целью выявления пределов применимости данных диодов в качестве приемника модулированного электронного пучка в усилителях типа ПЭБП (8) весьма важно исследование импульсных свойств под действием импульсного облучения. Для прерывания электронного потока была изготовлена специальная приставка, представляющая собою прямо-

угольную трубку из фольгированного гетинакса с внутренними размерами $2 \times 8 \times 100$ мм. Подачей постоянного напряжения на обкладки этой трубки электронный луч смещается в сторону. При подаче напряжения такой же величины, но уже обратной полярности луч снова возвращался

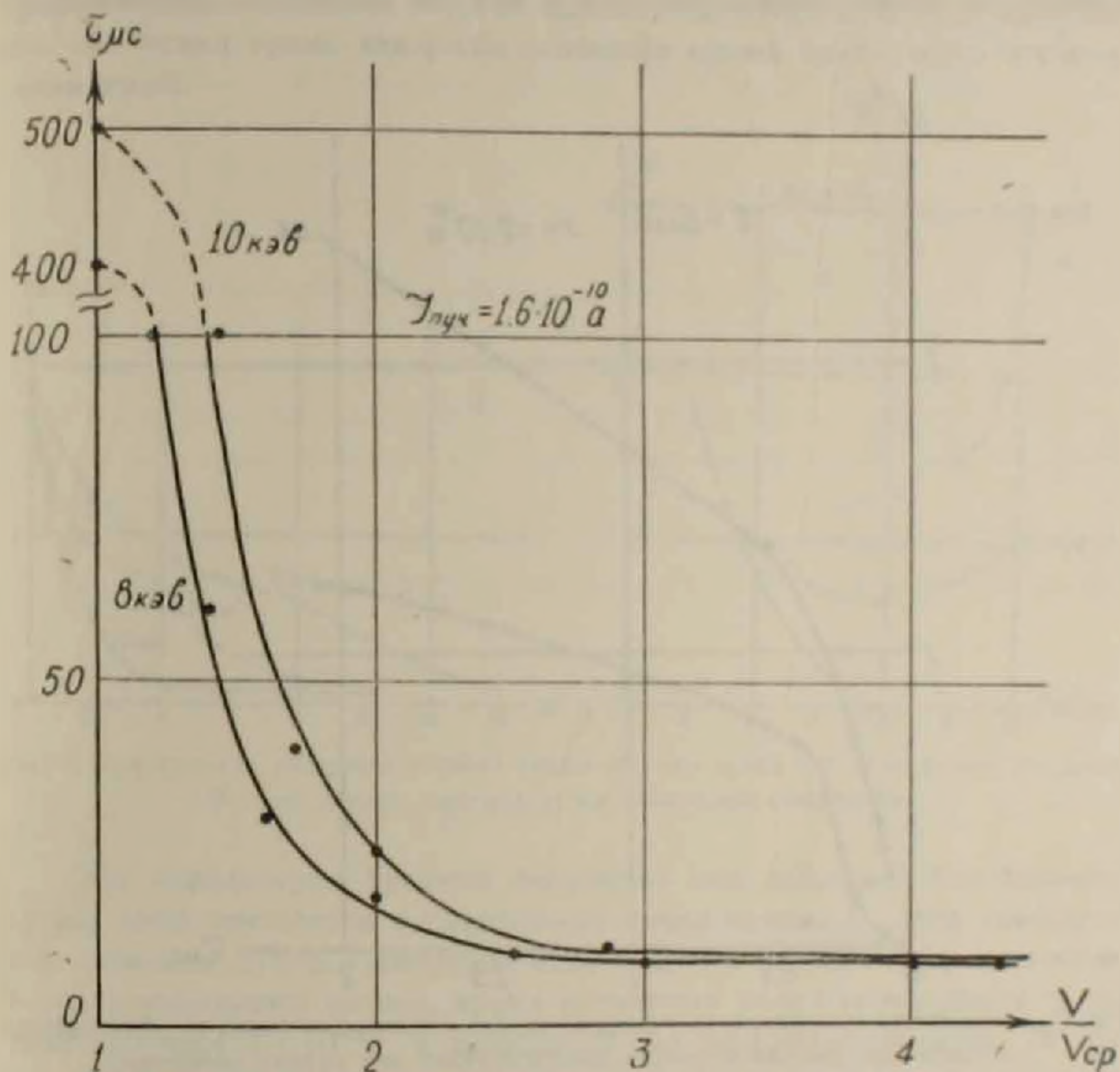


Рис. 2. Зависимость времени задержки основного срыва от смещения на аноде при двух значениях энергии пучка

ся в исходное положение. Во время исследования диодов импульсное напряжение с одного канала генератора Г5—7А подавалось на отклоняющие пластинки вышеописанной трубки, а с другого канала с нулевой задержкой по отношению к первому импульсу подавалось на диод. Предварительно постоянным напряжением луч отклонялся от анода. Для энергий электронов порядка 10 кэВ пучок практически можно считать безинерционным, так как расстояние 100 мм они преодолевают за сотые доли микросекунды, что на несколько порядков меньше, чем минимальная длительность импульсов, использованная при измерениях. При исследовании диодов под действием импульсного облучения были получены некоторые новые закономерности. Измерения показали, что в этом случае время задержки первого срыва уменьшается, в то время как при непрерывном облучении увеличивается. Импульс тока

имеет вид, показанный на рис. 1,б. Следует заметить, что величина всплеска тока в начальном участке импульса зависит только от величины напряжения на диоде и совершенно не меняется при изменении интенсивности пучка. Естественно, что коэффициент усиления сильно зависит от длительности импульса и при его значении, равном 2 мс,

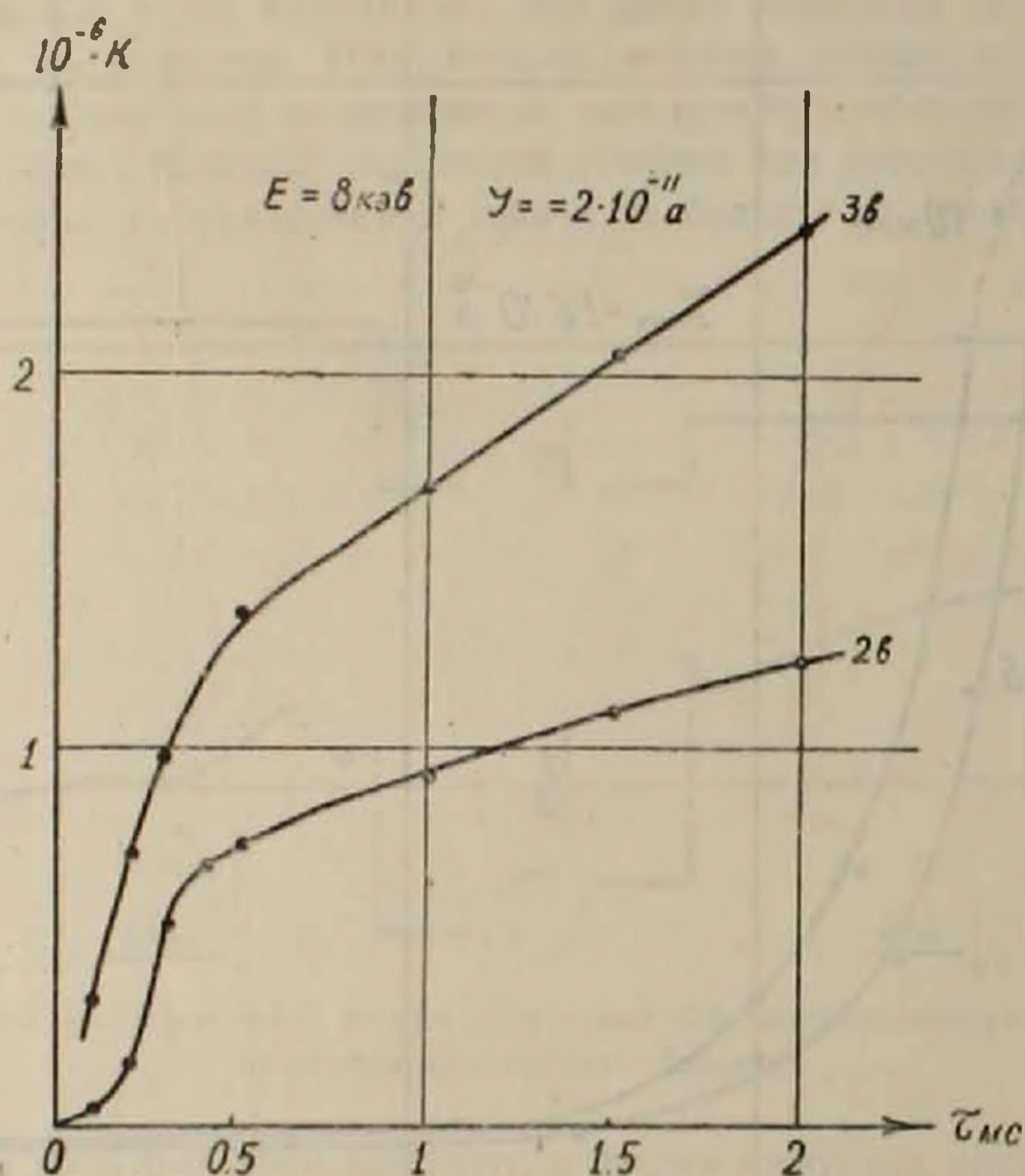


Рис. 3. Зависимость коэффициента усиления диодов с примесью цинка от длительности импульса под действием импульсного облучения при разных смещениях

приближается к значению, соответствующему стационарному режиму при непрерывном облучении (рис. 3). С увеличением напряжения на диоде коэффициент усиления заметно увеличивается. Отметим также, что с уменьшением длительности импульса коэффициент усиления резко падает и стремится к нулю, так как величина всплеска в начальном участке импульса тока не зависит от интенсивности пучка.

Как уже отмечалось выше, срыв с большой задержкой появляется и тогда, когда облучение импульсное. Некоторый интерес представляет и зависимость времени задержки этого срыва от энергии и тока пучка (рис. 4,а). Излом на кривых, по-видимому, следует объяснить существованием некоторого второго срыва с большой задержкой, которое проявляется при определенных значениях тока и энергии пучка.

Несколько иную форму имеет зависимость задержки срыва с большой задержкой от величины напряжения на диоде (рис. 4,б). При малых значениях энергии с увеличением напряжения величина задерж-

S-տիպի դիոդների ստատիկ և իմպուլսային բնութագծերը ցածր էներգիաներով էլեկտրոնների ազդեցության տակ

Հետազոտված են նիկելով և ոսկով կոմպենսացված սիլիցիումային S-տիպի դիոդների վոլտ-ամպերային բնութագծերի փոփոխությունները ցածր էներգիաներով օժտված էլեկտրոնների ազդեցության տակ: Այդ տիպի դիոդներում ուժեղացման գործակիցը մոտավորապես շորս կարգով փոքր է դիկով կոմպենսացված դիոդների ուժեղացման գործակիցից և կազմում է $3 \div 5 \cdot 10^3$: Ցինկով կոմպենսացված սիլիցիումային դիոդների իմպուլսային բնութագծերի հետազոտման ժամանակ պարզվել է, որ հիմնական խզմանը նախորդում է երկու միլիվարկյան և ավելի միացումի հապաղման ժամանակ ունեցող մի խզում, որը էլեկտրոնների անընդհատ հոսքով ուժեղացված ժամանակ անհետանում է: Իմպուլսային ուժեղացման դիպքում նշված հապաղման ժամանակը սկզբում փոքրանում է, իսկ այնուհետև էլեկտրոնների ինտենսիվության մեծացմանը զուգընթաց աճում է, և ի վերջո՝ այդ խզումն անհետանում է: Աշխատանքում բերված է նաև ցինկով կոմպենսացված դիոդների ուժեղացման գործակիցի կախվածությունն ազդանշանի տևողությունից իմպուլսային ուժեղացման պայմաններում:

ЛИТЕРАТУРА — ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

- ¹ Г. М. Авакьянц, З. Н. Адамян, С. А. Тарумян, ДАН Арм. ССР, т. IX, № 2 (1974).
- ² Г. М. Авакьянц, С. А. Тарумян, ДАН Арм. ССР, т. X, № 5 (1975). ³ Г. М. Авакьянц, З. Н. Адамян, В. М. Арутюнян, Р. С. Бирсегян, А. В. Емельянов, С. В. Оганесян, Микроэлектроника, 3, 49 (1974).
- ⁴ Г. М. Авакьянц, С. В. Минасян, О. А. Оганесян, ДАН Арм. ССР, т. 51, стр. 20 (1970).
- ⁵ И. Р. Альтман, Кандидатская диссертация, Ереван, 1967.
- ⁶ А. I. Maher, B. G. Streetman, N. Holonyak, Trans. IEEE ED—16, 963 (1969).
- ⁷ З. Н. Адамян, Кандидатская диссертация, Ереван, 1975.
- ⁸ Г. М. Авакьянц, З. Н. Адамян, В. М. Арутюнян, «Известия АН Арм. ССР», Физика, т. X, вып. I (1975).
- ⁹ А. Силцарс, Д. Дж. Бейтс, А. Баллонофф, ТИИЭР, т. 62, № 8, стр. 93—139, (1974).

УДК 663.241+543.4/5

ОРГАНИЧЕСКАЯ ХИМИЯ

Ц. Л. Петросян, член-корреспондент АН Армянской ССР Л. М. Джанполадян,
Н. М. Бейлерян

Изучение процессов созревания коньяка методом электронного парамагнитного резонанса

(Представлено 22/IX 1975)

Механизм реакций окисления, протекающих в коньячном спирте, исследован недостаточно.

С целью изучения кинетики и механизма окислительных процессов созревания коньячного спирта, где ион радикалы, а также их активные перекисные радикалы играют важную роль, был применен метод электронного парамагнитного резонанса (ЭПР) с использованием радиоспектрометра типа «Varian»*.

Определение радикалов в коньячных спиртах проводилось при температуре жидкого азота (77°K), а в дубовой древесине при комнатной температуре (25°С). В качестве эталона брали—1,1-дифенил-2-пикрилгидразил (ДФПГ).

Рис. 1,а показывает, что в коньячных спиртах различных лет выдержки имеются парамагнитные центры.

Из спектров ЭПР следует, что в свежеперегнанном коньячном спирте концентрация парамагнитных частиц очень низка. В дальнейшем, в зависимости от продолжительности выдержки, концентрация их в спиртах возрастает (табл. 1).

Установлено симбатное изменение кислородного, перекисного чисел и концентрации парамагнитных частиц в коньяках, выдержанных в бочках и герметически закрытых бутылках (табл. 2).

Непосредственное измерение спектров ЭПР дубовой древесины показало наличие в ней стабильных радикалов (рис. 1,б, в).

Для определения концентрации свободных радикалов в древесине из старой коньячной бочки снимали стружки толщиной 2 мм с внутренней стороны непосредственно под поверхностным слоем (до 0,1 мм) и на глубине 24—26 мм (внешняя сторона).

* Измерения проводились в Институте химической физики АН Армянской ССР сотрудником К. Г. Газарян.

Таблица 1

Изменение концентрации свободных радикалов в коньячных спиртах

Возраст коньячного спирта в годах	Свежепере- гнанный	1	4	12	13	19	28
Концентрация парамагнитных частиц, отн. ед.	7,1	17,9	47,8	69,4	73,8	99,0	124,3

Таблица 2

Показатели	Коньяк „Двин“			Коньяк „Ереван“		
	Исходное содер- жание	Через 18 месяцев выдержки в боч- тылке	Через 18 месяцев выдержки в боч- ке	Исходное содер- жание	Через 18 месяцев выдержки в боч- тылке	Через 18 месяцев выдержки в боч- ке
Кислородное число, мг/л	11,78	1,29	12,35	13,83	1,67	14,06
Перекисное число, мг/л	1,71	1,24	2,08	2,08	1,44	2,22
Концентрация парамагнитных частиц, отн. ед.	Не изме- ряли	24,8	33,7	Не изме- ряли	24,9	41,6

Спектр ЭПР древесины внутренней стороны бочки (рис. 1,в) по структуре отличается от спектра ЭПР внешней стороны (рис. 1,б).

Если сравнить спектры ЭПР древесины со спектрами ЭПР коньячных спиртов можно заметить, что в последних наблюдается резкое отличие в структуре спектра, что, очевидно, связано с соединениями, образующимися в процессе выдержки спирта с древесиной. Это доказывается еще и тем, что различие структуры спектра ЭПР спирта от древесины усиливается с увеличением продолжительности выдержки.

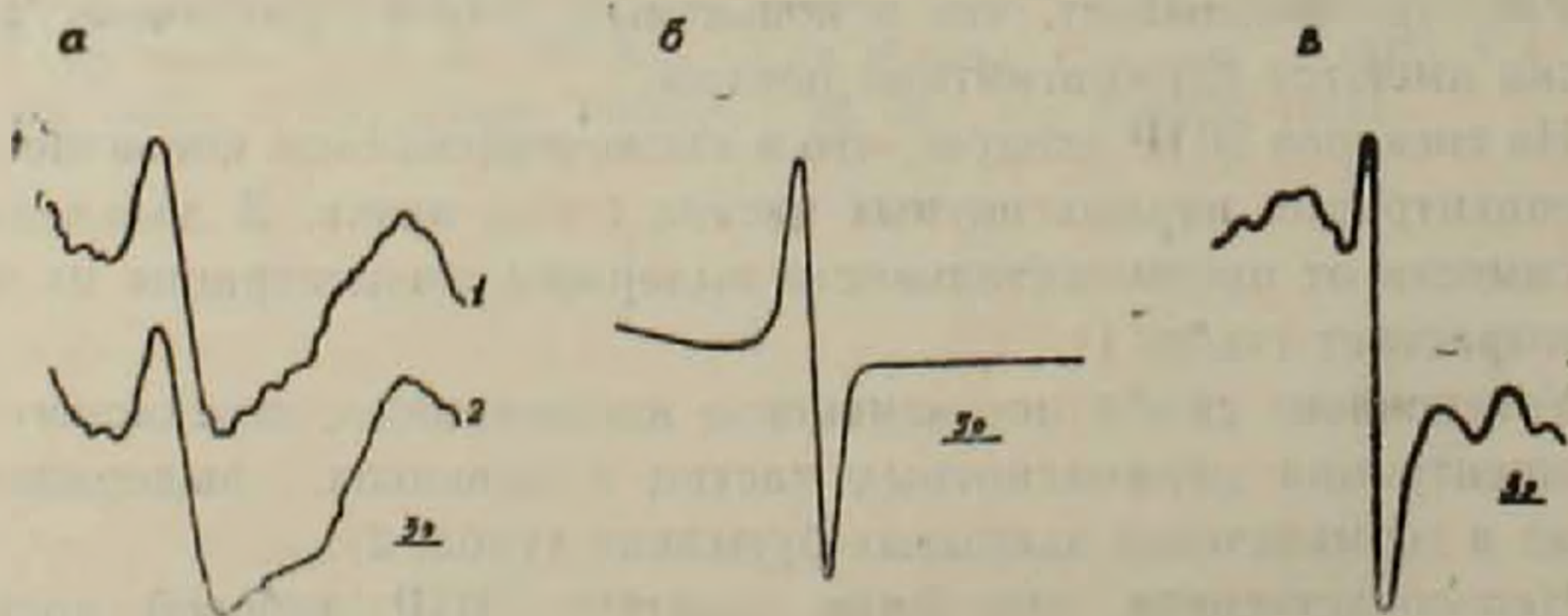


Рис. 1. Спектры ЭПР коньячных спиртов и древесины дуба.

а—коньячные спирты: 1—девятнадцатилетний; 2—тринадцатилетний; б—внешний слой старой коньячной бочки; в—внутренний слой старой коньячной бочки

Концентрация свободных радикалов во внутреннем слое старой бочки высокая—115,7 отн. ед., в наружном слое бочки—46,3 отн. ед. При этом во внутреннем слое бочки содержание кислорода перекисей

составляет 35 мг%. Зольность—24%; медь и железо в золе, определенные атомно-абсорбционным методом, составили соответственно 33,2% и 4,15%. В наружном слое—наоборот зольность невысокая—0,27%, в том числе медь в золе 0,002%, железо—0,008%, кислород перекисей не обнаружен.

С целью определения веществ, обладающих свойствами ЭПР, древесину из внутренней стороны старой бочки, обрабатывали концентрированной соляной кислотой для извлечения зольных элементов. Из экстракта удаляли кислоту (образец 1). Нерастворимую в соляной кислоте часть промывали водой, высушивали (образец 2). Далее для обнаружения в зольных элементах меди образцы обрабатывали 5%-ным аммиаком. При этом только первый образец окрасился в голубой цвет. Измерение спектров ЭПР аммиачных растворов образцов показало, что концентрация парамагнитных частиц в первом образце составил 832,8 отн. ед., во втором—51,2 отн. ед. Из этого следует, что парамагнитные частицы связаны с зольными элементами древесины и, в основном, с ионом меди, а не с элементарной медью.

Наши опыты показали, что облучение дубовых клепок гамма и УФ-лучами, приводит к интенсификации окислительных реакций, ускорению процесса созревания коньячного спирта (^{1,2}).

Известно, что проникающие излучения (гамма лучи) и УФ-лучи вызывают расщепление молекул на свободные радикалы (радиолиз и фотолиз) (^{3,4}).

Измерение спектров ЭПР образцов древесины дубовых клепок, облученных гамма и УФ-лучами, показало, что они содержат более высокую концентрацию парамагнитных частиц, чем необлученные. Аналогичные результаты получены в коньячных спиртах, выдержанных в резервуарах с дубовыми клепками, облученными гамма и УФ-лучами (табл. 3).

Таблица 3
Концентрация парамагнитных частиц в облученной древесине
и в коньячном спирте

	УФ-облученные			Необлученные		Гамма облученные			Необлученные	
	древесина	коньячный спирт		древесина	коньячный спирт	древесина	коньячный спирт		древесина	коньячный спирт
		1	2				3	4		
Концентрация парамагнитных частиц, отн. ед.	65,0	52,6	50,6	51,6	39,3	91,4	32,2	35,4	81,4	21,4

Наличие стабильных парамагнитных частиц было изучено при активации дубовых клепок кислородом по предложенной нами технологии созревания коньячного спирта в пульсирующем потоке в резервуарах (⁵).

Активация дубовых клепок кислородом делает древесину более доступной окислительным превращениям компонентов древесины и конь-

ЛИТЕРАТУРА — ТРЦЧШПРЪЗВРЪ

- ¹ Л. М. Жанполадян, Ц. Л. Петросян, Л. М. Багдасарян, И. М. Давтян. Биологический журнал Армении, т. XXVIII, № 1, с. 13, (1975). ² Ц. Л. Петросян, А. В. Киракин, Л. М. Жанполадян. «Садоводство, виноградарство и виноделие Молдавии», № 5, 1967. ³ Д. Мюллер и К. Циммер. Свободные радикалы в биологических системах, с. 375, М., ИЛ, 1963. ⁴ Б. Аллен и Д. Инграм. Свободные радикалы в биологических системах, с. 259, М., ИЛ, 1963. ⁵ Ц. Л. Петросян, Л. М. Жанполадян, Л. М. Багдасарян, «Виноделие и виноградарство СССР», № 5, 1974.

УДК 547.485.6 : 591.481.1 «712.92»

БИОХИМИЯ

В. А. Шагинян, Г. Г. Бунятян, Г. В. Априкян

Значение АДФ в метаболизме α -кетоглутаровой кислоты в митохондриях мозга белых крыс при старении

(Представлено чл.-корр. АН Армянской ССР А. А. Галояном 9/II 1976)

При проведении исследований по изучению некоторых сторон азотистого обмена в митохондриях мозга белых крыс нами было показано, что превращения глутаминовой кислоты (ГК) путем трансаминирования и окислительного деаминирования протекают с незначительной интенсивностью на протяжении всего постнатального развития, не подвергаясь особым изменениям в старости. АДФ в значительной степени стимулирует эти процессы. Однако в старческом возрасте действие АДФ заметно ослабевает (¹).

Полученные результаты побудили нас изучить в указанном возрасте интенсивность окисления α -кетоглутаровой кислоты (α -КГ) и ее включения в реакцию восстановительного аминирования. Эти вопросы в литературе недостаточно освещены (²).

Исследования проводили на 6-месячных, годовалых и 2-летних (старых) белых крысах. Митохондриальную фракцию (МФ) мозга получали и инкубировали по ранее описанной методике (³). Интенсивность окисления α -КГ определяли манометрическим методом Варбурга, суммарный аммиак (свободный аммиак + амидоазот глутамина) — видоизмененным микрометодом Зелигсона (^{4,5}), а содержание ГК — методом электрофореза на бумаге (^{6,7}). α -КГ брали в конечной концентрации 10 мМ, АДФ — 2 мМ, $(\text{NH}_4)_2\text{SO}_4$ — 5 мМ.

Как видно из табл. 1, эндогенное дыхание МФ мозга с возрастом не подвергается заметным изменениям. АДФ не оказывает существенного действия на эндогенное дыхание в 6-месячном и годовалом возрасте и несколько снижает его интенсивность в старческом. Добавленная α -КГ независимо от наличия или отсутствия в среде экзогенного аммиака выраженно усиливает поглощение кислорода МФ к годовалому возрасту. В старческом же возрасте интенсивность этого процесса значительно снижается. В присутствии добавленного аммиака дыхание МФ мозга годовалых крыс незначительно стимулируется и почти не изменяется у

6-месячных и старых животных. Примечательно, что при добавлении α -КГ и аммиака дыхание претерпевает примерно такие же изменения, как и в присутствии одной α -КГ. Добавление к реакционной смеси, содержащей α -КГ и аммиак, АДФ приводит к четко выраженному усилению окисления α -КГ у животных всех возрастных групп. Однако и в этом случае интенсивность потребления кислорода прогрессивно снижается к 2-летнему возрасту. Аналогичная картина была получена нами и в отношении окисления ГК (¹).

Следует отметить, что в наших других исследованиях (²) АДФ также заметно усиливал поглощение кислорода, когда субстратом дыхания служила α -КГ, но в гораздо менее выраженной степени, нежели при комбинации α -КГ+аммиак+АДФ. И в опытах с α -КГ+АДФ отмечалась аналогичная закономерность—понижение стимулирующего эффекта АДФ в старческом возрасте.

Действие добавленного аммиака на дыхание МФ в присутствии α -КГ и АДФ представляет несомненный интерес, выяснение механизма его действия требует дальнейших исследований.

Таблица 1

Действие АДФ на интенсивность окисления α -КГ в присутствии добавленного аммиака (мкмоль O_2 /г свежей ткани/30 минут) в МФ мозга белых крыс при старении.

Возраст	Контроль	АДФ		α -КГ		NH_3		α -КГ+ NH_3		α -КГ+ NH_3 + +АДФ	
		поглощение O_2	разница с контролем	поглощение O_2	разница с контролем	поглощение O_2	разница с контролем	поглощение O_2	разница с контролем	поглощение O_2	разница с АДФ
6 месяцев	7.92	8.01	+0.09	11.54	+3.62	8.13	+0.21	12.12	+4.2	25.13	+17.12
	± 0.28 (10)	± 0.34 (10)	± 0.01	± 0.32 (10)	± 0.1	± 0.22 (10)	± 0.01	± 0.25 (10)	± 0.09	± 0.85 (12)	± 0.57
1 год	7.2	7.61	+0.41	12.43	+5.23	8.23	+1.03	12.74	+5.54	22.16	+14.55
	± 0.24 (6)	± 0.22 (6)	± 0.01	± 0.3 (6)	± 0.13	± 0.21 (6)	± 0.03	± 0.28 (6)	± 0.12	± 0.72 (8)	± 0.47
2 года	8.24	7.19	-1.05	11.83	+3.59	7.99	-0.25	11.73	+3.49	18.58	+11.39
	± 0.34 (5)	± 0.29 (4)	± 0.04	± 0.12 (5)	± 0.04	± 0.14 (6)	± 0.01	± 0.4 (6)	± 0.12	± 0.44 (7)	± 0.27

Результаты экспериментов по изучению сдвигов в содержании аммиака (табл. 2) показывают, что в процессе инкубации МФ мозга образуется определенное количество аммиака. АДФ сам по себе вызывает повышение уровня аммиака у животных всех возрастных групп. Добавление α -КГ, наоборот, заметно уменьшает образование аммиака, что можно объяснить включением последнего в реакцию восстановительного аминирования. При наличии в среде ингредиентов реакции восстановительного аминирования (α -КГ и аммиака) этот процесс более интен-

Таблица 2

Действие АДФ на интенсивность восстановительного аминирования α -КГ за счет добавленного аммиака (мкмоль азота суммарного аммиака/г свежей ткани/40 минут) в МФ мозга белых крыс при старении

Возраст	До инкубации	П о с л е и н к у б а ц и и											
		Контроль		АДФ		α -КГ		NH ₃		α -КГ+NH ₃		α -КГ+NH ₃ +АДФ	
			разница		разница с контролем		разница с контролем		разница с контролем		разница с NH ₃		разница с NH ₃
6 месяцев	0.91 $\pm$ 0.04 (10)	1.85 $\pm$ 0.06 (22)	+0.94 $\pm$ 0.03	2.83 $\pm$ 0.1 (22)	+0.98 $\pm$ 0.04	1.36 $\pm$ 0.05 (23)	-0.49 $\pm$ 0.02	41.46 $\pm$ 0.76 (23)	-39.61 $\pm$ 0.72	40.53 $\pm$ 0.87 (23)	-0.93 $\pm$ 0.02	38.61 $\pm$ 0.79 (29)	-2.85 $\pm$ 0.04
1 год	1.27 $\pm$ 0.08 (6)	2.42 $\pm$ 0.04 (11)	+1.15 $\pm$ 0.02	3.69 $\pm$ 0.03 (11)	+1.27 $\pm$ 0.01	1.7 $\pm$ 0.03 (12)	-0.72 $\pm$ 0.01	44.13 $\pm$ 0.85 (14)	+41.71 $\pm$ 0.8	43.27 $\pm$ 0.83 (14)	-0.86 $\pm$ 0.02	41.11 $\pm$ 0.62 (15)	-3.02 $\pm$ 0.04
2 года	1.14 $\pm$ 0.04 (4)	1.96 $\pm$ 0.03 (10)	+0.82 $\pm$ 0.01	3.09 $\pm$ 0.04 (8)	+1.13 $\pm$ 0.02	1.36 $\pm$ 0.05 (10)	-0.6 $\pm$ 0.02	42.27 $\pm$ 1.4 (13)	+40.31 $\pm$ 1.34	41.84 $\pm$ 0.92 (12)	-0.43 $\pm$ 0.01	41.04 $\pm$ 0.74 (20)	-1.23 $\pm$ 0.02

Таблица 3

Действие АДФ на синтез ГК (мкмоль/г свежей ткани/40 минут) путем восстановительного аминирования α -КГ за счет добавленного аммиака в МФ мозгах белых крыс при старении.

Возраст	До инкубации	П о с л е и н к у б а ц и и											
		контроль		АДФ		α -КГ		NH ₃		α -КГ+NH ₃		α -КГ+NH ₃ +АДФ	
			разница		разница с контролем		разница с контролем		разница с контролем		разница с контролем		разница с АДФ
1 год	± 2.87 ± 0.41 (4)	± 1.11 ± 0.18 (6)	-1.76	± 0.81 ± 0.11 (6)	-0.3	± 2.26 ± 0.06 (4)	+1.15	± 1.01 ± 0.2 (6)	-0.1	± 2.69 ± 0.19 (4)	+1.58	± 4.31 ± 0.13 (4)	+3.5
2 года	± 1.67 ± 0.03 (2)	± 1.42 ± 0.08 (4)	-0.25	± 0.9 ± 0.05 (4)	-0.52	± 1.65 ± 0.14 (4)	-0.23	± 1.2 ± 0.05 (4)	-0.22	± 2.13 ± 0.07 (4)	+0.71	± 3.65 ± 0.17 (4)	-2.75

сивен в 6-месячном возрасте, а в старческом заметно снижается. Как видно из приведенных данных, более значительное снижение уровня аммиака отмечается в пробах с добавлением α -КГ, аммиака и АДФ. Так, например, в МФ мозга 6-месячных крыс уровень аммиака при этой комбинации снижается на 2,85 мкмоль, годовалых—на 3,02 мкмоль, и 2-летних—на 1,23 мкмоль. Полученные результаты позволяют заключить, что АДФ в значительной степени стимулирует процесс восстановительного аминирования α -КГ, и его действие заметно снижается в старческом возрасте.

Для более объективной оценки активности процесса восстановительного аминирования α -КГ, помимо учета изменений в содержании суммарного аммиака, мы определили также количество вновь синтезированной ГК, имея в виду и изменения в содержании аспарагиновой кислоты (АК) у годовалых и 2-летних крыс. Как видно из табл. 3, при инкубации МФ происходит утилизация ГК, которая значительно снижается в старческом возрасте. Как и в ранее проведенных нами исследованиях (9), АДФ усиливает процесс утилизации ГК. При добавлении к МФ мозга годовалых крыс одной α -КГ происходит синтез заметного количества ГК, интенсивность которого выражено снижается к старческому возрасту. В пробах с добавлением α -КГ и аммиака наблюдается та же закономерность, при этом синтез ГК несколько повышается. Заслуживают внимания данные, полученные при сочетанном применении α -КГ, аммиака и АДФ. Образование ГК по сравнению с другими пробами значительно стимулируется, однако и в этом случае эффект АДФ заметно уменьшается в старческом возрасте.

Некоторое количество ГК образуется в результате переаминирования АК с α -КГ, однако удельный вес этого пути в синтезе ГК незначителен (данные в таблицах не приведены).

Таким образом, полученные результаты свидетельствуют о том, что АДФ в значительной мере стимулирует дыхание МФ при наличии в среде α -КГ как дыхательного субстрата и аммиака. В этих условиях особенно разительна убыль добавленного аммиака и образование при этом ГК. Примечательно, что хотя в мозгу старых животных происходит заметное снижение интенсивности восстановительного аминирования α -КГ, тем не менее активность этого процесса в старческом возрасте подвергается регуляции со стороны АДФ, правда, в меньшей степени.

Институт биохимии
Академии наук Армянской ССР

ԱԴՖ-ի նշանակությունը α -լեւոտդլուտաբթվի փոխանակության մեջ սպիտակ առնետների ուղեղի միտոքոնդրիաներում ծերացման ժամանակ

ԱԴՖ-ն զգալիորեն խթանում է α -լեւոտդլուտաբթվի (α -ԿԴ) օքսիդացումը և նրա ամինացումը վեց ամսական, մեկ տարեկան և երկու տարեկան (ծեր) սպիտակ առնետների ուղեղի միտոքոնդրիալ ֆրակցիայում: α -ԿԴ-ի օքսիդացումը և նրա ամինացումը, այլ կերպ դիտարկելիս, ամինաֆորմիլացումը, ավելացված ամոնիակի և ԱԴՖ-ի ներկայությամբ աստիճանաբար նվազում են մինչև ծերացումը:

ЛИТЕРАТУРА — ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

- ¹ Գ. Վ. Ափրիկյան և Վ. Ա. Շահինյան, Вопросы биохимии мозга, изд. АН Арм. ССР, 8, 91 (1973). ² E. Weinbach, J. Garbus, J. Biol. Chem., 234, 412 (1959). ³ Գ. Վ. Ափրիկյան և Վ. Ա. Շահինյան, Вопросы биохимии мозга, изд. АН Арм. ССР, 5, 17, (1969). ⁴ D. Sellgson, H. Sellgson, J. Lab. Clin. Med., 38, 324, (1951). ⁵ А. И. Сулакова, Г. П. Труш и А. Являкова, Вопросы медицинской химии, 5, 538, (1962). ⁶ W. Grassmann, E. Hanning and M. Flöckl, Zeit. Physiol. Chem., 299, 258, (1955). ⁷ Գ. Խ. Бунятян և Գ. Վ. Ափրիկյան, Вопросы биохимии, изд. АН Арм. ССР, 2, 5, (1961). ⁸ Գ. Գ. Бунятян, ДАН Арм. ССР, т. 62, № 4, (1976). ⁹ Գ. Վ. Ափրիկյան, Գ. Խ. Бунятян և Վ. Ա. Շահինյան, Вопросы биохимии мозга, 6, 67 (1970).

УДК 595.773.4

ЭНТОМОЛОГИЯ

М. Н. Кандыбина, В. А. Рихтер

Новый вид мух-пестрокрылок рода
Rhagoletis Loew (Diptera, Tephritidae) с Северного Кавказа

(Представлено чл.-корр. АН Армянской ССР Э. А. Давтяном 3/XII 1975)

Ниже приводится описание нового вида рода *Rhagoletis* Loew, выведенного из плодов барбариса (*Berberis* sp.) на Сев. Кавказе. Объем рода принят по Бушу (Bush, 1966). Типы хранятся в коллекции Зоологического института АН СССР, в Ленинграде.

Rhagoletis caucasica, sp. n. (рис. 1—4).

Самка. Голова желтая; лоб сверху заметно шире глаза, кпереди слегка сужается; его длина превосходит ширину. Щетинки головы черные; две орбитальные щетинки (задняя из них немного короче передней), 3 лобные щетинки. Усики желтые, ариста буроватая, за исключением желтого утолщенного основания; 3-й членик усиков с заостренной вершиной; его длина в 2 раза больше длины 2-го членика. Щупики желтые, в желтых щетинках. Наименьшая ширина скул составляет менее 0,5 ширины 3-го членика усиков. Высота щек равна 0,2 высоты глаза (рис. 1).

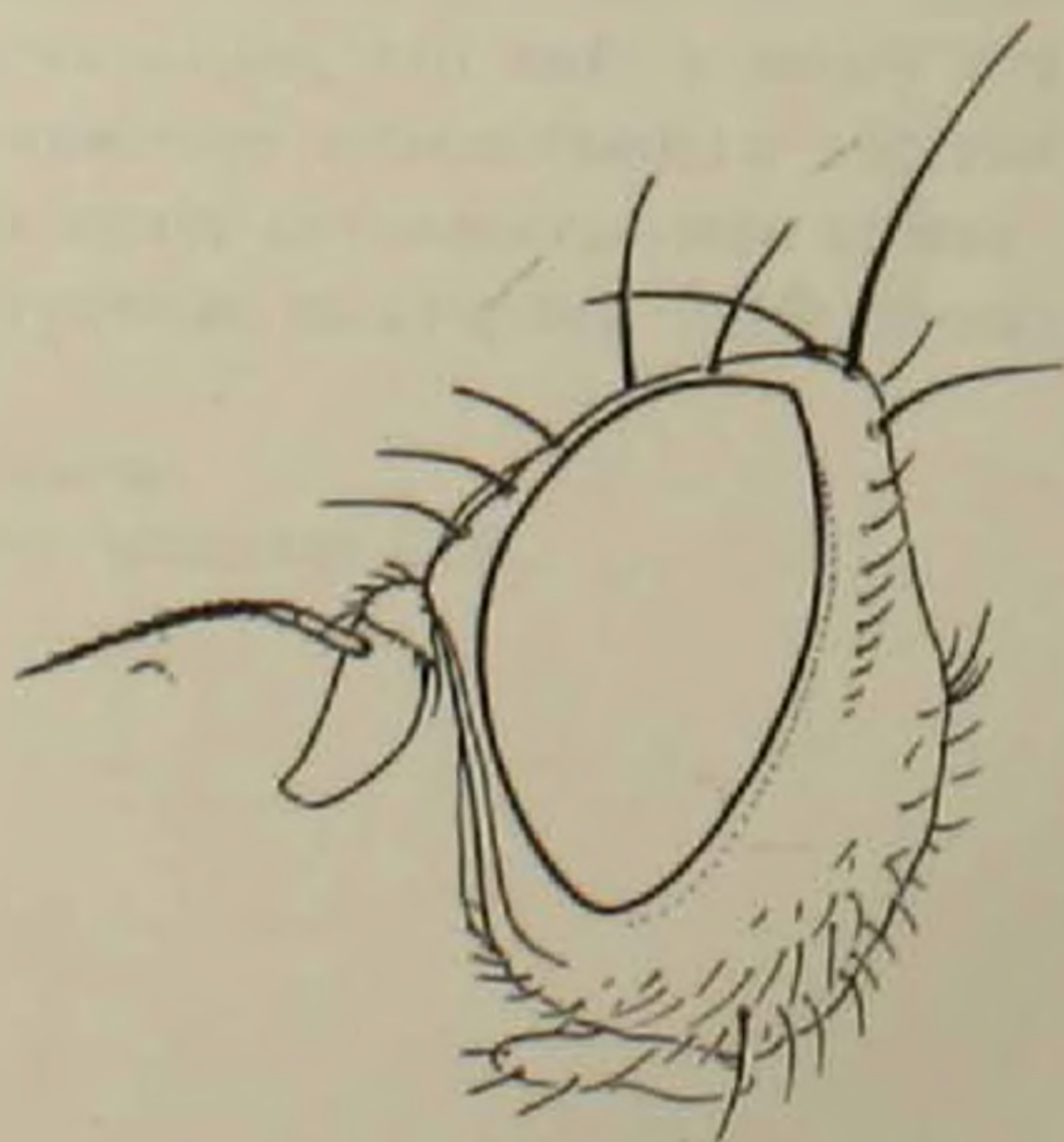


Рис. 1. *Rhagoletis caucasica*, sp. n. Голова сбоку

Среднеспинка красновато желтая, в белом налете, с 4 неясными буроватыми полосами, более заметными за поперечным швом. Плечевые бугорки и щиток светло-желтые; метанотум черный. Бочки груди красновато желтые; мезоплевры сверху с продольной светло-желтой полосой.

Ноги желтые; задние бедра с 2 передневентральными и 2 переднедорсальными щетинками.

Крыло прозрачное, с бурыми поперечными полосами (рис. 2); расплывчатая перевязь в основании крыла доходит до анальной жилки или слегка заходит на нее; перевязь, проходящая через среднюю поперечную

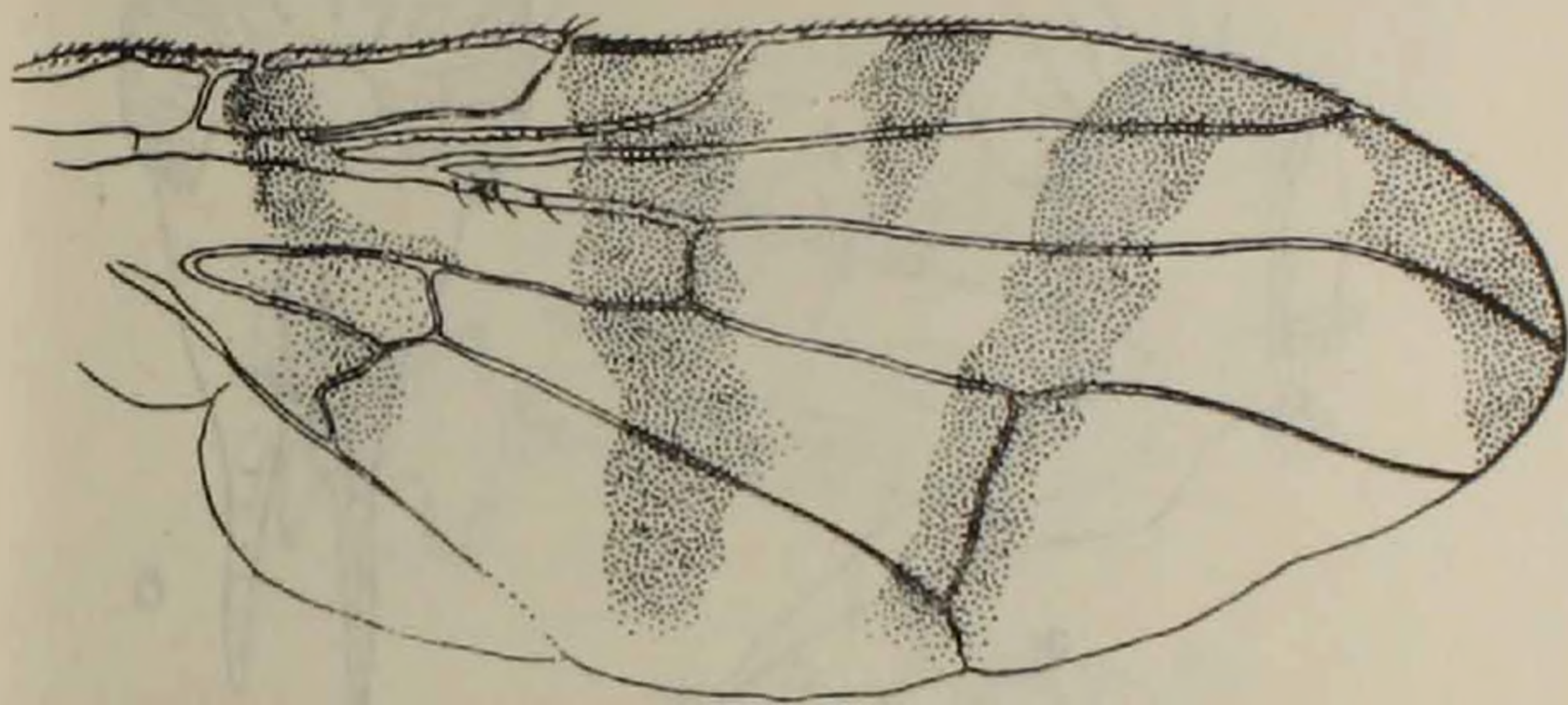


Рис. 2. *Rhagoletis caucasica*, sp. n. Крыло

жилку, не достигает заднего края крыла; предвершинная и вершинная бурые перевязи соединены между собой в пределах передней радиальной ячейки; короткая поперечная полоска, прилегающая к переднему краю крыла, развита, доходит до m_{1+2} . r_1 сверху со щетинками на всем протяжении; r_{4+5} в основании с 5—6 щетинками, иногда лишь немного не достигающими средней поперечной жилки. Жужжальца желтые.

Брюшко желтое, блестящее, в светлых, смешанных с черными волосках, с бурым основанием и развитым в большей или меньшей степени бурым рисунком. У голотипа основание брюшка бурое; 2-й, 5-й и 6-й тергиты по бокам с бурым поперечным пятном; 2—5-й тергиты вдоль середины буроватые; у 1 ♀ брюшко бурое, с желтыми поперечными перевязями по заднему и боковому краям всех тергитов. У остальных самок брюшко желтое с боковым бурым пятном на 2-м, 5—6-м тергитах (1 ♀), или 2-й, 4—6-й тергиты с боковым бурым пятном, 2—4-й тергиты вдоль середины буроватые, 5-й тергит с бурой поперечной перевязью, прилегающей к его переднему краю. Базальный членик яйцеклада самки бурый, в 1,3—1,4 раза длиннее 6-го тергита брюшка.

Самец. Брюшко желтое, с бурым основанием, боковым бурым пятном на 2-м и 4-м тергитах и 2 большими бурыми пятнами на 5-м тергите, занимающими большую часть его поверхности; у 1 ♂ 2—4-й тер-

гиты бурые, с желтой перевязью по заднему краю. Гениталии ♂ на рис. 3.

Длина тела 3—3,5 мм, длина крыла 4,15 мм.

Материал. 4 ♀ (среди них голотип), 3 ♂, Кавказ Тырны-Ауз, 2500 м, 22/VIII 1960 (Шельдешова); 1 ♀, 1 ♂, Нальчик, заповедный лес, 26/VIII 1960 (Шельдешова). Вылет имаго в лаборатории 16/IV 1961 г.

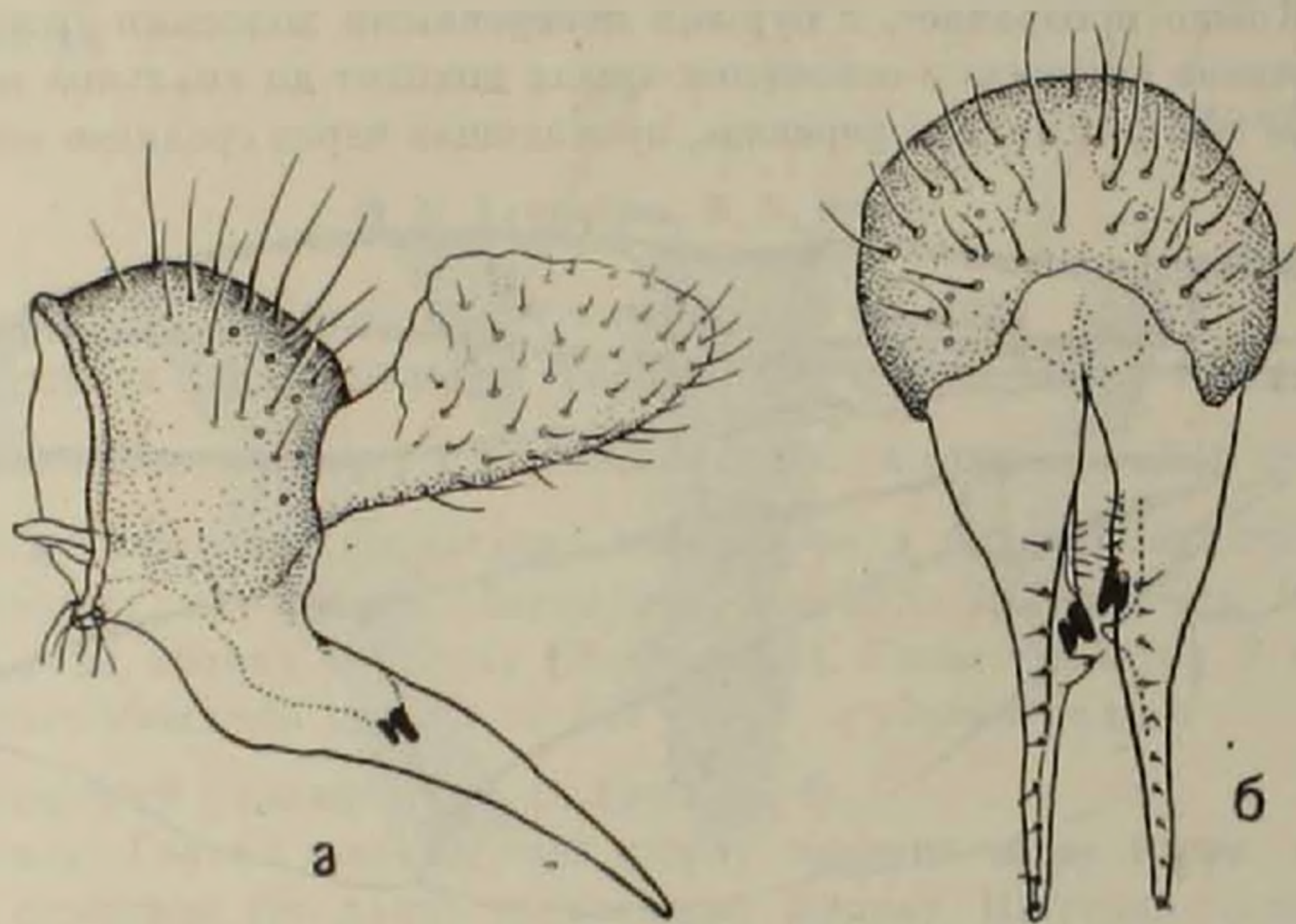


Рис. 3. *Rhagoletis caucasica*, sp. n. Гениталии ♂ (а—сбоку; б—сзади)

Описываемый вид близок *Rh. chumsanica* Rohd. (Родендорф, 1961) и отличается от него красновато-желтыми среднеспинкой и бочками груди.

Личинка III стадии. Усики с закругленно коническим вершинным члеником, высота которого в 1,5 раза больше ширины в основной части; основной членик кольцевидный, ниже вершинного в 2 раза. Щупик с 2 крупными и 6—7 мелкими сенсорными палочками на диске, обычного строения. Ротовые бороздки четкие, по 9—11 с каждой стороны, относительно крупные; предротовых зубцов нет, ротовая сенсилла хорошо развитая, немного меньше щупика. Мандибулярные склериты крупные, с серповидно изогнутым вершинным зубцом и массивной основной частью, их длина в 1,5 раза больше длины гипостомальных склеритов. Гипостомальные склериты широкие, косо срезанные назад. Парастомальные склериты палочковидные, их длина немного меньше длины гипостомальных. Субгипостомальные склериты немного короче гипостомальной перемычки. Фарингеальные склериты высокие с относительно короткими крыловидными отростками и узкой основной частью, крыловидные отростки слабо расщепленные, почти слитые. Фарингеальная мембрана хорошо развита (рис. 4,а), Передние дыхальца с расширенной дистально дыхальцевой камерой и 11—12 короткими лопастями, ячейки фильтрующей массы четкие, приблизительно одного размера (рис. 4,б).

На I грудном сегменте шипики рассмотреть не удалось; на II сегменте вентрально 3—4 ряда; на III грудном сегменте и I сегменте брюшка, кроме 3—5 рядков шипиков с вентральной стороны сегментов, отдельные рядки располагаются с дорсальной стороны, II—VIII брюшные сегменты несут шипики только на вентральных валиках; шипики на вентральных валиках расположены довольно редко, собраны в неправильные, свободно расположенные рядки; над анальными бугорками группа разбросанных шипиков, под бугорками отдельные шипики. Шипики средней величины, острые, с крупными округлыми основаниями, светлые (рис. 4,в). Расстояние между задними дыхальцами прибли-

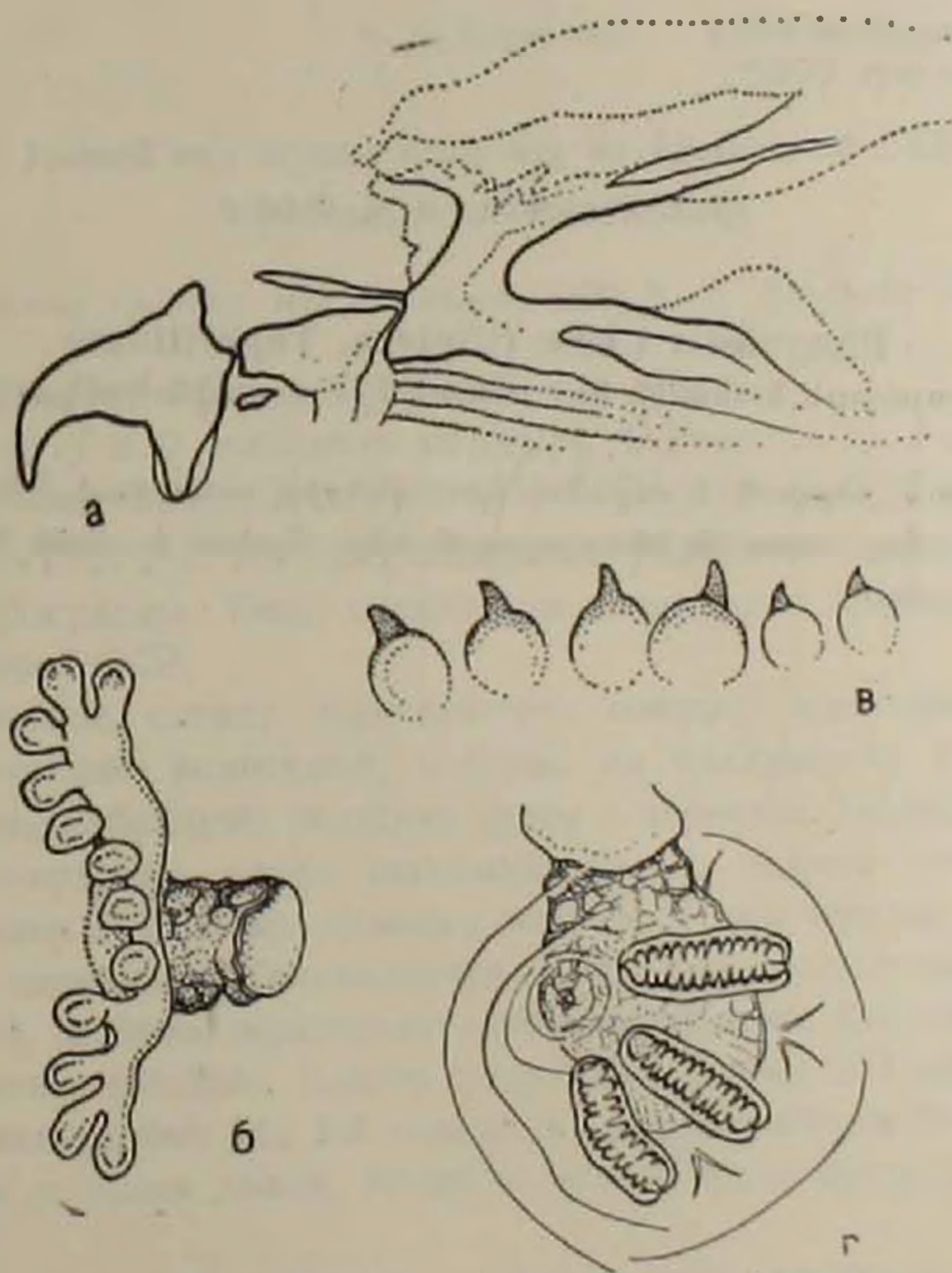


Рис. 4. *Rhagoletis caucasica*, sp. n. Личинка.
а — ротоглоточный аппарат; б — переднее дыхальце;
в — шипики брюшных сегментов; г — заднее дыхальце

тельно равно диаметру дыхальцевой пластинки, щели расположены под углом так, что между крайними щелями приблизительно прямой угол. Длина щелей в 3,5—4 раза больше их ширины, перитрема толстая с относительно ровными редкими зубцами; дыхальцевая камера несколько удлиненная в очертании, с мелкими ровными ячейками. Интерспиракулярные отростки хорошо различимые, шиловидные, их длина немного меньше ширины дыхальцевой щели, собраны группами по 2—3 отростка

(рис. 4,2). Анальные бугорки полукруглые, крупные, приблизительно в 2 раза больше задних дыхалец. Длина тела приблизительно 3,5—4,5 мм, длина ротоглоточного аппарата 0,6 мм, длина ротовых крючьев 0,16 мм.

Отличается от личинок других палеарктических видов, развивающихся в плодах барбариса, небольшим количеством лопастей переднего дыхальца (9—12), короткими щелями задних дыхалец и хорошо различимыми, относительно крупными интерспиракулярными отростками.

Пупарий по форме и цвету сходен с пупариями других видов из плодов барбариса (темно-коричневый), отличается меньшими размерами: длина 3,5—4 мм.

Зоологический институт
Академии наук СССР

И. В. ГАГЕРИНА, А. А. ИВАНОВ

Rhagoletis Loew (Diptera, Tephritidae)

խալոարի նահնի նոր տեսակ հյուսիսային Կովկասից

Հոգվածում բերված է ծորենու պտուղներից ստացված *Rhagoletis caucasica*, sp. n. նոր տեսակի նկարագրությունը: Տրված է նաև նրա թրթուրի նկարագրությունը:

УДК 595.768.13

ЭНТОМОЛОГИЯ

А. П. Карапетян

Новый вид жуков зерновок из Армянской ССР
(Coleoptera, Bruchidae)

(Представлено чл.-корр. АН Армянской ССР Э. А. Давтяном 24/XII 1975)

Bruchidius khnzoriani Karapetian sp. nov.

Голотип: ♂ и ♀ выведены из семян *Astragalus* sp. в с. Уши Аштаракского района АрмССР 1/VIII 1973 г. Паратипы: 3 ♂ и 6 ♀ оттуда же, 1 ♂ 4/VI.1972 г. из Азизбековского района с. Азатек и 1 ♀ 2/VI 1973 г. из Джрвежа. Типы хранятся в коллекциях Института зоологии АН Армянской ССР.

Тело черное, сверху неравномерно покрыто желтыми и серовато-желтыми густыми волосками, которые на надкрыльях и у основания переднеспинки образуют нечеткие пятна и перевязи. Передние и средние ноги желто-красные, кроме основания бедер. Задние ноги черные, на вершине бедер с большим красным пятном. Усики черные, с 4 красными основными члениками. Голова почти голая, густо мелкоточечная. Лобный киль тонкий, шейная перетяжка слабо выражена. Лоб в 3,5 раза уже головы. Усики длинные, сильно пальчатые, равны 2/3 длины переднеспинки и надкрылий. Их 2-й членик в 1,7 раза короче 3-го и в 2 раза короче 4-го у обоих полов. Усики с 5-го членика почти равной длины и ширины.

Переднеспинка коническая, в 1,2 раза шире длины, мелко шагреневанная, ее бока от основания до вершины суживаются почти прямолинейно, у вершины в 2 раза уже, чем у основания, задние углы острые. Надкрылья без щитка в 1,2 раза длиннее ширины, с почти прямолинейными боками, с неглубокими точечными бороздками, у основания бороздок без бугорков. Промежутки между бороздками почти плоские, в более или менее густых мелких точках. Пигидий выпуклый, слабо поперечный, с сильно закругленными боками, отлогий, сверху хорошо виден. Задние бедра с маленьким, острым предвершинным зубцом (рис. 1,б). Задние голени прямолинейные, от основания к вершине значительно расширяются, с продольным наружным ребрышком. Членик I задних лапок слабо изогнутый, в 2,3 раза длиннее 2-го, на вершине с малень-

ким, внутренним зубцом. У ♂ усики длиннее и более пильчатые, чем у ♀ (рис. 1, в, г), последний видимый стернит брюшка с вырезкой.

Пенистая трубка слабо изогнутая, с маленьким крючковидным вершинным зубцом и закругленными боковыми лопастями (рис. 1, д, е). Парамеры выпрямленные, у основания слитые, на вершине длинно волосистые.

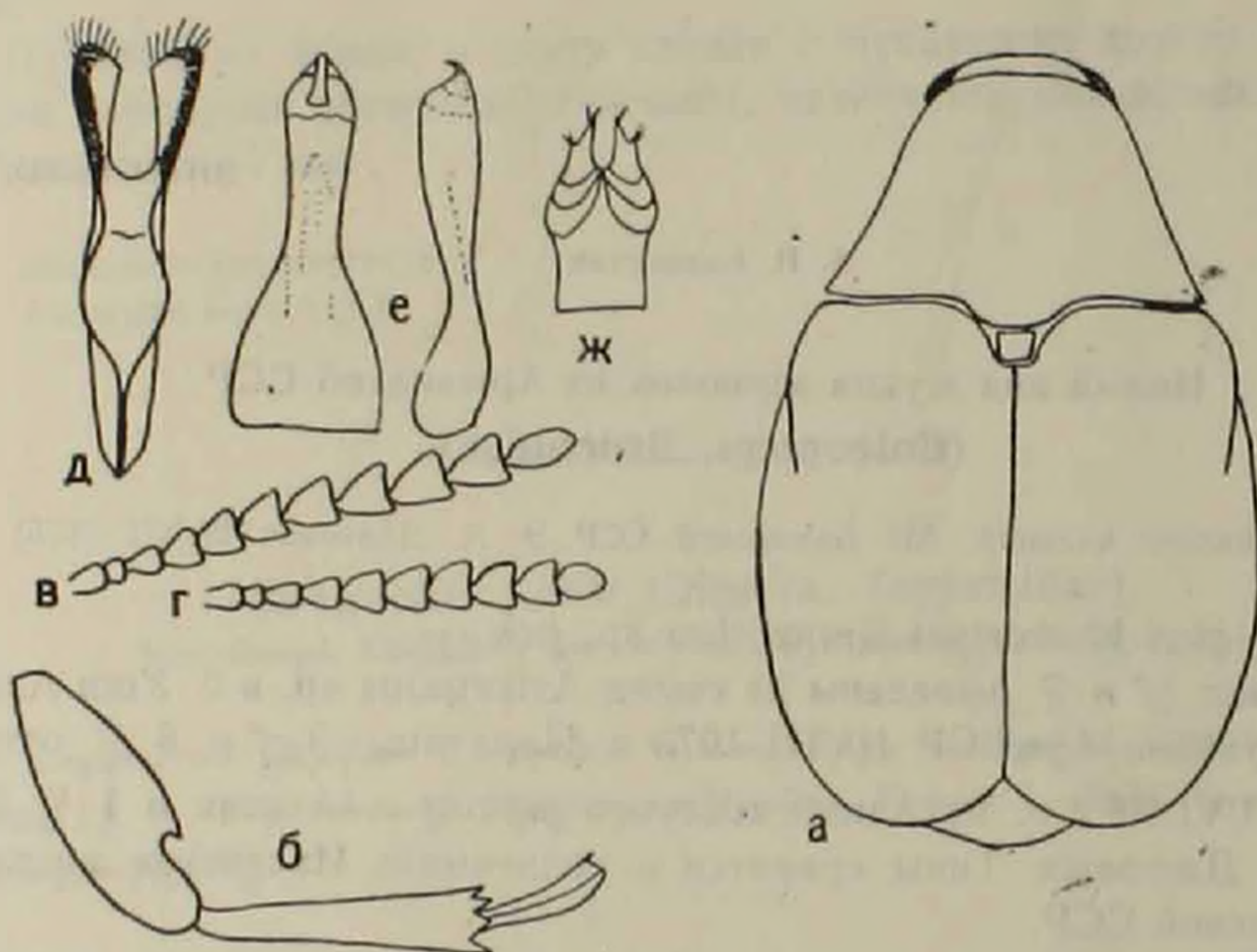


Рис. 1 *Bruchidius khnzoriani* Karapetian sp. nov.

а—общий вид; б—задняя нога; в—усик ♂; г—то же у ♀; д—тегмен ♂; е—пенисная трубка с дорсальной стороны и сбоку; ж—урит IX ♀ с дорсальной стороны

У ♀ ложный яйцеклад короткий, генитальные пластинки в дистальной части сужены и с каждой стороны снабжены 2 зубцами, одним на вершине, другим ниже него, оба они с пучком щетинок (рис. 1, ж).

Длина: 2,9—3,7 мм.

По наружным морфологическим признакам вид ближе всего стоит к *Bruchidius femoralis* (Gyll.), от которого отличается следующими признаками.

1(2) Задние бедра с острым предвершинным зубцом, задние ноги черные, кроме вершин бедер. Усики черные, кроме основных 3—4 члеников. У ♂ вершина парамер широкая и снабжена густыми волосками (рис. 1, д). Ложный яйцеклад ♀ у вершины с боковыми волосистыми зубчиками (рис. 1, ж).

1. *B. khnzoriani* sp. nov.

2(1) Задние бедра без предвершинного зубца, задние ноги красно-желтые, кроме основания бедер или задние голени частично затемнены. Усики желто-красные, у ♂ вершинный край члеников 4—10 часто затемненный, парамеры с двухлопастной вершиной. Ложный яйцеклад ♀ у вершины без боковых зубчиков.

2. *B. femoralis* (Gyll.).

У прочих видов рода с зубцом на задних бедрах либо пигидий подогнут под надкрылья, либо у основания надкрылий имеются бугорки, либо промежутки между бороздками с рядами рашпелевидных точек.

Вид назван именем С. М. Яблокова-Хнзоряна, которому автор приносит свою глубокую благодарность за постоянную помощь в работе.

Институт зоологии
Академии наук Армянской ССР

Ա. Պ. ԿԱՐԱՊԵՏՅԱՆ

Ընդակեր բզեզների նոր տեսակ Հայկական ՍՍՀ-ից
(Coleoptera, Bruchidae)

Ներկա աշխատանքում նկարագրված է ընդակեր բզեզների *Bruchidius* Schilsky սեռի նոր տեսակ *Bruchidius khnzoriani* Karapetian sp. nov. որը ստացված է Աշտարակի շրջանի Ուշի գյուղում, *Astragalus* sp. սերմերից, 1.8.1973 թվին:

